Organizadoras:

Ana Lúcia Manrique

Claudia Lisete Oliveira Groenwald

Anais do IX CIBEM Congresso Iberoamericano de Educação Matemática PUC-SP - 2022

FEDERACIÓN IBEROAMERICANA DE SOCIEDADES DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

PUC-SP

Akademy EDITORA

Ana Lucia Manrique
Claudia Lisete Oliveira Groenwald
(organizadoras)

ANAIS DO IX CONGRESSO IBEROAMERICANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
PUC-SP – BRASIL
Dezembro/2022

EDITORA
2023

Editor-chefe: Celso Ribeiro Campos
Diagramação e capa: Editora Akademy
Revisão: Celso Ribeiro Campos

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

M285a

Manrique, Ana Lucia. Anais do IX Congresso Iberoamericano de Educação Matemática / Ana Lucia Manrique; Claudia Lisete Oliveira Groenwald
São Paulo: Editora Akademy, 2023.

Vários autores
Bibliografia
ISBN 978-65-80008-23-0

1. Educação matemática 2. Resolução de problemas 3. Formação de professores 4. Educação inclusiva 5. Congresso Internacional

I. Título

CDD: 370
CDU: 37.01

Índice para catálogo sistemático:
1. Educação 370

Editora Akademy – São Paulo, SP

Sumário

APRESENTAÇÃO

IX Congresso Iberoamericano de Educação Matemática
PUC-SP / Brasil

Dezembro/2022

O Congresso Ibero-americano de Educação Matemática (CIBEM) é um dos mais tradicionais eventos internacionais da área da Educação Matemática. Trata-se de reunião que congrega pesquisadores, professores e estudantes de pós-graduação, professores da educação básica e ensino superior, provenientes de diversos países de língua portuguesa e espanhola da América Latina e da Europa.

O IX CIBEM, que retornou ao Brasil depois quase 30 anos, teve como sede o Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP), em realização conjunta da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) e da Federação Iberoamericana de Sociedades de Educação Matemática.

Podem ser elencados os seguintes objetivos específicos, relativos ao CIBEM:

- Conhecer a realidade da Educação Matemática na ibero-américa em termos de investigação e práticas de ensino e de aprendizagem;
- Fomentar o intercâmbio de experiências e abrir oportunidades para a construção de parcerias interinstitucionais de âmbito internacional, com potencial para aprimorar as práticas relacionada ao ensino e à aprendizagem em matemática nos diversos níveis escolares;
- Proporcionar atualização e aprendizagem por meio do oferecimento de conferências e minicursos dirigidos aos professores participantes, da escola básica até o ensino superior, tendo por base os avanços da Matemática, da Educação Matemática e das tecnologias correlatas;
- Discutir a relevância da Educação Matemática na sociedade contemporânea e sua influência no cotidiano das pessoas, em cenários marcados por mudanças e avanços tecnológicos;
- Constituir relatos acerca de experiências inovadoras sobre os diversos aspectos relacionados à Educação Matemática.

Em relação às características do CIBEM, existe um consenso generalizado em torno dos seguintes aspectos:

a) É uma atividade que a FISEM utiliza como um fórum de reflexão, discussão, formação, informação, bem como local de encontro e intercâmbio em Educação Matemática;
b) Destaca-se, especialmente o fator humano do CIBEM, porque esse espaço facilita a reunião de grupos de pessoas que têm em comum trabalhar para o ensino e a aprendizagem da matemática em diferentes níveis de ensino;
c) O espaço de encontro representado pelo CIBEM oferece a possibilidade de mostrar e

divulgar as diferentes atividades e as iniciativas levadas a cabo em diferentes países ibero-americanos através de conferências, comunicações, oficinas, cursos, áreas de discussão, pôster e qualquer outra iniciativa considerada adequada pela organização;

d) Um especial esforço organizacional é sempre feito para tentar oferecer especial atenção para a Educação Matemática em todos os níveis educativos (da educação infantil à Universidade), bem como diferentes modalidades (adultos, atenção à diversidade, multiculturalismo etc.);

e) O CIBEM é considerado como um espaço aberto a todas as correntes, perspectivas, abordagens teóricas e conceituais que permeiam tanto trabalho empírico, como a reflexão teórica daqueles que praticam a Educação Matemática como disciplina.

O potencial de um evento que envolve professores e pesquisadores de um número considerável de países ibero-americanos, como é o caso do CIBEM, não deve ser desconsiderado no cenário científico e tecnológico atual. A ciência, a tecnologia e a inovação são movidas, em grande parte, por pesquisas realizadas em diferentes centros ao redor do mundo, e a discussão sobre os resultados, com a colocação de novas questões, bem como a comparação de resultados entre as diversas propostas, são motores para a construção do conhecimento e para a inovação. Assim também ocorre na área de Educação Matemática, na qual os eventos científicos permitem atualização, celebração de parcerias, discussão de progressos, circulação de ideias e criação de novas propostas que permitirão gerar inovações e progressos. Nesse sentido, a realização do IX CIBEM trouxe benefícios para o desenvolvimento científico e tecnológico das pesquisas de todos que participaram do evento.

O IX CIBEM era para ter acontecido presencialmente em julho de 2021, mas devido ao período pandêmico de Covid-19, essa data teve que ser alterada. Uma nova data para início de 2022 foi proposta no sentido de realizar o IX CIBEM de modo presencial, mas como ainda existiam riscos de contágio de novas variantes do coronavírus, foi decidido mudar o formato do evento para virtual e a data para dezembro de 2022. O evento ocorreu entre os dias 05 e 09 de dezembro de 2022, no formato virtual. Houve participação de pessoas da Angola, Argentina, Canadá, Chile, Colômbia, Costa Rica, Equador, Espanha, México, Peru, Portugal, Uruguai e Venezuela, além dos brasileiros.

A programação foi cuidadosamente escolhida:

- *Conferência de Abertura*

o Antonio Vicente Marafioti Garnica (UNESP – Bauru – Brasil)

Conferência de abertura que abordou temas atuais sobre a pesquisa na área da Educação Matemática. A conferência intitulou-se Proposições e Práticas: uma agenda para a Pesquisa em Educação Matemática.

- *Conferência de Encerramento*

- Luis Radford (School of Education Sciences Laurentian University – Ontário - Canadá)

Conferência de encerramento que abordou temas atuais sobre ética e política na área da Educação Matemática. A conferência intitulou-se Ética, saber y política: de la necesidad de repensar la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

- *Conferências paralelas de cada núcleo temático*

- Processos de ensino e aprendizagem da Matemática em diferentes modalidades e níveis educacionais.

Nesse núcleo estão incluídas experiências e reflexões sobre pesquisas que envolvam o pensamento algébrico, numérico, geométrico ou relacionado com probabilidade e a estatística.

Palestrante 1: Regina Celia Grando (UFSC - Brasil)

Palestrante 2: Iolanda Guevara (Institut Badalona 7 – Espanha)

Coordenador: Claudia Lisete Oliveira Groenwald (ULBRA - Brasil)

- Resolução de problemas em aulas de Matemática.

No âmbito desse núcleo temático são debatidas pesquisas em torno da resolução de problemas como estratégia de ensino e de aprendizagem de Matemática. Esses problemas podem ser da própria Matemática ou de diferentes contextos. Além de reflexões acerca das possíveis potencialidades ou entraves desse tipo de estratégia, há lugar ainda para investigações relativas aos processos de formulação e de resolução de problemas.

Palestrante 1: Norma Suely Gomes Alevatto (UNICSUL - Brasil)

Palestrante 2: Eduardo Mancera (Comité Interamericano de Educación Matemática – México)

Coordenador: Gabriel Loureiro Lima (PUC-SP - Brasil)

- Tecnologia digital e outros recursos para o ensino e aprendizagem da matemática.

Engloba temas emergentes da Educação Matemática relacionados ao uso das tecnologias digitais, assim como a Educação a Distância e a convergência com outras tecnologias. Envolve descrições e experiências ligadas a pesquisas com tecnologias digitais e suas interfaces com aprendizagem da Matemática, formação de professores que ensinam matemática, produção de material didático e instrucional, abordagens/estratégias de ensino de Matemática, currículo de Matemática questões relacionadas à avaliação.

Palestrante 1: Mauricio Rosa (UFRGS - Brasil)

Palestrante 2: José Ortiz (University of Carabobo – Venezuela)

Coordenador: Agustín Carrillo de Albornoz (FISEM – Espanha)

- Formação de professores que ensinam Matemática.

  Pesquisas sobre contextos de formação inicial e continuada de professores que ensinam matemática, contemplando Cursos de Licenciatura em Matemática e em Pedagogia, bem como cursos de extensão, grupos colaborativos, pós-graduação, e abrangendo diferentes modalidades: semipresencial, presencial e a distância. As temáticas podem envolver aspectos teóricos, empíricos ou metodológicos sobre formação matemática, conhecimento profissional do professor, práticas pedagógicas, processos formativos, identidade docente e desenvolvimento profissional.

  Palestrante 1: Adair Mendes Nacarato (Universidade São Francisco - Brasil)

  Palestrante 2: Claudia Vargas Diaz (Universidad de Valparaíso – Chile)

  Coordenador: Mabel Rodríguez (Universidad Nacional de General Sarmiento – Argentina)

- Aspectos teóricos e conceituais da Educação Matemática.

  Pesquisas que apontam como as teorias e conceitos da Educação Matemática podem contribuir na tomada de decisões e na qualidade do processo de ensino e da aprendizagem da Matemática.

  Palestrante 1: Jonei Barbosa (UFBA – Brasil)

  Palestrante 2: Diana Jaramilo – (Universidade de Antióquia – Colômbia)

  Coordenador: Sonia Barbosa Camargo Igliori (PUC-SP - Brasil)

- Pesquisa em Educação Matemática.

  Nesse núcleo estão propostas que englobam questões vinculadas com o desenvolvimento da investigação no campo da educação Matemática, como são as novas linhas de investigação, os aportes de novos marcos teóricos e suas reflexões, aportes sobre questões metodológicas nas investigações em Educação Matemática e o lugar da investigação e dos pesquisadores nos sistemas educativos.

  Palestrante 1: Dario Fiorentini (UNICAMP – Brasil)

  Palestrante 2: Maria Del Carmen Tumialan Bonilla (Universidad César Vallejo – Peru)

  Coordenador: Geraldo Eustáquio Moreira (UnB – Brasil)

- Relação da Matemática com outras áreas de conhecimento.

Estudos que tragam conexões da matemática com outras disciplinas, a matemática no contexto das ciências e tecnologias, na história do conhecimento, na vida cotidiana e na natureza, na arte, assim como experiências de aprendizagem mediante projetos interdisciplinares.

Palestrante 1: Marger da Conceição Ventura Viana (UFOP – Brasil)

Palestrante 2: Adriana Engler (Universidad Nacional del Litoral – Argentina)

Coordenador: Juan Cadena Villota (Universidad Central del Ecuador – Equador)

- Educação Matemática e inclusão.

Explorar questões relacionadas ao conceito de inclusão e suas vertentes, entre as quais destacam-se: estudos associados aos processos de aprendizagem matemática daqueles historicamente marginalizados no contexto escolar; reflexões sobre as demandas associadas às práticas docentes em cenários inclusivos; implicações para o currículo e para a avaliação; desenvolvimento de quadros teóricos voltados à construção e desconstrução de conceitos como deficiência, diferença, igualdade e justiça social e discussões sobre políticas públicas.

Palestrante 1: Miriam Godoi Penteado (UNESP-Rio Claro – Brasil)

Palestrante 2: Angélica Martinez (Universidad Pedagógica Experimental Libertador – Venezuela)

Coordenador: Verônica Molfino (Instituto de Perfeccionamiento y Estudios Superiores – Uruguai)

- História social da Educação Matemática na Ibero-américa.

Estudos, pesquisas e trabalhos de investigação sobre o papel que desempenha a História da Matemática e da Educação Matemática na formação do matemático e do professor e as que tratam da historiografia da Educação Matemática.

Palestrante 1: Iran de Abreu Mendes (UFPA – Brasil)

Palestrante 2: Luis Carlos Arboleda (Universidad del Valle – Colombia)

Coordenador: Fredy Enrique Gonzalez (Universidad Pedagógica Experimental Libertador – Venezuela)

- Comunicação e divulgação da Matemática.

Os processos de ensino e de aprendizagem que envolvem comunicação na qual os alunos e professores devem atuar como receptor e emissor e podem ser propostas em torno da arte de perguntar, o uso da linguagem apropriada, a compreensão da informação, propostas em torno da troca de experiências e sua divulgação e a matemática nos meios de comunicação.

Palestrante 1: Rony Cláudio de Oliveira Freitas (IFES – Brasil)

Palestrante 2: Nelly Leon (Universidad Pedagógica Experimental Libertador – Venezuela)

Coordenador: Fatima Peres Zago de Oliveira (UFC – Brasil)

- FISEM e as Sociedades de Educação Matemática de Ibero-américa.

  Reunião com representantes de diferentes Sociedades de Educação Matemática que discutirão e avaliarão o desenvolvimento do evento e abordarão sobre perspectivas futuras para a área da Educação Matemática.

  Palestrante 1: Agustín Carrillo de Albornoz (Espanha)

  Palestrante 2: Ana Paula Canavarro (Portugal)

  Palestrante 3: Fabian Vitabar (Uruguai)

  Coordenador: Claudia Lisete Oliveira Groenwald (Brasil)

Em relação à edição IX CIBEM, realizada na PUC-SP em dezembro de 2022, seguem mais alguns dados do evento:

436 submissões

731 inscritos

496 participantes sócios brasileiros

99 participantes não sócios brasileiros

13 participantes sócios de Sociedades de Educação Matemática

37 participantes não sócios de Sociedades de Educação Matemática

812 autores

323 avaliadores

O evento envolveu a apresentação de 328 Comunicações orais, 24 Oficinas, 34 Pôsteres, 10 Conferências Paralelas, uma conferência de abertura e uma conferência de encerramento, que puderam proporcionar divulgação, atualização e aprendizagem, tendo por base os avanços da Matemática, da Educação Matemática e das tecnologias correlatas. Além disso, pode-se discutir nas diversas atividades realizadas sobre a relevância da Educação Matemática na sociedade contemporânea e sua influência no cotidiano das pessoas, em cenários marcados por dificuldades, mudanças e avanços tecnológicos.

Sem dúvida, o IX CIBEM favoreceu conhecer a realidade da Educação Matemática na ibero-américa em termos de investigação e práticas de ensino e de aprendizagem. Também foi possível fomentar o intercâmbio de experiências e abrir oportunidades para a construção de parcerias interinstitucionais de âmbito internacional, com potencial para aprimorar as práticas relacionadas ao ensino e à aprendizagem em matemática nos diversos níveis escolares.

Profa. Dra. Ana Lúcia Manrique
Presidente Comitê Organizador e Científico
PUC-SP

- *Comitê Científico*
    - Profa. Dra. Ana Lúcia Manrique (PUC-SP, Brasil) – Presidente
    - Profa. Dra. Celi Espasandin Lopes (PUC-Campinas, Brasil)
    - Profa. Dra. Celina Aparecida Almeida Pereira Abar (PUC-SP, Brasil)
    - Profa. Dra. Cecilia Crespo Crespo (Sociedad Argentina de Educación Matemática, Argentina)
    - Profa. Dra. Claudia Lisete Oliveira Groenwald (Sociedade Brasileira de Educação Matemática, Brasil)
    - Prof. Dr. Fabián Vitabar (Sociedad de Educación Matemática de Uruguay, Uruguay)
    - Prof. Dr. Fredy Enrique González (Asociación Venezolana de Educación Matemática, Venezuela)
    - Prof. Dr. José Carlos Cortés Zavala (Asociación Mexicana de Investigadores del Uso de Tecnología en Educación Matemática, México)
    - Profa. Dra. María Claudia Lázaro del Pozo (Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas, Espanha)

- *Comitê Organizador:*
    - Profa. Dra. Ana Lúcia Manrique (PUC-SP) – Presidente;
    - Prof. Dr. Armando Traldi (IFSP);
    - Prof. Dr. Carlos Miguel da Silva Ribeiro (UNICAMP);
    - Profa. Dra. Cármen Lúcia Brancaglion Passos (UFSCar);
    - Prof. Dr. Douglas da Silva Tinti (UFOP);
    - Prof. Dr. Geraldo Eustáquio Moreira (UnB);
    - Prof. Dr. Marcus Vinicius Maltempi (UNESP/RC);

- Prof. Dr. Maria Auxiliadora Bueno Andrade Megid (PUC-Campinas);
- Profa. Dra. Norma Suely Gomes Allevato (Unicsul);
- Prof. Dr. Rogério Marques Ribeiro (IFSP);
- Prof. Dr. Saddo Ag Almouloud (UFPA);
- Profa. Dra. Vanessa Dias Moretti (UNIFESP);
- Profa. Dra. Vanessa Neto (UFMS);
- Prof. Dr. Vinício de Macedo Santos (USP).

ARTIGOS CONVIDADOS

Divulgación y popularización de la Matemática

Nelly Amatista León Gómez[1]
Universidad Pedagógica Experimental Libertador, UPEL-IPM (Venezuela)
Orcid https://orcid.org/0000-0001-8500-1253

Núcleo Temático: Comunicación y divulgación de la Matemática

Resumen

Cada vez es más reconocido socialmente el papel que juega la Matemática[2] en la comprensión del mundo y como modelo de razonamiento formal, de allí su inclusión en el currículo escolar desde los primeros niveles educativos. Paradójicamente, es usual que el contacto de muchas personas con esta ciencia se reduzca a esa experiencia de aula, que puede no haber sido muy gratificante, perdiéndose así las posibilidades de emplear las herramientas conceptuales, cognitivas y procedimentales que ésta nos brinda para enfrentar problemas de diferentes ámbitos. Es por esto que la divulgación de la Matemática se presenta como un mecanismo idóneo para la creación y consolidación de una cultura matemática ampliamente inclusiva. Divulgación que debe conducir a su popularización en el sentido de que las personas se apropien de ella e incorporen el hacer matemática, el matematizar situaciones cotidianas, a su diario accionar. En este ensayo se abordan, sin pretender ser exhaustivos, algunas cuestiones sobre la divulgación y la popularización de las matemáticas que abarcan el qué, para qué, cuándo, para quién, por quién y cómo y por cuáles medios.

Palabras clave: divulgación de la Matemática, popularización de la Matemática, cultura matemática, inclusión.

A manera de introducción

Quiero partir de la diferenciación entre divulgación y popularización. Divulgar es dar a conocer o difundir algo mientras que popularizar es conseguir la aceptación masiva de algo. La divulgación matemática busca difundir el conocimiento matemático de manera amplia, mientras que su popularización implica la creación de estrategias para el acceso y utilización del conocimiento matemático, por parte de poblaciones diferenciadas. Aunque es preciso aclarar que, en la práctica, la línea que separa estas dos cuestiones es bastante difusa y es usual que ambos términos se empleen indistintamente. No obstante, parece claro que la popularización requiere de la difusión de lo que se desea popularizar, pero que la difusión por sí sola no implica una popularización. Se aspira que una difusión matemática bien conducida lleve a su popularización, que sea algo de dominio público, que se comprendan sus significados y haya una apropiación generalizada de ellos.

[1] nellyleong@hotmail.com
[2] Utilizaré indistintamente los términos Matemática y matemáticas

Partiendo de estas ideas, abordaré algunas consideraciones relativas a la divulgación y a la popularización de las matemáticas, que podrán aparecer solapadas.

Divulgación de las matemáticas hacia su popularización

Entiendo la divulgación de las matemáticas como el conjunto de acciones para hacer llegar la Matemática (conocimiento matemático, formas de razonar y de hacer matemática, sus aplicaciones, etc.) a la población general, utilizando los medios y recursos más apropiados y disponibles para ello.

Podríamos preguntarnos por qué es tan importante divulgar la Matemática, y la respuesta más simple que se me ocurre sería, por una parte, lograr que la sociedad se percate, tome conciencia, del papel que ésta cumple en el desarrollo, no solo de las ciencias y la tecnología, sino también de la cultura y de la condición humana: y por otra, atacar la impopularidad de las matemáticas, que no es otra cosa que el resultado de una actitud negativa profundamente arraigada en lo cognitivo y lo afectivo del ser, como producto de experiencias poco satisfactorias desde los primeros contactos con la matemática y que son reforzadas por padres, maestros, comunicadores y la sociedad en general.

Además, la Matemática es una construcción del hombre y por lo tanto es un valor cultural que marcha a la par y marca pautas en el devenir de la humanidad. El papel de las matemáticas en nuestra cultura es sumamente destacado, entendiendo cultura en un sentido amplio más allá de su obvia vinculación con las artes. Miguel de Guzmán (1997) refiere un abanico de manifestaciones del poder de la Matemática: facilita la comprensión del universo y del mundo; es auxiliar de muchas ciencias y disciplinas; es un modo de pensamiento que se caracteriza por su de objetividad, consistencia y sobriedad y lleva asociado un modo de razonamiento recursivo y divergente que prepara para convivir con la incertidumbre; es un instrumento para la modelación fidedigna e intervención de la realidad en cada una de sus dimensiones; y comprende una aproximación desde lo lúdico y lo estético por su belleza intrínseca.

Hacia una visión como ésta, es hacia donde debe apuntar la divulgación de las matemáticas, no solo a informar sobre temas matemáticos, para poder lograr su popularización (García, 2016). Pero, ¿qué tan fácil, o tan difícil, puede ser tocar con la vara de esta concepción a un público que quizás solo haya tenido contacto con la matemática escolar y posiblemente a través de experiencias poco gratificantes?

La divulgación y la popularización de las matemáticas debe desarrollarse tanto en el contexto académico como en el profesional y el social (Alsina, 1989; Alsina y otros, 1989); no debe estar sometido a las restricciones señaladas por Le Lionnais (citado por Roqueplo, 1983) en el sentido de que las acciones de difusión científica solo deben realizarse fuera de la enseñanza oficial o de enseñanzas equivalentes.

Yo considero que la divulgación básica de las matemáticas comienza en la escuela, para ello su inclusión en los currículos educativos en todos los niveles con el fin de formar ciudadanos matemáticamente alfabetizados, matemáticamente cultos, que sepan valorar el papel de esta ciencia en su entorno, en la sociedad, en el planeta; lo que se logra mejor con una visión transversal de esta disciplina (Arce, Arnal-Palacián, Conejo, García-Alonso y Méndez-Coca, 2022). Obviamente esta forma de divulgación está condicionada por las estipulaciones curriculares: concepciones sobre la matemática, contenidos, métodos, estilos de aprendizaje, contextos educativos, entre otros.

No me atrevería a afirmar que en este nivel de divulgación de los conocimientos matemáticos se esté logrando efectivamente el propósito de formación de una cultura matemática como un bien social válido para toda la vida y en todo momento; por el contrario, es aquí donde se genera el rechazo a las matemáticas, su impopularización, por parte de una buena proporción de las personas que atienden a la educación formal, siendo luego difícil hacer popular aquello que se ha vivido de manera traumática. Son muchos los factores que intervienen en esta realidad, entre los cuales puedo mencionar el lenguaje y la comunicación de la matemática, la rigidez curricular y metodológica, entre otros.

Esta divulgación en la escuela entra en lo que Quiroz (2004), citado por Martínez (2018), considera como un nivel básico de divulgación dirigido a la adquisición de los conocimientos fundamentales de la disciplina por la población general. En otro extremo de la clasificación de Quiróz está la divulgación dirigida a la comunidad científica; esta es una divulgación de alto nivel mediante la cual se difunden los hallazgos más recientes de la investigación matemática y, por qué no, de la Educación Matemática. Esta se caracteriza por su formalidad y por el uso del lenguaje propio de esta ciencia.

En el medio de esta clasificación está la divulgación general, dirigida a todo público, que busca captar la atención de las personas comunes hacia la presencia de las matemáticas en el mundo que les rodea y en su cotidianidad. Su fin último es lograr la popularización de las matemáticas. Este es el tipo de divulgación que más interesa en este ensayo.

Tomando en cuenta el rechazo hacia las matemáticas, derivado de las propias experiencias de las personas o por transmisión cultural, hay que ser cuidadoso en su proceso de divulgación. Las cuestiones que hay que tomar en cuenta para una divulgación bien lograda abarcan qué, para qué, cuándo, por quién, para quién, cómo y por cuáles medios, entre otras. Intentemos una revisión rápida a estas cuestiones.

Con respecto a la primera interrogante, ¿**qué** divulgar?, es claro que la divulgación matemática no puede limitarse a los hallazgos recientes, sino también abarcar saberes que conforman el cuerpo teórico de esta ciencia desde todos los tiempos; hay una amplia gama de cuestiones propicias para su divulgación como: biografías de matemáticos, historia y evolución de conceptos matemáticos de interés, anécdotas, problemas interesantes resueltos o por resolver, aplicaciones de las matemáticas, entre otros.

Pero, son cosas cotidianas, más allá de las aulas o de lo matemáticamente formal, las que incitan a un uso generalizado de las matemáticas y a su popularización. Entonces, cualquier circunstancia que permita tomar conciencia de que la matemática está presente en nuestras vidas se debe aprovechar para divulgar las ideas matemáticas inherentes y llevar a las personas a descubrir patrones, relaciones y comportamientos matematizables (Corbalán, 1995); pero, en todo caso los tópicos deben seleccionarse tomando en cuenta el interés y las posibilidades de comunicación (Alsina, 1989)

En el Grupo de Estudio del Tópico (TSG) sobre popularización de las matemáticas (TSG 62) del ICME 14 (2020) se incluyeron como temas para la discusión: matemáticas recreativas, matemáticas interdisciplinarias y matemáticas de otros tiempos y otras culturas, de donde se derivan múltiples temas para la divulgación y la popularización.

El ¿**para qué**? tiene que ver con los propósitos de la divulgación matemática. Aquí me voy a apoyar en Miguel de Guzmán (1997): Compartir las matemáticas, su belleza y poder, con un público amplio buscando que se perciba la Matemática como algo accesible a todo el mundo;

intentar cambiar la actitud poco favorable hacia la matemática; apuntar hacia su popularización, animando al público a ser más activo matemáticamente, para que lleve una vida más satisfactoria en los ámbitos laboral, intelectual, de crecimiento personal, comunitario, social, entre otros; e impulsarlos a lograr disposiciones positivas de sí mismos frente a las matemáticas que los lleven a desarrollar la actividad matemática en libertad, por gusto y no por obligación, acercándose a ella desde su dimensión lúdica y afectiva (Grima, 2015).

En el TSG 62 también se discutió sobre cómo la popularización de la Matemática mejora la percepción del público, educación y comprensión de las matemáticas, y sobre la conexión entre popularización y el aprendizaje informal.

¿**Cuándo** hacer la divulgación matemática? En una primera instancia, aprovechar cualquier acontecimiento que esté ocurriendo para vincularlo con aspectos de la Matemática. Ejemplo de esto ha sido la crisis del COVID 19 que sirvió para poner sobre la palestra la utilidad de la Matemática en la modelación de fenómenos naturales y sociales. Muchas cuestiones matemáticas se popularizaron durante la pandemia como: crecimiento exponencial, máximos y mínimos, aplanamiento de curvas. El público conoció de modelos que servían para predecir el comportamiento de la pandemia y en base a los cuales se tomaban las medidas para prevenir los contagios.

Sin embargo, la divulgación de las matemáticas no debe ser un proceso fortuito, por el contrario debe ser algo intencional a través de programas con objetivos, alcances y acciones concretos, y que cuenten con respaldo de instituciones y patrocinadores.

A este respecto quiero citar dos acontecimientos de alta relevancia internacional. El primero, de 1992 cuando la Unión Matemática Internacional (IMU) declaró el año 2000 como Año Mundial de las Matemáticas, apoyado y patrocinado luego por la UNESCO, con los objetivos de determinar los grandes desafíos matemáticos del siglo XXI, proclamar a las matemáticas como una de las claves fundamentales para el desarrollo e impulsar la presencia de las matemáticas en la sociedad de la información. Con esta declaración, la IMU pretendía promocionar el conocimiento y el uso de las matemáticas en todo el mundo, habida cuenta de que constituyen un pilar fundamental de la cultura, no sólo por ser un lenguaje de la ciencia sino por lo que suponen como bagaje necesario para entender el mundo en que vivimos.

El segundo acontecimiento ha sido la proclamación por la UNESCO del Día Internacional de las Matemáticas. A propuesta de la IMU, en el año 2018, la UNESCO aprobó proclamar el 14 de marzo como el Día Internacional de las Matemáticas (IDM por sus siglas en inglés). En muchos países, esta fecha (3/14) ya se celebraba como el Día Pi.

Cada año, a partir de su lanzamiento en el 2020, habrá un tema central sobre el que girará esa conmemoración. Para el 2020 el tema fue *Las matemáticas están en todas partes;* en 2021, *Matemáticas para un mundo mejor*; en 2022, *Las matemáticas que unen* y para este año 2023, el tema es *Matemáticas para todo el mundo.*

Estas acciones han dado un gran impulso a la divulgación y la popularización de la Matemática y, en efecto, a nivel mundial se han venido creando programas de difusión y comisiones de divulgación de las matemáticas, y se han realizado muchas acciones para la propagación de esta disciplina hacia amplios sectores de la población de una manera inclusiva. Este año, por ejemplo, se ha convocado internacionalmente un Concurso de Comics matemáticos con motivo del DIM, que ha contado con más de 1700 participantes, individuos, escuelas y organizaciones que han enviado sus cómics para ilustrar lo que perciben como “Matemáticas para todo el mundo” https://www.idm314.org/2023-comic-challenge

¿**Quién** se encarga de la divulgación de la matemática?, no conozco que haya titulación como divulgador o divulgadora de la Matemática, algunos se titulan como matemáticos y son quienes se encargan de hacer matemáticas y difundir sus hallazgos entre la comunidad científica en congresos o a través de revistas especializadas, otros se gradúan de educadores matemáticos y difunden la Matemática a través del proceso enseñanza aprendizaje.

Por otra parte, reconocidos profesionales de la Matemática o de la Educación Matemática han dedicado buena parte de sus esfuerzos a la divulgación de la Matemática. Entre ellos cabe mencionar a Martin Gardner, Ian Steward y Eduardo Sáenz de Cabezón. Y, en cuanto a los grandes divulgadores de las ideas matemáticas de nuestro ámbito iberoamericano, debo mencionar a Ubiratan D’Ambrosio, quien divulgó mundialmente su teoría o su filosofía de la Etnomatemática y de las conexiones entre Matemática y Cultura, por lo que recibió la Medalla Felix Klein del ICMI.

Luego hay un amplio abanico de personas que se comprometen con la divulgación matemática y su popularización: especialistas de otras áreas del conocimiento que muestran interés por esta ciencia; comunicadores sociales, algunos de los cuales se especializan en la divulgación científica, incluyendo la divulgación de la Matemática (que son menos); personajes de las diversas artes, especialmente de la literatura, el cine y de la cultura en general, y muchos otros. Pero, la idea es que cada quien, desde sus posibilidades, contribuya a la difusión y popularización de las matemáticas como un bien común con valor social.

¿**Para quién**?, la divulgación matemática debe estar dirigida a toda la población, pero de una manera diferenciada de acuerdo a la edad, nivel de formación, intereses, lenguaje, objetivos, temas, entre otros. Lo importante es llegar a todos, respetando las características históricas, culturales y lingüísticas de la población target. (Muñoz Santojas, 2007).

Si pretendemos ir más allá de la difusión y alcanzar la popularización, debemos tomar en cuenta que la idea es que la gente común le tome el gusto a las matemáticas, que se sienta bien con ellas como puede hacerlo con la música, la lectura, el deporte, o cualquier otra actividad que le cause placer; que disfrute leyendo un libro sobre matemáticas, resolviendo un acertijo, un sudoku, expresando su opinión sobre temas matemáticos, explicándoles a sus hijos las matemáticas escolares, documentándose y conversando sobre cuestiones matemáticas; que llegue a ser capaz de captar las matemáticas que afloran en la cotidianidad, escribir con el uso de elementos matemáticos, utilizar las matemáticas de manera natural en su diario quehacer; en fin… pensar, razonar, argumentar, tomar decisiones con las matemáticas como soporte y desarrollar una mirada matemática que permita captar su presencia y su belleza.

¿**Cómo** hacer la divulgación de la Matemática? Pues, así como enseñar e investigar tienen sus connotaciones y características específicas; igualmente las tiene la divulgación científica. Veamos algunas cuestiones a tomar en cuenta en la divulgación de la Matemática:

Divulgar es un acto de comunicar. Como forma de comunicación, el lenguaje juega un papel importante en la difusión, pero el lenguaje matemático es de por si abstracto y además el razonamiento matemático es riguroso. Estas dos características de la Matemática pueden llegar a bloquear el acceso de algunas personas a lo que se quiere divulgar. Comunicar las ideas con miras a su popularización, sin perder estas condiciones, es una habilidad que los que pretenden ser divulgadores deben cultivar para evitar caer en una banalización que pueda minimizar el sentido matemático.

Para lograr la popularización hay que ser cuidadosos al escoger los temas y la forma de divulgarlos; mejor hacerlo con claridad expositiva y amenidad (Alsina, 2004; al referirse a la forma de divulgar la Matemática de Miguel de Guzmán; Muñoz Santojas, 2007), evitando que lleguen distorsionados al público target y la popularización del medio o de los divulgadores en vez de la divulgación matemática en sí.

La respuesta a la interrogante sobre **por qué medios** hacer la divulgación es bastante amplia. La divulgación científica y en particular la divulgación de la matemática tradicionalmente se ha realizado en diferentes formatos, según Belenger (2003): de manera escrita, hablada, por imágenes y en tres dimensiones.

La divulgación por la *escritura* puede hacerse a través de libros, revistas, periódicos, folletos, etc. Obviamente los textos escolares son por naturaleza divulgadores de las matemáticas, aunque no siempre sean atractivos ni motivadores. Pero existe una abundante literatura que incluye otro tipo de libros que no son explícitamente de Matemática, pero que abordan tópicos matemáticos con una orientación creativa y una forma de expresión amena e innovadora que logran enganchar al lector en una búsqueda más profunda para conocer más sobre esos temas, contribuyendo a la popularización de la Matemática (Sánchez, 1998; Figuera y Deulofeu, 2008).

Los hay de distintos niveles y para públicos diversos. Quizás el más famoso sea “Alicia en el País de las Maravillas” de Lewis Carroll. Algunos que he leído y puedo recomendar son: *El hombre que calculaba* de Malba Tahan, fundamentalmente trata sobre resolución de problemas, algo sobre números y temas generales; *El diablo de los números* de Hans Magnus Enzensberger, sobre números principalmente; *El Teorema del Loro* de Denis Guedj, partiendo del teorema de Fermat, da un paseo magistral por la historia de las Matemáticas; *El tío Petros y la Conjetura de Goldbach* de Apostolo Dioxiadis, partiendo de la conjetura de Goldbach, hace un ameno repaso de la historia de las Matemáticas; *Los crímenes de Oxford* de Guillermo Martínez, trata de los juegos de lenguaje de Wittgenstein, el teorema de Gödel y las sectas antiguas de matemáticas; *El asesinato del profesor de Matemáticas* de Jordi Sierra i Fabra, sobre Resolución de Problemas; *El contable Hindú* de David Leavitt, es una historia novelada de Srinivasa Ramanujan; *La fórmula preferida del profesor* de Yoko Ogaw, trata sobre números y resolución de problemas matemáticos; *Logicomicx* de Apostolo Dioxiadis y Christos Papadimitriou, sobre Estadística y Probabilidad; *La Selva de los números* de Roberto Gómez Gil, trata sobre números y sistemas de numeración; *El Señor del Cero* de Maria Isabel Molina, aborda números y resolución de problemas; *Planilandia* de Edwin A. Abbott, trabaja con supuestos de geometría, una geometría muy particular en sólo dos dimensiones y, *El Código Da Vinci,* sobre el cual escribí un artículo titulado Algunos elementos matemáticos presentes en El Código Da Vinci (León, 2006), donde hago referencia a varios elementos matemáticos como la sucesión de Fibonacci, la estrella pitagórica, el número áureo o la proporción divina y los anagramas y acertijos numéricos que remiten a técnicas de conteo como las permutaciones con repetición, y las k-permutaciones con repetición, que si bien no son presentados con rigurosidad matemática, atraen la atención del lector, y por eso lo utilicé con mis estudiantes para motivar temas de combinatoria.

La *divulgación oral* se realiza mediante conferencias, charlas, monólogos, diálogos, entre otros; y la *divulgación por imágenes* a través de viñetas, dibujos, infografías, mapas conceptuales y mentales, entre otros. Las organizaciones y sociedades de matemáticos y de educadores matemáticos cumplen un papel importante al organizar eventos que se convierten en escenarios propicios para estos tipos de divulgación. las memorias de estos eventos y los repositorios de trabajos de grados, de tesis doctorales y de investigaciones libre en las universidades, que entran en la divulgación escrita, conforman un repertorio de singular importancia en la divulgación de la investigación en Matemática y Educación Matemática.

Los comunicadores sociales también cumplen un importante rol en estas formas de divulgación mediante programas radiales o televisivos. A esto tenemos que agregar que en la actualidad la tecnología brinda innumerables posibilidades para la divulgación de la Matemática que combinan las imágenes con la oralidad.

Las redes sociales virtuales han proporcionado plataformas de difusión como Twitter, Facebook, LinkedIn, MySpace, YouTube, Tiktok, que pueden utilizarse con este fin. Igualmente, se dispone de las nuevas formas de comunicación social como Blogs, Podcasts, videos. Sin embargo, por la facilidad de utilización de estos medios y por el papel que las redes sociales ocupan en el posicionamiento social de las personas, hay un peligro latente de que la popularidad y la promoción personal prevalezcan sobre el contenido matemático que se pretende difundir y sobre la calidad divulgativa.

En el formato de *tres dimensiones* entra la divulgación mediante exposiciones (esculturas, pinturas, modelos, recursos didácticos, carteleras), museos (como el Museo de Cornellá en Barcelona y el Museo de Matemática de República Dominicana), viajes de divulgación (Como el Crucero Matemático de CYFEMAT, https://www.cyfemat.org/crucero), laboratorios de Matemática, espectáculos matemáticos (teatros, títeres), actividades divulgativas en las escuelas y en calle (juegos, olimpiadas matemáticas, otras competencias, concursos).

A manera de cierre

Divulgación y educación deben ir la mano. El lugar primario y más importante para la popularización de las matemáticas es el salón de clases (Quadling, 1989). Si desde los primeros niveles educativos se logra captar una atención positiva hacia las matemáticas, la tarea de su popularización no sería tan pesada pues no habría que despopularizarla en primera instancia.

La divulgación de la Matemática debe entenderse como una empresa a largo alcance, que amerita el concurso de todos bajo propuestas de presente y futuro que realcen la imagen pública de la Matemática y afiancen la noción de la cultura matemática como patrimonio inmaterial de la humanidad. Esto amerita, por una parte, concebir la divulgación como un compromiso personal y profesional, tanto para matemáticos y educadores matemáticos como para los profesionales de la comunicación científica y para todos aquellos que sientan pasión por hacer llegar las matemáticas de manera asequible a todos y cada uno de los ciudadanos del mundo; y por otra parte, una actualización y preparación constante sobre la actualidad matemática (sería deseable programas formales de formación continua sobre divulgación matemática), y sobre los avances tecnológicos para aprovechar las bondades que brindan para divulgar y popularizas las matemáticas. ¡El reto está planteado, el compromiso es asumirlo!

Referencias

Alsina, C. (1989). Seven general principles for the popularization of Mathematics. En *Papers on the popularization of Mathematics. ICMI Study N° 4*. ICMI Secretariat. pp 14-15. England: Leeds University. https://www.math.unibielefeld.de/~rehmann/ICMI/study/ICMI_STUDY_05_1989_Leeds_Papers_on_The_Popularization_of_Mathematics.pdf

Alsina, C. (2004). Miguel de Guzmán: La divulgación matemática como compromiso. *La Gaceta de la RSME*, Suplemento al Vol. 7.3, 109–117. https://gaceta.rsme.es/abrir.php?id=449

Alsina, C. y otros (1989). Hacia unas matemáticas populares. *Suma* 4. 83-120. https://revistasuma.fespm.es/revistas-revistas/revista-4.html

Arce, M.; Arnal-Palacián, M.; Conejo, L.; García-Alonso, I.; Méndez-Coca, M. (2022). Matemáticas transversales. En Blanco y otros (Eds.), *Aportaciones al desarrollo del currículo desde la Investigación en educación matemática* (pp. 453-479). Granada, España : Universidad de Granada. http://funes.uniandes.edu.co/31060/

Belenguer, M. (2003). Información y divulgación científica: dos conceptos paralelos y complementarios en el periodismo científico. *Estudios sobre el Mensaje Periodístico*, 9, 43-53. https://revistas.ucm.es/index.php/ESMP/article/view/ESMP0303110043A

Corbalán, F. (1995). *La matemática aplicada en la vida cotidiana.* Barcelona, España: Grau.

De Guzmán, M. (1997). Matemática y sociedad: acortando distancias. *Números: Revista de didáctica de las matemáticas.* N° 32, 3-11. http://funes.uniandes.edu.co/3170/1/Guzm%C3%A1n1997Matem%C3%A1ticasNumeros32.pdf

Figuera, L. y Deulofeu, J. (2008). Los libros para disfrutar la matemática. *UNO: Revista Didáctica de las Matemáticas*. N° 48, 7-18. https://dialnet.unirioja.es/ejemplar/186777

García, D. (2016). Divulgación matemática: su uso en educación primaria. Trabajo de Grado de maestro de primaria. Universidad de Cantabria. https://repositorio.unican.es/xmlui/bitstream/handle/10902/9928/GarciaOnandiaDario.pdf?sequence=1

Grima, C, (2015). Matemáticas, ¿Para qué os quiero? Conferencia 17 JAEM Cartagena 2015: Jornadas sobre el Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas. https://17jaem.semrm.com/aportaciones/pl2.pdf

ICME 14 (2020). TSG 62. Popularization of mathematics. Description paper. https://icme14.org/static/en/news/37.html?v=1604020366486

León, N. (2006). Algunos elementos matemáticos presentes en El Código da Vinci. *Paradigma*, 27(1), 181-208. https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2006.p181-208.id352

Martínez, M. (2018). Divulgación matemática en los medios de comunicación. Trabajo Final del Máster Universitario de Profesor en Educación. Universidad de Valladolid. https://uvadoc.uva.es/bitstream/handle/10324/31186/TFM-G823.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Muñoz Santojas, J. (2007). ¡Divulgar matemáticas! *XIII Jornadas de aprendizaje y enseñanza de las matemáticas*. Granada: XIII JAEM.

Quadling, D. (1989). Popularization of Mathematics, En *Papers on the popularization of Mathematics. ICMI Study N° 4*. ICMI Secretariat. pp 14-15. England: Leeds University.

https://www.math.unibielefeld.de/~rehmann/ICMI/study/ICMI_STUDY_05_1989_Leeds_Papers_on_The_Popularization_of_Mathematics.pdf

Roqueplo, P. (1983). *El reparto del saber. Ciencia, cultura, divulgación*. Barcelona: Gedisa.

Sánchez, A.M. (1998). *La divulgación de la ciencia como literatura*. Ciudad de México: Universidad Autónoma de México

A colaboração como potencializadora do desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática

Collaboration as an enabler of professional development for teachers who teach mathematics

La colaboración como impulsora del desarrollo profesional de docentes que enseñan matemáticas

Adair Mendes Nacarato[3]
Universidade São Francisco
0000-0001-6724-2125

Resumo

Este texto tem como foco o desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática, participantes de um grupo colaborativo de estudos e pesquisas. O desenvolvimento profissional pressupõe aprendizagens e, portanto, processos de transformação das práticas do professor. Dentre as diferentes possibilidades de potencializar esse desenvolvimento, destaca-se o trabalho em grupos de natureza colaborativa como espaço de aprendizagens e reflexões sobre as práticas de ensinar-aprender matemática. No texto são apresentados resultados de investigações desenvolvidas num grupo colaborativo (Grucomat) que agrega professores de diferentes níveis de ensino (da educação infantil ao ensino médio). O grupo adota a metodologia de trabalho da *design research* (DR) e *teacher design research* (TDR). Essa metodologia apoia-se num ciclo contínuo de estudos, elaboração de tarefas, desenvolvimento dessas tarefas em sala de aula, registros audiogravados e escritos das aulas, análise e avaliação das potencialidades das tarefas e das aprendizagens dos professores envolvidos. A colaboração se faz presente em todos os ciclos da DR. Ao final de cada ciclo, os professores participantes do Grucomat produzem narrativas de suas práticas (narrativas pedagógicas), as quais são compartilhadas no grupo, de forma escrita ou oral (as reuniões do grupo são audiogravadas). As narrativas pedagógicas e os excertos das reuniões do grupo constituem o material de análise. Nesse movimento há indícios de aprendizagens dos professores e, portanto, de desenvolvimento profissional, na perspectiva TDR.

Palavras-chave: Colaboração, *Design Research*, desenvolvimento profissional, professores que ensinam matemática.

Abstract

This paper focuses on the professional development of teachers who teach mathematics, participants of a collaborative study and research group. Professional development presupposes learning and, therefore, transformative processes in the teacher's practices. Among the different possibilities of enhancing this development, collaborative group work stands out as a space for learning and reflecting on the practices of teaching-learning mathematics. The text presents the results of investigations developed in a collaborative group (Grucomat) that brings together teachers from different levels of education (from kindergarten to high school). The group adopts

[3] ada.nacarato@gmail.com

the methodological approach of design research (DR) and teacher design research (TDR). This methodology is based on a continuous cycle of studies, task design, task development in the classroom, audio and written recording of the lessons, analysis and evaluation of the potential of the tasks and of the learning of the teachers involved. Collaboration is present in all cycles of DR. At the end of each cycle, the teachers participating in Grucomat produce narratives of their practices (pedagogical narratives), which are shared in the group, in written or oral form (the group meetings are audio recorded). The pedagogical narratives and the excerpts from the group meetings constitute the material for analysis. In this movement there is evidence of teachers' learning and, therefore, of professional development, from the TDR perspective.

Keywords: Collaboration, Design Research, professional development, teachers who teach mathematics.

Resumen

Este artículo se centra en el desarrollo profesional de docentes que enseñan matemáticas, participantes en un grupo colaborativo de estudios e investigación. El desarrollo profesional presupone aprendizaje y, por tanto, procesos de transformación de las prácticas del docente. Se destaca, entre las diferentes posibilidades de potenciar este desarrollo, el trabajo en grupos colaborativos como espacio de aprendizaje y reflexión sobre las prácticas de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. En este texto se presentan los resultados de las investigaciones desarrolladas en un grupo colaborativo (Grucomat) que reúne a docentes de diferentes niveles educativos (desde preescolar hasta bachillerato). El grupo adopta la metodología de la investigación basada en el diseño (*design research*, DR) y del *teacher design research* (TDR). Esta metodología se basa en un ciclo continuo de estudios, diseño de tareas, desarrollo de tareas en el aula, registros de audio y escritos de las clases, análisis y evaluación del potencial de las tareas y del aprendizaje de los docentes implicados. La colaboración está presente en todos los ciclos de DR. Al final de cada ciclo, los docentes integrantes de Grucomat elaboran narrativas de sus prácticas (narrativas pedagógicas), que se comparten en el grupo de forma escrita u oral (las reuniones de grupo se graban en audio). Las narrativas pedagógicas y los extractos de las reuniones de grupo constituyen el material de análisis. En este movimiento hay indicios del aprendizaje de los docentes y, por tanto, del desarrollo profesional, en la perspectiva del TDR.

Palabras clave: Colaboración, *Design Research,* desarrollo profesional, docentes que enseñan matemáticas.

Para iniciar...

O trabalho aqui apresentado tem relação com a minha própria trajetória como pesquisadora e formadora de professores. Desde o final dos anos de 1990, quando cursava o doutorado, iniciei a participação em grupo de estudos e pesquisas, o grupo Prática Prática Pedagógica em Matemática, o PRAPEM, vinculado à Faculdade de Educação da Unicamp. Nesse grupo vivenciei possibilidades de trabalho colaborativo, assim como tomei conhecimento de narrativas de práticas de professores da educação básica. Essas experiências foram marcantes em minha trajetória e, ao iniciar a docência na Universidade São Francisco, no Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação, em 2002, havia o desejo de constituir grupos de estudos e pesquisas. Houve a iniciativa de criação de alguns grupos, no entanto, um deles foi marcante. Trata-se do Grupo Colaborativo em Matemática (Grucomat), que nasceu com a ideia de oficina e foi gradativamente modificando seu nome, até se chegar ao atual Grucomat[4]. O grupo foi criado em 2003.

Nesses 20 anos de existência o grupo foi construindo uma prática colaborativa de trabalho, gerando a produção de conhecimentos e pesquisas de iniciação científica, mestrado e doutorado. Gradativamente o grupo foi se tornando colaborativo e tem promovido nossas aprendizagens docentes e potencializado nosso desenvolvimento profissional.

Sempre houve, de nossa parte, a necessidade de buscar uma caracterização da metodologia de trabalho que adotávamos, pois sempre tomamos uma temática como foco de estudo e, a partir dela, elaboramos propostas para a sala de aula, com o objetivo de compreender e sistematizar os modos de pensamento dos alunos. As aulas dos professores sempre são audiogravadas ou videogravadas, e há o compromisso do docente de produzir uma narrativa da aula, pois acreditamos que, no ato da escrita, o narrador reflete e, portanto, aprende e produz saberes. Assim, nossa preocupação sempre é com a sistematização da nossa compreensão sobre colaboração, aprendizagem docente e desenvolvimento profissional. Quando tivemos conhecimento da metodologia da *Design Research* (DR)[5], imediatamente identificamos nossa aproximação com ela. A partir daí passamos a estudar tal metodologia, associada com a *Teacher Design Research* (TDR), e a sistematizar nossos trabalhos nessa abordagem metodológica, inter-relacionando-os com a perspectiva histórico-cultural. As últimas produções coletivas do Grucomat refletem essa trajetória (Nacarato & Custódio, 2018; Nacarato & Custódio, 2019; Nacarato et al., 2021).

Para este texto, resultado da mesa-redonda, Formación de profesor de enseñanza de las matemáticas, realizada no IX Congreso Iberoamericano de Educación Matemática, em 2022, caracterizo a abordagem metodológica da DR e da TDR, juntamente com os conceitos de colaboração, narrativas pedagógicas e desenvolvimento profissional. Para isso, analiso alguns excertos de produções dos participantes do grupo.

[4] A criação e concepção do grupo contou com a parceria da professora Regina Célia Grando, que atuou conosco até 2014.
[5] Optamos por manter a expressão original. Em alguns trabalhos, a DR aparece traduzida como Pesquisa baseada em *design*.

O grupo colaborativo e a *Design Research*

O Grucomat é constituído por professores e professoras que atuam na educação básica – da educação infantil ao ensino médio –, todos envolvidos com o ensino de matemática. Conta, em média, com 15 participantes, os quais não são fixos; alguns se afastam temporariamente do grupo por sobrecarga de trabalho ou incompatibilidade de horário, alguns retornam, outros, não; mas a cada ano sempre há novos ingressantes. A participação é voluntária, e não existe nenhum compromisso formal de participação, apenas o desejo de estudar, aprender e ensinar matemática. O grupo se reúne quinzenalmente, por um período de duas horas. Sempre há a escolha de uma temática a ser estudada, e o grupo se dedica a ela por um longo período. As temáticas já estudadas foram: pensamento geométrico, pensamento estocástico, pensamento algébrico e, atualmente, estamos estudando o desenvolvimento do pensamento proporcional.

A perspectiva da colaboração sempre esteve presente no grupo. O conceito de colaboração faz parte da literatura sobre formação docente, e muito já se discutiu e escreveu sobre ele desde o final do século XX; no entanto, há diferentes perspectivas para discuti-lo. No grupo, adotamos a perspectiva histórico-cultural para discutir alguns conceitos, e a colaboração é um deles. Assim, entendemos que ela provém das interações estabelecidas entre os diversos saberes de cada partícipe do grupo. A forma como tais interações ocorrem permite que toda a bagagem teórica, metodológica e experiencial, proveniente de diferentes espaços formativos e profissionais, seja base dos processos de ressignificação dos conteúdos matemáticos e das práticas docentes. O maior potencial colaborativo se relaciona ainda com a redução das relações de opressão e de poder. Quanto mais intensas as relações de confiança e respeito, melhores serão os processos de produção de conhecimento. Soma-se a isso, o prazer de estar voluntariamente em um espaço com outros professores que comungam de objetivos e interesses comuns: compartilhar e refletir sobre práticas e saberes. Essas ideias foram por nós sintetizadas em Nacarato et al. (2021).

Não há colaboração sem processos reflexivos. As reflexões devem ser centrais num grupo colaborativo. Elas podem ter como disparadores: textos teóricos que fazem emergir conhecimentos prévios e mobilizar ou mesmo promover sua reelaboração; narrativas pedagógicas, produzidas pelos próprios partícipes; análise de áudio ou de videogravações das práticas de sala de aula; análise de registros de alunos; ou narrativas orais dos professores do grupo.

O grupo adquiriu uma identidade coletiva, a qual reverbera nos modos de pensar a aula de matemática; há um processo de apropriação e produção de significações de práticas e discursos sobre aprender e ensinar matemática. Como afirma Smolka (2000),

> não é o que o indivíduo é, *a priori*, que explica seus modos de se relacionar com os outros, mas são as relações sociais nas quais ele está envolvido que podem explicar seus modos de ser, de agir, de pensar, de relacionar-se. (p. 30)

Essa é a principal característica da colaboração: construir nossa própria identidade profissional a partir de uma identidade coletiva. Nessa perspectiva, o grupo produz "conhecimento da prática" (Cochran-Smith & Lytle, 1999), o qual é elaborado localmente, gerando novas práticas de aprender e ensinar matemática. Ao olhar reflexivamente para sua prática, no momento de produzir suas narrativas pedagógicas, o professor sistematiza-a e assume uma postura investigativa.

Assim, defendemos que num grupo colaborativo é essencial que os professores sejam escutados e sintam-se respeitados em seus pontos de vista. Uma forma de o professor compartilhar suas práticas é produzindo suas narrativas de aula, as quais denominamos narrativas pedagógicas, conceito apropriado de Frauendorf et al. (2016). As narrativas pedagógicas são textos escritos para compartilhar lições aprendidas a partir da experiência, da reflexão sobre a experiência, da observação da prática dos pares, da discussão coletiva, da leitura, do estudo e da pesquisa. Essas narrativas são potencializadoras de aprendizagens e desenvolvimento profissional do professor, pela ação tanto da escrita quanto do compartilhamento com os pares. A escrita de narrativas contribui para que o professor se aproprie da prática de análise dos registros dos alunos e dos discursos suscitados, ampliando o seu olhar para a percepção de pistas neles contidas sobre o pensamento matemático, a partir da observação das relações estabelecidas, das estratégias utilizadas, das hipóteses levantadas e das conclusões obtidas, ao selecionar os registros ou ao analisá-los. A apropriação da prática de análise aprofundada da sala de aula e dos discursos matemáticos dos alunos constitui-se em um processo de (auto)formação do professor e um indício de seu desenvolvimento profissional.

Nossa concepção de desenvolvimento profissional foi construída a partir da perspectiva histórico-cultural com base no desenvolvimento humano. Este, por sua vez, está atrelado ao âmbito cultural, que, para tanto, é um acontecimento social, interpessoal e conduz à internalização das formas culturais de comportamento, compreendendo uma transformação da atividade psicológica. Tal processo baseia-se na transformação de uma atividade que, primeiramente, é externa, em uma atividade interna mediada por meio de signos, dos quais a palavra é o signo por excelência. Ou, ainda: “os conhecimentos veiculados a processos colaborativos são formativos na sua própria essência, já que criam zonas de desenvolvimento potencial” (Ibiapina, 2008, p. 50). O desenvolvimento profissional não pode ser previsto *a priori,* pois ele decorre das aprendizagens do professor, as quais precisam ser vistas como aprendizagem do adulto. Há múltiplos espaços de aprendizagem docente: os alunos, os pares na escola, os projetos de formação dos quais o professor participa, as leituras e o estudo, e a participação em grupos colaborativos. O desenvolvimento profissional decorre dessas relações e das aprendizagens construídas de forma alteritária.

Esses conceitos até aqui enunciados são coerentes com a metodologia da *Design Research* (DR). O conceito de Design Research (DR) tem sido utilizado na literatura com diferentes nomes: *Design-Based Research*, *Design Experiments* e *Design Studies*. Trata-se de um conceito que teve sua origem nas ciências da aprendizagem e vem sendo apropriado pelo campo educacional e por educadores matemáticos. Para alguns pesquisadores, o foco está na aprendizagem dos estudantes. Tem como objetivo relacionar processos de desenvolvimento e também momentos de pesquisa. Os participantes do Grucomat vêm se dedicando a explicitar esse conceito na dinâmica de trabalho do grupo (Nacarato et al., 2019). Para isso, apoiamo-nos em Molina, Castro e Castro (2007) e Powell e Ali (2018).

Interessamo-nos pelas cinco características que são comuns às pesquisas de DR, segundo Powell e Ali (2018): 1) A DR é intervencionista: ela pressupõe estudos e intencionalidade metodológica. Durante o processo de estudo, os participantes do Grucomat já vão elaborando tarefas para a sala de aula, com previsões de possíveis intervenções com os estudantes. 2) A DR é uma teoria generativa, pois ela gera teorias sobre os processos de aprendizagem. A teoria, tomada como ponto de partida no Grucomat, nos dá suporte para elaborar a tarefa, mas é no contexto de sala de aula, com os discursos dos alunos, que vamos construindo nossas abordagens teóricas sobre as aprendizagens com a temática em foco. 3) A DR é prospectiva e reflexiva: ela assume dupla função, ou seja, a partir da reflexão sobre as ações desenvolvidas, novas ações são projetadas. No Grucomat, quando os professores-pesquisadores retornam com os seus registros das tarefas desenvolvidas, os participantes do grupo podem refletir sobre o seu sucesso ou não, sobre as lacunas existentes (muitas vezes, tais lacunas estão na linguagem utilizada nos comandos das tarefas) e, ao mesmo tempo, podem pensar novas elaborações para a tarefa. Assim, uma mesma tarefa passa por muitas reescritas. 4) A DR é iterativa e ecologicamente válida; ela é desenvolvida em ciclos iterativos de invenção e revisão, em que as conjecturas são refinadas durante o processo. Muitas vezes, no próprio desenvolvimento da tarefa em sala de aula, o professor já identifica seus problemas. Assim, quando ele retorna com o material para o grupo, um primeiro refinamento já foi feito. Os pares discutem os registros produzidos, bem como a avaliação do professor-pesquisador, e reescritas das tarefas são conduzidas. Essas novas elaborações retornam à sala de aula de outro professor-pesquisador do grupo, e o ciclo se repete, até chegar o momento em que julgamos que a tarefa está adequada e é, portanto, validada, com a especificação do nível de ensino a que ela se destina. Essa tarefa passa a compor o banco de tarefas do Grucomat. 5) A DR é orientada para a prática: esta é a origem da DR, ser uma pesquisa aplicacionista e intencional. No Grucomat esse é o momento de síntese das pesquisas realizadas sobre a temática. É quando seus participantes analisam os dados produzidos, e diferentes pesquisas emergem: tanto dos professores-pesquisadores da escola básica, que produzem seus textos para periódicos, eventos ou capítulos de livros, quanto dos professores-pesquisadores da universidade, que vinculam essas pesquisas aos projetos que desenvolvem no Programa de Pós-Graduação em Educação. Até o momento, todos os projetos desenvolvidos no Grucomat foram publicados em forma de livro ou *e-book*, com textos de todos os participantes. Essas publicações são voltadas aos professores da educação básica em seus diferentes níveis de ensino e sempre trazem – como nesta coletânea – os resultados com estudantes em salas de aula reais, produzidos no movimento dialético entre teoria e prática.

O excerto da narrativa a seguir, mostra o movimento da DR no Grucomat:

> *Várias vezes nos deparamos com a reescrita de enunciados ou adequação dos itens das questões para ser coerente com os autores, mesmo como pesquisadores. Colocávamo-nos no lugar do professor e também do próprio aluno no momento da realização da atividade. Esse é um dos exercícios que deve ser comum aos professores para propor tarefas efetivas aos alunos e também preparar para possíveis questionamentos. A aplicação das tarefas, com muito trabalho em grupo, pede a interação e intervenção do professor, por isso pensávamos sempre nos possíveis questionamentos que o professor poderia fazer aos alunos e também no que os mesmos poderiam perguntar. Uma das partes mais ricas do projeto todo é poder colocar as tarefas em práticas e aplicá-las em sala de aula. (Narrativa de Caio)*

A essas cinco características integramos mais uma, defendida por Matta, Silva e Boaventura (2014, p. 26): a colaboração. Esses autores entendem que há vários graus de colaboração, e a pesquisa é validada por todos os participantes. O excerto da narrativa a seguir evidencia a importância da colaboração:

> *Sem dúvidas meu olhar para o ensino de Matemática é hoje muito diferente de quando entrei em uma sala de aula pela primeira vez e devo muito às relações estabelecidas no grupo. Não acredito em maneira mais eficiente de contribuir para a formação continuada de um professor, a não ser partindo do compartilhamento de experiências, dúvidas, aprendizagens mútuas. A formação nesta perspectiva é co-construída, pois não existe um formador, mas diferentes profissionais, com diversas formações, experiências e tempo de carreira compartilhando e construindo conhecimento em parceria. (Narrativa de Iris)*

Assim, a DR visa integrar a prática e a pesquisa, tendo como foco a aprendizagem, evidenciando que a pesquisa e os *designs* de instrução são interdependentes. O *design* de situações de aprendizagem constitui o contexto para pesquisas, e estas, por sua vez, melhoram as práticas. Trata-se de um processo de produção de teorias e de conhecimentos significativos para a prática. Defendemos que a DR gera conhecimentos da prática (Cochran-Smith & Lytle, 1999). É importante frisar que nos aproximamos da DR, mas fazemos as adaptações no nosso grupo; a revisão na literatura – que é bastante vasta – aponta que há muitas nuances para essa abordagem metodológica.

O excerto a seguir, extraído de Luvison (2019, p. 77), mostra o movimento do grupo para a sala de aula e desta para o grupo. Trata-se de uma tarefa elaborada para que os alunos identificassem uma regularidade numa tira colorida. A expectativa era de que os alunos percebessem o padrão proposto na tira, estabelecendo relações entre a cor e sua posição.

> Percebo o quanto de discussão perdi, pois, pela “ansiedade”, acabamos atropelando todo o processo que vínhamos construindo e que poderia ser ampliado ainda mais. ... Esse conjunto de episódios foi levado para o Grucomat, para o qual apresentei tanto a videogravação quanto a narrativa. Nas discussões do grupo, percebi que não consegui fazer questionamentos durante a socialização para que os alunos conseguissem se mobilizar no decorrer da tarefa e refletir sobre ela. Portanto, apesar de terem feito várias relações, principalmente ao final da atividade, faltava algo, faltava levantar outras hipóteses e validá-las. A professora Adair Nacarato e o professor Arthur Powell, presentes nesse dia, fizeram um questionamento semelhante, que pode ser reproduzido da seguinte forma: “que perguntas poderia ter feito e não fez para ajudar as crianças a avançarem?”. Instigada por essa questão e pelas discussões no grupo, percebi que poderia repensar a tarefa e, ao mesmo tempo, refletir mais em torno dela. Com isso, a tarefa das fitas ganhou um novo significado para mim: tracei um novo percurso, e foi rumo a ele que decidi trilhar.

Instigada pelos questionamentos do grupo, a professora Cidinéia voltou a trabalhar com a mesma tarefa no ano seguinte e assim ela finalizou sua narrativa:

> Ao repensar a tarefa das fitas e as perguntas que poderia ter feito com os alunos no ano de 2014, voltei a analisar a tarefa e observei as possibilidades que ela oferecia, além das que propus naquele primeiro momento. Diferentemente dos caminhos percorridos, no 3.º ano para o qual lecionei em 2015 fiz pouquíssimas intervenções, em que deixei fluir as discussões entre eles, guiando-os e acompanhando-os em todos os rumos que eram tomados. Com maior segurança, percebia a constituição desse processo, dos alunos, de minha voz, de minhas intervenções, de meus objetivos, acreditando e confiando nas potencialidades das crianças. Embora essa crença já existisse em 2014, acredito que a socialização foi de certa forma comprometida, o que não gerou um avanço ainda maior. (LUVISON, 2019, p. 87)

Embora sejam apenas excertos, em ambos é possível identificar o processo de aprendizagem da professora e, portanto, seu desenvolvimento profissional. Dessa forma, os estudos sobre a DR nos aproximaram dos trabalhos de Bannan-Ritland (2008) para a proposta de *Teacher Design Research* (TDR), a qual visa discutir o desenvolvimento profissional do professor, ao envolvê-lo no ciclo da DR, promovendo aprendizagens sobre o conteúdo, colocando-o em processos de reflexão sobre sua prática. Para a autora, a TDR coloca os professores no movimento de elaborar tarefas e desenvolver pesquisas em sala de aula, testando o material produzido, produção essa que ocorre na parceria, no trabalho colaborativo com outros professores, também engajados nos ciclos da DR. Em Nacarato e Moreira (2019) apresentamos uma discussão mais ampla desse construto teórico, analisando um episódio de sala de aula a partir da tarefa elaborada pelo Grucomat e observando como ela foi escrita e reescrita até chegar a uma redação final.

Há um movimento que possibilita a reflexão do professor sobre sua prática e suas aprendizagens e, portanto, seu desenvolvimento profissional. O excerto da narrativa pedagógica a seguir mostra esse movimento de reflexão e compartilhamentos dos professores no Grucomat:

> *Só acredito na formação continuada do professor quando este se sente mobilizado, quando a formação faz sentido à sua prática pedagógica. Para isso, há que se pensar em uma formação que promova o aprofundamento teórico e, não menos importante, o diálogo, a troca. Nós, professores, temos muito a dizer sobre a sala de aula, assim como temos muito a aprender nos livros e com nossos pares. Acredito que a proposta do Grucomat se enquadra exatamente nessa formação com sentido, pois é desenvolvida com base em princípios fundamentais como o diálogo, a troca, a reflexão e a construção. (Narrativa de Kátia)*

Esse excerto sinaliza para os processos de aprendizagem e de desenvolvimento da professora participante do Grucomat.

Para concluir...

Criar um grupo e mantê-lo ativo não é tarefa fácil, principalmente quando a participação dos professores é voluntária. As condições atuais de trabalho docente, que resultam em uma sobrecarga desumana de trabalho, não têm permitido que os professores busquem por espaços formativos. O grupo já passou por altos e baixos: há momentos em que os encontros ficam esvaziados, exigindo das coordenadoras propor ações mais dinâmicas. O período pandêmico de 2020 a 2022, provocado pela Covid 19, foi muito difícil, pois não tivemos como desenvolver as tarefas em sala de aula. Também foi muito árduo para os professores o retorno em 2022, quando as aulas voltaram a ser presenciais, pois foi preciso ajudar os estudantes a superar dois anos de ensino remoto emergencial. Assim, mesmo que já estejamos há quatro anos trabalhando com o desenvolvimento do pensamento proporcional, somente agora, em 2023, estamos conseguindo levar as tarefas já elaboradas para a sala de aula; por isso não dispomos ainda de material para compartilhar neste texto.

Quando entramos nessa etapa do trabalho, de análise das tarefas sendo desenvolvidas em sala de aula, o grupo volta a se animar, pois esses encontros são potencializadores de aprendizagens sobre a temática que estamos estudando. Ao nos dedicarmos à análise dos registros de aulas, sejam os escritos dos alunos, sejam as narrativas dos professores, vamos aprendendo a ensinar e, ao ensinar, vamos aprendendo, num processo de colaboração e reflexão. Retomando as ideias de Smolka (2000), nossos modos de agir, de pensar e de nos relacionarmos vêm das relações sociais nas quais estamos envolvidos. O Grucomat tem uma identidade coletiva a qual reverbera nas ações dos participantes: a colaboração, o respeito ao trabalho e ao pensamento do outro. Importa também saber colocar-se à escuta do outro – o colega ou os estudantes na sala de aula.

Referências

Bannan-Ritland, B. (2008). Teacher design research: An emerging paradigm for teachers' professional development. In Anthony E. Kelly, Richard A Lesh, & John Y. Baek (ed.), *Handbook of design research methods in education.* New York: Routledge, p. 246-262.

Cochran-Smith, M., & Lytle, S. L. (1999). Relationships of knowledge of practice: teacher learning in communities. *Review of Research in Education, 24*, 249-305.

Frauendorf, R. B. S. et al. (2016, setembro-dezembro). Mais além de uma história: a narrativa como possibilidade de autoformação. *Revista Educação PUC-Campinas*, 21(3), 351-361.

Ibiapina, I. M. L. M. (2008). *Pesquisa colaborativa: investigação, formação e produção de conhecimentos*. Liber Livro.

Luvison, C. C. (2019). As potencialidades das tarefas investigativas sobre padrões numéricos em um 3.º ano do ensino fundamental. In A. M. Nacarato, & I. A. Custodio (Orgs.), *Narrativas de aulas de Matemática de uma comunidade de investigação como prática de formação docente* (vol. 1, pp. 71-88). Sociedade Brasileira de Educação Matemática. http://www.sbembrasil.org.br/ebook/ebook2.html.

Matta, A. E. R., Silva, F. P. S., & Boaventura, E. M. (2014, julho-dezembro). *Design-Based Research* ou pesquisa de desenvolvimento: metodologia para pesquisa aplicada de inovação em educação do século XXI. *Revista da FAEEBA- Educação e Contemporaneidade*, 23(42), 23-36, file:///C:/Users/adamn/Downloads/1025-2428-1-SM%20(1).pdf.

Molina, M., Castro, E., & Castro, E. (2007). Teaching experiments within design research. *The International Journal of Interdisciplinary Social Sciences,* 2(4), 435-440. http://funes.uniandes.edu.co/547/1/MolinaM07-2864.PDF.

Nacarato, A. M. & Custódio, I. A. (Orgs.). (2018). *O desenvolvimento do pensamento algébrico na educação básica: compartilhando propostas de sala de aula com o professor que ensina (ensinará) matemática* (vol.1). SBEM.

Nacarato, A. M., & Custodio, I. A. (Orgs.). (2019). *Narrativas de aulas de Matemática de uma comunidade de investigação como prática de formação docente*. Sociedade Brasileira de Educação Matemática, v.1, p. 20-34. http://www.sbembrasil.org.br/ebook/ebook2.html.

Nacarato, A. M., Custódio, I. A., & Frare, R. E. B. (2021). The production of pedagogic narratives as a formative process in contexts of collaboration. *Sisyphus Journal of Education*, 9(11), 33.

Nacarato, A. M., Custódio. I. A., & Grillo, C. L. (2019). *Design Research c*omo abordagem metodológica do Grucomat. In Nacarato, A. M.; Custodio, I. A. (Orgs.), *Narrativas de aulas de Matemática de uma comunidade de investigação como prática de formação docente* (vol.1, pp. 20-34). Sociedade Brasileira de Educação Matemática. http://www.sbembrasil.org.br/ebook/ebook2.html. .

Nacarato, A. M. & Moreira, K. G. (2019). Práticas formativas do Grucomat: aproximações entre a abordagem *Teacher Design Research* e as narrativas de aulas como promotoras do desenvolvimento profissional do professor. In: A. M. Nacarato & I. A. Custodio (Orgs.), *Narrativas de aulas de Matemática de uma comunidade de investigação como prática de formação docente* (vol.1, pp. 177-188). Sociedade Brasileira de Educação Matemática, http://www.sbembrasil.org.br/ebook/ebook2.html

Powell, A. & Ali, K. V. (2018). Design Research in mathematics Education: investigating a measuring approach to fraction sense. In José Francisco Custódio et al. (Orgs.), *Programa de pós-graduação em educação científica e tecnológica (PPGECT): contribuições para pesquisa e ensino* (pp. 221-242). Livraria da Física.

Smolka, A. L. B. (2000). O (im)próprio e o (im)pertinente na apropriação das práticas sociais. *Cadernos Cedes, 50*, 26-40

Resolução de problemas e pensamento matemático

Problem solving and mathematical thinking

Resolución de problemas y pensamiento matemático

Eduardo Mancera Martínez[6]
Asociación Mexicana de Matemática Educativa, vicepresidente del CIAEM

Resumo

Esta apresentação tem como objetivo refletir sobre algumas tendências relevantes na resolução de problemas em matemática, será exposta a construção de uma perspectiva para o ensino de matemática na educação básica e secundária, que foi desenvolvida em uma Reforma Curricular do México, conhecida como Teste Operativo , que foi realizado no final do século XX, mas que pode ser utilizado em todos os níveis de ensino; Além disso, pode ser relacionado a métodos de descoberta em matemática propostos por promotores da Matemática Moderna e que ainda são válidos. Alguns componentes relevantes do pensamento matemático podem ser considerados.

Palavras-chave: problemas, resolução, habilidades, pensamento.

Abstract

This presentation has the purpose of reflecting on some relevant trends in solving problems in mathematics, the construction of a perspective for the teaching of mathematics in basic and secondary education will be exposed, which was developed in a Curricular Reform of Mexico, known as Operative Test , which was carried out at the end of the 20th century, but which can be used at all educational levels; In addition, it can be related to discovery methods in mathematics proposed by promoters of Modern Mathematics and which are still valid. Some relevant components of mathematical thought may be considered.

Keywords: problems, resolution, skills, thinking.

Resumen

Esta presentación tiene como propósito reflexionar sobre algunas tendencias relevantes en la resolución de problemas en matemáticas, se expondrá la construcción de una perspectiva para la enseñanza de las matemáticas en la educación básica y media, que se desarrolló en una Reforma Curricular de México, conocida como Prueba Operativa. , que se realizó a finales del siglo XX, pero que se puede utilizar en todos los niveles educativos; Además, se puede relacionar con métodos de descubrimiento en matemáticas propuestos por los promotores de las Matemáticas Modernas y que aún se mantienen vigentes. Se pueden considerar algunos componentes relevantes del pensamiento matemático.

Palabras clave: problemas, resolución, habilidades, pensamiento.

[6] mancera.eduardo@gmail.com

Antecedentes

La historia de la matemática ofrece evidencias sobre la importancia de la resolución de problemas en la generación de conocimientos. Al principio, las formas y el espacio que ocupan los cuerpos fueron fundamentales, antes del número, pues se requirió ubicar o localizar lugares, determinar la cercanía de objetos, personas o sitios de interés, comparar tamaños de objetos y su forma, incluso se pudo comparar colecciones a partir del espacio que ocupan; posteriormente, se requirió administrar recursos o realizar intercambios, con objetos que no necesariamente estaban o a la mano, añadir o quitar cosas de colecciones, registrar bienes, entre otros asuntos con lo que se propició la construcción del número y sus operaciones. El uso de los números condujo a crear instrumentos de conteo y dispositivos para determinar distancias, tamaños, áreas o volúmenes, así fue conformándose la "medición". Sin embargo, paulatinamente se fueron representando las propiedades y relaciones entre figuras y números con dibujos o símbolos diferentes, no necesariamente vinculados con actividades humanas. Así, desde la antigüedad, hubo dos tipos de intereses para tratar con relaciones espaciales y cuantitativas, uno ligados a solución de problemáticas de las comunidades y otro sobre la indagación de relaciones generales, abstractas. Siguen vigentes esas categorías que son fuente de problemas matemáticos. Sin embargo, esas categorías se entrelazan pues algunas relaciones estudiadas en abstracto fueron útiles para abordar y resolver algunas problemáticas de los grupos humanos, inversamente, al intentar resolver problemas de las comunidades se generaron algunos constructos y nuevas relaciones matemáticas.

La resolución de problemas como objeto de estudio

El papel relevante de la resolución de problemas en matemáticas fue reconocido por matemáticos de varias épocas. Paul Halmos (1916 – 2006) lo expresó con el aforismo: *El corazón de las matemáticas son sus propios problemas*.

La resolución de problemas también es un entorno propicio para reconocer a quienes tienen habilidades matemáticas específicas, ya sea de razonamiento lógico, modelación, identificación de relaciones cuantitativas o espaciales, manejo de procedimientos operativos, entre otras. Aunque frecuentemente se reducen dichas habilidades a destrezas operativas o manipulación de símbolos, con lo cual desvía la atención a la esencia de la resolución de problemas, que implica procesos de toma de decisiones y la creación y experimentación de procedimientos para obtener una solución. Al resolver problemas, no importa un orden de contenidos, se experimenta y se van perfilando algunos conocimientos potencialmente útiles, algunos sirven, otros no. Es importante reconocer que las capacidades operativas o los conocimientos de procedimientos rutinarios no alcanzan para encontrar una solución de un problema.

Parte de la investigación en educación matemática sobre la resolución de problemas se concentra en procedimientos desarrollados por docentes o estudiantes para resolver un problema, frecuentemente de aplicación o para manejar relaciones matemáticas abstractas. En este enfoque se presta mayor atención en las ideas generadas, representaciones utilizadas e interpretaciones de métodos y conceptos.

Por la importancia de la resolución de problemas varios matemáticos o sicólogos se ocuparon de indagar sobre el tema. Jacques Hadamard (1845 – 19663) escribió sobre la creación del conocimiento matemático o la invención matemática, donde reconoce la conexión entre la resolución de problemas y lo que conforma la inteligencia matemática (Hadamard, 1947); Serguéi Leonidovich Rubinstein (1889 – 1960), dedicó parte de su trabajo a establecer, a partir de relaciones geométricas, los procesos de análisis, para diferenciar lo dado, lo conocido, lo desconocido y lo buscado y los procesos de síntesis, para revelar o determinar relaciones entre diversas partes (Rubinstein, 1963); Vadim Andreyevich Krutetsky, (1917 – 1991) También conocido como Krutetskii, realizó un amplio estudio con niños talentosos y logró identificar algunas habilidades matemáticas, llama la atención algunos temas que aborda, como la memoria matemática, la generalización, flexibilidad y reversibilidad de pensamiento y la importancia de la consideración de las relaciones espaciales (Krutetskii ,1976); Georges Polya (1887 – 1985), incrementó el interés sobre la resolución de problemas, al difundir sus conclusiones, obtenidas por introspección, de cuatro etapas: comprensión del problema, concebir un plan, ejecutar el plan y examinar la solución (Polya1965). Etapas que tuvieron mucho impacto y se aplicaron en la enseñanza, al respecto, en un anuario del National Council of Teachers of Mathematics, se reportan varias experiencias al respecto, pero se infiere que no tuvieron el efecto esperado (NCTM,1980), sin embargo la perspectiva de Polya fue más amplia: Destaca el papel de la intuición, inducción y sobre todo la analogía en la resolución de problemas (Polya, 1966) y aportó ejemplos para para valorar la transferencia de conocimiento matemático en otras áreas de conocimiento (Polya, 1977); Alan Schoenfeld, identificó cuatro factores importantes en la resolución de problemas: recursos, heurísticas, control y sistema de creencias, con lo cual se ofreció evidencia importante para no reducir el proceso de resolución de problemas a los conocimientos o la operatividad ni tampoco el desarrollo de procedimientos complementarios o “trucos”, pues si no existe una coordinación de estos elementos pueden no obtenerse resultados adecuados, además mostró la influencia de las creencias (Schoenfeld, 1985).

Hay una gran cantidad de estudios sobre el tema que ocupa este escrito, solamente se han mencionado influencias para el diseño de una perspectiva sobre la enseñanza de la matemática vía la resolución de problemas, desarrollada por quien escribe, cuando fue responsable de la asignatura de matemáticas en una Reforma Curricular de la Educación Básica en México (Mancera, 1991) y que se presentó en algunos materiales para la formación de maestros (Mancera, 2000) que posteriormente fue adaptado y se amplió, con la inclusión de otros contenidos para el uso de dispositivos tecnológicos, a fin de utilizarlo en acciones de capacitación y actualización de maestros de matemáticas en varias regiones (Mancera, E. y Basurto, E., 2016). A continuación, se describen las ideas principales de dicha perspectiva, que se ha aplicado a muestras grandes, de docentes en servicio, docentes en formación inicial y estudiantes principalmente de los niveles primario y secundario, cuyas edades fluctúan entre 11 y 14 años.

Planteamiento de una propuesta de enseñanza con base en la resolución de problemas

Buena parte de la investigación sobre resolución de problemas se ocupa de analizar un proceso que consiste de tres partes secuenciales: **datos** (entrada), **procedimientos** (proceso de los datos) y **resultado** (salida). Cada parte se ha revisado identificando varios temas importantes: los datos no solamente son información de entrada, en ocasiones indican un contexto, tal vez “cotidiano”, también plantean relaciones entre cantidades o relaciones espaciales, entre otros rasgos; el procedimiento, se asocia con procesos de “traducción” de relaciones cuantitativas o espaciales a representaciones diversas, el uso de una variedad de conocimientos para llevar a cabo ensayos y probar su eficacia, en ese proceso pueden crearse relaciones que se someterán a prueba, se ponen en juego la búsqueda de regularidades o patrones (inducción) o la semejanza de situaciones entre un problema y otro (analogía), cometiendo errores y corrigiéndolos, entre otros elementos; el resultado, se relaciona no sólo con una consecuencia, sino también con su comprobación, con preguntas sobre el alcance de las respuestas o determinar si hay otras posibilidades, incluso si es posible encontrar una respuesta, etc.

En la enseñanza tradicional todos esos temas son ignorados o pasan a segundo término, pues se inicia con el nombre de un tema por abordar, definiciones e indicaciones de pasos a seguir en un procedimiento, luego se plantean ejemplos (generalmente con datos elegidos para que los procedimientos sean sencillos de realizar) y se termina pidiendo que se resuelvan muchos ejercicios, algunos de ellos con textos asociados a "situaciones cotidianas" y se les considera erróneamente problemas. En esta perspectiva la idea fundamental es "entrenar" para "comprender". Después de "explicar n tema, las dudas se resuelven siguiendo paulatinamente cada uno de los pasos señalados, repitiendo una y otra vez. La evaluación se concentra en revisar si se han desarrollado cada uno de los pasos planteados bajo la creencia de que seguir ordenadamente los pasos conducirá inevitablemente a una respuesta correcta, aspecto que se ha rebatido en la investigación.

La perspectiva que se diseñó, invierte la secuencia de la enseñanza tradicional, implica partir de un problema, que puede ser de "aplicación" o de interés "matemático", pero debe ser claro su enunciado y con datos "sencillos", es decir, datos que permitan "intuir" relaciones o procedimientos: Considérese el siguiente problema:

Llenar un recipiente (depósito, tanque, tinaco) con dos llaves, cada una de las cuales puede llenarlo en cierto tiempo si solamente se abre una llave, la pregunta consiste en determinar el tiempo que se tardarán en llenarlo las dos llaves abiertas simultáneamente.

En general se trabaja este problema en equipos pequeños de participantes. Se inicia pidiendo "opiniones" sobre la posible respuesta (es decir, **estimaciones**) con el fin de saber si han entendido la situación.

El docente se concentra en sugerir, no indicar lo que se debe hacer o que contenidos manejar, pero puede aprovechar las discusiones de los estudiantes para proponer prestar atención en algo.

Algunos participantes pueden plantear que se requiere la capacidad del recipiente, el docente no responde, solo les indica que pueden incorporar ese dato, posteriormente se darán cuenta que no es necesario.

Las estimaciones, generalmente se apoyan en relaciones numéricas. Algunas estimaciones que se plantean son: 30, 20, 15,10, 7, 6 o 5 minutos. Lo importante es que **argumenten** la viabilidad de las estimaciones y descartar las que no satisfacen las condiciones del problema, ya sea porque se derramaría el recipiente o porque faltaría mucho por llenar.

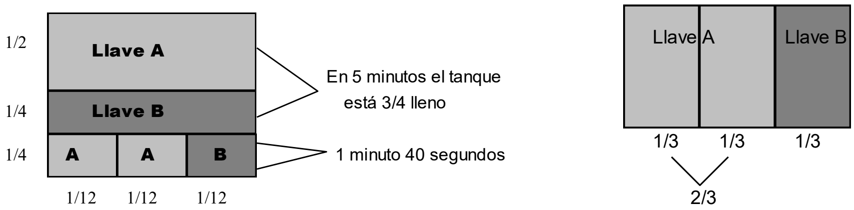
Nótese que los tiempos asignados a las llaves facilitan argumentaciones sobre las estimaciones, pero si se plantea que una llave lo llena en 3 minutos y otra en 11, será más complicado hacer una estimación y encontrar una argumentación satisfactoria.

Después de haber realizado estimaciones, se pide que resuelvan el problema sin dar lineamientos para seguir una línea de trabajo, usarán lo que consideren pertinente, **el maestro sigue animando y sugiriendo.**

Algunos niños pequeños o maestros en formación inicial, a veces hacen dibujos para tener ideas sobre el llenado del depósito, como si se les facilitara tener los elementos del problema a la mano para inferir una relación entre los tiempos de llenado de las llaves, haciendo relaciones entre lo que debe llenar una u otra a medida que pasa cierto tiempo, es decir, las estimaciones realizadas de alguna manera han generado posibles caminos de resolución del problema, que les permite iniciar sus reflexiones como si tuvieran el depósito y las llaves a mano y pudieran observar algunas regularidades cuando se avanza poco a poco en llenado del recipiente y donde no importa su forma ni capacidad.

Figura 1.

Búsqueda de soluciones del problema de las llaves con diagramas



En algunos grados más avanzados y con maestros en servicio, surgen respuestas de carácter numérico, sin dibujos, centrados en las relaciones de proporcionalidad que pueden imaginar y que son capaces de expresar con símbolos.

Tabla 1.

Problema de dos llaves con planteamiento de soluciones numéricas "sencillas"

Argumento	Solución numérica asociada
La llave de 20 minutos tarda más, el doble de la de 10, al llenar un tercio de la de 20 con la otra se debe llenar todo …	$\frac{1}{3} \times 20$
La de 10 es más rápida que la de 20, mientras la de 10 llena dos partes la de 20 llena una, se llena cuando la de 10 llena dos partes de tres …	$\frac{2}{3} \times 10$
Mientras la de 10 llena uno, la de 20 llena la mitad, en 10 minutos se llenaría un recipiente y medio …	$10 \div \frac{3}{2}$
Si con la llave de 10 se forman dos llaves, son tres llaves de 20, la solución es 20 entre 3 …	$\frac{20}{3}$

Los maestros en servicio de los últimos grados prefieren utilizar explícitamente relaciones de proporcionalidad o métodos de aproximación o relaciones algebraicas sus estudiantes no, aunque ya los hayan trabajado.

Estando en esta situación, el maestro puede sugerir que se analice minuto a minuto lo que sucede con cada llave por separado y juntas, así se podrán generalizar las relaciones más importantes y determinar procedimientos de resolución del problema, detectando regularidades o patrones al elaborar una tabla y discutir con los estudiantes lo que ocurre en ciertas unidades de tiempo.

Tabla 2.

Procedimiento generando una sucesión por minuto

Llave	1 minuto	2 minutos	3 minutos		n minutos
De 10´	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{3}{10}$	. . .	$\frac{n}{10}$
De 20´	$\frac{1}{20}$	$\frac{2}{20}$	$\frac{3}{20}$	. . .	$\frac{n}{20}$
Ambas	$\frac{1}{10}+\frac{1}{20}$	$\frac{2}{10}+\frac{2}{20}$	$\frac{3}{10}+\frac{3}{20}$	. . .	$\frac{n}{10}+\frac{n}{20}$

Es el momento preciso para que en el contexto de la resolución del problema se introduzcan, con sugerencias, nuevos contenidos y relaciones matemáticas.

Tabla 3.

Procedimientos usando razonamiento proporcional

	Se llena	Proporciones	Regla de tres (ecuación)
En un minuto	$\frac{1}{10}+\frac{1}{20}=\frac{3}{20}$	$\frac{1}{10}+\frac{1}{20}=\frac{3}{20}, \frac{2}{10}+\frac{2}{20}=\frac{6}{20}, \dots$ $\frac{6}{10}+\frac{6}{20}=\frac{18}{20}$ Solución aproximadamente 6 minutos, menos de 7 minutos. También se puede completar el procedimiento de la siguiente manera: Si en 1 min se llena $\frac{3}{20}$ ´el resto se llena en $\frac{2}{3}$ de un minuto Solución:$6+\frac{2}{3}=6\frac{2}{3}$	$\frac{x}{1}=\frac{1}{3/20}$
En cinco minutos5	$\frac{5}{10}+\frac{5}{20}=\frac{3}{4}$	$\frac{5}{10}+\frac{5}{20}=\frac{3}{4}$ Si en 5 min se llena tres cuartos en $5\div 3$ se llena el resto Solución $5+1\frac{2}{3}=6\frac{2}{3}$	$\frac{x}{1}=\frac{5}{3/4}$

De la tabla 2 se obtiene un modelo algebraico: $\frac{n}{10}+\frac{n}{20}=1$

Se pueden obtener otros: $\frac{3x}{20}=1, x+\frac{1}{2}x=10, x+2x=20, \dots$

Esto hace evidente otra forma de tratar el problema y la necesidad de conocer nuevos procedimientos, Lo cual se enfatiza pidiendo a los estudiantes que planteen problemas similares, cambiando datos y contextos, con el fin de que perciban que no solamente han resuelto un solo problema sino una gran cantidad de situaciones y que los métodos desarrollados con los datos "sencillos" tienen limitaciones.

Tabla 4.

Problemas similares con otros datos o diferentes contextos

Un depósito de agua llena una cisterna en 17 minutos y otra la llena en 20 minutos. Si las dos vierten agua simultáneamente ¿Cuánto se tardarán?
Una pipa de agua llena una cisterna en 17 minutos y otra la llena en 29 minutos. Si las dos depositan agua simultáneamente ¿Cuánto se tardarán?
Una secretaria hace un trabajo en 10 minutos y otra en 20 minutos. Trabajando juntas ¿Cuánto se tardarán?
Un albañil levanta una barda en 10 días y otro en 20. Trabajando juntos ¿Cuánto se tardarán?
Por las escaleras fijas subo en 23 segundos y por las eléctricas en 10. Caminando por las eléctricas ¿Cuánto tardaré?
En una vía recorre una distancia en 110 minutos, otro la recorre en 250 minutos. Si parten de puntos opuestos y recorren esa distancia ¿En qué momento chocarán?

Así el profesor además de hacer sugerencias puede ir incorporando terminología y delineando el contenido que debe abordar, sin hacerlo explícito aún.

En grados avanzados e incluso con maestros en servicio más experimentados, se puede continuar la experiencia identificado otros problemas, considerando más llaves y ver el efecto de esto en los resultados, para "jugar" con este tipo de relaciones.

Si tres llaves llenar el recipiente en 10, 20 y 30 minutos, usando el modelo encontrado se puede considerar la siguiente expresión$\frac{x}{10} + \frac{x}{20} + \frac{x}{30} = 1$:

Si se usa la misma expresión para un caso donde hay una fuga la expresión sería de la forma: $\frac{x}{10} + \frac{x}{20} + \frac{x}{30} - \frac{x}{3} = 1$, aunque se podrían incluir varias fugas y más llaves, En esta etapa se pueden utilizar ábacos, calculadoras, computadoras y ptros recursos para centrar la atención en la estructura del problema y en las relaciones generales, para no distraer la atención en la realización de operaciones que cada vez pueden complicarse.

Se puede ampliar más el problema considerando la cantidad de líquido derramado por un depósito que tiene fugas.

El proceso conviene completarlo pidiendo a los participantes que dada una respuesta se determinen los datos para obtenerla, el mismo modelo se puede emplear para encontrar el tiempo de una llave para que ambas tarden 7 minutos: $\frac{7}{10} + \frac{7}{t} = 1$. También se puede pensar en la relación de tiempos requerida para obtener una respuesta deseada: $\frac{7}{t} + \frac{7}{3t} = 1$. Además, se pueden implicar más llaves y fugas para un resultado dado.

Nótese que el problema de las llaves es una situación de aplicación, pues para hacer mezclas de refrescos, jarabes y otras posibilidades se puede proceder llenando un depósito con llaves que tienen diferentes tiempos de llenado de un depósito. Además de ser afectado el proceso por fugas, o para considerar diferentes tiempos en las llaves para obtener en cierto tiempo la mezcla deseada. Pero este problema puede ayudar a resolver muchas situaciones como el paso de corriente eléctrica o de agua procedente de una montaña y que inundará una región, entre muchas otras posibilidades.

Finalmente, se completa el tratamiento de los temas nuevos contenidos incorporados a lo largo de la experiencia para formalizar y cerrar la enseñanza del tema en cuestión, pero sobre la base del problema resuelto.

Pensamiento matemático y resolución de problemas.

La matemática pura no se ocupa necesariamente de resolver problemas de "aplicación", generalmente crece a partir de resolver diversos problemas de la teoría y por tanto se vuelve más abstracto su camino, pero el proceso descrito sigue un camino similar a los métodos de descubrimiento planteados por Choquet () que se utilizan en matemática pura, en la cual se parte de axiomas.

Si se comparan dichos métodos con la propuesta planteada se encuentran similitudes importantes, bajo que la perspectiva del pensamiento matemático es lo que produce ideas y relaciones y permite modificar el estado de cosas para poder abordar otras ideas o explorar otras posibilidades.

Tabla 5.

Comparación de los métodos de descubrimiento en matemática pura con el proceso de resolución de problemas.

Métodos de descubrimiento en matemáticas	**Semejanzas con actividades de resolución de problemas**
Relajamiento de axiomas	Relajamiento de datos o condiciones del problema

Refuerzo de axiomas	Refuerzo de datos o condiciones del problema
Estudio de estructuras próximas	Estudio de problemas similares
Creación de estructuras sometidas a exigencias previas	Creación de problemas sometidos a condiciones previas

Comentarios finales

Cabe señalar que se observó que los estudiantes incrementan su autoestima pues se parte de situaciones sencillas para llegar a relaciones complejas, como ha sucedido históricamente.

Una estimación aceptable, permite conocer si los estudiantes han comprendido el problema y les da ideas sobre cómo es posible resolverlo, además de tener una idea de la respuesta correcta, que les ayuda a saber si un procedimiento que intentan puede ser adecuado o no.

El mismo problema con más o menos etapas se puede plantear en diversos grados y obtener conclusiones diferentes, no será necesario esperar un grado o un solo grado donde plantearlo y trabajarlo, esto puede hacerse con la mayoría de los problemas.

No se requieren muchos ejercicios, basta trabajar a fondo un problema y mostrar que de este se desprenden varios problemas similares cambiando datos, ampliando las condiciones del problema o ajustando datos a respuestas dadas.

Un solo problema basta para llevar la imaginación y el pensamiento matemático a un buen nivel de desarrollo.

Algunos piensan que los estudiantes de menor edad no pueden resolver este tipo de problemas pues no conocen algunas métodos y nociones, pero eso va en contra de la evolución del pensamiento matemático.

Hablar de conocimientos previos o preconceptos son especulaciones que atienden más al orden disciplinario, convenido por especialistas, que al desarrollo del pensamiento.

Referencias

Hadamard. J. (1947). Psicología de la invención en el campo matemático. Historia y filosofía de la ciencia, Espasa-Calpe Argentina S.A., Buenos Aires-México

Krutetskii, V. A. (1976). The Psychology of Mathematical Abilities in Schoolchildren (Survey of Recent East European Mathematical Literature). The University of Chicago Press, Chicago, USA.

Mancera, E. (1991). La Matemática de la Educación básica. El enfoque de la Modernización Educativa. *Revista Educación Matemática*, 3(3), 10-30.

Mancera, E. (2000). Saber Matemáticas es saber resolver problemas. Grupo Editorial Iberoamérica. México.

Mancera, E. y Basurto, E. (2016), . Saber matemáticas es saber resolver problemas. Colección Formación de Docentes de Matemáticas. SIRVE. México.

NCTM (1980). Problem solving in school mathematics. 1980 Yearbook. The National Council of Teachers of Mathematics. USA

Polya, G. (1965). Cómo plantear y resolver problemas. Editorial Trillas, México.

Polya, G. (1966). Matemáticas y razonamiento plausible, Estructura y Función. Editorial Tecnos, Madrid. España.

Polya G. (1977). Mathematical Methods in Science. Mathematical Association of America. USA

Rubinstein, S. L. (1963). El Ser y la Conciencia y el Pensamiento y los Caminos de su Investigación. Colección Ciencias Económicas y Sociales. Editorial Grijalbo. México

Schoenfeld, A. (1985). Mathematical problem solving. Academic Press Inc. USA

Relação da Matemática com outras áreas de conhecimento: interdisciplinaridade na escola

Relationship of Mathematics with other areas of knowledge: interdisciplinarity at school

Relación de las Matemáticas con otras áreas del saber: la interdisciplinariedad en la escuela

Marger da Conceição Ventura Viana[7]
Universidade Federal de Ouro Preto
0000-0003-1522-7163

Resumo

Abordaremos a relação da Matemática com outras áreas de conhecimento, para uma breve passagem pela interdisciplinaridade, pois o conhecimento dos conceitos matemáticos no contexto social mostra o papel dessa ciência no cotidiano dos alunos, uma vez que essa disciplina interfere no aprendizado de outras. Propõe-se expor um resumo de algumas divisões da ciência a partir de Aristóteles (Sócrates, Platão). E, analisando as disciplinas curriculares, considerar uma divisão simplificada, pois o estudo da Matemática pode promover competências e estratégias de resolução de problemas envolvendo outras disciplinas como a Física, a Biologia e a Química, contribuindo também para o desenvolvimento do raciocínio. Então, consideraremos relações com a História da Matemática e a Educação Matemática para compreender conceitos básicos da Matemática e integrá-los a outros, auxiliando para a formação cultural do aluno. Os Parâmetros Curriculares Nacionais e as Orientações Curriculares para o Ensino Médio oferecem sugestões de abordagens interdisciplinares da Matemática na escola. É importante refletir sobre a influência da Matemática na construção da cidadania, pois os desafios que se descortinam exigem tomadas de decisões baseadas em resolução de problemas e construção de modelos. Além disso, o documento da Organização das Nações Unidas, Agenda 2030, apresenta um conjunto de objetivos para o desenvolvimento sustentável que, em sua maioria, exige uma sociedade matematicamente alfabetizada.

Palavras-chave: Matemática, Resolução de problemas, Relações da Matemática, Áreas do conhecimento, Interdisciplinaridade.

Abstract

We will address the relationship of Mathematics with other areas of knowledge, for a brief passage through interdisciplinarity, since the knowledge of mathematical concepts in the social context shows the role of this science in the daily lives of students, since this discipline interferes in the learning of others. It proposes to expose a brief summary of some divisions of science from Aristotle (Socrates, Plato). And analyzing the curricular disciplines, a simplified division can be considered, since the study of mathematics can promote skills and problem-solving strategies involving other disciplines such as Physics, Biology and Chemistry, also contributing to the development of reasoning. Then we will consider relations with the History

[7] margerv@ufop.edu.br

of Mathematics and Mathematics Education to understand basic concepts of Mathematics and integrate them with others contributing to the cultural formation of the student. The National Curricular Parameters and the Curriculum Guidelines for High School offer suggestions for interdisciplinary approaches to Mathematics at school. It is important to reflect on the influence of Mathematics in the construction of citizenship, as the challenges that emerge require decision-making based on problem solving and model building. In addition, the United Nations document, Agenda 2030, presents a set of goals for sustainable development that, for the most part, require a mathematically literate society.

Keywords: Mathematics, Problem solving, Relationships of Mathematics, Areas of knowledge, Interdisciplinarity.

Resumen

Abordaremos la relación de las Matemáticas con otras áreas del conocimiento, para un breve paso por la interdisciplinariedad, ya que el conocimiento de los conceptos matemáticos en el contexto social evidencia el papel de esta ciencia en el cotidiano de los estudiantes, pues esta disciplina interfiere en el aprendizaje de otros. Se propone exponer un breve resumen de algunas divisiones de la ciencia desde Aristóteles (Sócrates, Platón). Y analizando las disciplinas curriculares, se puede considerar una división simplificada, ya que el estudio de las matemáticas puede promover habilidades y estrategias de resolución de problemas que involucren a otras disciplinas como la Física, la Biología y la Química, contribuyendo también al desarrollo del razonamiento. Luego consideraremos las relaciones con la Historia de las Matemáticas y la Educación Matemática para comprender conceptos básicos de las Matemáticas e integrarlos con otros contribuyendo a la formación cultural del estudiante. Los Parámetros Curriculares Nacionales y los Lineamientos Curriculares para la Educación Secundaria ofrecen sugerencias para enfoques interdisciplinarios de las Matemáticas en la escuela. Es importante reflexionar sobre la influencia de las Matemáticas en la construcción de ciudadanía, ya que los desafíos que se presentan exigen una toma de decisiones basada en la resolución de problemas y la construcción de modelos. Además, el documento de las Naciones Unidas, Agenda 2030, presenta un conjunto de objetivos para el desarrollo sostenible que, en su mayor parte, requieren una sociedad matemáticamente alfabetizada.

Palabras clave: Matemáticas, Resolución de problemas, Relaciones de las Matemáticas, Áreas de conocimiento, Interdisciplinariedad.

Introdução

Tendo por objetivo abordar algumas conexões da Matemática com outras áreas ou campos de conhecimento, propõe-se a exposição de um resumo de algumas divisões da ciência a partir de Aristóteles (Sócrates, Platão).

Considerando as disciplinas curriculares dessa matéria, pode-se considerar uma divisão simplificada, pois o estudo da Matemática consegue promover competências e estratégias de resolução de problemas envolvendo outras como a Física, a Biologia e a Química, classificadas pelo nível de complexidade crescente por Auguste Comte, na seguinte ordem: Matemática, Astronomia, Física, Química, Biologia, Sociologia e Moral. Então, iniciaremos com Aristóteles, que, a partir da premissa "o homem aspira conhecer", propõe cinco níveis de conhecimento.

Serão consideradas outras classificações, como a do Conselho do Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) do Brasil, para estabelecer algumas relações. Assim, serão analisadas as relações com a Educação Matemática e a História da Matemática, ajustando o tema com as finalidades do IX Congresso Iberoamericano de Educação Matemática.

Para tanto, levaremos em conta os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) e a atual legislação educacional brasileira referente à Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para proceder a sugestões de abordagens interdisciplinares da Matemática na escola.

Nessa direção, a resolução de problemas envolvendo outras disciplinas pode contribuir para a compreensão de diferentes conteúdos, com o desenvolvimento do raciocínio e para a formação cultural do aluno. Dessa forma, o conhecimento dos conceitos matemáticos no contexto social mostra, claramente, a importância dessa ciência no cotidiano dos alunos, uma vez que essa disciplina interfere na aprendizagem de outras.

Além do exposto, é importante refletir sobre a importância dessa matéria na construção da cidadania na sua plenitude, pois os desafios que se descortinam exigem tomadas de decisões baseadas em resolução de problemas e construção de modelos.

A Agenda 2030, documento da Organização das Nações Unidas (ONU), apresenta um conjunto de objetivos para o desenvolvimento sustentável que, em sua maioria, exige uma sociedade matematicamente alfabetizada. Nesse contexto, é necessário repensarmos as práticas no âmbito dessa área do conhecimento para que possamos contribuir com o bem-estar da sociedade atual sem comprometer as gerações futuras.

Neste trabalho, serão abordados os temas: 1 - A Divisão das ciências, 2 - Matemática e resolução de problemas, 3 - Aprendizagem Matemática e Interdisciplinaridade e Considerações Finais.

A Divisão das ciências

Iniciamos com Aristóteles, que, a partir da premissa "o homem aspira conhecer", propõe cinco níveis de conhecimento: a sensação, a memória, a experiência, a arte e a ciência. E, em consequência, a classificação: Ciências produtivas, Ciências práticas e as Ciências teóricas constituídas pela Metafísica, Física, Matemática e Psicologia (CHAUI, 1997).

Deve-se a Descartes a recomendação para a integração metodológica das ciências porque "as ciências são fatias abstratas de um só grande saber". Esse filósofo considera estudar a realidade matematicamente, contudo, não apresentou uma completa divisão das ciências. Para ele "a diversidade das opiniões não resulta de serem uns mais racionais do que outros, mas somente de que conduzimos os nossos pensamentos por caminhos diversos e não consideramos as mesmas coisas, porque não basta ter o espírito bom, o principal é aplicá-lo bem".

Para Galileu, a linguagem adequada para a filosofia natural (ciências exatas e biológicas) é a Matemática.

Já Comte analisa as ciências pelo nível de complexidade crescente, classificando-as da seguinte forma: Matemática, Astronomia, Física, Química, Biologia, Sociologia e Moral. Posteriormente surgiram outras, que também foram apreciadas no critério da complexidade crescente de Comte e elaboradas em categorizações parecidas. A classificação do Conselho do Desenvolvimento Científico e Tecnológico do Brasil, da qual apresentamos uma parte, e de forma resumida e simplificada, é a seguinte: A **Matemática** com divisões e subdivisões *Álgebra (...), Análise (...), Geometria e Topologia (...), Matemática Aplicada (...)* e, a **Probabilidade e Estatística** (...), a **Ciência da Computação** (...), a **Astronomia** (...), a **Física** (...), a **Química** (...), as GeoCiências (...) e as **Ciências Biológicas** (...).

Matemática e resolução de problemas

> Problemas de matemática têm ocupado um lugar central no currículo de matemática escolar desde a Antiguidade. (Registros de problemas matemáticos são encontrados na história antiga egípcia, chinesa e grega, e são ainda, encontrados problemas em livros texto de matemática dos séculos XIX e XX) (ONUCHIC, 1999, p.199).

Há muito tempo, a partir do seu aparecimento na terra, o homem preocupa-se com a solução de problemas. Inicialmente, eram questões de sobrevivência como distinguir um lobo de uma matilha, diferenciar uma árvore baixa de uma alta e distinguir uma árvore de uma floresta eram questões de quantidade. Assim, quer na prática, resolvendo situações e desafios cotidianos, ou até mesmo da razão pura, criava-se Matemática para resolver problemas.

Com o advento da linguagem, problemas foram gravados em tabletes de argila ou em papiros. Tanto em um quanto em outro caso, existia a necessidade da organização do raciocínio, ou seja, de colocar as ações em um fluxo lógico que organizasse as percepções para chegar a alguma conclusão. Com o refinamento dos problemas, o desenvolvimento e a expansão das soluções foram transmitidos de geração em geração, o que fez com que o conhecimento humano fosse acumulado. Para muitos pesquisadores, resolver problemas é uma atividade natural da espécie humana (VIANA, 2015).

Nesse sentido, Polya (1945,1997) chega a afirmar que:

> Resolver problemas é da própria natureza humana. (...) A maior parte de nosso pensamento consciente é sobre problemas; quando não nos entregamos à simples contemplação, ou devaneios, nossos pensamentos estão voltados para algum fim (Polya, 1945, 1997, p.2).

O que caracteriza a condição de ser ou não ser um problema, no entanto, varia de acordo com o indivíduo. Isso depende de seus conhecimentos e/ou de situações que foram vivenciadas e, ainda, de sua condição de habilidade cognitiva diante de uma situação problema.

Assim, de acordo com Viana (1992), o que é problema para uma pessoa, pode não ser problema para outra. Além disso, para Dante (2010, p.11) “o que é problema num determinado contexto pode não ser em outro”, e segundo Lopes *et al*. (1996), na aprendizagem da Matemática, o problema adquire um significado muito preciso, não são situações que permitem “aplicar” o que já se sabe, mas sim produzir novos conhecimentos a partir do que já está disponível e em interação com os desafios.

De acordo com Schoenfeld (1985), a compreensão e o ensino da Matemática devem ser abordados como um domínio de resolução de problemas. A teoria de Schoenfeld é sustentada por uma imensa avaliação de documentos de alunos que solucionam problemas. A estrutura teórica também está baseada em trabalhos da psicologia cognitiva.

Aprendizagem de Matemática e interdisciplinaridade

Concordando que a Matemática está em tudo, Viana (1992, p.2), avalia que “a atividade matemática é parte essencial de quase toda profissão: comércio, administração, previsão do tempo, arquitetura, engenharia, medicina, economia são apenas alguns exemplos. Daí a necessidade do homem ser matematicamente alfabetizado".

De fato, a História da Matemática mostra que essa ciência vem sendo construída como resposta a perguntas provenientes de diferentes origens e contextos de outras ciências e da própria Matemática, de forma que problemas estão presentes durante sua evolução.

Com isso, a História da Matemática pode participar no processo de ensino-aprendizagem dessa ciência, tanto na forma implícita como na explicita. A relação é explícita quando a ênfase é colocada na própria história, por exemplo, usando uma pequena parte da História da Matemática; e implícita, quando aparece indiretamente, como elemento norteador na organização dos conteúdos matemáticos disciplinares, servindo de guia para o desenvolvimento das atividades matemáticas curriculares, indicando o caminho de trabalho que deve ser seguido a partir do uso de situações adequadas (VIANA, 2017).

Para o ensino de Matemática, no Brasil, foram criados os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), lançados em 1997, 1998 e 1999, respectivamente, para as séries iniciais e séries finais do Ensino Fundamental e para os três anos do Ensino Médio (BRASIL, 1997, 1998, 1999), baseados nos Standards de 1989 do National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), que continham recomendações para o ensino de Matemática nos Estados Unidos da América.

De acordo com os PCNs (BRASIL, 1999), a aprendizagem em Matemática deve ser orientada numa perspectiva de resolução de problemas, mas esse procedimento não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação de aprendizagem.

Segundo Alevatto e Onuchic (2009), os PCNs

> [...] apontam o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas, explorá-los, generalizá-los e até propor novos problemas a partir deles, como um dos propósitos do ensino de Matemática; indicam a resolução de problemas como ponto de partida das atividades matemáticas e discutem caminhos para se fazer matemática na sala de aula (ALEVATTO e ONUCHIC, 2009, p.5).

Dentro desse espírito, as Diretrizes Curriculares dos cursos de graduação em Matemática, versão de 1999, sugerem que um tipo de atividade muito importante para um professor de Matemática é a resolução de problemas. Também para George Polya (1945) o foco para o ensino de Matemática é a resolução de problemas, portanto, a maior ênfase na formação de professores de Matemática deve ser nessa área.

Além disso, ele destacou o seguinte: “Ninguém pode ensinar o que não aprendeu. Nenhum professor pode comunicar experiência da descoberta, se ele próprio não a adquiriu” (POLYA, 1945, 1997, p. 3). Assim, diversos pesquisadores em Educação Matemática confirmam ser importante que os licenciandos vivenciem a prática durante sua formação, como Viana (2002) e Allevato e Onuchic (2009).

Seja na disciplina específica ou inserida no contexto das demais, resolver problemas que agucem a imaginação, estimulem a criatividade e despertem iniciativas, portanto, deve ser uma atividade presente ao longo da formação.

Mas é fundamental atentar para a importância de fazer conexões entre a matemática escolar e o mundo real. Não se pode esperar que os alunos façam isso espontaneamente. O incentivo ao estabelecimento de relações entre a Matemática que se aprende na escola e as situações reais do dia a dia dos alunos pode e deve ser realizado pelos professores para eliminar a crença de que a Matemática escolar não tem nada a ver com a realidade, com a vida. Os futuros professores precisam, então, vivenciar essa metodologia de ensino para poder aplicá-la em sala de aula no futuro.

É imprescindível a necessidade de vivência dessa metodologia pelos futuros professores, já que a contextualização é um recurso que associa a teoria com a prática, dando, assim, significado à aprendizagem de um dado conteúdo (BRASIL, 1998). “O conteúdo deve ser algo que possa ser internalizado, que desenvolva capacidades cognitivas superiores, construindo conhecimento com significado”, isso é, apropriação dos conceitos na medida em que significados e os sentidos estão implicados entre si e configuram-se em um contexto que fortalece essa relação (REIS e NEHRING, 2017, p. 340). “Os sentidos em um contexto são múltiplos e são do sujeito na medida em que despertam a sua consciência, mas o significado é do conceito (...)” (p. 341).

“Isso pode ser feito, em uma disciplina, levando em consideração os conceitos de outra ou de diversas disciplinas, a fim de se reproduzir situações originais do cotidiano dos estudantes ou de sua formação profissional” (SANTOS; NUNES; VIANA, 2017).

Assim, a Matemática precisa ser analisada não apenas no lugar que ocupa no currículo,

> [...] mas nos saberes que contempla(m), nos conceitos enunciados e no movimento que esses saberes engendram, próprios de seu lócus de cientificidade. Essa cientificidade, então originada das disciplinas, ganha status de interdisciplina (...). O conceito de interdisciplinaridade […] encontra-se diretamente ligado ao conceito de disciplina, onde a interpenetração ocorre sem a destruição básica às ciências conferidas (FAZENDA, 2008, pp. 18-19).

Então "a interdisciplinaridade pode ser considerada como um método de interação em uma, duas ou mais disciplinas, podendo ocorrer com uma simples comunicação de ideias até a integração recíproca de finalidades, objetivos, conceitos, conteúdos e metodologia" (SANTOS; NUNES; VIANA, 2017, p.162).

Assim, é possível estabelecer relação entre os conhecimentos da Matemática e os de outras disciplinas, considerando que a Matemática pode servir para fundamentar possibilidades de trabalho interdisciplinar que ocorrem em disciplinas como a Física, pois há uma associação da Matemática na estruturação do conhecimento dessa disciplina. Dessa forma, é necessário fazer conexões entre as fórmulas matemáticas utilizadas na resolução dos problemas físicos (BRASIL, 2006).

> Durante o ensino médio, o trabalho do aluno em outras disciplinas, como a Física e a Química, por exemplo, pode servir como motivação para a consolidação da ideia de grandezas, particularmente aquelas formadas por relações entre outras grandezas (densidade, aceleração, etc.). (BRASIL, 2006, p.76).

Um instrumento imprescindível na aprendizagem da Matemática é a Língua Portuguesa, já que possibilita a compreensão e a interpretação de problemas, constituindo competências transversais de forma interdisciplinar, apontando um necessário entrelaçamento de áreas.

Uma conexão importante a ser feita é com a Economia na análise de índices econômicos e estatísticos, na estimativa de juros, inflação, associando, aos significados pessoais, políticos e na prática social, o que esses números trazem consigo e o que eles representam na vida de quem estuda (BRASIL, 2000).

> Condutas ambientalistas responsáveis subentendem um protagonismo forte no presente, no meio ambiente imediato da escola, da vizinhança, do lugar onde se vive. Para desenvolvê-las é importante que os conhecimentos das Ciências, da Matemática e das Linguagens sejam relevantes na compreensão das questões ambientais mais próximas e estimulem a ação para resolvê-las (BRASIL, 2000, p. 81).

Assim a Matemática também está presente na vida pessoal do estudante.

Considerações finais

Espera-se que esta breve e sucinta abordagem das relações da Matemática com outras áreas do conhecimento tenha contribuído para apontar a necessidade de que os estudantes

> […] saibam usar a Matemática para resolver problemas práticos do quotidiano; para modelar fenômenos em outras áreas do conhecimento; compreender a Matemática como uma ciência com características próprias, que se organiza via teoremas e demonstrações; perceber a Matemática como um conhecimento social e historicamente construído; saber apreciar a importância da Matemática no desenvolvimento científico e tecnológico (BRASIL, 2006, p.69).

Com isso, espera-se que o aluno consiga interpretar matematicamente situações reais e refletir sobre os dados dos problemas elaborados, enfrentar situações de sua realidade com diferentes formas de pensar, por meio da comunicação e do diálogo com seus colegas e, principalmente, por meio de sua criatividade. Assim, poderá interpretar a Matemática como uma ferramenta que o ajude a enfrentar a realidade que o rodeia.

Dessa forma, é possível estabelecer relação entre os conhecimentos da Matemática e os de outras disciplinas, considerando que a Matemática também pode servir para fundamentá-las.

Referências

ALLEVATO, N. S. G. ONUCHIC, L. R. Ensinando Matemática na Sala de Aula através da Resolução de Problemas. *Boletim GEPEM*, v. 55, p. 133-154, 2009.

BRASIL. *Parâmetros curriculares nacionais*. Brasília: MEC/SEF. 1997.

BRASIL. *Parâmetros curriculares nacionais:* Matemática. Brasília: MEC/SEF. 1998.

BRASIL, *Parâmetros curriculares nacionais*. Brasília: MEC/SEF. 1999.

BRASIL, *Diretrizes Curriculares para os Cursos de Licenciatura em Matemática*. Brasília: MEC, 1999.

BRASIL. *Parâmetros curriculares nacionais*: ensino médio / bases legais. Brasília: Ministério da Educação, 2000.

BRASIL. *Decreto nº 5.622 de 19 de dezembro de 2005*. Regulamenta o art. 80 da Lei no 9.394, de 20 de dezembro de 1996, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seed/arquivos/pdf/dec_5622.pdf

BRASIL. *Orientações Curriculares para o Ensino Médio*. Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias - Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2006.

CHAUI, M. *Convite à Filosofia*. São Paulo, S P: Ática, 1997.

DANTE, L. R. *Didática da resolução de problemas de Matemática*. São Paulo, Ed. Ática, 1994.

FAZENDA, I. C. A. Interdisciplinaridade-transdisciplinaridade: Visões culturais e epistemológicas. In: FAZENDA, Ivani (Org.). *O Que é interdisciplinaridade?* São Paulo: Cortez, pp. 17-28, 2008.

LOPES, A. J. e outros. Resolução de problemas: observação a partir do desenvolvimento dos alunos. *Educação Matemática em Revista*-. n. 3, 2º Sem. p. 34-40.1994

ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V.(Org.). *Pesquisa em Educação Matemática*. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p.199 – 220.

POLYA, G. *A arte de resolver problemas*. um novo aspecto do método matemático. Trad. e adapt. de H. L. Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1978 [1945].

POLYA, G. *A arte de resolver problemas*: um novo aspecto do método matemático. Tradução e adaptação de Heitor Lisboa de Araújo. 2ª Reimpressão. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

POLYA, G. *A arte de resolver problemas*: um novo aspecto do método matemático. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

POLYA, G. Sobre a resolução de problemas de matemática na high school. In: KRULIK, S.; REYS, R. E. *A resolução de problemas na matemática escolar*. Tradução de Hygino H. Domingues, Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1997, p.1-3.

REIS, A, Q, M.; NEHRING, C, M. A contextualização no ensino de matemática: concepções e práticas. In: *Educação Matemática Pesquisa*., São Paulo, v.19, n.2, 339-364, 2017.

SANTOS, F. P., NUNES, C.M.F., VIANA, M.C.V. Currículo, interdisciplinaridade e contextualização na disciplina de Matemática. *Educ. Matem. Pesq*., São Paulo, v.19, n.3, 157-181, 2017.

SCHOENFELD, A. *Mathematical Problem Solving*. New York, Academic Press, 1985.

VIANA, M.C.V. *Matemática Através de Problemas*. Texto Didático. Curso de Especialização em Educação Matemática. Ouro Preto: Departamento de Matemática. 1992. 10 p.

VIANA, M. C. V. *Perfeccionamiento del currículo para la formación de profesores de Matematica en la UFOP* (Tese de doutorado). Instituto Central de Ciencias Pedagógicas. MINED. La Habana, Cuba. 2002.

VIANA, M. C. V. *Da idade da pedra ao século XXI*: da criação de Matemática para resolver problemas à Resolução de Problemas para aprender Matemática. *In*: Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática,4., 2015, Ilhéus-BA. Educação Matemática e contexto da diversidade cultural. Ilhéus- BA: SBEM, 2015. v.1. p.169 – 180.

VIANA, M. C. V. La Historia de las Matemáticas en el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas: ¿uso implícito o explicito? Cap.2 Propuesta para la enseñanza de las Matemáticas. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. N.30. 2017, 420-429.

Resolução de problemas em aulas de Matemática: reflexões dos pesquisadores Eduardo Mancera Martínez e Norma Suely Gomes Allevato

Problem solving in Mathematics classes: reflections from researchers Eduardo Mancera Martínez and Norma Suely Gomes Allevato

La resolución de problemas en las clases de Matemáticas: reflexiones de los investigadores Eduardo Mancera Martínez y Norma Suely Gomes Allevato

Gabriel Loureiro de Lima[8]
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC-SP
0000-0002-5723-0582

Resumo

Este artigo é fruto de uma pesquisa documental de natureza qualitativa adotando como fonte primária para a coleta de dados a transcrição do registro audiovisual da Conferência Paralela, intitulada Resolução de problemas em aulas de Matemática, que foi proferida pelo pesquisador mexicano Eduardo Mancera Martínez, pela pesquisadora brasileira Norma Suely Gomes Allevato e mediada pelo autor deste artigo durante o IX Congresso Iberoamericano de Educação Matemática (CIBEM) em dezembro de 2022. A mencionada transcrição foi submetida a uma Análise de Conteúdo e neste artigo apresentam-se reflexões que são compartilhadas pelos dois pesquisadores e que, desta forma, na visão de seu autor, configuram-se como ensinamentos uníssonos de duas das principais referências latino-americanas nos estudos sobre a temática Resolução de Problemas no domínio da Educação Matemática. Enfocam-se, particularmente, as seguintes perspectivas: a necessidade de repensar o currículo de Matemática na Educação Básica e sua implementação, priorizando a resolução de problemas durante as aulas, uma vez que fazer Matemática é resolver problemas; a resolução e a proposição de problemas como estratégias complementares para o desenvolvimento do pensamento matemático; a pertinência de perceber o quão reducionista é considerar o processo de resolução de problemas como constituído apenas pelas quatro fases elencadas pelo matemático George Polya; e a importância de os professores em atuação serem continuamente formados e de efetivamente vivenciarem a estratégia de resolução de problemas.
Palavras-chave: Resolução de problemas, proposição de problemas, pensamento matemático, formação de professores.

Abstract

This article is the result of a documental research of qualitative nature adopting as primary source for data collection the transcript of the audiovisual record of the Parallel Conference, entitled Problem Solving in Mathematics Classes, which was delivered by the Mexican researcher Eduardo Mancera Martínez, the Brazilian researcher Norma Suely Gomes Allevato and mediated by the author of this article during the IX Iberoamerican Congress of Mathematics Education (CIBEM) in December 2022. The mentioned transcript was submitted to a Content Analysis and this article presents reflections that are shared by the two researchers and that, in

[8] gllima@pucsp.br

the view of the author, constitute the unison teachings of two of the main Latin American references in studies about Problem Solving in Mathematics Education. In particular, the following perspectives are emphasized: the need to rethink the Mathematics curriculum in Basic Education and its implementation, prioritizing problem solving during the lessons, since doing Mathematics is solving problems; problem solving and proposing as complementary strategies for the development of mathematical thinking; the relevance of realizing how reductionist it is to consider the problem solving process as constituted only by the four phases listed by the mathematician George Polya; and the importance of teachers being continuously trained and effectively experiencing the problem solving strategy.
Keywords: Problem solving, problem proposition, mathematical thinking, training of teachers.

Resumen

El presente artículo es el resultado de una investigación documental de carácter cualitativo adoptando como fuente primaria para la recolección de datos la transcripción del registro audiovisual de la Conferencia Paralela, titulada Resolución de Problemas en la Clase de Matemáticas, que impartieron el investigador mexicano Eduardo Mancera Martínez, la investigadora brasileña Norma Suely Gomes Allevato y mediada por el autor de este artículo durante el IX Congreso Iberoamericano de Educación Matemática (CIBEM) en diciembre de 2022. La mencionada transcripción fue sometida a un Análisis de Contenido y en este artículo se presentan reflexiones que son compartidas por ambos investigadores y que, de esta manera, a juicio del autor, se configuran como enseñanzas al unísono de dos de los principales referentes iberoamericanos en estudios sobre el tema Resolución de Problemas en Educación Matemática. En particular, se destacan las siguientes perspectivas: la necesidad de repensar el currículo de Matemática en la Educación Básica y su implementación, priorizando la resolución de problemas durante las clases, ya que hacer Matemática es resolver problemas; la resolución y proposición de problemas como estrategias complementarias para el desarrollo del pensamiento matemático; la relevancia de darse cuenta de lo reduccionista que es considerar el proceso de resolución de problemas como constituido solamente por las cuatro fases enumeradas por el matemático George Polya; y la importancia de que los profesores en ejercicio se capaciten continuamente y experimenten efectivamente la estrategia de resolución de problemas.
Palabras clave: Resolución de problemas, proposición de problemas, pensamiento matemático, formación de maestros.

Introdução

Nesta nona edição do Congresso Iberoamericano de Educação Matemática (CIBEM), realizado na Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, o autor deste artigo foi convidado para mediar uma conferência paralela intitulada **Resolução de problemas em aulas de Matemática** reunindo dois pesquisadores que, a partir de seus estudos, tornaram-se referência nas investigações acerca da temática na Educação Matemática: o mexicano Eduardo Mancera Martínez e a brasileira Norma Suely Gomes Allevato.

Mancera, integrante do Comitê Interamericano de Educação Matemática, é graduado em Física e em Matemática pela Escola Superior de Física e Matemática do Instituto Politécnico

Nacional do México, mestre e doutor em Ciências pelo Centro de Investigação e Estudos Avançados do Instituto Politécnico Nacional do México e, além de sua atuação contínua como docente e pesquisador, foi o secretário técnico responsável pela reforma educacional da disciplina de Matemática na Educação Básica ocorrida no México entre o final da década de 1980 e o início da década de 1990.

Allevato, professora titular do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Cruzeiro do Sul, sediada na cidade de São Paulo, é graduada e mestre em Matemática pela Universidade Estadual de Londrina e doutora em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho. Além de atuar como docente e pesquisadora, tem desenvolvido continuamente atividades de extensão direcionadas à formação de professores de Matemática (nos Anos Finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio) e de professores que ensinam Matemática (na Educação Infantil e nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental).

No decorrer da Conferência Paralela anteriormente mencionada, organizada como um bate-papo conduzido pelo mediador a partir de questões formuladas por ele e por perguntas enviadas ao vivo pelo público participante da atividade, Mancera e Allevato brindaram os expectadores com reflexões de grande relevância para a Educação Matemática e, sobretudo, especificamente para a prática do professor de Matemática e do professor que ensina Matemática. Neste artigo, que pode ser considerado fruto de uma pesquisa documental de natureza qualitativa (Marconi & Lakatos, 2021), adotando como fonte primária para a coleta de dados a transcrição do registro audiovisual da Conferência, transcrição esta submetida pelo autor a uma Análise de Conteúdo na acepção de Bardin (2001), apresentam-se algumas destas reflexões, particularmente aquelas consideradas pelo autor como mais relevantes para serem amplamente compartilhadas.

Convém ressaltar a opção adotada por não atribuir, na redação deste texto, autorias às ideias apresentadas. Na percepção do autor, Mancera e Allevato, durante a conferência, explicitaram ser vozes completamente afinadas no debate sobre a resolução de problemas em aulas de Matemática. Pode-se dizer, portanto, que o conteúdo apresentado neste artigo se constitui por reflexões que são compartilhadas pelos dois pesquisadores e que, desta forma, na visão de seu autor, configuram-se como ensinamentos uníssonos de duas das principais referências latino-americanas nos estudos sobre a temática Resolução de Problemas no domínio da Educação Matemática.

Como resultado da análise da transcrição da conferência e consequente caracterização dos dados, recorrendo ao que Bardin (2001) denomina de **procedimento por acervo**, no qual o sistema de categorias não é fornecido *a priori*, mas resulta da classificação progressiva dos elementos presentes no documento analisado, neste artigo enfocam-se, particularmente, as seguintes perspectivas: a necessidade de repensar o currículo de Matemática na Educação Básica e sua implementação, priorizando a resolução de problemas durante as aulas, uma vez que fazer Matemática é resolver problemas; a resolução e a proposição de problemas como estratégias complementares para o desenvolvimento do pensamento matemático; a pertinência de perceber o quão reducionista é considerar o processo de resolução de problemas como constituído apenas pelas quatro fases elencadas pelo matemático George Polya; e a importância de os professores em atuação serem continuamente formados e de efetivamente vivenciarem a estratégia de resolução de problemas.

A necessidade de repensar o currículo de Matemática na Educação Básica e de priorizar a resolução de problemas durante as aulas

Nas visões de Allevato e Mancera, é comum considerar que alguém sabe Matemática quando conhece muito conteúdo desta área do conhecimento. A quantidade de tópicos matemáticos que o sujeito conhece é normalmente mais valorizada do que sua habilidade em manejar relações quantitativas e espaciais, sendo este, no entanto, o cerne desta ciência. A crença de que, nas escolas, em cada uma das disciplinas que compõem o currículo, o grande número de temas trabalhados é que levará a uma compreensão profunda de cada uma das áreas que estão sendo estudadas muitas vezes ocasiona, paradoxalmente, um aprendizado reduzido pelo estudante, uma vez que lhe falta tempo para se apropriar suficientemente do que é abordado em cada disciplina.

Uma reorientação do currículo atribuindo, no caso da Matemática, protagonismo à resolução de problemas e, consequentemente, ao desenvolvimento de habilidades matemáticas ao invés da quantidade de conteúdo que se estuda, poderia oportunizar, na visão dos palestrantes, a formação de cidadãos exitosos na realização de atividades para as quais a Matemática lhes dá os subsídios cognitivos necessários.

É relevante salientar que, observando o desenvolvimento histórico da Matemática, pode-se constatar que o modo como o currículo de Matemática é normalmente elaborado é artificial. Em geral, propõe-se uma sequência de conteúdo, iniciando por Aritmética, seguido por Álgebra, depois Geometria, Trigonometria e assim por diante. No entanto, a História da Matemática evidencia que, inicialmente, foi a Geometria que se desenvolveu. Contraditoriamente, é exatamente a esta subárea da Matemática que os docentes dedicam menos tempo em suas aulas, ocupando-se, predominantemente, com o desenvolvimento, por parte do estudante, de manipulações simbólicas. Obviamente, considerando a Matemática como uma linguagem, as representações dos objetos matemáticos e, conjuntamente, as simbologias empregas nestas ações, são importantes. Mas, de todo modo, o foco do professor deveria ser possibilitar que os alunos construam significados para o que está estudando e não somente representações.

As aulas deveriam ter os problemas como pontos de partida, ao invés dos conteúdos que, porventura possam ser utilizados para resolver tais problemas. Mais relevante do que discutir uma ampla gama de tópicos matemáticos é possibilitar aos estudantes que, em sala de aula, resolvam muitos problemas e que a abordagem dos problemas propostos seja qualificada. O problema deve ser desafiador e pode trazer um obstáculo para o aluno, o qual pode ser, particularmente, a ausência de conhecimento de um conteúdo, uma estratégia ou algoritmo que é exatamente o que o professor visa trabalhar naquele momento. Ou seja, nas aulas de Matemática, o problema não deve ser visto apenas como um elemento motivador; pode ser o ponto de partida e o meio pelo qual o aluno avança e constrói novos conhecimentos matemáticos. A necessidade por um novo conhecimento é criada pelo problema.

É comum ouvir queixas dos docentes de que, ao se depararem com um problema, os alunos não compreendem o seu enunciado. No entanto, é preciso refletir: os professores dão a eles tempo para ler e compreender o problema? Muitas vezes, os docentes é que leem o problema para os estudantes, dizem a eles como resolvê-lo e, inclusive, o resolvem, atribuindo aos discentes papel de expectadores. Mesmo quando é dado tempo para que os alunos resolvam os problemas, é frequente, diante de entraves enfrentados, que os professores assumam, mais uma vez o protagonismo e digam “é assim que se faz”, rompendo completamente com a essência da resolução de problemas. É urgente então que, nas aulas de Matemática, os docentes efetivamente permitam que os estudantes apresentem suas próprias ideias, estratégias e construam, inicialmente, seus próprios significados para o objeto matemático com o que está trabalhando. Essa é, no entanto, uma estratégia que requer tempo. Mais resultados, em termos de aprendizagem, do que trabalhar com trinta problemas em uma mesma aula é, obviamente de forma metafórica, dedicar trinta aulas a um mesmo problema.

Se o professor diz ao estudante como resolver um problema, a este lhe restam apenas duas alternativas: obedecer ao que foi dito e chegar à solução ou paralisar-se caso não saiba fazer o que foi indicado. Com isso, prejudica-se o desenvolvimento cognitivo do aluno, uma vez que lhe é furtado o direito à experiência de pensar e propor estratégias. Pode-se estabelecer uma analogia entre essa situação e um grupo de amigos que vai ao cinema e, antes da exibição, um deles diz que o filme é muito bom porque no final acontece um determinado fato. Um professor quando diz ao estudante o que deve fazer perante um problema e que expressão matemática empregar para resolvê-lo não lhe permite construir e nem imaginar coisa alguma; está lhe contando diretamente o final do filme.

É preciso, portanto, dar liberdade para que o aluno individualmente leia o problema e comece resolvê-lo lançando mão de todas as ferramentas que têm disponível. Depois dessa etapa, sugere-se que os alunos se reúnam em pequenos grupos e discutam as estratégias sobre as quais pensaram individualmente e possam avançar na compreensão e na resolução do problema até onde conseguirem. Em seguida, o professor deveria estimular a discussão plenária destas resoluções prontas ou semiprontas, construídas por diferentes caminhos. A partir desta reflexão coletiva, o professor pode institucionalizar (Brousseau, 2008) o conteúdo matemático, expressão ou algoritmo que serve de recurso para resolver aquele problema.

Outro aspecto importante de ser destacado é que não se deve rotular um certo problema como adequado para ser abordado apenas em determinado nível de ensino. E essa é mais uma lição que pode ser aprendida a partir da História da Matemática. Ao analisar o desenvolvimento histórico desta ciência, nota-se facilmente que um mesmo problema foi objeto de estudo em diferentes épocas, de modo cada vez mais aprofundado, em razão da consolidação de novos saberes matemáticos. A História da Matemática evidencia, portanto, que um mesmo problema pode dar origem ao desenvolvimento de diferentes teorias e concepções em torno da Matemática.

Embora muitas vezes desenvolvedores de currículos e professores considerem que, caso não tenha determinados conhecimentos matemáticos, um estudante não poderá resolver certos problemas, a História da Matemática explicita, mais uma vez, que os povos antigos não tinham esses conhecimentos, mas ainda assim resolveram muitos desses problemas. Ou seja, alguns dos atores do processo educacional assumem ideias que não passam de preconcepções de natureza hipotética sustentadas pela forma como os conteúdos matemáticos estão distribuídos nos currículos e não pelo modo como estes se desenvolveram historicamente.

Assim, pode-se considerar um mesmo problema desde os primeiros anos da Educação Básica e ir aprofundando sua abordagem nos diferentes níveis educativos de modo a inserir, em um mesmo problema, cada vez mais ferramentas matemáticas. Há problemas, por exemplo, que podem ser propostos já Anos Iniciais visando explorar, inicialmente, ideias relacionadas a números naturais, números pares e sequências numéricas, e serem trabalhados até o ensino superior, momento no qual os estudantes poderão resolvê-los recorrendo então ao princípio da indução finita, demostrando que a relação identificada é válida para qualquer número natural. Nesse sentido, constitui-se um tipo de abordagem em espiral, na qual retomar um mesmo problema e repensá-lo a partir de outras perspectivas torna-se um procedimento contínuo. Há, portanto, um aprofundamento crescente, não em termos de um aspecto específico, mas rumo à uma maior abrangência, à uma generalização, o que poderia evidenciar aos estudantes a força da Matemática.

É essa perspectiva que tem de ser interiorizada na prática dos docentes: que a resolução de problemas é uma habilidade que deve ser continuamente ampliada ao longo da escolaridade. Mesmo crianças muito pequenas podem resolver problemas, obviamente sem recorrer a ferramentas matemáticas complexas. No entanto, se um professor propõe um problema aos estudantes e, em seguida, lhe apresenta as equações que possibilitam solucioná-lo, se indica a necessidade de recorrer a estratégias como regras de três etc., eliminará as possibilidade de pensamento dos alunos, distanciando-os das ideias matemáticas. Se, por outro lado, vai trabalhando esse mesmo problema paulatinamente, um pouco na Educação Infantil, mais um pouco nos Anos Iniciais, outro tanto nos Anos Finais e assim por diante, ampliando a perspectiva segundo a qual a situação é abordada, o professor oportunizará que o estudante desenvolva uma habilidade matemática essencial e que é ampliada aos poucos, de forma processual: a generalização.

É necessário que os professores se conscientizem de que a essência do trabalho em Matemática é exatamente analisar um problema e, a partir dos dados nele presentes, buscar estratégias para resolvê-lo e que, portanto, é preciso que os alunos tenham a oportunidade de fazer isso em sala de aula, experimentando seus próprios caminhos, comparando-os com aqueles escolhidos pelos colegas, sem que lhes digam diretamente o que deve ser feito. A História da Matemática ratifica que este é o método de trabalho natural nesta ciência: cartas trocadas entre os famosos cientistas que se dedicavam aos problemas matemáticos e se tornaram nomes de destaque no desenvolvimento deste campo de conhecimento revelam que, quando um desses estudiosos acreditava ter resolvido determinado problema, comunicava-se com colegas, explicitava as hipóteses assumidas, o modo como os dados haviam sido articulados e estes o contestavam, questionavam os métodos empregados, o desafiavam a considerar outras situações, outras hipóteses e assim, um longo e fecundo caminho era trilhado até que efetivamente o problema fosse solucionado e, consequentemente, os que participaram desse processo tinham seus conhecimentos ampliados. Muitas vezes, as práticas docentes mais usuais acabam impossibilitando que os estudantes vivenciem esse importante percurso.

A resolução e a proposição de problemas como estratégias complementares para o desenvolvimento do pensamento matemático

Como a homologação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2017), fortaleceu-se, no Brasil, a importância de refletir a respeito de uma das estratégias que, conforme indicação presente neste documento, deve estar integrar as aulas de Matemática: oportunizar que os estudantes não somente resolvam problemas propostos pelo professor ou apresentados nos livros e outros materiais didáticos adotados, mas também, como forma de aplicar os conhecimentos construídos, proponham seus próprios problemas ou modifiquem os problemas que lhes foram propostos.

Diante disto, uma questão pertinente debatida durante a conferência paralela foi a seguinte: **de que maneira propor e modificar problemas complementam as habilidades que são desenvolvidas por meio da resolução de problemas?** Isto é, **que aspectos do pensamento matemático são desenvolvidos quando o estudante precisa propor ou modificar problemas e que não necessariamente se desenvolveriam se o trabalho fosse orientado somente à resolução de problemas?**

Para iniciar a discussão, convém explicitar que, neste texto, assume-se a seguinte definição para o termo pensamento matemático:

> o resultado de processos racionais do intelecto ou de abstrações da imaginação realizados a partir da observação e reflexão científica de fenômenos de diferentes naturezas, por meio da sistematização e contextualização de conhecimentos matemáticos, da capacidade de perceber visualmente e espacialmente, representar, memorizar, pensar de maneira criativa, objetiva, lógica, analítica e crítica (Camarena et al., 2022, p. 71-72).

Pode-se dizer, conforme debatido pelos pesquisadores durante a conferência, que há sim elementos relacionados ao pensamento matemático que, na atividade de proposição de problemas, são contemplados com mais intensidade do que ao resolver problemas. Pode-se pensar na proposição de problemas pelos professores – isto é, eles elaborarem, formularem e proporem os problemas como os quais irão trabalhar em sala de aula – ou pelos próprios estudantes. Na BNCC é indicado que esta atividade seja realizada pelos alunos e, por esta razão, atividades relacionadas à proposição de problemas já começam a se fazer presentes nos livros didáticos brasileiros que estão sendo agora redigidos ou adaptados de forma a atender o que preconiza a Base e, consequentemente, obter uma indicação no Programa Nacional do Livro Didático e do Material Didático (PNLD) (Brasil, 2020).

No entanto, o que ocorre é que esses livros estão chegando às mãos dos professores e dos alunos e os docentes ainda não compreendem bem como desenvolver a prática de proposição de problemas em sala de aula, por quais razões ela é importante e por que é necessário implementar atividades de proposição de problemas, além daquelas de resolução de problemas. Talvez o ponto mais importante desta estratégia seja um aspecto ligado a comunicação, que se faz presente, em especial, quando o estudante é desafiado a criar um problema.

Para que o leitor possa compreender essa questão, é fundamental, inicialmente, esclarecer que, nesse texto, assume-se que a expressão **proposição de problemas** denota:

> todo o conjunto de ideias que constitui os processos envolvendo a **criação de problemas**, que inicia com a organização e construção das primeiras ideias matemáticas e da estrutura de constituição do problema – **formulação**; e avança para a sua expressão, na qual se estabelece o enunciado, associando as linguagens materna e matemática – **elaboração**. Então, a proposição segue para a **apresentação** do problema criado a um potencial resolvedor (Possamai & Allevato, 2022, p. 156).

Portanto, um dos momentos da proposição de problemas é exatamente a criação de um problema pelo estudante, seja totalmente do início ou a partir de um elemento disparador apresentado pelo professor, que pode iniciar um enunciado e pedir para o aluno concluí-lo, apresentar uma situação, uma imagem, um tema ou um conteúdo matemático e pedir para o estudante elaborar perguntas a respeito do que foi dado.

A criação de um problema envolve, portanto, um movimento das ideias na elaboração das situações ou das questões que comporão o problema. E essas ideias precisarão ser escritas, indicadas por intermédio de notações específicas que as expressem, que possam **representar** o problema que o aluno elaborou em sua mente e o tornar possível apresentá-lo a um potencial resolvedor. Deste modo, entende-se que a **comunicação** e, consequentemente a **linguagem**, em diferentes vertentes, são fortalecidas na atividade de proposição de problemas. Obviamente a linguagem também está presente na resolução de problemas, mas, neste caso, é quase que exclusivamente a linguagem matemática quem ganha destaque em manipulações algébricas, no desenvolvimento de algoritmos, nas representações de objetos matemáticos, no emprego de identidades ou de propriedades matemáticas. Na proposição de problemas privilegia-se também a linguagem que antecede a Matemática, aquela que, evidentemente, tem um significado matemático, mas que envolve como muita ênfase a língua materna e os significados de suas palavras.

Além da comunicação, a **criatividade** também é bastante privilegiada na proposição de problemas, uma vez que é um momento no qual o professor dá espaço ao aluno para que ele se expresse e para que proponha problemas efetivamente próximos de suas vivências pessoais. Quando o professor busca ou elabora problemas para propor aos alunos, em geral se esforçam para apresentar situações que sejam mais próximas da vida dos estudantes e então possam lhe despertar maior interesse. No entanto, certamente é o próprio aluno quem poderá propor problemas que estejam, de fato, mais próximos de suas realidades. E esse tipo de conexão, além da conexão com outros conteúdos matemáticos e com outras ciências, é muito importante de ser desenvolvida na escola. E ao propor problemas, em particular as crianças, poderão trazer situações relacionadas às atividades de seus pais, ao veículo da família, ao seu animal de estimação, às suas preferências por determinadas atividades, brincadeiras ou jogos e, desta forma, constituir um relação afetiva positiva com a posterior ação de resolver problemas, estendendo-se à Matemática de forma geral, o que é muito saudável.

Outro aspecto relevante acerca da ação de propor problemas que merece ser salientado relaciona-se ao desenvolvimento de **processos de natureza metacognitiva**: ao tentar resolver um problema que ele próprio propôs, o estudante terá que pensar quais conteúdos ele realmente sabe; terá que começar a evidenciar esse controle: "se sou eu quem resolverei o problema que criei, preciso ter consciência do que eu sei resolver e do que eu não sei, do que eu domino bem e do que eu ainda não domino". Colocam-se em ação, portanto, um movimento de controle metacognitivo em relação ao que o aluno sabe e ao que não sabe. Isso pode ser observado desde estudantes mais novos, mas se fortalece com o aumento de suas idades.

A complementariedade entre a proposição e a resolução de problemas no processo de desenvolvimento do pensamento matemático é inerente à própria natureza do fazer matemático: ao considerar determinada temática, há uma teoria subjacente a ela, ações que caracterizam o trabalho com os conceitos, métodos de demonstração etc., mas os conhecimentos só avançam diante de questionamentos como: “mas e se mudarmos esse aspecto?” “E se eliminarmos parte desta hipótese? “E se quisermos chegar à esta outra conclusão, que hipóteses teremos que assumir?” Tais questionamentos estão diretamente relacionados a ações necessárias na proposição de problemas e às habilidades que podem ser desenvolvidas recorrendo a este tipo de estratégia e não somente à resolução de problemas.

Além de oportunizar ao estudante que, nas aulas de Matemática, ele resolva problemas, é importante que seja estimulado a refletir acerca do problema, alterando o contexto, modificando os dados e analisando os efeitos de tais mudanças nas soluções e nos possíveis métodos para obtê-las. É fundamental que o estudante perceba que, ao resolver um determinado problema, poderá resolver milhares de outros que dele se originam a partir de mudanças no contexto, atentando-se para as consequências de tais mudanças e de alterações nos dados para os métodos de resolução e para as necessidades de construir outros conhecimentos. Pode-se dizer, portanto, que a proposição de problemas não é uma atividade à parte ou preliminar à resolução de problemas; faz parte do processo de resolução de problemas.

Retomando a discussão apresentada no início da seção anterior acerca da ideia exaustivamente difundida de que para saber Matemática o sujeito precisa conhecer muito conteúdo desta área, Allevato e Mancera pontuam que, uma vez que o processo contínuo de resolver e propor problemas, sempre inserindo nestas ações mais elementos e mais ideias, aprofundando o que havia sido anteriormente discutido, é um caminho bastante longo de ser trilhado, mas essencial para oportunizar ao estudante o desenvolvimento do pensamento matemático, ao invés de priorizar um grande número de conteúdos matemáticos, os currículos deveriam centrar-se em ideias-chaves a serem trabalhadas durante toda a trajetória da educação obrigatória de um indivíduo. Os tempos de interação, no intuito de possibilitar o aprendizado da Matemática, entre os professores e os estudantes e entre os estudantes com seus próprios colegas, ao invés de serem gastos na tentativa de exaurir um lista imensa de conteúdos, deveriam, portanto, ser dispendidos em reflexões aprofundadas acerca destas ideias-chaves.

As tão difundidas quatro fases explicitadas por George Polya dão conta de todo o processo de resolução de problemas?

Ao ler ou ouvir qualquer referência à resolução de problemas, imediatamente vêm à mente de um professor ou de um pesquisador minimamente familiarizado com as discussões acerca do tema no âmbito da Educação Matemática as quatro fases para a resolução de um problema, explicitadas pelo matemático húngaro George Polya, amplamente difundidas por meio da obra *How to Solve It*, lançada em 1945 e que no Brasil ganhou o título de A Arte de Resolver Problemas. Estas etapas não foram propostas originalmente para o contexto do ensino; surgiram de uma análise introspectiva realizada pelo autor acerca de seu próprio processo, como matemático, ao resolver um problema. Posteriormente é que foram levadas para a Educação e se tornaram base para muitos professores ao trabalhar com a resolução de problemas. A principal contribuição do trabalho de Polya é salientar a necessidade de permitir que o estudante reflita a respeito do problema que está resolvendo, sem que o professor lhe dê respostas prontas, mas lhe ajude a avançar na compreensão da situação.

O que é inadequado, no entanto, é considerar as etapas indicadas por Polya como um algoritmo para resolver um problema. Apesar de os algoritmos serem extremamente úteis em muitas situações, se empregados de modo indiscriminado podem trazer mais prejuízos do que benefícios. O foco, ao adotar o trabalho de Polya como subsídio para a resolução de problemas, deve estar na questão das heurísticas, isto é, dos caminhos que possibilitam aos estudantes chegar, por si próprios, na solução de um problema. Além disso, deve-se ressaltar que o trabalho de Polya não pode ser resumido ao livro A Arte de Resolver Problemas. Há outras obras, como por exemplo *Mathematics and Plausible Reasoning* lançada em 1954, nas quais encontram-se contribuições importantes acerca dos papéis da indução e da analogia para a descoberta em Matemática, algo que, muitas vezes, é deixado de lado nas escolas. Em síntese, ao considerar apenas as quatro fases para a resolução de problemas, os professores e pesquisadores estão recorrendo apenas à uma parte muito pequena do trabalho de Polya, que deveria ser mais bem explorado e aproveitado, uma vez exatamente nestes aspectos é que reside a essência dos estudos do autor que nutriram a investigação, em grande escala, na temática resolução de problemas.

Acerca das fases explicitadas por Polya, é preciso que se tenha clareza de que os estudantes as conhecerem não implica que sejam capazes de resolver problemas, uma vez que estas, como já ressaltado, não podem ser consideradas como uma algoritmo para essa atividade. Ou seja, a obra A Arte de Resolver Problemas não pode tomada pelos professores ou pesquisadores como um livro que dá uma “receita infalível” para que qualquer um seja habilidoso na resolução de problemas. É uma referência, um clássico que todos aqueles que empregam a estratégia da resolução de problemas ou pesquisam acerca desta temática devem conhecer, mas, inegavelmente, é reducionista demais. Da mesma forma, sintetizar toda a obra de Polya pelas quatro fases por ele explicitadas é uma perspectiva artificial e reducionista. Seu trabalho é muito maior e mais abrangente.

Outro aspecto que precisa ser pontuado é que ao assumir a resolução de problemas como uma das habilidades necessárias para o pensamento matemático, é fundamental considerar que o pensar matematicamente é composto por diferentes tipos de pensamentos: o algébrico, o geométrico, o probabilístico etc. E para cada um desses modos de pensar, há particularidades que devem ser levadas em conta. Por exemplo: a visualização no pensamento geométrico, as relações inversas e a generalização no pensamento algébrico, a estimativa no pensamento probabilístico e assim por diante. E essas diferentes habilidades, componentes de distintas formas de pensamento, não necessariamente podem ser encaixadas, ao resolver problemas específicos de Geometria, de Álgebra ou de Probabilidade, nas quatro etapas apresentadas por Polya. O mesmo ocorre ao empregar as Tecnologias Digitais de Informação e de Comunicação (TDIC) na resolução de problemas. Há, especialmente neste caso, todo um processo de experimentação e de recorrer a recursos, que podem ser de natureza intelectual (os conhecimentos prévios), tecnológica ou outra, e que não necessariamente é contemplado, de maneira suficiente, nas quatro etapas indicadas em A Arte de Resolver Problemas.

A importância de os professores em atuação serem continuamente formados e de efetivamente vivenciarem a estratégia de Resolução de Problemas

Na visão de Allevato e Mancera, todo o debate realizado durante a conferência evidencia que o primeiro que precisa se convencer de que deve repensar sua concepção acerca do que significa saber Matemática e se atentar à resolução de problemas é o próprio professor, que precisa assumir ainda que não ele não é alguém que sabe tudo e, desta forma, possa exercer com humildade a tarefa de ensinar, disponibilizando-se a também aprender com os alunos. Pode-se e deve-se dedicar maior atenção a estas questões na formação inicial dos professores, mas é necessário, simultaneamente, repensar questões administrativas, como, por exemplo, aquelas que levam os supervisores e coordenadores a pressionaram os docentes para que abordem com os alunos uma lista de tópicos segundo um rígido cronograma previamente estabelecido.

Igualmente, é preciso atuar na formação contínua dos professores que já estão em atuação. Uma vez que o retorno financeiro da docência é bastante pequeno, os profissionais desta área costumam demorar para se aposentar. Desta forma, caso não se busque um aperfeiçoamento contínuo dos docentes em atuação, alguns problemas atualmente enfrentados nos processos de ensino de Matemática poderão perdurar por muitos anos. Corre-se o risco de um professor, por ser o que sabe fazer em razão de sua formação, continuar atuando por mais 10 ou 20 anos apresentando as mesmas ideias. É necessário, portanto, fomentar, tanto nos futuros professores quanto naqueles já em atuação, o desenvolvimento de uma cultura na qual a Matemática possa ser vista sob outra perspectiva. Tanto professores quanto estudantes devem poder se divertir mais nos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática, desfrutarem de suas vivências com essa ciência.

E para que essas formações de professores possam efetivamente surtir os resultados esperados, deve haver também um desenvolvimento curricular, atribuindo protagonismo aos temas principais para o ensino e de modo a dar espaço ao professor para experimentar práticas diferentes.

Mas há um outro aspecto a ser levado em consideração: mais do que participar de formações e fazer leituras a respeito da Resolução e da Proposição de Problemas, os professores ou futuros professores precisam vivenciar experiências com estas atividades. Informação sem ação terá resultados muito restritos. Frequentemente afirma-se que a teoria é quem deve guiar a prática, mas essa ideia precisa ser ponderada, uma vez que todas as teorias são aproximações da realidade e não substitutas desta. Assim, de muito pouco servirá ao professor um aprofundado domínio teórico acerca da Resolução e da Proposição de Problemas se ele próprio não experienciar esses tipos de estratégias, se não se desafiar, buscar compreender efetivamente os papéis das hipóteses assumidas ao resolver um problema e as influências de cada um dos dados para a solução. É fundamental que haja um total envolvimento do docente com as ações de resolver e de propor problemas. As teorias são muito pertinentes, mas é a realidade que as colocará em seus devidos lugares.

Reflexão final

Se os professores não reorientarem urgentemente suas práticas de modo a auxiliar os alunos a construir ideias, continuarão afastando-os da Matemática. É a construção de ideias que torna a Matemática divertida e interessante. A possibilidade de brincar com ideias e com hipóteses é o aspecto que diferencia a Matemática de outras disciplinas escolares e não o raciocínio, como muitos podem pensar. O raciocínio é inerente a todas as áreas de conhecimento, ainda que haja especificidades em cada uma delas. Não é uma característica exclusiva da Matemática. A particularidade desta ciência é que para resolver seus problemas, é necessário inventar objetos, relacioná-los, tornar a desvinculá-los, mais uma vez agregá-los, criar outros objetos e assim por diante. É isso que os alunos têm que aprender e a Resolução e a Proposição de Problemas são apontadas como caminhos para alcançar esse objetivo.

Referências

Bardin, L. (2001). *Análise de Conteúdo*. Lisboa: Edições 70.

Brasil. (2017). Base Nacional Comum Curricular. Brasília: Ministério da Educação (MEC).

Brasil. (2020). *Resolução nº 12, de 7 de outubro de 2020*. Dispõe sobre o Programa Nacional do Livro e do Material Didático – PNLD. Brasília: Ministério da Educação (MEC) e Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE).

Brousseau, G. (2010). *Introdução ao estudo das situações didáticas: conteúdos e métodos de ensino*. São Paulo: Ática.

Camarena, P., Lima, G. L., Gomes, E., & Bianchini, B. (2022). Pensamiento matemático y cultura matemática: concepciones semánticas en la teoría de la matemática en el contexto de las ciencias. *PNA*, 17(1), 51-88.

Marconi, E. M. A., & Lakatos, E. V. (2021). *Fundamentos da Metodologia Científica*. São Paulo: Atlas.

Possamai, J. P., & Allevato, N. S. G. (2022). Proposição de Problemas: possibilidades e relações com o trabalho através da Resolução de Problemas. *Com a Palavra, o Professor*, 7(18), 153-172.

Competências e avaliação por competências no currículo de matemática do ensino secundário

Competences and evaluation by competences in the mathematics curriculum of secondary education

Competencias y evaluación por competencias en el currículo de matemáticas de la educación secundaria

Iolanda Guevara Casanova[9]
Departament d'Educació de la Generalitat de Catalunya i Departament de Didàctica de les Matemàtiques i Ciències Experimentals de la Universitat Autónoma de Barcelona
0009-0005-6293-847X

Resumo

Nesta apresentação, incluída na mesa redonda Processos de ensino e aprendizagem da Matemática nas diferentes modalidades e níveis educativos, são expostos os elementos do novo currículo de matemática para o ensino secundário em Espanha, no qual as competências desempenham um papel de destaque, e os critérios de avaliação. Embora o trabalho por competências já tenha sido introduzido em certa medida no currículo anterior, particularmente na Catalunha, o avanço agora ocorre quando os critérios de avaliação estão diretamente relacionados às competências, não se trata de avaliar o conteúdo ou o conhecimento que o aluno está aprendendo. aprendizagem, mas sim as capacidades que estão sendo desenvolvidas. O nível de aquisição dessas competências é avaliado por meio de critérios que especificam as ações contempladas na competência. Tanto as competências como os critérios incluem conhecimentos, mas estes não são o objetivo final, mas sim o instrumento para se tornar competente num determinado contexto, para além da sala de aula de matemática. A apresentação explica o que se entende por situação de aprendizagem e como esta concepção enriquece o conceito atual de unidade ou sequência didática. A implementação de um novo currículo deve ser acompanhada de um processo de informação para a comunidade educativa e em particular para os professores, pelo que se explica brevemente como esta tarefa está a ser realizada pela administração educativa.
Palavras-chave: Competência, contexto, critérios de avaliação, desafio, situação de aprendizagem.

Abstract

In this presentation, included in the round table Mathematics teaching and learning processes in the different modalities and educational levels, the elements of the new mathematics curriculum for secondary education in Spain are exposed, in which competences and the evaluation criteria play a prominent role. Although the work by competences was already introduced to a certain extent in the previous curriculum, particularly in Catalonia, the step forward now occurs when the evaluation criteria are directly related to the competences, it is not about evaluating the content or knowledge that the student is learning, but rather the

[9] <iguevara@xtec.cat>, <iolanda.guevara@uab.cat>

capacities that are being developed. The level of acquisition of these competencies is evaluated through criteria that specify the actions included in the competency. Both the competencies and the criteria include knowledge, but these are not the goal, rather they are the instrument to become competent in a certain context, beyond the mathematics classroom. The presentation explains what is meant by a learning situation and how this conception enriches the current concept of didactic unit or sequence. The implementation of a new curriculum must be accompanied by a process of information for the educational community and particularly for teachers, for this reason it is briefly explained how this task is being carried out by the educational administration.
Keywords: Challenge, competence, context, evaluation criteria, learning situation.

Resumen

En esta presentación, incluida en la mesa redonda Procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática en las diferentes modalidades y niveles educativos, se exponen los elementos del nuevo currículo de matemáticas de la educación secundaria en España, en el que juegan un papel destacado las competencias y los criterios de evaluación. Si bien el trabajo por competencias ya estaba introducido en cierta medida en el currículo anterior, en particular en Catalunya, el paso adelante se produce ahora cuando los criterios de evaluación están directamente relacionados con las competencias, no se trata de evaluar los contendidos o saberes que está aprendiendo el alumno, sino las capacidades que está desarrollando. El nivel de adquisición de estas competencias se evalúa a través de unos criterios que concretan las acciones incluidas en la competencia. Tanto las competencias como los criterios incluyen saberes, pero estos no son el fin último, sino que son el instrumento para llegar a ser competente en un determinado contexto, más allá del aula de matemáticas. En la presentación se explica también que se entiende por situación de aprendizaje y como esta concepción enriquece el concepto actual de unidad o secuencia didáctica. La implantación de un nuevo currículo debe ir acompañada de un proceso de información de la comunidad educativa y muy en particular de los docentes, por esta razón se expone brevemente como se está llevando a cabo esta tarea, por parte de la administración educativa.
Palabras clave: Competencia, contexto, criterio de evaluación, situación de aprendizaje, reto.

El currículo de matemáticas que se presenta se ha empezado a aplicar en España a partir de este curso escolar (septiembre 2022-junio 2023). A raíz de la publicación de la Ley Orgánica 3/2020, de 29 de diciembre, por la que se modifica la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación (MEFP, 2020) se ha desarrollado un nuevo currículo para las diferentes etapas educativas y en particular para las matemáticas.

Se concreta en tres Reales Decretos por los que se establece la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria (MEFP, 2022a), Secundaria Obligatoria (MEFP, 2022b) y del bachillerato (MEFP, 2022c).

La **competencia matemática** es la habilidad para desarrollar y aplicar el pensamiento matemático para plantear y resolver problemas tanto en situaciones personales, académicas y científicas como en situaciones sociales y laborales futuras, más allá del ámbito escolar.

A continuación, se muestra, a título de ejemplo la primera competencia del nuevo currículo para los tres primeros cursos de la Educación Secundaria Obligatoria (12-15 años): «Interpretar, modelizar y resolver problemas de la vida cotidiana y propios de las matemáticas, aplicando diferentes estrategias y formas de razonamiento, para explorar distintas maneras de proceder y obtener posibles soluciones (MEFP 2022b,143-144)». Debe destacarse que las competencias específicas de las diferentes etapas educativas (educación primaria (6-12 años), secundaria (12-16 años) y bachillerato (16-18) son las mismas, con matices relacionados con la edad y el desarrollo del alumnado.

Estas competencias se pueden resumir con verbos que muestran las capacidades que desarrolla el alumnado al crecer con ellas: modelizar y resolver problemas, argumentar soluciones, formular conjeturas, pensamiento computacional, conectar, contextualizar, comunicar y representar, desarrollar destrezas personales y sociales en relación con el aprendizaje de las matemáticas.

En relación con las diez competencias del nuevo currículo español deben mencionarse dos hechos importantes, uno atañe a la competencia 4 (desarrollo del pensamiento computacional) y el otro a la competencia 10 (desarrollo de destrezas personales y sociales en relación con el aprendizaje de las matemáticas). La competencia 4 no fue contestada por el colectivo de docentes de matemáticas, porque en cierta manera la importancia de desarrollar el pensamiento computacional en el alumnado ya estaba presente en muchas aulas, pero la competencia 10 sí. ¿Qué sentido tenía introducir esta competencia si no se introducía en las competencias específicas de otras áreas o materias? ¿Qué tiene de diferente el aprendizaje de las matemáticas que requiere esta competencia para el desarrollo del alumnado? Las evidencias que se tienen, de que un sector importante del alumnado, a partir de cuarto de la educación primaria, rechaza el aprendizaje de las matemáticas porque no se siente capacitado o porque cree que no tiene aptitudes matemáticas, son elementos para pensar que es necesaria esta nueva competencia. Esta nueva competencia entronca con las ideas que propugna Jo Boaler (2020) sobre **mentalidad fija** y **mentalidad de crecimiento**, que da una vía optimista, con recomendaciones claras para docentes, familia y administraciones educativas, para pensar que todo el alumnado puede aprender matemáticas.

En un currículo de matemáticas basado en competencias la **evaluación del proceso de aprendizaje** ha de estar íntimamente relacionada con esas **competencias** que el currículo establece que debe adquirir el alumnado. Se trata de evaluar a los alumnos y alumnas en relación con las competencias y los saberes que van adquiriendo sin perder de vista que lo importante es en qué medida los saberes adquiridos se han aprendido de manera significativa y con sentido. Con este tipo de aprendizaje el alumnado será capaz de resolver nuevos retos y situaciones no solo en el contexto escolar sino también en el entorno social en el que vive.

Para ilustrar esta conexión fuerte entre las competencias y los criterios de evaluación, a continuación, se cita la novedosa competencia 4, seguida de los criterios para evaluarla.

«Competencia específica 4. Utilizar los principios del pensamiento computacional organizando datos, descomponiendo en partes, reconociendo patrones, interpretando, modificando y creando algoritmos, para modelizar situaciones y resolver problemas de forma eficaz. Criterios de evaluación. 4.1 Reconocer patrones, organizar datos y descomponer un problema en partes más simples facilitando su interpretación computacional. 4.2 Modelizar situaciones y resolver problemas de forma eficaz interpretando y modificando algoritmos (MEFP, 2022b, 143-146)».

El nuevo currículo de matemáticas parte de unas competencias matemáticas, inspiradas en las competencias del currículo de Portugal, Catalunya y de Ontario que a su vez proviene de las establecidas por **Mogens Niss** (2003, 2011) en Dinamarca. A continuación de cada competencia se establecen unos criterios de evaluación de cada una de las competencias propuestas y finalmente se incluyen los saberes graduados a través de los ciclos.

Las competencias se tienen que trabajar en el contexto de **situaciones de aprendizaje**, conectadas con la realidad y que inviten al alumnado a la reflexión, a la colaboración y la acción. La adquisición de las competencias específicas constituye la base para la evaluación competencial del alumnado y se valorará a través de los criterios de evaluación. No hay una vinculación unívoca y directa entre criterios de evaluación y saberes, las competencias específicas se evaluarán a través de la puesta en acción de diferentes saberes, proporcionando la flexibilidad necesaria para establecer conexiones entre ellos.

Usamos el término **situación de aprendizaje** (DEGC, 2022) para referirnos a aquellas experiencias que, independientemente de la forma en que se presentan, parten de un contexto y plantean un reto a la persona que aprende. El hecho que el aprendizaje se fundamente en la resolución de un reto o de una problemática real provoca que el aprendiz tenga que llevar a cabo con eficacia una acción o una serie de acciones que implican una o más capacitados para las cuales son imprescindibles los saberes de uno o más campos de conocimiento; por eso decimos que las situaciones de aprendizaje se orientan al logro de competencias.

El concepto de secuencia didáctica enriquece y va un poco más allá de la unidad o secuencia didáctica. Esta ya puede contener actividades ricas de suelo bajo y techo alto, diseñadas para hacer más competentes a todo el alumnado, pero lo que se añade ahora es que la secuencia de actividades se vertebre de manera el alumnado adquiere nuevos conocimientos que le permiten resolver el reto planteado y en el contexto de partida e incluso en nuevos contextos.

Esta progresión, que parte de entornos muy próximos y manipulativos conectando con las etapas de Educación Infantil y Primaria, facilita la transición hacia aprendizajes más formales y favorece el desarrollo de la capacidad de pensamiento abstracto. Los **criterios de evaluación**, en cuanto que explicitan la evaluación de las capacidades y los saberes que hay que desarrollar, concretan los aprendizajes que se quieren identificar en el alumnado y la forma de hacerlo. Se vinculan directamente a las **competencias**. Los criterios de evaluación permiten medir el grado de desarrollo de estas competencias y el docente puede conectarlos de forma flexible con los saberes de la materia durante el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Acompañado a estos criterios se presentan un conjunto de **saberes** que integran conocimientos, destrezas y actitudes que ayudarán a la adquisición de las competencias a lo largo de la etapa. Los saberes se han agrupado en **sentidos** como conjuntos de destrezas relacionadas con los diferentes ámbitos de las matemáticas: **numérico, medida, algebraico y pensamiento computacional, espacial, estocástico y socioemocional**. Estos sentidos permiten emplear los saberes de una manera funcional proporcionando la flexibilidad necesaria para establecer conexiones entre los diferentes sentidos.

Los saberes y su distribución en las diferentes etapas siguen las indicaciones establecidas en el documento elaborado por un grupo de trabajo de la Comisión de Educación del Comité Español de Matemáticas (CEMat, 2021): ***Bases para la elaboración de un currículo de Matemáticas en Educación no Universitaria*** que se entregó al Ministerio de Educación y Formación Profesional en la primavera del 2021.

A partir del currículo le corresponde a cada centro educativo y en particular al conjunto de docentes que imparten la materia de matemáticas, establecer los **indicadores o estándares del nivel** de adquisición de las diferentes competencias, en relación con el proyecto educativo del centro y al alumnado que atiende.

Con el fin de facilitar la conversión de las **secuencias didácticas** que hasta ahora utilizaban los docentes y transformarlas en **situaciones de aprendizaje**, con reto y contexto, en la página web *El nou currículum, una oportunitat d'aprendre amb sentit* (DEGC, 2022) se ha creado un apartado con ejemplos de situaciones de aprendizaje para las diferentes etapas, así como un esquema de programación en la que se indican los elementos que debería tener una situación de aprendizaje.

Según este esquema la programación debe contener, como previo: título, curso, área o materia, descripción (contexto + reto), competencias específicas, competencias clave o transversales, objetivos de aprendizaje, criterios de evaluación y saberes.

Como desarrollo de la situación de aprendizaje se deben incluir las diferentes actividades de aprendizaje y de evaluación, secuenciadas y caracterizadas según el ciclo de aprendizaje. Así, habrá actividades iniciales, en las que se sitúa al alumnado sobre qué sabe y qué no sabe del tema a tratar; actividades de desarrollo, en las que se introducen nuevos saberes, necesarios para resolver con rigor e instrumentos matemáticos, el reto planteado; actividades de estructuración para acompañar al alumnado a tomar conciencia de lo que está aprendiendo y relacionarlo con lo que ya sabe; actividades de aplicación, en las que como su nombre indica, se aplica a nuevas situaciones lo aprendido.

En todo este desarrollo y para relacionar de forma realista las actividades de aprendizaje con la evaluación, se recomienda establecer una rúbrica única que pueda aplicarse en diferentes momentos del desarrollo de la unidad, por ejemplo, en un mínimo de tres ocasiones, de forma que se puedan tener tres instantáneas de como está cada alumno en esos momentos, poderlo analizar y proponerle nuevas acciones, si es el caso que promuevan la mejora del aprendizaje de cada alumno. Actuar para mejorar durante el proceso, para evitar que «ya no haya solución» porqué el diagnóstico se ha hecho al final de la situación de aprendizaje. Aquí es importante tener en cuenta, tal como dice Neus Sanmartí (2018) y otros autores, que evaluar comporta recoger datos, analizarlos y emitir juicios, y tomar decisiones.

Por último, en la programación de una situación de aprendizaje se deberán tener en cuenta las medidas y soportes universales y las adicionales e intensivos que establece el Decreto de inclusión (DEGC, 2017) para realizar una enseñanza/aprendizajes inclusivos, esto es para todo el alumnado, en consonancia con el Diseño Universal de Aprendizaje (DUA) (Alba-Pastor, 2019).

La redacción de un nuevo currículo debe ir acompañada de un **plan de información y formación del profesorado** que imparte las materias, pero también de los equipos directivos de los centros que gestionan cómo debe organizarse el centro para atender a su alumnado, en particular los equipos docentes que los atienden. La mejora del proceso de aprendizaje del alumnado pasa por la mejora de los actores del proceso de enseñanza, esto es a través de la formación permanente de los mismos.

En Catalunya esta responsabilidad la tiene el Departament d'Educació de la Generalitat de Catalunya. Así, en la primavera del curso 2021-2022 a las puertas del nuevo currículo que se ha empezado a impartir el curso 2022-2023, se organizaron sesiones informativas/formativas para todos los equipos directivos de los centros públicos de educación primaria y educación secundaria. Durante el curso 2022-2023 se han desarrollado asesoramientos a los centros de primaria y secundaria que lo han solicitado, aproximadamente 65 centros. Mayoritariamente han sido centros de primaria porque los centros de secundaria han volcado sus esfuerzos en asistir a formación específica por especialidad docente.

En este sentido, durante el período de febrero a mayo del 2023, se están impartiendo 95 cursos en diferentes zonas de Catalunya, para atender la formación de los docentes de las diferentes disciplinas del bachillerato, etapa post obligatoria para alumnos de 16-18 años.

Tabla 1.

Cursos impartidos de febrero a mayo del 2023

Especialidad	**nº de cursos**
Biología y Geología	7

Dibujo	4
Economía	6
Educación Física	5
Filosofía	8
Física y Química	8
Geografía e História	11
Lengua y Cultura Clásica	8
Lengua y Literatura (catalana y castellana)	12
Lengua Estrangera (Inglés/Francés)	7
Matemáticas	11
Música	1
Tecnología	7
Total	95

Si bien las dos etapas de educación obligatoria, primaria (6-12 años) y secundaria (12-16 años) ya venían trabajando y evaluando a sus alumnos por competencias, desde los respectivos decretos del 2015, el gran cambio debía llegar al bachillerato. Por esta razón la primera campaña de formación dirigida específicamente a los docentes se ha hecho para esta etapa.

Los cursos constan de siete sesiones, de estructura similar para todas las especialidades. Los asistentes, a partir de una situación de aprendizaje diseñada por un especialista de la materia que ejerce de coordinador de los formadores, diseñan a su vez nuevas situaciones de aprendizaje con sus correspondientes actividades de evaluación. Los asistentes no trabajan de forma individual sino en grupos cooperativos de tres o cuatro personas. Cada sesión consta de tres horas de trabajo; en la primera parte el formador encargado del curso introduce los temas de referencia para poder diseñar la situación de aprendizaje y en la segunda parte los profesores, distribuidos en grupos construyen la parte correspondiente de la nueva situación de aprendizaje que están diseñando.

De las siete sesiones, tres son presenciales, la primera y la última y una intermedia. Las otras cuatro son online y sincrónicas. En la segunda parte los profesores, distribuidos en los subgrupos que ya organizaron en la primera sesión, van trabajando a su ritmo y el formador se pasea por las diferentes aulas virtuales resolviendo dudas y dando consejos, tal como ha hecho en las sesiones presenciales. En la última sesión cada grupo expone a los otros asistentes a la formación su situación de aprendizaje y recoge los matices y sugerencias que le aportan los otros grupos.

Esta dinámica de trabajo es totalmente intencionada y tiene dos finalidades principales, modelizar como se puede trabajar de forma cooperativa en un aula con alumnos de bachillerato y a su vez tener un banco compartido de situaciones de aprendizaje para los próximos cursos.

Referencias

Alba-Pastor, C. (2019). Diseño Universal para el Aprendizaje: un modelo teóricopráctico para una educación inclusiva de calidad. *Revista Participación Educativa.* Consejo Escolar del Estado, Madrid.

Boaler, J (2020). *Mentalidades matemáticas. Como liberar el potencial de los estudiantes mediante las matemáticas creativas, mensajes inspiradores y una enseñanza innovadora*, Ed. Sirio, Málaga.

CEMat (2021). Bases para la elaboración de un currículo de Matemáticas en Educación no Universitaria. https://fespm.es/index.php/2021/06/15/bases-para-la-elaboracion-de-un-curriculo-de-matematicas-en-educacion-no-universitaria/

Departament d'Educació de la Generalitat de Catalunya (DEGC) (2017). *DECRET 150/2017, de 17 d'octubre, de l'atenció educativa a l'alumnat en el marc d'un sistema educatiu inclusiu*. https://portaljuridic.gencat.cat/eli/es-ct/d/2017/10/17/150

Departament d'Educació de la Generalitat de Catalunya (DEGC) (2022). Situacions d'aprenentatge, El *nou currículum. Una oportunitat d'aprendre amb sentit.* https://projectes.xtec.cat/nou-curriculum/educacio-basica/situacions-aprenentatge/

Ministerio de Educación y Formación Profesional (MEFP). (2020). *Ley Orgánica 3/2020, de 29 de diciembre, por la que se modifica la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación.* Boletin Oficial del Estado (BOE) n.º 340, de 30 de diciembre de 2020, páginas 122868 a 122953. https://www.boe.es/eli/es/lo/2020/12/29/3

Ministerio de Educación y Formación Profesional (MEFP). (2022a). Real Decreto 157/2022, de 1 de marzo, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria. Boletin Oficial del Estado (BOE) n.º 52, de 02/03/2022. https://www.boe.es/eli/es/rd/2022/03/01/157/con

Ministerio de Educación y Formación Profesional (MEFP). (2022b). Real Decreto 217/2022, de 29 de marzo, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Secundaria Obligatoria. Boletin Oficial del Estado (BOE) n.º 76, de 30/03/2022. https://www.boe.es/eli/es/rd/2022/03/29/217

Ministerio de Educación y Formación Profesional (MEFP). (2022c). Real Decreto 243/2022, de 5 de abril, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas del Bachillerato. Boletin Oficial del Estado (BOE) n.º 82, de 06/04/2022. https://www.boe.es/eli/es/rd/2022/04/05/243/con

Niss, M. A. (2003). Mathematical Competencies and the Learning of Mathematics: The Danish Kom Project. IMFUFA, Roskilde University, P.O. BOX 260, DK-4000 Roskilde, Denmark. http://www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/mve375/1112/docs/KOMkompetenser.pdf

Niss, M. A., & Højgaard, T. (Eds.) (2011). *Competencies and Mathematical Learning: Ideas and inspiration for the development of mathematics teaching and learning in Denmark*. Roskilde Universitet, IMFUFA-tekst : i, om og med matematik og fysik No. 485. https://rucforsk.ruc.dk/ws/portalfiles/portal/35932281/IMFUFA_485.pdf

Sanmartí, N. (2020). *Avaluar és aprendre. L'avaluació per millorar els aprenentatges de l'alumnat en el marc del currículum per competències*. Departament d'Educació, Barcelona. https://educacio.gencat.cat/web/.content/home/departament/publicacions/colleccions/competencies-basiques/eso/avaluar-aprendre.pdf

História Social da Educação Matemática na Ibero-América

Social History of Mathematics Education in Ibero-America

Historia Social de la Educación Matemática en Iberoamérica

Fredy Enrique González
Universidad Pedagógica Experimental Libertador - Venezuela
0000-0002-8079-3826

Iran Abreu Mendes
Universidade Federal do Pará – Brasil
0000-0001-7910-1602

Luis Carlos Arboleda
Universidad del Vale – Colômbia
0000-0001-5767-6819

Resumo

A Educação Matemática é um campo disciplinar que internacionalmente, ganha cada vez mais espaços de legitimação, devido à robustez dos resultados alcançados pelas práticas de pesquisa operacionalizadas por um contingente de acadêmicos profissionalmente dedicados ao estudo, ensino e aprendizagem Matemática, em diferentes sistemas educacionais dos diversos países. Na Mesa Redonda realizada no CIBEM 2022 e discorremos sobre a trajetória de desenvolvimento da Educação Matemática na América Latina, considerando a intervenção dos principais atores de referência e os cenários sociais onde eles se submeteram ao escrutínio da comunidade e consolidaram as ideias centrais que constituem as dimensões epistemológica, ontológica, axiológica, teleológica e metodológica da Pesquisa na Educação Matemática. O foco principal foi o papel da História da Matemática e da Educação Matemática na formação de matemáticos e professores que ensinam matemática, bem como aqueles cujo interesse de pesquisa é a Historiografia da Educação Matemática na América Latina.
Palavras-Chave: História Social; História Matemática; História da Educação Matemática.

Abstract

Mathematics Education is a disciplinary field that internationally gains more and more space for legitimacy, due to the robustness of the results achieved by research practices operated by a contingent of academics professionally dedicated to the study, teaching and learning of Mathematics, in different educational systems of the diverse countries. In the Round Table held at CIBEM 2022, we discussed the trajectory of development of Mathematics Education in Latin America, considering the intervention of the main reference actors and the social scenarios where they submitted themselves to the scrutiny of the community and consolidated the central ideas that constitute the dimensions epistemological, ontological, axiological, teleological and methodological of the Mathematics Education Research. The main focus was the role of the History of Mathematics and Mathematics Education in the formation of mathematicians and

teachers who teach mathematics, as well as those whose research interest is the Historiography of Mathematics Education in Latin America.
Keywords: *Social History; Mathematical History; History of Mathematics Education.*

Resumen

La Educación Matemática es un campo disciplinar que internacionalmente gana cada vez más espacio para su legitimación, debido a la solidez de los resultados alcanzados por las prácticas investigativas operadas por un contingente de académicos dedicados profesionalmente al estudio, enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas, en diferentes sistemas educativos de los diversos países. En la Mesa Redonda realizada en CIBEM 2022 discutimos la trayectoria de desarrollo de la Educación Matemática en América Latina, considerando la intervención de los principales actores de referencia y los escenarios sociales donde se sometieron al escrutinio de la comunidad y consolidaron las ideas centrales que constituyen las dimensiones epistemológica, ontológica, axiológica, teleológica y metodológica de la Investigación en Educación Matemática. El foco principal fue el papel de la Historia de las Matemáticas y la Educación Matemática en la formación de matemáticos y profesores que enseñan matemáticas, así como aquellos cuyo interés de investigación es la Historiografía de la Educación Matemática en América Latina.
Palabras clave: Historia social; Historia Matemática; Historia de la Educación Matemática

Introdução

A Educação Matemática é um campo disciplinar que, no cenário internacional, ganha cada vez mais espaços de legitimação; isso se deve, entre outros fatores, à robustez dos resultados alcançados, por meio das melhores práticas de pesquisa, por um importante contingente de acadêmicos profissionalmente dedicados, em diferentes níveis dos sistemas educacionais de seus respectivos países, a tarefas associadas com processos de estudo, ensino e aprendizagem da Matemática, e com estratégias de formação dos profissionais que vão ensiná-la e que, por conta disso, devem aprender a ensinar Matemática.

Levando em consideração o exposto, no IX CIBEM, realizado do 05 até o 09 de 2022, foi efetivada a Mesa Redonda intitulada História Social da Educação Matemática na Ibero-América – HISOEM-IB[10] com intuito de promover nos seus participantes o sentimento de pertença a um coletivo que promove o processo de constituição da Educação Matemática como espaço de produção profissional de conhecimentos associados com o desenvolvimento de descrições, explicações, interpretações, transformações, entre outras ações, relativas às práticas

[10] Assista aqui ao vídeo completo da Mesa Redonda https://www.youtube.com/watch?v=-sKo8PRDxT4&t=44s

que se articulam com os processos de estudo, ensino e aprendizagem da Matemática, desenvolvidas em diferentes contextos, socioculturais ao longo do mundo todo.

O propósito fundamental da Mesa nomeada, foi *Examinar a trajetória descrita pelo processo de desenvolvimento da Educação Matemática como disciplina científica, com ênfase na região latino-americana*, levando em conta a intervenção, em diferentes cenários sociais, de seus principais atores de referência onde eles têm oportunidade de expor, submeter ao escrutínio da comunidade e consolidar as suas ideias centrais que, num processo de evolução conceitual (Toulmin, ob. cit.), vão constituindo as dimensões epistemológica, ontológica, axiológica, teleológica e metodológica da Educação Matemática.

Os assuntos que foram expostos na Mesa, referiram-se a estudos relacionados ao papel da História da Matemática e da Educação Matemática na formação de matemáticos e professores que ensinam Matemática, bem como aqueles cujo interesse de pesquisa é a Historiografia da Educação Matemática na América Latina. A exposição dos temas indicados teve como intencionalidade contribuir com o acréscimo da consciência coletiva dos membros da comunidade ibero-americana de educadores matemáticos, em relação ao desenvolvimento disciplinar da Educação Matemática; para isso, acreditamos que é necessário:

1. Realizar um inventário da produção neste campo disciplinar gerada durante pelo menos as últimas três décadas na América Latina e, com isso, iniciar a recuperação de seu Patrimônio Histórico da Educação Matemática.

2. Mostrar o grau de robustez que a Educação Matemática tem alcançado nos diversos países que compõem a esfera ibero-americana, com destaque para a América Latina.

Para conseguir isso, é preciso (a) Examinar a presença da Educação Matemática Latino-Americana em periódicos nacionais, regionais e internacionais; (b) Descrever a Situação Atual e as Perspectivas futuras dos programas de Pós-Graduação em Educação Matemática que estão ativos na região; (c) Avaliar a produção bibliográfica latino-americana referente à Educação Matemática; (d) Identificar os Grupos de Pesquisa Ativos em Educação Matemática na América Latina; (e) Visibilizar a produção Teórica Latino-Americana em Educação Matemática; (f) Avaliar o Impacto da Pesquisa em Educação Matemática nas Políticas Públicas de Educação na América Latina.

A Mesa Redonda foi iniciada com uma intervenção preliminar de seu moderador, seguida pelas exposições dos palestrantes convidados; concluída essa primeira roda de intervenções, iniciou-se uma troca de perspectivas e pontos de vista, conduzida pelo moderador, entre os palestrantes que acrescentaram suas ideias, refletiram sobre outros temas gerais relativos a Historia Social da Educação Matemática em Latino América; por fim, os três responsáveis da Mesa fizeram propostas de ações para dar continuidade às reflexões geradas na Mesa, com possibilidade de articular trabalhos conjuntos de educadores matemáticos de vários países de América Latina. A seguir, as transcrições das interveções

Sobre o Desenvolvimento da Educação Matemática na Latino-América

Essa foi a expressão usada pelo Moderador, Professor Doutor Fredy Enrique González, para dar título a sua primeira intervenção, iniciada com palavras de boas-vindas a todos educadoras e educadores matemáticos de ibero-americanos que estavam assistindo à transmissão, dado que o IX CIBEM foi desenvolvido no formato *on line*. O moderador foi responsável por gerenciar as diferentes intervenções, tanto dos dois palestrantes convidados quanto dos educadores matemáticos que participaram nas deliberações, diálogos e reflexões sobre a História Social da Educação Matemática na América Latina que aconteceram na Mesa.

Depois das boas-vindas, o moderador fez referência ao título da Mesa História Social da Educação Matemática na Ibero-América e sinalizou seu objetivo:

> oferecer uma contribuição, a todos os educadores matemáticos ibero-americanos, relacionada com o desenvolvimento histórico da Educação Matemática como disciplina científica em nossa região.

Com essa Mesa e as atividades associadas a ela tem-se a intenção de propiciar um mapeamento da produção, neste campo disciplinar, desenvolvida na Ibero-América pelo menos nos últimos 30 anos; o mapeamento indicado será realizado por meio de projetos de pesquisa nos que participem pesquisadores na Educação Matemática de vários países ibero-americanos. Com esses projetos se espera contribuir à tomada de consciência coletiva pelos educadores matemáticos da Ibero-América sobre a Educação Matemática tem se constituído, desenvolvido e consolidado, como campo disciplinar de direito próprio, nos diferentes países da região.

A Mesa constituiu um convite para constituir grupos de trabalho multinacionais que produzam pesquisas nas quais sejam abordados, entre outros, temas como os indicados a seguir:

1. Presença latino-americana nas revistas muito bem conceituadas, dedicadas à Educação Matemática, nos países da região, como também assim, nas

revistas da corrente principal nas quais têm visibilidade as produções científicas de mais alto nível.

2. Situação atual e perspectivas dos programas de pós-graduação em Educação Matemática existentes em nossa região e quais são as possibilidades de se articular para desenvolver projetos de trabalho cooperativo e colaborativo.

3. Produção bibliográfica, em relação à Educação Matemática, gerada pelos grupos de pesquisa ativos que que operam na América Latina.

4. Perspectivas teóricas oferecidas ao campo global de pesquisa acadêmica na área de Educação Matemática que pode se dizer que têm surgido e que são nativas da América Latina

5. Impacto da pesquisa em Educação Matemática no estabelecimento de políticas educacionais públicas orientadas a fortalecer a formação em Matemática dos cidadãos dos países da América Latina

Para falar sobre todos esses aspectos e ao mesmo tempo idealizar alguma prospectiva para o desenvolvimento de pesquisas no campo da História Social da Educação Matemática em nossa região ibero-americana, foram convidados dois importantes pesquisadores da área; um deles é o Professor Dr. ***Irán Abreu Mendes***[11], quem é Assessor do Grupo de Estudos Internacionais em História e Pedagogia da Matemática da Comissão Internacional de Instrução Matemática (ICMI)[12], em representação da América Latina; tem uma longa carreira e uma produção de pesquisa muito extensa, expressada em termos de artigos científicos, capítulos de livros, livros, orientações de trabalhos de mestrado e teses de doutorado e participações em inúmeros eventos científicos internacionais, com ênfase em aspectos da História da Matemática e da História da Educação Matemática. O outro convidado foi o Professor Dr. ***Luis Carlos Arboleda***[13], ele é da Colômbia, e é também Assessor do Grupo de Estudos Internacionais em História e Pedagogia da Matemática da Comissão Internacional de Instrução Matemática (ICMI); além disso, é membro da Academia Colombiana de Ciências Exactas, Físicas e

[11] Iran Abreu Mendes. Universidade Federal do Pará; http://orcid.org/0000-0001-7910-1602; http://lattes.cnpq.br/4490674057492872

[12] https://www.mathunion.org/icmi

[13] Luis Carlos Arboleda. Universidad del Valle. Santiago de Cali, Colombia. https://orcid.org/0000-0003-0444-1383 https://accefyn.org.co/cv-luis-carlos-arboleda-a/

Naturales; é também assessor do Grupo de Estudos Internacionais em História e Pedagogia da Matemática da Comissão Internacional de Instrução Matemática (ICMI), uma organização mundial dedicada à pesquisa e desenvolvimento em educação matemática em todos os níveis. As conferências proferidas pelos dois palestrantes convidados contribuíram muito para proporcionar uma visão ampla do estado atual e das perspectivas futuras no campo da Educação Matemática na América Latina.

Além das duas conferências, a Mesa atraiu pesquisadores da Educação Matemática dos seguintes países: Argentina, Brasil, Chile, México, Peru, Espanha e Portugal; logo de avaliadas ficaram aprovadas as treze (13) comunicações que são identificadas a seguir:

1. Una comunidad de experts en didáctica de la Matemática, en Buenos Aires, nucleados bajo un mismo paradigma. Compatibilizando marcos teóricos en HEM; (Alejandra Deriard)

2. Vestígios do ensino de geometria em um caderno de 1905 de uma aluna do Colégio São José de São Leopoldo/RS; (Malcus Cassiano Kuhn; Silvio Luiz Martins Britto)

3. Contribuições os para métodos de ensino de Matemática: Comenius e Jesuítas; (Rogério Joaquim Santana)

4. IFRN - campus Macau: uma história do curso de Especialização em Ensino de Ciências Naturais E Matemática; (Kaline Martins Araujo; Liliane Dos Santos Gutierre)

5. Utilização da História da Matemática em sala de aula: considerações sobre as propostas dos Parâmetros Curriculares Nacionais e da Base Nacional Comum Curricular; (Paola Do Prado; Luís Gabriel Favaretto Matté; Luiz Henrique Ferraz Pereira)

6. O guia metodológico para cadernos MEC - MATEMÁTICA – 1977; (Laura Silva Dias; Kamila Da Fonseca Veiga Cavalheiro Leite; Diogo Ferreira Jandrey; Edilene Simões Costa Dos Santos)

7. O estudo dirigido suas origens; (Rogério Joaquim Santana)

8. Un acercamiento histórico-epistemológico a la geometría esférica en sus inicios; (Melvin Cruz Amaya; Gisela Montiel Espinosa)

9. Livro “Programa de admissão”: uma análise dos saberes; (Tharine Antunes Lopes; Adriano Da Fonseca Melo; Luana Vieira Ramalho)

10. Histórias em foco: a história cultural, a história do tempo presente e a História da Educação Matemática; (Késia Caroline Ramires Neves)

11. Proposições e práticas de uso da História da Matemática para ensinar Matemática; (Francisco Ronald Feitosa Moraes; Lilia Santos Goncalves)

12. Adição de números naturais no livro Praticando Matemática; (Elton Morais Barbosa; Reginaldo Guilhermino Cabral Liborio; Virginia Cardia Cardoso)

13. Una mirada a la historia de las prácticas matemáticas escolares en Colombia a través de la cartilla lacónica de las cuatro reglas de la aritmética práctica (Agustín Joseph de Torres, 1797); (Alejandra Marin Rios; Gilberto Obando Zapata)

Pesquisas em História da Matemática no Brasil

A primeira das palestras previstas na Mesa, foi proferida pelo Professor Dr. Iran Abreu Mendes que tratou diretamente sobre as pesquisas em História da Matemática e da Educação Matemática no Brasil, desenvolvidas no período transcorrido entre 1992 e 2020[14].

Nessa perspectiva, considerei os aspectos ligados à abordagem social da educação matemática, da matemática e do ensino de matemática, particularmente o referente às associações de pesquisadores e às organizações sociais dos grupos de pesquisadores e de formação de pesquisadores que temos estabelecido no interior das instituições acadêmicas do Brasil.

Desde a década de 1990, as pesquisas brasileiras em História da Matemática e da educação matemática, constituíram um *corpus* temático, epistemológico, metodológico e didático que contribuíram para a criação de uma comunidade nacional personalizada neste campo científico. Durante uma década realizei uma pesquisa sobre esses 30 anos (1990 – 2020) e identifiquei uma diversidade de fundamentos, métodos de investigação, objetos temáticos, grupos de estudos e espaços, eixos e dimensões temáticas de pesquisa que expressam modos de pensar e fazer investigações históricas sobre a cultura matemática, seu ensino e seu acervo documental e memorialístico, e que atualmente vem sendo mobilizado para a formação de

[14] A fala do Professor Mendes, dada as características da Mesa, será na primeira pessoa.

professores e pesquisadores nesse subcampo da Educação Matemática no Brasil. Os resultados de minha pesquisa mostraram que a comunidade de pesquisadores em História da Matemática está organizada em coletivos de pensamento que refletem estilos de pensamento sobre a investigação, a produção de conhecimento e suas implicações acadêmicas. Em minha apresentação intencionei responder qual o formato epistemológico das pesquisas sobre história da matemática? Que tipos de histórias são focalizadas nas pesquisas? De que maneira essas histórias são produzidas por pesquisadores? Quais seus significados conceituais e pedagógicos para a comunidade escolar? Em que termos podem ser utilizadas pelos professores de Matemática em suas aulas?

A este respeito procurei enfocar um pouco das perspectivas teóricas e metodológicas que fundamentam as pesquisas brasileiras, as conexões de pesquisa relativas à história social da matemática e da educação matemática em cooperações brasileiras com pesquisadores da América Latina e de outros países como Portugal Espanha e França, bem como acerca dos nossos desafios no momento atual e as perspectivas futuras para que a gente possa avançar enfrentando esses desafios em uma espécie de agenda para a internacionalização da pesquisa e do patrimônio histórico da educação da matemática na América Latina. O foco principal é a preservação e manutenção da resistência dessa história e do patrimônio deixado nela.

Ao longo de meu percurso profissional, desde 2008 venho tecendo um itinerário ou a trajetória da pesquisa Brasileira em História da Matemática e da educação matemática em três décadas (1990 a 2020), cujo estudo geral sobre o tema foi concluído em 2022. Um dos aspectos resultantes dessa pesquisa foi que, por volta de 2018, criamos uma plataforma digital para inserir toda a produção em história da matemática presente em dissertações, teses doutorais, anais de eventos e periódicos da área, dentre outras produções bibliográficas e videográficas e artigos produzidos no Brasil, recolhida em diferentes repositórios brasileiros, de modo a organizar, sistematizar, em quadros categoriais na forma de uma cartografia da pesquisa em história da matemática e da educação matemática no Brasil.

Trata-se de uma pesquisa financiada pelo CNPq desde 2011, organizada em três fases: cartografia das pesquisas brasileiras em História da Matemática; Genealogia dos grupos de pesquisa em história da Matemática do Brasil e Análise da produção brasileira em História da Matemática. A terceira fase foi concluída em 2021 com a catalogação e disponibilização de todo o material digitalizado, para acesso de pesquisadores e interessados no assunto. Uma quarta fase (2022 a 2025) está em desenvolvimento, e se constitui em um novo desafio para mais quatro anos, que trata sobre o processo de formação inicial e continuada do professor que ensina matemática com base na história da matemática; acredito que a formação do professor de matemática deve acontecer a partir de uma relação direta entre escola e universidade ou seja a escola enquanto o processo de formação da educação básica e a universidade. Um dos resultados mais transcendentes da minha pesquisa é o CREPHIMAT do qual vou falar agora.

O CREPHIMat: Contexto, Finalidade e Funcionamento

O Centro Brasileiro de Referência em Pesquisa sobre História da Matemática (CREPHIMat)[15] foi idealizado para a divulgação, disseminação e arquivamento das produções de pesquisas em história da matemática produzidos no Brasil. É um Centro Virtual que disponibiliza informações sobre as produções de pesquisas em História da Matemática realizadas no Brasil, publicações e materiais didáticos relativos a esta temática de estudos científicos, didáticos e pedagógicos.

Seu objetivo principal é contribuir com as ações de professores, pesquisadores e estudantes interessados em História da Matemática, para criar possibilidades de questionamentos, descrições e análises dos modos como o cenário histórico, epistemológico, pedagógico e patrimonial do campo de História da Matemática encontra-se configurado no Brasil a partir do final do século XX, uma vez que já nas últimas décadas do século XX e primeiras do século XXI as pesquisas em história da matemática apresentaram contribuições expressivas relacionadas ao desenvolvimento da matemática brasileira.

A Plataforma foi concebida como um ambiente virtual para organizar e disponibilizar à comunidade acadêmica o máximo possível do acervo de produções acadêmico-cientifica sobre História da Matemática produzidas no Brasil, na forma digital, com indicações de fontes de consulta para a pesquisa sobre história da Matemática em geral em suas diversas abordagens. Até 2021 o CREPHIMat disponibilizou-se cerca de 3000 produções acadêmicas entre artigos, anais de congressos, livros, capítulos de livros, materiais didáticos, teses e dissertações, identificadas e catalogadas nas seguintes dimensões de abordagens:

1. História dos livros didáticos de matemática;
2. História da formação de professores que ensinam Matemática;
3. História e filosofia da Educação Matemática;
4. História das disciplinas relacionadas à Matemática;
5. História da Matemática no ensino primário;

[15] https://www.crephimat.com.br/

6. História da Matemática no ensino secundário;
7. História das instituições educacionais;
8. História da Matemática no ensino superior;
9. História da educação;
10. Histórias de vida profissional e Biografias de educadores matemáticos

Posteriormente as produções em História da Matemática no Brasil foram organizadas em cinco categorias e incluídas no CREPHIMAT:

1. História e Epistemologia da Matemática (HEpM);
2. História da Educação Matemática (HEdM);
3. História para o Ensino da Matemática (HEnM).
4. Estudos e pesquisas em História da Formação de Professores de Matemática;
5. Estudos e pesquisas em História e Etnomatemática, história e estudos culturais específicos

O CREPHIMat prioriza a divulgação das pesquisas em História da Matemática no Brasil em direção a formação de professores de matemática, considerando os desafios futuros que emergiram da pesquisa realizada. Uma dos desafios é a ampliação do acervo do CREPHIMAT com uma possível conexão associada aos acervos da América Latina que possam incorporar o patrimônio Histórico da Matemática e da Educação Matemática, envolvendo fontes documentais para acesso dos pesquisadores, professores e estudantes de graduação e pós-graduação.

Outro desafio é a realização de um evento PanAmazônico de Pesquisa sobre História Social da Matemática e da Educação Matemática em 2023 ou 2024; a criação de um *Conselho Latino-Americano de Pesquisa sobre História Social da Matemática e da Educação Matemática*; e por fim, a organização de um programa de internacionalização da Pesquisa sobre História Social da Matemática e da Educação Matemática no âmbito das instituições acadêmicas Latino-americanas.

Algumas pesquisas de referência no campo da História da Educação Matemática na Colômbia

Esse foi o título da conferencia do segundo palestrante, Professor Dr. Luis Carlos Arboleda, quem fez referência às linhas de investigação na História da Educação Matemática na Colômbia, igual que no caso do Dr. Mendes esse depoimento estará escrito na primeira pessoa.

A seguir farei referência das seis principais linhas de pesquisa em História da Educação Matemática que são desenvolvidas na Colômbia

1. Desenvolvimento do ensino da matemática a médio e longo prazo

Esta linha foi promovida por Clara Helena Sánchez Botero e Víctor Samuel Albis González†, professores da Universidade Nacional da Colômbia, que compilaram e estudaram uma quantidade significativa de documentos sobre a história da matemática e seu ensino na Colômbia nos seguintes períodos:

- Concepções de ensino na época colonial.
- Os primeiros anos da República e as primeiras tentativas de formalização dos estudos em Matemática e Ciências Naturais
- A fundação do Colégio Militar e a formação de engenheiros (1848)
- A fundação da Universidade Nacional em 1867 até a Guerra dos Mil Dias
- O ensino da Matemática e da Engenharia na primeira metade do século XX
- A formação de matemáticos e professores de matemática na segunda metade do século XX até o início do século XXI.

Suas inúmeras publicações sobre esses períodos constituem referências para outros estudos. Entre suas contribuições, vale destacar a rica bibliografia e os preciosos comentários e anotações que conectam eventos e circunstâncias com suas respectivas fontes documentais. Este corpo de trabalho faz parte de um programa de pesquisa de longo alcance sobre recuperação, estudo e valoração do patrimônio matemático colombiano.

Este tipo de visões panorâmicas é uma referência essencial para analisar os desenvolvimentos da institucionalização e profissionalização do ensino da matemática, particularmente em termos de estudos comparativos da diversidade destes desenvolvimentos nas regiões.

2. Estudo da introdução do pensamento científico moderno no período colonial

A história da educação científica na Colônia e início da República é uma das linhas de pesquisa com maior trajetória intelectual e acadêmica na Colômbia neste campo. Existe aqui uma importante produção bibliográfica com abordagens historiográficas e abordagens metodológicas diversas que constituem um bom laboratório de ideias para a investigação das práticas educativas e apropriação do conhecimento em Nova Granada. Da mesma forma, este domínio de pesquisa oferece material importante para o estudo de metodologias de análise arquivística, fontes históricas e patrimônio documental.

No caso da Matemática e da Física, merecem destaque algumas pesquisas recentes com achados de documentos inéditos e novas interpretações sobre a recepção e desenvolvimento de ideias científicas nos estabelecimentos de ensino da Colônia. Entre eles:

- Tese de doutorado de Sebastián Molina Betancur sobre os modos de apropriação da Física teórica e experimental de Newton no ensino de Mutis em Nova Granada na segunda metade do século XVIII.
- A tese de doutorado de Mauricio Rojas com uma interpretação inovadora sobre a formação e prática científica dos estudiosos crioulos, particularmente de Caldas, em um contexto social e cultural de mudança de regime político.
- O trabalho de Luis Carlos Arboleda Aparicio sobre a introdução do pensamento analítico no ensino de álgebra e geometria cartesiana na Cátedra de matemática de Mutis em Santafé de Bogotá.

Finalmente, outras elaborações originais sobre a história da educação matemática e científica estão aparecendo atualmente nas publicações sobre ciência e nação produzidas no âmbito das comemorações do Bicentenário da Independência.

Todas essas obras oferecem elementos importantes para o estudo da natureza e função dos textos históricos no ensino da matemática no período colonial que podem ser úteis na análise do ensino em outros contextos socioculturais.

3. Estudo histórico do ensino da matemática numa mesma instituição durante um longo período de tempo

Em sua pesquisa sobre a fundação e evolução do Colégio Militar entre 1848 e 1884, Bertrand Eychenne forneceu um valioso quadro conceitual para apreciar a institucionalização do ensino de matemática e engenharia no contexto político, econômico e social da Colômbia no século XIX. Vale destacar a minuciosa metodologia utilizada pelo autor na sistematização e apropriação de fontes e bibliografias, que se constitui em um guia para o estudo histórico de uma instituição escolar do país e provavelmente da região.

Sua abordagem geográfica da história sociocultural das Ciências, na qual a transferência e a circulação do conhecimento em diversos contextos desempenham um papel importante, oferece aos estudos valiosos elementos para analisar a contratação de professores, a introdução de currículos, a apropriação de textos e materiais de ensino, e outros aspectos do ensino de matemática na profissionalização de engenheiros.

4. Estudos comparativos sobre o desenvolvimento da educação matemática em diferentes contextos institucionais

Frank Safford, Alberto Mayor Mora e outros historiadores e sociólogos da Ciência têm investigado as controvérsias entre as elites locais a respeito dos modelos de formação de engenheiros e suas relações com a organização do Estado e o desenvolvimento regional. Atualmente, a interpretação de que na Faculdade de Minas de Medellín o ensino da matemática "aplicada" era menos rigoroso e com caráter instrumental na formação do engenheiro, enquanto na Faculdade de Matemática e Engenharia de Bogotá o fazia com reservas, é visto com reservas ênfase na matemática rigorosa ou "pura".

No entanto, este tipo de estudos sociológicos tem favorecido a incorporação de perspectivas culturais no tratamento de problemas-chave na história da educação matemática na Colômbia; por exemplo, na caracterização dos conteúdos matemáticos e das concepções dos planos de estudos em contextos regionais, bem como na avaliação do ensino pelo impacto que têm determinados ideais de formação profissional, ou na ponderação do peso ou transformação dessas tradições culturais no ensino ao longo dos anos.

5. Caracterização de transformações significativas no ensino através do estudo de textos

Vários pesquisadores, entre eles Gabriela Inés Arbeláez Rojas e Luis Carlos Arboleda Aparicio, têm estudado mudanças significativas no ensino por meio da apropriação de textos estrangeiros, particularmente franceses em Análise Matemática, ou de sua produção local. No estudo dessas mudanças, têm-se utilizado dispositivos conceituais e abordagens metodológicas cada vez mais elaborados, que permitem reconhecer variações epistemológicas da produção discursiva a partir de avaliações culturais, pedagógicas e filosóficas da Matemática.

Por meio dessas mudanças e avaliações, busca-se identificar singularidades das práticas pedagógicas nos sistemas educacionais e melhor apreciar a dinâmica de institucionalização da educação matemática em períodos de média e longa duração no país. Na passagem de uma geração para outra, os textos arrastam os rastros de uma epistemologia que gradualmente abandonam e, ao mesmo tempo, deixam registros para analisar a forma como um estado conceitual anterior foi superado e outro estado de maior estabilidade poderia ser alcançado no campo. teórico.

Finalmente, sob a determinação de certas condições da prática docente e do contexto local, este estudo dos textos visa compreender a forma como uma comunidade de professores de matemática se apropriou deles num determinado momento e os transformou (domesticou). baseada na transmissão do conhecimento.

6. Introdução do movimento da Nova Matemática na Colômbia e suas repercussões no ensino

Comparativamente com outros países a nível internacional e da região ibero-americana, os estudos sobre a recepção do Movimento da Matemática Moderna (MMM) e o seu impacto nas escolas normais e no ensino primário e secundário são bastante limitados e dispersos. Só recentemente vem se formando uma massa crítica nessa linha de pesquisa que, de qualquer forma, já tem certa legitimidade no campo da educação matemática.

Informações contextuais importantes que influenciaram o desenvolvimento dessa linha podem ser encontradas em trabalhos sobre a história da educação matemática em nível universitário. As questões de maior interesse referem-se à transição, no final da década de 1940, entre a matemática de engenharia e a matemática profissional, e as transformações na institucionalização e profissionalização da matemática que se manifestam como resultado da introdução nas décadas seguintes dos novos programas de formação de matemáticos na Colômbia. Entre os relativamente poucos estudos existentes sobre o MMM na Colômbia, podem-se citar dois recentes, um sobre sua introdução em 1961 e outro sobre sua implantação tardia no ensino quase quinze anos depois.

A primeira reunião oficial para introduzir o Movimento da Matemática Moderna na Colômbia e nas Américas foi realizada em Bogotá em 1961. A partir de então, uma comunidade profissional na área começou a se estabelecer firmemente com a formação do CIAEM ou Conferência Interamericana de Educação Matemática. Examinando os materiais do encontro, Arboleda procurou reconhecer os modos de representação de políticos e matemáticos sobre critérios e procedimentos para promover a reforma do ensino de matemática no hemisfério. Especificamente, ele se interessou pelo exame dos fundamentos epistemológicos e pedagógicos da matemática moderna expressos pelos líderes do *New Math* presentes na reunião.

Na Colômbia, o Movimento da Matemática Moderna começou a se estabelecer formalmente apenas com a reforma do ensino de 1975. A tese de doutorado de Alfonso Gómez Mullet estuda as características curriculares dessa reforma em relação ao foco tradicional dos planos de estudos anteriores e oferece uma visão geral dos problemas enfrentado por sua implementação por meio do ensino da série Matemática Estruturada Moderna, uma das coleções de textos mais aceitas na educação secundária e a mais representativa da abordagem da Nova Matemática produzida na Colômbia.

Deliberações Finais e Prospectiva

Logo de concluídas as conferências dos palestrantes convidados, iniciou-se um diálogo entre eles, com intervenção tanto do moderador quanto de pessoas que estavam participando na Mesa, no formato remoto (on-line); desse diálogo surgiram as ações que se indicam a seguir e que constituem a prospectiva do trabalho, o seja um roteiro a seguir para continuar fortalecendo o trabalho de pesquisa em História Social da Educação Matemática na Ibero América; tais ações são indicadas a continuação:

1. Impulsar a criação de um Espaço Latino-americano da Educação Matemática

2. Constituir um Conselho Latino-americano de Educadores Matemáticos interessados na História Social da Educação Matemática na América Latina

3. Desenvolver um Programa de Pesquisa em História da Educação Matemática no contexto de uma estratégia de internacionalização que propicie articulações entre diversos grupos de pesquisa para desenvolver projetos conjuntos com financiamento multinacional.

4. Ampliar o acervo documental sobre História da Educação Matemática que está disponível em alguns países com a incorporação de documentos e informação sobre HEM de outros países da região (v.g. compartilhar teses e dissertações)

5. Desenvolver uma Estrategia de Difusión das pesquisas latino americanas em HISOEM mediante edições temáticas ou dossier de periódicos, qualificados, dedicados à Educação Matemática.

6. Oferecer Minicursos e Oficinas de Formação em Metodologias de Pesquisa em História da Educação Matemática.

7. Desenhar um Projecto Multinacional de Recuperação do Patrimônio Histórico da Educação Matemática na América Latina

8. Realizar Estudos Comparativos sobre desenvolvimento histórico da Educação Matemática nos países da região latino-americana.

9. Organizar um Registo de Educadores Matemáticos Latino Americanos interessado na realização de pesquisas em História Social da Educação Matemática.

10. Escrever o Documento Base da Declaração de São Paulo para reportar as iniciativas emergentes desta Mesa.

MODALIDADE: PÔSTER

Organizados por núcleo temático

Formação de professores que ensinam Matemática

Conhecimento Interpretativo de Professores de Matemática no âmbito dasOperações com Frações

Interpretive Knowledge of Mathematics Teachers in the scope of Operations with Fractions

Conocimientos Interpretativos de Profesores de Matemáticas en el Ámbito de Operaciones con Fracciones

Milena Cristini da Silva[16]
Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP
https://orcid.org/0000-0003-1207-4739

Miguel Ribeiro[17]
Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP
https://orcid.org/0000-0003-3505-4431

Modalidade: Pôster
Núcleo Temático: Formação de Professores que ensinam Matemática

Resumo

O presente estudo foca as especificidades do conhecimento do professor de Matemática,na perspectiva do Conhecimento Interpretativo (CI), referindo-se a um conhecimento matemático profundo e amplo que permite ao professor apoiar os alunos no desenvolvimento do seu conhecimento matemático, a partir dos seus próprios raciocínios e produções, mesmo os incorretos ou imprevistos. O objetivo principal é identificar, descrever e categorizar os diferentes níveis de CI de professores que participam de um contexto formativo envolvendo a implementação de Tarefas Interpretativas. Trata-se de um estudo de caso instrumental com foco nas operações envolvendo quantidades em representação fracionária – frações. A coleta de informações será por meio das produçõesescritas nas tarefas e pelas gravações em áudio e vídeo. Com esta pesquisa, busca-se contribuir para identificar o conteúdo do Conhecimento Interpretativo, descrever os níveis do conhecimento e discutir o desenvolvimento desse conhecimento.

Palavras-chave: Conhecimento Interpretativo, Formação de Professores, Tarefas Interpretativas, Operações com Frações.

Abstract

The present study focuses on the specificities of the Mathematics teacher's knowledge, from the perspective of Interpretive Knowledge (IC), referring to a deep and broad mathematical knowledge that allows the teacher to support students in the development of their mathematical knowledge, based on their own reasonings and productions, even the incorrect or unforeseen ones. The main objective is to identify, describe and categorizethe different levels of IC of teachers who participate in a training context involving the implementation of Interpretive Tasks. It is an instrumental case study focusing onoperations involving quantities in fractional

[16] milenacristini@hotmai.com
[17] cmribas78@gmail.com

representation - fractions. The collection of information will be through the written productions in the tasks and the audio and video recordings. With this research we seek to contribute to identify the content of InterpretiveKnowledge, describe the levels of knowledge and discuss the development of thisknowledge.

Keywords: Interpretive Knowledge, Teacher Training, Mathematics Education. Interpretive Tasks, Fractional Operations.

Resumen

El presente estudio se enfoca en las especificidades del saber del profesor de Matemática,desde la perspectiva del Saber Interpretativo (CI), refiriéndose a un conocimiento matemático profundo y amplio que le permite al docente apoyar a los estudiantes en el desarrollo de su conocimiento matemático, a partir de su propio conocimiento. razonamientos y producciones, incluso las incorrectas o imprevistas. El objetivo principales identificar, describir y categorizar los diferentes niveles de CI de los docentes que participan en un contexto formativo que involucra la implementación de Tareas Interpretativas. Es un estudio de caso instrumental que se enfoca en operaciones que involucran cantidades en representación fraccionaria - fracciones. La recolección de información será a través de las producciones escritas en las tareas y las grabaciones de audio y video. Con esta investigación buscamos contribuir a identificar el contenido del Conocimiento Interpretativo, describir los niveles de conocimiento y discutir el desarrollode este conocimiento.

Palabras clave: Conocimiento Interpretativo, Formación Docente, Educación Matemática. Tareas Interpretativas, Operaciones Fraccionarias.

Introdução

Os professores a todo momento, em sua prática, são desafiados a conjecturar, investigar, interpretar e dar sentido às produções dos alunos, seja de maneira escrita ou oral e, essas manifestações acontecem, muitas vezes, espontaneamente e repentinamente (MELLONE; RIBEIRO; JAKOBSEN; CAROTENUTO; ROMANO; PACELLI, 2020).

Quando, nas situações em que as produções dos alunos são distintas do esperado, o aproveitamento de suas respostas assume um papel essencial no processo de construção de um entendimento matemático, o que leva esse processo a ser considerado o centro daprática docente (RIBEIRO; JAKOBSEN; MELLONE, 2022).

Uma das especificidades do conhecimento do professor está relacionada com o Conhecimento Interpretativo (CI) referindo-se a um conhecimento matemático amplo e profundo que permite ao professor olhar diferentes produções dos alunos (corretas, incorretas, previstas e imprevistas), ser capaz de interpretá-las, reconhecendo as potencialidades matemáticas presentes nas soluções e apoiá-los na construção do seu conhecimento matemático

(DI MARTINO *et al.*, 2019). A ação de interpretar é uma das atividades mais importantes durante a prática do professor (MELLONE *et al.,*2020) que demanda um conhecimento específico e que pode ser desenvolvido a partir das discussõesassociadas às denominadas Tarefas Interpretativas, e que são um recurso potente para mobilizar o conhecimento tendo sempre um objetivo específico e foco associado ao tópico que pretende ensinar (RIBEIRO; ALMEIDA; MELLONE, 2013).

No que se refere às frações, pode-se dizer que é um dos conteúdos transversais a todasas etapas de escolaridade e essa transversalidade justifica-se pelo fato de ser um dos conteúdos matemáticos mais complexos e importantes nos Anos Iniciais (LAMON, 2007)em que a origem se encontra desde o desenvolvimento de suas estruturas cognitivas. Na primeira etapa do conhecimento do conteúdo, os alunos já começam a expressar verbalmente a sua frustração e suas incapacidades ao manipular as frações, ademais nas operações aritméticas mais simples, como adição e subtração de frações (HEMBREE, 1990).

É possível observar propostas de ensino com ênfase no uso de procedimentos e algoritmos das operações com frações, o que continua se caracterizando por uma práticavoltada para uma aprendizagem mecânica do algoritmo, ou na carência de situações concretas necessárias para a construção do entendimento conceitual da fração, bem como a falta de conexões entre essas experiências e conceitos abstratos (VANHILLE; BAROODY, 2002).

Considerando o papel do professor e do seu compromisso com a aprendizagem dos alunos (NYE; KONSTANTOPOULOS; HEDGES, 2004) pressupõe-se que ambos possuem dificuldades semelhantes relacionadas às frações (JAKOBSEN, RIBEIRO;MELLONE, 2014; PINTO; RIBEIRO, 2013). Assim, para sanar essas dificuldades é essencial que o professor desenvolva conhecimento que lhe permita, além de saber fazer sobre, interpretar diferentes estratégias dos alunos no âmbito das frações e mais especificamente nas operações com frações.

Considera-se essencial, assim, desenvolver pesquisas que foquem a qualidade do conhecimento do professor requerido para a sua atuação profissional de ensinar matemática e que possam expandir o nível de desenvolvimento e aprimoramento do CI durante os programas voltados para a formação de professores (MELLONE; RIBEIRO; JAKOBSEN; PACELLI, 2020).

Assim, a questão que norteia esta pesquisa é: *Que conhecimento interpretativorevelam e desenvolvem professores de matemática que participam de um contextoformativo envolvendo Tarefas Interpretativas no âmbito das quatro operações envolvendo quantidades em representação fracionária?*

Para responder a essa questão de pesquisa, as informações serão coletadas em um contexto de formação continuada associada ao desenvolvimento do Conhecimento Interpretativo dos participantes através de discussões associadas às denominadas Tarefas Interpretativas (RIBEIRO; ALMEIDA; MELLONE, 2014).

Marco Teórico

A prática do professor de matemática deverá assumir como ponto de partida o que os alunos conhecem e como conhecem, de matemática (RIBEIRO; JAKOBSEN; MELLONE, 2022), o que demanda efetuar questões que promovam discussões matemáticas e contribuam para desenvolver o entendimento dos alunos. Todas essas situações devem ser entendidas como oportunidade de aprendizagem (BALL; THAMES;PHELPS, 2008).

Todavia, as pesquisas que têm como foco a formação de professores no campo da Matemática, pouco têm concentrado a atenção no conhecimento do professor e sua prática, no que diz respeito à atentar-se na fala do aluno e seus registros, dedicar a atençãopara interpretar e então, responder aos acontecimentos da sala de aula. A compreensão desse conhecimento ainda é escasa (JAKOBSEN, RIBEIRO; MELLONE, 2014). No entanto, é uma das especificidades do professor que mais impacta no desenvolvimento doseu trabalho.

Para que as produções dos alunos sejam exploradas, cumpre ao professor um vasto conhecimento de possíveis estratégias para dar sentido aos raciocínios dos alunos. Essa atribuição de significado requer desenvolver o Conhecimento Interpretativo, um conhecimento amplo e profundo mobilizado pelos professores ao interpretar as produções dos alunos e responsável por fornecer significado a essas produções, mesmo as imprevistas ou incorretas (JAKOBSEN, RIBEIRO; MELLONE, 2014).

Em síntese, desenvolver o CI inclui desenvolver a capacidade de expandir o seu próprio espaço solução, analisando as situações em diversas perspectivas (JAKOBSEN; RIBEIRO; MELLONE, 2014), bem como, a capacidade de efetuar um *feedback* efetivo para os alunos associado ao seu raciocínio e desenvolvimento do conhecimento matemático (JAKOBSEN *et al*., 2014). Temos, assim, duas noções centrais associadas àconceitualização do CI: o espaço solução e o *feedback*.

O espaço solução é considerado como o espaço contendo a multiplicidade de formas, interpretações e representações que cada indivíduo concebe quando é solicitado a resolverde diferentes formas um determinado problema que poderá ter uma única solução(JAKOBSEN; RIBEIRO; MELLONE, 2014), está relacionado ao conhecimento sobre asdistintas estratégias, representações e raciocínios associados, mesmo que a discussão se encaminhe para a resposta final, o que importa é o processo durante as investigações (JAKOBSEN; RIBEIRO; MELLONE, 2014).

O *feedback* é uma ação que ocorre após uma análise minuciosa das produções dos alunos, identificando as especificidades de cada situação particular relacionadas às suas respostas. É um componente crucial que garante um suporte para o avanço da aprendizagem do aluno (SANTOS; PINTO, 2009), com instruções que o professor oferece, indicando como proceder para se obter um desempenho significativo da aquisição do raciocínio matemático dos alunos.

Quando o CI é pouco desenvolvido, o *feedback* acaba se tornando superficial,associado a um nível de conhecimento denominado como puramente avaliativos – certo e errado – (MELLONE *et al.*, 2020). Esse tipo de *feedback* é considerado como um baixonível de CI, limitado apenas em avaliar e descrever, sendo insuficiente para a construçãodos significados matemáticos (PACELLI *et al.*, 2020). Os níveis de construção do conhecimento está intrinsecamente ligados às interpretações das resoluções dos alunos esão classificados em quatro níveis: Nível 1: Descritivo; Nível 2: Retórico; Nível 3: Integração e Síntese; Nível 4: Teorização e Conceituação.

No nível descritivo, o professor apenas descreve o que observa na produção do aluno, sem relacionar com conceitos teóricos imprescindíveis para o aluno. No nível retórico, o professor usa de ideias teóricas, porém sem estabelecer relação entre elas relacionadas às respostas dos alunos. No nível integração e síntese, o professor consegue identificar um ou mais aspectos relevantes da produção do aluno e interpretar usando ideias teóricas relacionando-as. E, no nível teorização e conceituação o professor desenvolve as informações teóricas que são transformadas em uma ferramenta conceitual, identificadasintegrando-as para fornecer uma resposta à tarefa.

Os níveis 3 e 4 indicam níveis mais elevados do pensamento e compreensão mais estruturada (LLINARES; VALLS, 2009). Para que o professor desenvolva tais níveis deCI, saindo de uma avaliação descritiva e retórica, é necessário um contexto de formaçãoutilizando o recurso das tarefas contendo as produções dos alunos (JAKOBSEN; RIBEIRO; MELLONE, 2014) que oportunize discutir e interagir com outros professores, de modo que sejam direcionados a pensar de maneira profunda a respeito de determinadotópico.

Sendo assim, este estudo diz respeito ao CI dos professores no âmbito das Operações com Frações por considerar a fração como um dos conteúdos transversais a todas as etapas de escolaridade e, essa transversalidade justifica-se pelo fato de ser um dos conteúdos matemáticos mais complexos e importantes nos Anos Iniciais (LAMON, 2007)cuja origem se encontra desde o desenvolvimento de suas estruturas cognitivas.

A complexidade das frações atribuídas as muitas facetas em que são apresentadas diversas formas de representar a mesma quantidade nas frações (RIBEIRO; JAKOBSEN; MELLONE, 2013) são aplicadas com ênfase no uso de procedimentos e algoritmos, o que continua se caracterizando por uma prática voltada para uma aprendizagem mecânica das técnicas, ou na carência de situações concretas necessárias para a construção do entendimento conceitual da fração, bem como a falta de conexões entre essas experiênciase conceitos abstratos (VANHILLE; BAROODY, 2002). As dificuldades sobre as frações,também estão relacionadas ao conhecimento e percepção dos professores sobre o tema (HILL; ROWAN; BALL, 2005), o que justifica a escolha de colocar a investigação no Conhecimento Interpretativo dos professores no tópico das frações, especificamente nas operações com frações.

Contexto e Método

A pesquisa partirá de uma metodologia investigativa qualitativa por meio de um estudo de caso interpretativo cuja coleta de informação será desenvolvida no âmbito de um contexto de formação voltado para a formação de professores de matemática. O cursocontará com uma carga horária total de quarenta horas, distribuídas em vinte e quatro horas síncronas e dezesseis horas assíncronas, voltados para planejamentos e estudos. Para a implementação da tarefa, serão realizados seis encontros presenciais de quatro horas cada. Estima-se a participação de, no mínimo, 10 professores de matemática.

Em cada encontro será proposta uma Tarefa Interpretativa específica para ser desenvolvida no âmbito das operações com frações. A Tarefa Interpretativa será composta por uma parte preliminar, na qual os professores expressarão suas ideias do queentendem pelo conteúdo que será desenvolvido. Contará também com a parte I que incluirá uma proposta de tarefa para a sala de aula (tarefa para o aluno) e um conjunto dequestões associadas ao conhecimento especializado (matemático e/ou pedagógico) do professor, e, por fim, a parte II em que focará no Conhecimento Interpretativo (aceder e desenvolver) que incluirá um conjunto de produções de alunos (reais ou simuladas) paraa tarefa do aluno que se considera na Parte I.

Os encontros serão gravados e as informações coletadas reveladas pelos professores de matemática serão por meio de áudios, vídeos, transcrições e notas que sustentarão o entendimento de toda a análise. As informações serão descritas paraidentificar e descrever o Conhecimento Interpretativo dos professores para, em seguida, categorizar e verificar prováveis alterações nos níveis do CI no decorrer do curso a partirdas Tarefas Interpretativas.

Alguns comentários finais

Esta pesquisa busca contribuir para identificar o conteúdo do Conhecimento Interpretativo revelado pelos professores de matemática a partir das produções presentesnas Tarefas Interpretativas no âmbito das quatro operações fundamentais envolvendo quantidade de representação fracionária - Frações, de modo a descrever os níveis do conhecimento e discutir o desenvolvimento desse conhecimento

Agradecimento: O presente trabalho forma parte do projeto de pesquisa financiado pelo CNPq “Desenvolvimento do Conhecimento Interpretativo e Especializado do professor e suas relações com as Tarefas para a Formação no âmbito daMedida, e do Pensamento Algébrico, Geométrico e Estatístico” (404959/2021-0).

Referências

BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content Knowledge for Teaching: What makes it special? **Journal of Teacher Education**, v. 59, n. 5, p. 389–407, 2008.

DI MARTINO, P.; MELLONE, M.; RIBEIRO, M. Interpretative knowledge. **Encyclopedia of Mathematics Education. Cham: Springer International Publishing**, p. 1-5, 2019.

HEMBREE, R. The Nature, Effects and Relief of Mathematic Anxiety. **Journal for Research in Mathematics Education**, 21 (l), 33-46, 1990.

HILL, H. C.; ROWAN, B.; BALL, D. L. Effects of teachers' mathematics knowledge for teaching on student achievement. **American Education Research Journal**, 42(2), 371–406, 2005.

JAKOBSEN, A. R. N. E.; RIBEIRO, C. M; MELLONE, M. Norwegian prospective teachers' MKT when interpreting pupils' productions on a fraction task. **Nordic Studies in Mathematics Education**, v. 19, n. 3-4, p. 135-150, 2014.

LAMON, S. Rational numbers and proportional reasoning. In F. Lester (Ed.), Second handbook of mathematics teaching and learning (pp. 629-667). **Greenwich, CT:Information Age Publishing**, 2007.

LLINARES, S.; VALLS, J. The building of pre-service primary teachers' knowledge of mathematics teaching: interaction and online video case studies. **Instructional Science**, v. 37, n. 3, p. 247-271, 2009.

MELLONE, M. *et al*. Mathematics teachers' interpretative knowledge of students' errorsand non-standard reasoning. **Research in Mathematics Education**, v. 22, n. 2, p.154-167, 2020.

NYE, B.; KONSTANTOPOULOS, S.; HEDGES, L. How large are teacher effects?. Educational evaluation and policy analysis. **Educational Evaluation and Policy Analysis**, v. 26, n. 3, p. 237–257, 2004.

PACELLI, T. *et al*. Collective discussions for the development of interpretative knowledge in mathematics teacher education. **In: Icmi Study 25 - Teachers of Mathematics Working and Learning in Collaborative Groups**. Anais. Lisboa/Portugal: 2020.

RIBEIRO, C. M.; MELLONE, M.; JAKOBSEN, A. Characterizing prospective teachers' knowledge in/for interpreting students' solutions. In: **Proceedings of the 37th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**. Kiel: PME, p. 89-96, 2013.

RIBEIRO, M. *et al*. Interpretative knowledge of Prospective Kindergarten and Primary Teachers in the Context of Subtraction. **Acta Sci,** Canoas, v. 24, n. 3, p. 1-31, maio/jun., 2022.

SANTOS, L; PINTO, L. Lights and shadows of feedback in mathematics learning.In: **Proceedings of the 33rd Conference of International Group for thePsychology of Mathematics Education**. 2009. p. 49-56.

VANHILLE, L.S.; BAROODY, A.J. Fraction instruction that fosters multiplicativereasoning. In B. Litwiller (Ed.), Making sense of fractions, ratios, and proportions:NCTM 2002 Yearbook (pp. 224-236). Reston,VA: **National Council of Teachers of Mathematics**, 2002.

Conhecimento Interpretativo de Professores de Matemática no âmbito das Transformações Geométricas e Simetria

Interpretive Knowledge of Mathematics Teachers in the scope of Geometric Transformations and Symmetry

Conocimiento Interpretativo de los Profesores de Matemáticas en el ámbito de las Transformaciones Geométricas y la Simetría

Caroline Almeida Souza Silva[18]
Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP
0000-0002-7089-7090

Miguel Ribeiro[19]
Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP
0000-0003-3505-4431

Modalidade: Pôster
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam Matemática

Resumo

Esta pesquisa versa sobre o Conhecimento Interpretativo do professor de matemática, enquanto um conhecimento profissional especializado e requerido em situações de atribuição de significado aos raciocínios e formas de pensar dos alunos, sejam elas imprevistas, incorretas ou não *standard* – não usuais. Por meio de um estudo de caso, seráinvestigado o desenvolvimento do Conhecimento Interpretativo de professores de matemática que participam de um contexto de formação contínua, que envolve a resolução e discussão de Tarefas Interpretativas no âmbito das Transformações Geométricas (Reflexão, Rotação e Translação) e Simetria. As informações serão coletadas por via das produções escritas dos professores para as Tarefas Interpretativas e gravações (vídeo e áudio). A análise focará o conteúdo do Conhecimento Interpretativo,com o intuito de categorizar e descrever tanto os diferentes níveis desse conhecimento quanto à forma como ele se desenvolverá.

Palavras-chave: Conhecimento Interpretativo, Tarefas Interpretativas, Professor de Matemática, Transformações Geométricas, Simetria.

Abstract

This research deals with the mathematics teacher's Interpretive Knowledge, as a specialized professional knowledge and required in situations of attribution of meaning to students' reasoning and ways of thinking, whether unexpected, incorrect, or non- standard - unusual. Through a case study, the development of the Interpretive Knowledgeof mathematics teachers who participate in a context of continuing education will be investigated, which involves the resolution and discussion of Interpretive Tasks in the context of Geometric Transformations (Reflection, Rotation and Translation) and Symmetry. The information will be collected

[18] caroldesouza86@gmail.com
[19] cmribas78@gmail.com

through the teachers' written productions for the Interpretive Tasks and recordings (video and audio). The analysis will focus on the content of Interpretive Knowledge, to categorize and describe both the different levelsof this knowledge and the way in which it will develop.

Keywords: Interpretive Knowledge, Interpretive Tasks, Mathematics Teacher, Geometric Transformations, Symmetry.

Resumen

Esta investigación trata sobre el Saber Interpretativo del profesor de Matemática, como un saber profesional especializado y requerido en situaciones de atribución de sentido a los razonamientos y modos de pensar de los estudiantes, ya sean inesperados, incorrectoso no *standard* - inusuales. A través de un estudio de caso, se indagará el desarrollo del Conocimiento Interpretativo de profesores de matemáticas que participan en un contexto de formación continua, que involucra la resolución y discusión de Tareas Interpretativasen el contexto de Transformaciones Geométricas (Reflexión, Rotación y Traslación) y Simetría. La información será recolectada a través de las producciones escritas de los docentes para las Tareas Interpretativas y grabaciones (video y audio). El análisis se centrará en el contenido del Conocimiento Interpretativo, con el fin de categorizar y describir tanto los diferentes niveles de este conocimiento como la forma en que se desarrollará.

Palabras clave: Conocimiento Interpretativo, Tareas Interpretativas, Profesor de Matemáticas, Transformaciones Geométricas, Simetría.

Introdução

A compreensão da caracterização do conhecimento do professor, suas fontes e estruturas de base requeridas para o ensino ainda é limitada (JAKOBSEN; RIBEIRO; MELLONE, 2014), o que justifica investigações para obter um entendimento mais profundo sobre o conteúdo do conhecimento profissional do professor e suas especificidades, em especial, sobre o conhecimento do professor de matemática que é umconhecimento especializado (CARRILLO *et al*., 2018). Considerar esse conhecimento como sendo especializado associa-se à especialização da prática do professor, e uma dimensão central dessa especialização refere-se a ter como ponto de partida para as discussões o que e como os alunos conhecem de matemática. Isso demanda um conhecimento especializado denominado Conhecimento Interpretativo – CI (JAKOBSEN; RIBEIRO; MELLONE, 2014).

O CI é requerido em situações de atribuição de sentido e significado aos raciocínios e formas de pensar dos alunos (MELLONE *et al*., 2020). Contudo, o CI não se desenvolve na prática da sala de aula (RIBEIRO; MELLONE; JAKOBSEN, 2013), por isso necessita de um contexto formativo com essa intencionalidade. É relevante que a formação (inicial e continuada) possibilite aos professores o avanço de uma interpretação meramente avaliativa para uma interpretação voltada à escuta hermenêutica (DAVIS, 1997) ao interpretar profundamente as produções[20] do aluno.

Entende-se que, para desenvolver o Conhecimento Interpretativo, é fundamental fazê-lo avançar em nível de conhecimento (LLINARES, 2012) e em nível de interpretação (MELLONE *et al*., 2017) por meio de Tarefas Interpretativas – TI (MELLONE *et al.*, 2020), que são desenhadas e implementadas para possibilitar que tal conhecimento seja mobilizado e desenvolvido, em contextos formativos de simulação dotrabalho do professor (JAKOBSEN; RIBEIRO; MELLONE, 2014).

As TI são conceitualizadas envolvendo um tópico matemático, que, neste estudo,serão as Transformações Geométricas Isométricas (Reflexão, Rotação e Translação) e Simetria. A importância de abordá-los referem-se às principais dificuldades dos professores de ensinar (GOMES, 2012) e, consequentemente, dos alunos em aprender tópicos da Geometria, pois, muitas vezes, a Geometria não é priorizada nas aulas de Matemática (DELMONDI; PAZUCH, 2018) e são escassas pesquisas sobre o ensino da Geometria e o conhecimento do professor, quando comparadas às investigações sobre Números e Operações ou Álgebra (GOMES, 2012).

Desse modo, o problema de pesquisa é expresso pela seguinte questão: *Que Conhecimento Interpretativo revelam e desenvolvem professores de matemática que participam de um contexto formativo, ao resolverem Tarefas Interpretativas no âmbito das Transformações Geométricas e Simetria?*

Referencial teórico

A atuação do professor de matemática está intimamente relacionada ao trabalho diário com tarefas em sala de aula, além de como interpretar e fornecer sentido às produções dos alunos. Para isso, o professor necessita ter um conhecimento matemático complexo, profundo e amplo para compreender a maior variedade de respostas dos alunose apoiá-los na construção do seu conhecimento matemático, a partir de seus próprios raciocínios e produções (JAKOBSEN; RIBEIRO; MELLONE, 2014).

Há um conhecimento profissional comum aos professores das diferentes áreas de

[20] Produções dos alunos são as soluções que dão as tarefas propostas, seus registros (orais, escritos, desenhos, esquemas, entre outros).

conhecimento. Porém, além desse conhecimento, ao professor de matemática é requeridoum conjunto de conhecimento específico para a sua prática profissional de ensinar matemática (CARRILLO *et al*., 2018; JAKOBSEN; RIBEIRO; MELLONE, 2014) sendo que uma parte desse conjunto se relaciona às especificidades do conhecimento matemático, denominado Conhecimento Interpretativo (CI).

O CI é mobilizado pelos professores ao interpretar às produções dos alunos e atribuir sentido e significado, sejam elas imprevistas, incorretas ou não *standard* – não usuais. Mobilizar esse conhecimento matemático que sustenta a interpretação demanda conhecer diversos exemplos, possíveis estratégias, diferentes registros de representação e erros dos alunos (JAKOBSEN; RIBEIRO; MELLONE, 2014). Requer a sensibilidade de reconhecer oportunidades de ensino e de aprendizagem nas produções dos alunos (MELLONE *et al*., 2020), pois, mesmo que a solução e o raciocínio associado estejam incorretos, ao professor, cumpre interpretá-las e proporcionar oportunidades que contribuam para o entendimento dos alunos, não impondo sua forma de fazer como sendoúnica ou focando os procedimentos sem compreensão.

O processo de interpretação está no centro da prática do professor, é um dos trabalhos mais importantes a serem realizadas no âmbito da sala de aula, pois exerce impacto direto no ensino e nas aprendizagens matemáticas dos alunos (DI MARTINO; MELLONE; RIBEIRO, 2019). Isso indica a importância do CI para ampliar as fronteirasdo seu espaço solução e posterior *feedback* às produções dos alunos.

O espaço solução refere-se ao conjunto de formas (muitas vezes, com um único elemento) de alcançar a(s) resposta(s) para os problemas propostos – possíveis respostas, diversas formas de abordagem, diferentes representações matemáticas para resolução deum problema, mesmo que esse problema tenha uma única solução (JAKOBSEN; RIBEIRO; MELLONE, 2014). Quanto maior o espaço solução do professor (maior em quantidade de elementos), mais potentes serão as decisões pedagógicas de intervenção.

Essas intervenções associam-se ao *feedback* fornecido, isto é, a informação claradada ao aluno para estimulá-lo a melhorar sua produção, contendo orientações sobre como proceder, conduzindo-o a analisar novamente sua produção para que reformule raciocínios e aprimore estratégias (GALLEGUILLOS; RIBEIRO, 2019). O *feedback* é construtivo quando ultrapassa a mera avaliação de correto ou incorreto (SANTOS; PINTO, 2009) e realmente auxilia os alunos a desenvolver o seu entendimento matemático (JAKOBSEN; RIBEIRO; MELLONE, 2014). Todavia, promover um *feedback* construtivo é difícil e de extrema complexidade (SANTOS; PINTO, 2009).

Para o desenvolvimento do Conhecimento Interpretativo é necessário um contexto formativo (RIBEIRO; MELLONE; JAKOBSEN, 2013) e as Tarefas Interpretativas (TI) (MELLONE *et al.*, 2020) que são Tarefas para a Formação (TpF), são um caminho paraisso, diante de seu objetivo que é desenvolver o Conhecimento Interpretativo e Especializado do professor no âmbito de um tópico[21] matemático (RIBEIRO; MELLONE;ALMEIDA, 2021). A TpF apresenta a Parte I, composta pela Tarefa para o aluno, a ser resolvida pelo professor por si mesmo e algumas problematizações que permitem acedere desenvolver o conhecimento especializado do professor. Quando a TpF apresenta a Parte II, seu objetivo é desenvolver o CI dos professores, sendo denominada Tarefa Interpretativa, de modo que, nessa parte, contém algumas produções[22] dos alunos, interessantes do ponto de vista matemático (MELLONE *et al*., 2020), para que os professores interpretem e deem *feedback*.

Os tópicos sobre os quais esta pesquisa versa são as Transformações Geométricas Isométricas - Reflexão, a Rotação e a Translação, que correspondem a operações que seguem procedimentos e desencadeiam "movimentos rígidos", fazendo com que a figurae a imagem sejam congruentes - mantém forma, amplitudes dos ângulos e preservam distâncias. No que se refere à Simetria, é algo que se procura em uma figura, ou seja, é uma propriedade ou característica da mesma (RIBEIRO; GIBIM; SOUZA, 2021).

As principais dificuldades dos alunos e dos professores sobre esses tópicos são relacionadas à própria ação de efetuar as transformações (RIBEIRO; GIBIM; SOUZA, 2021), isto é, referente a conhecer o conjunto de procedimentos – algoritmos que precisamutilizar e que a figura se mantém congruente, mesmo após essa transformação. Outras dificuldades referem-se a confundir - não diferenciar - Reflexão de Simetria.

Em específico sobre Reflexão, as dificuldades são em figuras não poligonais, ou quando

[21] O tópico matemático abordado pela Tarefa pode variar conforme os interesses de formação.
[22] Essas produções podem ser realistas, elaboradas pelo formador, a partir do que a literatura apresenta conforme as dificuldades dos estudantes.

a figura não está completamente de um dos lados do eixo de reflexão, sendo queidentificar o eixo de reflexão é também uma dificuldade, principalmente, quando a figurapossuí mais de dois eixos ou quando ele é oblíquo (GOMES, 2012). Na Rotação, as dificuldades estão associadas a identificar o ângulo de rotação, a partir da identificação do ponto central - pertencente a figura. Na translação, as dificuldades se relacionam à compreensão de vetor e seus componentes (módulo, direção e sentido) para efetuar a transformação (GOMES, 2012). Na Simetria, as dificuldades são identificar o eixo de simetria e reconhecer se a figura é simétrica (RIBEIRO; GIBIM; SOUZA, 2021).

Muitas das dificuldades de aprendizagem dos alunos nesses tópicos são devido à dificuldade do professor de ensiná-los, como se eles não estivessem preparados (GOMES,2012). Atentando-se a isso, o conhecimento do professor sobre o tópico é um dos fatoresfundamentais que podem interferir na forma como ele é entendido pelos alunos (DELMONDI; PAZUCH, 2018).

Além disso, o Conhecimento Interpretativo revelado ao interpretar às produções dos alunos pode ser categorizado (MELLONE *et al*., 2017) em: (i) Interpretação avaliativa - na qual o professor realiza uma correspondência entre a solução do aluno e asua, assumindo a sua como parâmetro; (ii) Interpretação que sustenta a prática letiva (*design* educacional) - a maneira como o professor desenha as etapas educativas, a partirdas produções dos alunos; (iii) Interpretação como pesquisa - relativa à disposição do professor em rever sua própria formalização matemática, para que seja coerente com as produções dos alunos, ainda que estas pareçam estar em conflito com o que é ensinado tradicionalmente na escola. A interpretação meramente avaliativa é a que comumente os professores realizam e que não contribui para o desenvolvimento do conhecimento dos alunos (MELLONE, *et al*., 2020), sendo importante que a interpretação esteja relacionadaa uma escuta atenta, ou seja, interpretação mais hermenêutica (DAVIS, 1997).

Esses níveis de interpretação podem ser associados aos níveis de construção do conhecimento relacionado à competência docente *"mirar con sentido"* (LLINARES,2012), sendo o olhar profissional para a interpretação das produções dos alunos. Apesar de conhecimento e competência serem entendidos como distintos, pois competênciaseriam as ações para ensinar, entende-se que é o conhecimento que fundamenta tais ações.De acordo com Llinares (2012), os níveis de construção do conhecimento são: (i) Descritivo: apenas realiza descrições a partir do que observa na produção do aluno, semrelacionar com conceitos teóricos importantes para o aluno refletir; (ii) Retórico: até usaas bases teóricas para interpretar, mas não as relaciona com a produção do aluno; (iii)Identificação e início de um uso instrumental da informação: identifica aspectosrelevantes da produção do aluno, interpreta usando bases teóricas, porém, não estabelece relações entre elas; (iv) Teorizar-conceituar (Integração relacional): as informações teóricas se tornam uma ferramenta conceitual, que são utilizadas para fornecer uma resposta a produção do aluno. Os dois últimos níveis indicam uma compreensão mais estruturada da produção do aluno (LLINARES, 2012). Para o professor avançar da interpretação avaliativa para hermenêutica, seu nível de conhecimento precisa ser mais elevado, vinculado à interpretação como pesquisa.

Contexto e Método

Esta pesquisa será uma investigação qualitativa, por meio de um estudo de caso. A coleta das informações ocorrerá em um contexto de formação contínua com a participação de, no mínimo, dez professores de matemática do ensino fundamental anos finais e terá duração de 40 horas (organizadas em 6 encontros com duração de 4 horas cada um e 16 horas serão para estudo e reflexões), no qual serão propostas Tarefas Interpretativas contemplando os tópicos matemáticos escolhidos a fim de que os professores participantes possam revelar e desenvolver o Conhecimento Interpretativo.

Os encontros serão gravados (vídeo e áudio) e transcritos, e as produções escritasdos professores também serão coletadas. As informações serão descritas e analisadas, identificando e descrevendo o conteúdo do Conhecimento Interpretativo revelado pelos professores, de modo a categorizar e correlacionar o conhecimento de acordo com os níveis de conhecimento em cada momento. Busca-se pela análise identificar possíveis mudanças de nível de Conhecimento Interpretativo ao longo do contexto formativo – desenvolvimento profissional – ao resolverem e discutirem as Tarefas Interpretativas.

Alguns comentários finais

Espera-se com a pesquisa identificar o conteúdo do Conhecimento Interpretativo revelado dos professores ao resolverem Tarefas Interpretativas no âmbito dasTransformações Geométricas e Simetria. O intuito é categorizar e descrever esse conhecimento dos professores e a forma como ele se desenvolve.

Agradecimento: O presente trabalho forma parte do projeto de pesquisa financiado pelo CNPq "*Desenvolvimento do Conhecimento Interpretativo e Especializado do professor e suas relações com as Tarefas para a Formação no âmbito da Medida, e do Pensamento Algébrico, Geométrico e Estatístico*" (404959/2021-0).

Referências

CARRILLO, J. *et al*. The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. **Research in Mathematics Education**, v. 20, n. 3, p. 236–256, 2018.

DAVIS, B. Listening for differences: An evolving conception of mathematics teaching. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 28, n. 3, p. 355–376, 1997.

DELMONDI, N. N.; PAZUCH, V. Um panorama teórico das tendências de pesquisa sobre o ensino de transformações geométricas. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos**, v. 99, n. 253, p. 659-686, 2018.

DI MARTINO, P.; MELLONE, M.; RIBEIRO, M. Interpretative knowledge. **Encyclopedia of Mathematics Education. Cham: Springer International Publishing**, p. 1-5, 2019.

GALLEGUILLOS, J.; RIBEIRO, M. Prospective mathematics teachers' interpretative knowledge: focus on the provided feedback. In: **Eleventh Congress of theEuropean Society for Research in Mathematics Education.** Freudenthal Group; Freudenthal Institute; ERME, p. 1-8, 2019.

GOMES, A. Transformações geométricas: conhecimentos e dificuldades de futurosprofessores. **SIEM Actas**, p. 233-243, 2012.

JAKOBSEN, A. R. N. E.; RIBEIRO, C. Miguel; MELLONE, M. Norwegian prospective teachers' MKT when interpreting pupils' productions on a fraction task. **Nordic Studies in Mathematics Education**, v. 19, n. 3-4, p. 135-150, 2014.

LLINARES, S. Construcción de conocimiento y desarrollo de una mirada profesional para la práctica de enseñar matemáticas en entornos en línea. **AIEM. Avances deinvestigación en educación matemática**, n. 2, p. 53 -70. 2012.

MELLONE, M. *et al*. Prospective teachers interpret student responses: Between assessment, educational design and research. In: **CERME 10**. 2017.

MELLONE, M. *et al*. Mathematics teachers' interpretative knowledge of students' errorsand non-standard reasoning. **Research in Mathematics Education**, v. 22, n. 2, p.154-167, 2020.

RIBEIRO, C. M.; MELLONE, M.; JAKOBSEN, A. Characterizing prospective teachers' knowledge in/for interpreting students' solutions. In: **Proceedings of the 37th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**. Kiel: PME, p. 89-96, 2013.

RIBEIRO, M.; ALMEIDA, A.; MELLONE, M. Conceitualizando Tarefas Formativas para Desenvolver as Especificidades do Conhecimento Interpretativo e Especializado do Professor. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 14, n. 35,p. 1-32, 2021.

RIBEIRO, M; GIBIM, G. F. B.; SOUZA, C. A. **Coleção CIEspMat Professor**: Reflexãoe Simetria. Curitiba: CRV, 2021.

SANTOS, L; PINTO, L. Lights and shadows of feedback in mathematics learning.In: **Proceedings of the 33rd Conference of International Group for the Psychology of Mathematics Education**. 2009. p. 49-56.

Aplicação de uma escala para medir atitudes de futuros professores de Matemática em relação à Estatística

Application of a scale to measure attitudes of future Mathematics teachers towards Statistics

Aplicación de una escala para medir las actitudes de los futuros profesores de Matemáticas hacia la Estadística

Paula Beatriz da Silva Serpa[23]
Universidade Federal do Rio Grande do Sul
0000-0001-6505-7575

Luciana Neves Nunes[24]
Universidade Federal do Rio Grande do Sul
0000-0003-0151-1876

Modalidade: Pôster
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam Matemática.

Resumo

Levando em conta a importância da Estatística na tomada de decisões, e tendo em vista que os professores de Matemática são os responsáveis pelo ensino de Estatística na Educação Básica, esta pesquisa, que está em andamento, busca investigar a atitude em relação à Estatística de licenciandos em Matemática através da aplicação do instrumento Survey of Attitudes Toward Statistics (SATS-28) de Shau et al. Como aporte teórico tem-se o modelo de letramento estatístico proposto por Gal e a importância das atitudes na aprendizagem de Gal, Ginsburg e Schau . A coleta dos dados se dará de forma *online* e o tamanho da amostra a ser investigada é de 385 estudantes. A análise dos dados envolverá estatística descritiva e inferencial, e será utilizado o software IBM SPSS versão 18.0 (Statistical Package for Social Sciences). Esperamos encontrar que a atitude em relação à Estatística dos licenciandos em Matemática é negativa na dimensão dificuldade e positiva nas demais dimensões.

Palavras-chave: educação estatística, atitudes, formação de professores, SATS-28.

Abstract

Taking into account the importance of Statistics in decision making, and considering that Mathematics teachers are responsible for teaching Statistics in Basic Education, this research, which is in progress, seeks to investigate the attitude towards Statistics of undergraduates in Mathematics through the application of the Survey of Attitudes Toward Statistics (SATS-28) instrument by Shau et al. Data collection will take place online and the sample size to be investigated is 385 students. Data analysis will involve descriptive and inferential statistics, and the IBM SPSS software version 18.0 (Statistical Package for Social Sciences) will be used. We hope to find that the attitude towards Statistics of Mathematics undergraduates is negative in the difficulty dimension and positive in the other dimensions: affective, cognitive competence

[23] paula.serpa@ufrgs.br
[24] lununes@mat.ufrgs.br

and value.

Keywords: statistics education, attitudes, teacher training, SATS-28.

Resumen

Teniéndose en cuenta la importancia de la Estadística en la toma de decisiones, y considerándose que los profesores de Matemática son los responsables por la enseñanza de Estadística en la Educación Básica, este estudio, que está en curso, se propone a investigar la actitud en relación a la Estadística de los estudiantes que hacen profesorado en Matemática mediante la aplicación del instrumento Survey of Attitudes Toward Statistics (SATS-28) de Shau et al. Como aporte teórico se utiliza el modelo de alfabetización estadística propuesto por Gal y la importancia de las actitudes en el aprendizaje de Gal, Ginsburg e Schau. La recolección de datos se realizará en línea y el tamaño de la amuestra que será investigada es de 385 estudiantes. Para el análisis de datos se empleará la estadística descriptiva e inferencial, y se utilizará el software IBM SPSS versión 18.0 (Statistical Package for Social Sciences). Esperamos encontrar que la actitud hacia la Estadística de los estudiantes de grado en Matemáticas sea negativa en la dimensión dificultad y positiva en las demás dimensiones: afectivo, competencia cognitiva y valor.

Palabras clave: educación estadística, actitudes, formación docente, SATS-28

Introdução

A Estatística apresenta-se diariamente em nossas vidas, nos mais diversos momentos, e saber interpretar e avaliar criticamente os dados que recebemos pode ajudar a entender o mundo e propiciar tomadas de decisões de forma mais consciente nas mais diversas áreas e em diferentes contextos. Essa competência que envolve compreender, discutir, emitir opiniões e tirar conclusões baseados nesses dados é definida por Gal (2002) como o "letramento estatístico". O letramento, assim como o pensamento e o raciocínio estatísticos são competências dos seres humanos que vêm sendo pesquisadas na área da Educação Estatística.

Cabe aos professores de Matemática a responsabilidade do ensino de Estatística na Educação Básica. Para isso, é preciso que haja uma formação inicial adequada dessa população quanto ao conhecimento dos conteúdos e pedagógico, permitindo que os futuros professores estejam preparados para desenvolver nos alunos competências estatísticas. Viali (2008) mostra que Probabilidade e Estatística representam, em média, 2,4% da carga horária total dos cursos de Licenciatura em Matemática. Cazorla *et al*. (2015) nos traz que:

> A matriz curricular da Licenciatura em Matemática, em geral, possui no máximo duas disciplinas de Estatística (Cazorla 2006; Viali, 2008). [...] Analisando entre o que deve ser ensinado de Estatística na Educação Básica e a formação do professor de Matemática observa-se a marcada ênfase nos conteúdos e não na didática e no uso da Estatística para a leitura de mundo e a compreensão dos fenômenos naturais e sociais,

> como preconizado por Batanero (2001), Cazorla & Castro (2008) e Gal (2002).(CAZORLA *et al.*, 2015, p. 2)

Segundo Carzola *et al*. (1999, *apud* De Oliveira Júnior, 2016, p. 1451), atitude é "a resposta afetiva dada por um indivíduo diante de uma situação em que irá utilizar seu conteúdo, seja cursando uma disciplina ou analisando dados de uma pesquisa". Para Vendramini e Brito (2001), muitos estudantes ficam ansiosos e apreensivos quando precisam cursar uma disciplina de Estatística na graduação, e já entram no curso com atitudes negativas, ou as desenvolvem durante as aulas.

Desta forma, surge o anseio de tentar entender a atitude dos futuros professores de Matemática frente à Estatística, pesquisa que vem sendo desenvolvida no Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS).

Objetivo

Esta pesquisa busca resposta para a seguinte questão: qual a atitude dos alunos de Licenciatura em Matemática nas universidades gaúchas frente à Estatística?

O objetivo geral é conhecer a atitude dos estudantes de Licenciatura em Matemática das universidades do Rio Grande do Sul frente à Estatística. Como objetivos específicos, pretendemos avaliar as diferentes dimensões da atitude dos estudantes frente à Estatística, de acordo com a escala *Survey of Attitudes Toward Statistics* (SATS-28); comparar a atitude frente à Estatística de acordo com algumas variáveis demográficas; caracterizar o perfil dos alunos das universidades públicas e privadas do Rio Grande do Sul; verificar a carga horária dedicada à Estatística e à Educação Estatística nos cursos de Licenciatura em Matemática nas universidades gaúchas.

Metodologia

A literatura apresenta vários instrumentos cujo objetivo é medir a atitude frente à Estatística. Desses instrumentos, os mais usados e citados são o SAS de Roberts e Bilderback (1980), o ATS de Wise (1985) e o SATS de Schau *et al*. (1995) (De Oliveira Júnior, 2016).

Schau *et al*. (1995) consideraram que um bom instrumento para medir atitude deveria conter algumas características importantes: cobrir as dimensões mais importantes de atitudes frente à Estatística; ser aplicável na maior parte dos departamentos que oferecem cursos introdutórios de Estatística e servir como medidas relevantes ao longo do curso com apenas pequenas mudanças no tempo verbal; ser curto, de modo que sua aplicação ocorra em um tempo pequeno; incluir itens que medem tanto atitudes positivas quanto negativas. Assim, desenvolveram um instrumento que contivessem esses aspectos.

Para esta pesquisa, será utilizada a versão em português da escala SATS-28, que foi validada por Giordani (2021), e aplicada em estudantes da área da saúde.

Este instrumento abrange quatro dimensões: (a) Afetiva, que trata de sentimentos positivos e negativos relacionados à Estatística, contendo 6 itens; (b) Competência cognitiva, que são atitudes relacionadas ao conhecimento intelectual e habilidades aplicadas à Estatística, contendo 6 itens; (c) Valor, que são atitudes relacionadas a utilidade, relevância e valor da Estatística na vida pessoal e profissional, contendo 9 itens; e (d) Dificuldade, que são atitudes relacionadas a dificuldades da Estatística como uma disciplina, contendo 7 itens. Utiliza uma escala do tipo Likert de sete pontos, variando entre concordo fortemente (7) e discordo fortemente (1).

Estamos em contato com a Coordenação dos cursos, para que repassem a seus alunos o questionário, que será aplicado *online*, por formulário eletrônico, como *Google Forms* ou similar, após concordância com o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) apresentado. O tempo de preenchimento do questionário é de aproximadamente 10 minutos. Haverá também haverá coleta de dados para caracterizar demograficamente a amostra, com questões sobre: idade, gênero, universidade que está matriculado, etapa do curso em que está matriculado, se já frequentou outro curso superior, se já cursou disciplinas de Estatística, independente de aprovação, e em caso positivo, quantas; se já reprovou em alguma disciplina de Estatística.

População-alvo e amostra

A população em estudo são os alunos dos cursos de Licenciatura em Matemática, das universidades públicas e privadas sediadas no Rio Grande do Sul. Em acesso ao banco de dados[25] do Ministério da Educação (MEC), aparecem, em atividade, no mês de janeiro de 2022,

[25] https://emec.mec.gov.br/

42 cursos de Licenciatura, 32 deles na modalidade presencial e os outros dez cursos, à distância.

Ao ingressar nos sites das universidades, verificou-se que seis não estão mais disponíveis para ingresso de alunos, um está em fase de implementação, e três possuem vagas autorizadas para várias unidades da Federação. Assim, considerou-se para esta pesquisa, 32 cursos de Licenciatura em Matemática, sendo 29 presenciais e três à distância.

Esses 32 cursos oferecem um total de 2.511 vagas anualmente para ingresso de novos alunos. Para estimar o tamanho da população alvo, considerou-se que os cursos de Licenciatura têm, em média, 4 anos de duração, totalizando 10.044 vagas ofertadas. Os dados do Censo da Educação Superior de 2019 apontam que, no período 2010-2019, a taxa média de evasão dos cursos de Licenciatura em Matemática foi de 65%. Assim, considerou-se como população alvo 35% das vagas ofertadas, ou seja, 3.515 estudantes regularmente matriculados.

Como critério de inclusão na amostra, consideraremos estudantes de graduação dos cursos de Licenciatura em Matemática matriculados em pelo menos uma disciplina no segundo semestre do calendário civil de 2022. Em função da pandemia, as universidades estão, ou podem estar, com seus calendários acadêmicos desencontrados do calendário civil.

A amostragem deste estudo será realizada pelo método de conveniência. A amostragem por conveniência é uma técnica não probabilística, que recruta os sujeitos da amostra que se mostrem colaborativos ou disponíveis para participarem do processo. O recrutamento inicial será por meio de redes sociais, onde estudantes de Licenciatura em Matemática com idade mínima de 18 anos serão convidados a responder o questionário.

Por se tratar de uma pesquisa quantitativa com o intuito de se fazer inferência estatística, foi realizado o cálculo do tamanho da amostra através do aplicativo *PSS Health* (Borges, 2021). O tamanho da amostra foi calculado para que tenha capacidade de estimar uma proporção de 50% com margem de erro de 5%, nível de confiança de 95% e uma amplitude de 10%. Chegou-se, desta forma, ao tamanho de amostra de 385 sujeitos.

Análise dos dados

Será realizada análise descritiva, avaliação de consistência interna através do cálculo do alfa de Cronbach, análise da estrutura fatorial usando modelo de equações estruturais, e análise de correlação. Pretende-se, também, comparar a atitude de grupos caracterizados por gênero, faixa etária, modalidade de ensino (público ou privado), etapa do curso e contato prévio com Estatística. As comparações serão feitas através de testes paramétricos, tais como teste t ou ANOVA, ou testes não-paramétricos, como teste de Mann-Whitney ou Kruskal-Wallis, quando as suposições dos testes paramétricos não forem satisfeitas. O critério para as tomadas de decisão nos testes estatísticos será o nível de significância de 5%. O software para a análise de dados será o IBM SPSS versão 18.0 (*Statistical Package for Social Sciences*).

Importância e resultados esperados

A pesquisa, ainda em andamento, pretende contribuir com a formação dos futuros professores de Matemática, apontando como os alunos de licenciatura se sentem frente à Estatística. Espera-se encontrar atitude negativa em relação a dificuldade e positiva em relação às demais dimensões: afetiva, competência cognitiva e valor. Caso os resultados obtidos venham a confirmar essa hipótese, será possível se pensar na elaboração de estratégias e ações para tornar a atitude mais positiva.

Ao identificar as atitudes em relação à Estatística dos licenciandos em Matemática, é possível propor a qualificação dos currículos dos cursos, buscando fortalecer o desenvolvimento do pensamento estatístico e possibilitando aos alunos destes cursos que se apropriem de um conhecimento estatístico que vá além de resolver exercícios, mas realizando projetos, investigações e problematizações durante suas práticas pedagógicas. Uma possível ação a ser planejada será o oferecimento de formação em Educação Estatística, seja formação inicial como formação continuada. Essa formação poderá ser um curso de extensão a ser oferecido pelas autoras deste trabalho. O formato da ação de extensão pode ser virtual e com isso, se oportuniza a possibilidade de acesso a todas e todos estudantes das universidades do Rio Grande do Sul que têm curso de licenciatura, quiçá do Brasil.

Referências

Brasil. Ministério da Educação. *Cadastro Nacional de Cursos e Instituições de Educação Superior Cadastro e-MEC*. Brasília, 2022. Disponível em: https://emec.mec.gov.br/

Borges, R., Mancuso, A., Camey, S., Leotti, V., Hirakata, V., Azambuja, G., & Castro, S. (2021). Power and Sample Size for Health Researchers: uma ferramenta para cálculo de tamanho amostral e poder do teste voltado a pesquisadores da área da saúde. *Clinical & Biomedical Research*, 40(4).

Campos, C. R.; Wodewotzki, M. L. L.; Jacobini, O. R. *Educação Estatística: teoria e prática em ambientes de modelagem matemática*. Autêntica Editora, 2021.

Cazorla, I. M.; Ramos, K. L. S.; Jesus, R.L. *Reflexões sobre o ensino de estatística na Educação Básica: lições que podem ser aprendidas a partir da Feira de Ciências e Matemática da Bahia–FECIBA.* In: Advances in statistics education: developments, experiences and assessments. Proceedings of the Satellite conference of the International Association for Statistical Education (IASE). Rio de Janeiro, Brasil: ISI/IASE. 2015.

De Oliveira Júnior, A. P. *A Escala de Atitudes em relação ao Ensino de Estatística de professores do Ensino Superior no Brasil*. Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, v. 18, n. 3, 2016.

Gal, I. *Adults' statistical literacy: Meanings, components, responsibilities.* International statistical review, v. 70, n. 1, p. 1-25, 2002.

Gal, I. *Statistical Literacy*. In: Ben-Zvi D, Garfield J, organizadores. The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning and Thinking. Dordrecht: Springer Netherlands; 2004. p. 47–78.

Gal, I.; Ginsburg, L.; Schau, C. *Monitoring attitudes and beliefs in statistics education*. The assessment challenge in statistics education, v. 12, p. 37-51, 1997.

Giordani, N. E. *Validação e aplicação de uma escala para medir atitudes em relação à Estatística na área da saúde.* Tese (Doutorado em Epidemiologia). Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), Porto Alegre, 2021.

Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. *Resumo técnico do Censo da Educação Superior 2019 [recurso eletrônico]***.** – Brasília : Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2021. Disponível em: https://download.inep.gov.br/publicacoes/institucionais/estatisticas_e_indicadores/resumo_tecnico_censo_da_educacao_superior_2019.pdf

Schau, C. *et al*. *The development and validation of the survey of attitudes toward statistics.* Educational and psychological measurement, v. 55, n. 5, p. 868-875, 1995. Disponível em: https://doi.org/10.1177/0013164495055005022

Vendramini, C. M. M.; Brito, M. R. F. *Relações entre atitude, conceito e utilidade da estatística.* Psicologia Escolar e Educacional [online]. 2001, v. 5, n. 1. pp. 59-73. Acesso em 16 de dezembro de 2021. Disponível em: https://doi.org/10.1590/S1413-85572001000100007.

Viali, L. *O ensino de Estatística e Probabilidade nos cursos de Licenciatura em Matemática*. Simpósio Nacional de Probabilidade e Estatística, v. 18, 2008.

Pensamento e linguagem algébricos: um olhar sobre a produção de significados matemáticos e didáticos nos anos finais do Ensino Fundamental I

Algebraic thinking and language: a look at the production of mathematical anddidactic meanings in the final years of Elementary School

Pensamiento algebraico y lenguaje: una mirada a la producción de significados matemáticos y didácticos en los últimos años de la Enseñanza Primaria

Vinicius Henrique Sbaiz[26]
Instituto de Matemática e Estatística- USP

Modalidade: Pôster
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam Matemática

Resumo

Neste trabalho é exposta a pesquisa de campo desenvolvida como parte de nossa dissertação no programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (MPEM) do IME/USP, sob orientação da profa. Dra. Iole de Freitas Druck. Inspirados na metodologia da pesquisa-ação, até aqui tal pesquisa foi realizada por meio de seminários no interior de um grupo colaborativo formado por professoras atuantes no Ensino Fundamental I (EFI), o mestrando esua orientadora. Seu objetivo foi favorecer o desenvolvimento de concepções mais abrangentes sobre o ensino-aprendizagem da Álgebra no EFI e apoiar ativamente os professores do grupo na reflexão e no aperfeiçoamento de sua prática em sala de aula na introdução desta temática nesta fase. As reflexões conjuntas no grupo tiveram por base o Modelo Teórico dos Campos Semânticos - MTCS (LINS, 2012), como ferramenta para a identificação dos significados desenvolvidos pelas professoras sobre pensamento e linguagemalgébricos e para explorações de atividades de ensino e aprendizagem de álgebra em suas salas de aula. Também nos apoiamos em elementos da teoria Histórico Cultural de Vygotsky no que diz respeito à importância da criação de um ambiente democrático para o fortalecimento da comunicação nas práticas escolares.

Palavras-chave: Pensamento e linguagem algébricos, Modelo Teórico dos CamposSemânticos, formação continuada de professores de Ensino Fundamental I, produção de significados matemáticos.

Abstract

This work presents the field research which was developed as part of our dissertation in the Professional Master's program in Mathematics Teaching (MPEM) at IME/USP, under the guidance of prof. Dr. Iole de Freitas Druck. Inspired on the action-research methodology, so far this research has been executed through seminars within a collaborative group formed by teachers working in Elementary School (ES), the master's student, and his advisor. Its objective was to favor the development of more comprehensive concepts about the teaching and learning

[26] vinicius.sbaiz@usp.br

of Algebra in ES and to actively support the group's teachers in the reflection and improvement of their classroom's practice about the introduction of the topic at thisstage. The joint reflections in the group were based on the Theoretical Model of Semantic Fields - MTCS (LINS, 2012), as a tool to identify the meanings developed by the teachers about algebraic thinking and language and to explore activities to teach and learn Algebra in their classrooms. We also rely on elements of Vygotsky's Cultural History theory regarding the importance of creating a democratic environment to strengthen communication in school practices.

Keywords: Algebraic thought and language, Theoretical Model of Semantic Fields, Continuous training of primary school teachers, Production of mathematical meanings.

Resumen

En este trabajo se expone la investigación de campo desarrollada como parte de nuestra disertación en el programa de Maestría Profesional en Enseñanza de las Matemáticas (MPEM) del IME/USP, bajo la dirección de la profa. Dra. Iole de Freitas Druck. Inspirados en la metodología de la investigación-acción, hasta el momento estos trabajos se han desarrollado a través de seminarios con un grupo colaborativo formado por docentes que trabajan en la Educación Primaria (EP), el estudiante de maestría y su tutora. Su objetivo fue favorecer el desarrollo de conceptos más amplios sobre la enseñanza y el aprendizaje de Álgebra en la EP y apoyar activamente a los docentes del grupo en la reflexión y mejora desu práctica en el aula en la introducción de esta temática en esta etapa. Las reflexiones conjuntas en el grupo se basaron en el Modelo Teórico de Campos Semánticos - MTCS (LINS, 2012), como una herramienta para identificar los significados desarrollados por los docentes sobre el lenguaje y el pensamiento algebraico y para explorar las actividades de enseñanza y de aprendizaje del álgebra en sus aulas. También nos basamos en elementos de lateoría Histórico Cultural de Vygotsky sobre la importancia de la creación de un ambiente democrático para fortalecer la comunicación en las prácticas escolares.

Palabras clave: Pensamiento algebraico y lenguaje, Modelo Teórico de los Campos Semánticos, Formación continua de profesores de primaria, Producción de significados matemáticos.

Introdução

Não é novidade destacar a importância de se iniciar o estudo da álgebra no Ensino Fundamental I (EFI), tema esse que vem sendo debatido na Educação Matemática mais fortemente a partir da última década do século XX. No Brasil, ao final dos anos 90, a proposta da inclusão da Álgebra no EFI já contava dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). Entretanto, o que ainda se vê é a priorização da aritmética nesta fase de escolaridade.

Estudos realizados por alguns autores indicam a convicção dos educadores sobre ser a Aritmética um pré-requisito indispensável para a introdução à Álgebra. Outros, como no caso de David Carraher (CARRAHER, 2006), justificam esse fato amparando-se na construção histórica dessas temáticas, já que a aritmética surgiu antes, o que, naturalmente, sugeriria um desenvolvimento prioritário. Em nossa dissertação, em andamento, no Mestrado Profissional em Ensino de Matemática do IME/USP (MPEM), discutimos a importância de explorar o desenvolvimento do pensamento algébrico ao mesmo passo que a aritmética vem sendo ensinada. Lins e Gimenez (LINS, 1997) destacam que é preciso começar mais cedo otrabalho com a Álgebra, junto com a Aritmética, uma contribuindo para o desenvolvimentoda outra.

Acreditamos que discussões em sala de aula, com participação ativa dos alunos, favorecem o processo de aprendizagem, por oportunizar situações onde os mesmos produzam seus próprios conhecimentos. Quando isso acontece podemos dizer que os estudantes tiveram uma experiência significativa, ou que produziram significado para aquilo que estava sendo discutido.

Elencamos a seguir os objetivos da dissertação em andamento.

Objetivos gerais

1) Entender qual é a natureza dos conhecimentos algébricos, constantes dos currículos dos anos finais do EFI, e sua relevância na formação dos estudantes.
2) Identificar as concepções sobre pensamento e linguagem algébricos que têm professores que atuam nos anos finais do EFI.
3) Verificar a efetividade da discussão com professores do EFI, em um grupo colaborativo de estudos sobre pensamento e linguagem algébricos, para a renovação de suas práticas em sala de aula, no sentido de propiciar uma aprendizagem significativa do tema aos seus estudantes.

Objetivos específicos

1) Aprofundar estudos sobre a natureza do pensamento e da linguagem algébricos trabalhados na Educação Básica.
2) Pesquisar, na literatura em Educação Matemática, sobre dificuldades recorrentes na aprendizagem de alunos do EFI e abordagens de ensino que favoreçam a superação das mesmas.
3) Aprofundar estudos sobre a metodologia da Pesquisa-ação.
4) Formar um grupo com professores atuantes no EFI para realizar discussões participativas sistemáticas, visando favorecer o desenvolvimento de concepções mais abrangentes sobre o

ensino-aprendizagem da Álgebra nesta fase de escolaridade.

5) Apoiar ativamente os professores do grupo na reflexão e na inclusão de novas práticas em sala de aula na introdução à Álgebra.

Neste trabalho descrevemos a pesquisa feita junto a professoras atuantes no EFI desenvolvida durante o ano de 2021.

Metodologia

Inspirados em aspectos da Pesquisa-ação, formamos um grupo colaborativo para o estudo e troca de informações e de conhecimentos sobre o papel da aprendizagem de álgebra no EFI. Os debates tiveram como foco superar as dificuldades encontradas pelas professoras em suas práticas de sala de aula no ensino de Álgebra, bem como na elaboração de atividades favorecedoras da aprendizagem significativa dos alunos e na análise de seus resultados.

Formação do grupo colaborativo

O grupo colaborativo foi formado em 2021, contou com a participação efetiva de duas professoras de uma mesma escola pública municipal de São Paulo, tendo sido realizados vinte (20) encontros remotos, de fevereiro a dezembro.

Inicialmente foi aplicado um questionário diagnóstico, que nos permitiu mapear as ideias das professoras sobre pensamento algébrico e elencar dificuldades e desafios por elas encontrados no ensino de álgebra. Suas respostas, bastante genéricas ou imprecisas sobre o que seja essa particular forma de pensamento, apontaram inseguranças e frustrações quantoao ensino da área. Diante disso selecionamos textos teóricos adequados ao aprofundamento inicial de reflexões sobre os pontos questionados.

Ao longo dos encontros fomos construindo um Mapa Conceitual, com o auxílio da ferramenta digital *Padlet*, que possibilita a edição online por todos os participantes. Nele estabelecemos quatro linhas de conceituação: pensamento algébrico; linguagem algébrica; dificuldades no ensino de álgebra; e estratégias para o ensino de álgebra no EFI.

No processo de descobertas e construções conceituais, discutimos os seguintes temas:

- as concepções do grupo sobre pensamento algébrico e a prática didática dos professoresem sala de aula;

- a importância e a dificuldade da utilização da linguagem algébrica no ensino inicial de Álgebra; currículos do Ensino Fundamental I norteados pela BNCC/2018.
- a exploração de abordagens potencialmente favorecedoras de uma aprendizagem significativa pelos alunos;
- e a elaboração e análise de atividades elaboradas pelo grupo e aplicadas em sala de aulapelas professoras.

Caminhos para o favorecimento de uma aprendizagem significativa

Na perspectiva de Vygotsky a matemática escolar não pode ser apresentada de forma fragmentada e desconectada da vivência do aluno. A matemática, por se tratar de uma ciência construída por seres humanos, precisa estar inserida no contexto cultural dos alunos e ser vista como um conhecimento que vai sendo utilizado/assimilado em contextos de práticas sociais. Além disso, a evolução de cada aluno em sala de aula não é linear ou padronizada. É necessário entender as particularidades de cada indivíduo em seu processo de formação da própria identidade, sendo o professor um mediador importante para a atribuição de significados, pelo estudante, aos conhecimentos matemáticos "oficiais" a partir de conexões com seus conhecimentos prévios.

Pode-se dizer que uma pessoa pensou matematicamente quando ela atribuiu significado aos elementos matemáticos estudados, sendo que esse significado só é transmissível por meio de uma linguagem. Por outro lado, a formulação de conjecturas e o estabelecimento de generalizações se amparam na linguagem como ferramenta para a construção do pensamento. Em particular, para o desenvolvimento do pensamentomatemático é importante o domínio das linguagens: verbal; escrita (em linguagem natural e simbólica); geométrica; e gráfica

Nos apoiamos no referencial teórico/pedagógico do Modelo Teórico dos Campos Semânticos (MTCS), desenvolvido por Rômulo Campos Lins em sua tese de doutorado (1992). Consideramos ser esta teoria um subsídio importante para o professor no seu trabalho de mediação, por indicar caminhos para a criação de debates e de atividades favorecedoras do desenvolvimento de pensamento algébrico. O Modelo constitui-se também em importante ferramenta para a identificação dos processos de produção de significado pelos estudantes, além de incluir o docente em situações de autoconhecimento sobre o seu próprio processo de aprendizagem.

Concepção sobre pensamento algébrico das professoras do grupo

A partir das análises das respostas das professoras ao questionário inicial,apresentamos aqui a síntese das colocações por elas feitas que nortearam as discussõescoletivas.

Pudemos observar suas dificuldades na elaboração de uma definição específica e clara para pensamento algébrico, pois apresentaram ideias vagas, igualmente atribuíveis ao pensamento matemático em geral, como nas seguinte colocações: "*É o pensamento das relações estabelecidas por símbolos e números para cálculos segundo regras matemáticas*." e "*Como é o raciocínio da criança ao elaborar uma resposta ou resolução.".*

Sobre as maiores dificuldades que enfrentam no ensino de álgebra, as professoras se expressaram mais clara e objetivamente. Um problema apontado foi sobre como motivar os alunos na utilização de situações didáticas que tenham significados para eles e despertem a vontade de aprender. Outro ponto importante foi sobre a utilização da aritmética na compreensão da álgebra. Indicaram ainda a dificuldade em apoiar os alunos na interpretaçãoda linguagem escrita na passagem desta para a linguagem matemática.

Ambas as professoras do grupo enfatizaram ser o ensino da álgebra muito importante no EFI e justificaram essa convicção baseadas em características específicas da área. Destacamos a seguinte resposta: *"Como professora alfabetizadora acredito que desde cedo o aluno deve desenvolver a observação, levantar dúvidas e criar hipóteses. Para isto, ele precisa de conhecimentos que o façam organizar esses questionamentos. A álgebra é um desses conhecimentos.".*

Ficou evidente que a insuficiência na exploração dessa temática em suas formações iniciais e a vontade de aprender foi o que motivou mais fortemente as professoras a participarem do grupo colaborativo.

No último encontro buscamos avaliar coletivamente os efeitos dos trabalhos desenvolvidos ao longo do ano relativamente às concepções e práticas pedagógicas das duas professoras. Foi então solicitado a elas que escrevessem um pequeno relato sobre as contribuições que as discussões conjuntas no grupo proporcionaram às suas reflexões sobre o ensino de álgebra e às suas práticas em sala de aula. Seguem os depoimentos.

(Professora P.1) *Em 2021, veio o desafio da volta ao presencial, vivendo uma pandemia e priorizando conteúdos. Minha maior dificuldade sempre foi como desenvolver os conhecimentos matemáticos de uma maneira lúdica e interessante. Pensando na evolução desse conhecimento, do concreto para o abstrato. O curso "Pensamento Algébrico"era uma oportunidade de melhorar minha prática e resolver minhas dúvidas (ou melhor, inseguranças).*

Contribuição dos encontros para mim: desafio e investigação não são só para os alunos; tempo e que é permitido errar; pontos de avanço de aprendizagem; estudar e discutiro que aprendeu; colocar o pensamento concreto em símbolos matemáticos com significado; usar a linguagem matemática, oralmente; jogar, aprender e criar regras, organização do pensamento; acreditar e autonomia: início, meio e fim do meu trabalho. Agradeço a oportunidade de crescimento profissional e pessoal, participando desse grupo.

A professora Iole e o Vinicius deram um exemplo de aula: ouviram, tiraram dúvidas,plantaram ideias que já deram frutos e trouxeram textos que geraram questionamentos emuito conhecimento. E acredito que a melhor forma de aprender é pelo exemplo.

(Professora.P.2) *iniciei no grupo participativo em 2021, interessada e curiosa, uma vezque nunca havia refletido sobre o termo "pensamento algébrico". Durante minha formaçãoem pedagogia, notei que o currículo do curso não disponibiliza muitas investigações ou práticas relacionadas à área do saber de matemática. Na verdade, vimos apenas um pouco de estatística, e por conseguinte, ao término do curso, não me sentia preparada de fato para ministrar aulas de matemática para o fundamental I. Já no cotidiano em sala de aula, notei que, não isoladamente, os alunos iniciavam sua vida escolar empolgados com matemática, mas com o tempo, parecia que iam perdendo a vontade de aprender e de lidar com esse assunto. Eu realmente me sentia desanimada com essa realidade, e tinha a intenção de fazer algo em relação a isso. Até que fui convidada para entrar no grupo participativo. Hoje, posso dizer que minha vida profissional e até pessoal mudou muito.*

Durante nossos encontros aos sábados, podia trocar minhas indagações e experiências com os *professores e com minha colega de trabalho. Durante as semanas, nas aulas, eu testava teorias que conversávamos, e notei que aos poucos, o andamento das aulas e a aprendizagem dos alunos iam tomando mais forma, as aulas começaram a ser mais interessantes e significativas para eles, e mais experimentais para mim. As aulas que eu montava eram de fato diferentes para eles, com situações que fomentam a criatividade, uma atitude investigativa. As atividades envolviam os alunos, porque traziam desafios, em que as crianças precisavam de fato generalizar, refletir, pesquisar, investigar e encontrar padrões einformações não tão óbvias. Até mesmo a comunicação entre eles melhorou muito, uma vez que a empolgação os fazia compartilhar as dúvidas e descobertas.*

Hoje, ao final dos nossos encontros, reflito sobre todo esse processo ao qual eu passei, e pude transmitir às crianças. Entendo mais ainda o quanto a matemática é importante para a vida, e que o pensamento algébrico traz possibilidades ímpares de aprendizagem, pois são atividades que preparam os alunos para os anos seguintes. Só tenho a agradecer aos professores pela oportunidade, e pela simplicidade e abertura com a qualme receberam. Sempre senti que meu conhecimento em matemática era defasado, e, se não fosse a abertura e naturalidade das nossas conversas, talvez eu não tivesse me sentido tão à vontade para trocar experiências e sanar minhas dúvidas.

Hoje, sei que ainda tenho muito a aprender, mas pretendo ajudar meus outros colegasda escola, levando um pouco desse mundo tão especial que é o pensamento algébrico. Pretendo continuar nossas trocas de experiência nos próximos anos, e agradeço por todo o conhecimento adquirido.

Conclusão

A formação do grupo colaborativo proporcionou um rico intercâmbio de ideias sobre os temas debatidos e sobre práticas de ensino de álgebra no EFI. Foi intensa e efetiva a participação das professoras em todos os encontros.

Observamos uma boa apropriação por parte delas sobre a natureza do pensamento algébrico, tanto para defini-lo, como quanto ao papel do ensino de álgebra na formação dos alunos de EFI. As mesmas se tornaram mais críticas sobre sua prática didática, e mais seguras quanto à elaboração de atividades favorecedoras da aprendizagem de seus alunos, bem como mais preparadas para identificar as produções de significados por eles desenvolvidos.

As análises detalhadas dos resultados desta pesquisa desenvolvida são o objeto da próxima etapa de nossa dissertação, em andamento.

Referências

DUARTE, N. **Vigotski e o "aprender a aprender": crítica às apropriações neoliberais e pós-modernas da teoria vigotskiana.** Campinas, SP: Autores Associados, 2011.

LINS, R. C. **O Modelo dos Campos Semânticos: estabelecimentos e notas de teorizações. Modelo dos campos semânticos e educação matemática, v. 20, p. 11-30, 2012.**

OLIVEIRA,V, & PAULO, R. M . **Entendendo e discutindo as possibilidades do ensino de álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental.** Educação Matemática Pesquisa, v. 21, n. 3, 2019.

THIOLLENT, Michel. **Metodologia da pesquisa-ação**. 18. ed. São Paulo: Cortez, 2011.

VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e linguagem.** São Paulo: Livraria Martins Fontes, 1989.

Conhecimento Matemático Especializado de futuros professores da EducaçãoInfantil e Anos Iniciais no tópico da multiplicação

Specialized Mathematical Knowledge of future teachers of Early Childhood Education and Early Years of elementary school on the topic of multiplication.

Conocimientos Matemáticos Especializados de los futuros docentes de EducaciónInfantil y Primeros Años sobre el tema de la multiplicación.

Carla Duzzi Ribeiro[27]
Faculdade de Educação UnicampId
0000-0002-6701-8112

Alessandra Rodrigues de Almeida[28]
PUC – Campinas/Faculdade de Educação UnicampId
0000-0002-6329-8655

Modalidade: Pôster
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam Matemática

Resumo

A multiplicação é uma das operações problemáticas tanto para professores como para alunos, sendo ensinada na maioria das salas de aula dos Anos Iniciais do EnsinoFundamental através de algoritmos sem compreensão associada. Sabendo da importância do conhecimento do professor para a aprendizagem dos alunos, a pesquisa que desenvolvemos tem como objetivo identificar e descrever o Conhecimento Especializado de futuros professores que ensinarão matemática na Educação Infantil e nos Anos Iniciais no tópico da multiplicação com foco no domínio dos sentidos dessa operação. A análise acontecerá empregando o Mathematics Teachers'Specialized Knowledge (MTSK) e as informações serão coletadas por meio de de uma Tarefa para Formação (TpF) no contexto de um curso presencial de Licenciatura em Pedagogia. A questão central de pesquisa que perseguimos consiste em: Que conhecimento especializado revelam futuros professores de Educação Infantil e dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental no tópico da multiplicação?

Palavras-chave: Conhecimento Especializado, Sentidos da Multiplicação, MTSK, Anos Iniciais.

Abstract

Multiplication is one of the problematic operations for both teachers and students, beingtaught in most classrooms in the Initial Years of Elementary School through algorithms that do not associate understanding. Knowing the importance of the teacher knowledge for student learning, the research that has been developed has the objective of identifying and describing the Specialized Knowledge of future teachers who will teach mathematics in Early Childhood Education and in the Initial Years on the topic of multiplication with a focus on mastering the senses of this operation. The heuristic approach is based on Specialized Knowledge of Mathematics Teachers - MTSK and how the information will be collected through a Training

[27] duzzicarla@gmail.com
[28] alessandraalmeida628@gmail.com

Task (TpF) in the context of a face-to-face course of Licentiate in Pedagogy. The central research question that we pursue consists of: What specialized knowledge reveals future teachers of Early Childhood Education and the Initial Years of Elementary School on the topic of multiplication when solving formative tasks? Information will be collected through the implementation and discussion of a Formative Task designed specifically for teacher education.

Keywords: Specialized Knowledge, Multiplication Senses, MTSK, Elementary School.

Resumen

La multiplicación es una de las operaciones problemáticas tanto para docentes comopara estudiantes, siendo enseñada en la mayoría de las clases de los Primeros Años de laEnseñanza Primaria a través de algoritmos sin comprensión asociada. conociendo la importancia del conocimiento docente para el aprendizaje de los estudiantes, la investigación que desarrollamos tiene como objetivo identificar y describir el conocimiento specializado de los futuros docentes que enseñarán la matemática en la Educación Infantil y en los Primeros Años sobre el tema de la multiplicación con enfoque en el dominio de los sentidos de esta operación. El análisis se realizará utilizando el Mathematics Teachers'Specialized Knowledge (MTSK) y las informaciones se recogerán a través de una Tarea para Formación (TpF) en el contexto de un curso presencial de Licenciatura en Pedagogía. La pregunta central de investigación que perseguimos es: ¿Qué conocimientos especializados revelan los futuros docentes de Educación Infantil y de los Primeros Años de la Enseñanza Primariasobre el tema de la multiplicación?[3]

Palabras clave: Conocimiento Especializado, sentidos de la multiplicacion, MTSK, Educación Primaria.

Introdução

Explorar as quatro operações em sala de aula é considerado problemático pelos professores, que reconhecem as dificuldades dos alunos com relação aos algoritmos da multiplicação e da divisão. Muitas vezes, o conhecimento que os alunos trazem está limitado às regras de resolução dos algoritmos tradicionais, sem compreensão associada (Ribeiro, 2009). E para que essa compreensão aconteça é fundamental que a multiplicação, como as demais operações, sejam entendidas como um fenômeno, tendo associadas a seu conceito diferentes manifestações matemáticas. Envolve, desta forma, atribuir significado aos sentidos da multiplicação – adição sucessiva de parcelas iguais, combinatória e configuração retangular –, associado à formulação e resolução de problemas que evocam ou se associam a cada um desses sentidos[29] (Ribeiro & Almeida,2022).

Por considerarmos de fundamental importância compreender o que o professor precisa

[29] Agradecemos a Miguel Ribeiro pelas contribuições e os comentários nas versões prévias deste texto.

conhecer sobre este tópico e a forma como esse conhecimento se estrutura, considerando de modo específico o conhecimento sobre os sentidos da multiplicação, a pesquisa que desenvolvemos propõe a seguinte questão: *Que conhecimento especializado revelam futuros professores de Educação Infantil e Anos Iniciais do Ensino Fundamental no tópico da multiplicação?* A pesquisa utilizará como lente para análise a conceitualização teórica do conhecimento do professor na perspectiva doMathematics Teachers' Specialized Knowledge[30] – MTSK (Carrillo et al., 2018).

Algumas Notas Teóricas Sobre os Sentidos da Multiplicação

Para que se compreenda efetivamente a multiplicação, é fundamental entendê-la como um fenômeno, tendo associado ao seu conceito diferentes manifestações matemáticas e não como aplicação de regras que permitamoperar com os números. Envolve atribuir significado aos seus sentidos – adição sucessiva de parcelas iguais, combinatória e configuração retangular –, associado à formulação e resolução de problemas que evocam ou se associam a cada um deles (Ribeiro & Almeida, 2022).

Compreendemos então que o sentido de **adição sucessiva de parcelas iguais** envolve situações que permitem descobrir o número total de elementos conhecendo-se onúmero de elementos de cada grupo e o número de grupos de mesma quantidade que deverá ser adicionado tantas vezes quantas indicar o multiplicador, ou seja, adicionar uma mesma quantidade de elementos um determinado número de vezes (Barraza & Rojas, 2021; Hulbert et al., 2017).

Já os problemas que estão associados ao sentido de **configuração retangular**, trazem quantidades registradas numa disposição retangular, estando organizados em linhas e colunas, sendo que tais linhas possuem o mesmo número de elementos e ascolunas também possuem o mesmo número de elementos (Hulbert et al., 2017).

O sentido de **combinatória**, por sua vez, emerge da resolução de problemas que envolvem a contagem de combinações possíveis entre dois conjuntos disjuntos, a partir da seleção de um elemento de cada um dos conjuntos permitindo saber quantos elementos ou quantos emparelhamentos são possíveis numa dada situação, sem necessariamente ter que

[30] Por ser esta uma conceitualização do conhecimento professor divulgada e reconhecida internacionalmente, mantivemos a nomenclatura em inglês para todos os termos do modelo, pois sua tradução poderia desvirtuar o entendimento dos conteúdos de cada um dos subdomínios que compõem o modelo que a representa.

contá-los um a um (Isoda & Olfos, 2019).

É a compreensão dos sentidos da multiplicação por meio da resolução de problemas que permite o ensino do algoritmo com significado, pois a progressão dos procedimentos utilizados na resolução está diretamente associada à construção progressiva que se tem sobre a multiplicação (Ribeiro & Almeida, 2022).

Conhecimento Especializado do Professor

Para ensinar matemática desde a Educação Infantil, o professor mobiliza uma série de conhecimentos, tanto matemáticos como pedagógicos, que possui acerca do tópico que deseja que seus alunos compreendam. Na concepção da pesquisa que estamos desenvolvendo, esse conhecimento é específico do professor e envolve todas asetapas da prática do professor de e que ensina matemática, sendo compreendida na perspectiva do *Mathematics Teachers Specialised Knowledge Knowledge* - MTSK (Carrillo et al., 2018).

O modelo MTSK considera as especificidades do conhecimento do professor tanto no âmbito do *Mathematical Knowledge* (MK) quanto do *Pedagogical Content Knowledge* (PCK), bem como as crenças que o professor possui acerca do ensino e da aprendizagem matemática. O *Mathematical Knowledge* (MK) está organizado em três subdomínios: *Knowledge of Topics* (KoT), *Knowledge of the Struture of Mathematics* (KSM) e o *Knowledge of Practices in Mathematics* (KPM). O *Pedagogical Content Knowledge* (PCK) está relacionado ao conhecimento pedagógico do professor em relação aosprocessos de ensino e aprendizagem de cada tópico matemático a ser trabalhado em cada faixa etária e/ou etapa escolar. Envolve o *Knowledge of features of learning mathematics* (KFLM), o *Knowledge of mathematics teaching* (KMT) e o *Knowledge of mathematics learning standards* (KMLS).

O *Knowledge of Topics* (KoT) contempla o conhecimento do professor sobre o tópico matemático sendo consideradas seis categorias (Policastro & Ribeiro, 2021). A categoria *Mathematical Procedures* envolve o conhecimento sobre os procedimentos decomo se faz, quando se pode fazer, por que se faz assim e as características do resultado. Envolve, por exemplo, conhecer que, para efetuar o algoritmo "típico" da multiplicação, pode-se iniciar por qualquer uma das ordens (Ribeiro & Almeida, 2022). Na categoria *Definitions,* considera-se o conhecimento do professor a respeito das definições dos conceitos e dos elementos que constituem essa definição, como conhecer que multiplicação é uma operação matemática que envolve o processo de multiplicarum número (o multiplicador) por outro (o multiplicando) resultando no produto. Em *Foundations,* consideramos os conhecimentos quanto aos fundamentos matemáticosresponsáveis por conectar os conceitos e construtos matemáticos do tópico. Envolve conhecer que o sentido associado à configuração retangular é o único que pode ser generalizado para qualquer quantidade (Ribeiro & Almeida, 2022). A categoria *Properties* refere-se às propriedades matemáticas relacionadas a estes conceitos, como conhecer as propriedades da multiplicação, como a propriedade comutativa que indica que a ordem dos fatores não altera o produto, embora o uso desta propriedade possa não ter correspondência com um problema ou expressão a serem resolvidos. Nos *Registers of representation*, são considerados os conhecimentos dos professores dos diferentes tipos de representações que podem ser realizadas de modo a representar um conceito, como conhecer que as representações de contextos que envolvem o sentido de Combinatória podem ser expressas utilizando árvores de possibilidades, listagens, diagramas ou fórmulas (Isoda & Olfos, 2019). A categoria de *Phenomenology and applications* considera o conhecimento do professor quanto aos fenômenos e contextos relacionados a um tópico matemático envolvendo a descrição dos sentidos associados a um determinado conceito bem como a associação dos contextos capazes de evocar tais sentidos (Policastro & Ribeiro, 2021). Envolve conhecer que os contextos que evocam amultiplicação estão associados aos sentidos de adição sucessiva de parcelas iguais, configuração retangular e combinatória.

Contexto e Método

A coleta de informações irá ocorrer em uma disciplina de um curso presencialde Licenciatura em Pedagogia. Por compreendemos a formação do professor e a pesquisa de forma imbricada, tomamos como instrumento de coleta de informações umaTarefa para Formação - TpF (Ribeiro et al., 2021).

A TpF foi elaborada buscando identificar o Conhecimento Especializado de futuros Professores em relação aos sentidos da multiplicação bem como levar à compreensão do tópico como um fenômeno. É parte de uma Tarefa Formativa composta por três documentos: a Tarefa para a Formação, o Documento do Professor eo Documento do Formador e possibilita alcançar tanto os objetivos formativos como os de pesquisa (Ribeiro et al., 2021). Esta TpF faz parte de uma Tarefa Formativa elaborada pelo grupo de pesquisa e formação grupo CIEspMat[31], discutida no livro "Atribuir significado aos sentidos e ao algoritmo da multiplicação para a melhoria da qualidade das aprendizagens matemáticas" (Ribeiro & Almeida, 2022) e foca o desenvolvimento do conhecimento do professor no âmbito da multiplicação

A parte introdutória da tarefa traz o seguinte questionamento: "Imagine que vocêestá na rua e alguém lhe pergunta: O que é multiplicar? O que lhe responderia? Mas, não podemos esquecer que estamos na rua e que, portanto, não pretendemos ensinar a essa pessoa". Essa questão compõe as discussões preliminares e pretende aceder ao Conhecimento Especializado do futuro professor, revelando o conhecimento que eles possuem a respeito deste tópico anteriormente ao momento formativo, de modo individual e sem vínculo com o ambiente escolar.

A Parte I da TpF é composta por uma tarefa para os alunos, seguida de questões organizadas de modo a levar o futuro professor a refletir sobre o tópico que, em nossa pesquisa, é a multiplicação. A primeira orientação da tarefa para os alunos indica que o resolutor deve explicar sempre o seu raciocínio, descrevendo os processos a serem utilizados, podendo fazê-lo usando esquemas, palavras, cálculos. Busca-se, assim, conhecer o raciocínio empregado nas resoluções por meio dos registros realizados.

No caso da tarefa associada à nossa pesquisa, ao propor que considere a expressão "2 × 3", o item "a" visa proporcionar a reflexão sobre as diferentes maneiras de chegar ao resultado visto, que as representações revelam o procedimento no qual possuem maior segurança para resolução (Hulbert et al., 2017). Com o item b, busca-se compreender que conhecimento revelam os futuros professores de modo específico aos três sentidos da multiplicação: adição sucessiva de parcelas iguais, configuração retangular e combinatória.

Figura 1.
Tarefa: Vamos multiplicar (Ribeiro & Almeida, 2022, p.27)

[31] O CIEspMat é um grupo de Pesquisa e Formação que desenvolve trabalhos focados no desenvolvimentodo Conhecimento Interpretativo e Especializado do professor e futuro professor de e que ensina matemática – desde a Educação Infantil ao Ensino Médio. As formações podem ocorrer na sua escola (pública ou privada) ou rede. www.ciespmat.com.br

CIEspMat

Coleção CIEspMat Formação SENTIDOS DA MULTIPLICAÇÃO

Tarefa: Vamos multiplicar

(Você deve explicar sempre o seu raciocínio, descrevendo o processo que usar para responder à questão. Pode fazê-lo usando esquemas, palavras, cálculos...)

Considere a seguinte expressão: 2x3.

a) Determine o resultado da expressão de pelo menos duas formas distintas, e explique, o raciocínio empregue em cada uma dessas formas.

b) Formule três problemas distintos que envolvam esta operação e o seu resultado. Resolva cada um dos problemas formulados.

Por tratar-se de um ambiente de pesquisa, e também formativo, a resolução da TpF e as discussões realizadas em plenária buscam tanto evidenciar o conhecimento especializado do professor relacionado aos sentidos da multiplicação quanto desenvolver este conhecimento. Serão coletadas informações escritas e gravações em áudio e vídeo, que deverão ser transcritas para que seja possível perceber evidências do conhecimento especializado do professor. A partir dos objetivos previstos para cada item da tarefa, será realizada a análise do conhecimento evidenciado tendo como base o MTSK (Carrillo et al., 2018).

Considerações Finais

Com os resultados desta pesquisa buscaremos explicitar o conhecimento especializado do futuro professor que ensina matemática no tópico da multiplicação, de forma específica em relação aos sentidos de adição sucessiva de parcelas iguais, configuração retangular e combinatória. Focamos especificamente o subdomínioKnowledge of Topics – KoT de modo a direcionar o olhar ao tópico matemático, descrevendo os sentidos a ele atribuídos bem como os contextos capazes deevocar tais sentidos. Compreendemos que se faz necessário detalhar o Conhecimento Especializado do professor no tópico da multiplicação também nos demais subdomínios do conhecimento matemático, bem como o conhecimento pedagógico do conteúdo, poisestes conhecimentos sustentam as ações do professor, refletindo na sua prática e consequentemente na qualidade do ensino (Ribeiro, 2018).

Referências

BARRAZA, D, ROJAS, N. (2021) La multiplicación: perspectivas de enseñaza. En A. Pizarro-Canales, C.Caamaño-Espinoza y M. C. Brieba-Brieba (Eds.), Didáctica de la Matemática para Educación Básica. Chile: Ed.Universitarias de Valparaíso.

CARRILLO-YAÑEZ, J. et al. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model*. Research in Mathematics Education, v. 20, n.3, p. 236–253.

Fosnot, C. T.; Dolk, M. (2001). Young Mathematicians at Work: Constructing Multiplication and Division. [s.l.] Heinemann, 88 Post Road West, P, 2001.

HULBERT, E. et al. (2017). A Focus on Multiplication and Division: Bringing Research to the Classroom. Em A Focus on Multiplication and Division: Bringing Research to the Classroom. Routledge. https://doi.org/10.4324/9781315163611

ISODA, M., & OLFOS, R. (2019). Enseñanza de la Multiplicación Desde el Estudio de Clases Japonés a las Propuestas Iberoamericanas PARTE 1.

POLICASTRO, M. S., & RIBEIRO, M. (2021). Conhecimento especializado do professor que ensina matemática relativo ao tópico de divisão. Zetetike, 29, e021020–e021020. https://doi.org/10.20396/zet.v29i00.8661906.

RIBEIRO, C. M. (2009). Conhecimento Matemático para Ensinar: Uma experiência de formação de professores no caso da multiplicação de decimais. Bolema - Boletim de Educação Matemática, 22(34), 1–26.

RIBEIRO, M. et al. (2018). Conhecimento interpretativo e especializado do professor de e que ensina matemática – uma discussão articulada em contextos de formação. VII Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática.

RIBEIRO, M., ALMEIDA, A., & MELLONE, M. (2021). Conceitualizando Tarefas Formativas para Desenvolver as Especificidades do Conhecimento Interpretativo e Especializado do Professor. Perspectivas da Educação Matemática, 14(35), 1– 32. https://doi.org/10.46312/pem.v14i35.1326.

RIBEIRO, M., ALMEIDA, A. (2022). Atribuir significado aos sentidos e ao algoritmo da multiplicação para a melhoria da qualidade das aprendizagens matemáticas.Campinas: Cognoscere, (Coleção CIEspMat Formação).

Conhecimento Interpretativo de futuros professores de matemática – uma tarefa para formação no âmbito da área

Prospective mathematics teachers' interpretative knowledge – a task for teacher education within the scope of area

Conocimiento interpretativo de futuros profesores de matemáticas – una tarea para la formación en el tema de área

Paulo Eduardo Camargo Heinrich Carrara[32]
Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP
0000-0002-0086-8139

Miguel Ribeiro[33]
Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP
0000-0003-3505-4431

Modalidade: Poster
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam Matemática

Resumo

O conhecimento do professor de matemática é considerado especializado, tanto no que serefere ao conhecimento matemático quanto ao pedagógico associado a cada tópico estudado. Assumimos aqui a perspectiva do Conhecimento Interpretativo e, considerandoque a prática do professor se sustenta na implementação e discussão de tarefas, torna-se essencial que a formação considere também a centralidade das tarefas que desenvolvam o conhecimento do professor e também que se desenvolva pesquisa sobre esse conhecimento e tarefas. Como o tópico de área é um dos problemáticos para os alunos, torna-se um ótimo candidato para uma discussão na formação de professores e na pesquisa centrada no conhecimento do professor. Com esta pesquisa, perseguimos um mais amplo entendimento relativo ao Conhecimento Interpretativo revelado por futuros professores de matemática no âmbito do tópico de área ao lidarem com uma Tarefa paraa Formação que apresenta produções de alunos para um problema no âmbito da área. Considera-se um estudo de caso instrumental – informações coletadas em uma disciplinade uma Licenciatura em Matemática – recorrendo às produções dos futuros professores associadas a uma Tarefa para Formação que busca aceder e desenvolver o seu Conhecimento Interpretativo.

Palavras-chave: Conhecimento Interpretativo, Tarefa para Formação, Área,Formação.

Abstract

The knowledge of the mathematics teacher is considered to be specialized, both in termsof mathematical and pedagogical knowledge associated with each topic studied. We assume here the perspective of Interpretive Knowledge and, considering that the teacher'spractice is based on the implementation and discussion of tasks, it is essential that the training also considers the centrality of the tasks that develop the teacher's knowledge andalso the research development

[32] pauloechcarrara@gmail.com
[33] ciespmat@gmail.com

about this knowledge and tasks. As the topic area is one ofthe most problematic for students, it becomes a great candidate for a discussion in teachereducation and research centered on teacher knowledge. With this research, we pursue a broader understanding of the Interpretive Knowledge revealed by prospective mathematics teachers within the topic area when dealing with a Task for TeacherEducation that presents student productions for a problem within the area. It is consideredan instrumental case study – information collected in a discipline of a Mathematics Degree – using the productions of future teachers associated with a Task for Teacher Education that seeks to increase and develop their Interpretive Knowledge.

Keywords: Interpretive Knowledge, Task for Teacher Education, Area,Education.

Resumen

El conocimiento del profesor de matemáticas se considera especializado, tanto en términos de conocimientos matemáticos como pedagógicos asociados a cada tema estudiado. Asumimos aquí la perspectiva del Conocimiento Interpretativo y, considerando que la práctica docente se basa en la implementación y discusión de tareas,es fundamental que la formación considere también la centralidad de las tareas que desarrollan el conocimiento docente y también que se realice investigación sobre estos conocimientos y tareas. Como el tema del área es uno de los más problemáticos para losestudiantes, es un gran candidato para una discusión en la formación docente y la investigación centrada en el conocimiento docente. Con esta investigación, buscamos unacomprensión más amplia sobre el Conocimiento Interpretativo revelado por los futuros profesores de matemáticas dentro del tema del área cuando se trata de una Tarea para Formación que presenta las producciones de los estudiantes para un problema dentro delárea. Se considera un estudio de caso instrumental – información recolectada en una disciplina de la Licenciatura en Matemáticas– utilizando las producciones de futuros docentes asociadas a una Tarea para Formación que busca acceder y desarrollar su Conocimiento Interpretativo.

Palabras clave: Conocimiento Interpretativo, Tarea para Formación, Área,Formación.

Introdução e algumas notas teóricas

Tendo como objetivo último a melhora das aprendizagens matemáticas dosalunos, associada a um entendimento do que fazem e porque o fazem, de modo a não "memorizarem" a regra – além, obviamente, da evolução de seus resultados escolares nostestes Nacionais –, torna-se essencial um mais amplo conhecimento acerca de como pode a formação contribuir (efetivamente) para que os professores aumentem e desenvolvam o seu conhecimento e entendimento da Matemática de forma a possibilitar um ensino come para a compreensão.

Pesquisas mostram que o professor e seu conhecimento assumem papel preponderante na aprendizagem e nos resultados dos alunos, tendo um impacto nessa aprendizagem maior que qualquer outro fator controlável (NYE; KONSTANTOPOULOS; HEDGES, 2004). Assim, o conhecimento que os professores detêm, ou assumem deter (RIBEIRO; CARRILLO, 2011), moldará as tarefas que preparam, sua implementação em sala de aula e a forma como os alunos perspectivam o ensino e a aprendizagem da matemática.

Os resultados também mostram que alunos e professores revelam dificuldades em diversos tópicos matemáticos, por exemplo a Geometria (AZEVEDO; BORBA, 2013), e também em capacidades transversais, tais como a resolução e formulação de problemasou argumentação ou medidas (POLICASTRO; ALMEIDA; RIBEIRO, 2018).

O conhecimento do professor pode ser entendido de muitas formas distintas, desdeuma visão mais generalista em que se considera que basta "ensinar mais matemática" ou"ensinar um conjunto de estratégias" até uma perspectiva que assume as especificidadesdo conhecimento do professor de matemática para a sua atuação profissional. Assumimosessa última perspectiva e as especificidades associadas à conceitualização do denominado *Mathematics Teachers Specialized Knowledge* – MTSK (CARRILLO *et al*., 2018), e, considerando de forma associada a necessidade de que a prática do professor tenha comoponto de partida o que os alunos conhecem e como conhecem, adotamos a noção de Conhecimento Interpretativo – CI (JAKOBSEN; RIBEIRO; MELLONE, 2014; DI MARTINO, MELLONE, RIBEIRO, 2019).

Em Enciclopédia Springer Nature, Conhecimento Interpretativo, corresponde ao:

> conhecimento matemático amplo e profundo que permite ao professor contribuir para que os alunos possam elaborar/desenvolver o seu conhecimento matemático tendo como ponto de partida o seu próprio raciocínio e produções,independentemente de serem não standard ou incorretas. O Conhecimento Interpretativo complementa o conhecimento de erros comuns ou estratégias dos alunos com o conhecimento das origens dos possíveis erros típicos e não típicos e o conhecimento do uso dos erros como uma efetiva fonte de aprendizagem. (DI MARTINO; MELLONE; RIBEIRO, 2019, p. 1, traduçãonossa).

A pesquisa já identificou os níveis de Conhecimento Interpretativo que permitem descrever o conteúdo do conhecimento do professor associado à interpretação que efetuadas produções e comentários de alunos (DI MARTINO *et al*., 2016): Descritivo; Retórico;Integração e Síntese; Teorização e Conceituação. Esses níveis são importantes emcontextos desenhados e implementados objetivando o desenvolvimento do conhecimentodo professor, pois associam-se a uma visualização de como e por que esse conhecimentovai sendo desenvolvido.

Almejando contribuir para a mudança na prática letiva e, consequentemente, nas aprendizagens matemáticas dos alunos, torna-se essencial que a formação contribua para ultrapassar as lacunas já identificadas – identificando outras – e que tenha como ponto departida o que os (futuros) professores já conhecem e como o conhecem, de forma a desenvolver esse conhecimento. Dado que a prática do professor se sustenta na implementação e discussão de tarefas (MASON; JOHNSTON-WILDER, 2006;RIBEIRO, MELLONE; JAKOBSEN, 2016), torna-se essencial que a formação se sustente em tarefas que desenvolvam simultaneamente o conhecimento matemático e pedagógico do professor, considerando esse conhecimento como específico para a atuação docente.

Essa alteração em perspectiva, foco e objetivos da formação implica aceder e discutir o conteúdo do conhecimento do professor e expor os (futuros) professores a tarefas e experiências de tipo e natureza distintos das tarefas para os alunos e com um foco distinto, ou pelo menos complementar, daquelas que vêm sendo utilizadas nas formações inicial e contínua, uma vez que os resultados apontam para a sua ineficácia quanto ao impacto na melhoria das aprendizagens dos alunos e daí a necessidade de um foco particular nas denominadas Tarefas para a Formação – TpF (RIBEIRO; ALMEIDA;MELLONE, 2021).

Nesse sentido, as tarefas conceitualizadas e implementadas para desenvolver as especificidades de conhecimento matemático do professor terão, necessariamente, foco e objetivos complementares aos das tarefas preparadas para alunos. Essa necessidade sustenta-se também na distinção da natureza, tipo e conteúdo do conhecimento doprofessor em relação ao conhecimento dos alunos – distinção que não fica em nível do conhecimento pedagógico e nem a apenas “saber mais matemática”, mas sim “saber melhor matemática”.

Note-se que tem existido uma óbvia preocupação e embasamento teórico na formação de professores com a necessária relação com as pesquisas que se realizam (ver,por exemplo, as discussões apresentadas por Valente e Leme (2020)). Porém, tal como mostram os resultados de um mapeamento de pesquisas de mestrado e doutorado (entre 2001 e 2012) com um foco no professor que ensina matemática e seu conhecimento, a maioria destas pesquisas discutem as generalidades do conhecimento do professor, sem o necessário foco nas especificidades desse conhecimento tendo em consideração os conteúdos a abordar (CRECCI; NACARATO; FIORENTINI, 2017; RIBEIRO, 2018).

Neste trabalho, busca-se contribuir para uma mudança de olhar e necessária (R)Evolução nas formas de entender a prática e a formação do professor e, daí a importância e necessidade de as discussões na formação terem como origem e destino a prática profissional dos futuros professores em cada um dos temas e tópicos que estes poderão ter de abordar de forma articulada com a matemática avançada que se discute nasdisciplinas da Licenciatura.

Articulando estas duas necessidades – de um foco nas tarefas especificamente conceitualizadas para a formação de professores e nas especificidades do conhecimento do professor de matemática –, neste projeto, assume-se as especificidades desse conhecimento na perspectiva do CI e as TpF na linha do que vem sendo desenvolvido nostrabalhos do Grupo CIEspMat[34], que é um grupo de Pesquisa & Formação com foco no Conhecimento Interpretativo e Especializado do professor de e que ensina Matemática.

Perseguimos, assim, responder à seguinte questão: Que Conhecimento Interpretativo revelam futuros professores de matemática no âmbito do tópico de área, e quais as características das Tarefas para a Formação que contribuem para promover o desenvolvimento desse conhecimento?

Cabe ressaltar que esta pesquisa é parte de um projeto mais amplo[4] que se associaao objetivo de descrever e entender o conteúdo do Conhecimento Interpretativo de professores e futuros professores de matemática e que ensinam matemática no âmbito dotema de Medida, e das formas de Pensar matematicamente associadas aos temas matemáticos formais de Álgebra, Geometria e Estatística.

Cabe ressaltar que esta pesquisa é parte de um projeto mais amplo[35] que se associaao objetivo de descrever e entender o conteúdo do Conhecimento Interpretativo de professores e futuros professores de matemática e que ensinam matemática no âmbito dotema de Medida, e das formas de Pensar matematicamente associadas aos temas matemáticos formais de Álgebra, Geometria e Estatística.

Contexto e método

Será desenvolvido um estudo de caso instrumental, com informações coletadas em uma disciplina da Licenciatura em Matemática, cujo objetivo é o desenvolvimento doconteúdo das

[34] O CIEspMat é um grupo de Pesquisa e Formação que desenvolve trabalhos focados no desenvolvimentodo Conhecimento Interpretativo e Especializado do professor e futuro professor de e que ensina matemática – desde a Educação Infantil ao Ensino Médio. www.ciespmat.com.br.

[35] Projeto financiado pelo CNPq no âmbito do Edital Universal 18/2021 – Faixa B – Grupos consolidados.

especificidades do conhecimento matemático e pedagógico dos futuros professores. As informações serão coletadas recorrendo às gravações de áudio e vídeo das discussões que ocorrerem durante o trabalho em pequenos grupos e, posteriormente,na discussão em grande grupo, e às produções escritas dos futuros professores para a TpFque será implementada.

Para a análise, serão transcritas as gravações de áudio, complementadas com a visualização do vídeo de modo a registrar também as ações (gestos) dos futuros professores. Para isso, será feito uso do instrumento de análise apresentado em Ribeiro, Carrillo e Monteiro (2012) de modo a dividir o período da aula em episódios fenomenologicamente coerentes e associados aos objetivos de desenvolvimento de conhecimento perseguidos. Também as produções para as tarefas serão transcritas *ipsis verbis*, pois, para a discussão do conhecimento do professor, é essencial a forma como cada um dos grupos se expressa, uma vez que a linguagem empregada forma parte do conhecimento especializado do professor.

Buscando resposta para a questão de pesquisa, a coleta de informações ocorrerá em um processo cíclico com previsão de duas implementações da TpF, sendo a segunda uma versão revista e melhorada da versão inicial. Melhoria essa advinda, por um lado, daanálise efetuada pelos próprios futuros professores a respeito de quais componentes da tarefa podem ser melhorados para direcionar sua atenção às questões específicas que se pretende discutir – no caso, a diferenciação entre área e perímetro e a maximização da área. Por outro lado, serão considerados também comentários de experts que servirão como validação da própria Tarefa de Formação como elemento de pesquisa.

A análise focará o Conhecimento Interpretativo revelado pelos futuros professorese os níveis desse conhecimento que se identifica nas suas produções e discussões.

Resultados esperados

Sendo este um projeto de pesquisa em contexto associado a objetivos de formação,espera-se que os resultados se situem em dois âmbitos. Por um lado, busca-se identificare aprofundar as discussões em torno dos níveis de CI que revelam futuros professores emum contexto formativo que busca desenvolver as especificidades do seu conhecimento para a prática profissional futura no âmbito do ensino do tópico de área. Por outro lado, esperam-se como resultado uma versão melhorada da tarefa para a Formação e um conjunto de indicações associadas a melhorar a estrutura deste tipo de TpF, as Tarefas Interpretativas.

Agradecimento: O presente trabalho forma parte do projeto de pesquisa financiado peloCNPq "*Desenvolvimento do Conhecimento Interpretativo e Especializado do professor esuas relações com as Tarefas para a Formação no âmbito da Medida, e do Pensamento Algébrico, Geométrico e Estatístico*" (404959/2021-0).

Referências

AZEVEDO, J.; BORBA, R. Combinatória: a construção de árvores de possibilidades poralunos dos anos iniciais com e sem uso de software. Alexandria, **Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v. 6, n. 2, p. 113-1 40, 2013.

CARRILLO, J. et al. The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. **Research in Mathematics Education**, v. 20, 2018.

CRECCI, V.; NACARATO, A.; FIORENTINI, D. Estudos do estado da arte da pesquisasobre o professor que ensina matemática. **Zetetike**, Campinas, SP, v. 25, n. 1, p. 1–6, 2017.

DI MARTINO, P. et al. Prospective teachers' interpretative knowledge: giving sense to subtraction algorithms. In: Erme Topic Conference Mathematics Teaching, Resources and Teacher Professional Development, 2016. **Proceedings [...]** Hall: Erme, 2016.

DI MARTINO, P.; MELLONE, M.; RIBEIRO, M. Interpretative knowledge. Encyclopedia of Mathematics Education. Cham: **Springer InternationalPublishing**, p. 1-5, 2019.

JAKOBSEN, A.; RIBEIRO, C. M.; MELLONE, M. Norwegian prospective teachers' MKT when interpreting pupils' productions on a fraction task. **Nordic Studies in Mathematics Education**, 19 (3-4), p. 135–150, 2014.

MASON, J.; JOHNSTON-WILDER, S. Designing and using mathematical tasks. **Tarquin Publications**, 2006.

NYE, B.; KONSTANTOPOULOS, S.; HEDGES, L. How Large Are Teacher Effects?. **Educational Evaluation and Policy Analysis (EEPA),** v. 26, n. 3, 2004.

POLICASTRO, M. S.; ALMEIDA, A.; RIBEIRO, M. Conhecimento matemático especializado de professores da educação infantil e anos iniciais: conexões em medidas. **Cadernos Cenpec, pesquisa e ação educacional**, v. 8, n. 1, 2018.

RIBEIRO, C. M.; CARRILLO, J. Discussing a teacher MKT and its role on teacher practice when exploring Data analysis. In B. Ubuz (Eds.). **Proceedings** 35th PME. Ankara, Turkey: PME, v. 4, 2011.

RIBEIRO, C. M.; CARRILLO, J.; MONTEIRO, R. Cognições e tipo de comunicação do professor de matemática. Exemplificação de um modelo de análise num episódio dividido. **Relime**, Cidade do México, v. 15, n. 1, p. 93-121, março de 2012.

RIBEIRO, C. M.; MELLONE, M.; JAKOBSEN, A. Interpreting Students' Non-Standard Reasoning: Insights For Mathematics Teacher Education. **For the Learning of Mathematics**, v. 36, n. 2, p. 8 - 13, 2016.

RIBEIRO, M. Das generalidades às especificidades do conhecimento do professor que ensina matemática: metodologias na conceitualização (entender e desenvolver) do conhecimento interpretativo. In: OLIVEIRA, A. M. P. de; ORTIGÃO, M. I. R. (Org.). **Abordagens teóricas e metodológicas nas pesquisas em educação matemática**.

Brasília: Sbem, p. 167-185, 2018.

RIBEIRO, M.; ALMEIDA, A; MELLONE, M. Conceitualizando Tarefas Formativas para Desenvolver as Especificidades do Conhecimento Interpretativo e Especializado do Professor. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 14, p. 1 - 32, 2021.

TICHÁ, M.; HOŠPESOVÁ, A. Developing teachers' subject didactic competence through problem posing. **Educational Studies in Mathematics**, v. 83, 2013.

VALENTE, W.; LEME, M. C. História da Educação Matemática no Curso Primário e Formação de Professores no Brasil. Dossiê: **História da Educação Matemática**,Hist. Educ. v. 24, 2020.

A percepção de licenciados e licenciandos em Matemática de uma universidadepública sobre o ensino de estatística

The perception of graduates and undergraduates in Mathematics from a public university on the teaching of statistics

La percepción de los egresados y licenciados en Matemáticas de una universidadpública sobre la enseñanza de la estadística

Rafael Costa Fontes[36]
Universidade Federal do Rio Grande do Sul
0000-0003-4974-1726

Luciana Neves Nunes[37]
Universidade Federal do Rio Grande do Sul
0000-0003-0151-1876

Modalidade: Pôster
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam Matemática.

Resumo

Este trabalho tem por objetivo conhecer a autopercepção que licenciados e licenciandos em Matemática têm sobre estarem preparados para ensinar Estatística, conforme as normas da BNCC. Buscou-se identificar quais eram as dificuldades, os sentimentos e reflexões sobre conceitos e experiências, aprendidos e vividos durante o ensino superior,sobre Estatística. Trata-se de pesquisa qualitativa. Foram realizadas entrevistas semiestruturadas com dez pessoas, que cursaram ao menos uma disciplina que envolvesseEstatística. As entrevistas, que foram gravadas e transcritas, foram analisadas de maneiraindutiva, a partir de categorizações que preexistiam, mas que tiveram que ser modificadasa partir dos dados produzidos. As informações analisadas dentro dessa pesquisa partiramde várias fontes: a análise do texto da BNCC sobre o ensino de Estatística, as experiênciasdos entrevistados com a própria BNCC, as suas vivências como educadores, os seus sentimentos em relação ao ensino de Matemática e a sua visão sobre a Universidade e sobre a Estatística dentro do currículo são alguns exemplos. Como conclusão deste estudopode-se chegar a uma relação de unidade sobre os sentimentos dos licenciandos e licenciados em relação a ensinar Estatística, sentimentos esses que são de receio e despreparo. Mas em contrapartida, há um movimento no sentido de perceberem anecessidade e reconhecerem a importância de um ensino mais competente em Estatística.Também se revelou que existe um movimento, mesmo que lento, por parte das Universidades para refletir e discutir as dificuldades da Educação Estatística.

Palavras-chave: Formação de Professores, Educação Estatística, Currículo, Estatística.

Abstract

This work aims to know the self-perception that graduates and undergraduates in Mathematics have about been prepared to teach Statistics according to the BNCC rules. We sought to identify

[36] rafacfontes@hotmail.com
[37] lununes@mat.ufrgs.br

the difficulties, feelings and reflections on concepts and experiences, learned and lived, during higher education, on Statistics. This is qualitative research. Semi-structured interviews were carried out with ten people who had taken at least one discipline that involved statistics. The interviews, which were recorded and thentranscribed, were analyzed inductively, based on pre-existing categorizations, but which had to be modified based on the data produced. The information analyzed within this research came from several sources: the analysis of the text of the BNCC on the teachingof Statistics, the experiences of the interviewees with the Base itself, their experiences aseducators, their feelings in relation to the teaching of Mathematics, and his views on the University and on Statistics within the curriculum are some examples. As a conclusion ofthis study, a unity relationship can be reached on the feelings of undergraduates and graduates in relation to teaching Statistics, feelings that are of fear and unpreparedness. On the other hand, there is a movement towards realizing the need and recognizing the importance of a more competent teaching in Statistics. It was also revealed that there is amovement, albeit slow, on the part of universities to reflect and discuss the difficulties ofStatistical Education.

Keywords: Teacher Training, Statistical Education, Curriculum, Statistics.

Resumen

Este trabajo tiene como objetivo conocer la autopercepción que tienen los licenciados y licenciados en Matemáticas acerca de estar preparados para enseñar Estadística deacuerdo con las normas de la BNCC. Buscamos identificar las dificultades, sentimientosy reflexiones sobre conceptos y experiencias, aprendidos y vividos, durante la enseñanzasuperior, sobre Estadística. Esta es una investigación cualitativa. Se realizaron entrevistassemiestructuradas a diez personas que habían cursado al menos una disciplina que involucrara estadística. Las entrevistas, que fueron grabadas y luego transcritas, fueron analizadas inductivamente, a partir de categorizaciones preexistentes, pero que debieron ser modificadas a partir de los datos producidos. La información analizada dentro de estainvestigación provino de varias fuentes: el análisis del texto de la BNCC sobre la enseñanza de la Estadística, las experiencias de los entrevistados con la propia Base, sus experiencias como educadores, sus sentimientos en relación a la enseñanza de lasMatemáticas, y sus visiones sobre la Universidad y sobre la Estadística dentro del currículo son algunos ejemplos. Como conclusión de este estudio, se puede llegar a una relación de unidad sobre los sentimientos de los estudiantes de grado y posgrado en relación a la enseñanza de la Estadística, sentimientos que son de miedo y despreparación.Por otro lado, hay un movimiento hacia la toma de conciencia de la necesidad y el reconocimiento de la importancia de una enseñanza más competente en Estadística. También se reveló que existe un movimiento, aunque lento, por parte de las Universidadespara reflexionar y discutir las dificultades de la Educación Estadística.

Palabras clave: Formación del Profesorado, Educación Estadística, Currículo, Estadística.

Introdução

Na Universidade em que se realizou esta pesquisa, existe uma disciplina no currículo da Licenciatura em Matemática que é relacionada à Educação Estatística. Na ementa desta disciplina, encontra-se o seguinte texto para descrevê-la: “Educação Estatística: história, desenvolvimento e abordagens. Abordagens de ensino de estatística a Educação Estatística

Crítica. Ensino por Projetos. Ensino centrado em dados e a resolução de problemas. O uso de jogos e material concreto no ensino de estatística e a utilização da simulação no ensino".

Ao analisarmos essa ementa, podemos notar que a intenção dela não é "ensinar" os conceitos de Estatística, e sim aprofundar discussões sobre como o ensino desta temática pode ser abordado de diversas maneiras. Esta é uma disciplina oferecida no último ano do curso, portanto é esperado que os estudantes tenham um bom conhecimentosobre os conteúdos que envolvem esta matéria. Mas a realidade que nos deparamos não foi essa, pois percebe-se que alguns educandos, quando já matriculados nesta disciplina, sabem muito pouco sobre os conceitos de Estatística, embora já tivessem cursado uma disciplina de Probabilidade e Estatística de 60 horas de aula.

Foram analisadas outras disciplinas do currículo que tinham alguma relação como conteúdo de Estatística e se detectou que são mais quatro disciplinas que abordam temasde Probabilidade e Estatística. Mas mesmo tendo um amplo espectro de temas abordados,fazendo uma relação entre a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e a descrição dessas disciplinas, notamos que alguns assuntos propostos na BNCC, para alguns anos do ensino básico, não são vistos com enfoque pedagógico e nem de maneira crítica.

Com todos estes fatores apresentados, surgiram então alguns questionamentos queforam a base para a pesquisa. A reflexão central que surgiu foi: qual é o sentimento destesestudantes em relação a ensinar Estatística conforme as novas normas da BNCC?

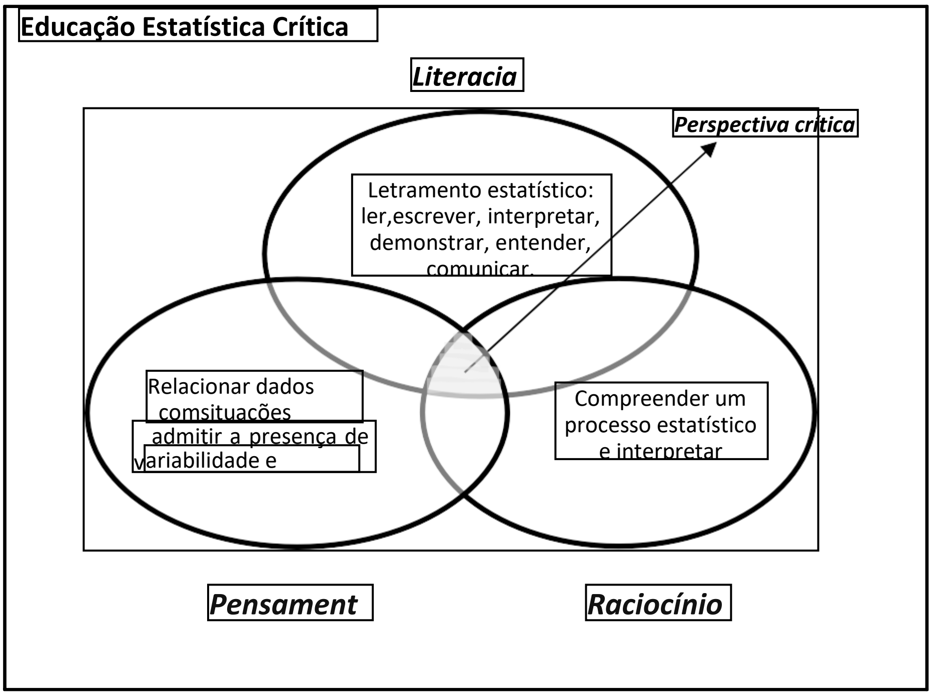
Logo, o objetivo principal desta pesquisa foi conhecer a autopercepção que os estudantes de Licenciatura em Matemática de uma Universidade têm sobre estarem preparados para ensinar Estatística conforme as normas da BNCC.

Referencial teórico

Como aporte teórico desta pesquisa foram utilizados três temas principais. Em primeiro lugar o tema Formação de Professores. Nesta perspectiva, os dados foram analisados com base nos conceitos apresentados por Shulman (1986) e Perrenoud (2002).Shulman (1986) definiu que o professor deve ter três tipos de conhecimento sobre o conteúdo que irá ensinar: conhecimento específico, conhecimento pedagógico e conhecimento curricular do conteúdo. Já Perrenoud (2002) discorre sobre a competênciade ensino definida como a faculdade de mobilizar um conjunto de recursos cognitivos (saberes, capacidades, informações etc.) para solucionar, com pertinência e eficácia, umasérie de situações.

Em segundo lugar, a Educação Estatística explicita a necessidade do desenvolvimento de três competências: raciocínio estatístico, pensamento estatístico e literacia estatística (Campos, Wodewodzki & Jacobini, 2011), sendo que a Educação Estatística Crítica pode ser vista em suas competências como apresentada na Figura 1.

Figura 1.
Competências da Educação Estatística Crítica. Fonte: Hollas e Bernardi, 2018.



Por fim temos a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), e conforme definidona Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB, Lei nº 9.394/1996), a BNCC deve nortear os currículos dos sistemas e redes de ensino das Unidades Federativas, como também as propostas pedagógicas de todas as escolas públicas e privadas de Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio, em todo o Brasil (Brasil, 2018).

Metodologia

Trata-se de uma pesquisa qualitativa, seguindo os princípios de Boni & Quaresma(2005). A coleta de dados aconteceu a partir de entrevistas semiestruturadas, que foram gravadas na plataforma Google Meet após assinatura do Termo de ConsentimentoEsclarecido de todos os entrevistados. A população alvo desta pesquisa era composta pelos estudantes ou egressos formados do curso de Licenciatura em Matemática de uma Universidade Pública Federal que cursaram disciplinas envolvendo Estatística. Foram convidadas 10 pessoas para colaborar com a pesquisa e todas aceitaram participar. Apósas entrevistas, foram feitas as transcrições das gravações.

As pessoas entrevistadas tinham entre 20 e 30 anos de idade e foram divididas emdois grupos: licenciados e licenciandos. Os licenciados eram formados há no máximo dois anos da data de início da pesquisa. E os licenciandos eram os estudantes que já tinham cursado ao menos uma disciplina sobre os conteúdos de Probabilidade e Estatística. O propósito da escolha desses grupos foi encontrar discentes em que o vínculocom a sua universidade ainda era recente, mas que já tenham tido algum contato com a disciplina que pretendíamos analisar.

De maneira a facilitar a análise, as entrevistas foram divididas em quatro blocos, cada um deles abordando uma temática diferente. O primeiro bloco continha questões sobre o perfil do entrevistado, sua trajetória como licenciando ou licenciado e sua relaçãode vivência em ambientes de ensino com as novas normas da BNCC.

O segundo bloco propunha aos entrevistados que elaborassem três situações nas quais eles tivessem que montar atividades envolvendo algum dos conteúdos que fazem parte do currículo de Matemática da BNCC. Nesta parte da entrevista, o principal fundamento era ver com quais conteúdos eles tinham afinidade, e se a Estatísticaapareceria de forma natural dentro das propostas de ensino elaboradas por eles.

Na terceira parte da entrevista foram feitas três perguntas que serviram de aportepara o bloco final. Essas perguntas abordavam diretamente as disciplinas que os entrevistados relataram ter mais ou menos afinidade para ensinar. E junto com estes questionamentos foi apontada a questão se a Universidade tinha alguma relação com essesentimento.

No quarto e último bloco das entrevistas foram abordados dois pontos sobre o ensino de Estatística: o primeiro foi a afinidade com a Estatística de forma mais direta, fundamental para entender como o tema do nosso estudo era tratado pelos entrevistados.A ideia era investigar o sentimento em relação a ensinar essa disciplina e quais fatores, no ponto de vista deles, tinham influência nesse fato. O segundo ponto analisado foi comoa Estatística tinha sido apresentada a eles durante o Ensino Superior e como era a visão de um ensino ideal de Estatística para eles.

Discussão dos resultados

No primeiro bloco os excertos nos fazem entender que os conteúdos relacionadoscom a Estatística são, normalmente, organizados e colocados ao final dos programas de ensino e, muitas vezes, não chegam sequer a serem apresentados aos estudantes. Este fatonão é exclusivo da Estatística, pois as escolas geralmente têm planos de ensino muito densos, que forçam os professores a ensinar alguns temas de maneira superficial, ou em outros casos, nem ensinar alguns dos temas previstos para aquele ano letivo. Olhando para este segundo caso, é provável que o professor, na hora de escolher quais assuntos irátrabalhar, ele escolherá os com maior afinidade. Sobre isso, Lopes (2010) explica que “nem sempre são estudados pelos alunos, por falta de convicção do seu real interesse oupor falta de domínio teórico-metodológico do professor sobre os conceitos estatísticos”.

Campos, Wodewodzki & Jacobini (2011) explicam que “a literacia estatística refere-se ao estudo de argumentos que usam a estatística como referência, ou seja, à habilidade de argumentar usando corretamente a terminologia estatística”. E que “o pensamento estatístico ocorre quando os modelos matemáticos são associados à naturezacontextual do problema em questão[..].” Os dois argumentos apresentados se completamde maneira que é necessário que eles ocorram simultaneamente. Em relação ao segundo bloco, o que podemos notar é que há uma separação, sendo que os entrevistados mostraram que sabem usar Estatística quando ela é visível e não precisa de maior interpretação e que entendem a importância dela nos estudos dos acontecimentos do dia a dia. Mas, na hora de relacionar essas experiências com questões mais complexas, não ofazem. Ainda, as falas dos entrevistados reforçaram a ideia de que o efeito dominó, de seformar professores que não se sentem confortáveis em ensinar Estatística e por isso acabam não ensinando, realmente existe.

Na terceira parte das entrevistas, os respondentes indicaram ter pouca afinidade com a Estatística e seu ensino, mesmo sabendo que de acordo com a BNCC, são os principais responsáveis pelo ensino desta matéria. Nesta perspectiva, o curso de Licenciatura em Matemática, além de formar educadores matemáticos, precisadesenvolver profissionais aptos ao ensino de Estatística na Educação Básica (Costa & Pamplona, 2011). Porém, como já destacava Lopes (2013, p. 903), “não apenas os alunosda Licenciatura em Matemática se sentem despreparados para abordar a Estatística nas aulas de Matemática da Educação Básica, mas a ausência de material didático que subsidie o trabalho docente é ampla”. Neste caso, esta falta de preparo também envolve os aspectos ligados à didática da Estatística, que, muitas vezes, não são discutidos ao longo da formação docente.

Entretanto, no quarto bloco, foi possível perceber que existe uma preocupação porparte dos professores em entender e compreender melhor como o ensino em Estatística precisa ser melhorado. Eles já compreendem que não podemos ter apenas um tipo de conhecimento ao ensinar este conteúdo, o que remete às ideias de Shulman (1986) que define que o educador deve saber sobre o conteúdo, mas não somente, pois também tem que saber organizar e estruturar o ensino, além de utilizar diferentes abordagens metodológicas em sala de aula. Assim, parece existir um processo de mudanças acontecendo. Embora eles possam não ter se referido às competências definidas, já as citam, mesmo que de maneira implícita, tal como a competência descrita por Perrenoud (2002) de se ter a capacidade de mobilizar aquilo que se sabe para um determinado âmbitoou contexto. Assim, reforça-se a ideia de quando os pesquisadores em Educação Estatística recomendam que o ensino de Estatística através de competências seja amplamente estudado. Onde formaremos professores capacitados para argumentar, mobilizar e refletir criticamente sobre os conceitos ensinados.

Considerações Finais

A partir das entrevistas foi possível observar que os licenciados e licenciandos entendem que a Educação Estatística vem se ampliando e se transformando nos últimos anos. E que os métodos utilizados no processo de ensino-aprendizagem e os objetivos educacionais estão em constante transformação. Consequentemente, métodos educacionais para Estatística também estão mudando, ou deveriam estar mudando, devidoa muitos fatores. Ficou nítido que existe fragilidade dentro da perspectiva de se ensinar Estatística nas escolas. Mas foi relatado nas entrevistas que a inserção da nova disciplinarelacionada à Educação Estatística no currículo da Licenciatura tem contribuído de maneira positiva para diminuir a insegurança e melhorar a atitude frente à Estatística. Portanto, precisamos preparar melhor os professores, assim como também reestruturar alguns aspectos dos sistemas escolares e recursos educacionais para lidar com a crescentegama de grandes ideais e tópicos específicos de Estatística. Pois os métodos de ensino precisam fornecer aos alunos, em todos os níveis de ensino, os mecanismos que promovam o pensamento e a compreensão da Estatística.

Referências

BONI, V.; QUARESMA, S. J. Aprendendo a entrevistar: como fazer entrevistas em Ciências Sociais. *Em Tese*. Editora da UFSC v. 2 nº 1 (3), jan-jul/2005, pp. 68-80.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018

CAMPOS, C. R.; WODEWODZKI, M. L. L.; JACOBINI, O. R. *Educação Estatística: teoria e prática em ambientes de modelagem matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

COSTA, W. N. G.; PAMPLONA, A. S. Entrecruzando Fronteiras: a Educação Estatística na formação de Professores de Matemática. *Boletim de Educação Matemática*, Rio Claro, v.24, n. 40, p. 897-911, dez. 2011.

HOLLAS, J.; BERNARDI, L. Educação Estatística: Um olhar sobre os processos educativos. *REnCiMa*, v.9, n.2, p. 72-87, 2018.

LOPES, C. E. Os desafios para a Educação Estatística no currículo de Matemática. In Lopes et al. (org.): *Estudos e reflexões em educação estatística*. Campinas: Mercado de letras. 2010.

LOPES, C. E. Educação Estatística no Curso de Licenciatura em Matemática. *Bolema*, RioClaro (SP), v. 27, n. 47, p. 901-915, dez. 2013.

PERRENOUD, P. *As competências para ensinar no século XXI: a formação dos professorese o desafio da avaliação*. Porto Alegre: Artmed, 2002.

SHULMAN, L. S. Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational researcher.* V.15(2), p. 4-14, 1986.

O que pensa uma turma de Licenciatura em Matemática sobre ensinar e aprender Estatística na escola

What a Mathematics Degree class thinks about teaching and learning Statistics at school

Lo que piensa una clase de Grado de Matemáticas sobre la enseñanza y elaprendizaje de la Estadística en la escuela

Luciana Neves Nunes [38]
Universidade Federal do Rio Grande do Sul
0000-0003-0151-1876

Modalidade: Pôster
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam Matemática.

Resumo

Em 2020, pessoas do mundo inteiro ficaram em suas casas. Era o *lockdown* por causa da pandemia de COVID-19. Em uma Universidade do Sul do Brasil, neste período, aconteceu a primeira turma da disciplina de Ensino e Aprendizagem da Licenciatura em Matemática, no formato de Ensino Remoto. Este trabalho tem por objetivo mostrar o resultado obtido em uma das atividades propostas nesta turma. Trata-se do resultado obtido pela participação da turma em um fórum de discussão no Moodle com a temática"Por que ensinar/aprender Estatística na escola?". Através da análise de dados feita pela técnica do Discurso do Sujeito Coletivo, a partir de 70 postagens feitas por 34 estudantes no fórum, pôde-se perceber que que os futuros professores de Matemática enxergam a Estatística como uma ferramenta que pode contribuir em várias questões sociais, como ocombate às *fake news* ou mesmo levar para as salas de aula temáticas como o machismo,racismo ou LGBTfobia. Ou seja, conseguiram perceber que a Educação Estatística podefomentar o olhar crítico de seus estudantes e que se isso for abordado em suas salas de aula, eles próprios contribuirão na formação de cidadãos e cidadãs com criticidade. É importante e relevante a existência de disciplinas de Estatística e Educação Estatística nos currículos de Licenciatura em Matemática, a fim de despertar o interesse e incentivar umaatitude positiva em relação à Estatística. Essas disciplinas podem desenvolver o letramento estatístico e estimular a criticidade acerca do mundo destas futuras professoras e professores.

Palavras-chave: Formação de Professores, Educação Estatística, Estatística, Ensino Remoto.

Abstract

In 2020, people all over the world stayed in their homes. It was the lockdown because ofthe COVID-19 pandemic. At a University in the South of Brazil, during this period, the first class of the Teaching and Learning discipline of the Mathematics Degree took place,in the Remote

[38] lununes@mat.ufrgs.br

Teaching format. This work aims to show the result obtained in one of theactivities proposed in this class. This is the result obtained by the participation of the classin a discussion forum in Moodle with the theme “Why teach/learn Statistics at school?”. Through data analysis performed by the Collective Subject Discourse technique, from 70posts made by 34 students on the forum, it was possible to perceive that future Mathematics teachers see Statistics as a tool that can contribute to various social issues,such as fighting fake news or even taking themes such as machismo, racism or LGBTphobia to classrooms. In other words, they were able to perceive that Statistical Education can foster the critical look of their students and that if this is addressed in theirclassrooms, they themselves will contribute to the formation of citizens with criticality. The existence of disciplines on Statistics and Statistical Education in the Mathematics Degree curricula is important and relevant, in order to arouse interest and encourage a positive attitude towards Statistics. These subjects can develop statistical literacy and stimulate critical thinking about the world of these future teachers.

Keywords: Teacher Training, Statistical Education, Statistics, Remote Teaching.

Resumen

En 2020, personas de todo el mundo se quedaron en sus hogares. Fue el encierro debido a la pandemia de COVID-19. En una Universidad del Sur de Brasil, durante este período,se realizó la primera clase de la disciplina Enseñanza y Aprendizaje de la Licenciatura enMatemáticas, en el formato de Enseñanza a Distancia. Este trabajo pretende mostrar el resultado obtenido en una de las actividades propuestas en esta clase. Este es el resultadoobtenido por la participación de la clase en un foro de discusión en Moodle con el tema “¿Por qué enseñar/aprender Estadística en la escuela?”. A través del análisis de datos realizado por la técnica del Discurso del Sujeto Colectivo, a partir de 70 publicaciones realizadas por 34 estudiantes en el foro, fue posible percibir que los futuros docentes de Matemáticas ven en la Estadística una herramienta que puede contribuir en diversas problemáticas sociales, como la lucha contra las noticias falsas. o incluso llevando a las aulas temas como el machismo, el racismo o la LGBTfobia. Es decir, pudieron percibir que la Educación Estadística puede fomentar la mirada crítica de sus estudiantes y que siesto se aborda en sus aulas, ellos mismos contribuirán a la formación de ciudadanos concriticidad. La existencia de disciplinas sobre Estadística y Educación Estadística en los planes de estudio de la Licenciatura en Matemáticas es importante y relevante, con el fin de despertar el interés y fomentar una actitud positiva hacia la Estadística. Estas materiaspueden desarrollar la alfabetización estadística y estimular el pensamiento crítico sobre el mundo de estos futuros docentes.

Palabras clave: Formación del Profesorado, Educación Estadística, Estadística,Enseñanza a Distancia.

Introdução

O ano era 2020 e uma espécie de tsunami atinge o mundo inteiro: a pandemia daCOVID-19. E, de repente, palavras e expressões que não faziam parte do cotidiano, passam a ser usadas de forma corriqueira: *lockdown,* achatamento da curva, sensibilidadee especificidade do teste, telemedicina, letalidade, média móvel, modelos probabilísticos,taxa de transmissibilidade... E chegamos no dia em que a Terra parou. Entretanto, “aparentemente” parou, pois algumas áreas, como a Saúde e a Educação, nunca foram tãoativas! As professoras e professores entram em um frenesi para dar conta de suas atividades, só que agora tinha que ser “de casa”. E recursos que até então faziam parte docotidiano de somente de uma parte desta população, passam a ser itens de intensa procura:plataformas de ensino à distância, internet rápida, salas de aula virtuais, repositórios de material, avaliações *online,* câmeras, microfones, computadores, telefones móveis. O mundo educacional que se conhecia, parecia ter deixado de existir. Mas a resiliência dessapopulação é algo indescritível. Quem sobreviveu, sabe!

Em uma Universidade do Sul do Brasil, desde o ano de 2017 vinha sendo traçadauma batalha para a criação de uma disciplina de Ensino e Aprendizagem de Estatística, com caráter obrigatório, para o curso de Licenciatura em Matemática. Rodrigues e Silva(2019) destacam em seu artigo a “importância de o futuro professor de Matemática dominar os conteúdos relacionados à Estatística para ensinar Matemática na Educação Básica (conforme amplamente evidenciado pela Base Nacional Comum Curricular)”, e era este pensamento que impulsionava as professoras envolvidas no projeto. A batalha foi vencida e, em 2019, a disciplina foi incorporada no currículo. Por se tratar de um curso presencial, a ementa e plano de ensino previam somente atividades presenciais. Previsãode acontecer a primeira turma? No ano de 2020. Ou seja, no ano em que todo mundo ficou em casa, a primeira turma aconteceu e teve que ser no formato de Ensino Remoto.

Este trabalho tem por objetivo trazer o resultado de uma das atividades desenvolvidas com a primeira turma dessa disciplina. Entre várias atividades propostas, uma delas foi a participação em um fórum de discussão que buscava despertar na turma um olhar sobre a pertinência ou importância da Estatística e Educação Estatística em suaprópria formação inicial. O intuito desta atividade era despertar o interesse pela área, para que estas futuras professoras e futuros professores de Matemática levem a Estatística parasuas salas de aula.

Metodologia

Trata-se de uma pesquisa qualitativa, sendo este o relato de uma atividadedesenvolvida em uma turma de estudantes do curso de Licenciatura em Matemática. A atividade proposta era a participação em um fórum de discussão, hospedado na Plataforma Moodle. O fórum tinha como tema: “Por que ensinar/aprender Estatística na escola?” e os participantes tinha que fazer pelo menos duas postagens, onde uma delas deveria ser composta de comentários, relatos, informações ou o que a pessoa você julgasse pertinente para discutir o tema proposto. A segunda postagem deveria ser composta de comentários feitos sobre as postagens já realizadas pelos colegas. O fórum ficou aberto por 30 dias e os estudantes tinham liberdade de participarem a qualquer momento, dentro deste período. Foram 34 estudantes que participaram do fórum, totalizando 70 postagens.

A fim de analisar os dados e produzir um resultado que garanta o anonimato dos participantes, utilizou-se a técnica de análise do Discurso do Sujeito Coletivo (DSC). Ouseja, as postagens dos estudantes foram analisadas e compiladas utilizando esta metodologia DSC. O método consiste em destacar expressões-chave (essência do discurso), ideias centrais (expressões sintéticas que descrevem o sentido da resposta) e ancoragens (afirmações que representam a ideologia do autor da resposta) presentes nas respostas dos sujeitos pesquisados. Em seguida, esses itens são compilados e redigidos, na primeira pessoa do singular, como uma única resposta que representa o discurso do sujeito coletivo. (Figueiredo et al., 2013). Em resumo, pode-se dizer que o DSC é "um discurso síntese elaborado com pedaços de discursos de sentido semelhante reunidos numsó discurso" (Lefèvre e Lefèvre, 2003)

Resultados

A seguir é apresentado o discurso obtido a partir da técnica de análise do DSC, em que o sujeito coletivo fala sobre "Por que ensinar/aprender Estatística na escola".

Discurso do Sujeito Coletivo

Penso que a Estatística é conhecimento essencial para todas e todos, pois ela ajuda a compreender e interpretar o mundo! Nos dias de hoje, a Estatística faz parte docotidiano das pessoas das mais diversas formas, mas principalmente através das diferentes mídias que "despejam" quantidades enormes de dados e informações todo o tempo. Ultimamente, na pandemia, ficou ainda mais perceptível a necessidade de um letramento estatístico mínimo, para que o consumo dessas informações seja feito com criticidade. E falando em criticidade, a Estatística se mostra como uma ferramenta poderosa para desenvolvê-la.

Apesar de eu ter ficado surpresa com a BNCC, ao descobrir que os conteúdos de Estatística e Probabilidade estão previstos desde os anos iniciais do Fundamental, depoisde refletir e conhecer algumas práticas pedagógicas, seja em aula ou em publicações, percebi que *isso é possível. Mas, não só é possível, como é fundamental. É importante que desde cedo as crianças e jovens sejam incentivados a aprender a Estatística. Mas não é simplesmente aprender as fórmulas e "fazer contas", que foi como eu tiveEstatística na escola. Na verdade, eu só tive Estatística no Ensino Médio e mesmo assim,foi muito ruim. O que aprendi foi muito raso e o professor seguiu a linha tradicional de ensino de Matemática, dando fórmulas e pedindo a resolução de exercícios. Nunca fizemos reflexões em sala de aula sobre a interpretação ou significado daqueles resultados que eram obtidos. Pelo menos, hoje tenho essas referências de "contraexemplos" para dar aulas. Eu quero ser diferente e usar recursos diferentes e metodologias alternativas ao ensino tradicional para ensinar Matemática e incluir, comcerteza, a Estatística.*

A partir do ensino de Estatística é possível levar para a sala de aula aspectos do cotidiano dos estudantes, independentemente do nível de ensino que se esteja dando aulas. E isso desperta o interesse dos estudantes, envolvendo-os muito mais em seu próprio aprendizado. O engajamento e envolvimento dos estudantes pode ser incentivadoatravés de projetos interdisciplinares com várias matérias, como Biologia/Ciências, Geografia, História, na verdade, a Estatística consegue "conversar" com todas as áreasdo conhecimento. E isso é fantástico da Estatística. Penso que é uma pena quando os professores perdem a oportunidade em suas salas de aula de oportunizar aprendizados tão significativos, quando escolhem usar métodos tradicionais de ensino e ficam debruçados no paradigma do exercício. Mas, também entendo que se aventurar pelo mundo da Estatística pode tirar os professores de sua zona de conforto. Entretanto, querosalientar a importância de que temas transversais sejam levados para sala de aula e penso que a Estatística é um ótimo caminho para isso, incluindo temáticas delicadas quepossam ser abordadas, mas que são essenciais para a formação de cidadãos, como o racismo, o machismo, Lgbtfobia... A partir de experiências que envolvam coleta e organização de dados, interpretação de gráficos e tabelas, é possível se contribuir parao letramento, pensamento e raciocínio estatístico dos estudantes.

Da maneira com que a Estatística aparece na BNCC me leva a pensar que um ensino usando abordagem por meio de projetos deve funcionar muito bem para se ensinar os conteúdos propostos, sendo que a própria BNCC tem forte potencial para que sejam desenvolvidas a criticidade sobre a realidade e o letramento estatístico. Nos dias de hoje, julgo até que o ensino da Estatística possa ser uma ótima ferramenta para o combate às fake news e, *consequentemente, combate ao negacionismo que vem assolando a nossa sociedade. A descrença na Ciência se dá pela falta de conhecimento de Estatística.*

Temos a responsabilidade em garantir o direito de se aprender Estatística!!

Que tipo de professores seremos? Faremos diferença na vida dos estudantes? Euespero que sim! Para isso, é importante se ter investimento na formação dos professores!

Considerações Finais

A partir do resultado obtido, foi possível se ver que os futuros professores de Matemática enxergam a Estatística como uma ferramenta que pode contribuir em várias questões sociais, como o combate às *fake news* ou mesmo levar para as salas de aula temáticas como o machismo, racismo ou LGBTfobia. Ou seja, conseguiram perceber quea Educação Estatística pode fomentar o olhar crítico de seus estudantes e que se isso for abordado em suas salas de aula, eles próprios contribuirão na formação de cidadãos e cidadãs com criticidade.

Cabe comentar sobre a importância e a relevância da existência de disciplinas de Estatística e Educação Estatística nos cursos de Licenciatura em Matemática, a fim de despertar o interesse e incentivar uma atitude positiva em relação à Estatística. Ainda, essas disciplinas podem desenvolver o letramento estatístico e estimular a criticidade acerca do mundo destas futuras professoras e professores. Pois, como dizia Paulo Freire,“A educação é um ato de amor, por isso, um ato de coragem. Não pode temer o debate. A análise da realidade. Não pode fugir à discussão criadora, sob pena de ser uma farsa.”

Referências

FIGUEIREDO, M. Z., CHIARI, B. M., & de Goulart, B. N. (2013). Discurso do Sujeito Coletivo: uma breve introdução à ferramenta de pesquisa qualiquantitativa. Distúrbios daComunicação, 25(1).

LEFÈVRE, F., & LEFÈVRE, A. M. C. (2003). O discurso do sujeito coletivo: um novo enfoque em pesquisa qualitativa (desdobramentos). In O discurso do sujeito coletivo: um novo enfoque em pesquisa qualitativa (desdobramentos) (pp. 256-256).

RODRIGUES, M. U., & SILVA, L. D. (2019). Disciplina de estatística na matriz curricular dos cursos de licenciatura em matemática no Brasil. Revista Eletrônica de Educação Matemática, 14, 1-21.

A formação inicial dos licenciandos em Matemática e a EJA: um campo de aprendizagem

The initial training of graduates in Mathematics and the EJA: a field of learning

La formación inicial de los titulados en Matemáticas y la EJA: un campo de aprendizaje

Marcelo Silva Bastos[39]
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro
0000-0002-4997-0804

Albertina Maria Batista de Sousa da Silva[40]
Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro
0000-0003-4261-8901

Rafael de Moraes Merola[41]
Universidade Estadual de São Paulo
0000-0002-6543-0795

Daysi Lucidi Gomes de Farias[42]
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro
0000-0002-7771-7486

Modalidade: Pôster
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam matemática

Resumo

Este trabalho apresenta um relato de experiência em ensino da Matemática a partir de um projeto de extensão realizado no Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro (IFRJ), com o objetivo de auxiliar os estudantes da Educação de Jovens e Adultos (EJA) na realização da prova do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). No presente texto, apresentamos algumas reflexões sobre o ensino e a aprendizagem da matemática na EJA a partir das narrativas dos licenciandos envolvidos no projeto. Essa experiência possibilitou aos futuros professores compreender as diversidades e os desafios que envolvem essa modalidade. Portanto, participar de um projeto de extensão pode ser mais um elemento para a formação inicial do professor, ao possibilitar a aproximação com a docência voltada para a EJA a partir do entendimento da diversidade de saberes que podem ser mobilizados em sala de aula.

Palavras-chave: formação docente; projeto de extensão; EJA; ensino de matemática.

Introdução

O presente trabalho apresenta um relato de experiência sobre a formação inicial do professor de Matemática a partir da vivência dos autores em um projeto de extensão intitulado

[39] marcelo.silva@ifrj.edu.br
[40] albertina.silva@ifrj.edu.br
[41] daysi.farias@ifrj.edu.br
[42] rafael.merola@unesp.br

Núcleo de Prática de Educação Matemática Cidadã (NUPEMCI) que ocorreu no período de 2018 a 2019, por meio de uma chamada pública de edital interno de extensão de um campus do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro (IFRJ) localizado na Baixada Fluminense e tinha como público alvo alunos da Educação de Jovens e Adultos (EJA) do curso técnico integrado ao ensino médio de Manutenção e Suporte em Informática e alunos externos à instituição.

A EJA é uma modalidade de ensino da Educação Básica que é constituída por "grupos ou grupos socioculturais [...] que só muito recentemente passaram a ser considerados como público da educação escolar" (FONSECA, 2005, p. 27). Nessa perspectiva, ao analisar aspectos que circulam a formação inicial da licenciatura em Matemática, como currículo, participação em eventos, extensão, pesquisa, estágio e Programas de Iniciação à Docência (PIBID-Residência Pedagógica), encontramos na extensão, um caminho para tensionar nos espaços de formação inicial, as questões que envolvem o conhecimento escolar e o saber docente a partir do contato do licenciando com a realidade que vai atuar, trazendo para o espaço de formação questões sobre as práticas de sala de aula, dificuldades vivenciadas, caminhos encontrados e contribuições de pesquisas que podem ajudar a construir o que Cocharan - Smith e Lytle (1999)[43] denominam de "conhecimento da prática" que é caracterizado pela atitude investigativa do professor sobre sua prática docente.

Nossa concepção de extensão parte da ideia de Freire (1983) ao considerá-la de fato uma comunicação, na qual há uma troca entre os saberes dos pesquisadores e professores com o universo dos estudantes, valorizando seus conhecimentos e percepções durante todo o processo. Ao considerar o educando como um sujeito participativo da ação, saímos da ideia assistencialista de "dar a voz" para o outro, uma vez que estes são protagonistas em seu mundo e possuem sua própria voz. Portanto, concebemos a extensão como uma forma de valorizar estes estudantes rumo à criticidade e reflexão sobre suas próprias ações.

Percurso metodológico

Compreendemos que a presente pesquisa é de cunho qualitativo, visto que os resultados encontrados conversam com as percepções dos pesquisadores durante todo o processo investigativo. Para Gil (2021) a pesquisa qualitativa parte de um processo indutivo, no qual o

[43] Informações em FIORENTINI, Dario; CRECCI, Vanessa. Interlocuções com Marilyn Cochran-Smith sobre aprendizagem e pesquisa do professor em comunidades investigativas. Revista Brasileira de Educação, v. 21, n. 65, p. 505-524, 2016

pesquisador, através da sua produção de dados, categoriza e seleciona as informações de acordo com suas inquietações e questionamentos. Para o autor, esta ação se difere de uma via procedimental e estática apresentada por uma pesquisa quantitativa, visto que o objeto de análise é tensionado pela ótica do pesquisador, embasado por referenciais teóricos e processos estratégicos de coleta e análise de dados.

No presente relato de experiência entendemos que compreender o processo formativo do professor a partir de sua vivência em um projeto de extensão que provocasse reflexões sobre o ensino e aprendizagem de Matemática na EJA seria um caminho a ser seguido. Sendo assim, encontramos na pesquisa narrativa uma possibilidade para o entendimento das contribuições das vivências em sala de aula na formação inicial dos licenciandos visto que

> a narrativa, como opção metodológica de pesquisa e de formação de professores, insere-se na vertente investigação-formação, ao proporcionar aprendizagens, reflexão, revisitação ao passado, questionamentos sobre o presente numa visão prospectiva, permitindo a esses profissionais do ensino a revisão de posturas e crenças que foram se estabelecendo no decorrer da formação e da prática docente. (SOUSA, CABRAL, 2015, p.156).

A partir deste instrumento metodológico, seguimos a proposta das autoras na construção de narrativas através de "diários de aula" (Sousa, Cabral, 2015, p.152), no qual os dois licenciandos em Matemática, extensionistas do projeto, expuseram suas reflexões sobre as experiências vivenciadas. Os diários escritos pelos licenciandos estruturaram o seu relatório final, apresentado à instituição. As narrativas apresentadas neste trabalho são fragmentos do relatório produzido pelos dois licenciandos, denominados aqui por licenciandos 1 e 2.

Embasados nos referenciais teóricos da Educação Matemática, relacionamos as narrativas dos licenciandos com o arcabouço teórico da área, afim de promover discussões sobre os resultados encontrados e, dessa forma, estruturar a análise dos relatos. A análise dos relatos apontou para elementos relevantes na vivência dos licenciandos com alguns aspectos da docência de modo que foi possível perceber, em trechos das falas dos licenciandos, episódios que foram marcantes para os mesmos de forma a emergirem as reflexões de futuros professores acerca de sua formação no contexto do ensino e aprendizagem de Matemática na EJA.

O projeto atendeu a 11 estudantes da EJA na faixa etária entre 40 e 60 anos que buscavam revisitar conceitos básicos da Matemática do ensino médio de forma que pudessem realizar o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). Os encontros foram organizados de modo que os conceitos seriam retomados, por meio de “estratégias de ensino centradas na participação efetiva dos estudantes na construção do processo de aprendizagem” (Moran, 2018, p.4).

Portanto, pensar a Matemática a partir de uma única perspectiva do domínio de procedimentos tende a legitimar a classificação entre os que dominam e os que não dominam o conhecimento matemático segundo o que é preconizado na escola tradicional. Essa realidade na EJA costuma configurar uma forma de exclusão, à medida que não se consideram outros saberes que podem se agregados a Matemática escolar, contribuindo para um movimento em que possa empoderar grupos subalternizados, por meio do entendimento crítico da realidade e das formas de agir sobre ela, o que se fundamenta na decolonialidade que segundo Oliveira e Candau (2010) pode ser entendida como “a construção de uma noção e visão pedagógica que se projeta muito além dos processos de ensino e de transmissão de saber, que concebe a pedagogia como política e cultural” (Oliveira e Candau 2010, p.28).

Resultados e discussões

As práticas que valorizam metodologias que exploram os diferentes saberes trazidos pelos sujeitos da EJA, como resolução de problemas relacionados com o cotidiano e suas experiências, integraram o planejamento dos encontros.

Em uma das atividades do projeto, os licenciandos propuseram uma atividade, na qual os estudantes realizassem a medição de altura dos colegas e anotassem em uma tabela construída no quadro. Após os registros, os licenciandos introduziram o conceito de moda, média e mediana a partir das informações dos próprios alunos e, por fim, construíram um gráfico correspondente aos dados coletados. Durante as atividades, os alunos puderam ter contato com os diferentes tipos de gráficos, além de serem exploradas as análises com escalas diferentes para que compreendessem como a mudança de escala pode interferir na leitura do gráfico.

Os estudantes se reuniram em grupos e examinaram as atividades, destacando as dificuldades encontradas. No decorrer da atividade, os licenciandos que eram monitores do projeto observaram aspectos importantes da prática docente que são retratados nos trechos a seguir

A vivência em sala de aula e a interação com os estudantes revelaram que o plano de aula a ser definido não poderia ser imutável e que se faz necessário pensar na realidade de cada estudante que se propôs a participar do projeto (licenciando 1).

Eu preciso sentir os alunos, e me permitir conhecê-los. Conquistar a confiança deles para só então iniciar o processo. E que não basta ensinar de modo mecânico (licenciando 2).

Em ambas as falas, percebe-se a preocupação do futuro professor em seguir um movimento contrário à ideia de que a aula de Matemática precisa seguir um padrão em que o professor é o protagonista do processo, cabendo ao estudante ouvir passivamente a exposição do conteúdo. Essa visão pode contribuir para reforçar alguns mitos em relação ao ensino de Matemática que tendem a legitimar discursos e práticas ainda muito presentes na escola.

Sendo assim, pensar o ensino de Matemática na EJA remete a reflexões a respeito da desnaturalização de práticas pautadas, exclusivamente, na exposição de conceitos e treino de procedimentos a serem aplicados na resolução de exercícios o que caracteriza o chamado "paradigma do exercício" (SKOVSMOSE, 2008). Este tipo de abordagem corrobora para a manutenção de modelos de ensino que não privilegiam uma participação ativa do aluno no processo de aprendizagem e costuma ser utilizada como justificativa para a classificação atribuída ao estudante de acordo com seu desempenho nas aulas de Matemática. Desse modo, entendemos que estar com diferentes sujeitos requer além do olhar profissional, uma perspectiva de reflexão sobre a prática que potencialize as vivências, experiências e conhecimentos dos estudantes, e os do próprio licenciado, conforme pode ser observado na narrativa a seguir:

Através do projeto tive contato com grupos de alunos diferentes e aprendi que não posso preparar a mesma aula e apenas reproduzir, pois a resposta de cada aluno como indivíduo, de cada turma como grupo, muda. Eu preciso ser sensível a isso ao preparar cada aula (licenciando 2).

A respeito da reflexão acima, Giraldo (2018, p. 15) corrobora ao afirmar que "a abordagem da disciplina escolar matemática privilegia a produção de sentidos e de afetos, em lugar da exposição de fatos, procedimentos e informações, e de uma narrativa única da história". Neste cenário, Giraldo viu na abordagem problematizadora um caminho que dê "[...]condições para que o aluno se torne agente da transformação de seu ambiente, participando mais ativamente no mundo do trabalho, das relações sociais, da política e da cultura" (2018, p.41). Pensar um ensino de Matemática por meio da abordagem problematizadora, significa contrapor-se a uma suposta homogeneidade provocada por uma prática tradicional de ensino, a qual tem caracterizado as aulas de Matemática.

As ações propostas ao longo do projeto suscitaram alguns desafios, pois seria necessário planejar uma prática que pudesse problematizar a visão sobre a Matemática trazida pelos alunos da EJA. Os licenciandos relataram que os estudantes do projeto tinham uma certa dificuldade em tomar decisões frente a resolução de problemas da matemática

Grande parte dos alunos se sentem travados ao se deparar com um problema de matemática. Muitos relatam que não sabem ao certo por onde começar e mesmo dominando o conhecimento prático estudado em aula, para a resolução daquele problema, eles parecem ter medo de tomar decisão e cometer erros, como se o erro fosse algo proibido. (Licenciando 1).

Esta situação indica a influência de uma prática vivenciada em outros momentos da escolaridade, como um reflexo dos efeitos da "colonialidade do saber" (PINTO e MIGNOLO, 2015), pois os estudantes demonstram pensar a Matemática como um conjunto de procedimentos que precisa ser dominado para realizar as atividades propostas.

Conclusões

Ao buscar compreender o papel atribuído à EJA na formação dos licenciandos/as em Matemática, realizou-se uma consulta ao Projeto Pedagógico do Curso e constatou-se que há uma disciplina intitulada Educação de Jovens e Adultos que é oferecida como optativa e tem como proposta o estudo de práticas educativas que se relacionem com a educação de jovens e adultos a partir do legado de Paulo Freire . Desse modo, apresentar a EJA em outros contextos que trazem discussões e práticas relacionadas ao ensino e a aprendizagem da Matemática nessa modalidade de ensino, pode promover uma discussão em outras disciplinas do curso, mas isso vai depender das concepções do professor formador sobre o ensino de Matemática para jovens e adultos.

Aliado a essa percepção, Ventura e Bonfim (2015) apontam para a ausência de prioridade dada a EJA em boa parte dos cursos de formação de professores oferecidos nas instituições de ensino superior e afirmam que "a Educação de Jovens e Adultos ainda ocupa lugar pouco destacado não apenas nas propostas curriculares de formação inicial, mas, também, na produção científica acadêmica" (p. 221). Portanto, as narrativas dos licenciandos participantes do projeto demonstram que a extensão pode ser uma possibilidade de estreitar o contato dos licenciandos com a realidade da Educação de Jovens e Adultos, pois ações como essa se configuram em momentos de resistência ao modelo de formação docente que não se alinha com as discussões presentes no campo da Educação Matemática sobre a EJA.

Um outro aspecto a considerar é a respeito da atividade de extensão e sua relação com a formação docente que oportunizou aos licenciandos problematizarem a realidade da EJA e os desafios que envolvem a docência. Assim, reforçamos a importância para a formação inicial a partir da vivência em atividades que possibilitem refletir sobre a prática docente e o desenvolvimento profissional em diferentes espaços de formação.

Agradecimentos: A realização do projeto de extensão somente foi possível devido ao fomento concedido pelo IFRJ-Campus Nilópolis, por meio do edital interno n° 03/2018.

Referências

FIORENTINI, D.; CRECCI, V. **Interlocuções com Marilyn Cochran-Smith sobre aprendizagem e pesquisa do professor em comunidades investigativas**. Revista Brasileira de Educação, v. 21, n. 65, p. 505-524, 2016

FONSECA, M. C. F. R. **Educação matemática de jovens e adultos*:* especificidades, desafios contribuições**. 3 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

FREIRE, P. **Extensão ou comunicação?** 7. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1983.

FREIRE, P. **Pedagogia do oprimido**. 44. ed. São Paulo: Paz e Terra, 2005.

GIL, A. C. **Como fazer pesquisa qualitativa**. – 1 ed. Atlas. São Paulo, 2021.

GIRALDO, V. **Formação de professores de matemática: para uma abordagem problematizada**. Cienc. Cult**.**, São Paulo, v. 70, n. 1, p. 37-42, jan. 2018.

OLIVEIRA, L. F; CANDAU, V. M. F. **Pedagogia Decolonial e Educação Antirracista e Intercultural no Brasil**. Educação em Revista. Belo Horizonte, v. 26, nº 01, p. 15-40, 2010

SOUSA, M. G da S; CABRAL, C. L de O. **A narrativa como opção metodológica de pesquisa e formação de professores**. Horizontes, v. 33, n. 2, 2015.

SKOVSMOSE, Ole. **Desafios da Reflexão em Educação Matemática Crítica**. Campinas, SP: Papirus, 2008.

VENTURA, J.; BOMFIM, M. I. **Formação de Professores e Educação de Jovens e Adultos: o formal e o real nas licenciaturas**. **Educ. rev.**, Belo Horizonte, v. 31, n. 2, p. 11-227, jun. 2015.

Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática (GEPEMat): um espaço de compartilhamento entre futuros professores que ensinarão matemática e professores atuantes

Group of Studies and Research in Mathematics Education (GEPEMat): a space for sharing between future teachers who will teach mathematics and active teachers

Grupo de Estudios e Investigación en Educación Matemática (GEPEMat): un espacio de intercambio entre futuros docentes que enseñarán matemáticas y docentes en activo

Maiara Luisa Klein[44]
Universidade Federal de Santa Maria
0000-0001-5867-5375

Thanize Bortolini Scalabrin[45]
Universidade Federal de Santa Maria
0000-0001-8284-7739

Anemari Roesler Luersen Vieira Lopes [46]
Universidade Federal de Santa Maria
0000-0002-4636-9618

Simone Pozebon[47]
Universidade Federal de Santa Maria
0000-0002-3872-5117

Modalidade: Poster
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam Matemática

Resumo

Este artigo tem como objetivo relatar as ações de pesquisa, ensino e extensão desenvolvidas no âmbito do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática (GEPEMat) da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM) em um contexto pós-pandêmico, abordando desafios e possibilidades para a formação docente. As ações desse grupo fundamentam-se nos pressupostos teóricos da Teoria Histórico-Cultural e, mais especificamente, da Teoria da Atividade, como embasamento que leva a compreender a educação como um processo que mobiliza a personalidade integral do ser humano como sujeito social e histórico. Ancora-se também na Atividade Orientadora de Ensino que ressalta a importância da organização do ensino e a intencionalidade do professor, como forma de proporcionar aos estudantes a apropriação de conhecimentos. As ações do GEPEMat compreendem projetos da tríade pesquisa, ensino e extensão, que são desenvolvidos em colaboração com escolas e outros grupos de pesquisa. Desse espaço participam acadêmicos dos cursos de Licenciatura em Educação

[44] maiaraluisa94@gmail.com
[45] thanize_bortolini@hotmail.com
[46] anemari.lopes@gmail.com
[47] spozebon@gmail.com

Especial, Matemática e Pedagogia, estudantes da pós-graduação e professores da Educação Básica e do Ensino Superior. A partir do desenvolvimento dos projetos, constatamos a importância da colaboração entre os sujeitos participantes, do mesmo modo, a oportunidade de estabelecer relações entre as ações de pesquisa, ensino e extensão.

Palavras-chave: Grupo de Estudos e Pesquisas, Teoria Histórico-Cultural, Teoria da Atividade, Atividade Orientadora de Ensino, Educação Matemática.

Abstract

This article aims to report the research, teaching and extension actions developed within the scope of the Group of Studies and Research in Mathematics Education (GEPEMat) of the Federal University of Santa Maria (UFSM) in a post-pandemic context, addressing challenges and possibilities for teacher training. The actions of this group are based on the Historical-Cultural Theory and, more specifically, of the Activity Theory, as a basis that leads to understanding education as a process that mobilizes the integral personality of the human being as a social and historical subject. It is also anchored in the Teaching Guiding Activity that emphasizes the importance of teaching organization and teacher's intention, as way of providing students with the appropriation of knowledge. GEPEMat's actions comprise research, teaching and extension projects, which are developed in collaboration with schools and other research groups. Academics from the Licentiate courses in Special Education, Mathematics and Pedagogy, graduate students and teachers os Basic Education and Higher Education participate in this space. From the development of the projects, we found the importance of collaboration between the participating subjects, as well as the opportunity to establish relationships between research, teaching and extension actions.

Keywords: Study and Research Group, Historical-Cultural Theory, Activity Theory, Teaching Guiding Activity, Mathematics Education.

Resumen

Este artículo tiene como objetivo relatar las acciones de investigación, docencia y extensión desarrolladas en el ámbito del Grupo de Estudios e Investigación en Educación Matemática (GEPEMat) de la Universidad Federal de Santa María (UFSM) en un contexto pospandemia, abordando desafíos y posibilidades para la formación de profesores. El accionar de este grupo parte de los presupuestos teóricos de la Teoría Histórico-Cultural y, más específicamente, de la Teoría de la Actividad, como base que lleva a entender la educación como un proceso que moviliza la personalidad integral del ser humano como ser social. También se ancla en la Actividad de Orientación Docente que enfatiza la importancia de la organización de la enseñanza y de la intencionalidad del docente, como una forma de facilitar a los estudiantes la apropiación del conocimiento. Las acciones de GEPEMat comprenden proyectos de investigación, docencia y extensión, que se desarrollan en colaboración con escuelas y otros grupos de investigación. En este espacio participan académicos de las carreras de Licenciatura en Educación Especial, Matemática y Pedagogía, estudiantes de posgrado y docentes de Educación Básica y Educación Superior. A partir del desarrollo de los proyectos, encontramos la importancia de la colaboración entre los sujetos participantes, así como la oportunidad de establecer relaciones entre las acciones de investigación, docencia y extensión.

Palabras clave: Grupo de Estudio e Investigación, Teoría Histórico-Cultural, Teoría de la Actividad, Actividad de Orientación Docente, Educación Matemática.

Introdução

Com preocupações voltadas ao ensino e aprendizagem de Matemática, o Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática (GEPEMat) da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM) iniciou suas ações em 2009, com projeto de pesquisa, ensino e extensão na área de Educação Matemática. Além dos coordenadores, o grupo é composto por acadêmicos do curso de Licenciatura em Educação Especial, Matemática e Pedagogia, estudantes da pós-graduação em Educação e Educação Matemática e professores da Educação Básica.

Com o advento da pandemia, decorrente da Covid-19, as ações presenciais tiveram que ser suspensas. Desta forma, as ações dos projetos de pesquisa, ensino e extensão que compõe o GEPEMat tiveram que ser reorganizadas e passaram a ser realizadas de forma remota nos anos de 2020 e 2021, emergindo desse desenvolvimento novos desafios, mas também possibilidades para se repensar o ensino e aprendizagem em Matemática. Retornando ao formato presencial, no ano de 2022 as aprendizagens refletiram no grupo e deram origem a nova reorganização.

Esse artigo tem como objetivo relatar as ações de pesquisa, ensino e extensão desenvolvidas no âmbito do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática (GEPEMat) da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM) em um contexto pós-pandemia abordando desafios e possibilidades para a formação docente. Para isso, discorremos de forma breve sobre os aspectos teóricos e metodológicos que orientam nossas ações, o relato das ações desenvolvidas pós-pandemia e algumas considerações sobre as aprendizagens que estão permeando esse período.

Referencial Teórico

As ações desenvolvidas no GEPEMat têm como embasamento teórico e metodológico os pressupostos da Teoria Histórico-Cultural (THC) e mais especificamente da Teoria da Atividade (TA), pensadas a partir das ideias de Vigotski (1896-1934) e Leontiev (1903-1979), respectivamente. A THC traz como ponto central a compreensão do desenvolvimento dos seres humanos a partir das relações que ele estabelece, isto é, o sujeito não aprende sozinho, precisa estar inserido em uma cultura para se apropriar dos conhecimentos historicamente produzidos e isto se dá em interação com os outros. Para Vigotski (1982) essa relação se inicia no plano interpsíquico (entre os sujeitos) para o plano intrapsíquico (do sujeito), ou seja, do social (externo) ao individual (interno)

Para a apropriação do conhecimento mais elaborado a escola foi socialmente organizada para que os novos sujeitos se apropriem intencionalmente do produto cultural deixado pelas gerações anteriores. Assim, na perspectiva de Leontiev (1978), e educação escolar pode ser entendida como componente do processo de humanização. Para que isso seja possível, o processo de ensino precisa estar organizado intencionalmente para esse fim, e vai ser a partir da atividade do professor que ele ganhará sentido no desenvolvimento humano. Assim, é por meio da atividade de ensino que o professor ao organizar o ensino pode promover o desenvolvimento do aluno.

Nessa direção, destacamos a Atividade Orientadora de Ensino (AOE) proposta por Moura (1996), pois

> A atividade de ensino, dessa maneira, é uma *atividade orientadora de ensino:* tem um objetivo, instrumentos e modos de ação para sua realização; considera as possibilidades de aprendizagem dos sujeitos que participam da atividade e a complexidade que envolve a formação lógico-histórica dos conceitos que estão sendo constitutivos da atividade. (MOURA, SFORNI, LOPES, 2017, p. 87)

Por contemplar tanto a atividade de ensino quanto a atividade de aprendizagem, a AOE se constitui como dupla formadora, pois professor e aluno se colocam no movimento de aprender e atribuir novos sentidos à sua atividade. E esse é um dos motivos que justifica a opção de ser tomada como embasamento teórico e metodológico do grupo, pois visa oportunizar o desenvolvimento de todos os sujeitos envolvidos em especial, por meio do ensino e da aprendizagem matemática.

Na perspectiva de estar em constante aprendizagem, tanto os estudantes quanto os professores, é que o GEPEMat se organiza. No próximo subitem serão discorridas algumas das ações desenvolvidas na tríade pesquisa, ensino e extensão.

Ações Desenvolvidas

O GEPEMat desde sua criação busca desenvolver projetos que envolvam a pesquisa, o ensino e a extensão, permeando as mais diversas possibilidades de formação inicial e continuada, com enfoque na Educação Matemática.

As ações voltadas a pesquisa, durante o período pandêmico e posterior a ele, se constituíram através de encontros de orientação e estudos online com os acadêmicos da graduação e pós-graduação, níveis de mestrado e doutorado, no âmbito do projeto “Atividade

Pedagógica: entrelaces do Ensino e da Aprendizagem na Educação Básica", desencadeado por meio de vários subprojetos. O grupo teve participação na pesquisa "Formação Inicial de Professores que Ensinam Matemática com Foco na pedagogia EAD- 2019" desenvolvida pelo GT-07 da Sociedade Brasileira de Educação Matemática SBEM. Ainda, foram realizados estudos com grupos de pesquisa parceiros, envolvendo as seguintes instituições: Universidade Federal de Goiás, Instituto Federal Espírito Santo, Universidade Federal do Rio Grande do Norte e Universidade Federal de Santa Maria. Tais ações foram e continuam sendo realizadas de forma remota.

Com olhar mais para o ensino, o GEPEMat possui o projeto "O ensino e a aprendizagem da matemática no Ensino Fundamental: desafios e possibilidades", o qual busca envolver estudantes de Licenciatura da escola da Educação Básica, permitindo o desenvolvimento de ações envolvendo o conhecimento matemático, bem como a aproximação com a sua futura atividade, a prática docente. Para isto, pautados nos princípios da AOE, as ações de ensino são organizadas contemplando o movimento de estudo, planejamento, construção de materiais, desenvolvimento na escola e avaliação. A organização do planejamento, o desenvolvimento na escola como a avaliação são realizadas em colaboração com todos os envolvidos do projeto: estudantes das Licenciaturas e da pós-graduação e professores da Educação Básica e do Ensino Superior. Este projeto foi suspenso nos dois anos pandêmicos e retomado em 2022.

Desde sua criação, o grupo é responsável pelo projeto de extensão Clube de Matemática da Universidade Federal de Santa Maria (CluMat/UFSM), o qual desenvolve ações em escolas públicas de Santa Maria - RS que são parceiras do projeto. No entanto, com a suspensão das atividades letivas presenciais tanto nas escolas como universidades no ano de 2020 em função da pandemia do COVID-19, as ações do projeto foram suspensas por alguns meses. Frente ao anseio de continuar com o projeto, o CluMat passou a integrar o projeto do Programa de Licenciatura (PROLICEN/UFSM) que, em parceria com a Secretaria Municipal de Educação de Santa Maria (SMED), lança o projeto "REDEBÁSICA - UFSM em REDE com a Educação BÁSICA, que visa oportunizar aos estudantes sem acesso a internet a aproximação com os conhecimentos das diferentes áreas do conhecimento. Nesse contexto, o CluMat retoma suas ações por meio projeto "O ensino e a aprendizagem da matemática no Ensino Fundamental: desafios e possibilidades, organizando ações voltadas ao ensino de matemática em forma de programa de televisão, as quais foram sistematizadas por episódios e abrangeram até então o conhecimento de grandeza e medidas. Até o momento foram organizados quatro episódios, sendo que dois já foram gravados e os restantes serão gravados em 2022, sendo, também, retomadas as ações presenciais na escola.

No entendimento que o GEPEMat fomenta reflexões sobre a Educação Matemática a partir dos projetos de pesquisa, ensino e extensão, no próximo item teceremos algumas considerações sobre esse espaço de compartilhamentos entre estudantes de Licenciatura e professores atuantes.

Considerações Finais

O GEPEMat é um grupo formado por professores e futuros professores que desenvolvem ações de pesquisa, ensino e extensão voltadas à Educação Matemática e que o compõe a partir de seus motivos pessoais, que podem ser diversos. Contudo, temos percebido que o motivo gerador de sentido (Leontiev, 1978) que leva estes diferentes sujeitos a procurarem o grupo expressa-se na perspectiva de que este espaço pode ser mobilizador de aprendizagem.

Nesta perspectiva, entendemos que o grupo se constitui como um espaço de compartilhamento, na medida em que oportuniza aos seus participantes a possibilidade de, em parceria com os demais, realizar estudos teóricos (sobre educação, sobre matemática e sobre Educação Matemática), e participar na organização e desenvolvimento de ações de pesquisa, ensino e extensão, que tem como objeto o ensino e a aprendizagem da matemática na escola.

Nas ações do GEPEMat é possível destacar a interação entre os futuros professores e professores já atuantes, fomentando a formação tanto do que está se iniciando nesse processo quanto àquele que já está em atuação da docência, possibilitando o que Rubtsov (1996) caracteriza como atividade coletiva. E um dos principais indicativos que nos levam a esta conclusão está no fato de que o período pandêmico foi desafiador e levou o grupo a se reorganizar, contudo, os participantes permaneceram e continuaram no período pós-pandêmico enfrentando novos desafios.

Referências

Leontiev, A. N. *O desenvolvimento do psiquismo.* Lisboa: Horizonte Universitário, 1978.

Moura, M. A atividade de ensino como unidade formadora. *Bolema***.** São Paulo, ano II, n. 12, p. 29-43, 1996.

Moura, M. O.; Sforni, M. S. F.; Lopes, A. R. L. V.; A objetivação do ensino e o desenvolvimento do modo geral da aprendizagem da atividade. In: MOURA, M. O. (org). *Educação escola e a pesquisa na teoria histórico-cultural.* São Paulo: Loyola, p. 71 - 100, 2017.

Rubtsov, Vitaly. A atividade de aprendizado e os problemas referentes à formação do pensamento teórico dos escolares. In: GARNIER, Catherine; BERDNARZ, Nadine; ULANOVSKAYA, Irina (orgs.). *Após Vygotsky e Piaget: perspectiva social e construtivista.* Escola russa e ocidental. Tradução: Eunice Gruman. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

Vigotski, L. S. *Obras escogidas.* Tradução: José Maria Bravo. Moscou: Editorial Pedagógica, 1982. Tomo II.

Uma proposta investigativa para aprendizagem do conceito de função elaborada em processo de formação de professores de Matemática

An investigative proposal for learning the concept of function elaborated in the training mathematics teachers process's

Una propuesta investigativa para el aprendizaje del concepto de función elaborada en el proceso de formación de profesores de matemáticas

Rosana Maria Luvezute Kripka[48]
Universidade de Passo Fundo, UPF, RS, Brasil.
0000-0002-8493-6900

João Vitor Concolatto Nesello[49]
Universidade de Passo Fundo, UPF, RS, Brasil.
0000-0003-4340-3988

Rita Maria Otoni[50]
Universidade de Passo Fundo, UPF, RS, Brasil.
0000-0002-1432-8758

Gelson Berlatto Moreira[51]
Instituto Estadual Cardeal Arcoverde
0000-0001-5443-2464

Modalidade: Pôster
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam matemática

Resumo

O presente artigo trata do relato de uma ação extensionista, realizada em processo de formação inicial e continuada de professores de matemática, proposto por meio da metodologia da Investigação-Ação. Os participantes são professores que atuam na educação básica; graduandos e uma professora do curso de Licenciatura em Matemática. Foi elaborada coletivamente uma proposta didática investigativa para aprendizagem do conceito de função, por meio de reuniões dialógicas e reflexivas. Verifica-se que o compartilhamento de saberes e o trabalho conjunto possibilitou promover reflexões sobre as práticas adotadas em sala de aula, bem como a criação de uma abordagem investigativa, a qual permite a participação ativa do estudante na construção do conhecimento proposto. Além disso, a proposta didática, ao estimular o uso e o trânsito entre diferentes registros de representação semióticos, estimula e propicia a compreensão dos conceitos matemáticos abordados.

Palavras-chave: Formação de professores, Investigação-Ação, Investigação Matemática, Ensino e Aprendizagem, Função.

[48] rkripka@upf.br
[49] jvconcnese@gmail.com
[50] ritamariaotoni@gmail.com
[51] gelsonberlatto@gmail.com

Abstract

This article deals with the report of an extension action, carried out in the process of initial and continuing education of mathematics teachers, proposed through the Action-Research methodology. The participants are teachers who work in basic education; students and a teacher of the Mathematics Licentiate course. An investigative didactic proposal was collectively elaborated for learning the concept of function, through dialogic and reflective meetings. It is verified that the sharing of knowledge and the joint work made it possible to promote reflections on the practices adopted in the classroom, as well as the creation of an investigative approach, which allows the active participation of the student in the construction of the proposed knowledge. In addition, the didactic proposal, by stimulating the use and transit between different registers of semiotic representation, stimulates and promotes the understanding of the mathematical concepts addressed.

Keywords:Teacher training, Action Research, Mathematical Research, Teaching and Learning, Function.

Resumen

Este artículo trata sobre el informe de una acción de extensión, realizada en el proceso de formación inicial y continua de profesores de matemáticas, propuesta a través de la metodología Investigación-Acción. Los participantes son docentes que se desempeñan en la educación básica; alumnos y un profesor de la carrera de Licenciatura en Matemáticas. Se elaboró colectivamente una propuesta didáctica investigativa para el aprendizaje del concepto de función, a través de encuentros dialógicos y reflexivos. Se verifica que el intercambio de saberes y el trabajo conjunto posibilitaron la promoción de reflexiones sobre las prácticas adoptadas en el aula, así como la creación de un enfoque investigativo, que permite la participación activa del estudiante en la construcción de la propuesta. conocimiento. Además, la propuesta didáctica, al estimular el uso y tránsito entre diferentes registros de representación semiótica, estimula y promueve la comprensión de los conceptos matemáticos abordados.

Palabras clave: Formación del profesorado, Investigación Acción, Investigación Matemática, Enseñanza y Aprendizaje, Función.

Introdução

A formação de um professor deve ser um processo contínuo, que se inicia com os conhecimentos construídos na graduação e deve acompanhar toda a trajetória docente, tendo em vista as constantes mudanças sociais e tecnológicas e as necessidades de reavaliação e de readequação de suas práticas de ensino, com objetivo de melhorar sempre o processo de aprendizagem dos estudantes (PONTE, 1998; PEREZ, 2012).

A ação relatada nesse artigo remete ao desenvolvimento de ações extensionistas, promovidas por meio da Universidade, quando se busca tanto propiciar novas experiências aos acadêmicos do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade, bem como dar continuidade ao processo formativo de professores de Matemática que já atuam nas diferentes redes de ensino. Tais ações estão vinculadas ao projeto de extensão "*Formação Continuada de Professores de Matemática*" (PFCPMat), desenvolvido na Universidade de Passo Fundo, RS, BR. Nesse projeto os formadores, que são professores da Universidade, propiciam momentos de formação reflexivos, nos quais, por meio do compartilhamento de saberes teóricos e práticos, criam condições para o aprimoramento profissional, tanto dos estudantes de Licenciatura em Matemática, que vivenciam o processo de formação inicial, como dos professores que atuam na educação básica e buscam a renovação de suas práticas por meio da formação continuada. A ação relatada se refere a uma proposta didática investigativa, desenvolvida com foco no Ensino Médio, visando a exploração e a compreensão do conceito de função em turmas do 1º ano desse nível de ensino.

Procedimentos Metodológicos e proposta didática

A metodologia adotada pelo grupo de formadores está fundamentada na proposta da Investigação-Ação conforme apresenta Ponte (1998). Essa perspectiva visa possibilitar o desenvolvimento profissional e a geração de novos conhecimentos por meio da reflexão a respeito da prática, tendo em vista a intencionalidade e sistematização das reflexões, realizadas por meio da ação. Desse modo, foram realizadas reuniões semanais, nas quais, o grupo decidiu investigar sobre uma abordagem adequada para o ensino do conceito de funções, de modo a promover um ambiente de aprendizagem significativo aos estudantes. A partir daí, começaram as discussões e reflexões relativas a esse tema, nas quais os participantes compartilharam suas diferentes estratégias para a introdução desse conceito.

Foi possível perceber que os professores, geralmente, usavam em suas aulas, a abordagem convencional (a exposição do conteúdo seguido de resoluções de problemas ou de exercícios de fixação). Durante as reuniões, os professores também relataram que, com essa abordagem, poucos estudantes se lembravam do conceito geral de função quando ele aparecia em contextos posteriores ou em aplicações que envolviam resoluções de problemas. Isso significava que a aprendizagem não havia sido significativa, conforme os pressupostos da *"Teoria da Aprendizagem Significativa"* de Ausubel (1963, 1968), mas sim mecânica, e por este motivo, foi facilmente esquecida.

Após essas reflexões coletivas, iniciou-se, num primeiro momento, o planejamento da intervenção proposta pelo grupo. A primeira ideia conduziu a elaboração de uma tarefa que partia da análise dos dados de um problema que ao ser modelado matematicamente gerava a expressão analítica de uma função linear. No caso, destaca-se que o problema se referia ao abastecimento de litros de gasolina e seu custo relacionado em apenas um posto de gasolina. Essa escolha se deu pelo fato do tema permitir uma aproximação da sala de aula com a realidade dos estudantes e também por propiciar um ambiente de aprendizagem que estimulasse o uso e o trânsito entre diferentes tipos de representação semióticos.

Duval (2009, p. 33, grifo do autor) indica que a operação cognitiva de mudança de registro semiótico consiste em “mudar a *forma* pela qual um conhecimento é representado”. O autor também destaca que as dificuldades relacionadas à compreensão em matemática se devem às múltiplas formas de representação existentes de um mesmo objeto matemático, que acabam gerando confusões. Assim, sugere que as tarefas desenvolvidas em sala de aula envolvam problemas que permitam a exploração de diferentes estratégias de resolução, nas quais as mudanças de representação semióticas possam ser exploradas.

Na primeira proposta, as perguntas conduziam inicialmente para a construção da representação tabular da relação entre as grandezas de capacidade (expressa em litros) e de custo (expressa em reais). Em seguida, os questionamentos sugeriam, aos estudantes, a mudança de registro para a representação simbólica (expressão analítica da função) e finalmente, era solicitado que realizassem a mudança de registro para a representação gráfica, no plano cartesiano. Porém, nas discussões do grupo, ao revisar e refletir sobre a tarefa inicialmente proposta, foi possível perceber que para obtenção do modelo matemático, eram apresentadas diversas perguntas que já direcionavam o raciocínio do estudante, sem dar a liberdade de pensamento, por meio de um processo investigativo.

Assim, em grupo, o problema foi repensado e reformulado, no qual ao invés de se trabalhar com perguntas específicas que remetiam a uma situação única, foi pensado em propor aos estudantes uma tarefa que envolvesse a comparação entre duas situações distintas, as quais envolviam grandezas de mesma natureza, considerando perguntas mais abertas, conforme apresentado a seguir em: “*Atividade Investigativa de Matemática*”. Desse modo, os estudantes teriam mais liberdade de pensamento, para que pudessem refletir sobre diferentes abordagens matemáticas, as quais poderiam ser adotadas na resolução do problema apresentado. Além disso, os processos investigativos também estimulariam a participação ativa e poderiam favorecer a percepção da relação entre as grandezas envolvidas, o que possibilitaria a compreensão do conceito de função.

Atividade Investigativa de Matemática

(I Série do Ensino Médio)

Considere que você abastece seu carro uma vez por semana, escolhendo um entre dois postos próximos da sua casa.

http://minaspetro.com.br/blog/2017/12/20/como-escolher-o-melhor-local-para-montar-um-posto-de-combustivel/

Numa semana, no posto Texaco, ao abastecer 20 litros, você pagou R$ 122,00.

Na outra semana, no posto Ipiranga, ao abastecer 35 litros, você pagou R$ 241,50, mas ganhou um *cashback* de R$ 5,00 a ser descontado no próximo abastecimento.

Considerando que na próxima semana os preços da gasolina não se alteraram, responda:

Qual é o posto mais vantajoso para o próximo abastecimento? Justifique sua reposta por escrito.
Esse posto é sempre mais vantajoso que o outro? Justifique sua reposta por escrito.
Se nem sempre um for mais vantajoso que o outro, em quais condições ocorre essa mudança? Justifique sua reposta por escrito.

Observações:

Escreva todas as perguntas que vocês estão fazendo no grupo para responder as questões.
Nas justificativas, apresente os cálculos realizados ou estratégias matemáticas usadas.

Também foi discutido no grupo que antes da aplicação da tarefa seria importante que os professores retomassem em sala de aula o significado de representação de pares ordenados, no plano cartesiano, o que, posteriormente, seria um conceito prévio fundamental para compreensão da representação gráfica de uma função. Outra discussão importante foi em relação ao que os professores esperavam que aconteceria na sala de aula e quais posturas deveriam assumir para que os estudantes pudessem desenvolver os conceitos solicitados. Segundo Ponte, Oliveira e Brunheira (1998) numa aula de investigação matemática o professor deve propiciar uma ambientação adequada para o desenvolvimento da tarefa proposta, estando sempre atento a como os alunos reagem e se comportam no decorrer da aula, visando estimular a aprendizagem dos conceitos abordados.

Os professores que já atuavam nas diferentes redes de ensino, disseram que provavelmente a estratégia de *investigação numérica* seria a mais frequente. Também foi comentado que, provavelmente, os estudantes teriam dificuldades em identificar o ponto onde ocorreria a mudança, ou seja, quando um posto passaria a ser mais vantajoso que o outro, pois a quantidades de litros, no qual a mudança ocorria, não se referia a uma quantidade inteira. Assim, o grupo refletiu sobre a importância da mediação do professor durante o processo, de modo a ajudar os grupos a imergirem no processo investigativo por meio de perguntas do tipo: "*Você tem certeza dessa resposta? Você conferiu? Pode comprovar que é a resposta correta?*". Também foi comentado que podem ser dadas dicas pelo professor aos grupos, tais como a sugestão de que a investigação de maneira organizada, ajuda a perceber os resultados, porém evitando determinar exatamente como devem proceder. Também se comentou que se deve evitar dar instruções específicas, ou respostas prontas, do tipo: "*Faça uma tabela*", de modo a não dar um caminho único (pronto), mas sim estimular que, nos seus grupos, busquem suas próprias estratégias de resolução.

Outro fato que se destacou nas discussões coletivas foi a importância da socialização das estratégias dos grupos em sala de aula após o termino do processo inicial investigativo. A ideia consiste em dar continuidade para que se possa resgatar as principais ideias que surgiram entre os grupos dos estudantes, de modo a apresentar formalmente os conceitos específicos ou relacionados à função. Também foi ressaltado que, nesse momento, devem ser explorados os diferentes tipos de registros semióticos em aula com os quais se pode representar uma função, bem como estimular o transito entre eles, tais como a representação em linguagem natural (descrição do problema); simbólica (numérica; tabular e analítica), gráfica e figural (diagramas). Concorda-se com Duval (2012) que a compreensão matemática ocorre mais facilmente quando são propostas tarefas nas quais a compreensão de um objeto matemático perpassa pela representação e pela coordenação de múltiplos registros de representação semiótica, o que somente é possível por meio da apreensão conceitual desse objeto.

Destaca-se que, após o planejamento da tarefa, os professores participantes do processo de formação, devem aplicar a proposta em suas turmas do ensino médio, tendo em vista avaliarem futuramente aspectos positivos e negativos percebidos, visando a reestruturação da ação, de maneira a aperfeiçoar proposta didática elaborada.

Conclusões

O artigo apresenta aspectos didáticos referentes à uma proposta investigativa para aprendizagem do conceito de função, a qual foi elaborada por meio de um processo de formação inicial e continuada de professores de Matemática, conforme a metodologia da Investigação-Ação.

No que tange à tarefa investigativa apresentada, para o ensino e a aprendizagem de funções, percebe-se que por estimular a participação ativa do estudante, o desenvolvimento do pensamento matemático, por meio do raciocínio lógico-dedutivo, bem como por possibilitar a percepção de relações unívocas entre diferentes grandezas, o seu desenvolvimento, mediado de maneira adequada pelo professor em sala de aula, pode propiciar ambientes de aprendizagem significativos para os estudantes. Também se destaca que o professor, após o processo investigativo, ao formalizar os conceitos em sala de aula, também irá estimular a compreensão dos diferentes tipos representação de funções, bem como a mudança de registros, o que possibilita que o estudante apreenda os conceitos matemáticos trabalhados. Outro fato importante é que tanto o contexto como os dados utilizados na tarefa investigativa podem ser retomados ao longo de todo o estudo de funções, favorecendo a compreensão matemática, desde conceitos mais básicos, tais como domínio, contradomínio e imagem, até conceitos mais complexos, como análise de gráficos, taxas de variação ou igualdade de funções.

Em relação ao processo formativo de professores de matemática, destaca-se que o fato das propostas didáticas desenvolvidas partirem das necessidades dos docentes e também por serem elaboradas coletivamente, possibilita um planejamento mais adequado no que diz respeito a aprendizagem dos conceitos matemáticos abordados. A troca de saberes e experiências docentes permite a ampliação de percepções sobre diferentes contextos escolares, nos quais o ensino de matemática é desenvolvido. Além disso, as reflexões e a construção conjunta propiciam que todos os professores tenham familiaridade com abordagem escolhida e compreendam os objetivos a serem alcançados, facilitando a intervenção pedagógica e favorecendo a aprendizagem efetiva. Nota-se que, quando em processos formativos os professores já recebem planejamentos pensados por outros docentes, como não existe uma compreensão ampla da proposta didática, muitas vezes os professores não se sentem comprometidos com suas aplicações em sala de aula e optam por não utilizá-las. Esse distanciamento pode levar ao desinteresse do professor, ou a uma aplicação não adequada, uma vez que o docente não tem apropriação efetiva dos conhecimentos das etapas, ou dos meios, os quais levaram ao planejamento didático proposto. Nesse sentido, destaca-se que a metodologia participativa e reflexiva da Investigação-Ação, utilizada para o aperfeiçoamento docente, apresentada no presente artigo, é adequada tanto do ponto de vista teórico, como prático, pois propicia o envolvimento docente e o aprimoramento ou a mudança de práticas.

Referências

Ausubel, D. P. (1963) *The Psychology of meaningful verbal learning.* New York: Grune and Stratton.

_____________. (1968) *Educational psychology:* a cognitive view. New York: Holt, Rinehart and Winston.

Duval, R. (2009). Semiósis e Pensamento Humano: registros semióticos e aprendizagens intelectuais. (Sémiosis et Pensée Humaine: Registres Sémiotiques et Apprentissages Intellectuels): fascículo I – São Paulo; Editora Livraria da Física.

____________(2012) Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. Tradução do artigo: Duval, R. Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*. p. 37- 64. Strasbourg: IREM - ULP, 1993. Tradução: Méricles Thadeu Moretti. *REVEMAT*, 7 (2), p.266-297, jan./jun.

Perez, G. (2012) Prática Reflexiva do professor de Matemática. In: BICUDO, M. A.V.; BORBA, M. C. (Orgs.) *Educação matemática: pesquisa em movimento*. (p. 272 – 286). 4 ed. São Paulo: Cortez

Ponte, J. P. (1998). Da formação ao desenvolvimento profissional. *In Actas do ProfMat 98* (pp. 27-44). Lisboa: APM.

Ponte, J. P.; Brocardo, J.; Oliveira, H. (2009) *Investigações Matemáticas na Sala de Aula.* 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica.

Ponte, J. P.; Oliveira, H.; Brunheira, L. 1998. *O trabalho do professor numa aula de investigação matemática***.** *Quadrante,* **7** (2), pp. 41-70.

História social da Educação Matemática na Iberoamérica

Utilização da História da Matemática em sala de aula: considerações sobre as propostas dos Parâmetros Curriculares Nacionais e da Base Nacional Comum Curricular

Use of the History of Mathematics in the classroom: considerations on the proposals of the National Curricular Parameters and the National Curricular Common Base

Uso de la Historia de las Matemáticas en el aula: consideraciones sobre las propuestas de los Parámetros Curriculares Nacionales y la Base Común Curricular Nacional

Paola do Prado[52]
Universidade de Passo Fundo
0000-0002-6294-6964

Luís Gabriel Favaretto Matté[53]
Universidade de Passo Fundo
0000-0002-4278-6908

Luiz Henrique Ferraz Pereira [54]
Universidade de Passo Fundo
0000-0002-7787-2849

Modalidade: Pôster
Núcleo Temático: História social da Educação Matemática na Ibero-américa

Resumo

O presente artigo apresenta resultados parciais da pesquisa em andamento, entre outras ações desenvolvidas sobre a temática da Educação Matemática, do grupo “Ensino, cultura e saberes matemáticos escolares”, da Universidade de Passo Fundo/RS, e analisa a História da Matemática em documentos oficiais, principalmente quando do ensino fundamental, que norteiam a educação brasileira. Para isso, foi realizada uma revisão bibliográfica, com base nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) e na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), a fim de mostrar como a tendência de ensino História da Matemática foi e continua sendo apresentada aos educadores matemáticos. Com este estudo, intui-se da validade e das potencialidades da utilização desta tendência no ensino de Matemática.

Palavras-chave: Base Nacional Comum Curricular, Parâmetros Curriculares Nacionais, História da Matemática, Ensino e Aprendizagem.

Abstract

The present article presents partial results of ongoing research, among other actions developed on the Mathematics Education theme, of the "Teaching, culture and school mathematical knowledge" group (“Ensino, cultura e saberes matemáticos escolares”), from the University of Passo Fundo/RS, and analyzes the History of Mathematics in official documents, especially in elementary school, which guide Brazilian education. For this, a bibliographic review was

[52] paoladoprado16@gmail.com
[53] luis.matte@hotmail.com
[54] lhp@upf.br

carried out in the National Curricular Parameters (Parâmetros Curriculares Nacionais) and in the National Common Curricular Base (Base Nacional Comum Curricular), in order to show how the teaching trend History of Mathematics was and continues to be presented to math educators. With this study, we can intuit the validity and potential of using this trend in Mathematics teaching.

Keywords: National Curricular Common Base, National Curriculum Parameters, History of Mathematics, Teaching and learning processes.

Resumen

Este artículo presenta resultados parciales de la investigación en curso, entre otras acciones desarrolladas en el tema de la Educación Matemática, del grupo “Enseñanza, cultura y saberes matemáticos escolares”, de la Universidad de Passo Fundo/RS, y analiza la Historia de las Matemáticas en los documentos oficiales, especialmente en la escuela primaria, que guía la educación brasileña. Para hacer esto, se realizó una revisión bibliográfica en los Parámetros Curriculares Nacionales (Parâmetros Curriculares Nacionais) y sobre la Base Curricular Común Nacional (Base Nacional Comum Curricular), con el fin de mostrar cómo la tendencia de enseñar Historia de las Matemáticas fue y sigue siendo presentada a los educadores de matemáticas. Con este ensayo, podemos intuir la validez y potencialidades del uso de esta corriente en la enseñanza de las Matemáticas.

Palabras clave: Base Común Curricular Nacional, Parámetros Curriculares Nacionales, Historia de las Matemáticas, Enseñanza y aprendizaje.

Introdução

Ao proporcionar aos alunos experiências e metodologias diversificadas nas aulas de Matemática, permite-se a eles a possibilidade de desconstruir a imagem enraizada, de senso comum, de que a disciplina é temida, difícil e com muitos conteúdos sem aplicação, como afirmam Miguel et al. (2009). Sendo assim, entende-se que os educadores da área da Matemática possuem o desafio de planejar aulas que permitam aos alunos perceber que esta disciplina não é algo que surgiu pronto; ao contrário, ela é uma área de estudos que se desenvolveu com a evolução da humanidade e, para chegar ao que conhecemos hoje, passou pelas mãos de vários estudiosos, que contribuíram para o seu aprimoramento.

Desta forma, ao trazer uma visão contextualizada sobre a Matemática para a sala de aula, acredita-se ser possível permitir aos alunos conhecer um outro lado da disciplina, possibilitando mostrar-lhes que esta é uma ciência em constante construção, e que os conteúdos estudados em aula surgiram devido, em muito, à necessidade de resolver problemas do cotidiano, ou seja, que os conceitos abordados pelo professor nas aulas possuem ou possuíram aplicação em um determinado contexto. Tais considerações vêm ao encontro de uma das competências gerais determinadas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para o ensino da Matemática no Ensino Fundamental, ou seja, o reconhecimento de que essa disciplina é uma ciência humana e viva. Além disso, ao analisar este documento, percebe-se que fazendo uso da tendência de ensino História da Matemática, outras competências podem ser contempladas.

Diante do exposto, acredita-se que a História da Matemática (HM) possui potencialidades para desenvolver o ensino da Matemática de uma forma contextualizada, permitindo aos alunos uma visão da evolução da Matemática e de seus conteúdos. Em conformidade com tais ideias, os apontamentos apresentados neste trabalho são fruto de resultados parciais de uma pesquisa de caráter bibliográfico, realizada nos documentos que norteiam a educação brasileira, especificamente os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), a fim de analisar como a HM foi e continua sendo apresentada aos educadores matemáticos brasileiros, bem como de outros países.

A História da Matemática e a educação brasileira

A História da Matemática está em debate no cenário educacional há algumas décadas, ganhando cada vez mais ênfase nas discussões entre educadores, pesquisadores e estudiosos em educação, conforme aponta Chaquiam (2017). Inicialmente, tal assunto gerou opiniões divergentes sobre seu uso e aplicação em sala de aula, tendo obras como a de Viana (1998), na qual encontra-se autores que defendiam que a HM não era significativa para a compreensão da Matemática atual e que, por existirem poucos textos que discorrem sobre essa tendência, seu uso acabava não sendo justificado.

Em contrapartida, D'Ambrosio (1999) afirma que "Em todos os momentos da história e em todas as civilizações, as ideias matemáticas estão presentes em todas as formas de fazer e de saber". Com esse pensamento, bem como o avançar dos estudos acerca da HM, cada dia mais ela vem se consolidando como área de conhecimento e, consequentemente, diferentes maneiras de aplicar tal recurso são exploradas, a fim de proporcionar aos estudantes uma aprendizagem com significado.

Entretanto, o que está em comum acordo quando se fala da inserção da HM no ensino é a importância de um bom planejamento do professor, para que, como afirma Mendes (2001), a história não seja apresentada aos alunos de uma forma meramente ilustrativa, sendo tratada como um elemento descartável nas atividades de sala de aula. Mas, sim, espera-se que seja abordada de uma maneira que eles percebam que é por meio da trajetória histórica do conceito que a compreensão ocorrerá.

É preciso, dessa forma, pensar em atividades dinâmicas que possibilitem aos estudantes, quando possível, a percepção da evolução dos conteúdos com o avançar dos séculos e a interferência das diferentes civilizações nesse processo, como afirmam Miguel et al. (2009). Além disso, tais atividades necessitam fazer com que os alunos sejam protagonistas de seu conhecimento e permitam relacionar esses conhecimentos desenvolvidos em sala de aula com a vida real.

Uma das finalidades da inserção da HM no ensino é possibilitar que as aulas – muitas vezes monótonas e extremamente abstratas (MAIA, 2009) com as quais alguns alunos estão acostumados – comecem a ganhar outro sentido. Explorando e aprendendo como e por que os conteúdos surgiram, por qual motivo eles foram sofrendo alterações com o passar dos anos, bem como as diferentes pessoas que colaboraram para o aprimoramento dos conteúdos matemáticos, a disciplina ganha um sentido mais humano, utilizável e interessante.

Ao analisar a inserção dessa tendência no ensino de Matemática brasileiro, identifica-se que a HM ganhou espaço no cenário educacional nacional com a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), conjunto com dez livros que foi lançado em 1997 e norteou, predominantemente, o ensino brasileiro por muitos anos. Esses livros estavam divididos por áreas do conhecimento e foram elaborados após a repercussão do Movimento da Matemática Moderna[55] no Brasil e a detecção da necessidade de reformular o modo com que a educação estava sendo desenvolvida nas escolas. Buscando mudar esse cenário, os PCNs propuseram tendências de ensino, inclusive para a disciplina de Matemática, sendo uma delas a História da Matemática.

Por se tratar de uma novidade para os educadores brasileiros, observando o PCN direcionado, exclusivamente, para a área da Matemática nos anos finais do ensino fundamental, encontra-se um tópico específico para apontamentos referentes à tendência HM, no qual se

[55] Foi um movimento internacional do ensino de Matemática que principalmente, a partir da década de 1960, se implantou de forma mais intensa na matemática escolar e se baseava na formalidade e no rigor dos fundamentos da teoria dos conjuntos e da álgebra para o ensino e a aprendizagem de Matemática.

afirma que “conceitos abordados em conexão com sua história constituem veículos de informação cultural, sociológica e antropológica de grande valor formativo. A História da Matemática é, nesse sentido, um instrumento de resgate da própria identidade cultural” (BRASIL, 1998, p.42). Nessa perspectiva, ao analisar tais afirmações, acredita-se que a tendência em questão, desde sua introdução na educação brasileira, foi tratada não apenas como uma ferramenta para aprimorar o ensino de Matemática, mas também para conectar tal disciplina com as demais, bem como abrir espaço para outras discussões ligadas a questões históricas e culturais.

Além disso, no mesmo documento, ainda é indicado que a HM pode auxiliar a esclarecer raciocínios que estão sendo construídos pelos alunos, encontrar respostas para suas dúvidas e “contribuir para a constituição de um olhar mais crítico sobre os objetos de conhecimento” (BRASIL, 1998, p.43).

A partir de tais afirmações e pelas observações realizadas, percebe-se que nos anos que se seguiram, a HM passou a ser um tópico discutido e pesquisado por educadores da área, resultando em pesquisas, estudos, trabalhos e eventos, como o Seminário Nacional de História da Matemática[56], referentes a sua utilização. Estes propunham maneiras diversas de fazer uso da referida tendência nas aulas de Matemática e seus benefícios, bem como seus pontos críticos.

Em concordância e associando-se aos Parâmetros Curriculares Nacionais, atualmente, o documento que rege e organiza o ensino das escolas brasileiras é a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Em seu texto, especificamente para o Ensino Fundamental, uma das competências para o ensino de Matemática abre caminho para o desenvolvimento de trabalhos utilizando a História da Matemática:

> Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho (BRASIL, 2018, p. 267).

Sendo assim, com as considerações anteriores, é possível perceber que mesmo a educação brasileira tendo passado por uma nova organização, devido à elaboração da BNCC, a

[56] Evento organizado pela Sociedade Brasileira de História da Matemática é realizado bianualmente em diferentes lugares do Brasil.

fim de garantir a uniformidade nos currículos do país, ou seja, buscando que todos os estudantes em território brasileiro possuam uma formação básica comum, a HM continua sendo citada, mesmo de forma implícita, como um recurso didático para auxiliar professores da área a desenvolverem aulas que despertem o interesse dos alunos pela disciplina de Matemática.

Ainda analisando esse documento, para os anos finais do ensino fundamental, o texto retrata explicitamente a importância da utilização da HM como recurso pedagógico, apontando que "é importante incluir a história da Matemática como recurso que pode despertar interesse e representar um contexto significativo para aprender e ensinar Matemática" (BRASIL, 2018, p. 298).

Seguindo a mesma linha de pensamento, na sequência das afirmações, encontra-se novamente a HM mencionada pela BNCC como uma forma de aprimorar o ensino da Matemática, afirmando que "[...] para a aprendizagem de certo conceito ou procedimento, é fundamental haver um contexto significativo para os alunos, não necessariamente do cotidiano, mas também de outras áreas do conhecimento e da própria história da Matemática". (BRASIL, 2018, p. 299). Identifica-se, assim, a importância de os docentes buscarem conhecer melhor essa tendência, mas também implementarem em suas aulas o seu uso, uma vez que o próprio documento que determina a organização do currículo das escolas do nosso país traz explícito que a HM tem o potencial de melhorar o processo de aprendizagem dos estudantes.

Entretanto, para que a utilização da HM seja desenvolvida de maneira adequada e no momento devido, acredita-se ser preciso determinar para qual conteúdo esse recurso teria potencial de auxílio nos processos de ensino e de aprendizagem, uma vez que, como afirmam Mendes e Chaquiam (2016), é preciso extrair das informações históricas aspectos que favoreçam a ampliação e o enriquecimento da aprendizagem dos alunos. Cabe, então, ao professor analisar a distribuição dos conteúdos realizada pela BNCC, a qual divide os conteúdos a serem trabalhados na área da Matemática por unidades temáticas (Números, Álgebra, Geometria, Probabilidade e Estatística e Grandezas e Medidas), para melhor intervir em uma ou mais delas com o uso da HM.

Conclusão

Diante das constatações expostas no decorrer deste trabalho, o qual caracteriza-se por seu caráter bibliográfico, é possível intuir que a História da Matemática percorreu um caminho de ascensão na educação brasileira. Abordada inicialmente pelos PCNs, que a apresentaram como uma tendência de ensino em Matemática, ela ganhou, em decorrência disso, espaço no cenário educacional e seguiu sendo recomendada como recurso de ensino, por ser uma forma de apresentar essa disciplina aos alunos por meio de uma visão mais humana, desta vez, pela Base Nacional Comum Curricular.

Assim, com os apontamentos presentes na BNCC, verifica-se que a HM – aliada ao ensino tem potencial para desenvolver um processo de aprendizagem dos conteúdos matemáticos com significado para os alunos – proporcionando-lhes uma Matemática ligada a questões da vida real e que possui uma construção colaborativa, ou seja, estruturada com a participação de várias pessoas em momentos diferentes da história para solucionar problemas presentes em seu cotidiano naquele determinado momento. Desse modo, ressalta-se que as conclusões discutidas no decorrer desse trabalho ainda são preliminares, por se tratar de um trabalho inicial de pesquisa bibliográfica, o qual ainda será aprofundado em um momento futuro.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, 2018.

BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais*: terceiro e quarto ciclos: Matemática. Brasília: MECSEF, 1998.

CHAQUIAM, Miguel. *Ensaios temáticos*: História e Matemática em sala de aula. Belém: SBEM, 2017.

D'AMBROSIO, Ubiratan. A História da Matemática: questões historiográficas e políticas e reflexos na Educação Matemática. In: BICUDO, M.A.V. (org.). *Pesquisa em Educação Matemática*: concepções e perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999, p. 97-115.

MAIA, Lícia de Souza Leão. Vale a pena ensinar Matemática. In. BORBA, Rute.
GUIMARÃES, Gilda. *A pesquisa em educação matemática*: repercussões na sala de aula. São Paulo: Cortez, 2009, p.13.

MENDES, Iran Abreu. CHAQUIAM, Miguel.*História nas aulas de matemática*: fundamentos e sugestões didáticas para professores. Belém: SBHMat, 2016.

MENDES, Iran Abreu. *O uso da história da matemática no ensino*: reflexões teóricas e experiências. Belém: EDUEPA, 2001.

MIGUEL, Antonio. et al. *História da Matemática em atividades didáticas*. 2 ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

VIANA, Carlos Roberto. Usos didáticos para a História da Matemática. In: *Anais do I*

Seminário Nacional de História da Matemática. (Org) Fernando Raul Neto. Recife: SBHMat, p.65-79, 1998.

Pesquisa em Educação Matemática

Situações de função afim: uma análise a partir da Teoria dos Campos Conceituais

Affine function situations: an analysis from the Theory of Conceptual Fields

Situaciones de funciones afines: un análisis desde la Teoría de los Campos Conceptuales

Sandra Maria Tieppo[57]
Universidade Estadual do Oeste do Paraná
0000-0001-7628-4538

Clélia Maria Ignatius Nogueira[58]
Universidade Estadual do Paraná
0000-0003-0200-2061

Modalidade: Pôster
Núcleo Temático: Pesquisa em Educação Matemática

Resumo

Este texto tem o objetivo de apresentar uma pesquisa em andamento, em nível de doutorado, que tem como foco identificar possíveis classificações para as situações de função afim de acordo com a Teoria dos Campos Conceituais, que fornece o embasamento teórico para a pesquisa. As situações foram identificadas em dissertações de mestrado e teses de doutorado de programas nacionais, obtidas nas bases de dados da Biblioteca Nacional Digital de Teses e Dissertações e da Biblioteca de Teses e Dissertações da Capes. A pesquisa tem caráter qualitativo e o processo de classificação se baseia nos campos conceituais aditivos e multiplicativos, bem como nos problemas denominados mistos. Como a pesquisa ainda está em desenvolvimento, mais especificamente, na fase de classificação das situações, não se tem resultados a apresentar, no entanto se apresenta um exemplo destas classificações.

Palavras-chave: Função afim, Teoria dos Campos Conceituais, classes de situações.

Abstract

This text aims to present progressing research at the doctoral level, which focuses on identifying possible classifications for affine-function situations according to the Theory of Conceptual Fields, which provides the theoretical basis for the research. The situations were identified in master's dissertations and doctoral theses from national programs, obtained from the databases of the National Digital Library of Theses and Dissertations and the Capes Library of Theses and Dissertations. The research has a qualitative character, and the classification process is based on the additive and multiplicative conceptual fields, as well as the so-called mixed problems. As the research is still in progress, more specifically, in the classification phase of situations, there are no results to present, however it brings an example of these classifications.

Keywords: Affine function, theory of conceptual fields, classes of situations.

[57] smtieppo@gmail.com
[58] voclelia@gmail.com

Resumen

Este texto tiene como objetivo presentar una investigación en curso a nivel de doctorado, que se enfoca en identificar posibles clasificaciones para situaciones de funciones afines según la Teoría de los Campos Conceptuales, la cual proporciona la base teórica para la investigación. Las situaciones fueron identificadas en disertaciones de maestría y doctorado de programas nacionales, obtenidas de las bases de datos de la Biblioteca Digital Nacional de Tesis y Disertaciones y de la Biblioteca de Tesis y Disertaciones de la Capes. La investigación tiene un carácter cualitativo y el proceso de clasificación se basa en los campos conceptuales aditivo y multiplicativo, así como los denominados problemas mixtos. Como la investigación aún está en desarrollo, más específicamente, en la fase de clasificación de situaciones, no hay resultados para presentar, sin embargo, trae un ejemplo de estas clasificaciones.

Palabras clave: Función afín, teoría de campos conceptuales, clases de situaciones.

Introdução

As funções despertam interesse de matemáticos e estatísticos por possibilitar descrever padrões e observar regularidades em fenômenos reais (Caraça, 1951), bem como usá-los para fazer inferências e previsões. A fim de compreender os processos de ensino e aprendizagem de um conceito surgiram diversas teorias, dentre elas a Teoria dos Campos Conceituais (TCC), que tem como pressuposto que o conhecimento se organiza em campos conceituais, e seu domínio ocorre a partir da interação do sujeito com as situações, ao longo do tempo (Vergnaud, 1996).

Quanto aos campos conceituais na Matemática, a TCC estabeleceu dois campos: campo conceitual das estruturas aditivas, que estuda situações associadas à operação de adição; campo conceitual das estruturas multiplicativas, que estuda situações associadas à operação de multiplicação. No que concerne as situações que dão sentido a um conceito, Vergnaud (1982, 1996) afirma que seu estudo e classificação devem ser prioridades para os pesquisadores. Neste sentido, foram estabelecidas seis classes de situações aditivas (Vergnaud, 2009a) e cinco classes de situações multiplicativas (Vergnaud, 2009a; Magina, Santos, & Merlini, 2014). A partir destas pesquisas, precursoras da classificação de situações, Miranda (2019), associando as classes de situações aditivas e multiplicativas, classificou situações-problema de função afim, numa analogia aos problemas mistos, definidos por Vergnaud (2009a).

Com base no exposto, a fim de determinar um conjunto de situações que possibilitam a construção do conceito de função afim, esta pesquisa de doutorado que está em desenvolvimento tem como objetivo: *Identificar possíveis classificações para as situações de função afim de acordo com a Teoria dos Campos Conceituais.*

Elementos da Teoria dos Campos Conceituais

A Teoria dos Campos Conceituais é uma teoria de aprendizagem, cognitivista, que intenciona oferecer uma base para o estudo do desenvolvimento da aprendizagem de competências complexas (Vergnaud, 1996). Nesta teoria, se compreende que o conhecimento está organizado em campos conceituais, caracterizado por ser um conjunto de diferentes situações, conceitos, símbolos, teoremas e propriedades (Vergnaud, 2009).

Dentre estes elementos, as situações ocupam lugar privilegiado, dado que o pesquisador compreende que é a partir da interação do sujeito com as situações que ocorre a aprendizagem de um conceito (Vergnaud, 1996). Para ele devemos "[...] investigar, analisar e classificar, tão exaustivamente quanto possível, as situações-problema que conferem significação e função a um conceito." (Vergnaud, 1986, p. 76). É o que se pretende com esta investigação, na qual se busca estabelecer um conjunto de situações que permitem construir o conceito de função afim.

Por sua vez, para Vergnaud (2009) o conceito é formado por uma terna de conjuntos, composto pelas situações que dão sentido ao conceito; os invariantes operatórios mobilizados na atuação do estudante ante as situações; e as representações simbólicas usadas para descrever esta atuação.

Como já foi mencionado, Vergnaud (1996) estabeleceu as classes do campo conceitual das estruturas aditivas: composição de medidas; transformação de medidas; comparação de medidas; composição de transformações; transformação de relações; e, composição de relações. Magina *et.* al (2014) ampliam a classificação de situações do campo conceitual das estruturas multiplicativas consideradas por Vergnaud (1996), ao estabelecerem as seguintes classes: proporção simples; comparação multiplicativa; produto de medidas; função bilinear; e, proporção múltipla.

Além dos campos conceituais mencionados, Vergnaud (2009a) apresenta um conjunto de problemas cuja resolução exige que se efetue operações de soma ou subtração, multiplicação ou divisão, conjuntamente, aos quais denominou *problemas mistos* ou *problemas aritméticos complexos*. Análogas a estes problemas, são as situações que envolvem funções afins, que tem expressão algébrica da forma $y = ax + b$ (x, y, a e b números reais, $a \neq 0$). Aliando estes conceitos, Miranda (2019) classifica situações afim, associando as classes de situações dos campos aditivos e multiplicativos.

Compreendendo a importância das situações-problema nos processos cognitivos mobilizados por estudantes no aprendizado de um conceito propomos classificar situações de função afim presentes em dissertações de mestrado e teses de doutorado, com vistas a elencar um conjunto de situações que possibilitem a construção do conceito.

Encaminhamento metodológico

O objetivo desta pesquisa é estabelecer, na perspectiva da TCC, possíveis classes de situações de função afim, reportadas em dissertações de mestrado e teses de doutorado brasileiras. Estas pesquisas se configuram como fonte de situações variadas, provenientes de diferentes regiões do Brasil. Assim, compreendemos que esta pesquisa tem natureza documental, visto que estes materiais ainda não tiveram tratamento analítico (Gil, 2002).

Os dados para esta investigação foram produzidos a partir de pesquisa na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) e no Catálogo de Teses e Dissertações (BTD), portais que possibilitam o acesso a quantidade significativa de pesquisas nacionais, dado a integração com programas de pós-graduação brasileiros. Para a busca de teses e dissertações foi utilizado os descritores: "*função afim*", "*função polinomial do 1º grau*", "*função do 1º grau*", e "*função linear*". O rastreio destes descritores nos portais é realizado em elementos pré-textuais (título, resumo e palavras-chave) das pesquisas.

A produção dos dados ocorreu nos meses de março e abril/21 resultando em 443 dissertações de mestrado e 103 teses de doutorado. Para a seleção do corpus da pesquisa foi selecionado as teses e dissertações, relacionadas a função afim, que contêm situações contextualizadas, utilizadas em sala de aula. Com isso o conjunto de dados totaliza 97 pesquisas, das quais 93 são dissertações de mestrado e 4 são teses de doutorado. A consulta às bases de dados foi feita sem limitação de período, utilizando todo o conjunto de teses e dissertações disponíveis na BDTD e BTD. No entanto, constatamos que as pesquisas selecionadas compreendem o interstício 2001-2021.

Das pesquisas que compõem o corpus desta investigação, estão sendo extraídas situações de função afim, que apresentam enunciados contextualizados no cotidiano de estudantes. Estas situações são analisadas e classificadas com base no processo de resolução de cada uma delas, segundo as operações necessárias neste processo, com aporte teórico da TCC. Esta análise verifica a necessidade de operação aditiva e multiplicativa e classifica cada uma delas, conforme as classes do campo conceitual das estruturas aditivas (Vergnaud, 2009a) e as classes do campo conceitual das estruturas multiplicativas (Vergnaud, 2009a; Magina, Santos, & Merlini, 2014). Ao juntar, em uma mesma situação, operações dos dois campos conceituais (estruturas aditivas e multiplicativas), a situação se caracteriza como um problema misto, conforme estabelece Vergnaud (2009a).

Neste sentido, Miranda (2019) analisou e classificou situações de função afim, associadas aos problemas mistos, utilizando uma combinação das classes das estruturas multiplicativas e aditivas, que também serve de referência para esta investigação.

Classificação de situação de função afim

Neste tópico apresentamos um exemplo de como está sendo feito a classificação das situações de função afim. O enunciado da situação é apresentado no Quadro 1.

Quadro 1.
Enunciado de situação de função afim (Boff, 2017, p. 108)

Um experimento da área de Agronomia mostra que a temperatura mínima da superfície do solo $t(x)$, em °C, é determinada em função do resíduo x de planta e biomassa na superfície, em g/m^2, conforme registrado na tabela seguinte:

x (g/m²)	10	20	30	40	50	60	70
$t(x)$ (°C)	7,24	7,30	7,36	7,42	7,48	7,54	7,60

Analisando os dados acima, qual a lei da função que melhor representa este experimento?

A função que expressa o experimento é uma função afim da forma $t(x) = ax + b$, com a e b números reais. Observamos no enunciado, que a variável x, varia 10 unidades, enquanto a variável t(x) varia 0,06 unidades. As operações aditivas necessárias para obtenção destes valores pertencem a classe de *transformação de medidas*, com a transformação desconhecida. Em seguida, exibimos o esquema relacional (Quadro 2) referente o cálculo do coeficiente angular da função afim, representado pela incógnita a.

Quadro 2.
Proporção simples – cálculo do coeficiente angular da função

Organização dos dados	**Esquema Relacional**	**Cálculo Numérico**

Variação Resíduo / Variação Temperatura / Temperatura Inicial / Temperatura Final 10 / 0,06 / 7,24 / 7,30 1 / $\boxed{a}$	$\boxed{10}$ | $\boxed{0,06}$ $\boxed{1}$ | $\boxed{a}$ Proporção Simples (divisão).	10 a = 0,06 a = 0,006

O exercício exige um cálculo intermediário, necessário para se obter o coeficiente linear (b), que é apresentado no esquema a seguir.

Quadro 3.
Proporção simples – cálculo intermediário para obtenção do coeficiente linear da função

Organização dos dados	Esquema Relacional	Cálculo Numérico
Variação Resíduo / Variação Temperatura / Temperatura Inicial / Temperatura Final 1 / 0,006 / 7,24 / 7,30 10 / p	$\boxed{1}$ | $\boxed{0,006}$ $\boxed{10}$ | $\boxed{p}$ Proporção simples (um para muitos).	p = 0,006*10 p = 0,06

Neste cálculo auxiliar foi obtido a variação relacionada a variável t, provocada pela variação de 10 unidades em x, o que se faz necessário porque o intercepto é o ponto do plano com coordenadas (0, b). No entanto, o primeiro valor conhecido da variável t, está associado ao valor de x = 10, assim é preciso outra operação para determinar o valor de b, como se mostra no esquema abaixo.

Quadro 4.
Transformação de medidas – cálculo do coeficiente linear da função

Organização dos dados	Esquema Relacional	Cálculo Numérico
Variação Resíduo / Variação Temperatura / Temperatura Inicial / Temperatura Final 1 / 0,006 / b / 7,24 10 / $\boxed{p}$	$\boxed{b} \xrightarrow{0,06} \boxed{7,24}$ Transformação de medidas.	b + 0,06 = 7,24 b = 7,18

A partir da resolução pode se concluir que a função afim que expressa os dados do enunciado é da forma $t(x)$ = 0,006x + 7,18, classificada como: *dupla proporção simples e transformação de medidas.* Observamos que, para a resolução da situação, foi necessário duas operações multiplicativas (proporções simples) e uma operação aditiva (transformação de medidas), além de *duas transformações de medidas* realizadas no *cálculo intermediário*. Assim se percebe um contraste existente entre os resultados obtidos por Miranda (2019), que obteve situações mistas com apenas uma operação de adição e uma operação de multiplicação.

Próximas Etapas da Pesquisa

Como exposto, a fase atual da pesquisa é de classificação das situações-problemas de função afim, elencadas em instrumentos de produção de dados em teses e dissertações. Ao término desta pesquisa se pretende estabelecer um conjunto de situações que dão sentido ao conceito de função afim, com suas respectivas classificações.

Apoiados em Vergnaud (1982, 1986, 1996, 2009a), afirmamos que determinar este conjunto de situações configura importante passo no sentido de estabelecer um campo conceitual desta função. Esse por sua vez, composto pelo conjunto de situações, conceitos e operações de pensamentos mobilizadas pelo estudante no desenvolvimento das situações, fornece referências para guiar o trabalho do professor em sala de aula, no sentido de proporcionar aos alunos a conceitualização progressiva. É a partir das situações a resolver e do desafio vivenciado pelo aluno, que ocorre a construção do conceito, essencial para que a aprendizagem aconteça.

Referências

Boff, B. C. (2017). *Matemática para Engenharia: Unidades de Ensino Potencialmente Significativas para superar lacunas em Matemática básica* [Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade de Caxias do Sul].

Caraça, B. J. (1951). *Conceitos fundamentais da Matemática*. Livraria Sá da Costa.

Gil, A. C. (2002). *Como elaborar projetos de pesquisa*. Atlas.

Magina, S. M. P.; Santos, A.; Merlini, V. L. (2014). O raciocínio de estudantes do Ensino Fundamental na resolução de situações das estruturas multiplicativas. *Ciência & Educação*, 20 (2), 517-533.

Miranda, C. A. (2019). *Situações-problema que envolvem o conceito de função afim: uma análise à luz da teoria dos campos conceituais*. [Dissertação de Mestrado em Educação em Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual do Oeste do Paraná].

Vergnaud, G. (1982). A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems. In: Carpenter, T. P.; Moser, J. M.; Romberg, T. A. *Addition and subtraction*: a cognitive perspective. Lawrence Erbaun, (pp. 39-59).

Vergnaud, G. (1986). Psicologia do desenvolvimento cognitivo e didáctica das matemáticas.

Um exemplo: as estruturas aditivas. *Análise psicológica*, v. 5, 75-90.

Vergnaud, G. (1996). A teoria dos campos conceituais. In: Brun, J. *Didáctica das matemáticas*. Instituto Piaget, (pp. 155 – 191).

Vergnaud, G. (2009). O que é aprender. In: Bittar, M.; Muniz, C. A. (Orgs.). *A aprendizagem matemática na perspectiva da Teoria dos Campos Conceituais*. CRV, (pp. 13-35).

Vergnaud, G. (2009a). *A criança, a matemática e a realidade: problemas do ensino da matemática na escola elementar*. UFPR.

Proposta de um questionário para avaliar as crenças dos professores de pré-serviço sobre a natureza, ensino e aprendizagem da matemática: projeto e validação.

Proposal of a questionnaire to assess pre-service teachers' beliefs about the nature, teaching and learning of mathematics: design and validation.

Propuesta de un cuestionario para evaluar creencias de profesores en formación sobre la naturaleza, enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: diseño y validación.

Karen Velasco Restrepo[59]
Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, México.
0000-0003-2298-8171

José Gabriel Sánchez Ruiz[60]
Universidad Nacional Autónoma de México campus Zaragoza, México.
0000-0002-4306-1431

Modalidad: Poster
Núcleo Temático: Investigación en Educación Matemática.

Resumo

O objetivo desta pesquisa é caracterizar as crenças dos professores estagiários em um estado mexicano, com base nos dados coletados através de um questionário de perguntas abertas. Apresentamos aqui o procedimento seguido na concepção e validação do questionário para avaliar as crenças dos professores estagiários sobre a natureza, ensino e aprendizagem da matemática e algumas das categorias encontradas, com base na análise dos dados da aplicação do instrumento a 30 professores estagiários em nível de mestrado de uma universidade pública do estado de Puebla. Para este fim, foi realizada uma pesquisa exploratória, descritiva, qualitativa e qualitativa. O instrumento projetado é um questionário composto de 23 perguntas abertas, que abordam as três dimensões mencionadas acima: a natureza da matemática, o ensino e a aprendizagem da matemática. Foi validado através de julgamento de especialistas e um teste piloto foi aplicado.

Palavras clave: Crenças, formação, Validação, Ensino, Matemática.

Abstract

The purpose of this research is to characterize beliefs about the nature, teaching and learning of mathematics of mathematics teachers in training, based on the data collected through a questionnaire of open format questions. Specifically, the procedure followed in the design and validation of the questionnaire used is described here. For its realization, the data obtained from the application of the instrument to 30 teachers in training of the master's level of a public university in the state of Puebla, in Mexico, were analyzed. The study corresponds to a qualitative descriptive exploratory type of research. The instrument designed consists of 23

59 karen.velasco@alumno.buap.mx
60 josegsr@unam.mx

open questions, which analyze three dimensions of beliefs mentioned above. The validation was carried out using the expert judgment method and a pilot test was applied.

Keywords: Beliefs, Training, Validation, Teaching, Mathematics.

Resumen

El propósito de esta investigación se centra en caracterizar las creencias acerca de la naturaleza, la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas de profesores de matemáticas en formación a partir de los datos recogidos a través de un cuestionario de preguntas abiertas. Específicamente, aquí se presenta el procedimiento que se siguió en el diseño y validación del cuestionario empleado. Para su realización, se analizaron los datos obtenidos de la aplicación del instrumento a 30 profesores en formación del nivel de maestría de una universidad pública del estado de Puebla. El trabajo corresponde a una investigación de tipo exploratorio y descriptiva de corte cualitativo. El instrumento diseñado está constituido por 23 preguntas abiertas, las cuales abordan las tres dimensiones sobre creencias antes mencionadas. La validación se realizó mediante el método de juicio de expertos y se aplicó una prueba piloto.

Palabras clave: Creencias, Formación, Validación, Enseñanza, Matemáticas.

Desde finales de los 70s viene consolidándose una línea de investigación relacionada con el pensamiento del profesor (González et al., 2015). Específicamente en Educación Matemática, existen numerosas investigaciones que abordan las creencias que tienen los profesores en formación o en ejercicio en los distintos niveles educativos, con respecto a las matemáticas, a los procesos de enseñanza y aprendizaje, a la evaluación y al estudiante. Entre los numerosos estudios realizados se encuentran los de Benorrach y Marín (2011), Martínez (2013), Estévez-Nenninger et al. (2014), Garritz (2014), Danoso et al. (2016), García y Blanco (2017), Friz et al. (2018), Castillo et al. (2018) y Martínez-Sierra et al. (2019), los cuales presentan un análisis de las creencias de los profesores, determinan las variables que influyen en estas, así como algunos instrumentos que permitieron hacer evidentes las creencias sobre: el estudiante, los procesos de enseñanza y aprendizaje, la naturaleza de las matemáticas y la evaluación.

Lo que lleva a considerar que a pesar de que en la investigación internacional se han realizado múltiples estudios sobre las creencias de profesores a cerca de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, en México, estos estudios no son numerosos y los realizados se centran en profesores de educación básica. Asimismo, diferentes autores consideran que las creencias sobre la misma ciencia, la evaluación, los procesos de enseñanza y el aprendizaje, influyen significativamente en lo que se enseña y como se enseña en el aula (Castillo et al.

2018; Chaves, et al. 2008).

En ese sentido, el propósito de esta investigación se centra en caracterizar las creencias de profesores en formación de una entidad federativa de México, a partir de los datos recogidos a través de un cuestionario de preguntas abiertas.

El instrumento diseñado es un cuestionario constituido por 23 preguntas abiertas, las cuales fueron adaptadas o modificadas de algunos ítems de los instrumentos propuestos por Lebrija et al. (2010), Benorrach et al. (2011), Danoso et al. (2016) y Castillo et al. (2018), en el sentido de que algunas se encontraban en un formato de pregunta cerrada o en ítems de escala tipo Likert y se adaptaron a preguntas abiertas, así mismo, se incluyeron en el cuestionario cuatro ítems de elaboración propia.

Los ítems se distribuyen de la siguiente manera:

- Los ítems del 1 al 4 indagan sobre cuestiones relativas a la naturaleza de las matemáticas. En esta dimensión se pretende abordar las creencias que tienen los profesores en formación, relacionadas con las características de las matemáticas en sí mismas (como ciencia o disciplina), así como la definición que tiene cada participante sobre las matemáticas y el papel que tienen en el salón de clase y en la vida cotidiana.
- Los ítems del 5 al 13, se refieren al proceso de enseñanza de las matemáticas y el rol del docente. En esta dimensión se examinan aspectos relacionados con las estrategias, dificultades y actividades que los participantes consideran que usan para promover el pensamiento matemático en el salón de clase. De igual forma, aspectos sobre la preparación de una clase y el rol que consideran que el docente desempeña.
- Finalmente, del ítem 14 al 23, se indagan sobre las creencias del proceso de aprendizaje de las matemáticas. Aquí, se pretende conocer las creencias de los participantes en relación con las dificultades o características que puede presentar un estudiante de matemáticas, asimismo, como conciben que sucede el aprendizaje de las matemáticas y por qué consideran que se deben aprender.

Una vez diseñado el instrumento se realizó el proceso de validación de contenido a través del juicio de expertos, tomando en cuenta las propuestas de Escobar-Pérez y Cuervo-Martínez (2008) y Corral (2009), con el fin de realizar un formato que permitiera registrar a los jueces sus valoraciones en las categorías de suficiencia, claridad, coherencia y relevancia en cada ítem. Las modificaciones realizadas en los ítems se hicieron con base en los comentarios de los jueces y con los valores de la V de Aiken obtenidos (Aiken, 1985), usando una $p \leq .05$.

Teniendo en cuenta lo anterior, se realizaron algunas modificaciones como: ajustar el pronombre en los verbos, desglosar algunos ítems y cuidar el tiempo gramatical de algunas preguntas. Luego de realizar las modificaciones antes mencionadas, se procedió a realizar una prueba piloto, que permitió identificar dificultades de redacción, determinar la pertinencia y claridad de los ítems e identificar un método para analizar posteriormente la información que se recogió en la aplicación del instrumento a profesores en formación del nivel de Maestría de una universidad pública del estado de Puebla.

De manera similar a la prueba piloto, la aplicación final del cuestionario se realizó en línea a través de la plataforma de FORMS, para lo cual se envió un correo de invitación a los participantes con el link correspondiente del cuestionario. Una vez que se recibieron los cuestionarios de los participantes, la plataforma de FORMS arrojó un documento de Excel con las respuestas de los participantes para cada pregunta. Este documento se organizó separando las preguntas de cada dimensión, para luego seleccionar las unidades de información relevantes con el fin de generar los códigos y categorías de análisis a través del software de análisis cualitativo MAXQDA (2020).

En la tabla 1, se muestran algunos ejemplos de los ítems del cuestionario, así como la dimensión a la que pertenecen:

Tabla 1.
Ejemplos de ítems del cuestionario (elaboración propia)

N° de ítem	**ítem**
	Dimensión: Naturaleza de las Matemáticas
1	¿Cómo definiría usted las matemáticas?
4	¿Qué características cree que se relacionan con la naturaleza de las matemáticas? Mencione al menos tres.
	Dimensión: Enseñanza de las Matemáticas
5	¿Qué estrategias considera que son las más apropiadas para la enseñanza de las matemáticas?

8	¿Considera que ha realizado un buen trabajo enseñando matemáticas? ¿Por qué?
11	¿Cuál considera que es el rol o el papel que desempeña el profesor en el salón de clase?
Dimensión: Aprendizaje de las Matemáticas	
16	¿Cómo cree usted que se aprenden las matemáticas?
18	¿Por qué considera que los estudiantes deberían aprender matemáticas?
21	¿A qué cree que se deben las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas?

A modo de conclusión, entre los resultados obtenidos actualmente, se ha encontrado que las creencias de los profesores en formación que participaron en este estudio giran en torno a dos ideas centrales: en primer lugar, que las matemáticas están relacionadas estrechamente con la vida diaria y por ende su enseñanza y aprendizaje debería ser un reflejo de ello. En segundo lugar, que el estudiante debería ser una persona activa dentro su proceso de aprendizaje y, para ello, la enseñanza debería contribuir en este aspecto.

Así mismo, podemos señalar que la validación de contenido, por medio del juicio de expertos el V de Aiken arrojó información numérica valiosa, sin embargo, que tomar en cuenta las observaciones y comentarios de los jueces aportó elementos importantes que contribuyeron al diseño de un cuestionario que permitirá obtener información para caracterizar las creencias sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas de profesores en formación.

Por otro lado, queremos destacar que el diseño de escalas, cuestionarios o inventarios, en el contexto de la educación matemática, que posean confiabilidad y validez permitirá desarrollar más investigación en este campo que pueda darnos información relevante, confiable y válida. En relación con el instrumento diseñado en este trabajo, se considera que cumple adecuadamente con el requisito de validez para ser usado en investigaciones cuyo propósito consista en caracterizar creencias de profesores en formación sobre las dimensiones que examina esta escala, por lo que puede proporcionar conocimiento valioso y confiable sobre estas. Esta temática ha sido estudiada en diversas investigaciones, v.g.: Boque, Alguacil del N. y Pañellas (2016), Donoso, Rico y Castro (2016) y Cosgaya-Barrera y Castro-Villagrán (2019), entre otros.

Finalmente, se considera que, a pesar de los alcances de este instrumento, para caracterizar las creencias de profesores en formación y obtener información más detallada es recomendable complementarlas con otros aspectos de medición, entrevistas u observaciones de clase.

Referencias

Aiken, L. R. (1980). Content validity and reliability of single items or questionnaires. Educational and Psychological Measurement, 40(4), 955-959. https://doi.org/10.1177/001316448004000419

Aiken, L. R. (1985). Three coefficients for analyzing the reliability and validity of ratings. Educational and Psychological Measurement, 45(1), 131-142. https://doi.org/10.1177/0013164485451012.

Benarroch, A., & Marín, N. (2011). Relaciones entre creencias sobre enseñanza, aprendizaje y conocimiento de ciencias. Enseñanza De Las Ciencias. Revista De Investigación Y Experiencias Didácticas, 29(2), 289-303. https://doi.org/10.5565/rev/ec/v29n2.84

Boque, T. Ma. C., Alguacil del N. M. y Pañellas, V. M. (2016). Creencias de los futuros maestros acerca de la docencia de las matemáticas. International Journal of Developmental and Educational Psychology, 1 (1), 407-417.

Castillo, A., Sánchez, J. y Juárez, J. (2018). Creencias de docentes y estudiantes de bachillerato acerca de la enseñanza - aprendizaje en la clase de Matemáticas. En C. Dolores, G. Martínez, S. García, J. Juárez, y J. Ramírez. (Eds.). Investigaciones en dominio afectivo en matemática educativa. (pp. 335 - 333). Ediciones Eón y Universidad Autónoma de Guerrero, México.

Chaves, E., Castillo, M. y Gamboa, R. (2008). Creencias de los estudiantes en los procesos de aprendizaje de las matemáticas. Cuadernos de investigación y formación en educación matemática, 3(4), 29-44. https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/6906/6592

Corral, Y. (2009). Validez y confiabilidad de los instrumentos de investigación para la recolección de datos. Revista ciencias de la educación, 19(33), 228-247. https://www.researchgate.net/publication/302415291

Cosgaya-Barrera, B. R. y Castro-Villagrán. (2019). Creencias sobre el aprendizaje de las matemáticas en estudiantes de ingeniería. Conciencia Tecnológica, 57, 12-20.

Donoso, P., Rico, N. y Castro, E. (2016). Creencias y concepciones de profesores chilenos sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje. Profesorado. Revista de Currículum y Formación de Profesorado. 20(2),76-97. https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/6906/6592.

Escobar-Pérez, J. & Cuervo-Martínez. A. (2008). Validez de contenido y juicio de expertos: una aproximación a su utilización. Avances en medición, 6(1), 27-36. https://www.researchgate.net/publication/302438451

Lebrija, A., Flores, R. y Trejos, M. (2010). El papel del maestro, el papel del alumno: un estudio sobre las creencias e implicaciones en la docencia de los profesores de matemáticas en Panamá. Educación Matemática, 22(1), pp. 31-55. http://www.scielo.org.mx/scielo.php.

Processos de ensino e aprendizagem da Matemática em diferentes modalidades e níveis educacionais

Fidget toys na aula de Matemática: uma experiência de ensino-aprendizagem a partir do Peer Instruction

Fidget toys in Mathematics class: a teaching-learning experience based on Peer Instruction

Fidget toys en la clase de Matemáticas: una experiencia de enseñanza-aprendizaje basada en la Instrucción entre Pares

Fernanda Longo
Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS)
0000-0002-0925-1303

Modalidade: Pôster
Núcleo Temático: Processos de ensino e aprendizagem da Matemática em diferentes modalidades e níveis educacionais.

Resumo

Este relato busca apresentar uma experiência que aconteceu no ano de 2021, em meio à experiência de aulas bimodais de Matemática do 4º ano dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Tal proposta foi baseada no uso da metodologia ativa denominada Peer Instruction, usando como ferramenta um tipo de fidget toys (popularmente conhecido como *pop-it*) trazidos pelas crianças para a escola, de modo a desenvolver a habilidade matemática que envolve a compreensão da organização retangular da multiplicação.

Palavras-chave: Metodologias Ativas; Anos Iniciais; *Peer Instruction*.

Abstract

This report seeks to present an experience that took place in 2021, in the midst of the experience of bimodal Mathematics classes in the 4th year of the Initial Years of Elementary School. This proposal was based on the use of the active methodology called Peer Instruction, using as a tool a type of fidget toys (popularly known as pop-it) brought by children to school, in order to develop the mathematical ability that involves understanding the rectangular organization of multiplication.

Keywords: Active Methodologies; Initial Years; Peer Instruction.

Resumen

Este informe busca presentar una experiencia que se dio en el año 2021, en medio de la experiencia de las clases bimodales de Matemática en el 4to año de los Años Iniciales de la Enseñanza Básica. Esta propuesta se basó en el uso de la metodología activa denominada Peer Instruction, utilizando como herramienta un tipo de fidget toys (pop-it) que traen los niños al colegio, con el fin de desarrollar la habilidad matemática que implica la comprensión del rectángulo. organización de la multiplicación.

Palabras clave: Metodologías Activas; Años Iniciales; Instrucción entre compañeros.

Introdução

A proposta pedagógica que venho relatar, decorre de um momento histórico um tanto diferente do já vivido pela Educação Básica: a bimodalidade. Tal proposta aconteceu em nove turmas de 4º ano dos Anos Iniciais da Educação Básica, no Colégio Marista Rosário – Porto Alegre/RS. Este relato traz à tona uma reflexão sobre a presença das Metodologias Ativas nas aulas de Matemática dos Anos Iniciais, visando problematizar a postura docente durante a mediação da proposta.

A proposta utilizou-se do método *Peer Instruction* ou Instrução pelos Pares, metodologia criada nos anos 1990 por Eric Mazur, professor de Física da Universidade de Harvard. O principal objetivo desta Metodologia Ativa é fazer com que os estudantes interajam entre si, de modo a explicar os conteúdos e conceitos ensinados pelo professor a partir da troca entre os colegas. Há algumas etapas que devem ser respeitadas de modo a fazer com que o método atinja seu objetivo, que contempla a explicação do professor, o compartilhamento das respostas individuais a uma questão e, de acordo com a resposta da turma, discussão entre os colegas que serão finalizadas com a explanação da resposta pelo professor. Essa dinâmica pode ser repetida, de acordo com o planejamento do professor, até que os objetivos sejam atingidos.

Durante a pandemia da Covid-19, outras formas de ensino além da presencial foram sancionadas pelos governos a fim de que os projetos educacionais não fossem paralisados. Foi publicado em 15 de dezembro de 2020 o parecer que autorizava o retorno controlado aos espaços escolares. No Colégio Rosário, o retorno presencial aconteceu no dia 13 de outubro de 2020, em função do modelo de Distanciamento Controlado adotado no estado do Rio Grande do Sul. Neste cenário surge a bimodalidade, modelo de aula onde alguns estudantes estavam na sala de forma presencial, enquanto outros assistiam às aulas em casa, intercalando com atividades assíncronas. Em 2021, o modelo continuou em vigor com algumas modificações, o que proporcionou o trabalho em duplas e trios, por exemplo.

Quando deste retorno, o grupo de professoras do 4º ano de 2021 identificou algumas defasagens pedagógicas na área da Matemática, dentre as quais a dificuldade das crianças de compreenderem o significado da organização retangular da multiplicação. Este raciocínio, muitas vezes atrelado ao estudo e memorização da tabuada é um importante degrau para a aprendizagem de conceitos mais complexos relacionados ao campo multiplicativo. Ao observarmos o texto-base da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), vemos que

> ao longo do Ensino Fundamental – Anos Iniciais, a progressão do conhecimento ocorre pela consolidação das aprendizagens anteriores e pela ampliação das práticas de linguagem e da experiência estética e intercultural das crianças, considerando tanto seus interesses e suas expectativas quanto o que ainda precisam aprender. (Brasil, 2017, p.59)

Tal afirmação significa que, para que os estudantes desenvolvam habilidades dos anos anteriores, é condição necessária ter adquirido uma habilidade de complexidade mais simples anteriormente. Além disso, o texto do documento pontua a importância de que as habilidades sejam desenvolvidas a partir dos interesses da turma.

Diante deste contexto, surgem três perguntas que acarretariam efeitos diretos em nosso fazer docente: que propostas faríamos para que os estudantes que já haviam consolidado a habilidade EF04MA06[61] pudessem contribuir com os colegas da turma que ainda estavam em desenvolvimento? De que forma faríamos a integração com os estudantes que estavam no formato remoto? De que forma mobilizaríamos o interesse de todos, visto que as turmas eram muito heterogêneas?

Organizamos a proposta que será descrita a seguir e que serviu como base para a realização de reflexões sobre que tipo de educadores estamos nos tornando e que verdades acerca das aulas de Matemática nos Anos Iniciais vem circulando neste contexto.

Metodologia

A fim de responder às perguntas feitas pelo grupo de professores, encontramos nas Metodologias Ativas terreno fértil. Aliado a implementação da BNCC, os estudantes das escolas estavam aprendendo de suas casas, com apoio dos educadores apenas por chamadas de vídeo em um primeiro momento, o que alavancou o uso destes métodos que colocam os estudantes como agentes ativos e responsáveis pelas suas aprendizagens.

As características mobilizadas pelas Metodologias Ativas são, segundo Bacich e Moran (2018), o desejo social que corresponde a um indivíduo flexível, criativo, que é capaz de aprender por toda a vida, crítico e empreendedor. Para tanto, as Metodologias Ativas, com a contribuição das tecnologias digitais, seriam o caminho a ser seguido para que as competências

[61] (EF04MA06) Resolver e elaborar problemas envolvendo diferentes significados da multiplicação (adição de parcelas iguais, organização retangular e proporcionalidade), utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativas, cálculo mental e algoritmos. (BRASIL, 2017, p.290-291)

socioemocionais sejam desenvolvidas em sua integralidade, de forma criativa e inovadora (Bacich & Moran, 2018).

Importante ressaltar que alguns autores problematizam o uso das Metodologias Ativas, pois estaria intimamente ligado à resposta ao imperativo do neoliberalismo de nos tornarmos o objeto de desejo para o mercado de trabalho, fazendo parte do jogo econômico (Weinheimer; Wanderer, 2021). Tal problematização nos lembra que nossas escolhas pedagógicas em sala de aula produzem efeitos nos estudantes e na sociedade que vivemos. Ao propormos determinadas estratégias em detrimento de outras, um tipo de sujeito se desenvolve em prejuízo de outro.

Feita esta ressalva, a equipe responsável pelo planejamento da área de Matemática optou então pela ***Peer Instruction*** ou **Instrução pelos Pares,** usando como ferramenta o objeto de interesse das crianças naquele momento, os chamados *fidget toys.* Em tradução literal, *fidget toy* significa brinquedo para inquietação e o *Pop-it*, o mais famoso da categoria, é feito de silicone em diversas formas e cores, com bolhas que devem ser 'estouradas'.

Em entrevista publicada no jornal Zero Hora, Ana Márcia Guimarães Alves, membro do Departamento Científico de Pediatria do Desenvolvimento e Comportamento da Sociedade Brasileira de Pediatria (SBP), afirma que os benefícios dos *fidget toys* se assemelham aos de outros brinquedos lúdicos, como livros, quebra-cabeças e massinhas de modelar. Se tais objetos, que foram criados com outra finalidade que não a educação, já são amplamente utilizados em nossas salas de aula, por que não utilizar este objeto que vem chamando atenção das crianças? (Pop-It..., 2021, s.p.).

Unindo a proposta da metodologia ativa *Peer Instruction* ao engajamento já mobilizado pelo *pop-it*, propusemos um jogo cuja construção envolvia a participação dos estudantes que já haviam desenvolvido esta habilidade em duplas ou trios com aqueles estudantes que ainda estavam em desenvolvimento da habilidade de compreender a organização retangular.

Deve-se recordar que na *Peer Instruction* o professor explana conteúdo, orienta a discussão e apresenta a resposta. Já os estudantes passam a ser ativos no momento da discussão daquelas questões que não foram compreendidas pela maioria da turma, fazendo com que a turma avance de forma mais homogênea. Segundo observa Zamboni (2019), essa abordagem tem sido bastante utilizada em turmas numerosas, já que minimiza a centralidade do professor.

> A aprendizagem em pares se assemelha muito ao trabalho em grupo, percebemos que o foco dessa estratégia não está em como o conteúdo será ofertado (sala de aula invertida, por exemplo) nem em que tipo de atividade será aplicada (problemas/projetos) mas em como o grupo estará organizado para executar a tarefa que lhe for proposta. (ZAMBONI, 2019, p. 48).

De acordo com as Matrizes Curriculares da Área de Matemática e suas Tecnologias (UMBRASIL, 2019), documento que orienta os planejamentos da Rede Marista da qual a escola onde a proposta ocorreu faz parte, não existe um caminho único e melhor para o processo de ensino e de aprendizagem da Matemática. Os jogos, por exemplo, são uma boa opção, pois possibilitam a aproximação do componente curricular com os significados de conceitos matemáticos. As situações de aprendizagem desenvolvidas por meio de jogos podem auxiliar no desenvolvimento de habilidades como observação, reflexão, organização, análise, levantamento de hipóteses e tomada de decisão, já que o estudante tem a oportunidade de resolver problemas, investigar, refletir, analisar as regras e descobrir a melhor jogada, possibilitando uma situação de desenvolvimento da linguagem, a partir de diferentes processos de raciocínio, prazer e aprendizagem

Além disso, durante uma aula de matemática que envolva jogos, é importante que o educador assuma a posição agente durante o processo, pois

> [...] o processo de sistematização dos conceitos e/ou habilidades do pensamento matemático que vão emergindo no decorrer das situações de jogo deve ser desencadeado pelo profissional responsável pela intervenção pedagógica com os jogos, [...]. A sistematização possibilita evidenciar para o sujeito o conceito que ele está trabalhando, as relações que está percebendo, as regularidades que podem ser observadas, a constatação de suas hipóteses e a possível aplicação de tais ideias a outras situações. (GRANDO, 2000, p.43)

O trabalho foi então iniciado com a retomada da organização retangular da multiplicação com posterior construção da tabela pitagórica. Após esta construção, foram propostos desafios para que os estudantes utilizassem este recurso como ferramenta para resolução de problemas matemáticos mais complexos. Todo o material era compartilhado simultaneamente com os estudantes em situação remota, através do recurso *Microsoft Teams.*

Após alguns dias, introduzimos o uso do pop-it, explicando a origem histórica deste brinquedo, a fim de situar as crianças do objetivo da criação deste brinquedo e a quem ele foi destinado, a fim de que pudessem perceber que, mesmo tendo uma finalidade e um público específico, o objeto pode adquirir outros fins, em outros momentos, para outras pessoas. Dessa forma, definimos que o uso do brinquedo na sala de aula nos ajudaria a compreender este conceito matemático.

A partir daí, passamos a construir as regras do jogo que consistia no lançamento de dois dados, um deles corresponderia a quantidade de colunas e o outro a quantidade de linhas que deveriam compor o retângulo a ser 'estourado' através do toque. Após, o colega deveria virar o brinquedo e fazer a sua jogada. Ganharia o jogo aquele que conseguisse apertar todas as bolhas do seu lado sem sobras ou faltas. No caso das crianças em casa, foram separadas em salas individuais, podendo jogar com o pop-it que tivessem em casa ou com o modelo on-line disponibilizado pelas professoras.

Aos poucos, os estudantes passaram a criar estratégias de como calcular a quantidade de bolhas a serem apertadas para que pudessem ganhar e quais possibilidades de jogadas teriam. Os estudantes que apresentavam maior dificuldade no uso da multiplicação retangular conseguiram, conforme o jogo avançava, perceber que quando havia uma ou mais bolhas em uma única linha, a única possibilidade era que no dado saísse o número um ou então passavam a contar de dois em dois, ou de três em três conforme o número que saísse no sorteio do dado (Figura 1):

Figura 1.
Estratégia de estudante utilizada durante o jogo
Fonte: Acervo pessoal da autora

No caso do trabalho com o 4º ano, tal proposta foi considerada assertiva pelo grupo de professores, já que estávamos com metade da turma em sala e a outra metade em casa. Na turma em que foi aplicado o método *Peer Instruction*, houve um crescimento quantificado por testes e uma maior participação por parte dos alunos, inclusive daqueles que apresentavam maior dificuldade, já que estavam em interação com outros estudantes. A partir das teorias sociointeracionistas propostas por Vygotsky e seus comentadores, Moura (2017) comenta que para que o *Peer Instruction* funcione é necessária uma mudança cultural e comportamental em relação aos hábitos de estudo, à participação das aulas e coloca os estudantes como protagonistas.

Moura (2017) reitera ainda que o papel do professor adquire um outro contorno na aplicação desse método, já que, mesmo que o professor controle e justifique o processo todo, seja ele de aprendizagem ou não, este participa junto ao aluno da construção e validação do conhecimento. Pensando nas regras do jogo que se institui em uma sala de aula neste momento, a posição do professor continua sendo hierarquicamente superior à dos estudantes, uma vez que ele propõe e controla o processo. Porém, além do envolvimento crescente com o momento do uso do *pop-it*, percebemos um crescimento no desenvolvimento da habilidade, tanto daqueles que já haviam compreendido o funcionamento quanto daqueles estudantes que ainda precisavam aprimorá-la.

O Projeto Educativo do Brasil Marista (UMBRASIL, 2010) apresenta a concepção da aprendizagem como

> [...] um percurso orientado e inteligível, alicerçado em intencionalidades e critérios definidos, por meio das quais se devem produzir dinâmicas próprias que auxiliem o estudante a conferir significados aos acontecimentos, experiências e fenômenos com que se depara cotidianamente e a se reconhecer como protagonista na internalização e (re)construção de saberes. (UMBRASIL, 2010, p. 58).

Baseando-se neste conceito, acreditamos que nossa proposta atingiu o objetivo de retomar com os estudantes o conceito matemático que apresentava defasagens na turma, fazendo uso de uma ferramenta que fazia sentido aos estudantes naquele momento. Além disso, pode-se dizer que o planejamento da proposta proporcionou a criação de um método para trabalhar tal aspecto, colocando os educadores em uma posição de inventividade e não apenas repetição de métodos pensados fora do contexto em que estão agindo.

Conclusões

Não há a pretensão de avaliar se tal estratégia é positiva ou negativa, mas de refletirmos a respeito da prática colocada em funcionamento neste caso. Ao optarmos pelo *Peer Instruction*, estamos saindo do papel de centralidade do ensino, mas o ensino continua estando ao cargo do docente. No discurso das Metodologias Ativas, não raro vê-se que o aluno é colocado como centro do processo, ator ativo de suas aprendizagens, o que automaticamente provoca o entendimento de que o professor deve apenas ser organizador as aprendizagens. Neste caso, foi possível perceber que a mediação corresponde a uma postura educativa ativa e atenta, trazendo o educador como peça importante e necessária para que a aprendizagem possa acontecer.

Além disso, este relato busca mostrar que por vezes o ensino da Matemática, disciplina tão marcada pela dureza de seus teoremas e axiomas, pode ser flexibilizado com ferramentas advindas da realidade dos estudantes, mas que deve ser ressignificada para que atinja os objetivos de aprendizagem propostos.

Por fim, acreditamos que ao propor uma estratégia que mobilizou o interesse das crianças e a troca de conhecimentos entre os pares, esta proposta exemplifica uma forma de desenvolver a educação integral que "se traduz no processo formativo de subjetividades, nos modos de ser sujeito, em sua integralidade e inteireza (corpo, mente, coração e espírito)" (UMBRASIL, 2010, p. 17).

Agradecimentos: Agradecemos ao Colégio Marista Rosário – Porto Alegre/RS pelo espaço para o desenvolvimento da proposta relatada.

Referências

Bacich, L. *et al (2015) Ensino híbrido:* personalização e tecnologia na educação. 1. ed. Porto Alegre: Penso (pp. 47-65).

Brasil. Ministério da Educação. (2017) Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC/SEB, http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_20dez_sitepdf

Grando, R.C. (2000) O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula. 2000. 224 f. [Tese de Doutorado em Educação, Universidade Estadual de Campinas].

Moura, B.L.d. (2017) Aplicação do Peer Instruction no ensino de matemática para alunos de quinto ano do ensino fundamental. [Dissertação de Mestrado, Universidade de São Paulo]. <https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/97/97138/tde-21112017-141058/pt-br.php>

União Marista Do Brasil (UMBRASIL). (2010). *Projeto Educativo do Brasil Marista*: nosso jeito de conceber a Educação Básica/União Marista do Brasil.

União Marista Do Brasil (UMBRASIL). (2019). *Matrizes curriculares de educação Básica do Brasil Marista :* área de matemática e suas tecnologias / [organizador] União Marista do Brasil. – 3. ed. -- Curitiba: PUCPRESS.100 p.; il.; 30 cm.

Pop-it… (2021). Pop-it: especialistas explicam benefícios e cuidados necessários com brinquedo “antiestresse” que é febre entre as crianças. Zero Hora, Porto Alegre, 09 set. 2021. Disponível em: https://gauchazh.clicrbs.com.br/comportamento/noticia/2021/09/pop-it-especialistas-explicam-beneficios-e-cuidados-necessarios-com-brinquedo-antiestresse-que-e-febre-entre-as-criancas-cktdd4ngl00920193cx68ixnn.html

Weinheimer, G ; & Wanderer, F. (2021). (Novo) ensino médio e movimentos de contraconduta na escola. Revista *Signos*: Lajeado, 42 (1), 125-143. http://dx.doi.org/10.22410/issn.1983-0378.v42i1a2021.2755.

Zamboni, T.M. (2019) *Metodologias ativas no ensino da matemática escolar:* o que as pesquisas acadêmicas revelam?. [Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Pato Branco] <http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/4515>

Uma breve reflexão sobre o ensino de Estatística e Probabilidade e na Educação Básica

A brief reflection on the teaching of Statistics and Probability in Basic Education

Una breve reflexión sobre la enseñanza de la Estadística y la Probabilidad en la Educación Básica

Ismael Santos Lira[62]
Universidade Federal da Bahia
0000-0003-1023-6319 Orcid

Modalidade: Pôster
Núcleo Temático: Processos de ensino e aprendizagem da Matemática em diferentes modalidades e níveis educacionais.

Resumo

O presente texto se configura como um ensaio teórico e tem como objetivo discutir o ensino de Estatística e Probabilidade na Educação Básica por meio de atividades investigativas. Buscamos refletir sobre como a abordagem socialmente contextualizada dessas atividades promovem possíveis implicações para o fazer docente e para a aprendizagem dos estudantes. A literatura consultada converge no sentido de destacar o papel das atividades investigativas como catalisadoras da autonomia dos estudantes.

Palavras-chave: Ensino de Estatística e Probabilidade, atividades investigativas, trabalho docente.

Abstract

This text is configured as a theoretical essay and aims to discuss the teaching of Statistics and Probability in Basic Education through investigative activities. We seek to reflect on how the socially contextualized approach to these activities promotes possible implications for teaching and student learning. The literature consulted converges in the sense of highlighting the role of investigative activities as catalysts for students' autonomy.

Keywords: Teaching Statistics and Probability, investigative activities, teaching work.

Resumen

Este texto se configura como un ensayo teórico y tiene como objetivo discutir la enseñanza de la Estadística y la Probabilidad en la Educación Básica a través de actividades de investigación. Buscamos reflexionar sobre cómo el enfoque socialmente contextualizado de estas actividades promueve posibles implicaciones para la enseñanza y el aprendizaje de los estudiantes. La literatura consultada converge en el sentido de destacar el papel de las actividades investigativas como catalizadoras de la autonomía de los estudiantes.

Palabras clave: Enseñanza de Estadística y Probabilidad, actividades investigativas, labor docente.

[62] Ismael.lira@ufba.br

Introdução

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2022) reconhece a importância do ensino de Estatística e Probabilidade para a formação de estudantes críticos que recorram ao pensamento estatístico e probabilístico em situações da vida real como, por exemplo, analisar índices de custo de vida, realizar sondagens, escolher amostras e tomar decisões em várias situações do cotidiano.

Esse documento preconiza que a abordagem dos conteúdos relacionados à Probabilidade deve destacar seu caráter de incerteza, isto é, deve estar centrada no desenvolvimento da noção de aleatoriedade, de modo que os estudantes compreendam que há eventos certos, eventos impossíveis e eventos prováveis. Já para a Estatística há a recomendação de enfatizar o tratamento de dados com estímulo à pesquisa de campo, com a elaboração de questões de pesquisa, coleta de dados, análise e discussão dos mesmos. Priorizando-se as atividades investigativas de resolução de problema e modelagem. Essa abordagem de tratamentos de dados já estava presente nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1997) que propunham um eixo de aprendizado de tratamento de informações que incluía a Estatística, a Probabilidade e a Contagem (Combinatória) como conteúdos matemáticos de importância.

Segundo Batanero (2001), o interesse pelo ensino de Estatística, na Educação Matemática, não reside somente no fato de ela ser necessária para formação do cidadão, como afirmamos, mas está relacionado também ao seu rápido desenvolvimento como ciência útil para o avanço na investigação científica e da tecnologia. Isso estimulou e facilitou o seu uso por um número maior de pessoas, causando demanda por formação básica nesta área, que tem sido confiada, na Educação Básica, a professores que ensinam matemática. A Autora relata que há um movimento que envolve muitos países imbuídos em integrarem aos seus currículos de Educação Básica recomendações generalizadas sobre o ensino da Estatística e Probabilidade, desde os anos iniciais do ensino fundamental até o ensino médio. No entanto, na prática, ainda esbarramos com o fato da dificuldade de formação específica para os professores dos anos iniciais. Segundo a autora, poucos docentes, nesse nível de ensino, incluem este tema em suas aulas, outros, quando o fazem, optam por uma apresentação aligeirada ou de forma excessivamente formalizada.

Na próxima seção, passamos a abordar o ensino de Estatística e Probabilidade, na Educação Básica, baseado em resolução de problemas relacionados ao cotidiano dos estudantes.

O ensino de Estatística e Probabilidade apoiado em atividades investigativas

Pesquisas (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2005; LOPES, 2008; SANTANA; BORBA, 2021; BATISTA; BORBA, 2021) apontam a resolução de problemas como um princípio norteador da aprendizagem em Probabilidade e Estatística. O trabalho com resolução de problemas, que levem em conta o contexto social e econômico dos estudantes, articulando-o com conhecimentos estatísticos e probabilísticos é, segundo Lopes (2008), um potencializador de uma Educação Matemática que desperte a criticidade dos estudantes, elemento importante para o desenvolvimento da autonomia desses sujeitos e contribuição para a construção de uma educação para a cidadania.

É preciso que os docentes tenham clareza de que um problema não é um exercício de aplicação de conceitos recém trabalhados em sala de aula, mas consiste no desenvolvimento de uma situação que demanda interpretação e estabelecimento de estratégias para sua resolução. Isso possibilita aos estudantes perceberem que, da mesma forma que a Probabilidade e as demais áreas da Matemática, a Estatística também se desenvolveu historicamente através da resolução de problemas de ordem prática.

Ponte, Brocardo e Oliveira (2005) defendem que o ensino assume realmente uma perspectiva investigativa quando se dá aos estudantes oportunidade para formulação e condução de investigações de natureza quantitativa, como afirmamos anteriormente. É preciso que os alunos experimentem todas as etapas do processo de uma investigação, dando destaque para a organização, representação, sistematização e interpretação dos dados, culminando com as conclusões a que chegarão os discentes. A esse processo os autores chamam de ciclo de investigação.

Batanero (2001) chama atenção para o fato de que uma das consequências do avanço da Estatística como ciência é que ela vai, cada vez mais, afastando-se da matemática pura e convertendo-se em uma "ciência dos dados". Para o ensino, isso tem a implicação de nos deslocarmos do cálculo com fim em si mesmo para o processo geral de investigação do mundo real, levando os estudantes a perceberem a importância do pensamento estatístico e probabilístico e o papel desses conhecimentos na sociedade (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2005);

Por isso, Lopes (2008) considera não fazer sentido o trabalho de ensino de estocástica (termo utilizado para tratar a Probabilidade integrada à Estatística) onde conceitos estatísticos e probabilísticos não estejam vinculados a uma situação problema vinculada à realidade vivenciada pelos estudantes. Para a autora, construir gráficos e tabelas desvinculados de um contexto que seja familiar aos estudantes, mesmo que, de alguma forma, auxilie no desenvolvimento do pensamento estatístico e probabilístico, não garante o desenvolvimento de sua criticidade.

Outro aspecto explorado por Lopes (2008) é que o ensino de estocástica ajuda na superação do determinismo em favor da aleatoriedade. A autora defende que o ensino de matemática deve explorar o recurso do trabalho com situações que envolvam as ideias de acaso e de aleatoriedade, algo que está em sintonia com a BNCC. Destacamos também, nesse processo, o papel das tecnologias da informação e comunicação (TIC), como ferramentas para o ensino de estocástica na Educação Básica. As TIC permitem maior facilidade no tratamento de dados, permitindo aos estudantes trabalharem amostras de maior dimensão. A internet é repleta de dados que possibilitam o trabalho pedagógico nesses moldes (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2005).

Destacamos que um dos grandes desafios para o trabalho de estatística e probabilidade baseado na resolução de problemas são as dificuldades relacionadas à formação inicial dos professores que ensinam matemática, sobretudo os que atuam nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental (SANTANA; BORBA, 2021). Em uma pesquisa com professores que ensinam matemática nesse nível de ensino, as referidas autoras verificaram que os docentes reconhecem a importância do estudo desses conteúdos, percebem a valorização desses temas nos documentos curriculares, mas mesmo possuindo algumas noções, afirmam ser necessário uma formação inicial e contínua que os comtemplem. Outro problema identificado foi a abordagem, muitas vezes, inadequada desses conteúdos em livros didáticos.

Considerações finais

Por fim, afirmamos, em concordância com o que encontramos na literatura estudada, sobretudo as reflexões da professora e pesquisadora Celi Espasandin Lopes, que uma das razões fundamentais para o ensino de Estatística e Probabilidade é tornar os estudantes mais conscientes dos jogos de poder na sociedade da informação em que vivemos. Dessa forma, esperamos que talvez o ensino crítico e reflexivo com a estocástica, levando sempre em conta a realidade vivenciada pelos estudantes, possa levá-los a repensar seus modos de ver a vida, o que contribuirá para a formação de cidadãos mais libertos das armadilhas do consumo e dos múltiplos tipos de manipulações com base em dados estatísticos.

Referências

BATANERO, C. Didáctica de la estadística. Granada: Grupo de Educación Estadística Universidade de Granada, 2001.

BATISTA, R.; BORBA, R. E. S. R. A Probabilidade nos anos iniciais de escolarização: vamos jogar? In: Investigações em ensino e em aprendizagem [recurso eletrônico]: uma década de pesquisas do Grupo de Estudos em Raciocínios Combinatório e Probabilístico (Geração) /organizadoras BORBA, R. E. S. R.; MONTENEGRO, J. A.; SANTOS, J. A. F. L. S. Recife: Ed. UFPE, 2021. p. 69 – 101.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN): Matemática. Ensino de 1ª a 4ª série. Brasília: MEC, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2022.

LOPES, C. E. O ensino da Estatística e da Probabilidade na educação básica e a formação dos professores. Cadernos CEDES [online], v. 28, n. 74, p. 57-73, 2008.

PONTE, J. P. BROCARDO, J. OLIVEIRA, H. Investigações Matemáticas na Sala de Aula. BH: Autêntica, 2005.

SANTANA, M. R. M.; BORBA, Rute E. S. R. O que dizem professores sobre o ensino de Probabilidade no Ensino Fundamental? In: Investigações em ensino e em aprendizagem [recurso eletrônico]: uma década de pesquisas do Grupo de Estudos em Raciocínios Combinatório e Probabilístico (Geração) /organizadoras: BORBA, R. E. S. R.; MONTENEGRO, J. A.; SANTOS, J.A.F.L.

Jogo da Memória dos Gráficos Estatísticos “*MemoryGraph*”: diversão e conhecimento

Statistical Graphics Memory Game “MemoryGraph”: fun and knowledge

Juego de Memoria de Gráficos Estadísticos “MemoryGraph”: diversión y conocimiento

Fernanda Angelo Pereira[63]
Universidade Federal do Rio Grande
0000-0003-0613-6585

Mauren Porciúncula [64]
Universidade Federal do Rio Grande
0000-0003-1161-8220

Fabiano dos Santos Souza[65]
Universidade Federal Fluminense
0000-0002-5474-7009

Modalidade: Pôster.
Núcleo Temático: Processos de ensino e aprendizagem da Matemática em diferentes modalidades e níveis educacionais.

Resumo

Com o objetivo de divulgar e estimular o uso de jogos na Educação Estatística, compartilhamos neste texto o Jogo da Memória dos Gráficos Estatísticos “*MemoryGraph*”. Com cartas de diferentes tipos de gráficos e também com seus respectivos nomes, este jogo pode ajudar os alunos que querem conhecer mais a Estatística, a identificarem os gráficos estatísticos, importante recurso presente em muitas informações compartilhadas nas mídias. Apresentamos também uma breve discussão a respeito da importância do estudo de gráficos estatísticos, além de algumas recomendações para o uso de jogos no ambiente escolar. Os jogos podem proporcionar não só momentos de diversão, como também de aprendizagem.

Palavras-chave: Educação Estatística, Jogo da Memória, Gráficos Estatísticos.

Abstract

In order to promote and encourage the use of games in Statistical Education, we share in this text the Statistical Graphics Memory Game “MemoryGraph”. With cards of different types of graphics and also with their respective names, this game can help students who want to know more about Statistics, to identify statistical graphics, an important resource present in many information shared in the media. We also present a brief discussion about the importance of studying statistical graphics, as well as some recommendations for the use of games in the school environment. Games can provide not only moments of fun, but also learning.

[63] fernandap@furg.br
[64] mauren@furg.br
[65] fabiano_souza@id.uff.br

Keywords: Statistical Education, Memory Game, Statistical Graphics.

Resumen

Con el fin de promover y fomentar el uso de juegos en la Educación Estadística, compartimos en este texto el Juego de Memoria de Gráficos Estadísticos “MemoryGraph”. Con tarjetas de diferentes tipos de gráficos y también con sus respectivos nombres, este juego puede ayudar a los estudiantes que quieran saber más sobre Estadística, a identificar los gráficos estadísticos, un recurso importante presente en muchas informaciones compartidas en los medios. También presentamos una breve discusión sobre la importancia del estudio de gráficos estadísticos, así como algunas recomendaciones para el uso de juegos en el ámbito escolar. Los juegos pueden proporcionar no solo momentos de diversión, sino también de aprendizaje.

Palabras clave: Educación Estadística, Juego de Memoria, Gráficos Estadísticos.

Considerações Iniciais

Com o avanço da tecnologia, o modo como nos informamos e temos acesso à informação traz diversos recursos para a compreensão. Hoje podemos ler notícias que apresentam textos, imagens, vídeos, áudios, *gifs*, *links,* infográficos para apresentar dados sobre uma mesma informação. Tais recursos, para Engel, Ridgway e Stein (2021) são poderosas ferramentas para a visualização de dados e oferecem para os cidadãos a exploração, por conta própria, potenciais fontes de informação valiosas.

É nesse contexto, Coutinho e Souza (2015) destacam que as informações apresentadas pela mídia, são basicamente por meio de gráficos e tabelas que, muitas vezes, não são compreendidos pelas pessoas. Percebemos muito esse fenômeno durante a Pandemia de Covid-19, onde, a cada dia, eram produzidos novos dados a partir dos óbitos causados pela doença, das infecções, dos impactos econômicos e sociais, como também em relação ao desenvolvimento de tratamentos e vacinas. As informações sobre a Pandemia, geradas a partir de dados, precisavam de um tratamento estatístico e eram apresentados utilizando recursos estatísticos, como tabelas, gráficos, probabilidades, taxas, medidas estatísticas, etc.

Nesse quadro, o aspecto fundamental a assinalar reside na importância de se possibilitar uma cultura estatística, na perspectiva apontada por Gal (2002) de forma que os cidadãos possam refletir, interpretar, avaliar, opinar criticamente sobre as informações estatísticas.

Dessa forma, Samá *et al.* (2020) destacam firmemente que ter um mínimo de domínio sobre os conteúdos estatísticos é fundamental para entender e acompanhar grande parte das informações sobre a doença.

> Acompanhando as informações divulgadas na mídia sobre a Pandemia da Covid-19, percebemos a relevância da Estatística na sua compreensão por parte da população, no auxílio da tomada de decisão e no planejamento de estratégias por parte dos gestores públicos a fim de conter a disseminação desta doença. Também, percebemos a falta do letramento estatístico de muitos jornalistas, bem como interpretações equivocadas no que diz respeito às taxas, tabelas e gráficos veiculados na mídia. (SAMÁ *et al.*, 2020, p. 441).

Assim, não só no contexto da pandemia, mas também em várias situações da sua vida diária, o indivíduo é confrontado com informações que dentre vários tipos de conteúdo e recursos, pode haver tabelas, medidas de tendência central e variação, amostragens, amplitudes, aleatoriedades, como também gráficos dos mais diferentes tipos. Logo, reconhecer e identificar diferentes tipos de gráficos estatísticos se mostra uma habilidade importante para a compreensão das informações que permeiam a sociedade.

Segundo Pereira e Souza (2016, p. 1321) “emerge a necessidade de que os cidadãos desenvolvam certos conhecimentos estatísticos, a fim de compreender essas informações que os cercam de uma maneira crítica”, isso auxilia uma possível tomada de decisão considerando as variáveis envolvidas. Assim, denomina-se de Letramento Estatístico a habilidade de tornar esse processo possível e viável.

O emprego de tais referenciais, de modo geral, permite aos pesquisadores delinear um produto educacional cujo objetivo é divulgar um recurso para potencializar o estudo dos gráficos estatísticos por meio de um jogo bem conhecido. Esse recurso foi produzido no contexto do Programa Letramento Multimídia Estatístico (LeME) (PORCIÚNCULA, 2022), a partir da implementação de um projeto no Centro de Convívio dos Meninos do Mar (CCMar). Vamos então apresentar o Jogo da Memória dos Gráficos Estatísticos denominado “*MemoryGraph*”.

A importância do estudo de Gráficos Estatísticos

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) coloca o estudo dos gráficos estatísticos dentro do campo da Estatística e Probabilidade na área da Matemática. Logo no primeiro ano dos Anos Iniciais, já existe o objeto do conhecimento “Leitura de tabelas e de gráficos de colunas simples” (BNCC, 2018, p. 280), que envolve as habilidades de leitura de dados em tabelas e gráficos simples. Essa habilidade é identificada em todos os anos do Ensino

Fundamental e também no Ensino Médio, sendo aprimorada de acordo com o avanço dos níveis escolares. São inseridas por exemplo, habilidades para ler, interpretar e construir gráficos de diferentes tipos (colunas simples e agrupadas, barras, linhas, setores, pictóricos, histograma, *box-plot,* ramos e folhas), produzir textos a partir dos gráficos, identificar os elementos constitutivos (títulos, eixos, legendas, fontes, datas, escalas) nos diferentes tipos de gráfico, construir gráficos a partir de planilhas eletrônicas, análise de gráficos divulgados pela mídia.

Friel, Curcio e Bright (2001) descrevem que saber interpretar um gráfico faz parte de uma alfabetização necessária para a cidadania, pois esse tipo de recurso aparece nas mídias em muitos tipos de informações, principalmente para explicar sobre dados sociais (economia, crescimento da população, inflação, violência, políticas, etc). Para os autores, a compreensão de um gráfico envolve ser capaz de ler e entender gráficos já construídos, além de considerar as características envolvidas na construção dos gráficos, como a especificação de cada tipo de gráfico, a escolha ideal para cada conjunto de dados em uma determinada situação.

Nesse sentido, Díaz-Levicoy *et al.* (2015) sugerem que as atividades com gráficos estatísticos devem apresentar uma evolução ao longo dos anos de escolaridade, para garantir que os alunos possam analisar criticamente as informações estatísticas que eles acessam em suas vidas todo dia.

Consideramos que, antes de ler e interpretar um gráfico, é preciso identificar qual tipo de gráfico se trata para que a leitura e interpretação possa levar em conta as características específicas de cada gráfico. Cada tipo de gráfico pode requerer habilidades especiais para a sua interpretação, observar elementos distintos, escalas, outliers, linhas, imagens, proporções, etc.

Recomendações de jogos para o ensino e aprendizagem

Os jogos frequentemente estão presentes na realidade social de cada criança de cada adulto, pois há jogos para todas as idades, de diferentes tipos, objetivos, regras. Para a criança, o jogo pode se tornar um importante canal de inserção no mundo escolar (GITIRANA *et al.*, 2012). A partir de todas as potencialidades que um jogo pode proporcionar no desenvolvimento da criança, pode-se também aproveitar esse recurso como um elemento didático para o ensino e aprendizagem de diferentes conhecimentos escolares.

De acordo com Gitirana *et al.* (2012), existem muitos jogos que possibilitam a integração de vários campos do conhecimento, além disso, ao se tornar um jogador, a criança não é apenas uma observadora, mas se transforma em um elemento ativo durante o jogo, sendo requerida a tomada de decisões, estratégias, na busca de ganhar a partida ou solucionar problemas postos à sua frente. Esse tipo de atitude é essencial para a aprendizagem de ideias matemáticas, por exemplo.

A cada desafio concluído durante o jogo ou problemas resolvidos, o indivíduo pode desenvolver uma autoconfiança e ter experiências que também são valiosas para o processo de aprendizagem. Gitirana *et al.* (2012), ainda enfatizam que os jogos favorecem o desenvolvimento da autonomia cognitiva e afetiva, além de mudanças de estratégias frente ao objetivo do jogo, buscando outras maneiras de solucionar problemas enquanto jogador. No entanto, é preciso uma reflexão sobre a adequação do jogo em relação à faixa etária, pois se acontecer de o aluno ter derrotas sucessivas ou insucessos, isso pode levar a frustrações.

Se tratando de jogos didáticos, Fleming (2004) aponta para a mediação constante do professor no decorrer de jogos e a preocupação com a inserção dessa atividade no contexto mais global da classe. O professor deve estar atento para fazer relações do "antes" e do "depois", para que o jogo possa atingir os objetivos didáticos planejados. Sendo assim, o uso de jogos no ambiente escolar implica em uma definição clara dos objetivos que devem ser atingidos.

Jogo da Memória dos Gráficos Estatísticos "*MemoryGraph*"

O Jogo da Memória dos Gráficos Estatísticos "*MemoryGraph*" foi produzido para que os diferentes tipos de gráficos pudessem ser melhor assimilados pelos seus jogadores. Sugerimos que o jogo seja praticado por alunos do Ensino Fundamental e Médio durante os estudos de gráficos estatísticos. Os tipos de gráficos introduzidos no jogo podem ser adaptados de acordo com a faixa etária e o ano escolar.

Concebemos esse jogo como sendo de treinamento, pois seu objetivo é de auxiliar na fixação dos conceitos, propriedades, de cada gráfico estudado pelos alunos. Com essa abordagem, acreditamos que os alunos ao praticarem possam diminuir possíveis bloqueios em relação ao ensino de estatística na escola básica.

Os gráficos selecionados para o jogo são de notícias reais, contendo fonte, título, eixos, legenda. No jogo há duas cartas para cada tipo de gráfico, e para cada uma dessas cartas, existem outras com os nomes dos gráficos. Assim, para o jogador formar um par, tem que combinar uma carta com o desenho do gráfico e a outra carta com o nome do tipo desse gráfico. Por exemplo, se for virada uma carta com um gráfico de setores, a carta certa para a combinação, é a carta "Gráfico de Setores".

Figura 1.
Algumas cartas do Jogo da Memória dos Gráficos Estatísticos "MemoryGraph"

As demais regras são conforme um jogo da memória comum. Logo, ganha o jogo quem formar mais pares de cartas. É importante que, durante o jogo, as cartas sejam viradas e desviradas no mesmo lugar para que a "memória" dos jogadores esteja sempre ativada. Além disso, o jogador que formar um par corretamente, pode fazer outra jogada em seguida, até que não consiga formar pares e assim, passa sua vez.

É importante assinalar, também, que utilizamos em nossa proposta gráficos provenientes de informações estatísticas retiradas da mídia, trazendo informações estatísticas atuais e contextualizadas. Os tipos de gráficos utilizados nesse jogo são: setores, colunas, barras, linhas, dispersão, pictórico e histograma. Como há duas cartas para cada tipo de gráfico e para cada uma dessas cartas, uma carta com o nome do gráfico, o jogo contém então 28 cartas. Para uma adaptação, vale inserir outros tipos de gráficos ou até mesmo retirar, levando em conta os objetivos didáticos do jogo, conforme o planejamento do "antes" e do "após" o jogo com a turma.

Considerações Finais

A utilização de jogos como recursos didáticos necessitam de planejamento e adequação de acordo com o público alvo. Determinar os objetivos a serem alcançados a partir da atividade proposta, ajuda a justificar o uso do jogo em um ambiente escolar, como também na mediação do professor ao auxiliar nas dúvidas, questionamentos e impasses que surgirem ao longo do jogo.

Os jogos, além de proporcionarem diversão e descontração entre os alunos, podem também ser potenciais aliados na integração do estudante com o grupo, na negociação de regras a serem seguidas, propiciando discussões importantes de questões da vida em sociedade.

O Jogo da Memória dos Gráficos Estatísticos "*MemoryGraph"* tem a intenção de promover essa reflexão pedagógica e interação social, como também contribuir com a assimilação dos alunos em relação aos gráficos estatísticos, fazendo com que se atentem aos diferentes tipos de gráficos, as suas nomenclaturas e as características específicas de cada um deles.

Verifica-se, assim, no âmbito educacional, que o ambiente promovido com o uso desse jogo, possa servir como um ponto de partida do processo de ensino e aprendizagem no que tange o estudo dos gráficos estatísticos, ajudando na correta identificação e consequentemente, leitura e interpretação desses recursos tão utilizados não só na escola, como também em fontes de informações na sociedade.

Agradecimentos: O presente trabalho foi realizado com apoio da Fundação Banco do Brasil (FBB) por meio do Desafio Transforma/Projetos para Reaplicação de Tecnologias Sociais.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. *Base nacional comum curricular*. Versão Final para o Ensino Médio. Brasília, DF, 2018.

COUTINHO, C. Q. S.; SOUZA, F. S. Potencialidades do Uso do Geogebra e do R na Construção e Interpretação de Gráficos Estatísticos. *In*: SAMÁ, S.; PORCIÚNCULA, M. (Org). *Educação Estatística*: ações e estratégias pedagógicas no ensino básico e superior. 1ªed. Curitiba: CRV, 2015, v. 1, p. 121-132.

DÍAZ-LEVICOY, D.; BATANERO, C.; ARTEAGA, P.; LÓPEZ-MARTÍN, M. M. Análisis de los gráficos estadísticos presentados en libros de texto de Educación Primaria chilena. *Educação Matemática Pesquisa*, São Paulo, v. 17, n. 4, p. 715-739, 2015.

ENGEL, J.; RIDGWAY, J.; STEIN, F. W. Educación Estadística, Democracia y Empoderamiento de los Ciudadanos. *Paradigma*, v. 42, p. 1-31, 2021.

FRIEL, S.; CURCIO, F.; BRIGHT, G. Making Sense of Graphs: critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in Mathematics Education*, v. 32, n. 2, p. 124-158, mar. 2001.

FLEMMING, D. Criatividade e Jogos Didáticos. *In*: Encontro Nacional de Educação Matemática, 2004, Pernambuco. *ANAIS DO VIII ENEM*, 2004. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/files/viii/pdf/02/MC39923274934.pdf.

GAL, I. Adult's Statistical literacy: Meanings, Components, Responsabilities. *International Statistical Review*, n. 70, 2002. Disponível em: http://www.stat.auckland .ac.nz/~iase/cblumberg/gal.pdf.

GITIRANA, V.; TELES, R. A.; BELLEMAIN, P. M. B.; CASTRO, A. T.; CAMPOS, I.; LIMA, P. F.; BELLEMAIN, F. (Orgs.). *Jogos com Sucata na Educação Matemática*. 1. ed. Recife: Editora Universitária da UFPE, 2013.

PEREIRA, F. A.; SOUZA, F. S. O Exame Nacional do Ensino Médio e a construção do letramento e pensamento estatístico. *Educação Matemática Pesquisa*, São Paulo, v. 18, n. 3, p. 1319-1343, 2016.

PORCIÚNCULA, M. *LeME - Letramento Multimídia Estatístico*: Projetos de aprendizagem estatísticos na Educação Básica e Superior. Curitiba: Appris, 2022.

SAMÁ, S.; CAZORLA, I.; VELASQUE, L.; DINIZ, L.; NASCIMENTO, L. Reflexões sobre o papel da Educação Estatística na Formação de Professores no Contexto da Pandemia da Covid-19. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*, v. 13, n. 4, esp, p. 437-449, 2020. DOI: https://doi.org/10.17921/2176-5634.2020v1 3n4p437-449. Disponível em: https://seer.pgsskroton.com/index.php/jieem/article/vie w/8256.

Uma proposta para promover o desenvolvimento da noção de simetria naeducação da primeira infância

A Proposal to Promote the Development of The Notion of Symmetry in EarlyChildhood Education

Una propuesta para promover el desarrollo de la noción de simetría eneducación infantil

Carla Rosell Charles[66]
Universidad de Lleida
0000-0002-6465-0390

Yuly Vanegas[67]
Universidad de Lleida
0000-0002-8365-1460

Assumpta Estrada[68]
Universitat de Lleida
0000-0002-3595-9145

Joaquín Giménez Rodríguez[69]
Universitat de Barcelona
0000-0003-4609-1596

Modalidad: Poster
Núcleo Temático: Procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en lasdiferentes modalidades y niveles educativos.

Resumen

La enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en edades tempranas es un tema de interés para la investigación en Educación Matemática en la actualidad. El objetivo de este póster es presentar el diseño y construcción de una propuesta para la identificacióny caracterización de trayectorias de aprendizaje de la noción de simetría en niños de educación infantil. Se describe la estructuración y validación de un instrumento que permite reconocer, mediante actividades abiertas, manipulativas, dentro de un contexto artístico, niveles de comprensión de la simetría. Se constata que el conjunto de actividades planteadas permite reconocer diversos caminos seguidos por los niños en suaprendizaje de la noción de simetría.

Palabras clave: Aprendizaje de la simetría, trayectorias de aprendizaje, edadestempranas.

[66] crc8@alumnes.udl.cat
[67] yuly.vanegas@udl.cat
[68] assumpta.estrada@udl.cat
[69] quimgimenez@ub.edu

Abstract

The teaching and learning of mathematics at an early age is currently a topic of interest for research in Mathematics Education. The objective of this poster is to present the design and construction of a proposal for the identification and characterization of learning trajectories of the notion of symmetry followed by in preschool children. The structuring and validation of an instrument that allows recognizing, through open,manipulative activities, within an artistic context, levels of understanding of symmetryis described. It is verified that the set of proposed activities allows recognizing different paths followed by children in their learning of the notion of symmetry.

Keywords: Symmetry learning, learning trajectories, early ages.

Resumo

O ensino e a aprendizagem da matemática na primeira idade é atualmente um tema de interesse para pesquisas em Educação Matemática. O objetivo deste pôster é apresentara concepção e construção de uma proposta de identificação e caracterização de trajetórias de aprendizagem da noção de simetria seguida por em pré-escolares. Descreve-se a estruturação e validação de um instrumento que permite reconhecer, através de atividades abertas e manipulativas, dentro de um contexto artístico, níveis de compreensão de simetria. Verifica-se que o conjunto de atividades propostas permite reconhecer diferentes caminhos percorridos pelas crianças na aprendizagem da noção desimetria.

Palabras chave: Aprendizagem de simetria, trajetórias de aprendizagem, idades precoces.

Introducción

Promover un aprendizaje significativo de las nociones matemáticas en edades tempranas implica conocer, entre otros aspectos, las maneras como niños y niñas construyen su conocimiento y cómo significan determinado tipo de situaciones. Sabemos que el aprendizaje de las nociones geométricas es esencial, ya que brinda elementos relevantes para que los niños comprendan y describan, el entorno en el que se desenvuelven, así como diversos fenómenos. En este sentido, con la presente investigación se busca una aproximación a la manera como los niños aprenden ciertas nociones geométricas. De manera puntual, nos proponemos describir el proceso de elaboración de un instrumento para la caracterización de trayectorias de aprendizaje sobre la noción de simetría seguidas por niños de 5-6 años. Consideramos, como Sarama et al. (2021), que mediante la comprensión de las trayectorias de aprendizaje esposible mejorar las estrategias de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y favorecer el desarrollo del pensamiento matemático de los niños en esta etapa escolar.

Marco Teórico

Brenneman, et al. (2009) subrayan que los niños aprenden y desarrollan habilidades matemáticas desde una edad temprana. El conocimiento geométrico no se adquiere recibiendo información, ni consiste en reconocer determinadas formas y sabersu nombre correcto, implica desarrollar capacidades muy diversas en cada persona (Canals, 1997). Supone un largo proceso, que requiere: explorar, comparar, descomponer y recomponer, visualizar y expresar verbalmente e interiorizar. El ministerio de Educación y Formación Profesional (2022*)* indica que la matemática es una herramienta imprescindible para ayudar a los niños a conocer el entorno. Involucrar a los niños y niñas en actividades que implican cuantificar, medir, localizar haciendo predicciones, comprobaciones y generalizaciones posibilita el avance del simple conocimiento físico a la significación de nociones y llegar a la abstracción.

Además, de acuerdo con el NCTM (2000) la geometría es un tópico de las matemáticas que permite el desarrollo natural de las habilidades de razonamiento y justificación en los estudiantes, lo que es fundamental en la estructuración de supensamiento matemático. Según Canals (1997) hay tres nociones que son primordiales abordar con los niños desde las primeras edades: la posición, las formas y los cambios de posición y forma. La simetría es una parte fundamental de la geometría, de la naturaleza y de las formas. Se relaciona con la creación de patrones que ayudan a organizar nuestro mundo conceptual (Knuchel, 2004). Abordar la simetría desde edades tempranas ofrece oportunidades para conectar las matemáticas con el mundo real.

Por todo ello, consideramos necesario y relevante analizar cómo aprenden los niños las nociones geométricas y cómo enfrentan las tareas que implican una actividad geométrica. Particularmente, nos interesa caracterizar como aprenden niñas y niños la noción de la simetría, y de esta manera, construir oportunidades de aprendizaje basadasen sus necesidades y niveles de comprensión. Así pues, tomamos inicialmente como referencia: el modelo de niveles de razonamiento de Van Hiele (1989) y la propuesta de Clements y Sarama (2015) sobre las trayectorias de aprendizaje. Según estos autores, una trayectoria de aprendizaje comprende: una meta matemática; una progresión de desarrollo; y, un conjunto de tareas instructivas. Coincidimos con Rubio,Vanegas y Prat (2019) en que la comprensión de estas trayectorias puede ayudar a responder cuestiones relevantes de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: los objetivos que hay que establecer; por dónde empezar; como decidir la dirección del siguiente paso; y como conseguir este siguiente paso, entre otros.

Metodología

En el diseño del instrumento piloto se han considerado, aspectos relativos a la enseñanza y aprendizaje de las nociones geométricas en edades tempranas, así como los planteamientos de Clements y Sarama (2015) sobre las trayectorias de aprendizaje, para las formas y para la composición y descomposición de figuras 2D, y los niveles de razonamiento del modelo de Van Hiele (1986). Inicialmente, se realiza una adaptación de la trayectoria hipotética de aprendizaje considerando diferentes procesos asociados a la construcción de la noción de simetría. A partir de dicha adaptación se estructuran las actividades y se implementan las dos primeras con dos grupos de alumnos de P5 de una escuela pública catalana. Posteriormente, se analiza la pertinencia y claridad de las actividades. Se revisa el tipo de preguntas y los materiales utilizados. También se consideran las características de los dos grupos respecto a la interacción generada. Finalmente, se estructura una secuencia que consta de 16 actividades en la que se toma como contexto de significación diferentes producciones artísticas.

El producto que generó este estudio fue un instrumento para evaluar la trayectoria de aprendizaje de la simetría en niños de 5-6 años. El instrumento definitivo consta de 16 actividades. La estructuración del instrumento considera la progresión de desarrollo, unos objetivos de aprendizaje y las actividades que permiten identificar donde se sitúa cada alumno en la trayectoria de aprendizaje de la simetría. Acontinuación, en la Tabla 1 se presentan a manera de ejemplo dos de las tareas que configuran el instrumento.

Tabla 1.

Extracto del instrumento para evaluar trayectorias de aprendizaje de la simetría (5-6 años)

	Objetivo	**Tarea**	**Descripción**	**Imagen**	**Dialogo**
A_1	Introducir un conjunto de obras artísticas como provocación de hallazgos de nociones geométricas	Discusión inicial sobre las percepciones y emociones evocadas	Los niños/as hablan sobre las obras artísticas y su significado		¿Por qué has elegido ese cuadro? ¿Qué crees que ha querido plasmar el pintor?
A_{13}	Determinar si los niños/as identifican los elementos que rompen la simetría	Exploración y discusión sobre los detalles que no son simétricos	Los alumnos reconocen y señalan los elementos que rompen la simetría.		¿Hay algún elemento que hace que la imagen no sea igual en todos los lados? ¿Cuál es? ¿Si ponemos el espejo cuantas colas tendrá?

Este instrumento está diseñado para implementarse en el aula tanto de forma individual como en pequeños grupos o en gran grupo. En nuestro caso, en las implementaciones realizadas se preguntó a los niños acerca de las decisiones y/o estrategias que iban realizando cuando desarrollaban cada una de las actividades.

Resultados y/o conclusiones

El trabajo geométrico en Educación Infantil es escaso y casi siempre se limita al reconocimiento de formas y a la repetición de sus nombres. En este estudio se describe una propuesta estructurada y validada que muestra un camino posible a seguircon los niños para ayudarles en el aprendizaje de una noción poco explorada en educación infantil: la simetría.

Los resultados indican que la secuencia planteada sigue un camino hipotético por el cual los niños de educación infantil pueden progresar en su aprendizaje de la noción de simetría. Tal y como lo plantean Clements y Sarama (2009) pensamos que configurar una secuencia de aprendizaje organizada a partir del enfoque de las trayectorias de aprendizaje, no sólo posibilita una mejor estructuración y organización de las actividades, sino considerar las posibles formas de razonamiento y/o prever dificultades que los niños y niñas pueden tener en la construcción de su conocimiento geométrico. Por tanto, este instrumento también se constituye en una herramienta para la valoración. Además, la identificación de los caminos seguidos por los niños son una fuente importante para el diseño y/o adecuación de propuestas ricas que brinden oportunidades a los niños para progresar en sus procesos de aprendizaje.

Destacar que plantear actividades abiertas, experimentales, centradas en eldiálogo con los niños y enmarcadas en un contexto artístico, ofrece a investigadores y maestros reconocer la diversidad de maneras como los niños interpretan determinadas situaciones, lo que muchas veces es limitado en tareas cerradas y de "lápiz y papel".

La implementación de instrumentos como el descrito tal y como lo plantean Vanegas, Prat y Rubio (2019) permite contar con diferentes tipos de evidencias para aproximarse de una mejor forma a las comprensiones de los niños, identificando sus acciones, diálogos, explicaciones, producciones y los razonamientos asociados.

Referencias

Brenneman, L., Stevenson-Boyd, J., y Frede, E. (2009). Math and science in preschool: Policies and practice. *Preschool Policy Brief, 19, 1-12.*

Canals, M.A. (1997). Geometría en las primeras edades escolares. Suma- *Revista parala enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, 25, 32.*

Clements, D. H., i Sarama, J. (2015). *El aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas a temprana edad: El enfoque de las trayectorias de aprendizaje*. Learning Tools LLC.

Clements, D. H.; Sarama, J. (2009). *Learning and teaching early math: The learning trajectories approach.* Routledge.

Fernández, I. y Reyes, E. (2003). *Geometría con el hexágono y el octógono.* Granada: Proyecto Sur.

Giménez, J.; Vanegas, Y. (2019). Contextualizações de transformações geométricas na Educação Infantil. *Perspectivas da Educação Matemática,* 12(28), 56-73.

Knuchel, C. (2004). Teaching symmetry in the elementary curriculum. The Montana Mathematics Enthusiast, 1(1), 3-8.

Ministerio de Educación y Formación Profesional (2022*). Real Decreto 95/2022, de 1 de febrero, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas mínimas de laEducación Infantil.* BOE-A-2022-1654.

National Council of Teachers of Mathematics - NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics.* Reston, VA: National Council of teacher of Mathematics.

Rubio, A.; Vanegas, Y.; Prat, M. (2019). Herramienta para evaluar trayectorias de aprendizaje de la medida de longitud en niños de 6-8 años. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia,* 7(2), 76-86.

Sarama, J., Clements, D. H., Barrett, J. E., Cullen, C. J., Hudyma, A., y Vanegas, Y. (2021). Length measurement in the early years: teaching and learning withlearning trajectories. *Mathematical Thinking and Learning*, 1-24. Doi:10.1080/10986065.2020.1858245

Van Hiele, P. M. (1986). *Structure and Insight. A Theory of Mathematics Education.* Academic Press.

O jogo dos discos na aprendizagem de probabilidade: desenvolvendo o pensamentoe cálculo de probabilidades por meio da experimentação

Disc play in probability learning: developing probabilistic thinking and calculusthrough experimentation

Juego de discos en el aprendizaje de probabilidades: desarrollo del pensamiento yel cálculo de probabilidades a través de la experimentación

Anderson Luiz Lunardelli[70]
Instituto Federal da Bahia - IFBA
https://orcid.org/0000-0003-0461-5208

Modalidade: Pôster
Núcleo Temático: Processos de ensino e aprendizagem da Matemática em diferentes modalidades e níveis educacionais.

Resumo

A presente pesquisa trata-se da aplicação e análise de uma sequência didática para o ensino de alguns conceitos de Probabilidade. Tal sequência foi elaborada pelo professor-pesquisador e autor inspirado pelo experimento chamado Jogo dos Discos. Essa sequência didática será aplicada em três turmas de alunos da segunda série do Ensino Médio em uma escola do estado de São Paulo. Espera-se, através da aplicação das sete atividades que compõem essa sequência didática, desenvolver conceitos de eventos aleatórios ou não aleatórios, espaço amostral, cálculo de probabilidade simples e complementar e propor aos alunos a comparação entre o experimento feito em pequena e larga escala, por meio da análise das variações das probabilidades entre eles, bem como apresentaraplicações e um panorama histórico sobre a origem dos estudos da probabilidade. O uso de uma sequência didática diferente da tradicional possibilita ao professor- pesquisador eautor identificar os saberes desenvolvidos utilizando estratégias como história em quadrinhos, história da matemática e o jogo propriamente aplicado em um ambiente escolar, a fim de evidenciar potencialidades, pontos de atenção e, acima de tudo, inspiraroutros professores a utilizarem esta sequência didática como recurso em sala de aula.

Palavras-chave: *Jogo dos Discos, Experimento, Probabilidade, Ensino Médio.*

Abstract

The present research deals with the application and analysis of a didactic sequence for the teaching of some concepts of Probability. This sequence was elaborated by the professor-researcher and author inspired by the experiment called Game of Discs. This didactic sequence will be applied in three classes of students in the second grade of high school ina school in the state of São Paulo. It is expected, through the application of the seven activities that make up this didactic sequence, to develop concepts of random or non-
random events, sample space, simple and complementary probability calculation and propose

[70] andersonluizlunardelli@gmail.com

to students the comparison between the experiment carried out on a small and large scale, through the analysis of the variations of probabilities between them, as well as presenting applications and a historical overview on the origin of probability studies. The use of a didactic sequence different from the traditional one allows the teacher- researcher and author to identify the knowledge developed using strategies such as comics, history of mathematics and the game itself applied in a school environment, in order to highlight potentialities, points of attention and, above all, to inspire other teachers to use this didactic sequence as a resource in the classroom.

Keywords: *Disc Game, Experiment, Probability, High School.*

Resumen

La presente investigación trata de la aplicación y análisis de una secuencia didáctica parala enseñanza de algunos conceptos de Probabilidad. Esta secuencia fue elaborada por el profesor-investigador y autor inspirado en el experimento llamado Juego de Discos. Estasecuencia didáctica será aplicada en tres clases de estudiantes del segundo grado de secundaria de un colegio del estado de São Paulo. Se espera, mediante la aplicación de las siete actividades que componen esta secuencia didáctica, desarrollar conceptos de eventos aleatorios o no aleatorios, espacio muestral, cálculo de probabilidad simple y complementaria y proponer a los estudiantes la comparación entre el experimentorealizado en un pequeña y gran escala, a través del análisis de las variaciones deprobabilidades entre ellas, además de presentar aplicaciones y un recorrido histórico sobreel origen de los estudios de probabilidad. El uso de una secuencia didáctica diferente a latradicional permite al docente-investigador y autor identificar los conocimientos desarrollados utilizando estrategias como la historieta, la historia de las matemáticas y eljuego mismo aplicado en un ambiente escolar, con el fin de resaltar potencialidades, puntos de atención y, sobre todo, inspirar a otros profesores a utilizar esta secuencia didáctica como recurso en el aula.

Palabras clave: *Juego de Disco, Experimento, Probabilidad, Escuela Secundaria.*

Introdução

Os conhecimentos sobre a probabilidade são fundamentais para a compreensão dos fenômenos naturais e do cotidiano. Sendo assim, a aprendizagem da probabilidade tem um papel de grande importância no cenário escolar, principalmente, na área de Matemáticas e suas Tecnologias (CAETANO, 2013).

A aprendizagem de probabilidade é citada em diversos documentos educacionais oficiais. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) sugerem que o desenvolvimento da temática probabilidade seja abordado por meio de situações de aprendizagem que orientem os estudantes a coletar, organizar e analisar informações (BRASIL, 2000).

Na Matriz de referência para o Enem, tem-se que, ao final do Ensino Médio, é esperado que o discente tenha desenvolvido a competência de "Compreender o caráter aleatório e não-determinístico dos fenômenos naturais e sociais e utilizar instrumentos adequados para medidas, determinação de amostras e cálculos de probabilidade para interpretar informações de variáveis apresentadas em uma distribuição estatística." (BRASIL- Matriz de referência, 2015, p. 17).

Na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), a competência 3 aponta a probabilidade dentre "as habilidades indicadas para o desenvolvimento da competência que estão relacionadas à interpretação, construção de modelos, resolução e formulação deproblemas matemáticos" (BRASIL, 2018, p. 527).

Apesar da importância da aprendizagem da probabilidade citada anteriormente, ainda se tem um baixo desempenho dos alunos do Brasil em relação ao tema. Segundo orelatório do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) do ano de 2017, apenas 21,7% dos estudantes conseguem compreender a probabilidade da ocorrência de um evento simples ou independente e da união de eventos (BRASIL, 2017).

Partindo do pressuposto de Silveira (2009, p.12) que afirma que "Pesquisar, portanto, é buscar ou procurar resposta para alguma coisa" e pensando no contexto da importância da aprendizagem da probabilidade, surgiu a questão: "Como promover a melhor aprendizagem de probabilidade desde pensar o histórico e tomada da decisão atéo cálculo de probabilidades simples e complementar, em suas diferentes formas de representação?"

A fim de buscar uma resposta mais inovadora, pensou-se na proposta da realizaçãodo trabalho de pesquisa intitulado: O jogo dos discos na aprendizagem de probabilidade: desenvolvendo o pensamento e cálculo de probabilidades por meio da experimentação. Como aponta Alcântara (2014, p. 20), "Dentro do universo dos saberes matemáticos, é relevante a necessidade de se adotarem métodos de aprendizado ativo e interativo (jogos,experimentos, debates, etc.)."

Além disso, vale ressaltar que:

> O Jogo dos Discos desempenha um papel importante no aprendizado do conceito de probabilidade, pois possibilita, através de uma atividadelúdica e investigativa, uma comparação de mais de uma maneira de secalcular a probabilidade de ocorrência de um determinado evento. (DANTAS,2013, p.27)

Partindo desses princípios, a pesquisa será realizada por meio de sequência didática referente ao experimento “Jogo dos Discos” presente no livro “Jogo dos discos: módulo I” (CAETANO,2013) e será aplicada em três turmas da segunda série do Ensino Médio em uma escola da rede privada ou pública do estado de São Paulo. Durante e após a aplicação, será feita uma análise de como acontece o processo de ensino e aprendizagem de probabilidade levando em conta a visão dos alunos e do professor -pesquisador autor deste trabalho.

Referencial teórico

A revisão da literatura foi feita de forma narrativa, através da análise e prática guiada pelo livro Jogo dos discos, módulo I (CAETANO,2013), que é a base para a criação das atividades presentes na pesquisa.

A estruturação e parte das reflexões seguem a proposta de exploração de conceitos de probabilidade por meio de metodologias investigativas a fim de demonstrar a importância do conhecimento de probabilidade na formação cognitiva do aluno por meio de uma reflexão teórico-prática à luz de atividades lúdicas em destaque ao jogo dos discos(DANTAS,2013).

A proposta das atividades é adentrar, desenvolver e explorar conceitos de probabilidades por meio da sequência didática do Jogo dos Discos, que se baseia em calcular a probabilidade de um disco cair, ou não, no tabuleiro, dentro do quadriculado determinado pelo jogo (ALBURQUERQUE, 2015).

Na busca de estimular o desenvolvimento dos alunos, principalmente pensando em um aprofundamento dos conceitos de probabilidades que trazem do ensino fundamental e com a finalidade de aprofundar e explorar conceitos e teorias além de mostrar aplicações práticas, o uso de jogos se mostrou eficaz e dinamizou as aulas ao tornarem os alunos protagonistas do desenvolvimento dos saberes (ALCÂNTARA,2014).

A sequência didática segue em busca de uma interação dos objetivos alcançados pelo experimento com a aprendizagem a ser atingida, que é apontada pelos documentos oficiais da educação, com foco em três deles: Parâmetros curriculares nacionais (PCN), Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e Base Nacional na Matriz de referência para o Enem.

Valendo ressaltar que, na pesquisa, também será observado se as habilidades apontadas pelo Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb) foram desenvolvidas durante a aplicação do experimento.

Para fundamentação da sequência didática, foram definidos dois tipos de questionamentos, sendo eles questões objetivas e questões dissertativas, isto é, os dados a serem coletados são mistos, qualitativos e quantitativos, uma vez que eles fornecem informações que se complementam (Quadro 1).

Quadro 1.
Comparação dos aspectos da pesquisa qualitativa com os da pesquisaquantitativa. (Fonte: SILVEIRA, ,2009, p. 33)

Aspecto	**Pesquisa Quantitativa**	**Pesquisa Qualitativa**
Enfoque na interpretação do objeto	Menor	Maior
Importância do contexto doobjeto pesquisado	Menor	Maior
Proximidade do pesquisador em relação aos fenômenos estudados	Menor	Maior
Quantidade de fontes de dados	Uma	Várias
Ponto de vista do pesquisador	Externo à organização	Interno à organização
Quadro teórico e hipóteses	Definidas rigorosamente	Menos estruturadas

A coleta de dados acontecerá por questionários mistos a fim de complementar a pesquisa de dados e verificação do alcance dos objetivos previstos no presente projeto.

Com base na forma de como foi feita a coleta de dados é possível observar que osdados qualitativos terão maior destaque, todavia os dados também serão quantitativos uma vez que como afirma Zanella (2013, p.96) “A pesquisa quantitativa é apropriada para medir tantas opiniões, atitudes e preferências como comportamentos”.

A coleta de dados quantitativos será utilizada principalmente com a finalidade de quantificar a opinião dos grupos participantes do experimento perante algumas questões,cujas respostas poderão ser analisadas partindo apenas de alguns parâmetros previamentedefinidos para a pesquisa, pois como aponta Zanella (2013, p. 102) “A maioria dos pesquisadores qualitativos parte de questões ou focos de interesse mais amplos, que vão se tornando mais específicos à medida que transcorre a investigação”

Após a coleta dos dados, estes serão transcritos e as respostas das questões objetivas serão analisadas por meio da frequência relativa, por meio de tabelas e conclusões do professor-pesquisador e autor.

Em relação ao tratamento das questões dissertativas, optou-se por utilizar aAnálise do Conteúdo por ser uma técnica de investigação confiável e com maior aceitaçãoe utilização em trabalhos de investigação educacional, quando se trata de dados qualitativos (OLIVEIRA *et al*., 2003).

A análise do conteúdo baseia-se na categorização de dados classificados e reduzidos (LIMA; PACHECO, 2006) por meio da escolha de categorias que serão criadasa partir da análise dos indicadores coletados nas atividades entregues pelos alunos. Essascategorias se referem a palavras ou frases curtas que melhor possibilitam a associação dos indicadores que possuem interpretação similares, porém estão escritos de formas diferentes (BARDIN, 2011). Sendo assim, a proposta será analisar e comparar as diferentes respostas coletadas e produzir categorias que possibilitem uma análise mais significativa de quais conclusões os grupos chegaram (FRANCO, 2005).

Contexto e Método

A pesquisa será uma investigação com dados quantitativos e qualitativos a serem coletados de alunos de três turmas do 2º ano do Ensino Médio, na faixa etária de 15 a 16 anos, sendo duas turmas do período da manhã e uma do período da tarde no ano de 2022.A escolha dessas turmas foi devido ao conteúdo abordado na presente pesquisa.

Para essa sequência didática, a proposta é desenvolver os conceitos de probabilidade, sendo ela o primeiro contato no Ensino Médio dos alunos com esse tema.No decorrer das atividades, a proposta é desenvolver os conceitos de tipos de eventos, espaço amostral, probabilidade simples e complementar, cálculo de probabilidades e suasdiferentes formas de representação (fracionária, decimal e percentual).

Sendo assim, no desenvolvimento da pesquisa, os alunos serão divididos em grupos de aproximadamente cinco ou seis integrantes e receberão fichas com as orientações de atividades, as quais deverão preencher e entregar ao professor-pesquisadore autor deste trabalho para que a análise das evidências coletadas aconteça.

Referências

ALBUQUERQUE, R. R. C. **O jogo dos discos: o uso da experimentação como suportepara o ensino da probabilidade**. 2015. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Rio Grande do Norte.

ÂLCANTARA, R. R. **Probabilidade Geométrica em Lançamentos Aleatórios. 2014. 43f**. 2014. Tese de Doutorado. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemáticaem Rede Nacional) –Centro de Ciências da Natureza, Universidade Federal do Piauí, Teresina, Piauí.

BARDIN, L. Análise de Conteúdo/Laurence Bardin. **Tradução Luís Antero Reto, Augusto Pinheiro. São Paulo: Edições**, v. 70, 2011.

BRASIL, MEC. Base nacional comum curricular. **Brasília-DF: MEC, Secretaria de Educação Básica**, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs). Ensino Médio - Parte III** - Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias.Brasília :Mec 2000.

BRASIL. PDE. **Plano de Desenvolvimento da Educação: SAEB: ensino médio:matrizes de referência, tópicos e descritores**. Brasília: MEC, SEB; Inep, 2017.

BRASIL. **Ministério da Educação. Matriz de referência Enem - Área de Matemáticae suas tecnologias.** Brasília, 2015.

CAETANO, PAS; PATERLINI, R. R. **Jogo dos discos : módulo I**. -- Cuiabá, MT: Central de Texto, 2013. -- (Matem@tica na pr@tica. Curso de especialização em ensinode matemática para o ensino médio).

DANTAS, E. A. et al. **Probabilidade: uma reflexão teórico-prática no ensino da matemática. 2014. 89 f**.2014. Trabalho de Conclusão de Curso (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Federal de Campina Grande, Centrode Ciências e Tecnologia, Campina Grande, Paraíba.

FRANCO, M. **Análise de Conteúdo**. – Brasília, 2ª ed. Liber Livro Editora. 2005.

LIMA, J.; PACHECO, J. A. Fazer investigação: contributos para a elaboração de dissertações e teses. **Porto: Porto Editora**, v. 105, p. 125, 2006.

MARTINS, V.; SANTOS, E.; DA SILVA, E. F. D. A educação online e os desenhos didáticos com interfaces móveis: autorias em ambientes virtuais de aprendizagem web e aplicativos. **Debates em educação**, v. 12, n. 27, p. 785-804, 2020.

DE OLIVEIRA, E. et al. Análise de conteúdo e pesquisa na área da educação. **Revista diálogo educacional**, v. 4, n. 9, p. 1-17, 2003.

GERHARDT, T. E; SILVEIRA, D. T. **Métodos de pesquisa**. coordenado pela Universidade Aberta do Brasil–UAB/UFRGS e pelo Curso de Graduação Tecnológica–Planejamento e Gestão para o Desenvolvimento Rural da SEAD/UFRGS. Porto alegre: Editora da UFRGS, v. 2, n. 0, p. 0, 2009.

ZANELLA, L. C. H. **Metodologia de pesquisa** – 2. ed. reimp. – Florianópolis: Departamento de Ciências da Administração/UFSC, 2013.

Tangram: uma proposta didática para professores utilizando diferentesrepresentações.

Tangram: a didactic proposal for teachers using different representations.

Tangram: una propuesta didáctica para docentes utilizando diferentesrepresentaciones.

Juliana Aparecida Ribeiro de Oliveira[71]
Universidade Federal do Rio Grande do Sul
0000-0002-2831-6598

Vanusa Braz[72]
Universidade Federal do Rio Grande do Sul
0000-0002-9323-1718

Modalidade: Pôster
Núcleo Temático: Processos de ensino e aprendizagem da Matemática em diferentes modalidades e níveis educacionais.

Resumo

Este artigo é um relato com sugestões de atividades diversificadas utilizando o Tangramno Ensino Fundamental. O quebra-cabeça é um potente recurso para trabalhar diferentesconceitos matemáticos tais como: ponto médio, área, perímetro e ângulos e também explorar a ideia de frações e porcentagem. Desenvolvemos uma sequência didática, buscando promover a aprendizagem dos alunos e a percepção ampla das transformações dos registros: figural e geométrico no ensino da Geometria. O referencial teórico utilizado é baseado na teoria dos registros de representação semiótica de Duval.

Palavras-chave: Tangram, Geometria Plana, Geogebra, Representações semióticas.

Abstract

This article is a report with suggestions for diversified activities using Tangram in Elementary School. The puzzle is a powerful resource to work with different mathematical concepts such as: midpoint, area, perimeter and angles and also explore the idea of fractions and percentage. We developed a didactic sequence, seeking to promote student learning and the broad perception of the transformations of records: figural and geometric in the teaching of Geometry. The theoretical framework used is based on Duval's theory of semiotic representation registers.

Keywords: Tangram, Plane Geometry, Geogebra, Semiotic Representations.

Resumen

Este artículo es un relato con sugerencias de actividades diversificadas utilizando el Tangram

[71] julianarmat@gmail.com
[72] professoravanusabraz@gmail.com

en la Enseñanza Fundamental. El rompecabezas es un recurso potente para trabajar diferentes conceptos matemáticos tales como: punto medio, área, perímetro y ángulos y también explorar la idea de fracciones y porcentaje. Desarrollamos unasecuencia didáctica, buscando promover el aprendizaje de los alumnos y la percepción amplia de las transformaciones de los registros: figural y geométrico en la enseñanza de la Geometría. El referencial teórico utilizado se basa en la teoría de los registros de representación semiótica de Duval.

Palabras clave: Tangram, Geometría Plana, Geogebra, Representaciones Semióticas.

Introdução

Pensamos em apresentar uma proposta de sequência didática, utilizando o Tangram em material concreto e também recursos tecnológicos como jogos online e o software Geogebra. No sentido de possibilitar aos alunos diferentes registros figurais e geométricos, buscando uma percepção ampla das representações e suas transformações semióticas, com base na Teoria dos Registros Semióticos de Duval.

Consideramos o Tangram um potente material para o ensino de conceitos de Geometria Plana, pois ele possibilita explorar propriedades das figuras e regularidades em sua manipulação e sobreposição, contribuindo com a promoção da aprendizagem dos estudantes.

> Não se sabe quando o Tangram foi inventado, [...]. Certamente, o Tangram é anterior a 1813, quando encontramos um primeiro registro escrito a respeito dele em um livro chinês que contém cerca de 300 figuras construídas com as sete peças (SMOLE, 2014, p.96).

O objetivo da atividade consistiu em proporcionar aos estudantes o estudo da geometria plana por meio do Tangram. Explorando conceitos e propriedades de forma lúdica e envolvendo os estudantes de maneira gradativa. Inicialmente foi proposto que eles criassem o Tangram por meio de dobraduras, observando as proporções e manipulando as peças. Após fazer o registro no caderno, utilizando régua. Observar as figuras, suas formas e tamanhos. Em seguida no jogo online eles deveriam encaixar as peças do quebra-cabeça, formando diferentes figuras Depois destas atividadesexploratórias no Geogebra, deveriam recriar as figuras, aprendendo novos comandos e reconstruindo as figuras, observando suas relações neste ambiente de aprendizagem.

As Diversas Estratégias com o Tangram

Realizou-se uma busca no Banco de Teses e Dissertações da CAPES a fim de verificar abordagens e práticas já realizadas com o Tangram e com o Geogebra. Optou-se pelas dissertações de Rempel (2021) e Novak (2018), que também tinham como aporte o referencial teórico de Duval.

O trabalho de Rempel (2021) é uma pesquisa bibliográfica e de caráter qualitativo, a pesquisadora analisou três coleções de livros didáticos do Ensino Fundamental, anos finais. Ela constatou que as atividades propostas nos livros utilizamo tangram como figura heurística[73] ou recurso, propiciando a mobilização de diferentes olhares e apreensões geométricas, indo ao encontro da proposta de Duval para o ensino de geometria.

Novak (2018) descreve a geometria como uma área da Matemática rica em possibilidades para o desenvolvimento cognitivo, mas conforme sua percepção, nem sempre é valorizada para tal fim. A pesquisa tem como aporte teórico a teoria dos Registros de Representações Semióticas de Duval, que evidencia atividades cognitivas referentes ao desenvolvimento do pensamento geométrico.

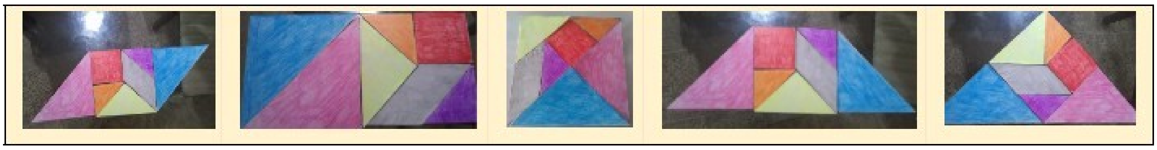
O objetivo da pesquisa consistiu em apontar contribuições referentes ao uso do Geogebra para o trabalho com a Geometria no que diz respeito ao estímulo da visualização de características envolvendo figuras geométricas, indicando quais atividades cognitivas específicas da Teoria de Duval foram presentes. O estudo foi realizado com uma turma dos anos finais de uma escola pública. A pesquisa buscou verificar de que forma é possível estimular o desenvolvimento de atividades cognitivas segundo Raymond Duval com a utilização do software em atividades de geometria. Constatou-se que, por meio do GeoGebra, as explorações das figuras geométricas são eficientes e favorecem o estabelecimento de conjecturas, consequentemente, as apreensões, olhares e a desconstrução dimensional são requisitados.

Os alunos construíram o Tangram utilizando papel e tesoura, por meio de dobradura. Eles pintaram, manipularam, identificaram e analisaram suas formas e tamanhos, iniciando intuitivamente a noção de área. Foi sugerido vários exercícios para explorar os conceitos de geometria. Eles iriam “criar novas possibilidades" e construir novas figuras e desenhos utilizando as peças livremente. Sugerimos como atividade construir: um

[73] Para FLORES e MORETTI, (2004, p. 1) heurística quer dizer, olhá-la de outros modos, sob outras configurações, o que implica na correspondência entre a visão de uma seqüência de sub-figuras pertinentes, a união destas sub-figuras formando um todo, e ainda, a correspondência da figura e o texto.

paralelogramo, retângulo, quadrado, trapézio e um triângulo, utilizando as sete peças do quebra-cabeça.

Figura 1.
Figuras geométricas feitas com o Tangram (Arquivo pessoal)



Foi solicitado a representação das construções no caderno de aula. Os alunos notaram que não foi simples reconstruir o quadrado depois que as peças foram recortadas e coloridas. Observou-se que, por não ter eixo de simetria, o paralelogramo foi a peça mais difícil de ser encaixada. O professor pode sugerir uso do Jogo Tangram Online disponível no site Rachacuca[74] para construir algumas figuras planas com as sete peças, pois explora uma proposta diferente, a manipulação das figuras, já que apresenta apenas o contorno da imagem, devendo encaixá-las.

De acordo com Papert (2008) tanto a geometria quanto a aprendizagem podem ser objetos de prazer. Os jogos, videogame trazem diversão e outras formas de aprender.Por isso, que o computador é importante para dar autonomia intelectual ao estudante a partir dos primeiros anos de escolarização.

De forma lúdica a criança vai explorando o material e criando várias possibilidades de imagens. Ao se familiarizar com o jogo o aluno de forma intuitiva vai observando as figuras geométricas, suas formas e características, inclusive percebendo noções de proporção, convergindo para as ideias de Fainguelernt e Nunes, quando afirmam que:

> Muitas outras atividades poderão ser realizadas com esse jogo, envolvendo temas como frações, proporcionalidade, ângulos, semelhança, congruência, área, perímetro, simetrias, entre outras noções matemáticas. Além disso, com esse quebra-cabeça podemos desenvolver muitas habilidades, como a visualização, a percepção espacial e a análise das figuras (2015, p.58).

Há inúmeras possibilidades pedagógicas com este material, pois é um recurso diferenciado e de fácil construção. A seguir, compartilhamos outra estratégia didática utilizando

[74] Disponível em: https://rachacuca.com.br/raciocinio/tangram/32/. Acesso em: 5 jul. 2022.

o Geogebra.

Utilizando o Tangram no Geogebra

Geometria é uma área da Matemática que estuda formas, tamanhos e posições relativas de figuras com as propriedades dos espaços. Ao observar as formas dosobjetos, podemos identificar, classificar, comparar e explorar essas formas para reconstruir conceitos. O ambiente dinâmico possibilita que os estudantes formulem hipóteses e estratégias de resolução, seguidas da experimentação e da análise do resultado obtido, permitindo o desfazer, ou refazer e o compartilhamento de experiências entre os colegas. E, neste contexto de promoção da autonomia e do protagonismo dos estudantes, verificamos que:

> Os ambientes de Geometria Dinâmica oferecem instâncias físicas que possibilitam uma representação dinâmica refletindo nos processos cognitivos, mais especificamente relacionados às concretizações mentais, diferentes dos sistemas utilizados historicamente por matemáticos e educadores matemáticos que têm como forma de representação do conhecimento matemático um caráter estático. Observa-se isso, nos livros ou em uma aula 'clássica' de matemática .(FIOREZE, 2016, p. 83).

A metodologia proposta nas atividades com o Geogebra está baseada na teoria de Duval (1998) que enfatiza:

> Os softwares de Geometria dinâmica são superiores ao uso do lápis e papel, pois a sua utilização dissocia a intenção de traçar e o resultado da produção do desenho. Ou seja, para traçar determinada figura, os sujeitos devem explicitar, em sua construção, uma propriedade geométrica antes de traçar umobjeto sobre a tela.

Embora acreditamos que o software explore outras habilidades de raciocínio diferente da construção e manipulação do Tangram em papel, ambas propostas complementam-se, pois são diferentes maneiras de representar os mesmos objetos geométricos.

Duval (2003) ressalta que o objeto matemático não pode ser confundido com a representação semiótica utilizada para representá-lo e diz que mesmo não tendo acesso ao objeto matemático, sabemos que o objeto pode ser representado de diversas maneiras. Nesse contexto, relatamos o fato de que, muitos estudantes olham para o desenho de um quadrado e o identificam como quadrado, mas pensam se tratar de um losango, caso a figura esteja inclinada. Isso ocorre porque os estudantes estão noprocesso de apropriação dos componentes figural e conceitual.

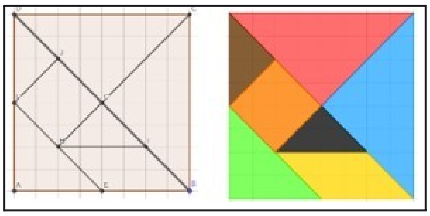
Ao propor que os alunos recriem o quebra-cabeças no software Geogebra, pretende-se explorar outros conceitos de geometria plana, tais como: ponto médio, área, perímetro, ângulos e também explorar a ideia de frações e porcentagem.

Então, no planejamento da atividade, elaboramos um roteiro[75] com instruções, com o intuito de auxiliar a utilização dos alunos iniciantes no software, bem como tornar a atividade mais acessível, considerando a diversidade da sala de aula.

> De modo geral, as gêneses pessoal e profissional são processos que ocorrem simultaneamente, mas a primeira é condição para a segunda, já que não é possível, por exemplo, criar planos de aula envolvendo um software, sem quesaiba utilizar o software no contexto pessoal, pelo menos em algum nível básico. (GRAVINA, LIMA, STORMOWSKI, 2015).

No sentido de instigar os estudantes a criar suas próprias estratégias de resolução, foram propostas questões com base na imagem obtida na construção do Geogebra.

Figura 2.
Tangram construído no Geogebra (Arquivo pessoal)



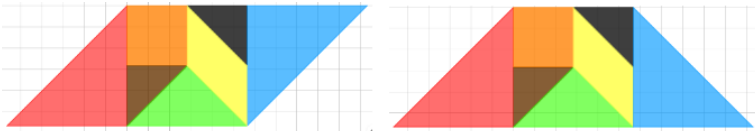
Quantas peças vermelhas seriam necessárias para ocupar o espaço do quebra-cabeças? Qual é a fração do jogo representada por uma peça vermelha? Considerando as peças laranja, verde e amarela, qual delas ocupa o maior espaço no jogo? Quantas vezes a peça verde cabe na peça azul? Qual é a fração do jogo que a peçaverde representa? Quantas vezes a peça preta cabe na peça laranja? Qual é a fração do jogo representada pela peça preta? O que as peças marrom e preta têm em comum? Qual é a fração do jogo representada por uma peça vermelha e uma azul? Meça a áreade cada figura utilizando a função "área" e confira as suas respostas. Construa um triângulo usando: 2, 3, 4, 5 e 7 peças. Construa um retângulo usando: 2, 3, 4, 5 e 7 peças.

Após a construção do quadrado, dando continuidade à atividade, no sentido de explorar

[75] https://www.geogebra.org/classic/xs3j8ug4

outras possibilidades do tangram no Geogebra, será que os estudantes conseguiriam construir o paralelogramo e o trapézio?

Figura 3.
Figuras geométricas feitas com o Tangram no Geogebra (Arquivo pessoal)



Conclusões

Nosso relato está terminando, mas as potencialidades de trabalho pedagógico com o Tangram não. Os estudantes apresentaram engajamento tanto nas tarefas de medir, pintar, recortar, dobrar, como também nas atividades virtuais.

Para Duval (2003) as representações semióticas são produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representação que tem inconvenientes próprios e de significação e de funcionamento. Uma figura geométrica, um enunciado, uma fórmula, um gráfico são representações semióticas diferentes. Elas são igualmente essenciais à atividade cognitiva do pensamento. É necessário na atividade matemática, poder mobilizar muitos registros de representação semiótica (figuras, gráficos, escritas simbólicas, língua natural, etc…) no decorrer de um mesmo passo, o aluno poderá escolher um registro no lugar do outro o que dará mais autonomia.

Assim, durante nosso trabalho pensamos nas três atividades cognitivasfundamentais ligadas à semiose: inicialmente buscamos uma representação identificável ao construir o Tangram no papel. Depois o tratamento de umarepresentação ao fazer um novo registro no caderno, utilizando outros recursos como régua e lápis e a conversão para um ambiente virtual. Onde o diálogo com os demais colegas e os conceitos dos objetos são importantes nesta etapa de construção. Acreditamos que esse relato poderá contribuir para a formação de professores, tendo em vista as diversas possibilidades de conhecimentos matemáticos que podem ser abordados com o uso do Tangram. A metodologia sugerida, baseada na teoria de Duval explora as diferentes representações para uma compreensão mais ampla.

Referências

Duval, R. (1998). Geometry from a cognitive point of view. In: Mammana, C.; Villani, V.

(Org.). Perspectives on the teaching of geometry for the 21 st Century: an ICMI study. Dordrecht: Kluwer, p. 37-52.

Duval, R. (2003). Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática: Aprendizagem em Matemática. 2. Ed. Campinas: Papirus.

Duval, R. (2003). Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo do pensamento Revemat: Papirus. Tradução: Méricles Thadeu Moretti.

Fainguelernt, E. K.; Nunes, K. R. A. (2015). Fazendo arte com a matemática. Porto Alegre: Penso.

Fioreze, L. A. (2016). Rede de conceitos em matemática reflexões sobre o ensino e a aprendizagem de proporcionalidade utilizando atividades digitais. Curitiba: Appris.

Flores, C. R; Moretti, M. T. (2004) O papel heurístico de uma figura geométrica: o caso da operação de reconfiguração. Anais do VIII ENEM. Pernambuco: UFP, 2004. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/index.php/anais. Acesso em: 5 jul. 2022.

Stormowski, V.; Gravina, M. A.; Lima, J. (2015) Formação de professores de matemática para o uso efetivo de tecnologias em sala de aula. Novas Tecnologias na Educação. Porto Alegre: CINTED-UFRGS.

Novak, F. I. L. (2018). O ambiente dinâmico geogebra para o desenvolvimento de aspectos específicos da aprendizagem em geometria segundo raymond duval: olhares, apreensões e desconstrução dimensional. Dissertação - Universidade Federal de Ponta Grossa. Ponta Grossa. Disponível em: https://tede2.uepg.br/jspui/bitstream/prefix/2641/1/Franciele%20Isabelita%20Lopes.pdf. Acesso em: 17 jul. 2022.

Papert, S. (2008). A máquina das crianças: repensando a escola na era da informática. Porto Alegre: Artmed.

Rempel, G. (2021) Tangram nos Livros Didáticos de Matemática: um estudo à luz da Teoria de Registros de Representação Semiótica. Dissertação - Universidade Federal da Fronteira Sul. Chapecó. Disponível em: https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=11045111. Acesso em: 5jul. 2022.

Smole, Kátia, Diniz, Maria, Cândido, Patrícia. (2014). Figuras e Formas. 2. ed. Porto Alegre: Penso.

Relação da Matemática com outras áreas de conhecimento

Contextualizar a matemática pela arte? Problemáticas junto a futuros professoresda Universidade Licungo, Moçambique

Contextualizing mathematics through art? Problems with future professors at the Licungo University, Mozambique

¿Contextualizando las matemáticas a través del arte? Problemas con los futuros profesores de la Universidad de Licungo, Mozambique

Adamo Devi Cuchedza[76]
Universidade Federal de Santa Catarina
0000-0002-0280-6687

Cláudia Regina Flores[77]
Universidade Federal de Santa Catarina
0000-0003-2351-5712

Debora Regina Wagner[78]
Universidade Federal de Santa Catarina
0000-0002-1588-8853

Modalidade: Pôster
Núcleo Temático: Relação da Matemática com outras áreas de conhecimento.

Resumo

Este texto apresenta resultados parciais de uma pesquisa de doutorado que tem por objetivo elaborar e desenvolver oficinas com matemática e arte, junto a um grupo de estudantes da Licenciatura em Ensino de Matemática, numa Universidade Pública de Moçambique. Com isso, busca-se exercitar uma postura problematizadora acerca da artecom a matemática, na formação de professores, bem como expandir modos de ensinar matemática com a arte nas escolas moçambicanas. Para tanto, foram realizadas quatro oficinas com um grupo de oito futuros professores. Ao cartografar as oficinas, verificou-se práticas visuais que, dentre elas, reforçam enunciados sobre o uso da arte para ensinarmatemática. Neste texto, ressaltamos o enunciado de que a arte funciona como suporte para contextualizar a aprendizagem da matemática, limitando-se ao pressuposto da visualização que prima pela identificação de conceitos matemáticos representados na obrade arte. Isto posto, reivindica-se, de um lado, o exercício crítico acerca de enunciados quelimitam a arte a serviço da matemática e, de outro, a ampliação das fronteiras com a arte,pela visualidade, na educação matemática. Esperamos que isso nos desafie a assumir posturas mais problematizadoras, contribuindo para a construção de outras posturas éticas, estéticas e políticas no contexto da formação de professores.

Palavras-chave: Arte, Visualidade, Visualização, Cartografia, Formação de Professores.

Abstract

This text presents partial results of a doctoral research that aims to elaborate and develop

[76] acuchedza@gmail.com
[77] claudia.flores.ufsc.br
[78] debora.wagner.ufsc.br

workshops with mathematics and art, together with a group of students of the Degree in Mathematics Teaching, at a Public University in Mozambique. With this, we seek to exercise a problematizing posture about art with mathematics, in teacher training, as wellas expanding ways of teaching mathematics with art in Mozambican schools. To this end,four workshops were held with a group of eight future teachers. When mapping the workshops, it was verified visual practices that, among them, reinforce statements aboutthe use of art to teach mathematics. In this text, we emphasize the statement that art worksas a support to contextualize the learning of mathematics, limiting itself to the assumptionof visualization that emphasizes the identification of mathematical concepts represented in the work of art. That said, it is claimed, on the one hand, the critical exercise about statements that limit art to the service of mathematics and, on the other hand, the expansion of borders with art, through visuality, in mathematics education. We hope thatthis will challenge us to assume more problematizing postures, contributing to the construction of other ethical, aesthetic and political postures in the context of teacher education.

Keywords: Art, Visuality, Visualization, Cartography, Teacher Training.

Resumen

Este texto presenta resultados parciales de una investigación doctoral que tiene como objetivo elaborar y desarrollar talleres con las matemáticas y el arte, junto con un grupo de estudiantes de la Licenciatura en Enseñanza de las Matemáticas, en una Universidad Pública de Mozambique. Con ello, buscamos ejercer una postura problematizadora sobreel arte con las matemáticas, en la formación docente, así como ampliar las formas de enseñanza de las matemáticas con el arte en las escuelas mozambiqueñas. Para ello, se realizaron cuatro talleres con un grupo de ocho futuros docentes. Al mapear los talleres, se verificó prácticas visuales que, entre ellas, refuerzan enunciados sobre el uso del arte para enseñar matemáticas. En este texto, enfatizamos la afirmación de que el arte funcionacomo un soporte para contextualizar el aprendizaje de las matemáticas, limitándose al supuesto de visualización que enfatiza la identificación de los conceptos matemáticos representados en la obra de arte. Dicho esto, se reivindica, por un lado, el ejercicio críticosobre los enunciados que limitan el arte al servicio de las matemáticas y, por otro lado, laampliación de las fronteras con el arte, a través de la visualidad, en la educación matemática. Esperamos que esto nos desafíe a asumir posturas más problematizadoras, contribuyendo a la construcción de otras posturas éticas, estéticas y políticas en el contexto de la formación docente.

Palabras clave: Arte, Visualidad, Visualización, Cartografía, Formación del Profesorado.

Introdução

O presente texto tem por objetivo apresentar os resultados parciais de umapesquisa de doutorado[79] que toma a arte[80] como possibilidade de se pôr a pensar, entre outras, sobre a visualização de conceitos matemáticos, sobre práticas visuais que formame naturalizam o olhar na educação matemática, sobre a educação matemática e a formaçãode professores. Na referida

[79] Pesquisa em andamento, desenvolvida pelo primeiro autor, orientado pela segunda autora e co-orientadopela terceira autora, no Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica- PPGECT- UFSC, Santa Catarina, com apoio financeiro da Capes.
[80] Por arte, neste trabalho, considera-se pinturas moçambicanas.

pesquisa foram realizadas quatro oficinas, com um grupo de futuros professores de Matemática da Universidade Licungo, Moçambique, durante o anode 2021. Cada oficina recebeu um título de acordo com as imagens de obras de arte de artistas moçambicanos, previamente escolhidas, e com a problemática que delas se poderia advir. Assim, são elas: *Olho, boca, nariz; Formas e abstrações*; *Corpo e beleza* e, *O que vê e o que pensa*. As oficinas foram registradas por meio de gravações de áudioe imagens, assumindo um *ethos* cartográfico, com inspirações nas *pistas do método da cartografia* (Passos, Kastrup & Escóssia, 2012; Passos, Kastrup & Tedesco, 2016). Ao transcrever as oficinas observou-se, nas falas dos estudantes, enunciados recorrentes na educação matemática acerca do uso da arte para ensinar e aprender matemática. Daí que, neste texto, ressalta-se o enunciado de que *a arte funciona como suporte para contextualizar a aprendizagem da matemática*, discorrendo sobre sua existência e condições de possibilidade.

Por enunciado compreende-se como "uma função que cruza um domínio de estruturas e de unidades possíveis e que faz com que apareçam, com conteúdos concretos,no tempo e no espaço" (Foucault, 2013, p. 13). Daí que vale se perguntar como tal enunciado apareceu, e não outro, e sob quais condições ele se afirmou como verdade. Ora, assumindo-se tal postura ressalta-se "uma atitude, um *ethos*, uma via filosófica em que a crítica do que somos é simultaneamente análise histórica dos limites que nos são colocados e prova de sua ultrapassagem possível" (Foucault, 2005, p. 351, grifo do autor). Daí um desfecho problematizador, na formação de professores, o que contribui para o exercício de outras posturas éticas, estéticas e políticas. No caso, a arte junto com a educação matemática, nos aparece como um campo, um lugar e um espaço, potencialmente, capaz de nos colocar a pensar sobre as verdades que seguimos naturalizando na educação matemática.

Disso pois, passamos primeiro a traçar algumas linhas sobre os fundamentos teóricos e metodológicos. Em seguida, trazemos uma das oficinas desenvolvidas que fez emergir o enunciado que aqui pretendemos problematizar e, por fim, algumas palavras deconclusão.

Arte, visualização, visualidade

A aproximação entre a arte e a matemática no ensino tem sido realizada de diferentes maneiras. Há aquelas que utilizam a arte como objeto para ver nela aspectos e conceitos matemáticos em que a habilidade de visualização é altamente exigida. Por visualização compreende-se como um "mecanismo de expressão de uma linguagem visual e do raciocínio visual. [...] Visualizar é singularizar, exemplificar, mantendo a universalidade. É ser capaz de formular imagens mentais e está no início de todo processode abstração” (Cifuentes, 2005, p. 46).

De outro modo, considera-se o termo visualidade para fazer ver um conjunto de discursos, de práticas visuais, que informam como nós vemos as coisas no mundo. (Flores, 2013). Tal conceito que emerge no campo dos estudos visuais é trazido para a educação matemática com Flores (2010, 2013) como uma proposta metodológica e analítica para pesquisas no campo da arte e da matemática, em que a arte coloca-nos em exercício para pensar sobre a matemática e seu ensino. Assim, nesta perspectiva da visualidade, as imagens são tomadas como potencializadoras de exercícios do pensamento (Flores, 2016). Encontram-se várias publicações nessa perspectiva, a título de exemplo, citam-se: Moraes (2014), Wagner (2017), Schuck & Flores (2017), Kerscher(2018), Wagner & Flores (2020).

Em síntese, visualização e visualidade não são termos dicotômicos, mas guardamcerta diferenciação que, notadamente, se coloca em termos culturais. Ora, no nosso caso,quando assumimos uma postura pela visualidade, para além de buscarmos identificar na arte os conceitos matemáticos representados, podemos deixar emergir as formas, os hábitos, as naturalidades que formam nossos modos de olhar e pensar.

Cartografar oficinas: uma estratégia metodológica

Nesta pesquisa, opera-se com o conceito de cartografia tanto para narrar e analisaras oficinas, quanto para o envolvimento do próprio pesquisador no trabalho de investigação. Disso, pois, recorre-se a algumas pistas, dentre elas “cartografar é traçar umplano comum” (Kastrup & Passos, 2016, p. 15). Ora, neste caso, e no caso de nossa pesquisa, o grupo de estudantes-futuros professores de matemática é mais que umconjunto de pessoas, visto que ele comporta uma dimensão do coletivo e que faz aparecera experiência do comum, ou seja, aquilo que, “na experiência, é vivido como pertencimento de qualquer um ao coletivo. [...]. O comum é aquilo que partilhamos e emque tomamos parte, pertencemos, nos engajamos” (Kastrup; Passos, 2016, p. 21).

Frente a isso, o grupo de pessoas envolvido na pesquisa partilha um domínio comum do qual todos fizemos parte. Isso pois em função do modo como juntos habitamosa educação matemática e arte em suas possibilidades de ensino. Daí que, fazer emergir enunciados naturalizados, e que são partilhados no grupo, abre-se a possibilidade de abertura para a experiência problematizadora, “tendo em vista uma aprendizagem coletiva e a construção de um conhecimento comum” (Kastrup & Passos, 2016, p. 24).

Daí que, ao transcrever as oficinas, em meio a produção de dados, ressaltou-se o enunciado: *a arte funciona como suporte para contextualizar a aprendizagem da matemática.* Cabe-nos, portanto, questionar e investigar sobre as condições de existênciae continuidade desta afirmação quando se quer pensar a educação matemática com a arte.

Da cartografia ao encontro com o enunciado

As imagens que fizeram parte das oficinas são pinturas de artistas moçambicanos(país onde decorreu a pesquisa de campo). Recorre-se a elas, por um lado, para dar a vera cultura do país e, por outro, por se constituir um território existencial (de pensamento) de Moçambique - é ali e dali que as subjetivações aparecem ou podem ser criadas e reverberadas na escola. Assim, vejamos a primeira oficina: *Olho, boca, nariz,* e que contou com quatro imagens (Figura 1). No detalhe: imagens 1 e 4 são do artista João Tivane, sem títulos, (s/d); imagem 2 é do artista Shikhani, sem título, 1979; imagem 3 é do artista Victor Souza, sem título, (s/d).

Figura 1.
Imagens da primeira oficina. (Fonte: arquivo da pesquisa)

Em cada uma das oficinas alguns questionamentos foram disparados, tais como: *essas imagens provocam/despertam algo para você? Se sim, o que? Há algo de matemática que as imagens fazem pensar? Se você fosse desafiado(a) a levar essas imagens para suas aulas de matemática, em alguma turma qualquer, o que faria com elas*? Entretanto, como dito no início, não pretendemos aqui descrever o desenvolvimentoe as análises de cada uma delas, mas, com elas destacar acontecimentos que atravessaramas mesmas, por exemplo, aqui em particular o caso do enunciado em questão: *a arte funciona como suporte para contextualizar a aprendizagem da matemática*.

Ora, face a esse enunciado, de imediato, pensamos que há aqui um discurso na educação matemática que coloca a arte e a matemática como áreas disciplinares distintas,sendo uma a serviço da outra. No caso do grupo de futuros professores, sujeitos da pesquisa em questão, ressalta-se que, na primeira impressão, é a dependência da arte emrelação à matemática que impera, procurando-se ver na obra de arte conceitos matemáticos que estão presentes. Por exemplo, quando um dos sujeitos da pesquisa, diz que, *sim, há matemática na obra, tal como, simetrias, funções, parábolas e hipérboles*, quando ele olha para a imagem 1 (Figura 1), ele realmente está vendo ali na obra essa condição. Ele opera com a visualização, fazendo emergir imagens mentais daquilo que ele vê conceitualmente e com a possibilidade de comprovar a existência da matemática, contextualizando-a e tornando sua aprendizagem mais possível.

Contudo, ao destacar este enunciado não se quer aqui, tão somente, se perguntar se, de fato, a matemática está presente na imagem, mas, sobretudo, questionar a naturalidade com que isso é dito, colocando-o com status de verdade. Em geral, apoiando-se em tal enunciado, é recorrente a argumentação da necessidade cognitiva-visual dos estudantes, para que possam ver com clareza a matemática contida na imagem, e assim aprender os conceitos. Daí que, nessa problematização o que se pode fazer é investigar osdiscursos educacionais que deram forma e força a isto que se diz naturalmente.

Salientamos, por exemplo, que o ideal de contextualizar a matemática pela arte está ligado a importância de trabalhar a matemática com a “realidade” do aluno. No caso,a educação matemática deve priorizar a contextualização dos conteúdos, dando significado a eles. O que quer dizer dar “uma garantia a própria existência da matemática:‘dar um significado para que ela exista’” (Duarte, 2009, p. 149, grifos da autora). Isto posto, um trabalho na escola com arte implica ver a matemática que, no caso, está semprelá, para ser vista, impressa no trabalho do artista, representada na tela pintada.

Para finalizar, algumas palavras

Em posse deste enunciado abre-se a brecha para problematizar o que se vê e o quese fala, a partir da arte e do ensino de matemática, e que fortalece e faz circular enunciadosque levem a tratar a arte como mero objeto representacional e depositório de conceitos matemáticos. Daí que vale, perguntar-se sobre “como apareceu um determinado enunciado, e não outro em seu lugar?” (Foucault, 2009, p. 30). Posto isso, ficam algumasreflexões: como foram naturalizados enunciados sobre os quais a arte está a serviço da matemática, no que diz respeito a contextualizar seu ensino? Que efeitos tem isso sobre os modos de ensinar e aprender matemática? Para além disso, o que pode a arte e a matemática quando colocadas juntas, em um mesmo espaço na sala de aula? Acredita-seser promissor estabelecer tal discussão na formação dos professores de modo a se questionar enunciados tão enraizados no ensino da matemática, pela arte.

Referências

Cifuentes, J. C. (2005). Uma via estética de acesso ao conhecimento matemático. *Boletim GEPEM*, Rio de Janeiro, 1(46), p. 55-72.

Duarte, C. G. (2009). *A "realidade" nas tramas discursivas da educação matemática escolar.* Tese de Doutorado (Tese de doutorado). Universidade do Vale do Rio dos Sinos, São Leopoldo, Rio Grande do Sul, Brasil.

Flores, C. R. (2010). Cultura visual, visualidade, visualização matemática: balançoprovisório, propostas cautelares. *Zetetiké*, Campinas, 18(1), p. 271-294.

Flores, C. R. (2013). Visualidade e Visualização Matemática: Novas Fronteiras para a Educação Matemática. In Flores, C. R & Cassiani, S. (Orgs.). *Tendências Contemporâneas nas Pesquisas em Educação Matemática e Científica: sobre linguagens e práticas culturais*. (pp. 91-104). Campinas, São Paulo: Editora Mercado de Letras.

Flores, C. R. (2016). Descaminhos: potencialidades da arte com a educação matemática. *Bolema,* Rio Claro (SP), 30(55), 502-514.

Flores, C. R. & Wagner, D. R. (2014). Um mapa e um inventário da pesquisa brasileira sobre arte e educação matemática. *Educação Matemática Pesquisa Revista-PUC*,São Paulo, 16(1), 243-258.

Foucault, M. (2005). *Ditos e Escritos II.* 2ª edição. Rio de Janeiro, Forense Universitária.

Foucault, M. (2009). *A arqueologia do saber.* Rio de janeiro: Forense Universitária.

Foucault, M. (2013). *A verdade e as formas jurídicas.* Rio de Janeiro: Nau.

Kastrup, V. & Passos, E. (2016). Cartografar é traçar um plano comum. In Passos, E., Kastrup, V. & Tedesco, T. (Orgs.). *Pistas do método da cartografia: a experiênciada pesquisa e o plano comum.* (pp. 15-41). Porto Alegre: Editora Sulina.

Kerscher, M. M. (2018). *Uma martemática que per-corre com crianças em uma experiência abstrata num espaço-escola-espaço.* (Dissertação de mestrado). Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brasil.

Moraes, J. C. P. (2014). *Experiências de um Corpo em Kandinsky: Formas e deformaçõesnum passeio com crianças.* (Dissertação de mestrado). Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brasil.

Passos, E., Kastrup, V. & Escóssia, L. (2012). *Pistas do método da cartografia: pesquisa-intervenção e produção de subjetividade.* Porto Alegre: Editora Sulina.

Passos, E., Kastrup V. & Tedesco, T. (2016). *Pistas do método da cartografia: a experiência da pesquisa e o plano comum.* Porto Alegre: Editora Sulina.

Schuck, C. A. & Flores, C. R. (2017). Entre, olhares ao infinito e pensamento matemático: educação, visual e pesquisa. *Reflexão e Ação*, 25(2), 215-232.

Wagner, D. R. (2017). *Visualidades movimentadas em oficinas-dispositivo pedagógico: um encontro entre imagens da arte e professores que ensinam matemática*. (Tese de doutorado). Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brasil.

Wagner, D. R. & Flores, C. R. (2020). (Re)inventando a relação matemática e arte: exercícios de pensamento, exercícios de olhar. *Revista Eletrônica de Educação Matemática*, 15(1), 1-19.

Um encontro com oficinas com arte, educação matemática e discursos visuais

An encounter with workshops with art, mathematics education and visual discourses

Un encuentro de talleres con el arte, la educación matemática y los discursos visuales

Isadora Cristina Ludvig[81]
UFSC
0000-0002-8343-1177

Cláudia Regina Flores[82]
UFSC
0000-0003-2351-5712

Modalidade: Pôster
Núcleo Temático: Relação da Matemática com outras áreas de conhecimento

Resumo

Este texto tem por objetivo apresentar alguns resultados de um trabalho de iniciação científica que tem por objetivo revisitar as pesquisas realizadas com arte e matemática, em sala de aula do Ensino Fundamental, no âmbito do Grupo de Estudos Contemporâneos e Educação Matemática (GECEM). Destas, foram analisados os registros de oficinas realizadas, observando o emprego de enunciados que compõem uma formação discursiva da matemática, e que ganham materialidade quando os participantes eram desafiados a olhar para as obras de arte e falar de matemática. Disso, construiu-se um panorama de discursos visuais manifestados nas oficinas, sendo alguns exemplos apresentados neste texto, levando-nos a pensar sobre como educação matemática coloca em exercício uma matriz colonial do saber.

Palavras-chave: Arte, educação matemática, oficinas, enunciados.

Abstract

This text aims to present some results of a scientific initiation work that aims to revisit the research carried out with art and mathematics, in the elementary school classroom, within the scope of the Contemporary Studies and Mathematics Education Group (GECEM). Of these, the records of workshops were analyzed, observing the use of statements that make up a discursive formation of mathematics, and that gain materiality when participants were challenged to look at works of art and talk about mathematics. From this, an overview of the visual discourses manifested in the workshops was constructed, with some examples presented in this text, leading us to think about how mathematics education puts a colonial matrix of knowledge into practice.

Keywords: *Art, mathematics education, workshops, statements.*

[81] isaludvig@gmail.com
[82] claureginaflores@gmail.com

Resumen

Este texto tiene como objetivo presentar algunos resultados de un trabajo de iniciación científica que tiene como objetivo revisar la investigación realizada con el arte y las matemáticas, en el aula de la escuela primaria, en el ámbito del Grupo de Estudios Contemporáneos y Educación Matemática (GECEM). De estos, se analizaron los registros de los talleres, observándose el uso de enunciados que componen una formación discursiva de las matemáticas, y que ganan materialidad cuando los participantes son desafiados a mirar obras de arte y hablar de matemáticas. A partir de ello, se construyó un panorama de los discursos visuales manifestados en los talleres, con algunos ejemplos presentados en este texto, llevándonos a pensar cómo la educación matemática pone en práctica una matriz colonial de saberes.

Palabras clave: Arte, educación matemática, talleres, declaraciones.

Uma revisita e um reabitar

Este texto centra-se sobre um trabalho de pesquisa em iniciação científica intitulado "Encontro com formas visuais matemáticas: diagnóstico de uma visualidade"[83], que se pôs a revisitar trabalhos e oficinas elaborados e desenvolvidos pelo Grupo de Estudos Contemporâneos em Educação Matemática (GECEM)[84], mobilizando arte e educação matemática. Esta revisita deu-se pela leitura dos registros escritos de experiências vivenciadas por outros corpos-pesquisa, que agora são reabitados e postos em análise. São reabitados, revisitados, de novo, mas não se espera que esta análise busque o que falta ou o que se deixou escapar nestes trabalhos, como se crendo ser possível uma completude. Na verdade, pensa-se na possibilidade de falar sobre o que nos passa destes textos e registros de oficinas no agora, sobre o que excede acerca dos discursos visuais empreendidos por uma prática matemática com arte em sala de aula.

Coloca-se em evidência, portanto, pesquisas realizadas no GECEM, que tem proposto lidar com arte e educação matemática numa abordagem que se diferencia de propostas utilitaristas ou tecnicistas, buscando apenas "dar sentido" ou contextualizar a Matemática. Ao contrário, nelas, o que se faz é fomentar o "que está entre – no limiar entre aquele que olha e o objeto que se mostra ao olhar. Há uma forma de lidar com a Matemática que, antes de ser conhecimento, é saber de e pelas práticas, pois é modo de estar no mundo." (FLORES, 2016, p. 510)

[83] Esta pesquisa de IC faz parte de um projeto maior, intitulado "Formas e De-formas no Olhar: Por uma Educação Matemática Fronteiriça e Criadora", coordenado pela Profa. Dra. Cláudia Regina Flores, com apoio do CNPq.
[84] Grupo coordenado pela Profa. Dra. Cláudia Regina Flores, sediado na Universidade Federal de Santa Catarina, UFSC. www.gecem.ufsc.br

Isso quer dizer que, para além de ensinar com a arte, busca-se problematizar com a arte, colocar a arte como lugar de exercício do pensamento (FLORES, 2016, p. 503), e perceber neste movimento como a matemática pode se destacar sendo um elemento organizador de uma forma da imagem do pensamento, que é racional, objetiva e cartesiana (FLORES; KERSCHER, 2021, p. 23).

Portanto, com estes trabalhos, caminhou-se em uma revisita, não para falar deles, representando-os, mas tomando, necessariamente, as oficinas que eles desenvolveram, destacando atividades que demonstravam um pensamento matemático no intermeio entre o estudante e a obra de arte. Com isso, construiu-se um panorama dos discursos visuais manifestados nas oficinas, situando a matemática como forma de pensar, representar e conhecer que se destacou como, naturalmente, forma de falar e de ver.

Preparos de uma investigação

Os trabalhos de pesquisa analisados foram: KERSCHER, 2018; SOUZA, 2018; FRANCISCO, 2017; SCHUCK, 2015; MORAES, 2014; GESSER, 2018. Nelas, os autores elaboraram e conduziram oficinas com crianças em sala de aula do Ensino Fundamental, numa escola pública. As oficinas foram pensadas a partir de obras de arte, cuja potência é fazer pensar a matemática na sala de aula. Foram feitos registros por meio de vídeos, áudios e imagens, transcritos. Então, em posse desse material, pôde-se retornar às oficinas para realizar nossas análises. Por oficinas entende-se como sendo espaços de abertura para pensar, com imagens da arte, a matemática (FLORES; KERSCHER, 2021, p. 29).

Vejamos o seguinte trecho retirado de uma das oficinas do trabalho de pesquisa de Bruno Francisco (2017):

> – Eu tenho olhos diferentes. A Isadora ainda tá tentando fazer certinho. Sabia que a Isadora ainda tá tentando fazer tudo certinho, Tami?
> – Nossa! – nossou Tami.
> – É meio chato, às vezes, botar sempre certo.
> – A Isadora tá tentando fazer certo, sempre tudo certo! A minha pele é azul, rosa e outras cores. A minha pele sempre muda de cor... (p. 217)

Nesta situação, as crianças se confrontaram com a arte cubista e discutiam a representação de suas imagens previamente fotografadas, daí que a desordem se mostrou como um caminho possível para realizar a atividade. Entretanto, ao se desfazer as barreiras que limitam a criação e a imaginação, possibilitando que a imagem criada seja diferente do "certo", supôs-se que há uma maneira de se fazer que é a certa, mesmo que não estabelecida nas regras da atividade.

Isso nos evidencia que o espaço das oficinas se contamina de "formas de subjetivação, de racionalização, de controle, de estética que induzem formas específicas de olhar" (FLORES, 2010, p. 292). Nisso, os registros das oficinas tornam-se elementos pertinentes para a análise de um regime discursivo, ou melhor, de discursos visuais, em que a matemática assume papel de interlocução para falar do que se vê na arte.

Com isso, portanto, trata-se de perceber enunciados discorridos nos momentos da realização das oficinas e que se mostram, agora, como materialidade que emerge junto à obra de arte e à matemática. Por enunciado entende-se como sendo "uma função que cruza um domínio de estruturas e de unidades possíveis e que faz com que [estas] apareçam, com conteúdos concretos, no tempo e no espaço."(FOUCAULT, 2009, p. 99). Não se trata aqui, nesta análise, de verificar uma veracidade dos enunciados, visto que eles não obedecem à certeza ou à falsidade, mas conferem às frases e preposições condições de existência (PERENCINI, 2015, p. 148). O que se faz é diagnosticá-los, observando sua existência, e a inexistência de outro, questionando sobre suas condições que se fazem ditos e vistos dentro desses espaços das oficinas.

No processo de registros destes enunciados, a partir da revisita às oficinas, algumas perguntas foram consideradas. São elas: Como os participantes das oficinas significam a matemática com a arte? Que elementos que são associados à matemática e são provocados pela arte? Que impressões são imbricadas ao se confrontar um modo de pensar matemático e um modo de pensar artístico? Como as crianças lidam com as situações que saem do comum?

Disso tudo, o que vem a seguir, neste texto, é a apresentação de alguns dos enunciados que se tornam pontos de estudo, permitindo problematizar como o modo de pensar matemático pode ser manifestado no decorrer das oficinas. Os títulos são algumas suposições, não necessariamente conclusões, que tentam conversar com os enunciados destacados.

A matemática obedece a um rigor, tem precisão

Numa oficina sobre a ideia de infinito, na matemática, crianças são questionadas se há matemática em uma obra de arte.

Imagem 1.
Starry Night, 1889. Fonte: https://www.wga.hu/

E essa outra imagem aqui?
Já vi em algum lugar.
Essa aí não tem matemática.
É só um monte de rabisco.
Não tem matemática porque ele desenhou do jeito que ele queria.
(SCHUCK, 2015, p. 47)

Depois de verem a Imagem 1, as crianças concluem que não há matemática, pois o pintor desenhou do jeito que quis: um monte de rabiscos. O que faltou para que as crianças pudessem considerar que ali, naquela obra de arte, há ou não há matemática?

Entre tudo que se pode falar sobre isso, pensamos, aqui no caso, que o fato de que "existe a imagem da matemática como um saber superior, usada para distinguir e desqualificar o saber prático em prol do saber teórico" (ROQUE, 2012, p. 23), nos interpele a pensar que se não há nada aparente na obra – um quadrado, um círculo, etc., então ela só é rabisco. Daí que a matemática só pode ser vista numa obra de arte se esta se apresenta como uma obra precisa, clara, objetiva, harmônica, simétrica, com rigor estético na representação, etc.

A matemática possui contrastes e dicotomias

Em outra oficina, depois de se depararem com obras de arte do artista Kandinsky, os alunos constroem corpos humanos com materiais previamente selecionados para a atividade, tais como: palitos, copos, linhas, CDs e outros. Um dos corpos humanos construído por uma criança chama atenção de outras por se parecer uma *Barbie*.

Vinícius: Parece aquela bonequinha de Barbie. Não tô dizendo os braços, a roupa, mas sei lá... O formato do corpinho.

Eu: Como assim Vinícius?

Vinícius: Porque ela não tem corpo, é só um palito. Como eu sou menino e não sei nada de menina, quando eu vejo uma Barbie é parecida. É que eu não entendo nada de mulher.

(MORAES, 2014, p. 144)

O aluno, que não entende sobre as coisas de mulher por ser menino, e por isso, demarca uma diferenciação entre costumes, regras, que são apropriados para cada gênero - o que pode para um, não pode para o outro. Há identidades determinadas que são contrastantes. Outras dicotomias também são elencadas no espaço desta oficina, como o desenho do corpo que tinha representado a palavra "razão" próxima à cabeça e a palavra "amor" próximo ao coração:

Eu: Por que vocês fizeram a inteligência apontada para a cabeça e o sentimento para o coração?

Manuela: Para mim, o sentimento acontece no corpo inteiro. Mas acho que eles quiseram apontar onde acontece as palavras. Elas se espalham depois pelo corpo.

(MORAES, 2014, p. 166)

Neste caso, os elementos contrastantes são a inteligência e o sentimento, considerando-os distintos, dicotômicos, pois enquanto a inteligência está mais voltada para o racional, o sentimento estaria voltado para o irracional. Cabe refletir, disso tudo, sobre a condição de um modo de pensar que se forma por um saber que é matemático, ou melhor, por um regime discursivo que é da Matemática. No caso tratado acima, nota-se que dois elementos são relacionados pela operação de oposição e de inversão. Cabe pensar, que as situações, muitas vezes, se diferenciam, e se aproximam, de maneiras múltiplas, não cabendo em relações que são dicotômicas.

Abertura para outras possibilidades: à guisa de conclusões

Com os exemplos apresentados, buscamos evidenciar enunciados apoiados num sistema de formação ou formação discursiva que é da Matemática. Estes enunciados se manifestam e são, praticamente, naturalizados constituindo nossas formas de pensar e de ver com a arte na sala de aula de matemática. Não se trata aqui de bani-los, ou condená-los, mas buscar problematizá-los.

A título de finalização deste texto, acolhe-se uma postura de perceber como a matemática nos forma, nos racionaliza, mas também para perceber a diferença, as variações, as múltiplas possibilidades que escapam do comum e do padrão. Invenções e criações que são deixadas à sombra por saberes dominantes, mas que podem ser potência para experiências outras.

Referências

FLORES, Cláudia Regina. Cultura visual, Visualidade, Visualização Matemática: Balanço Provisório, Propostas Cautelares. *Zetetike (UNICAMP),* v. 18, p. 271-294, 2010.

FLORES, Cláudia Regina. Descaminhos: potencialidades da Arte com a Educação Matemática. *BOLEMA: Boletim de Educação Matemática (Online),* v. 30, p. 502-514, 2016.

FLORES, Cláudia Regina; KERSCHER, Mônica Maria. Sobre Aprender Matemática com a Arte, ou Matemática e Arte e Visualidade em Experiência na Escola. *BOLEMA: Boletim de Educação Matemática (Online),* v. 35, n. 69, p. 22-38, 2021.

FOUCAULT, M. *A Arqueologia do Saber*. 7ª ed., Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2009.

FRANCISCO, Bruno Moreno. *Um oficinar-de-experiências que pensa com crianças: matemáticas-cubistas, formas brincantes e ex-posições*. 2017. 265 p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Santa Catarina, Centro de Ciências da Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica, Florianópolis, 2017.

GESSER, Gabriel José. *Pensar matemática com a arte cubista: uma experiência com crianças do quinto ano do Colégio de Aplicação da UFSC*. Florianópolis, 2018. Trabalho de Conclusão de Curso – Universidade Federal de Santa Catarina, Centro de Ciências Físicas e Matemáticas, Curso de Licenciatura em Matemática.

KERSCHER, Mônica Maria. *Uma martemática que per-corre com crianças em uma experiência abstrata num espaço-escola-espaço*. 192 f. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica) – Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica da Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2018.

MORAES, João Carlos Pereira de. *Experiências de um corpo em Kandinsky: formas e deformações num passeio com crianças.* 2014. 217 p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Santa Catarina, Centro de Ciências da Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica, Florianópolis, 2014.

PERENCINI, Tiago Brentam. O enunciado no pensamento arqueológico de Michel Foucault. Kínesis, v. 7, n. 15, p. 135-150, 2015.

ROQUE, Tatiana. *História da Matemática: Uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas*. Rio de Janeiro: Editora Zahar, 2012.

SCHUCK, Cássia Aline. *Cartografar na diferença: entre imagens, olhares ao infinito e* *pensamento matemático*. 2015. 210 p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Santa Catarina, Centro de Ciências da Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica, Florianópolis, 2015.

SOUZA, Jéssica Juliane Lins de. *Traços surreais no encontro com Salvador Dali e crianças e matemática e oficina.* Florianópolis, 2018. Trabalho de Conclusão de Curso – Universidade Federal de Santa Catarina, Centro de Ciências Físicas e Matemáticas, Curso de Licenciatura em Matemática.

Narrativas de docentes da EJA rural de Sobral sobre práticas curriculares: elosentre a Matemática, as vivências dos estudantes e os conteúdos escolares

Narratives of teachers from the rural EJA in Sobral about curricular practices:links between Mathematics, students' experiences and school contentes

Narrativas de docentes de la EJA rural de Sobral sobre prácticas curriculares: vínculos entre las Matemáticas, las experiencias de los estudiantes y los contenidosescolares

Francisco Josimar Ricardo Xavier[85]
Universidade Federal Fuminense
https://orcid.org/0000-0001-6376-2828

Adriano Vargas Freitas[86]
Universidade Federal Fluminense
https://orcid.org/0000-0002-4602-3473

Modalidade: Pôster
Núcleo Temático: Relação entre a Matemática e outras áreas de conhecimento

Resumo

Neste texto discutimos narrativas dos memoriais de formação de dois docentes que lecionam Matemática na Educação de Jovens e Adultos (EJA), na zona rural de Sobral, que foram analisados à luz de estudos dos campos do Currículo e da Educação Matemática. Dentre os resultados, verificamos que os docentes elaboram atividades considerando as culturas e as vidas dos estudantes, articulando-as aos conteúdos da Matemática escolar. Concluímos haver um sentido de práticas curriculares e currículo prescritivo que pretendem homogeneizar as ações dos docentes, entretanto, eles narram desenvolver atividades prezando pelas diferenças dos estudantes, construindo práticas curriculares em Matemática mais condizentes às realidades dos jovens, adultos e idosos. **Palavras-chave:** Narrativas de docentes; Práticas curriculares em Matemática; Educaçãode Jovens e Adultos.

Abstract

In this text we discuss narratives from the training memorials of two teachers who teach Mathematics in Youth and Adult Education (EJA), in the rural area of Sobral. These narratives were analyzed in the light of studies in the fields of Curriculum and Mathematics Education. Among the results, it was found that teachers develop activitiesconsidering the cultures and lives of students, articulating them to the contents of schoolmathematics. We conclude that there is a sense of curricular practices and prescriptive curriculum that intend to homogenize the actions of teachers. But they narrate developing activities that highlight the differences of students, building curricular practices in Mathematics that are more consistent with the realities

[85] josimar_xavier@id.uff.br
[86] adrianovargas@id.uff.br

of young people, adults and the elderly.

Keywords: Teachers' narratives; Curriculum practices in Mathematics; Youth and Adult Education.

Resumen

En este texto discutimos narrativas a partir de los memoriales de formación de dos profesores que enseñan Matemáticas en la Educación de Jóvenes y Adultos (EJA), en la zona rural de Sobral. Estas narrativas fueron analizadas a la luz de estudios en los campos de Currículo y Educación Matemática. Entre los resultados se encontró que los docentes desarrollan actividades considerando las culturas y vidas de los estudiantes, articulándolas a los contenidos de las matemáticas escolares. Concluimos que hay un sentido de prácticas curriculares y currículo prescriptivo que pretenden homogeneizar las acciones de los docentes. Pero, narran desarrollar actividades que resalten las diferencias de los estudiantes, construyendo prácticas curriculares en Matemática más acordes con las realidades de jóvenes, adultos y ancianos.

Palabras clave: Narrativas de profesores; Prácticas curriculares en Matemáticas; Educación de Jóvenes y Adultos.

Terreno da pesquisa

Neste texto apresentamos resultados parciais de nossa pesquisa de Doutoradoem Educação. Objetivamos discutir sobre a construção de práticas curriculares na Educação de Jovens e Adultos (EJA), a partir das narrativas captadas em memoriais de formação de docentes que lecionam em escola rurais de Sobral, Ceará. Trazer as narrativas de docentes como eixo orientador de discussão vislumbra nosso interesse em potencializar esses sujeitos que, em geral, têm suas falas pouco ouvidas nos espaços educativos (Goodson, 2019).

Acreditamos que a pesquisa traz a contribuição de incluir parte da região Nordeste do Brasil no rol de discussões sobre currículos, práticas curriculares e Matemática na EJA. De acordo com Freitas (2013), as produções acadêmicas que contemplam tais temáticas se concentram em espaços do Sul e Sudeste brasileiros. Além disso, há uma ausência de "estudos que analisassem as distâncias, ou diferenças e adaptações, ocorridas entre os currículos escolares prescritos da área de matemática e oscurrículos efetivados nas salas de aula da EJA" (Freitas, 2013, p. 301).

Na sequência do texto, destacamos o sentido de práticas curriculares em Matemática com os qual dialogamos na pesquisa. Em seguida, frisamos os procedimentos metodológicos conduzidos na construção da mesma. Por fim, trazemosas narrativas de dois docentes da EJA rural de Sobral, em que percebemos comoconstroem suas práticas curriculares articulando o ensino de Matemática, as vivências dos estudantes e os conteúdos escolares.

Práticas curriculares no ensino de Matemática

Em nosso estudo partimos da compreensão que estudantes e professores possuem diferenças entre si e ocupam diferentes posições hierárquicas nos espaços escolares, sendo, pois, constituídos por especificidades. Dessa maneira, dialogamos com currículos em Matemática no plural, entendendo-os como "uma prática de enunciação que se dá na interação entre os sujeitos, entre professores, alunos e saberes" (Ribeiro & Craveiro, 2017, p. 65) que transitam em tais espaços.

Essa perspectiva de currículos corrobora ao sentido de práticas curriculares em Matemática que desenvolvemos em nosso estudo, qual seja, enquanto "práticas sociais exercidas com a finalidade de concretizar processos pedagógicos" (Franco, 2012, p.152) de ensino e de aprendizagem. Considerando que tratamos dos contextos do ensino de Matemática na EJA, Fonseca (2012) sugere que os professores que lecionam ou pretendem lecionar esta disciplina para jovens, adultos e idosos, precisam dominar os conteúdos, mas também reconhecer que os saberes das experiências dos estudantes constituem conhecimentos que devem ser potencializados em sala de aula.

Posto isso, frisamos que discutimos práticas curriculares em Matemática como ações construídas com a finalidade de possibilitar aos estudantes uma aprendizagem dosconteúdos escolares.

Procedimentos metodológicos

Em 2020, aos docentes da EJA das escolas públicas municipais de Sobral foi ofertado o curso de extensão "Educação de Jovens e Adultos: saberes, currículos e práticas pedagógicas em Matemática", resultante da parceria entre o Grupo de Pesquisa em Educação de Jovens e Adultos (GPEJA), da Universidade Federal Fluminense e a Secretaria da Educação Municipal (SEDUC). O mesmo foi desenvolvido de modopresencial e virtual, entre março e novembro do referido ano, e contou com o total de 11docentes cursistas. Dentre as atividades propostas no curso, os docentes tiveram que elaborar um memorial de formação[87] discorrendo sobre suas

[87] Entendemos memorial de formação à luz de Passegi (2008, p. 32) que o define como "os memoriais escritos durante o processo de formação, inicial ou continuada, e concebidos como trabalho de conclusão de curso no ensino superior, geralmente realizado em grupo e acompanhado por um orientador ou um professor-orientador".

trajetórias de vida.

Para fins deste artigo, trazemos excertos do memorial de formação de doisdocentes que lecionam na zona rural, selecionados a partir da maior quantidade de presença nos encontros do curso. Seus materiais foram analisados à luz de estudos dos campos do Currículo e da Educação Matemática.

Prezando pela identidade dos sujeitos, nos reportaremos aos docentes pelos nomes fictícios Ana e João. Ana tem 47 anos de idade, é licenciada em Pedagogia, casada, se autodeclarou preta, possui contrato temporário com a SEDUC, onde, tendo passado por vários processos seletivos, leciona há 22 anos, sendo este mesmo tempo o de experiência na EJA. João tem 58 anos de idade, é licenciado em Pedagogia. É solteiro, se autodeclarou branco, possui matrícula como professor efetivo na rede municipal há 33 anos, dos quais, 15 são dedicados a EJA.

Ambos os docentes sempre lecionaram na zona rural em suas respectivas localidades. Suas turmas de EJA sempre foram do tipo multisseriada, compostas por jovens, adultos e idosos que, embora matriculados em diferentes níveis de EJA[88], ocupam uma mesma sala de aula. Dessa forma, os docentes são polivalentes, responsáveis por lecionar as disciplinas específicas, e pela alfabetização de alguns dos estudantes.

As **práticas curriculares em Matemática dos professores da EJA**

Os memoriais dos docentes foram desenvolvidos sob uma escrita de formalinear, em que destacaram nomes de pessoas, datas, ligando-as a fatos e momentos que marcaram suas vidas nos aspectos pessoais quanto nos profissionais. Estas ligações se reportaram também a momentos e fatos que marcaram a Educação de Sobral. O seguinte trecho narrado pela professora Ana, por exemplo, trouxe à tona aspectosligados à formação continuada dos docentes da rede pública municipal:

Durante esses anos [como professora na rede pública municipal] fui me aperfeiçoando através das capacitações para professores de EJA, que logo depois mudou para as formações em serviço, mas sempre com mesmo objetivo, aperfeiçoar as didáticas de ensino para jovens e adultos. (Narrativa de Ana).

---

[88] Nível EJA I (1º e 3º anos), EJA II (4º e 5º anos), EJA III (6º e 7º anos) e EJA IV (8º e 9º anos).

De acordo com Calil (2014), desde os anos 1990, os docentes da rede pública municipal de Sobral participam mensalmente de encontros pedagógicos do tipo formação em serviço. A referida autora aponta que nestes encontros os docentes socializam ideias pedagógicas, "estudam os temas abordados na formação que os capacitam a desenvolver um trabalho mais eficiente nas suas aulas, além de receberem sugestões de rotina para orientar seus trabalhos diários com os conteúdos a serem ensinados" (Calil, 2014, p. 126-127).

Segundo Xavier (2019, p. 113), especificamente na EJA, a formação em serviço encaminham uma "padronização da prática pedagógica dos professores, em detrimento das diferenças dos estudantes", pois, seu intuito seria, na prática, indicar a elaboração padronizada de atividades com vistas a resolver as avaliações da SEDUC. Essas atividades focam nos aspectos procedimentais de resolução de questões matemáticas, implicando na construção de um docente da EJA

> [...] dominante dos conteúdos que, ao mesmo tempo precisa ter a mente clareada em uma "formação humana" onde se pensa uma "pedagogia e metodologia definidas" no "diálogo", mas que prevalecem as "orientações" em que os formadores ensinam como eles "devem fazer" em suas práticas. (Xavier, 2019, p. 116).

Compreendemos, assim, que as práticas curriculares dos docentes da EJA estão imersas em um currículo entendido como documento prescritivo e engessador de suas ações em sala de aula nas quais devem seguir uma grade de conteúdos (Sacristán, 2000).Contudo, Ana e João narram formas próprias de construir suas aulas em Matemática, desenvolvendo práticas curriculares mais condizentes às realidades dos jovens, adultos eidosos, em detrimento de uma padronização. Ana escreveu a seguinte passagem no seu memorial:

Eu sempre ensinava com metodologias voltadas ao cotidiano dos alunos para facilitar o entendimento, como por exemplo, associar a matemática ao plantio dos alimentos e a prática de receitas associada ao gênero textual. Esse período de dois anos [lecionando no prédio Anexo também na zona rural] me trouxe tanta felicidade, pois alunos queeram analfabetos já conseguiam escrever. Uma recordação minha é a fala de uma das alunas: "Professora já sei escrever meu nome, quando for ao sindicado não preciso usara digital, já sei escrever". Foi a partir dali que tive a certeza de que estava fazendo a coisa certa e que não poderia parar. (Narrativa de Ana).

Ao "associar a matemática ao plantio de alimentos e a prática de receitas associadas ao gênero textual", entendemos que Ana desenvolve sua prática curricular em Matemática respeitando as especificidades da cultura dos estudantes, moradores da comunidade rural. Além disso, encaminha à percepção de que ela entende a matemática como ciência ligada às práticas culturais que constituem as realidades dos jovens, adultos e idosos, aproximando-a a “explicações sobre os fatos e fenômenos da natureza e para a própria sobrevivência” (D’Ambrosio, 1999, p. 97), no caso, dos estudantes.

Essa percepção nos reporta ao entendimento de que Ana produz em sua prática curricular, um sentido de currículo que se desloca da “prescrição” de conteúdos para um currículo como “narrativa de identidade” (Goodson, 2019, p. 94). Segundo Goodson (2019), esse deslocamento tem como eixo orientador o deslocamento do que ele chama de “aprendizagem prescritiva cognitiva”, que seria o apreender os conteúdos matemáticos, para uma aprendizagem de “gerenciamento da vida”, que engloba o apreender com as diversidades sociais e culturais de uma dada comunidade.

João escreveu o seguinte trecho, no qual captamos suas potencialidades em construir práticas curriculares com especificidades próprias às realidades da zona rural:

Elaborei atividades como: textos, leitura com fluência e compreensão, situações matemáticas, do dia a dia, sua história de vida, aspectos ambientais, de sua comunidade, entender a geografia local, relacionando a natureza e a vida, matemática financeira, onde o consumidor é valorizado. Desenvolvi produções textuais como: “É tarde para serfeliz”, “O amor é o melhor remédio”, “O homem educado” e “Evangelizando faz a diferença”, “Quem ler tem uma visão de mundo”, “Você vive a matemática 24 horas pordia”, “A ciência é o principal caminho na qualidade de vida”, “Ler para conhecer o mundo”, “Homem precisa interagir na sociedade”, “Somos o tanto que sonhamos” Tenho a satisfação de abrir portas, gerando oportunidades, para meus alunos, quando vejo a melhoria de vidas, daquelas pessoas. (Narrativa de João).

A leitura de títulos das atividades elaboradas por João nos indica que ele preza por uma prática curricular baseada na valorização da “vida”, seja individual de cada estudante, trabalhando “sua história de vida”, ou a vida comunitária, desenvolvida na atividade que relacionou “aspectos ambientais, de sua comunidade”. Há também uma relação com as ideias religiosas de João, o que nos permite aventar uma percepção para que a construção do “homem educado” está ligada às crenças ou devoção religiosa.

Ao relatar trabalhar com “situações matemáticas do dia a dia”, “matemática financeira, onde o consumidor é valorizado”, e a produção textual “Você vive a matemática 24 horas por dia”, analisamos que João se refere aos aspectos culturais da comunidade rural em que sua turma de EJA localiza-se, e que o docente tem uma visão crítica da matemática, entendendo-a como integrante dos contextos dos estudantes. Isso nos leva à percepção que as atividades por ele elaboradas se distanciam das atividades padronizadas da formação em serviço, posto que preservam as diferenças dos mesmos.

Desta maneira, no memorial de formação de João captamos que ele produz práticas curriculares com sentidos próprios ligados à valorização da vida e dos saberes nos cotidianos dos estudantes. Ligam-se também a um currículo construído sob uma relação de cumplicidade (Goodson, 2019) com os conteúdos matemáticos, entretanto, estes parecem ser ensinados buscando integração aos contextos dos estudantes.

Considerações finais

Percebemos aproximações entre as narrativas de João e Ana, especialmentequando indicam desenvolver atividades relacionando aspectos dos cotidianos dos estudantes ao que é ou será trabalhado na disciplina escolar. Trata-se de uma relação que consideramos necessária no ensino de Matemática, principalmente, quando se volta ao público de jovens, adultos e idosos, estudantes da EJA que, pelas experiências de vida, tendem associar o que é apresentado na escola às suas realidades.

João e Ana produzem currículos com sentidos que lhes são próprios, que influencia na produção de sentidos de práticas curriculares que prezam pela vida dos estudantes, os saberes das experiências destes e das suas culturas locais. Essa percepção nos leva a entender que suas práticas curriculares em Matemática, em certa medida, fogem às prescrições e padronizações propostas pelas formações em serviços e osdocumentos curriculares da educação de Sobral.

Concluímos haver um sentido de práticas curriculares e currículo prescritivo que pretendem homogeneizar as ações dos docentes, entretanto, eles narram desenvolver atividades prezando pelas diferenças dos estudantes, construindo práticas curriculares em Matemática mais condizentes às realidades dos jovens, adultos e idosos.

Referências

Calil, A. M. G. C. (2014). *A formação continuada no município de Sobral (CE)* [Tesede Doutorado em Psicologia da Educação, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo]. https://sapientia.pucsp.br/handle/handle/16139.

D'Ambrosio, U. (1999). A História da Matemática: Questões Historiográficas e Políticas e Reflexos na Educação Matemática. In: Bicudo, M. A. V. (org.). *Pesquisa em Educação Matemática*. Editora UNESP (pp. 97-115).

Fonseca, M. C. F. R. (2012). *Educação matemática de jovens e adultos: especificidades, desafios e contribuições*. 3 ed. Autêntica.

Franco, M. A. S. (2012). *Pedagogia e prática docente*. Cortez.

Freitas, A. V. (2013). *Educação Matemática e Educação de Jovens e Adultos: estado daarte de publicações em periódicos (2000 a 2010)*. [Tese de Doutorado em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo]. https://tede2.pucsp.br/handle/handle/10954.

Goodson, I. F. (2019). Currículo como narrativa: conto dos filhos dos colonizados. In: Goodson, I. F. *Currículo, narrativa pessoal e futuro social.* Tradução de Henrique Calado Carvalho, Editora Unicamp (pp. 91-118).

Passegi, M. C. (2008). Memoriais auto-bio-gráficos: a arte profissional de tecer uma figura pública de si. In*:* Passegi, M. C. & Barbosa, T. M. N. (org.). *Memórias, memoriais: pesquisa e formação docente.* Editora da UFRN (pp. 27- 42).

Ribeiro, W. G. & Craveiro, C. B. (2017). Precisamos de uma Base Nacional ComumCurricular? *Linhas Críticas*, 23 (50), 51-69.

Sacristán, J. G. (2000). *O currículo: uma reflexão sobre a prática*. Tradução de Ernani F. da F. Rosa. 3. ed. Artmed.

Xavier, F. J. R. (2019). *A influência de práticas pedagógicas matemáticas na EJA sobrea permanência de estudantes na zona rural de Sobral* [Dissertação de Mestrado em Educação, Universidade Federal Fluminense]. https://app.uff.br/riuff/handle/1/15023.

Educação Financeira para a contextualização do Ensino de Ciências e Matemática

Financial Education for the contextualization of Science and Mathematics Teaching

Educación Financiera para la contextualización de la Enseñanza de las Ciencias y las Matemáticas

Lucca Castro Ramos Antunes[89]
Universidade Luterana do Brasil
https://orcid.org/0000-0002-7947-2603

Clarissa de Assis Olgin[90]
Universidade Luterana do Brasil
https://orcid.org/0000-0001-5560-9276

Modalidade: Pôster
Núcleo Temático: Relação da Matemática com outras áreas de conhecimento

Resumo

Neste trabalho, apresenta-se uma proposta de integração dos conhecimentos de Matemática aos de Ciências, utilizando a Educação Financeira (EF) como Tema Contemporâneo Transversal (TCT), capaz de contextualizar o currículo e servir de eixo para intersecção destas duas disciplinas. Para tanto, estabeleceu-se por objetivo desenvolver atividades didáticas interdisciplinares mediadas pelo tema EF. A abordagem metodológica foi qualitativa, possibilitando elaborar e analisar as atividades desenvolvidas. Como resultado, destacam-se, quatro atividades didáticas que relacionam os conteúdos de Matéria e Energia, unidade de medida, regra de três e quatro operações ao tema transversal, visando contribuir tanto para construção de conceitos próprios da área de Ciências e Matemática, como para uma reflexão sobre hábitos sustentáveis no uso dos recursos naturais, buscando um equilíbrio entre modo de consumo e a renda familiar. Dessa forma, a utilização do *software* Jclic, que molda a abordagem adotada, visa promover a ludicidade das atividades, enquanto a Educação Financeira garante uma contextualização dos conteúdos.

Palavras-chave: Ensino Fundamental, Temas Contemporâneos Transversais, Educação Financeira, Ensino de Ciências e Matemática.

Abstract

In this work, we present a proposal to integrate Mathematics knowledge with Science, using Financial Education (EF) as a Transversal Contemporary Theme (TCT), capable of contextualizing the curriculum and serving as an axis for the intersection of these two disciplines. Therefore, the objective was to develop interdisciplinary didactic activities mediated by the PE theme. The methodological approach was qualitative, making it possible to elaborate and analyze the activities developed. As a result, there are four didactic activities that

[89] luccatune@gmail.com

[90] clarissa_olgin@yahoo.com.br

relate the contents of Matter and Energy, unit of measurement, rule of three and four operations to the transversal theme, aiming to contribute both to the construction of concepts specific to the area of Science and Mathematics, as well as to a reflection on sustainable habits in the use of natural resources, seeking a balance between consumption mode and family income. In this way, the use of the Jclic software, which shapes the adopted approach, aims to promote the playfulness of activities, while Financial Education guarantees a contextualization of the contents.

Keywords: Elementary School, Transversal Contemporary Themes, Financial Education, Science and Mathematics Teaching.

Resumen

En este trabajo, presentamos una propuesta para integrar el conocimiento de las Matemáticas con las Ciencias, utilizando la Educación Financiera (EF) como un Tema Contemporáneo Transversal (TCT), capaz de contextualizar el currículo y servir de eje para la intersección de estas dos disciplinas. Por lo tanto, el objetivo fue desarrollar actividades didácticas interdisciplinarias mediadas por el tema de la EF. El enfoque metodológico fue cualitativo, lo que permitió elaborar y analizar las actividades desarrolladas. Como resultado, se presentan cuatro actividades didácticas que relacionan los contenidos de Materia y Energía, unidad de medida, regla de tres y cuatro operaciones al tema transversal, buscando contribuir tanto a la construcción de conceptos propios del área de Ciencias y Matemáticas, así como a una reflexión sobre hábitos sostenibles en el uso de los recursos naturales, buscando el equilibrio entre el modo de consumo y el ingreso familiar. De esta forma, el uso del software Jclic, que conforma el enfoque adoptado, tiene como objetivo promover la lúdica de las actividades, mientras que la Educación Financiera garantiza una contextualización de los contenidos.

Palabras clave: Escuela Primaria, Temas Transversales Contemporáneos, Educación Financiera, Enseñanza de Ciencias y Matemáticas.

Introdução

Em conformidade com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que orienta a formação integral do estudante para o exercício pleno da cidadania, entende-se ser necessário romper com a compartimentalização do currículo, tornando-o capaz de compreender a complexidade de sua realidade (Brasil, 2017). Com isso, a partir do referencial teórico sobre os temas de interesse (Olgin, 2015) e a integração curricular (Beane, 1997) pretendeu-se elaborar atividades didáticas que integrem os conhecimentos de Ciências e Matemática, visando a compreensão, o desenvolvimento de habilidades e competências para a resolução de problemas e tomada de decisões envolvendo o tema EF.

Dessa forma, apresenta-se neste trabalho, quatro atividades didáticas envolvendo o tema EF e os conteúdos de matéria, energia, deslocamento, porcentagem e quatro operações matemáticas, que visam oportunizar a revisão e aprofundamento dos conteúdos envolvidos, bem como a criticidade por meio dos conteúdos explorados para a tomada de decisão em assuntos com a temática EF.

Metodologia da Pesquisa

A metodologia adotada neste trabalho foi a qualitativa, pois permitiu elaborar e analisar as atividades didáticas desenvolvidas com o tema EF, para o ensino de Ciências e Matemática. Para o desenvolvimento da investigação foram estabelecidas três etapas, sendo elas: uma revisão de literatura no Catálogo de Teses e Dissertações da Capes, em um período delimitado de 2010 a 2018, onde se verificaram artigos voltados para o Ensino Fundamental, a partir dos quais se fez uma análise dos conteúdos matemáticos comumente trabalhados junto ao tema Educação Financeira nessa etapa da Educação Básica; após isso, uma investigação dos livros didáticos de Ciências da Natureza aprovados pelo Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD), a fim de encontrar conteúdos de Ciências que possibilitaram seu desenvolvimento em harmonia com o TCT; e, por fim, a construção de atividades que aliaram a EF aos conteúdos de Ciências e Matemática com o uso do *software* Jclic, para satisfazer o objetivo de conferir ludicidade à abordagem. Apesar de estarem vinculados a um recurso tecnológico que implicaria na necessidade de haver, na escola em que fossem aplicados, um laboratório de informática para acesso ao respectivo *software*, os modelos de jogos pedagógicos utilizados permitem sua impressão para o desenvolvimento manual das atividades, tornando-as passíveis de serem adequadas ao contexto de uma escola que não disponha de computadores para uso dos alunos. A etapa seguinte dessa pesquisa será a aplicação das atividades em um grupo de estudantes, do Ensino Fundamental, da rede pública e privada no estado do Rio Grande Sul, Brasil, visando avaliar as contribuições delas para o processo de ensino e aprendizagem.

Referencial Teórico

Para a consolidação de conhecimentos formais que se mostrem conectados a aplicações práticas e ao cotidiano dos alunos, documentos curriculares empregaram a ideia de temas transversais, vistos desde 1998 nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) do Ensino Fundamental e, posteriormente, retomados pela BNCC, quando passaram a ser denominados Temas Contemporâneos Transversais (Brasil, 1998, 2017). Além de seu potencial para contextualizar os componentes curriculares, dado pela sua contemporaneidade, estes temas deveriam ser capazes de permear todo o currículo comum.

Ainda, pesquisas apontam para a necessidade de abordar os conteúdos escolares por meio do trabalho com diferentes temas, que possibilitem relacionar a teoria com a prática, contextualizar os conteúdos, trabalhar com questões importantes para a vida em sociedade, utilizar diferentes estratégias metodológicas etc. (Olgin, 2015; Beane, 1997).

Segundo Beane (1997) é possível realizar uma integração entre os conhecimentos abordados pelas diferentes disciplinas escolares, visto que ao se deparar com uma situação inesperada, será que o indivíduo terá tempo para pensar em qual área do conhecimento conterá a referência para resolver tal situação, de forma a estabelecer que, primeiramente, utilizará Matemática, em seguida Linguagens e por fim Ciências, por exemplo. Para o autor, quando o conhecimento é desenvolvido de forma integrada, é possível resolver um problema mobilizando distintos conhecimentos, inclusive os advindos da vida cotidiana, ou seja, os conhecimentos denominados da "cultura popular". Este último, muitas vezes, desconsiderado pela cultura dominante, ou seja, a "integração do conhecimento e seu uso como instrumento para enfrentar problemas reais, traz um significado mais profundo por trás da ideia de integração curricular, ou seja, apresenta possibilidades para ajudar a dar vida à democracia nas escolas (p. 8)". Assim, o autor propõe trabalhar com um tema central que permitirá desenvolver vários conceitos e diversas atividades que podem ser exploradas em cada um deles.

Ao encontro dessa proposta, Olgin (2015) argumenta que o currículo escolar precisa estar atento aos aspectos relacionados à vida em sociedade, para que os conteúdos formais sejam contextualizados, de forma a promover um ensino que possibilite a formação de um cidadão comprometido e preparado para atuar em um mundo moderno. Para a autora, é por meio do trabalho com temáticas, entendendo-as como um rol de assuntos[91] (contemporâneos, cultural, tecnológico, ambiental, político-social, entre outros), que se pode buscar caminhos para um ensino que tenha sentido para os estudantes, possibilitando o desenvolvimento de competências e habilidades, como resolver problemas, modelar fenômenos, compreender a importâncias dos diferentes saberes, conforme preconiza os documentos curriculares brasileiros.

Ao perceber a aplicabilidade dos TCT como eixo para associar diferentes disciplinas, optou-se por desenvolver um trabalho que relacionasse a EF ao ensino de Ciências e Matemática. A escolha da Educação Financeira como Tema Contemporâneo Transversal a ser

[91] Temas de interesse são um rol de assuntos importantes para compreender, interpretar e agir em sua realidade, tanto em uma esfera local, como global.

desenvolvido nessa pesquisa não se justifica, exclusivamente, pela sua fácil associação com a Matemática e até mesmo com as Ciências, mas também pela urgência de aproximar o tema das pessoas, tornando-o familiar, acessível e de fácil compreensão, tendo em vista os danos que podem vir como consequência de uma má gestão do dinheiro. Entre os muitos cenários em que uma EF adequada se faz essencial, destacam-se períodos de crise econômica, tais como os que se veem hoje, no Brasil, quando existem tendências de aumento da inflação, o que diminui o poder de compra da população. Neste sentido, um indivíduo educado financeiramente tem discernimento tanto para organizar suas finanças, quanto para eleger políticos e governantes que devem gerir o dinheiro público arrecadado com impostos. Estas são expressões importantíssimas do exercício da cidadania descrita pela BNCC e endossada pela nossa Estratégia Nacional de Educação Financeira (Enef), criada em 2010 e reformulada em 2020, a qual prevê o ensino da EF já na Educação Básica (Brasil, 2010, 2020).

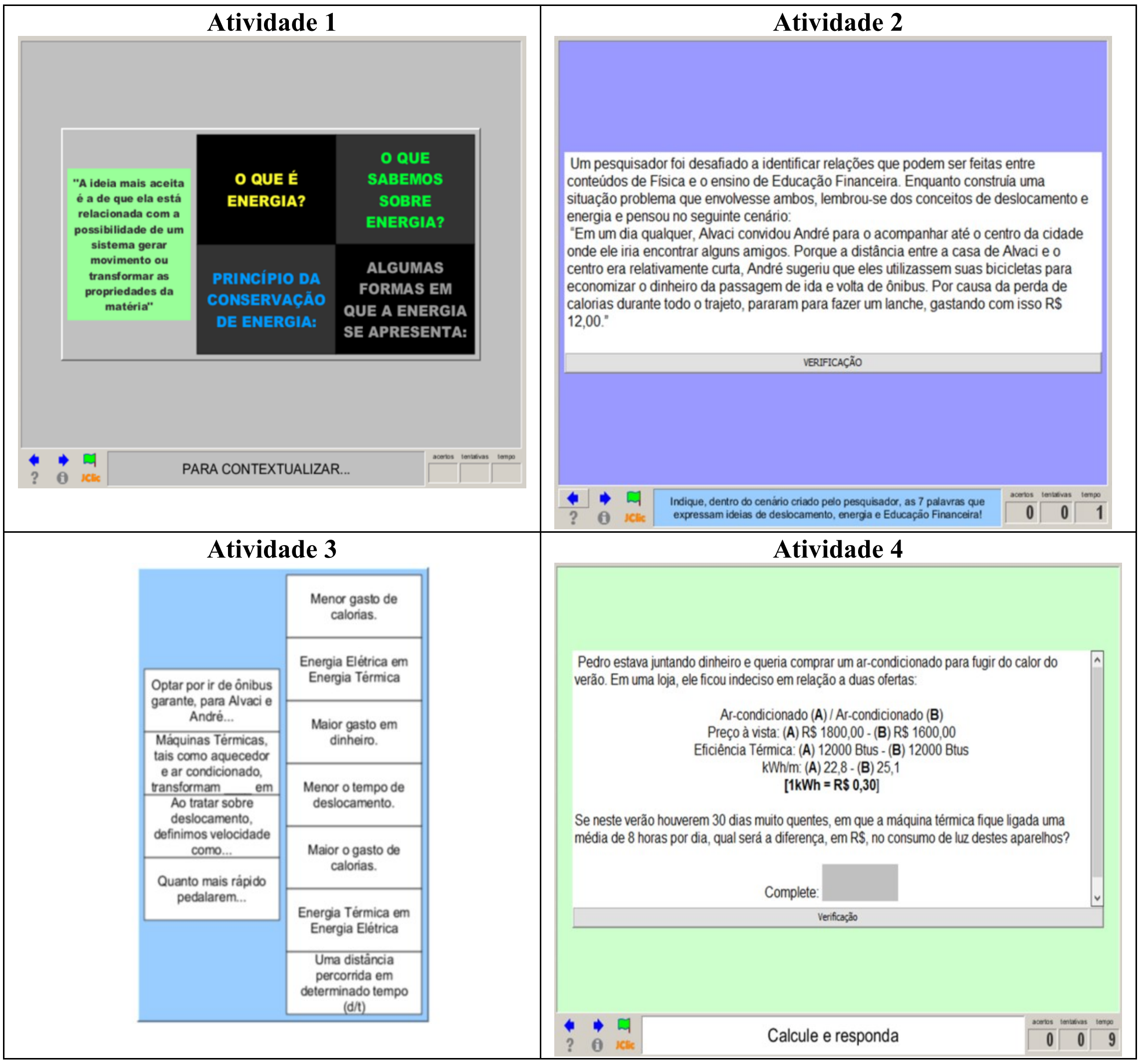
Atividades Didáticas com o tema Educação Financeira para o ensino de Ciências e Matemática

Os resultados parciais obtidos são uma amostragem da versatilidade do *software* Jclic, que permite a criação de atividades variadas e sequências didáticas com o uso de diferentes jogos pedagógicos, como quebra-cabeças, palavras cruzadas, jogo da memória, preencher lacunas, relacionar colunas, entre outros. Tem como principal vantagem, em relação a outros *softwares* e *sites* que executam a mesma função, operar sem necessidade de conexão com a *internet*. As atividades elaboradas associam a EF aos conteúdos de matéria e energia, regra de três, unidade de medida e quatro operações matemáticas, conforme a Figura 1.

O primeiro jogo pedagógico é nomeado pelo *software* Jclic como Exploração. Nele, são abordadas as noções básicas sobre energia, matéria e EF. Na dinâmica dessa atividade não existe o acerto ou o erro. Ela se limita à exposição de painéis, contendo texto ou imagem, que funcionam como botões. Ao clicar em um deles, surge, em um painel à parte, uma explicação sobre a informação apresentada no respectivo botão. Nessa pesquisa, entendeu-se que esse modelo de atividade é adequado para introdução de conceitos envolvendo tanto os conteúdos quanto a temática EF.

O segundo jogo pedagógico é em formato de texto. A proposta da atividade é identificar palavras ou frases que expressam determinada ideia. Destaca-se aqui a associação das Ciências com o tema Educação Financeira, por meio dos assuntos deslocamento e energia.

Figura 1.
Modelo das atividades elaboradas no Jclic



O terceiro jogo pedagógico é a atividade de relacionar colunas. É chamado associação complexa, porque permite que uma mesma coluna seja associada a mais de uma opção. Nessa atividade, se pretende desenvolver os tópicos referentes a deslocamento, energia e planejamento financeiro.

Por fim, o quarto jogo pedagógico escolhido foi o de completar o texto. Nesta atividade são explorados os conteúdos de conversões de unidade de medida, regras de 3 e quatro operações para chegar ao resultado.

Entende-se que as atividades didáticas construídas com o tema EF, podem potencializar o ensino de Ciências e Matemática, pois promovem a relação da teoria com a prática (Olgin, 2015; Beane, 1997), propondo aos alunos explorar conceitos e situações-problemas por meio da utilização de recursos tecnológicos que podem despertar o seu interesse para os assuntos trabalhados.

Conforme aponta Beane (1997), tomando o tema EF como ponto central, os estudantes podem ampliar e/ou revisar conceitos de diferentes áreas, como Ciências e Matemática, por meio de um conjunto de atividades didáticas que explorem cada conceito relacionado à temática abordada. Para isso, entende-se que é preciso elaborar e planejar as atividades de forma a explorar as potencialidades do tema, para que os estudantes percebam a sua relevância e como podem utilizar os conhecimentos construídos para agir individualmente e coletivamente.

Considerações Finais

Espera-se que as atividades, construídas no Jclic, possibilitem a exploração de forma lúdica e progressiva, tanto os conteúdos de Ciências e de Matemática quanto o tema EF. Este trabalho faz parte de uma pesquisa em andamento que deve prosseguir com a elaboração de atividades, preocupando-se em trazer, em sua didática, robustez na introdução de conceitos básicos para, de modo coeso, conduzir à contextualização dos respectivos componentes curriculares. Os jogos pedagógicos destacados neste trabalho se mostraram com potencial para a integração do tema abordado possibilitando a elaboração de atividades atrativas e que os estudantes podem trabalhar de forma autônoma em sala de aula ou não.

Agradecimento: Agradecemos ao CNPq pela bolsa de Iniciação Científica concedida ao primeiro autor deste trabalho.

Referências

Beane, J. (1997). Curriculum Integration. New York: Teachers College Press.

Brasil (1998). Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais. Apresentação dos temas transversais. Brasília: Ministério da Educação/ Secretaria de Educação Fundamental

Brasil (2017). Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular: educação é a base. Brasília, DF. Recuperado em 10, fevereiro, 2021, de http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/04/BNCC_19mar2018_versao-nal.pdf

Brasil (2019). Temas Contemporâneos Transversais na BNCC. Brasília. MEC. Recuperado em 10, fevereiro, 2021, de http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/implementacao/contextualizacao_temas_contemporaneos.pdf

Brasil (2010). Estratégia Nacional de Educação Financeira – Plano Diretor da Enef. Recuperado em 10, fevereiro, 2021, de https://www.vidaedinheiro.gov.br/wp-content/uploads/2017/08/Plano-Diretor-ENEF-Estrategia-Nacional-de-Educacao-Financeira.pdf

Brasil (2020). Decreto nº 10.393, de 9 de junho de 2020. Institui a nova Estratégia Nacional de Educação Financeira - ENEF e o Fórum Brasileiro de Educação Financeira - FBEF. Diário Oficial da União, Brasília, DF, 10 jun. 2020.

Olgin, C. A. (2015). Critérios, Possibilidades e Desafios para o Desenvolvimento de Temáticas no Currículo de Matemática do Ensino Médio. Tese de Doutorado. Universidade Luterana do Brasil (ULBRA), Canoas.

Tecnologia digital e outros recursos para o ensino e aprendizagem de Matemática

Os Três Mundos da Matemática na resolução de questões sobre poliedros

The Three Worlds of Mathematics in solving questions about polyhedrons

Los Tres Mundos de las Matemáticas en la resolución de cuestiones de poliedros

Esther Vanessa do Nascimento Santos[92]
Licencianda, bolsista de IC e membro do CEPIN – Centro de Pesquisa e Inovação em Educação Matemática e Formação de Professores do IFSP Guarulhos
0000-0003-3413-9097

William Vieira[93]
Professor e membro do CEPIN – Centro de Pesquisa e Inovação em EducaçãoMatemática e Formação de Professores do IFSP Guarulhos
0000-0002-5592-891X

Roberto Seidi Imafuku[94]
Professor e membro do CEPIN – Centro de Pesquisa e Inovação em EducaçãoMatemática e Formação de Professores do IFSP Guarulhos
0000-0002-4047-9533

Emanoel Fabiano Menezes Pereira[95]
Professor e membro do CEPIN – Centro de Pesquisa e Inovação em EducaçãoMatemática e Formação de Professores do IFSP Guarulhos
0000-0002-6070-6561

Modalidade: Poster
Núcleo Temático: Tecnologia digital e outros recursos para o ensino e aprendizagem da matemática

Resumo

Neste artigo, objetivou-se investigar a ação dos Três Mundos da Matemática em questõesde uma atividade de ensino sobre poliedros no GeoGebra Classroom. Para isso, foi proposto uma oficina online sobre o GeoGebra 3D, para 17 licenciandos em Matemática,que foi seguida da aplicação da atividade de ensino. Ao final, foi aplicado um questionárioavaliativo sobre a oficina e atividade, com o objetivo entender o que pensam os futuros professores sobre o uso da tecnologia em sala de aula. Para as análises, utiliza-se os TrêsMundos da Matemática. Os resultados indicam bons conhecimentos dos participantes sobre poliedros e interesse em usar essas estratégias em sala de aula do Ensino Básico.

Palavras-chave: Geometria espacial; TDIC, três mundos da Matemática

Abstract

In this article, we aimed to investigate the action of the Three Worlds of Mathematics in questions of a teaching activity about polyhedra in the GeoGebra Classroom. For this, an

---

92 esther.vanessa@aluno.ifsp.edu.br
93 wvieira@ifsp.edu.br
94 roberto.imafuku@ifsp.edu.br
95 emanoel.pereira@ifsp.edu.br

online workshop on GeoGebra 3D was proposed for 17 students in Mathematics, which was followed by the application of the teaching activity. At the end, an evaluative questionnaire was applied about the workshop and activity, in order to understand what future teachers think about the use of technology in the classroom. For the analyses, the Three Worlds of Mathematics is used. The results indicate good knowledge of the participants about polyhedra and interest in using these strategies in the Basic Educationclassroom.
Keywords: Spatial Geometry, DICT, Three Worlds of Mathematics.

Resumen

En este artículo, nos propusimos investigar la acción de los Tres Mundos de las Matemáticas en cuestiones de una actividad didáctica sobre poliedros en el Aula de GeoGebra. Para ello se planteó un taller online sobre GeoGebra 3D para 17 alumnos de Matemáticas, al que siguió la aplicación de la actividad docente. Al finalizar, se aplicó uncuestionario evaluativo sobre el taller y la actividad, con el fin de conocer qué piensan los futuros docentes sobre el uso de la tecnología en el aula. Para los análisis se utilizan los Tres Mundos de las Matemáticas. Los resultados indican buen conocimiento de los participantes sobre los poliedros e interés por utilizar estas estrategias en el aula de Educación Básica.
Palabras clave: Geometría Espacial, TDIC, Tres Mundos de las Matemáticas.

Introdução

Com a constante disseminação das TDIC há o favorecimento de seu uso como ferramenta de ensino e de aprendizagem no ambiente de sala de aula. Atualmente, os dispositivos móveis, cada vez mais populares, vêm se constituindo uma alternativa para o ensino de Matemática.

A facilidade de acesso as TDIC também têm impactado documentos oficiais que norteiam a educação. Por exemplo, a BNCC (2017) prevê que o aluno deva exercitar a curiosidade intelectual, utilizando as tecnologias como incentivadora à resolução de diferentes tipos de problema, de forma crítica e significativa. Para a Geometria, uma dashabilidades previstas ao aluno é a identificação de elementos e características que compõediferentes tipos de poliedros, colaborando para o desenvolvimento do pensamento geométrico.

De acordo com Sousa, Alves e Fontenele (2020), para que um estudante construao pensamento geométrico, é necessário que haja, em seu processo de aprendizagem, a possibilidade da construção de hipóteses e a exploração dos objetos estudados. No entanto, segundo estes autores, este desenvolvimento torna-se prejudicado quando os objetos tridimensionais são exclusivamente representados de forma bidimensional, como as representações presentes nos livros didáticos. Entretanto, segundo Macedo (2013), a utilização de *softwares* de geometria dinâmica, especificamente o GeoGebra 3D, permitea construção do objeto pelo próprio aluno, ofertando, então, dinamicidade, interatividadee o desenvolvimento de diferentes habilidades do sujeito, contraponto o prejuízo destacado por Sousa, Alves e Fontenele (2020). Em Santos et al (2021, 2022), analisamosa resolução de questões sobre poliedros com o GeoGebra 3D desenvolvida no GeoGebra Classroom, aplicadas para licenciandos em Matemática, que revelou potencialidades do uso de atividades deste tipo para o ensino sobre estes temas na escola básica. Neste artigo,discutimos três outras questões propostas nessa investigação que, embora não utilizem diretamente o recurso do GeoGebra 3D, estão encadeadas ao desenvolvimento do processo de construção e análise de figuras neste aplicativo.

Considerando essas perspectivas, o objetivo deste artigo é discutir como os Três Mundos da Matemática agiu sobre uma atividade voltada a Geometria Espacial, por meio de uma atividade de ensino, que também trabalhou com o uso do GeoGebra para celular,a respeito de poliedros e suas propriedades. Para isto, foi desenvolvido e aplicado uma oficina a 17 estudantes de Licenciatura em Matemática de uma instituição pública de ensino do estado de São Paulo. Após a oficina, foi proposto uma atividade de ensino, contendo 10 questões, que trabalha de maneiras diversas com os conceitos e as propriedades relacionados a poliedros, como construção de pirâmides e prismas no GeoGebra, identificação de vértices, arestas e faces e a Relação de Euler. Ao final da atividade, foi aplicado um questionário avaliativo aos participantes (futuros professores de Matemática), questionando-os a respeito da atividade proposta e sobre o que pensam do uso do celular inteligente para o ensino de Geometria Espacial. Para as análises das resoluções dos participantes foi utilizado como quadro teórico os Três Mundos daMatemática, de Tall (2013), que propõe que o conhecimento matemático se desenvolve apartir da inter-relação entre os mundos corporificado, simbólico e formal.

Materiais e Métodos

Para alcançar os objetivos propostos, foi aplicado uma oficina, com dois encontrosde duas horas e meia cada, para 17 estudantes de licenciatura em Matemática de uma instituição pública de ensino. A oficina tinha por objetivo apresentar algumas ferramentas básicas do GeoGebra 3D, de forma a nivelar os conhecimentos dos participantes a respeito das ferramentas que seriam utilizadas e, após isto, aplicar uma atividade de ensino, que contém 10 questões e pôde ser realizadas em diversos tipos de dispositivos móveis (*tablets*, *notebooks*, celulares ou computadores). Essas diversas possibilidades dedispositivos se deu pois a pesquisa foi realizada durante o período de pandemia e foi permitido aos participantes que utilizarem os aparelhos que melhor se adequassem às suasrealidades. Após a realização da oficina, foi aplicado um questionário avaliativo sobre todo o processo (oficina e atividade), de forma a recolher a opinião dos participantes, enquanto futuros professores de Matemática, a respeito do uso do celular inteligente em sala de aula, juntamente com o GeoGebra 3D e seus possíveis impactos no ensino e aprendizagem no Ensino Básico. Toda coleta de dados foi realizada remotamente, por meio da coleta de respostas através do GeoGebra 3D e dos questionários respondidos noGeoGebra *Classroom* e no *Google Forms*. Todos os participantes assinaram o Termo deCompromisso Livre e Esclarecido e são tratados por pseudônimos nas análises.

Na parte inicial da oficina, explanou-se a respeito de como identificar e manipularos eixos coordenados (sendo o eixo x vermelho, eixo y verde e eixo z azul, como rotulá-los permanentemente, exibi-los e escondê-los), como exibir e esconder o plano xy (planocinza) e os objetos construídos. Houve apresentação da divisão e das possíveis utilizaçõesda janela de ferramentas, janela de álgebra e da janela gráfica. Das ferramentas básicas, foi discutido a forma de uso da ferramenta de ponto, segmento, ponto médio, intersecção entre dois objetos, polígonos, poliedros, plano paralelo, plano por três pontos e polígono/poliedro regular cujo lado possua um valor pré-definido. A respeito dos polígonos, também foi discutido, respectivamente, as definições de um polígono convexo/côncavo, regular e irregular, em conjunto de exemplificações feitas através das ferramentas apresentadas. Para os poliedros, foi discutido as definições de vértices, facese arestas (elementos fundamentais destes sólidos) e como construir pirâmides, prismas, cubos e tetraedros no GeoGebra 3D.

Como materiais, foram utilizados a plataforma *Google Meet*, para realização da oficina e da atividade, juntamente com o GeoGebra *Classroom*, com janelas do GeoGebra3D, para que os participantes respondessem às questões propostas. Os Três Mundos da Matemática, de Tall (2013) é o quadro teórico adotado nas análises, que diz que o conhecimento matemático se desenvolve nos mundos corporificado (que trabalha com construções, figuras, objetos físicos), simbólico (que trabalha a manipulação de símbolose operações) e formal (que trabalha com conceitos, definições, axiomas, demonstrações).

Análises

Aqui discutimos as questões 1, 2 e 9 da atividade proposta. A Figura 1 apresenta,as questões aplicadas.

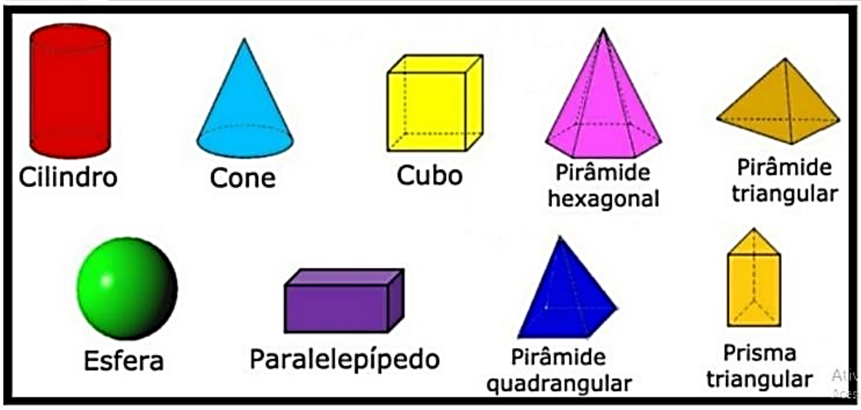
Figura 1

Questões Aplicadas (SANTOS et al, 2021)

Tarefa 1: Questão 1

Pesquise o significado da palavra **poliedro** e escreva abaixo o que você encontrou. Por favor, coloque a fonte da sua pesquisa.

Aa π Digite sua resposta aqui...



Tarefa 2: Questão 2

Quais das figuras acima representam **poliedros**? Quais **não** representam **poliedros**? Justifique suas decisões.

Aa π Digite sua resposta aqui...

Tarefa 9: Questão 9

Ana, aluna do 9o ano, após estudar prismas e pirâmides fez a seguinte observação:

"Ah! o número de vértices de um prisma é sempre um número par".

Você concorda com a afirmação de Ana? Justifique sua resposta.

Aa π Digite sua resposta aqui...

Na questão 1, com o auxílio de alguma ferramenta de busca *online*, esperava-se que os participantes selecionassem uma definição de poliedro, e que a utilizassem na resolução da questão 2, com a qual esperava-se que classificassem quais sólidos da figura proposta representavam ou não poliedros. Para estas questões, características dos Mundos formal e corporificado são destacadas, uma vez que exigiu dos participantes que utilizassem da representação visual da figura proposta em conjunto com a definição de poliedro, de forma a registrar e justificar corretamente suas respostas. Para a questão 9, era esperado que os participantes utilizassem características dos Mundos Simbólico e Formal para articular as informações numéricas fornecidas aos conceitos de vértices e prisma.

De modo geral, para a questão 1, todos os 17 participantes apresentaram definições satisfatórias, das mais variadas maneiras (algumas respostas estavam corretas,porém vagas, e outras mais precisas), que encontraram em páginas da web que classificamos como confiáveis. Para a questão 2, um único participante não conseguiu articular corretamente a definição que encontrou. A Figura 2 traz a resposta de Roberta, que não respondeu corretamente.

Figura 2.

Resposta de Roberta para a questão 2. (SANTOS et al, 2021)

Resposta

Cilindro, cone, cubo, pirâmide hexagonal, pirâmide triangular, pirâmide quadrangular e prisma triangular são poliedros paralelepípedo e esfera não são poliedros

Apesar de serem desenvolvidos a partir de polígonos, o mundo formal- corporificado se torna ainda mais importante quando há este tipo de análise. É preciso lembrar que um círculo (bases do cone e cilindro) não é polígono, uma vez que não possuilados e vértices. Assim, este tipo de observação seria suficiente para não caracterizar conee cilindro como poliedros. A questão 1 permitiu a valorização do mundo formal e sua relação com o mundo corporificado, com a questão 2, trazendo a oportunidade de sanar dúvidas, durante as discussões após a realização da atividade, com relação a este tipo de classificação. Os participantes também foram lembrados a respeito da confiabilidade dasfontes consultadas para a questão 1.

Para a questão 9, 16 participantes responderam corretamente ao solicitado, trabalhando, portanto, de forma satisfatória com características dos Mundos Formal e Simbólico. Apenas o participante Flávio (Fig. 3) apresentou certa confusão ao registrar sua resposta. Nela, ele afirma de maneira incorreta que “um prisma é um paralelogramo”.Nessa resposta, não há elementos suficientes para entendermos porque o participante afirmou que as arestas são constadas em dobro, contudo ela evidencia dificuldades de Flávio sobre características dos Mundos Formal, Corporificado e Simbólico, relacionadasàs definições de prisma e seus elementos e sobre a relação entre eles.

Figura 3.

Resposta de Flávio para a questão 9. (SANTOS et al, 2021)

Sim, pois um prisma é um paralelogramo e portanto as arestas serão contadas em dobro.

Ao final da experiência de formação, aplicamos um questionário avaliativo para os participantes, com o qual buscamos avaliar suas opiniões, enquanto futuros professores de

Matemática, a respeito da oficina e atividades desenvolvidas, e se eles acreditam que elas podem contribuir com o ensino de Geometria na Educação Básica. A Figura 4 apresenta respostas de dois estudantes à pergunta "Acredita que este tipo de exploraçãoe atividade pode contribuir ao ensino de Geometria Espacial?", e representam as posições dos participantes sobre a atividade.

Figura 4.

Respostas de João e Maria no questionário avaliativo. (SANTOS et al, 2021)

Sim, a representação visual e a exploração das propriedades contribuí muiito nesse processo de ensino de Geometria Espacial.

Com certeza esse tipo de exploração e atividade contribui não só no ensino de Geometria Espacial como também em Geometria Plana, pois para realizar as atividades acabamos resgatando alguns conceitos de geometria plana.

De maneira geral, os participantes avaliaram positivamente a oficina e atividade propostas. Muitos destacaram que a partir da exploração das características e propriedades dos poliedros, pode-se realizar uma recapitulação de elementos e conceitosda Geometria Plana e da Geometria Espacial, permitindo a consolidação de ideiasfundamentais sobre estes temas.

Ao fim das atividades e da oficina, todas as questões propostas foram discutidas e discutidas coletivamente, sanando todas as dúvidas que restaram após sua execução. Os participantes demonstraram interesse, enquanto futuros professores de Matemática, nestetipo de abordagem no Ensino Básico, pois lhes apresentou uma nova perspectiva de ensino sobre o tema. Por fim, destacamos que uma nova investigação sobre o uso da atividade proposta está em curso, e desta vez será realizada com alunos do Ensino Médio,o que nos fornecerá novos olhares sobre suas potencialidades e limitações.

Considerações Finais

De maneira geral, observamos potencialidades no uso da atividade proposta parao ensino de Geometria Espacial, uma vez que as duas primeiras questões colocaram em discussão a relação entre a definição de poliedro (características do Mundo Formal), seguida da classificação de algumas figuras (características do Mundo Corporificado), oque evidenciou bons conhecimentos dos participantes e possibilitou dirimir dificuldadessobre o tema. Além disso, a partir dessas duas questões, pode-se realizar um trabalho de aprofundamento de propriedades dos sólidos geométricos, com a discussão que se seguiuna questão 9, que exigiu dos participantes uma análise mais aprofundada das relações entre os elementos fundamentais dos prismas, sendo necessário a manipulação algébrica destes elementos (características do Mundo Simbólico).

Entendemos que a atividade proposta se constitui como uma possibilidade para oensino de poliedros e suas propriedades. Além disso, acreditamos que as atividades abordam às questões destacadas por Sousa, Alves e Fontenele (2020), que propõe que o estudante elabore suas próprias conjecturas e hipóteses e as verifique. Por fim, entende- se que a atividade proposta, de maneira geral, evidenciou potencialidades para uma abordagem não tradicional sobre o estudo de poliedros.

Referências

BNCC. Ensino Médio. Brasília: MEC, 2017.

MACEDO, I. S. **Facilitando o Estudo da Geometria Espacial com o GeoGebra 3D**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Instituto de Matemática, Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2013. Disponível em: https://repositorio.ufba.br/handle/ri/22977

SANTOS, E. V. N.; VIEIRA, W.; IMAFUKU, R. S.; PEREIRA, E. F. M. O Uso do GeoGebra 3D no Estudo de Poliedros e Suas Propriedades: Uma Investigação com Professores de Matemática em Formação Inicial. *In:* Congresso de Inovação, Ciência e Tecnologia do IFSP, 12., 2021. Cubatão: CONICT IFSP, 2021. Disponível em:http://ocs.ifsp.edu.br/index.php/conict/xiiconict/paper/view/7364/

SANTOS, E. V. N.; VIEIRA, W.; IMAFUKU, R. S.; PEREIRA, E. F. M. Uma Investigação do uso do GeoGebra 3D no Estudo de Propriedades de Poliedros.**Revista Ciência em Evidência**, Capivari, v. 2, n. 2, p.03-16, 2022. Disponível em:https://ojs.ifsp.edu.br/index.php/cienciaevidencia/issue/view/134/n2%2C%20v.II%20%28Ano%20II%29

SOUSA, R. C. de; ALVES, F. R. V.; FONTENELE, F. C. F. Aspectos da Teoria das Situações Didáticas (TSD) Aplicada ao Ensino de Geometria Espacial Referente às Questões do ENEM com Amparo do *Software* GeoGebra. **ALEXANDRIA**: Revista de Educação, Ciência e Tecnologia, Florianópolis, v. 13, n. 2, p. 123-142, nov. 2020.

TALL, D. O. **How Humans Learns to Think Mathematically**: Exploring the Three Worlds of Mathematics. 1. Ed. New York: Cambridge University Press, 2013.

Os Três Mundos da Matemática no Estudo da Função Cosseno com o GeoGebra

The Three Worlds of Mathematics in the Study of the Cosine Function with GeoGebra

Los Tres Mundos de las Matemáticas en el Estudio de la Función Coseno con GeoGebra

Lucas de Brito Costa[96]
Licenciando, bolsista de IC e membro do CEPIN – Centro de Pesquisa e Inovação em Educação Matemática e Formação de Professores do IFSP Guarulhos
0000-0002-2315-1309

William Vieira[97]
Professor e membro do CEPIN – Centro de Pesquisa e Inovação em Educação Matemática e Formação de Professores do IFSP Guarulhos
0000-0002-5592-891X

Roberto Seidi Imafuku[98]
Professor e membro do CEPIN – Centro de Pesquisa e Inovação em Educação Matemática e Formação de Professores do IFSP Guarulhos
0000-0002-4047-9533

Emanoel Fabiano Menezes Pereira[99]
Professor e membro do CEPIN – Centro de Pesquisa e Inovação em Educação Matemática e Formação de Professores do IFSP Guarulhos
0000-0002-6070-6561

Modalidade: Pôster
Núcleo Temático: Tecnologia digital e outros recursos para o ensino e aprendizagem da matemática.

Resumo

Neste trabalho, discutimos as respostas dadas por licenciandos em Matemática para atividades no Geogebra *Classroom* sobre o papel dos parâmetros presentes na função cosseno, com o objetivo de avaliar os benefícios e limitações do uso de tecnologias no ensino de trigonometria. Essas atividades foram aplicadas para onze participantes de uma instituição pública de ensino do estado de São Paulo por meio de uma oficina remota, via Google Meet. Após a oficina e a atividade, foi aplicado um questionário para os participantes, que discute a percepção destes sobre o uso da estratégia adotada. O referencial teórico utilizado para a análise é os Três Mundos da Matemática. Os resultados indicam interações favoráveis dos participantes com a tecnologia utilizada e o interesse em utilizar esse tipo de estratégia em suas atuações como professores de Matemática.

Palavras-chave: Três Mundos da Matemática, GeoGebra, TDIC, Ensino de Trigonometria.

96 lucas.brito@aluno.ifsp.edu.br
97 wvieira@ifsp.edu.br
98 roberto.imafuku@ifsp.edu.br
99 emanoel.pereira@ifsp.edu.br

Abstract

In this work, we discuss the answers given by Mathematics undergraduates to activities in Geogebra Classroom about the role of parameters present in the cosine function, with the objective of evaluating the benefits and limitations of the use of technologies in the teaching of trigonometry. These activities were applied to eleven participants from a public educational institution in the state of São Paulo through a remote workshop, via Google Meet. After the workshop and the activity, a questionnaire was applied to the participants, which discusses their perception of the use of the adopted strategy. The theoretical framework used for the analysis is the Three Worlds of Mathematics. The results indicate favorable interactions of the participants with the technology used and the interest in using this type of strategy in their work as Mathematics teachers.

Keywords: Three Worlds of Mathematics, GeoGebra, TDIC, Trigonometry Teaching.

Resumen

En este trabajo discutimos las respuestas dadas por estudiantes de Matemáticas a actividades en el Geogebra *Classroom* sobre el papel de los parámetros presentes en la función coseno, con el objetivo de evaluar los beneficios y limitaciones del uso de tecnologías en la enseñanza de la trigonometría. Estas actividades se aplicaron a once participantes de una institución educativa pública del estado de São Paulo a través de un taller remoto, a través de Google Meet. Después del taller y de la actividad, se aplicó un cuestionario a los participantes, que discute su percepción sobre el uso de la estrategia adoptada. El marco teórico utilizado para el análisis son los Tres Mundos de las Matemáticas. Los resultados indican interacciones favorables de los participantes con la tecnología utilizada y el interés por utilizar este tipo de estrategia en su labor como docentes de Matemática.

Palabras clave: Tres Mundos de las Matemáticas, GeoGebra, TDIC, Enseñanza de Trigonometría.

Introdução

Com o avanço continuo das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) na sociedade contemporânea, especialmente em suas funções para o aprimoramento de diversas atividades diárias, esta tem se encontrado cada vez mais presente em nosso cotidiano.

Devido a este potencial, seu uso no ambiente escolar tem ganhado cada vez mais espaço, e seus usos e possibilidades têm sido discutido em diversas pesquisas. Como impacto mais imediato desta realidade, destacamos o incentivo ao uso de TDIC na Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018), que vão desde a determinação da área de figuras planas à visualização da representação de funções em plano cartesiano.

Em relação à importância da conciliação da visualização de conceitos e dos pensamentos algébricos para trigonometria, Silva e Domingos (2013) investigaram à compreensão de conceitos trigonométricos de estudantes do Ensino Superior, e identificam dificuldades na resolução apresentadas pelos estudantes se originavam do "encapsulamento" dos conhecimentos e a incapacidade de relacionar as diversas possíveis representações matemáticas.

Sobre o papel das tecnologias em sala de aula, Marrades e Gutiérrez (2000) investigaram o uso do software de geometria Cabri Geometre na elaboração de provas e explicações matemáticas para dezesseis estudantes com 15 e 16 anos, e concluíram que, devido à natureza maleável deste software, os participantes da pesquisa conseguiram elaborar explicações consistentes sobre os objetos matemáticos estudados.

Sobre a facilidade o uso de softwares de geometria dinâmica, em uma investigação sobre temas de Geometria Analítica com estudantes do Ensino Médio, Pereira Filho, Timóteo, Costa e Reis (2019) apontam que 96% dos participantes de sua pesquisa acharam o uso do GeoGebra fácil e destacaram que a visualização em tempo real das modificações feitas nos dados ajudou na compreensão dos temas estudados.

Em relação ao uso de materiais manipuláveis para o ensino de trigonometria no o Ensino Médio, Jardim, Doná e Silva (2022) apresentam resultados de uma investigação com licenciandas em Matemática sobre o uso de materiais manipuláveis para auxiliar na compreensão da relação entre os ângulos e os arcos e as razões trigonométricas no ciclo trigonométrico, e apontam que o conhecimento dos Três Mundos da Matemática, de David Tall, auxiliam na elaboração de atividades, com características corporificadas, com materiais manipuláveis, mediadas por tarefas que levem ao desenvolvimento de características simbólicas.

Destacando pesquisas como essas e as sugestões das diretrizes da BNCC, elaboramos atividades de ensino sobre a representação gráfica da função cosseno na plataforma virtual Geogebra *Classroom*, e as aplicamos para onze licenciandos em Matemática, com o objetivo de avaliar os benefícios e limitações do uso desse software para a abordagem do tema. O referencial teórico adotado nas análises é os Três Mundos da Matemática (TALL, 2013).

Materiais e Métodos

Para atingir nossos objetivos, elaboramos um material com o formato "Atividade" no

Geogebra *Classroom* referente à exploração do parâmetro b na representação gráfica da função $g(x) = b \cdot \cos x$, com o qual objetivamos explorar as características: corporificadas presentes na representação gráfica da função, por meio da dinamicidade possibilitada pelo software GeoGebra com a manipulação dos parâmetros (controle deslizante), as simbólicas presentes na tela (janela algébrica), relacionando às caraterísticas corporificas, uma vez que a representação simbólica é atualizada instantaneamente à manipulação dos parâmetros; e as formais, por meio de conjecturas realizadas pelos estudantes, resultando em formalizações após discussão em grupo.

Para contextualizar e revisar os conhecimentos necessários à realização da atividade junto aos participantes, relacionados tanto à função cosseno e suas propriedades (conceitos como o radiano, domínio, imagem período e amplitude), quanto à algumas ferramentas do GeoGebra, elaboramos *applets* que foram apresentados aos participantes por meio de uma explicação antes das atividades.

A plataforma Geogebra *Classroom* foi escolhida para a elaboração da atividade devido aos seus recursos, que permitem ao usuário a visualização das alterações feitas nas funções estudadas, e que também nos permitiu o acompanhamento em tempo real do progresso dos participantes durante a realização das atividades.

Para a análise de dados, utilizamos os Três Mundos da Matemática (TALL, 2013), que defende que o conhecimento matemático pode ser manifestado em três "mundos": o Corporificado, que abrange as percepções e ações feitas em cima de objetos matemáticos físicos e mentais, representado por gráficos e figuras matemáticas; o Simbólico, que surgiu devido à necessidade de efeituar tais ações, sendo representado por símbolos matemáticos presentes na realização de cálculos; e o Formal, que é composto pelo conhecimento da matemática formal, como demonstrações, leis, teoremas, axiomas e definições.

As atividades foram aplicadas para onze licenciandos em Matemática e realizadas remotamente por meio da plataforma Google *Meet*, em dois encontros de 2,5 horas cada. As atividades abordaram como principal objeto de estudo a função $g(x) = b\cos(ax + d) + c$ e como os valores dos parâmetros "a", "b", "c" e "d" influenciam a função em aspectos como sua representação gráfica, seu domínio, imagem e período, com cada parâmetro sendo abordado em uma atividade diferente. Todos os participantes assinaram o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido.

Após a realização das atividades, os licenciandos responderam um questionário elaborado no Google *Forms*, com perguntas referentes aos benefícios e limitações das atividades e se, como futuros professores de Matemática, considerariam seu uso na abordagem do tema na educação básica.

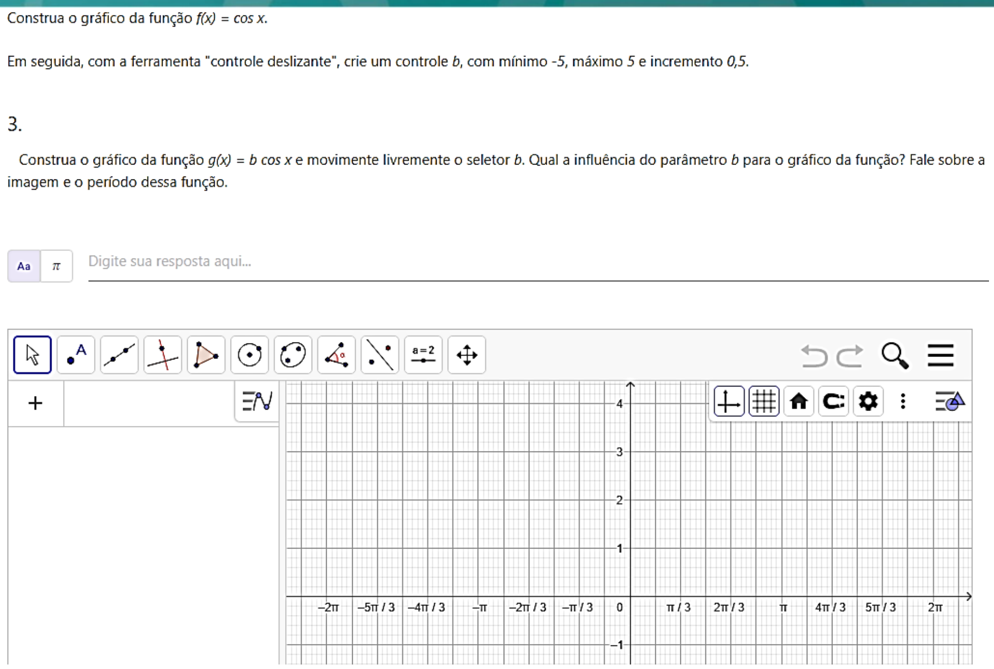
Resultados e discussão

A seguir, apresentamos uma análise didática e discutimos as respostas dos participantes para questão 3 da atividade[100], relacionada ao parâmetro *b*, assim como as respostas obtidas no questionário. Demais questões da atividade são discutidas em Aguiar, Imafuku, Vieira e Pereira (2021) e Costa, Vieira, Imafuku e Pereira (2022).

Na questão 3 (Figura 1), esperávamos que, ao manipular o controle deslizante e observar a alteração ocorrida na representação gráfica (Mundo Corporificado) assim como no valor apresentado na janela de álgebra e no campo de entrada (Mundo Simbólico), os estudantes conseguissem criar deduções consistentes (Mundo Formal) referente às alterações ocasionadas pelo parâmetro *b* no gráfico da função, identificando os impactos na imagem, que seria proporcionalmente alterada em relação ao parâmetro, e no período, que não se alteraria.

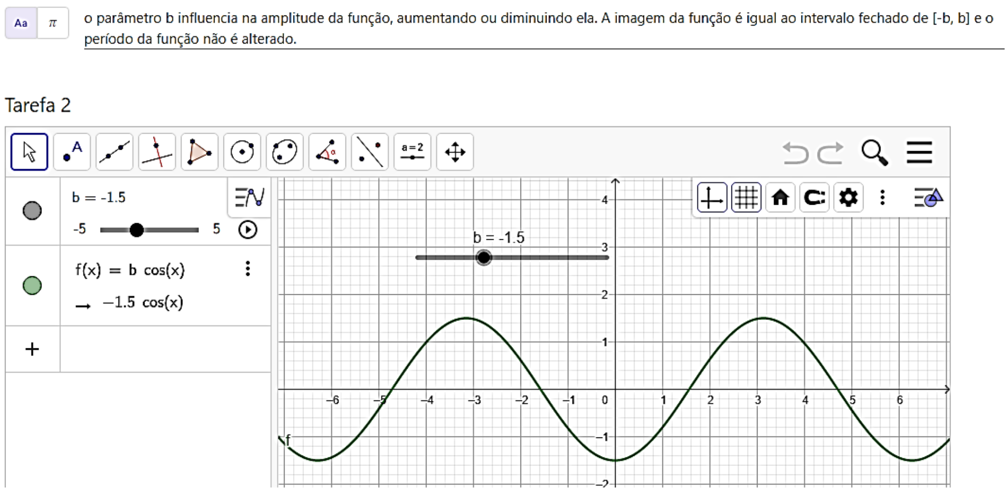
Figura 1.
Enunciado da questão 3 e a calculadora gráfica disponibilizada para uso.

[100] Atividade disponível em: <https://www.geogebra.org/m/z8wfqfrc>



A resposta de Laerte, indicada na Figura 2, mostra que o participante conseguiu entender de forma correta como tal parâmetro influência nas propriedades e na representação gráfica da função.

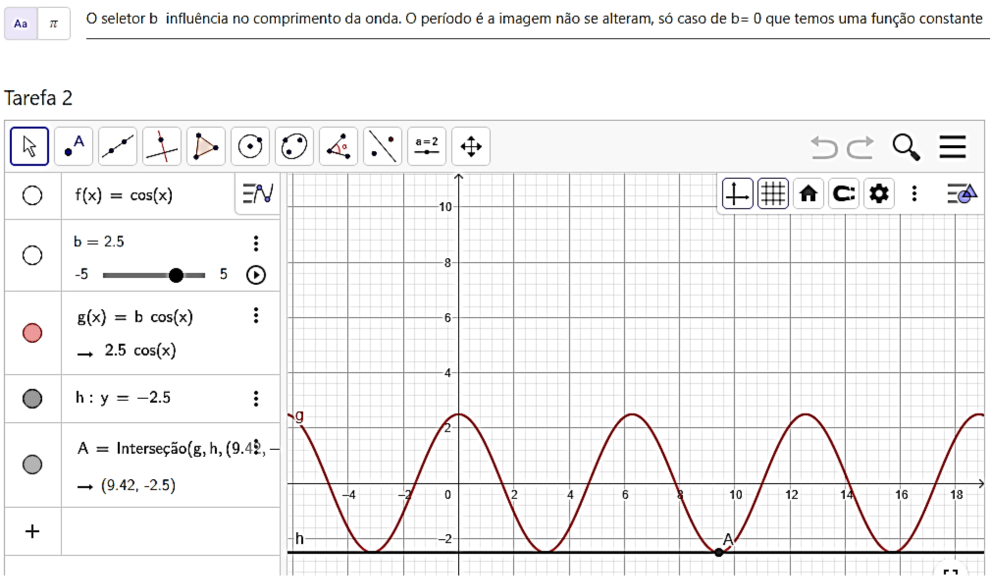
Figura 2.
Resposta de Laerte e seu histórico da calculadora gráfica.



Apesar de não construir a função $f(x) = \cos(x)$, como recomendamos no enunciado, Laerte apresenta características corporificadas ao observar corretamente as alterações feitas na manipulação do parâmetro b, tanto na representação gráfica no aspecto de amplitude, quanto aos aspectos de período e imagem requisitados. O estudante indica que tal parâmetro determina os valores máximo e mínimo, representando o conjunto imagem da função de forma genérica, apresentando características simbólico-formais. Além disso, afirma que o parâmetro não tem influência sobre o período da função.

O participante Fausto (Figura 3), entretanto, apresentou dificuldades na interpretação do impacto do parâmetro b no gráfico da função.

Figura 3
Resposta de Fausto e seu histórico na calculadora gráfica.



Apesar de ter conseguido adequadamente descrever que não há alteração no período da função e que a função se torna constante quando $b = 0$, Fausto se contradiz ao dizer que o comprimento da onda se altera com b, posto que o comprimento da onda está diretamente relacionado com o período da função. Além disso, ele não foi capaz de observar características corporificadas relacionadas a alteração da imagem da função. Desta forma, embora este participante tenha revelado características corporificadas corretas, não apresentou as características simbólico-formais esperadas para a questão.

Correções coletivas foram realizadas ao final da resolução de cada questão (de cada parâmetro), o que possibilitou aos participantes elaborar respostas mais concisas nas atividades seguintes como destacado em Aguiar et al. (2021). E, nesse sentido, os dados obtidos evidenciaram progressos nas respostas dos participantes e corroboram os resultados encontrados por Marrades e Gutiérrez (2000).

Ao final da oficina aplicamos um questionário avaliativo referente às atividades e a estratégia adotadas, com o objetivo de avaliar as percepções dos futuros professores em relação à possibilidade de utilizar atividades como estas no ensino de trigonometria. A seguir, discutimos algumas das respostas.

Em relação à pergunta "Como professor de Matemática, você usaria essas atividades no Ensino Médio? Por quê?", todos os participantes responderam positivamente, destacando a visualização proporcionada pelo GeoGebra como característica importante para a aprendizagem. As respostas destacadas na Figura 4 são exemplos dessa perspectiva.

Figura 4.
Respostas de Jefferson, César e Laerte no questionário avaliativo.

Com certeza, pois ajuda a dar uma visão diferentes dos conteúdos.

Com certeza, pois elas ajudam os alunos visualizarem os parâmetros.

Sim, pois elas forem bem intuitivas e construindo o conceito aos poucos, em cada pergunta, o que seria interessante para ingressar esses conceitos na aula.

Para a pergunta "Quais as vantagens você identifica na aplicação deste tipo de atividade no Ensino Médio?", os licenciandos destacaram novamente a capacidade do software para a visualização de conceitos, e a possível melhor "compreensão do aluno no assunto", acarretando em uma "construção de conhecimento mais sólido", corroborando com os resultados encontrados por Jardim, Doná e Silva(2022), que apontam a visualização de conceitos importante à desenvoltura dos estudantes em relação à conceitos trigonométricos. A Figura 5 traz algumas afirmações nesse sentido.

Figura 5.
Respostas de Emerson e Laerte no questionário avaliativo

A compreensão do aluno vai além do calcular uma função, ele entende o porquê daquilo e acho que isso ajuda muito para a absorção do conteúdo.

Vantagens, principalmente, na interatividade dos alunos na conjectura dos conhecimentos e a dinamicidade que pode ser dada a aula.

Esta visão do melhor conhecimento do aluno em relação a matéria após a exploração multifacetada dos conceitos destaca a importância da interação dos conhecimentos abordados nos Três Mundos da Matemática, e corrobora com as observações feitas por Marrades e Gutiérrez (2020), que destacam como seus alunos conseguiram melhorar suas explicações sobre conceitos após o uso de softwares de geometria dinâmica. As observações relacionadas à compreensão também corroboram com as perspectivas de Silva e Domingos (2013), que destacam a necessidade da interação de diversas faces da Matemática para a elaboração de conjecturas.

Considerações Finais

No geral, tanto a oficina quanto as atividades demonstram potencial para o ensino de conceitos e ideias de trigonometria, ao favorecer a exploração dos Três Mundos da Matemática. Muitas das dúvidas e dificuldades reveladas pelos licenciandos tanto em relação ao conteúdo abordado quanto às ferramentas e especificidades do GeoGebra foram sanadas durante as discussões coletivas após cada atividade, indicando potencialidades do uso dessa dinâmica no ambiente escolar.

Em relação aos resultados encontrados, tanto nas atividades quanto nos comentários feitos pelos participantes, observamos uma valorização do uso do GeoGebra em atividades de ensino e o interesse dos futuros professores na realização de tais dinâmicas em suas aulas.

Referências

AGUIAR, J. L. A.; IMAFUKU. R. S.; VIEIRA, W. e PEREIRA, E. F. M. (2021). Uma análise do uso do GeoGebra no estudo do gráfico da função g(x) = c + cos(x). 12º Congresso de Inovação, Ciência e Tecnologia do IFSP

BRASIL. (2018). Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília.

COSTA, L. B.; VIEIRA, W.; IMAFUKU., R. S. e PEREIRA, E. F. M. (2022). O desenvolvimento dos três mundos da matemática no estudo de funções trigonométricas com o GeoGebra. Ciência em Evidência, Revista Multidisciplinar, ISSN: 2763-5457 v. 2, n. 2, + Dossiê Especial: I Seminário TIC e Educação - Edição 2022

JARDIM, V. B. F.; DONÁ, E. G.; SILVA, J. Análise fundamentada de uma oficina de trigonometria: as contribuições para o desenvolvimento profissional. Revista Paradigma, 43 (Edición temática 1), p. 364-389. Disponível em: <http://revistaparadigma.online/ojs/index.php/paradigma/issue/view/80>. Acesso em 25 set. 2022.

MARRADES, R.; GUTIERREZ, A. (2000). Proofs produced by secondary school students learning geometry in a dynamic computer environment. Educational Studies in Mathematics. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/227160535_Proofs_produced_by_secoseco n_school_students_learning_geometry_in_a_dynamic_computer_environmenv>. Acesso em: 28 mai. 2021

PEREIRA FILHO, A. D.; TIMÓTEO, S. C. de S.; COSTA, D. E.; REIS, T. S. dos. (2019) Contribuições do software Geogebra no processo de ensino e aprendizagem de Geometria Analítica em uma turma da 3ª série do Ensino Médio. REAMEC - Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática, [S. l.], v. 7, n. 1, p. 288-311, 2019. DOI: 10.26571/REAMEC.a2019.v7. n1.p288-311.i7865. Disponível em: <https://periodicoscientificos.ufmt.br/ojs/index.php/reamec/article/view/7865>. Acesso em: 29 mai. 2021.

SILVA, M.; DOMINGOS, A. (2013) A coordenação de raciocínios em atividades de trigonometria com alunos do 11º ano. Investigação em Educação Matemática 2013, anual (NA), 495-514. Disponível em: <https://www.spiem.pt/eiem2013/wp-content/uploads/2013/05/GD3C7SilvaDomingos1.pdf>.Acesso em: 25 set. 2022.

TALL, D. O. (2003). How Humans Learn to Think Mathematically: Exploring the Three Worlds of Mathematics. 1ª. ed. New York: Cambridge University Press.

Um relato sobre a introdução à programação no ensino fundamental utilizando o software Scratch

A report on the introduction to programming in elementary school using thesoftware Scratch

Un informe sobre la introducción a la programación en la escuela primaria usandoel software Scratch

Milaine Vasques Pazetti[101]
Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS)
https://orcid.org/0000-0002-5526-3428

Bruna Santos de Souza
Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS)
https://orcid.org/0000-0001-7983-2851

Modalidade: Poster
Núcleo Temático: Tecnologia digital e outros recursos para o ensino e aprendizagem da matemática

Resumo

Neste trabalho, apresentamos uma prática de introdução à programação com alunos dos 8ºs e 9ºs anos do ensino fundamental participantes de uma oficina de robótica educacional utilizando o software Scratch. Os estudantes foram convidados adesenvolver três atividades dentro do ambiente de programação: a primeira de familiarização da plataforma, a segunda de reprodução de alguma atividade que já haviasido realizada dentro da plataforma por outra pessoa e a terceira atividade que consistiu em uma criação livre. A partir destas analisamos a matemática que emergiu das criaçõesdos estudantes. Nossa pesquisa é de caráter qualitativa e nossa análise baseia-se, principalmente, nos autores Dalla Vecchia (2012) e Maltempi (2008).

***Palavras-chave*:** Tecnologia na educação matemática, Scratch, Programação, Escola Básica.

Abstract

In this work, we present an introduction to programming practice with students from the8th and 9th grades of elementary school participating in an educational robotics workshop using the software Scratch. The students were invited to develop three activities with the programming environment: the first to familiarize the platform, the second to reproduce an activity that had already been carried out within the platform by someone else and the third activity that consisted of a free creation. From these we analyze the mathematics that emerged from the students' creations. Our research is qualitative and our analysis is mainly based on the authors Dalla Vecchia (2012) and Maltempi (2008).

Keywords: Technology in Mathematics Education, Scratch, Programming, Elementary School.

[101] pazettim.m@gmail.com[2]brunasouza@ufrgs.br

Resumen

En este trabajo presentamos una introducción a la práctica de la programación con estudiantes de 8° y 9° grado de primaria participando en un taller de robótica educativa utilizando el software Scratch. Se invitó a los estudiantes a desarrollar tres actividades dentro del entorno de programación: la primera para familiarizarse con la plataforma, la segunda para reproducir una actividad que ya había sido realizada dentro de la plataforma por otra persona y la tercera actividad que consistía en una creación libre. A partir de estos analizamos las matemáticas que surgieron de las creaciones de losestudiantes. Nuestra investigación es cualitativa y nuestro análisis se basaprincipalmente en los autores Dalla Vecchia (2012) y Maltempi (2008).

Palabras clave: Tecnología en la educación matemática, Scratch, Programación, Escuela Básica.

Introdução

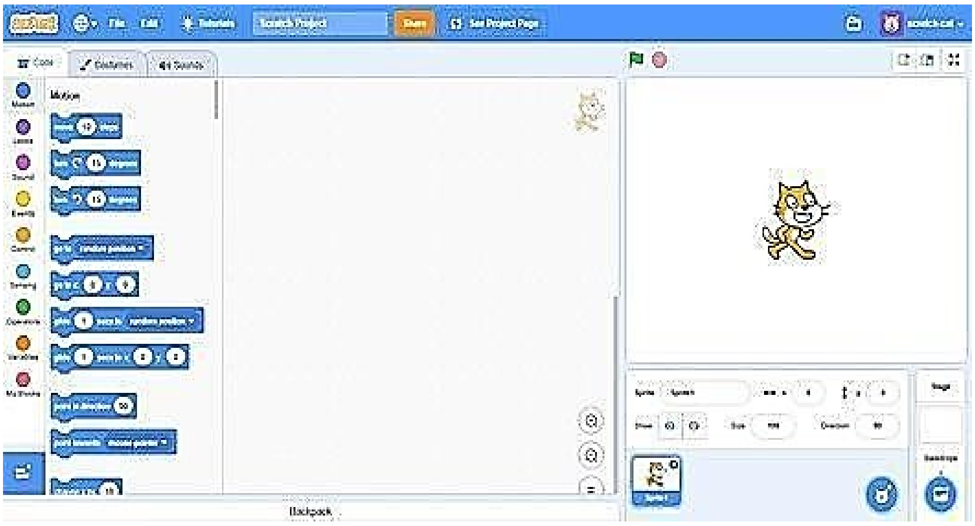
No ano de 2021 iniciou-se uma Oficina de Robótica Educacional em uma escola Estadual da Região metropolitana de Porto Alegre, desenvolvida com o intuito de fazer parte do currículo escolar e proporcionar aos alunos mais uma maneira de interagir com as tecnologias. Em virtude do período pandêmico que vivemos e pelo fato das aulas ainda não estarem sendo realizadas de forma presencial naquele momento, optou-se por iniciarmos a oficina de maneira remota. Ocorreram encontros semanais de maneira síncrona via plataformas digitais e atividades assíncronas entregues através de nossasala de aula virtual.

Com o intuito de introduzir programação em uma oficina de Robótica Educacional durante o período de pandemia, foi pensado atividades com a utilização do Ambiente Digital Scratch. Assim como Dalla Vecchia, também acreditamos que o ambiente do software proporciona interatividade e interesse por parte dos estudantes:

> O Scratch é um software livre desenvolvido no MIT. (Massachusetts Institute of Technology). Este constitui-se como uma linguagem de programação visual e permite ao usuário construir interativamente suas próprias histórias, animações, jogos, simuladores, ambientes visuais de aprendizagem, músicas e arte. Para manuseio do Scratch, o usuário obrigatoriamente necessita expressar seu pensamento na forma de comandos. Toda ação de qualquer objeto deve ser programada e explicitada. Os comandos são visualizados por meio de blocos que são arrastados para uma área específica e conectados, formando a programação do ambiente . (DALLA VECCHIA, 2012, p.130)

Na figura 1, temos a interface do software Scratch:

Figura 1:
Interface do Scratch



Segundo Rodrigues (2009) partindo do processo de evolução que vivenciamos denominada como “a era da tecnologia digital”, a interação da tecnologia com a sociedade implicou em um constante processo de aprendizagem, pois as pessoas precisaram desenvolver diferentes habilidades para se comunicar e interagir.

> Sobre este novo cenário, ocorre a inserção das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) no contexto educacional, oportunizando uma participação no processo de ensino-aprendizagem. Por meio das TIC o professor poderá ter maior acesso a diversas ferramentas pedagógicas digitais que podem auxiliar o processo de ensino-aprendizagem. (RODRIGUES, SCHLUNZEN , 2009, p. 2)

Acreditamos que o Scratch está inserido nesse contexto de ferramentas pedagógicas que possibilitam uma aprendizagem criativa. Não só a interação com a ferramenta mas as construções que o ambiente proporciona são uma excelente forma de aliar recursos informáticos ao ensino de matemática possibilitando ao estudante tornar-se ativo na construção do conhecimento.

A prática

Foram organizadas três atividades, a primeira de familiarização da plataforma (ou ambiente de desenvolvimento de programação), a segunda de reprodução de algumaatividade que já havia sido realizada dentro da plataforma por outra pessoa e a terceira atividade que consistiu em uma criação livre.

Nosso primeiro encontro teve uma duração de uma hora, nele apresentamos o Scratch como uma linguagem de programação criada no ano de 2007 pelo MIT. Na qualé possível programar de uma maneira divertida e como seus comandos são de fácil entendimento naquele momento achamos que seria o ideal para o propósito da atividade. Solicitamos a réplica da programação que foi realizada neste vídeo do You Tube https://youtu.be/1eT6OpRpXRE , além disso inserir algo que os representassem dentro de sua programação. Realizada a atividade deveriam postar em nossa sala de aulavirtual para posterior análise das pesquisadoras.

A segunda atividade consistiu em uma criação livre, solicitamos aos alunos usarem a imaginação e criarem suas próprias programações. Sugerimos a visualizaçãode alguns vídeos no YouTube para inspiração, porém não poderia ser uma réplica da programação que foi assistida. Após a realização da atividade cada aluno respondeu a um questionário (Formulário do Google) que fará parte da nossa análise nas seções que seguem.

Após as respostas dos formulários ainda foi realizada a terceira atividade que consistiu em uma criação coletiva, na qual cada aluno ficou responsável de acrescentar alguns blocos de programação a uma programação iniciada pela professora titular da oficina. Com o intuito de fechamento desta introdução a programação.

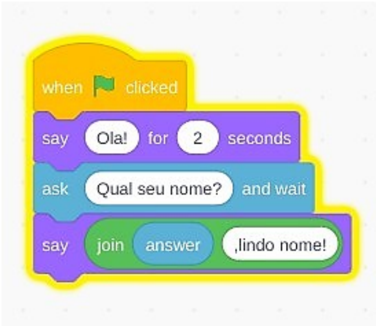
Participaram da atividade cinco alunos, para a posterior análise foramselecionados apenas os que participaram de todos os momentos síncronos e entregaram as atividades assíncronas.

Apresentação e análise de cada etapa

Nossa análise se dará em cima dos 2º e 3º encontros síncronos e seus posteriores envios via plataforma.

Durante o segundo encontro foi proposto aos alunos que fizessem uma criação livre no ambiente de programação, recebemos cinco trabalhos, dentre eles três diálogose duas criações de jogos. Os alunos utilizaram alguns comandos básicos para criar diálogos entre personagens, ou entre o jogador. A seguir temos a programação de um diálogo em que o personagem interage com seu telespectador perguntando “qual seu nome?”, com isso abre uma caixa de diálogo interativo para resposta dando a possibilidade de interação com o personagem.

Figura 2.
Comando de diálogos (arquivo pessoal)

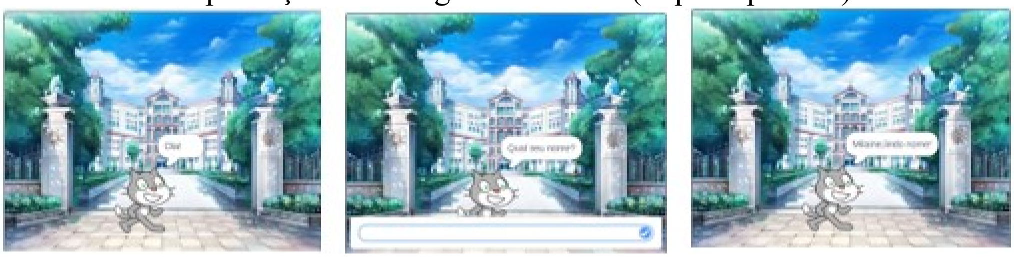


Sapira, Dalla Vecchia e Maltempi (2015) nos relatam que Papert (1994) buscava diferentes formas para aprender, de forma que a criança agisse como criadora deconhecimento, sendo ser ativo em sua aprendizagem.

> Segundo a visão desse autor, para que essa mudança acontecesse, os alunos deviam assumir o comando do seu próprio desenvolvimento em uma cultura de responsabilidade social coexistindo com a escola como um local de aprendizagem. Levando em conta todas essas percepções sobre a aprendizagem e a escola, Papert criou a concepção conhecida por construcionismo. (SÁPIRAS, DALLA VECCHIA, MALTEMPI, 2015,p. 975)

Percebemos que uma prática aberta possibilita ao estudante essa mudança, na qual o aluno comanda e cria suas programações e procura retratar seus anseios e suas ideias mediante atividade proposta. No entanto, inicialmente podemos não perceber o que de fato há de Matemática em algumas produções. Note que os comandos são básicos e não há análises matemáticas a serem feitas, o resultado desta programação pode ser acompanhado nas imagens que seguem.

Figura 3.
Reprodução de diálogos dos alunos (arquivo pessoal)



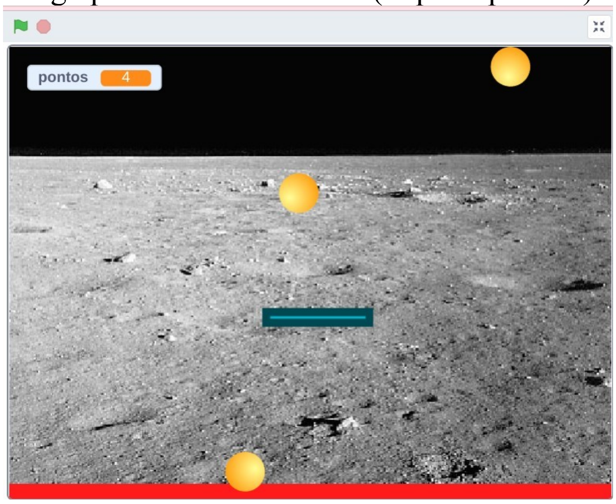
Contudo, uma das propostas do construcionismo é a criação de “ambientes investigativos que potencializem situações ricas e específicas de construção do conhecimento, nas quais o aluno esteja engajado em construir um produto público e de interesse pessoal sobre o qual possa refletir e compartilhar suas experiências com outraspessoas.” (SÁPIRAS, DALLA

VECCHIA, MALTEMPI, 2015, p.975). Sendo assim,

mesmo que não visualizamos relações matemáticas de fato, o ambiente de investigação se torna protagonista ao inspirar e desafiar o aluno dentro de um plataforma digital.

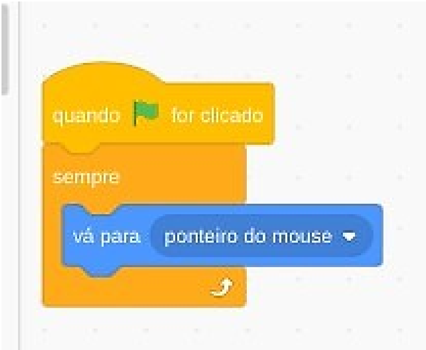
Analisaremos agora a programação de um jogo que foi criado por uma dasalunas participantes da oficina.

Figura 4
Jogo produzido no Scratch (arquivo pessoal)



O jogo consiste em não deixar nenhuma das 3 bolinhas amarelas encostarem na tarja vermelha localizada abaixo das bolinhas, quando conseguimos impedir que encostem o marcador de pontos adiciona um. Observemos agora a programação para que o jogo funcione.

Figura 5.
Programação da barra que impede a bolinha de descer (arquivo pessoal)



Note que a aluna utilizou o bloco sempre, este possibilita que a ação sejarepetida indefinidamente, o que possibilita a funcionalidade do jogo.

Figura 6.
Programação das bolinhas amarelas (arquivo pessoal)

A programação acima foi reproduzida para cada uma das três bolinhas, com a seguinte alteração no comando "aponte para a direção", que na primeira bolinha está no 45, na segunda bolinha está no 75 e na terceira bolinha está no -45. Pensemos sobre quais conceitos Matemáticos estão envolvidos na programação da bolinha. De imediato notamos as localizações no plano cartesiano, que neste jogo é caracterizado pelo espaço quadrangular que o jogo ocupa. Os Ângulos de projeção que as bolinhas fazem ao rebater no retângulo azul. Além de utilização de proposições matemáticas com a utilização dos comandos "Se, então". Percebemos como os conceitos de geometria e de lógica estão conectados com a finalidade de organizar o espaço no plano e gerenciar a dependência entre as ações.

Conclusão

Acreditamos que a utilização da tecnologia na educação propicia aos estudantes serem mais ativos na construção do seu conhecimento. A presente prática realizada no ano de 2021 serviu de inspiração para a primeira autora a ingressar no programa de Mestrado e Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, no qual está desenvolvendo a pesquisa de mestrado intitulada "Modelagem Matemática com Robótica Educacional: Possibilidades para desenvolver o Pensamento Computacional", que tem como objetivo analisar como um ambiente de modelagem matemática com robótica educacional pode contribuir para o desenvolvimento dopensamento computacional.

Acreditamos que práticas abertas, que possibilitam aos estudante se tornar ativosem sua produção de conhecimento tornam a aprendizagem mais significativa. A utilização do Software Scratch possibilita esse ambiente de livre criação, que inspira edá suporte ao aluno para sua livre criação e ressignificação de suas aprendizagens.

Referências

Dalla Vecchia, Rodrigo. A modelagem matemática e a realidade do mundo cibernético. / Rodrigo Dalla Vecchia. – Rio Claro, 2012. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2012.

MaltempiI, M.V.Prática Pedagógica e as Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) In: PINHO, S.Z Oficinas de Estudos Pedagógicos: Reflexões Sobre a Prática do Ensino Superior.São Paulo: Cultura Acadêmica: UNESP/Pró – Reitoria de Graduação, 2008

Rodrigues, P. & Schlunzen, E. (2009). Novas ferramentas pedagógicas digitais para auxiliar os professores no processo de ensino aprendizagem. CINTED UFRGS Novas tecnologias na educação V.7 N º 3

Sápiras, Fernanda Schuck.; Vecchia, Rodrigo Dalla.; Maltempi, Marcus Vinícius. A utilização do Scratch em sala de aula. Revista Educação Matemática Pesquisa, São Paulo SP, v. 17, n. 5, p. 973-988, 2015. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/25152/pdf>. Acesso em: Novembro de 2022.

Soares, Débora da Silva: Modelagem matemática com o uso de Software Geogebra; X CNMEM: Maringá – PR – 2017.

Potencialidades didáticas do uso de softwares de geometria dinâmica no ensino de geometria espacial.

Didactic potentialities of the use of dynamic geometry software in the teaching of spatial geometry.

Potencialidades didácticas del uso de software de geometría dinámica en la enseñanzade la geometría espacial.

Carlos Alberto Regis[102]
Universidade Federal do ABC
0000-0001-5536-8361

Elisabete Marcon Mello[103]
Universidade Federal do ABC
0000-0001-8090-3987

Modalidade: Pôster
Núcleo Temático: Tecnologia digital e outros recursos para o ensino e aprendizagem da matemática.

Resumo

O presente trabalho tem como tema as potencialidades didáticas do ensino de geometria sob a ótica da Teoria da Transposição Didática de Yves Chevallard, e possui como objetivo verificar se o uso de aplicativos de geometria dinâmica podem contribuir para uma transposição didática de conteúdos relacionados a geometria espacial. Este trabalho possui uma abordagem qualitativa, e a revisão bibliográfica gira em torno da teoria da Transposição Didática. A pesquisa buscará responder a questão *Como a transposição didática da geometria, utilizando os aplicativos de geometria dinâmica, pode contribuir para o estudo dageometria espacial?, e* será organizada em forma de levantamento bibliográfico e uma sequência didática facilitadora, utilizando como método principal os aplicativos de geometria dinâmica (mais especificamente o GeoGebra) para a compreensão dos conceitos de área lateral, total e volume. Dessa forma, o que se espera é que a pesquisa auxilie na ressignificação do ensino desses conteúdos, fornecendo também possíveis estratégias deensino para outros conteúdos matemáticos.
Palavras-chave: Transposição Didática. Geometria Dinâmica. GeoGebra.

Abstract

The present work has as its theme the didactic potential of teaching geometry from the perspective of Yves Chevallard's Theory of Didactic Transposition, and aims to verify whether the use of dynamic geometry applications can contribute to a didactic transpositionof contents related to spatial geometry . This work has a qualitative approach, and the literature review revolves around the theory of Didactic Transposition. The research will seekto answer the question *How the didactic transposition of geometry, using dynamic geometry applications, can contribute to the study of spatial geometry?*, and will be organized in the form of a bibliographic survey and a facilitating didactic sequence, using as main method the applications

[102] carlos_alberto097@hotmail.com
[103] marcon.elisabete@gmail.com

dynamic geometry (specifically GeoGebra) to understand the concepts of lateral, total and volume area. In this way, what is expected is that the research will help in the re-signification of the teaching of these contents, also providing possible teaching strategies for other mathematical contents.
Keywords: Didactic Transposition. Dynamic Geometry. GeoGebra.

Resumen

El presente trabajo tiene como tema el potencial didáctico de la enseñanza de la geometría desde la perspectiva de la Teoría de la Transposición Didáctica de Yves Chevallard, y tiene como objetivo verificar si el uso de aplicaciones de geometría dinámica puede contribuir parauna transposición didáctica de contenidos relacionados con la geometría espacial. Este trabajotiene un enfoque cualitativo, y la revisión de la literatura gira en torno a la teoría de la Transposición Didáctica. La investigación buscará responder a la pregunta *¿Cómo la transposición didáctica de la geometría, utilizando aplicaciones de geometría dinámica, puede contribuir al estudio de la geometría espacial?*, y se organizará en forma de levantamiento bibliográfico y secuencia didáctica facilitadora, utilizando como método las aplicaciones de geometría dinámica (específicamente GeoGebra) para entender los conceptos de área lateral, total y volumétrica. De esta forma, lo que se espera es que la investigación ayude en la resignificación de la enseñanza de estos contenidos, brindando también posibles estrategias didácticas para otros contenidos matemáticos.
Palabras clave: Transposición Didáctica. Geometría Dinámica. GeoGebra.

Introdução

Ao se pensar em formas de ensinar em sala de aula, independentemente do assunto, podemos nos deparar com dificuldades ao abordar o conteúdo de forma que os alunos possam de fato entender, seja pela maneira a ser explicada ou até pela complexidade desses conteúdos.

Essas dificuldades nos levam a algo muito importante e que estará ligado a todo tempo com o processo de ensino e aprendizagem: o conhecimento. Dentro do contexto educacional, o conhecimento precisa sofrer uma transformação para que os estudantes possam compreender o que se fala, sem que haja dúvidas no que é ensinado. Porém, atuando em sala de aula, percebi que para alguns assuntos, a dificuldade de entendimento dos estudantes aumenta.

Essa dificuldade, para a maioria, parte das questões que envolvem um aprofundamento maior, uma interpretação do que é necessário para resolver as propostas. Isso me fez questionar sobre os conteúdos propostos pelos materiais, se os alunos conseguiriam entender somente pela leitura ou se seria necessário um estudo mais aprofundado sobre os temas, focando na interpretação. Percebi também que os estudantes têm mais segurança depois da explicação dos professores. Preparando uma aula de geometria, resolvi utilizar o GeoGebra para exemplificar gráficos e formas, e a percepção que tive foi de um entendimento maior sobre os conteúdos, justamente pela dificuldade de visualização dealguns alunos em relação às formas e dimensões, sem o auxílio dos aplicativos. De acordo com Murari (2011, p.190),

> o modelo tradicional de ensino perde espaço com a implementação das novas tecnologias da informação e da comunicação como recursos didáticos, visando ao desenvolvimento do processo de ensino aprendizagem das ciências na direção de uma aprendizagem mais significativa.

Isso fez com que eu me questionasse sobre as maneiras de compreensão e me despertou a curiosidade para entender melhor esse processo e, com isso, a pesquisa sejustifica a partir desta inquietação. Neste sentido, serão abordadas as potencialidades didáticas no ensino de geometria espacial sob a ótica da Teoria da Transposição Didática dos saberes, proposta por Yves Chevallard, professor de matemática e didata francês, e professor na Universidade IFUM de Aix-Marseille, em Marselha, na França.

Este trabalho tem o propósito de mostrar caminhos alternativos para se ensinar área lateral, total e volume, com aplicativos de geometria dinâmica, tecendo à luz dos referenciais teóricos que embasam essa investigação uma sequência didática como material instrucional de ensino de geometria espacial, de modo que se possa analisar metodologias e formas de ensinar utilizando esses aplicativos, almejando a assimilação e compreensão, e refletir sobre esses processos. A pesquisa será organizada em forma de levantamento bibliográfico e uma sequência didática, utilizando como método principal os aplicativos de representação dinâmica (mais especificamente o GeoGebra), buscando responder a pergunta *Como a transposição didática da geometria, utilizando os aplicativos de geometria dinâmica, pode contribuir para o estudo da geometria espacial?*

Como forma de conseguir delimitar a questão de pesquisa e o tema a ser pesquisado, definimos como nosso objetivo geral a verificação de contribuições da transposição didática no ensino de geometria a partir de uma sequência didática, usando como suporte os aplicativos de geometria dinâmica.

Para que alcancemos o objetivo geral, ficam definidos os objetivos específicos para este momento, sabendo que podem aparecer outros objetivos ao longo da pesquisa:

- realizar a construção de figuras planas no aplicativo;
- realizar a medição dos lados dessas figuras;
- Fazer a construção de figuras espaciais;
- Efetuar a associação das áreas das figuras planas com as faces dos sólidos;
- Concluir a generalização das fórmulas de área lateral e total dos sólidos geométricos, partindo para o volume.

Fundamentação Teórica

Inicialmente, ao se ensinar ou explicar sobre algo, uma característica importante, ramo de estudo da pedagogia, deve estar presente: a didática. Por definição, de acordo com Libâneo (2017), a didática "estuda os objetivos, os conteúdos, os meios e as condições do processo de ensino tendo em vista finalidades educacionais, que são sempre sociais, e que se fundamentam na pedagogia". Assim, temos o processo de ensinar como um objeto de estudo da didática e que ainda segundo Libâneo, não pode se restringir à sala de aula.

> Podemos definir o processo de ensino como uma sequência de atividades entre o professor e os alunos, tendo em vista a assimilação de conhecimentos e o desenvolvimento de habilidades, por meio dos quais os alunos aprimoram capacidades cognitivas (pensamento independente, observação, análise-síntese e outras) (LIBÂNEO, 2017).

Os objetos que estão presentes no processo de se ensinar um conteúdo não são apenas as relações aluno-professor (relação binária), mas são observados como relação ternária que Chevallard (2013) chama de Relação Didática, e essa relação pode ser definida como a relação professor, ensino e conhecimento ensinado. As relações didáticas não ficam somente restritas aos campos educacionais, mas também abertas para diversas áreas em que possa haver um conhecimento (a ser ensinado ou não), e alguém que o ensine. Chevallard (2013) ainda diz que a relação didática vai muito além do conceito básico de uma relação entre os três objetos, pois o que a distingue é a intenção didática, que é a intenção de ensinar, mas que não se restringe apenas a essa vontade.

Essa intenção de ensinar parte da iniciativa de se ensinar algo, por um dos dois protagonistas, para que o outro aprenda (essência da intenção didática) e de acordo com Chevallard (2013, p. 8), "o ensino não pode ser efetivamente separado da aprendizagem, mas se a aprendizagem ocorre ou não, continua a ser um problema, ao passo que o ensino depende fundamentalmente da existência de alguma intenção de ensinar - ainda que 'mau ensino'".

O ato de ensinar não é algo fácil e não está pronto. Segundo Chevallard (2013, p. 8), a intenção didática

> [...] não pode ser reduzida à intenção do indivíduo de ensinar. É realmente uma questão de sociedade. A sociedade como um todo, ou seja, a sociedade que se expressa através de sua cultura, deve primeiro reconhecer o suposto corpo de conhecimento como conhecimento ensinável. Alguns corpos de conhecimento são, em uma dada sociedade, em um dado momento, tacitamente considerados "não ensináveis"; ou, para colocar de uma outra forma, em algum lugar na sociedade há sempre alguém se esforçando para garantir o ensino de alguns corpos de conhecimento anteriormente não ensináveis, com vista ao estabelecimento de um contrato didático socialmente

> legítimo em relação a eles.

Essa explicação nos mostra, ainda segundo o autor, que os corpos de conhecimento eram considerados ensináveis ou não ensináveis, e isso dá a ideia de que os corpos de conhecimentos não ensináveis são conhecimentos para serem usados. Então, a partir dessa concepção, a Transposição Didática, segundo Chevallard (2013, p. 9), é "a transição do conhecimento considerado como uma ferramenta a ser posta em prática, para o conhecimentocomo algo a ser ensinado e aprendido".

Chevallard (1991) nos diz que o saber não é algo inerte e o separa em grupos sociais de saberes, e o primeiro a ser classificado é o saber sábio. Para Chevallard (1991, p. 24, tradução própria) "o saber sábio nos interessa porque certas exigências que intervêm na preparação didática do saber já estão influenciando a partir da constituição do saber sábio, ou ao menos a partir da formulação discursiva desse saber".

> Um conteúdo de saber que foi designado como saber a ensinar, sofre a partir de então um conjunto de transformações adaptativas que vão fazê-lo apto para ocupar um lugar entre os objetos de ensino. O trabalho que transforma um objeto de saber em um objeto de ensino, é denominado Transposição Didática. (CHEVALLARD, 1991, p. 45. Tradução própria).

Esses objetos de saber (conhecimentos a serem colocados em prática), em sua essência, só chegam a essa definição "quando sua inserção no sistema de 'objetos de ensino' se apresenta como útil para a economia do sistema didático" (CHEVALLARD, 1991, p. 57). São separados em três grupos: saber sábio, saber a ser ensinado, tido através da primeira transposição didática para os sistemas de ensino, e saber ensinado, obtido após a segunda transposição didática feita para a comunidade escolar.

A Transposição Didática é dividida em alguns processos: noções matemáticas (que incluem os objetos de saber), como por exemplo noção de números, conjuntos, etc; dentro do campo de noções matemáticas se localizam também as noções paramatemáticas (noções de equação, demonstração, etc.) e que segundo Chevallard (1991, p.58, tradução própria) "são noções-ferramenta da atividade matemática: 'normalmente' não são objetos de estudo para o matemático".

> [...] em geral, as noções matemáticas são construídas. Sua construção adota a forma [...] seja de definição, em sentido estrito: "o círculo de centro O e raio R é o conjunto de pontos M do plano tais que OM = R; [...] seja de construção, seguida de operações do gênero: tome Q, tome as séries de Cauchy de Q, mostre que formam um anel comutativo e unitário, tome as séries de Cauchy tendentes a 0, [...].

(CHEVALLARD, 1991, p. 59, tradução própria).

Ainda de acordo com Chevallard (1991, tradução própria) e sobre os objetos de saber (que são as noções matemáticas), o docente espera que o estudante saiba fornecer definição, propriedades e reconhecer ocasiões para uso.

> Somente esses objetos de saber são em sentido estrito (candidatos para ser) objetos de ensino. As noções paramatemáticas, por exemplo, não constituem objeto de ensino: são objetos de saber "auxiliares", necessários para o ensino (e aprendizagem) dos objetos matemáticos propriamente ditos. Devem ser aprendidos (ou melhor, conhecidos), mas não são ensinados. (CHEVALLARD, 1991, p. 59, tradução própria).

Outros processos vinculados à Transposição Didática são a dessincretização, despersonalização, programabilidade e publicidade e que, de acordo com Freitas (et al., 2018)

> são processos da transposição didática associados à construção textual de um determinado conteúdo ou teoria matemática. A dessincretização diz respeito à separação e organização da teoria em áreas. A despersonalização é o processo que torna um determinado saber desvinculado do seu autor, assim como a descontextualização desvincula o saber do contexto histórico o qual foi desenvolvido.

Ainda segundo os autores, a programabilidade ocorre quando um objeto de saber já se encontra descontextualizado, despersonalizado e dessincretizado. Esse processo é o estabelecimento de uma programação com uma sequência didática progressiva e racional (Freitas et al, 2018, p. 46).

Assim, com essas características, a transposição didática funciona como uma ferramenta que, segundo Chevallard (1991, p. 16) "[...] é uma ferramenta que permite reconsiderar, tomar distância, interrogar as evidências, desafiar as ideias simples, desprender-se das familiaridades enganosas de seu objeto de estudo. Em uma palavra, o que lhe permite exercer sua vigilância epistemológica.

Metodologia e coleta de dados

A pesquisa terá uma abordagem qualitativa pois, segundo Creswell (2010, p. 206),

> os métodos qualitativos mostram uma abordagem diferente da investigação acadêmica do que aquela dos métodos da pesquisa quantitativa. A investigação qualitativa emprega diferentes concepções filosóficas; estratégias de investigação; e métodos de coleta, análise e interpretação dos dados.

A pesquisa será efetuada com uma turma do 9º ano do ensino fundamental, em um colégio particular localizado na cidade de Guarulhos, em São Paulo. Neste colégio, não há sala de informática nem computadores para uso dos estudantes, então a proposta é que os alunos utilizem seus celulares para efetuarem as atividades. Todos os alunos dessa turma já possuem o aplicativo baixado em seus celulares pois já utilizaram o GeoGebra em outros contextos nas aulas de matemática.

As aulas de matemática possuem 50 minutos e, para a aplicação dessas atividades, estima-se que serão necessárias quatro aulas para que os alunos possam completar toda a sequência proposta. As atividades versam sobre o ensino de alguns conceitos geométricos como área e volume utilizando o aplicativo de geometria dinâmica GeoGebra como suporte e facilitador de aprendizagem, tendo como hipótese que este recurso auxiliará os alunos a visualizarem e compreenderem melhor os conceitos geométricos. Os estudantes farão as atividades em grupos (5 ou 6 integrantes) e será feita a filmagem das aulas e a transcrição das observações dos alunos referentes às atividades que o professor aplicará. A análise dos dados obtidos buscará verificar se a transposição didática por meio da utilização de softwares de geometria dinâmica pode auxiliar no processo de ensino e aprendizagem da geometria espacial e como isso ocorre dentro da sala de aula.

Como o trabalho focará apenas na análise das aulas em uma única turma, o estudo de caso foi escolhido como método.

> O estudo de caso é o estudo de um caso, seja ele simples e específico, como o de uma professora competente de uma escola pública, ou complexo e abstrato, como o das classes de alfabetização (CA) ou o do ensino noturno. O caso é sempre bem delimitado, devendo ter seus contornos claramente definidos no desenrolar do estudo. (LUDKE, ANDRÉ, 1986, p. 17).

As atividades propostas que serão utilizadas serão separadas em duas partes: a primeira de forma convencional (como é apresentada nos livros) e a segunda utilizando o aplicativo de geometria dinâmica GeoGebra.

Referências

CHEVALLARD, Yves. *La tranposición didáctica: Del saber sabio al saber enseñado*. Traduzida por Claudia Gilman. Editora Aique: Buenos Aires. 1991.

CHEVALLARD, Yves. *Sobre a teoria da Transposição Didática: algumas considerações introdutórias*. Revista de Educação, Ciências e Matemática, v.3, n.2. 2013.

CRESWELL, J.W. *Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto*. Porto Alegre: Artmed, 2010.

FREITAS, R. C. O; PAIVA, M. A. V; PEREIRA, R. C. *A transposição didática na perspectiva do saber e da formação do professor de matemática*. Educ. Matem. Pesq. São Paulo, v.20, n.1, pp. 041-060, 2018.

LIBÂNEO, José Carlos. *Didática (livro eletrônico) / José Carlos Libâneo.* Ed. São Paulo: Cortez, 2017.

LUDKE, Menga; ANDRÉ, Marli E. D. *Pesquisa em Educação; abordagens qualitativas.* São Paulo, EPU, 1986.

MURARI, C. *Experienciando materiais manipulativos para o ensino e a aprendizagem da matemática.* Bolema, v. 25, n. 41, p. 187-211, dez. 2011, Rio Claro.

Aspectos teóricos e conceituais da Educação Matemática

Obstáculo Epistemológico e Educação Matemática: refletindo sobre oconceito no ensino da matemática

Epistemological Obstacle and Mathematics Education: reflecting on theconcept in the teaching of mathematics

Obstáculo Epistemológico y Educación Matemática: reflexionando sobre elconcepto en la enseñanza de las matemáticas

Eduardo Sabel
Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC
0000-0002-6334-4893

Cristiane Aparecida dos Santos
Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC
0000-0002-4559-3327

Modalidade: Pôster
Núcleo Temático: Aspectos Teóricos e Conceituais da Educação Matemática

Resumo

Destacamos, neste trabalho, o conceito de Obstáculo Epistemológico de Gaston Bachelard e apresentamos algumas reflexões sobre implicações no ensino da matemática a partir de exemplos no ensino de diferentes conjuntos numéricos. Este trabalho não tem pretensão de propor soluções para os obstáculos epistemológicos, mas promover reflexões sobre como eles estão intrinsecamente relacionados com o ensino da matemática e enfrentar as rupturas causadas por tais obstáculos. Entende-se que a presença dos obstáculos epistemológicos não deve ser vista como algo que será sempre possível superarmos, mas, ao tomar consciência deles, que se tenha condições didáticas para contorná-los ou suavizá-los, a fim de diminuir as dificuldades do aprendizado da matemática decorrentes desse conceito.

***Palavras-chave**:* Obstáculo Epistemológico, Rupturas do conhecimento, Ensino de Matemática.

Abstract

In this work, we highlight Gaston Bachelard's concept of Epistemological Obstacle and present some reflections on implications for the teaching of mathematics from examplesin the teaching of different numerical sets. This work does not intend to proposesolutions to epistemological obstacles, but to promote reflections on how they areintrinsically related to the teaching of mathematics and discussions on how to face the disruptions caused by such obstacles. We understand that the presence of epistemological obstacles should not be seen as something that will always be possible to overcome, but by becoming aware of them, we have didactic conditions to circumvent or soften them, in order to reduce the difficulties of learning mathematics resulting from this concept.

***Keywords**:* Epistemological Obstacle, Disruptions of knowledge, Mathematics Teaching.

Resumen

En este trabajo, destacamos el concepto de Obstáculo Epistemológico de Gaston Bachelard y presentamos algunas reflexiones sobre las implicaciones para la enseñanza de las matemáticas a partir de ejemplos en la enseñanza de diferentes conjuntos numéricos. Este trabajo no pretende proponer soluciones a los obstáculos epistemológicos, sino promover reflexiones sobre cómo éstos se relacionan intrínsecamente con la enseñanza de las matemáticas y discusiones sobre cómo enfrentar las disrupciones causadas por dichos obstáculos. Entendemos que la presencia de obstáculos epistemológicos no debe verse como algo que siempre será posiblesuperar, pero, al tomar conciencia de ellos, tenemos condiciones didácticas para sortearlos o suavizarlos, a fin de reducir las dificultades del aprendizaje de las matemáticas resultantes de este concepto.

Palabras clave: Obstáculo Epistemológico, Interrupciones del saber, Enseñanza de las Matemáticas.

Introdução e problemática

Gaston Bachelard foi um filósofo francês nascido no final do século XIX e trouxe inúmeras contribuições para a epistemologia da ciência, destacando-se nos estudos sobre descontinuismo na história, racionalismo aplicado, rupturas entre os conhecimentos e suas reflexões sobre o dogmatismo científico que criticava fortemente. Um de seus principais conceitos é o de Obstáculo Epistemológico, sobre o qual versaremos neste texto.

Na visão de Gaston Bachelard (1996), a evolução dos conhecimentos científicos não ocorreu de uma forma linear e contínua. Ele defende que a ciência sofreu modificações ao longo da sua construção, permeada por rupturas e contradições. No processo do ensino dessa ciência, temos que enfrentar resistências próprias ao aprendizado de novos conceitos que até então pareciam bem estabelecidos e esse processo de resistência e a aversão às mudanças geram o chamado obstáculo epistemológico.

Neste texto, objetivamos apresentar algumas reflexões sobre as implicações na matemática e a importância dos professores terem consciência da presença deste fenômeno que atravessa as aulas de matemática. Não acreditamos que possamos superá-los definitivamente, no entanto, podemos pelo menos refletir sobre como eles estão intrinsecamente relacionados com o ensino da matemática e como enfrentar as rupturas causadas por tais obstáculos.

Caracterizando os Obstáculos Epistemológicos

Na visão de Andrade, a ideia 'obstáculo epistemológico' foi proposta "para caracterizar tudo aquilo que obstrui, impede, dificulta, enfim, limita o progresso da ciência, e, podem ser citados como exemplos, o pré-conceito, a ideologia, a idolatria, o senso comum e a opinião." (ANDRADE, 2004, p. 47). Esses obstáculos podem ser classificados em alguns tipos, que nos permitem compreender, com mais propriedade, este conceito. Dentre os principais tipos de obstáculos, temos: Experiência Primeira, Analogias, Obstáculo Verbal, Generalização, Substancialista, Senso comum ou opinião,Animalista, dentre outros. Devido à extensão deste escrito, propusemo-nos a comentar sobre os cinco primeiros obstáculos listados anteriormente para fins de diálogo.

A experiência primeira, que está relacionada com análises superficiais, focando mais nas imagens do que nas ideias. Bachelard destaca que "a experiência comum não éde fato construída; no máximo é feita de observações justapostas [...] como a experiência comum não é construída, não poderá ser efetivamente verificada. Ela permanece um fato." (BACHELARD, 1996, p. 14). Enquanto estudantes, vivemosmuitas experiências antes de se ter o contato com os saberes científicos e, certamente, estas impressões iniciais e crenças obtidas são internalizadas.

Já as generalizações que temos acerca de alguns conceitos contribuem para o surgimento de outro obstáculo epistemológico. Segundo Lovis, Franco e Barros (2014, p. 19) "as generalizações podem, muitas vezes, falsear a realidade, comprometendo a veracidade das informações. Elas acabam fazendo retroceder o conhecimento científico". Isto é, deve-se ter cuidado quando a partir de um único formulamos pensamentos ou frases que são ditas como regras, pois, nesse entremeio, existe um obstáculo para o entendimento de fenômenos mais específicos que fogem dos casos gerais.

É comum utilizarmos analogias ou metáforas ao comunicarmo-nos em sala de aula quando há a necessidade de aproximarmos o estudante dos conceitos estudantes. Bachelard (1996) alerta-nos para que tenhamos cuidado com essas analogias, pois, por serem muito comuns ao longo do processo de aprendizagem, os pontos negativos delas podem passar despercebidos ao olhar docente. Um exemplo disso é quando comparamos uma equação a uma balança em equilíbrio, o que pode funcionar em vários momentos. Contudo, no caso das desigualdades ou inequações, como a balança aplica-se se ele for usado sempre como analogias para equações? É em questões como essa que precisamos pensar na analogias ou metáforas.

O obstáculo substancialista é caracterizado por ideais superficiais e vagas sobre os objetos, sendo ele baseado em alguma experiência ou observação. Ele “atribui à substância qualidades diversas, tanto a qualidade superficial como a qualidade profunda, tanto a qualidade manifesta como a qualidade oculta” (BACHELARD, 1996, p. 121). Quando atribuímos aos objetos de estudos realidades incompletas baseados apenas em certas particularidades, estamos dentro desse tipo de obstáculo. Em consonância com o que Trindade *et al.* (2017) apresenta, entendemos que existe aqui uma falta de embasamento teórico que permite uma explicação temporária e decisiva.

A socialização do conhecimento exige a comunicação e linguagem para ser difundida, e nesse processo podemos destacar o obstáculo verbal. Este caso advém quando “[...] uma única imagem, ou até uma única palavra, constitui toda a explicação.”(BACHELARD, 1996, p. 91). Esse obstáculo epistemológico do tipo verbal pode ser em forma de discurso escrito, oral ou até mesmo uma figura. A escolha das expressões orais utilizadas em sala de aula precisa ser pensada no sentido de evitar que as frases que utilizamos não se tornem instrumentos formadores de incompreensões.

Obstáculos epistemológicos no ensino de matemática

Todos os tipos de obstáculos epistemológicos podem ser encontrados ao analisarcertas práticas de ensino e conceitos matemáticos. Para fins de exemplificação e discussão, apresentaremos a seguir alguns exemplos, que surgiram em nossa experiênciade práticas de sala de aula, nas quais percebemos a presença destes obstáculos na aprendizagem de conjuntos numéricos. No Quadro 1 a seguir, apresentamos alguns obstáculos e, na sequência, problematizamos brevemente cada um deles.

Quadro 1.
Exemplos de obstáculos epistemológicos no ensino de matemática. Fonte: elaborado pelos autores

Conteúdo	Obstáculo Epistemológico	Exemplo de Situação
Números Negativos	Experiência Primeira	Ruptura entre as operações básicas dos Naturais para os Inteiros.
Números Inteiros e Regra de Sinais	Analogias	Rupturas de significado ocorrem quando, muitas vezes, professores iniciam com as operações de soma e subtração, usando a analogia com o modelo comercial.
	Obstáculo Verbal	É comum falarmos expressões como "menos com menos é mais". Porém, isso só vale para multiplicação e divisão, o que resulta em confusões nas operações de adição e subtração, levando a incompreensões decorrentes da verbalização em certos contextos.
Números Complexos	Generalização e ExperiênciaPrimeira	Ruptura com questões experimentadas nos Reais e generalizadas como o fato de se dizer que não existe raiz quadrada de número negativo.
Infinitude numérica	Substancialista	Dificuldade em entender que um número pode ser infinito como o caso do número π ou de uma dízima periódica.

No primeiro exemplo do quadro, mencionamos a passagem do ensino dos números naturais para os números negativos (Inteiros), observando possíveis dificuldades que esse processo carrega. Em geral, até o quinto ano da educação básica (no Brasil), os estudantes têm contato apenas com números positivos e o zero. A subtração '7 – 9' é entendida como impossível nesta fase, pois os estudantes estão trabalhando no concreto e assim justifica-se essa impossibilidade com o argumento 'nãoé possível tirar 9 maçãs se você tem apenas 7'.

Baseado em suas visões do cotidiano no qual pouco aparecem esses números, o senso comum e a própria opinião do sujeito sobre os números aumentam a dificuldade nesse processo. Esse obstáculo epistemológico advindo da experiência primeira que os estudantes carregam, interagindo desde a alfabetização apenas com números positivos, precisa ser tratado cuidadosamente.

Para contornar essa situação, cabe ao professor dialogar com seus estudantespara mostrá-los que, apesar desses números terem sido pouco explorados até o momento, fazem parte da vida e do cotidiano. Pedir para os alunos pesquisarem as temperaturas em locais de extremo frio, verificar em extratos bancários ou até mesmo aspontuações em um campeonato esportivo pode fazer com que esses indivíduos percebam que os números negativos sempre estiveram presentes. Dialogar sobre ahistória e construção dos números e seus conjuntos também pode ser uma estratégia para romper com os obstáculos nesse momento.

Ainda no âmbito dos números positivos e negativos, um ponto que tem promovido muitas dificuldades é o entendimento das regras de sinais (HILLESHEIM, 2013). A primeira delas está relacionada com a famosa frase 'menos com menos é mais' que pode parecer funcionar com multiplicação ou divisão, mas que atrapalha o processoda adição ou subtração dos Inteiros. Este tipo de situação, caracterizada como obstáculo verbal, induz a decoração de uma frase que é lembrada em todas as situações deoperações com Inteiros, o que não é válido para todos os casos.

Outro obstáculo aqui é o das analogias com o modelo comercial. Esse modelo propõe que os números positivos sejam vistos como 'ganhos ou lucros' e os negativos como 'perdas ou dívidas'. Vemos que nesse momento o modelo comercial não é mais eficaz e o aluno precisa desvincular os números negativos de dívidas nesse contexto da multiplicação, mas fazer isso novamente se dá conta algo que aprendeu há pouco tempo.Isso promove mais um obstáculo epistemológico, advindo não somente da analogia com modelo comercial, mas de sua generalização.

Para contornar estes obstáculos com as regras de sinais, Hillesheim (2013), que também estuda dificuldades na aprendizagem dos Inteiros advindos do modelo comercial, aponta como saída ensinarmos as operações com positivos e negativos a partir de movimentos na reta numérica. Isso porque ao ter a soma e subtração formalizadas na reta, a subtração e as regras de sinais serão extensões desse processo. Em sua pesquisa, o pesquisador concluiu que ensinar as operações com NúmerosInteiros por meio de deslocamentos da reta permite que se contorne as rupturas causadaspelo modelo comercial.

Outra situação que engloba os conjuntos numéricos e os obstáculos epistemológicos é a inserção dos Números Complexos, normalmente apresentados no último ano da educação básica. O principal exemplo disso é a existência da solução de uma raiz quadrada de um número negativo. Nessas situações, o professor deve mediar oconflito entre esses saberes que agora devem ser ressignificados para a inserção deste conjunto. Uma saída para esta ruptura é estar em diálogo com a história da matemática edeixar claro que a matemática é construção humana, por isso, muitos conceitos surgiram em determinadas épocas para resolver determinados problemas, como é o caso danecessidade de uma solução para $\sqrt{-1}$.

Lopes (1993), em consonância com Bachelard, apresenta que "a história da ciênciadeve estar presente no ensino, fortalecendo o pensamento científico pela colocação das lutas entre ideias e fatos que constituíram o progresso do conhecimento." (LOPES, 1993, p. 327). Explicar a necessidade da criação de novos conjuntos numéricos, destacando em quais contextos e períodos eles foram necessários, pode proporcionar ao estudante um olhar global sobre os conjuntos, indo contra a visão progressista e privilegiada na escola.

Quando pensamos na construção do significado do Infinito ou na infinitude decimal da construção de um número, deparamo-nos com o problema da substancialidade.Por mais casas que uma calculadora ofereça, não existe representação finita para o número $\sqrt{2}$, por exemplo. Construir essa noção da infinitude de um número contempla contornar toda a noção de número que vemos no dia a dia, como nos preços, distâncias, nas temperaturas ou no tempo, em que no geral usamos uma quantidade finita de algarismos.

Para um estudante entender que existem muitos deles que possuem casas decimais infinitas e que não temos como chegar a um 'fim' deles, é uma ruptura aos conhecimentos mais superficiais que são carregados pelos limites da observação que temos sobre os números. Não significa que não tenhamos que abordar estes números na escola, pelo contrário, devemos procurar meios para que seus significados sejam construídos mais organicamente. Novamente, estratégias para utilizar a história da matemática e apresentar situações em que se percebeu que nem todo número era finito poderão humanizar estes conceitos matemáticos.

Considerações Finais

Com o presente estudo que abordou os Obstáculos Epistemológicos no ensino de matemática, apresentamos reflexões de situações nas quais eles podem estar presentes e possibilidades para contornar as dificuldades que eles promovem. Nos casos apresentados, detectamos o obstáculo da experiência primeira e da opinião quando os estudantes precisam deixar de enxergar apenas os números naturais e estudar números com quais até então não trabalhavam. As frases e analogias que utilizam constantemente para tratar das operações e das regras de sinais também produzem obstáculos significativos. Por meio de pequenas mudanças em nosso olhar, suavizamos os impactosou até mesmo superamos possíveis incompreensões conceituais que produzem. O professor, enquanto mediador do conhecimento, tem a tarefa de utilizar a história, os recursos didáticos e outras metodologias para lidar com tais situações. Ter cuidado com as expressões que usamos e a forma com que inserimos um novo conjunto numérico pode ser um meio para diminuir os efeitos das rupturas que novos conhecimentos promovem.

A partir das reflexões estabelecidas no âmbito do ensino de matemática e da filosofia de Bachelard, vemos mais um impasse na vida docente do professor, que, muitas vezes, por desconhecer esses conceitos, não consegue fazer com que seus aprendizes superem os obstáculos e construam novos conhecimentos científicos. É a tomada de consciência do professor sobre a existência dos obstáculos epistemológicos que pretendemos expor neste estudo, contribuindo para que o docente tenha um olhar crítico sobre o conteúdo a ser ensinado e repense suas estratégias.

Referências

ANDRADE, D. A. A importância dos obstáculos epistemológicos para o desenvolvimento da ciência: a contribuição de Gaston Bachelard. **Pensar, Fortaleza,** v. 9, n. , pp. 45-49, 2004.

BACHELARD, Gaston. **La formation de l'éspritscientifique**. Tradução de Estela dos Santos Abreu. Paris: J. Vrin, 1947. A formação do espírito científico. Rio de Janeiro: Contraponto, 1996.

HILLESHEIM, Selma Felisbino. **Os números inteiros relativos em sala de aula**: perspectivas de ensino para a regra de sinais. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica), Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, f. 213, 2013.

LOPES, A. R. C. Contribuições de Gaston Bachelard ao ensino de ciências. **Enseñanza de las Ciencias**, v. 11, n. 3, pp. 324-330, 1993.

LOVIS, K. A.; FRANCO, V. S.; BARROS, R. M. O. Dificuldades e obstáculos apresentados por um grupo de professores de matemática no estudo da geometria hiperbólica. **Zetetiké**, Unicamp, v. 22, n. 42, pp. 11-29, 2014.

TRINDADE, D. Jéssica; NAGASHIMA, Lucila Akiko; ANDRADE, Cíntia Cristiane de. **Obstáculos epistemológicos sob a perspectiva de Bachelard**. XIICongresso Nacional de Educação. Disponível em: https://educere.bruc.com.br/arquivo/pdf2017 /24165_12889.pdf. Acesso em: 25 jun. 2019.

Comunicação e divulgação da Matemática

"Você Sabia?": experiências em produção e divulgação de vídeos matemáticos

"Did you know?": experiences in the production and dissemination of mathematical videos

"Sabías que?": experiencias en la producción y difusión de videos matemáticos

Rayane Vieira Ribeiro[104]
Universidade Estadual de Santa Cruz
0000-0002-0107-1543

Reilan Bomfim da Silva[105]
Universidade Estadual de Santa Cruz
0000-0001-7370-1682

Liliane Xavier Neves[106]
Universidade Estadual de Santa Cruz
0000-0001-8535-0779

Modalidade: Pôster
Núcleo Temático: Comunicação e divulgação da Matemática

Resumo

A produção de vídeos é uma das modalidades das Performances Matemáticas Digitais mais utilizadas nos contextos de ensino e de aprendizagem. À vista disso e com a finalidade de destacar a relevância da inserção de graduandos em participações em eventos científicos, este trabalho objetiva relatar a experiência de dois licenciandos em Matemática, que durante os anos de 2021 e 2022, vivenciaram o processo de produção e divulgação de vídeos matemáticos em contextos de comunicação, ensino e aprendizagem. Essa atividade foi executada considerando nove etapas para produções de vídeos em contextos educacionais. Ao longo desses anos, foram realizadas participações em organizações de eventos e apresentação de minicurso. Os resultados indicam que essa experiência foi essencial para a formação profissional e acadêmica dos dois licenciandos em Matemática, pois possibilitou a troca de experiências com professores e pesquisadores do ensino superior de diferentes áreas da Matemática e demais colegas do curso de licenciatura em Matemática. Além disso, a construção do discurso matemático nos vídeos foi fundamentada nos pressupostos da Multimodalidade, atribuindo importância à escolha e combinação de recursos semióticos para a organização da mensagem.

Palavras-chave: Divulgação Matemática, Produção de Vídeos, Tecnologias Digitais, Multimodalidade.

Abstract

Video production is one of the most used Digital Mathematical Performance modalities in teaching and learning contexts. In view of this and with the purpose of highlighting the relevance of the insertion of undergraduates in participation in scientific events, this work aims

[104] rvribeiro.lma@uesc.br
[105] reilanbomfim@gmail.com
[106] lxneves@uesc.br

to report the experience of two undergraduate students in Mathematics, who during the years 2021 and 2022, experienced the process of production and dissemination of mathematical videos in communication, teaching and learning contexts. This activity was performed considering nine steps for video productions in educational contexts. Over the years, participations in event organizations and mini-course presentations were carried out. The results indicate that this experience was essential for the professional and academic training of the two Mathematics undergraduates, as it enabled the exchange of experiences with higher education professors and researchers from different areas of Mathematics and other colleagues in the Mathematics degree course. In addition, the construction of the mathematical discourse in the videos was based on the assumptions of Multimodality, attributing importance to the choice and combination of semiotic resources for the organization of the message.

Keywords: Mathematics Divulgation, Video Production, Digital Technologies, Multimodality.

Resumen

La producción de video es una de las modalidades de Ejecución Matemática Digital más utilizadas en contextos de enseñanza y aprendizaje. Ante ello y con el propósito de resaltar la relevancia de la inserción de los estudiantes de grado en la participación en eventos científicos, este trabajo tiene como objetivo relatar la experiencia de dos estudiantes de grado en Matemáticas, que durante los años 2021 y 2022, vivieron el proceso de producción y difusión de videos matemáticos en contextos de comunicación, enseñanza y aprendizaje. Esta actividad se realizó considerando nueve pasos para la producción de videos en contextos educativos. A lo largo de los años, se realizaron participaciones en la organización de eventos y presentaciones de minicursos. Los resultados indican que esta experiencia fue fundamental para la formación profesional y académica de los dos licenciados en Matemáticas, pues posibilitó el intercambio de experiencias con profesores e investigadores de educación superior de diferentes áreas de las Matemáticas y otros colegas de la carrera de Matemáticas. Además, la construcción del discurso matemático en los videos se basó en los supuestos de la Multimodalidad, atribuyéndole importancia a la elección y combinación de recursos semióticos para la organización del mensaje.

Palabras clave: Divulgación Matemática, Producción de Video, Tecnologías Digitales, Multimodalidad.

Introdução

A experiência com a divulgação de conhecimentos durante o período da graduação é imprescindível para o aperfeiçoamento e o amadurecimento do conhecimento do graduando sobre a sua futura área de atuação. Esta importância é devido ao fato de que o processo que finaliza com a divulgação de conhecimentos, em particular, de conhecimentos matemáticos, requer reflexões em torno do conhecimento matemático e da identidade profissional. Para Fiorentini (2003), sem a reflexão, na qual os saberes docentes são mobilizados, problematizados e ressignificados pelos futuros professores, a formação docente não acontece de modo efetivo. Considerando a importância das tecnologias, em especial dos vídeos, na divulgação de conhecimentos no cenário atual, esse processo que resulta no discurso matemático digital

(NEVES, 2020) envolve professores em formação e vídeos digitais.

Segundo Borba, Scucuglia e Gadanidis (2018), vídeos, como aqueles produzidos para a divulgação de conhecimentos na atividade aqui relatada, são Performances Matemáticas Digitais (PMD). O termo PMD é atribuído à textos narrativos digitais multimodais, principalmente em formato de vídeo, e envolvem a utilização de artes performáticas, como música, teatro e poesia para comunicar, representar e disseminar ideias matemáticas. Atividades que envolvem PMD proporcionam diferentes experiências com a ciência na formação do estudante (GADANIDIS; BORBA; SCUCUGLIA, 2010), além de promoverem imagens alternativas no que diz respeito à Matemática, em contraposição à visão negativa culturalmente disseminada ainda hoje.

Diante disso, a experiência com produções de vídeos matemáticos no curso de licenciatura em Matemática, a qual será aqui relatada, possibilitou aos dois primeiros autores o primeiro contato com as Performances Matemáticas Digitais. Esta vivência foi marcada pela participação em comissões organizadoras de eventos de Matemática da Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC) e apresentação de um trabalho na mesma instituição, tendo sido permeada por momentos de reflexões dos graduandos em torno do conteúdo matemático tema dos vídeos. Também foram consideradas reflexões sobre a construção da mensagem de forma que esse impactasse positivamente aqueles que tivessem acesso aos vídeos, a fim de produzir significados.

O processo executado para a produção dos vídeos, com foco no processo de ensino e aprendizagem, foi apoiado nas nove etapas sugeridas por Santos e Neves (no prelo), a saber: escolha do tema a ser abordado; mapeamento e escolha do conteúdo matemático; escolha de como ocorrerá a abordagem do conteúdo; aprofundamento teórico do tópico escolhido; elaboração do roteiro do vídeo; apresentação do roteiro aos pares; pesquisas sobre formas de produção e edição do vídeo; ciclos de produção e apresentação das versões do vídeo aos pares e a apresentação da versão final do vídeo. Essas etapas nortearam o trabalho no processo de construção da mensagem do vídeo. É válido ressaltar, no entanto, que essas etapas não necessitam, obrigatoriamente, acontecer na ordem acima mencionada (SANTOS; NEVES, no prelo), porém as etapas são importantes para que o processo de construção do discurso matemático seja constituído de momentos reflexivos.

Neste sentido, o objetivo deste relato é apresentar as experiências de dois licenciandos em matemática, que durante os anos de 2021 e 2022, vivenciaram o processo de produção e divulgação de vídeos matemáticos em contextos de ensino, aprendizagem e comunicação. Suas ações com respeito à produção de vídeos serão descritas e, em seguida, serão apresentadas reflexões em torno do processo vivenciado.

Desenvolvimento

O cenário em que a atividade aqui descrita foi realizada foram as Semanas de Matemática da UESC. As produções de vídeos para a Semana de Matemática da UESC (SEMAT UESC) foram implementadas com o objetivo de engajar o público no evento, as equipes responsáveis pela organização produziram conteúdos para o *Instagram* do evento. Essa ideia foi essencial para alcançar o sucesso na proximidade com os discentes de Matemática da referida Universidade e demais interessados em participar do evento.

A SEMAT UESC é organizada por um grupo de discentes, que contam com a colaboração de docentes desta instituição. Trata-se de um evento regional e tem como público-alvo alunos de graduação e pós-graduação dos cursos de Matemática e áreas afins da UESC e de outras universidades, professores de Matemática e de áreas afins do Ensino Básico, além de professores e pesquisadores da UESC e de outras universidades da região.

Primeiro Momento - Produção de vídeos na XIV Semana de Matemática da UESC

A XIV Semana de Matemática da UESC ocorreu no ano de 2021, de forma *on-line*, com a seguinte temática: “Matemática que Muda o Mundo: Grandes Conquistas da Humanidade”. Durante o planejamento deste evento, a equipe organizadora atentou-se para a necessidade de engajamento do público-alvo e surgiu a ideia da criação de um quadro que apresentasse curiosidades acerca de assuntos matemáticos e nomes relevantes na evolução histórica desta ciência. Como forma de instigar a curiosidade do público, o título “Você Sabia?” foi escolhido para esta modalidade dinâmica.

Ao longo do ano, até a data de início do evento, foram roteirizados, produzidos e divulgados sete capítulos do “Você Sabia?”, a saber: capítulo 01: Ela está em todo lugar…, retratando as curiosidades da proporção áurea; capítulo 02: Quadrados Mágicos; capítulo 03: Sophie German, que foi dividido em duas partes; capítulo 04: Valentina Tereshkova; capítulo

05: Katherine Johnson; capítulo 06: A Ressurreição da Geometria, retratando os estudos do matemático Harold Scott MacDonald Coxeter, que foi dividido em duas partes e capítulo 07: Daniel Bernoulli e sua família.

Os roteiros para os vídeos foram escritos com linguagem acessível, de modo a proporcionar a compreensão não só da comunidade acadêmica, mas também por estudantes do Ensino Básico. Na construção do roteiro deve-se considerar quem é o público-alvo, pois isso influencia na forma como o conteúdo será abordado. Para realizar esta atividade, utilizou-se o aplicativo *TikTok*, pois este permite o uso de efeitos, como o fundo verde, que possibilitam auxílio na edição parcial das produções. A característica multimodal do vídeo possibilitou unir linguagem, imagens e símbolos matemáticos na construção do discurso, de forma que o conteúdo ganhou um formato dinâmico.

As etapas que marcaram este processo foram: a leitura do roteiro e pesquisa para obtenção de conhecimento sobre o tema a ser tratado; seleção de imagens adequadas para ilustrar elementos do discurso oral; definição de expressões faciais e entonação vocal para um impacto programado da mensagem; falas decoradas para cada *take* de gravação; realização das gravações de acordo com cada escolha feita; revisão das gravações e, caso houvesse necessidade, regrava-se e, por fim, realização de cortes de cenas desnecessárias. Em seguida, o arquivo foi enviado para todos membros da equipe de Comunicação revisarem e, caso fosse aprovado, era repassado para a equipe de Marketing do evento finalizar a edição do vídeo. Por fim, o vídeo foi encaminhado, novamente, para a equipe de comunicação realizar a divulgação em rede social.

Segundo Momento - Minicurso apresentado na XIV Semana de Matemática da UESC

Ao longo do evento citado no passo anterior, os primeiros dois autores submeteram um minicurso a ser apresentado, juntamente com uma docente da Universidade Estadual de Santa Cruz. Este trabalho foi intitulado “O acaso: a aleatoriedade no cotidiano”, em que foi retratado as teorias que envolvem o estudo da probabilidade e as aplicações desse conhecimento em outros campos e no cotidiano.

Durante a estruturação do minicurso, notou-se a oportunidade de resgatar a ideia de produção de vídeos para o quadro “Você Sabia?” como meio de introduzir uma curiosidade associada ao assunto que estava sendo discutido, e além disso, dinamizar uma sessão do minicurso em que os presentes poderiam, provavelmente, estar desconcentrados. Para o vídeo, que foi intitulado como "Um improvável passeio pela história da impossibilidade", escolheu-se abordar a introdução ao teorema dos macacos infinitos, relatando uma contextualização histórica desde o século IV A.C. até o século XX. Outro ponto abordado foi a discussão sobre a definição de impossibilidade, em contraste com a improbabilidade, juntamente com a lei de Borel, a lei da possibilidade única.

Houve uma notável aceitabilidade desta proposição por parte do público, já que, assim como nos vídeos divulgados no *Instagram*, houve interação entre os envolvidos, sendo desta vez de forma direta. Além disso, notou-se que os participantes demonstraram surpresa e empolgação, pois não estavam na expectativa desse modo de abordagem do conteúdo. Vale ressaltar que a linguagem utilizada na produção deste vídeo foi acessível, assim como as dos vídeos mencionados no primeiro momento, no entanto para este trabalho os autores acrescentaram legendas. Este momento de apresentação de minicurso foi, também, inédito para os dois primeiros autores e possibilitou o primeiro contato com os processos de ensino e aprendizagem para estes.

Terceiro Momento - Produção de vídeos na XV Semana de Matemática da UESC

A XV Semana de Matemática da UESC irá ocorrer no ano de 2022, de forma híbrida, com a seguinte temática: "SEMAT debutante: estudar matemática é uma festa". Nesta edição, os dois últimos autores estão atuando como coordenadores do evento e a primeira autora é membra da equipe de comunicação, coordenada pelo segundo autor. Notado o sucesso do quadro "Você Sabia?" na edição anterior, a comissão organizadora deste ano optou pela manutenção das produções dos vídeos.

Para o ano de 2022 houve uma mudança nos tópicos abordados nos vídeos, dedicando-se estritamente aos conteúdos matemáticos. Algumas produções já foram divulgadas e algumas apenas roteirizadas, até o momento de escrita deste relato. Foram três capítulos já executados, a saber: capítulo 1: O Curioso Mundo dos Sistemas Numéricos, que foi dividido em duas partes, sendo a primeira dedicada às curiosidades da base sexagesimal e a segunda às da base vigesimal; capítulo 2: Até que faz sentido, mas…, retratando os paradoxos da dicotomia e de Aquiles e a tartaruga e capítulo 3: Um número bem sem graça, abordando os números taxicab.

Nove capítulos foram planejados e roteirizados que abordarão, também, conteúdos matemáticos, a saber: números primos, linhas de rumo, sequência de Fibonacci, a história de símbolos matemáticos, conjectura de Goldbach, números binários, lei de Benford, teoria dos seis graus de separação e número de Erdös-Bacon-Sabbath.

Assim como descrito anteriormente para a décima quarta edição, os roteiros foram escritos com linguagem acessível para proporcionar o maior alcance possível, considerando a escolha e combinação de recursos semióticos que tornassem a linguagem científica mais significativa. As etapas que marcaram o processo de produção dos vídeos são semelhantes às já detalhadas no primeiro momento.

Conclusões

A experiência neste processo de divulgação de vídeos matemáticos está sendo enriquecedora, incentivadora e gratificante, pois possibilitou a inserção dos dois primeiros autores na produção e divulgação de conteúdos matemáticos em meios de comunicação e em apresentação de trabalho. Eventos científicos são importantes na formação do profissional, em diversos aspectos, principalmente quando estes se envolvem nas atividades ativamente. Especificamente, a participação nos eventos aqui descritos, têm possibilitado de forma direta ao segundo autor e indireta para a primeira autora o contato com professores pesquisadores em diversos campos da Matemática, especialmente na área de tecnologias digitais e Educação Matemática.

Outrossim, esta experiência tem oportunizado momentos de troca de experiências e reflexões a partir de reuniões de alinhamento e discussões, o que tem proporcionado em nossa inserção na área das produções de vídeos com conteúdo matemático. Aspectos teóricos, como a construção do discurso multimodal e o processo de produção de vídeos como atividade para produção de conhecimento matemático estão envoltos nas ações aqui relatadas. Esse contato com a teoria aconteceu depois que as atividades se iniciaram, o que direcionou as reflexões dos graduandos da prática para a teoria. Um novo olhar, agora teórico, sobre as ações realizadas. Em suma, a experiência com organização de eventos e apresentação de trabalho proporcionou a aquisição de conhecimentos significativos no processo de produção e divulgação de vídeos matemáticos, de ensino e de aprendizagem, além da introdução na área científica das tecnologias digitais relacionada com os estudos multimodais em Educação Matemática.

Referências

BORBA, M. C.; SCUCUGLIA, R. S. S.; GADANIDIS, G. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento**. Belo Horizonte: Autêntica, 2018.

FIORENTINI, D.; CASTRO, F. C. Tornando-se professor de Matemática: o caso de Allan em Prática de Ensino e Estágio Supervisionado. In: FIORENTINI, D. (org.). **Formação de professores de Matemática: explorando novos caminhos com outros olhares**. Campinas: Mercado das letras, 2003, p. 121 - 156.

GADANIDIS, G; BORBA, M. C; SCUCUGLIA, R. Tell me a good math story: digital mathematical performance, drama, songs, and cell phones in the math classroom. In: PME 34, 2010, Belo Horizonte. **Anais…** Belo Horizonte: CODECOM - UFMG, 2010. p. 17-24.

NEVES, L. X. **Intersemioses em vídeos produzidos por licenciandos em Matemática da UAB**. (Tese de doutorado em Educação Matemática), Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Rio Claro, 2020.

SANTOS, D. I. O; NEVES, L. X. Multimodalidade e a construção do conhecimento matemático: uma análise do processo de produção de vídeos. **Perspectivas da Educação Matemática**. No prelo.

WARSI, K. **O livro da matemática**. Tradução de Maria da Anunciação Rodrigues. 1. ed. Rio de Janeiro: Globo Livros, 2020. 352 p.

Educação Matemática e inclusão

Um bate-papo sobre educação inclusiva e técnicas de cálculos com o soroban

A chat about inclusive education and calculation techniques with soroban

Una charla sobre educación inclusiva y técnicas de cálculo con soroban

Vanessa Lays Oliveira dos Santos[107]
Universidade Estadual da Paraíba
0000-0002-1472-6123

Maria Francisca Máximo Dantas[108]
Universidade Federal de Campina Grande
0000-0003-3489-8034

Marcus Bessa de Menezes[109]
Universidade Federal de Pernambuco
0000-0003-0850-1793

Modalidade: Pôster
Núcleo Temático: Educação Matemática e Inclusão

Resumo

Este trabalho relata as ações do curso “técnicas de cálculos de números naturais com o soroban”, em construção, oferecido pelo Projeto de Extensão “Bate- Papo sobre Educação Inclusiva” do Centro de Educação e Saúde (CES), Campus da Universidade Federal de Campina Grande (UFCG), localizado no município de Cuité-PB. O curso é destinado aos professores e estudantes de Licenciatura em Matemática do CES, e também aos professores de Matemática do Ensino Básico do Município de Cuité. O objetivo do curso é contribuir com a prática dos professores, bem como, colaborar com a formação dos futuros docentes, enfatizando entre eles, a praticidade da utilização do soroban, como recurso didático, viável ao ensino inclusivo de matemática. O curso será realizado em quatro encontros mensais e terá uma carga horária total de 16h, utilizaremos o soroban de 21 eixos e faremos uso da técnica ocidental de menor valor relativo. Almejamos através dessa formação, que os professores se apropriem dessa técnica e que façam uso do soroban, sempre que em suas aulas, estejam presentes alunos com deficiência visual, possibilitando a esses estudantes as mesmas oportunidades de aprendizagem que os alunos videntes, promovendo dessa forma uma educação matemática inclusiva.

Palavras-chave: Soroban, Técnicas de Cálculos, Formação de Professor, Ensino de Matemática Inclusivo.

Abstract

This paper reports actions of the course under construction "natural number calculation

[107] vanessalays34@gmail.com.
[108] maria.maximo@ufcg.edu.br.
[109] Marcus.bmenezes@ufpe.br.

techniques with soroban", offered by the Extension Project "Chat about Inclusion" in the Education and Health Center (CES) of the Federal University of Campina Grande (UFCG), located in the municipality of Cuité-PB. The course is intended for teachers and students of Mathematics Degree at CES, and also for Mathematics teachers of Basic Education in Cuité. We aim to contribute to the teaching practices, as well as to collaborate with the training of future teachers, emphasizing among them, the use of soroban, as a viable didactic resource for an inclusive mathematics teaching. The course will be held in four monthly meetings and will have a total workload of 16 hours, in addition we will use the 21-axis soroban and we will make use of the western technique of lower relative value. Through this training, we aim for teachers to appropriate this technique and make use of soroban, whenever students visually impaired are present in their classes, providing these students the same learning opportunities as normal sighted students, thus promoting a inclusive math education.

Keywords: Soroban, Calculation Techniques, Teacher Training, Inclusive Mathematics Teaching.

Resumen

Este artículo relata las acciones del curso “técnicas de cálculo de números naturales con soroban”, en construcción, ofrecido por el Proyecto de Extensión “Chat de Educación Inclusiva” del Centro de Educación y Salud (CES), Campus de la Universidad Federal de Campina Grande (UFCG), ubicada en la ciudad de Cuité-PB. El curso está destinado a profesores y alumnos de la Licenciatura en Matemáticas del CES, y también a profesores de Matemáticas de la Educación Básica del Municipio de Cuité. Pretendemos contribuir a la práctica de los docentes, así como colaborar con la formación de los futuros docentes, destacando entre ellos, la practicidad del uso del soroban, como recurso didáctico, viable para la enseñanza inclusiva de las matemáticas. El curso se realizará en cuatro sesiones mensuales y tendrá una carga horaria total de 16 horas, utilizaremos el soroban de 21 ejes y haremos uso de la técnica occidental de menor valor relativo. Pretendemos, a través de esta formación, que los docentes se apropien de esta técnica y hagan uso del soroban, siempre que estén presentes en sus clases a alumnos con discapacidad visual, brindándoles las mismas oportunidades de aprendizaje que a los videntes, fomentando así uma educación matemática inclusiva.

Palabras-clave: Soroban, Técnicas de Cálculo, Formación Docente, Enseñanza Matemática Inclusiva.

Introdução

O direito à educação é um direito fundamental a todas as pessoas, independente de cor, raça, religião e condição social (BRASIL, 1988). A atual Constituição Federal de 1988 representou um grande marco significativo na Educação Brasileira, foi a partir dela que as leis estabelecidas para a escola, passou a ser efetivamente regularizadas, com instrumentos jurídicos que garantem a efetividade do direito à escolarização. Essa importância se remete a todos os segmentos da educação, mas, de forma específica neste trabalho, trazemos essa discussão para a educação em uma perspectiva inclusiva.

A história da educação no que tange à escolarização de pessoas com deficiência, começou a ser tratada no Brasil no século XVI, contudo, naquela época e durante longos anos o “modelo de educação” ofertada para as pessoas com deficiência, se restringia ao cuidado custodial ou atendimento clínico, os quais eram impossíveis de serem comparados com um modelo de escolarização (MENDES, 2006).

Felizmente, o direito à educação das pessoas com deficiência em espaços comuns de ensino, foi reconhecido e positivado. Nesse contexto, desde a década de noventa, esta realidade tem imposto à sociedade, de forma geral, e, em especial aos educadores, um revisitar sobre suas concepções e crenças a respeito da própria noção de diversidade, já que a convivência se faz presente no meio escolar, no trabalho, na vida em sociedade (FERNANDES; HEALY, 2010).

Sobre as normativas relacionadas à garantia desses direitos iremos sublinhar: a “Lei de Cotas” para pessoas com deficiência (PCD), Art. 93 da Lei nº 8.213/ 1991; a Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB) nº 9.394/1996; a Convenção Internacional sobre os Direitos das Pessoas com Deficiência (Decreto) nº 6.949/2009 e a Lei Brasileira de Inclusão (LBI) nº 13.146/2015. Contudo, mesmo diante de todo suporte jurídico para que o direito à educação se efetive, sabemos que não serão somente as leis que irão garantir equidade no ensino de todos os educandos matriculados nas instituições públicas brasileiras, outros fatores também irão colaborar, entre eles, o aspecto profissional e humano dos educadores envolvidos.

Nessa perspectiva de uma educação inclusiva, surgiu o projeto “Bate - Papo sobre Educação Inclusiva”, no ano de 2021, no Centro de Educação e Saúde (CES), Campus da Universidade Federal de Campina Grande (UFCG), localizado no município de Cuité-PB. O projeto tem como público alvo a comunidade acadêmica; docentes, discente e todo corpo administrativo, além de professores do ensino básico do município e região, que desejam dialogar sobre a educação inclusiva e o uso de metodologias inclusivas no contexto escolar e universitário.

O objetivo do projeto é contribuir com a reflexão e o debate sobre a educação inclusiva no ensino básico e superior, bem como, colaborar com o fortalecimento das práticas de ensino inclusivas no âmbito do CES, promovendo momentos de diálogos e trocas de experiências entre a comunidade acadêmica, estudantes com deficiência de outras instituições e pesquisadores da área. O projeto também busca alcançar os seguintes objetivos específicos: colaborar com o desenvolvimento acadêmico e social dos estudantes com deficiência, estimular reflexões na comunidade acadêmica sobre os avanços e desafios da inclusão de estudantes com deficiência no ensino superior através de políticas de acesso e permanência, e valorizar a diversidade como um fator de qualidade da educação, trazendo à tona a questão do direito de todos à educação em uma perspectiva inclusiva.

Todas as ações do projeto fazem considerações ao cenário educacional atual, que nos leva de encontro as diferenças que se faz presente no seio escolar e universitário, diante disto, torna-se necessário que nós educadores, busquemos novos conhecimentos para atender essas diferenças presentes nas instituições de ensino básico e superior. Nesse contexto, tecemos algumas reflexões acerca dos desafios enfrentados pelos estudantes com deficiência do ensino superior, no qual o cotidiano acadêmico na universidade se assemelha aos desafios enfrentados pelos estudantes do ensino básico.

Melo e Gonçalves (2013), discute a respeito da forma que as Instituições de Ensino Superior (IES) estão sendo preparadas para atender os estudantes com deficiência, desde sua entrada na universidade, permanência e a conclusão do curso. Diante disto nos questionamos: os IES promovem situações de ensino para que os estudantes com deficiência possam vivenciar a academia de forma ativa? Favorecendo seu desenvolvimento acadêmico e social?

A partir dessas reflexões, a proposta do projeto inicialmente, foi a construção de “rodas de conversas” sobre educação inclusiva, com ações e estratégias que fortalecessem e valorizassem as políticas públicas para uma educação inclusiva a partir da extensão universitária. Devido a pandemia da Covid-19 que impactou os sistemas de ensino, e as medidas de isolamento social que condicionaram o fechamento de escolas e universidades, o projeto teve que se adaptar à realidade vivenciada momentaneamente pela educação, com o ensino remoto emergencial, e devido a essas circunstâncias todas as atividades no ano de 2021 foram desenvolvidas de forma remota.

As discussões realizadas nas rodas de conversas permearam teoria e prática, a partir de experiências de convidados que dialogaram sobre os pontos norteadores: contextualização sobre a trajetória da educação especial à educação inclusiva, aspectos políticos e legislação para educação inclusiva no ensino básico e superior, libras, tecnologia assistiva, comunicação alternativa, audiodescrição e elaboração de material didático acessível. Participaram das rodas de conversas; professores e pesquisadores da área da educação inclusiva, médicos, psicólogos, intérpretes, assistentes sociais e estudantes do CES. As rodas de conversas foram desenvolvidas por meio de lives nos canais oficiais (Instagram e Youtube) do CES/UFCG, as quais foram gravadas e compartilhadas para que mais pessoas tivessem acesso ao conteúdo.

No início de 2022, o projeto "Bate – Papo sobre Educação Inclusiva" foi renovado e obteve aprovação para continuar desenvolvendo suas ações inclusivas. Sendo assim os colaboradores concordaram em manter o mesmo planejamento de 2021 para execução das atividades do projeto em 2022, mas, com a condição de que essas atividades se realizassem de forma presencial. Esse ano o projeto também ampliou sua proposta interventiva a partir de uma parceria firmada entre o CES e a Secretaria de Educação do Município de Cuité, para oferta do curso: "técnicas de cálculos de números naturais com o soroban". Essa formação para professores está sendo pensada como mais uma estratégia para o desenvolvimento de ações inclusivas que possa favorecer a comunidade acadêmica do CES e o ensino básico do município de Cuité, sendo essa estratégia mais específica para o ensino de matemática de pessoas com deficiência visual.

Objetivos do Curso

Pretende-se contribuir com a prática dos professores de Matemática do Centro de Educação e Saúde (CES) e dos professores de Matemática do Ensino Básico do município de Cuité, enfatizando entre eles a praticidade da utilização do aparelho soroban, como recurso didático, viável ao ensino inclusivo de matemática. Bem como, colaborar com a formação inicial dos futuros docentes, os estudantes de Licenciatura em Matemática do CES, que exercerão à docência nas escolas, e que devem ampliar seus conhecimentos para atender as diferenças presentes nas instituições de ensino.

Metodologia do Curso

O recurso didático que será manuseado durante a formação com os professores, é o soroban, esse aparelho manual foi trazido para o Brasil por japoneses, que o utilizavam em suas casas de comércios e no setor bancário. O soroban foi adaptado pelo brasileiro Joaquim Lima de Moraes que observou a possibilidade da utilização do aparelho por pessoas com deficiência visual. Graças a perseverança de Joaquim Moraes e José Valesin[110], o soroban tornou-se parte do material escolar de alunos com deficiência visual do sistema educacional brasileiro.

O soroban que iremos utilizar é o de 21 eixos e 7 classes, conhecido como modelo estudantil, é muito eficaz para realização de cálculos e o mais utilizado no Brasil. No soroban pode ser utilizadas três técnicas de cálculos: oriental, que realiza as operações das ordens maiores para as menores; ocidental, que realiza as operações das ordens menores para as maiores; e a técnica oriental do complementar 5 e 10. A técnica que iremos trabalhar durante a formação, é identificada como "técnica ocidental de menor valor relativo", que realiza as operações das ordens menores para maiores, com essa técnica as operações são realizadas da direita para a esquerda, operando inicialmente com as unidades, em seguida com as dezenas e finalizando a operação com as centenas. Esse processo ocorre em todas as classes, simples, de milhar, milhões e assim sucessivamente, semelhante ao processo de cálculos desenvolvido no sistema decimal, o que acreditamos que promove uma maior participação do aluno com deficiência visual durante as aulas, pois possibilita o acompanhamento da explicação do professor em conjunto com os alunos videntes, de forma mais igualitária, e também favorece o trabalho docente, pois permite uma maior compreensão do procedimento realizado no soroban pelo aluno com deficiência visual, no desenvolvimento do cálculo.

Devido ao surgimento de algumas dificuldades para aquisição dos sorobans que serão utilizados durante o curso, essa formação que estava programada para ser desenvolvida em agosto de 2022, acontecerá somente no mês de fevereiro de 2023, com início na semana pedagógica para abertura do ano letivo. O curso se desenvolverá em quatro encontros mensais, contabilizando uma carga horária total de 16h. Disponibilizaremos como material para essa formação, além dos sorobans físicos para cada professor participante durante a realização do curso, uma cartilha digital, que aborda a importância do uso do soroban nas aulas de matemática para pessoas com deficiência visual, contendo propostas didáticas a serem realizadas durante os encontros. Quanto ao uso de tecnologias assistivas, utilizaremos sempre que necessárias para melhor atender ao público que realizará a formação.

Considerações finais

[110] Discípulo de Joaquim Lima de Moraes que adaptou uma borracha compressora ao soroban, tornando-o mais funcional e seguro para o desenvolvimento de cálculos.

Almejamos que os professores de Matemática do Centro de Educação e Saúde (CES) e os professores de Matemática do Ensino Básico do Município de Cuité, bem como, os estudantes de Licenciatura em Matemática, que irão participar do curso: “técnicas de cálculos de números naturais com o soroban”, possam se apropriar da técnica ocidental de menor valor relativo, e utilizar o soroban, como recurso didático, sempre que em suas aulas, estejam presentes alunos com deficiência visual. Uma vez que, o soroban, é um recurso didático, viável ao ensino de matemática inclusivo, pois possibilita aos estudantes com deficiência visual inseridos em salas comuns, as mesmas oportunidades de aprendizagem que as alunos videntes, quando os conceitos apresentados envolverem a realização de cálculos. Além disto, desejamos que esta formação promova discussões sobre metodologias para um ensino de matemática inclusivo, entre os professores do ensino básico e os professores do ensino superior.

Referências:

Brasil, Constituição da República Federativa do Brasil. (1988). *Texto constitucional promulgado em 5 de outubro de 1988, com as alterações determinadas pelas Emendas Constitucionais de Revisão nos 1 a 6/94, pelas Emendas Constitucionais nos 1/92 a 91/2016 e pelo Decreto Legislativo no 186/2008*. – Brasília: Senado Federal, Coordenação de Edições Técnicas, 2016. 496 p. https://www2.senado.leg.br/bdsf/bitstream/handle/id/518231/CF88_Livro_EC91_2016.pdf

Brasil, Congresso Nacional. *Lei de Diretrizes e Bases da Educação*. (1996). Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Lei 9.324 de diretrizes e bases da educação nacional. http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l9394.htm

Brasil, Decreto, nº 6.949. (2009). *Promulga a Convenção Internacional sobre os Direitos das Pessoas com Deficiência Protocolo Facultativo, assinados em Nova York, em 30 de março de 2007*. http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2007-2010/2009/decreto/d6949.htm.

Brasil, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Especial. (2009). *Soroban manual de técnicas operatórias para pessoas com deficiência visual.* Elaboração: Mota, Maria Glória Batista da... [et al]. Secretaria de Educação Especial – Brasília: SEESP, 1ª edição. 284 p.

Fernandes, S.H.A.A & Healy, L. (2010). *A Inclusão de Alunos Cegos nas Salas de Aulas de Matemática: Explorando área, Perímetro e Volume Através do Tato*. Bolema. Rio Claro/SP, v.23, nº 37, p. 1111-1135.

Lei Brasileira de Inclusão de Pessoas com Deficiência. (2015). *Lei 13.146 que Institui Estatuto da Pessoa com Deficiência*. http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2015-2018/2015/lei/l13146.htm

Mendes, E. G. *A radicalização do debate sobre inclusão escolar no Brasil.* Revista Brasileira de Educação v. 11 n. 33 set./dez. 2006

Melo, F. R. L. V & Gonçalves, M. J. (2013). *Acesso e Permanência de Estudantes com Deficiência Física no ensino Superior.* In: Inclusão no ensino superior: docência e necessidades educacionais especiais.

Oliveira, E. D. (2026). *Técnicas de cálculo do soroban: método ocidental menor valor relativo.* Edney Dantas de Oliveira... [et al]. – Rio de Janeiro: Instituto Benjamin Constant.

Política Nacional de Educação Especial (PNEE). (2020). *Equitativa, Inclusiva e com Aprendizado ao Longo da Vida*. Ministério da Educação. Secretaria de Modalidades Especializadas de Educação. – Brasília ; MEC. SEMESP.124p.

Projeto de Extensão Bate – Papo sobre educação inclusiva. (2021). *PROPEX*. Universidade Federal de Campina Grande (UFCG/CES).

Projeto de Extensão Bate – Papo sobre educação inclusiva. (2022). *PROPEX*. Universidade Federal de Campina Grande (UFCG/CES).

Santos, V. L. O & Menezes, M. B. (2020). *Soroban : ferramenta didática para alunos cegos no ensino de matemática.* 43 f. Produto Educacional. (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática). Universidade Estadual da Paraíba (UEPB).

Recursos didáticos adaptados para o ensino de geometria no ensino médio

Didactic resources adapted to the teaching of geometry in high school

Recursos educativos adaptados para la enseñanza degeometría en bachillerato

Aline Faraildes Ribeiro Carvalho[1111]
UFPA
0000-0002-9189-7559

Alexandre de Almeida Pinheiro[112]
UFPA
0000-0002-9468-6781

Reinaldo Feio Lima[113]
UFPA
0000-0003-2038-7997

Suellen Cristina Queiroz Arruda[114]
UFPA
0000-0002-8901-2029

Modalidade: Pôster
Núcleo Temático: Educação Matemática e Inclusão

Resumo

O presente trabalho objetiva apresentar uma proposta de recursos didáticos adaptados e de baixo custo para o ensino de Geometria voltada para alunos com deficiência visual regularmente matriculados na rede pública de ensino da cidade de Abaetetuba/PA. O mesmo é um desdobramento do projeto maior intitulado “Deficiência Visual e a Utilização de Recursos Didáticos adaptados para o Ensino de Geometria”. Metodologicamente, a proposta caracteriza-se como qualitativa com indício de pesquisa bibliográfica e análise documental. Os resultados preliminares apontam que o uso de recursos adaptados contribuem positivamente no processo educacional desse alunado.

Palavras-chave: Inclusão no ensino de matemática, Recurso didático para ensino de geometria, Deficiência Visual.

Abstract

This paper aims to present a proposal for adapted and low cost didactic resources aimed to the teaching Geometry to students with visual impairments, regularly enrolled at the public school system in the city of Abaetetuba, Pará. This is a repercussion of a broader project entitled

[111] alineribeirocarvalho10@gmail.com
[112] alexandre.pinheiro@abaetetuba.ufpa.br
[113] senafeeio96@gmail.com
[114] scqarruda@yahoo.com.br

"Visual impairments and the use of didactic resources adapted for the teaching of Geometry". Methodologically, the proposal is characterized as qualitative with evidences of bibliographic research and documental analysis. The preliminary results show that the use of adapted resources contribute positively to the educational process of these students.

Keywords: Inclusive teaching of Mathematics. Didactic resources to the teaching of Geometry, Visual impairment.

Resumen

Este trabajo tiene como objetivo presentar una propuesta de recursos didácticos adaptados y de bajo costo para la enseñanza de Geometría dirigida a los alumnos con discapacidad visual regularmente matriculados en el sistema escolar público de la ciudad de Abaetetuba/PA. Se trata de un desarrollo del proyecto más amplio titulado"La discapacidad visual y el uso de recursos didácticos adaptados para la enseñanza de Geometría". Metodológicamente, la propuesta se caracteriza por ser cualitativa con indicios de investigación bibliográfica y análisis documental. Los resultados preliminares indican que el uso de recursos adaptados contribuye positivamente en el proceso educativo de estos alumnos

Palabras clave: Inclusión en la enseñanza de Matemáticas, Recursos didácticos para la enseñanza de Geometría, Discapacidad visual.

Introdução

A inclusão é um tema que atualmente está em constante discussão na sociedade, principalmente no que tange ao processo educacional dos alunos com deficiência visual.É valido dizer que algumas ações sobre o referido tema já foram colocadas em práticas no Brasil, como por exemplo a Lei nº 13.146/2015 que é instituída a Lei Brasileira de Inclusão da Pessoa com Deficiência (Estatuto da Pessoa com Deficiência).

Apesar de todo o avanço, o Brasil ainda é um país com bastante desigualdade social, que ocasiona uma exclusão do público de alunos com deficiência, e podemos dizer que a ferramenta mais eficiente que pode ajudar a mudar esse cenário é uma educação de qualidade para todos (MEIRA et al., 2008). Com isso, na pesperctiva de proporcionar uma educação de qualidade principalmente no que tange o ensino de geometria para alunos com deficiência visual se torna imprescindível práticas pedagógicas que de fato dê o acesso a um ensino mais eficaz.

Melo e Gonzáles (2020, p. 3) refere-se a uma educação inclusiva que envolva a utilização de recursos didaticos, pois "[...] possibilitam motivar a aprendizagem através do fornecimento de informações, orientam a aprendizagem e podem exercitar e desenvolver habilidades, favorecem melhor compreensão do conteúdo [...]”. Nesse sentido, é visível que desenvolver recursos didáticos é fundamental na perspectiva de estimular o aluno com deficiência visual na concepção de explorar e ampliar seus conhecimentos. De acordo com Neto e Silveira (2016, p. 3), o ensino de Geometria constitui-se como uma das áreas essencias na vida do aluno, pois permite que o mesmo possa desenvolver habilidades de interpretação e percepção do espaço em seu cotidiano de forma mais questionadora e critica aquilo que esta a sua volta.

Desse modo, o presente trabalho vem apresentar uma proposta de recursosdidáticos adaptados e de baixo custo para o ensino de Geometria voltada para alunos da rede pública de ensino com deficiência visual da cidade de Abaetetuba/PA, cujo intuitoé de incluir esse alunado no processo educacional do ensino da Matemática. Com isso, tem-se como objetivo que a implementação deste material seja um facilitador no processo de ensino dos alunos com deficiencia visual. Os materiais táteis complementam o processo de ensino dos alunos com deficiência visual no ensino de Geometria, ocasionando assim com que todos os alunos sejam sujeitos participativos e aprendam conforme a didática dada em sala de aula, priorizando o entendimento e o desenvolvimento desse alunado. Com esse objetivo, o referido estudo trata-se de uma pesquisa de natureza qualitativa, de tipologia Pesquisa Bibliográfica e Análise Documental. Para tal, o texto organiza-se em tópicos: Deficiência visual e a relevância de recursos didáticos adaptados para o ensino de geometria; O ensino de geometria para alunos com deficiência visual do ensino médio e Considerações finais.

Deficiência visual e a relevância de recursos didáticos adaptados para o ensino de geometria

A inclusão é uma temática que atualmente vem trazendo muita discussão na sociedade, isso ocorre, pois, ela tem sido um dos grandes desafios nas instituições de ensino da atualidade, por conta de diversos fatores de ordem estrutural das escolas, como bens materiais, econômicos, ou até mesmo na falta de formação dos profissionais docentes. Uma das grandes conquistas que se refere a educação inclusiva é a Lei nº 13.146/2015 que é instituída a Lei Brasileira de Inclusão da Pessoa com Deficiência (Estatuto da Pessoa com Deficiência), cujo intuito é assegurar e promover condições de igualdade, o exercício dos direitos e das liberdades fundamentais da pessoa com deficiência, visando à sua inclusão social e cidadania. Com isso, se tornou obrigatório que as escolas recebam esses alunos, porém, ao se falar em educação inclusiva se torna imprescindível práticas pedagógicas de inclusão que visem atender esse público, conforme relata Cristina Broglia (2021, p. 186) “[...] contemporaneamente com a perspectiva da inclusão, uma pedagogia para alunos cegos visando a elaboração de currículo, práticas, disciplinas e estratégias, culminando com a criação de jogos educativos [...]”.

A partir da concepçao da autora, se torna evidente que são necessários novos métodos e perpesctivas de ensino para os alunos com deficiência visual, pois, somente com uma pedagogia contemporânea se torna possível o desenvolvimento de práticas educacionais inclusivas. E para entendermos a educação inclusiva e uma escola de fato inclusiva é necessário sabermos que independente das limitações de cada aluno, seja a sua condição física, intelectual, auditiva, visual, de gênero, entre outras, é preciso garantirmos o acesso e sua permanência de qualidade perante ao sistema educacional, e vários autores relatam um pouco sobre as dificuldades enfrentadas por esse alunado.

Alves e Duarte (2005) descrevem algumas barreiras enfrentadas pelos professores para a concretização da integração dos alunos cegos e com baixa visão, queé a falta de equipamentos apropriados para o ensino e a falta de qualificação desses profissionais para trabalhar com esse público. Além disso, Silva (2011) relata em suas pesquisas que é necessário a construção de novas práticas pedagógicas, pois, a inclusão de alunos com deficiência visual necessita de novos métodos que gerem conhecimentos e conteúdo que possam contribuir com o processo de inclusão na escola.

Já Lorenzato (2006, p. 34) destaca uso de materiais didáticos adaptados na vida do aluno, uma vez que “[...] o auxílio do material didático, o professor pode, se empregá-lo corretamente, conseguir uma aprendizagem com compreensão, que tenha significado para o aluno, [...]”. Portanto, se torna necessário mudanças estruturais nas escolas a fim de dar comodidade para os alunos deficientes, é necessário formações continuadas para professores e apoio técnico, cujo foco é uma melhor preparação para lidar com os alunos com deficiência visual.

Diante disso, o presente projeto visa a construção de propostas em práticas de Educação Matemática Inclusiva voltadas para o desenvolvimento de estratégias pedagógicas e materiais didáticos adaptados para o ensino de Geometria a estudantes com deficiência visual, de modo a contribuir efetivamente com os professores de Matemática quanto às estratégias metodológicas e avaliativas, em relação ao ensino de Geometria, que possibilite o desenvolvimento acadêmico e social dos alunos deficientesvisuais das escolas de ensino básico da rede pública de ensino do município de Abaetetuba/PA.

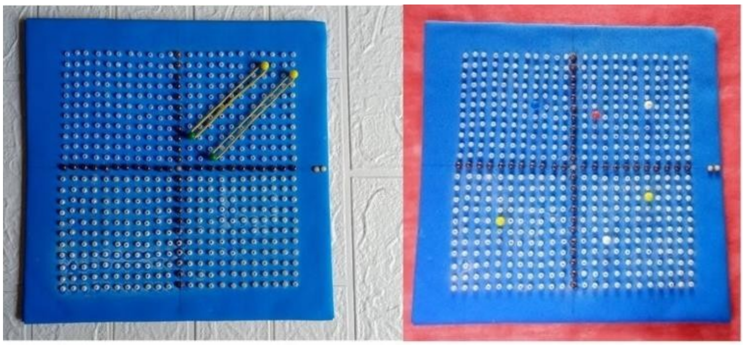
O ensino de geometria para alunos com deficiência visual do ensino médio

A partir das dificuldades encontradas e aqui supracitadas, surgiu como método de aprendizagem proposto a utilização de recursos didáticos adaptados para estudantes com deficiência visual da rede pública de ensino, no qual a utilização do tato é necessária para a realização das atividades e os materiais foram pensados de forma a contribuir com o ensino da Geometria. É valido ressaltar, que todos os materais utilizados são de baixo custo, pois, o intuito é incluir todo o público para a utilização desses materiais. Logo, diferente de materiais confeccionados utilizando barbantes e strass que visualizamos em trabalhos diversos como em Sousa , Silva e Alves (2016), o presente estudo buscou utilizar recursos de fácil acesso como: miçangas, E.V.A epapelão para confeccionar uma circunferência e um plano cartesiano para o ensino de Geometria a alunos com deficiência visual, fazendo através do tato o reconhecimento deângulos, retas, pontos, segmentos de reta entre outros.

O objetivo é que o material seja um subsídio para o ensino da Geometria, que a partir dos materiais confeccionados o aluno consiga compreender o assunto abordado eo professor tenha um meio de fácil acesso para ensinar ao estudante com deficiência visual um pouco do que é a Geometria. A avaliação da aprendizagem se dá por um processo, no qual primeiramente é válido o professor explicar cada passo dos materiais, posteriori inicia-se o processo de ensino do que pode ser trabalho nos materiais, logo após o professor propõe uma atividade para o aluno realizar e assim avalia o aluno em questão.

Figura 1.
Plano Cartesiano Tátil

Fonte: Autoria Própria

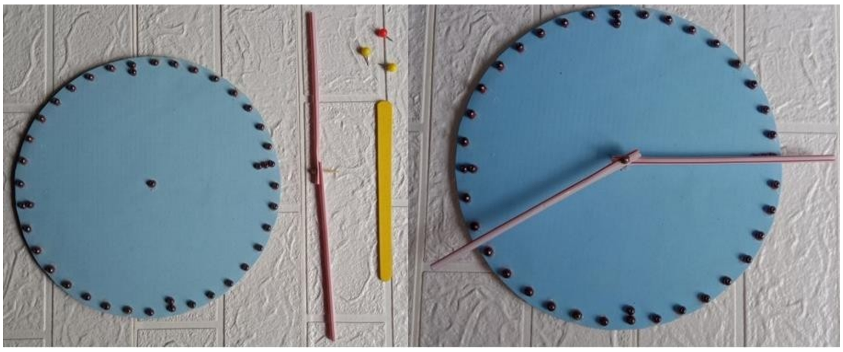


Materiais necessários para a confecção e uso: papelão, miçangas, E.V.A, cola, régua, tachinhas ou percevejos, ligas. O plano cartesiano, mostrado na Figura 1, possui uma diversidade quanto ao ensino de Geometria, nele é possível abordar os tópicos: Coordenadas no plano, Posições relativas entre duas retas, Ponto médio, Segmento de reta e entre outros.

Figura 2.

Circunferência Tátil

Fonte: Autoria Própria



Materiais necessários para a confecção e uso: papelão, miçangas, E.V.A, cola, régua, tachinhas ou percevejos, ligas, lixa de unha e canudinhos. A circunferência permite a abordagem dos seguintes tópicos: Posições relativas entre retas e circunferência, Tipos de ângulos e suas classificações.

Assim, com o auxílio desses materiais confeccionados os alunos com deficiênciavisual vão adquirir habilidades de assimilar os conteúdos propostos com maior facilidade. No que se refere ao ensino da Matemática, os recursos didáticos contribuem diretamente para o estudante ter uma percepção dos assuntos abordados, ou seja, os recursos permitem por meio do tato essa exploração da Geometria, possibilitando ao estudante com deficiência visual o entendimento dos conhecimentos matemáticos propostos.

Considerações finais

Destarte, com todas as informações adquiridas na pesquisa, foi possível perceberque apesar da inclusão ter evoluído bastante nas escolas regulares, ainda se tornanecessário muitos aperfeiçoamentos na educação inclusiva. Se torna evidentemente necessário que o Estado melhore à infraestrutura, capacitação da equipe docente e disponibilize materiais pedagógicos adequados que sejam suficientes para a inclusão dos alunos com deficiência visual, para que assim seja possível possibilitar de fato, sua inclusão em classes regulares, para que com autonomia o estudante passe a ser independente e capaz de se relacionar, conviver e exercer o seu direito de ir e vir como qualquer cidadão comum.

Dessa forma, os recursos didáticos adaptados aqui supracitados possibilitam ao professor uma proposta de ensinar Geometria por meio de atividades práticas, em que todos os estudantes, com deficiência visual ou não, teriam a possibilidade de aprender matemática através de recursos concretos, visto que uma das vantagens dos recursos didáticos adaptados é a possibilidade de concretizar as ideias e conceitos matemáticos, acarretando assim uma possibilidade metodológica de realizar a inclusão dentro da sala de aula de forma simultânea.

Referências

AINSCOW, M.; FERREIRA, W. **Compreendendo a educação inclusiva: algumas reflexões sobre experiências internacionais**. In: RODRIGUES, David. Perspectivas sobre a inclusão: da educação à sociedade. Porto: Porto Editora, 2003.

ALVES, M, L, T; DUARTE, E. A inclusão do deficiente visual nas aulas de educação física escolar: impedimentos e oportunidade. **Acta Scientariun. Human and Social Sciencies**, Maringá, v. 27, n.2, p.231-237,jul.dez. 2005.

CERTEZA, L. M. **Educação inclusiva: processo em construção. Ciranda da Inclusão (a revista do educador)**. Prol editora gráfica, São Paulo, setembro, 2010.

LACERDA, C. B. F.; L.F. **Tenho um aluno surdo, e agora?** Introdução à Libras e educação de surdos. São Paulo: EdUFSCar,2013.

LANGWINSKI, L. G; SOMAVILLA, A. S.; PIMENTEL, L. S. Um projeto de pesquisa de esnino de matempatica pensado para o aluno deficiente visual do Instituto Federal do Paraná – IFPR. Ens. Tecnol. R., Londrin, V. 4, n. 1, p.36-47, jan./jun.2020. Disponível em: https://periodicos.utfpr.edu.br/etr/article/view/10994. Acesso em: 20 de jul. 2022.

LORENZATO, S. **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

MEIRA, J; FERRACINE, C; GIMENES, A; NEVES, S; SIMONASSI, R; PIMENTEL. E. Uma ferramenta de Autoria de Materiais Instrucionais com Símbolos Matemáticos

Acessíveis a Deficientes Visuais. In: XIX SIMPÓSIO BRASILEIRO DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO, 19. 2008, São Caetano do Sul. **Anais** [...] São Caetano do Sul: JNB MEIRA, 2008. p. 01-02.

MELO, M.V; GONZÁLEZ. J.A.T. **A importância dos Recursos Didáticos Adaptadospara Alunos com Deficiência Visual nas Aulas de Ciências e Quimica.**

NETO. P. R. S; SILVEIRA. M. R. A. **Materiais didáticos para o ensino e aprendizagem da geometria**. BoEM, Joinville, v.4. n.6, p. 1-27, jan/jul. 2016.

SÁ, E. D. de; CAMPOS, I. M. de; SILVA, M. B. C. **Atendimento EducacionalEspecializado**: deficiência visual. Brasilia: SEESP/SEED/MEC/, 2007. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/aee_dv.pdf>. Acesso em: 15 de jan. 2022.

SILVA, A, J; DUARTE E; ALMEIDA, J. J. G. **Campeonato Escolar e Deficiencia visual: o discurso dos professores de Educação Física**. Revista Movimento, v.17, n. 2, p.38-55, Porto Alegre, abr./jun. 2011.

SILVA, D. S; SOUZA, V. L. R; ALVEZ, E. L. A **Aprendizagem de Finções por Estudantes com Deficiência Visual.** IX EPBEM. Encontro Paraibano de EDUCAÇÃO MATEMÁTICA 2016.

Matemática Inclusiva: O ensino de Geometria Plana para alunos surdos no município de Abaetetuba/PA

Inclusive Mathematics: The teaching of plane geometry to Deaf students in the municipality of Abaetetuba, in Pará.

Matemáticas inclusivas: La enseñanza de la Geometría Plana a alumnos sordos en el municipio de Abaetetuba/PA

Aline Faraildes Ribeiro Carvalho[115]
UFPA
0000-0002-9189-7559

Richr da Silva Marques[116]
UFPA
0000-0002-2242-8652

Reinaldo Feio Lima[117]
UNIFESSPA
0000-0003-2038-7997

Suellen Cristina Queiroz Arruda[118]
UFPA
0000-0002-8901-2029

Modalidade: Poster
Núcleo Temático: Educação Matemática e Inclusão

Resumo

Com o objetivo de contribuir com a melhoria da formação profissional dos alunos do curso de Matemática e professores da rede pública de ensino, particularmente no que tange aos processos inclusivos, uma realidade emergente na educação básica brasileira e, mais recentemente, também uma realidade do ensino superior, propõe-se o projeto "Matemática Inclusiva: O ensino de Geometria Plana para alunos surdos no município de Abaetetuba/PA" com o intuito de intensificar a discussão das políticas públicas de inclusão dos alunos surdos nas escolas de ensino básico do município de Abaetetuba/PA, bem como fomentar atividades destinadas a disponibilizar aos alunos surdos e professores recursos didáticos, para associar a teoria à prática pedagógica no ensino de Geometria Plana, difundindo para a comunidade uma visão da Matemática como instrumento de cidadania e inserção social. Dentro disso, buscou-se realizar uma pesquisa de campo, a fim de compreender as dificuldades enfrentadas pelos alunos surdos no que se refere a aprendizagem de Geometria Plana, bem como observar a formação pedagógica que os professores da rede pública de ensino do município em questão têm para lidar com esse público.

[115] alineribeirocarvalho10@gmail.com
[116] marquesjjrichr@gmail.com
[117] reinaldo.lima@unifesspa.edu.br
[118] sqcarruda@yahoo.com.br

Palavras-chave: Inclusão, Aprendizagem, Surdez, Geometria Plana.

Abstract

In order to contribute to the development of professional formation of students of the Mathematics undergraduate course and teachers working in the public school system, particularly in the inclusive processes, an emerging reality in the Brazilian public education and also a reality in the higher education system, this article aims to present the project "Inclusive Mathematics: The teaching of plane geometry to Deaf students in the city of Abaetetuba,- Pará" in order to intensify the discussion about public policies of inclusion of deaf students at schools of basic education in the city of Abaetetuba, in the state of Pará, as well to provide activities designed to make available resources to deaf students and teachers educational in order to associate theory and pedagogical practicing on the teaching of plane geometry, sharing to the community a view of Mathematics as an instrument of citizenship and social inclusion. In this context, it was sought to carry out a field research, in order to understand the difficulties faced by deaf students about the learning of plane geometry, as well as to observe the pedagogical training that teachers from public school of the already mentioned city have to deal with this public.

Keywords: Inclusion. Learning, Deafness, Plane Geometry.

Resumen

Con el fin de contribuir a la mejora de la formación profesional de los estudiantes del curso de Matemáticas y de los profesores de la escuela pública, en particular en lo que respecta a los procesos inclusivos, una realidad emergente en la educación básica brasileña y más recientemente, también una realidad en la educación superior, el proyecto "Matemáticas Inclusivas: La enseñanza de la Geometría Plana para alumnos sordos en el municipio de Abaetetuba/PA" con la intención de intensificar la discusión de las políticas públicas de inclusión de los alumnos sordos en las escuelas de educación básica del municipio de Abaetetetuba/PA, así como promover actividades destinadas a poner a disposición de los alumnos y profesores sordos recursos didácticos para asociar la teoría a la práctica pedagógica en la enseñanza de la Geometría Plana, difundiendo a la comunidad una visión de la Matemática como instrumento de ciudadanía e inserción social. Dentro de eso, se buscó realizar una investigación de campo para conocer las dificultades que enfrentan los alumnos sordos en cuanto al aprendizaje de la Geometría Plana, así como observar la formación pedagógica que tienen los profesores de la red

Palabras clave: Inclusión, Aprendizaje, Sordera, Geometría Plana.

Introdução

A inclusão é um tema que vem sendo amplamente discutido nas últimas décadas na sociedade por meio de eventos nacionais e internacionais, palestras, organizações não governamentais, pesquisas científicas, artigos acadêmicos e mídias. No entanto, será que isso significa que a inclusão esteja sendo efetiva nas instituições de ensino? No que tange à área de educação, com a aprovação da Lei nº 13.146/2015 que trata do acesso a garantias e direitos para as pessoas com deficiência, destacamos que uma das mais relevantes mudanças foi a configuração de crime, punível com multa e detenção para o responsável, neste caso, a instituição de ensino que se recusa a matricular crianças e adolescentes portadores de necessidades especiais no ensino regular, inclusive na educação privada.

Abordando o mesmo tema, em relação a educação superior, a Portaria Nº 3.284, de 7 de novembro de 2003, vem promover uma série de normas com o intuito de assegurar dentro dos espaços deste nível de ensino o acesso à acessibilidade para pessoas com deficiência, observando não somente os espaços estruturais adequados, como também o quadro docente que estará em contato direto com esse público. Em favor ao mesmo direito, a Lei 13.409/2016 obriga o poder público a garantia das pessoas com deficiência à participação na política de cotas, a fim de garantir o acesso à educação superior e à educação profissional e tecnológica nas instituições federais. A partir dessas bases legais, o acesso desse público, matriculados em todos os níveis de ensino, tornou-se tema imprescindível a ser discutido sobre assuntos relacionados às práticas pedagógicas inclusivas.

Vale ressaltar que as contribuições da criação do GT13 da Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM reiteram e incentivam a pesquisa na área de Matemática inclusiva. Dito isso, podemos mencionar o Encontro Nacional de Educação Matemática Inclusiva – ENEMI que possibilita a divulgação de trabalhos acadêmicos que contribuem para a formação docente.

Desse modo, a questão norteadora do presente trabalho é analisar se a elaboração de um material didático possibilitaria um suporte adequado para o intérprete de língua de sinais e ao professor regente da sala de aula, referente ao assunto da Geometria Plana. Com isso, tem-se como objetivo a implementação deste material como um facilitador no processo de ensino e aprendizagem aos educandos surdos e também como um auxiliador na interação entre professor e aluno. Nesse contexto, sabendo que a utilização da Língua Brasileira de Sinais (LIBRAS) é o principal meio de comunicação e educação da comunidade surda, o material didático aqui supracitado traz consigo uma gama de sinais específicos para o ensino da Geometria Plana, bem como a descrição de sinais de saudações, escolares, dias da semana e sinais aleatórios, cujo intuito é de complementar o material e dar suporte para os alunos e professores se comunicarem.

Para alcançar o objetivo proposto, realizamos uma pesquisa de natureza básica quanto à nossa intenção como pesquisadores, e, de acordo com a compreensão de Richardson (2012), procuramos compreender os conhecimentos científicos sem preocupação direta com sua aplicação ou as consequências desta, apresentando-se como uma investigação exploratória de caráter qualitativo, já que buscamos descrever de forma analítica a criação do material didático para o ensino de Geometria Plana para estudantes surdos.

Sendo assim, este artigo apresenta, primeiramente, um entendimento sobre as perspectivas dos professores e alunos surdos da cidade de Abaetetuba/PA, assim como a dificuldade de ensinar/aprender Geometria Plana. Na sequência, discorre sobre a criação do material didático para o ensino de Geometria Plana, contexto em que apresentamos o E-Book a ser acessado através da QR Code e, por fim, as considerações finais.

Perspectivas dos professores e alunos surdos da cidade de Abaetetuba/PA, sobre a dificuldade de ensinar/aprender Geometria Plana.

O presente projeto intitulado "Matemática Inclusiva: O ensino de Geometria Plana para alunos surdos no município de Abaetetuba/PA" iniciou-se partindo de pesquisas que consistiam na busca de informações e técnicas de ensino para alunos surdos, observando como os assuntos matemáticos são inseridos a este público, especificamente se tratando do ensino de Geometria Plana.

Diante da pesquisa realizada, percebemos que a falta de materiais adaptados que consistiam na comunicação entre professor e aluno ou intérprete e aluno é uma realidade presente na maior parte das escolas da educação básica, fazendo disso a principal dificuldade de ensino de assuntos matemáticos para alunos com surdez.

Nas escolas da educação básica, iniciamos as pesquisas de forma presencial realizando entrevistas com alunos surdos, professores do AEE e professores de Matemática. Por meio do levantamento de dados, foi possível perceber que a grande dificuldade difundida na educação básica está relacionada à falta de materiais didáticos adaptados e à falta de professores com conhecimentos para trabalhar com esse público.

Especificamente nos relatos referentes ao ensino de Geometria Plana, a maior parte dos professores entrevistados responderam não conhecer os sinais específicos para ensinar a Geometria, o que resulta em um agravante para o ensino escolar, visto que somente por meio da LIBRAS o aluno poderá ser inserido e passará a ter real compreensão do conteúdo ministrado e, da mesma forma, reconhecendo a LIBRAS como primeira língua da comunidade surda do Brasil, portanto, conforme Ronice Quadros argumenta, “percebe-se que os surdos passam a ter um papel importantíssimo no processo educacional no momento em que a língua de sinais passa a ser respeitada como uma língua própria dos membros deste grupo social” (1997, p. 45).

Na pesquisa realizada na cidade de Abaetetuba/PA foram visitadas ao todo cinco instituições de ensino e, dentre essas, apenas uma possui alunos surdos e com quadro de profissionais preparados para atender alunos com surdez, porém três registraram não possuir alunos surdos ou profissionais dentro do seu quadro docente com a formação adequada a esse público.

Na escola que possui alunos surdos, entrevistamos três professores, sendo uma delas professora do AEE e quando perguntada sobre “Quais dificuldades você enfrenta para o ensino da Matemática para alunos surdos?” obtivemos como resposta:

> No caso da aluna X, ela não sabe LIBRAS, ela usa sinais caseiros, então a primeira dificuldade que a gente vê é essa, e com relação aos sinais matemáticos, pois, eles não têm domínio, por exemplo eu sei, mas ela não sabe, então eu tenho essa dificuldade para que ela consiga entender.

Na entrevista direcionada a uma aluna surda sobre seu desenvolvimento estudantil nas aulas de Matemática, quando indagada sobre suas dificuldades em sala, respondeu que “Minha maior dificuldade em estudar Matemática é que no momento da aula o professor apenas oraliza e eu como aluna surda não escuto nada o que ele explica”. E quando perguntada se ela se sentia incluída nas aulas, revelou: “Não por completo, justamente por ter essa dificuldade de comunicação entre eu e o professor.”

Como podemos observar, através do exposto, é possível evidenciar que há necessidade de novas estratégias e metodologias para ensinar Matemática. Afim de contribuir para isso, o presente trabalho apresenta a criação de E-Book utilizando a língua de sinais como estratégia de ensino, no que tange o assunto de Geometria Plana.

No que diz respeito ao uso de materiais didáticos adaptados, utilizamos como base inicial, dentre outros, o Decreto nº 7.611, 17 de novembro de 2011, Art 5º, Inciso 4º determina que

> A produção e a distribuição de recursos educacionais para a acessibilidade e aprendizagem incluem materiais didáticos e paradidáticos em Braille, áudio e Língua Brasileira de Sinais - LIBRAS, laptops com sintetizador de voz, softwares para comunicação alternativa e outras ajudas técnicas que possibilitam o acesso ao currículo.

O decreto supracitado exemplifica quais os materiais necessários para atender os alunos com surdez, porém no tópico anterior observamos que ainda há carência desses itens nas escolas de educação básica e a partir dessa realidade constatada na pesquisa, certificar que a falta desses materiais didáticos adaptados acarreta em obstáculo de aprendizagem aos conteúdos relacionados à Matemática.

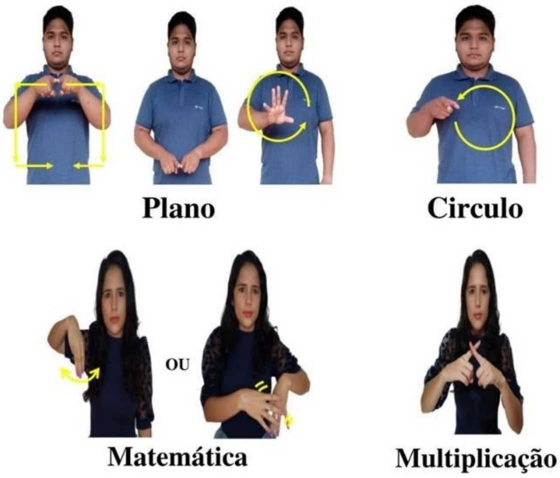
Posteriormente, baseamo-nos do pensamento de Cristina Broglia (2013, p. 186), pois, sobre a pedagogia visual,

> (...) é relevante pensar em uma pedagogia que atenda às necessidades dos alunos surdos que se encontram imersos no mundo visual e apreendem, a partir dele, a maior parte das informações para a construção de seu conhecimento. Para os surdos, os conceitos são organizados em língua de sinais, que por ser uma língua visuogestual pode ser comparada a um filme, já que o enunciador enuncia por meio de imagens, compondo cenas que explorem a simultaneidade e a consecutividade de eventos.

A partir das literaturas apresentadas, assim como da pesquisa realizada que identificou as dificuldades existentes no espaço escolar por falta de materiais específicos e ausência de formação adequada de professores, o presente projeto criou um E-Book, cujo intuito é de contribuir com o ensino da Matemática, contendo sinais específicos da Geometria Plana. Sua confecção se deu a partir de pesquisas, para reunir os sinais matemáticos referentes ao referido assunto, contando também com sinais diversos que contribuirão para uma comunicação básica entre professor e aluno.

Na Figura 1, podemos observar alguns sinais que estão inseridos no E-Book aqui mencionado.

Figura 1:
Imagens do e-book
Fonte: Autoria Própria



Podendo o E-Book ser acessado através do QRCode abaixo, veja a Figura 2. Nele você vai encontrar sinais específicos de Geometria Plana, sinais matemáticos, sinais dos dias da semana, escolares e muitos outros sinais.

Figura 2.
QR Code para E-Book
Fonte: Autoria Própria

Considerações Finais

Diante da pesquisa desenvolvida sobre as questões relacionadas ao ensino do aluno surdo, especificamente no que tange às metodologias pedagógicas para o ensino de Geometria Plana, foi possível observar que é necessário um processo de pesquisas e estratégias fazendo uso de sua língua materna (LIBRAS) para o incentivo e desenvolvimento educacional deste público, para que assim seja possível possibilitar, de fato, sua inclusão nas classes regulares.

Dessa forma, a iniciativa do projeto aqui supracitado é de elaborar um material didático como suporte para os alunos surdos, intérpretes e professores da educação básica, possibilitando maior interação entre eles. Dessa maneira, acreditamos que o material desenvolvido possa fornecer subsídios que possibilite ao professor uma proposta alternativa para o ensino de Geometria Plana para alunos com surdez, disponibilizando também uma gama de termos da área especifica que permita ao intérprete da língua de sinais melhor capacitação em sua atuação em sala de aula.

Referências

BRASIL. *Presidência da República*. Casa Civil. Lei nº 13.146, de 6 de julho de 2015. Institui a Lei Brasileira de Inclusão da Pessoa com Deficiência (Estatuto da Pessoa com Deficiência). Disponível em http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2015-2018/2015/lei/l13146.htm Acesso em: 21 de junho de 2021. Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7(2), 33-115.

BRANDÃO, F. *Dicionário Ilustrativo de Libras/*Flávia Brandão – São Paulo: Global, 2011.

CAPOVILLA, F.C.; RAPHAEL, W. D. Dici*onário Enciclopédico Ilustrado Trilíngue da Língua de Sinais Brasileira*. São Paulo, SP: Edusp, Fapesp, Fundação Vitae, Feneis, Brasil Telecom, 2001b.

GESSINGER, R. M.; LIMA, V. M. R.; BORGES, R. M. R. *A Formação de Professores de Matemática na Perspectiva da Educação Inclusiva*. In: X Encontro Nacional de Educação Matemática, 2010, Salvador. Anais..., Salvador, 2010.

LACERDA, C. B. F.; L.F. *Tenho um aluno surdo, e agora?* Introdução à Libras e educação de surdos. São Paulo: EdUFSCar,2013.

MANRIQUE, A. L.; MOREIRA, G. E.; MARANHÃO, M. C. S. A. *Desafios da Educação Matemática Inclusiva*: Formação de Professores. Volume I. São Paulo: Editora Livraria da Física, (2016a).

MANTOAN, M. T. E. *Inclusão escolar:* O que é? Por quê? Como fazer? São Paulo: Moderna, 2003.

QUADROS, R. M. *Educação de surdos:* a aquisição da linguagem/ Ronice Muller de Quadros. Porto Alegre: Artmed, 1997.

RICHARDSON, R. J. *Pesquisa social:* métodos e técnicas. 14. Reimpr. Atlas, 2012.Decreto nº 7.611 / 2011. Artigo 5 - (modeloinicial.com.br).

MODALIDADE: OFICINA

Organizados por núcleo temático

Formação de professores que ensinam Matemática

Investigação do conceito de área para o ensino: Interações entre professores e licenciandos

Concept study of area for teaching: Interactions between teachers and undergraduates

Investigación del concepto de área de enseñanza: Interacciones entre docentes y estudiantes de pregrado

Ayandara Pozzi de Moraes Campos[119]
Prefeitura de Cariacica e de Vila Velha
0000-0001-7556-7800

Maria Auxiliadora Vilela Paiva[120]
Instituto Federal do Espírito Santo
0000-0003-2713-1345

Liliane Martinez Antonow[121]
Instituto Federal do Sudeste de Minas Gerais
0000-0002-2498-5399

Tatiana Bonomo de Sousa[122]
Secretaria da educação do Estado do Espírito Santo
0000-0002-1341-2907

Modalidade: Oficina
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam Matemática

Resumo

Este texto contempla proposta de oficina, baseada na perspectiva da Matemática para o Ensino e na metodologia *Concept Study,* direcionado para os contextos da formação inicial e continuada. Para o desenvolvimento dessa oficina, as interações acontecerão via chat, microfone e vídeo de plataforma disponibilizada pela organização do IX Congresso Ibero-americano de Educação Matemática. Essa ação formativa, envolve discussões e reflexões a partir da investigação dos entendimentos dos participantes sobre o conceito de área. Sua estruturação contempla: socialização de entendimentos sobre o conceito, a fim de investigar saberes do grupo; formulação de situação-problema, com o intuito de explicitar experiências; manipulação virtual de peças na plataforma Mathigon, visando problematizar e ampliar entendimentos sobre o ensino do conceito; e momento de compartilhamento sobre a ação formativa. Salientamos que estudos baseados na metodologia *Concept Study* ao envolverem conhecimentos tácitos e as experiências dos participantes, implicam de que cada estudo origine em diferentes construções e, indicam que a diversidade de experiências e níveis de atuação dos participantes são elementos essenciais para no processo de desenvolvimento de saberes de Matemática para o ensino, à medida que o processo de investigação conceitual pauta-se nos saberes da prática que forem compartilhados, deste modo, essa proposta direciona-se tanto a

[119] ayandara.campos@gmail.com
[120] vilelapaiva@gmail.com
[121] liliane.martinez@ifsudestemg.edu.br
[122] tatibonomo@gmail.com

professores que ensinam matemática quanto a licenciandos em pedagogia e em matemática. Esperamos que a experiência em participar desta oficina possa contribuir para a reestruturação de saberes de matemática para o ensino dos participantes, implicando em suas práticas profissionais, presentes ou futuras.

Palavras-chave: Formação de professor, saber docente, matemática para o ensino, concept study, conceito de área.

Abstract

This text includes a workshop proposal, based on the Mathematics for Teaching perspective and on the Concept Study methodology, aimed at the contexts of initial and continuing education. For the development of this workshop, interactions will take place via chat, microphone and video platform provided by the organization of the IX Ibero-American Congress of Mathematics Education. This formative action involves discussions and reflections based on the investigation of the participants' understanding of the concept of area. Its structuring includes: socialization of understandings about the concept, in order to investigate the group's knowledge; formulation of a problem-situation, in order to explain experiences; virtual manipulation of parts on the Mathigon platform, aiming to problematize and expand understandings about the teaching of the concept; and sharing time about the training action. We emphasize that studies based on the Concept Study methodology, when involving tacit knowledge and the experiences of the participants, imply that each study originates in different constructions and, indicate that the diversity of experiences and levels of performance of the participants are essential elements for the process of development of knowledge of Mathematics for teaching, as the process of conceptual investigation is guided by the knowledge of practice that is shared, in this way, this proposal is directed both to teachers who teach mathematics and to undergraduates in pedagogy and mathematics. We hope that the experience of participating in this workshop can contribute to the restructuring of mathematics knowledge for the teaching of participants, implying in their professional practices, present or future.

Keywords: Teacher education, teacher's knowledge, mathematics-for-teaching, concept study, concept of area.

Resumen

Este texto incluye una propuesta de taller, basada en la perspectiva de Matemática para la Enseñanza y en la metodología del Estudio de Concepto, dirigida a los contextos de educación inicial y continua. Para el desarrollo de este taller se realizarán interacciones vía chat, micrófono y plataforma de video provista por la organización del IX Congreso Iberoamericano de Educación Matemática. Esta acción formativa involucra discusiones y reflexiones basadas en la investigación de la comprensión de los participantes sobre el concepto de área. Su estructuración incluye: socialización de comprensiones sobre el concepto, con el fin de investigar el conocimiento del grupo; formulación de una situación-problema, para explicar experiencias; manipulación virtual de piezas en la plataforma Mathigon, con el objetivo de problematizar y ampliar la comprensión sobre la enseñanza del concepto; y tiempo de compartir sobre la acción formativa. Resaltamos que los estudios basados en la metodología del Estudio de Concepto, al involucrar el conocimiento tácito y las experiencias de los participantes, implican que cada estudio se origina en construcciones diferentes y, señalan que la diversidad de experiencias y niveles de desempeño de los participantes son elementos esenciales para el proceso de desarrollo del conocimiento de la Matemática para la enseñanza, ya que el proceso

de investigación conceptual es guiado por el conocimiento de la práctica que se comparte, de esta forma, esta propuesta está dirigida tanto a los docentes que enseñan matemática como a los estudiantes de licenciatura en pedagogía y matemática. Esperamos que la experiencia de participar en este taller pueda contribuir a la reestructuración del saber matemático para la enseñanza de los participantes, implicándose en sus prácticas profesionales, presentes o futuras.

Palabras clave: Formación de profesores, saberes didácticos, matemáticas para la enseñanza, estudio de conceptos, concepto de área.

Compartilhando nossa perspectiva teórica-metodológica

O reconhecimento de que existem saberes próprios da profissão de professor nos conduziu a valorizar e investigar os saberes que emergem da prática docente. Deste modo, estudos que contemplam essa abordagem (SHULMAN, 1987; BALL, THAMES, PHELPS, 2008; DAVIS, SMMIT, 2006, DAVIS, RENERT, 2016, GIRALDO, RANGEL, MENEZES, 2017) contribuíram para a estruturação desta oficina, que partir das práticas dos professores participantes que forem compartilhadas, visa colaborar com suas demandas de reestruturação de saberes para o ensino.

A proposta e o desenvolvimento desta oficina têm sua fundamentação na Matemática para o Ensino, conforme estudos desenvolvidos por Davis e seus colaboradores (2006, 2014). Nessa perspectiva, considera-se a existência de uma relação entre o professor e o conhecimento, que propicia ao docente um saber que envolve no domínio e compreensão sobre por que, para que, para quem e como se ensina matemática, de modo que, essa forma de se relacionar com o conhecimento, possibilita ao professor

> [...] estruturar situações de aprendizagem, interpretar conscientemente as ações dos alunos e ter flexibilidade para responder, de modo que permita aos alunos estender entendimentos e expandir o alcance de suas possibilidades de interpretações através do acesso a conexões poderosas e práticas apropriadas (DAVIS; RENERT, 2014, p.4).

Nessa linha, evidencia-se a importância das experiências, demandas e saberes emergentes das práticas docentes compartilhadas para o desenvolvimento de propostas formativas que são fundamentadas nessa perspectiva. Assim, esta oficina, corresponde a parte de pesquisa de doutorado, elaborado pelas autoras em colaboração com participantes do Grupo de pesquisa ligado ao programa. O desenvolvimento da referida pesquisa, como desta oficina, basear-se-á no reconhecimento da existência de saberes próprios e necessários à docência e que tais saberes são dinâmicos e emergentes da própria prática profissional (DAVIS; SIMMT, 2006; DAVIS; RENERT, 2014).

No âmbito da experiência de formação baseada na Matemática para o ensino temos *concept study,* “uma metodologia participativa por meio da qual professores interrogam e elaboram sua matemática” (DAVIS; RENERT, 2014, p.35), metodologia que contempla elementos de duas noções: análise do conceito (c*oncept analysis*) e pesquisa de aula (*lesson study*), adotando, o foco no conceito matemático e a abordagem colaborativa. Dentre as premissas dessa metodologia, destaca-se que “Saber individual e saber coletivo não podem ser dicotomizados; possibilidades coletivas estão envolvidas e se desdobram em entendimentos individuais” (DAVIS; RENERT, 2014, p.33), indicando a importância do entrelaçamento e da complementariedade entre saberes individuais e coletivos num processo de investigação conceitual que visa a estruturação de saberes de Matemática para o ensino e, sobressai-se a demanda do engajamento e comprometimento dos envolvidos em processo formativo que se embasa nesta perspectiva. Deste modo, diante desse caráter dinâmico que depende do papel tanto dos formadores quanto dos professores participantes de *concepts studies*, em diferentes grupos e tópicos de discussão algumas ênfases se mostraram produtivas, tais como:

> identificar ignificados existentes ("Realizações") analisando o fluxo desses significados dentro do currículo ("Panoramas"), explorando suas implicações para aplicações e outros conceitos ("Vinculações"), combinando-as em construções mais poderosas ("Misturas") (DAVIS; RENERT, 2014, p. 49).

Essas ênfases emergem das discussões, envolvendo os entendimentos explícitos e tácitos, deste modo, apenas a primeira ênfase é estruturada e implementada intencionalmente, as demais dependem dos caminhos que se desenrolam e são escolhidos pelo grupo.

A investigação do conceito de Área para o ensino

Com essa perspectiva teórica-metodológica, a presente oficina, visa colaborar com a reestruturação de saberes para o ensino, a partir da investigação dos entendimentos dos participantes sobre o conceito de área. Deste modo, vale pontuar que, para o desenvolvimento das discussões, além da valorização e investigação dos saberes da prática dos participantes, temos para embasamento dos aspectos teóricos das grandezas e medidas, mais especificamente com o conceito de área, contribuições e estudos de Caraça (1951), Douady e Perrin-Glorian (1989) e Baltar (1996), Bellemain e Lima (2002), Lima e Bellemain (2010), além das abordagens dos documentos curriculares brasileiros.

Salientamos que a adoção do conceito de área como objeto matemático da investigação, está vinculada a indicação de complexidade e a demanda de aprofundamento conceitual de aspectos do campo Grandezas e Medidas (BELLEMAIN; LIMA, 2002; LIMA; BELLEMAIN, 2010), bem como de pesquisas e experiências profissionais compartilhadas por membros de nosso grupo de pesquisa tem pesquisas que apontam para a necessidade e relevância de pesquisas e contextos formativos que abordam conceitos matemáticos deste campo.

Acrescentado a isto, verificamos que os pesquisadores em Educação Matemática têm se debruçado em mapear estudos que possuíram o conceito de área como foco de estudo (SANTOS, 2017; FONDA; SILVA, 2019; SENZAKI, 2019) e, inclusive, um desses mapeamentos realizados que trata da produção brasileira stricto sensu da área de Ensino abordando a temática Área de figuras planas, identificou em menor número pesquisas desenvolvidas nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, Ensino Médio, Formação Inicial e Formação Continuada (KIEFER; MARIANI, 2021). Diante da pertinência desta proposta de oficina e de pesquisas cientificas que tratem deste conceito, na próxima seção, apresentamos a organização e detalhamento da oficina.

Organização dos momentos da oficina

Consideramos, assim como apresentado por Lespada (1988, p. 21), que o desenvolvimento de uma oficina é "uma forma, um caminho, um guia flexível, enriquecedora para a pessoa e para o grupo, fundamentada no aprender fazendo com prazer e na ativação do pensamento por própria convicção, necessidade e elaboração", deste modo, por meio desta ação de formação, na forma de oficina, pretendemos que pesquisadores, formadores e professores participantes, a partir do conceito de área, possam ter meios de investigar, interrogar, elaborar e estruturar saberes de matemática para o ensino. A seguir, tabela 1, apresentamos a estrutura da oficina em cinco momentos:

Tabela 1.
Detalhamento dos momentos da oficina

Momentos	Descrição
Acolher e Apresentar	Considerando que o processo formativo vivenciado por meio desta oficina se devolverá a partir das discussões coletivas, é essencial que os participantes conheçam as bases da proposta, de modo a se envolverem e comprometerem com a experiência formativa. Deste modo, visando apresentar a estrutura da oficina, após apresentação da equipe de formação e abordagem sobre a perspectiva teórica-metodológica da oficina, compartilharemos duas experiências anteriores. Para este momento, socializaremos fotos e trechos de relato da experiência de participantes de formações desenvolvidas embasadas na Matemática para o ensino.

	Também daremos abertura para que os participantes compartilhem outras experiências formativas, caso tenham interessem, além de socializar suas demandas para a formação, de modo a propiciar um momento de discussão coletiva inicial.
Conhecer e Socializar	Na sequência, temos que o ponto de partida da investigação, que conforme metodologia *concept study*, é indicada uma questão disparadora, que em nosso caso visa a investigação do conceito de área. Tal questão visa a socialização das realizações, que são compreendidas como as associações que usamos para representar uma construção matemática. Descrevendo formas que podem ser adotadas para esse compartilhamento das realizações, Davis e Renert (2014, p.58) pontuaram: "definições formais, algoritmos, metáforas, imagens, aplicações e gestos". Essa abordagem inicial de investigação, será feita por meio da apresentação da questão disparadora: O que é área? Convidaremos os participantes para escrever no chat as contribuições, compartilhando seus entendimentos a partir da questão.
Investigar e Discutir	Após compartilhamento das primeiras realizações do grupo, estas serão coletadas pelas monitoras e apresentadas em tela para serem discutidas de forma coletiva, a fim de explicitar entendimentos e experiências da prática docente, bem como mobilizar as discussões. Nesse sentido, espera-se que questões como: Como medimos? O que medimos? Por que medimos? O que é comparar? Que situações de aprendizagem envolvem o conceito de área? São perguntas previstas para que seja criado um espaço em que dúvidas, sugestões e vivências sejam socializadas e discutidas.
Elaborar e Problematizar	Neste momento, o objetivo é a problematização das realizações. Para começar uma questão condutora e o uso da plataforma digital Mathigon de acesso gratuito e peças de triângulos por este ambiente disponibilizado: Que situações de aprendizagem, relacionadas ao conceito de área, podemos desenvolver, a partir das manipulações destas peças? Depois dessa proposta, mediante a tempo disponível, a equipe tem outras possíveis abordagens, sendo: AP quando o participante manipula as peças na plataforma e, AF quando o formador manipula as peças a partir dos direcionamentos dos participantes. AP1: Usando todas as peças disponibilizadas, monte uma figura geométrica plana. E, atenção, as peças devem ser dispostas sem espaço e sem sobreposição. • AP2: Usando algumas dessas peças disponibilizadas, monte um quadrilátero. E, atenção, as peças devem ser dispostas sem espaço e sem sobreposição. • AF1: Que figuras geométricas planas podemos montar usando todas as peças disponibilizadas, sendo que as peças devem ser dispostas sem espaço e sem sobreposição? • AF2: Que quadriláteros podemos montar algumas dessas peças disponibilizadas, sendo que as peças devem ser dispostas sem espaço e sem sobreposição?
Compartilhar e Relatar	Na sequência, a fim de evidenciar para o grupo participante as contribuições desta ação formativa para a prática e saberes destes. indicaremos a retomadas das realizações iniciais. Para que os participantes socializem se, após as discussões e reflexões, teriam considerações para fazer em relação as realizações que compartilharam inicialmente. Para finalizar, será disponibilizado questionário via *Google Form,* padronizado em duas seções com questões abertas e fechadas, que terá como objetivo de traçar o perfil dos participantes e coletar considerações sobre a oficina, material disponível em: https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSdEbLd-0oeFTNF3PmOxo0ubxzq6kpSb-SYvsEobS1L0d5MYhg/viewform

Vale pontuar que dependendo das demanda de validações e dúvidas emergentes, situações e aspectos teóricos serão abordados, como: a escolha da unidade de medida; procedimento de contagem; unidade de medida padronizada e não padronizada; relação entre comparar e medir; comparação de unidades de medida; equivalência de figuras planas; processo de medição e a fórmula que fornece as áreas e suas abstrações.

Algumas considerações

Desde 2016, nosso grupo de pesquisa, por meio de pesquisas de mestrado e, mais recentemente de doutorado, tem desenvolvido projetos que integram práticas de extensão, ensino e pesquisa, em que as formações com professores e futuros professores, são desenvolvidas privilegiando a reestruturação de saberes, a partir da investigação dos entendimentos dos participantes sobre conceitos matemáticos com vistas ao ensino, alinhando-se a perspectiva da Matemática para o ensino e a metodologia *concept study.*

Os dados dessas pesquisas indicam a importância de uma perspectiva de formação que valorize e investigue a prática docente, visto que esse movimento de olhar, investigar e problematizar a prática proporciona ao professor reflexões que podem gerar compreensão do seu papel no seu próprio processo de formação e de sua atuação profissional.

Consideramos que o desenvolvimento desta oficina neste congresso poderá contribuir para difundir ações formativas com a perspectiva teórica-metodológica apresentada, bem como colaborar para que aprimoremos e investiguemos o desenvolvimento de *concept studies* por meio de tecnologias digitais.

Acrescentado a isto, esperamos contribuir com a formação dos participantes, ao considerar que a questão da investigação dos entendimentos em torno e partir de conceitos matemáticos, envolvendo discussões, reflexões e aprendizagens, tendo o conceito matemático situado no contexto da prática docente, resulta na produção, ampliação e aprofundamento do próprio conceito com vistas ao ensino, caracterizando o desenvolvimento de uma cultura matemática de participantes de *concepts studies*, que tem se mostrado como meio de contribuir para a reestruturação de saberes para o ensino.

Referências

BALL, Deborah Loewenberg; THAMES, Mark Hoover; PHELPS, Geoffrey. Content knowledge for teaching: What makes it Special? **Journal of Teacher Education**. Thousand Oaks, v.59, n.5, p. 389-407, 2008.

BALTAR, Paula Moreira. **Enseignement-apprentissage de la notion d'aire de surfasse plane:** une étude de 1' acquisition des relations entre les longueurs et les aires au cóllege. 1996. 352f. Tese (Doutorado em Didática Matemática), Universidade Joseph

Fourier, Grenoble, França, 1996.

BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar; LIMA, Paulo Figueiredo. **Um estudo da noção de grandeza e implicações no Ensino Fundamental**. Natal: SBHMata, 2002.

CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. Lisboa: Tipografia Matemática, 1951.

DAVIS, Brent; RENERT, Moshe. **The Math Teachers Know -** Profund Understanding of Emergent Mathematics. New York: Routledge, 2014.

DAVIS, Brent; SIMMT, Elaine. Mathematics-for-teaching: An ongoing investigation of the mathematics that teachers (need to) know. **Educational Studies in Mathematics**. Canada, v. 61, n. 3, p. 293-319, 2006.

DOUADY, Rágine; PERRIN-GLORIAN, Marie-Jeanne. Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane. **Educacional Studies in Mathematics**, Netherlands, v. 20, n.4, 1989. Disponível em: https://doi.org/10.1007/BF00315608. Acesso em 15 jun. 2022.

GIRALDO, Victor; RANGEL, Letícia; MENEZES, Fábio; QUINTANEIRO, Wellerson. (Re)construindo saberes para o ensino a partir da prática: investigação de conceito e outras ideias. In: IV Seminário Nacional de Histórias e Investigações de/em Aulas de Matemática, 2017, Campinas. **Anais...** VI SHIAM. Campinas: CEPEM, p. 1-18, 2017.

LIMA, Paulo Figueiredo; BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar. Grandezas e Medidas. *In:* João Bosco Pitombeira Fernandes de Carvalho (coord.). **Matemática:** Ensino Fundamental. Brasília: Ministério da Educação, 2010. cap. 8, p. 167-200.

LESPADA, Juan Carlos. **Aprender haciendo:** los talleres en la escuela. Buenos Aires: Humanitas, 1988.

SHULMAN, Lee S. Knowledge and teaching: foundations of the new reform. **Harward Educational Review**. Massachusetts, v. 57, p. 1-21, 1987.

Análise de livro didático com o modelo MTSK

Textbook analysis with the MTSK model

Análisis de libros de texto con el modelo MTSK

Edvonete Souza de Alencar[123]
Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul
0000-0002-5813-8702

Marcus Vinicius da Costa[124]
Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul

Modalidade: Oficina
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam Matemática

Resumo

O presente trabalho busca, por meio da oficina, analisar a primeira unidade do livro didático *Buriti mais: Matemática*, proporcionar espaço e momento de reflexão sobre os conhecimentos especializados do professor que ensina Matemática presentes nas orientações e atividades no manual do professor do retromencionado livro didático. Para isto, estruturamos uma oficina com atividades de análise dos conhecimentos especializados do professor que ensina Matemática na qual os participantes analisam as partes do livro anotando os conhecimentos identificados e comparam com os conhecimentos categorizados nos subdomínios do modelo teórico MTSK (sigla da expressão inglesa Mathematics Teacher's Specialised Knowledge) para reconhecer quais se fazem presentes no livro didático. Assim, esperamos que os participantes compreendam a categorização dos conhecimentos especializados necessários ao professor que ensina Matemática e utilizem esta forma de análise em seu trabalho docente.

Palavras-chave: formação de professores, Educação Matemática, MTSK.

Abstract

The present work seeks, through the workshop, to analyze the first unit of the *Buriti mais: Mathematics* textbook, to provide space and time for reflection on the specialized knowledge of the teacher who teaches Mathematics present in the guidelines and activities in the teacher's manual of the aforementioned book. didactic. For this, we structured a workshop with activities to analyze the specialized knowledge of the teacher who teaches Mathematics, in which the participants analyze the parts of the book, writing down the identified knowledge and comparing it with the knowledge categorized in the subdomains of the MTSK theoretical model (acronym for Mathematics Teacher's Specialised Knowledge) to recognize which ones are present in the textbook. Thus, we hope that the participants understand the categorization of the specialized knowledge needed by the teacher who teaches Mathematics and use this form of analysis in their teaching work.

[123] edvonetealencar@ufgd.edu.br
[124] promarcusviniciusdacosta@hotmail.com

Keywords: teacher training, Mathematics Education, MTSK.

Resumen

El presente trabajo busca, a través del taller, analizar la primera unidad del libro de texto *Buriti mais: Matemática*, brindar espacio y tiempo para la reflexión sobre los saberes especializados del docente que enseña Matemáticas presentes en los lineamientos y actividades en el manual del profesor del citado libro didáctico. Para ello, estructuramos un taller con actividades para analizar el conocimiento especializado del docente que enseña Matemáticas, en el que los participantes analizan las partes del libro, anotando los conocimientos identificados y comparándo los con los conocimientos categorizados en los subdominios del modelo teórico MTSK (abreviatura de la expresión inglesa Mathematics Teacher's Specialised Knowledge) para reconocer cuáles están presentes en el libro de texto. Así, esperamos que los participantes comprendan la categorización de los conocimientos especializados que necesita el docente que enseña Matemáticas y utilicen esta forma de análisis en su labor docente.

Palabras clave: formación docente, Educación Matemática, MTSK.

Introdução

O livro didático teve sua origem na escola idealizada por Comênio, em sua obra **Didática Magna**, na forma de manual para pessoas com formação mediana ou até mínima conseguirem usar este instrumento para ensinar, buscando suprir a demanda de pessoas capacitadas na arte do ensino denominados preceptores, responsáveis pela formação intelectual da nobreza, em falta na época (idos do século XVII). Comênio desejava tornar realidade a possibilidade de oferecer Educação gratuita às pessoas de todas as classes sociais: **ensinar tudo a todos**. Apesar de muitas críticas apontando as vantagens e as desvantagens de seu uso, o livro didático, como manual, continua sendo o principal instrumento dos docentes até os dias atuais e uma das principais fontes de conhecimento e de método para o ensino e a aprendizagem nas salas de aulas (ALVES, 2004).

Diante de tamanha influência deste instrumento no fazer docente e no considerável aporte financeiro destinado à sua aquisição pelo Poder Público, se faz necessária, por parte dos docentes, análise de tal instrumento fundamentada em um modelo teórico bem estruturado para identificar os conhecimentos presentes e os ausentes nesses livros objetivando complementa-los com outros instrumentos, no caso de uso futuro.

Deste modo, estruturamos e propomos a realização de oficina para analisar a unidade 1 (Sistema de Numeração Decimal) do livro didático de Matemática do 3º ano do Ensino

Fundamental, manual do professor, intitulado **Buriti mais: Matemática**. Decidimos somente pela primeira unidade frente ao tempo limitado de 1 hora disponibilizado na programação do evento e por não fazer referências a unidades anteriores como acontece com outras unidades deste livro. Escolhemos este livro por ter sido o de maior aquisição do PNLD 2020: foram adquiridos mais de 540 mil exemplares para todo o país, conforme Brasil (2020). Escolhemos o modelo teórico analítico MTSK (sigla da expressão inglesa Mathematics Teacher's Specialised Knowledge) por ser "um modelo teórico que caracteriza o conhecimento profissional específico e especializado que possui (ou deve possuir) um professor para ensinar matemática" (CARRILLO *et al.*, 2014 *apud* MORIEL JUNIOR e ALENCAR, 2020, p. 3). Fundamentando-se nas categorias de conhecimentos matemáticos do MTSK, verificaremos os conhecimentos presentes nas unidades selecionadas do livro didático escolhido e apontaremos os conhecimentos ausentes, propiciando a reflexão sobre os conhecimentos necessários à utilização do livro didático em questão.

Breve introdução ao modelo teórico analítico MTSK

O modelo MTSK categoriza o conhecimento do professor em dois domínios fundamentais: o Conhecimento Matemático (MK, sigla da expressão inglesa Mathematical Knowledge) e o Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (PCK, sigla da expressão inglesa Pedagogical Content Knowledge). O MK considera o conhecimento matemático do professor como uma compreensão ampla e profunda da Matemática Fundamental, enquanto que, o PCK, contempla o conhecimento específico do professor para ensinar o conteúdo matemático, baseando-se em seu fazer pedagógico necessário para a efetivação da aprendizagem. Além destes domínios, o modelo analítico MTSK considera "as crenças [beliefs] dos professores sobre a Matemática, seu ensino e aprendizagem, as quais permeiam os subdomínios, pois elas dão sentido às suas ações" (MORIEL JUNIOR E ALENCAR, 2020, p. 3) e se fazem presentes na essência do conhecimento do professor em cada um dos subdomínios.

O domínio MK é dividido em três subdomínios: I. Conhecimentos dos Tópicos (KoT, sigla de Knowledge of Topics) considera o conhecimento conceitual específico para o conteúdo matemático. Definem-se neste domínio todas as regras, definições, características, tópicos, propriedades, representações, registros, modelos, problemas e significados puramente relacionados ao conteúdo abordado em sala de aula (CARRILLO *et al*, 2018). O subdomínio KoT

> compreende um conhecimento aprofundado de tópicos matemáticos, reunindo conhecimento de procedimentos, definições e propriedades, representações e modelos, bem como contextos, problemas e significados, e nessa medida, ele reconhece a complexidade dos objetos matemáticos que podem surgir na sala de aula. (CARRILLO *et al*, 2018, p. 8-9)

II. Conhecimentos da Estrutura da Matemática (KSM, sigla de Knowledge of the Structure of Mathematics) referem-se as conexões que o conteúdo atualmente estudado possui com os outros tópicos da Matemática. Estas conexões podem ser baseadas na simplificação, como as feitas em expressões algébricas, por exemplo, as baseadas em maior complexidade, como as relações entre comparação de tamanhos, a noção de escalas e ideia de proporção, as conexões auxiliares, como o uso de equações no cálculo de raízes de uma função, e, por fim, as conexões transversais, quando uma única noção ou conceito é comum à vários itens matemáticos (CARRILLO-YAÑEZ *et al*, 2018). III. Conhecimentos de Práticas em Matemática (KPM, sigla de Knowledge of Practices in Mathematics) compreende

> aspectos de comunicação matemática, argumentação, e a prova que entra em jogo ao realizar uma prática matemática, como resolver problema, definir ou provar, estabelecer um axioma, no uso rigoroso da linguagem e símbolos, em conhecer as condições que são necessárias e suficientes para tornar válidas afirmações e outras práticas de habilidade matemática, como modelagem (MUÑOZ-CATALÁN *et al*., 2021, p. 11).

Neste subdomínio, o termo 'práticas' se refere à produção e ao funcionamento da Matemática e não ao ensino do conhecimento matemático. O conhecimento do professor de matemática sobre esta prática inclui saber sobre como demonstrar, justificar, definir, fazer deduções e induções, dar exemplos e compreender o papel dos contraexemplos. Também inclui uma compreensão da lógica sustentando cada uma dessas práticas (CARRILLO-YAÑEZ *et al*, 2018).

O domínio PCK também é dividido em três subdomínios: I. Conhecimento dos Recursos de Aprendizagem da Matemática (KFLM, sigla de Knowledge of the Features of Learning Mathematics) se baseia na necessidade de o professor entender as principais dificuldades do aluno em compreender o conteúdo abordado. O conhecimento do professor neste subdomínio é resultado de suas experiências docentes e de seus estudos em Educação Matemática e inclui o conhecimento das facilidades e dificuldades que tem de seus alunos ao aprenderem diferentes tópicos, das diversas teorias de aprendizagem, bem como os procedimentos e estratégias, pessoais ou científicas, que os alunos utilizam no fazer matemático e na representação deste fazer e abarca, também neste subdomínio, o conhecimento do professor da carga emocional dos alunos inerente ao processo de aprendizagem da Matemática estreitando a relação da construção do conhecimento matemático com os anseios e as expectativas dos alunos (CARRILLO-YAÑEZ et al, 2018). II. Conhecimentos do Ensino de Matemática (KMT, sigla de Knowledge of Mathematics Teaching) referem-se ao conhecimento teórico específico para o ensino de Matemática, envolvendo a conscientização do potencial de atividades, estratégias e técnicas para ensinar o conteúdo específico. Segundo Carrillo-Yañez *et al.* (2018), é o conhecimento teórico encontrado nas formações acadêmicas e continuadas durante o exercício da docência e no conhecimento teórico acumulado pelo próprio professor em suas práticas docentes e nas reflexões sobre estas práticas. Este conhecimento não é limitado apenas ao ato de ensinar o conteúdo matemático, mas abrange o conhecimento dos recursos didáticos, tanto físicos quanto digitais, das estratégias, dos métodos e das técnicas de ensino da Matemática e a consciência da importância da avaliação destes recursos, estratégias e técnicas e de suas limitações para a melhoria do ensino dos tópicos matemáticos. III. Conhecimentos dos Padrões de Aprendizagem da Matemática (KMLS, sigla de Knowledge of Mathematics Learning Standards), inclui o conhecimento do professor sobre tudo o que o aluno deve ou é capaz de alcançar em um nível específico. As características principais deste subdomínio são: resultados esperados de aprendizagem, nível esperado de desenvolvimento processual ou conceitual e sequenciamento de conteúdos; é o conhecimento do currículo para cada etapa de ensino da Matemática. Conforme Carrillo-Yañez *et al* (2018, p. 14), "padrão de aprendizagem [quer] dizer qualquer instrumento projetado para medir o nível dos alunos de capacidade de compreensão, construção e uso da matemática, e que pode ser aplicada em qualquer fase específica da escolaridade".

Estrutura da oficina

O objetivo das atividades da oficina é proporcionar momentos de reflexão aos participantes sobre os conhecimentos necessários aos professores que ensinam Matemática no exercício de sua docência, antes, durante e após suas aulas, utilizando o livro didático. Com base no modelo MTSK, analisaremos os conhecimentos matemáticos e os pedagógicos do conteúdo matemático presentes nas orientações ao docente expressas na primeira unidade no manual do professor do livro didático **Buriti mais: Matemática**, nas quais são tratados, respectivamente, os tópicos matemáticos **Sistema de Numeração Decimal** e **Adição e Subtração**.

Inicialmente, os participantes leem o material e destacam os conhecimentos identificados, sendo acompanhados com perguntas dos ministrantes da oficina como ‘Qual orientação pedagógica tem nesta página?’, ‘A orientação indica técnica de ensino ou é indício de alguma teoria de aprendizagem?’, ‘O autor prevê dificuldades dos alunos na resolução desta atividade?’, ‘A resolução da atividade prescinde do uso de algoritmo?’, ‘Há relação com outros tópicos matemáticos ou de outras áreas de conhecimento?’, ‘A atividade é contextualizada à realidade da região em que você mora?’, entre outros questionamentos para estimular a análise do conteúdo do livro didático por parte dos participantes. Ao analisar, página por página, os participantes anotarão os conhecimentos identificados nas orientações dos autores do livro didático em cada atividade para relacioná-los aos subdomínios do modelo MTSK descritos resumidamente em uma tabela (Tabela 1) disponibilizada após a leitura e análise das unidades do livro didático.

Tabela 1.

Resumo dos conhecimentos de cada subdomínio do MTSK (adaptado de CARRILLO-YAÑEZ et al., 2018 e de MUÑOZ-CATALÁN et al., 2021)

Subdomínios	Conhecimentos
Conhecimentos dos Tópicos (Kot)	Regras, definições, características, propriedades, representações, registros, modelos, problemas e significados de cada e de todos os tópicos matemáticos.
Conhecimentos da Estrutura da Matemática (KSM)	Conexões simples, auxiliares e transversais entre os tópicos matemáticos.
Conhecimentos de Práticas em Matemática (KPM)	Demonstrar, justificar, definir, deduzir, induzir, exemplificar e contraexemplificar incluindo a compreensão da lógica em todas estas práticas.
Conhecimentos dos Recursos de Aprendizagem da Matemática (KFLM)	Facilidades e dificuldades da aprendizagem, procedimentos e estratégias no fazer matemático e na sua representação e a carga emocional dos alunos.
Conhecimentos do Ensino de Matemática (KMT)	Recursos didáticos, tanto físicos quanto digitais, estratégias, métodos, atividades e técnicas de ensino da Matemática e a avaliação destes elementos e de suas limitações.
Conhecimentos dos Padrões de Aprendizagem da Matemática (KMLS)	Resultados esperados de aprendizagem, nível esperado de desenvolvimento processual ou conceitual, sequenciamento de conteúdo e nível de capacidade de compreensão, construção e uso da matemática dos alunos.

Após breve conversa sobre os conhecimentos relativos a cada subdomínio, os participantes, juntamente com os ministrantes, classificam os conhecimentos anotados durante a análise das unidades do livro didático identificando os subdomínios mais presentes.

Para finalizar a oficina, participantes e ministrantes discutem sobre os possíveis impactos, negativos e positivos, no desempenho do professor que utiliza o livro analisado para ensinar Matemática causado pela ausência de algum subdomínio e sugerem complementações nas orientações e nas atividades, caso necessário.

Referências

ALVES, G. L. **A produção da escola pública contemporânea**. 2 ed. Campinas, SP: Autores Associados; Campo Grande, MS: Ed. UFMS, 2004.

BRASIL. Ministério da Educação (MEC). Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE). **Valores de Aquisição por Título - Anos Iniciais - PNLD 2020**. Disponível em: < https://www.fnde.gov.br/index.php/centrais-de-conteudos/publicacoes/category/78-apoio-a-gestao-do-livro-didatico?download=13721:pnld-2020-anos-iniciais >. Acesso em: 13 jul. 2022.

CARRILLO-YAÑEZ, J.; AGUILAR-GONZÁLEZ, A.; CLIMENT, N.; CONTRERAS, L. C.; ESCUDERO-ÁVILA, D.; FLORES, P.; FLORES-MEDRANO, E.; MONTES, M. A.; MUÑOZ-CATALÁN, M. C.; RIBEIRO, M.; ROJAS, N.; VASCO, D. **The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model.** Research in Mathematics Education, 2018. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981>. Acesso em: 02 de set. de 2021.

MORIEL JUNIOR, J. G.; ALENCAR, E. S. de. Research and teacher education with MTSK in Mato Grosso and Mato Grosso do Sul. **Research, Society and Development**, *[S. l.]*, v. 9, n. 4, p. e98942885, 2020. DOI: 10.33448/rsd-v9i4.2885. Disponível em: https://rsdjournal.org/index.php/rsd/article/view/2885. Acesso em: 19 jan. 2022.

MUÑOZ-CATALÁN, M. C.; CARRILLO-YÁÑEZ, J.; JOGLAR-PRIETO, N.;RAMÍREZ GARCÍA, M. **Mathematics Teachers' Specialized Knowledge to Promote Algebraic Thinking in Early Childhood Education as from a task of additive decomposition**. 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/02103702.2021.1946640>. Acesso em: set. 2021

Processos de ensino e aprendizagem da Matemática em diferentes modalidades e níveis de educacionais

Atividades ricas para ensino fundamental I: os processos matemáticos em sala de aula

Rich activities for elementary school: math processes in the classroom

Actividades ricas para primaria: los procesos matemáticos en el aula

Albert Vilalta Riera[125]
Universitat Autònoma de Barcelona & Innovamat Education
0000-0002-3779-2457

Alba Torregrosa Martínez[126]
Universitat Autònoma de Barcelona & Innovamat Education
0000-0001-7954-3507

Laura Morera Ubeda[127]
Innovamat Education
0000-0003-3411-4367

Anna Real Casals[128]
Innovamat Education

Modalidad: Taller
Núcleo Temático: Procesos de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas en las diferentes modalidades y niveles educativos

Resumo

Que elementos fazem uma atividade matemática ser considerada rica? Nesta oficina exploramos, através de dois exemplos práticos do ensino fundamental I, a importância de escolher bem a tarefa e saber geri-la. Graças aos exemplos, desenvolveremos as chaves do referencial teórico sobre a riqueza matemática: que a tarefa oferece oportunidades de aprendizagem de habilidades e conteúdos adequados; e que a gestão promova um clima de discussão e seja sensível à diversidade. Primeiramente enfrentaremos as atividades como alunos para, posteriormente, analisar a sua riqueza como professores e gerar aprendizados didáticos que possam ser utilizados em sala de aula.

***Palabras clave*:** atividades ricas, processos, gestão de sala de aula, perguntas

Abstract

What elements make a math activity can be considered rich? In this workshop we explore, through two practical examples from elementary school, the importance of choosing the task well and knowing how to manage it. Thanks to the examples, we will develop the keys of the theoretical framework on mathematical richness: that the task offers opportunities for learning

[125] albert.vilalta@uab.cat
[126] alba.torregrosa@uab.cat
[127] laura.morera@innovamat.com
[128] anna.real@innovamat.com

skills and adequate content; and that managementfosters an atmosphere of discussion and is sensitive to diversity. First we will face the activities as students to, later, analyze their richness as teachers and generate didactic learning that can be used in the classroom.

Keywords: rich math activities, processes, classroom management, questions.

Resumen

¿Qué elementos hacen que una actividad de matemáticas pueda considerarse rica? En este taller exploramos, a través de dos ejemplos prácticos de primaria, la importancia de elegir bien la tarea y de saber gestionarla. Gracias a los ejemplos, desarrollaremos las claves del marco teórico sobre riqueza matemática: que la tarea ofrezca oportunidades de aprendizaje competencial y un contenido adecuado; y que la gestión fomente un ambiente de discusión y sea sensible a la diversidad. Primero afrontaremos las actividades como alumnos para, posteriormente, analizar su riqueza como profesores y generar aprendizajes didácticos que puedan servir en el aula.

***Palabras clave*:** actividades ricas, procesos, gestión de aula, preguntas.

Marco teórico de referencia[129]

Los procesos de la competencia matemática

Cada vez somos más los maestros y profesores que **compartimos el valor de desarrollar la competencia matemática de nuestro alumnado**. Hemos comprendido, gracias a la investigación, la reflexión y la experiencia, que los contenidos curriculares no bastan: es necesario transmitir también una manera de hacer, unos procesos que estructuren el pensamiento y la actividad matemática y que, en definitiva, den sentido a los contenidos.

Esta tendencia no es nueva ni experimental. Ya en los años cuarenta del siglo pasado, en su magnífico *How to solve it*, George Pólya (1945) advierte que sumergir a nuestro alumnado en operaciones y procedimientos rutinarios mata el interés y obstaculiza el desarrollo intelectual. Es por ello que invita a los maestros a fomentar la curiosidad, planteando problemas adecuados a los conocimientos del alumnado y ayudándoles a resolverlos mediante preguntas que estimulen el pensamiento independiente. Si bien Polya se centró en la resolución de problemas, en los años setenta ya encontramos ejemplos de autores que profundizan en esta concepción de las matemáticas como una actividad. Freudenthal (1973), por ejemplo, es considerado por muchos el pionero a la hora de concebir las matemáticas como una actividad con procesos que se pueden enseñar y aprender, más allá de ser una lista de contenidos.

[129] Este marco teórico es compartido con el del taller “Actividades ricas para secundaria: los procesos matemáticos en el aula”, aunque las actividades propuestas son diferentes.

Actualmente, los currículos oficiales de muchos países y territorios emergen de esta concepción competencial. El *Common Core* de EEUU, los currículos del Reino Unido, Dinamarca, Canadá o, sin ir más lejos, el anexo sobre matemáticas de la nueva LOMLOE (2020), son solo algunos ejemplos de ello. En el *Marco de evaluación y de análisis de PISA para el desarrollo: lectura, matemáticas y ciencias* de la OCDE(2017), también se justifica una concepción competencial del aprendizaje de las matemáticas. Niss y Højgaard (2019), los ideólogos del currículum de Dinamarca y de la vertiente matemática de PISA, describen la competencia matemática como "la disposición consciente de alguien para actuar adecuadamente en respuesta a un tipo específico de desafío matemático en situaciones determinadas" (p. 6, en inglés en el original). Más adelante, desarrollan esta idea y desgranan la competencia matemática global en ocho procesos o competencias específicas, divididas en dos grupos. Por un lado, las competencias relacionadas con plantear y responder preguntas sobre y mediante las matemáticas: pensamiento matemático, gestión de problemas matemáticos, modelización matemática y razonamiento matemático. Por otro, las competencias relacionadas con manejar el lenguaje, los constructos y las herramientas matemáticas: representación matemática, simbolismo y formalización matemática, comunicación matemática y ayudas e instrumentos matemáticos.

Estas competencias pueden fragmentarse en *sub-competencias* que permitan unamayor concreción y profundidad, pero ello también implica un aumento de la complejidad en su análisis y traducción a lo que ocurre en el aula. Por contra, en una aproximación más práctica que teórica a todas estas ideas, proponemos agrupar las competencias en cuatro procesos que permitan desarrollar esta manera de hacer en el aula, sin que ello suponga un esfuerzo inasumible por parte de los docentes. Los cuatro procesos se describen a continuación.

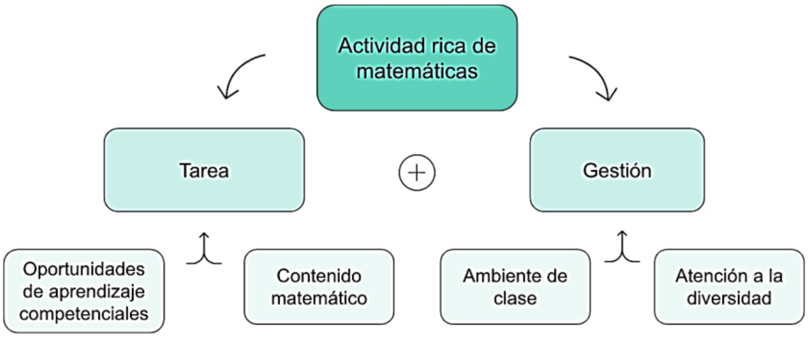
El proceso de **Resolución de problemas** incluye las fases que debemos seguir para resolver problemas (es decir, situaciones desconocidas que requieren una estrategia de resolución): plantear y traducir el problema, resolverlo mediante herramientas o estrategias, comprobar la solución, plantear nuevas preguntas, etc. Es el proceso más troncal y, como ya apuntó Pólya, el que nos proporciona un mejor ambiente en el que desarrollar la competencia matemática global. El proceso de **Razonamiento y prueba**se centra en las destrezas que parten del análisis de la situación para formular y probar conjeturas, hacer deducciones razonadas, observar patrones, generalizar y, sobre todo, argumentar cualquier afirmación que se hace en el aula. El proceso de **Conexiones** incluye todas las relaciones que encontramos o establecemos entre ideas y conceptos. Distinguimos dos grandes tipos de conexiones: las que se producen dentro del ámbito delas matemáticas y las que se producen con la realidad cotidiana. Por último, el proceso de **Comunicación y representación** nos habla de las destrezas relacionadas con la transmisión de información matemática y los cambios de representación, ya sea como emisores o como receptores, en solitario o colectivamente. Distinguimos hasta cinco formas de comunicar o representar un concepto: oralmente, por escrito, gráficamente, mediante tecnología y mediante materiales manipulativos.

No resulta difícil observar paralelismos entre los procesos definidos y las competencias descritas por Niss y Højgaard (2019), el marco PISA de la OCDE (2017)o los ejes que marca el texto de la nueva Ley de Educación en España, la LOMLOE (2020). Este parecido es consecuencia de una visión compartida entre los diferentes agentes que intervienen en la investigación y conceptualización de la didáctica de las matemáticas competenciales. Sin embargo, **definir los procesos que queremos trabajar no es suficiente para que se produzcan oportunidades de aprendizaje significativas en el aula**. Debemos conocer y disponer de actividades ricas que nos permitan fomentar un ambiente verdaderamente competencial. En el siguiente apartado, definimos lo que entendemos por “actividad rica de matemáticas” y, más adelante, exponemos los ejemplos concretos que vehiculan el taller que nos ocupa.

Actividades ricas de matemáticas

Son muchos los autores que han definido su concepción sobre lo que significa enriquecer la actividad matemática en el aula. Piggott (2011), en el marco de la iniciativa NRICH de la Universidad de Cambridge, propone un marco que comprende dos factores: el contenido y la enseñanza. Según Piggott, las actividades ricas requieren, por un lado, un contenido basado en problemas atractivos que propicien el desarrollo y uso de estrategias y el pensamiento matemático; y, por otro lado, un enfoque de la enseñanza (esto es, una gestión de aula) que fomente un entorno abierto y flexible en el que se promueva el trabajo cooperativo, la exploración y la comunicación, y donde se aproveche la diferencia como herramienta de aprendizaje. Los dos factores que describePiggott guardan una clara relación con los elementos de una actividad matemática rica que describimos en el pasado 14º Congreso Internacional de Educación Matemática (ICME14), donde tuvimos la oportunidad de presentar un taller sobre actividades ricas para el aula de primaria (Vilalta y otros, 2021). En dicho taller, partiendo de las ideas deDeulofeu y Vila (2021), concretamos un esquema como el siguiente:

Figura 1.
Elementos de una actividad de matemáticas rica (Vilalta y otros, 2021)



Por lo tanto, parece claro que la riqueza de una actividad depende tanto de la tarea como de la gestión. Pero entonces, ¿cómo debe ser la tarea? Y ¿qué debemos teneren cuenta durante su gestión en el aula?

Como desarrollamos en el marco teórico descrito en Vilalta y otros (2021), en primer lugar, la tarea debe proporcionar oportunidades de aprendizaje dentro de uno ode varios de los **procesos** matemáticos descritos (resolución de problemas; razonamiento y prueba; conexiones; comunicación y representación). En segundo lugar, la tarea debe abordar un **contenido** matemático que sea contextualizado (significativo para el alumno), riguroso (con sentido matemático) y extensible (conectado con los conocimientos previos y futuros). En cuanto a la gestión, debemos planificar y fomentarun **ambiente** de clase que promueva la discusión productiva basada en preguntas, la colaboración y conversación entre iguales y la investigación proactiva. Por último, añadimos un aspecto que no todos los autores de referencia contemplan dentro de su definición de riqueza: la atención a la **diversidad** para conseguir equidad. Según Bartelly otros (2017), las prácticas de enseñanza sin atención explícita a la equidad inevitablemente están condenadas al fracaso. De hecho, entendemos que la gestión no escompletamente rica si no tiene en cuenta las necesidades especiales del alumnado. Esto significa que, mediante nuestra gestión, debemos procurar que todos los alumnos participen de la misma actividad. Este cometido es posible, como se describe en NRICH(2013, 2017), si la actividad es de "suelo bajo" (permite la entrada a todos los alumnos) y de "techo alto" (permite hacer muchas conexiones y extender la actividad para ir más allá con nuevas preguntas).

Una vez definido el marco teórico del que emana nuestra concepción sobre actividades ricas en el aula de matemáticas, es el momento de proponer ejemplosconcretos y plantear como los aprovecharemos para vertebrar el taller.

Actividades propuestas para el taller

Las actividades elegidas pretenden ejemplificar las ideas desarrolladas en el marco teórico. Es por ello que hemos procurado que la selección contemple contenidos diversos y oportunidades dentro de los cuatro procesos. El formato de taller previsto es eminentemente práctico, con una breve introducción al marco teórico (que debe servir para acordar los términos más relevantes con los asistentes) y dos actividades ricas que surgen del proyecto descrito en Vilalta (2021). Para cada actividad, se presenta la tarea yse propone a los participantes que la resuelvan como si fueran alumnos. Después, se analizan y se discuten conjuntamente sus elementos de riqueza didáctica, desde los procesos hasta la gestión llevada a cabo por los ponentes. El índice previsto es el siguiente:

I. Breve introducción al marco teórico: actividades de matemáticas ricas
II. Actividad 1: Dictado geométrico
III. Actividad 2: Persistencia multiplicativa para practicar las tablas de multiplicar
IV. Conclusiones

A través de la vivencia de estas actividades, se espera que los participantes desarrollen herramientas para analizar la riqueza matemática de cualquier actividad y ello les permita generar más oportunidades de aprendizaje en su aula.

Referencias

Bartell, T., Wager, A., Edwards, A., Battey, D., Mary Foote, M. y Spencer, J. Toward a framework for research linking equitable teaching with the standards for mathematical practice. *Journal for Research in Mathematics Education*, 48(1), 7-21.

Deulofeu, J. y Vila, A. (2021). Aprender a pensar matemáticamente en ambientes de resolución de problemas. *GIDIMAT-UA (Ed.), Ideas para la Educación Matemática. Perspectivas desde el Trabajo de Maria Luz Callejo de la Veg*a. (pp.41-68). Compobell: Murcia.

Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Ley Orgánica 3/2020, de 29 de diciembre, por la que se modifica la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación (LOMLOE). *Boletín Oficial del Estado,340, de 30 de diciembre de 2020*, 122868-122953. https://www.boe.es/boe/dias/2020/12/30/pdfs/BOE-A-2020-17264.pdf

Niss, M., y Højgaard, T. (2019). Mathematical competencies revisited. *EducationalStudies* *in Mathematics*, *102*(1), 9-28. https://doi.org/10.1007/s10649-019-09903-9

NRICH team (2013). Low Threshold High Ceiling - an Introduction. *NRICH – Millennium Mathematics Project*. Cambridge University.https://nrich.maths.org/10345

NRICH team (2017). Creating a Low Threshold, High Ceiling Classroom. *NRICH – Millennium Mathematics Project*. Cambridge University. https://nrich.maths.org/7701

OCDE (2017), *Marco de Evaluación y de Análisis de PISA para el Desarrollo: Lectura, matemáticas y ciencias*, OECD Publishing, París

Piggott, J. (2011). Mathematics enrichment: What is it and who is it for? *NRICH – Millennium Mathematics Project.* Cambridge University. https://nrich.maths.org/5737

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. Princeton University Press.

Vilalta, A., Morera, L., Rojas, F., Solar, H. (2021). *Rich Math Activities for a Primary School Class*. Taller presentado en formato virtual en el 14º Congreso Internacional de Educación Matemática (ICME14), Shanghái, China.

Vilalta, A. (2021). Un proyecto para desarrollar la competencia matemática en el aula de primaria. *Uno: Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 92, 73-79.

Atividades ricas para ensino fundamental II: os processos matemáticos em sala de aula

Rich activities for secondary school: math processes in the classroom

Actividades ricas para secundaria: los procesos matemáticos en el aula

Cecilia Calvo Pesce[130]
Escola Sant Gregori (Barcelona) & Innovamat Education

Marc Caelles Vidal[131]
Escola Sant Gregori (Barcelona) & Innovamat Education
Blanca Souto Rubio
[132]Innovamat Education

Marçal Torrallardona Raventós[133]
Innovamat Education
Modalidad: Taller

Núcleo Temático: Procesos de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas en las diferentes modalidades y niveles educativos

Resumo

Que elementos fazem uma atividade matemática ser considerada rica? Nesta oficina exploramos, através de dois exemplos práticos do ensino fundamental II, a importância de escolher bem a tarefa e saber geri-la. Graças aos exemplos, desenvolveremos as chaves do referencial teórico sobre a riqueza matemática: que a tarefa oferece oportunidades de aprendizagem de habilidades e conteúdos adequados; e que a gestão promova um clima de discussão e seja sensível à diversidade. Primeiramente enfrentaremos as atividades como alunos para, posteriormente, analisar a sua riqueza como professores e gerar aprendizados didáticos que possam ser utilizados em sala de aula.

***Palabras clave*:** atividades ricas, processos, gestão de sala de aula, perguntas

Abstract

What elements make a math activity can be considered rich? In this workshop we explore, through two practical examples from secondary school, the importance ofchoosing the task well and knowing how to manage it. Thanks to the examples, we will develop the keys of the theoretical framework on mathematical richness: that the task offers opportunities for learning skills and adequate content; and that managementfosters an atmosphere of discussion and is sensitive to diversity. First we will face the activities as students to, later, analyze their richness

130 ccalvo@santgregori.org
131 mcaelles@santgregori.org
132 blanca.souto@innovamat.com
133 marsal.torrallardona@innovamat.com

as teachers and generate didactic learning that can be used in the classroom.

Keywords: rich math activities, processes, classroom management, questions.

Resumen

¿Qué elementos hacen que una actividad de matemáticas pueda considerarse rica? En este taller exploramos, a través de dos ejemplos prácticos de secundaria, la importancia de elegir bien la tarea y de saber gestionarla. Gracias a los ejemplos, desarrollaremos lasclaves del marco teórico sobre riqueza matemática: que la tarea ofrezca oportunidades de aprendizaje competencial y un contenido adecuado; y que la gestión fomente un ambiente de discusión y sea sensible a la diversidad. Primero afrontaremos las actividades como alumnos para, posteriormente, analizar su riqueza como profesores y generar aprendizajes didácticos que puedan servir en el aula.

***Palabras clave*:** actividades ricas, procesos, gestión de aula, preguntas.

Marco teórico de referencia[134]

Los procesos de la competencia matemática

Cada vez somos más los maestros y profesores que **compartimos el valor de desarrollar la competencia matemática de nuestro alumnado**. Hemos comprendido, gracias a la investigación, la reflexión y la experiencia, que los contenidos curriculares no bastan: es necesario transmitir también una manera de hacer, unos procesos que estructuren el pensamiento y la actividad matemática y que, en definitiva, den sentido a los contenidos.

Desde Pólya (1945), que ya advertía que sumergir a nuestro alumnado en operaciones y procedimientos rutinarios mata el interés y obstaculiza el desarrollo intelectual, hasta Freudenthal (1973), considerado por muchos el pionero a la hora de concebir las matemáticas como una actividad con procesos, es evidente que esta tendencia no es nueva ni experimental. Actualmente, los currículos oficiales de muchos países emergen de esta concepción competencial. Incluso el *Marco de evaluación y de análisis de PISA para el desarrollo: lectura, matemáticas y ciencias* de la OCDE(2017), también justifica una concepción competencial del aprendizaje de lasmatemáticas. Dichas competencias pueden fragmentarse en *sub-competencias* que permitan una mayor concreción y profundidad, pero ello también implica un aumentode la complejidad en su análisis y traducción a lo que ocurre en el aula. Por

[134] Este marco teórico es compartido con el del taller “Actividades ricas para primaria: los procesos matemáticos en el aula”, aunque las actividades propuestas son diferentes.

contra, en una aproximación más práctica que teórica a todas estas ideas, proponemos agrupar las competencias en cuatro procesos que permitan desarrollar esta manera de hacer en el aula, sin que ello suponga un esfuerzo inasumible por parte de los docentes. Los cuatro procesos se describen a continuación.

El proceso de **Resolución de problemas** incluye las fases que debemos seguir para resolver problemas (es decir, situaciones desconocidas que requieren una estrategia de resolución): plantear y traducir el problema, resolverlo mediante herramientas o estrategias, comprobar la solución, plantear nuevas preguntas, etc. Es el proceso más troncal y, como ya apuntó Pólya, el que nos proporciona un mejor ambiente en el que desarrollar la competencia matemática global. El proceso de **Razonamiento y prueba** se centra en las destrezas que parten del análisis de la situación para formular y probar conjeturas, hacer deducciones razonadas, observar patrones, generalizar y, sobre todo, argumentar cualquier afirmación que se hace en el aula. El proceso de **Conexiones** incluye todas las relaciones que encontramos o establecemos entre ideas y conceptos. Distinguimos dos grandes tipos de conexiones: las que se producen dentro del ámbito delas matemáticas y las que se producen con la realidad cotidiana. Por último, el proceso de **Comunicación y representación** nos habla de las destrezas relacionadas con la transmisión de información matemática y los cambios de representación, ya sea como emisores o como receptores, en solitario o colectivamente. Distinguimos hasta cinco formas de comunicar o representar un concepto: oralmente, por escrito, gráficamente, mediante tecnología y mediante materiales manipulativos.

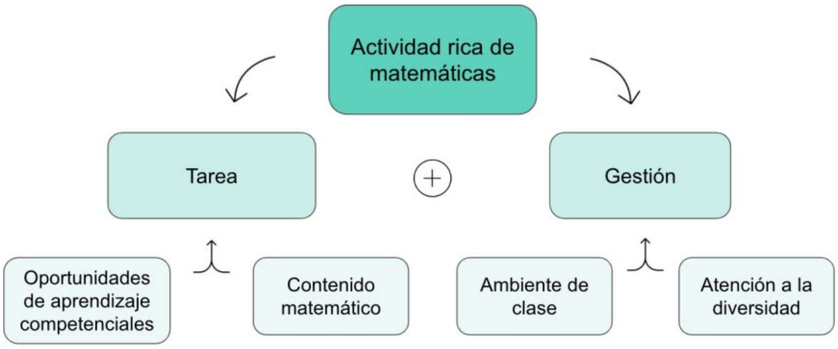
Sin embargo, **definir los procesos que queremos trabajar no es suficiente para que se produzcan oportunidades de aprendizaje significativas en el aula**.Debemos conocer y disponer de actividades ricas que nos permitan fomentar un ambiente verdaderamente competencial. En el siguiente apartado, definimos lo queentendemos por "actividad rica de matemáticas" y, más adelante, exponemos los ejemplos concretos que vehiculan el taller que nos ocupa.

Actividades ricas de matemáticas

Son muchos los autores que han definido su concepción sobre lo que significa enriquecer la actividad matemática en el aula. Piggott (2011), en el marco de la iniciativa NRICH de la Universidad de Cambridge, propone un marco que comprende dos factores: el contenido y la enseñanza. Según Piggott, las actividades ricas requieren, por un lado, un contenido basado en problemas atractivos que propicien el desarrollo y uso de estrategias y el pensamiento matemático; y, por otro lado, un enfoque de la enseñanza (esto es, una gestión de aula) que fomente un entorno abierto y flexible en el que se promueva el trabajo cooperativo, la exploración y la comunicación, y donde se aproveche la diferencia como herramienta de aprendizaje. Los dos factores que describePiggott guardan una clara relación con los elementos de una actividad matemática rica que describimos en el pasado 14º Congreso Internacional de Educación Matemática (ICME14), donde tuvimos la oportunidad de presentar un taller sobre actividades ricas para el aula de primaria (Vilalta y otros, 2021). En dicho taller, partiendo de las ideas deDeulofeu y Vila (2021), concretamos un esquema como el siguiente:

Figura 1.

Elementos de una actividad de matemáticas rica (Vilalta y otros, 2021)



Por lo tanto, parece claro que la riqueza de una actividad depende tanto de la tarea como de la gestión. Pero entonces, ¿cómo debe ser la tarea? Y ¿qué debemos teneren cuenta durante su gestión en el aula?

En primer lugar, la tarea debe proporcionar oportunidades de aprendizaje dentro de uno o de varios de los **procesos** matemáticos descritos. En segundo lugar, la tarea debe abordar un **contenido** matemático que sea contextualizado (significativo para el alumno), riguroso y conectado con los conocimientos previos y futuros. En cuanto a la gestión, debemos planificar y fomentar un **ambiente** de clase que promueva la discusión productiva basada en preguntas, la colaboración y conversación entre igualesy la investigación proactiva. Por último, añadimos un aspecto que no todos los autores de referencia contemplan dentro de su definición de riqueza: la atención a la **diversidad**para conseguir equidad. Según Bartell y otros (2017), las prácticas de enseñanza sin atención explícita a la equidad inevitablemente están condenadas al fracaso. De hecho, entendemos que la gestión no es completamente rica si no tiene en cuenta las necesidades especiales del alumnado. Esto significa que, mediante nuestra gestión,debemos procurar que todos los alumnos participen de la misma actividad. Este cometido es posible, como se describe en NRICH (2013, 2017), si la actividad es de "suelo bajo" (permite la entrada a todos los alumnos) y de "techo alto" (permite hacer muchas conexiones y extender la actividad para ir más allá con nuevas preguntas).

Actividades propuestas para el taller

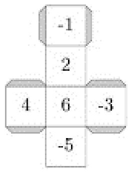
Las actividades elegidas pretenden ejemplificar las ideas desarrolladas en el marco teórico. Es por ello que hemos procurado que la selección contemple contenidos diversos y oportunidades dentro de los cuatro procesos. El formato de taller previsto es eminentemente práctico, con una breve introducción al marco teórico y dos actividades ricas que surgen del proyecto descrito en Vilalta (2021). Para cada actividad, se presentala tarea y se propone a los participantes que la resuelvan como si fueran alumnos. Después, se analizan y se discuten conjuntamente sus elementos de riqueza didáctica, desde los procesos hasta la gestión llevada a cabo por los ponentes.

Actividad 1: Dados de enteros

En esta primera actividad, el objetivo es reflexionar sobre el cálculo de la probabilidad de un suceso mediante la regla de Laplace, en un contexto de lanzamiento de dados. Dichos dados tienen el siguiente desarrollo:

Figura 2.

Desarrollo del dado de enteros.



Explicamos que, cuando lanzamos dos dados, realizamos las siguientes operaciones con los valores obtenidos:

a) Sumar ambos valores.

b) Encontrar la distancia entre ambos valores.

c) Multiplicar ambos valores.

d) Determinar el máximo de ambos valores.

A partir de esta premisa, planteamos preguntas como: *¿Cuál es el mayor/menor resultado que se puede conseguir en cada operación?; ¿Cuál es el resultado más/menos probable para cada operación?; ¿Qué tienen de especial los números que aparecen como resultados menos probables de la multiplicación?; ¿Cuál es la probabilidad de obtener un resultado positivo en la suma/multiplicación?; ¿Cuál es la probabilidad de obtener un resultado negativo cuando determinamos el máximo entre los dos dados?;*

¿Cuál es el único número que es posible obtener como resultado en los cuatro experimentos?; Si hemos apostado que el resultado que saldrá es el 4, ¿con quéoperación nos interesa más jugar?; etc.

Este tipo de preguntas posibilitan el planteamiento de conjeturas y la posterior experimentación en pequeños grupos para comprobarlas. Finalmente, terminamos con la validación teórica de las probabilidades mediante la regla de Laplace como la relación entre los casos favorables y los casos posibles. Todo ello, en un contexto de práctica productiva de operaciones con números enteros. En el taller, invitaremos a los asistentesa hacer predicciones, experimentación y justificaciones teóricas como si fueran alumnos, para después reflexionar conjuntamente sobre la actividad.

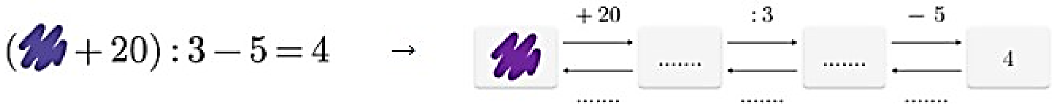
Los procesos trabajados se centrarán en comprender el problema, hacer conjeturas para comprobarlas tanto experimentalmente como teóricamente y organizar la información de manera representativa.

Actividad 2: *Cover-up* para resolver ecuaciones de primer grado

En esta segunda actividad planteamos una breve secuencia didáctica para descubrir un procedimiento de resolución de ecuaciones de primer grado. En la primera dinámica planteamos: *¿Qué número se esconde bajo la mancha?* A partir de ahí, pretendemos conversar para descubrir la estrategia de “deshacer el camino” a la hora de hallar la incógnita que se esconde bajo la mancha.

Figura 3.

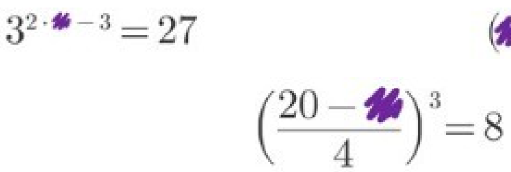
Expresión con una incógnita bajo la mancha.



Planteamos más ecuaciones (como las que se ven en la figura siguiente), que pueden extenderse más allá de las ecuaciones lineales, y pedimos al alumnado que las resuelva mediante esta estrategia de *cover-up.*

Figura 4.

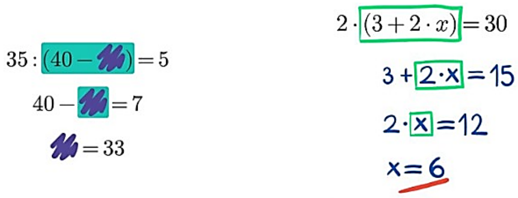
Ecuaciones no lineales.



Llegado el momento, introducimos la *x* como elemento matemático para representar a lamancha y transitamos hacia una representación más eficiente de los pasos, como se muestra a continuación.

Figura 5.

Expresión con una incógnita bajo la mancha resuelta mediante cover-up.



En cualquier caso, los procesos trabajados se centran en comprender el significado de incógnita y, sobre todo, en desarrollar estrategias de resolución de ecuaciones en las cuales la incógnita aparece una sola vez y también formas de representarlas a partir de establecer conexiones con el cálculo de operaciones combinadas.

A lo largo del taller exploraremos de manera colaborativa un rompecabezas de ecuaciones para resolverlas mediante *cover-up* y discutir las ventajas y las limitaciones de esta estrategia de resolución.

A través de la vivencia de estas dos actividades, se espera que los participantes desarrollen herramientas para analizar la riqueza matemática de cualquier actividad y ello les permita generar más oportunidades de aprendizaje en su aula de secundaria.

Referencias

Bartell, T., Wager, A., Edwards, A., Battey, D., Mary Foote, M. y Spencer, J. Toward a framework for research linking equitable teaching with the standards for mathematical practice. *Journal for Research in Mathematics Education*, 48(1), 7-21.

Deulofeu, J. y Vila, A. (2021). Aprender a pensar matemáticamente en ambientes de resolución de problemas. *GIDIMAT-UA (Ed.), Ideas para la Educación Matemática. Perspectivas desde el Trabajo de Maria Luz Callejo de la Veg*a. (pp.41-68). Compobell: Murcia.

Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

NRICH team (2013). Low Threshold High Ceiling - an Introduction. *NRICH – Millennium Mathematics Project*. Cambridge University.https://nrich.maths.org/10345

NRICH team (2017). Creating a Low Threshold, High Ceiling Classroom. *NRICH – Millennium Mathematics Project*. Cambridge University.https://nrich.maths.org/7701

OCDE (2017), *Marco de Evaluación y de Análisis de PISA para el Desarrollo: Lectura, matemáticas y ciencias*, OECD Publishing, París

Piggott, J. (2011). Mathematics enrichment: What is it and who is it for? *NRICH – Millennium Mathematics Project.* Cambridge University. https://nrich.maths.org/5737

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. Princeton University Press.

Vilalta, A., Morera, L., Rojas, F., Solar, H. (2021). *Rich Math Activities for a Primary School Class*. Taller presentado en formato virtual en el 14º Congreso Internacional de Educación Matemática (ICME14), Shanghái, China.

Vilalta, A. (2021). Un proyecto para desarrollar la competencia matemática en el aula de primaria. *Uno: Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 92, 73-79.

A Sapateira, o jogo do "Nunca dez" e suas variações: um auxílio possível na compreensão de aspectos das operações de adição e subtração.

The Shoemaker, the "Never ten" game and its variations: a possible aid in understanding aspects of addition and subtraction operations.

El zapatero, el juego "Nunca diez" y sus variantes: una posible ayuda para comprender aspectos de las operaciones de suma y resta.

Rosane Corsini Silva[135]
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul – UFMS
https://orcid.org/0000-0001-5646-7556

Renan Gustavo Araújo de Lima[136]
Instituto Federal de Mato Grosso do Sul - IFMS
https://orcid.org/0000-0001-9931-0962

Modalidade: Oficina
Núcleo Temático: Processos de ensino e aprendizagem da Matemática em diferentes modalidades e níveis educacionais.

Resumo

A presente oficina traz uma proposta a professores que ensinam Matemática no Ensino Fundamental, que tem como foco o trabalho com o Sistema de Numeração Decimal, a ideia de valor posicional e a compreensão dos algoritmos da adição e subtração. Para isso,inicialmente é apresentado o jogo Nunca 4, e suas variações, a serem desenvolvidos com os estudantes utilizando em conjunto materiais concretos como o Quadro Valor e Lugar materializado, também chamado de sapateira. Assim, espera-se que com o desenvolvimento do jogo Nunca 4, e suas variações, os estudantes compreendam a ideiade valor posicional e as relações existentes no Sistema de Numeração Decimal, como uma dezena é equivalente a dez unidades, bem como o significado da aplicação das expressões "vai um" e empresta um na realização de cálculos que mobilizam os algoritmos da adição e da subtração respectivamente.

***Palavras-chave*:** Nunca 4, sapateira, valor posicional, Sistema de Numeração Decimal.

Abstract

This workshop brings a proposal to teachers who teach Mathematics in Elementary School, which focuses on working with the Decimal Numbering System, the idea of placevalue and the understanding of addition and subtraction algorithms. For this, the game Never 4 is initially presented, and its variations, to be developed with students using together concrete materials such as the Value and Materialized Place Table, also called shoe rack. Thus, it is expected that with the development of the game Never 4, and its variations, students will understand the idea of place value and the relationships existingin the Decimal Numbering System, as a ten is

[135] rosane.corsini@ifms.edu.br
[136] renan.lima@ifms.edu.br

equivalent to ten units, as well as the meaning of application of the expressions "vai um" and lends one in performing calculations that mobilize the addition and subtraction algorithms respectively.

Keywords: Never 4, shoe rack, place value, Decimal Numbering System.

Resumen

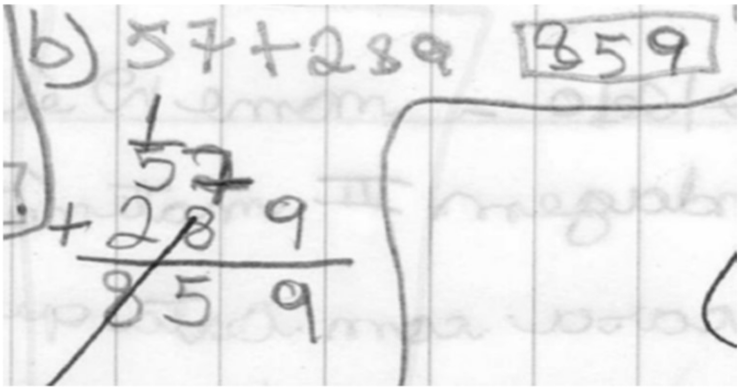
Este taller trae una propuesta a los docentes que enseñan Matemáticas en Primaria, la cualse enfoca en trabajar con el Sistema de Numeración Decimal, la idea del valor posicionaly la comprensión de los algoritmos de suma y resta. Para ello, se presenta inicialmente eljuego Nunca 4, y sus variantes, para ser desarrollado con los estudiantes utilizando en conjunto materiales concretos como la Tabla de Valor y Lugar Materializado, también llamada zapatero. Así, se espera que con el desarrollo del juego Never 4, y sus variantes, los estudiantes comprendan la idea del valor posicional y las relaciones existentes en el Sistema de Numeración Decimal, ya que una decena equivale a diez unidades, así como como el significado de aplicación de las expresiones "vai um" y se presta en la realizaciónde cálculos que movilizan los algoritmos de suma y resta respectivamente.

Palabras clave: Never 4, zapatero, valor posicional, Sistema de Numeración Decimal.

Oficina

Existem diversas formas de realizar cálculos envolvendo as operações de adiçãoe de subtração, mas para que os resultados sejam satisfatórios, faz-se necessário que o valor posicional dos algarismos tenham sido compreendidos pelos estudantes. Percebe- se que durante o ensino básico, ao trabalhar as operações de adição e subtração, os estudantes podem utilizar de maneira incorreta os algoritmos apresentados, por exemplo:

Figura 1.
Protocolo de resolução do algoritmo da adição.



Fonte: produção própria

Ao analisarmos a resolução apresentada, verifica-se que o aluno possui alguns conhecimentos relacionados a ideia de adição, como quando soma corretamente 7 + 8 = 15. Entretanto, para trabalhar esses cálculos com duas ou mais ordens, faz-se necessário uma nova discussão a respeito de valor posicional com os alunos, envolvido no Sistema de Numeração Decimal, pois algumas dificuldades dos estudantes em obter êxito em Matemática por não compreenderem os conceitos envolvidos nas operações, ficando restritos ao uso de técnicas algorítmicas.

Esta proposta é inspirada em uma oficina que ministramos em um projeto desenvolvido pelo grupo de estudos ao qual fazemos parte, o DDMat-Cnpq[137], cujo público alvo são professores que ensinam Matemática, como os professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Ela vem ao encontro do problema supracitado, pois pretendeintervir no processo de ensino e aprendizagem, com a utilização de materiais diversos durante suas aulas. Nesse sentido, apresentaremos nesta oficina, uma sugestão de trabalhoutilizando a ideia do jogo Nunca 4 (variação do jogo do Nunca 10), com o auxílio da sapateira[138], que se mostram interessantes para construir a ideia do Sistema de NumeraçãoDecimal e para a compreensão das expressões "vai um" e "empresta um" presentes na verbalização de procedimentos utilizados a realização de cálculos que demandam amobilização dos algoritmos da adição e da subtração.

Essa proposta de atividade converge com a afirmação de Brousseau (2008):

> As concepções atuais do ensino exigirão do professor que provoque no aluno - por meio da seleção sensata dos "problemas" que propõe - as adaptações desejadas. Tais problemas, escolhidos de modo que o estudante os possa aceitar, devem fazer, pela própria dinâmica, com que o aluno atue, fale, reflitae evolua.[...]. O aluno sabe que o problema foi escolhido para fazer com que ele adquira um conhecimento novo, mas precisa saber, também, que esse conhecimento é inteiramente justificado pela lógica interna da situação e que pode prescindir das razões didáticas para construí-lo (BROUSSEAU, 2008, p.34-35).

Assim, a proposta de atividade do Jogo Nunca 4 (e suas variações) por meio da utilização da sapateira tem o intuito da discussão da ideia de agrupamentos, desagrupamentos, valor de cada peça, a noção de valor posicional e a compreensão do Sistema de Numeração Decimal. Experiências mostram que a utilização de materiais variados contribui para a assimilação dos conceitos, devendo o professor utilizar todos osmateriais disponíveis, iniciando pelos materiais concretos como tampinhas de garrafas, pedrinhas, passando pelo material

---

[137] Grupo de Estudos em Didática da Matemática coordenado pelos professores Doutores Marilena Bittar eJosé Luíz Magalhães de Freitas da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul.

[138] A sapateira é um material concreto que mobiliza a ideia do quadro valor lugar no trabalho das operaçõesde adição e subtração. Além disso, a utilização desse material contribui para a passagem do material concreto para o algoritmo usual (BITTAR; FREITAS, 2005).

dourado, chegando ao quadro valor de lugar (tambémconhecido como sapateira) e ao ábaco.

O jogo do Nunca 4: utilizando a sapateira (Quadro Valor e Lugar materializado)

A ideia do jogo do Nunca 4 é a realização do agrupamento de canudos na sapateira(quadro valor de lugar materializado), colocando-os no primeiro bolso à direita (o que representa a 1ª ordem) formando grupos de no máximo 3 canudos. Quando chegarmos ao quarto canudo amarramos os canudos e colocamos este amarradinho no primeiro bolso àesquerda (o da 2ª ordem); quando tivermos quatro amarradinhos neste bolso amarramos novamente obtendo outro amarrado e colocamos no outro bolso (o da 3ª ordem), e assimsucessivamente.

Pegamos inicialmente uma quantia qualquer de canudos, distribuímos nos copinhos da sapateira de acordo com a regra (cada vez que se obtém 4, amarra-se e colocana primeira casa imediatamente à esquerda); ao final verificamos no copo da terceira ordem quantos "amarradões" contendo 4 amarradinhos temos, cada amarradinho com quatro canudos; na segunda ordem quantos amarradinhos e na primeira ordem quantoscanudinhos fazendo o registro das quantidades no Quadro de Valor e Lugar - QVL.

Figura 2.
Utilização da sapateira no jogo do Nunca 4.

Fonte: produção própria

A título de informação, o registro desse número na base 4 deve respeitar o nível de escolaridade, não é recomendado utilizar os registros no estudo com diferentes bases com os estudantes que ainda estão construindo o conhecimento em relação à base dez. É muito importante lembrar que sempre que se desamarram os canudos, eles devem ser colocados na casa posterior, a transição análoga deve ser realizada quando os amarram.

Lembramos que o jogo do “nunca 4” é uma variação do jogo “nunca dez”, que segue a mesma dinâmica. Ao começar o trabalho com o jogo do Nunca 4, os estudantes que estão iniciando com a ideia de agrupamentos podem compreender e criar estratégiaspara situações que são necessárias realizar o agrupamento dos canudinhos para colocar na próxima ordem. Assim, o jogo do Nunca 4 nos permite manusear a sapateira e os canudos com mais tranquilidade por demandar uma quantidade menor de canudos para representar números que utilizem mais casas no QVL. A utilização da “sapateira”juntamente com o jogo do “nunca dez” auxilia na assimilação do significado da expressão “vai um”. Posteriormente ajudará compreender também a expressão “empresta um” nas contas de subtração.

Elementos da sapateira

1 canudo = 1 unidade

10 canudos = 1 amarradinho = 1 dezena

100 canudos = 10 amarradinhos = 1 amarradão = 1 centena

Uma vez compreendida a dinâmica da utilização da sapateira, no posicionamentoda quantidade de canudos de cada número indicado na operação a ser realizada, o uso dasapateira propicia um trabalho por meio de material concreto, que deve ser concomitantee naturalmente por registros feitos no quadro, passando assim para o abstrato com a utilização do Quadro Valor de Lugar. Isto significa que durante a realização dos cálculoscom o auxílio do material concreto em questão, é muito importante o registro em paralelocom a realização da atividade, caso contrário, corre-se o risco de cair no esquecimento, ou até mesmo ficar sem sentido a transposição para o abstrato. Também para que o estudante consiga de modo significativo construir seu conhecimento, visto que “Poderemos falar de conceitualização, aquisição de conhecimentos somente a partir do momento em que o aluno “transitar” naturalmente por diferentes registros.” (DAMM in MACHADO, 1999, p.142).

Porém, o transitar supracitado deve ser realizado com a compreensão efetiva de como se coordenam tais representações, a este respeito, Damm afirma que

> [...] não adianta o sujeito resolver uma operação usando material concreto, ou através de um desenho se não conseguir enxergar/coordenar estes procedimentos no

> tratamento aritmético (algoritmo da operação), no problema envolvendo esta operação ou mesmo em outro registro de representação qualquer (DAMM in MACHADO, 1999, p. 147).

Na subtração, a expressão "empresta um" mostra-se de certa forma inadequada, pois na verdade o que ocorre é um desmembramento e um reposicionamento dos canudos,o que iremos demonstrar na prática como operar. Nesse caso é mais adequado iniciar com a sapateira (QVL materializado) e, finalmente, com o Quadro Valor e Lugar e em seguida sem o auxílio deste.

Atividades

Vamos realizar os cálculos a seguir com o auxílio da sapateira:

a) 21 + 19

b) 45 + 68

c) 32 – 26

d) 105 – 98

Algumas considerações

Espera-se que com o desenvolvimento da oficina os estudantes consigam manipular os materiais e compreender a ideia de valor posicional e o Sistema deNumeração Decimal. Cabe ressaltar que no decorrer das atividades é importante que sejaproposta as variações do jogo Nunca 4, como o Nunca 5, Nunca 6, até o jogo do Nunca 10, que está relacionado com o Sistema de Numeração Decimal. Dessa maneira, a partir do processo de manipulação, acreditamos que os alunos consigam compreender a ideia de valor posicional, as relações existentes entre as ordem do Sistema de Numeração Decimal, como as unidades, dezenas e centenas, além de oportunizar a compreensão de modo significativo os motivos pelos quais das expressões "vai um" e "empresta um". Porfim, destacamos a importância de o professor realizar o registro das manipulações realizadas na sapateira na lousa, como os algoritmos da adição e subtração, pensando namudança do concreto para o abstrato.

Referências

Bittar, M., & Freitas, J. L. M. (2005). Fundamentos e metodologia de matemática paraos ciclos iniciais do ensino fundamental. 2. ed. Campo Grande: UFMS, 2005.

Brousseau, G (2008). Introdução ao Estudo das Situações Didáticas: Conteúdos emétodos de ensino. São Paulo: Ática.

Machado, S. D. A. et al (1999). Educação Matemática: uma introdução. São Paulo:EDUC, 135-153.

Resolução de problemas em aulas de Matemática

Possibilidades da Proposição de Problemas nas aulas de Matemática.

Possibilities of the Problem Posing in Mathematics classroom.

Posibilidades de la Proposición de Problemas clases de matemáticas.

Janaína Poffo Possamai[139]
Universidade Regional de Blumenau
0000-0003-3131-9316

Norma Suely Gomes Allevato[140]
Universidade Cruzeiro do Sul
0000-0001-6892-606X

Modalidade: Oficina
Núcleo Temático: Resolução de problemas em aulas de Matemática.

Resumo

A proposição de problemas associada à resolução de problemas tem sido foco das prescrições curriculares no Brasil mais recentemente, o que tem demandado a discussão sobre como implementar atividades dessa natureza em salas de aula de Matemática. Evidenciada a premente necessidade de formação de professores para a implementação dessa atividade, a oficina a ser desenvolvida tem como objetivo discutir diferentes elementos disparadores para as atividades de proposição de problemas, bem como os aspectos que devem ser considerados nessa prática. Para tanto, os participantes serão envolvidos em discussões e na vivência de diferentes atividades de proposição de problemas que podem ser desenvolvidas com estudantes da Educação Básica. Espera-se que os participantes consigam compreender as implicações de diferentes elementos disparadores da Proposição de Problemas, bem como com quais objetivos pedagógicos essa proposta educativa pode ser proposta aos estudantes.

***Palavras-chave*:** Proposição de Problemas, Resolução de Problemas, ensino de Matemática, elementos disparadores.

Abstract

The problem posing associated with problem solving has been the focus of curriculum prescriptions in Brazil more recently, which has demanded the discussion about how to implement activities of this nature in mathematics classrooms. Evidenced by the urgent need for teacher training for the implementation of this activity, the workshop to be developed aims to discuss different triggering elements for the activities of problem posing, as well as the aspects that should be considered in practice. To this end, the participants will be involved in discussions and in the experience of different activities of problem posing that can be developed with students of Basic Education. It is expected that the participants can understand the implications of different triggering elements of the Problem Posing, as well as with which pedagogical objectives this educational proposal can be proposed to students.

[139] janainap@furb.br
[140] normallev@gmail.com

Keywords: Proposition of Problems, Problem Solving, teaching mathematics, triggering elements.

Resumen

La propuesta de problemas asociados con la resolución de problemas ha sido el foco de las prescripciones curriculares en Brasil más recientemente, lo que ha exigido la discusión sobre cómo implementar actividades de esta naturaleza en las aulas de matemáticas. Evidenciado por la urgente necesidad de formación docente para la implementación de esta actividad, el taller a desarrollar tiene como objetivo discutir diferentes elementos desencadenantes para las actividades de proposición de problemas, así como los aspectos que deben ser considerados en la práctica. Para ello, los participantes se involucrarán en discusiones y en la experiencia de diferentes actividades de propuesta de problemas que se pueden desarrollar con estudiantes de Educación Básica. Se espera que los participantes puedan comprender las implicaciones de los diferentes elementos desencadenantes de la Proposición del Problema, así como con qué objetivos pedagógicos se puede proponer esta propuesta educativa a los estudiantes.

Palabras clave: Proposición de Problemas, Resolución de Problemas, enseñanza de matemáticas, elementos desencadenantes.

Introdução

A pesquisa sobre Resolução de Problemas tem longa data e há um amplo consenso acerca do papel central que ela desempenha como um meio de ensinar Matemática (ALLEVATO, 2014; ALLEVATO; ONUCHIC, 2021; LESTER; CAI, 2016; CARDOZO; POSSAMAI; MENEGHELLI, 2022).

A importância e as contribuições da Resolução de Problemas no ensino de Matemática são inquestionáveis, possibilitando o desenvolvimento da autonomia, do comprometimento, do interesse, da curiosidade e do trabalho colaborativo, em especial, quando as aulas são norteadas pela Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas (ALLEVATO; ONUCHIC, 2021).

Mais recentemente, no Brasil, a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018), tem indicado a elaboração de problemas associada à resolução de problemas, num número crescente de habilidades a serem desenvolvidas ano a ano ao longo da Educação Básica. A esse respeito, cabe destacar a importância de os estudantes terem a oportunidade de criar seus próprios problemas matemáticos, enriquecendo e melhorando a compreensão conceitual e o desempenho na resolução de problemas, além de promover uma relação mais positiva em relação à Matemática (CAI; HWANG, 2003).

Nesse contexto, a oficina proposta no presente trabalho será desenvolvida com o intuito de discutir diferentes elementos disparadores das atividades de proposição de problemas, bem como os aspectos devem ser considerados nessa prática educativa.

Na sequência desta introdução, são apresentadas algumas reflexões teóricas relacionadas à Proposição de Problemas, indicações da forma de trabalho a ser implementada na oficina, algumas considerações finais e as referências.

Proposição de problemas no ensino de matemática

Quando se trabalha com a Resolução de Problemas como um meio de ensinar Matemática, o problema se constitui como "uma tarefa apresentada aos estudantes em um ambiente instrucional que apresenta uma pergunta a ser respondida, mas para a qual os estudantes não têm um procedimento ou estratégia prontamente disponível para respondê-la" (LESTER; CAI, 2016, p. 122, tradução nossa). O objetivo de aprendizagem se constitui e é orientado no decurso da resolução do problema.

Na Proposição de Problemas, o problema criado pelo estudante pode não se constituir como um problema para ele, que pode, inclusive, pensar sobre a resolução e até mesmo resolver o problema no processo de proposição, a depender de qual é a orientação quanto à atividade de proposição de problemas. Por exemplo, se o professor solicitar que os estudantes criem um problema que eles próprios não sabem resolver, então ele pode se constituir como um problema para eles mesmos. Mas se o professor pedir para criarem um problema que envolva o conteúdo, por exemplo, de porcentagem, possivelmente ele se constituirá em problema para um outro resolvedor, e não para o estudante que o propôs.

A esse respeito, cabe esclarecer que na Proposição de Problemas o problema que é criado pelos estudantes e apresentado a um potencial resolvedor, sendo que o objetivo de aprendizagem é atingido durante o processo de criação do problema e na discussão em sala de aula dos problemas propostos (ZHANG; CAI, 2021). Ou seja, a diferença entre a Resolução de Problemas e a Proposição de Problemas se estabelece em qual dessas atividades está o foco; qual delas será o veículo para a da aprendizagem matemática.

Existem diferentes elementos disparadores para as atividades de Proposição de Problemas, alguns dos quais podem ser mais fechados em relação ao conteúdo matemático, direcionando-o no própria estrutura, e outros mais abertos, que possibilitam a criação de diversos problemas de natureza matemática, oferecendo pouca previsibilidade ao professor sobre qual é o objeto matemático envolvido (STOYANOVA, 1998). Ao selecionar determinado elemento disparador da proposição de problemas, o professor tem (ou deveria ter) planejado qual é o objetivo de aprendizagem: melhorar aspectos relacionados a leitura e escrita da linguagem matemática, avaliar aprendizagens já desenvolvidas, desenvolver novas aprendizagens, avançar em aspectos formativos, ou outro.

Stoyanova e Ellerton (1996) e Stoyanova (1998) classificam as diferentes situações de proposição de problemas como livres, semiestruradas e estruturadas. O Quadro 1 apresenta algumas possibilidades.

Quadro 1.
Situações de proposição de problemas (STOYANOVA, 1998, p. 180, tradução nossa)

Categorias de proposição de problemas	**Situações de proposição de problemas**
Livre	Problemas escritos para um amigo; Problemas de dados; Problemas que eu gosto; Problemas que envolvem o uso de um conceito específico ou método matemático etc.
Semiestruturada	Situações de proposição de problemas com base em uma estrutura específica de problema; Problemas que se ajustam a determinados cálculos; Problemas semelhantes a um problema previamente resolvido; Problemas em aberto; Investigações matemáticas etc. Situações de proposição de problemas com base em uma estrutura de resolução específica: Proposição de problemas que envolve o uso de um método matemático específico dentro de uma determinada estrutura de problema etc.
Estruturada	Situações de proposição de problemas com base em um problema específico: Variações do problema; Reformulações etc. Situações que proposição de problemas com base em uma resolução específica: Criar um problema com base em sua resolução etc.

Analisando as possibilidades de trabalho com a Proposição de Problemas apresentadas no Quadro 1, verifica-se que as de natureza livre possibilitam que os estudantes criem problemas sem restrição, ou sem parâmetros muito rígidos pré-definidos, enquanto as semiestruturadas e estruturadas envolvem parâmetros menos ou mais restritivos, respectivamente, em relação à matemática ou ao contexto do problema a ser criado.

Assim, pode-se vislumbrar que além dos elementos disparadores, o professor precisa definir qual será o comando, a orientação (*prompt*) que será fornecida aos estudantes para o desenvolvimento da atividade de proposição de problemas. Nesse contexto, a associação da proposição com a resolução de problemas é não somente importante, mas recomendada. Ela pode ajudar os estudantes a desenvolverem estratégias mais avançadas de resolução de problemas, além de valorizar a produção e melhorar a qualidade dos problemas (CAI; HWANG, 2003, 2020).

Nessa associação, os estudantes podem ser encorajados a proporem problemas que os colegas podem achar difíceis ou interessantes de resolver, informando que irão trocar, entre eles, os problemas criados, ou seja, os estudantes resolverão os problemas criados pelos seus colegas. Ou ainda, pode-se orientar que alguns problemas serão escolhidos, pelo professor ou pelos estudantes, para serem resolvidos por toda a turma. E há ainda, outras possibilidades que podem ser adotadas. Nesse aspecto, Silver (1994) salienta que quando os estudantes sabem que irão compartilhar seus problemas, eles criam problemas de melhor qualidade.

As contribuições da proposição de problemas pelos estudantes nas aulas, envolvem a melhoria da compreensão matemática e do processo de resolução de problemas, a melhoria dos processos de leitura e escrita de problemas matemáticos; a possibilidade de conexão da Matemática com seus próprios interesses, estimulando o interesse, também, pela Matemática; a análise crítica da realidade; o desenvolvimento da criatividade, ad autonomia e da criticidade (CAI; HWANG, 2003; LESTER; CAI, 2016; SILVER 1994; ZHANG; CAI, 2021).

Nesse aspecto, é importante que sejam oferecidas experiências de formação inicial e continuada para professores que ensinam Matemática, que abordem e discutam a Proposição de Problemas e suas possibilidades de desenvolvimento em sala de aula. No Brasil, as pesquisas sobre Proposição de Problemas ainda são de estágio inicial (POSSAMAI; ALLEVATO, 2022) e, também, as práticas educativas relacionadas ainda são de pouca familiaridade dos professores.

Assim, entender como os diferentes elementos disparadores associados com orientações específicas para a realização de atividades de Proposição de Problemas impactam na consecução dos objetivos pedagógicos planejados para as aulas de Matemática, é uma demanda atual de pesquisa e de formação docente. É sobre esses aspectos que a oficina proposta no presente trabalho será desenvolvida, estando estruturada conforme se discute na sequência.

Descrição da oficina

A oficina proposta tem como objetivo geral discutir os diferentes elementos disparadores das atividades de proposição de problemas, bem como quais aspectos devem ser considerados na prática educativa de Proposição de Problemas. Os objetivos específicos a serem desenvolvidos são:

- Vivenciar e analisar diferentes elementos disparadores para atividades de proposição de problemas.
- Discutir a importância e as diferentes possibilidades de associar a proposição de problemas à resolução de problemas.
- Apresentar indicativos da organização do trabalho docente para o planejamento de uma aula baseada na Proposição de Problemas.

A oficina priorizará a atuação dos participantes, discutindo sobre suas vivências e realizando atividades práticas que possibilitem refletir e discutir como implementar em sala de aula atividades de proposição de problemas associada à resolução de problemas. Os participantes da oficina serão convidados a desenvolver as seguintes atividades:

1. Compartilhamento de experiências e entendimentos acerca da proposição de problemas, vivenciados em sua trajetória acadêmica ou profissional.
2. Apresentação e reflexões sobre os entendimentos teóricos e práticos relacionados com a proposição de problemas assumidos pelas autoras em suas atuais pesquisas e práticas.
3. Proposição de um problema pelos participantes.
4. Discussões sobre as possibilidades do trabalho em aula com o elemento disparador utilizado, associado a diferentes propostas de resolução de problemas.
5. Sistematização de quais elementos o professor precisa planejar para desenvolver uma aula baseada na Proposição de Problemas.

Público-alvo

Professores em exercício e futuros professores, estudantes de pós-graduação; pesquisadores e gestores ligados ao ensino de Matemática.

Considerações Finais

A Proposição de Problemas na Educação Matemática tem sido foco de pesquisas e orientações curriculares recentes no Brasil (POSSAMAI; ALLEVATO; 2022), sendo indicada como uma demanda emergente de investigação em âmbito nacional e internacional (CAI; HWANG, 2020). A oficina ofertada visa contribuir nesse aspecto, ao socializar e discutir resultados de uma pesquisa que vem sendo desenvolvida em nível de pós-doutorado pela primeira autora, com supervisão e parceria da segunda autora, com foco na proposição de problemas pelos estudantes, articulando possibilidades do trabalho docente em sala de aula.

Cabe destacar que um dos benefícios potenciais da Proposição de Problemas no contexto da atuação docente está em ampliar as possibilidades de os professores revelarem ideias úteis sobre o pensamento matemático dos estudantes, pois "quanto mais informações os professores obtêm sobre o que os alunos sabem e pensam, mais dados eles têm para orientar seus esforços para criar oportunidades de aprendizagem eficazes para todos os seus alunos" (CAI; HWANG, 2020, p. 3, tradução nossa).

Assim, com a oficina que será desenvolvida espera-se contribuir com o conhecimento dos participantes envolvidos de modo que possam implementar práticas e pesquisas educativas relacionados com a Proposição de Problemas, ampliando as discussões quantos possibilidades e impactos das diferentes propostas frente à aprendizagem dos estudantes.

Referências

ALLEVATO, N. S. G. Trabalhar através da Resolução de Problemas: possibilidades em dois diferentes contextos. *Vidya,* Santa Maria, v. 34, n. 1, p. 209-232, jan./jun. 2014.

ALLEVATO, N. S. G; ONUCHIC, L. de la R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que Através da Resolução de Problemas? *In*: ONUCHIC, L. de la R. *et al.* (org.). *Resolução de Problemas*: teoria e prática. 2 ed. E-book. Jundiaí: Paco, 2021, p. 40-62.

BRASIL. Ministério da Educação. *Base nacional comum curricular*. Versão completa. Brasília: MEC/SEB, 2018.

CAI, J.; HWANG, S. A Perspective for Examining the Link between Problem Posing and Problem Solving. *International Group for the Psychology of Mathematics Education*, v. 3, p. 103-110, 2003.

CAI, J.; HWANG, S. Learning to teach through Mathematical Problem Posing: theoretical considerations, methodology, and directions for future research. *International Journal of Educational Research*, v. 102, p. 1-8, 2020. DOI:

https://doi.org/10.1016/j.ijer.2019.01.001

CARDOZO, D.; POSSAMAI, J. P.; MENEGHELLI, J. Desenvolvendo compreensão matemática: resíduos de uma aula baseada na resolução de problemas. *Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana*, v. 13, p. 185-205, 2022.

LESTER, F.; CAI, J. Can Mathematical Problem Solving Be Taught? Preliminary Answers from 30 Years of Research. *In*: FELMER, P.; PEHKONEN, E; KILPATRICK, J. *Posing asn Solving Mathematical Problems*: Advances and New Perspectives. New York, Springer, 2016, p. 117-135.

POSSAMAI, J. P.; ALLEVATO, N. S. G. Elaboração/Formulação/Proposição de Problemas em Matemática: percepções a partir de pesquisas envolvendo práticas de ensino. *Educação Matemática Debate*, Montes Claros (MG), Brasil, v. 6, n. 12, p. 1-28, 2022. DOI: https://doi.org/10.46551/emd.v6n12a01

SILVER, E. A. Fostering creativity through instruction rich in mathematical problem solving and problem posing. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, v. 29, n. 3, p. 75-80, 1994. DOI: 10.1007/s11858-997-0003-x

STOYANOVA, E. Problem posing in mathematics classrooms. *In*: MCINTOSH, A.; ELLERTON, N. F (eds.). *Research in mathematics education*: A contemporary perspective. Perth, Australia: Cowan University, 1998. p. 164-185.

STOYANOVA, E.; ELLERTON, N. F. A framework for research into students' problem posing in school mathematics. *In*: CLARKSON, P. C. (Ed.). *Technology in mathematics education*. Melbourne, Australia: Mathematics Education Research Group of Australasia, 1996. p. 518-525.

ZHANG, H.; CAI, J. Teaching mathematics through problem posing: insights from an analysis of teaching cases. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, n. 53, p. 961-973, 2021.

Resolução de problemas e investigações matemáticas: que tal trabalharmos com tarefas de alta demanda cognitiva?

Problem solving and mathematics investigations: how about we work with high cognitive demand tasks?

Resolución de problemas e investigaciones matemáticas: ¿qué tal trabajar con tareas de alta demanda cognitiva?

Gilberto Vieira [141]
Faculdade INESP
0000-0002-7943-4113

Norma Suely Gomes Allevato [142]
Universidade Cruzeiro do Sul
0000-0001-6892-606X

Modalidade: Oficina
Núcleo Temático: Resolução de problemas em aulas de Matemática

Resumo

A resolução de problemas e as investigações matemáticas configuram-se como formas privilegiadas da atividade matemática no que diz respeito ao desenvolvimento de habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente. Considerando as potencialidades didáticas dos problemas e das tarefas investigativas, esta oficina pretende propiciar aos participantes a realização de tarefas de resolução de problemas e investigações matemáticas para, a partir dessa experiência vivenciada, discutir as convergências e especificidades desses tipos de tarefa e as maneiras pelas quais podem contribuir para a aprendizagem dos estudantes, especialmente no que diz respeito ao desenvolvimento de habilidades de pensamento de ordem superior. A dinâmica da oficina está ancorada na homologia de processos, que pressupõe que em sua formação, o professor deve utilizar e problematizar as mesmas estratégias que pretende aplicar com seus alunos no cotidiano profissional. Acreditamos que o estudo e a formação acerca da utilização da resolução de problemas e das investigações matemáticas em sala de aula é uma condição importante para que, mais do que constar nos manuais de pesquisa e prescrições curriculares, essas abordagens de ensino se efetivem em práticas que contribuam para a formação matemática dos estudantes.

Palavras-chave: Resolução de problemas, investigações matemáticas, tarefas investigativas, habilidades de pensamento de ordem superior, tarefas de alta demanda cognitiva.

Abstract

Problem solving and mathematical investigations are configured as privileged forms of mathematical activity with regard to the development of skills to reason, represent, communicate and argue mathematically. Considering the didactic potential of problems and investigative tasks, this workshop intends to enable participants to carry out problem solving

[141] gilbertoeducador@yahoo.com.br
[142] normallev@gmail.com

tasks and mathematical investigations so that, based on this lived experience, they can discuss the convergences and specificities of these types of tasks and the ways in which they can contribute to student learning, especially with regard to the development of higher-order thinking skills. The dynamics of the workshop is anchored in the homology of processes, which presupposes that in their training, the teacher must use and problematize the same strategies that he intends to apply with his students in his professional daily life. We believe that the study and training about the use of problem solving and mathematical investigations in the classroom is an important condition so that, more than being included in research manuals and curricular prescriptions, these teaching approaches are effective in practices that contribute to the mathematical training of students.

Keywords: Problem solving, mathematical investigations, investigative tasks, higher-order thinking skills, cognitively demanding tasks.

Resumen

La resolución de problemas y las investigaciones matemáticas se configuran como formas privilegiadas de la actividad matemática en lo que se refiere al desarrollo de habilidades para razonar, representar, comunicar y argumentar matemáticamente. Considerando el potencial didáctico de los problemas y las tareas de investigación, este taller tiene como objetivo proporcionar a los participantes tareas de resolución de problemas e investigaciones matemáticas para, a partir de esta experiencia, discutir las convergencias y especificidades de este tipo de tareas y las formas en que pueden contribuir al aprendizaje de los estudiantes, especialmente con respecto al desarrollo de habilidades de pensamiento de orden superior. La dinámica del taller está anclada en la homología de procesos, lo que presupone que en su formación, el docente debe utilizar y problematizar las mismas estrategias que pretende aplicar con sus alumnos en su cotidiano profesional. Creemos que el estudio y la formación sobre el uso de la resolución de problemas y las investigaciones matemáticas en el aula es una condición importante para que, más que ser incluidos en manuales de investigación y prescripciones curriculares, estos enfoques didácticos sean efectivos en prácticas que contribuyan a la formación matemática de estudiantes.

Palabras clave: Resolución de problemas, investigaciones matemáticas, tareas de investigación, habilidades de pensamiento de orden superior, tareas cognitivamente exigentes.

Introdução

Muitas são as formas pelas quais o professor que ensina Matemática pode organizar o seu trabalho em sala de aula, com a utilização de diferentes tipos de tarefas. A Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018) sugere que o desenvolvimento das habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente pelos estudantes está intrinsicamente relacionado às formas de organização da aprendizagem dos estudantes e destaca os processos matemáticos de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e de modelagem como formas privilegiadas da atividade matemática.

Esta oficina tem como objetivo principal propiciar aos participantes a realização de tarefas de resolução de problemas e investigações matemáticas para, a partir dessa experiência vivenciada, discutir as convergências e especificidades desses tipos de tarefas e suas potencialidades na promoção da aprendizagem dos estudantes, especialmente no que diz respeito ao desenvolvimento de habilidades de pensamento de ordem superior.

Pretende-se, também, apresentar uma possível maneira para o professor que ensina Matemática planejar e conduzir o trabalho em sala de aula com a utilização desses tipos de tarefas. Embora a resolução de problemas e as investigações matemáticas figurem como formas privilegiadas da atividade matemática, a sua implementação em sala de aula, ou seja, a forma pela qual os professores as interpretam e as utilizam na condução das aulas de Matemática, em muitos casos, não correspondem ao objetivo de construção de conhecimentos matemáticos para o qual elas foram planejadas (Vieira & Allevato, 2021b).

Pressupostos teóricos

Um dos múltiplos fatores que exercem influência sobre os processos de ensino e aprendizagem de Matemática é o tipo de tarefa que é proposta aos estudantes. Segundo Ponte (2003), a aprendizagem da Matemática depende muito das tarefas apresentadas pelo professor.

Ainda sobre a natureza das tarefas propostas em aulas de Matemática, Jesus, Cyrino e Oliveira (2018, p.22) salientam que "diferentes tipos de tarefas constituem diferentes oportunidades de aprendizagem para o estudante, uma vez que algumas têm o potencial de mobilizá-lo às formas complexas de pensamento e outras não". Nesse sentido, as autoras classificam os problemas e as investigações matemáticas como tarefas cognitivamente desafiadoras, ou seja, tarefas de alta demanda cognitiva, que aumentam a capacidade do aluno de interpretar, comunicar suas ideias, negociar significados, tomar decisões sobre o que fazer e como fazer, desenvolvendo autonomia e criticidade.

O desempenho em Matemática (e sua consequente aprendizagem) está associado à ativação, pelo estudante, de processos intelectuais de ordem superior demandados por tarefas próprias da Matemática. King, Goodson e Rohani (2008) discorrem sobre as habilidades de pensamento de ordem superior. Segundo os autores, tais habilidades incluem pensamento crítico, lógico, reflexivo, metacognitivo e criativo, desenvolvendo-se quando nos deparamos com situações desconhecidas, incertezas ou dilemas. Essas habilidades são consideradas como de ordem superior, pois, além de serem mais complexas, exigem métodos de aprendizagem e de ensino diferentes dos métodos empregados para a aprendizagem e ensino de fatos e conceitos, como memorização e repetição de procedimentos.

As habilidades de pensamento de ordem superior são aquelas envolvendo processos cognitivos tais como análise, avaliação e síntese, resultando na construção de novos conhecimentos. A ideia central de classificar determinadas habilidades de pensamento como de ordem superior reside no reconhecimento de que alguns modelos de aprendizagem exigem processos cognitivos mais complexos do que outros. (Vieira & Allevato, 2021a).

Assim, por se tratar de tarefas de alta demanda cognitiva, os problemas e as tarefas investigativas se revelam como estratégias profícuas para promoção da aprendizagem dos estudantes.

Desenvolvimento da oficina

No decurso da oficina os participantes serão convidados a realizar tarefas de resolução de problemas e investigações matemáticas de modo a vivenciar a experiência de estudantes, quando expostos a propostas didáticas planejadas segundo essas abordagens. A ideia é estabelecer um paralelismo entre as situações vivenciadas na oficina e situações da prática profissional do professor que ensina Matemática, processo esse denominado “play in a hall of mirrors” ou homologia de processos (Schön, 1987; Alarcão, 1996).

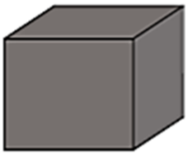
As tarefas de resolução de problemas foram planejadas segundo a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas (Allevato & Onuchic, 2021) e as tarefas investigativas foram planejadas de acordo com as orientações de Ponte, Brocardo e Oliveira (2009).

A título de ilustração, na Figura 1 e nos questionamentos que se seguem, apresentamos o enunciado de uma das tarefas que serão propostas durante a oficina:

Figura 1.

Introdução à tarefa de pintura dos cubinhos (Allevato & Vieira, 2016a)

Deseja-se pintar as faces visíveis (externas) de cubinhos unitários sempre após a união gradativa de mais um cubinho na direção horizontal. A figura a seguir mostra como devemos proceder.



Um cubinho com todas as faces pintadas de cinza. Aqui temos um total de 6 faces pintadas.

Dois cubinhos acoplados com todas as suas faces externas pintadas. Neste caso, teríamos um total de 10 faces pintadas.

a) *E se tivéssemos três cubinhos acoplados, quantas faces teríamos para pintar?*

b) *E se tivéssemos quatro cubinhos acoplados, quantas faces teríamos para pintar?*

c) *E se tivéssemos cinco cubinhos acoplados, quantas faces teríamos para pintar?*

d) *E se tivéssemos quinze cubinhos acoplados, quantas faces teríamos para pintar? Explique o seu raciocínio.*

Essa tarefa (de acordo com a intencionalidade pedagógica do professor e dos direcionamentos realizados) possibilita o trabalho com uma gama de objetos de conhecimento em diferentes unidades temáticas, como por exemplo, características e propriedades de figuras geométricas espaciais em Geometria e percepção de regularidades, notações e representações algébricas, em Álgebra, além de também fomentar o desenvolvimento de habilidades matemáticas relacionadas a processos de representação, generalização, argumentação e comunicação.

Durante a oficina também serão propostos o problema criptoaritmético "AVE+ASA=VOA" (Vieira & Allevato, 2022) e a tarefa denominada Retângulos Polêmicos (Allevato & Vieira, 2016b).

As tarefas escolhidas para a oficina constituem-se em propostas de natureza aberta, com múltiplas estratégias de resolução, possibilitando a emergência de soluções não padronizadas, inovadoras e criativas e fomentando o desenvolvimento de pensamento de ordem superior.

O processo de escolha e elaboração das tarefas propostas, a forma de organização dos estudantes (possíveis agrupamentos), as etapas de realização das tarefas, os momentos de discussão e socialização das resoluções encontradas, a sistematização dos conteúdos matemáticos intrínsecos a cada tarefa e os possíveis desdobramentos de cada atividade proposta constituem-se como objetos de reflexão e discussão sobre os quais os participantes da oficina se debruçarão.

Algumas considerações

Acreditamos que o estudo, a discussão e a reflexão acerca dos tipos de tarefas que são propostas aos alunos constituem aspectos que podem contribuir para o aprimoramento da prática profissional do professor que ensina Matemática. Conhecer as características e potencialidades da resolução de problemas e das investigações matemáticas é uma condição importante para que, mais do que constar nos manuais de pesquisa e prescrições curriculares, se efetivem em práticas que contribuam para a formação matemática dos estudantes.

Outrossim, por se constituírem como tarefas de alta demanda cognitiva, os problemas e as tarefas investigativas podem contribuir para o desenvolvimento de habilidades de ordem superior, como por exemplo, a construção de diferentes representações matemáticas, a comparação entre diferentes afirmações, a elaboração de justificativas e provas, a argumentação, a comunicação matemática e o desenvolvimento do pensamento criativo.

Ao realizarem as atividades propostas na oficina, os participantes têm a oportunidade de ampliar seu repertório de tipos de tarefas que podem ser propostas nas aulas de Matemática. Além disso, ao vivenciarem as etapas de realização das tarefas, os participantes conhecem na prática o *modus operandi* de condução desses tipos de tarefa, favorecendo, desse modo, sua implementação em sala de aula.

Referências

Alarcão, I. (1996). Reflexão crítica sobre o pensamento de D. Schon e os programas de formação de professores. *Revista da Faculdade de Educação*, *22*(2), 11–42.

Allevato, N. S. G., & Vieira, G. (2016a). Em direção à Generalização: Contribuições de um Problema com Múltiplas Estratégias de Resolução. *REMATEC*, *11*(21), 141-154. http://www.rematec.net.br/index.php/rematec/article/view/286/287.

Allevato, N., & Vieira, G. (2016b). Do ensino através da resolução de problemas abertos às investigações matemáticas: possibilidades para a aprendizagem. *Quadrante*, *25*(1), 113–132. https://doi.org/10.48489/quadrante.22926.

Allevato, N. S. G., & Onuchic, L. de la R. (2021). Ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática: por que através da Resolução de Problemas? Em L. de la R. Onuchic, N. S. G. Allevato, F. C. H. Noguti, & A. M. Justulin (Orgs.), *Resolução de Problemas: teoria e prática* (pp. 37–58). Paco Editorial.

Brasil. (2018). *Base Nacional Comum Curricular*. Ministério da Educação.

Jesus, C. C. de, Cyrino, M. C. de C. T., & Oliveira, H. (2018). Análise de tarefas cognitivamente desafiadoras em um processo de formação de professores de Matemática. *Educação Matemática Pesquisa*, *20*(2), 21–46.

King, F. J., Goodson, L., & Rohani, F. (2008). *Higher Order Thinking Skills*. Center for Advancement of Learning and Assessment.

Ponte, J. P. M. (2003). Investigar, ensinar e aprender. *Actas do ProfMat 2003* (pp. 1-23). Lisboa: APM.

Ponte, J. P., Brocardo, J., & Oliveira, H. (2009). *Investigações matemáticas na sala de aula*. Autêntica.

Schön, D. A. (1987). *Educating the Reflective Practitioner*. Jossey-Bass Publishers.

Vieira, G., & Allevato, N. S. G. (2021a). Resolução de problemas em Educação Matemática e o desenvolvimento de habilidades de pensamento de ordem superior. *REMAT: Revista Eletrônica Da Matemática*, *7*(especial), e4001. https://doi.org/10.35819/remat2021v7iespecialid5485.

Vieira, G., & Allevato, N. S. G. (2021b). Resolução de problemas em sala de aula: modus operandi com vistas à produção de conhecimento matemático. In Paula, A. P. M., Fiorentini, D., & Ribeiro, M. (eds.), *Educação matemática em ação no VII SHIAM*, (pp. 57-61). Campinas: Mamoré Educacional.

Vieira, G., & Allevato, N. S. G. (2022). Um problema, múltiplas soluções e a matemática vem à tona. *Actas de Simposio MEM 2022*, *9*(1), 94–96. http://investigacion.uan.edu.co/images/MEM/documentos/ActaVolumen9No1-2022.pdf.

Resolviendo problemas de Matemática Recreativa com TAC "GeoGebra"

Solving Recreational Mathematics problems with TAC "GeoGebra"

Resolución de problemas de Matemática Recreativa con TAC "GeoGebra"

Daniel Moreno Caicedo[143]
Colegio Técnico Vicente Azuero- EDUMAT UIS - Colombia

Juddy Amparo Valderrama Moreno[144]
Colegio Técnico Vicente Azuero- EDUMAT UISColombia

Modalidad: Taller
Núcleo Temático: Resolución de problemas en la clase de matemáticas

Resumo

O processo de resolução de problemas é levantado pelo Ministério da Educação Nacionalda Colômbia MEN, como o núcleo para o ensino de matemática na escola. E a partir deledesenha a atividade matemática onde se potencializam os demais processos: raciocínio, modelagem, comunicação e exercício de procedimentos. Por outro lado, a era digital entrou na sala de aula para inserir e fornecer elementos de melhoria ao ensino da matemática, valorizar seus benefícios e permitir enriquecer a prática pedagógica para promover melhores ambientes de aprendizagem. Por isso, o Colégio Técnico Vicente Azuero, do projeto PEMATAC, aperfeiçoa o discurso da Matemática Escolar e se delineiano uso das Tecnologias de Aprendizagem e Conhecimento (TAC), projeta, executa e reflete sobre a prática de Resolução de Problemas de Matemática Recreativa mediada com o TAC, nomeadamente na utilização do parceiro cognitivo GeoGebra para potenciar o desenvolvimento do Pensamento Matemático, através da experimentação, visualização,interpretação, raciocínio e comunicação da estratégia de solução numa situação-problema. O objetivo é que o aluno esteja motivado e com pouco conhecimento matemático, para aprimorar altos níveis de pensamento.

Palavras chave: Resolução de problemas, GeoGebra, Matemática Recreativa, TAC.

Abstract

The problem-solving process is raised by the Ministry of National Education of ColombiaMEN, as the core for teaching mathematics in school. And from it design the mathematical activity where the other processes are enhanced: reasoning, modeling, communication, and exercise of procedures. On the other hand, the digital age entered theclassroom to enter and provide elements of improvement to the teaching of mathematics, value its benefits and allow enriching the pedagogical practice to promote better learningenvironments. Due to this, the Vicente Azuero Technical College, from the PEMATAC project, perfects the School Mathematics discourse and is outlined in the use of Learningand Knowledge Technologies (TAC), designs, executes and reflects on the practice of Solving problems of Recreational Mathematics mediated with

[143] matematicasctva@gmail.com
[144] juddyamparo2@gmail.com

TAC, particularly in the use of the GeoGebra cognitive partner to enhance the development of Mathematical Thinking, through experimentation, visualization, interpretation, reasoning and communication of the solution strategy in a problem situation. The aim is for the studentto be motivated and with little mathematical knowledge, to enhance high levels of thinking.

Keywords: Problem solving, GeoGebra, Recreational Mathematics, TAC.

Resumen

El proceso de resolución de problemas es planteado por el Ministerio de Educación Nacional de Colombia MEN, como el núcleo para enseñar la matemática en la escuela. Ya partir de él, diseñar la actividad matemática donde se potencie los demás procesos: razonamiento, modelación, comunicación y ejercitación de procedimientos (MEN, 1998;2006). Por otra parte, la era digital incursionó en el aula de clase para adentrarse y dar elementos de mejora a los procesos de enseñanza de la matemática, nos corresponde comoeducadores valorar sus bondades y permitir enriquecer la práctica pedagógica para fomentar mejores ambientes de aprendizaje (Castiblanco); Debido a ello, el colegio Técnico Vicente Azuero del municipio de Floridablanca, Colombia, desde el proyecto de PEMATAC (Proyecto de Enseñanza de la matemática a través de las Tecnología del Aprendizaje y el Conocimiento), perfecciona el discurso Matemático Escolar y se perfilaen el uso de las Tecnologías del Aprendizaje y el Conocimiento (TAC), desde el proyectose diseña, ejecuta y reflexiona la práctica de Resolución de problemas de Matemática Recreativa mediada con las TAC, particularmente en el uso del socio cognitivo GeoGebrapara potenciar el desarrollo del Pensamiento Matemático, mediante la experimentación, visualización, interpretación, razonamiento y comunicación de la estrategia de solución ante una situación problema. Se busca que el estudiante se motive y con poco conocimiento matemático, se potencie altos niveles de pensamiento.

Palabras clave: Resolución de problemas, GeoGebra, Matemática Recreativa, TAC.

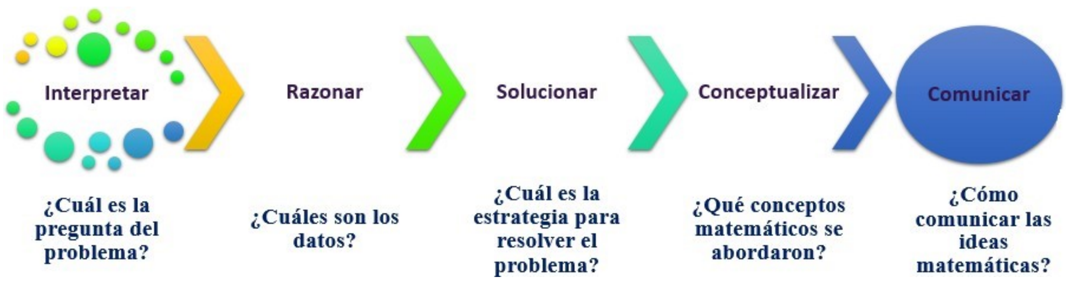
La resolución de problemas de Matemática Recreativa

El planteamiento y la resolución de problemas es el corazón de la Comunidad dePráctica (CoP) de Matemática Recreativa del grupo de investigación en Educación Matemática EDUMAT-UIS, el cual está inscrito a la Escuela de Matemáticas de la Universidad Industrial de Santander. Esta CoP, busca enriquecer el discurso Matemático Escolar del profesor que orienta Matemáticas mediante el fortalecimiento del desarrollo del pensamiento matemático a través de la solución de los problemas planteados en el proyecto de Calendario Matemático propuesto por el grupo "Colombia Aprendiendo". Esta CoP cosifica saberes que permiten enriquecer el discurso matemático Escolar (dME) de sus integrantes, lo que esta acordé con los ideales de las CoP que conllevan a potencia el dominio del saber, la comunidad y la práctica, puesto que, al tener intereses en común hace posible la cosificación de saberes (Wenger, 1998). De forma general se retoma el enfoque de resolución de problemas (Santos Trigo, 2011;Puig, 1996, Shoenfeld, 1985; Pólya, 1965) y se ajusta a la práctica de formar maestrosy aplicar el proyecto en el aula de clase.

El proyecto de Calendario Matemático, está propuesto un problema para cada día y un día para cada problema, con una preciosidad anual de 10 meses distribuidos defebrero a noviembre. Su diseño responde a lo planteado por el Ministerio de EducaciónNacional de Colombia, en cuanto a la enseñanza de la matemática a través del desarrollo de cinco pensamientos: numérico, espacial, métrico, aleatorio y variacional (MEN, 1998). Esto permite brindar elementos para que el profesor de matemáticas tenga herramientas para llevar al aula un discurso de una matemática contextualizada en un lenguaje formal dependiendo del nivel de complejidad en el que se encuentre. De igualforma favorece la incursión del socio cognitivo GeoGebra en la resolución y comprobación de la estrategia de solución.

Un elemento relevante en la CoP “Matemática Recreativa” es reflexionar sobre el abordaje, aplicación y evaluación del proyecto en la práctica pedagógica. Por lo cuala través de las dos décadas del grupo se ha buscado cosificar saberes entorno a la conceptualización que se puede generar entorno a la resolución del problema planteado.Es fomentar el planteamiento y la resolución de problemas de matemática recreativa (Zuluaga, 2006), como lo establece Gardner (2011) es la Matemática Recreativa la quepermite estimular los altos niveles de Pensamiento Matemático, aunque solo se requieraun conocimiento elemental. En respuesta a lo anterior nuestra CoP ha propuesto 5 pasospara resolver un problema de Matemática Recreativa, donde se inicia con hacer una buena interpretación del problema planteado hasta tener los elementos para comunicar su solución con ideas y conocimientos matemáticos. A continuación, se encuentra la figura 1 que ilustra la propuesta.

Figura 1.
Pasos para resolver un problema de Matemática Recreativa (Autor)



La figura 1 ilustra como un último paso la comunicación, un proceso planteado por los

estándares internacionales y nacionales. Internacionalmente se plantea como el camino para: compartir y aclarar las ideas, hacer posible que las ideas lleguen a ser objetos de reflexión, perfeccionamiento, discusión y rectificación, para dar significado y permanencia a las ideas y hacerlas públicas y para estimular la capacidad de pensar yrazonar acerca de las matemáticas (NCTM, 1991). Nacionalmente, la adquisición y dominio de los lenguajes propios de las matemáticas ha de ser un proceso deliberado y cuidadoso que posibilite y fomente la discusión frecuente y explicita sobre situaciones,sentidos, conceptos y simbolizaciones (MEN, 2006 pág. 54). En este sentido, la comunicación es un proceso que está inmerso desde el inicio de abordaje de una situación problema, sin embargo, se busca que se refine hasta organizar las ideas en un lenguaje formal propio de la matemática. Para ello, se hace un recorrido que inicia conla interpretación del problema, es identificar con exactitud ¿Cuál es la pregunta del problema?, la puede encontrar de forma explícita como implícita. Un segundo paso, es razonar, hacer razonamientos matemáticos requiere un nivel de comunicación, puesto que al identificar y reconocer los datos dados en el problema de forma implícita y explicita necesita plasmarlos, inicialmente en la mente y posteriormente de forma verbal y/o escrita; los razonamientos matemáticos realizados a partir de los datos explícitos, conllevan a deducir nuevos razonamientos con los datos implícitos y estos guían para poder llegar a un tercer paso, la solución del problema. En la solución el problema se darespuesta a la pregunta, pero sólo cobra el sentido cuando se hace una comunicación desu solución a la luz de un lenguaje formal propio de la matemática y para ello se requiere dar un cuarto paso y definir el conocimiento matemático utilizado mediante la
conceptualización. Finalmente, se pone en juego las competencias comunicativas, ya seade forma verbal y/o escrita y se expone la solución el problema en un lenguajematemático con las conexiones y representaciones que se requieran de manera coherente, preciso pero sencillo, de tal forma que sus pares comprendan la solución y este validada a la luz del conocimiento matemático.

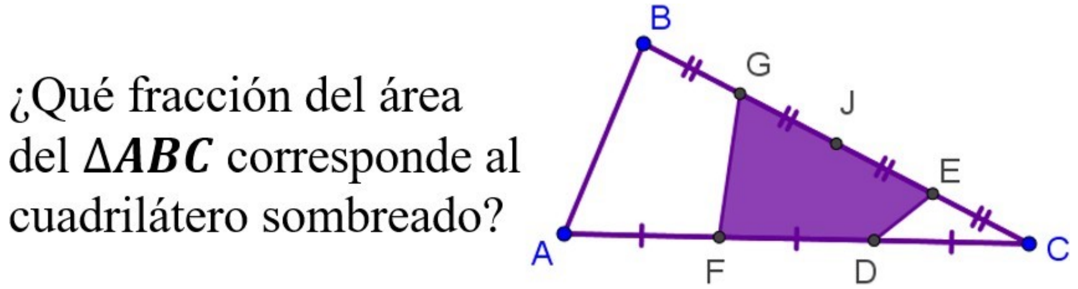
El uso de las TAC en la resolución de problemas.

En Colombia, se creó desde el año 2003 en Ministerio de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (MinTIC), desde la fecha se ha unido esfuerzo con el MEN para cerrar brechas en cuanto a los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática se refiere. Sin embargo, en este momento histórico de “Pandemia”, en la cual la humanidad de forma forzosa tuvo que asumir el reto del uso de las herramientastecnológicas en la enseñanza de las diferentes disciplinas del conocimiento, para poder llegar al hogar del estudiante y hacer posible continuar con la enseñanza. Para el caso de la enseñanza de la matemática, es un poco más tedioso, puesto que, la concepción tanto de padres como estudiantes que es una asignatura difícil de aprender, sumado a que su aprendizaje requiere un manejo de procesos, actitud de aprendizaje, disciplina yconstancia para generar un aprendizaje comprensivo de la misma. La incursión de las TIC a la enseñanza de la matemática requiere superar el manejo y la utilitariedad, por esta razón se retoma el uso de las TIC con fines pedagógicos, como lo establece Lozano(2011) quien puntualizó que son las Tecnologías del Aprendizaje y el Conocimiento, las que van más allá de la información y la comunicación y se explora las herramientas tecnológicas para el servicio de la adquisición del conocimiento. De igual formaCasablancas (2014) plantea que la sociedad actual se moviliza en una era digital, dondeel conocimiento esta nutrido por la información y para llegar a él se busca acotar la distancia entre las TIC y las TAC, ya que son TAC las que permiten dar el paso a caminos más cercanos a la labor docente. En respuesta, se retoma las herramientas y/o artefactos tecnológicos que expongan bondades poderosas con el fin de enseñar más y de mejor manera, lo que es acorde con la necesidad de tener un socio cognitivo, es decir un artefacto tecnológico que permita generar y aplicar conocimiento (Moreno, 2014). Particularmente, en este caso el socio cognitivo es el software GeoGebra, ya que al ser explorado permite al profesor adentrarse en sus bondades pedagógicas y particularmente

con didácticas inmersas que enriquecer el discurso Matemático Escolar, mejorar el diseño de prácticas pedagógicas con actividad matemática rica en procesos de experimentación, visualización, razonamiento, comunicación de ideas en un lenguaje matemático y la modelación de fenómenos de la matemática y de otras ciencias.

La práctica en el aula

Figura 2.
Problema planteado (Zuluaga, 2020)



La figura 2 ilustra el problema planteado por el proyecto de Calendario Matemático nivel 3, correspondiente en Colombia para el abordaje en el grupo de gradosoctavo, noveno, es decir, estudiantes con promedio de edad de 13 y 14 años. Para iniciarse parte del proceso de interpretar, el cual se puede determinar que la pregunta del problema, a pesar de estar presentada de forma explícita, se puede inferir: ¿Cuál es la razón entre el área del cuadrilátero con respecto al área del triángulo? Como la pregunta implícita. En un segundo momento "Razonar", se determina los datos explícitos del problema: el segmento BC está dividido en 4 segmentos congruentes, el segmento AC está dividido en 3 segmentos congruentes y tres triángulos DEC, FGC y ABC. En respuesta a estos tres razonamientos, se puede determinar que los puntos E, G y B son puntos vértice de las alturas de los triángulos y J es el punto vértice del triángulo FJC. En consecuencia, se tiene 4 alturas congruentes. Es decir que el triángulo ABC tiene una altura de 4h y una base de 3b, correspondientes a los segmentos congruentes $\overline{AF} = b, \overline{DC} = b\ y\ \overline{FD} = b$. Por lo tanto, el área del triángulo ABC es 6bh, ya que el área del triángulo se determina mediante la fórmula $área\ \Delta = \frac{b.h}{2}$. Por otra parte, se determina que el área del triángulo FGC es 3bh, puesto que la altura es 3h y la base 2b, finalmente, el triángulo DEC se determina cómo $área\ \Delta = \frac{b.h}{2}$. Así pues, el área del cuadrilátero FGED se puede determinar mediante la resta de las áreas de los triángulos FGC y DEC.

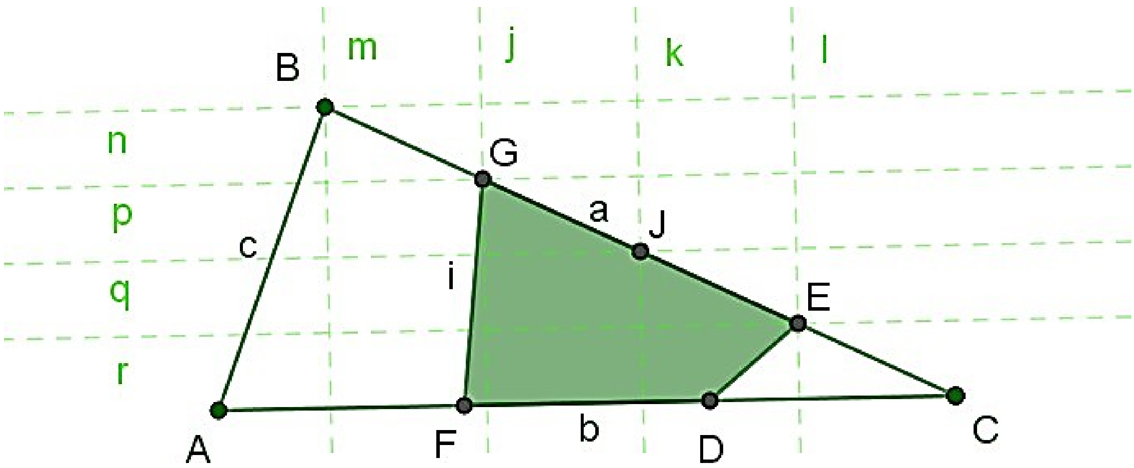
De ahí que $área\ FGED = 3bh - \frac{bh}{2} = \frac{5bh}{2}$, lo que significa que la fracción correspondiente al área sombreada es $\frac{5}{12}$; puesto que, $área\ sombreada = \frac{\frac{5}{2}bh}{6bh} = \frac{5}{12}$.

De esta forma, se determina la solución al problema planteado a partir de los razonamientos realizados inicialmente de los datos explícitos y posteriormente de los datos implícitos.

Una vez determinada la solución al problema a partir del razonamiento matemático, se realiza la experimentación, visualización, razonamiento y comunicaciónde ideas a través de la mediación del uso de la TAC, en este caso particular del socio cognitivo GeoGebra. En la figura 3, se observa la construcción del problema, cabe resaltar que existe una diferencia entre dibujo y construcción. Un dibujo es una representación pictográfica y puede realizar en una hoja de papel o en una pantalla, porlo contrario, una construcción es la representación de una realidad la cual resiste la prueba del arrastre (tomar un punto y arrastrar) y la representación conserva suspropiedades matemáticas.

Figura 3.

Construcción en GeoGebra (Autor)



Con ayuda de la construcción se realiza la conceptualización, para ello, se exhorta al estudiante a realizar una lista de los conceptos utilizados y a determinar la definición. En ocasiones, el estudiante al definir solo utiliza un lenguaje gestual, sin embargo, este paso en la continuidad fomenta el proceso refinar los conceptos fundamentales que requiere para una mayor compresión y aplicación de la matemática en su trayectoria como estudiante. Finalmente, el estudiante realiza la comunicación desu estrategia de solución en un lenguaje matemático. Cabe resaltar que el paso a paso no se realiza de forma independiente, sino es una secuencia que permite avanzar en el proceso de fortalecer el desarrollo del pensamiento matemático a través de la resoluciónde problemas planteados en el proyecto.

El propósito del taller es brindar herramientas didácticas al participante para el diseño de actividad matemática bajo el enfoque de resolución de problemas de matemática recreativa apoyados en las bondades ofrecidas por GeoGebra. La estrategiapara la aplicación de este taller se realizará en tres momentos: abordaje y aplicación delmétodo, taller práctico de diseño de actividades y socialización, para ello se requiere unasala de cómputo con equipos para trabajar con los participantes.

Referencias

Casablancas, S. (2014*). Enseñar con Tecnologías…transitar de las TIC hasta alcanzar las TAC*. Buenos aires, Argentina: Estación Mandioca ediciones, S.A.

Gardner, M. (2014). Matemáticas para todos (y códigos ultrasecretos). Barcelona, España: RBA Libros, S.A.

Lozano, R. (2011). *De las TIC a las TAC: tecnologías del aprendizaje y el conocimiento.* Anuario ThinkEPI. Volumen (5) 45-47 Recuperado de https://recyt.fecyt.es/index.php/ThinkEPI/article/view/30465/16032

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos curriculares de Matemáticas.* Recuperado https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf

Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas.* Recuperado https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf2.pdf

Moreno, L. (2014*). Educación Matemática: del signo al píxel*. Universidad Industrial de Santander.

National Council of teachers of Mathematics. (1991). *Principles and Standards for Mathematics Education* (SAEM Thales). Andalusian Society of Mathematics Education Thales.

Polya, G. (1965). Como Plantear y Resolver problemas. (Edición en español; Zugazagoitia, J. Trabajo original: how to solve it, publicado en 1965), D.F., México: Editorial Trillas S.A.

Puig, L. (1996). Elementos de Resolución de Problemas. Granada: Comares

Santos Trigo, L (2011). La Educación Matemática, Resolución de Problemas y el empleode herramientas computacionales. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática 6(8), 35-54.

Schoenfeld, A. (1985). Mathematical Problem Solving. New York: Academic Press. Wenger, E. (1998*). Communities of Practice: Learning, Meaning, and Identity*. Cambridge: Cambridge University Press.

Zuluaga, C. (2006). *Proyecto Matemática Recreativa Colombia Aprendiendo.* Bogotá, Colombia.

Não só de solução (sobre)vive o problema: diálogos e construções a luz da Exploração-Proposição-Resolução de Problemas

The problem doesn't (over)live by solutions alone: dialogues and constructions in the light of Problem Exploration, Posing and Solving

Ni sólo de solución (sobre)vive el problema: diálogos y construcciones a la luz de la Exploración-Proposición-Resolución de Problemas

Adriano Alves da Silveira[145]
Universidade Estadual da Paraíba
0000-0002-1004-9938

Maurício Alves Nascimento[146]
Universidade Estadual da Paraíba
0000-0002-3130-5064

Modalidade: Oficina
Núcleo Temático: Resolução de problemas em aulas de Matemática

Resumo

O objetivo desta oficina é desenvolver com graduandos, professores e pesquisadores a metodologia de Resolução de Problemas, adotando a perspectiva de Andrade (1998; 2017; 2021) intitulada "Ensino-Aprendizagem de Matemática via Exploração-Proposição-Resolução de Problemas", e buscar seu impacto na formação de professores que ensinam matemática. O ensino de matemática nessa perspectiva não se limita apenas à busca da solução do problema, mas transpõe essa prática com a realização de um trabalho de explorar, propor e resolver problemas em múltiplas perspectivas. Nesse contexto, a dinâmica de trabalho ao longo da oficina será permeada por aspectos de exploração-problematização das situações-problema apresentadas. Desta forma explorar os aspectos sócio-político-culturais presentes na atividade desenvolvida. Convidar os participantes para explorar/propor/resolver problemas refletindo sobre o conhecimento matemático presente, bem como o diálogo desse conhecimento com outros que não estão necessariamente presentes literalmente no problema, mas são fundamentais para o desvelamento das injustiças sociais.

Palavras-chave: Educação Matemática. Exploração-Proposição-Resolução de Problemas. Problematização. Cotidiano Escolar.

Abstract

The objective of this workshop is to develop with undergraduates, teachers and researchers the Problem Solving methodology, adopting Andrade perspective (1998; 2017; 2021) entitled "Mathematics Teaching-Learning via Problem Exploration-Posing-Solving", and to realize its impact on the teacher education who teaches mathematics. The teaching of mathematics in this perspective is not limited only to the search for the solution of the problem but transposes this

[145] adriano.exatas@hotmail.com
[146] mauricioalvinho@gmail.com

practice with the realization of a work of exploring, posing, and solving problems in multiple perspectives. In this context, the working dynamics throughout the workshop will be permeated by aspects of problematization-exploration of the presented problem situations. Moreover, the presented problem situations will lead the participants to reflect attitudes, positions, and beliefs about Problem Solving, allowing this way to explore the socio-political-cultural aspects present. Coated with this attitude, we will invite participants to explore/propose/solve problems reflecting on the present mathematical knowledge, as well as the dialogue of this knowledge with others who are not necessarily literally present in the problem, but are fundamental for the unveiling of social injustices.

Keywords: Mathematics Education. Problem Exploration-Posing-Solving. Problematization. School Daily Life.

Resumen

El objetivo de este taller es desarrollar la metodología de Resolución de Problemas con graduados, profesores y encuestadores, adoptando la perspectiva de Andrade (1998; 2017; 2021) titulada "Enseñanza-Aprendizaje de las Matemáticas vía Exploración-Posición-Resolución de Problemas", y buscar su impacto en la formación de los profesores que enseñan matemáticas. La enseñanza de las matemáticas en esta perspectiva no se limita a la búsqueda de la solución del problema, sino que transpone esta práctica realizando un trabajo de exploración, propuesta y resolución de problemas en múltiples perspectivas. En este contexto, la dinámica de trabajo a lo largo del taller estará permeada por aspectos de exploración-problematización de las situaciones-problema presentadas. De esta forma, explorar los aspectos socio-político-culturales presentes en la actividad desarrollada. Invitar a los participantes a explorar/proponer/resolver problemas que reflexionen sobre el conocimiento matemático actual, así como el diálogo de este conocimiento con otros que no necesariamente están presentes literalmente en el problema, pero que son fundamentales para el develamiento de las injusticias sociales.

Palabras clave: Educación Matemática. Exploración-Proposición-Resolución de Problemas. Problematización. Cotidiano Escolar.

Enredo teórico e metodológico

Nota-se que as pesquisas sobre resolução de problemas avançaram significativamente durante os últimos 40 anos ou pouco mais. No entanto, ainda há muito o que se caminhar para que se tenha uma compreensão mais ampla do que precisa ser feito em sala de aula para ajudar os alunos a se tornarem bons solucionadores de problemas. Para avançar na pesquisa e na prática de resolução de problemas, as pesquisas sugeriram diferentes abordagens, como a proposição de problemas (SILVER, 94, 97; SINGER, ELLERTON & CAI, 2015; FELMER, PEHKONEN, KILPATRICK, 2016; JURADO, 2016; CAI & HWANG, 2020).

Desse modo, ressaltamos que o objetivo desta oficina é desenvolver com graduandos, professores e pesquisadores a metodologia de Resolução de Problemas, adotando a perspectiva de Andrade (1998; 2017; 2021) intitulada "Ensino-Aprendizagem de Matemática via

Exploração-Posição-Resolução de Problemas", e buscar seu impacto na formação de professores que ensinam matemática. O ensino de matemática nessa perspectiva não se limita apenas à busca da solução do problema, mas transpõe essa prática com a realização de um trabalho de explorar, propor e resolver problemas em múltiplas perspectivas.

Na sua proposta, Andrade (2017) destaca que a proposição de problemas, na sala de aula, é percebida como uma ferramenta de problematização consciente que impulsiona e avança tanto o processo da resolução como o da exploração do problema. O pesquisador acrescenta que a proposição de problemas pode ocorrer tanto **antes** como **durante** e **depois** do processo de resolução e exploração de problemas.

> Sobre isso, explanamos que a proposição de problemas ocorre **antes** do processo de resolução e exploração de problemas, quando o foco principal não é a solução, e sim a proposição de novos problemas, tomando como ponto de partida alguma situação que tenha ligação com a matemática ou com alguma experiência vivenciada pelo aluno, e posteriormente a resolução dos mesmos. Além disso, a proposição de problemas ocorre **durante** o processo de resolução e exploração de problemas, quando, a partir de um problema dado, são formulados e explorados novos problemas, tanto pelo professor como pelos alunos. Ao fim, podem-se fornecer *insights* ao solucionador, possibilitando a solução do problema inicial, como também potencializando e aprofundando o conceito que está sendo construído. Por fim, a proposição de problemas pode ocorrer **depois** do processo de resolução e exploração de problemas, quando a solução de um problema impulsiona um processo de reflexões e síntese, gerando novos problemas em nível mais avançado ou não, e provocando, assim, uma aprendizagem com compreensão (SILVEIRA; ANDRADE, 2022).

Contudo, ressaltamos que, nesta oficina, a proposição de problemas ocorrerá principalmente **antes** do processo de resolução e exploração de problemas. O ideal é que a proposição de problemas seja sempre o ponto de partida de todo o processo de resolução e exploração de problemas (ANDRADE, 2017).

Por sua vez, a Exploração, Resolução e a Proposição de Problemas, além de serem assumidas como uma metodologia de ensino, são tratadas à luz de uma perspectiva de Educação Progressista, Crítica e Libertadora, não é olhada apenas no nível de processos e conceitos matemáticos, mas também, no nível de questões de natureza sócio-político-cultural (ANDRADE, 2017).

Nesse contexto, a dinâmica de trabalho ao longo da oficina será permeada por aspectos de exploração-problematização das situações-problema apresentadas. Ademais, os problemas ou as situações propostas conduzirá os participantes a refletir atitudes, posturas e crenças sobre a Resolução de Problemas, possibilitando ao longo do processo metodológico olhares/percepções dos aspectos sócio-político-culturais presentes. Neste sentido, a nossa concepção de problematização deriva das ideias de Domite (2001).

> O processo de problematização é um movimento produtivo de transformação social, o que significa que as atitudes do professor de matemática podem ampliar a concepção dos alunos sobre sua vida social. [...] O trabalho pedagógico produzido pelas situações advindas da realidade social dos alunos é uma possível direção criativa que motiva a aprendizagem e o ensino da matemática. [...] Como professores de matemática, devemos ser capazes de pensar/argumentar sobre a produção do grupo – ou seja, devemos ser capazes de prestar atenção no processo do aluno ao invés de apenas ensinar um conteúdo matemático (DOMITE, 2001, n.p, tradução nossa).[147]

Como um desdobramento das ideias/compreensões de problematização da autora, nos aportamos metodologicamente, para essa oficina, na proposta de Exploração-Resolução-Proposição de Problemas, defendida por Andrade (1998; 2017), onde a teoria e prática se constroem num processo que ele denominou como Codificação e Decodificação.

> A proposta de Exploração-Resolução-Proposição de Problemas precisa ser sempre percebida como uma proposta aberta, não fechada, embora não solta, para que possamos escutar/ver/olhar o que acontece nas tramas, nos encantos e desencantos, na transfiguração poética, no espaço-tempo, que o cotidiano da sala de aula nos proporciona. O final de uma experiência de Exploração de Problemas em sala de aula nunca é o final de uma história, mas o começo de muitas outras histórias. Trabalhar com Exploração de Problemas é colocar-se sempre em movimento, em aventura, é um sair sempre para mergulhar reflexivamente e criticamente em si mesmo e além de si mesmo (ANDRADE, 2017, p. 367).

Essa proposta metodológica, voltada num primeiro momento, para o ensino de matemática, em sua dinâmica, apresenta o conhecimento matemático num diálogo contínuo com os contextos sócio-políticos-culturais, ou seja, compreende que a Matemática não é um objeto de conhecimento distante das dores e dos sabores das vidas dos envolvidos (professores, estudantes, pais, mães, entre outros).

Portanto, o ato de mergulhar, trazido por Andrade (1998; 2017), pode ser caracterizado também como um buscar encontrar a nós mesmos, nesse movimento aonde o vai e vem, fruto

[147] Fonte original: “The problematization process is a productive movement towards social transformation, which means that the mathematics teacher’s attitudes could expand the students’ concept of their social life. [...] The pedagogical work produced by the situations that come from students’ social reality is a possible creative direction that motivates learning and teaching of mathematics. [...] As teachers of mathematics, we must be able to think/argue about the group’s production – in other words, we must be able to pay attention on the student’s process instead of just teaching a mathematical content.” (DOMITE, 2001, n.p).

das negociações no debate, aos poucos substituem conceitos de originalidade, onde a condição de possibilidades substitui o conceito de significado.

Revestido desta postura, convidaremos os participantes a explorarem/proporem/resolverem problemas refletindo sobre o conhecimento matemático presente, bem como o diálogo desse conhecimento com outros que não estão necessariamente literalmente pressentes no problema, mas são fundamentais para o desvelamento das injustiças sociais.

Como proposta de atividade, utilizamos a palavra tática ao invés de etapas, pelo fato de não visualizarmos os processos de forma seriada, mas como algo contínuo e cotidianamente metamorfoseado. Portanto, quando estabelecemos táticas, imaginámos possibilidades, nos preparamos e permitimos ser modificados pelos fatos ocorridos ao longo da vivência. Neste sentido, descrevemos rabiscos das táticas pensadas.

Tática 1: Apresentar algumas imagens ou fragmentos de vídeos ou partes de um texto. Em seguida, solicitar que façam a leitura ou assistam ao vídeo.

Tática 2: Solicitar que os participantes explorem/problematizem as situações apresentadas, com a finalidade de proporem e resolverem problemas. Em seguida, apresentar os problemas propostos.

Tática 3: Identificar os conteúdos matemáticos presentes nos diversos problemas propostos, assim como, o diálogo destes com aspectos sócio-político-culturais numa discussão voltada para a justiça social.

Referências

ANDRADE, S. *Ensino-aprendizagem de matemática via resolução, exploração, codificação e descodificação de problemas e a multicontextualidade da sala de aula.* 1998. 325f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, SP,1998.

ANDRADE, S. Um caminhar critico reflexivo sobre Resolução, Exploração e Proposição de Problemas Matemático no Cotidiano da Sala de Aula. In: ONUCHIC, L. R.; JUNIOR, L. C. L.; PIRONEL, M.(Orgs). *Perspectivas para Resolução de Problemas*, São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017. p. 355-395.

ANDRADE, S. Mathematics problem multicontextual exploration, solving and posing in the classroom and teacher education: a perspective in critical education. In: *ICME 14 (TSG 17)*, The 14th International Congress on Mathematical Education (TSG 17. Problem posing and solving in mathematics education). Shanghai, China, 2021. Disponível em <https://www.icme14.org/static/en/news/37.html?v=1646813795650>.

CAI, J; HWANG, S. (2020). Learning to teach through mathematical problem posing: theoretical considerations, methodology, and directions for future research. *International Journal of Educational Research*, v. 102.

DOMITE, Maria do Carmo Santos. Problem Posing and Problematization in Learning and Teaching Mathematics. Vhs DVV International. 2001. Disponível em: <https://www.dvv-international.de/en/adult-education-and-development/editions/aed-572001/basic-education-in-practice/problem-posing-and-problematization> Acesso em: 01 de dez. de 2021.

FELMER, P., PEHKONEN, E.; KILPATRICK, J. (Eds.). (2016). *Posing and solving mathematical problems:* advances and new perspectives. Switzerland: Springer.

JURADO, U. M. Problem Posing: An Overview for Further Progress. In: LILJEDAHL, PETER et al. *Problem solving in Mathematics education.* Hamburg, Germany, University of Hamburg, 2016, p. 31-34, 2016.

SILVEIRA, A. A; ANDRADE, S. Proposição de Problemas de Análise Combinatória como ponto de partida: episódios de sala de aula. *Revista de Educação Matemática,* São Paulo, v. 19, n. 01, p. 1-23, 2 jun. 2022.

SILVER, E. A. *On mathematical problem posing.* For the Learning of Mathematics, 14(1), p. 19–28, 1994.

SILVER, E. *Fostering creativity through instruction rich in mathematical problem solving and problem posing*. *ZDM*, *3*, 75-80, 1997.

SINGER, F. M., ELLERTON, N. F., CAI, J. (Eds.). (2015). *Mathematical problem posing:* from research to effective practice. New York: Springer.

Tecnologia digital e outros recursos para o ensino e aprendizagem da Matemática

Estadística dinámica a través del paquete CODAP

Dynamic statistics through the CODAP package

Estatísticas dinâmicas através do pacote CODAP

Greivin Ramírez Arce
Instituto Tecnológico de Costa Rica
0000-0002-3731-5415

Modalidad: Taller
Núcleo temático: Tecnología digital y otros recursos para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas

Resumen

Los participantes del taller podrán realizar análisis de datos profundos a partir de las virtudes que ofrece el paquete CODAP (Common Online Data Analysis Platform). Es un paquete libre, dinámico y con facilidad para la representación gráfica; creado para la enseñanza del análisis de datos. Se trabajarán seis actividades con el uso de bases de datos reales que buscan el cálculo de medidas de tendencia central y variabilidad, construir tablas y gráficos y establecer relaciones entre variables.
Palabras-clave: CODAP, variabilidad, análisis de datos.

Introducción

El objetivo del taller es que los participantes conozcan las riquezas del paquete para la enseñanza del análisis de datos, así como la facilidad de este para los procesos de simulación de problemas probabilísticos.

CODAP es un paquete libre, de código abierto, basado en la web, dinámico y con excelente calidad gráfica que permite construir diversas representaciones de datos para su análisis. Además, incorporara una calculadora estadística con funciones para el cómputo de medidas de tendencia central y variabilidad. El nivel de programación requerido es básico y está en constante actualización, ya que es financiado por la National Science Foundation (NSF).

Las ventajas que ofrece CODAP las sugieren en el desenvolvimiento de sus investigaciones autores como Batanero, Gea, Arteaga y Ortiz (2018), Oliveira (2017), Lock, Frazer, et.al (2014) y Cob (2007), donde evidencian la necesidad de contar con herramientas que hagan accesible el manejo de los datos y los procesos de simulación en la enseñanza.

Al ser un paquete dinámico, permite visualizar los conceptos abstractos explorándolos a través de investigaciones con el manejo de datos reales, se pueden arrastrar y soltar objetos y la variación de un dato en algún elemento del paquete hace que varíe en cualquier otro donde éste intervenga. Tiene traducción a más de 10 idiomas y se puede utilizar en variedade de dispositivos (telefono, tableta y computadora). El único requerimento es el uso de internet.

El taller consiste en realizar las seis actividades siguientes: las tres primeras con el uso de bases que incluye el paquete, estas son: a) relación entre variables: edad, peso y tamaño en niños de escuela, b) el análisis de la distribución del día, mes y año de nacimiento de los estadounidenses desde el 2000 hasta el 2014 y c) cómo se comporta el recorrido de elefantes marinos en distintas partes del océano. Las otras tres actividades de diseño propio se relacionan con: d) el análisis del índice de masa corporal de los miembros del taller y su representación gráfica por género y clasificación, según categorías de peso que pueden llevar a problemas de salud, e) representación en mapas de degradación de color sobre datos reales de todos los países del mundo como densidad de la población, el porcentaje de alfabetización, la esperanza de vida de la mujer, la esperanza de vida del hombre, la esperanza de vida y la mortalidad infantil y f) simulación de frecuencia de salidas de autobuses desde una estación.

Justificación

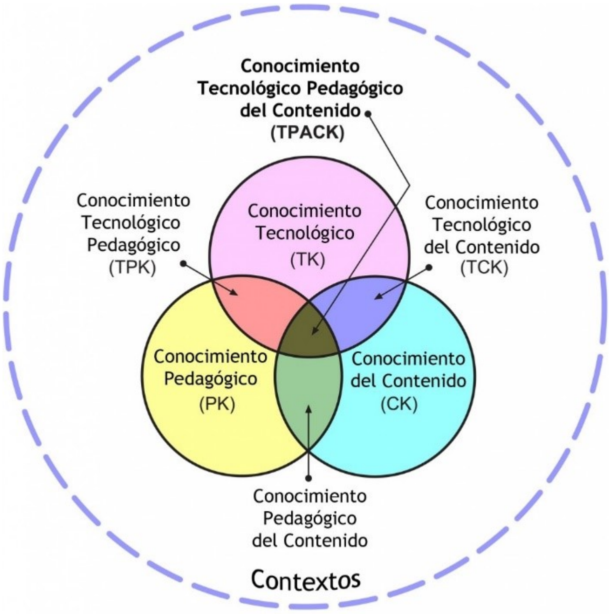
Los cambios curriculares que han ejecutado muchos sistemas educativos a nivel mundial en el área de probabilidad y estadística, así como los avances tecnológicos y la masificación de los datos, hacen que la incorporación de paquetes como CODAP dentro y fuera del aula, sea una excelente opción para el proceso de formación en la enseñanza del análisis de los datos.

Así lo manifiesta The Concord Consortium (2019), diseñadores del paquete CODAP, quién es un organismo interdisciplinario preocupado por diseñar, desde hace más de 25 años, recursos de aprendizaje STEM (Science, Technology, Engineering and Mathematics), permitiendo a los estudiantes "explorar, visualizar y aprender de los datos en cualquier área. Nuestra misión es hacer que la alfabetización de datos sea accesible para todos los estudiantes".

Aunado a esto, se respalda la ejecución del taller con el marco de referencia del Conocimiento Tecnológico y Pedagógico del Contenido (TPACK) propuesto por Mishra, Koehler y Cain (2013), de acuerdo con ellos, requiere la comprensión que surge de la interacción entre los tres saberes (contenido, pedagogía, y tecnología).

Diagrama 1. Modelo TPACK

Fuente. *Mishra, Koehler y Cain (2013)*



Se ponen en juego las habilidades pedagógicas y tecnológicas, tanto del profesor como del estudiante, para el proceso de enseñanza del análisis de datos de manera constructiva. Las diversas representaciones que ofrece el paquete, la generación de sub tablas anidadas por casos y su dinamismo (variación de un dato modifica todas las tablas y gráficos que involucren al dato), aportan para que la toma de decisiones sea accesible al estudiante, en situaciones o problemas donde requieren el uso de datos reales recolectados por ellos mismos o tomados de internet.

Además, el paquete permite la reducción de cálculos tediosos y transforma el formalismo matemático, paso a paso al variar deslizadores, hacia un conocimiento intuitivo. Estas necesidades las contemplan sus diseñadores, The Concord Consortium (2019) "CODAP se asocia con investigadores universitarios, educadores y desarrolladores de planes de estudio para estudiar y diseñar características efectivas, actividades ricas en datos y materiales de aprendizaje".

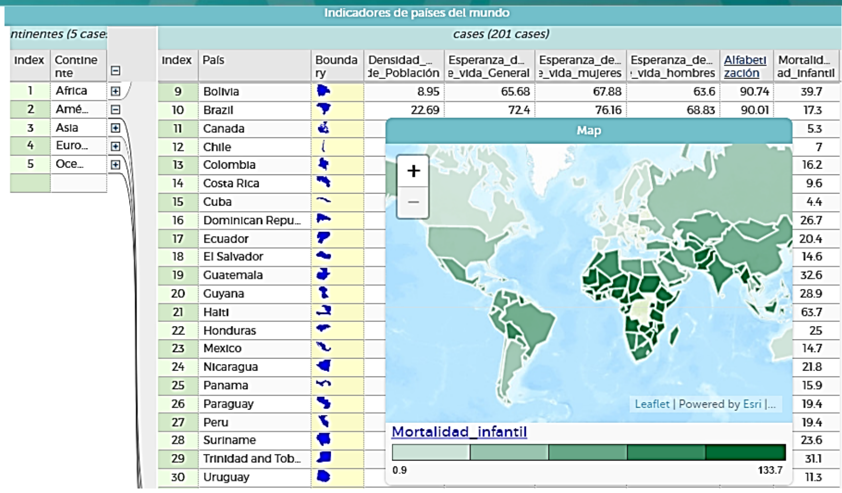
Metodología

El taller está dirigido principalmente a profesores de secundaria y abarca desde los elementos básicos de análisis de datos hasta la búsqueda profunda de relaciones entre variables e inferencias.

Para la búsqueda del conocimiento tecnológico pedagógico del contenido, habrá intercambio de información entre los participantes, exposición y comparación de resultados obtenidos, se inculcará la relación entre variables, lo que permitirá evidenciar las riquezas del paquete, a partir del uso de herramientas que cada uno utiliza para llegar a conclusiones respaldadas en datos.

El conocimiento inicial del paquete se realiza a través de la construcción de tablas y gráficos y cálculo de algunas medidas, a partir de datos reales sobre la edad, peso y estatura de niños de una escuela, respondiendo a preguntas como: ¿A mayor edad los infantes ganan más peso? ¿Cuál género crece más rápido en la adolescencia? En la segunda actividad se profundiza el concepto de variabilidad presente en los días de nacimiento de todos los habitantes de Estados Unidos del 2000 al 2014, respondiendo a ¿todos los días de la semana son igualmente probables de nacer? En la tercera actividad se abarca el uso de la herramienta map, que facilita la construcción del rastro geográfico (latitud y longitud) que dejan los elefantes marinos en el mar; permitiendo la relación entre variables como profundidad, distancia recorrida, velocidad y temperatura del agua donde nadan. En la cuarta actividad los participantes recolectan datos del peso y estatura de cada uno de los miembros del taller para determinar el índice de masa corporal (IMC). Luego se clasifica, según el IMC, el nivel de gravedad de obesidad, con el fin de advertir de posibles problemas de salud que pueden acarrear. Con la quinta actividad se busca un análisis fuerte de relación entre variables de indicadores de países del mundo (la densidad de la población el porcentaje de alfabetización, la esperanza de vida y la mortalidad infantil), a través de representaciones de mapas de intensidad de color y medidas. Se responderán a preguntas como: ¿a mayor porcentaje de alfabetización existe mejor esperanza de vida? Por último, se utiliza la herramienta Sampler para la simulación de un problema probabilístico a partir de la toma repetitiva de muestras, respondiendo a preguntas como: ¿determinar el número de autobuses que deben pasar para tomar aquel que me regresa del colegio a casa?

Diagrama 2. Ejemplo de actividad cinco, mortalidad infantil de los países del mundo
Fuente. *Elaboración propia.*



Referencias

Batanero, C., Gea, M., Arteaga, P. y Ortiz, J.J. (2018) Conocimiento tecnológico sobre la correlación y regresión: un estudio exploratorio con futuros profesores. Bolema, 32(60), 134-155. DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v32n60a07

Cobb, G. (2007). The introductory statistics course: A ptolemaic curriculum? Technology Innovations in Statistics Education, 1(1).

Koehler, M. J., Mishra, P., & Cain, W. (2013). What is technological pedagogical content knowledge (TPACK)? Journal of Education, 193 (3), 29-37

Lock, M., Lock, R,, Frazer, P., Lock, E. & Lock, D. (2014). *Statkey: online tools for bootstrap intervals and randomization test*. ICOTS9. Consultado el 11 de febrero de 2020 em el sitio: https://iase-web.org/icots/9/proceedings/pdfs/ICOTS9_9B2_LOCKMORGAN.pdf

Oliveira, C. (2017). Inserindo tecnologias no currículo de Matemática. VII CIBEM. Consultado el 14 de febrero de 2020 em el sitio: http://www.cibem.org/images/site/LibroActasCIBEM/ComunicacionesLibroActas_Conferencias.pdf

The Concord Consortium. (2019). CODAP [Software]. Recuperado de https://codap.concord.org/

Simulações PhET na aprendizagem de conceitos de frações

PhET simulations in learning process of fractions concepts

Simulaciones PhET em la aprendizaje de conceptos de fracciones

Juliana Silveira Barreiro Ribeiro[148]
IFSP – Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia de São Paulo
0000-0003-1570-5049

Modalidade: Oficina
Núcleo Temático: Tecnologia digital e outros recursos para o ensino e aprendizagem da matemática

Resumo

Na oficina pretendemos apresentar possibilidade de uso das simulações PhET em sala deaula, com objetivo de favorecer a aprendizagem de conceitos de fração. Partimos dospressupostos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Raymond Duval,para possibilitar um trabalho com diferentes registros dos números racionais e contribuirpara sua aprendizagem. Nossa oficina é destinada às professoras e professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Ao final do encontro, espera-se que os participantestenham elaborado um esboço de plano de aula com uso das simulações, além de terem se familiarizado com a ferramenta e discutido suas potencialidades de uso em sala de aula.

Palavras-chave: TIC, Teoria dos Registros de Representação Semiótica, Ensino Fundamental.

Abstract

In the workshop we intend to present the possibility of using PhET simulations in the classroom, with the objective of favoring the learning of fraction concepts. We start fromthe Theory of Registers of Semiotic Representation, from Raymond Duval, to make it possible to work with different registers of rational numbers and to contribute to their learning. Our workshop is aimed at teachers in the early years of Elementary School. Atthe end of the meeting, participants are expected to have prepared a draft lesson plan usingthe simulations, in addition to having familiarized themselves with the tool and discussedits potential for use in the classroom.

Keywords: ICT, Theory of Registers of Semiotic Representation, Elementary School.

Resumen

En el taller pretendemos presentar la posibilidad de utilizar simulaciones PhET en el aula,con el objetivo de favorecer el aprendizaje de conceptos de fracciones. Partimos de la Teoría de Registros de Representación Semiótica, de Raymond Duval, para hacer posibletrabajar con

---
[148] ju.silveiraribeiro@gmail.com

diferentes registros de números racionales y contribuir a su aprendizaje.

Nuestro taller está dirigido a docentes de los primeros años de Educación Primaria. Al final de la reunión, se espera que los participantes hayan preparado un borrador del plan de lección utilizando las simulaciones, además de haberse familiarizado con la herramienta y discutido su potencial de uso en el aula.

Palabras clave: TIC, Teoría de Registros de Representación Semiótica, Escuela Primaria.

Ementa

Nesta oficina apresentaremos algumas possibilidades de trabalho com as Simulações Interativas PhET, desenvolvidas pela Universidade do Colorado Boulder. Desde 2002, o projeto cria simulações de matemática e ciências gratuitas, com o intuito de proporcionar experiências de exploração e descoberta. No minicurso trabalharemos com simulações que podem ser propostas para o ensino de conceitos iniciais de númerosracionais, especialmente com alunos e alunas do 4° e 5° ano do ensino fundamental. A escolha desse objeto matemático se deve ao fato de inúmeras pesquisas demonstrarem asdificuldades de aprendizagem de conceitos de frações. Dessa forma, pretendemos colaborar com o planejamento de situações didáticas que favoreçam a aprendizagem desses conceitos.

Na etapa inicial do minicurso, faremos uma exploração das simulações, apresentando funcionalidades e aplicações. Também auxiliaremos nas dúvidas dos cursistas. Na segunda etapa, nossa proposta é a elaboração de um plano de aula com o uso das simulações. A partir dos objetivos de aprendizagem, definiremos as estratégias de ensino e possibilidades de registros e sistematizações. A ideia é que ao final do minicurso os participantes já tenham um esboço de uma proposta de uso das simulações.

Referencial teórico

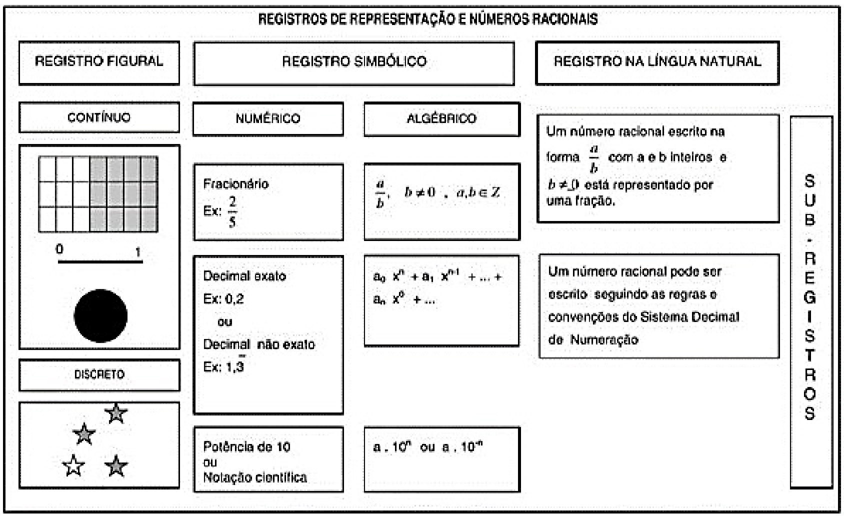
A Teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Raymond Duval, apresenta uma abordagem cognitiva para a compreensão das dificuldades dos alunos emmatemática. Dessa forma, seu enfoque está no sujeito que aprende e não nos conceitos matemáticos.

Duval (2009) considera que a matemática possui certas especificidades, que influenciam no processo de ensino e aprendizagem. Os objetos matemáticos são abstratos,dessa forma só podem ser acessados a partir de representações. A própria ideia de númerose constitui como uma abstração. Assim, o desenvolvimento de representações semióticas foi uma condição fundamental para a evolução do pensamento matemático. Ademais, háuma grande variedade de representações semióticas utilizadas na matemática.

Duval (2009) propõe que, para garantir a aprendizagem, é necessário que o alunoentre em contato com pelo menos dois registros distintos. Ao lidar com mais de um registro, o estudante pode ser capaz de reconhecer as propriedades do objeto matemáticoe não confundir a representação com o objeto.

De acordo com a teoria, existem dois tipos de transformação das representações semióticas: os tratamentos e as conversões. O tratamento ocorre quando a transformação permanece dentro do mesmo sistema de representação. Maranhão e Igliori (2017) exemplificam essas transformações no caso dos números racionais. Quando perguntamosa um aluno se ¼ equivale a 2/8, estamos trabalhando dentro do mesmo sistema, o registrosimbólico numérico fracionário. As conversões, por sua vez, implicam uma mudança desistema. Como exemplo, podemos pensar em uma situação na qual questionamos a um aluno se ½ equivale a 0,5. Nesse caso, trabalhamos com um registro fracionário e com um registro decimal. A figura abaixo ilustra os diferentes registros de representação dos números racionais.

Figura 1.
Registros de Representação e Números Racionais (Maranhão e Igliori, 2017)



Os tratamentos são importantíssimos para que possamos operar dentro do mesmo sistema, ou seja, fundamentais no fazer matemático. Embora as conversões não sejam tão relevantes para a evolução do pensamento matemático quanto os tratamentos, são fundamentais do ponto de vista cognitivo. Para que o objeto matemático não seja identificado com a sua representação, é necessário trabalhar com mais de uma representação.

Duval (2009) destaca que o objetivo do ensino inicial em matemática não é formar matemáticos e sim desenvolver o raciocínio, análise e visualização. Portanto, se as conversões são fundamentais para a compreensão, devem ser privilegiadas no ensino. Partindo dessa concepção teórica, acreditamos que seja fundamental que o estudante tenha contato com mais de um tipo de representação de um objeto matemático.

Em sua dissertação "O uso de simulações interativas PhET no ensino de frações", Franciele Cerconi destaca as potencialidades dessa tecnologia. Cerconi realizou uma pesquisa-ação, com duas turmas de 6° ano, que tiveram avanços nestes conceitos após o uso das simulações. A pesquisadora relata que o uso das simulações foi um fator de motivação e engajamento dos alunos. Por essas razões, acreditamos que a utilização das simulações PhET podem favorecer a aprendizagem de conceitos de frações.

Objetivos

- Apresentar as simulações PhET aos participantes, explorando suas principais funcionalidades e aplicações;
- Discutir possibilidades de uso das simulações;
- Possibilitar a construção de um esboço de plano de aula com o uso das simulações.

Metodologia

A oficina será online. Iniciaremos o encontro conduzindo uma exploração do sitePhET, demonstrando o funcionamento das simulações e orientando o acesso dos participantes. Proporcionaremos um momento para dúvidas a respeito da plataforma e discussão de possibilidades de uso. Na segunda etapa, a partir de um *template,* os cursistastrabalharão em grupos para elaboração de um esboço de plano de aula. A facilitadora acompanhará o trabalho, colaborando com as propostas. Ao final, sugerimos aos participantes que compartilhem suas produções em um mural virtual, para criação de umbanco de plano de aulas, que podem ser adaptados e utilizados pelos cursistas.

Público-alvo

Professoras e professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Referências

Bertoni, N. E. (2009). *Módulo VI: Educação e linguagem matemática.* Brasília: Universidade de Brasília.

Cerconi, F. B. M. (2016). *O uso de simulações interativas PhET no ensino de frações.* 171 f. Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Naturais e Matemática. Universidade Estadual do Centro-oeste.

Duval, R. (2009). *Semiósis e pensamento humano***:** registro semiótico e aprendizagens intelectuais. São Paulo: Livraria da Física.

Lopes, A. J. (2008). O que nossos alunos podem estar deixando de aprender sobre frações,quando tentamos lhes ensinar frações. *Boletim de Educação Matemática*, 21(31),1-22

Maranhão, M.; Igliori, S. B. C. (2017). Registros de representação e números racionais. In: Machado, S. D. A. *Aprendizagem em matemática:* registros de representação semiótica. São Paulo: Papirus. E-book (não paginado).

Os exemplos para relacionar a matemática escolar com o cotidiano mediado por uma fotografia, vídeo, Tracker e GeoGebra

Examples to relate school mathematics to everyday life mediated with photography, video, Tracker and GeoGebra

Ejemplos para relacionar la matemática escolar con la vida cotidiana mediado con la fotografía, el video, Tracker y GeoGebra

Rafael Pantoja Rangel[149]
Universidad de Guadalajara, México
0000-0002-7116-1157

Rafael Pantoja González[150]
Instituto Tecnológico de Ciudad Guzmán, TNM, SEP, México
0000-0002-4261-1817

Modalidad: Taller
Núcleo temático: Tecnología digital y otros recursos para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.
Nivel: Medio superior y Superior

Resumo

O seminário aqui apresentado está relacionado à situações problemas da vida cotidiana, filmadas em vídeo ou fotografia, que são analisadas com os programas gratuitos de computador Tracker e GeoGebra, com o objetivo de conectar objetos da vida cotidiana, fixos ou em movimento, com a matemática escolar. Cada um dos exemplos selecionados para o seminário é orientado para a aprendizagem de um tema de matemática: razão incremental, corpos de revolução, equações paramétricas, cálculo de áreas, funções seccionalmente contínuas e comprimento do arco, para citar alguns. As atividades começam com a obtenção dos registros de representação semiótica (figura, tabela de dados, gráficos e expressão analítica), que são conectados através da atividade matemática projetada pelo professor, para gerar a modelagem dos objetos da vida cotidiana, que para este seminário são: a. em vídeo: um corredor, um trem de brinquedo em movimento, jogos de basquete e vôlei; b. em fotografia: folhas de árvore achatadas, uma melancia, uma lámina de metal ondulada e uma ponte para pedestres. A avaliação do seminário é realizada com a seqüência didática respondida pelos alunos em trabalho individual e colaborativo, a elaboração de um relatório escrito sobre as atividades realizadas em sala de aula e uma apresentação em formato PPT para exposição em grupo.

Palavras-chave: Sequência de ensino, Fotografia, Vídeo, Tracker, GeoGebra.

Abstract

[149] profe.rpantoja@hotmail.com
[150] rafael.pg@cdguzman.tecnm.mx

This workshop is related to problem situations of daily life, filmed on video or photography, which are analyzed with the free softwares Tracker and GeoGebra, aiming of connecting daily-life objects that are fixed or in movement, with the school math. Each of the examples that have been selected for the workshop are oriented towards learning the topic of mathematics: Rate of change, solids of revolution, parametric equations, calculation of areas, sectionally continuous functions and arc length, to name a few. The activities begin with the obtaining of the Registers of Semiotic Representation (figure, data table, graphs and analytical expression), which are connected through the mathematical activity designed by the teacher, to generate the modeling of objects of daily life, which for this workshop are: a) on video: a runner, a moving toy train, basketball and volleyball games; b) in photography: flattened tree leaves, a watermelon, a ribbed lamine and a pedestrian bridge. The evaluation of the workshop is carried out with the didactic sequence answered by the students in individual and collaborative work, the elaboration of a written report on the activities realized in the classroom and a presentation in PPT format for group presentation.

Keywords: Didactic sequence, Photography, Video, Tracker, GeoGebra.

Resumen

El taller que se presenta se relaciona con situaciones problema de la vida cotidiana, filmados en video o fotografía, que son analizados con los programas computacionales de carácter libre Tracker y GeoGebra, con el objetivo de conectar objetos de la vida cotidiana, fijos o en movimiento, con la matemática escolar. Cada uno de los ejemplos que se han seleccionado para el taller, se orientan al aprendizaje de un tema de matemáticas: Razón de cambio, sólidos de revolución, ecuaciones paramétricas, cálculo de áreas, funciones seccionalmente continuas y longitud de arco, por mencionar algunas. Las actividades inician con la obtención de los Registros de representación semiótica (figura, tabla de datos, gráficas y expresión analítica), que se conectan mediante la actividad matemática diseñada por el profesor, para generar la modelación de objetos de la vida cotidiana, que para este taller son: a. en video: un corredor, un tren de juguete en movimiento, juegos de basquetbol y volibol; b. en fotografía: hojas de árbol aplanadas, una sandía, una lámina acanalada y un puente peatonal. La valoración del taller se realiza con la secuencia didáctica respondida por los alumnos en trabajo individual y colaborativo, la elaboración de un reporte escrito sobre las actividades realizadas en el aula y una presentación en formato PPT para su exposición grupal.

Palabras clave: Secuencia didáctica, Fotografía, Video, Tracker, GeoGebra.

Introducción

En el taller se presentan ejemplos de situaciones de la vida cotidiana con el objetivo de que el participante, disponga de una forma, alternativa a la tradicional, de presentar temas de matemáticas para su aprendizaje y comprensión, complementaria al proceso algorítmico que se desarrolla en el aula, en la que el actor principal de la propuesta didáctica sea el estudiante apoyado por el profesor. Como lo señalan Ezquerra, Iturrioz & Díaz (2011), sí se llevara a cabo una investigación de todas las acciones presentes en la vida diaria y se les relaciona con las matemáticas se podría ahorrar mucha energía y hacer todo de un modo más efectivo, pues las propuestas en las que participe directamente el estudiante (Hitt & González, 2015), son una buena estrategia para propiciar la interacción colaborativa alumno-alumno, alumno-profesor y alumno-TIC, así como promover valores como la participación, el respeto, la honestidad y la puntualidad, entre otros.

Las secuencias didácticas (Tobón, Pimienta, Días, 2010; Díaz-Barriga, 2013) se llevan a la práctica, como opciones para promover el aprendizaje significativo de diversos temas de matemáticas, mediado por el desarrollo de las actividades vinculadas a la fotografía y el video digital (Ezquerra, Iturrioz & Díaz, 2011; Pantoja, 2020), respectivamente, de los objetos de la vida cotidiana y sus registros semióticos, obtenidos el Tracker y GeoGebra y el trabajo matemático realizado en un mismo registro (tratamiento) y entre dos registros (conversión), conceptos relevantes en la Teoría de R. Duval (2004).

Teoría de las Representaciones Semióticas de Duval (TRS)

Para Duval (2004) la coordinación de distintos registros es fundamental para una aprehensión conceptual de los objetos matemáticos y como las representaciones son parciales con respecto a lo que representan, se debe buscar la interacción o tránsito entre ellas, natural y espontánea, a los que denomina tratamiento y conversión. El proceso de construcción y transformación de las representaciones semióticas, involucra actividades conocidas como *registros, tratamiento y conversión*, que emergen y que se trabajan al desarrollar las actividades planteadas para cada uno de los ejemplos involucrados.

Los registros identificados:

- Registro analítico. La determinación de las funciones ajustadas a los datos.
- Registro visual. La fotografía o el video del objeto de la vida cotidiana.
- Registro gráfico. Las diferentes gráficas representativas de la situación problema.
- Registro escrito. Las respuestas al cuaderno de trabajo, el informe de la puesta en escena y la elaboración de la presentación.
- Registro verbal. Discusión cuando realizan las actividades y la presentación de sus resultados ante el grupo.

Los procesos de conversión y tratamiento, que se espera emerjan del trabajo de los alumnos con los ejemplos que se tratan en el taller, durante la puesta en escena son:

- Gráfica-Analítica. Al determinar la ecuación que modela la situación problema a partir de la gráfica mostrada en la pantalla del Tracker.
- Gráfica-Numérica. Cuando marcan la forma gráfica sobre la pantalla del computador para obtener la tabla de coordenadas (x, y).
- Analítica-Gráfica. Al trazar la gráfica asociada a la ecuación.
- Verbal-Escrita. En la discusión verbal en el equipo y la elaboración del informe.
- Escrito-Verbal. Mediante la elaboración del informe y presentación ante el grupo.
- Las distintas gráficas que se obtienen con el Tracker y GeoGebra.
- La transformación de las funciones que se ajustan a los datos obtenidos con el Tracker y GeoGebra.

Tracker

Tracker es un programa libre de análisis de video y fotografía en un ambiente Java y se descarga http://www.cabrillo.edu/~dbrown/tracker/. El programa se ha trabajado con varias situaciones problema y en este apartado se utilizará para explicar la metodología empleada con el análisis de una situación problema.

a. Set de grabación de la situación problema del corredor.

La grabación del corredor se realiza en la cancha de basquetbol de CUCEI y se ubica la videocámara a un costado y se coloca una regla de 2 metros, que será la referencia que debe de salir en el video, pues es la interfase entre las unidades de medida reales y las unidades de la computadora. La dirección del corredor es en línea recta y la longitud de la pista, depende del equipo de grabación profesional o amateur, para este caso, el corredor se desplaza de tres formas:

- Se parte del reposo e incrementa la velocidad.
- Se parte del reposo, llega a la meta y regresa al punto de partida.
- El corredor entra a escena con velocidad constante y la mantiene hasta la meta.

b. Abrir Tracker y para integrar un video son dos las opciones: a) seleccionar ***Archivo➔ Abrir*** y b) ***video ➔Importar***. Una vez ubicado el video, se procede manipular el ***deslizador de tiempo*** para seleccionar la parte del video de interés para analizar. Con la opción ***Ajustes del Corte***

(Clic botón derecho sobre el video), el usuario selecciona cada cuántos cuadros se marcan los puntos.

c. La unidad de medida que se incluyó en el video o fotografía se empareja en el Tracker con la ***Vara de Calibración***: ***Trayectoria*** ➔ ***Nuevo*** ➔ ***Calibration Tools*** ➔ ***Vara de Calibración*** o bien a partir del ícono ➔Nuevo ➔ ***Vara de Calibración.***

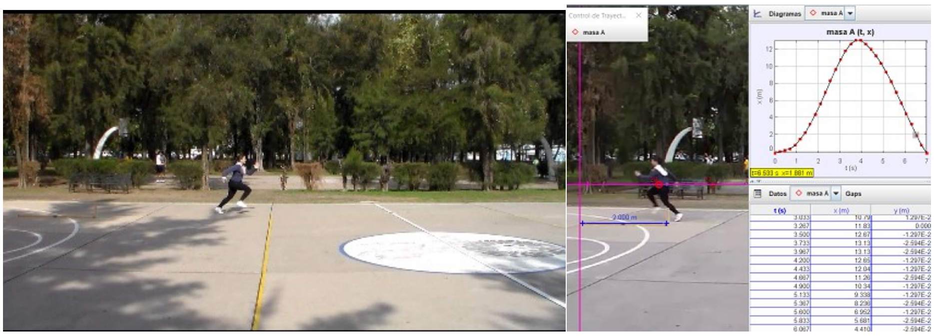
d. La ubicación del plano cartesiano queda a criterio del usuario, quien selecciona la posición para colocar los ***ejes de coordenadas***.

e. El objeto en movimiento o fijo, se reconoce como ***Masa Puntual*** en el Tracker y para activarlo las instrucciones son: ***Trayectorias*** ➔ ***Nuevo*** ➔ ***Masa Puntual.***

f. La señalización de la trayectoria del movimiento, que se inicia al presionar la combinación de teclas ***Shift+Clic*** tantas veces como sea necesario.

Figura 1.

Set de grabación del corredor, la gráfica y los datos

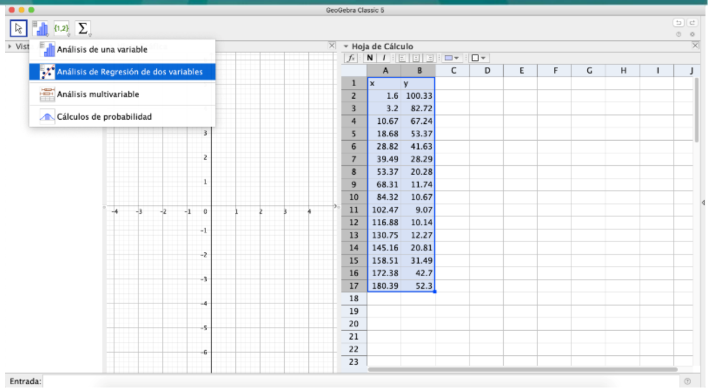


GeoGebra

Se emplea GeoGebra para ajustar las funciones a las trayectorias y datos obtenidos con Tracker, por ejemplo, para aproximar la longitud de arco del tubular de un juego mecánico (Figura 2), como se describe a continuación:

Figura 2.

Datos en Hoja de Cálculo de GeoGebra y la opción de Regresión Lineal.

a. ***Abrir GeoGebra.*** Al abrir GeoGebra aparece la ventana principal con una Vista Algebraica y una Vista Gráfica.

b. ***Insertar datos numéricos en GeoGebra.*** Se abre una Hoja de Cálculo en la ventana de GeoGebra y se insertan los datos numéricos calculados con el Tracker. Se seleccionan los datos.

c. ***Análisis de Regresión (encontrar la expresión algebraica de la función)***. De acuerdo a la forma en que están ordenados los puntos se busca la gráfica de una función que más se aproxime. En este caso se elige una polinómica y se selecciona la opción Copiar en Vista Gráfica.

d. Si se quiere que GeoGebra solo muestre la parte de la curva que corresponde a la longitud del pasamanos, se emplea el comando Función:

Entrada: =Función(<Función>, <Valor inicial>, <Valor final>)

e. Para encontrar la longitud de arco con GeoGebra el comando es:

Entrada: Integral(<Función>, <Extremo inferior del intervalo>, <Extremo superior del intervalo>)

Integral(sqrt(1 + f'(x)²), 1.6, 180.39)

La longitud aproximada del pasamanos es de Número a = 236.28 cm.

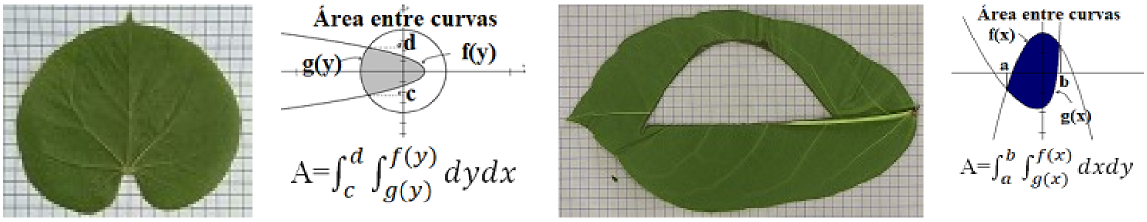
Ejemplos para desarrollar en el taller

1. Cálculo de áreas de hojas de árbol aplanadas

Se trata de calcular el área de una hoja de árbol aplanada, completa o segmentada, en los que se requiere que el estudiante elija donde ubicar el origen de coordenadas para delimitar las regiones de integración, determinar las funciones y los límites de integración.

Figura 3.

Áreas de objetos planos y el Teorema Fundamental del Cálculo



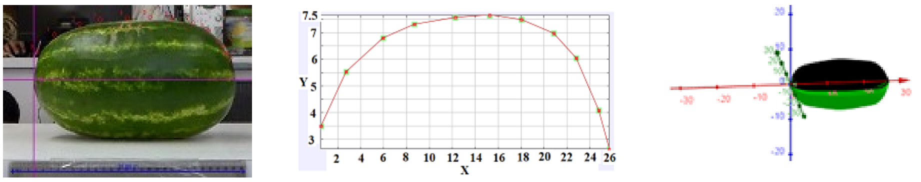
2. **Cálculo del volumen por el método de sólidos de revolución de la sandía**

Se refiere a la aproximación del cálculo del volumen de una sandía por el método de sólidos de revolución.

Figura 4.

Modelación de la parte superior de la sandía y su simulación

$$g(x) = -0.00017\,x^4 + 0.00838\,x^3 - 0.156\,x^2 + 1.34603\,x + 2.83847$$

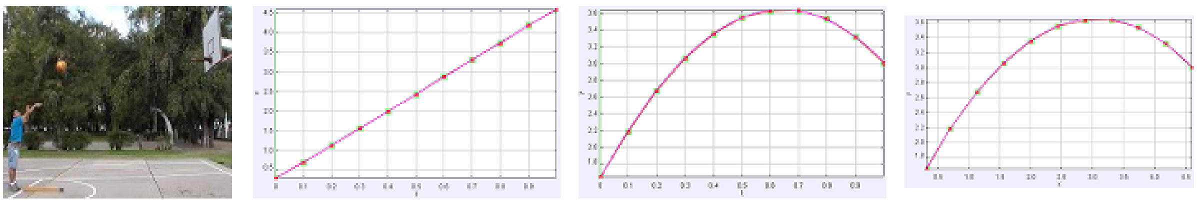


a. **Lanzamiento de un balón al aro de un juego de Basquetbol**

El lanzamiento de un balón al aro del tablero de un juego de basquetbol es un ejemplo tradicional de tiro parabólico.

Figura 5.

Lanzamiento del balón de basquetbol

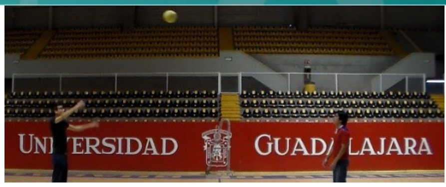


b. **Juego de volibol**

El set de la puesta en escena es filmar en video a dos alumnos jugando volibol, ejemplo que se relaciona con las funciones seccionalmente continuas.

Figura 6.

Juego de volibol



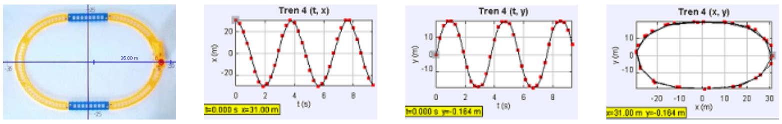
$$f(t) = \begin{cases} f_1(t) & para \quad t_0 \leq t < t_1 \\ f_2(t) & para \quad t_1 \leq t < t_2 \\ f_3(t) & para \quad t_2 \leq t < t_3 \\ & \dots \\ f_1(t) & para \quad t_{n-1} \leq t < t_n \end{cases}$$

c. El tren de juguete en tres trayectorias y el concepto de parámetro

Se diseña el set de grabación del video del recorrido del tren y se emplea para las ecuaciones paramétricas desde una perspectiva dinámica.

Figura 7.

La vía del tren de juguete en acercamiento circular



d. La longitud de los puentes peatonales elevados: Longitud de arco.

El ejemplo se refiere a la aproximación de la longitud de arco de una lámina acanalada y del arco de estructuras metálicas como el juego del pasamanos y un puente elevado.

Figura 8.

Lámina acanalada y su representación sinusoidal.

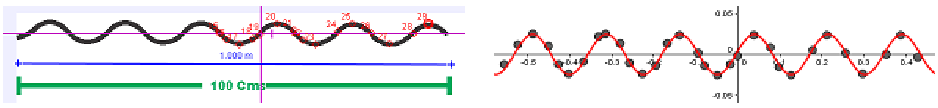


Figura 9.

Puente elevado y su representación gráfica y analítica

Resultados esperados

Se han diseñado estas actividades con el propósito de motivar al profesor a emplear este tipo de situaciones problema en el aula, y al estudiante, a motivar el aprendizaje de las matemáticas en un entorno cotidiano, en el que se involucre en un ambiente de aprendizaje adecuado con las TIC, en el que se propicie el trabajo individual y colaborativo, en el que tome la iniciativa y sea el responsable de lograr un aprendizaje significativo, que se espera emerja una vez desarrollada la secuencia didáctica.

El trabajo colaborativo será una estrategia que se espera favorezca y fomente la habilidad para tomar decisiones y que surja la argumentación la cual es uno de los objetos emergentes que son una piedra angular para lograr el aprendizaje y comprensión de los diversos temas de matemáticas incluidos en los ejemplos.

De la misma forma se espera que el empleo de la tecnología sea un gran estimulante para los alumnos al facilitar la interpretación de datos obtenidos a partir de las situaciones cotidianas, como su sustento que le permite construir su conocimiento y reflexionar sobre los procedimientos usados, así como de ser consciente sobre las variables y los parámetros que intervienen en las situaciones reales y que son importantes para el logro de la comprensión del concepto matemático y su aplicación en el entorno de su vida cotidiana.

Referencias

Díaz-Barriga, A. (2013). Guía para la elaboración de una secuencia didáctica. *Comunidad de Conocimiento UNAM*. 1-15. Recuperado de http://www.setse.org.mx/ReformaEducativa/Rumbo%20a%20la%20Primera%20Evaluaci%C3%B3n/Factores%20de%20Evaluaci%C3%B3n/Pr%C3%A1ctica%20Profesional/Gu%C3%ADa-secuencias-didacticas_Angel%20D%C3%ADaz.pdf.

Duval, R. (2004). *Los problemas fundamentales en el aprendizaje de las matemáticas y las formas superiores en el desarrollo cognitivo*. Santiago de Cali, Colombia: Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía, Grupo de Educación Matemática. ISBN: 958-670-329-0.

Ezquerra, Á, Iturrioz, I. & Díaz, M. (2011), Análisis experimental de magnitudes físicas a través de vídeos y su aplicación al aula. *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias Universidad de Cádiz*. APAC-Eureka. 9(2), 252-264. Disponible en http://hdl.handle.net/10498/14733. http://reuredc.uca.es. ISSN: 1697-011X. DOI: 10498/14733.

Hitt, F. & González, A. (2015). Covariation between variables in a modelling process: The ACODESA (Collaborative Learning, Scientific Debate and Self-Reflection) method. *Springer Science Business Media*, 88, 201-219. Recuperado de https://papyrus.bib.umontreal.ca/xmlui/bitstream/handle/1866/18322/Hitt-GonzalezMartin-2015-ESM-post.pdf?sequence=1&isAllowed=y.

Pantoja, R. (2020). La fotografía de hojas de árbol aplanadas como mediador para propiciar aprendizaje del cálculo de áreas. *Brazilian Journal of Development,* (6) 3: 9923-9940. DOI:10.34117/bjdv6n3-028.

Tobón, S., Pimienta, J. García, J. A. (2010). *Secuencias didácticas: aprendizaje y evaluación de competencias*. Pearson Educación: México.

Função polinomial do 1ºgrau e função polinomial do 2ºgrau com sua representação gráfica e o uso do Mathway

First degree polynomial function and second degree polynomial function with their graphical representation and the use of Mathway

Función polinomial de primer grado y función polinomial de segundo grado con su representación gráfica y el uso de Mathway

Dosilia Espirito Santo Barreto[151]
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
0000-0002-7133-3190

Verônica Freires da Silva[152]
Secretaria Municipal de Educação de Guarulhos- CEMEAD[153]

Modalidade: Oficina
Núcleo Temático: Tecnologia digital e outros recursos para o ensino e aprendizagem da matemática

Resumo

Esta oficina traz a importância do ensino de conteúdos referentes à Álgebra com o uso de tecnologias digitais, especificamente aborda a resolução das funções polinomiais do 1º grau e funções polinomiais do 2º grau com sua representação gráfica por meio do aplicativo *Mathway*. O objetivo desta oficina é promover, aos professores das séries finais do Ensino Fundamental, a possibilidade de conhecer e utilizar um recurso tecnológico digital, neste caso um aplicativo, para resolver situações que envolvem a unidade temática Álgebra, especialmente, para a resolução, validação dos resultados das equações e visualização de sua representação gráfica. Além disso, o trabalho com o *Mathway* permite ao aluno desenvolver competências e habilidades matemáticas. O presente trabalho está fundamentado no documento Base Nacional Comum Curricular, nos estudos de Shulman e de Mishra e Koehler sobre o conhecimento pedagógico tecnológico do conteúdo e nos estudos de Duval sobre Teoria dos Registros de Representações Semióticas.

Palavras-chave: *Mathway, equações, gráficos, tecnologia, Álgebra*.

Abstract

This workshop brings out the importance of teaching content related to Algebra with the use of digital technologies, specifically addresses the resolution of 1st degree polynomial functions and 2nd degree polynomial functions with their graphical representation through the Mathway app. The objective of this workshop is to promote, for the final grades of Elementary School's teachers, the possibility of knowing and using a digital technological resource, in this case, an app, to solve situations that involve the thematic unit Algebra, especially for the resolution,

[151] dosiliamat@gmail.com
[152] veronica.cemead@gmail.com
[153] Centro Educacional Municipal de Educação à Distância Professora Maria Aparecida Contin

validation of equation results and visualization of their graphical representation. In addition, working with Mathway allows the student to develop math skills and abilities. The present work is based on the document Base Nacional Comum Curricular, on studies by Shulman, Mishra and Koehler on pedagogical knowledge of technological content, and on studies by Duval on Theory of Registers of Semiotic Representations.

Keywords: Mathway, equations, graphs, technology, Algebra.

Resumen

Este taller muestra la importancia de las herramientas digitales en la educación de contenidos de las ciencias exactas, en este caso específico como pueden ayudar estás nuevas tecnologías al docente en el abordaje del álgebra para la resolución Función polinomial de primer y segundo grado. El objetivo de este taller es promover el conocimiento y la interacción de la aplicación *Mathway* en su didáctica del enseño, además de incorporar las tecnologías digitales en el salón de clase. Esta aplicación permite no solo la resolución de ecuaciones, sino también disponibiliza los gráficos en el sistema de coordenadas cartesianas. Por otro lado *Mathway* permite al estudiante desarrollar destrezas y habilidades matemáticas, interactuando con los resultados instantáneos de las funciones de primer y segundo grado. Este trabajo está basado en el documento Base Nacional Común Curricular, también en los estudios de Shulman, Mishra y Koehler sobre el conocimiento pedagógico del contenido digital y por último en los estudios sobre la teoría de los registros de representaciones semióticas de Duval.

Palabras claves: gráficos, tecnologia, álgebra, ecuaciones, Mathway.

Aplicativo *Mathway* (Solucionador de problemas de Álgebra)

A relevância desta oficina consiste basicamente na importância de conhecer e aplicar o aplicativo *Mathway* que serve para solucionar problemas matemáticos de todos os níveis de ensino: fundamental (anos iniciais e finais), médio e superior. Nesta oficina serão desenvolvidas as situações para que sejam resolvidas questões sobre o objeto de conhecimento: funções polinomiais de 1º grau e funções polinomiais de 2º grau com a representação de seus respectivos gráficos, que fazem parte da unidade temática Álgebra segundo a Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2017).

> A unidade temática **Álgebra**, por sua vez, tem como finalidade o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos. Para esse desenvolvimento, é necessário que os alunos identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos, bem como criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e simbólicas, para resolver problemas por meio de equações e inequações, com compreensão dos procedimentos utilizados. As ideias matemáticas fundamentais vinculadas a essa unidade são: equivalência, variação, interdependência e proporcionalidade (BRASIL, 2017, p. 270).

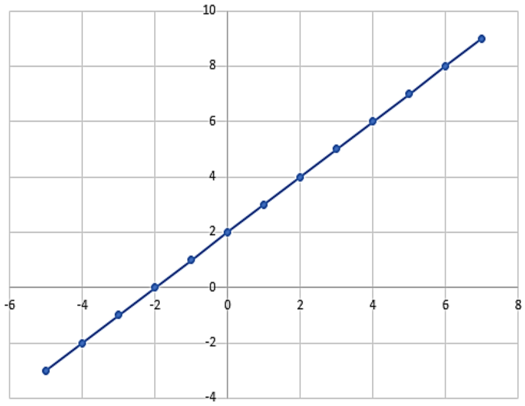
Para melhor compreendermos sobre as possibilidades desta oficina, que apresenta a utilização do Aplicativo *Mathway* na sala de aula, é necessário conhecer sobre os conceitos de função polinomial do 1º grau e função polinomial do 2º grau ou quadrática:

> Chama-se **função polinomial do 1º grau**, ou função afim, a qualquer função f de IR em IR dada por uma lei da forma $f(x) = ax + b$, onde a e b são números reais dados e a diferente de 0. Na função $f(x) = ax + b$, o número a é chamado de coeficiente de x e o número b é chamado termo constante (SÓ MATEMÁTICA, 1998-2022a, s/p.).
> Chama-se função quadrática, ou **função polinomial do 2º grau**, qualquer função f de IR em IR dada por uma lei da forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, onde a, b e c são números reais e $a \neq 0$ (SÓ MATEMÁTICA, 1998-2022b, s/p.).

O gráfico da função polinomial do 1º grau é uma reta e o gráfico da função polinomial do 2º grau é uma parábola. Observe os exemplos nas figuras 1 e 2:

Figura 1.

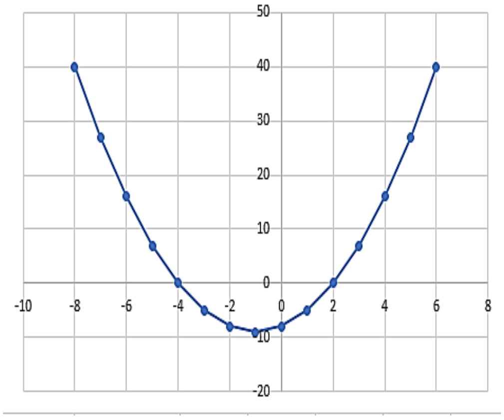
Gráfico da Função polinomial de 1º grau f(x) = x+2



Fonte: Arquivo pessoal

Figura 2.

Gráfico da Função polinomial de 2º grau f(x) = x² + 2x – 8



Fonte: Arquivo pessoal

O uso do *Mathway* pode auxiliar os alunos no desenvolvimento de duas das oito competências específicas da Matemática para o Ensino Fundamental presentes na BNCC:

> 5. Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados (BRASIL, 2017, p. 267).

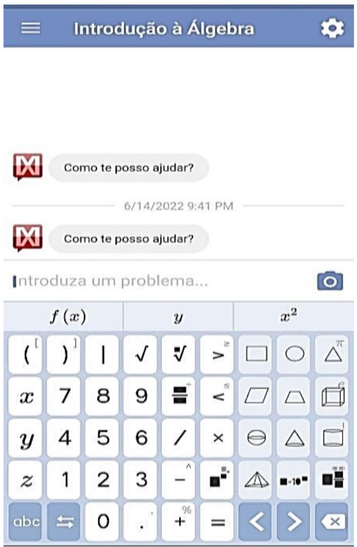
O aplicativo e a versão da *web* do *Mathway* podem solucionar qualquer problema matemático, mas nessa oficina destacamos a resolução de funções polinomiais de 1º grau e funções polinomiais de 2º grau com suas representações gráficas.

O uso do aplicativo é gratuito para encontrar o zero da função, ou seja, onde a reta corta o eixo x e para sua representação gráfica. Para saber os passos da resolução, não é gratuito, pois, ao clicarmos na opção “Toque para visualizar os passos” abre-se uma janela que direciona para o pagamento.

O aplicativo *Mathway* traz um campo escrito: “Como posso te ajudar” e abaixo tem um campo em que deve ser introduzido um problema, nesse caso, uma função polinomial do 1º ou função polinomial do 2º grau. Há também a opção de fotografar o problema de um livro ou da tela do computador. Veja a Figura 3:

Figura 3.

Interface do Mathway



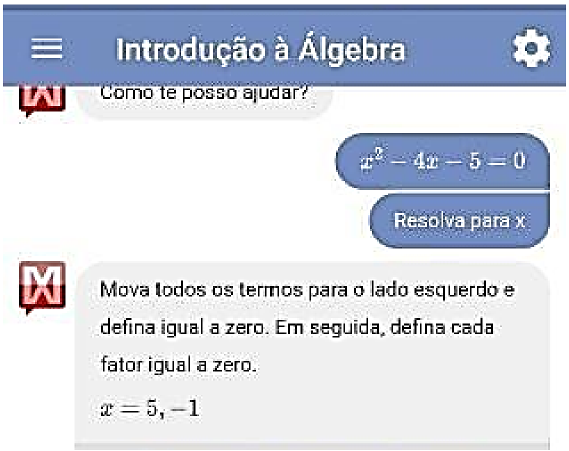
Fonte: Arquivo pessoal

A seguir apresentamos um exemplo da utilização do *Mathway* na resolução de uma função polinomial do 2º grau com sua representação gráfica.

No campo “introduza um problema” digitamos a função, nesse caso: $x^2-4x-5=0$ e clicamos no botão seguir e selecionamos a opção “resolva em x”, então o aplicativo calcula o zero da função (x= 5 e x= -1), como podemos observar na Figura 4. Na Figura 5, temos a representação gráfica desta função polinomial do 2º grau, no qual é realizado o seguinte procedimento: clicamos na função que foi digitada ou digitamos novamente no campo “introduza um problema”, em seguida clicamos no botão seguir, então abre-se uma janela com as opções de “como devo responder?” clicamos na opção “representa a função num gráfico cartesiano”, então o *Mathway* realiza a representação do gráfico.

Figura 4.

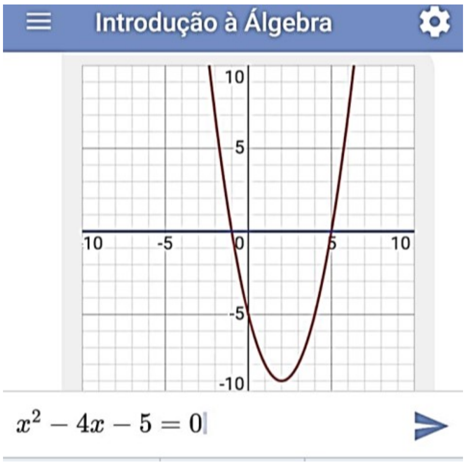
Resolução da função quadrática no Mathway



Fonte: Arquivo pessoal

Figura 5.

Gráfico da função quadrática



Fonte: Arquivo pessoal

Neste exemplo foi realizada uma conversão de um registro algébrico para um registro gráfico segundo os estudos de Duval (2009) sobre Teoria dos Registros de Representações Semióticas.

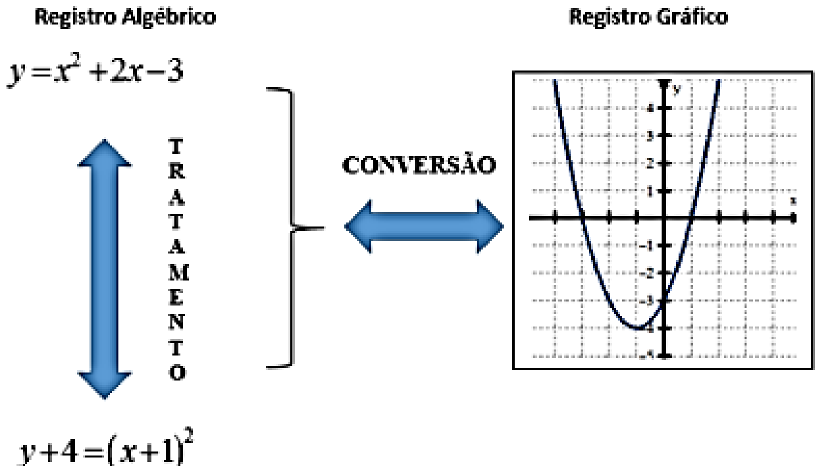
Os registros de representação semiótica apresentam duas atividades cognitivas: o tratamento e a conversão.

> O **tratamento** é uma transformação de representações que ocorre no mesmo sistema de representação; é uma transformação estritamente interna a um registro. Dessa maneira, cada registro tem um conjunto de regras próprias de tratamento e funcionamento que não são necessariamente válidas a um outro registro.
> A **conversão** de uma representação é uma transformação que ocorre entre registros diferentes. A representação de um objeto em um dado registro é convertida em uma representação em outro registro, que conserva a referência, mas não conserva o sentido, ou seja, não conserva as mesmas propriedades do objeto. Por esse motivo, a operação de conversão permite compreender diferentes aspectos de um mesmo objeto, conduzindo à compreensão (DUVAL, 2009 *apud* DENARDI, 2017, p. 6).

A diferença entre tratamento e conversão pode ser evidenciada na Figura 6 a seguir:

Figura 6.

Exemplo de tratamento e conversão de registros



Fonte: DENARDI (2017)

No *Mathway* é possível realizar atividades de conversão do registro algébrico para o registro gráfico como pode ser observado nas Figuras 3 e 4. Para Duval (2009) a conversão em seus dois sentidos é relevante para o aprendizado matemático e por isso precisam ser consideradas no ensino. “São nelas que as mudanças nos registros de representação se mostram mais eficazes para a formação conceitual e transformação em saberes” (DENARDI, 2017, p.7).

Para resolver uma função polinomial do 1º grau e representar o seu gráfico, o procedimento é o mesmo e é possível fazer a conversão do registro algébrico para o registro gráfico.

Para a construção dos saberes utilizando o *Mathway* tanto na versão *web* como no aplicativo é preciso ter conhecimentos relacionados ao conteúdo, nesse caso matemático, e a tecnologia em que é necessário ter habilidades para operar as tecnologias digitais, que Shulman (1986) denomina de “conhecimento tecnológico do conteúdo” (TCK).

É preciso articular o conhecimento do conteúdo e da tecnologia ao conhecimento pedagógico e essa articulação é desenvolvida por Mishra e Koehler (2006) com o termo denominado “conhecimento pedagógico tecnológico do conteúdo” (TPCK).

Segundo Mishra e Koehler (2006) o conhecimento pedagógico tecnológico do conteúdo (TPCK) requer a compreensão de conceitos com a utilização de tecnologias e de técnicas pedagógicas para o ensino do conteúdo de forma construtiva.

Neste ponto afirmamos que não somente o professor deve fazer uso pedagógico das tecnologias, mas também os estudantes devem aprender a dominar diferentes estratégias de cálculo, conhecer as possibilidades de cada recurso, para fazer suas escolhas e decidir qual recurso é mais adequado.

Procedimentos

Esta oficina inicia-se pelos conceitos de função polinomial do 1º grau e função polinomial do 2º grau ou quadrática. Em seguida será apresentado o aplicativo *Mathway* como possibilidade de recurso tecnológico educacional, utilizando o aplicativo do *smartphone*, mas que também pode ser acessado pelo celular *android* ou *Iphone (IOS),* computador ou *tablet*, pois possui o mesmo funcionamento em diferentes dispositivos.

Não é necessário fazer cadastro no *Mathway* para obter o zero da função ou seu gráfico. No entanto, para ter acesso aos detalhes da resolução é funcionalidade não gratuita em que é necessário fazer cadastro.

O aplicativo *Mathway* concede a possibilidade de visualizar, imprimir ou compartilhar os materiais para uso pessoal e não comercial.

Após apresentação do aplicativo será realizada uma experimentação, em que podemos digitar a função ou autorizar o uso da câmera para tirar uma foto do problema matemático e transportá-lo automaticamente para a tela. As atividades que serão abordadas são os cálculos das raízes das funções polinomiais do 1º grau e funções polinomiais do 2º grau, com a construção de seus respectivos gráficos, além disso, explicaremos o tratamento e a conversão de registro algébrico para o registro gráfico.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular: educação é a base. 2017**. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf>. Acesso em: 04 jun. 2022.

DENARDI, Vânia Bolzan. Teoria dos Registros de Representação Semiótica: contribuições para a formação de professores de Matemática. In: XXI Encontro Brasileiro de estudantes de pós-graduação em Educação Matemática. 2017. Disponível em: <https://wp.ufpel.edu.br/xxiebrapem/files/2018/10/gd04_vania_denardi.pdf>. Acesso em: 16 jun. 2022.

DUVAL, Raymond. **Semiósis e pensamento humano: Registros semióticos e aprendizagens intelectuais**. Trad. Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu Silveira. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

SÓ MATEMÁTICA. **Função do 1º grau**. Virtuous Tecnologia da Informação, 1998-2022a. Disponível em: https://www.somatematica.com.br/emedio/funcao1/funcao1.php. Acesso em: 22 set. 2022.

SÓ MATEMÁTICA. **Função quadrática**. Virtuous Tecnologia da Informação, 1998-2022b. Disponível em: https://www.somatematica.com.br/emedio/funcao2/funcao2.php. Acesso em: 22 set. 2022.

MISHRA, Punya.; KOEHLER, Matthew. J. **Technological Pedagogical Content Knowledge: A Framework for Teacher Knowledge**. In: Teachers College Record Volume 108, Number 6, June 2006, pp. 1017–1054.

SHULMAN, Lee. S. **Those who understand: Knowledge growth in teaching**. Educational Researcher, 1986, nº 15, p.4–14.

O uso de planilhas eletrônicas no ensino de estatística

The use of electronic worksheets in statistics teaching

El uso de hojas de cálculo electrónicas en la enseñanza de estadística

André Monteiro Novaes[154]
FEBF-UERJ/SME-RJ
0000-0001-8381-9481

Flávia Landim[155]
Instituto de Matemática – UFRJ
0000-0001-5228-4613

Letícia Rangel[156]
CAp - UFRJ
0000-0002-4879-3412

Maria Helena Baccar[157]
Colégio Pedro II/PEMAT - UFRJ
0000-0001-6102-6667

Modalidade: Oficina
Núcleo Temático: Tecnologia digital e outros recursos para o ensino e aprendizagem da matemática

Resumo

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), documento normativo da educação brasileira, aponta uma mudança de perspectiva no tratamento dado à estatística, propondouma abordagem investigativa. Em consonância com a BNCC, o relatório GAISE (sigla em inglês para Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education), incorpora as novas habilidades necessárias para dar sentido aos dados nos dias atuais, recomendando trabalhar a estatística no ensino básico, por meio de um processo bidimensional. Uma das dimensão se refere ao nível de letramento estatístico e, a outra, às quatro etapas inter-relacionadas do processo de resolução de problemas de investigação estatística (PRPIE): formulação de questão investigativa, coleta de dados, análise de dados e interpretação de resultados. Nesta oficina, pretende-se trabalhar a etapade análise de dados, usando como ferramenta planilhas eletrônicas. Assim, propõe-se umadiscussão sobre a escolha adequada de gráficos para representar os dados e sobre os significados da média e da mediana, incluindo problemas que podem surgir em função de erros no registro dos dados.

Palavras-chave: ensino de estatística, investigação estatística, análise de dados, planilha eletrônica, representação gráfica.

[154] andremnovaes@gmail.com
[155] flavia@im.ufrj.br
[156] leticiarangel@ufrj.br
[157] mhbaccar@gmail.com

Abstract

The Common National Curriculum Base (BNCC), a normative document for Brazilian education, points to a change in perspective in the treatment given to statistics, proposingan investigative approach. In line with the BNCC, the GAISE report (Guidelines for Statistical Assessment and Instruction in Education) incorporates new skills to make sense of data today, recommending working on statistics in school level through a two- dimensional process. One of the dimensions refers to the level of statistical literacy and the other to the interrelated steps of the process of solving statistical investigation and interpretation of results (PRPIE): investigative question problem, data collection, data analysis and interpretation of results. In this workshop, we intend to work on the data analysis stage, using an electronic spreadsheet as a tool. Thus, a discussion is presented on the appropriate choice of graphics to represent the data and on the meanings of mean and median, including those that may arise due to errors in data recording.

Keywords: teaching statistics, statistical investigation, data analysis, electronic spreadsheet, graphic representation.

Resumen

La Base Común Curricular Nacional (BNCC), documento normativo para la educación brasileña, apunta a un cambio de perspectiva en el tratamiento dado a la estadística, proponiendo un enfoque investigativo. En línea con la BNCC, el informe GAISE (Guidelines for Statistical Assessment and Instruction in Education) incorpora nuevas habilidades para dar sentido a los datos hoy, recomendando trabajar la estadística en la educación básica através de un proceso bidimensional. Una de las dimensiones se refiereal nivel de alfabetización estadística y la otra a los pasos interrelacionados del proceso deresolución de la investigación estadística e interpretación de resultados (PRPIE): problema de pregunta de investigación, recolección de datos, análisis de datos e interpretación de resultados. En este taller se pretende trabajar en la etapa de análisis de datos, utilizando como herramienta las hojas de cálculo electrónicas. Por lo tanto, se propone una discusión sobre la elección adecuada de gráficos para representar los datos y sobre los significados de la media y la mediana, incluidos los problemas que pueden surgir debido a errores en el registro de datos.

Palabras clave: enseñanza de la estadística, investigación estadística, análisis de datos, hoja de cálculo electrónica, representación gráfica.

Introdução

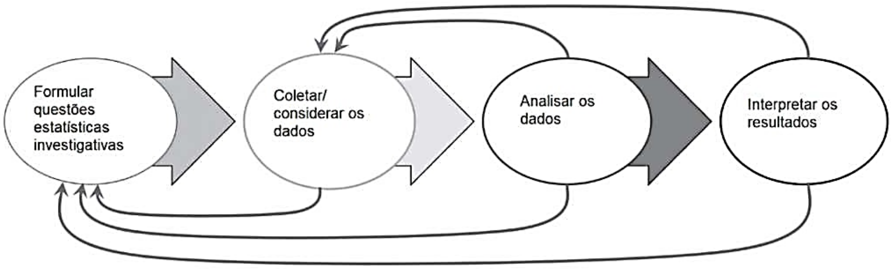
A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2018), documento normativo da educação brasileira, aponta uma mudança de perspectiva no tratamento dado à estatística. O documento de caráter normativo que define o conjunto de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo da Educação Básica inclui Probabilidade e Estatística como unidade temática de Matemática no Ensino Fundamental, na qual serão estudados a incerteza e o tratamento de dados. Assim, todos os cidadãos precisam desenvolver habilidades para coletar, organizar, representar,interpretar e analisar dados em uma variedade de contextos, de maneira a fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões adequadas. Isso inclui raciocinar e utilizar conceitos, representações e índices estatísticos para descrever, explicar e predizerfenômenos. O que se espera, de fato, é o desenvolvimento do letramento estatístico (Gal, 2004) ao longo da Educação Básica.

Na unidade temática de Probabilidade e Estatística do Ensino Fundamental há naBNCC (BRASIL, 2018), para cada ano, em média quatro habilidades sobre o tema. Uma leitura minuciosa destaca que essas habilidades tratam de três temas nucleares: (i)probabilidade, (ii) tratamento de dados (construção de tabelas de frequências e representações gráficas, cálculo de medidas resumo, leituras e interpretações) e (iii) realização de pesquisas, envolvendo a coleta de dados para resolver um problemaproposto. O que muda, ao longo dos anos do Ensino Fundamental, é o grau de complexidade das ferramentas trabalhadas, confirmando a construção do letramento estatístico em espiral, conforme recomendação da Associação Brasileira de Estatística (ABE) (ABE, 2015).

O entendimento e as diretrizes da ABE (ABE, 2015) são consonantes com o que aponta o Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education (GAISE) (Bargagliotti et al, 2020), relatório publicado pelo National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) e endossado pela American Statistical Association (ASA). O GAISE (Bargagliotti et al, 2020) incorpora as novas habilidades necessárias para dar sentido aos dados nos dias atuais. Em particular, destacamos, os seguintes aspectos do relatório GAISE (Bargagliotti et al, 2020) : (i) a importância de fazer perguntas ao longo de todo o processo de resolução de problemas estatísticos, e como este processo permanece na vanguarda do raciocínio estatístico para todos os estudos envolvendo dados; (ii) a inclusão do pensamento multivariado em todos os níveis da ensino básico; e (iii) o papel do pensamento probabilístico na quantificação da aleatoriedade em todos osníveis. O GAISE (Bargagliotti et al, 2020) recomenda trabalhar a estatística por meio de um processo bidimensional; uma das dimensões se refere ao nível de letramento estatístico e, a outra, às quatro etapas inter-relacionadas do processo de resolução de problemas de investigação estatística (PRPIE). Esse processo, representadoesquematicamente na Figura 1, inclui quatro etapas, cada uma delas envolve explorar e abordar a variabilidade.

Figura 1

Etapas do processo de resolução de problemas de investigação estatística (GAISE II,2020), tradução nossa



Nesta oficina, pretendemos trabalhar especificamente a etapa de análise de dadosdo PRPIE, considerando o uso de planilhas eletrônicas. Há duas razões para essa escolha:a primeira delas decorreu da avaliação de um minicurso oferecido, em outubro de 2020, no âmbito do Projeto URCA[158] que contou com a participação de 52 professores da Educação Básica das redes públicas de ensino do Rio de Janeiro. A avaliação final do minicurso apontou a demanda por treinamento no uso de planilhas eletrônicas. A segundarazão é motivada pelo uso, cada vez mais comum, do *Google Formulários* comoinstrumento para a coleta de dados. Essa ferramenta produz relatórios automáticos dos dados, que nem sempre são apresentados de forma adequada. Entendemos que cabe discutir as limitações e as potencialidades de tal ferramenta.

Figura 2.

Objetivos da oficina (os autores)

[158] Projeto URCA: é uma iniciativa de parceria entre a Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), a Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro (Unirio), a empresa Municipal de Multimeios, vinculada à Secretaria Municipal de Educação da Prefeitura da cidade do Rio de Janeiro (Multirio) e a Rede de Tecnologia e Inovação do Rio de Janeiro (Redetec), que tem por objetivo oferecer um espaço colaborativo de aprendizagem e desenvolvimento profissional para professores da Educação Básica, prioritariamente de redes públicas municipais, estaduais e federal (http://www.matematica.projetofundao.ufrj.br/projeto-urca/)

Assim, esta oficina tem como objetivo dar suporte a professoras e professores para trabalhar com planilhas eletrônicas na etapa de análise de dados do processo de resoluçãode um problema de investigação estatística (Figura 2). Considerando planilhas geradas no *Google Planilha* e no *Excel* a partir de uma investigação cuja coleta de dados se deu via *Google Formulário* , a oficina compreenderá os seguintes tópicos: (i) uso de recursosespecíficos das planilhas citadas. (ii) discussão sobre o cálculo de medidas resumo, comoa média e a mediana, a partir do uso dessas planilhas eletrônicas; (iii) construção das tabelas de frequências das variáveis investigadas e problematização da construção de diferentes tipos de gráficos correspondentes; (iv) construção de tabelas de dupla entrada e construção de gráficos para essas tabelas.

O grupo Ensino de Estatística e Probabilidade no Ensino Fundamental do ProjetoFundão integra de forma colaborativa vários participantes, dos quais estão envolvidos neste trabalho: as professoras Flávia Landim (IM/UFRJ) e Letícia Rangel (CAp/UFRJ), coordenadoras; as professoras Vanessa Matos Leal, Raquel Medina, Valeria Reis e Maria Helena Baccar, o professor André Novaes, e as licenciandas Margareth Santos, Julia Pixinine, sendo, portanto, todos responsáveis pela autoria desta oficina.

Análise dos dados

Tomando como base a atividade "*Corpo em Movimento"*, aplicada em turmas dosanos finais do Ensino Fundamental, com o tema saúde e cujos dados foram obtidos via *Google Formulários,* serão apresentados alguns exemplos de discussões planejadas paraa condução da oficina.

Antes de dar início à análise das respostas obtidas via *Google Formulários;* registradas em planilha, é preciso realizar uma gestão e limpeza dos dados. Isso envolve observar as respostas de modo geral, para verificar possíveis inconsistências, erros de digitação etc. Por exemplo, na aplicação da atividade, observamos que para a altura, quefoi solicitada em metros, há uma resposta 156, o que sabemos não ser possível (Figura 3A). Essa informação deve corresponder à medida em centímetros. Se essa informação não for corrigida, a média das alturas terá um valor distorcido. Outro ponto a se observar é a inserção de caracteres alfanuméricos em respostas que deveriam ser exclusivamente numéricas, como o peso e a altura. As planilhas leem a resposta 49 kg como um dado categórico não numérico e, portanto, não consideram essa resposta no cálculo de medidasresumo como a média ou a mediana, excluindo-a da série de observações. Observamos que a discussão sobre variabilidade deve ser estimulada entre os estudantes, propondo-sequestões do tipo: *As alturas são diferentes entre os estudantes? Que medida vocêatribuiria como uma altura mínima (máxima)?* Além disso, é possível evitar que esses tipos de problemas ocorram usando recursos de adequação próprios do *Google Formulários*, como impor, na construção do questionário, restrições de entrada das respostas numéricas, como apresentado na Figura 3B. Já para o peso, pode-se exigir queas respostas tenham apenas caracteres numéricos. A tabela 1 é um exemplo, via tabelas dinâmicas, da distribuição de frequências obtida para a variável "atividade física preferida", que compunha a investigação "*Corpo em Movimento*".

Figura 3

Destaque de dados inconsistentes e de uso de recurso de adequação no GoogleFormulários. (os autores)

Figura 3A

	C	D	E
1		3. Peso (kg)	4. Altura (m)
41		57 kg	1,52
42		45	1,6
43		60	1,8
44		49kg	1,61
45		49kg	156
46		Acho que 53kg	Acho que 1,55
47		64 kg	1,69m
48		78.8	1,75
49		49kg	1,63
50		45kg.	1,60m
51		Média do programa:	Média do programa:
52		52,50	23,70

Figura 3B

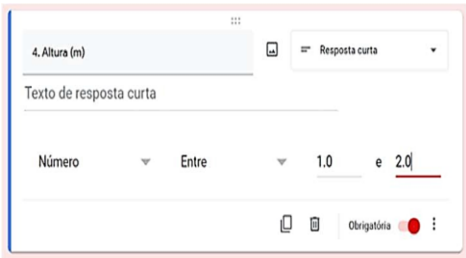


Tabela 1

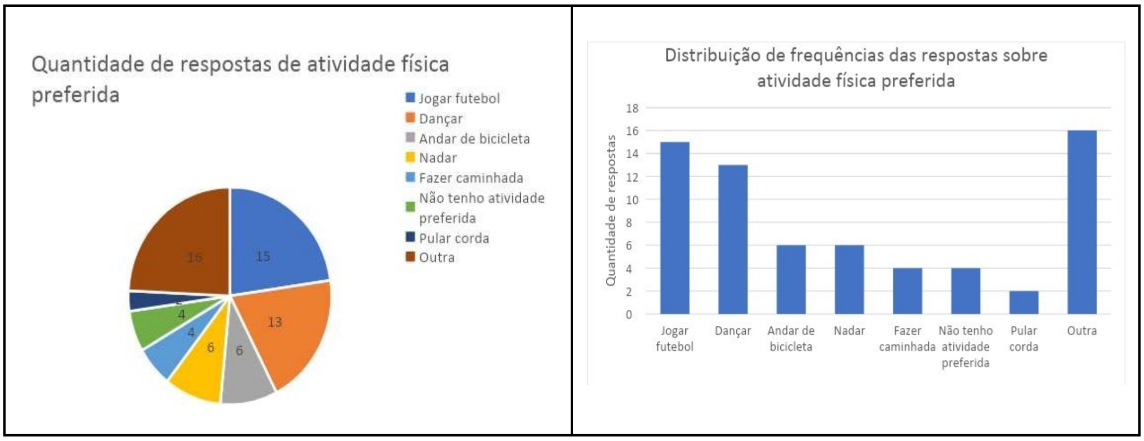
Distribuição de frequências dos participantes da atividade "Corpo em Movimento",segundo a atividade física preferida (os autores)

Atividade física preferida	**Frequência**
Jogar futebol	15
Dançar	13
Andar de bicicleta	6
Nadar	6
Fazer caminhada	4
Não tenho atividade preferida	4
Pular corda	2
Outra	16
Total Geral	**66**

O gráfico gerado automaticamente pelo Google Planilha para representar os dadosem destaque é um gráfico de setores, mas o mesmo não é adequado para o caso de muitasrespostas, pois o objetivo de resumir a informação se perde. Cria-se mais uma paleta de cores do que a visualização de uma distribuição de frequências (Figura 4A). O ideal nessecaso é usar um gráfico de barras, ordenando as respostas em ordem decrescente de frequência (Figura 4B).

Figura 4

Gráficos para as respostas sobre atividade física preferida (os autores)

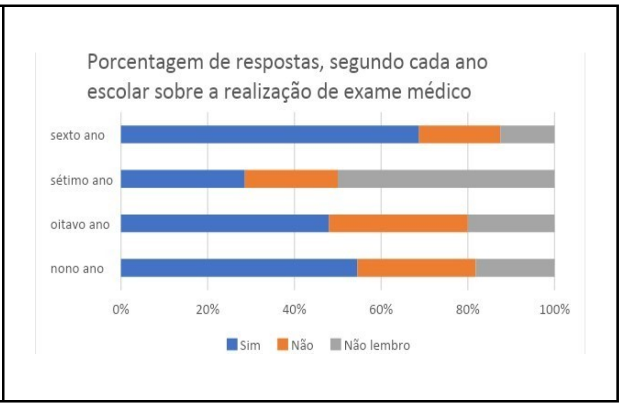


As tabelas dinâmicas também são úteis para gerar tabelas de dupla entrada. Na oficina serão discutidas formas de representação gráfica para dados bivariados. A Figura 5 apresenta uma tabela de dupla entrada e uma possibilidade desse tipo de representação.

Figura 5

Análise Bivariada: Realização de exame médico e ano do Ensino Fundamental

Realizou exame médico?	nono ano	oitavo ano	sétimo ano	sexto ano	total
Sim	6	12	4	11	33
Não	3	8	3	3	17
Não lembro	2	5	7	2	16
total	11	25	14	16	66



Considerações Finais

Para promover o letramento estatístico dos estudantes existem várias metas intermediárias a serem alcançadas ao longo do processo de resolução de problemas de investigação estatística. A própria definição de letramento estatístico de Gal (2004) corresponde a um modelo com dois componentes interdependentes: conhecimentos e posturas. Nesta oficina, focamos nossas atenções em uma etapa particular do processo que pode ser atribuída ao componente de conhecimentos.

A inclusão de recursos tecnológicos na educação traz novas demandas para a formação e atuação dos professores e professoras, que passam a assumir novas atribuições. Para Drijvers (2015), o papel desses profissionais é um dos principais fatorespara que esta inclusão seja bem-sucedida, ou não. Segundo o autor, cabe aos docentes umpapel de mediador, resumindo os resultados de atividades ricas em tecnologia, destacando técnicas e ferramentas férteis e relacionando as experiências dentro do ambiente tecnológico para habilidades matemáticas. Nesta oficina, buscamos contribuir para a formação docente promovendo o uso de formulários virtuais para a coleta de dados, discutindo técnicas, não só na aplicação de atividades específicas, mas principalmente, viabilizando novos saberes profissionais que enriqueçam o próprio conhecimento dos professores e professoras para o ensino de estatística.

Referências

ABE. *Reflexões a respeito dos conteúdos de probabilidade e estatística na escola noBrasil - uma proposta*. 2015. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/294085499> Acesso em: 02 ago.2021.

Bargagliotti, Anna et al. Pre-K–12 Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education (GAISE II): A Framework for Statistics and Data Science Education. *Alexandria: American Statistical Association*. 2020.

Brasil. Ministério da Educação. Base Nacional Curricular Comum. 2018. Disponível em <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em mar. 2019.

Drijvers, Paul. Digital technology in mathematics education: Why it works (or doesn't). In: *Selected regular lectures from the 12th international congress on mathematical education.* Springer, Cham, 2015. p. 135-151.

Gal, Iddo. Statistical literacy: Meanings, Components, Responsibilities. In: *The challengeof developing statistical literacy, reasoning and thinking.* Springer, Dordrecht, 2004. P. 47-78.

Tecformação digital: construindo sólidos platônicos e arquimedianos no GeoGebra classroom

Digital tecformation: building platonic and archimedean solids in GeoGebra classroom

Tecformación digital: construcción de sólidos platónicos y de Arquímedes en el aula de GeoGebra

Mateus Souza de Oliveira[159]
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia/ Instituto Federal da Bahia
0000-0003-4902-5527

Taiane de Oliveira Rocha Araújo[160]
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia
0000-0002-1059-4936

Maria Deusa Ferreira da Silva[161]
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia
0000-0003-3462-3882

Modalidade: Oficina
Núcleo Temático: Tecnologia digital e outros recursos para o ensino e aprendizagem da matemática.

Resumo

Este minicurso tem como objetivo principal promover uma Tecformação digital que favoreça a construção de sólidos platônicos e arquimedianos no GeoGebra classroom. Diante dessa perspectiva, será realizado na plataforma do GeoGebra com um público-alvo de no máximo 25 componentes. Nesse contexto, devido ao seu pequeno tempo de duração, o citado minicurso está dividido em quatro momentos: o primeiro conceberá uma introdução ao GeoGebra classroom; o segundo está direcionado a construção dinâmica dos sólidos platônicos; o terceiro à construção dinâmica dos sólidos arquimedianos; o quarto vai provocar as reflexões coletivas em relação aos objetos construídos. Assim, pretendemos despertar o interesse dos atuais e futuros professores da Educação Básica numa perspectiva de gerar novas possibilidades de ensino que gere a efetivação de aulas mais dinâmicas favorecendo a participação ativa do alunado e a mediação pedagógica do professor.

Palavras-chave: Tecformação digital, GeoGebra classroom, mediação pedagógica.

Abstract

This mini-course has as main objective to promote a digital technology that favors the construction of Platonic and Archimedean solids in the GeoGebra classroom. Given this

[159] matheusmathica@gmail.com
[160] taiane.o.r@gmail.com
[161] maria.deusa@uesb.edu.br

perspective, it will be carried out on the GeoGebra platform with a target audience of a maximum of 25 components. In this context, due to its short duration, the aforementioned mini-course is divided into four moments: the first will conceive an introduction to the GeoGebra classroom; the second is aimed at the dynamic construction of Platonic solids; the third the dynamic construction of Archimedean solids; the fourth will provoke collective reflections in relation to the built objects. Thus, we intend to arouse the interest of current and future teachers of Basic Education in a perspective of generating new teaching possibilities that generate more dynamic classes, favoring the active participation of the students and the pedagogical mediation of the teacher.

Keywords: Digital technology, GeoGebra classroom, pedagogical mediation.

Resumen

Este minicurso tiene como principal objetivo promover una tecformación digital que favorezca la construcción de sólidos platónicos y de Arquímedes en el aula de GeoGebra. Dada esta perspectiva, se realizará en la plataforma GeoGebra con un público objetivo de un máximo de 25 componentes. En este contexto, debido a su corta duración, el mencionado minicurso se divide en cuatro momentos: el primero concebirá una introducción al aula de GeoGebra; el segundo está dirigido a la construcción dinámica de sólidos platónicos; el tercero la construcción dinámica de los sólidos de Arquímedes; el cuarto provocará reflexiones colectivas en relación a los objetos construidos. Así, pretendemos despertar el interés de los actuales y futuros docentes de Educación Básica en una perspectiva de generar nuevas posibilidades didácticas que generen clases más dinámicas, favoreciendo la participación activa de los estudiantes y la mediación pedagógica del docente.

Palabras clave: Tecformación digital, en el aula de GeoGebra, mediación pedagógica.

Introdução

Em um mundo cada vez mais apoiado nas tecnologias digitais, com grandes possibilidades de explorações educacionais que podem apoiar a potencialização do processo de ensino e aprendizagem. Nesse contexto, torna-se imprescindível que os professores de matemática, bem como futuros profissionais dessa área e até mesmo aqueles que lecionam essa componente curricular conheçam e se apropriem dos recursos tecnológicos que favoreçam a construção e a investigação dos objetos matemáticos.

Vale lembrar que, nos dias atuais, existem diferentes recursos digitais que se adaptam ao contexto de uma aula bem planejada que busca atender às necessidades do alunado. Saber utilizar as tecnologias educacionais com intencionalidade pedagógica é um requisito formativo para os tempos atuais. De uma forma geral, alinhar as tecnologias digitais com os objetivos traçados é fundamental para ampliar as possibilidades de ensino e provocar aprendizagens mais amplas do que aquelas que estão centralizadas no modelo convencional.

Em relação a essas transformações é relevante pontuar que os impactos das tecnologias digitais exigem "[...] do ensino de Matemática um redirecionamento sob uma perspectiva curricular que favoreça o desenvolvimento de habilidades e procedimentos com os quais o indivíduo possa se reconhecer e se orientar nesse mundo do conhecimento em constante movimento" (BRASIL, 2000, pag. 41). Isso mostra a necessidade dos professores em analisar suas práticas pedagógicas para refletir sobre novos métodos de ensino que favoreça a aprendizagem da atual cultura digital.

Cabe destacar que é importante saber selecionar o *software* educativo que será utilizado como uma ferramenta pedagógica. Dessa forma, Cláudio e Cunha (2001, p. 175) ressaltam que "É imprescindível que o professor tenha profundo conhecimento do conteúdo que trabalhará e do software que adotará." Dessa maneira, não adianta somente dominar o conteúdo, mas também ser capaz de manusear o recurso tecnológico adotado de acordo a sua finalidade educacional para a aula programada.

Além do mais, em meio a esse contexto de inserção tecnológica, o professor exerce papel de grande relevância, sobretudo quando busca proporcionar o acompanhamento do desenvolvimento das habilidades específicas do conhecimento. Isso promove a construção de novas possibilidades e práticas no ensino da Matemática nos mais variados níveis. Assim, o professor "[...] deve estar sempre interagindo com o aluno, questionando seus resultados, interpretando seu raciocínio e aproveitando os erros cometidos como forma de explorar os conceitos que não ficaram bem esclarecidos." (CLÁUDIO, CUNHA, 2001, p. 175).

Proposta

É com uma tendência formativa inovadora que apresentamos este minicurso, cujo objetivo principal é de promover uma Tecformação digital que favoreça a construção de sólidos platônicos e arquimedianos no GeoGebra sala de aula. Para tanto, opta como público-alvo graduandos e graduados em matemática ou de áreas afins, bem como, professores que lecionam a disciplina de matemática nos anos finais do Ensino Fundamental e/ou no Ensino Médio. Todos eles sem a necessidade de pré-requisito para realização das atividades propostas. Entretanto para poder participar será necessário que os componentes tenham um computador/notebook/smartphone com internet de boa qualidade.

Essas atividades serão promovidas por quatro momentos, sendo dois deles com a utilização de roteiros de atividades de ensino orientadas e abertas que possibilitam a construção dos objetos matemáticos e o desenvolvimento do pensamento geométrico com a mediação pedagógica híbrida. Diante disso, o número de vagas se limita em um máximo de 25 pessoas. Além disso, nesse contexto, o processo de avaliação será contínuo, sendo observado o desempenho dos participantes nas interações e produções digitais.

Diante disso, este minicurso fomenta uma formação com mediação pedagógica-tecnológica para o desenvolvimento do pensamento geométrico. E para alcançar essa concepção formativa será utilizada a plataforma do GeoGebra, ou seja, as ações tecnológicas que possibilitam construções dos objetos matemáticos e a interação serão desenvolvidas nesse ambiente.

Vale ressaltar que o GeoGebra é um *software* de matemática dinâmica livre, que permite a construção de diversos objetos matemáticos, por exemplo, a exploração das funções, desde o nível básico até os mais avançados, facilitando a visualização e a determinação de conceitos como derivadas e integrais. Esse recurso tecnológico oferece um conjunto de comandos relacionados com análise matemática, álgebra, álgebra linear, geometria plana, geometria espacial, geometria analítica, entre outros. Entretanto, destacam-se, inicialmente, os conteúdos geométricos, principalmente por sua interface inicial sinalizar as ferramentas que possibilita de forma dinâmica e rápida a construção de pontos, retas, posição de retas, polígonos, círculos, entre outros.

Esse recurso digital está disponibilizado não somente como softwares para computadores/notebook, mas também como aplicativos para smartphones ou para uso de forma síncrona na plataforma do GeoGebra. Essa última possibilidade evita uso de espaço no aparelho do usuário, para tanto, basta acessar o link. A citada plataforma de acesso gratuito permite a inclusão de novos usuários mediante a um simples cadastramento. Nesse ambiente, o usuário é livre para copiar, distribuir e transmitir o GeoGebra para fins não comerciais.

Diante disso, o primeiro momento deste minicurso será dedicado apresentação da supracitada plataforma e a criação de contas, caso alguns dos cursistas ainda não seja cadastros. Ainda durante esse primeiro momento, iremos abordar como construir as atividades no GeoGebra Classroom (sala de aula). E como acontece o processo de mediação entre o aluno-máquina-professor, explorando dessa forma suas múltiplas possibilidades pedagógicas.

No segundo momento, vamos focar nossas abordagens para construção dos sólidos platônicas. Desse jeito, iniciaremos apresentado a interface do GeoGebra com a exploração, simultaneamente, da janela de álgebra, visualização 2D e visualização 3D. Durante esse momento, será evidenciado o potencial desse recurso tecnológico tanto como instrumento de construção como de investigação dos conceitos e propriedades geométricas. Para tanto, será explorada também a Relação de Euler para provocar algumas conjecturas.

No terceiro momento, vamos focar nossas abordagens para construção dos sólidos arquimedianos. Dessa forma, buscaremos mostrar a importância de saber alinhar os conhecimentos algébricos com os geométricos. Durante esse momento, será evidenciado não somente o potencial visual do recurso tecnológico, mas também o saber fazer.

O quarto e último momento, será dedicado às discussões de algumas construções realizadas pelos participantes do minicurso. Nesse momento, vamos fomentar o pensamento coletivo para analisar os caminhos encontrados e refletir sobre os possíveis passos que colaborem para um pensamento geométrico coeso.

Considerações

Esperamos que este minicurso contribua para fomentar a utilização do GeoGebra Classroom em aulas de matemática que explore não somente os conhecimentos da geometria espacial, mas também outros específicos dessa importante componente curricular. Assim, pretendemos despertar o interesse dos atuais e futuros professores da Educação Básica numa perspectiva de gerar novas possibilidades de ensino que gere a efetivação de aulas mais dinâmicas, favorecendo a participação ativa do alunado e a mediação pedagógica do professor.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação (MEC). (2000). *Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio):* ciência da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília. MEC.

CLÁUDIO, D.M.; CUNHA, M.L. (2001) As novas tecnologias na formação de professores de Matemática. In: CURY, Helena Noronha (org.). *Formação de professores de matemática:* uma visão mutifacetada. Porto Alegre: EDIPUCRS.

Mapas Mentais como ferramenta didática para o Ensino de Matemática

Mind Maps as a didactic tool for Mathematics Teaching

Los Mapas Mentales como herramienta didáctica para la Enseñanza de las Matemáticas

Liliane Rezende Anastácio[162]
Universidade do Estado de Minas Gerais- UEMG
0000-0003-2948-2499

Renata de Souza França[163]
Universidade do Estado de Minas Gerais- UEMG
0000-0002-3809-0975

Kamila Gabriele Sousa da Consolação [164]
Universidade do Estado de Minas Gerais- UEMG
0000-0002-2841-127X

Bianca Rodrigues do Carmo[165]
Universidade do Estado de Minas Gerais- UEMG

Modalidade: Oficina
Núcleo Temático: Tecnologia digital e outros recursos para o ensino e aprendizagem da matemática

Resumo

Os mapas mentais são textos multimodais, cujo significado se traduz por utilizar códigos semióticos, sejam um texto escrito, uma imagem estática, um vídeo, um áudio, entre outros. Esse tipo de texto, permite o autor realizar diferentes associações sobre um certo conteúdo e de acordo com o repertório que se tem. Por se tratar de um texto não linear, sua estrutura se assemelha a forma de pensamento matemático. A oficina proposta, tem como objetivo mostrar como os mapas mentais podem ser potentes ferramentas didáticas para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Para isso será preciso entender o que são os mapas mentais, diferençá-lo de outros tipos de textos multimodais, refletir acerca das maneiras de confeccionar os mapas mentais, além de tornar a utilização no ensino de matemática de maneira ativa. Pretende-se com a oficina incentivar professores de matemática a diversificarem as estratégias de ensino, de forma a atingir cada vez mais estudantes e os apoiar de maneira efetiva no processo de aprendizagem.
Palavras-chave: Mapas Mentais, Educação, Matemática, Metodologias Ativas

[162] liliane.rezende.lili@gmail.com.br
[163] E-mail do autor 2. em times 10, espaçamento simples
[164] kamilauemg@gmail.com
[165] bianca.1393161@discente.uemg.br

Abstract

Mind maps are multimodal texts, whose meaning is translated by using semiotic codes, be it a written text, a static image, a video, an audio, among others. This type of text allows the author to make different associations about a content and it is according with a repertoire. Because it is a non-linear text, its structure resembles the way of mathematical thinking. The proposed workshop aims to show how mind maps can be powerful didactic tools for the teaching and learning process of Mathematics. For this, it will be necessary to understand what mental maps are, to differentiate them from other types of multimodal texts, to reflect on the ways of making mental maps, in addition to making their use in the teaching of mathematics in an active way. The workshop is intended to encourage mathematics teachers to diversify teaching strategies in order to reach more and more students and effectively support them in the learning process.

Keywords: Mind Maps, Education, Mathematics, Active Methodology

Resumen

Los mapas mentales son textos multimodales, cuyo significado se traduce mediante el uso de códigos semióticos, ya sea un texto escrito, una imagen estática, un video, un audio, entre otros. Este tipo de texto le permite al autor hacer diferentes asociaciones sobre un contenido y es de acuerdo a un repertorio. Debido a que es un texto no lineal, su estructura se asemeja a la forma del pensamiento matemático. El taller propuesto tiene como objetivo mostrar cómo los mapas mentales pueden ser poderosas herramientas didácticas para el proceso de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas. Para ello, será necesario entender qué son los mapas mentales, diferenciarlos de otro tipo de textos multimodales, reflexionar sobre las formas de hacer mapas mentales, además de hacer su uso en la enseñanza de las matemáticas de forma activa. El taller tiene como objetivo alentar a los profesores de matemáticas a diversificar las estrategias de enseñanza para llegar a cada vez más estudiantes y apoyarlos de manera efectiva en el proceso de aprendizaje.

Palabras clave: Mapas Mentales, Educación, Matemáticas, Metodología Activa

Com a impossibilidade de aulas presenciais, devido a pandemia provocada pela COVID-19, ações que relacionavam os processos de ensino com a utilização das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) foram pensadas e realizadas no âmbito universitário, em especial, na Universidade do Estado de Minas Gerais. Uma das ações foi a criação do NEP Techmat - Núcleo de Estudo e Pesquisa em Formação Tecnológica e Matemática Cotidiana, CNPq, que tem como objetivo, além das pesquisas habituais, promover possibilidades formativas que articulam saberes e necessidades e contribua para a criação de uma Política Permanente de Formação de Professores no/pelo trabalho.

Uma das linhas de pesquisa do Núcleo se concentra na formação de professores para a utilização da TDIC vinculadas às Metodologias Ativas, visando promover o engajamento e satisfação na sala de aula. As Metodologias Ativas, segundo Moran e Bacichi (2018) são estratégias de ensino centradas na participação efetiva dos estudantes na construção do processo de aprendizagem, de forma flexível, interligada e híbrida. Desta forma, todo o processo construtivo do conhecimento é voltado para o aluno, haja vista que ele é o agente principal de sua formação.

No processo de aprendizagem, já com foco nas Metodologias Ativas, deve-se levar em consideração que cada aluno é único e traz consigo particularidades que refletem diretamente em seu desenvolvimento, interessando-se pelo aprendizado daquilo que considera mais relevante ou que lhe faça algum sentido. Freire (1996) aponta que a aprendizagem baseada nos problemas da realidade desperta o interesse do discente, permitindo enxergar o mundo de sua maneira, criando seus próprios questionamentos e concretizando seus conhecimentos. Logo, as Metodologias Ativas tendem a impulsionar o estudante a questionar, ser autônomo e protagonista do seu próprio conhecimento.

A grande questão está em como e porque aplicar as Metodologias Ativas de maneira que essas atinjam os objetivos da aula e a intencionalidade do educador. Entender que o convencional não é suficiente para as demandas é o primeiro passo para transformação. O papel do docente, como autoritário e único "detentor" de conhecimentos, só reforçam o afastamento dos alunos no que se refere aos espaços e conteúdos escolares.

Nesse sentido, quando se trata da matemática, o cenário não é diferente. Vista como uma disciplina complexa e, muitas vezes, anômala (MASOLA; ALLEVATO, 2019), o pensamento matemático se torna um desafio a ser superado e a possibilidade de aplicação das Metodologias Ativas parecem cada vez mais distantes. Mas é preciso compreender que o pensamento pode ser definido por tudo aquilo que é produzido pela mente, ou seja, tudo que é conduzido até a realidade pela intervenção da razão. Assim, uma das coisas mais importantes no ensino da matemática, é o desenvolvimento do pensamento.

O pensamento matemático é uma abstração produzida pela mente sobre os conhecimentos matemáticos que vão desde a aritmética à geometria. Pode ser caracterizado por : i) representação, ao qual se compreende determinado conteúdo, ou seja, uma boa compreensão do conteúdo matemático se deduz uma vasta representação do que foi compreendido, com exemplos, contraexemplos, representações; ii) visualização, no qual "se descobre e comprova propriedades que se verificam em toda uma classe de objetos" (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009, p. 10) e; iii) generalização/abstração, com o objetivo de classificar, induzir, abstrair e formalizar (provar) (DREYFUS, 2002). A formalização é, contudo, a conclusão de todo este processo mental mencionado acima.

Um grande aliado ao pensamento matemático segundo Powell (2001, p. 73) é a utilização da escrita, no qual o autor defende que:

> " [...] embora os alunos possam estar cientes do que pensam, frequentemente eles não desenvolvem o hábito de pensar sobre o mesmo, e também não percebem uma utilidade nessa prática. Quando alunos escrevem sobre seus sentimentos e pensamentos referentes a ideias matemáticas, tal escrita consiste em um veículo eficaz para que nós (professores) e eles possamos examinar, refletir profundamente e reagir ao seu pensamento matemático."

Assim, pode-se compreender que o pensamento, mesmo com linearidade na sua produção, não necessita ser linear em sua totalidade, uma vez que o permite fluxos de ideias contrastantes para procurar solucionar uma ou mais problemáticas/conceitos. Infere-se então, que a escrita se torna aliada ao pensamento matemático, haja vista que permite que ao escrever, o aluno observe, questione, interprete e avalie os seus próprios caminhos (DREYFUS, 2002; MASOLA; ALLEVATO, 2019).

É a partir da ideia do pensamento matemático para além dos cálculos que surge a oficina "Mathics Mentais- A utilização de mapas mentais na matemática", com o objetivo de apresentar os Mapas mentais como método ativo para engajamento e participação dos alunos no ensino da matemática. Silva, Silva e Andrade (2021, p. 01) definem mapas mentais como "esquematização de ideias e conceitos de um determinado assunto a partir de uma ideia central na qual irão se conectar às ideias e conceitos gerados mentalmente pelo discente".

A oficina aparece como uma possibilidade de trazer na prática as estratégias defendidas por Moran e Bacichi (2018), quando porpõem um ensino efetivo, com o conhecimento voltado pata o aluno e o aluno como o formador do próprio conhecimento. Ademias, é a oportunidade de adentrar as TDIC no meio escolar, já que essa é uma realidade vivida por algumas localidades.

A oficina será estruturada em 05 horas de duração, sendo 03 horas de encontro ao vivo, com data ainda a ser definida, e 02 horas de atividades complementares sobre o conteúdo proposto. Serão apresentados softwares gratuitos para construção de mapas mentais, como mindmeister, genially, entre outros, mas a oficina não se limitará à utilização apenas dos que forem apresentados, deixando o aluno contribuir com a busca e apresentação de outras ferramentas.

A oficina será ofertada pelos integrantes da pesquisa, professoras e alunas bolsistas, por meio da Plataforma Teams. A escolha da plataforma se dá pela disponibilização da ferramenta de maneira gratuita por parte da universidade a qual o grupo de pesquisa se encontra vinculado. Para que se tenha maior interação e reflexões, o ideal será que se tenha no máximo 30 participantes, para que desta forma devolutivas assertivas sobre os mapas mentais possam ser realizados. A participação será por meio de inscrições no Sympla.

Por fim, entende-se que com a oficina, será possível trazer todos os aspectos que norteiam o pensamento reflexivo, o autodesenvolvimento e protagonismo do processo para a formulação de mapas mentais que tenham a matemática como foco. Ademais, para além do pensamento, se torna possível as associações teóricas e os registros, que são úteis em demandas futuras dos alunos. A matemática ganha significado e deixa de ser números, tendo a compreensão real de sua aplicabilidade e a notoriedade necessária.

Referências

BACICH, Lilian; Moran, José. **Metodologias Ativas para uma educação inovadora**: uma abordagem teórico-prática. Porto Alegre: Editora Penso, 2018.

DREYFUS, Tommy. Advanced mathematical thinking processes. In: **Advanced mathematical thinking**. Springer, Dordrecht, 2002. p. 25-41.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia**: saberes necessários à prática educativa. 27 ed. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

MASOLA, Wilson; ALLEVATO, Norma. Dificuldades de aprendizagem matemática: algumas reflexões**. Educação Matemática Debate**, v. 3, n. 7, p. 52-67, 2019.

PONTE, João Pedro; BRANCO, Neusa. MATOS, Ana. **Angebra no ensino básico.** Lisboa-PT: DGIDC. 2009. Disponível em: https://repositorio.ul.pt/handle/10451/7105. Acesso em: 21 set. 2022.

POWELL, Arthur Belford. Captando, examinando e reagindo ao pensamento matemático. **Boletim Gepem**, v. 2, n. 39, p. 73-84, 2001.

SILVA, Letícia Rodrigues da; SILVA, Willian Henrique de Deus; ANDRADE, Mariana

Aparecida Bologna Soares. METODOLOGIA ATIVA COMO ESTRATÉGIA DIDÁTICA A PARTIR DE MAPAS MENTAIS. **Anais do Pró-Ensino: Mostra Anual de Atividades de Ensino da UEL**, n. 3, p. 118-118, 2021.

IX CIBEM Congresso Iberoamericano de Educação Matemática
05 a 09 de dezembro de 2022

Cenários Animados no GeoGebra: Matemática no plano e no espaço

Animated Scenarios in GeoGebra: Mathematics in the plane and in space

Escenarios animados en GeoGebra: Matemáticas en el plano y en el espacio

Maria Ivete Basniak[166]
Universidade Estadual do Paraná - campus União da Vitória
0000-0001-5172-981X

Adrieli Cristine Bueno[167]
Universidade Estadual do Paraná - campus União da Vitória
0000-0001-5363-4099

Camila Maria Koftun[168]
Universidade Estadual do Paraná - campus União da Vitória
0000-0002-1883-9571

Modalidade: Oficina
Núcleo Temático: Tecnologia digital e outros recursos para o ensino e aprendizagem da matemática

Resumo

Os cenários animados são construídos no GeoGebra, articulando elementos matemáticos a ferramentas do software que possibilitam movimento à construção, constituindo uma cena animada. A dinâmica de sua construção permite abordar conteúdos matemáticos de maneira não tradicional, pois durante o processo de criação os alunos constroem e/ou simulam uma situação, real ou não, escolhida por eles. Neste sentido, essa prática pode ser proposta por professores de matemática que queiram inovar sua prática de ensino, incluindo o uso do GeoGebra. Nessa oficina serão apresentados e construídos três cenários animados no GeoGebra: **Barco e chuva** e **Desenho**, construídos no plano e **Cubo na esteira** construído no espaço. Paralelamente à construção desses cenários serão discutidos encaminhamentos para a abordagem de conteúdos matemáticos que emergem durante o processo de sua construção, dentre os quais, propriedades da Geometria plana e espacial. De forma geral, os cenários serão construídos passo a passo com os participantes e na sequência ocorrem as discussões sobre os conteúdos matemáticos envolvidos nesse processo.

Palavras-chave: Cenários animados, Conteúdos matemáticos, GeoGebra, Tecnologias Educacionais.

Abstract

The animated scenarios are built in GeoGebra, articulating mathematical elements to the software tools that allow movement to the construction, constituting an animated scene. The dynamics of its construction makes it possible to approach mathematical content in a non-

[166] basniak2000@yahoo.com.br
[167] adrielicbueno@gmail.com
[168] camila.m.k@hotmail.com

traditional way, because during the creation process students build and/or simulate a situation, real or not, chosen by them. In this sense, this practice can be proposed by mathematics teachers who want to innovate their teaching practice, including the use of GeoGebra. In this workshop, three animated scenarios will be presented and built in GeoGebra: **Boat and Rain** and **Drawing**, built on the plane and **Cube on the mat** built in space. In parallel with the construction of these scenarios, directions for approaching the mathematical contents that emerge during the process of their construction will be discussed, among which, properties of plane and spatial geometry. In general, the scenarios will be built step by step with the participants and then there will be discussions about the mathematical content involved in this process.

Keywords: Animated Scenarios, Mathematical Contents, GeoGebra, Educational Technologies.

Resumen

Los escenarios animados se construyen en GeoGebra, articulando elementos matemáticos a las herramientas de software que permiten el movimiento a la construcción, constituyendo una escena animada. La dinámica de su construcción permite abordar los contenidos matemáticos de una manera no tradicional, pues durante el proceso de creación los estudiantes construyen y/o simulan una situación, real o no, elegida por ellos. En este sentido, esta práctica puede ser propuesta por profesores de matemáticas que quieran innovar su práctica docente, incluyendo el uso de GeoGebra. En este taller se presentarán y construirán tres escenarios animados en GeoGebra: **Barco y Lluvia** y **Dibujo**, construido sobre el plano y **Cubo sobre el tapete** construido en el espacio. Paralelamente a la construcción de estos escenarios, se discutirán direcciones de abordaje de los contenidos matemáticos que emergen durante el proceso de construcción de los mismos, entre los cuales, propiedades de la geometría plana y espacial. En general, los escenarios se construirán paso a paso con los participantes y luego se discutirán los contenidos matemáticos involucrados en este proceso.

Palabras clave: Escenarios Animados, Contenidos Matemáticos, GeoGebra, Tecnologías Educativas.

Introdução

As tecnologias digitais (TD) podem ser utilizadas nas aulas de matemática para contribuir com o processo formativo dos alunos, substituindo e/ou complementando atividades que eram realizadas sem o uso desses recursos. O uso de recursos digitais para a criação de gráficos é um exemplo dessa afirmação, pois exibem de forma instantânea as representações corretas, diferentemente de construir gráficos utilizando papel, lápis e régua, que é um processo que demanda tempo, cálculos e em alguns casos pode gerar representações equivocadas. Entretanto, apenas realizar uma prática utilizando algum recurso tecnológico digital não evidencia o verdadeiro potencial que as TD podem apresentar. Uma das competências gerais proposta pela BNCC (2018) é a utilização das TD de forma crítica, reflexiva e significativa, que pode ocorrer quando são utilizados recursos, como softwares educacionais, para favorecer explorações sobre os diferentes conteúdos. Nesta oficina, em especial, serão propostas construções no software de geometria dinâmica, GeoGebra, intituladas como cenários animados (CA).

Os CA são construções em que elementos matemáticos estão relacionados a ferramentas que proporcionam movimento à construção (Bueno & Basniak, 2020) de modo que, ao final, obtenha-se uma cena animada que pode envolver personagens, situações do cotidiano ou do imaginário.

O processo de desenvolvimento de CA envolve diversos conteúdos matemáticos e pode favorecer a aprendizagem dos alunos sobre eles. Basniak (2020) ressalta que alunos com indicativo de altas habilidades/superdotação dos anos finais do Ensino Fundamental, a partir da construção de CA, reconhecem características importantes de conceitos matemáticos trabalhados no Ensino Médio, como de função polinomial do primeiro grau.

Portanto, nesta oficina serão apresentados e construídos CA no software GeoGebra, utilizando as janelas de visualização 2D e 3D, discutindo e promovendo reflexões sobre os encaminhamentos e possibilidades de abordar conteúdos matemáticos que emergem durante o processo de construção dos CA.

Cenários animados no software GeoGebra

A construção dos CA será realizada no software GeoGebra, o qual possui ferramentas que possibilitam a construção de um mesmo objeto de diferentes formas. Por exemplo, pode-se criar um ponto usando a ferramenta **Ponto** ou digitando as suas coordenadas na **caixa de entrada** do software. Além disso, ao criar qualquer objeto matemático no GeoGebra, são exibidas distintas representações, como a algébrica e gráfica, o que permite ao usuário trabalhar com diferentes representações do objeto simultaneamente. Quando o objeto é alterado, a modificação ocorre em todas as representações. Para o caso de objetos geométricos, é possível relacionar representações planas e espaciais a partir das janelas de visualização 2D e 3D.

Um recurso do software muito utilizado na construção dos CA é a ferramenta **controle deslizante**, a qual determina um valor numérico dentro de um intervalo definido pelo usuário, que varia conforme um incremento escolhido por ele. Nos CA a ferramenta controle deslizante está presente, pois uma característica importante destas construções é a atribuição de movimento em algum personagem ou objeto que constitui a cena final. Existem outras possibilidades para atribuir movimento aos CA, mas o controle deslizante é a ferramenta mais utilizada.

Assim, como o controle deslizante tem a função de assumir diferentes valores, quando um objeto matemático está relacionado a ele e o usuário o movimenta/anima, a representação do objeto matemático se move na janela de visualização (2D e/ou 3D) e, consequentemente, sua representação algébrica também é alterada. Nesse sentido, as construções no software que possuem objetos relacionados a um controle deslizante são dinâmicas e apresentam movimento.

Bueno e Basniak (2020) salientam que na construção de um mesmo cenário podem ser utilizadas diferentes estratégias e, consequentemente, distintos conteúdos matemáticos como base. Assim, durante as construções dos CA os conteúdos emergentes são discutidos com os alunos, pois somente as ferramentas e comandos do software não são suficientes para que os alunos relacionem o CA e a matemática (Bueno & Basniak, 2020) . Portanto, a condução do professor neste tipo de prática tem grande importância nos resultados obtidos.

Nesse sentido, o momento de construção dos CA é favorável para a discussão de conteúdos matemáticos. Os alunos podem ser incentivados a fazer explorações e investigações no software e, serem encorajados a testar outras possibilidades de construção para os CA, assumindo uma postura ativa em seu aprendizado.

Encaminhamentos para o desenvolvimento da oficina

A oficina iniciará com a apresentação de alguns CA finalizados, diferentes dos que serão propostos na oficina, para que os participantes tenham conhecimento sobre algumas possibilidades de construção, assim como dos conteúdos matemáticos que podem ser abordados.

Os participantes serão informados sobre a dinâmica adotada para as construções dos cenários nesta oficina: primeiro será mostrado aos participantes o CA já finalizado para que saibam qual será a cena animada final. Depois será iniciada a construção, apresentando uma possibilidade para a construção do cenário. A construção será realizada por etapas, as quais serão primeiramente apresentadas, uma de cada vez, e entre cada etapa será destinado um tempo para que os participantes reproduzam os passos no GeoGebra. Priorizamos a construção passo a passo, em um primeiro momento, para que sejam evitados eventuais problemas dos participantes não conseguirem acompanhar o desenvolvimento do cenário.

O primeiro cenário animado a ser construído foi por nós intitulado **Barco e chuva** (Figura 1)[169]. Antes de iniciar a construção, os participantes serão questionados sobre se vislumbram algum encaminhamento para a construção, quais conteúdos poderiam ser empregados, se tem sugestões ou ideias. Na sequência de cada etapa construída, serão realizadas discussões sobre os conteúdos matemáticos envolvidos na ação de construção do cenário. Em particular, nesta construção pretendemos discutir sobre os seguintes conteúdos matemáticos: plano cartesiano, reta numérica, coordenadas de um ponto, distância entre pontos, expressões algébricas, proposições lógicas e intervalos.

Figura 1.

Cenário animado Barco e chuva

Ao construir esse CA temos por objetivo que os participantes se ambientem com as ferramentas do software e com a proposta da oficina. Pretendemos, também, que eles relacionem as coordenadas de um ponto com a sua posição no plano cartesiano e relacionem uma variável, que neste caso será o controle deslizante, a uma das coordenadas do ponto. Podem, também, ser exibidas possibilidades diferentes para a construção desse mesmo cenário, usando o conteúdo de função polinomial do primeiro grau, por exemplo. Ao terminar as discussões e a construção do cenário **Barco e chuva**, os participantes serão desafiados a construírem o CA **Desenho** (Figura 2)[170]. Podem reproduzir o cenário proposto a ou adaptar para construir outro desenho, caso queiram. Este segundo CA pode ser construído de forma semelhante à primeira construção, pois pode envolver os mesmos conteúdos utilizados. O objetivo é que os participantes testem/exercitem os conhecimentos adquiridos no primeiro

[169] Cenário animado disponível em: https://www.geogebra.org/m/ptazpyqa
[170] Cenário animado disponível em: https://www.geogebra.org/m/bathrv7m

momento da oficina e explorem as ferramentas e recursos do GeoGebra. Caso os participantes tenham dúvidas ou dificuldades as ministrantes estarão disponíveis para auxiliá-los.

Figura 2.

Cenário animado Desenho

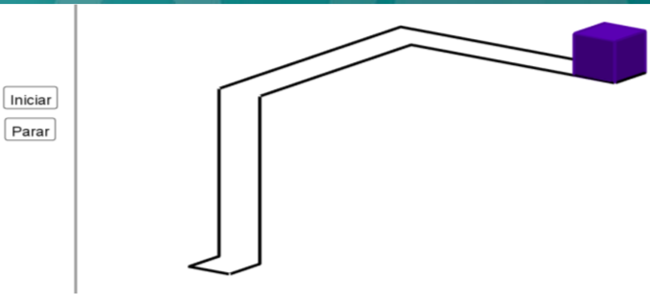
Nos próximos momentos, será proposto aos participantes a construção do CA intitulado **Cubo na esteira** (Figura 3)[171] que é construído principalmente na janela 3D do GeoGebra, considerando o espaço tridimensional. Nessa construção, alguns passos serão feitos com os participantes, outros eles serão incentivados e orientados para que façam sozinhos, pois serão semelhantes aos passos anteriores. Em todo o processo de construção, os participantes serão questionados sobre como pensam em construir, se tem sugestões ou ideias. Novamente, serão propostas discussões sobre os conteúdos matemáticos que estão envolvidos na ação de construção do cenário, quais sejam: eixos no espaço, coordenadas de um ponto no espaço 3D, segmentos, cubo, símbolos de igualdade e desigualdade, ângulo, expressões algébricas, proposições lógicas e intervalos.

Ao construir este CA temos por objetivo de que os participantes vislumbrem um CA considerando três dimensões, assim como explorem as características de objetos geométricos no espaço, como os eixos, pontos e poliedros. Além disso, pretendemos que os participantes relacionem as coordenadas de um ponto com o seu deslocamento no espaço.

Figura 3.

Cenário animado Cubo na esteira

[171] Cenário animado disponível em: https://www.geogebra.org/m/up69pzb3



Para o desenvolvimento da oficina prevemos a duração de três horas, sendo uma hora por dia. Não há quantidade limitada de participantes. Indicamos, no entanto, que os participantes utilizem computadores ou notebooks, pois em tablets ou smartphones alguns recursos e ferramentas do aplicativo do GeoGebra não estão disponíveis. É necessário, também, que os participantes tenham acesso à internet durante o desenvolvimento da oficina e que já tenham a versão do **GeoGebra Clássico 5**[172] instalado no computador/notebook que usarão para desenvolver as construções de CA propostas na oficina.

Caso não haja tempo suficiente para finalizar alguma construção, serão encaminhados/disponibilizados aos participantes os roteiros de construção e de discussão dos conteúdos matemáticos dos CA que seriam desenvolvidos durante a oficina.

Referências

Basniak, M. I. (2020). A construção de cenários animados no GeoGebra e o ensino e a aprendizagem de funções. *Revista Do Instituto GeoGebra Internacional De São Paulo*, *9*(1), 43–58. https://doi.org/10.23925/2237-9657.2020.v9i1p43-58

Brasil. (2018) *Base Nacional Comum Curricular: Educação é a base.* Ministério da Educação, Brasília.

Bueno, A. C. & Basniak, M. I. (2020). Construcción de escenarios en GeoGebra en la movilización de conocimientos matemáticos por alumnos con altas habilidades/superdotados. *Revista Paradigma*. XLI, (Extra 2), (252-276). 10.37618/PARADIGMA.1011-2251.0.p252-276.id895

[172] www.geogebra.org/download - Link para download do aplicativo do GeoGebra.

Análise Combinatória e Calculadora Científica Virtual: Formulações e Resoluções de Problemas no Laboratório Virtual de Matemática

Combinatorial Analysis and Virtual Scientific Calculator: Formulations and Problem Solving in the Virtual Mathematics Laboratory

Análisis Combinatorio y Calculadora Científica Virtual: Formulaciones y Resolución de Problemas en el Laboratorio Virtual de Matemáticas

Kátia Maria de Medeiros,
Universidade Estadual da Paraíba[173]
0000-0002-9576-9992

Modalidade: Oficina
Núcleo Temático: Tecnologia digital e outros recursos para o ensino e aprendizagem da matemática

Resumo

Esta Oficina Virtual tem como objetivo propor a formulação e resolução de problemas matemáticos a partir das teclas da calculadora científica envolvendo conceitos de Análise Combinatória. A metodologia terá quatro momentos, cada um com duração de 15 min.: No primeiro momento, a ministrante fará uma breve exposição sobre o tema da Oficina Virtual, nos três momentos seguintes os participantes, em duplas, formularão e resolverão problemas de análise combinatória a partir das teclas da calculadora científica do Windows ou o com o simulador da Casio, explicarão para todos os modos como a sua dupla formulou e resolveu o problema e, no quarto momento, os participantes farão uma reflexão sobre a tarefa.

Palavras-chave: Análise Combinatória; Calculadora científica virtual; Formulações e resoluções de problemas; Laboratório virtual de matemática; Reflexão sobre a tarefa.

Abstract

This Virtual Workshop aims to propose the formulation and resolution of mathematical problems from the keys of the scientific calculator involving concepts of Combinatorial Analysis. The methodology will have four moments, each with a duration of 15 min.: In the first moment, the lecturer will make a brief exposition on the theme of the Virtual Workshop, in the following three moments we will have two with the formulation and resolution of combinatorial analysis problems from the keys on the Windows scientific calculator or with the Casio simulator. In the fourth moment, the participants will reflect on the task.

Keywords: Combinatorial Analysis; Virtual scientific calculator; Problem formulations and resolutions; Virtual Mathematics Laboratory; Reflection on the task.

Resumen

[173] katiamedeirosuepb@gmail.com

Este Taller Virtual tiene como objetivo proponer la formulación y resolución de problemas matemáticos a partir de las claves de la calculadora científica involucrando conceptos de Análisis Combinatorio. La metodología tendrá cuatro momentos, cada uno con una duración de 15 min.: En el primer momento el expositor hará una breve exposición sobre el tema del Taller Virtual, en los siguientes tres momentos tendremos dos con la formulación y resolución de problemas de análisis combinatorio a partir de las teclas de la calculadora científica de Windows o con el simulador Casio. En el cuarto momento, los participantes reflexionarán sobre la tarea.

Palabras clave: Análisis Combinatorio; Calculadora científica virtual; Formulaciones y resoluciones de problemas; Laboratorio Virtual de Matemáticas; Reflexión sobre la tarea.

Introdução

As calculadoras são instrumentos tecnológicos presentes em nosso cotidiano, há algumas décadas. E o que é uma calculadora?

Desde os primórdios, a humanidade utilizou recursos para ajudá-la a fazer cálculos. Quem não se lembra da história do uso das pedras para calcular? Estas eram usadas por antigos pastores, que associavam a cada ovelha de seus rebanhos, uma delas. Esta também é a origem da palavra Cálculo, "*Calculus*", que em latim significa pedra ou pedrinha.

Com a aceleração do desenvolvimento tecnológico, os computadores, com seus sistemas operacionais, também incluíram as calculadoras, básicas, e científicas neles. Contudo, nas Escolas Básicas brasileiras, ainda encontramos muita resistência dos professores de Matemática para incorporarem este recurso didático em suas aulas. Qual o por quê desta resistência?

Para a maioria das pessoas que não estudou muita Matemática, esta ciência se resume a "fazer contas". Portanto, se é assim, usar a calculadora seria sinônimo de incompetência nos cálculos. E, esta concepção, muitas vezes, é a de professores e futuros professores de Matemática. Contudo, sabemos que a Matemática é muito mais do que cálculos. E as tarefas matemáticas também não são apenas exercícios, como ainda predomina em muitas salas de aula brasileiras.

Realmente, para fazer exercícios, não precisamos nem devemos usar calculadoras. Este uso só faz sentido nas tarefas de natureza exploratória, nas quais o papel do estudante e do professor são diferentes daqueles que desempenham no ensino direto ou tradicional. Estes papéis mudam de aluno passivo, para estudante ativo e de professor transmissor de conhecimentos, para professor organizador das condições didáticas.

Nossa experiência e os resultados obtidos no ensino, na pesquisa e na extensão, convergem para as vantagens da utilização das calculadoras nas aulas de Matemática. Muitas pesquisas que fizemos e/ou orientamos, ao longo de mais de duas décadas, sugerem as vantagens do uso de calculadoras básicas e científicas nas aulas de Matemática (FERREIRA 2006; GOUVEIA JÚNIOR, 2014; LAUREANO & MEDEIROS, 2008; LIMA, 2017; MEDEIROS, 2003; SANTANA, 2015; SANTOS, 2018; SANTANA & MEDEIROS, 2019; SOUSA 2017).

Temos muitas tarefas, como os problemas, as investigações matemáticas, os jogos, os projetos e a modelagem (PONTE, 2017), que podem ser desenvolvidas de modo mais rápido e eficaz, com o uso das calculadoras. Estas tarefas de natureza exploratória são as que precisamos organizar e trabalhar com os nossos estudantes, professores e futuros professores, também no Laboratório Virtual de Matemática.

A formulação de problemas (MEDEIROS & SANTOS, 2007; BROWN & WALTER, 2005; OSANA & PELCZER, 2015) e a formulação e resolução de problemas são tarefas com as quais já trabalhamos com as calculadoras científicas, seja no ensino presencial, seja no ensino remoto, no contexto da Pandemia do Covid-19, que trouxeram bons resultados em termos de colaborações e estratégias de formulação e resolução de problemas. Nesta Oficina Virtual vamos explorar a formulação e a resolução de problemas matemáticos a partir das teclas da calculadora científica envolvendo conceitos de Análise Combinatória.

Segundo Juan et al (2019), o termo “combinatória”, como conhecemos hoje, foi utilizado por Wilhelm Leibniz em sua *Dissertartio de Arte Combinatoria* e J. Bernouilli em sua obra *Ars Conjectandi*, a arte de conjecturar, criou as noções básicas de probabilidade. Com estas obras a combinatória foi criada como um ramo da Matemática, que tem por atribuição contar sem enumerar diretamente todos os casos. Neste ramo, é preciso conhecer as técnicas de ordenação, colocação, seleção, entre outros aspectos, dos objetos a serem contados. Para o autor, as variações (arranjos) e combinações são instrumentos eficazes de contagem.

A Análise Combinatória, segundo Vasconcelos e Rocha (2019), se originou em problemas relativos a quadrados mágicos. Ela se ampliou a partir de técnicas que possibilitam contar, de modo direto ou indireto o número de elementos de um dado conjunto, sendo estes agrupados de acordo com determinadas condições. A Probabilidade, por sua vez, teve a sua origem nos problemas com jogos de azar.

O raciocínio combinatório, segundo Lima (2019), se relaciona à capacidade de resolver de modo adequado problemas combinatórios de vários tipos, sendo capaz de identificar as suas características e selecionar o melhor métodos de resolução para cada caso.

Simões (2010, p.4) questiona "O que poderá ser um Laboratório Virtual de Matemática de forma a poder contribuir para a melhoria efectiva da aprendizagem matemática dos alunos e desenvolvimento profissional dos professores? Que tipo de tarefas melhor se adequam? Como incorporar as capacidades de comunicação, seja síncrona ou assíncrona? Como poderá tal tipo de espaço apoiar a exploração de ideias, a realização de experiências e simulações, potenciando formas de comunicação, de colaboração e de discussão na comunidade dos seus utilizadores."

Os autores Albu, Hobert e Mihai (2003) citados por Simões (2010), definem Laboratório Virtual como um ambiente interactivo para a criação e condução de experiências ou de simulação de experiências. Isto reafirma a ideia, segundo a qual, um Laboratório Virtual é, antes de tudo, um laboratório, um local de experimentação, localizado no espaço virtual da WWW, também se caracterizando como um espaço de distribuição e de compartilhamento de equipamentos e recursos.

Segundo Lévy (2005) o virtual é real, segundo o autor, o mundo digital faz parte da realidade, pois os computadores são reais, os 0 e os 1 são códigos que estão em uma memória que é completamente física e completamente real. As telas são físicas e completamente reais. E, obviamente, os corpos humanos são vivos e completamente reais. O que é virtual e não físico o que é imaterial é a significação. O mundo da significação, que é o verdadeiro mundo virtual, de acordo com o autor, é um mundo que começa com a linguagem, não é um mundo que começa com os computadores.

Figura 1.

Figuras de Calculadoras Básica e Científica do Windows

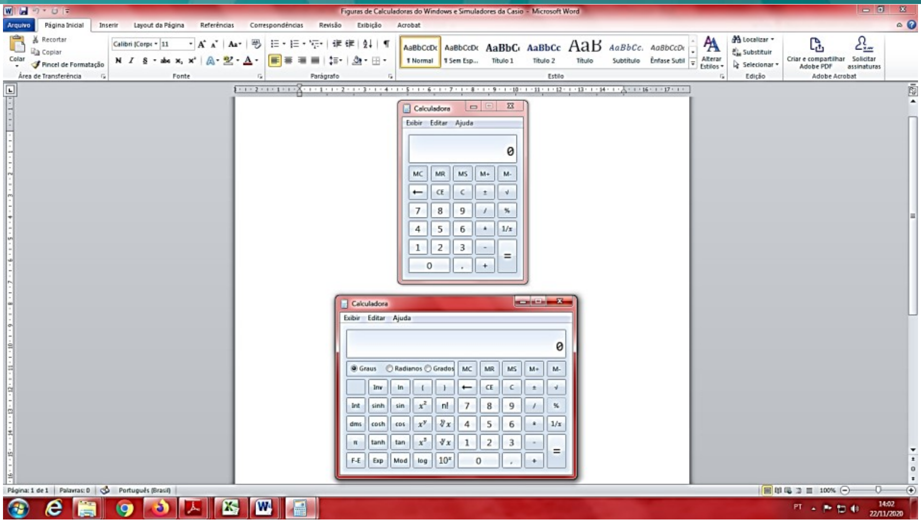
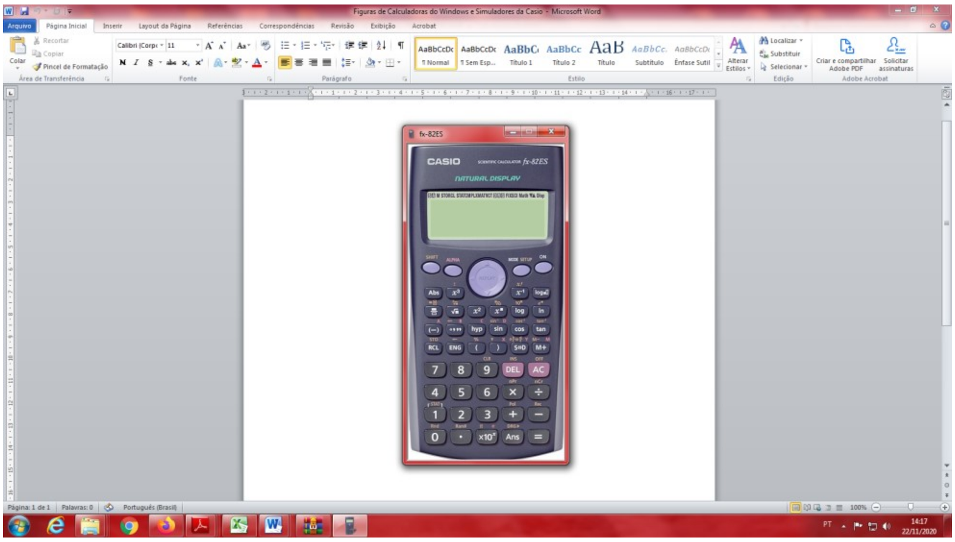


Figura 2.

Figura de Simuladores da Calculadora Científica Casio



Esta Oficina Virtual tem como objetivo propor a formulação e resolução de problemas matemáticos a partir das teclas da calculadora científica envolvendo conceitos de Análise Combinatória.

Metodologia

No primeiro momento, a ministrante fará uma breve exposição, em 15 min., sobre o tema da Oficina Virtual, utilizando informações de https://edu.casio.com/forteachers/math_education/ e conhecimentos de Medeiros (2003), Medeiros (2013), Laureano e Medeiros (2008).

A seguir, teremos três momentos, cada um com 15 min., nos quais os participantes irão formular e resolver problemas de análise combinatória a partir das teclas da calculadora ou científica do Windows ou o com o simulador da Casio, explicar como formularão e resolverão os problemas e refletir sobre a tarefa (PONTE, 2005).

No segundo momento, os participantes, em duplas, formularão e resolverão problemas de análise combinatória com a calculadora científica do Windows ou o com o simulador da Casio.

No terceiro momento, um(a) porta-voz, escolhido pela ministrante, explicará para todos os modos como a sua dupla formulou e resolveu o problema.

Por fim, no quarto momento, os participantes farão uma reflexão sobre a tarefa (PONTE, 2005), em uma página, no formato A4, com corpo de texto Times New Roman 12, espaçamento entrelinhas 1,5 e enviarão para o e-mail da ministrante: katiamedeirosuepb@gmail.com

Serão utilizados os seguintes materiais para consultas:

MEDEIROS, K. M. *Atividades com a calculadora para a sala de aula*. Apostila (mimeo). 2005.

JUAN et al. *Actividades para el Aula con Calculadora Cientifica.* FESPM (Federación Española de Profesores de Matemáticas), 2019. https://edu.casio.com/forteachers/math_education/

PARRADO et al. *Atividades para el aula com calculadora científica*. FESPM (Federación Española de Profesores de Matemáticas), 2017. https://fespm.es/index.php/2019/07/12/libro-actividades-con-calculadora-ii/

Referências

BORBA, M. C.; MALHEIROS, A. P. S.; AMARAL, R. B. *Educação à distância on line*. 4ª ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2014.

BROWN, S.; WALTER. M. *The art of problem posing.* (3ª ed). New York: Routledge, 2005.

FERREIRA, L. S. Utilizando a Calculadora na Compreensão do Sistema de Numeração Decimal. 2006. Trabalho de Conclusão de Curso. (Graduação em Licenciatura em Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba.

GOUVEIA JÚNIOR, N. M.. O Uso da Calculadora em Jogos numa Turma do 9º Ano do Ensino Fundamental da Cidade de Itabaiana - PB. 2014. Trabalho de Conclusão de Curso. (Graduação em Licenciatura em Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba.

LAUREANO, E. L.; MEDEIROS. Introduzindo o Conceito de Logaritmo com a Calculadora Científica. In: XIX Encontro de Investigação Matemática, 2008, Vieira de Leiria-Portugal. Tecnlogias e Educação Matemática. Lisboa: Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação, 2008. v. 1. p. 148-159.

LÉVY, P. O que é virtual? Tradução Paulo Neves. 7.ed. São Paulo, SP: Editora 34, 2005.

LIMA, J. L. D. A Calculadora Aliada aos Jogos Matemáticos: Um Estimulo à Matemática no Ensino Fundamental. 2017. Trabalho de Conclusão de Curso. (Graduação em Licenciatura em Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba.

LIMA, E. T. Raciocínio Combinatório no Ensino Médio: Explorando Compreensões. In Anais do XIII Encontro Nacional de Educação Matemática. Cuiabá, Mato Grosso, SBEM, 2019.

JUAN et al. *Actividades para el Aula con Calculadora Cientifica.* FESPM (Federación Española de Profesores de Matemáticas), 2019.

MEDEIROS, K. M. *A influência da calculadora na resolução de problemas matemáticos abertos.* In Educação Matemática em Revista. SBEM – Ano 10 – nº14, agosto de 2003, p. 19-28.

MEDEIROS, K. M.; SANTOS, A. J. B. *Uma experiência didática com a formulação de problemas matemáticos*. In *Zetetiké,* Volume 15, n° 28, 2007.

MEDEIROS, K. M. *A Calculadora Científica Utilizada na Formulação, na Resolução e na Explicação de Problemas Matemáticos no Ensino Médio*. In Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática-ENEM- Curitiba, SBEM, 2013.

.MEDEIROS, K. M.; FERNANDES, M. D. C. V. O Laboratório de Matemática e a Formulação e Resolução de Problemas: Intercâmbio e Reflexões dos Futuros Professores. Vidya (Santa Maria. Online), v. 34, p. 131-146, 2014.

OSANA H.; PELCZER I. A review on problem posing in teacher education. In Singer F., Ellerton N., Cai J. (Eds.), Problem posing in mathematics: From research to effective practice (pp. 469-492). New York, NY: Springer, 2015.

PARRADO et al. Atividades para el aula com calculadora científica. FESPM (Federación Española de Profesores de Matemáticas), 2017.

PONTE, J. P. *Gestão curricular em Matemática*. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa: APM. 2005.

SANTANA, J.E. B.; MEDEIROS, K.M.. O uso da calculadora científica nas aulas de Matemática do Ensino Médio: explorando a resolução de problemas. Revemop, v. 1, p. 345, 2019.

SANTANA, J. E. B. *O Uso da Calculadora Científica nas Aulas de Matemática do Ensino Médio: Investigando Concepções e Explorando Possibilidades.* Campina Grande: 2015. 235 f.. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática), Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande.

SIMÕES, M. *Laboratórios Virtuais de Matemática como um espaço de apoio à actividade do professor do século XXI.* Dissertação de Doutoramento. Braga: Universidade do Minho. 2008.

SIMÕES, M. Laboratórios Virtuais de Matemática como espaços de apoio à actividade do

Professor do Século XXI. Actas do ProfMat 2010. Aveiro: Portugal, 2010.

SOUSA, A. N. C.. Trigonometria e Calculadora Científica: Conhecendo a Máquina e Explorando Tarefas. 2018. Trabalho de Conclusão de Curso. (Graduação em Licenciatura em Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba.

VASCONCELOS, C. B; ROCHA, M. A. *Análise Combinatória e Probabilidade.* Fortaleza: EdUECE, 2019.

Oficina: Matemática e Arte tendo como pano de fundo a função trigonométrica seno

Workshop: Mathematics and Art against the backdrop of the trigonometric function sine

Taller: Matemática y Arte teniendo en el contexto de la función trigonométrica seno

Teodora Pinheiro Figueroa[174]
UTFPR-PB
0000-0001-8680-5202

Maritza Luna Valenzuela [175]
PUCP-Peru
0000-0002-3039-451X

Modalidade: Oficina
Núcleo Temático: Tecnologia digital e outros recursos para o ensino e aprendizagem da matemática.

Resumo

Esta oficina se refere a uma proposta de ensino de funções trigonométricas, especificamente a função seno, tendo como pano de fundo o desenho como expressão de arte aliado a uma Atividade de Processo de Criação do Aluno (APCA) e o uso do GeoGebra. Esta proposta se insere no contexto da interdisciplinaridade e, na perspectiva do ensino de Matemática de forma lúdica e construtivista. O público-alvo são alunos do curso de Licenciatura em Matemática, bem como professores da Educação Básica. O desenvolvimento das Situações Didáticas (SD) é fundamentado na Teoria das Situações Didáticas, as quais foram planejadas da seguinte forma: SD 1) Discussão sobre o conceito de arte; SD 2) Processo de Criação do Aluno a partir do desenho do gráfico da função seno, desenvolvimento da obra de arte. SD 3) Identificação do significado dos parâmetros A, B, C e D na função f(x)= A + B sen (Cx+D), SD 4) Processo de releitura da criação dos alunos a partir da função seno e discussão e análise da proposta pelos participantes. Espera-se que esta oficina contribua para o ensino e aprendizagem da função trigonométrica seno e, assim possa proporcionar reflexões que impactem de alguma forma na prática dos participantes: professores em formação e professores atuantes na Educação Básica.

Palavras-chave: Funções Trigonométricas, Atividade de Processo de Criação do Aluno, Teoria das Situações Didáticas, GeoGebra.

Abstract

This workshop refers to a proposal for teaching trigonometric functions, specifically the sine function, with the background of drawing as an expression of art combined with a Student Creation Process Activity (SCPA) and the use of GeoGebra. This proposal is inserted in the context of interdisciplinarity and, in the perspective of teaching Mathematics in a playful and constructivist way. The target audience are students of the Mathematics Degree course, as well as Basic Education teachers. The development of Didactic Situations (SD) is based on the

[174] teodorapinheiro@utfpr.edu.br
[175] luna.m@pucp.edu.pe

Theory of Didactic Situations, which were planned as follows: SD 1) Discussion about the concept of art; SD 2) Student Creation Process from the design of the sine function graph, development of the artwork. SD 3) Identification of the meaning of parameters A, B, C and D in the function f(x)= A + B sin (Cx+D), SD 4) Rereading process of the students' creation from the sine function and discussion and analysis of the proposal by the participants. It is expected that this workshop will contribute to the teaching and learning of the trigonometric sine function and, thus, can provide reflections that impact in some way on the practice of the participants: teachers in training and teachers working in Basic Education.

Keywords: Trigonometric Functions, Student Creation Process Activity, Theory of Didactic Situations, GeoGebra.

Resumen

Este taller se refiere a una propuesta para la enseñanza de funciones trigonométricas, específicamente la función seno, con el trasfondo del dibujo como expresión del arte combinado con una Actividad del Proceso de Creación del Estudiante (APCA) y el uso de GeoGebra. Esta propuesta se inserta en el contexto de la interdisciplinariedad y, en la perspectiva de la enseñanza de las Matemáticas de forma lúdica y constructivista. El público objetivo son estudiantes de la carrera de Licenciatura en Matemáticas, así como profesores de Educación Básica. El desarrollo de las Situaciones Didácticas (SD) se basa en la Teoría de las Situaciones Didácticas, las cuales fueron planificadas de la siguiente manera: SD 1) Discusión sobre el concepto de arte; SD 2) Proceso de creación del estudiante a partir del diseño de la gráfica de la función seno, desarrollo de la obra de arte. SD 3) Identificación del significado de los parámetros A, B, C y D en la función f(x)= A + B sen (Cx+D), SD 4) Proceso de relectura de la creación de los estudiantes a partir de la función seno y discusión y análisis de la propuesta por parte de los participantes. Se espera que este taller contribuya a la enseñanza y aprendizaje de la función trigonométrica del seno y, así, pueda aportar reflexiones que impacten de alguna manera en la práctica de los participantes: docentes en formación y docentes en ejercicio de la Educación Básica.

Palabras clave: Funciones Trigonométricas, Actividad del Proceso de Creación del Estudiante, Teoría de Situaciones Didácticas, GeoGebra.

Introdução

Esta Oficina é resultado de um curso de extensão, ministrado pela primeira autora, para alunos do primeiro ano do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, campus Pato Branco.

A temática desta oficina diz respeito a resultados de pesquisas sobre o estudo das funções trigonométricas, tais como, (Brito e Morey, 2004; Pinheiro, 2008; Vazquez, 2010; Ross, et al 2011; Pedroso, 2012; Corradi, 2013; Feijó, 2018) , os quais relatam sobre as dificuldades dos alunos e uma série de obstáculos que impedem a aprendizagem de forma efetiva, tais como: excesso de cálculos e ausência de significados; dificuldades dos alunos para formular e transpor expressões algébricas, sendo que para uma aprendizagem em trigonometria de forma significativa é necessário alternar entre representações abstratas, visuais e concretas de objetos matemáticos; dificuldades em relação a característica e comportamento das funções trigonométricas; falta de dinamismo e interatividade dos alunos com o objeto matemático; e formação de professores insuficiente, principalmente do ponto de vista didático, atuando apenas como um transmissor de conhecimento.

Diante deste cenário, esta oficina é um recorte de um estudo e pesquisa sobre a possibilidade de estabelecer conexões entre a trigonometria e a arte, a partir de uma Atividade de Processo de Criação do Aluno (APCA) envolvendo o desenho à mão livre como uma expressão de arte e a função seno.

A seguir apresentamos um relato a respeito da conexão entre Matemática e Arte.

Matemática e Arte

Quando estudamos a história da humanidade observamos que a evolução do homem se deu a partir de um processo de descoberta e de criação pautado na liberdade de expressão. As primeiras incursões em ossos e, posteriormente em argilas e papiros, revelam a necessidade do registro referente a ordenação de coisas ou objetos, os quais podem ser considerados como expressões em forma de arte. A escrita cuneiforme é uma forma de arte e os registros em cavernas são denominados arte rupestre.

A matemática e a arte estão interconectadas nas expressões de muitos artistas. A perspectiva, a proporção e a simetria, por exemplo, são essenciais nas artes plásticas. Criatividade e universalidade são atributos que referimos à arte e à Matemática, assim como beleza e rigor.

A arte é abstrata, assim como a matemática. Mas, a arte é admirada mesmo por aqueles que não entendem de arte e, isso não ocorre com a Matemática. As pesquisas relatam que a matemática escolar é temida pela maioria dos alunos. Kunwar (2020), em sua pesquisa comenta sobre a fobia matemática, relacionada a crença de que a matemática é um assunto difícil. Segundo Humphrey e Hourcade (2010) muitos adultos, inclusive, tem fobia em matemática e, isto se deve as suas primeiras experiências escolares.

Diante deste fato, esta oficina procura desmistificar esta crença de que a matemática é difícil através do planejamento de situações didáticas que apresentem conexões entre a Matemática e a Arte em APCA à luz da Teoria das Situações Didáticas proposta por Brousseau (1986, apud ALMOULOUD, 2007, p.31), a qual estabelece a criação de um modelo de interação entre o aprendiz, o saber e o milieu (ou meio) que proporciona condições favoráveis à aprendizagem do objeto matemático pelo aluno.

Dessa forma, os participantes desta oficina poderão experimentar essas situações e, vislumbrar diversas possibilidades de conexões em suas criações de Arte (desenho à mão livre) a partir do desenho da forma da função seno.

Teoria das Situações Didáticas (TSD)

Segundo Almouloud (2007, p.32), o objetivo principal dessa teoria não é o sujeito cognitivo, mas a situação didática na qual são identificadas as interações estabelecidas entre o professor, o aluno e o saber.

A TSD apoia-se em três hipóteses: i) o aluno aprende adaptando-se ao meio, o qual é fator de dificuldades, de contradições, de desequilíbrio (BROUSSEAU, 1986, apud ALMOULOUD, 2007, p.32); ii) o professor é responsável em organizar um milieu suscetível de provocar a aprendizagem; iii) o milieu e as situações didáticas devem engajar os saberes matemáticos envolvidos no processo de ensino e aprendizagem.

Essas interações entre o aluno, o saber e o meio são possíveis a partir de situações didáticas e/ou situações adidáticas.

Segundo Brousseau (1978, apud ALMOULOUD, 2007, p.33) a situação didática é o conjunto de relações estabelecidas explicitamente e/ou implicitamente entre um aluno ou grupo de alunos, um certo milieu e um sistema educativo (o professor) para que estes alunos adquiram um saber constituído ou em constituição.

De acordo com Almouloud (2007, p.33), a situação adidática, como parte essencial da situação didática, é uma situação na qual a intenção de ensinar não é revelada ao aprendiz, mas foi imaginada, planejada e construída pelo professor para proporcionar, a este, condições favoráveis para a apropriação do novo saber que deseje ensinar.

Para analisar estes tipos de situações e as diferentes relações entre o saber, o aprendiz e o milieu, o processo de aprendizagem é decomposto em quatro momentos dominantes, as chamadas dialéticas de ação, formulação, validação e institucionalização.

A TSD possibilita o planejamento das situações desta oficina, bem como, nos permite observar detalhes das interações entre aluno, professor e o saber.

Metodologia

A luz da Teoria das Situações Didáticas (TSD), realizou-se o planejamento das Situações Didáticas (SD) da oficina.

É importante comentar que através deste planejamento, a aplicação da proposta proporcionará aos participantes momentos de ação, formulação, validação e institucionalização por parte dos autores desta proposta.

O planejamento contempla três encontros, totalizando quatro SD:

Encontro 1: Situação Didática 1 (SD 1) e Situação Didática 2 (SD 2):

SD 1: Discussão sobre o conceito de arte

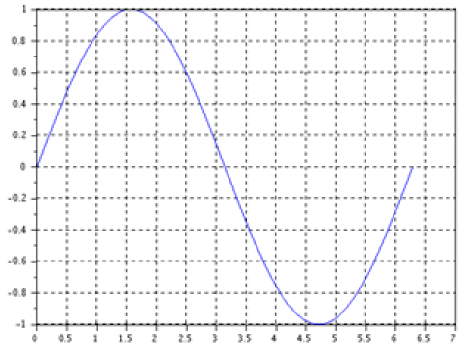
Atividade 1: Para você, o que é Arte?

Esta situação é caracterizada pela discussão entre os participantes sobre o conceito de arte.

SD 2: Processo de Criação do Aluno a partir do desenho do gráfico da função seno

Atividade 2: Utilize a imaginação, seja criativo e produza a sua obra de arte no papel quadriculado (o qual será fornecido aos participantes, com os eixos cartesianos dividindo o plano cartesiano em quatro quadrantes) tendo como referência a forma do desenho apresentado (Figura 1),

Figura 1.
Esboço da forma do gráfico da função seno



podendo realizar variações na amplitude da onda, no comprimento da mesma e, em seu deslocamento do ponto de partida, (0,0), no caso do desenho apresentado, Figura 1, de tal forma que sempre produzam ondas com este formato.

Encontro 2: Situação Didática 3 (SD 3)

SD 3: Identificação do significado dos parâmetros A, B, C e D na função f(x)= A + B sen (Cx+D).

Atividade 3 (usar lápis e papel e em seguida o recurso do GeoGebra): Seja y(x) = A + B sen (Cx+D).

Primeiramente faça um esboço do gráfico de y(x) = A + B sen (Cx+D), para A=0, B=1, C=1 e D=0, obtendo $y_1(x)$ = sen(x). Use este gráfico, $y_1(x)$, como referência para perceber o que acontece quando você altera os valores de A, B, C e D, ao esboçar no mesmo sistema de eixos cartesianos os gráficos para cada alteração de A, B, C e D.

Realize estas alterações esboçando alguns gráficos à lápis e papel e, em seguida usando o GeoGebra.

Após esta experiência, relate as suas observações e dê significado para cada um dos parâmetros A, B, C e D na função y(x)= A + B sen (Cx+D).

Encontro 3: Situação Didática 4 (SD 4)

Processo de releitura da criação dos alunos a partir da função seno; discussão e análise da proposta pelos participantes.

Atividade 4: Façam a releitura de suas criações na Atividade 2 (Encontro 1) a partir de funções na forma de y(x) = A + B sen (Cx+D), para apropriados valores de A, B, C e D.

Espera-se que a partir destas situações os participantes reflitam sobre as possibilidades de conexões entre a Matemática e os seus processos de criação de arte, ou seja, os seus desenhos como expressão de arte e, assim possam experienciar essas situações com os seus alunos, a fim de que os mesmos se apropriem do significado dos parâmetros A, B, C e D na lei de formação da função seno: y(x)= A + B sen (Cx+D), a partir deste tipo de conexão.

Considerações Finais

Esta oficina apresenta o planejamento de situações didáticas na perspectiva do gráfico da função seno, permitindo o fazer matemático por parte dos participantes, de tal forma que possam estabelecer conexões entre a Matemática e a arte em uma APCA.

Além disso, a partir das discussões e análises da proposta, espera-se que a mesma proporcione contribuições e reflexões que impactem tanto na formação dos alunos dos cursos de licenciatura em Matemática, quanto na formação continuada dos professores da educação básica participantes da oficina.

Referências

Almouloud, S.A. 2007. *Fundamentos da Didática da Matemática*. Curitiba: Editora UFPR, pp.31.

Brito, A.J.; Morey, B.B. Trigonometria: dificuldades dos professores de matemática do ensino fundamental. *Horizontes*, Bragança Paulista, v.22, n.1, p-65-70, 2004

Corradi, D. K. S. *Investigações matemáticas mediadas pelo pensamento reflexivo no ensino e aprendizagem das funções seno e cosseno: uma experiência com alunos do 2º ano do Ensino Média*. 208 f. 2013. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Federal de Ouro Preto.

Feijó, R.S.A.A. *Dificuldades e obstáculos no aprendizado de trigonometría: um estudo com alunos do ensino médio do distrito federal*. 2018. 108 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional-PROFMAT) – Universidade de Brasília.

Humphrey, H.; Hourcade, J. J. Special Educators and Mathematics Phobia: An Initial Qualitative Investigation. *The Clearing House: A Journal of Educational Strategies, Issues and Ideas*, vol.83, 2010.

Kunwar, R. Mathematics phobia: causes, symptoms and ways to overcome. *International Journal of Creative Research Thoughts (IJCRT),* vol .8, 2020.

Pedroso, L.W. *Uma proposta de ensino da trigonometría com uso do software geogebra*, 2012. 271 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre –RS.

Pinheiro, E. *O ensino de Trigonometria na educação básica a partir da visualização e interpretação geométrica do ciclo trigonométrico*, 2008. 87f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais – PUC Minas. Belo Horizonte –MG

Vazquez, C. M. R. Trigonometria no Ensino Médio: Construção de alguns conceitos. In: X Encontro Nacional de Educação Matemática, 2010, Salvador. *Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática*, Salvador, 2010. Disponível em: http://www.sbem.com.br/ocs/index.php/xenem/xenem/schedConf/presentations

Ross, J.A.; Bruce, C.D.; Sibbald, T.M. Sequence computer-assisted learning of transformations of trigonometric functions. *Teach. Math. Appl*. 30. P-120-137, 2011.

Professor realista-semiótico-tecnológico: experiências para a sala de aula de matemática

Realistic-semiotic-technological teacher: Experiences for the mathematics classroom

Docente realista-semiótico-tecnológico: Experiencias para el aula de matemáticas

Zenón Eulogio Morales Martínez[176]
Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas
0000-0001-6328-9428

Modalidad: Taller
Núcleo Temático: Tecnología digital y otros recursos para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas

Resumo

Esta oficina tem como objetivo apresentar as contribuições dos princípios da Teoria da Educação Matemática Realista, EMR e da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, TRRS e a integração da Tecnologia por meio do framework TPACK (do Inglês Technological Pedagogical and Content Knowledge). Será feita uma breve apresentação do enquadramento teórico destas teorias relacionadas com atividades de aplicação a várias aplicações matemáticas que são muito úteis para professores do Educação Básica e dos primeiros ciclos do Ensino Superior. Os professores participantes desenvolverão atividades com ferramentas tecnológicas: GeoGebra, Graspable Math, Wolfram Alpha, PhET e outros aplicativos on-line que facilitam o aprendizado da Matemática. Essas experiências foram aplicadas com professores de um Mestrado em Ensino de Matemática e Física de uma universidade pública do Peru. Nesta oficina, os participantes poderão aplicar contribuições da EMR de Franz Freudenthal como a Metáfora do Iceberg e a Fenomenologia Didática em suas experiências em sala de aula, serão analisados registros semióticos em tratamentos tecnológicos e conversões tecnológicas, segundo a Teoria de Raymond Duval alcançando aulas de matemática com um formato realista-semiótico-tecnológico. Levamos em conta a mensagem que Ubiratan D'Ambrosio nos deixou em sua conferência de 2012, de que se até Deus usou a nova tecnologia, nós professores de matemática não podemos deixar de usar a tecnologia para que seus alunos façam coisas novas, de novas maneiras, por meio da tecnologia.

Palavras-chave: Educação Matemática Realista, Registros Semióticos, Integração Tecnológica.

Abstract

This workshop aims to present the contributions of the principles of the Theory of Realistic Mathematics Education, EMR and the Theory of Semiotic Representation Records, TRRS and the integration of Technology through the TPACK framework (from the English Technological Pedagogical and Content Knowledge). A brief presentation will be made of the theoretical framework of these theories related to application activities to various mathematical applications that are very useful for teachers of School Education and first cycles of higher education. Participating teachers will develop activities with technological tools: GeoGebra,

[176] zenoneulogio21@gmail.com

Graspable Math, Wolfram Alpha, PhET and other online applications that facilitate learning of Mathematics. These experiences have been applied with teachers of a Mathematics and Physics Teaching Master's Degree at a public university in Peru. In this workshop, participants will be able to apply contributions from to EMR of Franz Freudenthal such as the Iceberg Metaphor and Didactic Phenomenology to their classroom experiences, semiotic records will be analyzed in technological treatments and technological conversions, according to Raymond Duval's Theory achieving classes of mathematics with a realistic-semiotic-technological format. We take into account the message that Ubiratan D'Ambrosio left us in his 2012 conference, that if even God used the new technology, we math teachers cannot stop using technology so that their students do new things, in new ways. ways through technology.

Keywords: Realistic Mathematics Education, Semiotic Records, Technology Integration.

Resumen

El presente taller tiene como objetivo presentar los aportes de los principios de la Teoría de la Educación Matemática Realista, EMR y de la Teoría de Registros de Representación Semiótica, TRRS y la integración de la Tecnología a través del marco TPACK (del inglés Technological Pedagogical and Content Knowledge). Se hará una breve presentación del marco teórico de estas teorías relacionado con actividades de aplicación a diversas aplicaciones matemáticas muy útiles para docentes de Educación Escolar y primeros ciclos de educación superior. Los maestros participantes desarrollarán actividades con las herramientas tecnológicas: GeoGebra, Graspable Math, Wolfram Alpha, PhET y otras aplicaciones en línea que permiten facilitar los aprendizajes de Matemáticas. Estas experiencias se han aplicado con docentes de una Maestría de Enseñanza de las Matemáticas y Física de una universidad pública de Perú. En este taller, los participantes podrán aplicar aportes de la EMR de Franz Freudenthal como la Metáfora del iceberg y la Fenomenología Didáctica a sus experiencias de aula, se analizará los registros semióticos en tratamientos tecnológicos y conversiones tecnológicas, según la Teoría de Raymond Duval logrando clases de matemáticas con un formato realista-semiótico-tecnológico. Tomamos en cuenta el mensaje que nos dejó Ubiratan D´Ambrosio en su conferencia del año 2012, que, si hasta Dios empleó la nueva tecnología, no podemos los maestros de matemática dejar de emplear la tecnología para que sus alumnos hagan cosas nuevas, de nuevas maneras a través de la tecnología.

***Palabras clave*:** Educación Matemática Realista, Registros semióticos, Integración de la tecnología.

Justificación del Taller Docente realista-semiótico-tecnológico

En año 2011, Raymond Duval ofrece su conferencia “Ideas claves para el análisis cognitivo de los problemas de comprensión en el aprendizaje de las matemáticas” en el XIII-CIAEM, Conferencia del Comité Interamericano de Educación Matemática en la Universidad Federal de Pernambuco, Recife, Brasil. El enfoque cognitivo de Duval parte de que los problemas de comprensión en matemáticas no tienen que ver con los diversos contenidos matemáticos, sino con la naturaleza cognitiva del conocimiento y la actividad matemática. Esta reflexión se enfoca en dos puntos:

(1) No es posible acceder de forma empírica a los objetos matemáticos como ocurre con los objetos físicos, sólo es posible utilizando representaciones semióticas.

(2) La actividad matemática consiste en realizar transformaciones de unas representaciones semióticas (que permitan resolver un problema) en otras representaciones semióticas.

Estos dos aportes de Duval serán considerados en las actividades que desarrollaremos en nuestro taller logrando la manipulación de registros semióticos a través de la tecnología y la realización de transformaciones semióticas como los tratamientos tecnológicos y las conversiones tecnológicas, para facilitar los aprendizajes de las matemáticas. El logro será la formación de maestros semióticos tecnológicos.

En año 2020, Paul Drijvers ofrece su conferencia "una visión realista de la educación matemática realista" en el X-CIEM, Congreso Internacional de Educación Matemática en la Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima, Perú. El enfoque realista de esta teoría ha sido divulgado en diversos países del mundo. Heuvel-Panhuizen (2019) en su obra nos describe sobre los alcances de la EMR en distintos países del mundo: En Inglaterra, durante los últimos diez años se han realizado una serie de proyectos en el aula basados en la EMR en más de 40 escuelas, con 80 profesores y 2000 alumnos. En Indonesia, se establecieron proyectos para una adaptación indonesia del enfoque RME para la enseñanza de las matemáticas. En Argentina, la implementación de la EMR tiene un alto grado de implementación docente, agrupados en el Grupo Patagónico de Didáctica de las Matemáticas (GPDM). Se dedicaron a los procesos de diseño, ensayos, reflexión, logrando la reinvención de la EMR. En Puerto Rico, a través del uso de situaciones paradigmáticas, para encontrar formas de integrar los nuevos materiales en el currículo general y en la cultura puertorriqueña. En los Estados Unidos, la puesta en práctica de la EMR considera crucial la participación activa de los estudiantes en el proceso de aprendizaje y el diseño de materiales didácticos, se centra la atención en reconsiderar cómo los estudiantes aprenden matemáticas. En Sudáfrica, los docentes son los actores principales para el desarrollo de teorías educativas locales, alineando el currículo operativo de matemática en la escuela. En China, primero hubo mucho intercambio entre representantes de la EMR y profesores de matemáticas chinos a través de conferencias. Al inicio no se encuentra entre la conexión entre el nivel teórico y lo que ocurría en la práctica en el aula. Luego se enfatiza en la importancia de la orientación del maestro durante el proceso de matematización, esta idea fue rápidamente aceptada y apoyada por los chinos. En Corea, se sugiere a los profesores de matemáticas se centren más en el pensamiento matemático que en el contenido matemático en sí mismo y tomando como guía la fenomenología didáctica de Freudenthal.

De esta teoría EMR tomaremos tres aspectos relevantes para nuestro taller, que divulgaremos con el propósito de lograr maestros realistas tecnológicos cuando enseñan matemáticas:

(1) La naturaleza del principio realista a través de dos fuentes:

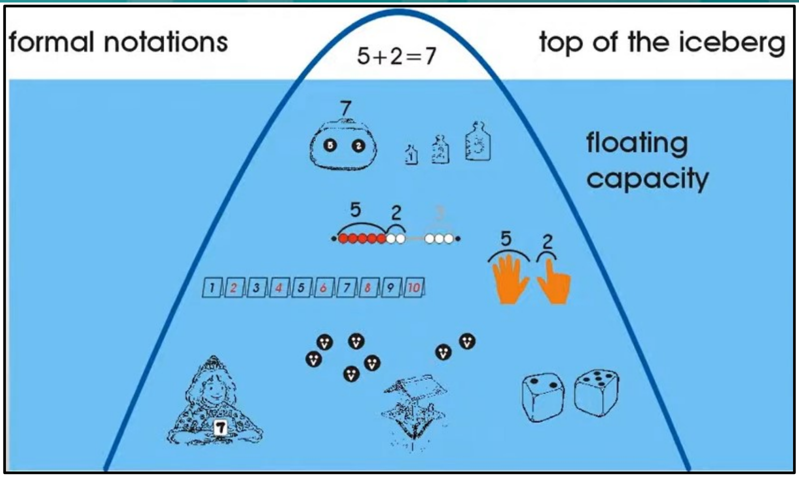
Realista R1: del mundo real: de los cuerpos materiales. Es realista en el sentido de que está relacionado con la vida real (del mundo real o de la vida cotidiana).

Realista R2: del mundo de los conocimientos: de lo que aprende. Es realista en el sentido de logrado a través de los aprendizajes en la práctica educativa (los conocimientos logrados que suelen llamarse conocimientos previos).

(2) El esquema de la Metáfora del Iceberg:

Drijvers (2020a) nos ilustra esta actividad humana mediante la Metáfora del Iceberg, según se muestra en la figura 01, si lo queremos que el alumno aprenda que: $5 + 2 = 7$, esto es lo que se puede observar como un aprendizaje logrado, esto puede evaluarse, pero sólo es la parte superior del iceberg. ¿Cómo el alumno ha logrado este aprendizaje?, según el principio realista de la EMR, sabemos que la habilidad para realizar esta suma depende de los procesos previos y de los conocimientos previos de los alumnos, como a) tirar a los dados y sumar sus caras superiores, b) contar con los dedos para realizar sumas, c) usar ábacos para practicar sumas, d) usar las rectas numéricas para sumar números enteros; y todas estas experiencias son como los cimientos de la habilidad observable. Haciendo la comparación con el iceberg, sólo ves la parte superior del iceberg sobre el nivel del agua (el top del iceberg), pero si quiero eliminar lo que hay debajo del nivel del mar, estaríamos eliminando las experiencias que son los cimientos de los procesos que sostienen el aprendizaje logrado, es decir si cortas la parte inferior del iceberg, se hundirá un poco, perdiéndose la habilidad del proceso.

Figura 01
Metáfora del iceberg



Nota. Tomado de Drijvers (2020a)

Metodología del Taller Docente realista-semiótico-tecnológico

En el presente taller, los participantes desarrollarán las siguientes actividades:

(1) Aplicación de la Metáfora del iceberg

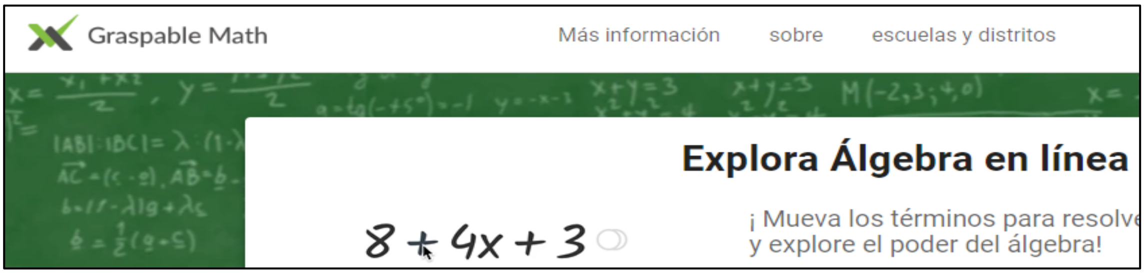
El participante desarrolla un iceberg a un tema específico de su área de enseñanza. Los participantes presentan los productos obtenidos en un Jamboard (de Google) que cuyo enlace se compartirá en el desarrollo del taller.

(2) Tratamientos tecnológicos

Los participantes realizan tratamientos sobre ecuaciones lineales o ecuaciones cuadráticas en el recurso tecnológico Graspable Math (https://graspablemath.com/)

Figura 02.

Home de Graspable Math



(3) Actividad Comparativa: Graspable Math vs GeoGebra CAS

Los participantes podrán utilizar ambos recursos tecnológicos para resolver ecuaciones algebraicas, comparando limitaciones y ventajas de cada aplicación.

(4) Actividad Comparativa: Wolfram Alpha vs GeoGebra CAS

Los participantes podrán utilizar ambos recursos tecnológicos para resolver inecuaciones algebraicas, comparando limitaciones y ventajas de cada aplicación.

Comandos especiales de entrada para Wolfram Alpha:

1) Elevar al cuadrado: hay tres formas de elevar al cuadrado, según el teclado que usted dispone. Como ejemplo x^2:

1ra. Forma: [x] [Control] [Alt] [tecla a la derecha de ñ][Barra espaciadora] [2]

2da. Forma: [Alt Gr] [tecla a la derecha de ñ] [Barra espaciadora] [2]

3ra. Forma: [Alt] [94]

2) Raíz cuadrada: escriba sqrt(……)

3) Raíz cúbica: escriba cuberoot(……)

4) Valor absoluto: escriba abs(……)

Enlace para Resolución de Inecuaciones según Wolfram Alpha:

https://www.wolframalpha.com/widgets/view.jsp?id=3b94c1326fd215d148c8b0d0ef0cc82a

(5) Actividad Comparativa: PhET vs GeoGebra

Los participantes podrán utilizar ambos recursos tecnológicos para resolver problemas sobre el movimiento parabólico, comparando limitaciones y ventajas de cada aplicación.

Enlace para Lanzamiento de proyectiles según PhET:

https://phet.colorado.edu/sims/html/projectile-motion/latest/projectile-motion_es.html

(6) Actividad Comparativa: Poly Pro vs GeoGebra 3D

Los participantes podrán utilizar ambos recursos tecnológicos para resolver problemas sobre sólidos geométricos, comparando limitaciones y ventajas de cada aplicación.

Enlace para descargar Poly Pro:

https://www.softonic.com/descargar/poly-pro/windows/post-descarga

Enlace para descargar GeoGebra Clasic 5: www.geogebra.org

Referencias

D´Ambrosio, U. (2012). O estado do mundo e la educação matemática: Reflexões sobre o futuro. Conferencia. *Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa-26, RELME-26*. Universidad Federal de Pernambuco, Recife, Brasil.

Drijvers, P. (2020b). Una visión realista de la educación matemática realista (EMR). *Conferencia en el Congreso Internacional de Educación Matemática*, 19 de febrero de 2020. Pontificia Universidad Católica del Perú, PUCP. Lima, Perú.

Duval, R. (2011). Ideas claves para el análisis cognitivo de los problemas de comprensión en el aprendizaje de las matemáticas. *Conferencia del Comité Interamericano de Educación Matemática*. Universidad Federal de Pernambuco, Recife, Brasil.

Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task. Dordrecht, the Netherlands*. Reidel Publishing Company.

Heuvel-Panhuizen, M. (2019). *International Reflections on the Netherlands Didactics of Mathematics*. Utrecht University Utrecht, the Netherlands. Springer Nature Switzerland AG. https://doi.org/10.1007/978-3-030-20223-1

Aspectos teóricos e conceituais da Educação Matemática

IX CIBEM Congresso Iberoamericano de Educação Matemática
05 a 09 de dezembro de 2022

A interpretação de respostas segundo níveis de abstração matemática

The interpretation of answers according to levels of mathematical abstraction

La interpretación de las respuestas según los niveles de abstracción matemática

Santos, Sinai[177]
Universidade Federal Fluminense
0000-0001-6585-9252

Moutinho, Ion[178]
Universidade Federal Fluminense
0000-0002-4040-3803

Modalidade: Oficina
Núcleo Temático: Aspectos teóricos e conceituais da Educação Matemática

Resumo

Trata-se de uma oficina cujo objetivo é apresentar e explorar um referencial teórico que proporciona meios para uma descrição do processo mental de um educando, quando enfrentando uma situação de resolução de problema na qual é incapaz de lidar no nível de abstração esperado, e para explicação dos mecanismos que utiliza para lidar com tal situação. Estamos falando da noção conhecida como redução de abstração, introduzida por Orit Hazzan. A oficina é voltada para professores da educação básica e ensino superior, mas também pode ser útil para pesquisadores a procura de fundamentações teóricas. O participante aprenderá sobre o referencial teórico e vivenciará discussões sobre a análise de respostas de alunos sob a lente de tal referencial. Também mostraremoscomo essa avaliação pode ser utilizada para o desenvolvimento de práticas de ensino mais adequadas, ora visando explorar melhor o conhecimento dentro de um determinado nívelde abstração, ora visando aumentar o nível de abstração.

Palavras-chave: abstração em Matemática; redução de abstração; processo mental; interpretação de resposta; avaliação.

Abstract

It is a workshop whose objective is to present and explore a theoretical framework that provides means for a description of the mental process of a student, when facing a problem-solving situation in which he is unable to deal with the expected level of abstraction, and to explanation of the mechanisms it uses to deal with such a situation. We are talking about the notion known as abstraction reduction, introduced by Orit Hazzan. The workshop is aimed at teachers of basic education and higher education, butit can also be useful for researchers looking for theoretical foundations. The participant will learn about the theoretical framework and experience discussions about the analysis
of student responses under the lens of such framework. We will also show how this assessment

177 sinaiesantos@gmail.com
178 ion.moutinho@gmail.com

can be used for the development of more appropriate teaching practices, eitherto better explore knowledge within a given level of abstraction, or to increase the level ofabstraction.

Keywords: abstraction in mathematics; abstraction reduction; mental process; response interpretation; evaluation.

Resumen

Es un taller cuyo objetivo es presentar y explorar un marco teórico que proporcione medios para una descripción del proceso mental de un estudiante, cuando se enfrenta a una situación de resolución de problemas en la que es incapaz de manejar el nivel de abstracción esperado, y para explicación de los mecanismos que utiliza para hacer frente a tal situación. Estamos hablando de la noción conocida como reducción de abstracción,introducida por Orit Hazzan. El taller está dirigido a docentes de educación básica y superior, pero también puede ser útil para investigadores que busquen fundamentos teóricos. El participante aprenderá sobre el marco teórico y experimentará discusiones sobre el análisis de las respuestas de los estudiantes bajo el lente de dicho marco. Tambiénmostraremos cómo se puede utilizar esta evaluación para el desarrollo de prácticas docentes más adecuadas, ya sea para explorar mejor el conocimiento dentro de un determinado nivel de abstracción, o para aumentar el nivel de abstracción.

Palabras clave: abstracción en matemáticas; reducción de la abstracción; proceso mental; interpretación de la respuesta; evaluación.

Introdução

Segundo D'Ambrósio e D'Ambrósio (2006), o professor precisa desenvolver a disposição de ouvir os alunos. Professores tendem a utilizar uma forma avaliativa de escutar, fazem uma pergunta e esperam uma resposta que julgam correta ou incorreta, preservando características de mensuração do conhecimento do aluno. Professores mais experientes, entretanto, tendem a escutar seus alunos de forma hermenêutica, analisam avoz do aluno e tentam entender suas construções para, assim, planejar ações didáticas. Existe ainda outra forma de ouvir alunos, chamada de interpretativa, é quando o professoratende à voz do aluno, mas ainda interpreta essa voz em comparação com a voz da disciplina. Ao ouvir de forma interpretativa o professor tenta dar razão aos alunos, desdeque essa razão esteja de acordo com o seu conhecimento formal de matemática. Esse professor não altera sua visão do que vem a ser correto na matemática para acomodar o conhecimento do aluno.

É com a disposição de ouvir alunos de forma interpretativa que desenvolvemos uma oficina baseada no referencial teórico chamado redução de abstração. Desenvolvidopor Orit Hazzan (1999), esse referencial oferece critérios para examinar e explicar o comportamento de alunos na realização de tarefas didáticas, quando se deparam com conceitos matemáticos desconhecidos ou não plenamente conhecidos. Para conseguir lidar com situações que não possuem um repertório adequado, de acordo com a expectativa curricular, os estudantes inconscientemente reduzem nível de abstração paraserem capazes de acessar mentalmente o conceito matemático.

A redução de abstração tem sido usada para explicar concepções de estudantes em diferentes áreas do curso de graduação de Matemática e de Ciências da Computação, assim como de estudantes escolares. Da mesma maneira, esse referencial teórico pode ser uma alternativa para pesquisas que tratam da avaliação como um ramo da educação matemática que está amalgamado nos processos de ensino e aprendizagem.

O referencial teórico

A seguir explicamos o referencial teórico desenvolvido por Orit Hazzan baseadosem Hazzan (1999), Hazzan e Zazkis (2005), Marmur, Moutinho e Zazkis (2020) e Raychaudhuri (2014). A partir de interesses da comunidade de pesquisadores da Educação Matemática pela noção de abstração em Matemática e em aprendizagem matemática, Orit Hazzan abordou a questão pela perspectiva de redução de nível de abstração e focando nas atividades mentais do educando.

Orit Hazzan classificou as maneiras pelas quais os alunos reduzem (o nível de) abstração com base em três diferentes interpretações para *nível de abstração* discutidas na literatura, conforme elaborado a seguir. É importante observar que essas interpretações não são mutuamente excludentes e nem exaustivas.

1. *Nível de abstração como a qualidade da relação entre o objeto de pensamento e a pessoa pensante*.

Esta interpretação é baseada na ideia de que a abstração não é uma propriedade de um objeto, mas sim uma propriedade da relação de uma pessoa com um objeto. Nesse sentido, quando tentam dar senso a ideias matemáticas que ainda não são familiares, alunos reduzem o nível de abstração ao utilizar outras ideias que sejam mais familiares para eles. Assim, tornam os novos conceitos mais acessíveis para eles, isto é, tornam o abstrato mais concreto.

Um exemplo de redução de abstração para esta primeira interpretação de nível de abstração se dá quando um aluno, ao ter que tratar de uma questão sobre números racionais na reta numérica, recorre a instrumentos como uma régua graduada e associa números racionais à ideia mais concreta de medida empírica de linhas ao longo da régua.Outro exemplo é quando um aluno soma duas frações de números naturais recorrendo à ideia mais simples de somar os números pelas suas posições, digamos $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{1+1}{2+3}=\frac{2}{5}$.

Podemos também aplicar esse tipo de interpretação de abstração, quando, diante de dificuldades matemáticas, estudantes escolhem interpretações pessoais de conceitos em vez de significados matemáticos convencionais. Ou seja, ocorre redução de abstraçãocom respeito à qualidade da relação entre o objeto de pensamento e a pessoa pensante quando um aluno faz uso de uma significação pessoal de um conceito matemático.

Esse tipo de redução de abstração ocorre, por exemplo, quando um aluno entende, equivocadamente, que o intervalo aberto da reta (2, 5) é um conjunto ilimitado e explicatal fato usando uma significação pessoal para o termo ilimitado. Por exemplo, relaciona o termo ilimitado com o fato de que o intervalo (2, 5) tem infinitos elementos ou com o fato de que os extremos não pertencem ao conjunto, “o intervalo não tem seus limites”.

2. Nível de abstração como reflexo da dualidade processo-objeto.

Esta interpretação é baseada na dualidade processo-objeto, sugerida por diversas teorias de desenvolvimento de conceitos em educação matemática (por exemplo, Sfard, 1991). Apesar das diferenças na elaboração dessas teorias, pesquisadores concordam quedurante os estágios de aprendizagem de um conceito matemático, sua concepção como um processo precede sua concepção como um objeto. Desse modo, a concepção como processo é interpretada aqui como estando em um nível de abstração inferior à concepçãocomo objeto.

Em relação a essa interpretação, Hazzan estabelece que alunos podem reduzir abstração de duas maneiras: ao trabalhar com procedimentos canônicos para resolução deproblemas; ao personalizar expressões formais e argumentos lógicos de uma maneira que indique uma concepção de processo.

O termo procedimento canônico é usado por Hazzan para se referir a um procedimento que seja mais ou menos acionado automaticamente por um determinado problema. Isso pode acontecer porque a natureza do problema naturalmente sugere tal procedimento, ou porque treinamentos anteriores estabeleceram forte relação entre um tipo específico de problema com um procedimento específico. A redução de abstração, nesse caso, fica caracterizada quando a escolha de um procedimento canônico é feita sem ponderações a respeito dos custos operacionais e conhecimentos teóricos envolvidos, oude soluções alternativas. Um ótimo exemplo de redução de abstração segundo essa interpretação é quando um aluno, ao ser pedido para verificar se um dado número é solução de uma equação, aplica todo o procedimento de resolução da equação, determinao conjunto solução e, então, verifica se o número dado é uma das soluções encontradas.

A personalização de expressões formais e argumentos lógicos reflete um sentimento de “eu fazendo algo” e, assim, pode ser interpretada como um processo. Por exemplo, uma pessoa pode personalizar um argumento substituindo “existe” por “eu posso encontrar”. Esse tipo de redução de abstração reflete a tentativa do estudante de tornar a ainda não familiar linguagem matemática mais familiar para ele. Um exemplo desse tipo de redução de abstração é quando um aluno aborda uma questão envolvendo números com dízima infinita (pode ser o 0,999..., por exemplo) e apresenta explicações como “usando uma régua para medir o segmento na reta numérica, temos que aproximare medir novamente, repetidamente”, ou algo do tipo.

3. Nível de abstração como o grau de complexidade do conceito matemático.

É baseada no pressuposto de que um objeto mais complexo é mais abstrato. Por exemplo, um determinado elemento de um conjunto é menos abstrato do que o próprio conjunto. Em relação a esta interpretação, os alunos podem reduzir o nível de abstração substituindo um objeto mais complexo ou composto por um simplificado, visto que os objetos mais simplificados possuem uma estrutura mais compreensível e normalmente há uma correlação com objetos conhecidos pelo aprendiz. Um exemplo é quando se trocauma matriz quadrada de ordem *n* por uma matriz quadrada de ordem 2.

Recapitulando, de forma reduzida, temos as seguintes interpretações e ações de redução de abstração.

Tabela 1.

Interpretações para níveis de abstração e ações de redução de abstração.

A qualidade da relação entre o objeto de pensamento e a pessoa pensante
Dar senso a ideias matemáticas utilizando outras ideias mais familiares.
Fazer uso de uma significação pessoal de um conceito matemático.
Reflexo da dualidade processo-objeto
Utilizar procedimentos canônicos acionados automaticamente.
Personalizar expressões formais e argumentos lógicos.
Grau de complexidade do conceito matemático
Substituir um objeto mais complexo ou composto por um simplificado.

As interpretações de níveis de abstração fornecem uma lente para a descrição do processo mental de um educando, quando enfrentando uma situação de resolução de problema na qual é incapaz de lidar no nível de abstração esperado. Além de ajudar a descrever, essa teoria também serve para explicar os mecanismos pelos quais educandosadministram a forma como lidam com tais situações. Outro ponto de destaque é que ela se aplica a inúmeras situações matemáticas, para os mais diferentes conteúdos, em todosos anos escolares, e até universitários.

Atividades a serem vivenciadas

Na oficina, depois da apresentação da teoria de Hazzan, serão vivenciadas atividades que ilustram seu poder de descrição e explicação de concepções de alunos. Essas atividades serão de dois tipos. Primeiro, apresentaremos problemas junto com respostas de alunos. Tais exemplos são retirados de artigos de pesquisa e de experiênciasdos próprios autores do presente artigo. Os participantes serão, então, convidados a analisar as respostas em termos das interpretações da redução de abstração e a propor atividades que visem explorar melhor o conhecimento dentro de um determinado nível de abstração e que visem aumentar o nível de abstração. O segundo tipo de atividade seráa realização de novas discussões, mas a partir de tópicos sugeridos pelos participantes.

Vejamos alguns exemplos de análise de resposta que serão exploradas na oficina.

Exemplo 1: (Dualidade processo-objeto) Foi perguntado a uma turma de um curso de Matemática se o número $M = 3^3 \times 5^2 \times 7$ é divisível por 5. A questão foi fácil para a turmae todos resolveram sem o menor problema. Porém, a maior parte dos alunos resolveu a questão reduzindo nível de abstração e, assim, operando em um nível de abstração que não era o esperado para alunos universitários.

Esses alunos resolveram a questão, de modo geral, efetuando o produto e obtendoo valor $M = 4725$. Na sequência, alguns efetuaram a divisão e verificaram a divisibilidade,enquanto outros concluíram citando a propriedade de que número terminado em 0 ou 5 édivisível por 5. Ou seja, foram muitos alunos que chegaram no ensino superior pensandoem divisibilidade como um processo. Esse diagnóstico, ao longo da disciplina, pode ser útil, por exemplo, para mostrar a necessidade de novas atividades didáticas que possam promover o aumento de nível de abstração sobre o assunto. Isso pode ser importante, porexemplo, se o aluno está prestes a cursar a disciplina de Álgebra Abstrata.

Exemplo 2: (Redução com substituição por ideias mais familiares e redução de grau de complexidade) Uma turma de licenciandos em Matemática recebeu o problema deresolver a equação $\pi x + 1 = -7$ na incógnita x. Muitos alunos resolveram a equação substituindo a constante π por uma representação decimal simplificada (com número finito de casas decimais). Muitos fizeram a substituição antes de iniciar a resolução da equação, demonstrando a preferência por trabalhar com expressões decimais no lugar deexpressões literais. Ou seja, muitos alunos da turma reduziram abstração de duas maneiras, ao adotar expressões mais familiares e com menor grau de complexidade.

Outro grupo representativo de alunos desenvolveu as transformações algébricas dentro do nível de abstração esperado, eles desenvolveram transformações sobre aequação até chegar em $x = -8/\pi$. Contudo, não pararam por aí. Optaram por substituir o objeto π na resposta final. Depois, fazendo $\pi = 3{,}14$, podemos dividir as respostas dos alunos em três grupos:

i) $x = -8/3{,}14 = -2{,}54$.

ii) $x \approx -2{,}54$.

iii) $x \approx -2{,}54$ ou $x = -8/\pi$.

Ou seja, aparentemente esse grupo de alunos não compreende $-8/\pi$ como um objeto, quando é preciso apresentar a solução da equação. Eles reduzem abstração ao trocar o que seria a expressão final da solução por uma mais familiar e com menor grau de complexidade a fim de obter uma expressão sem nenhuma operação pendente.

Nem sempre a redução de abstração significa algo negativo, às vezes pode ser uma estratégia útil. Mas, nesse tipo de problema, essas reduções de abstração levaram a respostas erradas ou incompletas. No caso da resposta (i), o valor −2,54 substituído na equação não torna ela verdadeira, logo não pode ser aceito como solução. No caso (ii), aresposta indica um valor aproximado da equação, mas não diz que valor exatamente é esse, é uma resposta incompleta. A resposta para esse tipo de equação deve ser um únicovalor e, assim, a resposta em (iii) também não poderia ser aceita como correta, pois a solução é única.

Esse exemplo é rico de casos de redução de abstração e será mais bem trabalhadona oficina.

Referências

D'Ambrósio, B. S., & D'Ambrósio, U. (2006). Formação de professores de matemática: professor-pesquisador. Atos de pesquisa em educação, 1(1), 75-85.

Hazzan, O. (1999). Reducing abstraction level when learning abstract algebra concepts. Educational Studies in Mathematics, 40(1), 71-90.

Hazzan, O., & Zazkis, R. (2005). Reducing abstraction: The case of school mathematics. Educational Studies in mathematics, 58(1), 101-119.

Marmur, O., Moutinho, I., & Zazkis, R. (2022). On the density of $\mathbb{Q}$ in $\mathbb{R}$: Imaginary dialogues scripted by undergraduate students. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 53(6), 1297-1325.

Raychaudhuri, D. (2014). Adaptation and extension of the framework of reducingabstraction in the case of differential equations. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 45(1), 35-57.

Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections onprocesses and objects as different sides of the same coin. Educational studies in mathematics, 22(1), 1-36.

Comunicação e divulgação da Matemática

IX CIBEM Congresso Iberoamericano de Educação Matemática
05 a 09 de dezembro de 2022

Geometria, literatura e fotografia: dialética entre plano e espaço

Geometry, literature and picture: dialectics between plan and space

Geometría, literatura y fotografía: dialéctica entre plano y espacio

Alline Leal dos Santos[179]
UEPB
0000-0003-2586-4369

Francilene Almeida Sousa[180]
UEPB
0000-0002-0402-7230

José Joelson Pimentel de Almeida[181]
UEPB
0000-0001-8210-584X

Modalidade: Oficina
Núcleo Temático: Comunicação e divulgação da Matemática.

Resumo

Esta é uma proposta de ensino de geometria que vai além dos conteúdos programáticos, focando em diferentes percepções de mundo que podem colaborar para a análise de diferentes situações, experiências e perspectivas. Este trabalho tem como objetivo trazer à tona o ensino de geometrias planas e espaciais a partir da fotografia e gêneros textuais, relacionando as linguagens envolvidas e os aspectos visuais da geometria através da interligação da produção de gêneros textuais e registros fotográficos. Com base em dois Projetos de Pesquisa de Mestrado em andamento, esta proposta será desenvolvida por meio de uma oficina que contemplará a produção de fotografias e a criação de textos autorais pelos participantes, considerando discussões sobre processos de aprendizagem. Espera-se apresentar e dialogar sobre novas perspectivas de ensino de geometria, possibilitando ver as relações existentes entre as geometrias plana e espacial.

Palavras-chave: Geometria plana, Geometria espacial, Fotografia, GênerosTextuais.

Abstract

This is a proposal for teaching geometry that goes beyond the syllabus, rather focusing on different perceptions of the world that can collaborate for the analysis of different situations, experiences, and perspectives. This work aims to bring forward the teaching of plane and spatial geometries from photography and textual genres, relating thelanguages involved and the visual

---

[179] alline.santos@aluno.uepb.edu.br
[180] francilene.sousa@aluno.uepb.br
[181] jjmat@servidor.uepb.edu.br

aspects of geometry through the interconnection of the production of textual genres and photographic records. Based on two ongoingMaster's Research Projects, this proposal will be developed through a workshop thatwill consider the production of photographs and the creation of authorial texts by the participants, considering discussions about learning processes. It is expected to present and dialogue about new perspectives of geometry teaching, making it possible to see existing relationships between plane and spatial geometries.

K*eywords:* Geometry glides, *Space geometry*, Picture, Letters.

Resumen

Esta es una propuesta para la enseñanza de la geometría que va más allá del programa de estudios, centrándose en diferentes percepciones del mundo que pueden contribuir al análisis de diferentes situaciones, experiencias y perspectivas. Este trabajo tiene como objetivo sacar a la luz la enseñanza de las geometrías planas y espaciales desde la fotografía y los géneros textuales, relacionando los lenguajes involucrados y los aspectos visuales de la geometría a través de la interconexión de la producción de géneros textuales y registros fotográficos. A partir de dos Proyectos de Investigación de Maestría en curso, esta propuesta se desarrollará a través de un taller que contemplará la producción de fotografías y la creación de textos autorales por parte de los participantes, considerando discusiones sobre procesos de aprendizaje. Se espera presentar y dialogar sobre nuevas perspectivas de la enseñanza de la geometría, posibilitando ver las relaciones existentes entre geometrías planas y espaciales.

Palabras llave: Geometría plana, Geometría espacial, Fotografía, Géneros textuales.

Introdução

Relações e processos geométricos estão presentes no mundo e os enxergamos por meio de suas diversas representações. Na escola, no entanto, persiste certa distância entre a geometria e essas relações que podem ser estabelecidas, abordando um olhar quenós adquirimos a partir de nossos contextos.

Tendo em mente que tecnologias diversas podem e devem ser aliadas aos processos de ensino e de aprendizagem, tal quais estão presentes nas demais atividades humanas, consideramos a fotografia como uma aliada ao ensino de geometria, inclusive por permitir explorações de aspectos visuais, em uma inter-relação entre o plano e o espaço. Junto a isto, um trabalho dessa natureza permite um entrelaçamento entrediversas formas de representação, o que fortalece possibilidades de exploração de diversas linguagens, neste caso, diretamente relacionadas à linguagem geométrica.

Propomos, assim, um trabalho que envolve produções textuais, a partir de fotografias engendradas pelos participantes da oficina, viabilizando diálogos entre as diferentes vivências e repertórios de cada um. Acreditamos que isto pode proporcionar discussões acerca das linguagens em jogo, das visualizações referentes ao espaço e ao plano, além de promover diálogos sobre a forma como as representações geométricas são apresentadas aos alunos, às vezes, gerando obstáculos para sua aprendizagem.

Temos, por objetivo, discutir relações entre diferentes representações geométricas, sobretudo aquelas presentes em imagens fotográficas e em textos sob gêneros diversos. Em uma atividade desta natureza podem ser inseridos diversos gêneros, como, poesias, literatura de cordel, classificados, *croquis* etc., em conformidade com o nível escolar e a carga horária contextual de quem se propõe a um trabalho semelhante a esse que ora apresentamos.

Esta proposta tem um vínculo direto com nossas pesquisas de mestrado em andamento[182], ambas partindo de relações entre fotografia e literatura. Ambas as pesquisas têm origem nos projetos desenvolvidos no Leitura e Escrita em Educação Matemática – Grupo de Pesquisa Político-Pedagógico (LEEMAT).

Relações entre geometria, fotografia e produção textual

O ensino de geometria, durante muito tempo, principalmente durante as décadas de 1980 e 1990, sendo muitas as causas atribuídas para este fato, como a ausência de conteúdo nos livros didáticos e falta de uma formação adequada para os professores. "Aliteratura não minimiza palavras ao afirmar que o ensino de geometria foi abolido das escolas, principalmente, dos anos iniciais do Ensino Fundamental" (LIMA, 2015, p. 50). Em 1990 os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) ganharam destaque para a valorização do ensino de geometria nas escolas, ressaltando a importância de um ensino pautado em atividades contextualizadas, possibilitando ao aluno a produção de significados acerca de conceitos geométricos.

A partir de 2017, conforme a proposta da BNCC, é preciso pensar no ensino de geometria voltado para a realidade do aluno, levando o aluno a pensar, relacionar e compreender as representações de figuras geométricas no meio em que vive. Para o desenvolvimento de

[182] São duas pesquisas de mestrado em andamento no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Estadual da Paraíba (PPGECEM-UEPB), ora intituladas *Relações entre o plano e o espaço: Exploração do pensamento geométrico por meio da arte fotográfica* (Alline Leal dos Santos, Mestrado Acadêmico) e *Uma conexão entre fotografia e escrita* (Francilene Almeida Sousa, Mestrado Profissional), ambas orientadas pelo professor José Joelson Pimentel de Almeida.

nossas atividades seguimos as orientações referidas acima, dando ênfase àquelas que instigam o aluno para elaboração de conceitos, promovendo uma possível produção de significados. “O educando adquire aprendizagem, quando, a partir de uma representação, consegue fazer uma leitura geométrica” (LIMA, 2015, p.64), o cotidiano é uma ferramenta que promove a visualização de representações geométricas.

De acordo com a experiência de trabalhos desenvolvidos no âmbito do LEEMAT, percebemos uma relação entre as geometrias plana e espacial que está para além de uma via única. Ou seja, não se trata de uma proposta que vai da geometria plana para a espacial ou, de outra forma, da geometria espacial para a plana. É algo que envolve uma dialética entre o plano e o espaço.

Nesta direção, Lima e Almeida (2015) afirmam que:

> O desenvolvimento de um trabalho de geometria pautado na exploração de conceitos tridimensionais e no posterior estudo dos conteúdos da geometria plana pode contribuir para a aprendizagem, na medida em que essa surgirá naturalmente no discurso dos discentes. Isso oportuniza aos alunos utilizarem o seu repertório cotidiano de noções geométricas e migrarem da geometria espacial à plana e vice-versa (LIMA; ALMEIDA, 2015, p.119).

Da mesma forma que aqui optamos, Lima e Almeida (2021) propõem essa integração entre as geometrias plana e espacial, sem uma ordem pré-definida, pois, como é a proposta dessa oficina, essa dialética entre plano e espaço é o que compõe as nossas experiências cotidianas e o que confere ao ser humano a capacidade de enxergar no plano (p. e., na tela de um *smartphone*) algo tridimensional e, de igual forma, representar qualquer objeto da tridimensionalidade no plano. As atividadescom geometria têm um lugar privilegiado para essas operações, pois são propícias ao questionamento, conjecturas, busca, experimentação e análise. Pensando então naproposta de estabelecer relações entre a geometria plana e espacial, consideramos que produções textuais (literárias) e fotográficas podem ser aliadas privilegiadas dos processos de ensino e de aprendizagem.

Os registros fotográficos são algo comum e presentes no cotidiano escolar, desdeque houve uma popularização de *smartphones*. Nesse sentido, podemos considerar a possibilidade de utilização da fotografia como uma ferramenta de aprendizagem nas aulas de matemática, promovendo o interesse dos alunos, auxiliando na exploração dos conteúdos.

> Acredita-se ser possível estabelecer conexões entre as fotografias e os conteúdos e objetivos da Matemática escolar, de modo a viabilizar um trabalho colaborativo com os estudantes, de forma a permitir e avaliar o processo de aprendizagem. Nesse sentido, ensinar Matemática por meio de fotografia pode ajudar a compreender que as imagens não são somente para informar e ilustrar, elas também educam e produzem conhecimentos (FRANTZ, 2015, p. 23).

A fotografia é uma ferramenta com possibilidade de despertar nos alunos a visualização de situações do cotidiano, atribuindo significados em um contexto vivenciado. “O objetivo do fotógrafo não se limita às imagens e este não tem limites na sua busca de conhecer seu objeto” (ANDRADE, 2002, p.28). Assim o ato de observar um registro fotográfico realizado pelo próprio aluno ajuda no reconhecimento de conteúdos matemáticos e na elaboração de conceitos, promovendo um ambiente de discussão e socialização das ideias matemáticas.

> A fotografia, no caso da Matemática, apresenta diversos conceitos matemáticos, a partir de uma observação atenta sobre a imagem fotografada. Ao analisar uma fotografia, o estudante obtém informações a partir dessa imagem, estabelecendo uma nova maneira de olhar, analisando-a e interpretando-a, passando, assim, a reelaborar ideias anteriormente aprendidas em um novo conhecimento (FRANTZ, 2015, p. 24).

Em nossa experiência, vimos que os estudantes se envolvem bastante nas produções fotográfica e textual, trazendo, em suas reflexões, aspectos relacionados às linguagens da geometria, da fotografia e da própria produção textual.

Na escrita desenvolvida pelos alunos, levamos em consideração o nosso objetivode identificar as contribuições de registros fotográficos e produções textuais na elaboração dos conceitos de figuras planas e espaciais, aliados à visualização das representações de figuras geométricas no cotidiano. No ato da escrita os alunos apresentam conceitos das figuras geométricas, destacando as propriedades e elementos, expressando seus pensamentos carregados de significados presentes no registro fotográfico. “É na palavra e por meio dela, de seu significado, que o conceito vai se elaborando” (NACARATO; COLETTI; LIMA, 2009, p. 105). Através de uma escrita com frases curtas são elaborados os conceitos geométricos e o conhecimento é desenvolvido e pode ser compartilhado com todos.

As Representações de figuras geométricas constituem- se constituem em possibilidade de conteúdo que permite relacionar os conceitos científicos com a realidade, proporcionando uma elaboração de conceitos. “A geometria está presente emdiferentes campos da vida, seja nas construções, nos elementos da natureza ou nos objetos que utilizamos” (LONGO, 2015, p.102). Pensando na visualização e em relacionar a geometria com o cotidiano, é pertinente um estudo pautado noreconhecimento e elaboração dos conceitos geométricos a partir de representações das figuras geométricas.

O ato de fotografar pode permitir que o indivíduo estabeleça relações entre a ideia abstrata de determinados elementos geométricos e sejam conduzidos a um maior repertório de imagens mentais sobre os objetos em discussão, sejam sólidos geométricos, linguagens geométricas, ou o próprio ato de experimentação. As produções de fotografia e de textos poderão ampliar o repertório de investigações geométricas, contribuindo para melhoria da argumentação linguístico-matemática. Essasatividades relativas ao pensamento geométrico do aluno colaboram para melhor melhor argumentação, principalmente quando consideramos a leitura ou produção de fotografias e as produções textuais a elas relacionadas.

A prática de produção de textos nas aulas de matemática pode envolver situações nas quais o aluno deve interpretar informações, organizar e transcrever discursos. Esse processo vai além de decodificação de dados, envolve a interpretação de um texto, levantamento de informações, elaboração e desenvolvimento da escrita. “Ao produzir textos, os alunos devem ir percebendo seu caráter de fechamento, a importância de apresentar informações precisas, incluir as ideias centrais,representativas do que está estudando” (SMOLE, DINIZ, 2012, p.17).

Nesta perspectiva, o trabalho de produção de textos estimula a prática da escritae leitura, proporciona a conexão entre as linguagens matemáticas e a língua materna. A escrita é uma atividade relacionada ao reconhecimento e compreensão de informações com significados e pode ser desenvolvida nos mais diversos níveis de ensino.

Proposta da oficina

Com base no que foi discutido, apresentamos então nossa proposta para a oficinaque pretendemos ministrar em dois dias. Inicialmente, apresentaremos os objetivos e a proposta da atividade que serão elaboradas pelos cursistas.

A partir das discussões apresentadas durante a primeira parte da oficina, orientaremos os participantes a produzir fotografias e, referentes a estas, deverão compor textos que envolvam ideias, conceitos, figuras, dentre outros elementos, que tenham alguma relação com a geometria e com as fotografias apresentadas. Estasproduções serão apresentadas no segundo dia da oficina.

Durante o primeiro dia, serão dadas algumas orientações tanto em relação à produção fotográfica, como às escolhas das produções textuais, deixando claro que serão livres para escolher a melhor maneira de, a partir das fotografias elaboradas, desenvolverem uma ideia relacionada a elementos da geometria. Para isso, a oficina estádividida em três momentos.

1º Momento (primeiro dia): Música, fotografia e geometria

Apresentaremos a música *Futebol*, de Chico Buarque, a partir da qual serão estabelecidas discussões acerca das relações entre a letra da música e algumas fotografias cuidadosamente selecionadas pelos autores (da oficina). Durante a discussãoserão levantados questionamentos sobre que outras fotografias poderiam ser formadas a partir da letra da música.

Ao apresentar o trecho da música, temos por objetivo, relacionar a geometria a abordagens textuais, que trabalhem os aspectos conceituais e promovam contribuições para visualização mental e a linguagem geométrica por trás dos elementos geométricos, além disso, incentivar a criatividade para suas próprias produções envolvendo fotografiae literatura.

2º Momento: Fotografias e produções textuais

Compartilhamento de atividades desenvolvidas nas pesquisas de mestrado, como objetivo de discutir relações entre fotografias, produções textuais e conceitos ou procedimentos geométricos.

Encerraremos esse momento com as orientações para produções fotográficas e textuais a serem enviadas para composição das atividades do segundo dia.

3 º Momento: Produções textuais e fotográficas dos participantes

No segundo dia da oficina serão apresentadas as produções fotográficas e textuais dos participantes, a partir das quais serão estabelecidas discussões acerca dos principais conceitos inerentes às atividades.

Resultados Esperados

A partir da proposta da oficina e das fotografias elaboradas pelos participantes, esperamos trazer perspectivas do ensino de geometria voltada para o cotidiano dos alunos, de maneira a diminuir as distâncias que são construídas entre uma geometria queé abstrata para o aluno e uma geometria que faça parte do seu cotidiano, do mundofísico que conhece, possibilitando enxergar as relações existentes entre as geometrias plana e espacial.

No momento de socializar os registros fotográficos e produções textuais, buscaremos mediar a participação, estabelecendo um ambiente de interação, de maneira que os participantes sintam à vontade para analisar, elaborar conceitos e repensar suas escritas.

Referências

Andrade, R. (2002). Fotografia e antropologia: olhares fora-dentro. São Paulo: Estação Liberdade; Educ.. 132 p.

Brasil, (2017). **Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Proposta preliminar.** Terceira versão revista. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/a-base> . Acesso em: 12 de janeiro de 2021.

Frantz, D. de S. F. da S. (2015) **Potencialidades da fotografia para o ensino de geometria e proporção em uma escola do campo**. Dissertação de Mestrado,Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2015.

Lima, A. F. de. (2015) **Do sensível às ideias: um estudo de geometria a partir de atividades envolvendo espaço e forma.** Dissertação (Mestrado Acadêmico emEnsino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba,Centro de Ciências e Tecnologia]

Lima, A. F.; Almeida, J. J. P. (2015) Do sensível às ideias: uma proposta de ensino de geometria, dos aspectos empíricos aos dedutivos. Revista *Principia* - Divulgação Científica e Tecnológica do IFPB, João Pessoa, n. 28, p.111-120,dez.

Lima, A. F.; Almeida, J. J. P. (2021) Educação Matemática: itinerários de pesquisas e práticas no ensino fundamental. *Revista Digital Formação emDiálogo.* Rio de Janeiro, vol. 4, no 9, março de 2021. p.76-88.

Longo, C. A. C.(2015) **As (re)descobertas do ensino de geometria.** In: Sergio Lorenzato. (org). Aprender a ensinar geometria. Campinas, SP: Mercado deletras.

Smole, K. S; Diniz, M. I. (2012) **Materiais manipuláveis para o ensino de figurasplanas**. São Paulo: Edições Mathema.

Educação Matemática e inclusão

RPG e o ensino da matemática: possibilidades para a inclusão de estudantesdeficientes visuais

RPG and the teaching of mathematics: possibilities for the inclusion of visuallyimpaired students

RPG y la enseñanza de las matemáticas: posibilidades para la inclusión deestudiantes con discapacidad visual

Miroto, Enrico Marcelo[183]
Universidade Estadual do Paraná-UNESPAR
0000-0003-1925-023X

Jocoski, Juarês[184]
Universidade Estadual do Paraná-UNESPAR
0000-0003-3953-1880

Rosso, Adriana Bruger[185]
Escola Municipal Doutor Paulo Fortes, São Mateus do Sul, PR
0000-0003-0733-8541

Modalidade: Oficina
Núcleo Temático: Educação Matemática e Inclusão

Resumo

A oficina tem por objetivo possibilitar novos encaminhamentos às aulas de matemática, de modo que o estudante cego, juntamente com seu professor, desenvolvam uma atividade, com vistas a tornar a aula inclusiva para todos, contribuindo de maneira significativa para a formação dos estudantes com ou sem deficiências no tocante às práticas inclusivas no ambiente escolar. A oficina consiste em apresentar a criação de umjogo de Role-Playing Game (RPG), em que o estudante cego, participante de uma pesquisa de conclusão de curso, junto com um dos autores deste trabalho, produzam um tabuleiro, com enigmas matemáticos, os quais devem ser resolvidos em grupo com os demais colegas. O jogo desenvolvido baseia-se em uma história medieval. Durante o desenvolvimento e produção de todos os objetos que o compõem, ocorre a análise e a avaliação do estudante cego, de forma a melhorar as questões de acessibilidade, cenários,personagens do jogo e sua execução em sala de aula para toda a turma. Portanto, a presente proposta traz consigo uma mudança pedagógica sobre como as aulas de matemática podem assumir um importante papel na perspectiva inclusiva, trazendo a percepção do próprio indivíduo em questão, para que esse possa se sentir parte de toda a atividade elaborada. Buscamos nesta oficina apresentar uma proposta de aula de matemática, tendo como ponto principal ressaltar uma dinâmica inclusiva, com a participação do estudante na elaboração de um jogo de RPG para o ensino de matemática.

Palavras-chave: Educação matemática, Educação inclusiva, Deficiência visual, Jogos inclusivos, Role-Playing Game (RPG).

[183] enricomirotomarcel@gmail.com
[184] juaresjocoski@gmail.com
[185] dricabruger@yahoo.com.br

Abstract

The workshop aims to enable new directions to mathematics classes, so that the blind student, along with his teacher, develop an activity, in order to make the class inclusive for everyone, contributing significantly to the training of students with or withoutdisabilities and regarding the inclusive practices in the school environment. The research consists in presenting the creation of a Role-Playing Game (RPG), in which the blind student, a participant of a course conclusion research, along with one of the authors of this work, produces a board with mathematical puzzles that must be solved in a group with other classmates. The game was developed, based on a medieval story, in which allits component objects are produced and/or evaluated by the blind student, in order to improve accessibility issues, scenarios, game characters and its execution in the classroom for the other students, with or without disabilities. Therefore, the present proposal brings about a pedagogical change on how the mathematics classes can assumea dynamic in the inclusive perspective, bringing the perception of the blind student himself, so that he can feel part of the whole activity that will be proposed to the class. Inthis workshop, we seek to present a proposal for a mathematics class, with the main pointto highlight an inclusive dynamic, with the participation of the student in the elaborationof a role-playing game for teaching mathematics.

Keywords: Mathematics education, Inclusive education, Visual impairment, Inclusive games, Role-Playing Game (RPG).

Resumen

El taller tiene como objetivo habilitar nuevos rumbos a las clases de matemáticas, para que el alumno ciego, junto con su profesor, desarrollen una actividad, con el fin de que laclase sea inclusiva para todos, contribuyendo de manera significativa a la formación de los alumnos con o sin discapacidad y respecto a las prácticas inclusivas en el ámbito escolar. La investigación consiste en presentar la creación de un Juego de Rol (RPG), enel que el estudiante ciego, participante de una investigación de finalización de curso, juntocon uno de los autores de este trabajo, elaboran un tablero, con rompecabezas matemáticos de los cuales deben ser resueltos en grupo con otros compañeros. Se ha desarrollado un juego, basado en una historia medieval, en el que todos los objetos que locomponen son producidos y/o evaluados por el alumno ciego, con el fin de mejorar las cuestiones de accesibilidad, los escenarios, los personajes del juego y su ejecución en el aula para los demás alumnos, con o sin discapacidad. Por lo tanto, la presente propuesta aporta un cambio pedagógico sobre cómo las clases de matemáticas pueden asumir una dinámica en la perspectiva inclusiva, aportando la percepción del propio alumno ciego, para que pueda sentirse parte de toda la actividad que se propondrá a la clase. En este taller buscamos presentar una propuesta de clase de matemáticas, teniendo como punto principal destacar una dinámica inclusiva, con la participación del alumno en el desarrollode un juego de rol para la enseñanza de las matemáticas.

Palabras clave: Educación matemática, Educación inclusiva, Discapacidad visual,Juegos inclusivos, Juego de rol (RPG).

Justificativa

Cada vez mais, nota-se a presença de estudantes com necessidades educacionais específicas em sala de aula, o que faz com que as escolas busquem estratégias, metodologias e recursos consistentes para o recebimento de pessoas que possuam algumadeficiência. Dentro da sala de aula, especificamente durante as aulas de matemática, torna-se um desafio ao professor buscar métodos de ensino que estejam adaptados e inclusivos no desenvolvimento das tarefas no contexto escolar. Por sua vez, o docente deve buscar metodologias que supram as necessidades do estudante, podendo propiciar condições na busca do pleno desenvolvimento por parte do educando.

Com metodologias adaptadas, que devem estar contextualizadas ao âmbito do currículo e da sala de aula, em que, apesar de seu contexto plural, cada estudante tem seuprocesso individual de aprendizagem, suas singularidades e particularidades que devem ser respeitadas e vistas com o máximo de responsabilidade e respeito pelo educador. É importante e necessário que o ensino da matemática seja, também, inclusivo e metodologicamente dinâmico, trazendo ferramentas de ensino que possibilitem a inclusãode estudantes com ou sem deficiências.

Nesta oficina, apresenta-se a utilização de jogos *Role-Playing Game*, jogo de interpretação de papéis, popularmente conhecido como RPG, sendo esse um estímulo pedagógico para toda a turma, por ser uma atividade dinâmica que possibilita aos estudantes cegos sua participação ativa e direta, promovendo uma aprendizagem com significado. A ideia para o desenvolvimento do tabuleiro surgiu de conversas queocorreram entre o responsável pelo projeto e o seu aluno cego, que está matriculado no ensino regular em uma turma de 7º Ano do Ensino Fundamental, em uma escola pública.Em contra turno ele frequenta a Sala de Recursos Multifuncional tipo II, específica para a área visual, local em que as conversas e encontros ocorreram.

Vale ressaltar a importância de o estudante se sentir incluído no desenvolvimentodas atividades, de modo que ele não seja tratado de forma diferente, salvo em casos especiais. A partir disso, vem a ideia da criação do jogo que irá consistir em uma parceriaentre o professor e o estudante cego, levando com que o último seja protagonista na produção do mesmo, o qual auxilia na confecção, avaliação e escolha dos materiais, desenvolvimento dos personagens, história, além de trazer, para o jogo ou nos enigmasmatemáticos contidos nele, um pouco sobre sua realidade.

De acordo com o psicólogo Alfeu Marcatto (1996, p. 15-16):

> “[...] educadores têm percebido o potencial que o RPG tem como instrumento

> pedagógico. Talvez a maior dificuldade que o professor enfrenta é a falta de interesse do aluno por conteúdos que não pareçam ter aplicação imediata em sua vida. O aluno, então, estuda por estudar, para atender uma obrigação, paraser aprovado. [...] O RPG permite evidenciar a aplicabilidade do conteúdo de forma imediata e simples no ambiente da sala de aula. É necessário apenas usara imaginação."

O mesmo autor, ainda, com referência ao jogo RPG, comenta que,

> "O RPG não é competitivo. A diversão não está em vencer ou derrotar os outros jogadores, mas em utilizar a inteligência e a imaginação para, em cooperação com os demais participantes, buscar alternativas que permitam encontrar as melhores respostas para as situações propostas pela aventura. É um exercício de diálogo, de decisão em grupo, de consenso." (MARCATTO, 1996, p. 15-16).

Nesse sentido, a Matemática, em sala de aula, pode ganhar novas características, proporcionando um trabalho colaborativo, dinâmico e sem perder o foco no aprendizado.Além de tudo, tais atividades colaboram com a metodologia utilizada pelo professor, proporcionando a inclusão do estudante com deficiência que, em outras situações, de certaforma, acaba recebendo apenas atividades diferenciadas dos demais, não sendo essas umadas características do ato de incluir e, sim, uma adaptação, muitas vezes, de contexto.

O Jogo no Ensino de Matemática na perspectiva inclusiva

Os jogos estão presentes no cotidiano dos estudantes e se tornam um método de ensino muito presente, não apenas na Matemática, mas em todas as disciplinas. Os jogose atividades lúdicas dentro e fora das salas de aulas são importantes componentes facilitadores para a educação em geral, principalmente por trazerem o aprendizado de maneira concreta, dinâmica e problematizadora e, ao mesmo tempo, em que se brinca e joga, promove aprendizagem, criticidade, interação social, dentre tantas outrasexperiências.

No ensino da Matemática muito se fala a respeito de inclusão, porém, muitos jogos, presentes em sala de aula, não possuem adaptações para que o estudante com deficiência possa participar com os demais colegas; dessa forma muitas vezes o estudantenão tem a mesma experiência que os demais acerca do jogo.

Nesse propósito, podem ser apresentadas algumas sugestões de adaptações a partirdos preceitos de Mauch e Kranz (2008, p. 98-99 apud KRANZ, 2011, p. 26), consideradasnecessárias para a produção de materiais didáticos que favoreçam a inclusão:

- Para educandos com deficiência visual, destacando a baixa visão, é preciso utilizar contrastes de cores nos materiais, conteúdo ampliado, além de relevos e texturas.

- Para estudantes cegos, é indispensável a utilização do braille e caso haja a necessidade de registro por parte do estudante, existe a necessidade de disponibilizar a reglete e punção ou então, a máquina mecânica. Em algumas ocasiões é preciso fazer a descrição oral de imagens.
- Optar por materiais de fácil manuseio e de tamanho grande, pois esses auxiliam estudantes com dificuldades motoras e com deficiência visual. Também é ideal a utilização de velcro e imãs para fixação em tabuleiros e cartelas.

Ao confeccionar um material didático, faz-se necessário pensar em todos os estudantes, com ou sem deficiência. “A aprendizagem [...] é favorecida pela possibilidadede que todos, na maior extensão possível, podem jogar juntos, utilizando-se do mesmo material do jogo”, não só o jogo, mas qualquer material pedagógico (KRANZ, 2011, p. 27). Partindo desses princípios, é preciso pensar e repensar em estratégias metodológicascentradas na perspectiva da educação inclusiva.

Tais adaptações permitem que o estudante com deficiência possa, juntamente aosdemais colegas, ter acesso à participação e envolvimento, desfrutando das mesmas propostas inseridas para toda a turma. Porém, percebe-se que professores que atuam nas Educação Básica, não possuem formação que os auxiliem na elaboração de uma aula inclusiva, o que acaba se tornando um desafio à prática pedagógica, pois surge anecessidade de estar em constante busca e pesquisa para encontrar formas e métodos quecolaboram com a aprendizagem de tal estudante em sua aula.

Para Maria da Gloria de Souza Almeida (2014, p. 110):

> “Uma educação aberta e qualificada, prepara uma criança com deficiência visual (cega ou com baixa visão) para seguir adiante, em busca da ascensão, dando-lheautonomia, infundindo-lhe confiança, abrindo-lhe fontes de conhecimento, instigando-lhe a carga imaginativa, fomentando-lhe a força criadora”.

Ao analisar o impacto que o jogo tem/terá sobre a vida do estudante, vemos comoseu interesse é despertado, além de dar a ele a chance de mostrar sua autonomia para a realização das tarefas, o que nos faz refletir a respeito de como a aula inclusiva pode modificar as práticas escolares, proporcionando um trabalho cooperativo e equitativo.

O RPG apresenta essa realidade ao estudante ao trabalhar sua autonomia, interpretação, imaginação e suas relações com o mundo que está à sua volta. O pesquisador fornece ao estudante deficiente visual as possibilidades, negociando significados e permitindo, dessa forma, que trilhe o percurso e atinja tal evolução, adquirindo autonomia e confiança para que possa construir seu conhecimento e imaginação.

Procedimento metodológico da oficina

A presente oficina tem por temática a educação matemática e inclusão, em que oobjetivo será apresentar, de forma online, aos participantes, o material que foi desenvolvido no decorrer do projeto. Como a oficina acontece de forma online, serão deixados em exposição os materiais, por vídeo, os quais vão ser descritos pelo responsávelda oficina durante a sua realização. A oficina será destinada a professores da rede de ensino, acadêmicos de cursos de graduação e estudantes de pós-graduação, com ou sem deficiência, com o intuito de apresentar essa metodologia de desenvolvimento aosparticipantes. O jogo tem por finalidade apresentar os diferentes conteúdos de matemáticaque podem ser mobilizados com o uso do jogo, em uma turma do 7º ano, de modo que possa ser utilizado para promover as aprendizagens dos estudantes nessa área e a equidadena sala de aula.

O jogo de RPG é constituído por diversas peças, as quais foram desenvolvidas em conjunto entre o professor e o estudante cego; com isso, buscou-se deixar características inclusivas em todas as partes, pensando em sua textura e na escrita em braille. O tabuleirofoi construído em uma impressora 3D e será descrito o processo para o seu desenvolvimento e como ocorreu a sua montagem para as pessoas cegas que poderão estarpresentes na oficina. Será descrito, em detalhes, o material, seu formato, textura e tamanho, além de trazer o relato do próprio estudante cego descrevendo, por vídeo, comoele avalia cada peça, além de apresentar, durante a oficina, os vídeos que foram gravadosdurante o processo da montagem, durante o qual o estudante relata, com suas palavras, sua primeira impressão sobre as características que ele sente ao manipular as peças, descrevendo sua forma e textura e, com isso, pensando em proporcionar a todos, o processo de montagem e validação, visando a inclusão dos participantes da oficina. Também será disponibilizado aos participantes o material em PDF, com a história, regrase descrições do jogo, o qual será enviado, via e-mail, aos presentes ou disponibilizado, via link, pelo chat da reunião.

A proposta é que todos percebam que aulas de matemática podem ter características inclusivas à medida que os estudantes com e sem deficiências são protagonistas na elaboração e execução do jogo proposto. Nesse sentido, buscamos mostrar que o estudante cego não necessita de uma atividade diferente dos demais, mas que pode, junto aos demais colegas, divertir-se e aprender com um material que foi pensado para todos. Tal material será apresentado na oficina para que os inscritos possamidentificar, (re)pensar possibilidades e debater questões que considerem pertinentes sobreseu uso e aplicação para todos os estudantes.

Logo, buscamos apresentar, na oficina, uma nova forma de adaptar atividades emsala de aula, além das já realizadas; mostrar a todos a realidade do estudante com deficiência visual, possibilitando o rompimento de barreiras que o impeçam de participar,com todos os demais estudantes, da execução do jogo de RPG. Dessa forma, buscamos inserir no jogo, situações das quais o braile, por exemplo, torna-se uma escritura antiga, da qual alguém precisa decifrar ou o poder de algum monstro, personagens do jogo, que impossibilitem os aventureiros participantes do jogo de enxergar - dessa forma osestudantes vão vivenciar experiências semelhantes aos do estudante cego.

Considerações finais

Tal proposta tem como finalidade mostrar de que modo a inclusão de estudantes com deficiência visual ocorre na realização de atividades propostas em uma aula de Matemática e como isso pode impactar dentro de seu cotidiano, de tal modo que, não se sinta diferente em relação aos colegas e possa, junto com o professor, desenvolver um jogo inclusivo.

Dessa forma, muito se pensa e questiona como o professor pode tornar tais aulas inclusivas, de modo que nenhum estudante se sinta excluído e tendo por objetivo que todos os que estão presentes em sala tenham os mesmos direitos em participar das atividades, levando em consideração dificuldades e limitações de cada um. Pensando assim, pode-se dizer que esse cenário é trabalhoso e difícil e, de fato o é, porém, temosque pensar no coletivo, levando em consideração todas as situações que possam dificultara realização da tarefa ou da aula proposta, tornando o trabalho equitativo.

Com tal pensamento surge, então, a criação de um jogo de RPG, desenvolvido porum estudante cego e tendo, assim, elementos singulares que o tornam um rico materialpara o Ensino de Matemática, cujos detalhes perpassam por texturas, trazendo à pessoa cega a sensação através do tato, por exemplo e, que, junto com a turma, possa explorar otabuleiro e desvendar os mistérios que vão aparecer durante a aventura, repleta demonstros, enigmas, magia e situações que dependerá que todos se reúnam e possamatingir os objetivos finais que vão ser propostos pelo mestre, um dos personagens do jogo.Para desenvolver a história, pensando em sua criação, foi elaborada uma temática medieval fantasiosa, que se passa em um reino aterrorizado por um dragão perigoso, emque um grupo de aventureiros (personagens escolhidos pelos estudantes) vão enfrentartodos os desafios da jornada para atingir o objetivo. Os jogos de RPG têm essa propostade levar os jogadores a um mundo paralelo que, com sua imaginação, vão vivenciar umahistória e se sentir parte dela. O professor aproveita toda essa criação e poderá trabalharcom seus estudantes assuntos correlatos à Matemática, favorecendo, assim, uma dinâmicade sala de aula baseada em explorações, resoluções de problemas e no respeito às diferenças.

Referências

ALMEIDA, Maria da Gloria de Souza. *A importância da Literatura como Elemento de Construção do Imaginário da Criança com Deficiência Visual*. Rio de Janeiro: Instituto Benjamin Constant, 2014.

BORIN, Júlia. *Jogos e resolução de problemas:* uma estratégia para as aulas de matemática. São Paulo: IME – USP, 1996

COQUEIRO, Valdete dos Santos; HERMANN, Wellington; MACHADO, Suelén Rita Andrade. *Os desafios de se ensinar matemática por meio de jogos de interpretação de personagem em sextos anos do ensino fundamental de uma escola da rede pública*. Revista NUPEM, vol. 5, n. 8 (2013).

MAUCH, Carla; KRANZ, Claúdia. *Os Jogos na Educação Inclusiva*. In: MAUCH, Carla(Org). *Educação Inclusiva: algumas reflexões*. Natal: EDUFRN, 2008.

MARCATTO, Alfeu. *Saindo do quadro*. São Paulo: A. Marcatto, 1996.

ZUCHI, Ivanete. *O desenvolvimento de um protótipo de sistema especialista baseado em técnicas de RPG para o ensino de matemática.* UFSC: 2000. (mestrado).

Pensando em aulas de matemática para pessoas com deficiência sob uma perspectiva social e crítica

Thinking about math classes for people with disabilities from a social and critical perspective

Pensar las clases de matemáticas para personas con discapacidad desde una perspectiva social y crítica

Priscila Coelho Lima[186]
Instituto Federal de São Paulo
0000-0002-5277-1873

Denner Dias Barros[187]
Serviço Social da Indústria - SESI/SP
0000-0002-8108-022X

Modalidade: Oficina
Núcleo Temático: Educação Matemática e Inclusão

Resumo

A presença de crianças com deficiência nas escolas de Educação Básica é um direito assegurado por leis. Contudo, muitos professores afirmam não estar preparados para lidar com a diferença, em especial com educandos com deficiência. Tal discurso é respaldado, em grande parte, por uma percepção médica da deficiência, que vê a pessoa pela falta, incapacidade e dificuldades, tidas como decorrentes da deficiência. Por outro lado, por uma ótica social, a deficiência é compreendida através da interação do sujeito com o meio ambiente, reconhecendo-se as barreiras impostas ao sujeito, que impedem uma participação em sociedade com equidade de direitos e oportunidades. Perceber o aluno com deficiência na escola, em especial nas aulas de matemática, sob um paradigma social permite uma abertura para que se pense em possibilidades para que a aula seja mais inclusiva e todos possam aprender e participar, tendo suas especificidades respeitadas. Nesta oficina, os participantes serão convidados a pensar em aulas de Matemática em uma perspectiva inclusiva e, ao final, refletirmos sobre as possibilidades de conceber os educandos com deficiência por um olhar social.

Palavras-chave: Formação de professores, Educação Matemática e Inclusão, Diversidade, Imaginação Pedagógica, Modelos de deficiência.

Abstract

The presence of children with disabilities in Basic Education schools is a right guaranteed by law. However, many teachers say they are not prepared to deal with the difference, especially with students with disabilities. Such discourse is largely supported by a medical perception of disability, which sees the person as lacking, incapacity and difficulties, considered to be a result

[186] cilalima@ifsp.edu.br
[187] dennerdias12@gmail.com

of disability. On the other hand, from a social point of view, disability is understood through the subject's interaction with the environment, recognizing the barriers imposed on the subject, which prevent participation in society with equal rights and opportunities. Perceiving the student with a disability at school, especially in math classes, under a social paradigm allows for an opening to think about possibilities for the class to be more inclusive and for everyone to learn and participate, having their specificities respected. In this workshop, participants will be invited to think about Mathematics classes in an inclusive perspective and, at the end, to reflect on the possibilities of conceiving students with disabilities from a social perspective.

Keywords: Teacher training, Mathematics Education and Inclusion, Diversity, Pedagogical Imagination, Models of Disability.

Resumen

La presencia de niños con discapacidad en las escuelas de Educación Básica es un derecho garantizado por ley. Sin embargo, muchos maestros dicen que no están preparados para lidiar con la diferencia, especialmente con estudiantes con discapacidades. Dicho discurso se apoya en gran medida en una percepción médica de la discapacidad, que ve a la persona como carencia, incapacidad y dificultades, consideradas como consecuencia de la discapacidad. Por otro lado, desde el punto de vista social, la discapacidad se entiende a través de la interacción del sujeto con el medio ambiente, reconociendo las barreras impuestas al sujeto, que le impiden participar en la sociedad con igualdad de derechos y oportunidades. Percibir al estudiante con discapacidad en la escuela, especialmente en las clases de matemáticas, bajo un paradigma social permite una apertura para pensar posibilidades para que la clase sea más inclusiva y que todos aprendan y participen, respetando sus especificidades. En este taller se invitará a los participantes a pensar las clases de Matemáticas en una perspectiva inclusiva y, al final, a reflexionar sobre las posibilidades de concebir a los estudiantes con discapacidad desde una perspectiva social.

Palabras clave: Formación del profesorado, Educación Matemática e Inclusión, Diversidad, Imaginación Pedagógica, Modelos de Discapacidad.

Introdução

Desde a promulgação da Política Nacional da Educação Especial na Perspectiva da Educação Inclusiva – PNEEPEI (BRASIL, 2008), educandos com deficiência estão na escola como sujeitos de direito. A Lei Brasileira de Inclusão – LBI (BRASIL, 2015) garante o direito à Educação de pessoas com deficiência, respeitando suas características, capacidades e especificidades, garantindo o apoio pedagógico e Atendimento Educacional Especializado (AEE) para que todos possam aprender.

Poderíamos perguntar: desde a implementação desses e outros instrumentos normativos, a Educação de estudantes com deficiência ocorre tal como previsto? A inclusão escolar acontece como determinado pela legislação? Poderíamos elencar inúmeros casos que mostram que os direitos não estão sendo respeitados, que o AEE não ocorre como determinado, que alunos não estão realmente incluídos. Mas o fato é que tais legislações são importantíssimas para assegurar que a diferença esteja na escola, que os estudantes e professores convivam na diversidade, tendo assim um ambiente cultural rico para a constituição de uma sociedade mais justa e inclusiva.

Nesse sentido, Skovsmose (2019) reconhece que os seres humanos são caracterizados pela diferença. Diferenças em relação a aparência, opiniões ou capacidades; culturais, sociais, étnicas, religiosas, de gênero, entre outras. As diferenças são vivenciadas a todo momento, em todos os espaços e esferas da vida cotidiana. Contudo, segundo o autor, experienciar diferenças pode levar a proposição de discursos que reforçam o preconceito e a exclusão, designando alguns como sendo "normais" e outros como "não-normais", por isso, devemos estar atentos para adotar uma postura de valorização das diferenças, compreendendo a pluralidade como sendo um aspecto positivo e intrínseco à sociedade.

Pensando no ambiente escolar, Skovsmose (2019) afirma a necessidade de superar essa diferenciação, compreendendo a Educação Inclusiva como aquela que tenta ir além das diferenças e não aquela que busca incluir os estudantes com deficiência na *normalidade*. Nesse processo, na perspectiva da Educação Matemática Crítica, o autor apresenta a Educação Inclusiva como "uma educação que tenta estabelecer encontros entre diferenças" (SKOVSMOSE, 2019, p.26), encontro como uma característica essencial das relações humanas, pressupõe abertura para estar com o outro, ouvir, dialogar e aprender junto. Encontros entre diferenças buscam a construção da equidade, podem assumir a forma de processos de investigação coletiva e têm como característica a imprevisibilidade. Especificações como normal ou não-normal podem resultar em obstáculos para que a equidade seja construída.

Como caminhar rumo a uma Educação Inclusiva que se caracterize como encontro entre diferenças? Como pensar em aulas de Matemática nesse contexto? Poderiam ser levantados vários aspectos, como promover transformações em contextos que envolvem a formação de professores que valorizam a transmissão de conteúdos, as escolhas metodológicas adotadas nas escolas baseadas na concepção de um aluno padrão (inexistente[188]), os métodos avaliativos que servem mais para punição e demarcar o fracasso, situações de violência e preconceito diante da pluralidade no contexto escolar, dentre outros. Porém, nessa oficina, pensando de modo especial

[188] Dizemos que esse aluno padrão é inexistente, pois ao assumir uma postura de reconhecimento e valorização das diferenças, todo estudante apresentará singularidades que devem ser consideradas ao planejar, executar e avaliar as atividades pedagógicas desenvolvidas no espaço escolar.

nas pessoas com deficiência, vamos pensar de modo especial no modo pelo qual essas pessoas são percebidas na escola e, consequentemente, as ações são pensadas para elas.

Comumente, docentes e profissionais da Educação afirmam não estarem preparados para lidar com a diferença, discurso comumente proferido ao se referir a educandos com deficiência. Mas o que respalda o discurso da falta de preparo? Acreditamos que um dos fatores é o modo pelo qual a deficiência e, consequentemente, a pessoa com deficiência ainda são percebidos no ambiente escolar. Para Mantoan (2003), professores ao externar a falta de preparo para ensinar a alunos com deficiência, referem-se, na verdade, ao não conhecimento sobre aspectos de ordem médica, em relação à definição, causas, origens e prognósticos de cada deficiência. Para ela, tais preocupações baseiam-se no fato de, no senso comum, a deficiência ser relacionada à ideia de doença e percebida como uma limitação do corpo, definida a partir de ausências funcionais.

O aluno não é um paciente na escola. A escola não é o espaço que deve garantir e se preocupar em oferecer tratamento e terapias. Ela é o espaço para promover o aprendizado de componentes curriculares, convívio com pares, desenvolvimento de habilidades sociais, como o respeito e a inclusão, e promover a formação de cidadãos críticos que possam mobilizar seus conhecimentos visando transformações no mundo.

A escola, ao conceber os alunos com deficiência a partir de um paradigma médico, indica uma busca imediata para que sintomas que fujam de um padrão de normalidade esperado sejam identificados, diagnósticos sejam feitos e cura e tratamento sejam o fim para essas pessoas. O modelo médico de deficiência, embasado pela classificação internacional de deficiências, incapacidades e desvantagens, publicada em 1976, concede a deficiência indicando problemas e incapacidades como consequências de condições físicas e fisiológicas do sujeito, assim, toda e qualquer dificuldade da pessoa é em função de condição (FRANÇA, 2013).

Em contraposição ao modelo médico, foi proposto na década de 1970 o modelo social de deficiência, por iniciativa de pessoas com deficiências na Inglaterra, que mostraram que a maioria das dificuldades que enfrentavam resultaram do modo pelo qual a sociedade lidava com suas limitações e que as discriminações e dificuldades eram, no fundo, impostas pela própria sociedade (FRANÇA, 2013; WERNECK, 2004). O modelo social, reconhece os impedimentos inerentes à pessoa, mas considera a deficiência como sendo algo de natureza social, resultante da relação entre a pessoa e o meio ambiente. Deste modo, a deficiência passou a ser compreendida como uma desvantagem ou restrição em decorrência da organização social que desconsidera as diferenças, excluindo pessoas da participação na sociedade em igualdade de condições (FRANÇA, 2013).

A pesquisa de Lima (2022) apontou, dentre outros aspectos, a importância de se conceber o aprendiz com deficiência sob um paradigma social da deficiência para a proposição de aulas de Matemática que se configurem como encontro entre diferenças, nas quais todos os estudantes possam aprender, participar das aulas e interagir com seus pares, tendo respeitadas suas especificidades.

Sobre a oficina

A ideia da oficina surgiu a partir de uma aula em que a Profa. Priscila Coelho Lima, primeira autora deste texto, foi convidada a falar com licenciandos em Matemática, durante uma disciplina optativa intitulada “Educação Matemática e Inclusão”, ministrada no ano de 2020 pelo Prof. Denner Dias Barros, segundo autor deste texto. A disciplina, aconteceu de modo online, devido ao isolamento social em virtude da pandemia de COVID-19. Na ocasião era discutido sobre os modelos de deficiência.

Durante a oficina que propomos para o IX CIBEM, os participantes serão convidados a pensar em aulas de matemática para turmas que possuam estudantes com deficiência. Serão fornecidas descrições de alunos que compõem a turma, uns a partir de um olhar médico, outros sob um paradigma social.

Após um momento de preparação, os participantes serão convidados a compartilhar com os demais as aulas e as ações propostas, bem como os aspectos que consideraram para a proposição de tais ações. Em seguida, haverá um espaço de discussão para pensar nas possibilidades para aulas de Matemática que se abrem ao perceber o aluno com deficiência a partir de uma ótica social.

Durante esse momento de diálogo, vamos contrapor os dois modelos de deficiência, apresentar nossa compreensão da Educação Inclusiva como encontro das diferenças e discutir, juntos, que ações e estratégias aproximam, de fato, as aulas de matemática de uma perspectiva inclusiva.

Esse movimento de pensar em possibilidades para o que pode ser diferente, baseia-se na pesquisa de Lima (2022) que analisou as possibilidades da Imaginação Pedagógica (SKOVSMOSE 2011, 2015) na formação de professores para se pensar em possibilidades para que as aulas de Matemática fossem mais inclusivas.

Esperamos que os participantes possam refletir sobre as questões propostas e repensar suas práticas educativas mediante os aspectos apresentados, direcionando o olhar para aspectos, como acessibilidade, respeito e equidade visando aulas de Matemática que sejam para todos.

Referências

Brasil. *Política Nacional de Educação Especial na Perspectiva Inclusiva.* Brasília, DF: MEC/ SEESP, 2008. http://portal.mec.gov.br/arquivos/pdf/politicaeducespecial.pdf

Brasil. *Lei 13.146, de 6 de julho de 2015.* Institui a Lei Brasileira de Inclusão das Pessoas com Deficiência (Estatuto da Pessoa com Deficiência). Brasília, DF: Presidência da República, 2015.

França, T. H. Modelo Social da Deficiência: uma ferramenta sociológica para a emancipação social. *Lutas Sociais,* São Paulo, vol.17 n.31, p.59-73, jul./dez. 2013.

Lima, P. C. *Imaginação pedagógica e educação inclusiva*: possibilidades para a formação de professores de matemática. 2022. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista (Unesp), Rio Claro, 2022. http://hdl.handle.net/11449/234464

Mantoan. M. T. E. *Inclusão escolar:* o que é? Por quê? Como fazer? São Paulo: Moderna, 2003. Cochran-Smith, M., & Lytle, S. L. (2009). *Inquiry as stance*: practitioner research for the next generation. Teacher College Press.

Skovsmose, O. Critique, generativity, and imagination. *For the Learning of Mathematics.* New Brunswick, Canada. v. 31, n. 3, p. 19-23, 2011.

Skovsmose, O. Uncertainty, pedagogical imagination, explorative reasoning, social justice, and critique. In S. Mukhopadhyay, & B. Greer (Eds.) *Proceedings of the Eight International Mathematics Education and Society Conference.* Vol. 1, p. 111-124. 2015. Ooligan Press, Portland State University.

Skovsmose, O. Inclusões, encontros e cenários. Educação Matemática em Revista, p. 16-32, 22 dez. 2019. Tradução do original: SKOVSMOSE, O. Inclusions, Meetings and Landscapes. In: Kollosche, D; Marcone, R; Knigge, M; Penteado, M.; Skovsmose, O., (eds). *Inclusive Mathematics Education.* Springer, Cham, 2019. p. 71-84.

Werneck,, C. Modelo médico x Modelo social de deficiência. In: *Manual da mídia legal 3:* comunicadores pela saúde / Escola de Gente – Rio de Janeiro: WVA Editora, 2004.

MODALIDADE: COMUNICAÇÃO ORAL

Organizados por núcleo temático

Formação de professores que ensinam Matemática

Concepções do professor de matemática sobre a geometria e seu ensino. Estado da arte

Mathematics teachers' conceptions of geometry and teaching. State of the art

Concepciones del profesorado de matemáticas sobre la geometría y su enseñanza. Estado del arte

Claudia Lorena Mora Pérez[189]
Universidad Tecnológica de Pereira
0000-0002-0362-8878

Luis Cornelio Recalde Caicedo[190]
Universidad del Valle

Modalidad: Comunicación
Núcleo Temático: Formación de profesores que enseñan matemáticas

Resumo

Um dos temas mais demandados na pesquisa internacional sobre educação matemática tem a ver com as concepções matemáticas dos professores e seu ensino. Muitas dessas investigações visam investigar a forma como essa relação pode servir e ser utilizada em programas de formação de professores, partindo do pressuposto de que uma boa preparação acadêmica dos professores tem um impacto favorável na melhoria dos processos de ensino e aprendizagem no ensino fundamental e médio. ensino básico secundário (Friz, Panes, & Salcedo, 2018). No entanto, são escassos os estudos com foco na análise das concepções de professores do ensino médio, sobre a geometria escolar e seu ensino. Para começar a preencher essa lacuna, esta pesquisa qualitativa busca interpretar as concepções didáticas e matemáticas que 10 professores de matemática da cidade de Pereira possuem, especificamente sobre a geometria euclidiana e sua relação com o ensino. Como suporte para a pesquisa, parte-se da premissa de que as concepções didáticas e matemáticas que o professor manifesta, especificamente a geometria euclidiana, permitem integrar propostas didáticas para o alcance de habilidades no aluno, desde o raciocínio lógico e dedutivo, consciência espacial, intuição geométrica, e a capacidade de visualizar e usar propriedades geométricas em uma variedade de contextos do mundo real. Nossa pesquisa está situada no contexto de professores de matemática do ensino médio. A delimitação da área problemática é abordada em torno de três aspectos. A primeira, o pensamento do professor; a segunda, a formação profissional de professores de matemática do ensino médio, e a terceira, os elementos que vamos investigar: crenças e concepções de professores sobre geometria e seu ensino.

Palavras-chave: Concepções matemáticas de professores, ensino de geometria, história e epistemologia da geometria, modelo de Van – Hiele.

Abstract

[189] claudialmorap@utp.edu.co
[190] luis.recalde@correounivalle.edu.co

One of the most demanded topics in international research on mathematics education has to do with the mathematical conceptions of teachers and their teaching. Many of these investigations aim to investigate the way in which this relationship can serve and be used in teacher training programs, under the assumption that a good academic preparation of teachers has a favorable impact on the improvement of teaching processes. and learning at the primary and secondary basic education levels (Friz, Panes, & Salcedo, 2018). However, studies with a focus on the analysis of the conceptions of secondary school teachers, about school geometry and its teaching, are scarce. To begin to fill this gap, this qualitative research seeks to interpret the didactic and mathematical conceptions that 10 mathematics teachers from the city of Pereira have, specifically about Euclidean geometry and its relationship with teaching. As support for the research, the premise is taken that the didactic and mathematical conceptions that the teacher manifests, specifically Euclidean geometry, allow integrating didactic proposals towards the achievement of skills in the student, from logical and deductive reasoning, spatial awareness, geometric intuition, and the ability to visualize and use geometric properties in a variety of real-world contexts. Our research is situated in the context of high school mathematics teachers. The delimitation of the problematic area is approached around three aspects. The first, the teacher's thought; the second, the professional training of high school mathematics teachers, and the third, the elements that we are going to investigate: beliefs and conceptions of teachers about geometry and its teaching.

Keywords: Teacher's mathematical conceptions, geometry teaching, history and epistemology of geometry, Van – Hiele model.

Resumen

Uno de los temas de mayor demanda en las investigaciones internacionales de educación matemática, tiene que ver con las concepciones matemáticas de los docentes y su enseñanza. Muchas de estas investigaciones tienen como objetivo indagar la manera en que esta relación puede servir y se puede utilizar en los programas de formación docente, bajo el presupuesto que una buena preparación académica de las y los profesores repercute favorablemente en el mejoramiento de los procesos de enseñanza y aprendizaje en los niveles de educación básica primaria y secundaria (Friz, Panes, & Salcedo, 2018). Sin embargo, los estudios con un enfoque hacia el análisis de las concepciones de profesores de educación media, sobre la geometría escolar y su enseñanza, son escasos. Para comenzar a llenar este vacío, la presente investigación cualitativa busca interpretar las concepciones didácticas y matemáticas que tienen 10 profesores de matemáticas de la ciudad de Pereira, específicamente sobre la geometría euclidiana y su relación con la enseñanza. Como sustento de la investigación, se toma como premisa el planteamiento de que las concepciones didácticas y matemáticas que el profesor manifiesta, puntualmente de la geometría euclidiana, permite integrar propuestas didácticas hacia el logro de habilidades en el estudiante, desde el razonamiento lógico y deductivo, la conciencia espacial, la intuición geométrica y la capacidad de visualizar y usar propiedades geométricas en una variedad de contextos del mundo real. Nuestra investigación se sitúa en el contexto de profesores de matemáticas de enseñanza media. La delimitación del área problemática se aborda alrededor de tres aspectos. El primero, el pensamiento del profesor; el segundo, la formación profesional de profesores de matemáticas de enseñanza media, y el tercero, los elementos que vamos a investigar: creencias y concepciones de los profesores sobre la geometría y su enseñanza.

Palabras clave: Concepciones matemáticas del profesor, enseñanza de la geometría, historia y epistemología de la geometría, modelo Van – Hiele.

Planteamiento del problema de investigación

El estudio de la geometría en el contexto escolar, se ha visto limitada y establecida por un conjunto de técnicas operacionales ofrecidas por el maestro, desde la geometría axiomática formal creada por Euclides hace más de 2000 años y abordada en las aulas, sin el análisis y la profundidad suficientes. Poco se potencia la creatividad, la formación de esquemas mentales y la lógica sobre problemas de razonamiento en un mundo intrínsecamente geométrico (Clements & Battista, 1992), generando ruido y consecuencias indeseables en la búsqueda de un aprendizaje con sentido dentro de los propósitos escolares y sociales de la educación matemática (MEN, 1998), aún más, con docentes que carecen de una formación adecuada tanto disciplinar como didáctica. Es por ello que resulta importante establecer un diálogo con maestros de matemáticas, con el fin de comprender la manera en que influyen y se interrelacionan sus concepciones sobre la geometría y su enseñanza.

La definición para concepciones matemáticas de los docentes no son consistentes, sin embargo como referencia para esta investigación, se tomará el estudio realizado por Törner, (2002) acerca de la definición de creencias y concepciones establecida por Pajares (1992) y Thompson (1992), con características comunes en la didáctica de las matemáticas y relacionadas con las creencias específicas de dominio en la geometría, dentro de la categorización de las creencias y los sistemas de creencias. Más allá de la comprensión de procesos cognitivos, es hacer comprensible la realización individual de tareas matemáticas (Törner, 2002), influyentes en la recepción y el uso del conocimiento matemático y científico (Fischbein, 1987). Es importante mencionar, que el término creencias y concepciones en esta investigación se emplea indistintamente como lo plantea Thompson (1992), haciendo referencia a las concepciones como el sistema de creencias y otras representaciones:

> "Además de la noción de sistema de creencias, este capítulo se referirá a las "concepciones" de los profesores, vistas como una estructura más general, incluyendo creencias, significados, conceptos, proposiciones, reglas, imágenes mentales, preferencias y similares. Aunque puede que la distinción no tenga una gran importancia, en ocasiones será más natural referirse a las concepciones de los profesores sobre las matemáticas como disciplina, que hablar simplemente de las creencias de los profesores sobre las matemáticas" (p. 130).

La enseñanza como el aprendizaje están influenciadas por las creencias de los profesores sobre el mundo profesional (Calderhead, 1996; Nespor, 1987), lo que tiene un efecto notable tanto en el aprendizaje como en las creencias de los estudiantes en relación con las matemáticas (Hiebert & Grouws, 2007); es claro que el cambio en las creencias de los profesores depende de sus concepciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas (Franke, Kazemi & Battey, 2007; Llinares, 1989). Esto lleva a dirigir la investigación de profesores de matemáticas en ejercicio, hacia paradigmas interpretativos, en donde interesa las concepciones matemáticas del profesor, como variable que controla su acción dentro de la enseñanza de la geometría.

En esta enseñanza, el proceso de instrucción por parte del profesor (Hill, et al., 2008), ha tendido a proporcionar al estudiante, información en forma de teoremas, definiciones, fórmulas; a desarrollar métodos sin el razonamiento formal, con una adaptación a problemas sin el dominio respectivo. Aunque corresponde a un método tradicional instalado en las prácticas de aula por parte del docente, tal vez siguen la pauta de conocimientos disciplinares, carentes de procesos de pensamiento matemático (intuiciones, definiciones, conocimiento informal y formal del tema). Pareciera que no se busca relacionar el formalismo geométrico con su puesta en escena en contextos reales y específicos, sin producir beneficios para la instrucción en el aula y el rendimiento de los estudiantes. Un tema de discusión sería, hasta qué punto este método seguirá siendo aceptado en los currículos académicos y en qué medida y bajo qué condiciones es posible una reconstrucción de las concepciones del docente en cuanto a enseñanza de la geometría se refiere.

En la actualidad, y desde el desarrollo de las didácticas específicas como bases de las metodologías de enseñanza, se busca reconocer que la tipología de los contenidos en geometría, que se busca que sean aprendidos, sugiere una diferenciación metodológica de su enseñanza. Para el caso del conocimiento matemático, se reconocen en general dos formas de concebir la matemática, la matemática denominada formalista y la epistemología constructivista. (Flores, 1998).

El formalismo se encarga de presentar la matemática como un estructura de conocimiento compuesto por las relaciones entre los objetos matemáticos y criterios para validar resultados dentro de un marco axiomático – deductivo.

“El formalismo exige extirpar el significado de los objetos a fin de trabajar exclusivamente con las formas y con las relaciones entre dichos objetos que se derivan de la base axiomática de las teorías” (Moreno y Waldegg, 1992, p.52).

Esta estructura, favoreció el surgimiento de importantes resultados durante el siglo XX; en el ámbito educativo, la reflexión no fue tan profunda y se extendió la idea de que la matemática consiste únicamente en un raciocinio formal deductivo a partir de cualquier presupuesto (Eingenheer, 1995). En este sentido, la aplicación de modelos de enseñanza mecanicistas, ha producido una división de los contenidos, reduciendo su análisis y comprensión en escenarios influyentes para el aprendizaje.

Por mencionar solo algunos problemas encausados, las actividades de enseñanza que se proponen actualmente no revelan el origen del conocimiento geométrico, por lo que tampoco mencionan por qué fueron necesarios, o cual fue la motivación inicial para llegar a ellos. A su vez, se toman definiciones sin la reflexión profunda de que fueron el resultado de amplios desarrollos históricos, llegando a reducir su análisis a las partes, a través de mecanismos, reglas y algoritmos, perdiendo de vista el conjunto que los contiene.

Es por lo anterior que la epistemología del constructivismo, aporta a la enseñanza de la geometría, desde el sustento de que la historia de la creación del conocimiento matemático, permite entender por qué fueron necesarios estos hallazgos tanto en contenido como en forma (Eingenheer, 1995), prestando atención no sólo a los conceptos si no al proceso que permitió llegar a ellos. De ahí que sea necesario convertir la enseñanza de la geometría en la construcción de reflexiones interiorizadas y con sentido, de tal manera, que el conocimiento geométrico, a partir de la postura constructivista, sea siempre contextual y no separada del estudiante, construida y asociada a su propia experiencia, funcional y relacionada con la solución de problemas en situaciones concretas (Parra y Padilla, 2011).

Una de las concepciones más estables en la profesión docente, es que la enseñanza de la geometría sea desarrollada de la misma manera en que les fue enseñada, influenciados por la enseñanza que han experimentado (Mellado, Ruiz y blanco, 1997), coherente con la tradición educativa vivida en su proceso de formación. Causas suficientes para que las dificultades y contradicciones en la práctica, sean por falta de una reflexión en los términos de un desarrollo epistemológico y constructivista adecuado. La ausencia del mismo, hace que los profesores que no tienen dominio conceptual en las matemáticas, sean más propensos a tener dificultades para realizar cambios didácticos, lo que hace que eviten enseñar temas que no dominan, creando inseguridad y falta de confianza, lo que implica que sean reforzados los errores conceptuales de los estudiantes (Barrantes, 2002).

Problema

Se intentará dar respuesta a la siguiente pregunta de investigación:

¿Cómo se relacionan las concepciones geométricas del profesor y la enseñanza de la geometría escolar en la educación media?

Es pertinente aclarar que no se trata de un problema nuevo, sino de una cuestión que surge periódicamente desde distintas perspectivas y con diferentes intereses. Por lo tanto, este estudio se centrará en las concepciones de los maestros desde su conocimiento en historia y epistemología de la geometría en un periodo histórico en particular y los procesos vinculados a la enseñanza de la geometría, en coherencia con las políticas educativas actuales, integradoras de procesos cognitivos, reflexivos e investigativos por parte de los maestros.

Naturaleza de las Concepciones

Dos referentes importantes para tomar en consideración, respecto al estudio de las concepciones en didáctica de las ciencias y las matemáticas, son Michéle Artigue (1990) y Alba Thompson (1992), quienes definen de manera concreta la idea de concepción y lo reconocen como una forma de conocimiento.

Para (Artigue, 1990), las concepciones representan de manera general, las ideas que dan sentido al concepto, es decir, a las situaciones problema, a las expresiones simbólicas, a los algoritmos. Según Artigue (citado por Flores (1998)), la noción de concepción en didáctica de las matemáticas atiende las siguientes necesidades: para evidenciar una pluralidad de puntos de vista posibles en un mismo objeto matemático, para diferenciar las representaciones en los modos de tratamiento que le son asociados y para evidenciar su adecuación en la resolución de problemas. Lo anterior, ayudando al investigador en didáctica de la matemática a cuestionar una supuesta claridad de comunicación, propuesta por los modelos empiristas de aprendizaje, permitiéndole diferenciar el saber que el docente quiere transmitir y los conocimientos efectivamente construidos por los alumnos.

Para Thompson (1992), la idea de concepción es:

> Las concepciones de los profesores, vistas como una estructura mental general, abarca las creencias, los significados, conceptos, las proposiciones, reglas, las imágenes mentales, preferencias y similares (p. 130). Una concepción del profesor sobre la naturaleza de las matemáticas puede verse como una creencia, concepto, significado, regla, imagen mental y preferencia, consciente o inconsciente del profesor en relación a las matemáticas (p. 132).

Según lo definido por Thompson, se podría decir que todos los aspectos que menciona sobre la idea de concepción, están en relación con el conocimiento, las cuales son propias de cada persona y construidas a partir de la interacción con el medio. En esta investigación se tomará la noción de concepción cercana a la expuesta por Thompson, pero con algunas acotaciones que es necesario precisar. Si bien se trata de determinar las concepciones en el sentido de estructuras mentales, no se abordará el tema de las creencias por las dificultades que ello conlleva. Es algo más simple, pero que requiere la construcción de unos procesos metodológicos que no son inmediatos. Se trata de correlacionar, el nivel de conocimiento conceptual de la geometría como disciplina teórica, de parte de las y los docentes, con su nivel de conocimiento didáctico. Una cosa es dominar conceptualmente la disciplina y otra es establecer, de manera efectiva, el proceso de enseñanza-aprendizaje. Los dos aspectos están dialécticamente interrelacionados, pero tienen su propia dinámica. En esta dirección, las concepciones apuntan a detallar el dominio de técnicas, metodologías y diseños didácticos que los y las docentes utilizan en su labor docente.

Azcárate, García y Moreno, (2006) consideran las concepciones como aquellos elementos que hacen referencia al entendimiento de un determinado concepto. Corresponden a organizadores implícitos que sirven de filtro para la toma de decisiones, influyen en los procesos de razonamiento y hacen referencia al concepto. Así, las concepciones de los docentes de matemáticas en estos términos, configuran lo que representa su participación en la enseñanza y aprendizaje de la geometría; desempeñando un papel importante en la comprensión e interpretación científica de los fenómenos naturales y sociales, para luego ser comunicados y discutidos con las nuevas generaciones a través de la escuela.

Las concepciones de los profesores de matemáticas, sobre la enseñanza de la geometría

Estudiar las concepciones que tienen los profesores acerca de la naturaleza de la geometría permite conocer por ejemplo, como hacen la selección de contenidos para la enseñanza y cuál es el autoconcepto que tienen respecto a su capacidad para desarrollar unos conceptos y otros no. Es decir que, a partir de las concepciones que tengan los docentes sobre la importancia, la finalidad o la dificultad de la geometría como disciplina, así mismo será su influencia en el proceso de enseñanza.

Dado que los profesores son los encargados de organizar las intervenciones de aula, sus concepciones disciplinares y didácticas tiene gran influencia en la manera como se establece el proceso de enseñanza–aprendizaje. En este sentido es muy importante que los y las docentes tengan un buen conocimiento del desarrollo histórico–epistemológico de la geometría como elemento que permite materializar los objetivos que se plantean en las propuestas curriculares actuales.

Investigaciones internacionales acerca de las concepciones de profesores de matemática, han contribuido al debate de por qué se debe aplicar la historia y la epistemología de la matemática. Sus argumentos en general se pueden dividir en conceptuales, culturales y motivacionales. Furinghetti (2020), explora el uso de la historia de la matemática en el proceso de enseñanza y aprendizaje. En su búsqueda por intentar responder preguntas como ¿Por qué utilizar la historia en la enseñanza de las matemáticas? o mejor, ¿Cuáles son las funciones de la historia en el proceso de enseñanza y aprendizaje? llega a la conclusión de que se debe recuperar el valor de las matemáticas como parte de la cultura, a través de la reflexión sobre la naturaleza de las matemáticas como proceso socio cultural. Nuestro interés es reconocer que además, corresponde a una categoría necesaria para la enseñanza y el aprendizaje de la geometría y que la historia de la matemática, se constituye en un instrumento promotor de aprendizaje significativo y comprensivo de la geometría euclidiana.

Por su parte, Schubring (2011), afirma que los elementos históricos aumentan la motivación de los alumnos y además tienen una función productiva de la historia de las matemáticas para la práctica matemática real y para la investigación en el proceso de aprendizaje. De acuerdo con las ideas de Gulikers (2001), enseñar geometría con la historia de las matemáticas como herramienta didáctica, requiere de elecciones específicas. Elecciones sobre los objetivos que el profesor pretende alcanzar y elecciones sobre la didáctica: ¿De qué manera enseñamos? ¿Qué método usamos? ¿cómo podemos hacer o encontrar recursos que encajen y apoyen esta elección?

Así mismo, Thomaidis & Tzanakis (2007) examinaron críticamente la discutida relación entre la evolución histórica de conceptos matemáticos y el proceso de su enseñanza y aprendizaje. El artículo trata sobre la relación de orden en la recta numérica y el álgebra de desigualdades, tratando de dilucidar el desarrollo y funcionamiento de este conocimiento tanto en el mundo académico como en el mundo de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la educación secundaria. Sus conclusiones apuntan a que cualquier relación entre las concepciones, dificultades, errores de los estudiantes y obstáculos epistemológicos, están probablemente limitados por factores didácticos propios de las condiciones de enseñanza. Lo que sugiere es que, a pesar de los obstáculos, se permita el espacio para problemas genuinos que ayuden al surgimiento de nuevos conceptos y además se produzcan ideas propias y alternativas como sucedió históricamente.

En el ámbito nacional, Arboleda et al. (2014), reconocen la existencia de un consenso de la comunidad colombiana e internacional, sobre la necesidad de estudiar Historia de las Matemáticas para promover el conocimiento del profesor de Matemáticas, la necesidad de una formación particular de los formadores de profesores y el papel de la investigación sobre la relación Historia de las matemáticas–Educación Profesores de Matemáticas. El artículo (Arboleda, 1984) se reconoce como un referente importante que impulsa la discusión sobre el tema. Este reconocimiento también debe ser planteado en la geometría por su influencia en la evolución histórica de la matemática en general y su contribución en la educación.

Al respecto, Anacona (2003), menciona que los estudios históricos sobre el desarrollo de un concepto, evidencian elementos lógicos y epistemológicos claves en el proceso de construcción teórica, revelando aspectos característicos de la actividad matemática. Lo que muestra que deben ser tenidos en cuenta por el docente en sus propuestas educativas y ser relacionadas con las diferentes dinámicas sociales. Esto requiere de la observación de instituciones educativas, el análisis de textos de enseñanza y demás dinámicas educativas que hacen posible la incorporación y apropiación de ciertos conceptos matemáticos. La investigación realizada por Arboleda y Anacona (1994) acerca de la recepción de las geometrías no euclidianas en Colombia, permite comprender que en las condiciones socioculturales del país en ese momento histórico, la única geometría viable en los ambientes escolares e intelectuales era la geometría euclidiana.

Estudio sobre las Concepciones de los profesores sobre la geometría, su enseñanza y aprendizaje

Tradicionalmente, la enseñanza de la geometría en la básica y la media, viene desarrollando un enfoque en el que se prioriza la memorización de conceptos, teoremas y construcciones matemáticas basadas en formas simbólicas que perjudican de diferentes maneras, los procesos inductivos e hipotético deductivos de los estudiantes a partir de la geometría. Sin embargo, algunos profesores asumen una concepción dinámica, viendo las matemáticas como una ciencia en evolución, impulsada por problemas y sujeta a revisiones.

Barrantes (2002) afirma que el estudio de la geometría debería estar relacionado en todo momento con el mundo real del estudiante, en el cual sea necesario explorar su entorno y donde se favorezca la interacción del espacio real con la representación mental del espacio. Por lo que una de las funciones del docente, debería ser el de elegir situaciones y problemas, que motiven el interés y la creatividad del estudiante, dejando de lado, la idea de que su tarea como docente es la transferencia de contenidos sin reflexión y profundidad conceptual.

Barrantes y Blanco (2006) hacen un análisis más profundo sobre las concepciones que tienen los docentes, desde diferentes enfoques. Por ejemplo sobre la geometría escolar, su enseñanza y aprendizaje, sobre los contenidos de la geometría escolar, o sobre la metodología de enseñanza y aprendizaje de la geometría escolar, entre otras categorías estudiadas. En sus resultados, encontraron que la percepción de los docentes, va en dirección hacia la idea de que la geometría es una disciplina difícil de enseñar, que los estudiantes deberían aprender más sobre geometría plana que espacial, o por ejemplo, que los conceptos numéricos son más importantes de enseñar que los conceptos geométricos. De estos resultados concluyen, que hay una disociación entre las tendencias clásicas y culturales del docente y la cultura constructivista actual. Por lo que es importante, revalorizar el proceso de formación docente, necesario para iniciar un cambio que responda a los objetivos que se plantean en las propuestas curriculares actuales.

Por otro lado, Pérez y Guillén (2007) realizaron una investigación sobre las concepciones de los profesores de secundaria, en relación con la geometría y su enseñanza. En ella, encontraron que los profesores tienen la concepción de que los estudiantes no traen suficiente preparación en geometría cuando ingresan a la educación media y, que la enseñanza de la geometría no tiene la misma importancia que la enseñanza de otras ramas de las matemáticas, como la aritmética, por ejemplo. Esto llevó a concluir que la importancia que se le dé a la geometría radica en la planeación que se hace a partir de los libros guías, del nivel de los estudiantes y de los conocimientos que manejan los y las docentes.

A propósito de lo anterior, Alvarado y Hoyos (2011), hicieron un estudio en base a las concepciones de los profesores de matemáticas, pero desde el enfoque de la evaluación en clase de geometría. En este estudio buscaban responder entre otras, la siguiente pregunta: ¿cuáles son los modelos, estrategias e instrumentos que utilizan los profesores de matemáticas para evaluar en la clase de geometría y cómo se concretan en el aula de clase? teniendo como hipótesis, la existencia de tensiones entre la teoría y la práctica, el conocimiento profesional y las creencias propias de cada profesor, las evidenciadas en el aula de clase y el currículo. Sus resultados muestran que los modelos de evaluación se basan en la propuesta planteada en los lineamientos curriculares en matemáticas y que, además, las estrategias y metodologías de enseñanza, siguen enmarcadas en los modelos convencionales o tradicionales de evaluación, por nombrar solo algunos, la evaluación cuantitativa y la evaluación integral. Al respecto, el interés de nuestra investigación, es precisamente mostrar que las creencias y concepciones de los docentes de matemáticas actuales, siguen una estructura rígida, sin acciones de renovación tanto curricular como de desarrollo metodológico y que las tensiones entre la teoría y la práctica, desde los conocimientos históricos, epistemológicos y didácticos que tiene el profesor de matemáticas, sigue vigente.

La investigación sobre concepciones de profesores de matemáticas ha logrado una atención importante. Además de las ya mencionadas, otros presentan una amplia búsqueda sobre el estudio de las creencias y concepciones disciplinares y didácticas de profesores de matemáticas en ejercicio y en formación: (Dolores, C. et al. (2019); Donoso, Rico, & Castro, (2016); Eichler & Erens, (2014); Friz, Panes, Salcedo, & Sanhueza, (2018); Friz, Sanhueza, & Figueroa, (2011); Giné & Deulofeu, (2014); Hidalgo, Ana, & Andrés, (2015); Sawyer, (2018)). Su trayectoria, representa una contribución significativa en torno a lo que se enseña y cómo se enseña la ciencia matemática y la geometría. Así, investigar las concepciones de los profesores en esta área, puede permitir un cambio acorde con los estándares curriculares en Colombia, o con las teorías más actuales del aprendizaje de las matemáticas y la geometría (Charalambous, Panaoura, & Philippou, 2009).

Interés de la investigación

El propósito de esta investigación es entonces, comprender cómo concibe el profesor, el conocimiento que tiene de la geometría y su interpretación en la transformación didáctica que hace para su enseñanza. Para ello, se intentará comprender y explicar las relaciones, pensamientos, conocimientos y concepciones de los profesores de matemática en ejercicio, a través de la observación de hechos y situaciones didácticas comprendidas desde el modelo teórico escogido. A partir de lo que señala Ceballos (2009, p. 416, citado por Durán, 2012), el estudio de caso como enfoque de investigación cualitativa – interpretativa, implicará la descripción, la explicación y el juicio respecto a la unidad de análisis, que en nuestro caso particular, son los docentes de matemáticas en ejercicio. Será necesario hacer un proceso de indagación preliminar y luego profundo, de las concepciones didácticas y disciplinares de los profesores, incorporando el contexto espacio-temporal y profesional, así como algunos aspectos históricos, culturales, físicos y geográficos.

Así, el enfoque metodológico estará definido a partir de tres fases para el desarrollo de la tesis:

FO1: Identificación de los movimientos epistemológicos del desarrollo de la geometría euclidiana, así como las acciones y reflexiones académicas en torno a la relación histórica y epistemológica de la geometría, con la educación en geometría. Para este objetivo específico se utilizarán fuentes primarias y secundarias. Entre las fuentes primarias están: Elementos, Euclides (año 300 a.C.), Fundamentos de la Geometría, Hilbert (1921). Entre las fuentes secundarias: Lecturas de Historia de las matemáticas, Recalde (2018), Una introducción a la historia de las matemáticas, Howard Eves (1969), La Geometría de la congruencia, Álvarez (2021).

FO2: Construcción de dos instrumentos de indagación: un cuestionario y una entrevista, en el que se puedan identificar las concepciones que tienen los docentes participantes, sobre la geometría como disciplina de enseñanza en la educación media y el enfoque didáctico que propone. Lo anterior, a través de la elaboración y seguimiento de informes escritos y las observaciones directas.

FO3: Elaboración del informe, el cual consta de la sistematización y análisis de la información, la interpretación de resultados y la elaboración de conclusiones y recomendaciones. Se hará un marco de análisis entre las concepciones de los docentes de matemáticas antes y después del uso del modelo propuesto, con el propósito de ver la continuidad o cambio en sus concepciones y la aceptación o no de la teoría. Finalmente, cruzar la información y datos obtenidos en las fases 2 y 3, para establecer conclusiones y recomendaciones, en miras hacia la construcción de una nueva propuesta de intervención didáctica. A partir de un horizonte general, se tomará como referencia, los Lineamientos Curriculares en Matemáticas (MEN, 1998), los modelos instruccionales y el análisis histórico – epistemológico desarrollado. En esta fase, se intentará hacer un marco de análisis entre las concepciones de los docentes de matemáticas antes y después del uso del modelo propuesto, con el propósito de ver la continuidad o cambio en sus concepciones y la aceptación o no de la teoría. Finalmente, cruzar la información y datos obtenidos en las fases dos y tres, para establecer conclusiones y recomendaciones, en miras hacia la construcción de una nueva propuesta de intervención didáctica.

Referencias

Aroca Araújo, A. 2019. *La enseñanza de la geometría analítica en la educación media*. Rev. U.D.C.A Act. & Div. Cient. 22(1):e1222.

Báez, R. e Iglesias, M. (2007). *Principios didácticos a seguir en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la geometría en la UPEL*. "El Mácaro". Revista Enseñanza de la Matemática, 12 al 16 (número extraordinario), 67-87.

Bahamón, L.C; Bonelo, Y. (2015). *Los procesos de construcción, visualización y razonamiento en el desarrollo del pensamiento geométrico: un experimento de enseñanza*. Trabajo de Grado para optar el título de licenciado en educación básica con énfasis en matemáticas. Santiago de Cali, Colombia: Universidad del Valle.

Ball, D., Thames, M. & Phelps, G. (2008). *Content Knowledge for Teaching What Makes It Special?*. Journal of Teacher Education.

Barrantes, M. (2002). *Recuerdos, expectativas y concepciones de los estudiantes para maestro sobre la geometría escolar y su enseñanza-aprendizaje*. Tesis doctoral. Departamento de Didáctica de la Ciencias Experimentales y de las Matemáticas. Facultad de Educación. Universidad de Extremadura. España.

Brousseau, G. (1986). *Fundamentos y métodos de la didáctica de las matemáticas*. En: Recherches en didactique des mathematiques, Vol. 7, No 2, págs. 33-115.

Calderhead, J. (1996). Teachers: Beliefs and knowledge. In D. C. Berliner & R. C. Calfee (Eds.), Handbook of educational psychology (pp. 709-725). Macmillan Library Reference Usa; Prentice Hall International.

Charalambous, C. Y., Panaoura, A., & Philippou, G. (2009). Using the history of mathematics to induce changes in preservice teachers' beliefs and attitudes: insights from evaluating a teacher education program. Educational Studies in Mathematics, 71(2), 161–180. http://doi.org/10.1007/s10649-008-9170-0

Clements, D., & Battista, M. (1992). Geometry and spatial reasoning. En Handbook of Research on mathematics teaching and learning (págs. 420-464). New York: D.A. Grouws (Ed.).

Diamond, J. M. (2018). Teachers' beliefs about students' transfer of learning. Journal of Mathematics Teacher Education. http://doi.org/10.1007/s10857-018-9400-z

Donoso, P., Rico, N., & Castro, E. (2016). Creencias y concepciones de profesores chilenos sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje. Profesorado. Revista de Currículum y Formación de Profesorado, 20(2), 76–97.

Dolores F., C. (2019). "Las matemáticas son para ser aplicadas: creencias matemáticas de profesores mexicanos de bachillerato. Revista Educación matemática, vol. 31, Num 1.

Eilks, I., Nielsen, J, Hofstein, A. (2014). Learning About the Role and Function of Science in Public Debate as an Essential Component of Scientific Literacy En: Bruguière, C. et al. (2014). Topics and Trends in Current Science Education. Springer.

Eichler, A., & Erens, R. (2014). Teachers' beliefs towards teaching calculus. Zdm, 46(4), 647–659. http://doi.org/10.1007/s11858-014-0606-y

Ernest, P. (1989). The impact of beliefs on the teaching of mathematics. In P. Ernest (Ed.), Mathematics teaching: The state of the art (pp. 249–254). New York, NY: Falmer.

Ernest, P. (1991). The philosophy of mathematics education. London: The Falmer Press.

Fischbein, E. (1987). Intuition in science and mathematics: An educational approach. Dordrecht, Holland: Reidel Pub.

Flores, P. (1998). Concepciones y creencias de los futuros profesores sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje. Investigación durante las prácticas de enseñanza. Editorial COMARES. Granada.

Franke, M. L., Kazemi, E., & Battey, D. (2007). Understanding teaching and classroom practice in mathematics. In F. K. Lester (Ed.), Second handbook of research on mathematics teaching and learning (pp. 225–256). Information Age Publishing.

Friz, M., Panes, R., Salcedo, P., & Sanhueza, S. (2018). El proceso de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas. Concepciones de los futuros profesores del sur de Chile. Revista Electrónica de Investigación Educativa, 20(1), 59–68. http://doi.org/10.24320/ redie.2018.20.1.1455

Friz, M., Sanhueza, S., & Figueroa, E. (2011). Concepciones de los estudiantes para profesor de matemáticas sobre las competencias profesionales implicadas en la enseñanza de la Estadística. Revista Electronica de Investigacion Educativa, 13(2), 113–131. Retrieved from http://www.scopus.com/inward/record. url?eid=2-s2.0 83055169283&partnerID=40&md5=26ae4d7d0d8d50566c- dae70766f0277b

García, L., Azcárate, C., & Moreno, M. (2006). Creencias, concepciones y conocimiento profesional de profesores que enseñan cálculo diferencial a estudiantes de ciencias económicas. Revista Latinoamericana de Investigacion En Matematica Educativa, 9(1), 85–116.

Giné, C., & Deulofeu, J. (2015). Creencias de profesores y estudiantes de profesor de educación primaria y secundaria sobre los problemas de matemáticas. Journal of Research in Mathematics Education, 4(2), 161. http://doi.org/10.17583/ redimat.2015.1398

Hiebert, J., & Grouws, D. A. (2007). The Effects of Classroom Mathematics Teaching on Students’ Learning. In F. Lester (Ed.), Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning (pp. 371-404). Charlotte, NC: Information Age.

Hidalgo, S., Ana, M., & Andrés, P. (2015). Una aproximación al sistema de creencias matemáticas en futuros maestros. Educación Matemática, 27(1), 65–90.

Hill, H. C., Blunk, M. L., Charalambous, C. Y., Lewis, J. M., Phelps, G. C., Sleep, L., & Ball, D. L. (2008). Mathematical knowledge for teaching and the mathematical quality of instruction: An exploratory study. Cognition and Instruction, 26(4), 430-511.

Llinares, S. (1989): Las creencias sobre la naturaleza de las Matemáticasy su enseñanza en estudiantes para profesores de primaria: Dos estudios de casos, Tesis doctoral inédita, Universidad de Sevilla.

MEN. (1998) Serie Lineamientos curriculares en matemáticas. Ministerio de Educación Nacional. Bogotá, Colombia.

MEN. (1999) Serie Lineamientos curriculares en matemáticas y nuevas tecnologías. Ministerio de Educación Nacional. Bogotá, Colombia.

Nespor, J. (1987) The Role of Beliefs in the Practice of Teaching. Journal of Curriculum Studies, 19, 317-328. http://dx.doi.org/10.1080/0022027870190403

Pajares, M.F(1992). Teachers' Beliefs and Educational Research Cleaning Up a Messy Construct. Review of Educational Research, 62(3), 307-332.1992 Students’ learning. En F. K. Lester (Ed.), Second handbook of research on

Pérez, S. Guillén, G. (2007). *Estudio exploratorio sobre creencias y concepciones de profesores de secundaria en relación con la geometría y su enseñanza*. pp. 295-305. En Investigación en Educación Matemática XI.

Philipp, R. A. (2007). Mathematics teachers' beliefs and affect. In F. Lester (Ed.), Handbook of research on mathematics teaching and learning (pp. 257–315). Charlotte, NC: Information Age Publishing.

Ponte, J. P. (1992) Concepçoes dos professores de matemática e processos de formação. In J. P. Ponte (Ed.), Educação matemática: Temas de investigação (pp. 185-239). Lisboa: Instituto de Inovação Educational.

Sawyer, A. G. (2018). Factors influencing elementary mathematics teachers beliefs in reform-based teaching. The Mathematics Educator, 26(2), 26–53.

Schoenfeld, A. H. (2012) Problematizing the Didactic Triangle. ZDM, the International Journal of Mathematics Education, 44, 587-599.

Thompson, A. G. (1992). Teachers' beliefs and conceptions: A synthesis of the research. In D. A. Grouws (Ed.), Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics (pp. 127–146). Macmillan Publishing Co, Inc.

Törner, Guenter (2002). Mathematical beliefs–a search for a common ground. En G.C. Leder. E. Peh, & GTörner (Eds.), Beliefs: A hidden variable in mathematics education?(pp.73-94). Dordrecht: Kluwer AcademicPublishers.

Caracterizar relações do PCK manifestadas por professores do Ensino fundamental I (6º ano no Chile), no contexto da avaliação docente

Characterize the PCK relation manifested by teachers of Basic Education I (6th grade in Chile), in the context of teacher evaluation

Caracterizar las relaciones del PCK manifestadas por docentes de la Enseñanza Básica (6º año en Chile), en el contexto de evaluación docente

María Eugenia Reyes Escobar[191]
Universidad de Granada
0000-0001-5361-1110

Antonio Moreno Verdejo[192]
Universidad de Granada
0000-0002-8284-3903

Modalidad: Comunicación
Núcleo Temático: Formación de profesores que enseñan matemáticas

Resumen

Este estudio de caso forma parte de una investigación doctoral que indaga en el conocimiento didáctico del contenido-PCK-que manifiestan cuatro docentes de sexto de primaria en sus portafolios en el contexto de la Evaluación Docente. Por ello nos planteamos la siguiente pregunta ¿Qué PCK y cuales son las relaciones que manifiestan profesores de sexto de enseñanza básica, en sus portafolios en el contexto de su evaluación docente? El objetivo del estudio es caracterizar las relaciones entre los subdominios del PCK del modelo *MTSK* manifestado sobre el contenido de Patrones, en las planificaciones y reflexiones realizadas en los portafolios. La metodología utilizada para llevar a cabo este estudio de caso es descriptiva, cualitativa, y exploratoria. Los resultados caracterizan que las planificaciones y reflexiones realizadas por estos docentes presentan dos tipos de relaciones intra-subdominio e intra-dominio.
Palabras clave: Patrones, planificación, reflexión , y MTSK.

Abstract

This case study is part of a doctoral research that investigates the didactic content knowledge-PCK-that four sixth grade teachers show in their portfolios in the context of Teacher Evaluation. For this reason, we ask ourselves the following question: What PCK and what are the relationships that sixth grade teachers show in their portfolios in the context of their teaching evaluation? The objective of the study is to characterize the relationships between the subdomains of the PCK of the *MTSK* manifested on the content of Patterns, in the planning and reflections carried out in the portfolios. The methodology used to carry out this case study is descriptive, qualitative, and exploratory. The results characterize that the planning and

191 e.mreyesescobar@go.ugr.es
192 amverdejo@ugr.es

reflections carried out by these teachers present two types of intra-subdomain and intra-domain relationships.
Keywords: Patterns, planning, reflection, and MTSK.

Resumo

Este estudo de caso é parte de uma pesquisa de doutorado que investiga o conhecimento didático do conteúdo - PCK - que quatro professores do sexto ano apresentam em seus portfólios no contexto da Avaliação de Professores. Por isso, nos perguntamos: Que PCK e quais são as relações que os professores do sexto ano mostram em seus portfólios no contexto de sua avaliação docente? O objetivo do estudo é caracterizar as relações entre os subdomínios do PCK do *MTSK* manifestadas no conteúdo de Padrões, no planejamento e nas reflexões realizadas nos portfólios. A metodologia utilizada para a realização deste estudo de caso é descritiva, qualitativa e exploratória. Os resultados caracterizam que o planejamento e as reflexões realizadas por esses professores apresentam dois tipos de relações intra-subdomínio e intradomínio.
Palavras-chave: Padrões, planejamento, reflexão e MTSK.

Antecedentes

La incorporación del álgebra en primaria no es un asunto trivial, considerando que los profesores de estos niveles no cuentan con una formación inicial y disciplinar en matemáticas (Blanton y Kaput, 2005). Uno de los temas centrales referente al álgebra en primaria es el estudio de Patrones, incluidos el año 2012 en las bases del currículo nacional chileno.

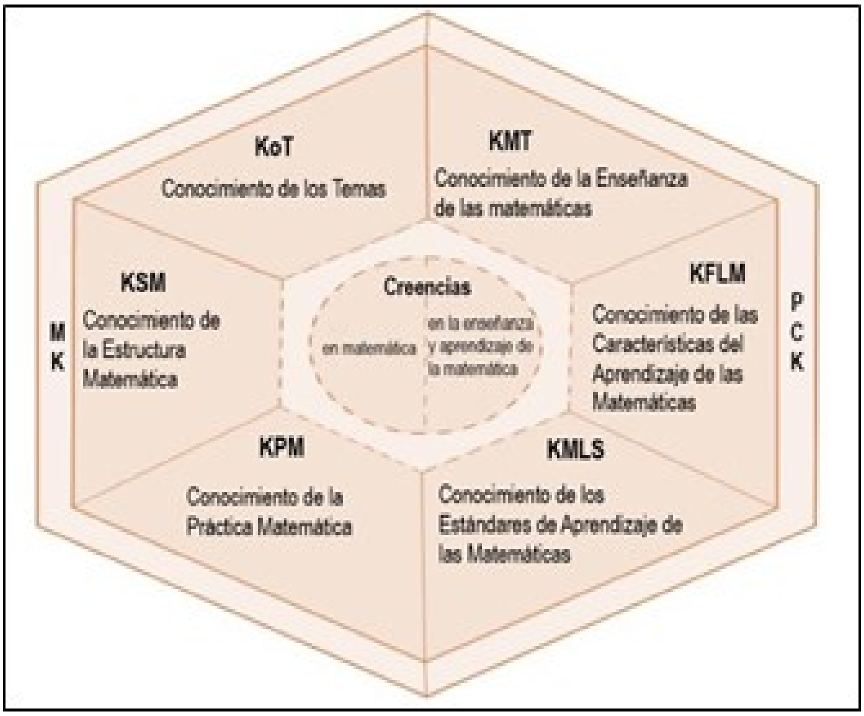
Como instrumentos de recogida de datos se utilizan los portafolios solicitados al Sistema de evaluación del desempeño profesional docente y asignación de excelencia pedagógica en Chile, y cuya elegibilidad fue hacia los objetivos de aprendizaje (OA) del eje de Patrones y Álgebra. Los portafolios solicitados dieron acceso al módulo uno y para esta investigación se utilizan las planificaciones y la reflexión docente. Para este estudio se utilizan cuatro portafolios redactados hacia el OA9 “Demostrar que comprenden la relación entre los valores de una tabla y aplicarla en la resolución de problemas sencillos: identificando patrones entre los valores de la tabla y formulando una regla con lenguaje matemático, que es el OA de Patrones de sexto de primaria.

Se plantea la siguiente pregunta de investigación: ¿Qué Conocimiento Didáctico del Contenido de Patrones y que relaciones entre los subdominios, manifiestan el profesorado de sexto de primaria en sus planificaciones y reflexiones? El objetivo del estudio es caracterizar el conocimiento didáctico del contenido de Patrones y las relaciones entre los conocimientos de los subdominios del PCK, manifestado por profesores chilenos de sexto de primaria, en el contexto de su evaluación docente**.**

Se indaga en el conocimiento didáctico del contenido (PCK) que manifiestan los docentes al realizar su evaluación en la asignatura de matemática, utilizando como herramienta de análisis el MTSK.

Figura 1

Modelo MTSK (Carrillo et al., 2018)



Se utiliza como modelo de análisis el *MTSK*, con fines de difusión internacional, el grupo ha adoptado el uso de las siglas, correspondiente a la traducción en inglés Mathematics *Teacher's Specialized Knowledge* (Carrillo et al., 2013), seleccionando evidencias e indicios de conocimientos y las relaciones entre los conocimientos de los subdominios del PCK en las dos tareas del portafolio.

El PCK corresponde la mitad derecha del hexágono, y tiene tres subdominios: el conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT), el conocimiento de las características del aprendizaje de las matemáticas (KFLM) y el conocimiento de los Estándares de Aprendizaje de las Matemáticas (KMLS). Se profundiza en el PCK, prestando atención a los conocimientos manifestados en cada uno de sus tres subdominios y a las relaciones que puedan establecerse intra-dominios , interdominio e intra-subdominios.

En este estudio de caso indagamos las relaciones intra-subdominios e intra-dominios, según Delgado y Espinoza (2021), debido a la estructuración del MTSK y al carácter integrado con que se considera el conocimiento, es posible encontrar investigaciones que muestran relaciones entre conocimientos de un mismo subdominio (intra-subdominio), al interior de un dominio (intra-dominio) (Flores-Medrano et al., 2015), Zakaryan y Ribeiro (2016) o entre diferentes dominios (inter-dominio). También se podría considerar que en estas relaciones los subdominios dependen unos de otros, Delgado- Espinoza (2021) se sustentan, complementan, asocian o potencian como se ha señalado en otros estudios.

En los antecedentes se revisa el modelo teórico y las relaciones entre los subdominios del PCK. Luego en la metodología se especifica la muestra y su contexto. Luego se exponen en los resultados, el PCK de indicios y evidencias encontrados en las planificaciones y reflexiones de los docentes y las relaciones entre los subdominios del PCK.

Metodología

La metodología utilizada es descriptiva, cualitativa, y exploratoria (Hernández-Sampieri 2018). El alcance de la investigación es de tipo descriptivo porque se realiza una recolección de información desde las planificaciones y reflexiones escritas por los docentes en torno OA 9 de Patrones. Tiene un enfoque cualitativo porque se realizan categorías de análisis, desde los criterios del MTSK donde emergen descriptores para el contenido de Patrones. Y posee un carácter exploratorio porque es una problemática que no está claramente definida y existen pocas investigaciones del conocimiento didáctico de docentes de primaria en ejercicio.

Para la construcción de las categorías de análisis se utiliza el modelo MTSK un modelo diseñado desde y para la investigación, cuya finalidad es servir como herramienta teórica y analítica, que permita identificar el conocimiento específico del profesor de matemáticas y comprender la naturaleza del mismo, desde un punto de vista sistemático y artificialmente organizado para su análisis. (Carrillo et al., 2013; Carrillo, Escudero & Flores, 2018). Se revisaron los conceptos de cada categoría de los subdominios del PCK y para cada uno de ellos se realizaron descriptores con su codificación. Se realiza la codificación con el análisis en las dos tareas del portafolio la planificación y reflexión relacionadas con el OA 9 de Patrones. En este estudio se analizan los portafolios de docentes en ejercicio de escuelas públicas, titulados, que realizan la enseñanza de la asignatura de matemáticas en sexto de primaria en distintas regiones del país y planificaron sus portafolios para el Eje de Patrones y Álgebra hacia OA 9 en su evaluación docente.

El análisis se abordó en tres fases. Primero, la codificación de los episodios; segundo, la organización de los episodios en evidencias e indicios, y tercero, las relaciones de descriptores en distintas categorías del mismo subdominio (relación intra-subdominio) y relaciones de descriptores en otros subdominios (relación intra-dominio).

Se procede a codificar los 4 portafolios, separados por nomenclatura A, B, C y D para mantener el anonimato de los profesores, el docente A de la región de Atacama, el docente B de la región Metropolitana, el docente C de la región de Antofagasta y el docente D de la región del Biobío, buscando indicios y evidencias en cada uno de sus portafolios en las tres clases planificadas y en la reflexión de la unidad pedagógica implementada, cada episodio es codificado con todos los descriptores involucrados de acuerdo al conocimiento que manifieste cada docente.

Análisis de datos y resultados

Al analizar las planificaciones y reflexiones encontramos una mayor cantidad de indicios y evidencias en dos de los subdominios del PCK, en el KMT y el KMLS. En el KMT hacia la categoría de *Estrategias de enseñanza* con la mayor frecuencia de evidencia e indícios hacia dos de sus descriptores: Preguntas orientadoras y de cuestionamiento a los alumnos para identificar elementos conceptuales relativos a patrones, estrategias para el uso y tránsito entre representaciones de Patrones; y tareas en la enseñanza de patrones (identificación,completación de partes vacías, extensión, combinación y la reversibilidad). Y en el KMLS hacia la categoría *Secuenciación de los temas* de sus descriptores: las formas de establecer relaciones en los elementos que varían y/o permanecen en una secuencia, y las formas de generalizar Patrones como conocimiento previo y posterior.

En las relaciones Intra-subdominios, encontramos varios indicios y evidencias hacia dos de los subdominios del PCK, hacia el KMT y KMLS manifestados por los cuatro docentes, pero hacia el KFLM solo hay un registro de indicios del docente A siendo este el Conocimiento de las características del aprendizaje de las matemáticas que por parte del profesorado de sexto de primaria, no se manifestó en estas planificaciones.

Relación Intra-subdominio KMT: En el KMT observamos la transcripción del docente D en la tabla 1, manifiestan conocimiento de la Categoría Estrategias técnicas tareas y ejemplos al conectar dos o más descriptores, conoce tarea de patrones al plantear un problema y utiliza como estrategia de enseñanza los cuestionamientos para inducir el contenido.

Relación Intra-subdominio KFLM: En las relaciones Intra-subdominios del KFLM, tal como se visualiza en la tabla 1, hay relaciones en la reflexión de la categoría Fortalezas y dificultades con dos descriptores referidos a la complejidad que les generaba la identificación de patrones en una tabla, y las dificultades asociadas a las operaciones aritméticas.

Tabla 1
Ejemplo de Conexión Intra Subdominio

Subdomi nio	**Categoría**	**Descriptor**	**Ejemplos**
KMT	1.3. Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	1.3.3 Estrategias de cuestionamiento 1.3.4. Tareas en la enseñanza de patrones.	**Clase 3 docente D**: "Joaquín lee cada día 25 páginas, ya que su propósito es ser un excelente lector. Si comenzó hace 8 días. ¿Cuál es la secuencia, de cantidad de páginas leídas, hasta el día número 8? Los aportes se registran en la pizarra. Además se plantea: Si tuvieran que registrar esa información en una tabla de valores ¿Cómo lo harían?
KFLM	2.2. Fortalezas y Dificultades	2.2.3 Errores en el tránsito entres diversas representaciones. 2.2.4 Dificultades o errores en la generalización de patrones.	**Reflexión docente A**: R : ...Días 1°, 2°, 3°, 4° , 5° Venta 9, 18, 27, 36, 45 No obstante, al momento de indicarles "Si x es el número de días" y pedirles "cuál expresión permitía encontrar los valores de la variable Venta" no podían modelar una expresión matemática que pudiese justificar los valores encontrados como respuestas.
KMLS	3.3 Secuenciación de temas anteriores y posteriores	3.3.5 Las formas de establecer relaciones en los elementos que varían y/o permanecen en una secuencia. 3.3.6 Las formas de generalizar patrones como conocimiento previo y posterior.	**Clase 3 docente C**: Formular una regla con lenguaje matemático, que relacione los números que se dan en dos filas de una tabla de valores. **Clase 2 docente D**: Descubrir reglas de formación de secuencias, a partir de representaciones concretas, pictóricas y simbólicas, para expresarlas en lenguaje cotidiano.

Relación Intra-subdominio KMLS**:** En las relaciones Intra-subdominios del KMLS hay relaciones en la categoría de Secuencia de temas como se observa en la tabla 1, las evidencias el conocimiento de los profesores sobre la redacción de los objetivos de aprendizaje respecto al objetivo curricular. También identificamos sobre los contenidos previos que poseen los estudiantes concernientes a la operatoria y representaciones de patrones lo que le permite crear una secuenciación de temas en distinto nivel de complejidad. Podemos apreciar en la tabla 1, ejemplos de relaciones intra-subdominio que manifiestan los docentes en sus planificaciones y reflexión de la unidad de Patrones implementada en el contexto de su evaluación docente.

En cuanto a las relaciones intra-dominios, que es cuando se presentan para un mismo episodio descriptores asociados de distintas categorías en dos o más subdominios. Por lo tanto, para el PCK existen cuatro tipos de relaciones: KMT- KFLM, KFLM- KMLS, KMT- KMLS y KMT-KFLM-KMLS.

Encontramos escasas relaciones intra-dominios entre KMT y el KFLM, solo tres docentes presentan un episodio y las categorías asociadas en esos episodios KMT 1.3. Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos y KFLM 2.3 Formas de Interacción y 2.4 Intereses y expectativas.

Encontramos pocas relaciones intra-dominios entre KFLM y el KMLS, solo dos docentes presenten un episodio y las categorías asociadas en esos episódios KFLM 2.1 Teorías sobre aprendizaje y del KMLS 3.1 Nivel de desarrollo conceptual y procedimental con 3.3 Secuenciación de Temas.

Encontramos ínfimas relaciones intra-dominios entre los tres subdominios, solo tres docentes presenten un episodio y las categorías asociadas son de los subdominios: KMT 1 Recursos Materiales y Visuales y Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos del KFLM Fortalezas y Dificultades y del KMLS Secuenciación de Temas.

Las mayores relaciones Intra-dominio son entre el **KMT y el KMLS**, la manifiestan todos los docentes en una gran cantidad de evidencia e indicios . El docente A presenta 8 evidencias, el docente B 8 evidencias e indicios, el docente C presenta 6 evidencias e indicios y finalmente el docente D presenta 5 evidencias e indicios. Las categorías asociadas del docente A del KMT Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos y del KMLS Secuenciación de Temas. Las categorías asociadas del docente B del KMT Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos y del KMLS Nivel de desarrollo conceptual y procedimental con la Secuenciación de Temas. Las categorías asociadas del docente C del KMT son Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos con recursos de enseñanza y del KMLS Secuenciación de Temas. Las categorías asociadas del docente D del KMT son Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos y recursos de enseñanza y del KMLS Secuenciación de Temas. Por lo tanto se muestran algunas evidencias de esta relación en la tabla 2.

Tabla 2
Evidencia de relaciones Intra-dominios KMT-KMLS

Subdominio	**Categoría**	**Descriptor**	**Evidencias**
KMT	1.3. Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	1.3.4. Tareas en la enseñanza de patrones.	**Clase 2, docente B**: Se registrarán los datos obtenidos en una tabla de valores de dos columnas. En la primera, entrada, irá la ubicación de la figura y en segunda, la salida, las piezas que forman la figura. Se explica y da un ejemplo en la guía proyectada, se completa la tabla, se vuelve a explicar de ser necesario. Completan en la pizarra una tabla de valores.
KMLS	3.3 Secuenciación de Temas	3.3.5 Las formas de establecer relaciones en los elementos que varían y/o permanecen en una secuencia.	**Clase 3, docente C**: guía de apoyo para trabajar en equipos de tres donde se proporciona la tabla de valores, la representación pictográfica, y se pide buscar la estrategia que debemos utilizar para cumplir con el patrón, es decir la relación numérica de la tabla de valores. En el ejercicio dos se omite la representación pictográfica y solo se entregan valores, debiendo los alumnos y alumnas buscar nuevamente la relación entre las filas señalando la fórmula que conlleva esta relación.

Discusión final

Con respecto a la pregunta de investigación encontramos que los docentes muestran conocimiento en todos los subdominios, pero las evidencias en sus planificaciones presentan mayor frecuencia en los descriptores asociados a los subdominios KMT y KMLS. Las evidencias e indicios que tienen mayor frecuencia en el KMT de la categoría de estrategias técnicas, tareas y ejemplos. Las evidencias e indicios que tienen mayor frecuencia en el KMLS de la categoría Secuenciación de temas anteriores y posteriores. Los docentes no muestran indicios ni evidencias frente a ningún descriptor de las categorías teorías de enseñanza y formas de interacción con los estudiantes.

Además los docentes muestran evidencias de conocimiento en todos los subdominios, KMT, KFLM y KMLS. Las evidencias e indicios que tienen mayor frecuencia en el KFLM están asociados a la categoría fortalezas y dificultades y la categoría teorías sobre aprendizaje. Las evidencias e indicios que tienen mayor frecuencia en el KMLS están asociados a la categoría secuenciación de temas anteriores y posteriores. Las evidencias e indicios que tienen mayor frecuencia del KMT están asociados a la categoría estrategias técnicas, tareas y ejemplos.

Los docentes presentan ambos tipos de relaciones intra-subdominio e intradominio. La relación intra-subdominio con mayor índice de evidencias es hacia el KMT, asociados a la categoría estrategias técnicas, tareas y ejemplos. Y con respecto a las relaciones intra-dominio, todos los docentes la manifiestan, pero la relación intra-dominio KMT-KMLS es la que presenta una mayor cantidad de evidencias por lo tanto este es el conocimiento que se destaca por sobre los demás la conexión entre el conocimiento de la enseñanza de las matemáticas con el conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas.

Como línea abierta de investigación vemos la necesidad de estudiar las relaciones entre los subdominios, ya que la literatura reporta escasos estudios que evidencien las relaciones intra-dominios e intra-subdominio del PCK, pretendemos analizar las planificaciones y reflexiones que realizan los docentes en relación a Patrones en el contexto de evaluación docente, y poder mostrar estas relaciones del PCK, en futuras investigaciones.

Debemos señalar que la principal limitación de este tipo radica en los niveles del conocimiento que el profesor sabe cuándo está realizando todas las acciones presentes en su práctica pedagógica, vemos solo un tipo de conocimiento que es sesgado y es distinto cuando realiza la clase en forma práctica que cuando evalúa el contenido o simplemente cuando modifica las actividades planificadas por otras, en la unidad implementada.

Este hecho subraya la importancia de la presente investigación, puesto que representa un paso más en la fundamentación como marco teórico del modelo MTSK y responde a la observación realizada en Sosa et al. (2015): “Aún faltan estudios sobre cómo la investigación sobre el conocimiento del profesor puede afectar a la práctica, además de otras investigaciones que den cuenta de la relación que guardan estas y otras categorías y sus respectivos indicadores” (p. 186). Este estudio ha profundizado en la comprensión del conocimiento especializado de profesores de primaria que enseñan Patrones, en el contexto de su evaluación docente, permitiendo visualizar el carácter sistemático y sistémico del MTSK.

La instancia de planificación y reflexión muestra solo una parte del conocimiento didáctico puesto en juego por el docente, no siendo el único conocimiento didáctico manifestado cuando realiza su práctica docente.

Referencias

Assaél, J., & Pavez, J. (2016). La Construcción e Implementación del Sistema de Evaluación del Desempeño Docente Chileno: Principales Tensiones y Desafíos. Revista Iberoamericana De Evaluación Educativa, 1(2),42-55. Recuperado a partir de https://revistas.uam.es/riee/article/view/4665

Blanton, M. L., & Kaput, J. J. (2005). Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. Journal for research in mathematics education, 36(5), 412-446.

Carrillo, J., Contreras, L.C., Flores, P. (2013). Un modelo de conocimiento especializado del profesor de matemáticas. En L. Rico, M.C. Cañadas, J. Gutiérrez, M. Molina, & I. Segovia (Eds.). Investigación en Didáctica de la Matemática (pp. 193- 200). Granada, España: Comares

Carrillo, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L.C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, A., Ribeiro, M. and Muñoz-Catalán, M.C. (2018). The Mathematics Teacher's Specialised Knowledge (MTSK) model. Research in Mathematics Education, 20(3), 236-253.

Delgado-Rebolledo, R., Zakaryan , D. (2020). Relationships between the knowledge of practices in mathematics and the pedagogical content knowledge of a mathematics lecturer.International Journal of Science and Mathematics Education, 18(3), 567–587. doi:10.1007/s10763-019-09977-0

Delgado-Rebolledo, R., & Espinoza-Vásquez, G (2021). ¿Cómo se relacionan los subdominios del conocimiento especializado del profesor de matemáticas? In J. G. Moriel -Junior (Ed.), Anais do V Congreso Iberoamericano sobre Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (pp. 288-295) Congresseme.

Flores-Medrano, E. (2015). Una profundización en la conceptualización de elementos del modelo de Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK). Tesis doctoral. Huelva: Universidad de Huelva.

Hernández-Sampieri, R., & Torres, C. P. M. (2018). Metodología de la investigación (Vol. 4). McGraw-Hill Interamericana.

Ministerio de Educación (2013). Bases Curriculares Primero a Sexto básico. Ministerio de Educación http://www.docentemas.cl/docs/MBE2008.pdf, accessed 15 July 2013.

Sosa, L., Flores-Medrano, E., & Carrillo, J. (2015). Conocimiento del profesor acerca de las características de aprendizaje del álgebra en bachillerato. Enseñanza de las Ciencias, 33(2), 173-189.

Zakaryan, D., & Ribeiro, M. (2016). Conocimiento de la enseñanza de números racionales: una ejemplificación de relaciones. Zetetiké, 24(3), 301-321.

(Re)desenho de uma tarefa de ensino por professores de Matemática da Educação Básica: algumas considerações

(Re)design of a teaching task by Mathematics teachers in Basic Education: some considerations

(Re)diseño de una tarea de enseñanza por parte de docentes de Matemáticas en Educación Básica: algunas consideraciones

Luis Sebastião Barbosa Bemme[193]
Universidade Franciscana
0000-0001-5248-181X

Eleni Bisognin[194]
Universidade Franciscana
0000-0003-3266-6336

Silvia Maria de Aguiar Isaia[195]
Universidade Franciscana
0000-0002-9987-7931

Vanilde Bisognin[196]
Universidade Franciscana
0000-0001-5718-4777

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam Matemática

Resumo

Nesta comunicação temos como objetivo identificar o modo como professores de Matemática que atuam Educação Básica (re)desenham tarefas de ensino. Tal pesquisa foi desenvolvida com dez professores que estão em processo formativo em um Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática de uma instituição comunitária do interior do Rio Grande do Sul. O estudo caracteriza-se como qualitativo, sendo o instrumento de coleta de dados um questionário e a análise realizada a partir de três eixos de análise. Os resultados indicam que de modo geral os sujeitos conseguiram realizar a atividade proposta, (re)desenhando atividades de ensino a partir do contexto apresentado. No entanto, aponta-se a necessidade de aprofundar as discussões acerca da temática.

Palavras-chave: Ensino de Matemática, Educação Básica, Formação de Professores.

[193] luisbarbosab@yahoo.com.br
[194] eleni.bisognin@gmail.com
[195] silviamariaisaia@gmail.com
[196] vanilde.bisognin@gmail.com

Abstract

In this communication we aim to identify how Mathematics teachers who work in Basic Education (re)design teaching tasks. This research was developed with ten teachers who are in the training process in a Postgraduate Program in Science and Mathematics Teaching at a community institution in the interior of Rio Grande do Sul. The study is characterized as qualitative, being the data collection instrument, a questionnaire and analysis performed from three axes of analysis. The results indicate that, in general, the subjects were able to carry out the proposed activity, (re)designing teaching activities from the presented context. However, there is a need to deepen the discussions on the subject.

Keywords: Mathematics Teaching, Basic Education, Teacher Training.

Resumen

En esta comunicación tenemos como objetivo identificar cómo los profesores de Matemáticas que actúan en la Educación Básica (re)diseñan las tareas docentes Esta investigación fue desarrollada con diez profesores que se encuentran en proceso de formación en un Programa de Posgrado en Enseñanza de Ciencias y Matemáticas en una institución comunitaria del interior de Rio Grande do Sul. El estudio se caracteriza como cualitativo, siendo el instrumento de recolección de datos un cuestionario y el análisis realizado a partir de tres ejes de análisis. Los resultados indican que, en general, los sujetos fueron capaces de realizar la actividad propuesta, (re)diseñando actividades docentes a partir del contexto presentado. Sin embargo, existe la necesidad de profundizar las discusiones sobre el tema.

Palabras clave: Enseñanza de las Matemáticas, Educación Básica, Formación de Profesores.

Introdução

Quando falamos no ensino de Matemática na Educação Básica notamos que ainda há um protagonismo no uso do livro didático. No entanto, é necessário refletirmos sobre o uso desse recurso, pois, segundo Gonçalves (2009), ainda há uma predominância na reprodução das atividades presentes nesses materiais, sem a clareza do que se pretende com as mesmas.

Além disso, há um consenso na literatura sobre a necessidade de aproximarmos o ensino de Matemática com contextos reais dos sujeitos, o que por vezes não é permitido se considerarmos o uso do livro didático como principal ferramenta. Com isso, não negamos a importância de tal recurso, apenas consideramos a necessidade de a partir dele, o professor adequar as atividades propostas as demandas reais, que surgem no contexto escolar, de modo a tornar a sua utilização um potencializador da aprendizagem dos alunos.

Entendemos que um modo de não recair nesse problema é a ideia de desenho e/ou (re)desenho de tarefas de ensino. Segundo Steele (2001) nenhuma outra ação que o professor elege tem um impacto tão grande sobre a aprendizagem dos alunos e sua percepção sobre o que é a Matemática, como a seleção ou criação de tarefas. As tarefas podem ser entendidas como um conjunto amplo de propostas que envolvem problemas, atividades, exercícios, projetos, jogos, experiências, entre outros, que o professor promove em sala de aula visando a aprendizagem matemática dos alunos (GUSMÃO, 2019).

Penalva e Llinares (2011) salientam que as tarefas são instrumentos usados pelos docentes para favorecer a aprendizagem dos estudantes, o que ressalta o vínculo que existe entre a aprendizagem e a gestão de tarefas.

Nesse sentido, nesta comunicação, temos como objetivo identificar o modo como professores de Matemática atuantes na Educação Básica (re)desenham tarefas de ensino. Tal ação se justifica pela necessidade de investigarmos o modo como professores em atuação (re)desenham tarefas a partir de um contexto dado, uma vez que, também se configura como papel docente adaptar atividades de ensino para cada contexto de atuação.

No entanto quando falamos em (re)desenho de tarefas é natural que tenhamos que identificar que conhecimentos esses sujeitos mobilizam ao realizar essa ação. Marcelo Garcia (1999) discute os quatros componentes do conhecimento dos professores identificados por Grossman (1990), são eles: a) conhecimento psicopedagógico; b) conhecimento do conteúdo; c) conhecimento didático do conteúdo e d) conhecimento do contexto. Para esse estudo nos delimitaremos no conhecimento do conteúdo e no conhecimento didático do conteúdo.

O conhecimento do conteúdo inclui distintos componentes, sendo duas delas as mais representativas: conhecimento sintático e substantivo. O conhecimento substantivo envolve a informação, ideias e tópicos a conhecer, em outras palavras, é o corpo de conhecimentos gerais de uma disciplina (MARCELO GARCIA, 1999).

Já o conhecimento sintático do conteúdo complementa o anterior e está relacionado ao domínio que o professor tem dos paradigmas de investigação de cada disciplina, sendo que esta envolve as questões de validade, tendências, perspectivas e investigações que são específicas de cada área do conhecimento (MARCELO GARCIA, 1999).

O conhecimento didático do conteúdo por sua vez, é um elemento central do conhecimento do professor, pois representa a combinação entre o conhecimento do conteúdo a ser ensinado com o conhecimento pedagógico e didático de como ensinar (MARCELO GARCIA, 1999).

Provocados por essas questões, concordamos com Imbernón (2011) quando salienta que o professor não pode ser um técnico que implementa inovações prescritas, mas deve ser um profissional ativo e crítico do próprio processo de inovação e mudança, a partir de seu contexto real em um processo dinâmico e flexível.

Essas discussões nos provocam a pensarmos nos cursos de formação e nas ações que estão sendo desenvolvidas nesses espaços, uma vez que as mudanças que queremos na Educação Básica perpassa pelos modelos formativos que temos atualmente.

Metodologia

Tal estudo caracteriza-se por ser qualitativo, uma vez que investiga significados, motivos, crenças, valores e atitudes, que não podem ser quantificadas ou reduzidas à operacionalização de variáveis (MINAYO, 2001).

Participaram desse estudo dez professores atuantes na Educação Básica que estavam em processo de formação continuada em um Programa na área de Ensino de Ciências e Matemática de uma instituição comunitária do interior do Rio Grande do Sul. De modo a preservar o anonimato, nomeamos os mesmos utilizando as letras de A a J.

Para coleta de dados foi utilizado um questionário composto de três questões abertas que versavam sobre a resolução e proposição de tarefas de ensino a partir de uma situação apresentada. Para essa comunicação, discutimos o resultado de uma das questões que é apresentada na Figura 1.

Figura 1.

Proposta de Atividade (Organização dos autores).

Considere o anúncio das duas lojas a seguir:

Loja A

Sabonete líquido 250 ml por R$ 8,35

Loja B

Sabonete líquido 400 ml por R$ 14,20

a) Em qual das lojas a compra será mais vantajosa para o cliente? Por quê?

b) Desenhe uma tarefa de ensino de modo que possam ser utilizados os dados apresentados nessa questão.

O processo de análise se deu em dois momentos, inicialmente foi identificado o modo como os professores resolveram a tarefa proposta e quais os conceitos matemáticos que foram utilizados para tal ação, o que posteriormente nos permitiu identificar se os professores aplicaram os mesmos conceitos ao (re)desenhar a tarefa ou empregaram conceitos distintos.

A análise dos dados deu-se a partir de três eixos de análise, construídas a partir dos resultados obtidos e que visam relacionar o modo como esses sujeitos resolveram a tarefa proposta e como (re)desenharam a partir da que foi apresentado. As categorias são: a) não redesenhar a tarefa ou não utiliza o contexto apresentado; b) redesenha a tarefa utilizando o mesmo contexto e os conceitos e c) redesenha a tarefa abordando distintos conceitos matemáticos. A seguir apresentamos a análise e discussão dos dados que estão organizados de acordo com as categorias já mencionadas.

Resultados e discussões

Como mencionado os dados foram organizados em três eixos de análise que discutimos a seguir:

Eixo I. Não redesenhar a tarefa

Nesse eixo encontra-se três sujeitos que não conseguiram (re)desenhar a tarefa proposta. Na Figura 2 é possível verificar a resposta da participante F que ilustra esse eixo.

Figura 2.

Resposta dada pelo professor F (Dado da pesquisa).

João precisa comprar sabonete líquido para sua mãe. Ele encontra no encarte de duas lojas o produto, conforme figuras a seguir. Em qual das duas lojas ele deve comprar? Por quê?

Como pode ser visto na Figura 2, o sujeito repete a proposta de tarefa dada, não trazendo nenhum elemento que configure uma nova tarefa. Sobre esse aspecto podemos inferir que os professores não compreenderam o processo de (re)desenho, uma vez que isso requer ações formativas com esse foco, que podem não ter sido abordadas durante a formação inicial ou continuada.

Esse dado é importante na medida em que é necessário mapearmos fragilidades na formação docente e investirmos em ações que possam qualificar a atuação desses profissionais. Essa ideia está atrelada ao fato de que a Pós-Graduação na área de ensino precisa se converter em um espaço formativo que dê sequência as ações iniciadas na formação inicial (BRASIL, 2015).

Apoiando em Schön (2000) pontuamos que a formação de professores se dá pela vivência no trabalho docente cotidiano e pela reflexão do próprio docente sobre sua prática. Nesse sentido o espaço da Pós-Graduação na área de ensino é um espaço rico para o desenvolvimento e aprendizagem desse docente já que a grande maioria são professores que já tem a vivência da sala de aula.

Eixo II. (Re)desenha a tarefa utilizando o mesmo contexto e os conceitos

Nesse eixo encontra-se três sujeitos que (re)desenharam a tarefa empregando os mesmos conceitos matemáticos que foram utilizados para a resolução da tarefa proposta, ou seja, há uma mudança do contexto da tarefa, mas não no seu conteúdo. A Figura 3 apresenta a resposta do sujeito B que ilustra esse eixo.

Figura 3.

Resposta dada pelo professor B (Dado da pesquisa).

Mariana junto com sua equipe está organizando uma festa. No local em que será realizada a festa há quatro banheiros, sendo que em cada banheiro há um recipiente que deve ser completado com 200ml de sabonete liquido. Considere o anúncio das duas lojas a seguir e responda:

Loja A	Loja B
Sabonete líquido 250 ml por R$ 8,35 	Sabonete líquido 400 ml por R$ 14,20 

a) Em qual das duas lojas Mariana irá gastar menos para comprar a quantidade de sabonete que ela precisa?

Como apresentando na Figura 3, a resolução do problema exige o emprego de conceitos semelhantes aos utilizados pelo sujeito na resolução da tarefa dada. Esse fato é revelador, pois, embora, este grupo de sujeito consiga reformular a tarefa, essa restruturação diz respeito a forma e não ao conteúdo.

Esse dado pode estar relacionado ao fato de o professor não ter compreendido o processo de (re)desenho da tarefa, ou de não possuir conhecimentos matemáticos (conhecimento do conteúdo) suficientes para realizar tal ação. Em ambos os casos, o foco está nos processos formativos vivenciados por esses sujeitos.

Entendemos que, embora a formação inicial seja um momento importante para a aprendizagem do professor, esta não dá conta da complexidade que a atuação docente demanda e, nesse sentido, é possível que um professor recém-formado tenha lacunas conceituais e pedagógicas referentes ao ser professor.

Imbernón (2011) salienta que a aquisição de conhecimentos por parte do professor é um processo amplo e não linear, que está ligada à prática profissional exercida por esses sujeitos, que por sua vez são condicionadas pelas organizações das instituições educativas nos quais eles estão inseridos.

E, portanto, as ações de formação continuada devem levar em conta aspectos referentes aos conhecimentos específicos (conhecimento do conteúdo) desses sujeitos e o modo como esses conhecimentos são ensinados nos diferentes contextos (conhecimento didático).

Eixo III. (Re)desenha a tarefa abordando distintos conceitos matemáticos

Nesse eixo encontra-se quatro sujeitos que (re)desenharam a tarefa empregando distintos conceitos matemáticos para a resolução da mesma, ou seja, há uma mudança do contexto da tarefa e no conteúdo abordado. A Figura 4 apresenta a resposta do sujeito E que ilustra esse eixo.

Figura 4.

Resposta dada pelo professor E (Dado da pesquisa).

Quanto deveria custar o sabonete líquido de 400ml da Loja B para que a compra passe a ser mais vantajosa na Loja B?

Os sujeitos presentes nesse eixo conseguiram criar tarefas de ensino que abordassem distintos conceitos matemáticos a partir da situação dada. Essa construção revela que os sujeitos possuem clareza conceitual da matemática e conseguem estabelecer relações entre os distintos conceitos (conhecimento do conteúdo).

Acreditamos que uma formação continuada que agregue sujeitos com distintos conhecimentos e trajetórias de formação distintas é rico para a aprendizagem docente, desde que haja ações que viabilizem o diálogo e a troca entre os pares.

Essa constatação reforça a ideia de que na formação continuada, o foco deveria estar em um processo de participação inerente as situações problemáticas trazidas pelos sujeitos e que não podem ser analisadas apenas teoricamente, mas por uma reinterpretação da situação visando uma modificação da realidade (IMBERNÓN, 2010).

Considerações finais

Nesta comunicação tivemos como objetivo identificar o modo como professores de Matemática que atuam Educação Básica (re)desenham tarefas de ensino. Tal ação justifica-se na medida em que é necessário identificarmos lacunas advindas na formação inicial que possam ser trabalhadas na Pós-Graduação, uma vez que este espaço é um local rico para aprendizagem docente.

Entendemos que um dos pilares da formação continuada de professores é o aprender continuamente de forma colaborativa e participativa, o que permite analisar, experimentar, avaliar e modificar conjuntamente as distintas realidades (IMBERNÓN, 2011). Essa constatação se alinha com o encontrado nesse estudo, já que foi possível, identificar que os sujeitos em formação continuada estão em distintos níveis de compreensão sobre a temática do (re)desenho e neste sentido um trabalho conjunto pode qualificar o conhecimento dos mesmos.

Através desse estudo é possível inferir que ao (re)desenhar tarefas de ensino o professor evidencia seu conhecimento do conteúdo e seu conhecimento didático, o que dá subsídios para pensarmos em ações formativas que alie esses dois elementos que são indispensáveis para a atuação docente.

Nesse sentido, investigações desse porte permite que o próprio professor avalie seus conhecimentos e se estes são suficientes para o desenvolvimento da docência de forma satisfatória, o que pode ser um elemento decisivo para a qualificação da atuação desse sujeito.

Por fim salientamos que a temática em questão é de grande valia para os cursos de formação de professores e que a mesma necessita estar presente nos currículos destes cursos, uma vez que para qualificarmos os processos de ensino e aprendizagem, necessitamos investir nos processos formativos docentes.

Referências

Brasil. **Resolução nº 2, de 1º de julho de 2015**. Define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação inicial em nível superior (cursos de licenciatura, cursos de formação pedagógica para graduados e cursos de segunda licenciatura) e para a formação continuada. Diário Oficial da União: seção 1, Brasília, DF, n. 124, p. 8-12, 02 jul. 2015.

Gonçalves, A. O. Resolução de problemas de estrutura aditiva: a compreensão de uma professora de primeira série. In: **CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO – EDUCERE**, 9., 2009, Curitiba; ENCONTRO SUL BRASILEIRO DE

PSICOPEDAGOGIA, 3., 2009, Curitiba. Anais... Curitiba: PUCPR, 2009. Disponível em: Acesso em: 17 jun. 2021.

Gusmão, T. C. R. S. Do desenho à gestão de tarefas no ensino e na aprendizagem da Matemática. 2019. In: **Anais do XVIII Encontro Baiano de Educação Matemática**. Ilhéus, Bahia. XVIII EBEM.

Imbernón, F. **Formação continuada de professores**. Porto Alegre: Artmed, 2010.

Imbernón, F. **Formação docente e profissional**: formar-se para a mudança e a incerteza. 9 ed. São Paulo: Cortez, 2011.

Marcelo Garcia, C. **Formação de professores**. Para uma mudança educativa. Porto: Porto Editora, 1999.

Minayo, M. C. de L. (Org.) **Pesquisa social**: teoria, método e criatividade. Petrópolis: Vozes, 2001.

Penalva, M. C.; LLINARES, S. Tareas Matemáticas en la Educación Secundaria. In: GOÑI, Jesus María (coord) et al. **Didáctica de las Matemáticas**. Colección: Formación del Profesorado. Educación Secundaria. Barcelona: Editora GRAÓ. 12, 27-51, 2011.

Schön, D. A. **Educando o profissional reflexivo**. Porto Alegre: Artmed. 2000.

Steele, D. **Vozes entusiastas de jovens matemáticos**. Educação e Matemática, 62, 39-42, 2001.

Concepções sobre a formação do desenvolvimento do pensamento matemático de longo prazo em professores de matemática em exercício

Conceptions about the long-term mathematical thinking development in in-service mathematics teachers

Concepciones sobre a formación del desarrollo del pensamiento matemático a largo plazo en maestros de matemáticas en ejercicio

Diana Isabel Quintero-Suica[197]
Universidad Antonio Nariño
0000-0003-3932-7214

Gerardo Antonio Chacón Guerrero[198]
Universidad Antonio Nariño
0000-0002-7325-5245

Modalidad: Comunicación
Núcleo Temático: Formación de profesores que enseñan Matemáticas.

Resumo

Apresentar os resultados de uma pesquisa aplicada a diez professores de matemática em exercício que busca indagar sobre as práticas de ensino ao desenvolver e consolidar o pensamento matemático em sala de aula é o objetivo deste manuscrito. Através da formulação de cinco questões fechadas do tipo Likert e quatro questões abertas, identifica-se um consenso ao reconhecer o momento em que os alunos internalizaram, organizaram e retiveram hábitos de pensamento matemático desejáveis; e, sobre a necessidade de mais de uma atividade ou problema específico para isso. No entanto, encontram-se tendências diversas e até desiguais quando se indaga sobre a estimativa de tempo, número de tarefas, atividades, problemas, etc., os fatos ou situações específicas que permitem reconhecer e distinguir nos alunos a internalização, organização e retenção de hábitos de pensamento matemático desejáveis; e, os instrumentos ou critérios que usa, ou usaria, para determinar isso. Conclui-se a necessidade de realizar um trabalho investigativo mais profundo sobre as ações e processos inerentes à consolidação do conhecimento matemático, bem como sobre o esclarecimento teórico dos termos que emergem quando se fala desse processo, como “internalizar”. organizar”, e “manter”, entre outros.

Palabras clave: hábitos de pensamento matemático, consolidação de conhecimentos, ações de ensino, resolução de problemas.

Abstract

[197] dquintero72@uan.edu.co
[198] gerardoachg@uan.edu.co

The objective of this manuscript is to present the results of a survey applied to ten practicing mathematics teachers that seeks to inquire about teaching practices when developing and consolidating mathematical thinking in the classroom. Through the formulation of five closed Likert-type questions and four open questions, a consensus is identified by recognizing the moment in which students have internalized, organized, and retained desirable mathematical thinking habits; and, about the need for more than one specific activity or problem for this. However, diverse and even dissimilar tendencies are found when inquiring about the estimation of time, a number of tasks, activities, problems, etc., the specific facts or situations that allow it to recognize and distinguish in the students the internalization, organization, and retention of desirable mathematical thinking habits; and, the instruments or criteria that it uses, or would use, to determine this. The need to carry out a deeper investigative work on the actions and processes inherent to the consolidation of mathematical knowledge, as well as on the theoretical clarification of the terms that emerge when talking about this process, such as "internalize", is concluded. “organize”, and “retain”, among others.

Keywords: habits of mind, consolidation of knowledge, teaching actions, problem-solving.

Resumen

Presentar los resultados de una encuesta aplicada a diez docentes de matemáticas en ejercicio que busca indagar acerca de las prácticas de enseñanza al desarrollar y consolidar el pensamiento matemático en el aula, es el objetivo del presente manuscrito. Por medio de la formulación de cinco preguntas cerradas tipo Likert y cuatro preguntas abiertas, se identifica un consenso al reconocer el momento en el cual los estudiantes han internalizado, organizado y retenido hábitos de pensamiento matemático deseables; y, sobre la necesidad de más de una actividad o problema específico para esto. No obstante, se hallan tendencias diversas y hasta disímiles al indagar sobre la estimación del tiempo, cantidad de tareas, actividades, problemas, etc., los hechos o situaciones específicas que le permiten reconocer y distinguir en los estudiantes la internalización, organización y retención de hábitos de pensamiento matemático deseables; y, los instrumentos o criterios que utiliza, o utilizaría, para determinar esto. Se concluye la necesidad de realizar un trabajo investigativo más profundo sobre las acciones y procesos inherentes a la consolidación del conocimiento matemático, así como sobre la clarificación teórica de los términos que emergen al momento de hablar de este proceso, como lo son “internalizar”, “organizar”, y “retener”, entre otros.

Palabras clave: hábitos de pensamiento matemático, consolidación del concimiento, acciones de enseñanza, resolución de problemas.

Basados en las experiencias de los autores de este documento se consideran, en las aulas de matemáticas, dos momentos sobresalientes en las sesiones de clase, al pretender el aprendizaje de la matemática: uno de estos es aquel en el cual los docentes buscan el desarrollo de pensamiento matemático de sus estudiantes por medio de la introducción de un concepto, o la ejemplificación de un método, o la explicación de un algoritmo, etc.; y el otro, en el cual se busca la consolidación de lo hecho en el primer momento por medio de la ejercitación, o la realización de actividades de consolidación, o la aplicación a otras áreas del conocimento, etc.

Dicha consolidación busca, entre otras cosas, fortalecer los aprendizajes de los estudiantes, pretendiendo que estos sean parte de un conocimiento a largo plazo utilizable por ellos en situaciones futuras que involucren esas matemáticas en y para diversos contextos. No obstante, se advierte la ausencia de explicaciones teóricas acerca de la forma en la cual se lleva a cabo este proceso, cómo orientar a los estudiantes para que sea provechoso o, bajo qué principios o criterios diseñar tareas o actividades que favorezcan tal consolidación.

Sabiendo que "…las preguntas de investigación significativas pueden y deben provenir directa o indirectamente de los problemas de práctica de los profesores." (Cai, Morris, Hohensee, Hwang, Robinson, Cirillo, Kramer y Hiebert, 2017, p. 115), y para que la situación y cuestionamientos anteriormente expuestos sean de interés en el campo de investigación de la educación en matemáticas es necesario que, además, "…los problemas instruccionales [… sean] experimentados a través de múltiples aulas de clase […] más allá de un contexto local." (Cai, et al., 2017, p. 115), los autores de este documento buscan comprobar que tal situación está presente en otras aulas de matemáticas, para otros docentes y, con ello, tener la certeza de establecer un posible derrotero de interés para la investigación.

Por lo anterior, se diseña y aplica una encuesta con cinco preguntas cerradas y cuatro preguntas abiertas a diez docentes de matemáticas en ejercicio, que laboran en educación básica, media y universitaria en Colombia, indagando sobre su proceder para desarrollar y consolidar el pensamiento matemático a largo pazo en sus estudiantes. Los resutados de tal encuesta (los cuales se presentan a continuación) sirven a los propósitos de una investigación doctoral llevada a cabo por la autora, y bajo la dirección del autor de este documento, la cual se encuentra en ejecución a la fecha de escritura de este manuscrito.

Metodologia

Nueve de los diez docentes encuestados son licenciados en matemáticas y el restante es profesional en ingeniería. Ocho de los diez encuestados tienen estudios de postgrado en la enseñanza de la matemática o en áreas afines a la educación, y en la misma cantidad tienen más de diez años de experiencia como docentes de matemáticas.

El siguiente es el texto inicial a la encuesta el cual buscaba contextualizar al docente sobre a temática particular de esta, el cual fue adaptado de Harel (2008).

> Promover y evaluar el pensamiento matemático supone considerar los actos mentales que pone en juego un individuo para realizar una tarea matemática. Estos actos se manifiestan por medio de un producto, pero a su vez, varios productos del mismo acto comparten una característica común. Por ejemplo, si se habla del acto mental de interpretar un símbolo como ¾, un estudiante puede manifestar que este es "la suma de ¼ + ¼ + ¼ ", lo cual es un producto. A su vez, un docente puede inferir, sobre varias interpretaciones como la anterior, que la característica del acto puede ser "la de hacer conexiones con otros objetos y conceptos matemáticos". La investigación equipara las características de los actos mentales con hábitos de pensamiento matemático deseables a largo plazo, para los cuales los docentes deben establecer espacios que favorezcan su internalización, organización y retención.

Por su parte, las preguntas cerradas tipo likert son las siguientes,

1. ¿En sus clases propone problemas matemáticos que favorecen la adopción de hábitos de pensamiento matemático a largo plazo? *

	1	2	3	4	5	
Nunca	○	○	○	○	○	Siempre

2. ¿Reconoce y distingue el momento en el cual sus estudiantes han internalizado, organizado y retenido hábitos de pensamiento matemático deseables? *

	1	2	3	4	5	
Nunca	○	○	○	○	○	Siempre

3. ¿Utiliza instrumentos de evaluación, criterios, rúbricas, etc., para determinar la internalización, organización y retención de hábitos de pensamiento matemático deseables a largo plazo? *

	1	2	3	4	5	
Nunca	○	○	○	○	○	Siempre

4. ¿El desarrollo de hábitos de pensamiento matemático a largo plazo requiere algo más que la resolución de UNA actividad o problema específico? *

	1	2	3	4	5	
Nunca	○	○	○	○	○	Siempre

5. ¿Al emitir la valoración del desempeño de sus estudiantes en el desarrollo de una tarea matemática, tiene en cuenta tanto las acciones de los estudiantes (v.g. verbalizaciones, gestos, acciones, etc.), como los productos cognitivos (v.g. conjeturas, generalizaciones, aplicación de algoritmos, entre otros)? *

	1	2	3	4	5	
Nunca	○	○	○	○	○	Siempre

Y las preguntas abiertas son,

1. Bajo su consideración ¿qué tipo de actividades, tareas, recursos, etc., favorecen el desarrollo de hábitos de pensamiento matemático a largo plazo? *

Texto de respuesta largo

2. ¿Cuánto tiempo, actividades, problemas, etc., considera que es necesario para el desarrollo de hábitos de pensamiento matemático a largo plazo? *

Texto de respuesta largo

3. Describa los hechos o situaciones específicas que le permiten reconocer y distinguir en sus estudiantes la internalización, organización y retención de hábitos de pensamiento matemático deseables. *

Texto de respuesta largo

4. ¿Qué instrumentos o criterios utiliza, o utilizaría, para determinar la internalización, organización y retención de hábitos de pensamiento matemático deseables a largo plazo? *

Texto de respuesta largo

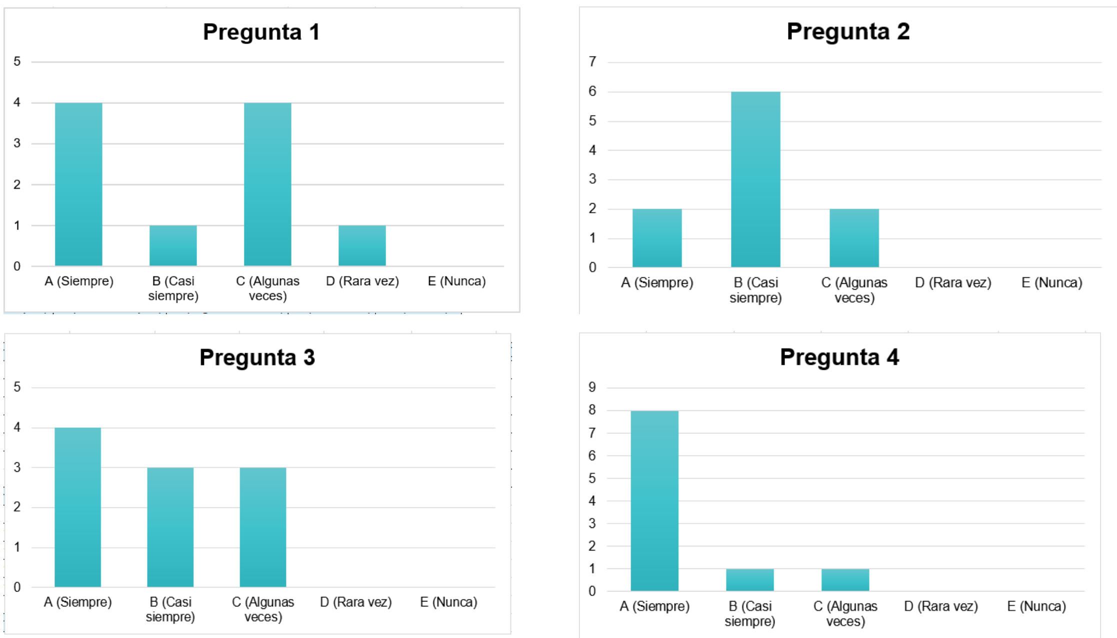
A continuación, se presentan los resutados de la encuensta.

Resultados

En cuanto a las preguntas cerradas se evidencia que un 90% de ellos, algunas veces, casi siempre o siempre proponen problemas matemáticos que favorecen la adopción de hábitos de pensamiento matemático a largo plazo; el 80% reconoce casi siempre o siempre el momento en el cual sus estudiantes han internalizado, organizado y retenido hábitos de pensamiento matemático deseables; y, en el mismo porcentaje, manifiestan que para ello se requiere más de una actividad o problema específico (Ver Ilustración 1).

En términos generales, por medio de preguntas abiertas se les cuestionó sobre los siguientes tres aspectos: *i*) estimación del tiempo, cantidad de tareas, actividades, problemas, etc., necesarios para el desarrollo de hábitos de pensamiento matemático a largo plazo; *ii*) hechos o situaciones específicas que le permiten reconocer y distinguir en sus estudiantes la internalización, organización y retención de hábitos de pensamiento matemático deseables; y, *iii*) los instrumentos o criterios que utiliza, o utilizaría, para determinar la internalización, organización y retención de hábitos de pensamiento matemático deseables a largo plazo.

En este tipo de preguntas, no obstante, no fue posible apreciar un consenso o al menos una tendencia fuerte para caracterizar las prácticas de enseñanza, aunque sí se identifican tendencias de trabajo entre ellos. Por ejemplo, respecto al primer cuestionamiento se identifican al menos tres tendencias:



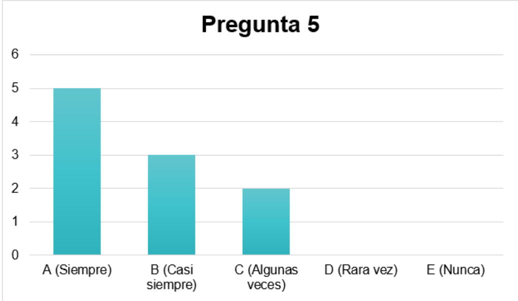


Ilustración 1: gráficas de resutados preguntas cerradas

- ✓ Los que fijan un límite (4 de 10): proponen unas cantidades de tiempo o actividades para la formación de hábitos de pensamiento a largo plazo (v.g. diario; quince minutos todos los días; al menos un taller de 5 a 10 ejercicios; tres sesiones de trabajo semanal con, al menos, una situación retadora que pueda tener varias vías de solución).
- ✓ Los que no fijan un límite (3 de 10): manifiestan no poder determinar ni tiempo ni cantidad de tareas, actividades, problemas, etc., para la formación de hábitos de pensamiento a largo plazo (v.g. al ser un proceso necesitará de años de ejercitación y lograr avances; trabajar continuamente en actividades, resolución de problemas, transmisión de información y solución de ejercicios con formulación y solución de axiomas).
- ✓ Los que fijan en límite basados en diversidad de aspectos (3 de 10): reconocen que el tiempo para la formación de esos hábitos es determinado pero que dependerá, principalmente de otros factores del proceso de aprendizaje (v.g. el tiempo, al final depende de cada uno de los estudiantes; dependen de las habilidades y estilo de vida, así como, también, de la complejidad; esos hábitos los evidencio en la medida en que los estudiantes logran ser conscientes de los procesos que hacen para resolver una determinada tarea matemática y de cómo logra conectar algunos temas).

Respecto al segundo cuestionamiento, se identifican igualmente tres tendencias, aunque un mismo profesor puede manifestar más de una, a saber:

- ✓ En relación con lo que se usa (3 de 10): hacen alusión al uso de palabras, lenguaje, representaciones, entre otros, como una indicación de la consolidación de hábitos de pensamiento a largo plazo (v.g. usando algoritmos una situación planteada en un problema matemático; argumenta utilizando lenguaje matemático; recurre a las diferentes representaciones (concreta, pictórica y simbólica o abstracta)).

- ✓ En relación con lo que hace (5 de 10): exponen acciones específicas, sea lo que sea que signifiquen tales acciones, que hacen los estudiantes cuando han desarrollado hábitos a largo plazo (v.g. el estudiante participativo, el que propone preguntas y ayuda a dar solución a problemas con respuestas convencionales; realizar preguntas en una situación problema; capacidad para razonar, que sepan aplicar lo que saben; cuando un educando analiza, interpreta y resuelve; cuando un estudiante indaga, es curioso, trata de resolver una situación de diferentes maneras).
- ✓ En relación sobre cómo lo hace (4 de 10): exponen no solo acciones específicas sino la manera en que se llevan a cabo en un momento específico o en alusión a un momento posterior a la validación del desarrollo del hábito (v.g. interacción entre pares; cuando al resolver un problema sabe qué hacer y cómo abordarlo; porque al ejecutar la actividad o problema la solución es mucha más rápida y sin esfuerzo; cuando una vez llevado a cabo un tema, días después lo recuerde y lo relacione con otras tareas matemáticas y además de que sea consiente y entienda los procesos matemáticos que le permiten resolver una tarea matemática).

La tercera cuestión arroja dos preferencias a la hora de establecer los aspectos metodológicos de la evaluación de la formación de hábitos de pensamiento, pudiendo manifestarse ambas preferencias en un mismo docente, a saber:

- ✓ Los que indican instrumentos específicos (5 de 10): mencionan con precisión algunos instrumentos, aunque no detallan las formas y momentos de uso (v.g. rúbricas, laboratorios, test entre otros; la observación es primordial, una entrevista o encuesta de diagnóstico y ejercicio de autoevaluación y de coevaluación; criterios; evaluaciones, cuestionarios, talleres escritos; la confianza, la autoestima).
- ✓ Los que indican estrategias particulares (6 de 10): la mención a dichas estrategias puede dejar entrever, o no, algunos instrumentos (v.g. proponer actividades de saber previo para conocer sus fortalezas y aspectos a mejorar, y realizar reflexiones sobre lo aprendido, sobre lo enseñado; uso de problemas textuales, gráficas y acertijos; trabajar con grupos pequeños donde sea más fácil la interacción y participación de los estudiantes y planear y proponer retos o acertijos matemáticos que se puedan analizar con tiempo; juegos de pensamiento estratégico, problemas rutinarios y actividades reto; software como GeoGebra, Excel, Matlab, programas de uso general; que el estudiante logre argumentar el porqué de su proceso).

Conclusiones

Como se puede apreciar, algunos aspectos manifestados por los docentes encuestados en relación con la consolidación de los aprendizajes de los estudiantes se basan en planteamientos y acciones metodológicas disímiles pues, se supone una gran influencia de su identidad como profesionales en la toma de decisiones de los procesos inherentes al aula.

Además de esto, y algo que no es evidente pero plausible, es el uso indistinto o equivalente de significados en algunos términos usados por ellos como, por ejemplo, el uso de las palabras “problemas matemáticos” como equivalente del conjunto de palabras “ejercicios de aplicación de fórmulas”; o, “razonar”, “argumentar”, “resolver” como significantes de una misma cosa que bien pueden ser diferentes.

Lo anterior conduce a encaminar y establecer procesos investigativos que permitan explicar, por un lado, las acciones y procesos inherentes a la consolidación del conocimiento matemático, caracterizando los elementos involucrados y sus interrelaciones; y, por otro, a clarificar teóricamente los términos que emergen a momento de habar de este proceso como lo son “internalizar”, “organizar”, y “retener”, entre otros.

Referencias

Cai, J., Morris, A., Hohensee, C., Hwang, S., Robison, V., Cirillo, M., . . . Hiebert, J. (2019). Posing Significant Research Questions. **Journal for Research in Mathematics Education**, 50(2), 114-120.

Harel, G. (2008). **What is Mathematics? A pedagogical answer to a philosophical question**. San Diego: University of California San Diego.

Organizar o Ensino de Matemática pra Quem? O Processo de Escolhas na Formação Inicial

Organizing Mathematics Teaching for Whom? The Process of Choices in Initial Education

¿Organizar la enseñanza de las matemáticas para quién? El proceso de elección en la *formación inicial*

Bruno Silva Silvestre[199]
SME-Goiânia
http://orcid.org/0000-0003-3530-3522

Wellington Lima Cedro[200]
UFG – Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática
https://orcid.org/0000-0002-3578-0743

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam matemática

Resumo

O artigo apresenta-se com temática na formação inicial de professores de matemática, sobretudo, nos processos de constituição da docência relacionados a organização do ensino. Apresenta-se a seguinte questão de pesquisa: quais os motivos que sustentam o processo de escolhas na organização do ensino de matemática por futuros professores em formação inicial? Conexo à questão, destaca-se o objetivo de analisar as produções e momentos de planejamento sinalizadores dos motivos que sustentam as escolhas na organização do ensino de matemática. O texto tem por base a Teoria Histórico-Cultural em suas perspectivas didáticas e psicológicas. No desenvolvimento metodológico, utiliza-se a intervenção pedagógica formativa durante a realização da disciplina de Fundamentos Teóricos e Metodológicos do Ensino de Matemática, realizada com vinte sujeitos. A produção dos dados compõe-se dos registros dos licenciandos em suas produções acadêmicas ao demonstrarem a organização do ensino de modo coletivo. A análise é pautada no materialismo histórico dialético e utiliza-se da proposta vigotskiana de Unidade para exposição dos dados, contendo, episódios e cenas. Os resultados demonstram uma tríade de elementos sustentadores das ações de escolha: a) orientações teórico-metodológicas que convergem aos processos da consciência; b) vivências e experiências dos sujeitos e, c) necessidades e motivos ao organizar o ensino de modo intencional visando caracterizar o tipo de estudante deseja-se 'formar'.

Palavras-chave: Formação de Professores, Escolhas na Organização do Ensino, Teoria Histórico-Cultural, Motivos.

[199] brunosilvestre.prof@gmail.com
[200] wcedro@ufg.br

Abstract

The article is presented with a theme in the initial training of mathematics teachers, especially in the processes of constitution of teaching related to the organization of teaching. It presents the following research question: what are the reasons that support the process of choices in the organization of mathematics teaching by future mathematics teachers in initial training? Related to the question, the aim is to analyze the productions and planning moments that signal the reasons that sustain the choices in the organization of mathematics teaching. The text is based on the Cultural-Historical Theory in its didactic and psychological perspectives. In the methodological development, it uses a formative pedagogical intervention during the course of Theoretical and Methodological Foundations of Mathematics Teaching, carried out with twenty subjects. The data production consists of the records of the undergraduates in their academic productions when they demonstrate the organization of teaching in a collective way. The analysis is based on the dialectical historical materialism and uses the Vygotskian proposal of Unity, containing episodes and scenes. The results demonstrate a triad of elements that sustain the actions of choice: a) theoretical and methodological orientations that converge to the processes of consciousness; b) experiences and experiences of the subjects and, c) needs and motives when organizing teaching in an intentional way aiming to characterize the type of student it is desired to 'form'.
Keywords: Teacher Education, Choices in the Organization of Teaching, Cultural-Historical Theory, Motives.

Resumen

El artículo se presenta con temática en la formación inicial del profesorado de matemáticas, especialmente en los procesos de constitución de la enseñanza relacionados con la organización de la misma. Se presenta la siguiente pregunta de investigación: ¿cuáles son las razones que sustentan el proceso de elección de la organización de la enseñanza de las matemáticas por parte de los futuros profesores de matemáticas en formación inicial? En relación con la pregunta, se destaca el objetivo de analizar las producciones y momentos de la planificación señalando las razones que sustentan las elecciones en la organización de la enseñanza de las matemáticas. El texto se basa en la Teoría Histórico Cultural en sus perspectivas didáctica y psicológica. En el desarrollo metodológico, se utiliza una intervención pedagógica formativa durante el curso de Fundamentos Teóricos y Metodológicos de la Enseñanza de las Matemáticas, realizado con veinte sujetos. La producción de los datos se compone de los registros de los estudiantes en sus producciones académicas cuando demuestran la organización de la enseñanza de forma colectiva. El análisis se basa en el materialismo histórico dialéctico y utiliza la propuesta vigotskiana de Unidad, conteniendo, episodios y escenas. Los resultados demuestran una tríada de elementos que sustentan las acciones de elección: a) orientaciones teóricas y metodológicas que confluyen a los procesos de concientización; b) experiencias y vivencias de los sujetos y, c) necesidades y motivos para organizar la enseñanza de manera intencional apuntando a caracterizar el tipo de alumno que se desea "formar".
Palabras clave: Formación del Profesorado, Opciones en la organización de la enseñanza, Teoría Historico-Cultural, Historia de las Matemáticas.

Introdução

No desenvolvimento da formação inicial de professores de matemática objetiva-se que os sujeitos se apropriem dos elementos que constituem o trabalho pedagógico, determinando a profissionalização para o exercício da docência dos licenciados. Tais elementos relacionam-se com uma infinidade de orientações que, possibilitarão identificar o tipo de professor que está sendo formado. Entende-se que os sujeitos demonstram especificidades ao organizar o ensino, às quais, podem apresentar na forma de atender às necessidades dos estudantes, colocando-os no movimento estudo.

No desvelamento dessas especificidades, o texto é produzido e estruturado em três seções principais: a primeira contempla uma abordagem sobre a proposta metodológica da pesquisa por meio da intervenção pedagógica formativa; a segunda descreve, explica e fundamenta os dados por meio da unidade de análise, composta por um episódio e cinco cenas que caracterizam o movimento formativo para a organização do ensino de matemática, e, por fim: apresenta-se algumas considerações sobre o processo de escolhas.

A metodologia da Intervenção Pedagógica Formativa

A Intervenção Pedagógica Formativa é determinada como proposta metodológica cujo o termo intervenção implica nas possibilidades de orientação, mediação e inferências na realidade objetiva dos contextos em que se desenvolve, em específico, consistindo nas "[...] investigações que envolvem o planejamento e a implementação de interferências (mudanças, inovações) – destinadas a produzir avanços, melhorias, nos processos de aprendizagem dos sujeitos que delas participam – e a posterior avaliação [...]" (DAMIANI *et al.*, 2013, p. 58). A proposta metodológica foi desenvolvida no sentido de "[...] criar situações formativas nas quais se possa perceber o processo de desenvolvimento do fenômeno investigado e, assim, determinar as relações essenciais que constituem o fenômeno em questão" (ARAÚJO; MORAES, 2017, p. 64).

A pesquisa consubstanciada ao Comitê de Ética da Universidade Federal de Goiás sob número CAAE 08809519.2.0000.5083, teve início no ano de 2019 e término em 2020, período em que foram produzidos os dados de um doutoramento realizado com uma turma de vinte licenciandos no desenvolvimento da disciplina de Fundamentos Teóricos e Metodológicos do Ensino de Matemática, produzida por meio de dezoito encontros presenciais com duração de três horas cada um.

Utiliza-se a produção específica de um *banner*, realizado de modo coletivo, com grupos compostos por dois a quatro participantes cada um. A produção constituiu-se na forma de tarefa para explicitar elementos do planejamento da organização do ensino na Educação Básica. Primeiramente, os licenciandos, pensaram nas situações de ensino, fizeram as escolhas pelos conteúdos matemáticos, ano escolar e os elementos necessários para o desenvolvimento. Em seguida desenvolveram a proposta de ensino para seus colegas de turma que, dialogaram junto ao pesquisador chegando a reflexões sobre a forma e conteúdo da 'aula', após esse momento os sujeitos produziram o *banner*.

Análise das produções acadêmicas dos sujeitos em formação inicial que indicam processos de escolhas

Apresenta-se os dados por meio da Unidade, seguindo o conceito vigotskiano ao considerá-la como referência "[...] a um produto de análise que, ao contrário dos elementos, conserva todas as propriedades básicas do todo, não podendo ser dividido sem que as perca. (VIGOTSKI, 1991, p. 4). Assim, apresenta-se um conjunto de produções de ensino – com seu respectivo desenvolvimento e avaliação – realizados de modo coletivo, em grupos, e materializados na produção acadêmica por meio de *banners* apresentados em evento científico.

A Unidade é composta por um episódio, ao qual, considera-se "[...] como forma de expor a análise de modo que evidenciem as unidades de análise que permitiram compreender o fenômeno em seu processo de mudança" (ARAÚJO; MORAES, 2017, p. 68). O episódio perpassa os momentos em que os licenciandos demonstram as suas escolhas para organizar o ensino de matemática, expostos em suas seis cenas. As cenas, por sua vez, são compreendidas como capazes de "[...] compreender o fenômeno para além da aparência [...]" (ARAÚJO; MORAES, 2017, p. 68), onde destacam-se algumas particularidades da realidade objetiva da intervenção. Na tabela a seguir, destaca-se a composição da Unidade.

Tabela 1.

O processo de escolhas na formação inicial de professores (produção dos autores)

Unidade de Análise: **Os processos de escolhas na organização do ensino de matemática**	
Episódio I – O processo de escolhas na	Cena I – O ensino de frações por meio de uma malha quadriculada;

formação inicial* de professores:* um olhar sobre o desenvolvimento do ensino materializado na produção acadêmica	Cena II – O ensino de espaço e forma por meio da composição e decomposição de sólidos; Cena III – O conceito matemático de 'opostos' na educação infantil; Cena IV – O conceito algébrico de equivalência por meio de materiais manipuláveis; Cena V – O ensino de mediana e altura de um triângulo qualquer por meio de recorte e colagem.

Para compreensão da totalidade do processo de escolhas para organização do ensino de matemática, enfatiza-se à produção dos dados materializados nos *banners.* Nas cenas toma-se o planejamento como elemento importante para orientação do trabalho pedagógico, basilar para o desenvolvimento do ensino e consequentemente da aprendizagem. Assim, considera-se o planejamento como "[...] atividade consciente de previsão das ações docentes, fundamentadas em opções político-pedagógicas" (LIBÂNEO, 2013, p. 222), tais opções ganham destaque por dar singularidade ao processo, conferindo-lhe os aspectos essenciais do ensino. Corporifica-se nas cenas o contexto em que foram produzidas, com destaque ao conteúdo do ensino seguido da transcrição dos **objetivos**, **metodologia** e **avaliação**.

Quadro I.

Cena I – O ensino de frações por meio de uma malha quadriculada (produção dos autores)

Contexto: Banner sobre o ensino de *frações* para o quarto ano do ensino fundamental.
Objetivos do ensino: [...] desenvolver uma situação de ensino de frações para estudantes do 4º ano do ensino fundamental I tendo como recurso a malha quadriculada. Justifica-se o tema [...] devido à grande dificuldade que os estudantes apresentam com o conceito [...]. **Metodologia:** [...] para desenvolver os conceitos de soma e subtração, o melhor material seria a malha quadriculada devido à sua possibilidade de organizar o (número) inteiro que se deseja fazer referência [,...] orientados pelo trabalho de ensino do professor ao utilizarem medidas específicas intencionais para que se tenha os múltiplos comuns de 2, 3, 4 e 6. Para a produção das cartolinas foram utilizadas em uma face do papel as frações: inteiro, meio, terço, quarto e sexto, e, no seu verso foram colocadas as mesmas frações, só que agora o inteiro correspondia a uma malha quadriculada de 12 unidades menores, demonstrando o menor múltiplo comum dos denominadores 2, 3, 4, e 6. Tal estratégia intencional possibilitará aos estudantes o cálculo das operações de adição e subtração em tornar as frações equivalentes [...]. **Avaliação:** Ao organizar o ensino de frações de forma intencional e por meio de materiais manipulativos é possível que os estudantes tenham possibilidades de compreensão dos conceitos sobre fração, [...]. Conclui-se que o uso de materiais manipulativos [...] pode ser uma ótima alternativa para a aprendizagem [...] mas é necessário uma intencionalidade do professor para atingir os objetivos [...].

Destaca-se o objetivo de desenvolver o ensino de frações utilizando-se da malha quadriculada como recurso, considerando no planejamento as possíveis dificuldades que os estudantes que podem ter com esse conteúdo. Assim, ao planejamento, considera-se a "[...] educação de forma universal, a fim de acolher as necessidades singulares e grupais dos componentes da coletividade escolar, bem como constituir a abertura apropriada por meio de ações ponderadas e estratégicas conferidas para obter objetivos” (SILVA, 2014, p. 84). O objetivo da cena destaca a orientação singular dos sujeitos, imprimido o que é essencial em seu desenvolvimento, com destaque no recurso de ensino.

Ao descreverem a metodologia de ensino enfatizam os procedimentos a serem utilizados, destacando a relação do recurso com o conteúdo e objetivo proposto, cumprindo sua função, ao considerar, que, “A melhor metodologia de ensino, em qualquer disciplina, é aquela que ajuda os estudantes, todos os dias e em todas as aulas, a pensar teoricamente, ou seja, cientificamente, com os conteúdos e métodos da ciência ensinada” (LIBÂNEO, 2008, p. 17).

Ao caracterizarem o recurso como algo relevante ao processo, destacam a função do professor em articular e mediar os processos do ensino de modo intencional, oportunizando a aprendizagem dos sujeitos, ressaltando um momento avaliativo como “[...] uma ação essencial para o acompanhamento do desenvolvimento do aluno ao possibilitar analisar uma relação qualitativa entre a atividade de ensino elaborada pelo professor e a atividade de aprendizagem realizada pelo aluno” (MORAES, 2008, p. 60).

Assim, destaca-se que as escolhas dos sujeitos estão imbricadas no processo de planejamento, desenvolvimento e avaliação do ensino, caracterizado pela utilização de recursos que podem possibilitar a superação das dificuldades dos estudantes, destacando a relevância da organização intencional do professor em sua função de mediador.

Quadro II.

Cena II – O ensino de espaço e forma por meio da composição e decomposição de sólidos *(produção dos autores)*

Contexto: Banner sobre *espaço e forma* para estudantes do terceiro ano do ensino fundamental.
Objetivos do ensino: [...] conhecer, identificar, manipular, compor e decompor sólidos geométricos por meio de materiais manipulativos que estão presentes no contexto social dos estudantes do terceiro ano do ensino fundamental primeira fase. **Metodologia:** [...] utiliza-se o contexto dos estudantes como ponto de partida [...]. Em um momento anterior será solicitado que cada estudante traga de sua casa alguma embalagem [...] que, indica uma representação de um sólido geométrico. [...] no decorrer da aula, os professores, de forma intencional irão problematizar o ensino, através das questões: Vocês conhecem as formas geométricas? Quais vocês conhecem? Identificando o que os estudantes já sabem para então iniciar o processo de aprendizagem para aquelas formas em que eles não sabem [...]. Em seguida serão apresentadas aos estudantes as principais formas geométricas [...] E levantando algumas hipóteses, os estudantes serão orientados a pensar [...]. **Avaliação:** Conclui-se que, o uso de materiais manipulativos e a valorização do que os estudantes já trazem de experiências/conhecimento é muito importante para iniciar o conhecimento matemático, pois tal conhecimento parte das experiências e conhecimentos que os estudantes já têm para a formação de novos conhecimentos.

Percebe-se uma articulação entre o conteúdo, objetivo, metodologia e avaliação, ao considerarem o conteúdo de geometria, objetivando a identificação, manipulação, composição e decomposição de sólidos por meio de materiais manipulativos, que são demonstrados nos processos metodológicos por meio da contextualização de tais conhecimentos à realidade objetiva dos estudantes, problematizando as situações de ensino, consideradas na avaliação, ao exporem o contexto como forma de dar início aos estudos para agregar o conhecimento científico que os compõem, enfatizando a relevância da intencionalidade do professor ao exercer seu trabalho pedagógico de modo a envolver as "[...] convicções e opções sobre o destino do homem e da sociedade, e isso tem a ver diretamente com o nosso relacionamento com os alunos" (LIBÂNEO, 2013, p. 134). Pois destaca-se a relação intrínseca entre professor-conhecimento-estudantes ao viabilizar o processo de estudo por meio de um ensino que parte das vivências e experiências dos alunos, valorizando o contexto para as possíveis problematizações matemáticas.

Considera-se no contexto dos materiais utilizados, como "[...] os meios e recursos materiais utilizados pelo professor e pelos alunos para a organização e condução metódica do processo de ensino e aprendizagem" (LIBÂNEO, 2013, p. 191). Afinal, os recursos estão bem empregados no processo de ensino no que se descreve metodologicamente na articulação com os elementos da produção do ensino. Desse modo, as escolhas estão pautadas em uma organização de ensino capaz de contextualizar a realidade objetiva dos estudantes como ponto de partida para a problematização intencional do professor ao produzir com os estudantes o conhecimento científico, colocando-os no movimento de pensar.

Quadro III.

Cena III – O conceito matemático de 'opostos' na educação infantil (produção dos autores)

Contexto: Banner sobre o ensino de *opostos* para desenvolvimento com estudantes da educação infantil (4 e 5 anos).
Objetivos do ensino: [...] apropriação dos conceitos físico-matemáticos sobre opostos, oportunizados em momentos de vivências, experiencias e simulações por meio de uma televisão que apresente cinco conceitos sobre: alto e baixo; menino e menina; quente e frio; chuva e sol. **Metodologia:** [...] pensou-se sobretudo no interesse dos estudantes em participar da atividade de ensino, produzindo a partir de materiais manipuláveis, uma televisão, que, inclusive, liga-se na tomada para melhor iluminação, que manualmente existe um rolo que vai passando imagens de opostos para que as crianças possam perceber por meio das imagens a relação entre opostos. Mais do que observar os opostos sendo "transmitidos" pela televisão, os estudantes [...] terão a oportunidade de [...] selecionar imagens pra compor a cena [...] colocará as crianças no movimento de observação, simulação e possibilitará a aprendizagem dos opostos, sendo uma tarefa lúdica de interação e mediação constante do professor que organizou o ensino. **Avaliação:**[...] o material produzido [...] é um recurso que possivelmente colocará o estudante no movimento de interesse pela tarefa, sendo lúdico, colorido e pode chamar a atenção e ocasionar momentos e vivências de aprendizagem. A interação dos estudantes com o material e a interação do professor frente ao material e aos estudantes, pode ocasionar muitas aprendizagens matemáticas que se vincula ao cotidiano [...].

Na proposta de ensino voltada para a educação infantil, destaca-se a utilização de um recurso manipulativo, atraente aos sujeitos desta modalidade de ensino por ser colorido e lúdico, cumprindo o seu papel segundo Moretti (2007, p. 106), destacar o objetivo de “[...] colocar o sujeito que aprende diante da necessidade do conceito a ser ensinado”. Nessa perspectiva, a manipulação objetal dos alunos com o recurso criado pelos licenciandos para a aprendizagem dos opostos, pode-se concretizar na relação objetal e por meio das intervenções ‘constantes’ do professor, ao destacarem que as aprendizagens serão vinculadas ao cotidiano dos sujeitos. Dessa forma, acredita-se que “[...] é na relação com os objetos do mundo, mediada pela relação com outros seres humanos, que a criança tem a possibilidade de se apropriar das obras humanas e humanizar-se” (MOURA, *et al*., 2016, p. 30).

As escolhas para organizar o ensino de matemática demonstram-se intencionais e centradas no tipo (e qual) estudante deseja-se produzir conhecimento. Voltado para educação infantil, os licenciandos pensaram em um recurso que fosse capaz de criar interesses ao estudo, e, quando mediados e orientados pelo professor tivessem a oportunidade de ser contextual às vivencias e experiências dos alunos viabilizando a aprendizagem do conceito de opostos na educação infantil.

Quadro IV.

Cena IV – O conceito algébrico de equivalência por meio de materiais (produção dos autores)

Contexto: Banner sobre o ensino de *equações polinomiais do primeiro grau* para o sexto ano do ensino fundamental.
Objetivos do ensino: Apropriar do conceito de equação por meio da experimentação com uso de materiais concretos manipulativos. **Metodologia:** [...] acontecerá de forma interativa com a participação e cooperação entre estudantes e professor. [...] utiliza-se de uma balança de dois pratos, para que os estudantes se apropriem através da experimentação do conceito de equação de 1º [...] será realizada atividade interativa com a participação dos estudantes e com o uso dos materiais concretos [...] busca-se a construção do significado da igualdade [...] comparação de objetos, comparação de pesos, e a transição da linguagem natural para a linguagem matemática [...] será aplicado um desafio a turma para se avaliar se houve apropriação do conceito [...]. **Avaliação:** [...] o ensino de equações por meio de materiais manipulativos facilita a observação, a análise e a compreensão das operações algébricas, desenvolve o raciocínio lógico, crítico e científico do aluno, facilitando a resolução de problemas o que torna o processo de aprendizagem mais duradouro.

Apresenta-se a utilização de um recurso de ensino para apropriação do conceito de equação, contando com a relevância dos processos de mediação e articulação do professor ao organizar uma sequência de ações que viabilizem a aprendizagem dos sujeitos, não somente pela interação dos alunos com o recurso, mas levando em consideração um ensino que considera

"[...] articular objetivos e conteúdos com métodos e procedimentos de ensino que provoquem a atividade mental e prática dos alunos [...]" (LIBÂNEO, 2013, p. 264).

Ao considerar as escolhas dos licenciandos para organizar e desenvolver o ensino são levados em consideração a importância do recurso manipulativo, por intermédio da mediação do professor, capaz de oportunizar a aprendizagem dos sujeitos, pois a linguagem matemática é revestida de significado que, na perspectiva dos sujeitos podem proporcionar uma 'aprendizagem duradoura', a qual acredita-se ser a aprendizagem capaz de "[...] prover os indivíduos, metodologicamente, de formas de apropriação e criação de ferramentas simbólicas para o desenvolvimento pleno de suas potencialidades" (MOURA *et al*. 2016).

Quadro V.

Cena I – O ensino de mediana e altura de um triângulo qualquer por meio de recorte e colagem (produção dos autores)

Contexto: Banner sobre o ensino de *cevianas (mediana e altura do triângulo)* para o quarto ano do ensino fundamental.
Objetivos do ensino: [...] organizar uma situação de ensino de geometria por meio de recorte e colagem, desenvolvendo conceitos de mediana e altura num triângulo qualquer, e consequentemente a ideia de baricentro e ortocentro, respectivamente. **Metodologia:** [...] produção de conhecimento em que o estudante é o principal autor, não desfazendo do papel do professor que irá organizar de modo intencional cada ação do processo educativo, mas uma situação em que o estudante tenha oportunidade de experimentar o conhecimento produzido por ele mesmo. [...] utiliza-se de recortes de papelão em formato de triângulos, onde num primeiro momento os estudantes irão indicar e sinalizar por meio de traços, as três medianas do triângulo, percebendo que existe um ponto de encontro dessas medianas, caracterizado como BARICENTRO. Após determinado esse ponto, [...] solicitando aos estudantes que perfurem esse ponto no triângulo e coloquem um barbante fixado nele, percebendo que este ponto é o centro de massa do triângulo, ou seja o ponto de equilíbrio. [...] os estudantes irão, por meio de um esquadro traçar as alturas de um triângulo acutângulo, identificando o ponto determinado por elas, como ORTOCENTRO. Os pesquisadores irão problematizar com os estudantes [...] deixando que argumentem onde estará determinado o ORTOCENTRO nos triângulos obtusângulo e retângulo. **Avaliação:** [...] boa alternativa para que os estudantes percebam conceitos matemáticos por meio de seu fazer [...] descentralizando o professor e colocando-o como autor do processo. Percebe-se que nessa [...] intervenção do professor em organizar um ambiente propício para tal desenvolvimento, além das orientações e questionamentos que irão dar qualidade à aprendizagem [...].

Descreve-se no objetivo uma meta para o professor ao 'organizar uma situação de ensino', por sua vez voltada a aprendizagem dos alunos, ao considerar o desenvolvimento dos conceitos de cevianas com eles, pois mesmo caracterizando a intenção para o próprio professor, destaca-se que, "[...] objetivos contém a explicação pedagógica dos conteúdos" (LIBÂNEO, 2013, p. 139). As ações metodológicas, indicam a importância do professor ao esquematizar ordem dos procedimentos, dando qualidade ao processo de ensino e consequentemente de aprendizagem. Por intermédio das ações desenvolvidas pelo professor, destaca-se as possíveis aprendizagens dos conceitos de: baricentro e ortocentro. As escolhas para organização do ensino demonstram-se bem articuladas nas proposições dos objetivos, metodologia e avaliação, sobretudo nesta última, ao destacar o papel ativo dos estudantes, que, intencionalmente articulados às orientações do professor pode chegar ao conceito de duas cevianas por meio de suas relações objetais com os materiais propostos, considerando as orientações do professor para dar qualidade a aprendizagem.

Considera-se os momentos formativos na licenciatura e de modo específico as orientações coletivas para a produção dos *banners*, o entendimento de que, "[...] o sujeito pode desenvolver-se, que as funções ainda não dominadas por ele poderão ser internalizadas e, que as formas coletivas precedem as individuais e constituem sua fonte de origem" (MOURA, 2011b, p. 19). Que se verifica na realidade formativa e nas produções de ensino desenvolvida por eles, materializada nas cenas supracitadas. "Tanto a **organização do ensino** como a **seleção dos conteúdos** e **escolha dos métodos** trazem em si **concepções de base teórica** que justificam a natureza do processo que será conduzido" (DIAS; SOUZA, 2017, p. 199, grifos dos autores deste artigo).

Nota-se nas cenas uma articulação entre o conteúdo matemático com os conhecimentos pedagógicos, aos quais se descrevem em harmonia com os objetivos, metodologia e avaliação, pois acredita-se que, "[...] o conhecimento pedagógico está visceralmente ligado ao conhecimento disciplinar [...]" (LIBÂNEO, 2015, p. 12). Cabe ressaltar que a organização do ensino desenvolvida pelos licenciandos mantinham uma preocupação de como a aprendizagem aconteceria, fator justificável, pois no desenvolvimento da disciplina foram estudados alguns textos que enfatizavam a utilização de recursos de ensino capazes de oportunizar a aprendizagem. Por meio das vivências e experiências dos licenciados ao longo de seus processos formativos, estes fizeram eleições entre essa ou aquela estratégia de ensino partindo de seus interesses e o tipo de estudantes que se tem – ao considerar o conteúdo e objetivo de ensino para determinado ano escolar – ao, que tipo de estudante se deseja formar, pois "Impulsionados por motivos pessoais, os professores explicitam e negociam [...] sua intencionalidade educativa" (ARAÚJO; CAMARGO; TAVARES, 2002, p. 07).

Diante do exposto, caracteriza-se o processo de escolhas para organização do ensino de matemática por sujeitos em formação inicial três elementos principais: a) as orientações teórico-metodológicas que os sujeitos tem, por exemplo, ao ter a consciência manifestada na forma de pensamento de que tipo de ensino poderá oportunizar aos estudantes melhores possibilidades de aprendizagem, ou, até mesmo a base teórica que sustenta as ações que serão desenvolvidas durante o ensino de matemática; b) as vivências e experiências dos licenciandos ao longo de sua trajetória formativa, ao levar em consideração os momentos em que percebem o que é e como fazer uma boa organização do ensino e; c) as necessidades, motivos e interesses que podem ter ao organizar o ensino, elemento de grande destaque perceptível às cenas ao preocupar com o processo de aprendizagem, orientados, sobretudo, pelos aspectos que poderão promover uma aprendizagem de qualidade por meio do exercício da docência.

Algumas considerações

Diante do exposto, acredita-se que na formação inicial, no momento da organização e desenvolvimento do ensino, os futuros professores se orientam e sustentam suas escolhas na perspectiva de se perceberem como tal, na relação de constituição de sua identidade profissional estando imbricados os elementos constituintes da docência, ao qual percebe-se como multideterminado. Nesse amplo panorama de possibilidades, destacam-se as três desenvolvidas no texto, com ênfase nas orientações teórico-metodológicas, vivencias e experiências formativas e necessidades e motivos para organizar o ensino de matemática, que, em articulação intencional podem promover um ensino capaz de oportunizar o estudo que promove o pensamento dos estudantes.

Referências

Araújo, E. S., Camargo, R. M. & Tavares, S. C. A. (2002). A formação contínua de trabalho: o projeto como atividade. In: *Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino* (ENDIPE). Anais. Goiânia.

Araújo, E. S., & MORAES, S. P. G. (2017). Dos princípios da pesquisa em educação como Atividade. IN. Moura, M. O. (Org.) *Educação escolar e a pesquisa na teoria histórico-cultural.* São Paulo: Edições Loyola. [p. 47-70]

Damiani, M. F., Rochefort, R. S., Castro, R. F., Dariz, M. R., & Pinheiro, S. S. Discutindo pesquisas do tipo intervenção pedagógica. *Cadernos de Educação* | FaE/PPGE/UFPel. Pelotas [45] 57 – 67, maio/agosto 2013.

Dias. M. S., & Souza. N. M. M. (2017). A atividade de formação do professor na licenciatura e na docência. IN. Moura, M. O. (Org.) *Educação escolar e a pesquisa na teoria histórico-cultural*. São Paulo: Edições Loyola. p. 183-209.

Libâneo, J. C. (2008). Teoria Histórico-Cultural: objetivações contemporâneas para o ensino, a aprendizagem e o desenvolvimento humano. Texto da conferência de abertura da *VII Jornada de Ensino de Marília*, promovido pelo Curso de Pedagogia da UNESP-Marília, 12 a 14 de agosto.

Libâneo, J. C. (2013). *Didática*. 2 ed. São Paulo: Cortez, 2013.

Libâneo, J. C. (2015). Formação de Professores e Didática para Desenvolvimento Humano. *Educação & Realidade*, Porto Alegre, v. 40, n. 2, p. 629-650, abr./jun. http://dx.doi.org/10.1590/2175-623646132

Moraes, S. (2008). *Avaliação do processo de ensino e aprendizagem em matemática: contribuições da teoria histórico-cultural*. Tese (Doutorado em Educação: Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade de São Paulo, São Paulo.

Moretti, V. D. (2007). *Professores de Matemática em Atividade de Ensino*: uma perspectiva histórico-cultural para a formação. Tese de doutorado. São Paulo: Faculdade de Educação. Universidade de São Paulo.

Moura, M. O. (2011). A aprendizagem inicial do professor em atividade de ensino. In: Lopes, A. R. L.V., Trevisol, M. T. C., & Pereira, P. S. (Orgs.). *Formação de professores em diferentes espaços e contextos*. Campo Grande, MS: Editora UFMS. p. 87-102.

Moura, M. O. (Org). (2016). *A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural.* 2ª ed. Campinas, SP. Autores Associados.

Silva. M. M. (2014). *Estágio Supervisionado*: o planejamento compartilhado como organizador da atividade docente. Dissertação - Mestrado em Educação Ciências e Matemática da Universidade Estadual de Goiás. Goiânia.

Vigotski, S. L. (1991). *Pensamento e Linguagem*. São Paulo: Martins Fontes.

IX CIBEM Congresso Iberoamericano de Educação Matemática 05 a 09 de dezembro de 2022

Uma reflexão sobre o currículo de formação de professores de matemática do 1º ciclo do ensino secundário angolano: Apontando caminhos de contextualização cultural pela via da Etnomatemática

A reflection on the curriculum for training mathematics teachers of the 1st cycle of Angolan secondary education: Pointing out ways of cultural contextualization through Ethnomathematics

Una reflexión sobre el currículo para la formación de profesores de matemáticas del 1° ciclo de la educación secundaria angoleña: Señalando caminos de contextualización cultural a través de la Etnomatemática

Ezequias Adolfo Domingas Cassela[201]
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
https://orcid.org/0000-0001-7703-0097

Ana Lúcia Manrique[202]
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
https://orcid.org/0000-0002-7642-0381

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam Matemática

Resumo

O presente estudo objetiva-se em fazer uma reflexão sobre o currículo de formação de professores do 1º ciclo de ensino secundário angolano, com destaque ao de Matemática, buscando identificar as condições que concorrem para a superação das insuficiências registradas durante os últimos anos no sistema de educação angolano, bem como as aberturas que permitem o diálogo entre as diferentes culturas angolanas como fator determinante na otimização de oportunidades de aprendizagens em sala de aulas, com vista a obtenção de caminhos que valorizam o contexto sociocultural do aluno. Para tal, nos servimos de um estudo reflexivo-teórico, pois tratou de apreciar criticamente o referido currículo e documentos conexos. Para a revisão da literatura que sedimentou o rigor científico do referido estudo, nos servimos da pesquisa bibliográfica. Os resultados da reflexão, revelam uma falta de inclusão cultural, o que levou os autores a apontar caminhos de contextualização pela via da Etnomatemática.
Palavras-chave: Currículo, Formação de professores, contextualização cultural, Etnomatemática.

Abstract

The present study aims to reflect on the training curriculum for teachers of the 1st cycle of Angolan secondary education, with emphasis on Mathematics, seeking to identify the conditions that contribute to overcoming the insufficiencies registered during the last years in the system of Angolan education, as well as the openings that allow dialogue between the

[201] ezequiasadolfo@hotmail.com
[202] analuciamanrique@gmail.com

different Angolan cultures as a determining factor in the optimization of learning opportunities in the classroom, with a view to obtaining paths that value the sociocultural context of the student. To this end, we used a reflective-theoretical study, as it tried to critically appreciate the aforementioned curriculum and related documents. To review the literature that established the scientific rigor of the aforementioned study, we used bibliographic research. The results of the reflection reveal a lack of cultural inclusion, which led the authors to point out ways of contextualization through Ethnomathematics.
Keywords: Resume; Teacher training; cultural contextualization; Ethnomathematics.

Resumen

El presente estudio tiene como objetivo reflexionar sobre el currículo de formación de profesores del 1° ciclo de la enseñanza secundaria angoleña, con énfasis en Matemáticas, buscando identificar las condiciones que contribuyen a la superación de las insuficiencias registradas durante los últimos años en el sistema de educación angoleño, como así como las aperturas que permitan el diálogo entre las diferentes culturas angoleñas como factor determinante en la optimización de las oportunidades de aprendizaje en el aula, con vistas a la obtención de caminos que valoren el contexto sociocultural del alumno. Para ello, utilizamos un estudio teórico-reflexivo, pues trató de apreciar críticamente el currículo mencionado y los documentos relacionados. Para revisar la literatura que estableció el rigor científico del estudio mencionado, utilizamos la investigación bibliográfica. Los resultados de la reflexión revelan una falta de inclusión cultural, lo que llevó a los autores a señalar caminos de contextualización a través de la Etnomatemática.
Palabras clave: Currículo, Formación docente, contextualización cultural, Etnomatemáticas.

Introdução

A educação em Angola, país situado na África Austral, constitui um processo que visa preparar o indivíduo para as exigências da vida política, econômica e social, visando à formação harmoniosa e integral do homem, tendo sido consagrada por lei como um direito para todos os cidadãos, independentemente do sexo, raça, etnia e crença religiosa. Desde 1978 que o governo angolano começou a engajar-se afincadamente na implementação de um sistema educativo que estivesse em correspondência com as necessidades socioculturais do estado em oposição à um sistema educativo imposto pelo colonizador que predominou durante um tempo de aproximadamente quinhentos (500) anos.

O processo de organização com vista a pensar Angola na perspectiva de desenvolvimento em dimensões diferenciadas no período após proclamação da independência, ficou duramente afetado por uma outra guerra civil que teve o seu fim em 4 de abril de 2002. Esse fato influenciou negativamente o desenvolvimento progressivo da Educação no país, torna-o dependente de modelos curriculares importados do exterior do país. Tal situação, foi anulando em passos lentos as influências das manifestações emergentes da matriz cultural angolana no sistema educativo. No decorrer dos anos, segundo informações sistematizadas pelo Instituto Nacional de Investigação em Educação de Angola, o país começou a ressentir consideráveis consequências neste quesito, tais como: dificuldades na adaptação do currículo importado nas diferentes realidades sociais e culturais do país, identificadas, fundamentalmente na gestão do processo formativo, conduzindo assim os formandos para um perfil de saída menos desejado; promoção de uma formação geral, abstrata, repetitiva, sem valorização dos conhecimentos de contexto, provocando a fraca qualidade de ensino.

Movido pela intenção de inverter esse quadro, o governo angolano aprovou em 2001 uma nova Lei de Bases do Sistema Educativo, Lei 13/01 de 31 de dezembro, que definiu um novo currículo para a formação de professores do 1º ciclo do Ensino Secundário. Neste sentido, é olhando neste currículo definido que pretendemos, por meio deste artigo, fazer uma reflexão com vista a apontar caminhos para a sua contextualização cultural, para tal, desenvolveu-se esta pesquisa a qual está encaminhada a responder as seguintes questões: (1) O currículo definido tem condição para superar as insuficiências anteriores? (2) O currículo permite estabelecer o diálogo entre as diferentes culturas angolanas com vista a otimização de oportunidades de aprendizagens em sala de aulas? (3) As teorias assumidas que sustentam a sua estrutura epistemológica e o seu modelo pedagógico dão conta da valorização do contexto sociocultural do aluno? (4) Que caminhos contribuem para a contextualização cultural do referido currículo? Portanto, apresenta-se inicialmente uma breve abordagem conceitual de currículo, seguida da metodologia, na sequência faz-se uma apreciação crítica ao referido currículo, posteriormente apontam-se os caminhos para a sua contextualização, finalmente tem-se as considerações finais.

Partindo dos conceitos de currículo

A ideia de currículo abarca diversas reflexões encaminhadas no sentido de se minimizar as incertezas e ambiguidades que giram entorno de seus conceitos e perspectivas, bem como dos seus saberes e significados em diferentes contextos educativos. Nisto, vários autores têm se dedicado em promover discussões de várias ordens em sua volta. São exemplos disso: Grundy (1998), Sacristán (2000), da Silva et. al (2012), Sacristán et. al. (2013), Araújo et. al (2020), Miranda et. al (2021). Neste sentido, consideramos importante desenvolver a presente reflexão na base de um referencial teórico dos autores aludidos do ponto de vista conceitual. Para tal, referencia-se aqui a ideia de currículo, segundo escreve Sacristán et. al (2013, p.17),

> Em sua origem, o currículo significava o território demarcado e regrado do conhecimento correspondente aos conteúdos que professores e centros de educação deveriam cobrir; ou seja, o plano de estudos proposto e imposto pela escola aos professores (para que o ensinassem) e aos estudantes (para que o aprendessem). De tudo aquilo que sabemos e que, em tese, pode ser ensinado ou aprendido, **o currículo a ensinar** é uma seleção organizada dos conteúdos a aprender, os quais, por sua vez, regularão a prática didática que se desenvolve durante a escolaridade.

A discussão conceitual do currículo vai se tornando amplamente difundida na medida em que se vão manifestando diferentes pontos de vistas e perspectivas alternativas que determinam a visão pedagógica em determinadas realidades específicas. É na base de pensar o currículo escolar dentro da matriz de uma identidade cultural específica que pretendemos desenvolver a presente reflexão sobre o currículo de formação de professores de Matemática do 1º ciclo do ensino secundário angolano.

Segundo o Instituto Nacional de Investigação e Desenvolvimento da Educação (INIDE), o currículo de formação de professores do 1º ciclo do ensino secundário foi definido pela Lei de Bases do Sistema de Educação e Ensino de Angola, Lei 13/01 de 31 de dezembro, como um subsistema do ensino secundário geral a ser realizado nas Escolas de Formação de Professores, Instituto Nacional de Educação Física e Instituto Nacional de Formação Artística e Cultural, embora a atual lei aponta a sua realização para as instituições de ensino superior, o seu funcionamento continua obedecendo os pressupostos anteriores.

Metodologia

Esta pesquisa foi desenvolvida com base a um estudo teórico-reflexivo, pois tratou-se de analisar e apreciar criticamente o currículo de formação de professores do 1º ciclo do ensino secundário angolano, com um olhar atento ao de Matemática. Para a revisão da literatura inerente ao estudo, cuja abordagem sedimentou o rigor científico e a sustentabilidade teórica da referida reflexão, assim como o levantamento dos documentos que conferem legitimidade na implementação do respetivo currículo, como é o caso das Leis 13/01, 17/16 e 32/20, nos servimos da pesquisa bibliográfica, que de acordo com Gil (2002, p. 3), "é desenvolvida com base em material já elaborado, constituído principalmente de livros e artigos científicos".

Um olhar crítico ao Currículo de formação de professores do 1º ciclo do Ensino secundário angolano. Necessidade de sua contextualização cultural

A implementação do currículo escolar como um instrumento regulamentador do ensino e aprendizagem deve considerar os aspectos multimodais inerentes a cultura do povo, fundamentalmente as manifestações dos princípios e valores que são transmitidos, visando a educação do povo nesse contexto. Dito de outro modo, é necessário que se tenha em conta que a visão social, histórica e cultura dos povos precede qualquer visão educativa escolar.

Face ao exposto, é comum sublinhar que o conceito de educação em sentido amplo manifestou-se desde os tempos mais recuados no âmbito da matriz cultural angolana por meio de diferentes vias e formas. Cambuta (2021, p.43), em sua tese de doutorado, apresentada e defendida na Universidade Estadual Paulista, nos ajuda a ressaltar melhor este argumento, ao salientar que "[...] a educação em Angola é tão antiga quanto a existência humana, ou seja, a educação sempre existiu, embora de forma rudimentar ou não sistematizada como se verifica nos dias de hoje." Alinhado a este pensamento, Neto (2010) leva-nos ao entendimento de que a educação dos povos de Angola nos períodos mais antigos era passada pela oralidade e contribuiu na preservação de valores referentes à cultura, a língua, bem como na orientação de diversos grupos.

As abordagens apresentadas pelos referidos autores, propiciam a compreensão da existência de registros culturais, valores e significados próprios nas diferentes culturas angolanas que não devem ser anulados ou desqualificados, pelo contrário, devem ser considerados na materialização de políticas curriculares. Importa ressaltar, neste âmbito, que não se trata de negar ou rejeitar a prática curricular prescrita, mas que a flexibilização desejada, passe pelo reconhecimento de racionalidades atinentes a prática social, as crenças e valores, língua ou dialetos dos povos. Condé (2004) sedimenta esse pensamento ao pontuar que "os critérios de nossa racionalidade podem ser estabelecidos nas práticas sociais".

Trata-se de promover práticas pedagógicas que levem em conta não só a forma de como os conceitos científicos são produzidos pela ciência de referência, mas também entendendo que a formação integral dos alunos, que esteja à altura das necessidades de sua realidade, busque enquadrar o ensino das ciências dentro de contextos socioculturais específicos, sem deixar de fora as dimensões políticas, econômicas e sociais da sociedade. Nesta perspectiva, é necessário que se pense além da dimensão didática das disciplinas a serem ensinadas, os conteúdos a serem trabalhados devem ser significativos para vida do aluno e estarem vinculados aos seus contextos, por outro lado, é necessário eliminar o caráter eurocêntrico nas bases epistemológicas da estrutura curricular concebida em Angola, o qual no lugar de autorizar o aluno para uma formação cidadã, marginaliza, descrimina, nega ou rejeita os seus hábitos e costumes.

Olhando para o Currículo de Formação de Professores do 1º Ciclo do Ensino Secundário, inicialmente de forma geral e da Matemática, de forma particular, tendo em conta a sua estrutura, é comum a observância de uma tendência fundamentada em padrões ocidentais, orientada a ignorar ou mesmo menosprezar a história dos alunos, por meio da perspectiva eurocêntrica do conhecimento. A soberba eurocêntrica do conhecimento científico teve as suas primeiras notoriedades na época do século XVIII, quando se criaram as condições para o surgimento da ciência moderna. (FOUCAULT, 2002) Para o referido autor a essa época, conhecida como o iluminismo, foi marcada por “um imenso e múltiplo combate dos saberes uns contra os outros” (FOUCAULT, 2002, p. 214). Na sequência o referido autor afirma que,

> Nesse processo de luta entre saberes, houve a intervenção do Estado mediante quatro procedimentos: o primeiro é a eliminação e a desqualificação daqueles saberes considerados inúteis ou insignificantes; o segundo é o processo de normalização operado entre saberes para ajustá-los uns aos outros a fim de torna-los intercambiáveis; o terceiro procedimento é a classificação hierárquica, que permite distribuir os conhecimentos em escalas do mais simples ao mais complexo, ou do específico ao geral; e, por último, a centralização piramidal, que possibilita o controle e a seleção dos conteúdos que passarão a constituir a ciência (IBDEM, 2002, p. 214).

O pensamento que se pode considerar olhando para a descrição de Foucault (2002) é o de que a responsabilidade inerente ao processo de organização do conhecimento, com vista a definição daquilo que pode ser chamado científico, que pode ser verdadeiro ou falso nas diferentes áreas do conhecimento, bem como a definição de disciplinas; a organização curricular, esteve sempre ao cuidado da civilização ocidental. Diante deste fato, Knjnik at al. (2012, p.16), no seu livro intitulado “Etnomatemática em movimento”, buscam fazer algumas reflexões no âmbito da Educação Matemática, colocando as seguintes questões: “quais saberes contam como “verdades” nas aulas de Matemática? Quais são desqualificados como saberes matemáticos no currículo escolar? Quem tem a legitimidade para definir isso?”

As questões levantadas por estes autores conduzem-nos ao entendimento de que os saberes curriculares tidos como universais, são para poucos, concebidos de acordo com o ponto de vista daqueles que têm a legitimidade de fazê-lo, excluindo deste modo os saberes nativos emergentes das culturas de povos específicos. Ginsnburg (1978, p. 42-43), em suas abordagens opõe-se a esta perspectiva, ao assinalar que,

> [...] ensinar as competências básicas seria mais eficaz se os currículos estivessem orientados para os estilos particulares de cada cultura". "Para as crianças africanas, as respostas parecem óbvias: para serem eficazes, os currículos devem conseguir responder as necessidades da cultura local.

O Currículo de Formação de Professores do 1º ciclo do Ensino Secundário angolano, estabeleceu um plano de estudo caraterizado pela aglutinação das disciplinas em quatro grupos: formação geral (foi desenhada com objetivo de dar ao futuro professor uma visão global científica), formação específica (asseguram o fundamento científico-pedagógico para o exercício da atividade docente), formação profissional (consta disciplinas que asseguram a formação profissional do candidato à docência) e por último, tem-se a formação facultativa (inclui disciplinas como : Línguas Nacionais e Estrangeiras, Expressões Artísticas e Fotografias).

Do nosso ponto de vista, as quatro áreas que compõem o plano de estudo para a Formação de Professores do 1º ciclo do Ensino Secundário angolano estão mais orientadas à conduzir os futuros professores para o domínio dos objetivos de conhecimentos e de como ensiná-los, do que para a exigência de um conhecimento largo de cultura dos povos conducentes à um prévio reconhecimento dos contextos sociais, históricos e culturais dos alunos, embora se tenha destacado um campo aberto relativo a formação facultativa, onde se menciona as línguas nacionais, ainda assim, tal utilidade não passa de efeitos retóricos, uma vez que não se define uma estrutura orientadora para a preparação dos futuros professores para a pesquisa de ideias e práticas nas suas comunidades culturais, étnicas e linguísticas, com vista à incorporação destas nas suas práticas de ensino.

O currículo em questão não abre portas para os materiais de várias culturas, com vista a valorizar os conhecimentos culturais de seus alunos, otimizando assim oportunidades de aprendizagens autónomas por meio de elementos culturais introduzidos nos manuais didáticos. Embora na definição do perfil de saída do professor do 1º ciclo do ensino secundário, concretamente na alínea a) do ponto nº.2, referente ao nível do saber-fazer, tenha manifestado tal intenção, ainda assim, as orientações didáticas gerais não dão contam do exposto, porque para além de não deixar claro como isto será feito dentro da estrutura curricular, assume para a sua estrutura epistemológica a Teoria Construtivista de Jean Piaget, conforme o descrito que se segue: "[...] estas estruturas, para as quais o construtivismo, de J. Piaget, chamou a atenção, desempenham uma função mediadora nas relações com o meio e são, como tal determinantes na aquisição do conhecimento." (INIDE, 2004, p. 29) Em outro momento, assinala o seguinte:

> Segundo o construtivismo o conhecimento implica sempre um processo de reconstrução e construção no qual o sujeito, em interação com os outros, tem o papel de ator e autor. Essa construção é consentânea com os processos de desenvolvimento e maturação do indivíduo, a sua marcha no sentido de uma autonomia cognitiva e ética em colaboração com os seus pares. (INIDE, 2004, p. 29)

De ressaltar que é a teoria construtivista de Piaget que orienta a prática curricular em Angola e, em sua obediência, a transição de uma classe para outra no ensino de base está condicionada na idade do sujeito, tendo como justificativa a influência da maturação na aprendizagem, o que tem gerado muita revolta por parte dos pais de várias crianças angolanas, visto que muitas delas são obrigadas a voltar para as classes anteriores quando a sua idade é considerada inferior com respeito a idade regulamentada, mesmo tendo sido aprovadas de classe. Diante deste fato, apelamos o seguinte: embora o construtivismo de Jean Piaget conduz à construção do saber, bem como ao desenvolvimento da autonomia do aluno, como uma condição genuína para a aprendizagem, vários pesquisadores a consideram problemática, por olhar apenas as bases epistemológicas, sem considerar o conjunto de influências implícitas do contexto social do aluno sobre a sua aprendizagem, conforme descreve Radford (2021, p.64-65).

> Esse conceito de saber como construção foi apresentado por Piaget em sua epistemologia genética e foi amplamente adotado na Educação Matemática, onde foi dada ênfase à dimensão pessoal da construção do saber: você e somente você pode construir seu próprio saber. Nessa visão, o saber não é algo que alguém possa construir e passar para o outro; o que você sabe é o resultado de sua própria experiência. Como muitos pesquisadores observam, tal visão do saber é problemática por muitas razões. Por exemplo, deixa pouco espaço para explicar o importante papel dos outros e da cultura material na forma como chegamos a saber, implicando uma visão simplista da organização, interação, intersubjetividade e dimensão ética; elimina o papel crucial das instituições sociais e os valores e tensões que elas transmitem. E além disso des-historiza o saber.

Por outro lado, o referido autor afirma que "as abordagens socioculturais divergem muito das construtivistas. Convergem, porém, em sua oposição à pedagogia transmissiva e sua ênfase na importância do envolvimento dos estudantes com ele". (RADFORD, 2021, p.45) Neste sentido, para uma formação cidadã de futuros professores do 1º ciclo do ensino secundário angolano, que visa a criação didática de sujeitos reflexivos, criativos, autônomos e que se posicionem criticamente em discursos assentes em padrões tradicionais, é necessário considerar as suas realidades política, social, histórico e cultural. Essa perspectiva caminha paralelamente com o enfoque histórico-cultural de Vygotsky o qual concebe o papel do professor como o de formar diferentes personalidades que sejam ativas, independentes, criativas, sensíveis e comprometidas com que acontece no seu contexto. Sedimentando esse ponto de vista, Radford (2021, p. 66) afirma:

> O saber se apresenta, portanto, como uma fonte de empoderamento. Nesse contexto, o saber não existe na cabeça dos indivíduos. Não é uma entidade psicológica ou cognitiva, mas uma entidade histórico-cultural. O saber é um arquétipo histórico de ações coletivas. O saber existe na cultura e emerge e muda continuamente por meio da atividade humana. De fato, por meio de sua atividade, os indivíduos acionam o saber e o colocam em movimento, o saber se mostra e se materializa em algo perceptível, sensível, concreto. A materialização do saber é o que chamaremos de conhecimento. Em outras palavras o conhecimento é uma encarnação do saber.

Diante destas colocações, é comum admoestarmos aos especialistas o cuidado que se deve ter ao definir as bases curricular de um sistema de ensino à luz de um pressuposto teórico que o possa reger. Sacristán (sd. p.13) reforça essa chamada de atenção, ao afirmar que "é necessário certa prudência inicial frente a qualquer colocação ingênua de índole pedagógica que se apresente como capaz de reger a prática curricular ou, simplesmente, de racionalizá-la". De realçar que a visão que norteia essa reflexão crítica é a de lembrar de bom tom, que não se pode perder de vista a ideia de que o conhecimento é um produto da cultura e que deve se considerar isso na ideia de currículo.

Portanto, em atenção ao anteriormente descrito, importa afirmar que, para que se tenha um currículo que contemple o tratamento didático, metodológico orientado para a contextualização, a diversificação cultural e a transdisciplinaridade, se torna necessário olhar para a seguinte observação de D'Ambrosio (2001, p. 43): "[...] conhecer e assimilar a cultura do dominador se torna positivo desde que as raízes do dominado sejam fortes. Na educação matemática, a etnomatemática pode fortalecer essas raízes." É nessa perspectiva, que somos conduzidos a apontar alguns caminhos de contextualização do ensino da matemática pela via da Etnomatemática.

Apontando caminhos de contextualização cultural pela via da Etnomatemática

Os caminhos de contextualização cultural do currículo de formação de professores de Matemática do 1º ciclo do ensino secundário angolano, passa pelo estabelecimento de uma exigência larga de conhecimentos culturais na preparação dos futuros professores, com vista ao reconhecimento de outros modos de pensar matemática, que são aprendidos em determinados contextos específicos. Neste sentido, a definição de uma disciplina de consumo obrigatório na grelha curricular, com orientação teórica e prática, que trata do ensino das culturas dos povos angolanos, promovendo metodologias para a inclusão e diálogo de várias culturas em sala de aulas, seria um caminho natural.

Para se conseguir tal desiderato, a Etnomatemática joga um importante papel, pois ajudará os futuros professores a observar as principais atividades desenvolvidas na realidade social, cultural e natural do povo com vista a identificação de artefatos que "escondem" conhecimentos com significado matemático (Etno); a registrar toda informação e técnicas ligadas a produção desses artefatos afetos a realidades desses povos (matema), bem como extrair conhecimentos matemáticos escondidos nesses artefatos para serem utilizados nas aulas de matemática (tica), em conformidade com a seguinte informação sistematizada por Bernardi e Caldeira (2011, p.13), ao afirmarem que " [..] a Etnomatemática pretende desenvolver ações na área da Educação Matemática que permitam contextualizar os conteúdos académicos abordados na sala de aula numa dimensão sociocultural".

Gerdes (1994, p. 11), por sua vez, em suas abordagens, reforça a utilidade da Etnomatemática como uma via para a contextualização cultural do ensino de Matemática, ao pontuar o seguinte: "[...] um dos objetivos da investigação "Etnomatemática" consiste na procura de possibilidades de enquadrar melhor o ensino da Matemática no contexto cultural dos estudantes e professores". Nesta perspectiva, a Etnomatemática é vista como uma proposta pedagógica de intervenção sociocultural com respeito ao ensino de Matemática, tal como se observa na informação que se segue:

> A etnomatemática propõe uma pedagogia viva, dinâmica, de fazer o novo em resposta a necessidades ambientais, sociais, culturais, dando espaço para a imaginação e para a criatividade. É por isso que na pedagogia da etnomatemática, utiliza-se muito a observação, a literatura, a leitura de periódicos e diários, os jogos, o cinema, etc. Tudo isso, que faz parte do cotidiano, tem importantes componentes matemáticos. (D'AMBROSIO, 2008, p. 4)

Segundo Rodrigues, Rosa e Orey (2021, p. 6), apoiando-se no pensamento pautado por Rosa e Orey (2007), afirmam que:

> A utilização do Programa Etnomatemática como uma ação pedagógica deve ser direcionada para o desenvolvimento de práticas escolares que são centradas no conhecimento tacitamente adquirido pelos alunos (background) em seu próprio contexto sociocultural. Contudo, considerando também o acesso ao conjunto de oportunidades e possibilidades futuras que são oferecidas nesse contexto

> (foreground). Isso significa que é necessário considerar os contextos: social, cultural, político, econômico e ambiental, nos quais os alunos estão inseridos, em conjunto com as suas aspirações futuras.

Nessa perspectiva, D'Ambrosio apresenta uma nova direção pela qual o currículo deve orientar-se, sugerindo uma contextualização da Matemática em uma dimensão cultural, para que os alunos saiam da escola preparados para viver em sociedade e dotados de capacidade crítica:

> A alternativa que proponho é orientar o currículo matemático para a criatividade, para a curiosidade e para crítica e questionamento permanentes, contribuindo para a formação de um cidadão na sua plenitude e não para ser um instrumento do interesse, da vontade e das necessidades das classes dominantes. A invenção matemática é acessível a todo indivíduo e a importância dessa invenção depende do contexto social, político, econômico e ideológico. (D'AMBROSIO, 2008, p. 7)

Concordando com essa proposta apresentada, Rosa e Orey (2012, p.876), enfatizam o seguinte:

> Um currículo matemático escolar baseado na perspectiva da etnomatemática combina os elementos-chave do conhecimento local com os da academia em uma abordagem dialética, permitindo que os alunos gerenciem a produção do conhecimento e dos sistemas de informações extraídas da própria realidade, e apliquem criativamente esse conhecimento em outras situações.

Contudo, considera-se que dentro da Etnomatemática pode ser encontrada uma estrutura, com um sistema próprio de conhecimento tácito, capaz de dar solução a determinadas situações-problema inerentes ao contexto sociocultural e que pode dialogar com o conhecimento escolar/acadêmico por meio de translações e contextualizações próprias, visando o ensino de Matemática em uma dimensão cultural.

Considerações finais

Este estudo procurou fazer uma reflexão em torno do currículo de formação de professores do primeiro ciclo do ensino secundário angolano, nesta perspectiva, as referências teóricas que sustentaram a base desta reflexão nos ajudaram não só a identificar as principais debilidades emolduradas no currículo em causa que fragilizam os pilares do ensino e aprendizagem, na perspectiva da contemplação da cultura do aluno, como também nos ajudaram a perceber que uma formação integral dos alunos passa pela contextualização do ensino.

A relevância desta reflexão está em apontar a Etnomatemática como uma via que ajudará os futuros professores de matemática a pensarem além da dimensão didática das disciplinas a serem ensinadas e tornarem os conteúdos a serem trabalhados significativos para a vida do aluno e estarem vinculados aos seus contextos.

Referências

ARAÚJO, Osmar Hélio Alves; MARTINS, Elcimar Simão. Estágio curricular supervisionado como práxis: algumas perguntas e possíveis respostas. **Reflexão e Ação**, 2020, 28.1: 191-203.

ASSEMBLEIA DA REPÚBLICA DE ANGOLA. Lei nº. 13/01 de 31 de dezembro de 2001. Lei de Base do Sistema de Ensino de Angola nº 17/16. **Diário Oficial da República de Angola**: I série – nº 65. Luanda: Imprensa Nacional – E.P, 2001.

ASSEMBLEIA DA REPÚBLICA DE ANGOLA. Lei nº. 17/16 de 7 de outubro de 2016. Lei de Base do Sistema de Ensino de Angola nº 17/16. **Diário Oficial da República de Angola**: I série – nº 170. Luanda: Imprensa Nacional – E.P, 2016.

CAMBUTA, Aristides Jaime Yandelela. **Um olhar sobre as práticas de leitura dos estudantes do primeiro ano da escola superior pedagógica do Bié-Angola**. 2021.

CONDÉ, Mauro Lúcio Leitão. **As teias da razão**: Wittgenstein e a crise da racionalidade moderna. Belo Horizonte: Argvmentvm, 2004.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **O Programa Etnomatemática**: uma síntese/The Ethnomathematics Program: A summary. Acta Scientiae, 2008, 10.1: 07-16.

D'AMBROSIO, Ubiratan: **Etnomatemática. Elo entre as tradições e a modernidade**. Belo Horizonte, 2007.

DA SILVA NETO, Teresa José Adelina. **História da Educação e Cultura de Angola: grupos nativos, colonização ea indepêndencia**. Zaina editores, 2010.

DA SILVA THIESEN, Juares. **O que há no" entre" teoria curricular, políticas de currículo e escola?** Educação, 2012, 35.1: 129-136.

DOS SANTOS BERNARDI, Lucí TM; CALDEIRA, Ademir Donizeti. Educação escolar indígena, matemática e cultura: a abordagem etnomatemática. **Revista Latinoamericana de Etnomatemática Perspectivas Socioculturales de la Educación Matemática, 2011, 4.1: 21-39.**

FOCOULT, Michel. **Em defesa da sociedade: curso no College de France** (1975-1976). 3. Ed. São Paulo: Martins Fontes, 2002.

GERDES Paulus. **Geometria Sona: Reflexões sobre uma tradição de desenho em povos da África ao sul do Equador.** V. 3. Instituto Superior Pedagógico. Maputo, Moçambique, 1994.

GIL, Antônio Carlos. "**Como classificar as pesquisas." Como elaborar projetos de pesquisa** 4.1 (2002): 44-45**.**

GINSBURG, Herbert. Poor children, African mathematics, and the problem of schooling. **Educational Research Quarterly**, 1978.

GRUNDY, S. **Producto o praxis del currículo**. Madrid: Morata, 1998.

INIDE. **Programa de Matemática: formação de professores do I Ciclo do ensino secundário. Luanda, Angola**. 2005.

KNIJNIK, Gelsa; WANDER, Fernanda; GIONGO, Ieda, Maia; DUARTE, Claudia Glavam. **Etnomatemática em movimento**. Belo Horizonte, 2009.

MARTINS, Elcimar Simão. **Formação contínua e práticas de leitura**: o olhar do professor dos anos finais do ensino fundamental. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2014.

PACHECO, Richar Jacobo Posso, et al. Educación Física Interdisciplinaria ecuatoriana en el contexto dela covid-19. **Acción**, 2021, 17.

RADFORDE, Luís. **Teorias da objetivação: uma perspectiva Vygostskiana sobre conhecer e vir a ser no ensino e aprendizagem da matemática**. Ed. Livraria da Física. 2021

RODRIGUES, Jéssica; OREY, Daniel Clark; ROSA, Milton. Propondo as trilhas de matemática como uma ação pedagógica para a (re) descoberta do conhecimento matemático fora das salas de aula. **TANGRAM-Revista de Educação Matemática**, 2021, 4.1: 24-45.

SACRISTÁN, José Gimeno. **O Currículo-: Uma Reflexão sobre a Prática**. Penso Editora, 2000.

SACRISTÁN, José Gimeno; GÓMEZ, AIP. **O que significa o currículo. Saberes e incertezas sobre o currículo**. Porto Alegre: Penso, 2013, 16-35.

ROSA, Milton; OREY, Daniel Clark. O campo de pesquisa em etnomodelagem: as abordagens êmica, ética e dialética. **Educação e Pesquisa**, 2012, 38: 865-879.

Os microprojetos: uma experiência significativa na formação inicial de professores em aulas remotas

Micro-research projects: a significant experience in virtual classes of the initial education of teachers

Los microproyectos de investigación: una experiencia significativa en la formación inicial de maestros en clases remotas

Edwin David Tamayo Martínez [203]
Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho"
https://orcid.org/0000-0002-1109-049X

Modalidad: Comunicación
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam Matemática

Resumo

Na minha experiência como professor do Curso de Licenciatura em Matemática e Física da Universidade de Antioquia, Medellín, Colômbia, encontrei como desafio ajudar meus alunos no desenvolvimento de habilidades de leitura e escrita crítica, fundamentais nas disciplinas de Prática Profissional ao final de sua graduação, em que realizam um projeto de pesquisa como trabalho de conclusão de curso. Em muitas das disciplinas que ministrei para esta Licenciatura encontrei a possibilidade de incentivar o desenvolvimento destas competências a partir de atividades de pesquisa sob a noção de microprojetos. Essas atividades se mostraram significativas para mim, como professor, e para meus alunos, principalmente durante as disciplinas desenvolvidas remotamente nos primeiros meses da pandemia causada pelo COVID-19 e com o uso de algumas ferramentas computacionais. Considerando esse cenário, o objetivo deste artigo é apresentar minha experiência com os microprojetos e como eles apoiaram os processos de aprendizagem de meus alunos nesse período. São discutidos referenciais conceituais sobre a aprendizagem situada como abordagem instrucional, ensino por projetos, micropesquisa e microprojetos no estudo da interculturalidade. Esses referenciais teóricos apresentam algumas reflexões que podem subsidiar a formação em pesquisa de futuros professores de matemática e física. Algumas das conclusões dessa experiência dizem sobre o potencial dos microprojetos para estimular a leitura e a escrita, além de colocar as discussões dos textos abordados em aula sob o foco de uma questão de pesquisa levantada pelos próprios alunos.

Palavras chave: microprojetos de pesquisa, competência de leitura, competência de escrita, prática profissional, ensino remoto.

Abstract

My experience as a teacher in the Bachelor of Education with majors in Mathematics and Physics of the University of Antioquia, Medellín, Colombia, brought me the challenge of teaching my students critical reading and writing competences, which are basic in practicum courses at the end of the degree, and in which they must write a research project that becomes

[203] edwin.tamayo@unesp.br

their degree thesis. It was possible to foster the development of these skills in many of the courses I lectured using research activities based on the notion of microprojects. Those activities were significant for me as a teacher and for my students, especially in some courses that were lectured remotely in the first months of the COVID-19 pandemic and taking advantage of some computational tools. This article aims to present my experience with the microprojects and how they supported the learning processes of my students in this period. Some theoretical references based on situated learning as an instructional approach, project-based instruction, micro-research, and micro-projects in intercultural studies are discussed. All these references bring some reflections that can support the initial education and research of Math and Physics teachers. Some of the conclusions derived from this experience also speak of the potential that microprojects have not only to promote reading and writing but also to contextualize the discussions of the class texts under the approach given by a research question made by the students themselves.

Keywords: research microprojects, reading competence, writing competence, practicum, remote teaching.

Resumen

En mi experiencia como docente de la Licenciatura en Matemática y Física de la Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia, he encontrado el desafío de acompañar mis estudiantes en el desarrollo de competencias para la lectura crítica y la escritura, fundamentales en los cursos de práctica profesional al final de la carrera, en que ellos realizan un proyecto de investigación como trabajo de grado. En muchos de los cursos que impartí para esta Licenciatura encontré la posibilidad de incentivar el desarrollo de estas habilidades partiendo de actividades investigativas bajo la noción de microproyectos. Esas actividades mostraron ser significativas para mí como docente y para mis estudiantes, en especial en cursos desarrollados en modalidad remota durante los primeros meses de la pandemia producida por el COVID-19 y con el aprovechamiento de algunas herramientas computacionales. El presente artículo tiene como propósito presentar mi experiencia con los microproyectos y como éstos apoyaron los procesos de aprendizaje de mis estudiantes en ese periodo. Se discuten referentes conceptuales enmarcados en el aprendizaje situado como enfoque instruccional, la enseñanza por proyectos, la micro-investigación y los microproyectos en el estudio de la interculturalidad. Dichos referentes teóricos presentan algunas reflexiones que pueden apoyar la formación inicial en investigación de profesores en matemáticas y física. Algunas de las conclusiones de esta experiencia también hablan del potencial de los microproyectos para incentivar la lectura y la escritura, además de situar las discusiones de los textos abordados en clase bajo el enfoque de una pregunta de investigación planteada por los mismos estudiantes.

Palabras clave: microproyectos de investigación, competencia lectora, competencia escritural, práctica profesional, enseñanza remota.

Introducción

La oportunidad de ejercer como docente y asesor de práctica en la Licenciatura en Matemáticas y Física, hoy Licenciatura en Física, de la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia, me llevó a reflexionar sobre la importancia que la investigación y el desarrollo de la competencia lectora y escritural tienen para la formación inicial de docentes. Reiteradas conversaciones con colegas ocasionalmente llevaban a una conclusión: la lectura crítica y reflexiva y la escritura académica constituyen un reto para los estudiantes, debido tanto a las dificultades que estas habilidades representan como a su importancia para los cursos de la Licenciatura o para su futuro profesional.

Entiendo que la lectura y la escritura, que fundamentan nuestro discurso pedagógico, son actividades inherentes a la investigación, que a su vez es inherente a la práctica docente, como bien explica Méndez (2020). Sin embargo, en las experiencias de aula en la licenciatura los procesos de lectura y escritura parecían representar un dolor de cabeza para mis estudiantes, en especial en las prácticas finales durante la preparación y presentación de sus trabajos de grado. Isaza, Henao y Gómez (2005) afirman que "las dificultades más frecuentes de los maestros en formación están relacionadas con la competencia escritural" (p. 211) y también advierten sobre la importancia de estar atentos a los procesos de lectura en las clases. También Ochoa (2015) reconoce que uno de los problemas asociados a la investigación y a las dificultades que tienen estudiantes durante la preparación de sus tesis responden a su competencia lectora.

Una discusión que lleva a pensar con mayor cuidado esta problemática es presentada por Isaza, Henao y Gómez (2005). Ellas afirman que la investigación formativa permite integrar las prácticas docentes, la docencia en general, con la investigación, desde los primeros semestres, en especial porque a "las Facultades de Educación se les ha inscrito en las nuevas dinámicas y lógicas de país, que obligan a pensar la forma de vincular la investigación a las propuestas de formación de maestros, para transformar a su vez las prácticas pedagógicas." (p. 94). Estas autoras resaltan dos concepciones relacionadas con las prácticas pedagógicas en la mayoría de las licenciaturas de la Facultad de Educación. Por un lado, existe una concepción que lleva al carácter acumulativo de los cursos, llevando a que las prácticas sólo puedan realizarse en los últimos semestres, en sus palabras, se establece "la prevalencia de la teoría sobre la práctica" (ISAZA; HENAO; GÓMEZ, 2005, p. 29). En segundo lugar, existe la concepción que asume la práctica pedagógica integrada a la investigación formativa a lo largo del desarrollo de todo el plan de estudios, lo que lleva a que estos cursos se enriquezcan a partir de la investigación. La propuesta de estas autoras es enriquecer las prácticas pedagógicas estableciendo una relación entre las prácticas y las actividades de tipo investigativo: levantamiento de memorias del seminario de práctica, reseñas teóricas e investigativas, construcción de textos, diario pedagógico, entre otros.

En mi experiencia como docente en la Universidad de Antioquia encontré la oportunidad de enfrentar desde la práctica esta demanda. Pude incentivar, por medio de diversas actividades de investigación, procesos de escritura y lectura crítica, en diferentes cursos orientados a la evaluación y la didáctica de la matemática y de la física. En el caso del curso *Práctica Pedagógica III: Políticas Educativas en Educación*, orientado en 2020 en modalidad remota debido a la pandemia producida por el COVID-19, y partiendo de preguntas investigativas planteadas por mis estudiantes, esas actividades tenían el propósito general de constituir un marco de reflexión frente a problemas relacionados con las políticas públicas orientadas a la enseñanza de las ciencias naturales, con un énfasis especial en la enseñanza de la física. Esperaba que, como resultado directo, esto repercutiera en el desarrollo de la competencia lectora y escritural en mis estudiantes. Que les permitiera tener un acercamiento temprano a ese reto que representa la producción académica e investigativa al que se enfrentarían en las prácticas finales. Asumí la noción de microproyectos de investigación para nombrar esas actividades.

Este artículo tiene como objetivo presentar, a manera de relato de experiencia, algunas reflexiones surgidas de las clases desarrolladas con esos microproyectos, haciendo énfasis en el curso mencionado. Presentaré primero algunos referentes teóricos que permiten explicar lo que entiendo por microproyectos. Describiré luego la experiencia vivida trayendo algunos de los productos obtenidos por mis estudiantes y considerando algunas de sus ideas. Por último, presentaré algunas consideraciones generales y conclusiones.

Referencial teórico

Es posible establecer algunas relaciones entre la noción de microproyecto y el aprendizaje basado en problemas (ABP), el aprendizaje basado en proyectos (POL) o el aprendizaje basado en investigación (ABI), tal y como son presentados por Ramírez (2011).

Para esta autora, el ABP implica la construcción del conocimiento partiendo de la resolución de un problema, entendiendo el aprendizaje como un proceso activo; se fundamenta en el contexto pues recoge situaciones de la vida real para interactuar en el aula; consiente la colaboración como una habilidad necesaria para la interacción y la acción formativa. Si bien estas características también describen la experiencia con los microproyectos, coincidí con el autor cuando sugiere que el ABP se orienta más al análisis y mi interés estuvo mucho más orientado a la aplicación del conocimiento durante la experiencia.

Por su parte, continuando con Ramírez (2011), el POL se orienta a la realización de proyectos que permiten poner en práctica lo que se aprende y está en directa relación con el alcance de un objetivo, con el aprender a aprender y con la obtención de productos o servicios. Los microproyectos difícilmente llegarían a la obtención de esos productos o servicios o a una aplicación como la esperada en el POL, debido a las limitaciones de tiempo y las condiciones en que el curso se desarrolló con mis estudiantes, como explicaremos más adelante. En el caso del ABI, el propósito es que el estudiante se sumerja en situaciones de investigación científica, bajo la mediación docente, implicando el uso eficiente de los medios tecnológicos en la búsqueda de información (RAMÍREZ, 2011). Este modelo, orientado a la aplicación del conocimiento, describe mucho mejor lo que entendí por microproyectos. Como resultado, explicaré qué entiendo por esta categoría partiendo de algunos otros referentes conceptuales: la noción de aprendizaje situado como enfoque instruccional, la enseñanza por proyectos, la micro-investigación en el aula de clase y los microproyectos en el estudio de la interculturalidad.

El aprendizaje situado, según Díaz (2003), es un enfoque instruccional que se orienta hacia el aprendizaje significativo, parte de la relevancia cultural de las actividades desarrolladas en el aula, hay una integración entre aprender y hacer en un contexto pertinente. Esto, dice la autora, debe llevar a prácticas educativas auténticas en que los estudiantes realizan actividades análogas a los expertos. Una de las estrategias de este enfoque es el método de proyectos en el que el estudiante explora un tópico de manera formal. Vistos como estrategia, los microproyectos también recogen esas características.

LaCueva (1998), desde un enfoque fundado en la enseñanza por proyectos, también habla de aprendizaje significativo, pertinente y de investigación auténtica. Si bien esta autora propone sus reflexiones en el marco de la educación para niños, me ha parecido posible considerarlas en procesos de formación inicial de docentes, porque expone que los proyectos deben ser planteados con la participación activa de los estudiantes. Sugiere, luego de considerar los proyectos como eje de la enseñanza, que las experiencias investigativas se pueden combinar con actividades como visitas o diálogos con expertos. Sobre los tiempos para desarrollar investigación, la autora sugiere que el educador debe saber evaluar los límites y alcances que los investigadores aprendices pueden tener. Ella sugiere que el propósito es ayudar a los estudiantes a realizar preguntas, identificar necesidades para luego responder a esas preguntas y necesidades partiendo de sus propias experiencias. Además, dice, estos proyectos no pueden ser impuestos, deben partir del interés de ellos, pero siempre el docente debe actuar como un negociador que trata de integrar esos intereses con los propósitos del curso, lo que implica mediar para llegar a acuerdos consensuados. Todas estas características describen muy bien la experiencia que explicaremos más adelante.

Frente a la noción de microproyecto, el trabajo de Peralta (2020) presenta una interesante relación con la enseñanza. El autor sugiere que la noción de micro-investigación tiene su origen en los postulados de la micro-enseñanza, en que los mismos estudiantes preparan pequeñas situaciones de instrucción para el resto de sus compañeros. Dice que, puesto en un contexto de formación inicial de maestros, estas actividades se constituyen en prácticas de enseñanza simuladas, en las que se regulan los tiempos, el número de estudiantes por clase y los contenidos enseñados. Bajo ese marco conceptual la micro-investigación consiste en la aplicación de actividades de investigación no complejas en términos de tiempo, objetivos, recolección y análisis de datos, y extensión del reporte. La micro-investigación se lleva a cabo en contextos reales, no simulados, durante la práctica docente de los maestros, la cual deben cumplir como parte de su formación docente (PERALTA, 2020, p.8).

Por otro lado, el concepto de microproyecto fue utilizado por primera vez por Oliveras (2005) (citado por AGULLÓ; FERNÁNDEZ; OLIVERAS, 2014) en un contexto para el abordaje de la interculturalidad y quien afirmó que es

> un plan de trabajo, interdisciplinar en cuanto a los contenidos, abierto respecto de los objetivos, de aprendizaje en pequeños grupos con responsabilidad del propio alumno, y en el que el profesor tiene un papel dinamizador y cómplice de los descubrimientos y de coordinador de las interacciones (p. 224)

A su vez, Agulló, Fernández y Oliveras (2014) resaltan el carácter didáctico de esta metodología, principalmente enfocado a la educación multicultural, pero contextualizada. Ellos destacan también la importancia de que los estudiantes sean quienes elaboren el microproyecto, dando significado a los conocimientos adquiridos.

Recogiendo todo lo anterior, un microproyecto investigativo lo comprendo como un conjunto de reflexiones didácticas, teóricas o investigativas, que se realizan con el interés de resolver un problema, una pregunta o para mejorar aspectos de la realidad escolar. Estas reflexiones y acciones deben estar enmarcadas, por tanto, en el ámbito del aula y deben proponerse de acuerdo con los recursos humanos y materiales disponibles y conforme a la disposición, generalmente pequeña, de tiempo. Un microproyecto se diferencia de un proyecto de investigación en las pretensiones planteadas en los objetivos: estos se enmarcan en la solución de problemas o preguntas muy específicas, sin pretensiones de generalidad, y que tienen que ver con la realidad específica del aula. Además, se plantean para ser resueltos en corto tiempo y el alcance de los resultados esperados es también corto, pero permiten reflexiones importantes para los estudiantes, que fácilmente podrían orientar proyectos más ambiciosos.

Procedimientos y desarrollo: relato de la experiencia

Durante mi experiencia como profesor e investigador, he encontrado que los microproyectos de investigación aportan de manera significativa a la articulación necesaria entre práctica, teoría e investigación. En algunos cursos de las versiones anteriores de la Licenciatura en Física, anteriormente Licenciatura en Matemáticas y Física, que eran denominados integraciones didácticas, estos microproyectos estaban más enfocados a la resolución de problemas educativos y al diseño de unidades didácticas. No obstante, tenían un importante componente investigativo en tanto se partía de una pregunta, se estructuraba un marco teórico (surgido de los textos propuestos para el curso y, algunas veces, de otros adicionales) como soporte para la reflexión crítica de dichos problemas. También se realizaban algunas actividades prácticas en que estos diseños se aplicaban. Durante el 2020, en el curso Práctica Pedagógica III, estos microproyectos permitieron que mis estudiantes diseñaran y aplicaran pequeñas investigaciones, con su pregunta y objetivos de investigación, pero con los otros componentes como antecedentes, justificación, metodología, análisis de la información, resultados, conclusiones y discusión solo planteados de manera esquemática. Esto implicaba discusiones en subgrupos y posterior redacción con el grupo en pleno de ideas separadas en viñetas, pero sin una articulación definitiva.

Durante la implementación de estos microproyectos tenía como interés que mis estudiantes tuvieran la posibilidad de abordar las lecturas del curso bajo el enfoque de una pregunta de investigación surgida de sus propios intereses. El curso demandaba la lectura de un amplio número de textos sobre políticas educativas nacionales e internacionales; documentos que podrían no resultar de mucho interés para estudiantes de la licenciatura por el carácter abstracto, el lenguaje académico y por la extensión. Con una pregunta de investigación esperaba relacionar esas políticas públicas con intereses particulares de mis estudiantes y al mismo tiempo las lecturas permitirían estructurar el resto del microproyecto, aportando insumos para los antecedentes, la justificación y el marco teórico (que serviría de fuente teórica para la discusión y elaboración de conclusiones al final del semestre).

Como mencionado antes, durante el 2020, cada uno de esos componentes del microproyecto debía diseñarse de manera relativamente esquemática y no propiamente en una redacción ordenada, debido al poco tiempo de los encuentros, las condiciones resultantes de la virtualidad y a algunos límites del microproyecto. Sin embargo, las producciones de mis estudiantes en años anteriores (desde 2015 hasta 2018), en situaciones de normalidad y sin los efectos producidos por el COVID-19 en las dinámicas académicas, adquirían una estructura bastante articulada, con un informe organizado y que era presentado, analizado y corregido por docente y otros estudiantes al menos tres veces durante el semestre.

En concordancia con la perspectiva de Díaz (2003), el desarrollo de los microproyectos de investigación ha pretendido que las lecturas, reflexiones y discusiones en clase tomen sentido en una situación problema o pregunta planteada por los estudiantes. Si bien mis estudiantes aún no tenían un acceso directo a las aulas de clase (en especial en 2020 por el COVID-19), por el carácter de la práctica temprana, sí que podían ahondar preguntas relacionadas con los procesos de enseñanza de la física. Estas preguntas debían ser "auténticas", es decir, que aportaran a su conocimiento sobre las temáticas del curso o la realidad escolar y pudieran ser contrastadas con la teoría. Algunos ejemplos de las preguntas que surgieron durante las últimas experiencias (2020) con mis estudiantes fueron: ¿Cómo las políticas públicas nacionales e internacionales sobre la enseñanza de las ciencias contribuyen a la reestructuración de currículos escolares que atiendan las necesidades del aula de física en periodos de aislamiento y trabajo remoto? ¿Cómo las políticas educativas de la región (América Latina) han influenciado las políticas educativas colombianas asociadas a la enseñanza de la física en lo que va del siglo XXI? ¿Por qué las políticas educativas nacionales en torno a la enseñanza de la física están sujetas a la enseñanza de las ciencias? Atendiendo a los postulados de LaCueva (1998) respecto la participación activa de los estudiantes, estas preguntas fueron planteadas inicialmente en pequeños subgrupos, luego socializadas, depuradas y discutidas por todo el grupo en pleno, para finalmente escoger una o algunas de ellas.

Actividades complementares como las sugeridas por LaCueva (1998) parecieron animar bastante a mis estudiantes, porque prepararon una entrevista con fundamento en su pregunta de investigación y la realizaron a profesores invitados a la clase. Con ellos, mis estudiantes establecieron diálogos fundamentados en sus producciones escritas y en las lecturas realizadas. Esto pareció dar mucho sentido a esas lecturas, una vez que colocaban en discusión con expertos las reflexiones propias y de los autores sugeridos.

Las limitaciones del trabajo desarrollado en clase durante el 2020, sin embargo, debieron ser siempre tenidas en cuenta. Por ejemplo, el tiempo con que contábamos en el curso era corto a causa de la virtualidad y las exigencias que ellos tenían por el trabajo en casa, a causa de la pandemia producida por el COVID-19. Entre la lectura crítica de los textos, la escritura del proyecto y de los informes de lectura (que luego serían también analizados para explorar la pregunta de investigación), el proceso de análisis de datos y la discusión grupal, quedaba poco tiempo para profundizar en aspectos metodológicos. También quedaba poco tiempo para realizar redacciones complejas y estructuradas de hallazgos o incluso de algunos componentes del microproyecto, que tenían que ser planteados usando lluvias de ideas sin articular completamente. Durante el proceso de análisis, los estudiantes pudieron realizar cuadros analíticos y comparativos de los documentos abordados a la luz de sus preguntas. También tuvieron la oportunidad de deducir categorías y relaciones entre categorías tomando como datos las entrevistas realizadas y los mismos documentos abordados en clase. Para ello usaron el Atlas.ti®, lo que les introdujo en el uso de programas para el análisis cualitativo de datos.

A continuación, escogí dos de las evaluaciones realizadas por estudiantes al final de los cursos, que recoge algunas de las perspectivas del resto de sus compañeros:

> "Me parece que la dinámica fue muy enriquecedora para mi proceso de aprendizaje, pues… desde mi punto de vista personal. Además, fue una estrategia que nos ayudó bastante a comprender un poco más todos los temas relacionados con estas políticas". Estudiante de Práctica Pedagógica III, 2020-1

> "Ha sido una experiencia retadora porque como estudiantes de tercer semestre no siempre estamos acostumbrados a la formulación de una pregunta problemática, objetivos, metodología,… Por un lado, eso ha sido complejo, que no tenemos como la experiencia; por otro lado, ha sido complejo que el curso no nos ha brindado quizá el tiempo suficiente para desarrollar el microproyecto como con todos los elementos…Sin embargo, ha sido una experiencia muy formativa, muy enriquecedora, que nos ha aportado mucho en desarrollar precisamente esas habilidades, en comprender los pasos del proceso de generar un proyecto y que seguramente nos va a servir mucho para la formulación del proyecto ya de grado".
> Estudiante de Práctica Pedagógica III, 2020-2

Consideraciones finales

La posibilidad que presentan los microproyectos de investigación para la articulación crítica de los contenidos trabajados en las prácticas tempranas me ha mostrado un alto potencial en diferentes campos de la formación inicial de maestros. Parecen incentivar los procesos de lectura crítica y profunda de los textos trabajados en clase, pues llevan a procesos analíticos complejos y articular esos debates teóricos con las preguntas que los estudiantes plantean. Esto también llevó a procesos de escritura que parecen tomar mucho sentido para los estudiantes, pues la pregunta de investigación, previamente diseñada en debate grupal, constituye también una pregunta de enfoque para la lectura y un elemento de análisis para la escritura.

Un resultado de todo ello podría ser el impacto que experiencias como estas tienen sobre las prácticas finales, en las que los estudiantes deben diseñar un proyecto de investigación y atender prácticas en contextos con condiciones bastantes similares a aquellas que enfrentarán como profesionales. La experiencia permitió plantear preguntas de investigación, pensar antecedentes teóricos o personales, justificar el trabajo, relacionar dichas preguntas con un referente teórico (que se deriva del programa del curso y de los textos abordados en clase), pensar algunas estrategias metodológicas (como entrevistas, diseño de cuadros para el análisis de textos explorando la pregunta de investigación, uso de programas, etc.), realizar un proceso de análisis cualitativo y pensar algunas conclusiones sobre los hallazgos y resultados. Todas esas podrían ser potentes estrategias para acercarles desde los primeros semestres a los procesos de investigación mucho más formales que enfrentarán en sus prácticas finales.

En el caso de la Práctica Pedagógica III, según algunos estudiantes manifestaron en clase o en evaluaciones que realizaron del curso, los mircroproyectos han dado significado a los textos abordados, que podrían resultar tediosos para ellos, en tanto tratan sobre políticas educativas nacionales e internacionales que aún no pueden ser evaluadas desde su propia experiencia en contextos educativos reales o en el aula de clase. Los microproyectos parecen enganchar los estudiantes con los contenidos del curso y apoyar la construcción de su discurso pedagógico.

Considero que las actividades académicas que acercan a maestros en formación a procesos de investigación y a prácticas pedagógico-didácticas toman sentido en la medida que fundamentan y podrían apoyar el futuro profesional. Los microproyectos los he considerado, por tanto, como actividades académicas formativas, que espero servirán de referente a los futuros educadores para el desarrollo de intervenciones en el aula y para sus reflexiones como docentes.

Referencias

AGULLÓ, B.; FERNÁNDEZ, A.; OLIVERAS, M. El obrador artesano en el aula de educación infantil: una propuesta desde la perspectiva de las etnomatemáticas. *Reidocrea*, v. 3, n. 27, p. 222-231. 2014. Disponível em: https://digibug.ugr.es/bitstream/handle/10481/32851/ReiDoCrea-Vol.3-Art.27-Agullo-Fernandez-Oliveras.pdf?sequence=1&isAllowed=yMicroproyectos. Acesso em: 23 de dic. 2020.

DÍAZ, F. Cognición situada y estrategias para el aprendizaje significativo. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, v. 5, n.2., p. 1-12, 2003. Disponível em: http://redie.ens.uabc.mx/vol5no2/contenido-arceo.html. Acesso em: 23 de dic. 2020.

ISAZA, L.; HENAO, B.; GÓMEZ, M. *Práctica pedagógica: horizonte intelectual y espacio cultural*. Medellín: Universidad de Antioquia, 2005

LACUEVA, A. La enseñanza por proyectos: ¿mito o reto? *Revista Iberoamericana de Educación*, n. 16, p. 165-187, 1998. Disponível em: https://rieoei.org/historico/oeivirt/rie16a09.pdf. Acesso em: 10 de maio 2022

MÉNDEZ, J. La formación en la práctica pedagógica. Acercamientos desde la lectura y la escritura como espacios de investigación de los sujetos. *Cuadernos Pedagógicos*, v. 22, n. 30, p. 64-70, 2020. Disponível em: https://revistas.udea.edu.co/index.php/cp/article/view/343589/20805069. Acesso em: 10 de octubre 2022

OCHOA, D. Competencia para producir textos académicos: el caso de la Maestría en Docencia en Enseñanza Media Superior (reporte de investigación). *Perfiles Educativos*, n. 37, p. 55-68, 2015.

PERALTA, F. La micro-investigación como estrategia en la práctica docente de profesores de lenguas extranjeras en formación. *Ie Revista de investigación cualitativa de la Rediech*, 11, (e840), 2020. Disponível em: http://dx.doi.org/10.33010/ie_rie_rediech.v11i0.840. Acesso em: 20 de dic. 2020

RAMÍREZ, M. *Modelos y estrategias de enseñanza para ambientes innovadores (presenciales y a distancia)*. Distrito Federal, México: ITESM, 2011.

Análise de tarefas investigativas de geometria dinâmica por professores em formação continuada: o caso de um saber profissional em movimento

Analysis of dynamic geometry investigative tasks by teachers in continuing education: the case of a professional knowledge in movement

Análisis de tareas investigativas de geometría dinámica por profesores en formación continua: el caso de un saber profesional en movimiento

Rafael Enrique Gutiérrez Araujo[204]
Universidade Federal do ABC / Asociación Aprender en Red
https://orcid.org/0000-0002-4003-8324

Vinícius Pazuch[205]
Universidade Federal do ABC
https://orcid.org/0000-0001-6997-1110

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam Matemática

Resumo

Este artigo descreve o modo como professores que ensinam matemática mobilizam um saber ligado à análise de tarefas investigativas de geometria dinâmica visando o ensino, enquanto participam de um processo formativo em geometria. Para tal, examina-se o conteúdo de dois eventos críticos da atividade conjunta de dois grupos de professores, sobre a discussão de uma tarefa que visa à mobilização desse saber. Os resultados revelam como o saber foi mobilizado pelos professores, em termos dos processos matemáticos e das ações tecnológicas que caracterizam às tarefas dessa natureza. As reflexões finais apontam para a necessidade de colocar o olhar tanto nas formas de produção de saberes nos processos formativos de professores que ensinam matemática, quanto nas formas de colaboração humana que também fazem parte desses contextos.
Palavras-chave: Formação de professores, Teoria da objetivação, *Software* GeoGebra.

Abstract

This paper describes the way in which mathematics teachers mobilize a knowledge linked to the analysis of dynamic geometry investigative tasks aiming at teaching, while participating in a formative process in geometry. To this end, the content of two critical events of the joint activity of two groups of teachers is examined, while they discuss a task that aims to mobilize this knowledge. The data reveal how knowledge was mobilized by teachers, in terms of mathematical processes and technological actions that characterize tasks of this nature. The final reflections point to the need to look both at the forms of knowledge production in the training processes of teachers who teach mathematics, and at the forms of human collaboration that are also part of these contexts.
***Keywords*:** Teacher education, Theory of objectification, GeoGebra software.

[204] rafael.gutierrez0593@gmail.com
[205] vinicius.pazuch@ufabc.edu.br

Resumen

Este artículo describe el modo en que profesores de matemáticas movilizan un saber vinculado al análisis de tareas investigativas de geometría dinámica con miras a la enseñanza, mientras participan de un proceso formativo en geometría. Para ello, se examina el contenido de dos eventos críticos de la actividad conjunta de dos grupos de profesores, sobre la discusión de una tarea que busca la movilización de ese saber. Los resultados revelan cómo el saber fue movilizado por los profesores, en términos de los procesos matemáticos y de las acciones tecnológicas que caracterizan las tareas de esa naturaleza. Las reflexiones finales apuntan a la necesidad de colocar la mirada tanto en las formas de producción de saberes en los procesos formativos de profesores de matemáticas, como también en las formas de colaboración humana que toman parte de esos contextos.
Palabras clave: Formación de profesores, Teoría de la objetivación, *Software* GeoGebra.

Introdução

Para alguns pesquisadores, a tarefa é um elemento indissociável da atividade matemática da sala de aula, sendo-lhe atribuída uma importância notável no desenrolar dos processos de ensino-aprendizagem (Ponte, 2005; Stein & Smith, 2009). Deste modo, pode-se entender que as tarefas estejam presentes em várias das atividades que os professores de matemática realizam no seu trabalho, especialmente, quando eles planejam o ensino (Serrazina, 2017).

De acordo com Steele (2001), a decisão mais importante dos professores durante o planejamento do ensino é a seleção da tarefa que eles implementarão na sala de aula. De fato, a importância das tarefas para a promoção de oportunidades de aprendizagem de seus alunos “deveria ser motivo suficiente para que os professores fossem mais criteriosos quanto a sua seleção ou elaboração” (Cyrino & Jesus, 2014, p. 752). Além disso, a seleção/elaboração de tarefas está estreitamente ligada a outra atividade que os professores realizam quando planejam o ensino, sobretudo em se tratando de um ensino de matemática baseado na exploração de tarefas desafiadoras (Stein & Smith, 2009): trata-se da *análise de tarefas* visando o ensino de matemática.

Neste artigo, considera-se que o desenvolvimento dessa atividade, pelos próprios professores, é essencial para a criação de condições que permitam a estes selecionar/elaborar adequadamente tarefas desafiadoras para o ensino. Com efeito, autoras como Jesus *et al*. (2018, p. 25) afirmam que a análise de tarefas desafiadoras a implementar na sala de aula é um aspecto que o professor de matemática deve considerar, na medida em que a seleção/elaboração destas implica “conhecer profundamente a tarefa e os conteúdos matemáticos envolvidos em suas diferentes formas de resolução”.

O foco deste artigo é a análise de tarefas por professores de matemática em contextos de formação continuada. Especificamente, a pesquisa focou na análise de *tarefas investigativas de geometria dinâmica*, considerando-a como uma atividade específica do professor que ensina matemática. A consideração anterior implica, desde uma perspectiva histórico-cultural, que a atividade supracitada pressupõe a existência de um saber profissional que é mobilizado quando professores analisam tarefas dessa natureza, de modo a elaborá-las posteriormente para o ensino. A partir disso, formula-se a pergunta de pesquisa: *de que modo professores que ensinam matemática, participantes de um processo formativo em geometria, mobilizam um saber ligado à análise de tarefas investigativas de geometria dinâmica visando o ensino na Educação Básica?*

Saber e labor conjunto: um olhar teórico

Para Radford (2014), o *saber* pode ser entendido como uma síntese evolutiva culturalmente codificada de ação e reflexão. Nesta definição, o autor utiliza a expressão *síntese* para sugerir que o saber sintetiza a produção histórica de determinada questão pela atividade humana. Por sua vez, ele indica que essa síntese é *evolutiva* porque o saber está sempre em transformação. Finalmente, o autor sublinha que tal síntese evolutiva é *culturalmente codificada* na medida em que o saber pode ser pensado “[...] como uma forma ideal de ações, em oposição às próprias ações. O saber como forma ideal está relacionado a cada uma de suas instâncias ou realizações concretas, ao mesmo tempo em que é diferente em cada uma delas” (Radford, 2021, p. 70).

De acordo com Radford (2021), o saber pode ser mobilizado e ser objeto de consciência só através da atividade humana. No contexto escolar, o autor salienta que a produção de saberes e sua revelação à consciência “está emaranhada com a evolução da atividade em sala de aula que torna possível tal produção/revelação. Como resultado, o tipo de atividade matemática que podemos promover na sala de aula torna-se extremamente importante” (Radford, 2021, p. 53). Para o autor, a atividade da sala de aula é entendida como *labor conjunto*, isto é, uma atividade de ensino-aprendizagem em que professores e alunos empenham-se em conjunto para produzir uma obra comum.

Neste artigo, os conceitos de saber e labor conjunto são utilizados para configurar um entendimento teórico sobre a análise de tarefas investigativas de geometria dinâmica. Nele, a análise dessas tarefas assume-se como um labor conjunto de formação docente, em que professores mobilizam um saber específico de seu trabalho, permitindo-lhes selecionar/elaborar adequadamente tarefas dessa natureza visando o ensino.

Análise de tarefas investigativas de geometria dinâmica como labor conjunto

Para a pesquisa, tarefa é definida como uma proposição que o professor realiza em sala de aula, buscando concentrar a atenção dos alunos em uma ideia matemática (Stein *et al*., 2009). Uma tarefa é *investigativa* quando permite o desenvolvimento de uma atividade que inclui exploração, elaboração, teste, reformulação e justificação de conjecturas matemáticas (Ponte *et al*., 2016). Entende-se que uma tarefa investigativa é de *geometria dinâmica* quando é preciso usar um *software* de geometria dinâmica (SGD) para desenvolver essa atividade de investigação. Este artigo foca na análise de tarefas investigativas de geometria dinâmica conforme esta definição. Ainda mais, as tarefas sob análise possuem uma característica particular: para resolvê-las, deve-se explorar um objeto de aprendizagem (OA) elaborado com o *software* GeoGebra (Gutiérrez & Pazuch, 2019).

Na formação continuada de professores de matemática, a análise de tarefas investigativas de geometria dinâmica é definida como um labor conjunto em que formador e professores empenham-se em conjunto para produzir uma reflexão comum em relação com *a natureza e a estrutura* dessas tarefas. Nesta atividade, mobiliza-se um saber profissional docente, definido como uma síntese evolutiva culturalmente codificada de ação e reflexão que implica: (i) identificar as tarefas investigativas de geometria dinâmica como de *investigação matemática*; e (ii) tomar consciência dos *processos matemáticos* e das *ações tecnológicas* envolvidas em sua resolução. Basicamente, os processos matemáticos que se desenvolvem na resolução dessas tarefas são *explorar*, *conjecturar*, *experimentar* e *generalizar*. Por sua vez, as ações tecnológicas que se realizam em um SGD para desenvolver esses processos matemáticos são, em essência, *construir*, *medir* e *arrastar* objetos geométricos[206].

[206] Para uma explicação mais aprofundada da análise de tarefas investigativas de geometria enquanto labor conjunto de formação docente e do saber profissional nele mobilizado, ver Gutiérrez *et al*. (2022).

Procedimentos metodológicos

Neste artigo, comunicam-se resultados de uma pesquisa realizada no contexto de um curso de extensão, focado em construções geométricas com o uso do *software* GeoGebra para o ensino de matemática, oferecido em uma universidade federal do Brasil, tendo como público-alvo professores que ensinam matemática na Educação Básica. O curso foi desenvolvido em oito encontros realizados quinzenalmente com uma duração de três horas cada, distribuídos em três fases: (i) familiarização com as ferramentas e as funcionalidades básicas do *software* GeoGebra; (ii) exploração de tarefas investigativas de geometria dinâmica (de agora em diante, “tarefas investigativas”); e (iii) análise da implementação dessas tarefas em sala de aula pelos professores participantes do curso. Esta pesquisa coloca sua atenção no desenvolvimento de um dos encontros da fase (ii).

Figura 1.

Tarefa para a mobilização do SA no encontro formativo

Analise de um ponto de vista didático a natureza e a estrutura das tarefas # 1 e # 2. Para tanto, considere sua experiência na resolução dessas tarefas e responda as seguintes perguntas. Explique cada resposta:

a) Segundo as noções teóricas apresentadas, qual o tipo de tarefa matemática que correspondem às tarefas # 1 e # 2?
b) O que tem em comum as duas tarefas?
c) Qual o objetivo de cada tarefa?
d) Qual a função do objeto de aprendizagem em cada tarefa?
e) Quais são as ações tecnológicas (desenvolvidas no *software*) solicitadas nas diferentes questões das tarefas?
f) Qual a função de cada uma dessas ações tecnológicas?
g) Em sua visão, quais são as potencialidades da geometria dinâmica para desenvolver o trabalho com tarefas dessa natureza?

Nesse encontro, os professores foram convidados a resolverem em pequenos grupos a tarefa ilustrada na Figura 1, com o propósito de fazer com que eles mobilizassem o saber (SA) ligado à análise das tarefas investigativas. Anterior a esse encontro, eles se envolveram na resolução de duas dessas tarefas, voltadas à investigação com o *software* GeoGebra de propriedades geométricas inerentes a paralelogramos e trapézios isósceles. Assim, por meio da tarefa proposta buscou-se aproveitar a experiência vivenciada pelos professores na resolução daquelas, para criar as condições que lhes permitissem mobilizar o SA no encontro formativo. Este artigo analisa o modo como o SA foi mobilizado pelas professoras Júlia, Aleia e Jussara de um lado, e pelos professores Eduardo e Fábio de outro, enquanto eles discutiam conjuntamente a tarefa no momento do trabalho em pequenos grupos[207].

Para a produção dos dados, utilizou-se um gravador de modo a registrar em áudio o desenvolvimento do labor conjunto dos professores para resolverem a tarefa. Posteriormente, buscou-se identificar nos registros em áudio *eventos críticos* desse labor (Powell *et al*., 2004), isto é, aquelas sequências conectadas de ações e reflexões realizadas pelos professores enquanto se engajavam na discussão da tarefa que, à luz do enquadramento teórico, forneciam informação significativa para responder à pergunta da pesquisa. Em seguida, os eventos críticos foram transcritos utilizando um processador de texto. Logo, os dados da pesquisa provêm das transcrições desses eventos.

A análise dos dados, inspirada no modelo analítico de Powell *et al*. (2004), foi realizada em três etapas. Na *primeira*, buscou-se uma aproximação/familiarização inicial com os dados, que começou com a escuta atenta e reiterada dos registros em áudio e finalizou com a identificação dos eventos críticos. Na *segunda*, examinou-se o conteúdo de cada evento crítico através de comentários interpretativos, realizados sobre as ações e reflexões desdobradas pelos professores enquanto discutiam a tarefa, que revelassem evidências do modo como o SA era mobilizado por eles, em termos da natureza, dos processos matemáticos e das ações tecnológicas que caracterizam às tarefas investigativas. Na *terceira*, constituiu-se uma narrativa dos dados tendo como base: (i) a narrativa emergente da etapa anterior, resultante da unidade transcrição-comentários de cada evento; e (ii) a visualização dos eventos críticos como um todo conectado.

Descrição e análise dos dados

A seguir, serão descritos e analisados os dados de dois dos eventos críticos identificados e examinados no processo de análise.

Evento crítico 1

Os dados deste evento crítico revelam o modo como Júlia, Aleia e Jussara mobilizaram o SA no tocante aos processos matemáticos que caracterizam a resolução das tarefas

---

[207] Os nomes dos participantes da pesquisa são fictícios.

investigativas. O Excerto 1 mostra o diálogo que elas iniciaram para responder à questão (b) da tarefa proposta, mediante a qual se buscava instigar os participantes a observarem os aspectos que as duas tarefas resolvidas previamente tinham em comum.

Excerto 1.

[1] Júlia: *Sobre a estrutura* [das tarefas], *eu acho legal tipo colocar que as duas oferecem primeiro uma visualização de algo já pronto.*
[2] Aleia: *É.*
[3] Jussara: *Eu acho que as duas* [tarefas] *iniciam pedindo para que você levante hipóteses sobre aquilo* [que se observa no OA].
[4] Júlia: *Uhum* [em sinal de concordância].
[5] Jussara: *Então, eu acho que elas* [as tarefas] *já começam questionando: "o que hipótese você tem com relação a essa figura?"* [refere-se à figura geométrica dos OA].
[6] Júlia: *Uhum* [em sinal de concordância].
[7] Jussara: *Aí depois elas te levam a provar aquilo* [refere-se à propriedade geométrica abordada nas tarefas]. *Mas primeiro falam assim: "O que é que você acha?" Tipo: "Quais hipóteses você tem?"*

No Excerto 1, Júlia inicia o diálogo propondo às suas colegas, como aspecto comum entre as tarefas analisadas, a *visualização* que os OA oferecem para iniciar a resolução [1]. Aleia concorda [2], mas Jussara profere que, em sua opinião, as tarefas iniciam convidando o usuário a *levantar hipóteses* do visualizado previamente em cada OA [3, 5, 7], obtendo a aprovação de Júlia [4, 6]. Jussara finaliza sua intervenção mencionando que, após o levantamento de hipóteses, as tarefas levam a *prová-las*. [7].

Neste diálogo, é possível identificar aspectos que se relacionam com os processos matemáticos das tarefas investigativas. Um destes é o de *visualização*, salientado por Júlia [1], que destaca que as duas tarefas *"oferecem primeiro uma visualização de algo já pronto"* [1]. Como se pode observar na transcrição de sua fala, Júlia reconhece que um primeiro processo desenvolvido na resolução desse tipo de tarefa é a visualização da animação dos OA. O fato anterior vincula-se ao processo de *explorar*, uma vez que nele os sujeitos exploram o OA da tarefa para construir imagens da situação proposta, ajudando-os a explorar *visualmente* essa situação e refletir sobre ela. Por sua vez, Jussara identifica dois processos, o de *levantar* e o de *provar* hipóteses [3, 5, 7]. De acordo com essas transcrições de falas, o levantamento de hipóteses está em consonância com o processo matemático de *conjecturar*, enquanto a prova tem relação com o de *generalizar*.

Como se pode notar, o diálogo anterior não revela indícios sobre o processo de *experimentar*. No entanto, em um momento posterior do labor conjunto delas, Júlia e Aleia fornecem mais detalhes sobre aspectos desse processo, bem como dos outros três, quando tentavam responder à questão (c) da tarefa (Excerto 2).

Excerto 2.

[1] Aleia: *É isso que eu colocaria aqui na* [questão] *c, que o objetivo da tarefa é que o aluno, através da visualização e da construção de ambas as tarefas, ele enxergue os conceitos... da teoria geométrica.*
[2] Júlia: *Isso. Então coloca assim* [começa a ditar]. *"O objetivo é que o aluno perceba, através da visualização e da construção, as propriedades envolvidas naquela figura, quais os conceitos auxiliam essa percepção ..." Que auxiliam nessa justificativa... Justificativa, explicação...*
[3] Aleia: *Não. Eu acho assim: que auxiliam na construção da teoria geométrica, que é isso que a gente quer.*
[4] Júlia: *Então, mas isso está dentro das propriedades, porque: "as propriedades envolvidas na figura"* [lendo o que Aleia recém escreveu] *e mais, porque tipo não foi só as propriedades que a gente percebeu, mas a gente usou outros conceitos, tipo naquela hora que a gente... Quando a gente usou, por exemplo, a mediatriz, nosso objetivo não era aprender mediatriz, mas um dos objetivos podia ser o quê? Que o aluno usasse conceitos que ele já aprendeu anteriormente... para por fim conseguir justificar aquilo, para que ele conseguisse explicar. Porque, no fim a gente não tinha que justificar?*
[5] Aleia: *Sim.*
[6] Júlia: *Então, tudo isso a gente fez para quê? Para conseguir justificar aquelas propriedades descobertas.*

Conforme o diálogo do Excerto 2, o SA estava sendo mobilizado pelas professoras no momento em que se dedicavam a identificar o objetivo de cada tarefa investigativa. Neste Excerto, Aleia explicita os processos de *visualização* e *construção*, como meios para reconhecer os conceitos geométricos envolvidos nas tarefas [1]. Júlia concorda com sua colega e a convida a produzir uma resposta que inclua essas ideias, acrescentando outros conceitos que, segundo sua visão, contribuíram para *justificar* ou *explicar* as propriedades geométricas abordadas [2]. Neste momento, Aleia discorda de Júlia em utilizar esses últimos termos e propõe destacar que esses conceitos *"auxiliam na construção da teoria geométrica"* [3]. Finalmente, Júlia interpreta que Aleia está fazendo referência às propriedades geométricas quando usa a expressão *"construção da teoria geométrica"*, de modo que procede a explicar que, além dessas propriedades, elas recorreram a outros conceitos geométricos, como a mediatriz de um segmento, para tentar justificar as conjecturas vinculadas às propriedades das figuras abordadas [4, 6].

Evento crítico 2

Este evento crítico revela o modo como Eduardo e Fábio mobilizaram o SA, na tentativa de responder à questão (e) da tarefa. Para tal, eles deviam identificar as ações tecnológicas que realizaram para avançar na resolução das tarefas investigativas. Assim, o Excerto 3 mostra o início do labor conjunto deles para responder essa questão.

Excerto 3.

[1] Eduardo: *Nessas duas* [tarefas] *a gente só clicou na animação* [dos OA].
[2] Fábio: *Não, não, depois a gente construiu* [no *software*] *também, você está lembrado? Que a gente construiu um paralelogramo e comprovou adentro nos ângulos* [refere-se à região interna do polígono] *o que a gente havia levantado de hipótese na outra vez.*
[3] Eduardo: *Ah! Na tarefa passada se simulou.*
[4] Fábio: *Não...*
[5] Eduardo: *Naquela tarefa* [do trapézio] *eu simulei tipo no quadrilátero...*
[6] Fábio: *Sim, mas a gente depois construiu no GeoGebra também, você está lembrado?*
[7] Eduardo: [fica pensativo].
[8] Fábio: *Foi.*
[9] Eduardo: *Não lembro... mas tudo bem, então tá...*

No Excerto 3, o diálogo entre os professores revela a discordância entre eles sobre quais foram as ações tecnológicas que desenvolveram no *software* GeoGebra, na resolução das tarefas. Neste debate, a única ação que houve para Eduardo foi a manipulação dos OA, conforme se vê nos momentos em que ele faz referência à animação desses recursos [1, 3, 5]. Fábio não discorda do dito por Eduardo, como se observa quando ele diz *"sim, mas a gente depois construiu no GeoGebra também"* [6]. Realmente, a origem da discordância de Fábio provém do fato de Eduardo ter dito que eles *só* haviam clicado na animação dos OA [1], fazendo com que Fábio não concordasse com ele [2, 4] e lembrando-lhe outras ações realizadas no *software*, como a *construção* de figuras geométricas [2, 6]. Aliás, no discurso de Fábio está implícita outra ação tecnológica, a *medição*, quando faz referência ao fato de terem usado a construção do paralelogramo da primeira tarefa para testar, *"adentro nos ângulos"*, a hipótese levantada [2].

As intervenções de Fábio deixam dúvidas em Eduardo [7] que, ato seguido, reconhece não lembrar o dito pelo seu colega [9]. Fábio, perante essas dúvidas, recorre ao processo de construção do paralelogramo da primeira tarefa para ajudar o Eduardo a recordar as ações tecnológicas que eles realizaram, após a manipulação dos OA (Excerto 4).

Excerto 4.

[1] Fábio: *Lembra que assim... foi que a gente utilizou... A gente fez a paralela: fizemos um ponto, lembra?*
[2] Eduardo: *Sim, recordo bem.*
[3] Fábio: *Depois a gente fez a paralela.*
[4] Eduardo: *Sim, igual eu lembro.*

[5] Fábio: *A gente colocou dois pontos separados e construiu o paralelogramo.*
[6] Eduardo: *Certo.*
[7] Fábio: *E aí a gente colocou os ângulos dentro para poder comprovar que após a movimentação* [do desenho no *software*] *permaneciam os ângulos, lembra? Que a gente até comprovou nos ângulos* [refere-se à propriedade geométrica abordada].
[8] Eduardo: *É, mas eu estava focado na simulação* [do OA]...
[9] Fábio: *Ah! Entendi. Não, é que a tarefa, aqui nesse caso, está sendo considerada como um todo, desde o ponto de partida da animação* [do OA]*, até exatamente a construção final.*

Conforme o Excerto 4, Eduardo relembra as ações tecnológicas que Fábio salienta [2, 4, 6], à medida que este último desenvolve sua intervenção em torno da construção e da manipulação de um paralelogramo na interface do GeoGebra [1, 3, 5, 7]. Na sequência, Eduardo toma consciência dessas ações, ao reconhecer que ele *"estava focado na simulação"* do OA das tarefas [8]. Em outras palavras, Eduardo acreditava que a resposta à questão (e) (Figura 1) só se limitava à identificação das ações tecnológicas vinculadas à exploração inicial dos OA, o que levou Fábio a esclarecer-lhe que, segundo o enunciado da tarefa, devia-se informar sobre todas as ações tecnológicas realizadas no *software*, *"desde o ponto de partida da animação, até exatamente a construção final"* [9].

Conclusões e contribuições para a área

Neste artigo, buscou-se responder à pergunta: *de que modo professores que ensinam matemática, participantes de um processo formativo em geometria, mobilizam um saber ligado à análise de tarefas investigativas de geometria dinâmica visando o ensino na Educação Básica?* Para tal, examinou-se o conteúdo de dois eventos críticos do labor conjunto de dois grupos de professores, enquanto eles discutiam uma tarefa que visava à mobilização desse saber.

No tocante ao labor conjunto de Júlia, Aleia e Jussara, observou-se que os quatro processos matemáticos das tarefas investigativas estiveram presentes na atividade delas, embora com outros termos. Por exemplo, o processo de explorar emerge na fala delas quando fazem alusão à visualização do OA. Por sua parte, o processo de conjecturar está mais presente na fala de Jussara, nos momentos em que ela menciona o levantamento de hipóteses no decorrer da resolução das tarefas investigativas. Quanto ao processo de experimentar, Aleia destaca a construção de figuras para *"enxergar os conceitos"*, mas sem fazer destaque na medição nem no arrastar de objetos geométricos. Finalmente, o processo de generalizar emerge com maior ênfase na fala de Júlia, quando ela faz referência ao uso de conceitos auxiliares para justificar as propriedades geométricas.

No que diz respeito ao labor conjunto de Eduardo e Fábio, observou-se como eles, mediante uma discussão que envolveu o confronto de opiniões, identificaram as ações tecnológicas realizadas no *software* GeoGebra. Uma dessas ações é a de *construir*, trazida à tona por Fábio nos momentos em que enfatizava a construção do paralelogramo da primeira tarefa investigativa. Uma segunda ação tecnológica destacada foi a *medição* de objetos geométricos, mesmo sem ser referida assim explicitamente, quando Fábio menciona a Eduardo o fato de eles terem colocado "*os ângulos dentro*" do paralelogramo. Por fim, na mesma linha, Fábio destaca o *arrastar* de objetos geométricos como uma terceira ação tecnológica, quando se refere à "*movimentação*" do paralelogramo construído para o posterior teste da propriedade geométrica abordada.

Os dados da pesquisa foram analisados sob a ótica do eixo das *formas de produção de saberes* (Radford, 2021). Contudo, estes dados também podem ser analisados sob a ótica do eixo das *formas de colaboração humana*, de modo a obter conclusões sobre a maneira como os professores se relacionaram entre si para produzirem uma obra comum em torno da tarefa. De fato, nos eventos críticos examinados é possível reconhecer a *ética* com a que cada grupo operou para resolver a tarefa. De um lado, observa-se que a ética mobilizada por Júlia, Aleia e Jussara se fundamentou em um diálogo crítico e respeitoso, fazendo de seu labor conjunto uma experiência coletiva, intelectual, crítica e culturalmente enriquecedora para elas (Radford, 2021). Em contraste, percebe-se que a ética de trabalho de Eduardo e Fábio se baseou em uma relação (não necessariamente consciente por eles) na forma conhecedor/ignorante, em que Fábio, mesmo com seus desejos de auxiliar o Eduardo quanto às dificuldades dele na discussão da tarefa, careceu da sensibilidade (humana) de reconhecer-se em seu colega (Radford, 2021).

As análises realizadas neste artigo contribuem para ampliar o horizonte das pesquisas sobre a formação continuada de professores que ensinam matemática, lançando olhares para essas formas de colaboração humana que também fazem parte dos processos formativos e que estão, inexoravelmente, entrelaçadas aos modos de produção dos saberes (docentes).

Referências

Cyrino, M. C. C. T., & Jesus, C. C. (2014). Análise de tarefas matemáticas em uma proposta de formação continuada de professoras que ensinam matemática. *Ciência e Educação*, *20*(3), 751-764. http://dx.doi.org/10.1590/1516-73132014000300015

Gutiérrez, R. E., & Pazuch, V. (2019). Tarefas de geometria dinâmica com objetos de aprendizagem para a exploração e a investigação de conceitos geométricos. *Boletim GEPEM*, (74), 20-36.

Gutiérrez, R. E., Pazuch, V., & Prieto G., J. L. (2022). Tareas investigativas mediadas por tecnologías digitales. Una conceptualización de saberes movilizados por profesores de matemáticas en formación continua. *Tecné, Episteme y Didaxis: TED*, (51), 281-298. https://doi.org/10.17227/ted.num51-11717

Jesus, C. C., Cyrino, M. C. C. T., & Oliveira, H. M. (2018). Análise de tarefas cognitivamente desafiadoras em um processo de formação de professores de Matemática. *Educação Matemática Pesquisa*, *20*(2), 21-46. http://dx.doi.org/10.23925/1983-3156.2018v20i2p21-46

Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em matemática. In GTI (ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Associação de Professores de Matemática.

Ponte, J. P., Brocardo, J., & Oliveira, H. (2016). *Investigações matemáticas na sala de aula* (3ª ed.). Autêntica Editora. (Original publicado em 2003).

Powell, A. B., Francisco, J. M., & Maher, C. A. (2004). Uma abordagem à análise de dados de vídeo para investigar o desenvolvimento das ideias matemáticas e do raciocínio de estudantes. *Bolema*, *17*(21), 81-140.

Radford, L. (2014, 18 de octubre). *La enseñanza-aprendizaje desde una perspectiva histórico-cultural: la teoría de la objetivación* [vídeo]. https://www.luisradford.ca/pub/video_gemad_Oct18_2014.html

Radford, L. (2021). *Teoria da objetivação: uma perspectiva vygotskiana sobre conhecer e vir a ser no ensino e aprendizagem da matemática* (B. B. Morey, & S. T. Gobara, trads.). Editora Livraria da Física. (Original publicado em 2021).

Serrazina, L. (2017). Planificação do ensino e aprendizagem da matemática. In GTI (ed.), *A prática dos professores: planificação e discussão coletiva na sala de aula*, (pp. 9-31). Associação de Professores de Matemática.

Steele, D. F. (2001). Vozes entusiastas de jovens matemáticos. *Educação e Matemática*, (62), 39-42.

Stein, M., & Smith, M. (2009). Tarefas matemáticas como quadro para a reflexão. *Educação e Matemática*, (105), 22-28.

Stein, M. K., Smith, M. S., Henningsen, M. A., & Silver, E. A. (2009). *Implementing standards-based mathematics instruction: a casebook for professional development*. Teachers College Press.

Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas: potencialidades e limitações apontadas por licenciandos em Matemática

Teaching-Learning of Mathematics via Problem Solving: potentialities andlimitations pointed out by Mathematics undergraduates

Enseñanza-aprendizaje de matemáticas vía resolución de problemas: potencialidades y limitaciones señaladas por los estudiantes de grado enmatemáticas

Ana Beatriz de Oliveira[208]
Universidade Estadual de Maringá
https://orcid.org/0000-0002-4362-9111

Caleb da Silva Araujo Campelo[209]
Universidade Estadual da Região Tocantina do Maranhão
https://orcid.org/0000-0001-5328-0825

Luiz Otavio Rodrigues Mendes[210]
Universidade Estadual de Maringá
https://orcid.org/0000-0002-3160-8532

Marcelo Carlos de Proença[211]
Universidade Estadual de Maringá
https://orcid.org/0000-0002-6496-4912

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam Matemática

Resumo

Esta pesquisa tem como objetivo analisar que potencialidades e limitações do Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas - EAMvPR são apontadas por licenciandos em um processo formativo. Uma pesquisa de caráter exploratório foidesenvolvida com sete licenciandos de uma universidade pública. Os dados foram analisados qualitativamente a partir do material coletado durante a formação sobre o EAMvRP, por meio de gravações de áudios, vídeos e questionários. Os principais resultados revelam que as potencialidades são possibilitar uma aula não tradicional, instigando o interesse dos alunos, a construção dos conceitos matemáticos por meio da introdução de um novo conteúdo colocando o problema como ponto de partida, o uso deconhecimentos prévios e a identificação das dificuldades dos alunos pelo professor. Já como fatores limitantes foram apontados a

[208] anaboliveirac@gmail.com
[209] caleb.campelo@uemasul.edu.br
[210] mendesluizotavio@hotmail.com
[211] mcproenca@uem.br

necessidade de estudo para utilizar a abordagem, o fato de ser mais trabalhoso, demandar mais tempo e não se aplicar ao ensinode todos os conteúdos matemáticos.

Palavras-chave: Formação Inicial, Estágio Supervisionado, Problema como Ponto de Partida.

Abstract

This research aims to analyze what are the potentialities and limitations of Teaching- Learning Mathematics via Problem Solving pointed out by undergraduates in a formationprocess. To this end, an exploratory research was carried out with seven undergraduates in formation at a public university. Data were analyzed qualitatively from the material collected during formation, through audio recordings, videos and questionnaires. The main results reveal that the potential is to enable a non-traditional class, instigating the students' interest, the construction of mathematical concepts through the introduction of new content putting the problem as a starting point, the use of prior knowledge and the identification of difficulties of students by the teacher. As limiting factors, the need for study to use the approach, the fact that it is more laborious, requires more time and does not apply to the teaching of all mathematical content, were pointed out.

Keywords: Initial Formation, Supervised Internship, Problem as a Starting Point.

Resumen

Esta investigación tiene como objetivo analizar cuáles son las potencialidades y limitaciones de la Enseñanza-Aprendizaje de las Matemáticas vía la Resolución de Problemas señaladas por estudiantes de grado en proceso de formación. Por ello, se realizó una investigación exploratoria con siete estudiantes de pregrado en formación deuna universidad pública. Los datos fueron analizados cualitativamente a partir del material recolectado durante la capacitación, a través de grabaciones de audio, videos y cuestionarios. Los principales resultados revelan que el potencial es posibilitar una claseno tradicional, instigando el interés de los estudiantes, la construcción de conceptos matemáticos a través de la introducción de nuevos contenidos poniendo el problema comopunto de partida, el uso de conocimientos previos y la identificación de dificultades de los alumnos por parte del profesor. Como limitantes, se señalaron la necesidad de estudiopara utilizar el enfoque, el hecho de que es más laborioso, requiere más tiempo y no se aplica a la enseñanza de todos los contenidos matemáticos.

Palabras clave: Formación Inicial, Práctica Supervisada, Problema como Punto dePartida.

Introdução

O ensino de matemática pode ocorrer de diferentes formas, pois o professor podeutilizar diferentes abordagens a depender de como considera que seus alunos vão aprender. A Base

Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018) cita algumas possibilidades como a investigação, desenvolvimento de projetos, modelagem e a resolução de problemas. A respeito da resolução de problemas, a forma mais adequada de sua utilização équando o problema é o ponto de partida, pois favorece um trabalho com os conhecimentos prévios dos alunos, estratégias, o que possibilita uma aprendizagem com mais significado (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014; PROENÇA, 2018;). No entanto, esta perspectiva aindanão está presente no arcabouço metodológico de todos os professores de Matemática, principalmente dos que estão em formação inicial, conforme comentam Ferreira (2017), Martíns (2019) e Mendes e Proença (2020) que, em suas pesquisas, os licenciandos não tinham conhecimento desta forma de ensinar.

Nesse sentido, verifica-se que ainda há uma defasagem formativa neste perfil de professores, o que propicia que novas pesquisas sejam desenvolvidas. Com ênfase, Proença (2020) buscou analisar quais eram os conhecimentos de licenciandos recém- formados sobre o ensino via resolução de problemas. Como resultados, o autor identificou que 43 % (n=7) conseguiram apontar quais eram as ações necessárias para trabalhar estaabordagem.

Mendes, Afonso e Proença (2020) desenvolveram uma formação com professores trabalhando a ideia do uso de problemas como ponto de partida, de forma que para os participantes a formação foi marcante, pois compreenderam como propiciar que os alunos raciocinem sobre suas resoluções e valorizem seus conhecimentos prévios. À vista disso, verifica-se que há resultados profícuos e algumas fragilidades no desenvolvimento destas formações, o que nos leva a questionar: Quais seriam as potencialidades e as limitações quando se trabalha com o problema como ponto de partida no ensino da Matemática em processos formativos com licenciandos?

Atualmente, encontramos duas formas de se trabalhar nesta perspectiva. A primeira é denominada Ensino-Aprendizagem-Avaliação da Matemática através da Resolução de Problemas de Allevato e Onuchic (2014) e a segunda, mais recente, denomina-se Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas de Proença (2018). Assim, escolhemos a segunda para desenvolver a formação que nos possibilite subsídios para responder à questão norteadora.

À vista disso, temos como objetivo nesse artigo analisar que potencialidades e limitações do Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas são apontadas por licenciandos em um processo formativo. Para tanto, desenvolvemos uma pesquisa qualitativa de caráter exploratória com licenciandos de uma universidadepública.

A resolução de problemas no ensino de Matemática

Na formação de professores, autores como Nóvoa (1999) e Mizukami (2006) evidenciaram a importância de uma aprendizagem docente movida pela constituição de conhecimentos necessários ao ensino. Um desses conhecimentos é sobre o uso daresolução de problemas em sala de aula para a aprendizagem de Matemática. Para compreendermos a resolução de problemas no ensino, é importante nos atentarmos a doisaspectos: o que é um problema e como ocorre o processo de resolução de problemas. Nesse sentido, Proença (2018, p. 17-18) define que:

> Uma situação de Matemática se torna um problema quando a pessoa precisa mobilizar conceitos, princípios e procedimentos matemáticos aprendidos anteriormente para chegar a uma resposta. Não se trata, assim, do uso direto deuma fórmula ou regra conhecidas – quando isso ocorre, a situação tende a se configurar como um exercício.

A respeito do processo de resolução de problemas, Proença (2018) o descreve emquatro etapas: representação, planejamento, execução e monitoramento. A *representação*corresponde à interpretação e compreensão do problema por meio da leitura do enunciado, dando atenção aos termos linguísticos e matemáticos, bem como à natureza do problema. O *planejamento* consiste em organizar um caminho de resolução, criar umaestratégia. A *execução* implica colocar em prática a estratégia planejada, utilizando os procedimentos matemáticos necessários. O *monitoramento* envolve avaliar se a respostaencontrada está adequada ao que o problema pede e rever o processo de resolução, corrigindo algum equívoco caso o tenha.

De forma a orientar professores que ensinam Matemática, bem como futuros professores e demais interessados, sobre como conduzir o ensino de Matemática via resolução de problemas, Proença (2018) desenvolveu uma sequência de ações pedagógicas para o que define como Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resoluçãode Problemas (EAMvRP), sendo: (1) Escolha do problema; (2) Introdução do problema; (3) Auxílio aos alunos durante a resolução; (4) Discussão das estratégias dos alunos; (5) Articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo.

Na **escolha do problema** o professor seleciona uma situação de Matemática, a qual pode ser elaborada, reelaborada/adaptada ou retirada na íntegra de algum material. Tal situação precisa ser desafiadora aos alunos, mas de possível resolução. Além disso, precisa possibilitar uma articulação com o novo conteúdo a ser ensinado. Ainda neste processo de escolha do problema, o professor deve tentar resolver a situação utilizando diferentes caminhos, de modo a prever as estratégias dos alunos, para que possa posteriormente conduzir o ensino com maior segurança.

A **introdução do problema** já ocorre em sala de aula, o professor irá organizar a turma, preferencialmente em grupos para que os alunos possam discutir sobre a resolução. Assim, irá apresentar a situação de Matemática e orientar que tentem resolver da maneiraque acharem mais conveniente, utilizando seus conhecimentos prévios, sendo que neste contato inicial, a situação pode se tornar um problema. No **auxílio aos alunos durante aresolução**, o professor vai acompanhar o trabalho nos grupos, tirando possíveis dúvidas,observando o que está sendo realizado, direcionando e incentivando os alunos. Nesse momento, é possível avaliar o processo de resolução de problemas de cada grupo, verificando como estão conduzindo a resolução e quais são suas dificuldades.

Na **discussão das estratégias dos alunos**, cada grupo, ou um representante, vai àlousa para apresentar sua resolução, explicando aos colegas o caminho tomado e a resposta obtida. Assim, é realizada uma socialização, na qual as dificuldades são apontadas, os alunos buscam compreender o raciocínio uns dos outros e o professor conduz os alunos a sintetizar o que aprenderam e a analisarem a racionalidade de suas respostas, o que resulta também em um momento de avaliação da aprendizagem. Na **articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo**, o professor irá escolher uma das estratégias apresentadas na discussão e utilizar seus pontos centrais, de modo a relacionarcom o novo conteúdo/conceito matemático a ser trabalhado. Se não for possível essa articulação, pode-se apresentar a resolução de forma direta aos alunos utilizando do novoconteúdo.

Metodologia

Para o presente artigo, foi realizado um estudo qualitativo, de caráter exploratório, entendendo que o que aqui se interroga pode ser mais bem compreendido no contexto emque ocorre e do qual faz parte, devendo ser analisado numa perspectiva integrada. Nas compreensões de Gatti e André (2011), a pesquisa qualitativa busca interpretar ao invés de mensurar, descobrir ao invés de constatar, considerando os fatos e os valores inter-relacionados, não sendo possível uma postura neutra do pesquisador.

Os participantes da pesquisa consistiram em sete alunos do terceiro ano de um curso de licenciatura em Matemática de uma universidade pública do estado do Paraná. Tais alunos estavam cursando a disciplina de “Estágio Curricular Supervisionado II”, ofertada no período noturno. A referida disciplina abordou temáticas de matemática dos anos finais do ensino fundamental, em caráter de estágio de docência no nível escolar mencionado.

Para a pesquisa, foi realizado um curso de formação inicial que consistiu em um total de 10 encontros com os sete estudantes de graduação em licenciatura em matemática.A formação ocorreu de modo remoto, através da plataforma *Google Meet*. Essa formaçãocompreendeu dois momentos: Momento 1 (M1) que consistiu em estudos acerca da resolução de problemas; Momento 2 (M2) em que o foco foi o Ensino-Aprendizagem deMatemática via Resolução de Problemas (EAMvRP).

A partir de todos os encontros realizados, foram coletados dados a partir do que foi produzido pelos participantes da pesquisa. Para isso, foram utilizados os registros produzidos pelos alunos, as gravações em áudio e vídeo de todas as discussões apresentadas ao longo dos encontros, questionário e as propostas de ensinos elaboradas. Neste trabalho foram utilizadas na análise apenas as respostas dos licenciandos acerca deuma pergunta do questionário aplicado.

De forma a categorizar as respostas dos licenciandos, foi utilizada a Análise de Conteúdo a qual consiste em “um conjunto de instrumentos metodológicos cada vez maissutis em constante aperfeiçoamento, que se aplicam a ‘discursos’ (conteúdos e continentes) extremamente diversificados” (BARDIN, 2011, p. 15). As categorias foramcriadas a *posteriori* e as discussões se pautaram em referenciais teóricos da resolução deproblemas e da formação de professores.

Resultados e Discussões

Potencialidades no uso do EAMvRP: Uma das potencialidades destacadas pelos licenciandos é que o EAMvRP é uma **aula não tradicional**. Nesse sentido, L4 aponta que “é um método de ensino muito rico, que aborda uma forma de apresentar aos alunos um novo conteúdo de uma maneira bem dinâmica e diferente”. Proença (2018) aponta que ainda se observa o uso do tradicional no ensino, ou seja, o formato de apresentação do conteúdo, seguido de exemplos, e por fim a aplicação em exercícios ou em situações contextualizadas. Nesses casos, quando se utiliza a resolução de problemas a mesma é abordada após a aplicação do conteúdo, o que o autor não considera a abordagem mais adequada, de modo que já com o EAMvRP o problema é colocado como ponto de partida,o que foge do tradicional e traz mais dinamismo ao ensino.

Outra potencialidade apontada é a **construção dos conhecimentos de forma significativa**, destacada por L1 ao citar que o EAMvRP permite “melhor "fixação" dos conteúdos dos alunos (maior aprendizagem significativa)”. Schroeder e Lester Júnior (1989) já apontavam que utilizar o ensino via resolução de problemas é a abordagem mais adequada justamente por permitir a construção dos conceitos matemáticos por parte dos alunos, colaborando com a aprendizagem.

Ainda, tem-se que o EAMvRP **permite introduzir conceitos a partir de um problema**, o que é considerado pelos licenciandos uma potencialidade no sentido que L7destaca “podemos aprender como introduzir um conteúdo apresentando várias estratégias sobre um determinado conteúdo de matemática”. De fato, educadores matemáticos e pesquisadores da área de resolução de problemas como Proença (2018) e Allevato e Onuchic (2014) apontam a relevância de se utilizar o problema para se introduzir um novoconceito ou conteúdo, sendo realmente algo importante a se considerar.

Outra potencialidade destacada é que o EAMvRP **é desafiador, instiga o interesse do aluno**, conforme ilustramos na resposta de L3: “os alunos de matemática sesentem desafiados a resolver um problema, o que pode instigá-los”. Possivelmente, isso acontece porque a situação escolhida pelo professor tende a se configurar como um problema para o aluno. Echeverría (1998, p. 48) aponta que para se considere um problema “a pessoa que está resolvendo esta tarefa precisa encontrar alguma dificuldadeque a obrigue a questionar-se sobre qual seria o caminho que precisaria seguir para alcançar a meta”. Por isso, a ação da escolha do problema, de Proença (2018), é tão importante, para que o professor escolha uma situação com nível de dificuldade adequadoa turma, que realmente seja algo desafiador, um problema para os alunos resolverem.

L3 aponta que o EAMvRP **permite que o professor identifique as dificuldadesdos alunos**, ao responder que “o professor pode entender, de certa forma, o que os alunos entendem como problema e como eles resolvem, ajudando algumas vezes a entender no que os alunos estão errando”. De fato, Proença (2018) aponta que a avaliação do professorem relação às dificuldades dos alunos se faz presente nas terceira e quarta ações do EAMvRP: no auxílio aos alunos durante a resolução, pois ao passar pelos gruposidentifica quais as dificuldades, quais os equívocos, sejam de interpretação do enunciadoou em relação à conhecimentos matemáticos, quais as dúvidas e inseguranças estão tendodurante o processo; na discussão das estratégias dos alunos, sendo possível verificar comoeles fazem a explicação de sua estratégia, se houve algum erro de conceito ou de procedimento, se a resposta está ou não adequada ao problema.

Por fim, a última potencialidade é que o EAMvRP **permite o uso de conhecimentos prévios**, o que é apontado por L6 ao ressaltar que "uma potencialidade seria o uso de conhecimentos prévios, a fim de que os alunos possam expressar o que já sabem de conhecimento matemático". Na pesquisa de Brasil (2017), que versou sobre conhecimentos de geometria, resolução de problemas e formação inicial, os licenciandostambém destacaram a importância dos conhecimentos prévios nos processos de resoluçãode problemas.

Proença (2018) destaca que uma das características da situação de Matemática escolhida pelo professor para ser levada à sala de aula é possibilitar relações entre os conhecimentos prévios dos alunos e o novo conhecimento. Esse fator é muito importanteporque valoriza o que o aluno sabe, e até mesmo o ajuda a superar lacunas de sua aprendizagem. Rocha (2016) desenvolveu uma pesquisa com licenciandas em Matemática na qual participaram de processos de resolução de problemas, e foi verificadoque devido à falta de conhecimentos prévios da educação básica, as futuras professoras tiveram dificuldades em compreender alguns problemas.

Limitações no uso do EAMvRP: Sobre as limitações, segundo L2, o EAMvRP **nãose aplica a todos os conteúdos**. Nesse sentido, o licenciando aponta que "a depender doconteúdo a ser trabalhado pelo professor em sala de aula, a abordagem EAMvRP pode ser de difícil (ou mesmo improvável) aplicação em sala de aula pois é necessárioapresentar os conceitos do conteúdo antes de resolver o problema (por exemplo, o conteúdo de porcentagem, notação %)".

As demais dificuldades destacadas pelos licenciandos estão associadas à prática docente e à formação do professor. É **necessário estudo para sua implementação**, esse apontamento fica evidente na resposta de L1: "Os professores precisam estudar bem os materiais de Ensino via, [pois] para esta aprendizagem se tornar uma "aula tradicional" émuito fácil". De fato, para utilizar o EAMvRP, o professor precisa ter conhecimentos sobre essa abordagem, por isso Nóvoa (1999) ressalta que ser professor é estar em constante aprendizagem, necessita de um estudo contínuo.

Outra limitação é que o EAMvRP **é mais trabalhoso**. L3 aponta que "os alunos podem não gostar de ter que resolver algo antes de ter aprendido o método para resolvere que para alguns conteúdos de matemática o ensino via resolução de problemas acabariasendo uma forma muito mais trabalhosa para se trabalhar”. Realmente, se compararmos essa abordagem com o ensino tradicional, pode ser mais trabalhosa tendo em vista que nesse caso é necessário trabalho em grupos, discussões, exercício do raciocínio matemático para a criação de estratégias. Porém, a Base Nacional Comum para a Formação inicial de professores da Educação Básica, documento que orienta a formação docente no Brasil atualmente, destaca como uma das competências específicas da prática profissional “criar e saber gerir ambientes de aprendizagem” (BRASIL, 2019). Assim, deve-se considerar que a maioria das metodologias de ensino que tiram o aluno de um papel passivo são mais trabalhosas, mas contribuem para uma aprendizagem efetiva.

A última limitação apontada pelos licenciados é que **demanda mais tempo**. L5 ressalta que é necessário “disponibilidade de tempo do professor em sentar e planejar a aula via resoluções de problemas que demandam um pouco mais de tempo”. L6 destaca:“uma limitação é o tempo de preparação da situação, pois a escolha do problema é o fatorque mais necessita-se de atenção por meio do professor”. Isso vai na direção da importância de mais uma competência que o professor necessita ter que é “planejar as ações de ensino que resultem em efetivas aprendizagens” (BRASIL, 2019). Proença (2018) destaca justamente a importância desse planejamento que se evidencia na primeira ação, a de da escolha do problema, pois isso influencia todas as quatro ações posteriores.Porém, sabe-se que a realidade dos professores em sala de aula é complexa, muitas vezesnão têm garantida a quantidade de hora-atividade ideal para planejar suas aulas, o que é um empecilho. Por fim, L7 respondeu que **não vê limitações**.

Considerações Finais

No presente estudo, buscamos analisar que potencialidades e limitações do Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas são apontadas por licenciandos em um processo formativo. Ao analisarmos o que foi revelado pelos sete participantes da pesquisa, verificamos que como potencialidades eles reconhecem que a resolução de problemas propicia a realização de uma aula não tradicional, visto que o usodo problema como ponto de partida favorece uma aprendizagem significativa e coloca oaluno como participante do professor de ensino junto ao professor.

Entendendo que a resolução de problemas é a abordagem mais coerente para o ensino de matemática, os participantes apontam que tal metodologia de ensino possibilitaintroduzir conceitos tendo o problema como ponto de partida, o que torna a aula mais atrativa aos alunos, visto que que isso rompe com a prática de apresentar definição e já partir para a resolução de exercícios.

Quando inquiridos sobre as limitações acerca do Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas, destacam que para que o futuro professor utilizea resolução de problemas como metodologia de ensino em sala de aula, se faz necessárioconhecimento da mesma. Além disso, apontam que utilizar a resolução de problemas demanda mais tempo por parte do professor, visto que escolher o problema merece atenção especial por parte do professor, não sendo uma tarefa fácil. Um licenciando faz considerações de que não é possível usar o problema como ponto de partida, pois determinadas temáticas impõem dificuldades para tal; um dos participantes apontou que não observa nenhuma dificuldade em assumir a perspectiva da resolução de problemas em sala de aula.

Diante do exposto, reforçamos a importância da abordagem da resolução de problemas na formação inicial de futuros professores de matemática por acreditarem queo conhecimento de tal metodologia de ensino favorece uma prática docente que estimulaa participação de alunos e professores nos processos de ensino e aprendizagem, e dá ao aluno um papel significativo e relevante em seu processo de aprendizagem da Matemática.

Referências

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que através da Resolução de Problemas? *In*: ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G; NOGUTI, F. C. H.; JUSTULIN, A. M. (orgs.). *Resolução de Problemas*: teoria e prática. Jundiaí: Paco, p. 35-52. 2014.

BRASIL, T. C. *O ensino da geometria através da resolução de problemas: explorando possibilidades na formação inicial de professores de matemática*. 2017. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, Campina Grande, 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. *Base nacional comum curricular*. Brasília, DF: MEC,2018.

BRASIL. Ministério da Educação. *Resolução CNE/CP Nº 2, de 20 de dezembro de 2019*. Define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial de Professores para a Educação Básica e institui a Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica (BNC-Formação). Brasília,DF: Ministério da Educação, 2019.

ECHEVERRIA, M, D. P. P. A solução de problemas em matemática. In: POZO, J, I. (Org.). *A solução de problemas*: aprender a resolver, resolver para aprender. PortoAlegre: ArtMed, 1998. p. 43-65.

FERREIRA, N. C. *Uma proposta de ensino de álgebra abstrata moderna, com autilização da metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemáticaatravés da resolução de problemas, e suas contribuições para a formação inicialde professores de Matemática*. 2017. 283 f. Tese (Doutorado) – Pós-graduação deEducação Matemática, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2017.

GATTI, B. A.; ANDRÉ, M. *A relevância dos métodos de pesquisa qualitativa em educação no Brasil*. In: WELLER, W.; PFAFF, N. (Org.). *Metodologias da pesquisa qualitativa em Educação*: teoria e prática. 2. ed. Petrópolis: Vozes, 2011.p. 29-38.

MARTÍNS, E. R. *Possibilidades do uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem- Avaliação de Matemática através da resolução de problemas em um curso de licenciatura em Matemática na Rede Federal de Educação Tecnológica noEstado de São Paulo*. 2019. 222 f. Tese (Doutorado) - Pós-graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2019.

MENDES, L. O. R.; AFONSO, E. J. M. A.; PROENÇA, M. C. Análise da compreensãode licenciandos em Matemática sobre o ensino via resolução de problemas. *Educação Matemática Debate*, Montes Claros, v. 4, p. 01-23, 2020.

MENDES, L. O. R.; PROENÇA, M. C. O Ensino de Matemática via resolução de problemas na formação inicial de professores. *Revista de Educação Matemática*,São Paulo, v. 17, p. 01-24, 2020.

MIZUKAMI, M. G. N. Aprendizagem da docência: conhecimento específico, contextos e práticas pedagógicas. In: NACARATO, A. M.; PAIVA, M. A. V. (Orgs). *A formação do professor que ensina matemática*: perspectivas e pesquisas. Belo Horizonte: Autêntica, 2006, p. 213-231.

NÓVOA, A. (Org.). *Os professores e a sua formação*. Portugal: Porto, 1999.

PROENÇA, M. C. *Resolução de problemas:* encaminhamentos para o ensino e a aprendizagem de Matemática em sala de aula. Maringá: Eduem, 2018.

PROENÇA, M. C. Análise do conhecimento de professores recém-formados sobre o ensino de matemática via resolução de problemas. *Revista de Educação Matemática,* São Paulo, v. 17, p. e020008, maio 2020.

ROCHA, P. M. *A resolução de problemas no ensino de estatística: contribuições na formação inicial do professor de matemática*. 2016. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Campina Grande, 2016.

SCHROEDER, T. L.; LESTER JUNIOR, F. K. Developing understanding inmathematics via problem solving. *In*: Trafton, P. R.; Shulte, A. P. (ed.). *New directions for elementar school mathematics*. Reston: NCTM, 1989.

O uso da simbologia na Educação Matemática e a formação de pedagogos

The use of symbology in Math Education and the training of pedagogue teachers

El uso de la simbología en la Educación Matemática y la formación de pedagogos

Carlos Mometti[212]
Universidade de São Paulo / Università di Bologna
http://orcid.org/0000-0001-6699-7139

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam Matemática

Resumo

A habilidade de codificar/decodificar símbolos por meio da linguagem é um dos aspectos que torna a humanidade um grupo social desenvolvido cognitivamente. Neste processo de codificação/decodificação há a presença de dispositivos materializados na forma de códigos (letras, desenhos etc.) e de elementos culturais incorporados ao longo da tradição e vivência. Assim, torna-se relevante estudarmos os mecanismos por meio dos quais a linguagem se utiliza para a definição e construção de significados, pois se consideramos a Educação Matemática como contexto de estudo, a não compreensão de símbolos matemáticos, por exemplo, poderá influenciar negativamente no desenvolvimento da aprendizagem por parte dos estudantes, além da dificuldade de seu ensino. Diante do exposto, neste trabalho temos por objetivo apresentar um estudo desenvolvido com professores pedagogos atuantes na educação primária acerca do uso da linguagem simbólica e de suas implicações na Educação Matemática do ensino primário. Para isso, utilizamo-nos de uma reflexão crítica suportada pela metodologia hermenêutica-fenomenológica sobre uma das aulas ministradas em um curso de formação continuada de professores. Mediante a realização do processo alético, conforme previsto pela metodologia reflexiva na qual este trabalho se apoia, pudemos notar que as noções de símbolos e da construção de seus significados não eram bem compreendidas pelas professoras destacadas para este estudo, além da dificuldade de relacionamento com aspectos inerentes à Educação Matemática. Tal fato contribui para a formulação de novas questões para investigações futuras decorrentes deste trabalho.

Palavras-chave: Linguagem, Símbolos, Matemática, Educação Matemática, Pedagogo.

Abstract

The skill to encode/decode symbols through language is one of the aspects that makes humanity a cognitively developed social group. In this process of encoding/decoding, there is the presence of devices materialized in the form of codes (letters, drawings, etc.) and cultural elements incorporated throughout tradition and experience. Thus, it becomes relevant to study the mechanisms through which language is used for the definition and construction of meanings, because if we consider Math Education as a context of the study, the non-understanding of mathematical symbols, for example, may negatively influence the development of learning on the part of students, in addition to the difficulty of their teaching. In view of the above, in this paper, we aim to present a study developed by pedagogue's teachers working in primary

[212] carlosmometti@usp.br / antonio.mometti@studio.unibo.it

education about the use of symbolic language and its implications in Math Education in primary education. For this, we used a critical reflection supported by the hermeneutic-phenomenological methodology on one of the classes taught in a course of continuing teacher education. By carrying out the alethic process, as foreseen by the reflective methodology on which this work is based, we could notice that the notions of symbols and the construction of their meanings were not well understood by the teachers highlighted for this study, in addition to the difficulty of relating with aspects inherent to Math Education. This fact contributes to the formulation of new questions for future investigations resulting from this study.

Keywords: Language, Symbols, Mathematics, Mathematics Education, Pedagogue.

Resumen

La habilidad para codificar/descodificar símbolos a través del lenguaje es uno de los aspectos que hace de la humanidad un grupo social desarrollado cognitivamente. En este proceso de codificación/descodificación hay presencia de dispositivos materializados en forma de códigos (letras, dibujos, etc.) y elementos culturales incorporados a lo largo de la tradición y la experiencia. Así, se vuelve relevante estudiar los mecanismos a través de los cuales el lenguaje es utilizado para la definición y construcción de significados, pues si consideramos la Educación Matemática como contexto de estudio, la no comprensión de los símbolos matemáticos, por ejemplo, puede influir negativamente en el desarrollo del aprendizaje por parte de los estudiantes, además de la dificultad de su enseñanza. En vista de lo anterior, en este artículo pretendemos presentar un estudio desarrollado por docentes pedagogos que actúan en la educación primaria sobre el uso del lenguaje simbólico y sus implicaciones de la Educación Matemática en la educación primaria. Para ello, utilizamos una reflexión crítica apoyada en la metodología hermenéutica-fenomenológica sobre una de las clases dictadas en un curso de formación continua docente. Al realizar el proceso alético, tal como lo prevé la metodología reflexiva en la que se basa este trabajo, pudimos notar que las nociones de símbolos y la construcción de sus significados no eran bien comprendidas por los docentes destacados para este estudio, además de la dificultad de relacionarse con aspectos inherentes a la Educación Matemática. Este hecho contribuye a la formulación de nuevas preguntas para futuras investigaciones derivadas de este estudio.

Palabras clave: Lenguaje, Símbolos, Matemáticas, Educación Matemática, Pedagogo.

Introdução

As formas de representação simbólicas fazem parte da história humana desde seu surgimento. Observar a natureza e buscar representá-la, mediante a construção de formas pictóricas e, com posterior atribuição de significados, acabaram por se afirmarem como necessidades intrínsecas ao *ser* humano.

Não obstante, com a evolução tanto biológica quanto histórica da humanidade, as formas representativas também foram se transformando, resultando em *códigos* e *aparatos* que hoje entendemos como *formas de linguagem*.

É por meio destas últimas que conseguimos não só interagir com o ambiente externo circundante, como também desenvolvemos formas de pensamento e criamos utensílios para a sobrevivência, obtendo assim a chamada *tecnologia*. Isso significa que o pensamento *materializado em linguagem e cultura* nos tornou a espécie desenvolvida cognitivamente que somos.

Desta forma, a importância da linguagem, bem como dos seus constituintes simbólicos - códigos, sons e demais modos materiais de representação - exerce um papel preponderante na organização social, pois o conjunto de normas, regras e disposições que devem ser seguidas são passadas de geração a geração por este meio de registro material e travestido de *memória cultural*.

Assumindo o contexto da linguagem como um dispositivo necessário para a existência e o desenvolvimento epistemológico, buscamos com este trabalho apresentar um estudo realizado com professores pedagogos dos anos iniciais do ensino fundamental no Brasil acerca das questões da *linguagem simbólica* e de suas influências na Educação Matemática primária.

Tal apresentação dar-se-á por meio da exposição de uma análise reflexivo-crítica[213] realizada a partir da metodologia hermenêutica-fenomenológica aplicada sobre uma das três aulas ministradas com os professores pedagogos participantes de um curso de formação continuada ao longo do segundo semestre do ano de 2020.

Em tal análise, foram identificados dois momentos distintos, os quais contribuíram para a reconstrução daquilo que entendem como importância da linguagem simbólica no processo de ensino e aprendizagem da Matemática na educação primária.

Aportes teóricos

A linguagem e a humanidade[214]

A humanidade desde seus primórdios desenvolve diferentes formas de interação com o mundo natural. Tal assertiva faz-se no tempo presente, uma vez que o potencial distintivo dos

[213] A expressão reflexivo-crítica alude à categorização metodológica dada pela linha hermenêutica-fenomenológica, a qual segundo Alvesson e Sköldeberg (2009) envolve um processo reflexivo e de movimento constante do agente pesquisador.
[214] Neste trabalho assumimos por humanidade ao conjunto de seres humanos, independentemente de seu gênero e/ou etnia. Dessa forma, assumimos uma postura político-social de respeito às diversas formas de *ser* e *estar* no mundo.

seres humanos com relação às demais espécies animais é justamente o fato de que os primeiros codificam/decodificam os aparatos e elementos constituintes da natureza circundante.

Essa característica, proveniente da visão kantiana de como aprendemos e produzimos conhecimento, coloca os seres humanos como agentes produtores de códigos, que segundo os estudos naturalistas do final do século XVIII e início do século XIX, deve-se à estrutura fisiobiológica da espécie *Homo sapiens,* altamente complexa e com forte característica adaptativa.

Assim, a habilidade de *interação* com o mundo exterior fez com que os tais códigos se organizassem de modo a desenvolver a chamada *linguagem*. Como podemos encontrar nos estudos de Bock (1980) e Ingold (2006). A partir da linguagem concebe-se, de acordo com os autores citados, a *epistemologia humana*. Além disso, podemos entendê-la como sendo a ponte do *eu (ontológico)*, limitado pela fronteira do corpo físico humano, com a natureza e seus fenômenos.

Outrossim, há diferentes formas de linguagem, pois conforme nos mostra a historiografia humana, a primeira que fora registrada deu-se por formas pictóricas representativas da vida cotidiana (conhecida na literatura por arte rupestre[215]), inicialmente de seres humanos individuais para, posteriormente, representar a organização de pequenos grupos sociais, os chamados *clãs*.

Ademais, se as primeiras formas de linguagem surgidas na história humana foram as representações rupestres, sua evolução se deu com a *junção* dos sons emitidos pela estrutura fisiológica do corpo humano e a construção de significados pela cultura do grupo social. Assim, um determinado som associado com um símbolo passa a ter um significado. Aqui nasce a *língua*, como instituição e estrutura sociais.

Desta forma, faz sentido pensarmos do ponto de vista *ontológico* que a humanidade só existe devido à *técnica* por ela própria produzida e, que se mantém como elo com a natureza da qual faz parte, conforme nos aponta Ortega y Gasset (2011).

Todavia, conforme bem nos adverte Saussure (2012, p.41, grifo nosso) a língua não se confunde com a linguagem na medida em que a segunda é parte essencial da primeira. Assim,

[215] No Brasil temos uma quantidade considerável dessa forma de linguagem na região do Estado do Piauí, no Parque Nacional Serra da Capivara. http://portal.iphan.gov.br/pagina/detalhes/42.

compreendemos que a interação humano/natureza deu origem à linguagem, sendo a língua uma de suas partes integrantes.

Ademais, sendo a língua uma forma de linguagem que estabelece a interação humano/natureza como, também, humano/humano, há três características que precisamos destacar: (i) a linguagem é intrínseca ao humano, (ii) a língua é uma soma de dispositivos representativos com significados atribuídos e (iii) os significados dependem da cultura construída, incorporada e transformada (Sewell Jr, 2005).

Na primeira característica temos um caráter um tanto quanto generalizável, de modo que afirmar que a linguagem é intrínseca ao humano queremos dizer, basicamente, que a interação humano/natureza fez com que fossem mobilizadas e adaptadas estruturas fisiológicas que permitem àquele construir significados que mantenham sua existência no contexto a que pertence.

Já no que diz respeito à segunda característica enunciada, podemos cotejar com os estudos de linguística desenvolvidos por Saussure (2012), bem como pela investigação acerca da junção de códigos escritos e falados (discursos) realizada por Pêcheux (2014).

Finalmente, a terceira característica é, na nossa visão, a mais importante das enunciadas. Tal motivo diz respeito ao fato de a cultura ser construída, incorporada e transformada, segundo as concepções estruturalistas de Sewell Jr. (2005). Ademais, podemos também considerar que a cultura fez do humano sua própria fonte de existência como apontou Ortega y Gasset (2011).

Desta maneira, compreender determinados mecanismos naturais para, posteriormente, transformá-los a benefício próprio, garantiu-nos a evolução e a "dominação" do planeta. Neste sentido, a *techné* humana foi o respaldo de nossa ontologia, como também das determinações posteriores que seria passada de geração a geração.

Assim, conforme bem destaca Benedict (2013) a cultura é construída por mecanismos de significação e interpretação de porções da realidade, a qual materializa-se no grupo social mediante o surgimento de crenças, padrões, valores e conhecimentos passados por meio geracional.

Destarte, é através da cultura que os indivíduos foram se apropriando da natureza, de suas formas de se comunicar e das definições do que seria, ou não, relevante para sua sobrevivência. No início da humanidade o objetivo era sobreviver. Já na pós-modernidade, conforme faz-nos refletir Zeldin (2009), Giddens (1991) e Beck (2018) o *objetivo é ter um objetivo*.

Outrossim, as três características anteriormente citadas levam-nos para a compreensão de que a linguagem possui duas constituições, as quais são classificadas em *mecânico-biológica* e *cultural*. A primeira compreende os códigos e sons produzidos, bem como toda forma materializada da linguagem, ou seja, tudo que diz respeito ao material da linguagem e suas formas de registro.

Aqui enquadram-se, também, formas corporais de representação, dança, pinturas, música, literatura etc. Já a segunda categoria é a responsável pela atribuição de significados e valores, os quais decorrem da materialidade dos códigos e de sua produção pelos grupos sociais.

O uso de símbolos na Educação Matemática

Uma vez que toda forma de interação do humano com uma porção da natureza gera linguagem e, que esta é formada por uma parte mecânico-biológica e outra parte cultural, cabe-nos discutir sobre o papel desta linguagem na transmissão e repasse da cultura, ou seja, naquilo que compreendemos por *educação como formação*.

Neste sentido, segundo Jaeger (2018) a concepção de educação nascida ainda nos antigos gregos assumia-a como uma modelagem do indivíduo mediante um conjunto de padrões e valores pré-estabelecidos. Assim, partindo das ideias de *areté* (virtude) e de uma educação *homérica* (voltada para o desenvolvimento do sujeito enquanto virtuoso) a submissão a um processo educacional configurava-se pela *modelagem do tipo de indivíduo* que se pretende almejar no agrupamento social considerado.

Esta concepção, ademais, não foi modificada com o passar do tempo, e sofreu evolução no que diz respeito ao *poder social*. Com isso, queremos dizer que a parte cultural da linguagem é a que mais influencia na interação social, na medida em que, conforme citado, cabe àquela atribuir significados e sentidos culturais aos códigos gerados.

No que tange a Educação Matemática, a linguagem é parte essencial do processo de ensino. Isso se deve, pois a Matemática - longe do debate do que é ou não ser científico no atual paradigma que vivemos - é interpretada com o uso de códigos (símbolos), os quais possuem significados universais[216].

Desta forma, uma das temáticas que requer preocupação do ensino da Matemática na educação básica é justamente aquela que diz respeito à manipulação de símbolos numéricos e algébricos para determinar relações comparativas entre grandezas munidas de significados.

Não obstante, queremos dizer que, em sua maioria, os problemas matemáticos surgem-nos para analisarmos porções da natureza e da nossa realidade, os quais exigem comparação entre coisas maiores e menores, grandes e pequenas, muito e pouco etc.

Como, então, trabalharmos a Matemática na educação primária sem falarmos da construção dos símbolos matemáticos e seus respectivos significados? Quantas aulas de Matemática ministradas na educação básica estão diretamente ligadas à interpretação de suas representações no que se refere aos símbolos?

Estas questões, de natureza semiótica da Educação Matemática, são necessárias para ressignificarmos a prática pedagógica do ensino dos conceitos matemáticos e, foram pensadas sob um outro prisma pelos estudos de Duval (2003), o qual não considerou os aspectos antropológicos e socioculturais das formações humanas.

Deste modo, compreendemos que a interpretação dos significados atribuídos aos símbolos matemáticos utilizados em qualquer problema e/ou operação desenvolvida trará a *construção individual de significação* na aprendizagem matemática dos estudantes. Com isso, aproximamo-nos dos chamados *conceito imagem* e *conceito definição*, propostos pelos teóricos David Tall e Sholmo Vinner na segunda metade do século XX.

Tall e Vinner (1981) enfatizam que a construção do conhecimento matemático é formado por três elementos essenciais, a saber: (i) a percepção, (ii) o pensamento e (iii) a ação. Desse modo, para que o sujeito aprenda o conceito de multiplicação, por exemplo, precisará antes de tudo estabelecer um *significado* por meio de uma imagem mental (conceito imagem) para, posteriormente, compreender o real sentido da operação (conceito definição).

---

[216] Assumindo o mundo ocidental branca e europeia, claramente. Pois, se considerarmos outras culturas também presentes na América Latina e que foram (são) apagadas a partir do final do século XV com o processo de colonização, verificaremos sem muito trabalho que determinados conceitos matemáticos possuem outras formas de representação. A isso se ocupa, dentre outros objetos, a área da *Etnomatemática*.

Partindo da perspectiva apresentada por Saussure (2012) a língua é constituída por *códigos* e *sons*, os quais são formas simbólicas dadas por um *significante* e um *significado*. O primeiro caracteriza-se pelo código (parte material) utilizada, tais como letras, a junção em sílabas e a posterior palavra formada. O segundo, por sua vez, é a parte cultural, isto é, o que aquele grupo social em particular compreende na realidade circundante pela palavra indicada.

Aportes metodológicos

Conforme mencionado anteriormente, temos por objetivo apresentar um estudo desenvolvido com professores pedagogos acerca da linguagem simbólica e da linguagem matemática. Assim, caracterizamos como contexto da presente discussão uma aula ministrada para professores polivalentes dos anos iniciais do ensino fundamental em um curso de formação continuada.

Desta forma, o referido curso desenvolveu-se durante o segundo semestre do ano de 2020, por um período de quatro meses na modalidade a distância. Além disso, constitui-se como uma das atividades previstas em um projeto de pesquisa maior, o qual tem como tema central estudar as práticas pedagógicas dos professores polivalentes durante as aulas de matemática, buscando evidenciar os aspectos culturais, ideológicos e procedimentais que caracterizam seu trabalho docente.

Neste trabalho, nosso foco não será o de discorrer sobre o projeto de pesquisa, mas apenas das análises realizadas em uma das aulas do curso de formação continuada citado.

O curso contou com uma carga horária total de sessenta horas e teve um público de cento e cinquenta e cinco alunos de quatro municípios do Estado de São Paulo e um município do Estado do Espírito Santo.

Cabe destacar, ainda, que todos os alunos inscritos estavam, durante a realização do curso, na *ativa*. Isso significa que a prática pedagógica que estavam desenvolvendo naquele momento nos auxiliou durante os momentos de reflexão e discussão acerca dos temas propostos.

Para este trabalho, selecionamos a primeira das três aulas ministradas durante o tópico *O uso de símbolos na Educação Matemática*, que se deu ao longo das três primeiras semanas do curso. Tal escolha deve-se pelo fato desta aula conter os aspectos teóricos acerca da construção de símbolos, bem como da interpretação dos seus significados.

Como método de análise utilizamo-nos dos aportes metodológicos dados por Alvesson e Sköldeberg (2009) acerca da construção hermenêutica-fenomenológica de momentos e períodos determinados, com a finalidade de reviver o fenômeno e, assim, construir uma interpretação.

Inicialmente, destacamos quais foram os momentos que nos chamaram à atenção durante a aula. Posteriormente, destacamos os pontos-chave que serviram de base para a atenção dispendida. Tais pontos são chamados na metodologia citada como *partes de um todo.*

Num terceiro momento, reconstruímos o que foi vivenciado por meio das partes previamente selecionadas, juntamente com o cotejamento de informações extras obtidas no contexto que estávamos inseridos. Este último procedimento caracteriza-se pela construção do *todo.* Assim, por meio da construção e reconstrução do momento através das partes, temos a interpretação do todo, num processo definido na metodologia hermenêutica-fenomenológica como *alético,* ou *epoché*, em suas origens com Husserl.

Dados e análise

Durante a exposição do conceito de *símbolo*, havia na sala de videoconferência sessenta e quatro professores participantes. Após a explicação, com o auxílio de uma apresentação virtual, duas professoras pediram a palavra, as quais serão aqui referenciadas por Adriana e Betina, em respeito à Lei n°13.709 de 14 de agosto de 2018. Tais professoras são a base para a realização do processo alético.

Assim, o primeiro momento utilizado para a reconstrução hermenêutica parte da professora Adriana, a qual exprimiu:

"Olha, que interessante. Eu sempre achei que símbolo fosse apenas a cruz, os desenhos, e essas coisas que criança gosta. Pra mim, língua é o que falo e escrevo, claro né, seguindo regras específicas da gramática" (transcrição ipsis litteris da fala, dados do autor, 2020).

Com esta fala pode-se perceber que o conhecimento acerca da *constituição simbólica*, para aquela professora, estava unicamente relacionado à língua falada e escrita. Desta forma, ao utilizar em sua fala as palavras "sempre achei", "apenas a cruz" e "essas coisas que criança gosta" fica-nos evidente que sua compreensão simbólica está totalmente relacionada com a cultura incorporada pela sua *historicidade*, conforme apontado por Benedict (2013).

Além disso, incluindo no processo alético suas falas anteriores, bem como demais discursos proferidos por esta mesma professora A nos fóruns colaborativos do AVA, pudemos perceber que a *tradição* é o que rege sua base ideológica (e cultural!) para o desenvolvimento do seu trabalho pedagógico.

Isso significa que a incorporação de crenças, valores e regras estão materializados no comportamento - ação cotidiana - e configuram-se como uma espécie de *consciência prática* na execução de suas atividades de docência.

Tal elemento pode ser corroborado com a leitura sistemática do plano de aula que a professora Adriana elaborou e submeteu para a atividade do AVA. Nesse plano continha, como avaliação, aspectos relacionados aos conhecimentos prévios obtidos pelos alunos nos primeiro e segundo anos de sua formação básica, o que nos evidencia a recorrência ao que é *incorporado*, assim, a *tradição do como fazer*.

Já a professora Betina deu continuidade ao pensamento iniciado pela professora Adriana, por meio da seguinte fala:

"Eu concordo com a colega sobre isso. Eu também achava que símbolo era usado para esconder uma ideologia, um pensamento que não quero tornar visível para todos. Eu não imaginava que tudo que escrevo tem esse fundamento cultural todo" (transcrição ipsis litteris da fala, dados do autor, 2020).

Com as falas transcritas das professoras notamos, de certo modo, a mesma base ideológica operante nos discursos enunciados. Assim, este segundo momento foi inserido no processo alético, juntamente com as discussões que a professora Betina realizou no fórum colaborativo e no plano de aula que enviou posteriormente no AVA.

Nas discussões do AVA, todos os argumentos utilizados para responder a alguma questão eram de natureza "defensiva", ou seja, como se a professora Betina estivesse sempre querendo se defender de algum pensamento que exprimia. Já no plano de aula identificamos a utilização dos símbolos "tradicionais", ou seja, o objetivo da tarefa era o de desenvolver uma aula em que os alunos iriam criar seus próprios símbolos baseados nos já existentes da Matemática, atribuindo significados diferentes. Vê-se que a professora Betina opera no significado, dissociado do símbolo.

Deste modo, pudemos observar que tanto a professora Adriana quanto a professora Betina perceberam que não conheciam as definições linguísticas que lhes foram apresentadas, além da compreensão de que toda simbologia deve ser construída sobre os aportes mecânico-biológico e cultural.

Considerações finais

Com o presente trabalho buscamos analisar, por meio de um movimento alético, como os professores pedagogos participantes do curso de formação continuada compreendiam a linguagem simbólica e de como seriam suas influências na Educação Matemática.

Como contexto de análise partimos das discussões desenvolvidas durante uma aula remota que compunha o módulo 1 do curso, acerca da linguagem e seus desdobramentos para a Educação Matemática.

Pudemos observar que a interpretação das partes *material* e *cultural* da língua por parte dos professores polivalentes participantes manifestou-se como uma novidade, uma vez que compreendiam a língua, segundo descrito na seção anterior do presente trabalho, como um recurso apenas para comunicar, relacionando-a com aspectos socioculturais, tais como o comportamento ou faixa etária.

Finalmente, com o relato apresentado compreendemos que questões de pesquisa surgem, tais como: quais seriam as influências da não compreensão dos aspectos semióticos por parte dos professores polivalentes e que influenciariam no ensino da Matemática nos anos iniciais? Em que medida a parte cultural da língua contribui para a tradição de um determinado método de ensino na Matemática? Questões estas que serão investigadas.

Referências

Alvesson, M. & Sköldeberg, K. (2009). Reflexive Methodology: new views for qualitative research. Londres: Sage publications.

Beck, U. (2018). A Metamorfose do Mundo: novos conceitos para uma nova realidade.1 ed. Rio de Janeiro: Zahar.

Benedict, R. (2013). Padrões de Cultura. Trad. Ricardo Rosenbusch. São Paulo: Vozes.

Bock, K. (1980). *Human Nature and History: A Response to Sociobiology*. New York Chichester, West Sussex: Columbia University Press. https://doi-org.ezproxy.unibo.it/10.7312/bock91492.

Duval, R. (2003). Registros de representação semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S. D. A. (Org.). Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica. Campinas: Papirus. p. 11-33.

Giddens, A. (1991). As consequências da modernidade. Tradução de Raul Fiker. São Paulo: Editora UNESP.

Ingold, T. (2006). Against human nature. In: Gontier, N., Van Bendegem, J.P., Aerts, D. (eds) Evolutionary Epistemology, Language and Culture. Theory and Decision Library A:, vol 39. Springer, Dordrecht. https://doi.org/10.1007/1-4020-3395-8_12

Jaeger, W. (2018). Paideia: a formação do homem grego. 6ª edição. São Paulo: Martins Fontes.

Ortega y Gasset, J. (2011). Meditazione sulla tecnica e altri saggi sulla scienza e filosofia. Cura di Luca Taddio. Milano: Mimesis Edizione.

Pêcheux, M. (2014). Semântica e Discurso: uma crítica à afirmação do óbvio. 5 ed. Campinas: Editora da Unicamp.

Saussure, F. (2012). Curso de Linguística Geral. 28 ed. São Paulo: Cultrix.

Sewell Jr, W. H. (2005). Logics of history: social theory and social transformation. Chicago: Chicago University Press.

Tall, D. & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics, with special reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, Dordrecht, vol. 3, n. 12, p. 151-169. Disponível em: http:// https://doi.org/10.1007/BF00305619.

Zeldin, T. (2009). Uma história íntima da humanidade. 2 ed. Rio de Janeiro: Record.

Análise da transcrição de um vídeo com foco no Conhecimento Especializado do Professor de Matemática

Analysis of the transcript of a video focusing on the Mathematics Teacher'sSpecialized Knowledge

Análisis de la transcripción de un video centrado en el Conocimiento Especializadodel Profesor de Matemática

Marcelo Falcão de Oliveira[217]
Instituto Qualidade no Ensino - IQE
https://orcid.org/0000-0002-8116-612X

Anderson Luiz Lunardelli[218]
Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP
https://orcid.org/0000-0003-0461-5208

Caroline Almeida Souza Silva[219]
Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP
https://orcid.org/0000-0002-7089-7090

Milena Cristini da Silva[220]
Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP
https://orcid.org/0000-0003-1207-4739

Modalidade: Comunicação

Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam Matemática

Resumo

O presente trabalho tem como objetivo debater a abordagem metodológica adotada e refletir sobre as dificuldades encontradas na análise de transcrição de um vídeo, no qual uma professora de matemática, que assume o papel de formadora, sugere, ao problematizar um plano de aula, a utilização do jogo "Nunca dez". Discute-se o conhecimento mobilizado pela professora, na perspectiva da conceitualização do *Mathematics Teacher's Specialised Knowledge* (MTSK) focando a atenção nos subdomínios *Knowledge of Topics* (KoT) e *Knowledge of the Structure of Mathematics* (KMT) sobre o tópico matemático subtração e nas limitações do recurso

[217] marcelofalc@gmail.com
[218] andersonluizlunardelli@gmail.com
[219] caroldesouza86@gmail.com
[220] milenacristini@hotmail.com

didático – jogo do “Nunca 10”, principalmente, quando associado ao ábaco. A principal dificuldade encontrada foi identificar as evidências que revelavam o conhecimento especializado da professora. Espera-se que esta discussão contribua para trazer luz à complexidade de efetuar a análise do conhecimento do professor assumindo as suas especificidades, na perspectiva do MTSK.

Palavras-chave: Transcrição de Vídeo, Conhecimento Especializado, Professor de Matemática, Subtração.

Abstract

This paper aims to discuss the methodological approach adopted and to reflect on the difficulties encountered in the analysis of the transcription of a video, in which amathematics teacher, assuming the role of teacher educator, suggests, when problematizing a lesson plan, the use of from the game “Nunca dez”. The knowledge mobilized by the teacher is discussed from the perspective of the conceptualization of Mathematics Teacher's Specialized Knowledge (MTSK) focusing the Knowledge of Topics (KoT) and Knowledge of the Structure of Mathematics (KMT) subdomains on the mathematical topic of subtraction, and also concerning the limitations of the resource – the game “Nunca 10”, mainly when associated with the abacus. The main difficulty encountered was to identify the evidence of teacher's specialized knowledge. We aim that this discussion contributes to shed light on the complexity of carrying out the analysis of teacher knowledge, assuming its specificities, in the scope of the MTSK conceptualization.

Keywords: Video Transcription, Expert Knowledge, Mathematics Teacher, Subtraction.

Resumen

El presente trabajo tiene como objetivo discutir el enfoque metodológico adoptada, y reflexionar sobre las dificultades encontradas en el análisis de la transcripción de un video, en el que una profesora de matemáticas, que asume el papel de formadora, sugiere, al problematizar un plan de clase, el uso del juego “Nunca dez”. El conocimiento movilizado por la profesora es discutido desde la perspectiva de la conceptualización del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK) enfocando la atención en los subdominios Conocimiento de los Tópicos (KoT)y Conocimiento de la Estructura de las Matemáticas (KMT) en el tópico de la resta y en las limitaciones del recurso didáctico – el juego del “Nunca 10”, principalmente cuando se asocia al ábaco. La principal dificultad encontrada ha sido identificar las evidencias de conocimiento especializado de la profesora. Se espera que esta discusión contribuyaa arrojar luz sobre la complejidad de realizar el análisis del conocimiento del profesor, asumiendo sus especificidades, en la perspectiva del MTSK.

Palabras clave: Transcrição de vídeo, Conhecimento Especializado, Professor de Matemática, Subtração.

Introdução

A reflexão de e sobre a prática profissional do professor permite um entendimento maior do que ele faz e porque o faz, tendo em vista que suas ações serão influenciadas pelo seu conhecimento, assumido como especializado de acordo com a conceitualização do *Mathematics Teacher's Specialised Knowledge*[221] (MTSK) (CARRILLO, *et al.*, 2018). Quanto mais se conhece a respeito do conhecimento envolvido na prática e escolhas pedagógicas, mais se compreende o processo de ensinoe de aprendizagem (SCHOENFELD, 1998; RIBEIRO; MONTEIRO; CARRILLO, 2009).

Uma ação que compete ao professor, fundamentada em seu conhecimento, na perspectiva do MTSK (CARRILLO, *et al.*, 2018), refere-se à escolha dos recursos didáticos para o ensino da matemática, considerando suas possíveis limitações e potencialidades, que está diretamente relacionada ao conhecimento dos tópicos a serem desenvolvidos.

Diante dessa perspectiva, analisa-se o conhecimento especializado do professor por meio da transcrição do vídeo "CIEspMat: por que não nunca dez nem no ábaco" e discutem-se as dificuldades de realizar tal análise. Nesse vídeo, discute-se a problemática do jogo denominado "Nunca dez", um recurso considerado inapropriado para realizar as conversões na base dez, e, quando associado ao ábaco para abordar as operações fundamentais de adição e subtração, acarreta prejuízos à aprendizagem dos alunos, no caso, em relação ao algoritmo tradicional da subtração.

A discussão dessas dificuldades sentidas no processo de análise de um vídeo, com foco no conhecimento especializado do professor de matemática, na perspectiva doMTSK, busca trazer luz para o processo analítico de efetuar pesquisa com foco no conhecimento do professor.

Marco Teórico

A adição e a subtração, que dão suporte e estrutura para o trabalho com as demais operações (KAMMI; LEWIS; KIRKLAND, 2001), são operações matemáticas importantes e consideradas simples - embora, na subtração, o grau de complexidade sejamaior. Assim, devido

[221] Optou-se por utilizar a nomenclatura em inglês por ser esta uma conceitualização já reconhecida internacionalmente e por poder a tradução acarretar a dessignificação que se encontra associada a cada uma das dimensões desta conceitualização.

a essa importância, as escolhas pedagógicas direcionadas àsoperações devem considerar os recursos didáticos - como jogos e materiais manipuláveis - e não apenas o uso dos algoritmos tradicionais.

Levando em consideração esses recursos, o ábaco é historicamente utilizado paraefetuar cálculos envolvendo a adição e a subtração, sendo igualmente potente para discutir algumas características do sistema de numeração decimal, como o valor posicional e as conversões na base dez. O ábaco faz uso do valor posicional como formade reduzir a quantidade de etapas envolvidas nos cálculos e possibilita a compreensão dos procedimentos e regras utilizados nos algoritmos convencionais (RIBEIRO, 2021).

Outro recurso é o jogo "Nunca dez", criado na tentativa de elucidar uma das características do Sistema de Numeração Decimal, que são as conversões na base dez. Ojogo assume a impossibilidade de quantidades iguais ou maiores do que dez em cada ordem (converter dez unidades por uma dezena, dez dezenas por uma centena e assim sucessivamente). O jogo "Nunca dez" dificulta a compreensão do algoritmo tradicional da subtração, em situações em que as conversões terão agrupamentos com quantidades maiores que dez.

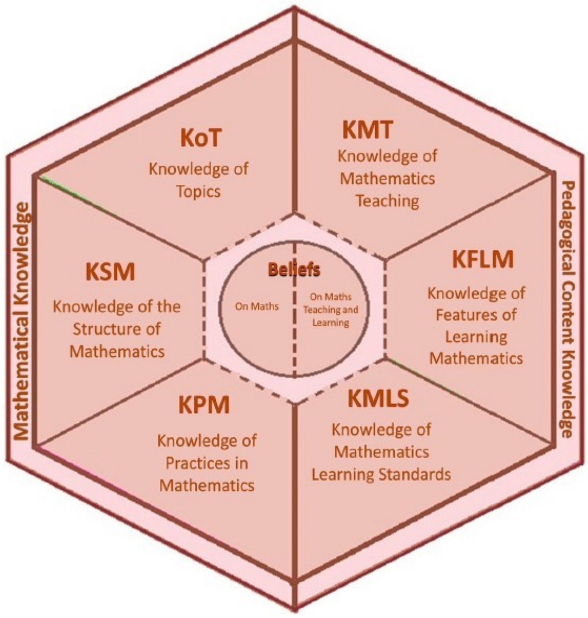
Para que o ensino da adição e da subtração não se resuma apenas a um conjunto de regras e memorização de técnicas abstratas, é necessário considerar as especificidades do conhecimento do professor para a sua prática profissional ao ensinar matemática, incluindo o conhecimento acerca da escolha adequada dos recursos, que assume um papel determinante na construção das ideias matemáticas e seja significativopara a aprendizagem dos alunos.

Neste trabalho, consideramos o conhecimento do professor de matemática como sendo especializado (CARRILLO *et al*., 2018), partindo do pressuposto que esse conhecimento, além de ser mobilizado no âmbito do processo de ensino e de aprendizagem, é pessoal, contextualizado, complexo e parcialmente implícito (MATURANA; GONZÁLEZ, 2020).

Para compreender esse Conhecimento Especializado, assume-se aconceitualização do *Mathematics Teacher's Specialised Knowledge* - MTSK (CARRILLO *et al*., 2018) que se refere a um modelo teórico (Figura 1) que estuda analiticamente o conhecimento do professor de matemática, organizando em três domínios do conhecimento: *Mathematical Knowledge* (MK), *Pedagogical Content Knowledge* (PCK) e Crenças.

Figura 1.

Mathematics Teacher's Specialized Knowledge (CARRILLO et al., *2018, p. 241)*



O *Mathematical Knowledge* (MK) está relacionado ao conhecimento do professor em relação à matemática como disciplina científica no contexto escolar (CARRILLO *et al.*, 2014), sendo expresso por princípios fundamentais e definições quese conectam mediante à lógica natural e formal do conhecimento matemático coerentemente (LIÑAN *et al.*, 2016). Nele, são considerados três subdomínios: *Knowledge of Topics* (KoT)*, Knowledge of the Structure of Mathematics* (KSM) e *Knowledge of the Practice of Mathematics* (KPM).

Neste estudo, é considerado o subdomínio KoT referente à forma mais profunda do conhecimento dos tópicos, isto é, o conteúdo matemático e seus significados relativos aos procedimentos (como fazer, quando fazer algo, porque algo é feito, além das características dos resultados obtidos), definições, propriedades, fundamentos, registros de representação, fenomenologia e aplicações (CARRILLO, *et al.*, 2018).

Em relação ao tópico Subtração, no subdomínio KoT, serão elucidadas as categorias "procedimentos" e "registros de representação". Em procedimentos, alguns exemplos de conteúdo do conhecimento são referentes a conhecer como fazer (utilização de algoritmos tradicionais ou alternativos), a quando fazer algo (conhecimento de quando posso utilizar, ou não, um determinado algoritmo), a porque algo é feito (conhecimento sobre o que está subjacente nas etapas do algoritmo da subtração) e às características dos resultados obtidos, o que implica conhecer que os resultados estão associados a distintas formas de estratégias com relação ao tópico.

A categoria registro de representação se refere ao conhecimento a respeito das diferentes formas de representar um tópico. Tais representações podem ser algébricas, numéricas, gráficas, desenhos, verbais e incluem o conhecimento do vocabulário matemático adequado (LIÑAN, *et al.,* 2016). No caso da subtração, é importante conhecer as diferentes formas de representar a operação.

Em continuidade, na conceitualização teórica-analítica MTSK, destaca-se a importância do conhecimento do conteúdo como um objeto de ensino e deaprendizagem (CARRILLO *et al.*, 2014) conhecido como *Pedagogical Content Knowledge* (PCK) que é um complemento do *Mathematical Knowledge* (MK).

No PCK, são considerados os subdomínios *Knowledge of Mathematics Teaching* (KMT), *Knowledge of Features of Learning Mathematics* (KFLM) e *Knowledge of Mathematics Learning Standards* (KMLS). Este domínio está relacionado com o conhecimento teórico para o ensino da matemática, envolvendo as dificuldades e pontos fortes de aprendizagem dos alunos em determinado tópico, incluindo o conhecimento dos documentos curriculares oficiais e não oficiais, bem como a utilização dos recursos didáticos (CARRILLO *et al.,* 2018).

Nesse estudo, pondera-se o subdomínio KMT que se refere às teorias de ensino próprias da matemática, situações didáticas do conhecimento entre as relações professore aluno, formas de conduzir as explicações, metáforas e circunstâncias dentro da sala de aula (CARRILLO *et al*., 2014), tais como o conhecimento sobre as potencialidades e limitações dos recursos e materiais que podem ser utilizados, considerando as características e especificidades de cada um, para ensinar determinado tópicomatemático.

No que se refere ao conhecimento dos recursos, no subdomínio KMT, umexemplo de conteúdo do conhecimento é conhecer que o jogo “Nunca dez” é inadequado para o ensino da matemática, porque é possível ter uma quantidade maior que dez, em situações nas quais as quantidades nas ordens do minuendo são menores doque o do subtraendo, seja no ábaco ou no algoritmo da subtração.

Contexto e Método

Este trabalho discorre sobre a análise da prática de uma professora, que assumeo papel de formadora de professores, apresentada no vídeo “CIEspMat: por que não nunca dez nem no ábaco”[222] (6' 46"). O estudo foi realizado no contexto de uma disciplinada Pós-Graduação[223] da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), no qual os autores deste texto buscam analisar e discutir coletivamente o conhecimento especializado do professor de matemática, com base na conceitualização do MTSK.

No vídeo, a professora, que assume o papel de formadora, propõe a reflexão de porque é matematicamente inadequado o jogo “Nunca dez” e utiliza o ábaco para discutir as conversões na base dez, no âmbito da subtração. Ao criticar o plano de aula[224] com essa opção pedagógica, destaca a importância do conhecimento do professor sobre as potencialidades dos recursos didáticos, dado que o conhecimento desenvolvido com o jogo pode acarretar dificuldades na compreensão dos alunos sobre o algoritmo tradicional da subtração.

Além disso, a professora evidencia que a regra “nunca, nunca dez” é inadequada, pois é possível no ábaco, no algoritmo ou em qualquer contexto, ter maisde dez peças nas unidades ao realizar as conversões, ou seja, o que é matematicamente válido em um momento, deverá continuar a ser válido nas etapas posteriores, independente do recurso.

O vídeo foi visto e assistido coletivamente e foram realizadas algumas anotações individuais. Porém, foi dificultoso tentar, ao mesmo tempo: ouvir a fala, compreender a legenda, realizar anotações e identificar o conhecimento revelado. Por isso, assistiu-seao vídeo novamente, optou-se pela colocação da legenda automática do YouTube, como intuito de facilitar a compreensão dos detalhes da fala da professora.

Optou-se, também, por utilizar a transcrição do YouTube a cada dois segundos[225] e, por ser uma primeira abordagem à análise sistemática do conhecimento do professor, ela se mostrou propícia para o que se pretendia, sendo necessário alguns ajustes na linguagem. Assistiu-se ao vídeo novamente e foram realizadas correções na transcrição (em documento compartilhado). Foram acrescentadas a esse documento, anotações referentes às ações da professora e informações textuais (utilizou-se caixa alta) de modo a possibilitar que, pela transcrição, fosse possível criar uma imagem mental do que ocorreu no vídeo.

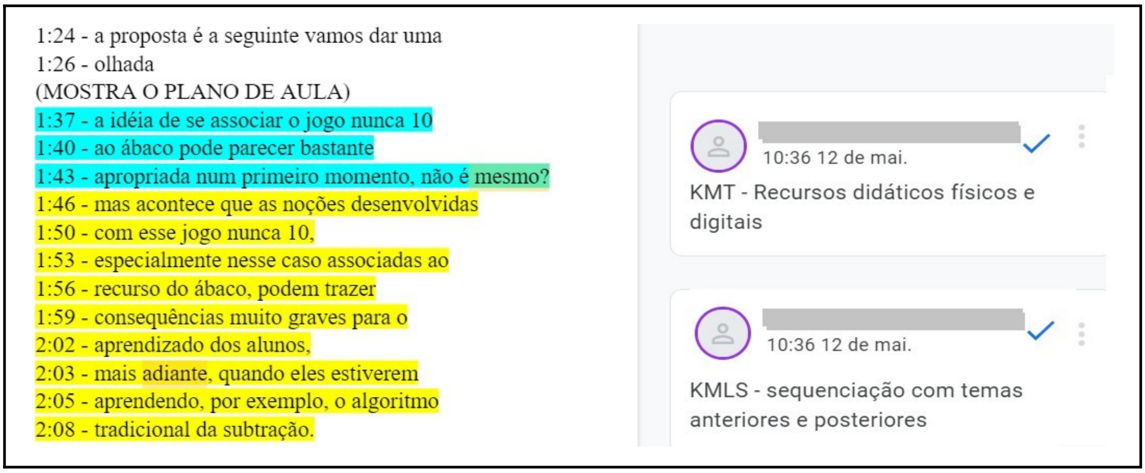
[222] Publicado em 9 de agosto de 2019 no canal do YouTube do CIEspMat e disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=0EADP0aCcEI. Acesso em: 12 maio 2022.
[223] Disciplina sob responsabilidade dos professores Miguel Ribeiro, Alessandra Almeida e Adilson Dalben.
[224] Disponível em: https://novaescola.org.br/planos-de-aula/fundamental/2ano/matematica/jogo-com-abaco/1745. Acesso em: 28 maio 2022.

[225] Em continuação do estudo, entende-se ser necessário readequar a transcrição, considerando a perspectiva de Schoenfeld (1999).

A discussão da abordagem metodológica se deu a partir da análise da transcrição realizada por meio da leitura linha a linha. Destacou-se, em amarelo, o que se identificava, no momento, como possíveis evidências de conhecimento da professora. Em um segundo momento, foi realizada a categorização considerando os subdomínios KoT e KMT da conceitualização do MTSK, com base em uma nova leitura da transcrição, destacando, em azul, apenas o que se considerou estar relacionado a esses subdomínios (Quadro 1).

Quadro 1.

Exemplo de organização da análise inicial com a categorização do conhecimento(Fonte: arquivo dos autores, 2022)



Nos trechos destacados, não foram descritos o conteúdo do conhecimento, mas sim, identificados (em comentários) os subdomínios e suas respectivas categorias.

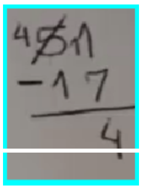
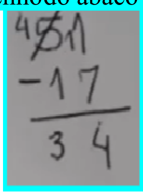
Análise e Problemas Encontrados

A análise ocorreu com base nas evidências destacadas, focando os subdomínios KoT (conhecimento sobre procedimentos e registros de representação) e KMT (conhecimento sobre os recursos didáticos - físicos e digitais). Após esse momento, estabeleceu-se a associação entre as evidências de conhecimento mobilizado pelaprofessora e a sua categorização (Quadro 2).

Quadro 2.

Associação entre as evidências e categorização (Fonte: arquivo dos autores, 2022)

Algumas evidências destacadas	Categorização

Evidência (1) 0:14 - Uma das questões que envolve a prática0:17 - do professor de matemática gira em 0:20 - torno da escolha de recursos pedagógicos0:22 - para ensinar determinados conceitos. 1:09 - Num desses planos de aula, que era1:12 - indicado para os anos iniciais, 1:15 - eu encontrei uma proposta de abordagem1:17 - pedagógica bastante equivocada 1:37 - a idéia de se associar o jogo “Nunca dez”1:40 - ao ábaco pode parecer bastante 1:43 - apropriada num primeiro momento, não é mesmo?	KMT
Evidência (2) 2:38 - Vamos supor que eu queira trabalhar com2:40 - meu aluno a operação de 51 - 17 a partir 2:44 - do algoritmo tradicional.	KoT - Procedimentos
Evidência (3) 3:12-3:45 - (Tira uma tampa da dezena e troca por 10 tampinhas representando10 unidades) Tira uma tampa da dezena e troca por 10 tampinhas representando 10 unidades TROCA 1 DEZENA POR 10 UNIDADES Assim, mostra o ábaco com 4 tampinhas na dezena e 11 nas unidades	KoT - Procedimentos
Evidência (4) 3:47 - 4:11 - Apresenta a operação no ábaco, no algoritmo, de modo pictórico e em língua naturalde cada passo realizado no ábaco é retirado 1 dezena (RETIRA-SE 1 DEZENA) no algoritmo é registrado:  (RETIRA-SE 1 DEZENA) E assim obtém-se o registro comparando o desenhodo ábaco com o algoritmo tradicional:  (RESULTADO 3 DEZENAS E 4 UNIDADES) É apresentado esse resultado também no ábaco aolevantar cada uma das tampinhas das dezenas e depois das unidades.	KoT - Registros de representação

Por meio de um processo cíclico de discussão da análise, foram identificadas diversas evidências como sendo conhecimento mobilizado da professora. Porém, isso setornou um problema e se configurou como a primeira dificuldade para realizar a análise da transcrição, já que algumas evidências indicavam apenas enunciação de ações e não de conhecimento.

Por exemplo, considerou-se que a evidência (1) poderia revelar um conhecimento associado à escolha de recursos (KMT), pois a professora cita o ábaco e ojogo "Nunca dez", mas isso indica apenas uma enunciação do que ela faria com tais recursos e não como eles poderiam ser utilizados para discutir o tópico.

Na evidência (2), considerou-se que revelava conhecimento (KoT - procedimentos) referente à utilização dos procedimentos desenvolvidos no algoritmo tradicional da subtração. Porém, a professora apenas supôs fazer a operação de subtração utilizando o algoritmo em um exemplo (51 - 17), não revelando conhecimentosobre os procedimentos. Essa foi uma das principais dificuldades em ambas as situações: efetuar a análise das informações sem realizar inferências, para além do conhecimento revelado.

Se a evidência (2) fosse associada com a evidência (3), em conjunto revelariam conhecimento, uma vez que a evidência (3) é uma evidência de conhecimento (KoT - procedimentos), pois tem-se a exteriorização do conhecimento da professora pelas ações mobilizadas ao realizar a operação 51 - 17 e as conversões de acordo com as regras do Sistema de Numeração Decimal. Ao converter uma dezena em dez unidades, a professora conhece o que está subjacente nas etapas do algoritmo da subtração.

Durante esse processo de análise, as evidências consideradas relacionadas ao subdomínio KoT foram categorizadas em procedimentos, sendo que a segunda dificuldade foi, de fato, realizar essa categorização e escrever quais eram os procedimentos que sustentam o entender o que se faz, como se faz, porque se faz e as características do que se faz (CARRILLO, *et al.*, 2018) em relação ao tópico subtração.

A evidência (4) indica um conhecimento (KoT – Registros de representação), pois a professora revela conhecer diferentes representações associadas à subtração quando utiliza o ábaco (material concreto e desenho) e o registro do algoritmo tradicional, mostrando suas etapas.

Além disso, utiliza a representação no ábaco para validar as etapas utilizadas no desenvolvimento do algoritmo tradicional. Também revela um conhecimento de procedimento, por exemplo, efetua 11 - 7 no sentido de retirar, após fazer a conversão para realizar a operação 51 - 17. Não houve dificuldade em identificar o conhecimento nesta evidência, pois a professora revelou conhecer como apresentar o registro dasubtração no ábaco e no algoritmo tradicional.

Algumas Considerações

O cerne deste estudo foi a abordagem metodológica adotada e dificuldades encontradas ao efetuar a análise da transcrição de um vídeo, com foco no conhecimento especializado do professor de matemática. No decorrer da análise, diversas evidências foram identificadas no conhecimento mobilizado pela professora, destacaram-se apenas os referentes aos subdomínios KoT (procedimentos e registros de representação) e KMT(recursos didáticos). Porém, a partir das discussões, conclui-se que nem tudo o que foi destacado era mesmo evidência de conhecimento.

Apesar de o modelo MTSK ser bem estruturado e servir de ferramenta analíticae teórica, essa análise foi considerada complexa, pois, além da inexperiência dos pesquisadores com o modelo, houve dificuldade em identificar nas evidências a diferença entre a enunciação de uma ação do professor e o conhecimento revelado, sem realizar inferências. Além disso, também foi difícil tentar agrupar as evidências para identificar o conhecimento.

Por fim, em um momento posterior, é pertinente, para exercitar a ação investigativa e continuar a pesquisa, descrever o conhecimento que foi categorizado, sendo essa uma problemática em aberto, podendo ainda apontar que é relevante readequar a transcrição para linha a linha, ao invés de segundo a segundo e agrupar um conjunto de evidências para identificar e categorizar novos indicadores de conhecimentopara realizar a análise do conteúdo do conhecimento do professor de matemática,conforme o MTSK.

Agradecimento: O presente trabalho forma parte do projeto de pesquisa financiado pelo CNPq "*Desenvolvimento do Conhecimento Interpretativo e Especializado do professor e suas relações com as Tarefas para a Formação no âmbitoda Medida, e do Pensamento Algébrico, Geométrico e Estatístico*" (404959/2021-0).

Referências

CARRILLO, J. *et al*. Un marco teórico para el conocimiento especializado del profesorde matemáticas. **Huelva: Universidad de Huelva Publicaciones**, 2014.

CARRILLO, J. *et al*. The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. **Research in Mathematics Education**, v. 20, n. 3, p. 236–253, 2018.

KAMII, C.; LEWIS, B. A.; KIRKLAND, L. D. Fluency in subtraction compared with addition. **The Journal of Mathematical Behavior**, v. 20, n. 1, p. 33–42, 2001.

LIÑAN, M. *et al*. Conocimiento de los temas (KoT). Reflexionando sobre el conocimiento del profesor. **Actas de las II Jornadas del Seminario de Investigación de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Huelva**, p.12–20, 2016.

MATURANA, C.; GONZÁLEZ, L. Algunos elementos claves del conocimiento especializado del profesor de matemáticas para la gestión de las relaciones área-perímetro. **Educación matemática**, v. 32, n. 2, p. 39–68, 2020.

RIBEIRO, C.; CARRILLO, J.; MONTEIRO, R. De qué nos informan los objetivos del profesor sobre su práctica? Análisis e influencia en la práctica de una maestra. In: **Investigación en Educación Matemática XIII**. Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM, 2009. p. 415-424.

RIBEIRO, M.; CARRILLO, J.; MONTEIRO, R. Cognições e tipo de comunicação do professor de matemática. Exemplificação de um modelo de análise num episódiodividido. **Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa**,v. 15, n. 1, p. 93-121, 2012.

RIBEIRO, M. **Recursos para entender os Números e as Operações:** Material dourado, ábaco e quadro de valor posicional. Editora Cognoscere: Campinas-SP.Coleção CIEspMat – Formação, 2021.

RIBEIRO, M.; ALMEIDA, A.; MELLONE, M. Conceitualizando Tarefas Formativas para Desenvolver as Especificidades do Conhecimento Interpretativo e Especializado do Professor. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 14, n. 35, p. 1-32, 2021.

SCHOENFELD, A. H. On modeling teaching. **Issues in education (Greenwich, Conn.)**, v. 4, n. 1, p. 149–162, 1998.

SCHOENFELD, Alan H. Models of the teaching process. **The Journal of Mathematical Behavior**, v. 18, n. 3, p. 243-261, 1999.

IX CIBEM Congresso Iberoamericano de Educação Matemática 05 a 09 de dezembro de 2022

A formação inicial de professores e o ensino de estatística: identificando recursos tecnológicos utilizados por professores e alunos em suas atividades didáticas no período da pandemia da Covid-19

Initial teacher training and the teaching of statistics: identifying technological resources used by teachers and students in their teaching activities during the Covid-19 pandemic

La formación inicial docente y la enseñanza de la estadística: identificar los recursos tecnológicos utilizados por docentes y estudiantes en su actividad docente durante la pandemia de la Covid-19

Ailton Paulo de Oliveira Júnior[226]
Universidade Federal do ABC
https://orcid.org/0000-0002-2721-7192

Maria do Carmo Pereira Servidoni [227]
Universidade Federal do ABC
https://orcid.org/0000-0003-4458-7934

Carla Alves de Souza [228]
Universidade Federal do ABC
https://orcid.org/0000-0003-3435-7609

Priscila Germano dos Santos [229]
Universidade Federal do ABC
https://orcid.org/0000-0002-2431-7024

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam matemática

Resumo

Nesse estudo identificamos quais foram os recursos tecnológicos utilizados no período da pandemia de Covid-19, por meio de 125 alunos de escola parceira do Programa de Residência Pedagógica - PRP, núcleo matemática de uma universidade federal do estado de São Paulo. Foi disponibilizado o instrumento de pesquisa pelo G*oogle Forms* e os resultados são apresentados de forma descritiva, a partir da qual realizou-se estudo, análise, registro e interpretação dos dados, sem pretender realizar inferências. Buscamos formular questão estatística, em seguida coletou-se os dados e os submetemos à análise, pensando na conexão com o contexto indicado na pergunta de pesquisa. Os dados indicam que a pandemia e o implemento urgente de aulas não presenciais evidenciou que estamos distantes de tornar universal o acesso às tecnologias e de termos uma educação com qualidade, igualdade e equidade para toda população brasileira.
Palavras-chave: Recursos tecnológicos, Escola estadual, Alunos e professores, Pandemia Covid-19, formação de professores de matemática.

[226] ailton.junior@ufabc.edu.br
[227] servidonipereira@gmail.com
[228] carla0934@gmail.com
[229] pri.germano@hotmail.com

Abstract

In this study, we identified the technological resources used in the period of the Covid-19 pandemic, through 125 students from a partner school of the Pedagogical Residency Program - PRP, mathematical nucleus of a federal university in the state of São Paulo. The research instrument was made available through Google Forms and the results are presented in a descriptive way in which the study, analysis, recording and interpretation of data were carried out, without intending to make inferences. We sought to formulate a statistical question, then the data was collected and submitted for analysis, thinking about the connection with the context indicated in the research question. The data indicate that the pandemic and the urgent implementation of non-face-to-face classes showed that we are far from universal access to technologies and from having quality, equality and equity education for the entire Brazilian population.

Keywords: Technological Resources, State School, Students and Teachers, Covid-19 Pandemic, Mathematics Teacher Training.

Resumen

En este estudio, identificamos los recursos tecnológicos utilizados en el período de la Pandemia de Covid-19, a través de 125 estudiantes de una escuela asociada del Programa de Residencia Pedagógica - PRP, núcleo matemático de una universidad federal en el estado de São Paulo. El instrumento de investigación se puso a disposición a través de Google Forms y los resultados se presentan de forma descriptiva en la que se realizó el estudio, análisis, registro e interpretación de los datos, sin pretender hacer inferencias. Se buscó formular una pregunta estadística, luego se recolectaron los datos, posteriormente se sometieron los datos para su análisis, pensando en la conexión con el contexto indicado en la pregunta de investigación. Los datos indican que la pandemia y la urgente implementación de clases no presenciales demostraron que estamos lejos del acceso universal a las tecnologías y de tener una educación de calidad, igualdad y equidad para toda la población brasileña.

Palabras clave: Recursos Tecnológicos, Escuela Pública, Alumnos y Docentes, Pandemia Covid-19, Formación Docente de Matemáticas.

Nos tempos de pandemia da Covid 19, os esforços para superar os desafios no oferecimento de um processo ensino e aprendizagem à distância foram intensificados. Com o passar dos dias o uso das tecnologias tornou-se mais constante pelos professores e alunos, mesmo sendo desafiador, os professores mergulharam em um processo de aprendizagem para suprir a demanda do momento.

Nesse período as escolas mantiveram o vínculo com os estudantes por meio de aplicativos como: *WhatsApp, Facebook, Instagram*, *blogs,* além das ferramentas como o *Google Meet, Google Forms* e outras. Dessa forma, esse processo teve que ir além do livro e do caderno, pois os professores, alunos e suas famílias necessitaram do acesso à internet, ao celular ou ao computador.

Diante do cenário imposto pela pandemia da Covid-19, a afirmação de Mercado (1999) torna-se, além de atual, uma possibilidade de ensinar e aprender, ou seja, deve-se considerar que as novas tecnologias criam chances de reformular as relações entre alunos e professores e de rever a relação da escola com o meio social. Além disso, essas tecnologias permitem a diversificação dos espaços de construção do conhecimento, ao revolucionar os processos e metodologias de aprendizagem, permitindo à escola um novo diálogo com os indivíduos e também com o mundo.

Assim, neste estudo buscamos considerar que, durante as aulas não presenciais, no período de pandemia, devemos pensar que, além dos professores terem que ensinar os conteúdos dos diversos componentes curriculares em cada uma das escolas brasileiras, no caso a matemática, torna-se essencial também pensar no letramento digital dos estudantes e dos professores, propiciando capacitação para a utilização das novas mídias digitais, no caso da pandemia fora do ambiente escolar, mas que pode gerar ganho pedagógico quando do retorno às atividades presenciais e dentro da escola.

A utilização de recursos tecnológicos no ensino remoto

A comunicação mediada por meios tecnológicos à distância, segundo Quintas-Mendes et al. (2010), pode apresentar aspectos socioemocionais muito fortes, em muitos aspectos não inferiores à comunicação presencial, sendo bastante favorável à criação de comunidades de aprendizagens com relações sociais fortes e desempenhos de tarefa comparáveis à comunicação presencial. Ainda se considera que quando se passa da realidade da sala de aula física ou presencial para a sala de aula virtual ou remota há mudanças para além da linguagem, mas também na forma de se relacionar, o que pode gerar impactos prejudiciais ao processo ensino e aprendizagem.

Convergente a essa posição, Kenski (2015) afirma que estudantes e professores se tornam desincorporados nas escolas virtuais, fazendo-se necessário que a presença seja recuperada por meio de novas linguagens para que se crie sua representação e os identifique para todos os demais. Essas linguagens devem se harmonizar às propostas disciplinares e criar um clima de comunicação e sintonia entre os participantes.

Uma revolução educacional nos tempos de pandemia em relação à utilização de meios tecnológicos deve ser pensada como indica Lévy (2005), ou seja, não se trata de utilizar as tecnologias a qualquer custo, mas acompanhar consciente e deliberadamente as mudanças de civilização que questiona profundamente as formas institucionais, sobretudo, os papéis de professor e de aluno.

Aprofundando um pouco mais em relação ao ensino à distância, Costa (2020) lembra que, além de possuir uma padronização no material didático, calendário e atividades, o ensino dito remoto foi utilizado em caráter emergencial no Brasil, assemelhando-se a EaD (Educação à Distância) apenas no que se refere a uma educação mediada pela tecnologia, mas, os princípios seguem sendo os mesmos da educação presencial. No ensino remoto as aulas são em tempo real e no mesmo horário que as presenciais, com as mesmas disciplinas e interações diárias de acordo com o plano de ensino adaptado.

O ensino de estatística segundo o documento norte-americano GAISE e as habilidades segundo a Base Nacional Comum Curricular – BNCC

Na Base Nacional Comum Curricular – BNCC, em Ministério da Educação (2018), os primeiros passos com relação à estatística, envolvem o trabalho com a coleta e a organização de dados de uma pesquisa de interesse dos alunos. O planejamento de como fazer a pesquisa ajuda a compreender o papel da estatística no cotidiano dos alunos. Assim, a leitura, a interpretação e a construção de tabelas e gráficos têm papel fundamental, bem como a forma de produção de texto escrito para a comunicação de dados, pois é preciso compreender que se deve sintetizar ou justificar as conclusões.

Os conteúdos propostos na BNCC (Ministério da Educação, 2018) na unidade temática “Probabilidade e Estatística”, no caso dos anos finais do Ensino fundamental (6º ano ao 9º ano), voltados a aspectos estatísticos e que foram utilizados neste estudo, são: 1) Planejar e coletar dados de pesquisa referente a práticas sociais escolhidas pelos alunos e fazer uso de planilhas eletrônicas para registro, representação e interpretação das informações, em tabelas, vários tipos de gráficos e texto; 2) Interpretar e resolver situações que envolvam dados de pesquisas sobre diferentes área e temas, apresentadas pela mídia em tabelas e em diferentes tipos de gráficos e redigir textos escritos com o objetivo de sintetizar conclusões.

Nos anos finais do Ensino Fundamental, a expectativa é que os alunos saibam planejar e construir relatórios de pesquisas estatísticas descritivas, incluindo medidas de tendência central e construção de tabelas e diversos tipos de gráficos. Destaca-se que esse planejamento inclui a definição de questões relevantes e da população a ser pesquisada, a decisão sobre utilizar ou não amostra e, quando for o caso, a seleção de seus elementos por meio de adequada técnica de amostragem (Ministério da Educação, 2018).

Além disso, abordamos habilidades destacadas na BNCC para o Ensino Médio (Ministério da Educação, 2018) e que estão diretamente relacionadas a esse estudo e à formação dos alunos residentes, por exemplo: 1) Envolve o planejamento e execução de pesquisa amostral com coleta ou dados secundários, comunicação de resultados por meio de gráficos interpretando medidas de tendência central e dispersão, com o apoio tecnológico ou não; 2) Retrata a interpretação e comparação de conjuntos de dados mediante o uso de diferentes diagramas e gráficos, como histograma, o de caixa/*box-plot*, ramos e folhas, identificando o mais adequado para sua análise.

Complementamos com indicações dos relatórios GAISE I (Franklin et al., 2007) e GAISE II (Bargagliotti, Franklin et al., 2020, p. 13) ao destacarem que o propósito do processo de resolução de problemas estatísticos é “coletar e analisar dados para responder questões estatísticas investigativas”. Esse processo é considerado investigativo contendo quatro componentes, quais sejam, 1) formular perguntas que podem ser respondidas com dados; 2) elaborar e empregar um plano apropriado para a coleta de dados 3)utilizar métodos gráficos, tabulares ou numéricos para analisar os dados e 4) relatar a interpretar os dados de acordo com a pergunta problema ou as perguntas problema ou o tema proposto da pesquisa) - incluindo a exploração e abordagem de situações com foco na variabilidade estatística.

Procedimentos Metodológicos

O objetivo do presente estudo consiste na identificação de quais foram os recursos tecnológicos utilizados por professores e alunos de uma escola estadual em São Caetano do Sul, São Paulo, Brasil, no período da Pandemia de Covid-19, tendo como consequente objetivo elaborar relatórios que indiquem elementos para a escola gerar ações pedagógicas e que os alunos da residência pedagógica, núcleo matemática, compreendam e conheçam quais e de que forma esses recursos foram utilizados.

Além disso, em objetivo didático, foco da residência pedagógica do núcleo de matemática da universidade federal, buscamos abordar o ensino e estatística, a resolução de problemas e o processo de investigação segundo os documentos norte-americanos GAISE I (Franklin et al., 2007) e GAISE II (Bargagliotti, Franklin et al., 2020), além das habilidades para o ensino de estatística segundo a BNCC (Ministério da Educação, 2018) tanto para os anos finais do Ensino Fundamental, quanto para o Ensino Médio.

O instrumento foi disponibilizado por meio do *Google Forms* para a coleta de dados apresentando as questões consideradas para esse estudo, no qual foi aplicado aos alunos a fim de diagnosticar o impacto da Covid-19 nessa escola parceira da Residência Pedagógica, núcleo de Matemática.

Nossa pesquisa foi descritiva considerando que se realizou estudo, análise, registro e interpretação de fatos do mundo físico (Barros e Lehfeld, 2007). Segundo Perovano (2014), o processo descritivo visa a identificação, registro e análise das características, fatores ou variáveis que se relacionam com o fenômeno ou processo. Destaca-se que esse tipo de pesquisa é um estudo de caso em que, após a coleta de dados, é realizada análise das relações entre as variáveis para uma posterior determinação dos efeitos resultantes, no caso, realizado por meio de um questionário aplicado via online buscando identificar os recursos tecnológicos utilizados nas atividades didáticas.

Os participantes foram 125 alunos da escola estadual, correspondendo a 38,81% dos 322 alunos da escola. Os alunos têm idade compreendida entre 11 e 18 anos, sendo que a média de idade é de 15,02 anos (desvio padrão igual a 1,88 anos). Em relação ao gênero, 80 (64,0%) se identificaram como do gênero feminino e somente um aluno preferiu não identificar o seu gênero. Considerando a etnia, 66 (52,8%) se declararam brancos e 37 (29,6%) de cor parda. Quanto a ter *internet* em casa, somente 5 (4,0%) alunos disseram não possuir e 44 (35,2%) não possuem computador em casa.

Os resultados aqui citados representam a coleta de dados realizados durante o período pandêmico. Todos os resultados dispostos neste tópico têm fonte autoral, e foram gerados pelo *software* PSPP, sendo embasados integralmente nos dados colhidos dos alunos que concordaram em responder a pesquisa.

Ferramentas de comunicação utilizadas para o contato dos alunos com a escola durante a pandemia da Covid-19

Perguntamos aos alunos qual foi o principal meio de comunicação entre eles e o professor, na qual os resultados são indicados na Tabela 1.

Tabela 1

Principais meios de comunicação entre os alunos e seus professores

Ferramenta utilizada	Frequência	Percentual
WhatsApp	88	70,4%
Google Classroom	27	21,6%
Correio eletrônico	4	3,2%
Messenger	2	1,6%
Chamada de vídeo	1	0,8%
Nenhum	3	2,4%

Fonte: Elaborado a partir das saídas do PSPP.

O indicado pelos alunos (88; 70,4%) como aquele que é o principal meio de comunicação entre alunos e professores alunos foi o *WhatsApp*, popular aplicativo de mensagens disponível para celulares *Android* e *iOS* e para computadores *mac OSX* e *Windows*, em sua versão *web*, ganhando periodicamente novos recursos e melhorias nas funcionalidades de sua primeira versão. Também foi indicado por 27 alunos (21,6%) o *Google Classroom* ou *Google* Sala de Aula que é uma plataforma criada pelo *Google* para gerenciar o ensino e a aprendizagem. A ferramenta é um espaço virtual para que professores possam ensinar seus conteúdos e interagir com seus alunos, bem como com os pais.

Na sequência perguntamos aos alunos se tiveram acesso a algum aparelho eletrônico durante suas aulas em 2020 (Tabela 2).

Tabela 2

Indicação se houve, ou não, acesso por parte dos alunos a algum aparelho eletrônico (celular, tablet, etc.) durante suas aulas online em 2020

Ferramenta utilizada	Frequência	Percentual
Sim	123	98,4%
Não	2	1,6%

Fonte: Elaborado a partir das saídas do PSPP.

Para ter mais detalhes, solicitamos aos alunos que indicassem qual(is) o(s) aparelho(s) eletrônico(s) foram usados por eles em suas aulas online. A questão já apresentava algumas opções para facilitar, quais sejam: 1) Computador; 2) Celular (próprio); 3) Celular (de outra pessoa da família); 4) Notebook; 5) Tablet; 6) Outros. Dessa forma, a Tabela 3 apresenta os aparelhos eletrônicos que foram usados pelos alunos em suas aulas online. Destacamos que foi possível selecionar mais de uma opção.

Tabela 3

Aparelhos eletrônicos que foram usados pelos alunos em suas aulas online

Tipo de aparelho eletrônico	Número de vezes em que foi citado	Percentual em relação ao total de respostas

Celular (próprio)	117	54,17%
Computador	35	16,20%
Notebook	32	14,81%
Celular (de outra pessoa da família)	26	12,04%
Tablet	6	2,78%

Fonte: Elaborado a partir das saídas do PSPP.

Verifica-se que o celular (próprio) é o aparelho mais utilizado pelos alunos para acessar as aulas online, ou seja, 117 alunos (54,17%) indicaram que utilizaram entre os 125 participantes da pesquisa. Segue-se a utilização de computadores e *notebooks*.

Foi também pedido que os estudantes indicassem quais ferramentas digitais eram conhecidas por eles antes da interrupção das aulas pelo Covid-19. Tendo em vista que, a pergunta possuía respostas prontas para facilitar a análise, sendo elas: 1) Reunião *GoTo;* 2) *Webex;* 3) *Google Classroom*; 4) Quadro-negro; 5) *Moodle*; 6) *Hangouts*; 7) *Messenger*; 8) *WhatsApp Web*; 9) *Facebook*; 10) *Khan Academy*; 11) Correio eletrônico; 12) *Webassign*; 13) *Google Drive*; 14) *Schoology*; 15) Bibliotecas ou repositórios; 16) Edmodo; 17) *YouTube*; 18) *Plural*; 19) *Teams*; 20) Outros. Com isso, a Tabela 4 mostra as plataformas já conhecidas pelos alunos antes da pandemia.

Tabela 4

Quais ferramentas digitais você conhecia antes da interrupção das aulas na Covid-19?

Nomes dos aplicativos	**Número de vezes em que foi citado**	**Percentual em relação ao total de respostas**
Google Drive	185	21,26%
Google Meet	121	13,91%
YouTube	112	12,87%
WhatsApp Web	100	11,49%
Facebook	96	11,03%
Messenger	86	9,89%
Google Classroom	61	7,01%
Google Teams	22	2,53%
Hangouts	19	2,18%
Khan Academy	16	1,84%
Quadro-negro	16	1,84%
Correio eletrônico	14	1,61%
Bibliotecas ou repositórios	11	1,26%
Kahoot, Plurall, Webex, Reunião GoTo e Moodle	11	1,26%

Fonte: Elaborado a partir das saídas do PSPP.

Destacamos que as ferramentas digitais que os alunos conheciam antes da interrupção das aulas pelo Covid-19 são: 1) Google Drive (21,26% do total de indicações); 2) *Google Meet* (13,91% das indicações); 3) *YouTube* (12,87% das indicações); 4) *WhatsApp Web* (11,49% das indicações); 5) *Facebook* (11,03% das indicações); 6) *Messenger* (9,89% das indicações).

Na sequência foi perguntado aos alunos quais plataformas estão sendo efetivamente usadas para aplicação das aulas remotas, contendo as mesmas opções destacadas na Tabela 4 e a possibilidade de conter mais do que uma resposta (Tabela 5).

Tabela 5

Quais ferramentas digitais você usa atualmente em suas aulas à distância?

Nomes dos aplicativos	**Número de vezes em que foi citado**	**Percentual em relação ao total de respostas**
Google Classroom	112	30,03%
YouTube	79	21,18%
WhatsApp Web	66	17,69%
Correio eletrônico	28	7,51%
Google Meet	24	6,43%
Google Drive	23	6,17%
Messenger	11	2,95%
Facebook	9	2,41%
Teams	6	1,61%
Duolino	6	1,61%
Bibliotecas ou repositórios	5	1,34%
CMSP	3	0,80%
Hangouts	1	0,27%

Fonte: Elaborado a partir das saídas do PSPP.

Destacamos que a ferramenta digital ou plataforma digital mais utilizada pelos alunos da escola em suas aulas durante os tempos de pandemia é o *Google Classroom* (112 alunos, 30,03% das respostas). Lembramos que a ferramenta traz discussões sobre como a inserção de Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) na prática docente por meio das ferramentas para ambiente de sala de aula, contribuindo para o processo de ensino aprendizagem do componente curricular de Matemática (Araújo, 2016).

Também foi questionado aos alunos quais recursos, além de equipamentos de informática e *internet,* são usados nas aulas à distância (Tabela 6), indicando as seguintes respostas: 1) Câmera de vídeo; 2) Microfone; 3) Lápis óptico; 4) Quadro digital; 5) Tablet digitalizador; 6) Scanner; 7) Impressora; 8) Outros. Houve também a possibilidade de selecionar mais de uma opção.

Tabela 6

Quais recursos, além de equipamentos de informática e Internet, você usa nas suas aulas à distância?

Equipamentos	**Número de vezes em que foi citado**	**Percentual em relação ao total de respostas**
Câmera de vídeo	55	27,5%
Microfone	52	26,0%

Impressora	36	18,0%
Scanner	22	11,0%
Nenhum	18	9,0%
Quadro digital	8	4,0%
Lápis ótico	5	2,5%
Tablet digitalizador	4	2,0%

Fonte: Elaborado a partir das saídas do PSPP.

Destacamos que os equipamentos de informática e internet utilizados pelos alunos como apoio às aulas online no período de pandemia da Covid-19 são os seguintes: 1) Câmera de vídeo (27,5% do total de indicações) e Microfone (26,0 % do total de indicações); 2) Impressora (18,0% do total de indicações) e scanner (11,0% do total de indicações).

Na sequência ainda foi perguntado aos alunos, quais recursos adicionais poderiam melhorar ou facilitar suas aulas à distância, contendo as mesmas opções destacadas na Tabela 6 e a possibilidade de conter mais do que uma resposta (Tabela 7).

Tabela 7

Quais recursos adicionais poderiam melhorar ou facilitar suas aulas à distância?

Equipamentos	**Número de vezes em que foi citado**	**Percentual em relação ao total de respostas**
Câmera de vídeo	48	24,24%
Microfone	40	20,20%
Impressora	24	12,12%
Tablet digitalizador	20	10,10%
Lápis ótico	20	10,10%
Quadro digital	13	6,57%
Nenhum	13	6,57%
Scanner	10	5,05%
Notebook	2	1,01%
Celular	2	1,01%
Aula presencial	2	1,01%
Outros	2	1,01%
Internet potente	1	0,51%
Teams com os professores	1	0,51%

Fonte: Elaborado a partir das saídas do PSPP.

Destacamos que recursos adicionais que os alunos consideram importante para melhorar as aulas à distância e que ainda não apresentamos neste texto, citaremos a seguir: 1) *Tablet* digitalizador (10,1% do total dos alunos), garantindo facilidade e liberdade de produzir sua aula e permitir que o aluno tenha vantagem de entendimento do conteúdo; 2) Quadro digital (6,57% do total dos alunos) e lápis óptico (10,1% do total dos alunos), equipamento usado no ambiente escolar como um recurso tecnológico e interativo.

Partindo desses resultados, trazemos estudo recente de Nóbrega e Oliveira (2021), e que converge para os resultados desse estudo realizado no mesmo ano, que o ensino remoto é atualmente um grande desafio, pois, além das dificuldades tecnológicas, também é necessário garantir a interação com os alunos, mantendo-os atentos, para assegurar a aprendizagem. Mesmo sendo apontada como a principal questão da desigualdade no ensino, a tecnologia pode, sim, ser uma importante aliada dos educadores.

Considerações Finais

Fazemos parte de uma sociedade cada vez mais dinâmica, na qual percebe-se mudanças muito rápidas e, nessa realidade, utilizar tecnologias no processo de ensino e aprendizagem é um meio de agregar possibilidades de ensino, ou seja, pensar em práticas pedagógicas que possam proporcionar mais significado e qualidade para a Educação.

Pensamos que são recursos e instrumentos que podem se aliar ao processo ensino e aprendizagem, contribuindo para uma melhor comunicação e interação, mesmo que, em nossa sociedade mostra-se desigual sociais e econômicos, inclusive no acesso aos recursos tecnológicos, bem como à *internet*.

Em nosso estudo percebemos que ainda não há estrutura adequada e disponibilidade de recursos importantes como computadores e internet para os alunos quando estudamos o processo ensino e aprendizagem nos tempos de pandemia da Covid-19. O implemento urgente de aulas não presenciais evidenciou o quanto estamos distantes de tornar universal o acesso às tecnologias e de termos uma Educação com qualidade, igualdade e equidade para toda população brasileira.

Portanto, para ofertar um ensino mediado por tecnologias e com mais qualidade, é preciso superar urgentemente a insuficiência relativa às questões tais como formação inicial e continuada dos professores, infraestrutura, equipamentos e recursos humanos. Também devemos preparar os alunos para utilização adequada desses recursos no processo de ensino e de aprendizagem, na melhoria da interação e a comunicação professor-aluno, inclusive em momentos de distanciamento físico, manter o diálogo e a gestão democrática.

Por fim, indicamos que a escola deve observar as condições de acesso de professores e alunos, antes de instituir o uso de determinadas tecnologias, plataformas ou ambientes virtuais de aprendizagem, além de desenvolver políticas que reduzam as desigualdades sociais.

Referências

Araújo, E. M. C. (2016). **O uso do aplicativo Google Sala de Aula no ensino de matemática.** Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática, Unidade Acadêmica Especial de Matemática e Tecnologia, Universidade Federal de Goiás, Catalão/GO.

Bargagliotti, A.; Franklin, C. et al. (2020). **Pre-K–12 guidelines for assessment and instruction in statistics education II** *(GAISE II)*. Endorsed by the American Statistical Association in 2020. Alexandria (VA, USA), 2020. https://www.amstat.org/asa/education/Guidelines-for-Assessment-and-Instruction-in-Statistics-Education-Reports.aspx

Barros, A. J. S.; Lehfeld, N. A. S. (2007). **Fundamentos de metodologia científica**. São Paulo: Pearson Prentice Hall.

Costa, R. (2020). **Lições do Coronavírus: Ensino remoto emergencial não é EaD**. Desafios da Educação. https://desafiosdaeducacao.grupoa.com.br/coronavirus-ensino-remoto

Franklin, C. et al. (2007). **Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE) report***:* A PRE- K-12 curriculum framework. Endorsed by the American Statistical Association in 2005. Alexandria (VA, USA). https://www.amstat.org/asa/education/Guidelines-for-Assessment-and-Instruction-in-Statistics-Education-Reports.aspx

Kenski, V. M. (2015). **Tecnologias e ensino presencial e a distância**. Papirus.

Lévy, P. (2000). **Cibercultura**. São Paulo: Editora 34.

Mercado, L. P. L. (1999). **Formação continuada de professores e novas tecnologias**. Maceió: EDUFAL.

Ministério da Educação. (2018). Brasil. **Base Nacional Comum Curricular***:* Ensino Médio. Brasília, Distrito Federal. http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/historico/BNCC_EnsinoMedio_embaixa_site_110518.pdf

Perovano, D. G. (2014). Manual de metodologia científica para a segurança pública e defesa social. Curitiba: Juruá.

Quintas-Mendes, A. et al. (2010). Comunicação mediatizada por computador e educação on-line: da distância à proximidade. In Silva, M. et al (Orgs.), **Educação on-line**: cenário, formação e questões didático metodológicos. Rio de Janeiro: Walk.

Critérios considerados por um professor para justificar a inovação didática de uma proposta de ensino e aprendizagem sobre probabilidade

Criteria considered by a teacher to justify the didactic innovation of a teaching and learning proposal on probability

Criterios considerados por un docente para justificar la innovación didáctica de una propuesta de enseñanza y aprendizaje sobre probabilidades

Adriana Breda[230]
Universitat de Barcelona
https://orcid.org/0000-0002-7764-0511

Danyal Farsani[231]
Norwegian University of Science and Technology
https://orcid.org/0000-0002-9412-3161

Gemma Sala-Sebastià[232]
Universitat de Barcelona
https://orcid.org/0000-0001-9830-312X

Carlos Ledezma[233]
Universitat de Barcelona
https://orcid.org/0000-0001-9274-7619

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam Matemática.

Resumo

Este trabalho busca analisar os critérios considerados por um professor ao justificar que sua unidade didática para ensinar probabilidade, por meio do uso do jogo de pôquer *Texas Hold'em*, é inovadora e representa uma melhora nos processos de ensino e aprendizagem deste objeto matemático. Para tal, por meio da ferramenta Critérios de Adequação Didática, foi analisado o caso de um trabalho final de mestrado realizado no âmbito do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT). Como resultado, observa-se, nos argumentos do professor, que o critério ecológico foi o que teve mais peso na justificativa realizada, enquanto que o interacional foi nulo. Conclui-se que o pouco uso dos diferentes critérios e o desequilíbrio entre eles está relacionado, entre outros aspectos, ao fato da unidade didática não ter sido implementada em sala de aula.

[230] adriana.breda@ub.edu
[231] danyal.farsani@ntnu.no
[232] gsala@ub.edu
[233] cledezar25@alumnes.ub.edu

Palavras-chave: formação de professores, ensino de probabilidade através de jogos, inovação didática, Critérios de Adequação Didática.

Abstract

This article seeks to analyze the criteria considered by a teacher to justify that his didactic unit to teach probability, by means of the use of the Texas Hold'em poker game, is innovative and represents an improvement in the teaching and learning processes of this mathematical object. To this end, we analyzed the case of a master's degree final project developed in the Professionalizing Master's Degree in Mathematics in National Network (PROFMAT), using the Didactical Suitability Criteria tool. As a result, we observed that, in the teacher's arguments, the ecological criterion was the one that had the most weight, while the interactional criterion was null. We concluded that the reduced use of the different criteria and the imbalance between them is related, among other aspects, to the fact that the didactic unit has not been implemented in the classroom.

Keywords: teacher training, teaching of probability through games, didactic innovation, Didactical Suitability Criteria.

Resumen

Este artículo busca analizar los criterios considerados por un docente para justificar que su unidad didáctica para enseñar probabilidades, mediante el uso del juego de póquer *Texas Hold'em*, es innovadora y representa una mejora en los procesos de enseñanza y aprendizaje de este objeto matemático. Para ello, utilizando la herramienta Criterios de Idoneidad Didáctica, se analizó el caso de un trabajo final de maestría realizado en el contexto de la Maestría Profesional en Matemática en Red Nacional (PROFMAT). Como resultado, se observa que, en los argumentos del profesor, el criterio ecológico fue el que tuvo mayor peso, mientras que el criterio interaccional fue nulo. Se concluye que el poco uso de los diferentes criterios y el desequilibrio entre ellos se relaciona, entre otros aspectos, con que la unidad didáctica no ha sido implementada en el aula.

Palabras clave: formación del profesorado, enseñanza de la probabilidad a través del juego, innovación didáctica, Criterios de Idoneidad Didáctica.

Introdução

Com o objetivo de melhorar a formação continuada de professores de matemática no Brasil, em 2010 foi lançado o Mestrado Profissional em Matemática na Rede Nacional (PROFMAT), que se constitui como um curso de pós-graduação, presencial e à distância, oferecido a professores de matemática que atuam na educação básica. O principal objetivo deste mestrado é promover a melhoria do ensino da matemática em todos os níveis (Brasil, 2013). O trabalho aqui apresentado faz parte de uma investigação mais ampla (Breda, 2020) que visa investigar quais são os critérios utilizados pelos professores participantes do PROFMAT, e em que medida os utilizam, para justificar que suas propostas de dissertação de mestrado (TFMs) são inovadoras e implicam uma melhoria no ensino da matemática na Educação Básica. Embora os professores que realizam este mestrado não recebam nenhuma orientação para refletir sobre sua própria prática, o TFM que devem desenvolver é um espaço valorativo onde devem refletir sobre sua proposta didática e justificar que se trata de uma inovação. Nesse sentido, o objetivo deste trabalho é apresentar um estudo de caso por meio do qual são analisados os critérios considerados por um professor, denominado Ehlert (2014), ao refletir sobre sua unidade didática para o ensino de probabilidade, enfocada na incorporação de conexões extramatemáticas, em particular, a proposta de ensinar probabilidade através do jogo de pôquer *Texas Hold'em*.

Marco teórico

Este trabalho parte do pressuposto de que a Dissertação de Mestrado (TFM) é uma tarefa que envolve um exercício de análise didática, pois no TFM os professores devem explicar uma proposta didática e justificar por que ela significa uma melhoria para o ensino. No campo da Educação Matemática não há consenso sobre os métodos de valoração e melhora dos processos de ensino e aprendizagem da matemática. Basicamente, existem duas maneiras de lidar com esse problema, de uma perspectiva positivista ou de uma consensual (Breda, Font e Pino-Fan, 2018). Desde o primeiro, as pesquisas científicas realizadas na área de Didática da Matemática nos dirão quais são as causas que devem ser modificadas para alcançar os efeitos considerados como objetivos a serem alcançados, ou, pelo menos, nos dirão quais são as condições e restrições que se deve levar em conta para obtê-los.

Do ponto de vista consensual, o que nos diz como orientar a melhoria dos processos de ensino de matemática deve emanar do discurso argumentativo da comunidade científica, quando se visa chegar a um consenso sobre o que pode ser considerado melhor. A noção de Critérios de Adequação Didática (CAD) proposta pela Abordagem Ontossemiótica da Cognição e Instrução Matemática (AOS, doravante) (Godino, Batanero e Font, 2007) se posiciona na perspectiva consensual. Esta noção é uma resposta parcial ao seguinte problema: Que critérios devem ser utilizados para desenhar uma sequência de tarefas que permita avaliar e desenvolver a competência matemática dos alunos e que alterações devem ser feitas no seu redesenho para melhorar o desenvolvimento desta competência? Os critérios de adequação podem servir primeiro para orientar os processos de ensino e aprendizagem da matemática e, segundo, para avaliar suas implementações. Os critérios de adequação são regras de correção úteis em dois momentos dos processos de estudo matemático. A priori, os critérios de adequação são princípios que orientam como as coisas devem ser feitas. A posteriori, os critérios servem para valorar o processo de estudo efetivamente implementado.

Essa noção se desdobra nos seguintes critérios parciais (Font, Planas e Godino, 2010): a) adequação epistêmica: refere-se ao grau de representatividade e interligação dos significados institucionais implementados (ou pretendidos) em relação a um significado referencial. Tarefas ou situações-problema são um componente fundamental nesta dimensão, e devem envolver vários objetos e processos matemáticos; b) adequação ecológica: grau em que o processo de estudo se ajusta ao projeto educacional do centro, da escola e da sociedade e às condições do ambiente em que se desenvolve; c) adequação cognitiva: grau em que os significados pretendidos e implementados estão na zona de desenvolvimento próxima dos alunos, bem como a proximidade dos significados pessoais alcançados com os significados pretendidos/implementados; d) adequação afetiva: grau de envolvimento (interesses, emoções, atitudes e crenças) dos alunos no processo de estudo; e) adequação interacional: grau em que as configurações didáticas e o discurso da aula permitem, por um lado, identificar potenciais conflitos semióticos (que podem ser detectados a priori) e, por outro, resolver os conflitos que ocorrem durante a aula; f) adequação de meios: grau de disponibilidade e adequação dos recursos materiais e temporais necessários ao desenvolvimento do processo ensino-aprendizagem.

Breda e Lima (2016) e Breda, Pino-Fan e Font (2017) fornecem um sistema de componentes e indicadores que serve de guia para análise e valoração da adequação didática de um processo instrucional em qualquer etapa educacional.

Tabela 1.

Critérios e Componentes da Adequação Didática.

Critério de Adequação	**Componente**
Epistêmica	Erros; Ambiguidades; Riqueza de processos; Representatividade da complexidade.
Cognitiva	Conhecimentos prévios; Adaptação curricular às diferenças individuais; Aprendizagem; alta demanda cognitiva.
Interacional	Interação professor-aluno; Interação entre alunos; Autonomia; Avaliação formativa.

De Meios	Recursos materiais; Número de estudantes, horário e condições da aula; Tempo.
Afetiva	Interesses e necessidades; Atitudes; Afetividade.
Ecológica	Adaptação ao currículo; Conexões intra e interdisciplinares; Utilidade sócio laboral; Inovação didática.

Metodologia

Foi realizado um estudo qualitativo de um caso onde se investiga quais são os critérios utilizados por um professor de matemática em serviço quando realiza seu TFM. Ponte (1994) afirma que o estudo de caso se caracteriza por uma análise muito particular. Nesse tipo de estudo, o pesquisador não pretende mudar a situação, mas compreendê-la como ela é. Para analisar as reflexões feitas pelo professor sobre como melhorar sua prática docente, relacionadas ao desenho da unidade didática proposta em seu TFM, foram utilizados os CAD propostos pela AOS (Breda, et al., 2018; Godino, et al. , 2007), que são considerados, por esses autores, como critérios que orientam um processo de instrução adequado no contexto em que é realizado. São eles: adequação epistêmica; adequação cognitiva; adequação interacional; adequação da meios; adequação afetiva; adequação ecológica. Na seguinte seção, explicamos, primeiramente, a estrutura do TFM e, na sequência, analisamos os argumentos, justificativas, reflexões, entre outros, que o professor realiza para justificar que sua proposta é inovadora e possibilita uma melhoria no ensino de matemática.

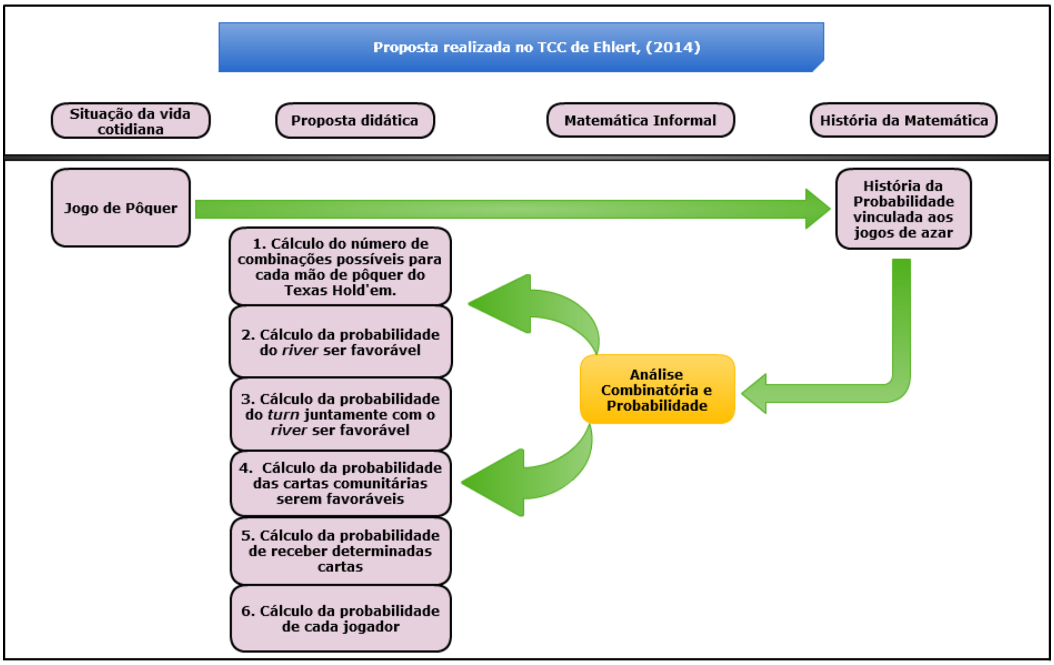
Resultados

Ehlert (2014) inicia o TFM argumentando que o estudo da probabilidade, a partir de sua abordagem histórica, está vinculado aos jogos de azar, justificando que o jogo de pôquer enriquece a aprendizagem e leva a uma compreensão mais significativa da probabilidade para os alunos. Já no segundo capítulo, explica o público-alvo da atividade – neste caso, alunos do terceiro ano do ensino médio – e os recursos necessários para realizá-la. Ressalta que a proposta serve para aprofundar os seguintes conteúdos: princípio fundamental da contagem; Combinações simples; Experiência aleatória; espaço amostral; Evento; Definição clássica de probabilidade; Propriedades de probabilidade e probabilidade condicional. Explica que a proposta deve ser trabalhada, preferencialmente, com o uso de calculadora, e que as probabilidades devem ser apresentadas em notação percentual. O autor também comenta possíveis dificuldades previstas para a realização da proposta, como, por exemplo, a complexidade da questão da probabilidade. No terceiro capítulo, o autor disponibiliza ao leitor uma coletânea de problemas que visa aprofundar o conhecimento de combinatória e probabilidade no contexto do jogo de pôquer, como, por exemplo, calcular o número de combinações possíveis para cada mão de pôquer, calcular a probabilidade de que o *river* seja favorável, calcular a probabilidade de que as cartas comunitárias sejam favoráveis, calcular a probabilidade de receber certas cartas e calcular a probabilidade de que cada jogador ganhe o jogo. No quarto capítulo, o autor comenta que sua obra apresenta conexões interdisciplinares com a Sociologia com a Educação Física e com a Língua Inglesa, respectivamente.

O autor finaliza o TFM justificando que sua proposta é uma inovação, pois está relacionada aos contextos cotidianos dos alunos, ou seja, é uma proposta contextualizada. Além disso, o autor acredita ter construído uma proposta de intervenção pedagógica que permite a participação dos alunos, o interesse pelos cálculos de probabilidade e o gosto pelo estudo da matemática. Ele também comenta que a proposta não foi aplicada, mas apresenta referências de que sua proposta desperta interesse e a trata como um esporte mental que serve como uma boa ferramenta para resolução de problemas. Na Figura 1, apresenta-se um esquema da proposta didática realizada por Ehlert (2014).

Figura 1.

Esquema da proposta didática de Ehlert (2014). Fonte: elaboração própria.



A seguir, mostramos os critérios que são contemplados por Ehlert (2014) para justificar que a proposta didática apresentada em seu TFM é inovadora e representa uma melhoria no ensino de matemática.

Critério de Adequação Epistêmica

Nas descrições de Ehlert (2014), não aparecem comentários em relação a possíveis erros que possam vir a ser cometidos pelo professor do ponto de vista matemático. O autor do TFM, quando avalia, de maneira geral, a sequência de atividades planejada, não considera a possibilidade de que uma determinada abordagem sobre alguma das atividades planejadas possa vir a causar ambiguidades ou compreensões confusas nos alunos. Além disso, o autor do TFM justifica a qualidade de sua proposta inovadora argumentando que este tipo de tarefa, ou seja, o uso do jogo de pôquer na modalidade *Texas Hold'em*, fomenta que os alunos realizem processos matemáticos relevantes, em especial, o processo resolução de problemas, contudo, ao verificar as atividades propostas pelo autor, percebe-se uma baixa exploração dos processos que argumenta em seu TFM, visto que as atividades são repetidas e que, em sua maioria, são resolvidas usando o algoritmo números de casos favoráveis pelo número de casos possíveis.

Diversos autores analisaram a complexidade do objeto matemático probabilidade e o caracterizam mediante diferentes maneiras: intuitivo, clássico (Laplace), frequentista, axiomático (matemático) e subjetivo, (Batanero, 2005). Segundo esta mesma autora, estes diferentes significados históricos da probabilidade são os que ainda persistem e são usados no ensino de probabilidade. Em referência às maneiras de caracterização de probabilidade, discutidas por Batanero (2005), de todos os significados parciais que compõem o objeto matemático probabilidade, o autor do TFM apresenta reflexões sobre a noção clássica de Laplace e sobre a ideia de "chance" e não sobre as outras noções. O que nos leva a entender que a complexidade do objeto probabilidade não foi explorada e, nesse sentido, concluímos que houve pouca reflexão em torno do componente relacionado à representatividade. É possível observar que as justificativas dadas pelo autor para explicar que a proposta representa uma melhora foram baixas do ponto de vista epistêmico, uma vez que o autor realiza poucas reflexões acerca a este critério.

Critério de Adequação Cognitiva

O autor não apresenta um detalhamento sobre os conhecimentos prévios que os alunos devem ter para trabalhar em sua proposta didática. Contudo, argumenta que as atividades são para reforço e, portanto, implicitamente, sugere que os alunos devam possuir alguns conhecimentos sobre combinatória e probabilidade clássica.

> As atividades associadas ao pôquer desenvolvidas nesse trabalho são propostas pedagógicas para amadurecer e aprofundar os conhecimentos de combinatória e, principalmente, conhecimentos da teoria de probabilidades. Para aplicar essa proposta, não é necessário que o professor e os alunos conheçam todas as regras ou saibam jogar o *Texas Hold'em*. Recomenda-se apenas a utilização de alguns conceitos básicos do jogo, como o ranking de mãos e a composição do baralho de cartas. Com estes conhecimentos mínimos, já é possível aplicar as atividades em sala de aula. (Ehlert, 2014, p.28).

No relato do autor, não se evidencia argumentos que possam identificar atividades de ampliação ou reforço. Além disso, consideramos que não se pode concluir que o autor tenha pensado em fazer um tratamento da diversidade no momento do planejamento de sua proposta. O autor não dá nenhuma evidência de ter planejado realizar algum tipo de avaliação com os alunos, tampouco argumenta o como a atividade potencializa a aprendizagem deles em torno do tema probabilidade. O autor justifica a qualidade de sua proposta, pois considera, mesmo que implicitamente, que ela vai ao encontro de uma alta demanda cognitiva em seus alunos, já que as atividades propostas ativam processos cognitivos relevantes como a resolução de problemas. Dada a pouca reflexão do autor relacionada aos conhecimentos prévios, adaptação curricular às diferenças individuais e aprendizagem, avaliamos que houve baixa reflexão relacionada ao critério cognitivo.

Critério de Adequação Interacional

De maneira geral, o autor não apresenta nenhum comentário e não dá indícios de ter levado em conta os componentes contemplados na adequação interacional. Nesse caso, dada a ausência de argumentação neste critério, consideramos que a reflexão em relação à idoneidade interacional foi nula.

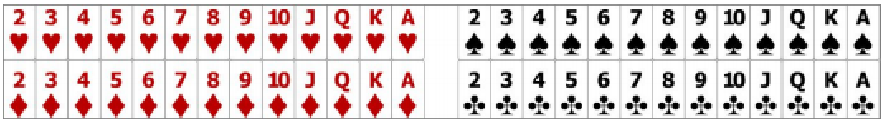
Critério de Adequação de Meios

Quanto ao uso de recursos, o autor argumenta a preferência pela calculadora e material manipulativo (as cartas) em seu processo de instrução. Além disso, explica, em seu relato, onde e como podem ser usados tais recursos.

> [...] recomenda-se a liberação do uso da calculadora para os alunos, pois, dessa forma eles têm a oportunidade de se familiarizar com esses equipamentos. (Ehlert, 2014, p. 28).
>
> Um baralho de 52 cartas é composto por 4 naipes (copas, ouros, espadas e paus). Cada naipe tem 13 cartas, 2 a 10, J (valete), Q (dama), K (rei) e A (ás) conforme figura:

Figura 2.

Modelo de baralho (Ehlert, 2014, p. 64)



Em relação a este componente, o autor não realiza nenhum comentário, assim, implicitamente, supõe-se que não pressupôs ou não encontrou nenhum problema neste aspecto. O autor não apresenta reflexões em relação ao tempo e/ou a quantidade de aulas previstas para realização da atividade. Em síntese, observa-se que há poucos comentários do autor que justifique que a melhora estaria baseada no critério de adequação de meios.

Critério de Adequação Afetiva

Com relação aos componentes relacionados à adequação afetiva, o autor apresenta argumentos apenas sobre a questão dos interesses e necessidades, quando justifica que sua proposta inclui uma seleção de tarefas interessantes, que fazem parte da vida cotidiana dos alunos. "Dessa forma estamos promovendo um ensino de acordo com as orientações atuais da Educação Matemática e, principalmente, buscamos despertar a atenção, o interesse e a motivação dos alunos para o cálculo de probabilidades e para o estudo da matemática". (Ehlert, 2014, p.18). O único componente que o autor contempla em seu TFM relacionado à adequação afetiva, trata-se dos interesses e necessidades. Porém, mesmo contemplando este componente, percebe-se que o autor não leva em conta uma abertura para os possíveis interesses e necessidades advindos efetivamente dos alunos, no desenvolvimento das tarefas.

Critério de Adequação Ecológica

Segundo as orientações fornecidas pelo PROFMAT, os professores devem justificar que suas propostas são uma inovação para o ensino de matemática na Educação Básica. Neste caso, o autor considera que sua inovação inclui a realização de atividades que, por meio da resolução de problemas, tornam-se mais atrativas para os alunos e conduzem-nos a uma aprendizagem mais eficiente.

> Desse modo, as atividades pedagógicas propostas nesse trabalho são baseadas em metodologias que estão amparadas por diversas diretrizes do ensino da matemática. Também pensamos que a nossa busca por alternativas didáticas que substituem metodologias tradicionais e desestimulantes por um estudo mais atraente, que desafia os educandos por meio da resolução de problemas, são indícios de que estamos conduzindo a matemática na direção de um ensino mais significativo e eficiente. (Ehlert, 2014, p.60).

A proposta analisada adapta-se ao currículo da Educação Básica, pois por um lado, trata-se de um assunto - probabilidade - que já está contemplado nos parâmetros curriculares nacionais e, por outro lado, trata-se de uma abordagem de estudo utilizando a resolução de problemas gerados por meio do jogo. Constitui-se, dessa forma, em uma maneira de ensinar matemática, também, defendida pelos parâmetros curriculares.

> Nesse sentido, a inclusão de jogos representa um instrumento pedagógico importante para despertar o interesse dos alunos para o estudo da matemática. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais de matemática (PCN), do Ministério de Educação (MEC), consideram que: Os jogos constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução de problemas e busca de soluções. (Ehlert, 2014, p. 18).

É importante ressaltar que o autor justifica que sua proposta está de acordo com os parâmetros curriculares quando assume que a utilização de jogos em sala de aula facilita a aprendizagem dos alunos, contudo, em nenhum documento curricular, fomenta-se o uso de jogos de azar no contexto escolar.

O autor explicita em seu TFM que sua proposta permite o estabelecimento de conexões interdisciplinares, pois se preocupa que a atividade proposta seja abordada nas aulas de Sociologia, Educação Física e Inglês. Quanto às conexões intradisciplinares, conforme argumentado anteriormente, considera-se que o autor não realizou reflexões, não relacionando o significado clássico da probabilidade com os demais ou com outros conteúdos matemáticos. O autor apresenta argumentos quanto à utilidade sócio laboral de sua proposta inovadora, especialmente o de que sua proposta se insere no contexto sociocultural do aluno e o prepara para a cidadania.

> No momento que desenvolvemos o ensino baseado na resolução de problemas, com aplicações dos conteúdos estudados, estamos valorizando a importância da matemática no contexto sociocultural, estamos motivando os alunos para o estudo e,

simultaneamente, estamos preparando os educandos para a cidadania. (Ehlert, 2014, p. 60).

A proposta aqui analisada leva em consideração grande parte dos componentes que compõem a idoneidade ecológica, com exceção das conexões intradisciplinares (conexões realizadas dentro da própria matemática) e, por estas razões, consideramos que a inovação da proposta e a melhoria do ensino se justificam, sobretudo, por esta adequação.

Considerações finais

Em linhas gerais, o nível reflexão didática do TFM realizado pelo professor pode ser considerado baixo, sendo que o critério mais contemplado pelo autor para justificar que sua proposta é inovadora e representa uma melhoria no ensino de probabilidade foi o ecológico. Embora o autor justifique que sua proposta é inovadora ao utilizar o jogo *Texas Hold'em* para ensinar probabilidade estabelecendo o processo de conexão extra matemática, entende-se que, na proposta apresentada, essa conexão se materializa superficialmente, explorando muito pouco os processos relevantes para realizar a atividade matemática, conforme descrito no critério de adequação epistêmica. O fato desta proposta não ter sido implementada é um indicador de que ela apresente uma baixa reflexão em relação à adequação afetiva e cognitiva e de que a reflexão relacionada à adequação interacional seja nula. Conclui-se que a proposta apresenta um desequilíbrio na consideração dos critérios, resultado que é corroborado com o encontrado em (Breda et al., 2017; Breda, 2020).

Este resultado nos dá indícios de que é necessário contemplar o desenvolvimento da análise didática por meio da reflexão docente nos cursos de formação inicial e continuada de professores de matemática.

Agradecimentos

Trabalho desenvolvido no âmbito do projeto de investigação PID2021-127104NB-I00 (Ministério de Ciência e Invação da Espanha).

Referências

Batanero, C. (2005). Significados de la probabilidad en la educación secundaria. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, *RELIME, 8*(3), 247-263.

Brasil. (2013). Un análisis cualitativo y cuantitativo de los perfiles de los candidatos a la Maestría Profesional en Matemáticas en la Red Nacional (PROFMAT).

Breda, A. (2020). Características del análisis didáctico realizado por profesores para justificar la mejora en la enseñanza de las matemáticas. *Bolema, 34*(66), 69-88.

Breda, A., Font, V., Lima, V. M. R., Madruga, Z. E. F. (2017). Análisis didáctico realizado por un profesor en su trabajo de fin de master. In *Anais del VIII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática* (pp. 277-284). Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas.

Breda, A., Font, V., Pino-Fan, L. R., (2018). Criterios valorativos y normativos en la Didáctica de las Matemáticas: el caso del constructo idoneidad didáctica. *Bolema, 32*(60), 255-278.

Breda, A., Lima, V. M. R. (2016). Estudio de caso sobre el análisis didáctico realizado en un trabajo final de un máster para profesores de matemáticas en servicio. *REDIMAT - Journal of Research in Mathematics Education, 5*(1), 74-10. Doi: 10.4471/redimat.2016.1955

Breda, A., Pino-Fan, L. R., Font, V. (2017). Meta Didactic-Mathematical Knowledge of Teachers: Criteria for The Reflection and Assessment on Teaching Practice. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 13*, 1893-1918. Doi: 10.12973/eurasia.2017.01207a

Ehlert, S. J. (2014). *A matemática no pôquer: explorando problemas de probabilidade*. Dissertação de mestrado. Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande.

Godino, J. D., Batanero, C., Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education, 39*(1), 127-135

Ponte, J. P. (1994). O estudo de caso na investigação em educação matemática. *Quadrante, 3*(1), 3-18.

Uso de uma tarefa de aprendizagem profissional sobre anéis de integridadepara aproximação entre a álgebra escolar e a acadêmica

Use of a professional teachers learning task on integrity rings toapproximate school and academic algebra

Uso de una tarea de aprendizaje profesional sobre anillos de integridadpara aproximar el álgebra escolar y académica

Vania Batista Flose Jardim[234]
Instituto Federal de São Paulo (IFSP) - São Paulo/ UFABC
https://orcid.org/0000-0001-7325-267X

Marcia Aguiar[235]
UFABC
https://orcid.org/0000-0001-5824-0697

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam matemática

Resumo

O presente trabalho tem por objetivo compreender como uma Tarefa de Aprendizagem Profissional (TAP), envolvendo anéis de integridade, permite ao professor de matemáticaem formação inicial perceber as relações entre a álgebra escolar e a álgebra acadêmica. Para isso, buscaram-se responder quais conexões entre a álgebra acadêmica e escolar emergem das respostas dos alunos de licenciatura ao resolver uma TAP. Foi realizada uma análise interpretativa das respostas dos licenciandos, considerando os conhecimentosde álgebra abstrata e de equações polinomiais de 2º grau em que foram observadas, de forma latente, tais conexões, mas que ainda requerem maior clareza quando tratadas peloformador.

Palavras-chave: Formação inicial de professores de matemática, álgebra abstrata, anel de integridade, equação polinomial do 2º grau.

Abstract

The present work aims to understand how a Professional Teachers Learning Task (PTLT) involving rings of integrity provides the mathematics teacher in initial training to understand the relationships between school algebra and academic algebra. For this, we sought to answer which connections between academic and school algebra emerge from the responses of undergraduate students when solving a PTLT. An interpretive análisis of the undergraduates' answers was carried out, considering the knowledge of abstract algebra and 2nd degree

[234] vaniaflose@ifsp.edu.br
[235] marcia.aguiar@ufabc.edu.br

polynomial equations in which such connections were latently observed, but which still require greater clarity when treated by the trainer.

Keywords: Initial training of mathematics teachers, abstract algebra, integrity ring, high school polynomial equation.

Resumen

El presente trabajo tiene como objetivo comprender cómo una Tarea de Aprendizaje Profesional (TAP) que involucra anillos de integridad proporciona al profesor de matemáticas en formación inicial para comprender las relaciones entre el álgebra escolary el álgebra académica. Para ello, buscamos responder qué conexiones entre el álgebra académica y escolar emergen de las respuestas de los estudiantes de pregrado al resolver un TAP. Se realizó un análisis interpretativo de las respuestas de los estudiantes, considerando los conocimientos de álgebra abstracta y ecuaciones polinómicas de segundo grado en las que se observaron latentemente tales conexiones, pero que aún requieren mayor claridad al ser tratadas por el formador.

Palabras clave: Formación inicial de profesores de matemáticas, álgebra abstracta, anillode integridad, ecuación polinomial de secundaria.

Introdução

Pensar a formação inicial do professor de matemática, estabelecendo articulaçõesentre os conhecimentos matemáticos e didáticos, é uma busca de muitos pesquisadores (FIORENTINI; OLIVEIRA, 2013; ELIAS; SAVIOLI; RIBEIRO, 2017; WASSERMAN, 2016) e, inclusive, são propostas das Diretrizes Curriculares Nacionais (BRASIL, 2019).A ideia é que disciplinas de cunho acadêmico nos cursos de licenciatura possam, além depromover o desenvolvimento de um pensamento matemático avançado, apresentar um caráter voltado ao ensino, já que estão inseridas em um contexto de formação deprofessores.

Segundo Moreira e David (2008), o conhecimento matemático dos professores, deve ser pautado na integração entre o conhecimento matemático acadêmico e o conhecimento associado às práticas de ensino escolar, o que nem sempre acontece de forma natural pelo professor. Para esses autores, tal integração consiste em mostrar aos professores e futuros professores como os conceitos da matemática acadêmica contêm particularidades dos conceitos da matemática escolar. Com isso, não se estabelece uma relação harmoniosa entre tais conhecimentos, o que motiva a busca pelo entendimento de como isso pode ser feito, em especial na formação inicial, no qual os futuros professores mantêm contato direto com a matemática dita acadêmica e se encontram em um momentode descobertas quanto à sua futura profissão.

Na busca de encontrar caminhos para a relação entre a álgebra acadêmica e a álgebra escolar na formação inicial do professor de matemática, este trabalho apresenta resultados de pesquisas que tratam dessa relação em uma disciplina na área de álgebra, em um curso de formação de professores de matemática; e, além disso, aponta para possíveis estratégias de ensino exploratório a serem vivenciadas pelos futuros professores, durante sua formação inicial. Assim, busca-se *compreender como uma tarefade aprendizagem profissional envolvendo anéis de integridade proporciona ao professor de matemática em formação inicial perceber as relações entre a álgebra escolar e a álgebra acadêmica.*

Referencial teórico

Fiorentini e Oliveira (2013) defendem que na formação inicial do professor de matemática deve conter disciplinas que estabeleçam articulações entre os conhecimentosda matemática acadêmica e os conhecimentos da matemática escolar, visando explorar einvestigar a construção de justificativas e argumentações não formais vistas em sala de aula, além de dominar e saber justificar procedimentos matemáticos. Segundo eles:

> O domínio desses conhecimentos certamente proporcionará condições para o professor explorar e desenvolver, em aula, uma matemática significativa, isto é, uma matemática que faça sentido aos alunos, ao seu desenvolvimento intelectual, sendo capaz de estabelecer interlocução/ conexão entre a matemática mobilizada/ produzida pelos alunos e aquela historicamente produzida pela humanidade (FIORENTINI, OLIVEIRA, 2013, p. 924).

Contudo, no estudo realizado por Jesus e Savioli (2019) foi observado, em um grupo de estudantes de licenciatura em matemática, que consideravam o estudo de estruturas algébricas importante para a sua formação, entretanto não desenvolveram um raciocínio capaz de transpor ou aprofundar os conceitos de anéis e não perceberam relações específicas desse estudo com suas práticas enquanto professores. Este resultadoexemplifica a ausência de experiências que proporcionem tais relações durante a formação inicial.

Constatações semelhantes foram observadas em outras pesquisas que tratam da Álgebra para a formação de professores, em especial a estrutura algébrica de anéis, e apontam para a necessidade de se repensar o modo em que as disciplinas de Álgebra vêmsendo tratadas nos cursos de licenciatura (LAUTENSCHLAGER; RIBEIRO, 2017; ELIAS; SAVIOLI; RIBEIRO, 2017). Esses estudos sugerem que as disciplinas específicas incluam discussões quanto ao ensino e aprendizagem vinculados à matemáticaacadêmica. Nesse sentido, alguns estudos direcionam o desenvolvimento do pensamento matemático avançado no que diz respeito às estruturas algébricas, de forma conectada aoensino como uma alternativa para os cursos de Álgebra, com vistas à formação docente (WASSERMAN, 2016).

Como uma forma de conectar a álgebra escolar e a abstrata, Zbiek e Heid (2018) apresentam uma alternativa que parte de experiências advindas da matemática escolar e discutem como é possível fazer conexões com a álgebra abstrata de modo a auxiliar futuros professores no exercício de sua profissão. Essas autoras se apoiaram em problemas ou tarefas matemáticas oriundos da matemática escolar, atrelados a eventos reais da sala de aula. A tentativa é buscar o envolvimento dos professores em formação inicial em práticas de sala de aula que os ajudem a conectar a álgebra escolar e a álgebra acadêmica em prol do ensino. Para isso, elas apresentam sete exemplos de conexões da álgebra a partir de problemas motivadores extraídos do projeto Situações[236]. A partir destasconexões estabelecidas, evidenciam-se três vertentes do trabalho matemático do professor: a percepção, o raciocínio e a criação matemática.

Pensando na formação de professores, o uso de Tarefas de Aprendizagem Profissional (TAP) tem sido um instrumento que apresenta, em sua conceitualização, a exploração de conhecimentos profissionais, sejam estes matemáticos ou didáticos, de modo que possam promover a articulação entre teoria e prática (RIBEIRO; PONTE, 2019, 2020; AGUIAR; PONTE; RIBEIRO, 2021; AGUIAR *et al.*, 2021).

Segundo Ribeiro e Ponte (2019, 2020), as TAP são compostas por tarefas matemáticas acompanhadas de registros de prática, que elucidam casos recorrentes da sala de aula e questionamentos com a finalidade de promover discussões matemáticas e didáticas em formações de professores por meio do Ensino Exploratório. Além disso, a aproximação entre a

[236] O Projeto Situações (Situations Project) foi desenvolvido por meio da colaboração entre educadores matemáticos e se propõe a caracterizar o conhecimento matemático para o ensino no nível médio, por meio de uma análise de episódios observados na prática que levaram a um conjunto de Situações em quecada uma é composta por um *prompt*, seguidas de discussão de focos matemáticos que pudessem estar relacionados a ele.

matemática acadêmica e a matemática escolar é algo a ser favorecidopelo formador quando desenvolve TAP (RIBEIRO; PONTE, 2020). Dessa forma, esta aproximação deve ser pensada e planejada conforme seus objetivos de ensino. Isso podevir a ser o centro de seu planejamento, como a realização de conexões entre a matemáticaacadêmica e escolar, quando se trata de uma disciplina para um curso de licenciatura emmatemática em que os conteúdos da matemática avançada estão em destaque.

Metodologia

Os dados foram coletados durante uma aula da disciplina "Álgebra na Educação Básica", ministrada no curso de licenciatura em matemática da Universidade Federal do ABC, durante o ano de 2019, em que participaram 30 alunos divididos em 5 grupos paraa resolução da TAP. Essa disciplina recomenda que os alunos já tenham cursado a disciplina "Fundamentos de Álgebra" para um melhor aproveitamento das discussões promovidas. A disciplina "Fundamentos de Álgebra" possui, em sua ementa, o estudo dasestruturas algébricas de anéis e corpos.

Com o objetivo de se promover uma discussão acerca da importância dos anéis de integridade[237] ao se ensinar as equações polinomiais de 2º grau, foi escolhida uma Tarefa Matemática do projeto Situações (Figura 1).

Figura 1.

Problema Motivador (Zbiek; Heid, 2018) - (tradução nossa)

Um aluno em uma aula de Matemática do Ensino Fundamental escreveu a seguinte solução para um problema de lição de casa na lousa:

$$x^2 - 4x - 5 = 7$$
$$(x-5).(x+1) = 7$$
$$x-5 = 7 \text{ ou } x+1 = 7$$
$$x = 12 \text{ ou } x = 6$$

Outro estudante comentou que 6 era uma solução para a equação porque $6^2 - 4.6 - 5 = 7$ mas 12 não era uma solução, porque $12^2 - 4.12 - 5 \neq 7$.

[237] Seja A um anel comutativo com unidade. Se para esse anel vale a lei do anulamento do produto, então sediz que A é um anel de integridade ou domínio.

Essa Tarefa Matemática apresentava um erro recorrente em sala de aula na resolução de equações de 2º grau descrevendo as resoluções de dois alunos, o que pode ser visto como registros de prática (RIBEIRO; PONTE, 2020).

Para compor a TAP, foram elaboradas quatro questões (Figura 2) relacionadas com a Tarefa Matemática (Figura 1). O objetivo foi estimular, nos pequenos grupos, umadiscussão didático-matemática em torno do problema motivador. Elas deveriam ser registradas pelos futuros professores. Tais registros foram recolhidos para a análise que será apresentada neste trabalho.

Figura 2.

Questões da TAP (Acervo dos autores)

Discuta com o seu grupo e responda:
a) O aluno resolveu corretamente a equação? Se não, qual foi o erro que ele cometeu?
b) Como você o ajudaria a corrigir a resolução?
c) Na resolução da equação, o estudante encontrou uma solução correta e uma incorreta. O que você acha que possibilitou essas respostas?
d) Tente resolver essa equação de outras maneiras. Justifique a resolução.

No primeiro momento, os futuros professores resolveram essa TAP (Figura 1 e 2)em pequenos grupos. Na segunda hora de aula, todos os grupos participaram de uma plenária gerenciada pela formadora e segunda autora deste trabalho para apresentar suas respostas à TAP e discutir sobre o ensino mediante o conhecimento de anéis, em especial,de divisores de zero. Para esse trabalho, vamos focar nas respostas dos futuros professoressobre à TAP desenvolvidas nos pequenos grupos para, assim, apontar como o formador pode se utilizar destas respostas para discutir relações entre a álgebra acadêmica e escolar.

Análise

A primeira questão da TAP direcionava os futuros professores a elencar os equívocos apresentados no problema motivador.

Figura 3.

Protocolo 1 (Dados de pesquisa)

a) O aluno resolveu corretamente a equação? Se não, qual foi o erro que ele

Não, pois ele escreveu a fatoração e igualou a 7, isso não pode ser feito. O método só é possível se igualarmos a 0.
Igualou os 2 termos a 7, então igualou tudo à 49.
Se $(x-5).(x+1) = 7 \neq 5$
$7 \quad . \quad 7 \quad = 49$

No protocolo 1, é possível observar que um dos grupos de futuros professores apontou tratar a ação do aluno, utilizando a palavra "método", o que remete à ideia de uma resolução por procedimentos "decorados". O grupo ainda apontou para uma possívelconsequência ao se igualar os dois fatores do primeiro membro a 7, reforçando que tal estratégia deveria ser utilizada apenas quando o produto for igual a zero, remetendo-se, assim, à propriedade decorrente do anel de integridade dos inteiros não nulos ou ainda dos reais não nulos, ou seja, que estes não possuem divisores de zero, ou ainda, vale a leido anulamento em um anel A (se $a, b \in A$ e $a.b = 0$ então $a = 0$ ou $b = 0$).

Ao tratar a segunda questão da TAP *"Como você o ajudaria a corrigir a resolução"*, um outro grupo apresentou como estratégia para a resolução da equação o uso da decomposição do polinômio com o uso de suas raízes (Figura 4):

Figura 4.

Protocolo 2 (Dados de pesquisa)

b) Como você o ajudaria a corrigir a resolução?

Inicialmente explicar que a resolução funcionaria como $(x+k_1).(x+k_2)=0$, onde só é valida pela unicidade do zero que faz parte dos anel dos reais e ~~um~~ também partindo da equação na forma $ax^2+bx+c=0$.
Além disso, vale reconhecer o aluno por ter feito a fatoração do polinômio adequadamente.

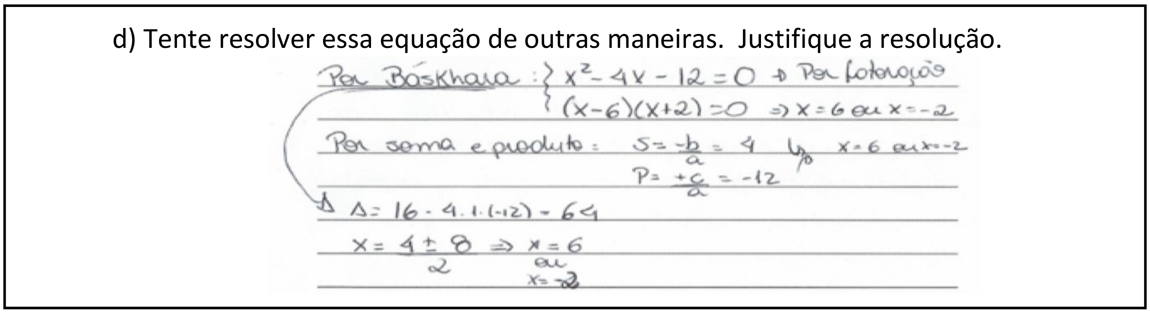
Decompondo o polinômio de tal forma, ainda que esteja correto, é preciso se atentar ao conjunto universo *U* em que a equação está inserida (neste caso, podemos utilizar o conjunto dos reais, ou ainda restringir aos inteiros) para que tenhamos *n* polinômios de grau 1, no qual os polinômios são $p_i(x) = x - k_i$, sendo k_i uma raízes do polinômio em seu conjunto universo, com *i=1,...n*. Ainda é necessário observar o valor do coeficiente dominante a_n ao utilizar tal fatoração, pois a fatoração de um polinômio de grau *n* com *n* raízes em *U* é dada por $P(x) = a_n.$ $(x - k_4).\ (x - k_5)\ \ (x - k_n)$.

Ao discorrer sobre como ajudar o aluno a corrigir tal equação, o grupo aponta parao conceito de anéis como uma justificativa para igualar cada fator a zero, entretanto, ele utiliza o termo unicidade de forma equivocada, já que esta não é necessariamente a razãopela qual justifica o procedimento citado, e sim porque a lei do anulamento do produto éválida para o anel dos inteiros e para o anel dos reais.

Na última questão, em que os futuros professores eram desafiados a buscar outras maneiras para resolver a equação dada, um dos grupos apresentou os métodos resolutivos utilizados na Educação Básica (Figura 5).

Figura 5.

Protocolo 3 (Dados de pesquisa)


d) Tente resolver essa equação de outras maneiras. Justifique a resolução.

Por Báskhara: $x^2 - 4x - 12 = 0$ → Por fatoração

$(x-6)(x+2) = 0 \Rightarrow x = 6$ ou $x = -2$

Por soma e produto: $S = \frac{-b}{a} = 4$ ↳ $x = 6$ ou $x = -2$

$P = \frac{+c}{a} = -12$

$\Delta = 16 - 4.1.(-12) = 64$

$x = \frac{4 \pm 8}{2} \Rightarrow x = 6$ ou $x = -2$

Entre eles foi apresentada a fatoração vista na situação problema de forma correta e o uso de "soma e produto", caso particular de equações polinomiais de grau 2 das relações de Girard[238] em que se tem $a_5.\ x^5 + a_4.\ x + a_7 = a_5.(x^5 - \sigma_4.\ x + \sigma_5)$ onde $\sigma_4 = k_4 + k_5$ e $\sigma_4 = k_4.$ k_5.

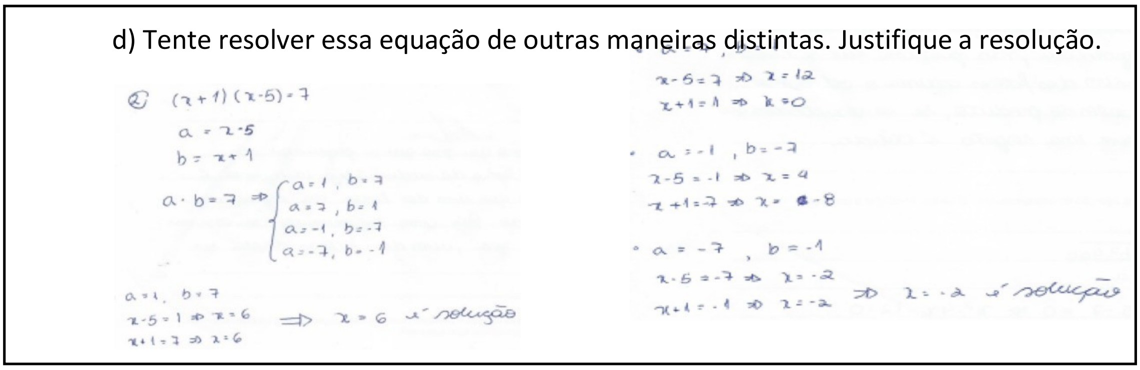
Outro grupo de alunos apresentou uma busca de fatores inteiros que multiplicados resultassem em 7 (Figura 6). Tal procedimento pode ser utilizado na busca por raízes inteiras desde que o produto não apresente muitas decomposições distintas em ℤ. Neste caso, o produto deve apresentar o valor 7, que é um número inteiro primo e, assim, é possível igualar os fatores

238 Veja a demonstração em Domingues e Iezzi, 2018, página 330.

do lado esquerdo da equação $(x - 5).(x + 1) = 7$ aos 4 divisores de 7 em $\mathbb{Z}$ (7, -7, 1, e -1) combinando para que o produto entre eles seja igual a7.

Figura 6.

Protocolo 4 (Dados de pesquisa)


d) Tente resolver essa equação de outras maneiras distintas. Justifique a resolução.

$(x+1)(x-5)=7$

$a = x-5$

$b = x+1$

$a \cdot b = 7 \Rightarrow \begin{cases} a=1, b=7 \\ a=7, b=1 \\ a=-1, b=-7 \\ a=-7, b=-1 \end{cases}$

$a=1,\ b=7$

$x-5=1 \Rightarrow x=6$

$x+1=7 \Rightarrow x=6 \Rightarrow x=6$ é solução

$x-5=7 \Rightarrow x=12$

$x+1=1 \Rightarrow x=0$

$a=-1,\ b=-7$

$x-5=-1 \Rightarrow x=4$

$x+1=-7 \Rightarrow x=-8$

$a=-7,\ b=-1$

$x-5=-7 \Rightarrow x=-2$

$x+1=-1 \Rightarrow x=-2 \Rightarrow x=-2$ é solução

Dessa forma, ao utilizar as quatro opções, foi possível encontrar as duas raízes da equação por se tratar de dois números inteiros, no caso -2 e 6. Entretanto, cabe destacar que o uso de tal estratégia se torna totalmente ineficiente quando, ao invés de umnúmero primo como produto, se tem um número composto e isso se agrava com o aumento do número de divisores (±1, ±2, ±3, ±4, ±6 e ±12). Além disso, o método seria ineficaz se as raízes fossem números racionais não inteiros, irracionais ou até mesmonúmeros complexos, o que levaria a vários cálculos que não levariam até as raízes, por setratar de um polinômio sobre um anel que não é dos inteiros.

Observa-se, até aqui, que ainda que os futuros professores apresentaram por meioda TAP alguns de seus conhecimentos quanto à matemática escolar e acadêmica, mesmoque não totalmente conectados ou explícitos, mas eles apresentam potencial para que taisconexões sejam realizadas durante a formação inicial. As respostas dos grupos de futurosprofessores à TAP foram discutidas na plenária gerenciada pela formadora. Dessa forma,cada grupo pode expor suas resoluções e discutir com os demais sobre as estratégias utilizadas, ao passo que a formadora apontava para os elementos da álgebra abstrata discutidos aqui.

Resultados

A TAP na qual se utilizou de um problema motivador, descrito por Zbiek e Heid (2018), levou os futuros professores a apresentarem algumas resoluções que se conectamcom tópicos da álgebra abstrata no que diz respeito à estrutura algébrica de anéis (WASSERMAN, 2016; RIBEIRO; PONTE, 2020).

Foi possível observar, nas respostas dos futuros professores, que dois grupos (Figura 3 e 6) não perceberam a propriedade dos não divisores de zero e corrigiram a resolução a partir da ideia apresentada na Figura 1. Por outro lado, outros grupos (Figuras4 e 5), relacionaram a resolução de alguma maneira com a propriedade dos não divisoresde zero para corrigir a resolução. Com isso, esses conhecimentos podem ser explorados para ampliar e esclarecer possíveis conexões entre o anel de integridade (propriedade dosnão divisores de zero) e um determinado conteúdo escolar (WASSERMAN, 2016; RIBEIRO; PONTE, 2020). Ao mesmo tempo, essas alternativas apresentadas para a resolução da equação polinomial de 2º grau, ainda que bem estruturadas do ponto de vistada matemática, pode levar à novas interpretações quanto ao ensino de equações compreendendo as conexões com as propriedades das estruturas algébricas, articulando, assim, a matemática acadêmica e a matemática escolar durante sua formação, conforme aponta Fiorentini e Oliveira (2013).

A tarefa matemática existente na TAP possibilitou várias estratégias de resolução,isso proporcionou a discussão neste trabalho, que acreditamos ser importante para a formação de professores (LAUTENSCHLAGER; RIBEIRO, 2017; ELIAS; SAVIOLI; RIBEIRO, 2017; AGUIAR; PONTE; RIBEIRO, 2021).

Conclusões

Com uso desta TAP, foi possível discutir sobre equívocos comuns vistos em salade aula e explorar as consequências a partir de um ponto de vista de um Anel de integridade (propriedade dos não divisores de zero). Tal discussão se deu pela escolha deum problema acompanhado de uma situação recorrente em sala de aula como ponto de partida para a investigação e discussão dos futuros professores, conforme proposto por Ribeiro e Ponte (2019, 2020).

A partir da escolha de uma tarefa matemática, que possibilite trazer tais situaçõesou ainda registros autênticos da sala de aula (ZBIEK; HEID, 2018; RIBEIRO; PONTE, 2020), é possível explorar junto aos futuros professores conceitos da matemática acadêmica, no caso a propriedade dos não divisores de zero que os ajudem a pensar no ensino da matemática escolar, atendendo, assim, a necessidade apontada por Jesus e Savioli (2019).

A realização de conexões entre a álgebra escolar e a álgebra acadêmica durante a formação inicial, por meio de discussões motivadas por TAP, como a apresentada neste trabalho, podem oportunizar aos futuros professores entender como alguns conceitos ligados à álgebra acadêmica podem auxiliar na interpretação do raciocínio dos alunos daeducação básica (ZBIEK; HEID, 2018, RIBEIRO; PONTE, 2020).

O uso de uma TAP com o objetivo de discutir a propriedade dos não divisores dezero, a partir de tarefas matemáticas para a escola básica, pode proporcionar momentos de aprofundamento do conhecimento matemático com um olhar voltado para o ensino (RIBEIRO; PONTE, 2020; AGUIAR; PONTE; RIBEIRO, 2021). O desenvolvimento de

TAP durante formação inicial, pode levar ao rompimento com a dicotomia entre disciplinas de matemática acadêmica e disciplinas voltadas para o ensino da matemática escolar dentro dos cursos de licenciatura (FIORENTINI; OLIVEIRA, 2013). Assim, os futuros professores podem perceber as relações entre tais estruturas algébricas e a sua prática, sanando uma deficiência apontada por Jesus e Savioli (2019).

O mesmo pode ser pensado para cursos de formação continuada, em que os professores, por estarem longe do tratamento da matemática acadêmica, sentem dificuldade em buscá-la para aprimorar suas estratégias de ensino, bem como necessitam de retomar conceitos matemáticos que possam ajudá-lo em sua prática como professor (LAUTENSCHLAGER; RIBEIRO, 2017; AGUIAR; PONTE; RIBEIRO, 2021).

Vale ainda ressaltar que as conexões entre a álgebra escolar e acadêmica, vistas aqui, poderiam ainda não ter partido de forma explícita dos futuros professores ao desenvolverem uma TAP com este objetivo, cabendo ao formador estabelecer estratégiaspara que, em uma discussão, tais conexões possam ser estabelecidas (RIBEIRO; PONTE,2020; AGUIAR *et al.*, 2021). Para isso, é necessário que o formador tenha um sólido repertório de conhecimentos matemáticos e didáticos que lhe permita utilizar de questionamentos sobre resultados decorrentes da álgebra acadêmica para conectá-las a resultados utilizados na educação básica.

Referências

AGUIAR, Marcia; DONÁ, Eduardo G., JARDIM, Vania B. F., RIBEIRO, A. J. Oportunidades de aprendizagem vivenciadas por professores de matemática: desvelandoas ações e o papel do formador durante um processo formativo. **Acta Scientiae**, [s. l.], v. 23, n. 4, p. 112-140, 2021.

AGUIAR, Marcia; PONTE, João Pedro da; RIBEIRO, Alessandro Jacques. Conhecimento Matemático e Didático de Professores da Escola Básica acerca de Padrões e Regularidades em um Processo Formativo Ancorado na Prática. **Bolema:Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 35, p. 794-814, 2021.

BRASIL. **Resolução nº 2, de 20 de dezembro de 2019**. Define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial de Professores para a Educação Básica einstitui a Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica. Brasília, 2019.

DOMINGUES, Hygino H., IEZZI, Gelson. **Álgebra Moderna**, São Paulo: Saraiva,2018.

ELIAS, Henrique Rizek; SAVIOLI, Ângela Marta Pereira das Dores; RIBEIRO, Alessandro Jacques. Números racionais e estrutura algébrica corpo: problematizando ocurrículo da formação inicial de professores de matemática. **Educação Matemática Pesquisa:** Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, [s. l.], v. 19, n. 3, p. 182-208, 2017.

FIORENTINI, D.; OLIVEIRA, A. T. C. C. O lugar das matemáticas na Licenciatura em Matemática: que matemáticas e que práticas formativas? **Bolema:** Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, v. 27, n. 47, p. 917-938, 2013.

JESUS, Marcelo Silva de; SAVIOLI, Angela Marta Pereira das Dores. Concepções manifestadas por licenciandos em Matemática ao lidarem com tarefas envolvendo o conceito de Anel. **Educação Matemática Pesquisa:** Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, [s. l.], v. 21, n. 1, 2019.

LAUTENSCHLAGER, Etienne; RIBEIRO, Alessandro Jacques. Formação de professores de matemática e o ensino de polinômios Mathematics teacher education andteaching of polynomials. **Educação Matemática Pesquisa:** Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, [s. l.], v. 19, n. 2, 2017.

MOREIRA, P. C.; DAVID, M. M. Academic mathematics and mathematical knowledgeneeded in school teaching practice: Some conflicting elements. **Journal of Mathematics Teacher Education**, [s. l.], v. 11, n. 1, p. 23-40, 2008.

RIBEIRO, Alessandro Jacques; PONTE, João Pedro da. Professional learning opportunities in a practice-based teacher education programme about the concept offunction. **Acta Scientiae**, [s. l.], v. 21, n. 1, p. 49-74, 2019.

RIBEIRO, Alessandro Jacques; PONTE, João Pedro da. Um modelo teórico para organizar e compreender as oportunidades de aprendizagem de professores para ensinarmatemática. **Zetetiké**, Campinas - SP, v.28, p.1-20, 2020.

WASSERMAN, Nicholas H. Abstract algebra for algebra teaching: Influencing school mathematics instruction. **Canadian Journal of Science, Mathematics and TechnologyEducation**, [s. l.], v. 16, n. 1, p. 28-47, 2016.

ZBIEK, Rose Mary; HEID, M. Kathleen. Making Connections from the Secondary Classroom to the Abstract Algebra Course: A Mathematical Activity Approach. In Wasserman (ed.). **Connecting Abstract Algebra to Secondary Mathematics, For Secondary Mathematics Teachers, Research in Mathematics Education.** Switzerland: Springer, 2018.

Interseccionalidade e Educação Matemática: Uma proposta de Revisão de Literatura

Intersectionality and Mathematics Education: A proposal of a Literature Review

Interseccionalidad y Educación Matemática: Una propuesta de Revisión de la Literatura

Thays Alves de Oliveira[239]
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
https://orcid.org/0000-0003-3744-6324

Vanessa Franco Neto[240]
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
https://orcid.org/0000-0002-2129-8040

Modalidade: Comunicação Oral
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam Matemática

Resumo

Neste artigo apresentamos o recorte de uma pesquisa de cunho qualitativo com professoras negras de Matemática que atuam nos cursos de Licenciatura em Matemática de Universidades Públicas do Mato Grosso do Sul. Diante disso, buscamos entender como se deu a formação dessas mulheres e de que forma as Questões Raciais e o Feminismo Negro atravessam a trajetória dessas docentes. Apresentamos aqui uma proposta de Revisão de Literatura que tem por objetivo um levantar pesquisas que estão sendo realizadas com o conceito de Interseccionalidade no campo da Educação Matemática, conceito esse que norteará a investigação em construção de uma das autoras. Com base na revisão feita, concluímos que os trabalhos aqui apresentados são os poucos encontrados em que os autores(as) abordam o conceito de Interseccionalidade de forma clara, ou relacionam raça, gênero e classe, como eixos de opressão e isso se dá de maneira escassa, pois percebemos por meio dos descritores que a *"Interseccionalidade"* tem sido abordada em diversas áreas que não a Matemática.
***Palavras-chave*:** Raça, Gênero, Classe, Interseccionalidade, Educação Matemática.

Abstract

In this article we present the clipping of a qualitative research with black teachers of Mathematics who work in the Bachelor's Degree in Mathematics of Public Universities of Mato Grosso do Sul. In view of this, we seek to understand how these women were trained and how Racial Issues and Black Feminism cross the trajectory of these teachers. We present here a proposal for a Literature Review that aims to raise research that is being carried out with the concept of Intersectionality in the field of Mathematics Education, a concept that will guide the investigation under construction of one of the authors. Based on the review made, we conclude that the works presented here are the few found in which the authors address the concept of

[239] taisoliveira851@gmail.com
[240] vanessa.neto@ufms.br

Intersectionality in a clear way, or relate race, gender and class, as axes of oppression and this is scarce, because we realize through the descriptors that "Intersectionality" has been addressed in several areas other than Mathematics.
Keywords: Race, Gender, Class, Intersectionality, Mathematical Education.

Resumen

En este artículo presentamos el recorte de una investigación cualitativa con profesores negros de Matemáticas que trabajan en el Grado en Matemáticas de las Universidades Públicas de Mato Grosso do Sul. En vista de esto, buscamos entender cómo se capacitó a estas mujeres y cómo los problemas raciales y el feminismo negro cruzan la trayectoria de estos profesores. Presentamos aquí una propuesta para una Revisión de Literatura que tiene como objetivo plantear la investigación que se está llevando a cabo con el concepto de Interseccionalidad en el campo de la Educación Matemática, un concepto que guiará la investigación en construcción de uno de los autores. Sobre la base de la revisión realizada, concluimos que los trabajos presentados aquí son los pocos encontrados en los que los autores abordan el concepto de interseccionalidad de una manera clara, o relacionan la raza, el género y la clase, como ejes de opresión y esto ocurre de una manera escasa, porque nos damos cuenta a través de los descriptores de que la "interseccionalidad" se ha abordado en varias áreas distintas de las matemáticas.
Palabras clave: Raza, Géreno, Clase, Interseccionalidad, Educación Matemática.

Introdução

Uma das autoras desse texto se encontra no primeiro semestre do curso de Mestrado em Educação Matemática do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEduMat) da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS). Sendo assim, nesta comunicação buscamos apresentar o processo inicial de uma dissertação[241].

Fazemos parte de um imaginário coletivo que acredita, ou se faz acreditar, que a área da Matemática (Pura, Aplicada e Educação) é construída com base na neutralidade, ou seja, temos a concepção errônea de que esse campo é neutro. Nele, valorizamos o rigor e a lógica que compõem esse conhecimento, uma Matemática isenta e objetiva que é peça fundamental para os processos tecnológicos democráticos da contemporaneidade. Com esta pesquisa queremos problematizar ideias de que ela, a Matemática, não tem gênero, não é racista e que é apartidária.

Nos formamos com a ideia de que essa área não se relaciona com Questões Raciais e Sociais, ou seja, está preocupada demais com suas definições e teoremas para se envolver com essas temáticas, "são dois universos totalmente diferentes que não existe uma conexão"

[241] O presente trabalho foi realizado com o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES).

(OLIVEIRA, 2018, p. 122). Argumentos/falas como essas(es) são de senso comum, mas que acabam "respingando" em quem trabalha na área e se torna um empecilho, ou até mesmo uma verdade dentro desse campo, pois "a exclusão é do excluído, assim como a doença é do doente, a pobreza é do pobre e a deficiência do deficiente" (OLIVEIRA, 2018, p. 172).

Mas, basta ser uma mulher negra em um curso de Licenciatura em Matemática para descobrir que esse campo é racista, sexista, seletivo e opressor, experiência própria de uma das autoras. Se ainda vive nessa ilusão que cerca e constitui a Matemática, com uma simples busca, um levantamento dos docentes desta área em determinadas universidades, para descobrir, ou ter uma ideia, que a Matemática tem gênero e ele não é feminino, ou qualquer outra que o sujeito se identifique.

> A matemática, enquanto considerada como conhecimento essencial para que os jovens se insiram nas sociedades contemporâneas, tem um papel fundamental nos modos de produzir e replicar práticas de inclusão e exclusão no campo social. As tecnologias de diferenciação dos corpos são também operadas por meio da matemática somadas às relações de gênero que permitem a viabilidade do sujeito, distribuindo e elaborando condutas que qualificam. (NETO; BORGES; ALVES, 2021, p. 186).

Segundo Neto e Valero (2020) as investigações que abordam a temática de gênero em conjunto com a Educação Matemática, buscam compreender a ausência de mulheres nessa área. E, algumas pesquisas afirmam que as meninas nas escolas não se interessam pela Matemática por não se verem representadas, devido a invisibilidade de mulheres na produção do conhecimento matemático.

> A escola, enquanto instituição social e fonte de ação educacional desta, além de ser um local privilegiado para se avaliar, discutir e refletir as diferenças e as relações entre homens e mulheres, mostra-se também como sendo uma das principais responsáveis pela produção e reprodução das desigualdades entre eles. (NETO; VALERO, 2020, p. 202-203).

E essa reprodução de desigualdades se torna um pouco mais excludente quando anexamos mais um eixo de opressão, a raça. O ingresso de estudantes negras(os) no Ensino Superior por meios de ações afirmativas[242], proporcionou um debate sobre raça e gênero. A educação pode ser pensada de diversas formas e perspectivas, e uma delas é como uma maneira

---

[242] Ações afirmativas são Políticas Públicas voltada para grupos que sofrem algum tipo de discriminação, dentre elas a ética, racial e de gênero. Essas políticas têm como objetivo promover a inclusão socioeconômica de populações historicamente privadas do acesso a oportunidades. A Lei de Cotas no Ensino Superior (Lei nº 12.711/2012), torna obrigatório a reserva de 50% das matrículas em Instituições de Ensino Superior (IES) para estudantes autodeclarados pretos, pardos e indígenas.

de estabelecer dominação, reproduzindo problemáticas sociais favorecendo interesses particulares de dominantes que detêm o poder do que deve ser ensinado (DIAS, 2020).

Após essa dominação na educação, percebemos a necessidade da implementação de leis que tentam nivelar essa ausência. “Onde e quando a história da África, o desenvolvimento de suas culturas e civilizações, as características do seu povo foram ou são ensinados nas escolas brasileiras?” (GONZALEZ, 2020, p. 39). A lei 10.639/2003 torna obrigatório nas Universidades e escolas o ensino da história e cultura Afro-Brasileira e Africana, com a função de reparar as desigualdades e promover o orgulho ao pertencimento étnico-racial. De que forma essa cultura é trabalhada nos ambientes de ensino? Podemos dizer que essa obrigatoriedade tem acontecido, ou fica apenas nos papéis?

Quando falamos da Matemática a colocamos em uma classe elitizada, uma área para poucos, e esse pouco sendo o corpo masculino. Mas, quando pensamos na Licenciatura em Matemática a “empobrecemos”, se é que tal façanha é possível. O que queremos dizer com isso é, que apesar dessa ciência ser conhecida como a Rainha das Ciências (BELL apud MARTIN, 2007), as opressões de classe se fazem presentes quando mencionamos ser professor(a) de Matemática.

Conforme explicitado, pensamos em utilizar, em nossa produção, o conceito de Interseccionalidade que trabalha em conjunto os diversos eixos de opressão, que podem vir a surgir no desenvolvimento da dissertação. Esse termo surge em 1989 pela jurista estadunidense Kimberlé Crenshaw, a partir de uma crítica feminista negra, sob críticas ao feminismo branco e aos movimentos antirracistas que visualizam apenas o homem negro. E apesar de seu nome carregar está “criação”, outras feminista utilizaram esse conceito de forma implícita, tais como: Angela Davis, Lélia Gonzalez, Audre Lorde, entre outras.

De acordo, com tais explanações a seção seguinte exibe trabalhos encontrados por meio de uma proposta de Revisão de Literatura, que têm o objetivo de apresentar as pesquisas que abordam os eixos de opressão (raça, classe e gênero) de uma forma que eles se interseccionam.

Quais resultados essa proposta de Revisão de Literatura nos traz?

Após a definição de um desenho do projeto de pesquisa, enfim, percebemos que o curso de Mestrado de fato tinha começado. Reuniões cheias de ideias e entusiasmos, que se configuraram nessa escrita. *“Interseccionalidade”* entre raça, gênero e Matemática[243], é um

[243] Temos a pretensão de utilizar ao longo da dissertação, a Matemática como uma classe elitizada. Apesar de ser explanações em processos iniciais de estudo, às trago aqui sem a intenção de reduzir os conceitos que englobam a

referencial-teórico que vai delimitar e norteador a pesquisa, dessa forma a primeira coisa ser feita foi uma Revisão de Literatura sobre o assunto. A proposta dessa Revisão é fazer um levantamento e um estudo sobre como o conceito de Interseccionalidade está sendo abordado e trabalhado juntamente com a Matemática, ou seja, como esse campo tem utilizado o conceito de Interseccionalidade em suas pesquisas.

A pretensão desse trabalho é abordar questões de raça, gênero e classe, que permeiam a construção estereotipada e pré-concebida da Matemática. Após algumas discussões com a minha orientadora, a segunda autora desse trabalho, o termo *"Interseccionalidade"* apareceu como um conceito que é perspicaz e fundamental para o desenvolvimento da dissertação. Vivemos em uma sociedade que acredita e dissemina metanarrativas em relação a Matemática.

A fama que a Matemática tem, e que acabamos propagando, de ser um curso difícil, um curso seletivo, um curso para poucos, fazem com que a Matemática fique em um pedestal (ROSA, 2013), e pode acabar gerando um ciclo de falas silenciadas e inexistentes, afinal a Matemática é "neutra". Discursos homogêneos como esses, nos influenciam e nos levam a produzi-los e propagá-los, pois estamos sempre preocupados com os conteúdos e "naturalizamos essas atitudes e passamos a achar que tudo bem, que é assim mesmo que as coisas acontecem. A gente precisa reagir, acordar!" (OLIVEIRA, 2018, p. 183).

Em uma primeira busca, percebi a falta de pesquisas com a Interseccionalidade e a Matemática em conjunto, o que parece justificar, a partir do cenário atual, a necessidade de trabalhos como o proposto na dissertação. Nesse movimento foram realizadas buscas nos Bases de Dados: Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), Portal de Periódicos da Capes e Google Acadêmico.

Nessa busca foram utilizados os descritores: *Interseccionalidade; Consubstancialidade; Interseccionalidade Matemática; Consubstancialidade Matemática; Interseccionalidade e Matemática; Consubstancialidade e Matemática; e Gênero, Raça, Classe e Matemática.*

Quando utilizado o primeiro descritor, *"Interseccionalidade"*, no campo de busca do BDTD 508 (quinhentos e oito), trabalhos entre teses e dissertações foram encontrados. Ao realizar a leitura dos títulos das pesquisas apresentadas, percebemos que nenhuma tese ou dissertação tinham como foco a Interseccionalidade e a Matemática em conjunto, mas, em outras áreas de conhecimento esse conceito tem sido explorado.

Interseccionalidade e sem a intenção de ferir os sentimentos dos conhecedores que trabalham na área da Matemática, seja ela qual for. A classificamos assim, ou pretendemos, devido a carga de estereótipos e discursos que a configura quando se torna licenciado ou bacharel em Matemática.

Ao utilizar o descritor *"Gênero, Raça, Classe e Matemática"* nesta mesma Base de Dados, foram encontrados 5 (cinco) trabalhos. E ao analisá-los pude perceber que nenhuma das teses e dissertações abordam a temática proposta, e que em sua maioria se relacionam apenas a uma das palavras dos descritores. O que quero dizer é, quando utilizado esse descritor encontrei trabalhos com relação a Gênero, Raça, Classe, Matemática, sem ter uma intersecção entre eles, o que proponho com a pesquisa.

Quando realizei uma busca no Portal de Periódicos da CAPES com o descritor *"Interseccionalidade e Matemática"*, foram encontrados 65 (sessenta e cinco) trabalhos. Sendo que em nenhum os dois conceitos se relacionavam, a palavra Interseccionalidade aparecia, mas era em trabalhos de outras áreas como: História, Literatura, Sociologia, que não a Matemática. E quando a Matemática aparecia era mencionada juntamente com análise de livros didáticos, sequência de atividades, trabalhos envolvendo a estatística. É cômico, na verdade trágico, de se imaginar que dentro da Educação Matemática não estamos tendo o espaço e avanço em pesquisas que abordem conceitos da atualidade e, que de alguma forma fere a superioridade da Matemática.

Ao utilizar dentro desta mesma Base de Dados o descritor *"Gênero, Raça, Classe e Matemática"*, foram encontrados 373 (trezentos e setenta e três) trabalhos. Após fazer uma seleção com base nos títulos apresentados, foi selecionado uma pesquisa para uma análise mais aprofundada, "a questão não é quem escreveu ou por que está escrito o que está escrito, mas sim analisar os textos de modo a compreender os modos como o que está escrito gera conhecimento para pensar o mundo" (NETO; VALERO, 2020, p. 201).

A pesquisa selecionada é um Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) intitulado *"Mulher Negra na Docência da Matemática: Uma análise das produções dos ENEMs XII e XIII da Sociedade Brasileira de Matemática - SBEM"* do José Maione Silva Lemos. Devo mencionar que em seu trabalho o autor se refere à SBEM como Sociedade Brasileira de Matemática, e não como Sociedade Brasileira de Educação Matemática, que é a menção correta. Em seu TCC o autor tenta compreender como as produções de conhecimento publicadas nos ENEMs XII (2016) e XIII (2019) abordaram o exercício profissional de professoras negras (LEMOS, 2022).

Ele faz um levantamento de todos os trabalhos publicados no XII e XIII ENEM em que tenha como foco as Questões de Raça, Gênero e Exercício Profissional, ou seja ele aborda de força clara e até menciona o conceito de Interseccionalidade em seu TCC. E após esse levantamento e o estudo feito, conclui que sob o olhar da interseccionalidade percebeu que os estudos sobre professoras negras de matemática nos referidos ENEMs é bastante escasso, dos 3.009 trabalhos publicados apenas 42 produções apontaram as professoras, ou mulheres como objeto de estudo.

> O número limitado de pesquisas e o silenciamento relacionadas a professora de matemática é um sintoma da exclusão (re)produzida em nossa sociedade. Nesse caminho, os resultados obtidos em nossa pesquisa apontaram sistematicamente a invisibilidade em que a mulher negra está submetida frente a figura masculina, a mulher branca ou até mesmo homem negro. (LEMOS, 2022, p. 07).

Com base nessa pesquisa, fizemos uma análise detalhada dos trabalhos elencados pelo Lemos (2022), podemos afirmar que a temática relacionada a interseccionalidade entre gênero, raça e professora de Matemática não foi muito abordado. E, apesar de mencionarem as mulheres negras, elas não aparecem como objeto de estudo.

Para completar essa análise, realizamos uma busca nos trabalhos publicados no Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEM) que ocorreu nos anos de 2018 e 2021. No VII SIPEM nenhuma pesquisa foi encontrada com a temática aqui investigada, nem mesmo que mencionasse gênero, raça e classe.

Já no VIII SIPEM, encontramos alguns títulos que nos pareceram abordar o assunto aqui estudado e, após uma análise percebemos que o trabalho intitulado *"Manifesto por uma Educação Matemática Feminista"* da autora Bruna Letícia Nunes Viana e os autores Julio Cesar Paro e João Ricardo Viola dos Santos.

Neste trabalho os autores (VIANA; PARO; SANTOS, 2021) apresentam discussões realizadas em torno de uma pesquisa de doutorado em andamento, que têm por objetivo produzir provocações a respeito de discussões feminista na Educação Matemática. Segundo (VIANA; PARO; SANTOS, 2021), as questões feministas aparecem em diversas áreas que não a Matemática, apesar de ter uma gama de trabalhos que abordam as questões de gênero em conjunto com a Educação Matemática.

> Estudos de gênero focam mais em diferenças de desempenhos em atividades matemáticas entre homens e mulheres, ou em denunciar caracterizações de mulheres de maneira inferior aos homens, ou mesmo em explicitações de como há processos de exclusão das mulheres em situações matemáticas em relação aos homens, por outro lado os estudos feministas tendem a explorar outras problemáticas, tais como o binarismo superficial entre sexo/gênero; os usos da matemática que operam na lógica do terceiro excluído e com isso fortalecem relações de exclusão, dominação e patriarcado; violências e exclusões, mesmo que de formas subliminares, que ocorrem em espaços escolares ou de formação de professores de matemática. (VIANA; PARO; SANTOS, 2021, p. 2299).

Nessa produção, os autores concluem que precisam construir/elaborar matemáticas problematizadoras, e pensar para além das violências que acontecem nesse espaço de formação. Produzir um espaço em que se discutam os processos de violência que ocorrem nesse campo. Desse modo, eles afirmam que a “discussão se insere em uma problemática de certos modos de se pensar e de se naturalizar a matemática em processos que possam contribuir para perpetuar neutralidade, universalidade” (VIANA; PARO; SANTOS, 2021, p. 233).

Para finalizar foi realizada uma pesquisa no Google Acadêmico, e ao utilizar o descritor *“Interseccionalidade e Matemática”* 2.740 (dois mil e setecentos e quarenta) trabalhos foram encontrados. Devido aos cruzamentos de dados a maioria dos artigos, teses e dissertações encontrados nesta Base de Dados eram os mesmos das outras buscas. Os outros faziam relação apenas a Matemática, ou a Interseccionalidade em diversas áreas, ou Gênero, ou Raça, ou Classe, como já havia mencionado antes sem uma relação entre esses conceitos.

Mas, nessa pesquisa um trabalho foi encontrado utilizando esse mesmo descritor, trabalho esse intitulado *“Trajetórias Educacionais de Sucesso em Contextos Socialmente Desfavoráveis: Uma Abordagem Interseccional com Licenciandos de Matemática”* do Luiz Felipe de Oliveira Silva. Este trabalho é um Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) que apresenta um estudo que tenta compreender como se deu o sucesso de alunos, no curso de Licenciatura em Matemática, pertencentes a camadas populares.

Em sua pesquisa o autor entrevista quatro alunos deste curso, as narrativas foram analisadas de acordo com a abordagem interseccional. Em seu trabalho Silva (2019) traça uma conversa com conceitos teóricos de Pierre Bourdieu, Bernard Lahire, Kimberlé Crenshaw e Patrícia Mattos, sendo as duas últimas pensadoras da Interseccionalidade entendida aqui como método que leva em consideração os diferentes processos de opressão.

O autor fez um mapeamento de pesquisas anteriores sobre o tema, e percebeu que existem lacunas que evidenciam a importância da interseccionalidade quando falamos de trajetórias educacionais. Em seu estudo chegou à conclusão que

> [...] sucesso escolar dos sujeitos da pesquisa deve-se principalmente ao capital cultural adquirido, mas também a fatores como a automotivação e a existência de uma figura de referência. Além disso, evidenciou-se a importância da interseccionalidade no contexto social dos entrevistados, visto que, em muitas das vezes, o preconceito e a discriminação interferiram no processo educacional. (SILVA, 2019, p. 08).

Este trabalho evidencia que as desigualdades econômicas, sociais e culturais podem influenciar no sucesso e/ou insucesso dos alunos em um curso historicamente opressor.

Diante dos trabalhos aqui trazidos, ou a escassez deles, percebemos a necessidade de explorar e abordar o conceito de Interseccionalidade em conjunto com a Matemática, porque quando falamos de Interseccionalidade estamos abordando Questões de Raça, Gênero e Classe, que são inexistentes quando estamos no campo da Matemática e, desse modo podemos dizer que "todo ato de exclusão/inclusão é violento, pois tira-se do outro o poder de sua linguagem, ele é silenciado" (OLIVEIRA, 2018, p. 219).

Os descritores não mencionados no decorrer desta escrita apresentaram um total de zero trabalhos, o que enfatiza a importância do trabalho como aqui proposto.

O que podemos concluir?

Com base na proposta de Revisão de Literatura aqui apresentada, percebemos que a Educação Matemática tem explorado pouco as demandas sociais que a engloba. O processo de busca nos explicitou que *"Questões de Gênero e Educação Matemática"* é a temática que mais se encontra nos bancos de dados. Mas, quando tentamos encontrar pesquisas que abordam *"Questões de Raça, Gênero, Classe e Educação Matemática"* essa busca se torna escassa. Essa proposta de Revisão evidencia a necessidade de trabalhos que apresente as violências que são efetuadas e propagadas nessa área a dependem da classe, da raça e do gênero.

Dados os trabalhos aqui apresentados tivemos a pretensão de abordar as contribuições que o conceito de "Interseccionalidade" teria para as pesquisas no campo da Educação Matemática.

Como vimos nos poucos trabalhos encontrados e com base na Interseccionalidade, classe, gênero e raça são questões indissociáveis, não tem como separá-las. E quando as relacionamos com a Educação Matemática, percebemos que ser mulher negra nesse campo é viver rodeada de eixos de opressão, "ser negra e mulher no Brasil, é ser objeto de tripla discriminação, uma vez que os estereótipos gerados pelo racismo e pelo sexismo a colocam no mais alto nível de opressão" (GONZALEZ, 2020, p. 97).

Pensamos o conceito de Interseccionalidade como uma das formas de analisar e de combater as múltiplas opressões que compõem a sociedade, uma teoria transdisciplinar que visa apreender a complexidade das identidades e das desigualdades sociais por intermédio de um enfoque integrado. A Interseccionalidade é uma ferramenta que "visa dar espaço tanto para as experiências sociais quanto para as perspectivas de grupos multiplamente discriminados" (PEREIRA, 2021, p. 450).

Não temos como objetivo propor uma nova teoria globalizante da identidade, e sim de propor uma forma de analisar e levar em conta as múltiplas fontes da identidade (HIRATA, 2022). Dessa forma, o uso da interseccionalidade "pode dar visibilidade a aspectos até então pouco considerados da interface entre distintos eixos de produção de diferenças, desigualdades e hierarquias nas sociedades modernas". (PEREIRA, 2021, p. 446-447).

> Tendo como pilar a interseccionalidade, é possível contribuir para que essas desigualdades sejam diminuídas, é claro que isso demanda tempo, o caminho é árduo e cansativo, mas precisa ser percorrido, para que aos poucos possamos vivenciar histórias diferentes das que são contadas atualmente. Para tanto, é preciso conhecê-la, identificar os percalços e fazer diferente. (LEMOS, 2022, p. 17).

A Matemática é uma área conhecida por propagar os diferentes modos de opressão, por ser considera como um campo neutro. Quando escolhido trabalhar com professoras negras de Matemática, gênero, classe, raça e outros eixos de opressão, interagem entre si e promovem processos de exclusão social, silenciamento, apagamento, da identidade, não pertencimento, dentre outros, que acreditamos ser a Interseccionalidade o caminho utilizado para investigar essas trajetórias.

Referências

DIAS, A. L.; ALMEIDA, C. H. F. P. A educação das Relações Étnico-Raciais nos Cursos de Licenciatura na UFS/Campus São Cristóvão. **III Seminário Nacional de Sociologia - Distopias dos Extremos: Sociologias Necessárias**, 2020.

GONZALEZ, L. **Por um feminismo afro-latino-americano**: ensaios, intervenções e diálogos. *In*: Rios, F.; Lima, M. (Orgs.). 4. ed. Rio de Janeiro: Zahar, 2020.

HIRATA, H. Gênero, Classe e Raça: Interseccionalidade e consubstancialidade das relações sociais. **Tempo Social: Revista de Sociologia da USP**. São Paulo, v. 26, n. 1, 2014, p. 61-73.

LEMOS, J. M. S. **Mulher Negra na Docência da Matemática: Uma análise das produções dos ENEMs XII e XIII da Sociedade Brasileira de Matemática – SBEM**. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática - Licenciatura) – Universidade Federal de Pernambuco. Caruaru, 2022.

MARTIN, D. B. Mathematics learning and participation in the African-American context: The co-construction of identity in two intersecting realms of experience. In: NASIR; N. S.; COBB, P. (Eds.) **Improving Access to Mathematics**, 146-158. New York and London: Teachers College Press. 2007.

NETO, V. F.; VALERO, P. A (in)quietude de gênero em Educação Matemática: pesquisando as pesquisas. Gonçalves, H. J. L. (Org.). Educação Matemática e Diversidade(s). Porto Alegre: Editora Fi, 2020. Cap. 10, p. 195-213.

NETO, V.; BORGES, L.; ALVES, T. Questões de Gênero e Matemáticas: um currículo? **VIII Seminário de Pesquisa em Educação Matemática**. Uberlândia (MG) – online, 2021, p. 627-642.

NETO, V.; BORGES, L.; ALVES, T. Redes Produtivas de saber/poder: gênero e matemática sobre análise de estudantes. **RIPEM – International Journal for Research in Mathematics Education**. v. 11, n. 3, 2021, p. 173-188.

OLIVEIRA, A. B. **Licenciaturas em Matemática como produção narrativa: aberturas para experiências**. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul. Campo Grande, 2018.

PEREIRA, B. C. J. Sobre usos e possibilidades da interseccionalidade. **CIVITAS – Revista de Ciências Sociais**. Rio Grande do Sul, v. 21, n. 3, 2021, p. 445-454.

ROSA, F. M. C. **Professores de Matemática e a Educação Inclusiva : Análises de Memórias de Formação**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho. Rio Claro, 2013.

SILVA, L. F. O. **Trajetórias Educacionais de Sucesso em Contextos Socialmente Desfavoráveis: Uma abordagem Interseccional com Licenciandos de Matemática**. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática - Licenciatura) – Universidade Federal de Pernambuco. Caruaru, 2019.

VIANA, B. L. N.; PARO, J. C.; SANTOS, J. R. V. Manifesto por uma Educação Matemática Feminista. **VIII Seminário de Pesquisa em Educação Matemática**. Uberlândia (MG) – online, 2021, p. 2298-2312.

A importância da intencionalidade matemática no uso de materiais manipulativos para o ensino de frações

The importance of mathematical intentionality in the use of manipulative materials for teaching fractions

La importancia de la intencionalidad matemática en el uso de materiales manipulativos para la enseñanza de fracciones

Gabriela Gibim[244]
Unicamp
0000-0002-7588-3579

Carla Alves[245]
Unicamp
0000-0003-3435-7609

Miguel Ribeiro[246]
Unicamp
0000-0003-3505-4431

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam Matemática

Resumo

Os materiais manipulativos ou concretos estão entre as formas mais comuns de representação de ideias e conceitos matemáticos e por isso mesmo têm sido bastante discutidos e muitas são as justificativas para sua utilização no ensino da matemática. Tais recursos podem ser entendidos como representações materializadas de ideias e propriedades. Nas situações de ensino com materiais, a simulação pode permitir que o aluno formule hipóteses, inferências, e observe regularidades, ou seja, participe e atue em um processo de investigação que o auxilie a desenvolver noções significativas de maneira reflexiva. Essas mesmas potencialidades podem ser desenvolvidas em contextos de formação de professores. O objetivo deste artigo é discutir as potencialidades e as limitações no uso de diferentes materiais manipulativos quando utilizados com a intencionalidade de desenvolver o conhecimento matemático associado ao entendimento conceitual de fração em um contexto de resolução de problemas. As informações foram coletadas em um *workshop* para professores, através do qual os participantes (professores dos Anos Iniciais e Finais) trabalharam a resolução de problemas envolvendo frações. As discussões com foco nas especificidades do conhecimento do professor que ensina matemática pretendem apresentar a importância da intencionalidade no uso de diferentes materiais manipulativos na representação de frações como forma de ampliar a compreensão e pensar em processos de ensino significativos.

[244] gabi.gibim@gmail.com
[245] carla0934@gmail.com
[246] cmribas78@gmail.com

Palavras-chaves: Conhecimento especializado, frações, formação de professores, materiais manipulativos.

Abstract

Manipulative or concrete materials are among the most common forms of representation of mathematical ideas and concepts and, for this reason, they have been widely discussed and there are many justifications for their use in mathematics teaching. Such resources can be understood as materialized representations of ideas and properties. In teaching situations with materials, simulation can allow the student to formulate hypotheses, inferences, observe regularities, that is, participate and act in an investigation process that helps him to develop significant notions in a reflective way. These same potentialities can be developed in teacher training contexts. The objective of this article is to discuss potentialities and limitations in the use of different manipulative materials when used with the intention of developing the mathematical knowledge associated with the conceptual understanding of fraction in a problem-solving context. The information was collected in a workshop for teachers where the participants (elementary school teachers from the Initial and Final Years) worked on solving problems involving fractions. The discussions, focusing on the specifics of the knowledge of the teacher who teaches mathematics, intends to present the importance of intentionality in the use of different manipulative materials in the representation of fractions as a way of expanding understanding and thinking about significant teaching processes.
Keywords: Expert knowledge, fractions, teacher training, manipulative materials**.**

Resumen

Los materiales manipulativos o concretos se encuentran entre las formas más comunes de representación de ideas y conceptos matemáticos y, por ello, han sido ampliamente discutidos y existen muchas justificaciones para su uso en la enseñanza de las matemáticas. Dichos recursos pueden entenderse como representaciones materializadas de ideas y propiedades. En situaciones de enseñanza con materiales, la simulación puede permitir al estudiante formular hipótesis, inferencias, observar regularidades, es decir, participar y actuar en un proceso de investigación que lo ayude a desarrollar nociones significativas de manera reflexiva. Estas mismas potencialidades pueden desarrollarse en contextos de formación docente. El objetivo de este artículo es discutir las potencialidades y limitaciones en el uso de diferentes materiales manipulativos cuando se utilizan con la intención de desarrollar el conocimiento matemático asociado a la comprensión conceptual de la fracción en un contexto de resolución de problemas. La información se recolectó en un taller para docentes donde los participantes (docentes de primaria de los Años Inicial y final) trabajaron en la resolución de problemas que involucran fracciones. Las discusiones, centrándose en las especificidades del saber del profesor que enseña matemáticas, pretenden presentar la importancia de la intencionalidad en el uso de diferentes materiales manipulativos en la representación de fracciones como forma de ampliar la comprensión y pensar los procesos significativos de enseñanza.
Palabras clave: Conocimiento experto, fracciones, formación del profesorado, materiales manipulativos.

Introdução e marco teórico

O estudo de instrumentos e recursos para auxiliar no ensino e aprendizagem da matemática tem sido um dos focos de atenção tanto de professores, quanto de pesquisadores, haja vista os diversos jogos e materiais manipuláveis existentes atualmente. Com frequência, se considera que a utilização de recursos didáticos é um dos princípios norteadores do ensino e da aprendizagem de Matemática, pelo menos no nível Fundamental. Muito embora alguns autores reconheçam e afirmem que o uso de materiais manipulativos favorece o aprendizado da matemática, assumindo que esses materiais constituem representações dos conceitos da matemática e das estruturas em que estão organizados (ver, por exemplo, GODINO et., 2016), é necessário considerar que a utilização por si só desses recursos não garante um ensino de qualidade que promova aprendizagens matemáticas por parte dos alunos. Para que a aprendizagem possa ocorrer, é essencial que os recursos, independentemente do tipo (físicos, tecnológicos, manipulativos, didáticos), sejam usados com intencionalidade matemática[247] (POLICASTRO et al., 2019).

Supõe-se que o uso de representações materiais é necessário não apenas para comunicar as ideias matemáticas, mas também para a sua própria construção (GODINO et al., 2016), porém, as relações entre representações, objetos e construção de significados gera ainda inúmeros conflitos, portanto, merece atenção e aprofundamento das pesquisas, em especial, na formação.

A intencionalidade no uso dos recursos está sustentada e moldada pelo conhecimento que o professor detém e necessariamente, de forma associada, pelos objetivos que o docente persegue em sua prática matemática. Tal conhecimento potencializa ou não as discussões matemáticas que oportunizam o entendimento e a materialização dos conceitos, definições, propriedades e conexões matemáticas que se relacionam ao "fazer matemática" que se espera que os alunos desenvolvam. E, sendo o professor o responsável pela utilização, adaptação, melhoria e promoção das discussões associadas ao uso com intencionalidade matemática desses recursos, torna-se essencial que este detenha um conhecimento sobre as suas potencialidades e limitações para promover o entendimento matemático dos alunos ligado a cada tópico que se aborda a fim de que a discussão não ocorra pelo recurso ou jogo em si, mas se centre na

[247] A intencionalidade poderá estar relacionada também a promover aprendizagens matemáticas relativamente a um conhecimento das conexões matemáticas que se podem e devem desenvolver tanto intratópicos, como entre tópicos.

intencionalidade associada ao objetivo de aprendizagem matemática. Assim, entre a multiplicidade de dimensões do conhecimento do professor que o torna especializado (CARRILLO et al., 2018), encontra-se este conhecimento que se vincula a conhecer os recursos, as suas potencialidades referentes a cada tópico concreto e a(às) forma(s) como a sua exploração permite(m)/potencializa(m) efetuar conexões com tópicos distintos ou com um mesmo tópico em etapas educativas distintas (RIBEIRO et al., 2018).

Um dos tópicos que se tem revelado problemático em termos das aprendizagens (e resultados) dos alunos ao longo dos últimos 30 anos é o dos números racionais, na sua representação em fração (BEHR et al., 1983; NUNES & BRYANT, 2006). As frações configuram-se um tópico transversal a todo o ensino (MONTEIRO, 2005), ainda que, na Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018), isso não se encontre explícito. Também em muitas propostas de tarefas, formações e de investigações desenvolvidas são raras aquelas que discutem a intencionalidade do seu uso – para além de uma obtenção de resposta correta associada a seguir um conjunto de procedimentos (regras) ou de um uso que permite discutir aspectos gerais e opções pessoais dos alunos (ENRÍQUEZ, 2018).

Pesquisas mostram que os alunos revelam muitas dificuldades com frações (GONÇALVES, 2013) e apontam que muitos adultos, incluindo professores e futuros professores, também parecem debater-se com o mesmo tipo de dificuldades, mantendo as ideias primitivas e conceitos errados (MA, 1999). Assim, a formação inicial e continuada deverá assumir o papel de desenvolver as especificidades do conhecimento do professor, se relacionando concretamente com a sua atuação profissional de ensinar matemática. Nesse sentido e em termos dos conhecimentos específicos ao tópico dos números racionais, espera-se que o professor conheça, entre outras coisas, os sentidos da fração – parte-todo, razão, quociente, operador e medida, de maneira que tal conhecimento permitirá, por exemplo, que o docente identifique nos enunciados de problemas distinções entre o todo de referência (PINTO; RIBEIRO, 2013). Em particular, neste trabalho, discutiremos os sentidos parte-todo e operador.

Ainda em relação ao conhecimento especializado do professor que ensina matemática, podemos destacar a importância em termos de conteúdo específico que envolve a consciência do potencial das atividades, estratégias e técnicas para ensinar o conteúdo matemático, considerando, inclusive, limites, potenciais e eventuais obstáculos que possam surgir (CARRILLO et al., 2018, p. 12). O conhecimento de recursos e de ensino com materiais está intrinsecamente ligado ao conteúdo, e não aos aspectos de conhecimento pedagógico geral. No caso de um geoplano, por exemplo, ao trabalhar frações, o professor deve conhecer que, nesse recurso, algumas configurações retangulares podem potencializar ou limitar as discussões a respeito da representação do parte-todo.

Aqui apresentam-se as discussões sobre as possibilidades que o uso de materiais manipulativos, atrelado à intencionalidade, proporciona ao ensino de conceitos de frações e suas representações, feitas a partir da implementação de tarefas para a formação (RIBEIRO et al., 2021) em um *workshop* para professores que ensinam matemática, a fim de desenvolver o conhecimento matemático especializado do professor que ensina matemática referente a esse tópico, com vistas à melhoria de sua prática e às aprendizagens de seus alunos.

Contexto e Método

As informações aqui discutidas foram coletadas por meio de gravações de áudio e vídeo e produções escritas no contexto de um *workshop* presencial dinamizado no âmbito do trabalho do grupo CIEspMat[248], cujo objetivo foi promover o desenvolvimento do conhecimento dos participantes acerca de conceitos e de representações de frações através do uso intencional de recursos. Participaram nove professores, divididos em três grupos, para os quais foram disponibilizados vários recursos a fim de resolver a tarefa para a formação (RIBEIRO et al., 2019), por exemplo, o geoplano, a reta numérica, os discos de frações e o material *Cuisenaire*. O *workshop* foi desenhado de modo a discutir um exercício para a formação, tendo como ponto de partida a seguinte tarefa para os alunos (Figura 1):

Figura 1.

Tarefa para a formação

[248] CIEspMat – é um grupo de Pesquisa e Formação que desenvolve trabalhos focados no desenvolvimento do Conhecimento Interpretativo e Especializado do professor e futuro professor de e que ensina matemática – desde a Educação Infantil ao Ensino Médio.

Tarefa 2: Repartindo um tablete de chocolate ZERO

(Explique sempre o seu raciocínio descrevendo o processo que usar para responder à questão. Pode fazê-lo usando esquemas, palavras, cálculos, ...)

A mãe de Magali, consciente da necessidade de oferecer uma alimentação saudável, só compra para sua filha tabletes de chocolate Zero Açúcar e Zero Gordura.

Na 6ª feira Magali levou para o lanche da escola um tablete desse chocolate do qual comeu **um terço**. O restante ela dividiu igualmente entre seus três amigos Ana, Beto e Carol.

1. Quanto coube a cada amigo **daquilo que restou** do tablete de Magali? Justifique.
2. Quanto **do tablete inteiro** coube à Ana, ao Beto e à Carol?
3. Represente a situação do item 2 utilizando os diversos recursos que recebeu.

Tal tarefa foi assim construída com o objetivo de desenvolver o conhecimento matemático dos participantes no âmbito das frações, considerando, sobretudo, os registros de representação e as aplicações com a exploração e o uso de recursos manipulativos associados à intencionalidade matemática. Os enunciados de duas das questões da tarefa proposta aos participantes do *workshop* apresentam uma situação em que um tablete de chocolate deverá ser dividido entre alguns colegas. Porém, há de se considerar duas diferentes condições para se responder às questões do problema, que dizem respeito ao todo de referência, que será considerado para além da informação inicial, de que um terço do tablete já havia sido consumido (Magali comeu um terço de um tablete de chocolate e dividiu o que restou igualmente entre seus 3 amigos, Ana, Beto e Carol). Isto é, as questões (1.) Quanto coube a cada amigo **daquilo que restou** do tablete de Magali? e (2.) Quanto **do tablete inteiro** coube a Ana, a Beto e a Carol? não alteram aquilo que caberá a cada amigo em termos absolutos, mas certamente requerem respostas distintas em termos relativos.

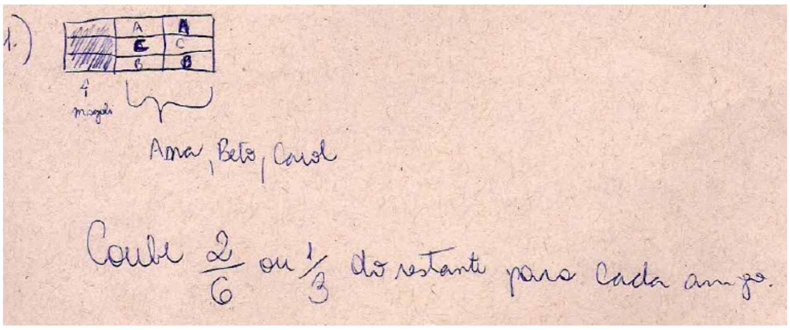
As discussões que seguem trazem a análise de registros dos participantes apresentados em folhas separadas, escritos na lousa ou verbalizados durante a plenária. Os professores resolveram primeiramente a tarefa nos pequenos grupos e posteriormente ocorreu a discussão em grande grupo. Esta dinâmica permitiu estimular os participantes a falar, escrever e representar pictoricamente (desenhar) a fim de exteriorizar o seu raciocínio matemático associado à resolução da tarefa. Os materiais manipulativos bastante comuns e conhecidos, utilizados para a representação e o entendimento de frações são, por exemplo, as barras *Cuisenaire*, os discos de frações e o geoplano, usados para representar e discutir as respostas às questões 1, 2 e 3 da tarefa de formação.

Análise e Discussão

Ao serem solicitados a responder à questão 1 (Quanto coube a cada amigo **daquilo que restou** do tablete de Magali?), um grupo considera o todo dividido em nove partes, onde as letras *A*, *B* e *C* fazem alusão aos nomes dos amigos (Figura2). "O todo restante" foi dividido em seis partes, e não em três. O registro pictórico do professor que representa a situação e solução tem implicações no tipo de resposta apresentada.

Figura 2.

Divisão pictórica, representação numérica e texto como resposta à questão (1.) "Coube 2/6 ou 1/3 do restante para cada amigo (Ana, Beto, Carol)"

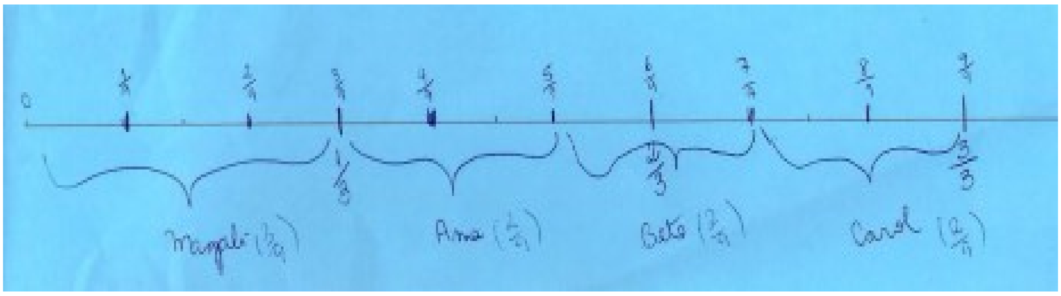


Isso porque se um "determinado todo" – seja ele qualquer – deve ser dividido igualmente em três partes, então cada uma dessas partes será $\frac{1}{3}$ (um terço). No entanto, os registros pictóricos como um recurso podem levar ao resultado $\frac{2}{6}$ (dois sextos), como vimos na resposta (Figura 2), e isso corrobora com o fato de o registro pictórico potencializar a construção do conhecimento matemático (Arcavi (2003) e Mandarino (2009). O registro (Figura 2) foi construído a partir da primeira informação do enunciado: de que a Magali havia comido um terço do tablete. Assim, o retângulo desenhado foi, inicialmente, dividido em três partes, tendo sido destacada aquela que se referia à parte da Magali (hachura). Restavam, portanto, duas partes (das três) para serem divididas para os três amigos. Uma possível maneira de se dividir essas duas partes em três foi a escolhida pela professora: traçar linhas horizontais cortando os traçados verticais feitos inicialmente, ficando, assim, com seis partes, havendo a necessidade de atribuir duas delas a cada amigo. Nota-se também que as letras *A*, *B* e *C* estão rasuradas no desenho, numa configuração que parece ter a intenção de melhor indicar aquilo que coube a cada amigo (isto é, pares de mesma letra em cada linha). Essa é uma situação na qual o conhecimento sobre frações equivalentes se faz necessário, pois o registro (pictórico) traz em si informações que (en)caminham para esse conceito. Ou seja, o professor conhece a equivalência entre as frações $\frac{2}{6}$ (dois sextos) e $\frac{1}{3}$ (um terço), além disso, conhece uma mais “adequada” – e tão correta quanto à anterior – maneira de dispor as letras que indicam a parte que coube a cada amigo nessa nova configuração pictórica.

A Figura 3, a seguir, apresenta a resposta de um dos grupos que utilizou as tiras de papel com segmentos de reta como um recurso para representar a solução ao problema proposto na questão 2 (Quanto **do tablete inteiro** coube a Ana, a Beto e a Carol?).

Figura 3.

Representação na reta numérica da resposta à questão (2.)



Vemos que, na Figura 3, embora as marcas feitas no segmento não estejam respeitando uma escala rigorosa, o grupo representa satisfatoriamente a resposta ao problema com diversas marcações e submarcações. O registro das “chaves” – bem como dos nomes dos amigos e das frações entre parênteses – indicando a parte que coube a cada um é uma evidência do uso intencional da representação pictórica (como recurso) para a representação da solução do problema.

De modo geral, os participantes apresentaram dificuldade na compreensão das representações quando utilizaram diferentes materiais manipulativos para a representação de uma mesma solução do problema. Haja vista que o uso dos discos de frações e barras *Cuisenaire* pôde evidenciar a compreensão da solução representada (para a questão 2, cuja resposta é $\frac{2}{9}$), a transposição dessa representação para o geoplano mostrou-se desafiadora para os professores (Figura 4). Uma evidência disso aparece na verbalização da professora Lurdes: “Eu achava que tinha entendido com esses materiais [discos e barras de fração], mas, com esse outro [geoplano], vejo que não entendi, pois não conseguiria fazer sozinha a representação”.

Figura 4.

Barras Cuisenaire, discos de fração e geoplano utilizados

Percebe-se, portanto, que muitas dificuldades dos alunos em relação à representação também podem ser apresentadas pelos professores (RIBEIRO, 2009). A escolha intencional de um (ou mais) recurso(s) que permita(m) o real entendimento da solução de um problema requer do professor um conhecimento especializado referente ao tópico matemático que sustenta as discussões matemáticas imprescindíveis, que são essenciais para, por exemplo, compreender que, embora a parte do chocolate em si que coube a cada amigo da Magali não mude, a resposta às questões (1) e (2) são distintas do ponto de vista matemático. Isto é, o todo referência de cada uma das questões muda e, por isso, a solução (fração correspondente) também muda. Desse modo, é de fundamental importância que se procure ampliar as possibilidades de compreensão do tópico matemático em estudo, já que é possível que, a partir de um determinado material, tenha-se a impressão do entendimento da resolução de um problema, mas a simples troca de recurso pode revelar fragilidades em "tal compreensão".

Considerações finais

Este trabalho teve como principal foco chamar a atenção para a importância e a necessidade de se associar uma intencionalidade matemática ao uso de um recurso e/ou material manipulativo quando se deseja/espera desenvolver o conhecimento matemático acerca de um tópico, como é o caso das frações, seus sentidos e representações. A intenção advém de um conhecimento especializado do professor que ensina matemática revelado de modo consciente, com vistas a contribuir para a melhoria de sua prática docente e das aprendizagens dos alunos (RIBEIRO & CARRILLO, 2011).

Sabemos que alunos apresentam dificuldades em relação ao entendimento da parte-todo, mas isso também ocorre, como vimos, com os professores, incidindo das dificuldades dos professores que, apesar de saberem o conteúdo para utilizá-lo, possuem fragilidades em termos de um conhecimento de e sobre a matemática que lhes permita conhecer um conjunto distinto de propriedades relativas aos conteúdos específicos que pretendem ensinar, assim como as formas distintas de fazê-lo (BALL et al., 2008; DELANEY, 2005).

A utilização de recursos (por exemplo, registro em folha ou lousa, reta numérica, barras de *Cuisenaire*, discos de frações e geoplano) em tarefas de formação no contexto de frações é importante (CRAMER et al., 2002), mas geralmente os professores não os usam (ou não sabem usar adequadamente) como mais uma oportunidade para a tentativa e erro, e para a exploração dos conceitos e representações no âmbito das frações. A questão que se pretende destacar não está no recurso em si, mas no uso intencional de cada um desses (e outros) materiais manipulativos, indissociável de um conhecimento especializado que permite ao professor fazer escolhas conscientes referentes aos objetivos matemáticos a fim de potencializar discussões matemáticas que desenvolvam, efetivamente, o conhecimento dos alunos. Além disso, é fundamental reconhecer que o entendimento de uma determinada solução de um problema vinculada a certo recurso não garante que o entendimento tenha ocorrido de fato. Faz-se necessário, então, o uso variado de recursos/materiais para a representação de uma mesma resposta, assim como discutir os tópicos diferentes com o mesmo recurso para que o conhecimento matemático possa ser desenvolvido de forma significativa e efetiva, proporcionando comparações, formulação de hipóteses, argumentações coerentes e problematizações geradoras de aprendizagens matemáticas sustentadas por um conhecimento matemático por parte dos professores. Destarte, os materiais manipulativos podem ser recursos potencializadores vinculados às tarefas e à ação reflexiva do professor.

Pesquisas já foram realizadas com alunos mostrando como eles lidam com situações envolvendo frações e como as tarefas propostas influenciam suas respostas (EMPSON & SUSAN, 2003; LAMON, 1996). Assim, faz-se necessário e relevante que se amplie a realização de pesquisas com professores com o propósito de compreender como as tarefas apresentadas a eles – em cursos de formação inicial e continuada – influenciam em seu modo de lidar com problemas no âmbito dos números racionais, especialmente no que diz respeito aos conceitos e às representações das frações.

Agradecimento: O presente trabalho forma parte do projeto de pesquisa financiado pelo CNPq "*Desenvolvimento do Conhecimento Interpretativo e Especializado do professor e suas relações com as Tarefas para a Formação no âmbito da Medida, e do Pensamento Algébrico, Geométrico e Estatístico*" (404959/2021-0).

Referências

Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 52(3), 215–241.

Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389–407.

Behr, M. J., Lesh, R., Post, T. R., & Silver, E. A. (1983). Rational-Number Concepts. In: Lesh, R.; Landau, M. (Eds.). *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes*. New York: Academic Press, v. 1, (pp. 91–123).

Brasil (2018). *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília-DF: Ministério da Educação.

Carrillo-Yañez, J.; Climent, N.; Montes, M.; Contreras, L. C.; Flores-Medrano, E.; Escudero-Ávila, D.; Vasco, D.; Rojas, N.; Flores, P.; Aguilar-González, A.; Ribeiro, M.; Muñoz-Catalán, C. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education*, 20(3), 236–256.

Cramer, K, & Henry, A. (2002). Using Manipulative Models to Build Number Sense for Addition of Fractions. *National Council of Teachers of Mathematics*.

Delaney, S. (2005). Mathematics professional development for primary teachers: Looking back and looking forward. In: *Proceedings of first national conference on research in mathematics education*. Dublin, Ireland: St. Patrick's College.: S. Close, T. Dooley, D. Corcoran. (pp. 235-249).

Empson, S. (2003). Alunos de baixo desempenho e frações de ensino para compreensão: uma análise interacional. *Journal for Research in Mathematics Education*, n. 34, No. 4 Jul., 2003 pp. 270-367.

Enríquez, J. A. V. (2015). Estratégias utilizadas por professores na implementação de tarefas matemáticas. XIX *EBRAPEM – Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática.*

https://www.ufjf.br/ebrapem2015/files/2015/10/gd7_jakeline_villota.pdf

Godino, J. D.; Giacomone, B.; Blanco T. F.; Wilhelmi, M. R.; Contreras, A. (2016). Onto-semiotic configurations underlying diagrammatic reasoning. (pp. 8).

Gonçalves, M. I. S. M. (2013). *Crenças e dificuldades de futuros professores de matemática no domínio dos números racionais*. Belo Horizonte: UFMG.

Lamon, S. (1996). The development of unitizing: Its role in children's partitioning strategies. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(2), 170–193.

Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics*: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States. Hillsdale, NJ: Earlbaum.

Mandarino, M. C. F. (2009). Que conteúdos da Matemática escolar professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental priorizam. In: Guimarães, G.; Borba, R. (Eds.). *Reflexões sobre o ensino de matemática nos anos iniciais de escolarização*. Recife: SBEM.

Monteiro, C. (2005). A aprendizagem dos números racionais. In: Monteiro, C., & Pinto, H. A aprendizagem dos números racionais. *Quadrante*, 14(1), 89-106. APM.

Nunes, T., & Bryant, P. (2006). Fractions: difficult but crucial in mathematics Learning. *Teaching and Learning Research Programme*, v. 13, 1-4.

Pinto, H, & Ribeiro, C. M. (2013). Diferentes significados das frações – conhecimento mobilizado por futuros professores dos primeiros anos. *International Conference of Research, Practices and Contexts in Education*.

Pinto, H., & Ribeiro, C. M. (2013). Conhecimento e formação de futuros professores dos primeiros anos – o sentido de número racional. *Da Investigação às Práticas*, 3(1), 85–105.

Policastro, M., Ribeiro, M., & Fiorentini, D. (2019). Mathematics teacher's specialized knowledge on division: a focus on knowledge of topics and structures of mathematics. *Proceedings of the 43rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Pretoria.

Ribeiro, M.; Policastro, M. S.; Mamoré, J.; Di Bernardo, R. (2018). Conhecimento Especializado do professor que ensina Matemática para atribuir sentido à divisão e ao algoritmo. *Educação Matemática em Revista*, 1(19), 152–167.

Ribeiro, M., Almeida, A. R., & Mellone, M. (2019). Desenvolvendo as especificidades do conhecimento interpretativo do professor e tarefas para a formação. In: Giraldo, V.; Viola, J.; Elias, H. R. (Eds.). *Problematizações sobre a Formação Matemática na Licenciatura em Matemática*. SBEM.

Ribeiro, M., Almeida, A., & Mellone, M. (2021). Conceitualizando Tarefas Formativas para Desenvolver as Especificidades do Conhecimento Interpretativo e Especializado do Professor. *Perspectivas da Educação Matemática*, 14(35), 1-32.

Ribeiro, M., & Carrillo, J. (2011). Relaciones en la práctica entre el conocimiento matemático para la enseñanza (MKT) y las creencias del profesor. *Investigación en Educación Matemática XV*. SEIEM: Ciudad Real.

Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4–14.

Um estudo de caso sobre as concepções de números reais em professores dematemática na prática profissional

A case study on the conceptions of real numbers in Mathematics teachers inprofessional practice

Un estudio de caso sobre las concepciones de los números reales en profesores de Matemática en ejercicio profesional

Caraballo, Lucía[249]
Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura. Universidad Nacional deRosario.
0000-0002-7471-2233

Emmanuele, Daniela[250]
Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura. Universidad Nacional deRosario.
0000-0003-2945-3735

Modalidad: comunicación.
Núcleo Temático: Formación de profesores que enseñan Matemáticas.

Resumo

Esta pesquisa é parte de uma dissertação de mestrado, cujo objetivo principal é descrever as concepções que os professores de Matemática têm sobre o número real. A formação de professores tem sido problematizada, pois a maioria deles, durante sua formação em seus respectivos estudios profissionais, não recebeu uma instrução profunda sobre as teorias formais do número real, que contemple as duras lutas epistemológicas que o conhecimento teve que superar para que esas teorías surjam. Pararesponder à questão de pesquisa, quais são as concepções que os professores de matemática têm sobre os números reais? foi proposta uma metodologia qualitativa, descritiva e transversal, um estudo de caso intrínseco composto por três professores com o título de Professor de Matemática (ou equivalente), na prática profissional, que trabalham ensinando números reais em uma escola secundária do departamento de Rosario (Santa Fe, Argentina) e que possuem diferentes formações e carreiras profissionais. Foi elaborada uma entrevista semiestruturada, na qual cada grupo de questões é considerado um “reativo” que permite identificar até que ponto o professor tem uma concepção específica de número real. Os resultados mostram que os professores não tiveram a oportunidade durante sua formação e carreira profissional de problematizar aspectos essenciais do número real como a localização dos pontos na linha, a construção com régua e compasso de determinadas medidas ou a propriedade decompletude. São identificados aspectos a melhorar na formação de professores relacionados com o ensino do número real.

Palavras-chave: concepções, número real, ensino médio, formação de professores.

[249] luciac@fceia.unr.edu.ar
[250] emmanueledaniela@gmail.com

Abstract

This research is part of a master's thesis, whose main objective is to describe the conceptions that mathematics teachers have about the real number. The training of teachers has been problematized given that most of them, during their respective professorships, have not received a deep instruction about the formal theories of the realnumber, which contemplates the hard epistemological struggles that mathematical knowledge had to go through for these theories to emerge. In order to answer the research question, what are the conceptions that mathematics teachers have about real numbers, a qualitative, descriptive and transversal methodology has been proposed, an intrinsic case study composed of three teachers with a degree of Professor of Mathematics (or equivalent), in professional practice, who work teaching real numbers in a secondary school in the department of Rosario (Santa Fe, Argentina) and who have a different training and professional trajectory among them. A semi-structured interviewhas been designed, in which each group of questions is considered a "reactive" that allows to identify to what degree the teacher has a specific conception of real number. The results show that teachers have not had the opportunity during their training and professional career to problematize fundamental aspects of real number, such as the location of points on the line, the construction of certain measurements with ruler and compass, or the property of completeness. Aspects to be improved in teacher training related to the teaching of the real number are identified.

Keywords: conceptions, real number, secondary education, teacher training.

Resumen

Esta investigación se enmarca en una tesis de maestría, cuyo objetivo principales describir las concepciones que poseen los profesores de Matemática acerca delnúmero real. Se ha problematizado la formación de profesores dado que la mayoría de ellos, durante su trayecto formativo en sus respectivos profesorados, no han recibido una instrucción profunda acerca de las teorías formales del número real, que contemple las duras luchas epistemológicas que tuvo que sortear el conocimiento matemático para que esas teorías emergieran. Para responder a la pregunta de investigación ¿cuáles son las concepciones que poseen los profesores de matemática sobre los números reales?, seha planteado una metodología cualitativa, descriptiva y transversal, un estudio de caso intrínseco compuesto por tres docentes con título de Profesor/a en Matemática (o equivalente), en ejercicio profesional, que trabajan enseñando números reales en alguna escuela secundaria del departamento Rosario (Santa Fe, Argentina) y que poseen una formación y una trayectoria profesional diferentes entre sí. Se ha confeccionado una entrevista semiestructurada, en la cual cada grupo de preguntas sea considerada un “reactivo” que permita identificar hasta qué grado el docente posee una concepción de número real específica. Los resultados evidencian que las docentes no han tenido oportunidad durante su formación y trayectoria profesional para problematizar aspectos primordiales del número real como la localización de puntos en la recta, la construcción con regla y compás de ciertas medidas o la propiedad de completitud. Se identifican aspectos a mejorar en la formación de profesores referidas a la enseñanza del número real.

Palabras clave: concepciones, número real, educación secundaria, formación de profesores.

Introducción

Desde la reforma denominada Matemática Moderna (década del 60) se ha instalado una presentación de los números reales basada en la teoría de conjuntos. Esto se evidencia al observar usualmente libros de texto de educación secundaria (Boccioni et al., 2018; Dines y Tomaszewski, 2018; Effenberger, 2017; Kurzrok y Comparatore, 2011). En su mayoría, la presentación de los números reales viene dada como una forma de llamar conjuntamente a los números racionales y a los irracionales (R = Q ∪ I), no siendo esta una genuina construcción del concepto sino una simplificación de unresultado que se gesta en teorías formales. Resulta ser una presentación formalizada y descontextualizada, no siendo un contenido significativo para el alumno. Reconociendo a los libros de texto como un elemento de referencia importante para el profesor de escuela secundaria, que en numerosos casos utiliza en su práctica, y a pesar de todas las críticas y los fracasos encontrados en la reforma de la Matemática Moderna, podría sospecharse que no se ha logrado plantear una enseñanza diferente más cercana a las corrientes didácticas actuales. Además, la formación del profesorado en la provincia de Santa Fe tampoco favorece un verdadero cambio. En la mayoría de los casos no se enseña a los futuros docentes las teorías constructivas de los números reales (como las realizadas porCantor, Weierstrass o Dedekind) ni tampoco las demostraciones que prueban que el número π es irracional y trascendente (a pesar de ser uno de los primeros números irracionales presentados en la escuela secundaria e incluso ya introducido -en su forma aproximada- en la primaria). El grado de profundidad de las teorías matemáticasenseñadas en los profesorados no alcanza el nivel necesario para poder enseñar los contenidos señalados, por lo que la teoría axiomática no constructiva es la enseñada generalmente a los futuros profesores. Y en los casos donde sí son presentadas las teorías formales del número real, no se profundiza acerca de las duras luchas epistemológicas que tuvo que sortear el conocimiento matemático para que esas teorías emergieran. Sin embargo, es posible advertir la gran capacidad que tiene el docente de poder transformar su práctica en forma directa. Interesa, entonces, indagar cómo los profesores enseñan el número real en la escuela secundaria considerando que, la forma en que lo hagan, estará íntimamente relacionada con los conocimientos y concepcionesque disponen para llevar a cabo sus prácticas. Esta investigación se enmarca en una tesis de maestría en Didáctica de las Ciencias, que tiene por objetivo describir las concepciones que poseen los profesores de Matemática acerca del número real.

Marco conceptual

Esta investigación se enmarca dentro de la Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa, que diferencia la matemática de la matemática escolar, dadoque la matemática construida dentro de la comunidad científica no ha sido inventada con fines de enseñanza. Sin embargo, se la enseña dentro de un ámbito educativo en el cual el saber matemático sufre un proceso de transposición[251] derivando en un subproducto que es reproducido en el escenario ficticio del aula (matemática escolar). Este proceso genera discursos en torno a los objetos matemáticos, a fin de facilitar su comunicación para la enseñanza. La consecuencia directa es la descontextualización delos objetos matemáticos, que genera una pérdida de sentido para quien lo aprende. Los consensos que se realizan a fin de introducir la matemática en el sistema didáctico son denominados, en esta teoría, como discurso Matemático Escolar (dME). El dME enfatiza la centración de los objetos matemáticos, ignorando su construcción social dentro del ámbito de la matemática que le da sentido y significatividad (Cantoral et al.,2015). Bajo este enfoque, se ha considerado al número real como objeto de estudio de la matemática, construido socialmente bajo diferentes epistemologías y a partir de necesidades de distinta índole, pero también como objeto de la matemática escolar, atravesado por el dME. Dado que el dME excluye la construcción social del conocimiento matemático, y el docente también ha sido excluido de este proceso, observar las concepciones que este posee en torno al concepto de número real permitirá distinguir aspectos que obstaculizan la enseñanza y el aprendizaje. Se concibe, entonces, al término concepción como pluralidad epistemológica del concepto que refiere a la naturaleza compleja de los objetos matemáticos y de su funcionamiento, pero también como conocimiento que posee el profesor respecto al número real, una perspectiva cognitiva que refiere a los conocimientos del sujeto en relación con un objeto matemático particular (Gordillo Alfonso y Restrepo Becerra, 2012).

Para conocer la construcción social del número real se ha realizado una revisión histórico-epistemológica del concepto, y para conocer aspectos referidos a su enseñanza y a su introducción en el aula se ha efectuado una revisión de los Diseños Curriculares Ministeriales y propuestas editoriales. Se han identificado diferentes concepciones sobre el número real: como la medida de segmentos conmensurables e inconmensurables; como un elemento de un conjunto, que es resultado de la unión de otros dos conjuntos (los racionales y los irracionales); como puntos de una recta completa y continua; como límite de una sucesión, como clase de equivalencia de sucesiones convergentes o como resultado de una serie (representación decimal

[251] Noción tomada de Chevallard (1997), entendida como el paso del saber sabio al saber enseñado.

de Weierstrass); como soluciones posibles o no posibles de ecuaciones algebraicas (números trascendentes o algebraicos); como cortadura de Dedekind; y como elementode un cuerpo ordenado arquimediano maximal. Aquí -por razones de espacio- secentrará el análisis en dos de estas siete concepciones identificadas:

- *Como puntos de una recta completa y continua.* Podría decirse que la construcción dela recta numérica comienza a gestarse en el estudio de relaciones entre magnitudes, en la distinción entre pares de segmentos conmensurables e inconmensurables. Sin embargo, el estudio de la continuidad de la recta y de la completitud de los números reales no se formalizó hasta el siglo XIX, cuando emergen las primeras teorías del número real en el plan de aritmetización del análisis. En los trabajos de Dedekind y Cantor, si bien se aborda la construcción del número real de manera bien diferente, se reconoce la necesidad de establecer axiomáticamente la continuidad (Bergé y Sessa, 2003). Hoy en día reconocemos este axioma con el siguiente enunciado: existe una correspondencia biunívoca entre los puntos de una recta y los números reales.
- *Como soluciones posibles o no posibles de ecuaciones algebraicas (números trascendentes o algebraicos).* Durante el siglo XVIII, surge la distinción entre números irracionales algebraicos y trascendentes, es decir, aquellos números que pueden obtenerse como raíces de polinomios a coeficientes racionales (algebraicos) o no (trascendentes). La demostración de la trascendencia de π fue de especial interés dado que tal resultado daría por concluido el célebre problema clásico de la geometría griega de la cuadratura del círculo: obtener utilizando solamente regla no graduada y compás un cuadrado de igual área que la de un círculo dado. Los números construibles mediante métodos euclídeos son números algebraicos, que resultan raíces de ecuaciones de primer o segundo grado (Collete, 1985).

Metodología

Para esta investigación se ha planteado una metodología cualitativa, descriptivay transversal. El diseño es un estudio de caso intrínseco dado que interesa investigar la enseñanza del número real en la escuela secundaria por parte de profesores de Matemática en toda su particularidad y su carácter ordinario. Para llevarlo a cabo se hanseleccionado tres docentes con título de Profesor/a en Matemática (o equivalente), en ejercicio profesional, que trabajan enseñando números reales en alguna escuela secundaria del departamento Rosario, Santa Fe, Argentina. Las profesoras (A, B y C) han sido escogidas teniendo en cuenta su formación y su trayectoria profesional de manera tal que contemple variedad, ya que se consideran características influyentes en la enseñanza. La docente A es egresada en un profesorado terciario, a diferencia de las docentes B y C que son egresadas de un profesorado universitario. Todas las docentes ejercen la docencia en escuelas secundarias del dpto. Rosario. Las docentes B y C, a diferencia de la docente A, enseñan también en el nivel universitario. La docente C, a diferencia de las docentes A y B, realiza investigación en el ámbito universitario.

Se ha llevado a cabo una sesión de entrevista semiestructurada, diseñada de tal manera que cada pregunta actúe como un reactivo que permita identificar hasta qué grado cada docente posee una concepción de número real específica. El reactivo para la concepción "número real como puntos de una recta completa y continua" solicita describir las condiciones necesarias para asignar a cada punto de una recta un número real y viceversa (a cada número real un punto de una recta). Como caso particular, se pregunta si es posible localizar aquellos puntos que se corresponden con los números $\sqrt{2}$ y $\sqrt[3]{2}$ y argumentar con algún procedimiento que permita llevar a cabo esta tarea. Para el segundo reactivo (concepción "número real como soluciones posibles o no posibles de ecuaciones algebraicas") se ha pedido determinar el valor de verdad de la siguiente afirmación, justificando su respuesta: todo número real puede obtenerse como raíz de un polinomio a coeficientes racionales. Luego, se ha pedido describir las características comunes y las diferencias que se perciben entre los números $\sqrt[3]{2}$ y π.

Para indagar con mayor profundidad acerca del conocimiento que poseen las docentes sobre el número real, se ha pedido que describan cómo ha sido y en qué consistió su formación acerca de este concepto (ya sea durante el transcurso de su carrera deprofesorado, en cursos de capacitación, carreras de posgrado, etc.). Se ha llevado a cabola sesión de entrevista con cada docente de manera individual luego de que cada una finalizara la enseñanza de la unidad didáctica Números Reales, en el curso de educaciónsecundaria donde se encontraba a cargo, con el fin de no interferir sobre su desarrollo (esta investigación se complementa con observaciones de clases con el objetivo de reconocer las características específicas de dME en torno al concepto de número real).

Resultados

Cuando se le ha preguntado cuáles son las condiciones necesarias para asignar a cada punto de una recta un número real y viceversa (a cada número real un punto de unarecta), la docente A no logra comprender la pregunta, muestra inseguridad en su respuesta y contesta que puede asignarse un valor a la variable x y un valor a la variable y, para formar pares ordenados. Se evidencia que no logra reconocer la construcción de la recta real, ni la distingue del plano real. La docente B afirma que es necesario establecer una unidad y la orientación de la recta (un sentido de crecimiento). La docente C reconoce necesaria la completitud de los números reales para poder haceruna biyección entre punto y número.

Cuando se pide localizar en la recta numérica los números $\sqrt{2}$ y $\sqrt[3]{2}$, la docente A afirma que conoce la existencia de un método para marcar $\sqrt{2}$ en la recta, pero no lo recuerda porque no lo explica en sus clases. Aclara que sus alumnos marcan dichos números buscando la aproximación decimal con la calculadora y localizando esa aproximación en la recta. Las docentes B y C plantean marcar el número $\sqrt{2}$, mediantela construcción de un triángulo rectángulo cuyos catetos midan la unidad. Luego, a partir del Teorema de Pitágoras, calcular la medida de la hipotenusa ($\sqrt{2}$), para posteriormente trasladarlo con compás desde el origen sobre la recta. Para $\sqrt[3]{2}$, ambas aseguran que sí existe un punto de la recta que lo representa, pero no logran encontrar un procedimiento para localizarlo. Intentan realizar un procedimiento similar al que utilizaron con $\sqrt{2}$, pero no logran encontrar las medidas de los catetos que permita obtener una hipotenusa con tal medida. La docente C, además, piensa en reescribir $\sqrt[3]{2}$ como un múltiplo entero de otra raíz, construible con regla y compas, aplicando las propiedades de potencias de igual base, aunque sin éxito comienza a preguntarse si es realmente posible.

Cuando se les pide que asignen valor de verdad a la afirmación “todo número real puede obtenerse como raíz de un polinomio a coeficientes racionales” y que lo justifiquen, se obtuvieron diferentes respuestas. La docente A afirma que es verdadera, aunque luego de pensarlo aclara que con un polinomio de tales características puede obtenerse una raíz natural, entera, racional o irracional del tipo raíz enésima de un número racional. Sin embargo, termina generalizando para cualquier número real sin ningún tipo de argumentación. La docente B afirma que es falso, sospechando -sin poder justificar- que algunos irracionales no pueden encontrarse de esa manera, mencionando como ejemplo al número π. La docente C también sostiene que es falsa la afirmación y, mostrando más seguridad, también da como ejemplo al número π. La idea logra concretarse un poco más cuando se pregunta acerca de las características comunes y las diferencias sustanciales entre los números $\sqrt[3]{2}$ y π. En esta consigna, todas las docentes reconocen en ambos números la característica de ser un número irracional, coninfinitas cifras decimales no periódicas. La docente A no distingue diferencias entre ellos, afirma que π es un número "más conocido" (por su relación con el perímetro de la circunferencia, resulta más estudiado que $\sqrt[3]{2}$) pero advierte que la pregunta no apunta aesa respuesta. La docente B afirma que $\sqrt[3]{2}$ es solución de la ecuación $x^3 - 2 = 0$ y, porlo tanto, es una raíz de un polinomio a coeficientes racionales, mientras que π no puede serlo. Intenta justificar esto último diciendo que al factorizar el polinomio, si una raíz es irracional, algún coeficiente quedaría irracional (aunque se contradice con lo afirmado anteriormente). La docente C, recuerda el conjunto de los números trascendentes, asignando π a este conjunto, a diferencia de $\sqrt[3]{2}$ que es algebraico. No intenta dar una explicación de por qué π no puede obtenerse como raíz de un polinomio a coeficientes racionales, pero se evidencia que es un resultado que conoce.

Con respecto a la formación obtenida sobre el concepto del número real, la docente A no recuerda que haya sido parte de una asignatura de su carrera. Asigna este contenido al Curso de Ingreso de su profesorado, abordándolo como un repaso de los conocimientos obtenidos en la educación secundaria (menciona contenidos similares a los que ella enseña en sus cursos: valor absoluto, ecuaciones e inecuaciones con módulo, operaciones con radicales e intervalos de la recta real). La docente B tiene presente haber estudiado "el tema de la infinitud, la recta numérica, el trabajar con intervalos, en un momento trabajar con conjuntos de números". La docente C afirma haber estudiado la definición axiomática de cuerpo, para definir a los números reales. También, recuerda haber aprendido durante su transcurso en la escuela secundaria la inclusión de conjuntos ($N \subset Z \subset Q \subset R$) que luego conforman el sistema de los números reales ($R = Q \cup I$).

Análisis de resultados

Si bien se presenta cierta concepción para la construcción de la recta real en las docentes B y C, ninguna reconoce la correspondencia biunívoca entre punto de una recta y número real como un axioma. Más bien, es tomada como una propiedad y no como una condición considerada verdadera sin demostración, dado que no es posible localizar cualquier número real en la recta numérica. Esta idea entra en conflicto al querer responder la siguiente pregunta, sobre todo al buscar un procedimiento para

marcar en la recta el punto correspondiente a $\sqrt[3]{2}$. Pareciera que ninguna de las docenteslogra distinguir claramente bajo qué condiciones un segmento es construible con regla y compás. Tampoco aparece la asociación de la $\sqrt[3]{2}$ con el problema geométrico de la duplicación del cubo (construir un cubo que tenga el doble de volumen que un cubo dado), que obtiene finalmente respuesta cuando logra demostrarse que la $\sqrt[3]{2}$ no es construible por métodos euclídeos (por ser solución de una ecuación cúbica). En el caso de la docente A, pareciera que la construcción de la recta numérica no resulta ser un aspecto primordial en la enseñanza de los números reales, siendo la aproximación el procedimiento utilizado para su representación geométrica. La completitud del campo numérico en cuestión y la continuidad de la recta solo son mencionadas por la docente C, aspectos primordiales que son ignorados por las otras docentes.

La distinción entre números racionales/irracionales queda clara para todas las profesoras, no así la distinción entre número algebraico o transcendente. Se presenta esta concepción en la docente B y, con mayor claridad, en la docente C. A pesar de mencionar al número π como el contraejemplo a la afirmación presentada, las justificaciones no aparecen asociadas al célebre problema de la cuadratura del círculo, que tiene respuesta definitiva cuando se demuestra que el número π es trascendente. Los problemas clásicos de la geometría griega no aparecen como referencia en laconstrucción de los números reales y en su ubicación en la recta numérica. Aunque la docente B menciona la factorización de polinomios para argumentar que π es trascendente (sin reconocer esta clasificación), no termina de concretar su idea y puede notarse que no se ha replanteado esta situación previamente.

Se evidencian diferencias en sus formaciones sobre el número real, siendo solo la docente C aquella que recuerda haber recibido instrucción formal sobre la teoría axiomática del número real como un cuerpo arquimediano maximal. Quizás pueda deberse a este hecho el que sus respuestas demuestren mayor seguridad, aunque pareciera que son resultados que conoce pero que no puede reconstruir para argumentarlos.

Conclusiones y reflexiones finales

En este estudio se han podido reconocer falencias, en distintos niveles, en la formación de las docentes participantes en relación al concepto de número real y su proceso de construcción. Sobre todo en lo referido al aspecto geométrico, se presenta una desconexión entre las propiedades de los números y los problemas geométricos que hicieron emerger tales propiedades. Se podría decir que la instrucción recibida por las docentes de este estudio no ha logrado problematizar la construcción de la recta numérica, la completitud del campo numérico, la distinción entre números algebraicos/trascendentes y su relación con la construcción de segmentos con regla y compás. Si las concepciones aquí analizadas no se encuentran del todo presentes en los docentes, la enseñanza del número real se verá obstaculizada puesto que habrá aspectos de este concepto que permanecerán ocultos en la educación secundaria. La enseñanza dela matemática centrada en objetos, como conocimiento acabado y continuo, atomizada en asignaturas curriculares durante la formación profesional de profesores no aborda la construcción social de los conocimientos, en este caso del número real. La consecuenciaes que los docentes en ejercicio, atravesados por el dME y adhiriendo a él, se encuentran repitiendo las mismas prácticas docentes en las que fueron formados. Por tal razón, es necesaria una formación integral del número real, que contemple su historia de manera crítica, en una epistemología situada y que abarque su estudio en toda su complejidad como conocimiento científico.

Referencias

Bergé, A y Sessa, C. (2003). Completitud y continuidad revisadas a través de 23 siglos: aportes a una investigación didáctica. *Relime, 6* (3), 163-197.

Boccioni, M., Tabaj, A., Vigione, Y. y Cabral, G., (2018). *Matemática III*. Ciudad Autónoma de Buenos Aires, Argentina: Puerto de Palos.

Cantoral R., Montiel, G. y Reyes Gasperini D. (2015). Análisis del discurso MatemáticoEscolar en los libros de texto, una mirada desde la Teoría Socioepistemológica. *Avances de Investigación en Educación Matemática, 8*, 9-28.

Chevallard Y. (1997). *La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado.* Aique.

Collete, J. P. (1985). *Historia de las Matemáticas I*. Siglo Veintiuno.

Dines, D. y Tomaszewski, L, (2018), *Matemática: para comprender y aplicar 3*. Ciudad Autónoma de Buenos Aires, Argentina: Kapelusz.

Effenberger, P. (2017). *Matemática III, contextos digitales.* Ciudad Autónoma de Buenos Aires, Argentina: Kapelusz.

Gordillo Alfonso, A. y Restrepo Becerra, J. (2012). Comprensión lectora y concepciones de estudiantes universitarios sobre enunciados matemáticos. *Zona Próxima, 17*, 2-23.

Kurzrok, L. y Comparatore, C. (2011). *Matemática. De la práctica a la formalización I.* Ciudad Autónoma de Buenos Aires, Argentina: Longseller.

A percepção de licenciandos em Matemática sobre o livro didático

The perception of pre-service Mathematics teachers about the textbook

La percepción de los estudiantes de licenciatura en Matemáticas sobre el libro detexto

Douglas Ribeiro Guimarães[252]
Universidade Estadual Paulista
https://orcid.org/0000-0001-6247-3506

Ana Paula Perovano[253]
Universidade Estadual Paulista/Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia
https://orcid.org/0000-0002-0893-8082

Rúbia Barcelos Amaral-Schio[254]
Universidade Estadual Paulista
https://orcid.org/0000-0003-4393-6127

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam Matemática

Resumo

Considerado um material importante para os processos educacionais, o livro didático torna-se objeto de estudo no âmbito da Educação Matemática. Assim, este texto tem por objetivo descrever as percepções comunicadas por professores em formação inicialsobre esse material. Por meio de uma pesquisa descritiva, realizamos uma análise das respostas de licenciandos em Matemática sobre o questionamento: 'o que é o livro didático?'. Como resultados identificamos que os licenciandos atribuem o livro didático, majoritariamente, à figura do professor, compreendendo que esse objeto é umaferramenta que instrumentaliza, apoia e auxilia o trabalho docente na disseminação de conteúdos escolares. Por outro lado, os futuros professores não apresentaram reflexões no que tange ao livro didático enquanto um produto cultural e vetor de valores à sociedade, e nem dele como mercadoria ou documento, como sinalizado em discussões teóricas abordadas no texto.

Palavras-chave: Livro didático, formação de professores, educação matemática, pesquisa descritiva.

Abstract

252 douglas.guimaraes@unesp.br.
253 paula.perovano@unesp.br.
254 rubia.amaral@unesp.br.

Considered an important material for educational processes, the textbook becomes an object of study within the scope of Mathematics Education. Thus, this text aims to describe the perceptions communicated by pre-service teachers about this material. Through descriptive research, we carried out an analysis of the answers of undergraduates in Mathematics about the question: 'what is the textbook?'. As a result, we identified that the undergraduates attribute the textbook, mostly, to the figure of the teacher, understanding that this object is a tool that instrumentalizes, supports andassists the teaching work in the dissemination of school contents. On the other hand, future teachers did not reflect on the textbook as a cultural product and vector of values for society, nor on it as a commodity or document, as indicated in theoretical discussions addressed in the text.

Keywords: Textbook, teacher training, mathematics education, descriptive research.

Resumen

Considerado un material importante para los procesos educativos, el libro de texto se convierte en objeto de estudio en el ámbito de la Educación Matemática. Así, este texto tiene como objetivo describir las percepciones comunicadas por docentes en formación inicial sobre esta materia. A través de una investigación descriptiva, realizamos un análisis de las respuestas de los estudiantes de grado en Matemáticas sobre la pregunta: '¿qué es el libro de texto?'. Como resultado, identificamos que los estudiantes atribuyenel libro de texto, mayoritariamente, a la figura del docente, entendiendo que ese objetoes una herramienta que instrumentaliza, apoya y auxilia la labor docente en la difusión de los contenidos escolares. Por otro lado, los futuros docentes no reflexionaron sobre ellibro de texto como producto cultural y vector de valores para la sociedad, ni como mercancía o documento, como se indica en las discusiones teóricas abordadas en el texto.

Palabras clave: Libro de texto, formación docente, educación matemática, investigación descriptiva.

Introdução

A pesquisa que apresentamos nesta comunicação tem a intenção de contribuir com discussões que podem ocorrer nos contextos de formação inicial dos professores deMatemática. Tais discussões têm relação com os Livros Didáticos (LD) e as perspectivas que os professores em início de formação possuem sobre estes materiais tendo em vista a relevância deles na atuação docente. Dentre todos os materiais empregados em sala de aula, os LD possuem destaque, pois proporcionam referências e critérios para tomada de decisões por parte do professor sobre sua prática de ensino eaté mesmo avaliação (Zabala, 1998).

Contribuindo para a reflexão do LD[255], Macêdo, Brandão e Nunes (2019) salientam que seu uso é importante para os processos de ensino e aprendizagem, pois favorece o desenvolvimento do trabalho docente, o que inclui planos de aula e atividades propostas, da mesma forma que apresenta os conteúdos aos alunos de um modo organizado, auxiliando suas aprendizagens.

Apesar disso, há riscos em tomar o LD como o único material para subsidiar esses processos, uma vez que poderiam limitar a criatividade e servir apenas como um manual de instruções (Macêdo et al., 2019). Desse modo, percebemos que durante o desenvolvimento da formação dos professores algumas reflexões e discussões podem acontecer de maneira que tais apontamentos se façam presentes.

Contudo, compreender, primeiramente, como os professores em formação percebem o LD torna-se um aspecto inicial para esse desenvolvimento. Até porque, ao conhecer o objeto que será utilizado nas futuras práticas pedagógicas, críticas e apontamentos mais estruturados podem ser feitos. Sendo assim, temos como objetivo neste texto descrever as percepções comunicadas pelos professores em formação inicial sobre o LD.

Livro didático: algumas funções e atribuições

Considerado um material de frequente uso pelo professor para organizar suas aulas e auxiliar os processos de ensino e aprendizagem, o LD torna-se fonte importante para que investigações sejam empregadas. Na visão de Fan, Zhu e Miao (2013) essa fonte acaba por configurar, no âmbito da Educação Matemática, um campo de pesquisa relevante e que apresenta espaço profícuo para desenvolvimento de novos conhecimentos e discussões.

Como bem trazido por Choppin (2004), o LD é importante para o desenvolvimento de pesquisas, também, no panorama histórico. Segundo o autor, o crescimento acentuado de olhares para esse material, sobretudo a partir de 1980, tem a preocupação dos pesquisadores com as questões da educação enquanto um dos fatores que convergem para esse aumento. Em sua visão, esse elevado número de investigações sobre o LD tem, entre outras causas, a questão das diferentes funções que o livro assume a depender de sua época, nível de ensino, disciplinas, formas de uso etc.

[255] Empregaremos LD para nos referir a Livro Didático e Livros Didáticos devido limitação de páginasdeste texto.

Desse modo, segundo apresentado por Choppin (2004), o LD pode ter como funções: a de ser referência para um programa de ensino, uma vez que apresenta em seu conteúdo alguns conhecimentos e habilidades; a de ser instrumento para a aprendizagem, por conter exercícios para aquisição de competências, habilidades, métodos etc.; a de ser documento, pois possui elementos textuais e iconográficos que serviriam para investigações; e, por fim, a de ser um material cultural/ideológico,porque apresenta elementos da língua, da cultura e dos valores da classe dominante. A respeito dessa última função, Samacá-Alonso (2011) assevera que o LD atua comovetor cultural disseminando valores à sociedade.

Na perspectiva de Bittencourt (2004), esse material pode ser visto como produto cultural, mercadoria ligada ao mundo editorial, suporte de conhecimentos e de métodos de ensino das disciplinas escolares e, também, enquanto veículo de valores, ideológicos ou culturais. Notamos que alguns desses papéis são consonantes à visão de Choppin (2004), principalmente os dois últimos, que se assemelham às funções do livro ser referência/instrumento e a de possuir elementos culturais/ideológicos.

Especificamente no que tange ao papel do LD para a utilização na sala de aula,as discussões apresentadas por Lajolo (1996) são importantes. Segundo a autora, devido a possíveis precariedades educacionais de um país, o livro torna-se um material que acaba por determinar quais conteúdos serão vistos e condiciona as estratégias de ensino utilizadas, "[...] marcando, pois, de forma decisiva, o *que* se ensina e *como* se ensina o que se ensina". (p. 4, grifos da autora)

Para Lajolo (1996), apesar dessa determinação e função do LD, apenas quando o professor faz a articulação, entre os saberes colocados pelo material e os saberes que os alunos apresentam sobre o mundo, que o conhecimento pode avançar. Além disso, a autora compreende que por melhor que o livro seja, ele não substitui o professor, pois este é quem conhece sua turma, suas dificuldades, as atividades que mais se aproximam do perfil de seus alunos, entre tantas outras características.

De maneira semelhante, Gonçalves (2022) assinala que nessa relação, os conhecimentos, as crenças e as experiências anteriores do professor irão reverberar na sua forma de uso, durante o planejamento e também na prática pedagógica.

> [...] o professor, portanto, definirá o uso do livro didático em conformidade com a consciência que tiver da finalidade desse instrumento de trabalho, em consonância com as suas crenças e conhecimentos sobre questões conceituais, pedagógicas e

> didáticas, além das especificidades físicas, possibilidades e limitações do material. (Gonçalves, 2022, p. 50)

Compreendemos que é na discussão acima que as considerações de Fan et al. (2013) tornam-se importantes ao eleger o LD enquanto um objeto de estudo parainvestigações, no caso, no campo da Educação Matemática. Segundo estes autores, muitas pesquisas vêm se debruçando na análise dos materiais que chegam e/ou queestão em sala de aula, por outro lado, alguns estudos que colocam o livro enquanto um fator que impacta ou é impactado por outras frentes é um foco importante que as novas investigações precisam abordar (Fan, 2013).

Na visão de Fan (2013), os livros podem ser impactados/afetados por fatores taiscomo o desenvolvimento deles segundo visões políticas ou socioculturais, ou ainda segundo a perspectiva do Estado, dos matemáticos, dos educadores matemáticos, dos professores etc. ou, até mesmo sobre como ele é elaborado em diferentes países. Em contrapartida, os LD podem impactar/afetar outros fatores, por exemplo por que/de que forma os professores fazem uso desse material, como os livros influenciam o desempenho dos alunos ou, ainda, como eles transmitem valores e normas.

Nesse sentido, e sem a pretensão de apresentar os fatores acima como os únicos presentes no campo da pesquisa sobre o LD, ponderamos em defender nesta pesquisa uma possibilidade de contribuir com o campo no que tange às percepções dos professores em formação sobre esse material. Logo, compreendemos que tal empreitadapode ser identificada enquanto os fatores que os livros didáticos impactam/afetam, ou seja, em como eles reverberam na percepção dos professores em formação.

Procedimentos metodológicos

Como destacado por Gil (2002), é comum classificar as pesquisas por meio de seus objetivos, sendo as mais comuns as pesquisas exploratórias, descritivas e explicativas. Diante de nosso objetivo, ponderamos em desenvolver uma pesquisa descritiva, que segundo o referido autor tem o foco principal nas descrições de aspectos de certa população ou fenômeno. A escolha pela pesquisa descritiva também é pertinente pois ela tem "por objetivo levantar as opiniões, atitudes e crenças de uma população". (Gil, 2002, p. 42)

Sendo assim, a intenção desse tipo de pesquisa é estudar características de algumgrupo social, que em nosso caso se traduz nas percepções comunicadas pelos professores em formação inicial sobre o LD. Além disso, a opção por uma descrição dessas percepções pode levar ao início de novas investigações, o que contribui para as pesquisas explicativas, ou seja, que apresentam os porquês e as razões dos fatores identificados e descritos a respeito de algum fenômeno (Gil, 2002).

Os dados foram produzidos durante uma aula de Estágio Supervisionado da Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, no ano de 2021. A disciplina foi ministrada de forma remota, em decorrência da evolução dos casos de Covid-19. Desse modo, foram empregadas as plataformas *Google Meet* para a realização dos encontros síncronos e *Google Classroom* para os encontros assíncronos. Durante essa aula foi indagado aos participantes 'o que é livro didático?', através da plataforma Mentimeter[256].

Dezenove participantes responderam à indagação e as respostas foram analisadas à luz do aporte teórico que versa sobre as funções e atribuições do LD. As respostas foram codificadas como A1, A2,…, A19. Todas elas foram processadas utilizando o site Word Clouds[257], que gera uma nuvem de palavras. Essa nuvem apresenta uma visualização das palavras mais empregadas em um texto, numa entrevista, ou em um site, por exemplo. Nessa visualização,

> [...] cada palavra tem seu tamanho regido pela relevância em determinado corpus de texto. Geralmente se trata de contagem simples das ocorrências de determinada palavra no texto. [...] uma palavra repetida várias vezes o é por algum motivo. Nuvens de palavras são, então, um método heurístico de análise. Por si só não vão resolver um problema ou responder a uma questão de pesquisa, mas apontam caminhos para o quê se observar em um texto [...]. (Silva, 2013, n.p)

A Figura 1 ilustra o resultado gerado pelo site. Salientamos que consideramos aspalavras que tiveram incidência maior ou igual a 3.

Figura 1.
Nuvem de palavras gerada

[256] Plataforma que oportuniza a criação e o compartilhamento de apresentações interativas com a possibilidade de criação de questionário e nuvem de palavras. Pode ser encontrada no site: https://www.mentimeter.com/. Acesso em: 24 jun. 2022.
[257] Disponível em: https://www.wordclouds.com/. Acesso em: 24 jun. 2022.

Ao observar as palavras recorrentes identificamos as mais significativas e, consequentemente, são as que carregam mais sentidos na visão dos futuros professores. Destacam-se nessa nuvem, além da palavra livro, as palavras professor, aula, ferramenta, auxílio, material, instrumento, apoio e conteúdos. A análise que segueabaixo irá discutir um pouco mais sobre nosso olhar para as respostas dos licenciandos.

Análise das percepções comunicadas e reflexões sobre o livro didático

A familiaridade com o uso do LD possibilita identificá-lo facilmente, entretanto, sua definição não é algo simples devido às suas funções (Choppin, 2004). Mas quais percepções os licenciandos em Matemática têm sobre esse material?

Ao responder ‘o que é livro didático?’, 15 dos 19 participantes mencionam a palavra “professor”. Na tradição escolar o LD é um recurso muito utilizado nas salas de aula e “não é à toa que a imagem estilizada do professor apresenta-o com um livro nas mãos, dando a entender que o ensino, o livro e o conhecimento são elementos inseparáveis, indicotomizáveis”. (Silva, 1996, p. 8) Assim, não é de se estranhar que a maioria dos licenciandos atrelasse o LD ao professor. Dentre as respostas apresentadas, destacamos duas no Quadro 1 abaixo.

Quadro 1

Respostas dos participantes A5 e A6, respectivamente

“E a ferramenta de trabalho do professor, onde nele está todo o recurso a serexplorado por ele durante a aula a fim de transmitir o conteúdo aos seus alunos”.	“Na minha concepção, livro didático éo ‘instrumento’ que dá a direção para o professor na hora de aplicar a aula. E um texto base que deve ser seguido”.

Nessas respostas, chama a atenção os trechos “transmitir o conteúdo aos seus alunos” (A5) e “para o professor na hora de aplicar a aula” (A6). Ponderamos que a concepção desses futuros professores parecem se aproximar da tendência formalista- clássica, como discutida por Fiorentini (1995). Em sua explicação sobre essa tendência, o autor alega que o ensino era acentuadamente livresco e centrado na atuação doprofessor com seu papel de transmissor e expositor dos conteúdos; e a aprendizagem do aluno era considerada passiva, consistindo na memorização e reprodução dosraciocínios e procedimentos ditados pelo professor ou pelo LD.

A aprendizagem passiva nos remete à educação bancária, em que “educa-se para arquivar o que se deposita”. (Freire, 2011, pp. 49-50) Sendo assim, o professor mobiliza, nessa perspectiva, os saberes contemplados no LD por meio de um processo de transmissão, percebendo que caberia ao aluno apenas fazer a captação de tais saberes, sem reflexões e críticas. Desse modo, o livro pode ser visto enquanto um material que instrumentaliza e referencia o ensino de modo reprodutor e memorístico.

Logo, como o que foi revelado por esses participantes também está atrelado às suas concepções, crenças e experiências (Gonçalves, 2022), podemos conjecturar que o olhar que possuem sobre o ensino de Matemática e, consequentemente, sobre o LD, pode estar relacionado à formação que vêm sendo desenvolvida na licenciatura e que, possivelmente, irá reverberar nas formas de ensino de sua profissão.

Apesar de grande parte das respostas estarem relacionadas ao "professor", o LD não é um material exclusivo deste sujeito, uma vez que, historicamente, o livro foisendo destinado, também, aos alunos (Choppin, 2017). Contudo, apenas quatro participantes, dentre os 19, fazem alusão ao "aluno" e, como mostrado no Quadro 2, nãode forma exclusiva, mas sim considerando o que está posto no material tanto para o professor quanto para o aluno.

Quadro 2.
Respostas dos participantes A1 e A15, respectivamente.

"O livro didático é um instrumento que auxilia tanto os alunos quantoos professores".	"E um livro no qual tem uma quantidade de assuntos ou conteúdos de uma determinada área de conhecimento no qual tem por objetivo estudar e ensinar as teorias e problemas relacionados aos conteúdos abordados no livro".

Inferimos que a visão de A1 a respeito do que é o livro didático se aproxima das funções referencial e instrumental, e a de A15 apenas a instrumental (Choppin, 2004). Desse modo, ambos os licenciandos compreendem, ao menos no que é revelado em suasrespostas, que o papel do LD está atrelado aos processos de ensino e de aprendizagem. Em particular, A1 apresenta uma percepção mais elaborada, visto que faz referências sobre assuntos, teorias e problemas que estão presentes no livro e, ainda, que este material é alusivo à alguma área do conhecimento.

Outras características apresentadas pelos licenciandos sobre o LD envolvem o papel deste material em articulação com recursos e instrumentos para o processo educacional, além das possíveis ideologias presentes no conteúdo do livro, como observado no Quadro 3, com as respostas de A3 e A10.

Quadro 3.
Respostas dos participantes A3 e A10, respectivamente.

“Para mim o livro didático serve para servir (sic) de auxílio ao professor, além de servir parafiltrar alguns tópicos mais importantes sobre os conteúdos”.	“Livro didático é uma ferramenta que o professor deve sim utilizar dentro da sala de aula, mas não deve ficar preso só a ele, o professor precisabuscar em outras fontes, em outros lugares, oconteúdo a ser estudado!”

É interessante notar que a resposta do participante A3 menciona que o livroserve “para filtrar alguns tópicos”. Essa percepção remete ao que é discutido por Samacá-Alonso (2011) sobre o LD veicular a ideologia dominante na sociedade, que vaialém dos usos do livro enquanto um instrumento. Assim, ele pode carregar em sua composição traços históricos, sociológicos, antropológicos e comunicacionais que, em certo período, mostram o que estava sendo proposto para o ensino de alguma geração (Samacá-Alonso, 2011).

A produção dos LD, especialmente aqueles destinados às escolas públicas, está concatenada com as exigências estabelecidas em editais do Programa Nacional do Livroe do Material Didático (PNLD), em legislações, em diretrizes e o que se preconiza para os componentes curriculares e etapas de ensino. Portanto, esses materiais chegam formatados segundo o que se espera dos conteúdos escolares apresentados, com algumas marcas ideológicas. Os editais do PNLD impõem a vinculação das obrasdidáticas à Base Nacional Comum Curricular, o que de certa forma, vai configurando osconteúdos e abordagens do conhecimento a um determinado padrão esperado.

A10, por sua vez, percebe o LD enquanto um dos recursos disponíveis para o professor. Ele afirma que o docente não deve ficar preso apenas a esse material, sendo necessário estudo e busca por fontes diversas. Essa concepção é defendida por Choppin (2004) e Lajolo (1996), ao compreenderem que os diferentes instrumentos utilizados no ensino e na aprendizagem compõem um rol à serviço do professor. Nessa direção, os instrumentos possuem diferentes suportes, tais como audiovisuais, internet e softwares, que auxiliam e amparam o trabalho docente durante o processo educacional. Desse modo, o LD “[...] não tem mais existência independente, mas torna-se um elemento constitutivo de um conjunto multimídia”. (Choppin, 2004, p. 553)

Por fim, frente a outras funções e atribuições do LD, percebemos que os participantes não fizeram menções ao material enquanto um produto cultural e vetor de valores à sociedade, e nem dele como mercadoria ou documento, que são aspectos considerados por Bittencourt (2004) e Choppin (2004), por exemplo. Esses dados revelam que os futuros professores possuem percepções mais voltadas às características conteudistas dos livros didáticos, em particular, dos conceitos e exercícios presentes.

Considerações finais

Trouxemos, nesta comunicação, os resultados de uma pesquisa que objetivou descrever as percepções comunicadas pelos professores em formação inicial sobre o LD. A partir das respostas dos alunos na disciplina de Estágio Supervisionado, passamos a analisá-las à luz do aporte teórico sobre as funções e atribuições desse material. Nessa empreitada, identificamos que grande parte dos futuros professoresapresentam suas percepções ligadas ao LD enquanto material ou ferramenta que instrumentaliza, apoia e auxilia o trabalho do professor para a disseminação de conteúdos escolares.

Como destaca Choppin (2017), dentre as múltiplas funções que o LD pode desempenhar, o olhar que cada um de nós projeta sobre esse material é um olhar parcial e incompleto, "só percebemos do livro didático aquilo que nosso estatuto pessoal na sociedade (aluno, docente, pai de aluno, editor, responsável político, religioso, sindicatoou associativo…) nos incita a buscar" (p. 84). Assim, com interesse em possibilitar umadimensão mais ampla do significado do LD trazemos a compreensão de Amaral, Mazzi,Andrade e Perovano (2022) sobre este material, porque traz à baila aspectos que vão além das preocupações relacionadas com os processos de ensino e de aprendizagem de determinado conteúdo escolar:

[...] material, impresso ou digital, concebido e editado com o objetivo de contribuir com os processos educacionais de ensino e de aprendizagem, composto por saberes de certo componente curricular ou área de conhecimento, propostos a partir das prescrições curriculares oficiais em vigência no momento de sua elaboração. Tais saberes são dispostos nos LD a partir de ideias e conceitos, bem como por meio de atividades, as quais se espera que possibilitemaos alunos aplicações dos tópicos discutidos previamente (ou não) e também envolvimento em vivências de investigações que vão além do que é proposto no material. Ainda, o LD não é produzido de forma neutra, possuindo uma ideologia que o suporta, assim como é um meio de disseminação de valores e crenças de uma determinada cultura, situado em certo período histórico. (Amaral et al., 2022, n.p)

Diante disso, acreditamos que mais discussões no âmbito da formação dosprofessores, que incluam outros aspectos mencionados, podem se fazer presentes para a reflexão dos futuros professores sobre os livros didáticos. Vemos como relevante essa indicação porque na escola diversos valores além dos conteúdos são aprendidos, e os livros podem ser um meio deles se manifestarem. Da mesma forma, perceber que a produção desses materiais envolve aspectos mercadológicos e, consequentemente, econômicos, são importantes para não olhar o LD enquanto um material posto, mas sim que passou por diversas mãos e foi adquirido com investimentos públicos, no caso dos livros que chegam até a rede pública de ensino.

Referências

Amaral, R. B., Mazzi, L. C., Andrade, L. V., & Perovano, A. P. (2022, no prelo). *Livro didático de matemática: compreensões e reflexões no âmbito da Educação Matemática*. Campinas, SP: Mercado de Letras.

Bittencourt, C. M. F. (2004). Autores e editores de compêndios e livros de leitura (1810-1910). *Educação e pesquisa*, *30*(3), 475-491.

Choppin, A. (2004). História dos livros e das edições didáticas: sobre o estado da arte. *Educação e pesquisa*, *30*(2), 549-566.

Choppin, A. (2017). Os livros didáticos de ontem e hoje: o exemplo da França. In K. H. Moreira & J. M. H. Díaz (Orgs.), *História da educação e livros didáticos* (pp. 81-124). Campinas, SP: Pontes Editores.

Fan, L. (2013). Textbook research as scientific research: towards a common ground on issues and methods of research on mathematics textbooks. *ZDM Mathematics Education*, *45*(5), 765-777.

Fan, L., Zhu, Y., & Miao, Z. (2013). Textbook research in mathematics education: development status and directions. *ZDM Mathematics Education*, *45*(5), 633- 646.

Fiorentini, D. (1995). Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil. *Zetetiké*, *3*(4), 1-37.

Freire, P. (2011). *Educação e Mudança* (2a ed.). São Paulo: Paz e Terra.

Gil, A. C. (2002). *Como elaborar projetos de pesquisa* (4a ed.). São Paulo: Atlas.

Gonçalves, F. R. (2022). *Um estudo sobre a presença e a influência das crenças de professores de matemática ao utilizar o livro didático*. Dissertação de mestrado, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista. Rio Claro, SP, Brasil.

Lajolo, M. (1996). Livro didático: um (quase) manual de usuário. *Em aberto*, *16*(69), 3- 9.

Macêdo, J. A., Brandão, D. P., & Nunes, D. M. (2019). Limites e possibilidades do uso do livro didático de matemática nos processos de ensino e de aprendizagem. *Educação Matemática Debate*, *3*(7), 68-86.

Samacá-Alonso, G. D. (2011). Los manuales escolares como posibilidad investigativa para la historia de la educación: elementos para una definición. *Revista historia de la educación latinoamericana*, *s/v*(16), 199-224.

Silva, E. T. (1996). Livro didático: do ritual de passagem à ultrapassagem. *Em Aberto*, *16*(69), 11-15.

Silva, T. (2013). O que se esconde por trás de uma nuvem de palavras. *Blog Pesquisa, Métodos Digitais, Raça e Tecnologia*.

Zabala, A. (1998). *A prática educativa: como ensinar* (E. F. F. Rosa, Trad.). Porto Alegre: Artmed.

IX CIBEM Congresso Iberoamericano de Educação Matemática 05 a 09 de dezembro de 2022

Aprendizagem da docência em Matemática em uma perspectiva situada e inclusiva: análise de uma tarefa realizada com licenciandos(as) de duas instituições públicas de Minas Gerais (Brasil)

Learning to teach mathematics from a situated and inclusive perspective: analysis of a task performed with students teacher from two public institutions in Minas Gerais (Brazil)

Aprendizaje de la docencia en matemáticas en una perspectiva situada y inclusiva: análisis de una tarea desarrollada con estudiantes para profesor de dos instituciones publicas de Minas Gerais (Brazil)

Daiana Luiza de Sá[258]
Universidade Federal de Ouro Preto (MG – Brasil)
https://orcid.org/0000-0002-2783-0421

Ana Cristina Ferreira[259]
Universidade Federal de Ouro Preto (MG - Brasil)
https://orcid.org/0000-0003-0953-1468

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam Matemática

Resumo

A aprendizagem da docência em Matemática se dá por meio de um processo no qual o(a) licenciando(a) se insere gradativamente em uma comunidade constituída pela prática de ensinar Matemática. O desenvolvimento dessa prática em um contexto inclusivo, envolvendo estudantes com TDAH em classes regulares, por exemplo, agrega demandas à comunidade e à sua prática. Exige-se da comunidade sensibilidade e engajamento, expressos por meio de uma atitude positiva em relação à diversidade, enquanto da prática espera-se a busca por saberes específicos que favoreçam a aprendizagem matemática de todos e todas. Neste artigo, analisa-se uma tarefa de um projeto de ensino desenvolvido junto a dois grupos de licenciandos em Matemática de duas instituições públicas do interior de Minas Gerais (Brasil). Participaram do estudo 12 licenciandos(as). Trata-se de uma pesquisa de intervenção de abordagem qualitativa na qual os dados foram produzidos a partir de observações das aulas, registradas no diário de campo da pesquisadora, bem como de gravações em áudio e vídeo dessas aulas. A análise, realizada com base na aprendizagem situada e na literatura sobre o TDAH, sugere que ambos os grupos, apesar de suas diferenças, manifestaram certa sensibilização em relação à condição das pessoas com TDAH, bem como uma compreensão dos sintomas do transtorno e como ele impacta a aprendizagem matemática de crianças e adolescentes. A tarefa parece ter alcançado seu propósito, permitindo, inclusive, que preconceitos em relação às dificuldades enfrentadas por pessoas com esse transtorno, manifestadas por alguns participantes, pudessem ser revistas.

Palavras-chave: Educação Matemática, Aprendizagem da docência, Comunidade de prática, Transtorno de Déficit de Atenção e Hiperatividade.

[258] daianaluiza74@gmail.com
[259] anacf@ufop.edu.br – (orientadora)

Abstract

Learning to teach mathematics takes place through a process in which the students teacher gradually inserts him/herself into a community constituted by the practice of teaching mathematics. The development of this practice in an inclusive context, involving students with ADHD in regular classes, for example, adds demands to the community and its practice. The community is required to be sensitive and engaged, expressed through a positive attitude towards diversity, while the practice is expected to search for specific knowledge that promotes mathematical learning for all. In this paper, we analyze a task of a teaching project developed with two groups of mathematics students teacher from two public institutions in the interior of Minas Gerais (Brazil). Twelve students teacher participated in the study. In this qualitative intervention research, data were produced from class observations, recorded in the researcher's field journal, as well as from audio and video recordings of the classes. The analysis, based on situated learning and literature on ADHD, suggests that both groups, despite their differences, manifested some awareness of the condition of people with ADHD, as well as an students teacher of the symptoms of the disorder and how it impacts the mathematical learning of children and adolescents. The task seems to have achieved its purpose, even allowing a "deconstruction" of misconceptions regarding the difficulties faced by people with this disorder, expressed by some participants at the beginning of the task.

Keywords: Mathematics Education, Learning to teach, Communities of practice, Attention Deficit Hyperactivity Disorder.

Resumen

El aprendizaje de la docencia en Matemática se da a través de un proceso en el que el licenciado se va insertando en una comunidad constituida por la práctica de la enseñanza de las Matemáticas. El desarrollo de esta práctica en un contexto inclusivo, involucrando alumnos con TDAH en clases regulares, por ejemplo, agrega exigencias a la comunidad y su práctica. Se requiere de la comunidad sensibilidad y compromiso, expresados a través de actitud positiva hacia la diversidad, mientras de la práctica se espera una busca de conocimientos específicos que favorezcan el aprendizaje matemático para todos. En este artículo se analiza una tarea de un proyecto de enseñanza desarrollado con dos grupos de estudiantes para profesores de Matemáticas de dos instituciones públicas del interior de Minas Gerais (Brasil). Doce estudiantes universitarios participaron en el estudio. Se trata de una investigación de intervención con enfoque cualitativo en la que los datos fueron producidos a partir de observaciones de clases, registradas en el diario de campo de la investigadora, así como grabaciones de audio y video de estas clases. El análisis, basado en el aprendizaje situado y en la literatura sobre el TDAH, sugiere que ambos grupos, a pesar de sus diferencias, expresaron cierta sensibilidad en relación con la condición de las personas con TDAH, así como una comprensión de los síntomas del trastorno y cómo él impacta el aprendizaje matemático de niños y adolescentes. La tarea parece haber logrado su propósito, permitiendo incluso que algunos participantes revisasen preconcepciones acerca de las dificultades enfrentadas por las personas con TDAH.

Palabras clave: Educación Matemática, Aprendizaje de la docencia, Comunidad de práctica, Trastorno de Déficit de Atención e Hiperactividad

Introdução

Ao ingressar na Licenciatura em Matemática e iniciar o estágio supervisionado, durante as observações, me sentava junto a alunos com algum tipo de necessidade especial e procurava auxiliá-los. Observava estudantes com sérias dificuldades de leitura procurando resolver problemas de Matemática, e crianças com Transtorno de Déficit de Atenção e Hiperatividade (TDAH) adoecendo por não conseguirem acompanhar as aulas nem se sentirem parte da classe. Isso me tocou muito.

Entendo que uma educação inclusiva é aquela que percebe a diferença como fator que enriquece o processo educacional, oferecendo "a todos os alunos meios que favoreçam a compensação de suas limitações, tornando-os participantes ativos de um sistema educacional equitativo, sem que eles tenham que assumir o papel de super-heróis que se submetem a participar daquele processo de qualquer forma". (FERNANDES; HEALY, 2016, p. 40).

Tal entendimento demanda dos professores tanto uma atitude inclusiva em relação à diversidade quanto saberes específicos que lhes permitam atuar de forma condizente com as necessidades dos alunos. Contudo os cursos de Licenciatura em Matemática, apesar de todos os avanços proporcionados nessa direção pelas Diretrizes Nacionais para a Formação de Professores de 2002 e 2015[260], ainda carecem de espaços de formação dedicados à construção de uma perspectiva inclusiva para o ensino de Matemática.

Foi nesse contexto que me propus a investigar, no Mestrado em Educação Matemática: *"Como a participação em um projeto sobre o ensino de Matemática para estudantes com TDAH influencia a percepção que futuros professores de Matemática possuem sobre esse tema?"*. Apresento aqui um recorte dessa pesquisa no qual analiso uma tarefa desenvolvida com dois grupos de Licenciandos(as) cujo propósito era promover uma sensibilização em relação à condição das pessoas com TDAH, e dar os primeiros passos no sentido de se sentirem membros de uma comunidade cuja prática envolve, entre outras coisas, pensar em alternativas para ensinar Matemática para pessoas com esse transtorno.

Este texto está organizado da seguinte forma: discuto brevemente a formação inicial de professores de Matemática em uma perspectiva situada e inclusiva, apresento as opções

[260] Não considero que as Diretrizes de 2019 sigam na mesma direção que as anteriores, em relação à ênfase no respeito à diversidade e na obrigatoriedade de se promover ações formativas nessa direção. Por isso, não as citei. As diretrizes de 2019 foram marcadas pelo retrocesso para a área, comparada à resolução de 2015, por se pautar na pedagogia das competências e se atrelar aos interesses mercantilistas do setor privado. Essas novas diretrizes se restringem a desenvolver nos professores(as) apenas competências para aplicação da BNCC, estando as duas na mesma direção, o que acaba desfavorecendo a criação desses espaços.

metodológicas e, então, descrevo e analiso a tarefa em questão, finalizando com algumas considerações a respeito do processo.

Formação inicial de professores de Matemática em uma perspectiva inclusiva e situada

Como Llinares (2007, p. 2, tradução livre), entendo a aprendizagem da docência como um processo de enculturação que envolve "os saberes de referência, a natureza do conhecimento profissional e as características do uso do conhecimento no desenvolvimento de determinada prática (que, neste caso, é a atividade de ensinar Matemática)". Nessa perspectiva, a formação de professores pode ser compreendida como "um processo de introdução em uma comunidade constituída pela prática de ensinar Matemática" que compartilha tarefas, bem como o uso e a geração de determinados instrumentos técnicos e conceituais necessários para realizar esta prática Llinares (2002).

Ao curso de Licenciatura em Matemática caberia a difícil tarefa de promover a aprendizagem dos conhecimentos matemáticos próprios da docência, paralelamente ao desenvolvimento de uma identidade profissional que permitisse ao licenciando participar da prática de ensinar Matemática, gerando sua própria forma de se aproximar dela, contribuindo assim para as comunidades de práticas às quais se vinculasse. Além disso, em uma perspectiva inclusiva, tal processo precisaria acontecer dentro de um quadro de valores educacionais voltados para a compreensão da diferença como riqueza e não como deficiência.

Tendo em mente tais ideias, estruturei um projeto de ensino no qual as características particulares de estudantes com TDAH fossem consideradas no planejamento de aulas de Matemática para classes regulares[261]. O eixo do projeto foi a prática docente, em algumas de suas várias facetas (experimentar, observar, refletir, dialogar, estudar, planejar, etc.).

No presente texto, apresento e exploro a primeira tarefa do projeto de ensino. Nela, procurei sensibilizar os participantes do estudo por meio da vivência, observação e reflexão, permeadas pelo diálogo. Procurei criar um espaço no qual se sentissem parte de uma comunidade cuja prática é o ensino da Matemática para todos e todas, inclusive para quem tem TDAH.

Metodologia

A referida pesquisa[262] se caracteriza como uma intervenção de abordagem qualitativa que busca responder a uma questão muito particular e envolve o "trabalho com o universo de

[261] Denomino classes regulares aquelas que recebem os alunos em geral, em contraposição às classes de escolas especializadas.
[262] O projeto da pesquisa foi aprovado pelo Comitê de Ética em Pesquisa (CAAE: 51549821.8.0000.5150).

significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, o que corresponde a um espaço mais profundo das relações, dos processos e dos fenômenos que não podem ser reduzidos à operacionalização de variáveis". (MINAYO *et al*., 2002, p. 21).

Como Damiani *et al*. (2013), entendo que as pesquisas de intervenção envolvem o planejamento e a implementação de interferências com o objetivo de produzir avanços e melhorias em processos vividos pelos participantes, avaliando, posteriormente, seus impactos. No caso da pesquisa em questão, planejei e desenvolvi um projeto de ensino junto a dois grupos de licenciandos em Matemática de duas instituições federais de ensino superior do interior de Minas Gerais (Brasil).

O projeto de ensino, em sua versão piloto, aconteceu na **Instituição A**, em quatro encontros extraclasse, de duas horas de duração cada, realizados aos sábados. Participaram seis licenciandos(as) com idade entre 18 e 25 anos: Daniel, Nara, Karen, Marcela, Rafaela e Renata[263]. Apenas uma aluna conhecia uma pessoa com TDAH. Os demais nunca tiveram contato com pessoas com esse transtorno nem possuíam conhecimento a esse respeito. Na **Instituição B**, o projeto foi desenvolvido durante sete aulas de uma disciplina obrigatória do curso. Participaram seis licenciandos(as) da mesma faixa etária que os do grupo anterior: Carla, Sarah, Jéssica, Renato, Davi e Lucas. Apenas um estudante se lembrava de conhecer alguém com TDAH, mas alguns deles já haviam ouvido falar sobre o transtorno, porém, apenas superficialmente.

A tarefa aqui analisada aconteceu na primeira aula de cada um dos dois encontros do projeto, e foi retomada em uma conversa no início da segunda aula. A coleta de informações se deu por meio de observações registradas no diário de campo da pesquisadora e da gravação em áudio e vídeo dos encontros.

Experienciando uma aula de Matemática na perspectiva de quem tem TDAH

A proposta da tarefa era sensibilizar o grupo em relação à condição das pessoas com TDAH e dar os primeiros passos na direção de levá-los a se perceberem como membros de uma comunidade cuja prática envolvia, inclusive, pensar em estratégias para ensinar Matemática para estudantes com TDAH. Para isso, planejei uma aula de Matemática sobre Sistemas Lineares e Escalonamento pelo Método de Eliminação de Gauss. Também gravei quatro áudios curtos (juntos, somavam cerca de 20 minutos), nos quais simulava os tipos de ideias que

[263]Usei nomes fictícios para garantir o anonimato dos participantes.

poderiam passar pela cabeça de um estudante com TDAH[264], enquanto assistia a uma aula de Matemática, e preparei alguns bilhetes com instruções[265]. Os áudios e os bilhetes tinham como propósito criar tanto uma mobilização interna quanto externa que simulasse a experiência vivenciada em classes que contavam com alunos com o transtorno, bem como a condição de um estudante com TDAH.

Expliquei ao grupo que assistiriam a uma aula que poderia acontecer no curso de licenciatura em Matemática, e, enquanto isso, usariam fones de ouvido e ouviriam, em volume baixo, os áudios enviados a eles(as), por WhatsApp, pouco antes da aula.

Durante a exposição do conteúdo, os(as) licenciandos(as) de ambos os grupos olhavam atentamente para o quadro. Quando propus questões referentes ao conteúdo, buscavam responder, porém, em ambos os casos, observei confusão na realização de cálculos mentais, com pequenos erros na realização de adições ou multiplicações, por exemplo. Após a exposição e apresentação de exemplos, propus a resolução de uma questão. Ambos os grupos necessitaram de um tempo maior que o esperado, e, mesmo assim, alguns não conseguiram finalizar a questão. Enquanto resolviam, deixei os bilhetes nas carteiras de alguns participantes e eles executaram fielmente a ação pedida.

Quando propus que fossem ao quadro apresentar a resolução a questão, apenas o grupo da Instituição A aceitou o convite. Renata explicou aos colegas como resolvera a questão, ainda com os fones de ouvido. Ao fazê-lo, observou que havia errado alguns cálculos e o grupo a auxiliou. Porém, ela pareceu se sentir desmotivada ou envergonhada, e não prosseguiu com a resolução. Interrompi a tarefa, pedindo que comentassem como se sentiram durante a vivência. Seguem alguns trechos dos diálogos estabelecidos:

Marcela: [...] tinha os áudios, tinha os meus pensamentos, começando a desviar os meus pensamentos pra calça da professora. Então, realmente, nossa! Foi bem difícil... Eu nem entendi o que eu fiz aqui [*referindo-se ao exercício*].
Pesquisadora: Quer falar, Nara?
Nara: Foi muito complicado! Imagina pra um aluno conseguir prestar atenção numa aula com isso tudo. Igual a hora que a Karen levantou e veio pra cá perguntar do barulho, [*momento no qual executou a tarefa do bilhete*] mas o barulho tava vindo de lá e ela veio pra cá. Eu achei bem complicado então, nos cálculos eu errei foi tudo. [*risos*]
Daniel: Olha, eu já não consigo fazer duas coisas ao mesmo tempo, né? Aí, você começou a falar ali... eu comecei a prestar atenção, aí eu olhava pra ver se tinha passarinho lá fora [*fazendo referência a trecho do áudio*] olhava pra outro lado. Ah, não, dá não. Não! E pra fazer conta?! Impossível! Impossível! Não saía!

---

[264]Contei com o auxílio de uma professora de Matemática diagnosticada com TDAH, para validar o conteúdo dos áudios. Os áudios traziam falas do tipo: “Meu Deus! Que isso que ela tá começando a fala?...Nossa, olha lá fora, parece que o tempo tá ruim”.
[265] Os bilhetes continham instruções que levariam os licenciandos a se comportarem de forma próxima a como costumam atuar estudantes com TDAH. Tais ideias foram extraídas da literatura estudada e continham instruções do tipo “Levante-se e vá apontar o lápis”, “Vá até a janela da sala de aula e comente sobre algo que observar no exterior da sala”, etc.

<u>Rafaela:</u> Ah, eu fiquei perdidinha! Perdidinha! Não sabia o que eu escutava. Eu ficava olhando os números, tentando achar uma sequência lógica, mas não entrava na cabeça [*referindo-se ao conteúdo*] Aí fiquei imaginando no meio de uma sala de aula com um monte de aluno do lado, eu... entendi nada.
<u>Renata</u>: Pra mim, os meus pensamentos ficaram assim oscilando entre prestar atenção [*à aula*] e prestar atenção no áudio. Aí, às vezes eu tava focando, prestando atenção na sua voz e aí dois segundos depois eu percebia que minha cabeça já tava lá no áudio, no pensamento. [...] eu ficava prestando atenção nas coisas externas e não só em você, professora. E outra coisa foi as contas, às vezes eu ficava assim, "Ah, tá, 5 x 3 =15, menos aí eu voltava, perdia a conta e voltava. Tanto que meus cálculos... [*indica que ficaram errados*] (INSTITUIÇÃO A).

O grupo da Instituição A manifesta dificuldade para acompanhar a aula ouvindo os áudios, bem como para compreender o conteúdo e realizar cálculos, sugerindo que buscaram realizar a atividade, como foi pedido, e também se colocaram no lugar de um aluno com TDAH.

O grupo se engajou ativamente na tarefa (empreendimento mútuo) e começou a compartilhar um repertório de sensações, impressões e ideias acerca da condição de uma pessoa com TDAH em uma aula de Matemática. Para Wenger (1998), engajar-se envolve a pessoa como um todo, o agir, o pensar, o conhecer, o sentir; e é por meio dessa ação que negociamos significados, aprendemos e, assim, nos tornamos quem somos.

Já o comportamento de Renata – que, apesar do impulso inicial de ir ao quadro, se retrai e desiste, após perceber que se equivocara – evidencia que ela experimentou o que a Sociedade Brasileira de Déficit de Atenção ressalta em seus documentos e entrevistas: crianças com TDAH, geralmente, desenvolvem uma baixa autoestima nos principais grupos de convívio, como a escola, família e entre os amigos (ABDA, 2016).

<u>Pesquisadora:</u> [...] E aí o que vocês me contam? O que vocês acharam?
<u>Sarah:</u> Difícil! [...]
<u>Davi:</u> Não estou acostumado com alguém falando no pé da orelha. [*risos*]
<u>Jéssica:</u> Ou eu prestava atenção no que tava falando ou eu prestava atenção na explicação.
<u>Sarah:</u> Ela falando de mochila, calça, eu ficava pensando assim... [*semblante de dúvida*] [*risos coletivos*]
<u>Pesquisadora:</u> Entendi. E no momento das dinâmicas… dos bilhetinhos? [...]
<u>Jéssica:</u> Acabou dispersando a atenção até de mim da sua explicação…[*risos coletivo*] [...] Eu queria saber por que que ela tá levantando, o que que ela tá fazendo? A outra chega aqui falando do mato [*risos*] [...]
<u>Pesquisadora:</u> E aí vocês sentiram dificuldade na hora de resolver? Na hora de concentrar? Concentrar na explicação?
<u>Jéssica</u>: Eu não consegui fazer conta de cabeça não, tive [*que*] anotar aqui do lado…[...] eu demorei muito a perceber que eu tava fazendo o negócio com a letra e tinha que tirar as letras… (INSTITUIÇÃO B).

Da mesma forma que o grupo anterior, os(as) participantes da Instituição B manifestaram desconforto, particularmente em relação aos pensamentos aleatórios oriundos das ideias mencionadas nos áudios. Jéssica, por exemplo, parece ter se empenhado em prestar atenção às explicações, porém os "pensamentos" induzidos pelos áudios se destacavam. Essa licencianda, assim como Daniel (Instituição A), procurou se colocar na situação de alunos com TDAH.

Em relação ao turbilhão de pensamentos experimentado pelos dois grupos, Silva e Valle (2022) ressaltam em seu estudo que a hiperatividade mental pode ser menos expressiva que a física para os que observam, mas não deixa de ser exaustiva para as pessoas com o transtorno, pois sua cabeça fica a mil com uma avalanche de pensamentos acumulados. Essa hiperatividade mental torna cada vez mais complicado que essa pessoa consiga manter a atenção em determinada circunstância. O grupo manifesta claramente os desafios enfrentados, ao realizar a atividade ouvindo os áudios, em especial, a dificuldade de concentração. A desatenção é uma característica central do TDAH e, de acordo com Rohde *et al.* (2019), se manifesta em pequenos erros do aluno, por descuido, durante as tarefas escolares, como parecer não ouvir quando alguém se dirige a ele, distrair-se facilmente por estímulos externos, apresentar dificuldade de se manter focado em uma atividade por determinado período de tempo, etc. Sendo assim, o objetivo de aproximar o grupo dessa característica chave da condição vivida pela maioria dos estudantes com TDAH foi alcançado.

Dediquei o início da segunda aula, em ambos os grupos, à retomada da vivência do encontro anterior. Nesse momento, o grupo da Instituição A mencionou sua compreensão do TDAH e características que eles poderiam observar e que possivelmente os ajudariam a identificar um aluno com esse transtorno. Já o grupo da Instituição B se manifestou mais abertamente, comentando suas impressões sobre a vivência e como ela influenciou seus pensamentos acerca do transtorno.

Marcela: A partir, né, do próprio nome, né, então pra mim, né, sendo um transtorno, é algo que, né, acompanha um aluno, um aluno não, uma pessoa tem, que desvia de certa forma a atenção que, né, em relação a pessoas que não têm. Esse transtorno desvia de certa forma a atenção, e me remete muito aos áudios, né? [*risos*] Não tem como, é como se a pessoa tivesse um pequeno mundo ali na cabeça dela que se tornasse um pouco mais difícil do que pra mim que, por exemplo, não tem nenhum, pra se atentar a algo que tá acontecendo, algo que se espera. E a hiperatividade é do fato de, agora estou lembrando do vídeo, tinha um aluno que ficava fazendo assim com a cadeira. Essa dificuldade de se manter... de manter concentrado, eu ia usar a palavra quieto, mais se manter concentrado, focado em determinada tarefa, que foi designada a essa pessoa. [...]
Pesquisadora:[...] E como você, como professor ali na sala de aula, como você caracterizaria esse aluno? [*silêncio*] Como você poderia perceber ali que ele poderia ter TDAH?
Nara: Pelos comportamentos. [...] igual ela falou, no vídeo mostra lá um aluno que ficava se contorcendo na cadeira, ele fica inquieto, às vezes qualquer coisa tira a atenção dele...
Daniel: Levanta toda hora.
Renata: Eu lembro muito da nossa convidada, né, ela falou uma coisa que pra mim eu nunca tinha pensado nisso que é a letra dela, né, a dificuldade de escrever a caligrafia, a pessoa, o aluno que é considerado bagunceiro igual ela falou, né, desinquieto, e outros tipos de coisas que dá pra ir percebendo, né? Às vezes ele não consegue concentrar na aula, não consegue fica muito tempo fazendo a mesma coisa.
Daniel: Acho que dá pra ver através das avaliações que se aplica na sala, porque, se ele está desatento, às vezes ele não conseguiu fazer. E se você, vamos supor, tem vinte alunos, um não consegue e os outros conseguem, então pode ser que tem algum problema (INSTITUIÇÃO A).

No diálogo da Instituição A, apesar de ser apenas o segundo encontro, é notável certa compreensão em relação ao TDAH, seus sintomas, características, e como pode ser identificado um aluno com esse transtorno em sala de aula. É possível verificar isso na fala de Marcela, quando ela descreve o que compreende e o restante da turma concorda, bem como nas falas de Daniel, Nara e Renata, quando apresentam características que indicariam o TDAH.

É possível conjecturar que essa evolução na compreensão derive do ***engajamento*** dos participantes nas atividades e na socialização, promovendo uma ***troca*** de ideias que é ***validada*** pelo grupo, podendo se configurar como uma negociação de ***significados***. Significado "denota nossa capacidade, individual ou coletiva, de experimentar a vida e o mundo de modo significativo, ou seja, aprender envolve produzir significados". (GARCIA, 2014, p. 41).

Nesse segundo encontro, também é perceptível uma interação maior entre os participantes do grupo, como exposto no parágrafo anterior, e que pode vir a caracterizar a ***participação*** na perspectiva de Lave e Wenger (1991). Para esses autores, o participante iniciante adquire conhecimentos, comportamentos e crenças pertencentes à comunidade de prática, por meio de participação cada vez mais intensa na comunidade.

Renato: Eu me senti com dificuldade em tentar conciliar os dois, assim tinha hora que ou eu tava 100% focado no áudio ou 100% focava no exercício ou em prestar atenção. É muito difícil conseguir conciliar os dois e eu acredito que uma pessoa com TDAH não consegue, ela não tem escolha em prestar 100% da atenção aqui ou 100% da atenção nela, na minha percepção acho que mostrou bastante como é estar na pele de uma pessoa com TDAH. Igual eu, antes dessa atividade, eu tinha o pensamento assim "Ah, se ela focar eu acho que ela consegue", mas acho que não é tanto assim, não é tanto, não é só focar. É uma doença. [...]
Sarah: Eu achei assim, que a dinâmica bem interessante porque igual o Renato falou, antes eu falava o TDAH uma das coisas que a gente percebe é que ela tem falta de atenção. Tá! Falta de atenção! Mas pela dinâmica a gente vê como é essa falta de atenção. Não é nem da vontade dele que ele não vai focar, não é isso, ele não tem escolha. [...]
Carla: Eu me senti desconfortável porque não conseguia focar nem em um nem em outro, na posição dele eu acho que ele se sente desconfortável porque é muito cobrado dele mais atenção, "olha aqui", mas, infelizmente, não é uma coisa que depende deles, tipo assim "nossa, deixa eu focar", ele não consegue. [...]
Jessica: Então, teve momentos que eu consegui ignorar o áudio e prestar atenção no que você tava explicando, ao que se for prestar atenção realmente no áudio, no que tá sendo falado ali, não tem como. A atenção para o que tá sendo falado ali cai assim totalmente. E fiquei bem atordoada com tantos pensamentos, igual eu coloquei lá no Padlet, não sei se vocês vão concordar ou vão me achar doida, mas parecia que quanto mais eu ouvia parecia que se tornava meus próprios pensamentos. Então a hora que o áudio falava, "nossa eu tenho que fazer aquela coisa" tipo assim eu também tava me dispersando e pensando naquilo ali. [...]
Pesquisadora: Meninos.
Lucas: Eu me senti no mundo da lua [*risos*] porque é muito difícil prestar atenção e ao mesmo tempo pensar em tudo aquilo ali, eu acho que você acaba não conseguindo focar nas duas coisas. Então eu acho que… não é algo que é fácil de se controlar.
Davi: O que eu pensei também bastante sobre foi que isso ainda foi uma explicação, ainda tinha o professor pra explicar, imagina esse aluno depois de várias outras atividades onde o professor não vai voltar a explicar, onde já é para ele ter aprendido a matéria. Aí é onde se complica mais ainda porque na própria explicação já tem dificuldade imagina…[...]
Jéssica: Vai conseguir não, porque tipo assim teve hora que a gente conseguiu ignorar o áudio, só que uma pessoa com TDAH não vai, porque são os próprios pensamentos dela ela já tá focada naquilo não dá pra ignorar e prestar atenção em outra coisa… [...] Antes eu não tinha noção nenhuma, praticamente…[...]
Sarah [*interrompe Carla e fala junto*] ele não controla os pensamentos. Igual quando você perguntou como diferencia, né, e a gente falou um pouco sobre a falta de concentração a falta de foco, né, mas eu não sabia, a gente não sabia, como isso realmente funcionava na cabeça dele. [...]
Renato: Uai, acho que mudou muito minha visão em relação ao que é o TDAH, porque acredito que todo mundo tenha um pouco de pensamento em relação aos PCDs no caso, que às vezes a gente pensa assim, "Ah, se ele quisesse, ele conseguia", não sei, mas pelo menos eu uma época já tive esse pensamento, principalmente relacionado à aprendizagem né? A ansiedade... quando é uma ansiedade muito forte, depressão também, eu pensava assim, mas relacionado à ansiedade e depressão eu quebrei esse pensamento depois de amigos muito próximos passarem por situações assim, com o TDAH acabou que eu criei esse pensamento, "É só uma falta de atenção, se quisesse realmente prestar atenção, conseguia", "Ah, é só uma desculpa pra não prestar atenção no que

precisa prestar", mas querendo ou não a gente tem que lutar contra esses pensamentos, porque não é só prestar atenção (INSTITUIÇÃO B).

No diálogo acima, é perceptível, nas falas de Renato, Sarah e Davi, certa sensibilização em relação ao transtorno. Também observei indícios de uma possível reflexão acerca de ideias anteriores, equivocadas, sobre o TDAH. Renato, por exemplo, menciona que acreditava que os sintomas do TDAH não tinham tanto impacto na atenção e aprendizagem. Para Benicio e Menezes (2017), muitos alunos ainda sofrem com o preconceito manifestado por colegas, pais e professores, devido à falta de conhecimento sobre o transtorno.

Em um segundo momento da retomada, o grupo da Instituição A manifesta como o TDAH pode impactar a aprendizagem matemática.

Daniel: Acho que afeta em tudo, porque igual naquela dinâmica do áudio lá, eu mesmo não consegui prestar atenção em hora nenhuma na sua explicação, não entendi. E a gente tem muito conteúdo da matemática que a gente realmente, se não presta atenção, não aplica, não vai fazer.
Marcela: Alguma coisa com o foco também, principalmente sistema, né? [*referindo-se ao conteúdo da dinâmica*] precisa muito de foco porque, se você erra sinal, por exemplo, pode dar uma série de problemas. Eu erro sinal toda hora, então, como diz a Renata, vários mundos na minha cabeça, o mundo que tá assim concentrado na aula tá muito abafado. Então eu preciso de foco, em certos conteúdos. Em qualquer conteúdo, né? De qualquer disciplina! Mas algumas de matemática demandam ainda mais foco.
Renata: Eu quando tava fazendo as transformações [*referindo-se ao exercício da dinâmica*] igual eu falei, às vezes eu pensava assim a conta acho que era 5x12 e aí antes de pensar minha cabeça ia lá no áudio aí eu voltava de novo. Quanto que é 5x12? Eu tinha que repetir isso 5 vezes pra eu realmente concluir quanto que é o cálculo e eu continuar fazendo o exercício. Então penso que pode dificultar dessa maneira. E por exemplo você tava explicando aí perdia um segundo você já tava falando de outra coisa que tinha ligação com essa coisa anterior, que faz toda a diferença, né?
Karen: Às vezes, né? a gente sabe que é difícil, né? o curso, em relação a recursos etc., não entrando nesse viés, né? nesse conceito, mas algumas aulas de matemática tendem a não ser tão atrativas pra alunos com TDAH, eu imagino, né? Pode ser muita exposição, não que seja algo super ruim, mas que às vezes até auxilia o desvio da atenção, porque fica aquela coisa ... não tem nada de atrativo (INSTITUIÇÃO A).

O grupo começa a estabelecer relações entre o vivenciado e aspectos da aprendizagem matemática, sinalizando novamente que se ***engajaram*** na proposta, pelo menos em alguma medida. Também há indícios de tentativas de relacionar as dificuldades enfrentadas na dinâmica com as dificuldades que podem ser enfrentadas na vida real de uma pessoa com TDAH.

Considerações finais

Como observado anteriormente, o grupo da Instituição A não conhecia o transtorno, apenas uma participante afirmou que tinha um amigo com TDAH, mas não sabia nada sobre o tema. No grupo da Instituição B, um aluno, no decorrer dos encontros, descobriu que tinha um amigo com TDAH. No entanto, para esse grupo, o transtorno não era algo novo, ao menos em linhas gerais.

Sendo assim, é possível conjecturar que, na Instituição A, essa dinâmica possibilitou que o grupo se aproximasse em certa medida da realidade de uma pessoa com TDAH e de algumas dificuldades enfrentadas por ela dentro de uma sala de aula. Durante a dinâmica, puderam sentir "na pele" como é "estar na cabeça" de alguém com TDAH, com dificuldade de concentração e alguns traços de hiperatividade, e se sensibilizar com a condição de quem tem esse transtorno.

Na Instituição B, foi notável certo “impacto” da dinâmica na visão que o grupo tinha sobre o transtorno. Em trechos das falas dos participantes, vimos que alguns possuíam ideias equivocadas em relação ao TDAH, chegando até a minimizar as dificuldades impostas pelo transtorno. Após a dinâmica, o grupo manifesta certa “desconstrução” desse pensamento, levando-nos a crer em uma sensibilização que propiciou a reflexão sobre as próprias crenças.

Durante a dinâmica, o envolvimento do grupo, ao buscar se colocar no lugar de um aluno com TDAH, indica certo nível de engajamento, à medida que os participantes partilham e validam entre si as sensações e ideias suscitadas. Dessa forma, a proposta contribuiu para a participação desses futuros professores em momentos de negociação de significados, “de forma que eles possam se colocar em trajetórias de aprendizagem com as quais se identificam, e se envolver em ações, discussões e reflexões que fazem uma diferença às comunidades que eles valorizam”. (WENGER, 1998, p. 11, tradução livre).

Assim, essa dinâmica vai na direção de construir um espaço no qual futuros professores possam experimentar situações que o aluno pode vivenciar, e, sensibilizando-se com as possíveis dificuldades enfrentadas, possam refletir e dialogar sobre futuras práticas, suscitando momentos de aprendizagem e planejamento em conjunto com seus pares.

Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

Referências

ASSOCIAÇÂO BRASILEIRA DE DÉFICIT DE ATENÇÂO. *A auto-estima de pessoas com TDAH. 14 mar.* 2016. Disponível em: https://tdah.org.br/a-auto-estima-das-pessoas-com-tdah/. Acesso em: 22 de jun. de 2022.

BENICIO, C. M.; MENEZES. A. M. C. Transtorno do Déficit de Atenção e Hiperatividade – TDAH: Desafios e Possibilidades no Espaço Escolar**.** *Id on Line Revista Multidisciplinar e de Psicologia.* v. 11, n. 38, p. 375 – 387, 2017.

DAMIANI. M. F. *et al*. Discutindo pesquisas do tipo intervenção pedagógica. *Cadernos de Educação*, v. 0, n. 45, p. 57–67, 2013.

FERNANDES, S. H. A. A.; HEALY, L. Rumo à educação matemática inclusiva: reflexões sobre nossa jornada. *Rencima*, v. 7, n. 4, p. 28-48, 2016.

GARCIA, T. M. *Identidade profissional de professores de matemática em uma comunidade de prática.* 2014. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014.

LLINARES, S. La práctica de enseñar y aprender a enseñar matemáticas. La generación y uso de instrumentos de la práctica. *Revista de Enseñanza Universitaria,* n. 19; p. 115-124, 2002.

______. *Formación de profesores de matemáticas. Desarrollando entornos de aprendizaje para relacionar la formación inicial y el desarrollo profesional.* Conferencia invitada en la XIII Jornadas de Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas – JAEM, 2007.

MINAYO, M. C. *et al*. *Pesquisa Social:* teoria, método e criatividade. 21. ed. Petropolis: Vozes, 2002.

LAVE, J.; WENGER, E. *Situated learning:* Legitimate peripheral participation. New York: Cambridge University Press, 1991.

ROHDE, L. A. *et al*. *Guia para compreensão e manejo do TDAH da World Federationd of ADHD.* Porto Alegre: Artmed, 2019.

SILVA, J.; VALLE, A. E. *Transtorno do déficit de atenção e hiperatividade (TDAH) conhecer para não rotular.* [s.l.: s.n., s.d.]. Disponível em: <https://repositorio.uninter.com/bitstream/handle/1/1041/TRANST~1.PDF?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em: 22 de jun. de 2022.

Educação Financeira em debate: relatos de uma conversa sobre o neoliberalismo esuas implicações na sociedade e no meio educacional

Financial Education in debate: reports of a conversation about neoliberalism andits implications for society and the educational environment

Educación Financiera em debate: relatos de una conversación sobre el neoliberalismo y sus implicaciones para la sociedad y el entorno educativo

Ivan Bezerra de Sousa[266]
Universidade Estadual da Paraíba
0000-0001-8668-7111

José Joelson Pimentel de Almeida[267]
Universidade Estadual da Paraíba
0000-0001-8210-584X

Modalidade: Comunicação Oral
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam matemática

Resumo

O presente texto aborda algumas discussões que aconteceram durante o primeiro encontroda rede de conversa: *Educação Financeira em Debate*, coordenada pelos autores desse relato. Ao longo do encontro, foram discutidas ideias relacionadas à seguinte temática: *Oneoliberalismo na sociedade: o que é e quais as suas implicações para as nossas vidas?*O objetivo da rede de conversa é dialogar com professores de diferentes componentes curriculares sobre a Educação Financeira Crítica, e neste relato objetiva-se apresentar o foco desses diálogos, as temáticas enfatizadas e algumas reflexões que foram externadasdurante o primeiro encontro. A rede de conversa está acontecendo de forma *online*, contando com a participação de professores de alguns estados da Federação e correspondeao processo educacional da pesquisa de doutorado do primeiro autor. Em relação aos aspectos teórico-metodológicos, enfatizaremos como a rede de conversa foi pensada e apontaremos alguns diálogos realizados durante a conversação do primeiro encontro. A dinâmica dos encontros sempre é iniciada com alguns questionamentos, tanto dos coordenadores, como dos participantes, havendo assim a interação dialógica entre todos os membros. Durante o primeiro encontro, fizemos apenas três perguntas, a saber: *O que é o neoliberalismo? Quais são as suas implicações para as nossas vidas? Como o neoliberalismo vem impactando a Educação?* A partir dessas indagações, obtemos várias respostas que fizeram aproximações entre o neoliberalismo e a Educação Financeira frisada nas escolas, das relações entre escola e mercado e do sistema capitalista em que vivemos, cujo objetivo é tornar os corpos dóceis a esse sistema.

Palavras-chave: Educação Matemática, Rede de Conversa, Educação Financeiraem Debate, Educação Financeira Crítica, Neoliberalismo.

[266] ivan2009.2@hotmail.com
[267] jjedmat@gmail.com

Abstract

This text addresses some discussions that took place during the first meeting of the conversation network: *Financial Education in Debate*, coordinated by the authors of thisreport. During the meeting, ideas related to the following theme were discussed: *Neoliberalism in society: what is it and what are its implications for our lives?* The purpose of the conversation network is to dialogue with teachers from different curricularcomponents about Critical Financial Education and, in this report, we aim to present the focus of these dialogues, the themes emphasized and some reflections that were expressedduring the first meeting. The conversation network is happening online, with the participation of professors from some states of the Federation and corresponds to the educational process of the doctoral research of the first author. Regarding the theoretical- methodological aspects, we will emphasize how the conversation network was conceivedand we will point out some dialogues carried out during the conversation of the first meeting. The dynamics of the meetings always begin with some questions, both from the coordinators and from the participants, thus creating a dialogic interaction between all the members. During the first meeting we asked only three questions, namely: *What is neoliberalism? What are its implications for our lives? How is neoliberalism impacting Education?* From these questions we obtain several answers that made approximations between neoliberalism and Financial Education emphasized in schools, the relationship between school and market and the capitalist system in which we live, whose objective isto make bodies docile to this system.

Keywords: Mathematics Education, Conversation Network, Financial Education in Debate, Critical Financial Education, Neoliberalism.

Resumen

Este texto aborda algunas discusiones que tuvieron lugar durante la primera reunión de lared de conversación: *Educación Financiera en Debate*, coordinada por los autores de esteinforme. Durante el encuentro se discutieron ideas relacionadas con el siguiente tema: *Elneoliberalismo en la sociedad: ¿qué es y cuáles son sus implicaciones para nuestras vidas?* La Red de Conversatorios tiene como objetivo dialogar con docentes de diferentes componentes curriculares sobre la Educación Financiera Crítica y, en este informe, pretendemos presentar los ejes de estos diálogos, los temas enfatizados y algunas reflexiones expresadas durante el primer encuentro. La red de conversación se está dando en línea, con la participación de profesores de algunos estados de la Federación y corresponde al proceso educativo de la investigación doctoral del primer autor. En cuanto a los aspectos teórico-metodológicos, destacaremos cómo se concibió la red de conversación y señalaremos algunos diálogos realizados durante la conversación del primer encuentro. La dinámica de las reuniones siempre comienza con algunas preguntas,tanto de los coordinadores como de los participantes, teniendo así una interaccióndialógica entre todos los integrantes. Durante la primera reunión hicimos solo tres preguntas, a saber: *¿Qué es el neoliberalismo? ¿Cuáles son sus implicaciones para nuestras vidas? ¿Cómo está impactando el neoliberalismo en la Educación?* De estas interrogantes obtenemos varias respuestas que hicieron aproximaciones entre el neoliberalismo y la Educación Financiera enfatizando en las escuelas, la relación entre escuela y mercado y el sistema capitalista en el que vivimos, cuyo objetivo es hacer loscuerpos dóciles a este sistema.

Palabras clave: Educación Matemática, Red de Conversación, Educación Financiera en Debate, Educación Financiera Crítica, Neoliberalismo.

Introdução

Uma rede de conversa se constitui em um ambiente de interações entre os participantes. Logo, por seu caráter, são espaços interativos, em que durante as discussõesnão existe uma hierarquia entre os membros. Sendo assim, todos os participantes têm o mesmo direito de falar, de opinar, criticar, ser a favor ou ser contra as ideias que são postas diante de um determinado tema proposto.

Os propósitos seguidos em uma rede de conversa são os mesmos de uma roda de conversa entre amigos, em que cada um é livre para falar o que lhe convém sobre algo. Utilizamos a palavra *rede* porque acontece de forma virtual e abrange pessoas dediferentes lugares, mas sintonizadas em um mesmo foco: discutir o que está sendo proposto. Assim, mesmo acontecendo de forma *online*, o significado continua sendo o mesmo das rodas de conversas presenciais, em que todos falam, interagem, criticam, discutem e opinam sobre um determinado tema.

É diante desse contexto que nasceu a *Série Educação Financeira em Debate*. A proposta desse espaço interativo surgiu com o objetivo de reunirmos professores de diferentes componentes curriculares, dos diferentes Estados da Federação, que tivessem interesse em discutir sobre a Educação Financeira que está sendo implantada nas escolasdo nosso país, principalmente numa perspectiva crítica, sendo o nosso principal foco conversarmos sobre Educação Financeira, neoliberalismo e as implicações atuais na salade aula durante duas horas por semana, todas as quintas-feiras, à noite.

A *Série* foi pensada em três módulos, tendo o primeiro módulo iniciado em marçode 2022 e concluído em maio; o segundo está previsto para ser iniciado em julho e terminar em agosto e o terceiro está previsto para acontecer entre os meses de outubro a dezembro deste ano.

Em cada módulo, temos propostas diferentes, pois durante a execução do primeiro expomos as ideias gerais da pesquisa através de reflexões e debates com os participantes.Para o segundo módulo, iremos contar com a colaboração dos professores participantes, sendo estes responsáveis pela discussão de um tema envolvendo a Educação Financeira numa perspectiva crítica em cada encontro semanal. Na reta final, para o terceiro módulo,teremos a aplicação de algumas ideias debatidas ao longo desse percurso nas turmasdesses professores, com as quais fecharemos a nossa coleta de dados para esta pesquisa. Durante o primeiro módulo, debatemos oito temáticas, que foram as seguintes: 1º encontro (10/03/2022) - *O neoliberalismo na sociedade: O que é e quais as suasimplicações para as nossas vidas;* 2º encontro (17/03/2022) – *O impacto doneoliberalismo na Educação;* 3º encontro (24/03/2022) – *A formação do sujeitoneoliberal na educação;* 4º encontro (31/03/2022) – *A implantação da BNCC no contextodas políticas neoliberais;* 5º encontro (07/04/2022) – *Uma abordagem da EducaçãoFinanceira através dos gêneros textuais;* 6º encontro (28/04/2022) – *Dívida Pública econsequências para a atual situação socioeconômica do Brasil: enfoques a partir daEducação Financeira Crítica;* 7º encontro (05/05/2022) – *Atividades envolvendodiferentes temas no contexto da Educação Financeira Crítica - Parte I;* 8º encontro(12/05/2022) - *Atividades envolvendo diferentes temas no contexto da Educação*

Financeira Crítica - Parte II.

Vale salientar que todas essas discussões feitas nessa rede de conversa estão se constituindo no processo educacional e nos dados de pesquisa de tese do primeiro autor,cujo trabalho é intitulado: *Impacto de políticas neoliberais na sociedade: uma abordagem da Educação Matemática Crítica no contexto da Educação Financeira.*

O nosso interesse para esta escrita é descrever alguns momentos do que aconteceudurante o primeiro encontro, que abordou a seguinte temática: *O neoliberalismo na sociedade: o que é e quais as suas implicações para as nossas vidas?* É sobre esses pontosque discutiremos em nosso relato de experiência.

Relato da experiência

No mês de março de 2022 iniciamos a *Série Educação Financeira em Debate*, naqual se inscreveram 133 professores, distribuídos entre os seguintes estados da Federação:Acre, Ceará, Paraíba, Pernambuco, Rio de Janeiro, Rio Grande do Norte e São Paulo. Osnossos encontros aconteceram sempre às quintas-feiras, das 19h às 21h, com exceção dosferiados que tivemos nesse dia da semana, de março a maio.

Iniciamos o primeiro encontro da nossa *Série* com a seguinte temática: *O neoliberalismo na sociedade: o que é e quais as suas implicações para as nossas vidas?*

Durante esse encontro, estiveram presentes 51 participantes e o nosso intuito foi debater sobre as implicações neoliberais na sociedade, na educação e no ensino da Educação Financeira no ambiente escolar em nossa contemporaneidade.

A necessidade de falar sobre esse tema na abertura desta *Série* se deu exatamentepelas conexões que faz com o trabalho de tese do primeiro autor, cuja pergunta norteadoraé a seguinte: *De que forma os professores de Matemática podem ensinar criticamente a Educação Financeira no contexto das ideologias relativas ao neoliberalismo?*

Essa tese tem como objetivo geral: *desenvolver, a partir do estudo da Educação Financeira, a criação de um contexto propício para a discussão de ideias sobre a atuaçãodas políticas neoliberais no cotidiano a partir da análise da Educação Matemática Crítica.*

A proposta de pesquisa, incluindo os debates feitos na *Série*, critica o avanço das políticas neoliberais em nosso meio social, sendo todas as sociedades agredidas por essa doutrina, que possui seus discursos, práticas e dispositivos baseados em um só princípio:a concorrência cada vez mais feroz entre os homens (DARDOT; LAVAL, 2016).

Segundo Chomsky (2002), o neoliberalismo influencia o poder do lucro acima detudo, principalmente acima das relações interpessoais, o que tem causado grande opressão nas sociedades modernas, que tem os seus direitos civis e políticos esmagados. Assim, nesse sistema, poucos se beneficiam, pois através da concorrência há a busca excessiva pela riqueza a qualquer custo.

A ideia de pesquisar sobre os impactos do neoliberalismo na sociedade, e principalmente no meio educacional, dá-se pelo favorecimento dessas políticas ao poder hegemônico, sendo este o motivo que afeta o sistema educacional e as nossas vidas comoum todo, pois o currículo escolar obedece, na maioria das vezes, a regras impostas pelo sistema capitalista hodierno, que dita o que deve ou não ser feito.

Assim, esse currículo, quase sempre, é elaborado para uma população elitizada, não condizendo com a realidade de muitos alunos que frequentam a escola pública. É nesse debate que entram as questões envolvendo a Educação Financeira e os pressupostos da Educação Matemática Crítica, propostos por Skovsmose (2007; 2014).

Logo, a nossa *Série* foi pensada para debater sobre essas questões e durante o primeiro encontro fizemos apenas três perguntas, as quais renderam discussões amplas. As perguntas foram as seguintes: *O que é o neoliberalismo? Quais são as suas implicações para as nossas vidas? Como o neoliberalismo vem impactando a Educação?*

As duas primeiras perguntas foram feitas de forma concomitante e tivemos a participação de cinco participantes, identificados neste trabalho pela ordem cronológica das falas como P1 a P5, sendo que a letra P indica a abreviatura da palavra Participante eos números que a sucedem indicam a pessoa que falou, seguindo a ordem em que sucederam os diálogos.

Os participantes que deram respostas a essas perguntas, enfatizaram que essas duas primeiras indagações parecem óbvias, mas na verdade são complexas e, enquanto professores de Matemática, tinham muitas dúvidas sobre o que é o neoliberalismo, os seus impactos e o que isso tem a ver com os debates de Educação Financeira, conforme apresentadas nas falas abaixo:

Não são duas perguntas básicas e eu estou muito curioso para ouvir os colegas, principalmente os colegas de História. Eu tenho muitas dúvidas, pois conheço um pouco da história formal, mas não posso dizerque eu conheço como surgiu o neoliberalismo de verdade, não sei o quemotivou ao surgimento desse processo, um processo em torno do capital, em torno do capitalismo. (P1)

Essas duas perguntas são um pouco complexas, e o que eu penso, mesmo depois de tanto tempo que eu não estudo o neoliberalismo, é que eu fiquei curiosa para saber a relação do neoliberalismo com a Educação Financeira. Diante do que o amigo falou anteriormente, eu acho, ao falar em neoliberalismo, eu penso muito na questão do consumismo e do capital e aí é uma das vertentes da Educação Financeira, que envolve a questão monetária, de dinheiro, de valor. Nãoé só isso, mas um dos olhares é voltado para isso, para o dinheiro e tudoo que envolve a dinâmica da nossa vida. E aí é nesse sentido bem inicialque eu estou pensando, porque realmente, é algo que eu não tenho propriedade de falar sobre essa questão do neoliberalismo, mas é isso! (P2)

Nesses diálogos são apresentadas aproximações com o que pretendíamos ouvir dos participantes, pois falar de neoliberalismo na Educação ainda é algo que não está tãopresente nas pesquisas de Educação Matemática e muito menos é algo que os professoresda Educação Básica estão acostumados a ouvir, mesmo vivendo em função dos comandosdessa doutrina.

Nas falas é perceptível, principalmente na fala de P2, aproximações com o nossoobjeto de estudo, em que ela busca fazer aproximações entre o neoliberalismo e a Educação Financeira, mesmo sem dar uma resposta formal às perguntas que foram elaboradas.

Na sequência do debate, o participante P3 deu ênfase à definição do neoliberalismo, após ter feito uma pesquisa rápida no *Google*, falou das perspectivas de controle, pois a ideia da doutrina neoliberal é tornar os corpos dóceis ao sistema e citou um exemplo dos impactos causados pelo neoliberalismo, que é a liberdade dada ao mercado, citando o caso do controle de preço atribuído pela Petrobrás, na qual os dirigentes com uma simples canetada atribuem novos preços aos derivados do petróleo, cujo mecanismo de controle visa sempre o lucro acima de tudo.

O participante P4 deu ênfase à expansão do capital nas últimas décadas, citando que áreas como a Educação e a Saúde são as mais atacadas pelas regras dos ditames neoliberais e falou do Estado Mínimo, afirmando o seguinte:

[...] Na esteira dessa discussão, uma das ideias que os teóricos neoliberais defendem é a questão do Estado Mínimo, ou seja, o Estadodeve se ocupar o mínimo de determinados serviços na visão do capital e passar para a iniciativa privada, com aquela discussão do que é público não funciona, sendo que a mídia contribui muito com esse processo para repassar para a população a questão da privatização. [...]Essa ideia de Estado Mínimo, de repassar tudo o que for possível para a iniciativa privada é a perspectiva do neoliberalismo. (P4)

Quando o participante P4 fala de Estado Mínimo, ele está se referindo ao fato deas influências do Estado serem as mínimas possíveis na economia, pois para a ótica neoliberal, quem deve comandar este setor é o Mercado, sendo que tudo deve girar em torno dele.

Em sua abordagem final, o participante P4 também deu ênfase às condições financeiras em que vivem muitos brasileiros durante esta pandemia e aproveitou esse momento para trazer à tona a questão da Educação Financeira. Na íntegra, ele falou o seguinte:

[...] deveríamos ter uma condição financeira melhor para os brasileiros, e o que vemos, na verdade, são pessoas que não têm nem o mínimo parasobreviver. [...] Então nós temos que uma grande parcela da Educação Financeira estão nesses ditames internacionais, são eles que ditam as regras de como cada país deve se movimentar politicamente, economicamente e socialmente, então, os muitos que ficaram na misériapara poucos ficarem na riqueza é algo que está presente no mundo inteiro. (P4)

Percebe-se nessa fala um entrelaçamento entre os impactos do neoliberalismo nasociedade e sua ênfase na educação, pois o currículo que seguimos é uma cópia dos ditames internacionais. Em relação à Educação Financeira frisada nas escolas brasileiras,as suas aproximações estão voltadas para o que sugere a Organização para a Cooperaçãoe Desenvolvimento Econômico - OCDE, que afirma o seguinte:

A Educação Financeira pode ser definida como o processo pelo qual consumidores/investidores financeiros aprimoram sua compreensão sobre produtos, conceitos *e riscos financeiros e, por meio de informação, instrução e/ou aconselhamento objetivo, desenvolvem as habilidades e a confiança para se tornarem mais conscientes de riscos e oportunidades financeiras, a fazer escolhas informadas, a saber onde buscar ajuda, e a tomar outras medidas efetivas para melhorar seu bem- estar financeiro. Educação Financeira, portanto, vai além do fornecimento de informações e aconselhamento financeiro, o que deve ser regulado, como geralmente já é o caso, especialmente para a proteção de* clientes financeiros (por exemplo, consumidores em relações contratuais) (OCDE, 2005, p.5).

Essa proposta de Educação Financeira visa o seu olhar para a organização do mercado financeiro, evidenciando a formação desse mercado e os produtos disponibilizados por ele. Em outras palavras, é uma proposta interessada nofuncionamento do mercado, ou seja, é uma proposta neoliberal.

Cada vez mais essa proposta tem chegado nas escolas e foi sobre isso que frisoua participante P5, que disse ter participado de uma formação envolvendo a Educação Financeira patrocinada por um determinado Banco, que apresentava apenas as estratégiasvoltadas para o mercado, pois durante a formação não foram dadas chances para que a criticidade estivesse presente, mas apenas visava ideias de como o professor deve ensinarEducação Financeira nos espaços escolares e essas ideias estavam sempre voltadas ao funcionamento do mercado financeiro, sendo ideias como o poupar, o investir e o empreender, as mais presentes.

Na continuidade do debate, foi feita a seguinte pergunta para os participantes: *Como o neoliberalismo vem impactando a Educação?* Embora respostas para essa pergunta já tivessem sido contempladas em falas anteriores, achamos necessário frisar sobre isso, pois o neoliberalismo vem causando muitas crises em escala global, e entre elas citamos as seguintes:

> [...] a negação dos direitos básicos, dos direitos humanos, dos direitos trabalhistas, o desmonte do Estado Social, o aumento de privilégios dospoderosos, a prevalência do mercado e do lucro acima de tudo, a destruição do meio ambiente e o aumento de problemas ecológicos, o aumento da marginalização, da exclusão social e do desemprego, ataques à democracia, a incitação à competitividade, crises de ética e ameaça às várias formas de vidas, estímulo ao consumo exacerbado, entre outros malefícios que tem gerado muitas outras crises em escala planetária (SOUSA, 2021, p.4-5).

Assim, a Educação também não escapou da mira desses impactos e cada vez mais,com mais veemência, o neoliberalismo vem adentrando nas instituições escolares. Foi nointuito de ouvir dos participantes sobre esta afirmativa que a pergunta foi lançada. Ao todo, tivemos onze participantes, que decidiram expressar a sua opinião a respeito dos impactos do neoliberalismo na Educação. Entre as falas, os participantes P1, P3, P6 e P7enfatizaram sobre o modelo de Escola Cidadã Integral, que atualmente está cada vez maispresente nas Educação Estadual da Paraíba e que vem criando uma divisão entre os professores e uma maior competição entre as escolas. O participante P1 trouxe uma breveexplanação a respeito desse modelo de escola, enfatizando o seguinte diálogo:

Para quem não conhece a Escola Cidadã aqui na Paraíba, elas funcionam em tempo integral; recebem mais verbas do que outras escolas regulares; antes de se tornarem cidadãs recebem, em sua maioria, uma reforma. Em algumas, os alunos só ingressam após um processo de seleção; apresentam um grupo de funcionários colaboradores, como coordenador pedagógico e coordenador de área, coisa que as outras escolas não têm; apresentam toda uma estrutura montada para colocar os alunos em um sistema de escola integral, muitas vezes não de formação integral, mas de tempo integral; tem alguns componentes curriculares a mais e tem mais oferta. Mas o que mais me chama a atenção nas escolas integrais é o modelo de controle, pois, o professor é controlado por uma Secretaria de Educação, por colaboradores, que são fiscais que dizem o que você deve fazer, sem querer saber as características de sua turma. Como P3 falou, elas acabam sendo mais privilegiadas do que as outras, porque parece que é assim: como é posto como sendo uma ideia do governo do Estado, elesquerem dizer que essa ideia é muito boa, você tem que diminuir aquelasque não são cidadãs, o que acaba sucateando as escolas que não são integrais. (P1)

É possível observar na fala de P1 uma visão crítica sobre a atuação neoliberal nomeio educacional, pois há um controle do que o professor precisa fazer em sala de aula que é dito por terceiros, ou seja, o professor é visto apenas como um emissor de ideias e

os alunos como meros receptores, os quais – professores e alunos – devem ser obedientes a um sistema perverso, que visa resultados e não a formação integral do ser humano.

Na continuidade do debate, os demais participantes trouxeram suas ideias expondo o debate sobre a Educação Financeira, mencionando, em resumo, os seguintes tópicos:

- Nem todos os alunos apresentam características de empreendedor; (P8)
- Um aluno educado financeiramente é capaz de comportar-se melhor com o dinheiro;(P8)
- A Educação Financeira é capaz de mostrar ao aluno que dever não é errado, pois existea dívida boa e a dívida ruim; (P8)
- É preciso que os professores possam ensinar aos alunos quando é melhor contrair umadívida ou não. É preciso saber avaliar os momentos; (P9)
- Alunos com melhores condições financeiras são mais abertos para falar sobre assuntos envolvendo dinheiro; (P10)
- O grande problema da Educação Financeira é a questão comportamental e a questãocultural; (P11)
- A maior parte das pessoas ganham o seu salário para pagar conta e não fazem

investimento; (P11)

- Educação Financeira não é um só um problema da Matemática. Se for assim, a gentenão consegue chegar muito longe. (P13)

Ao longo desses pontos, é possível notar que o campo da Educação Financeira abrange diversos contextos, os quais não podem deixar de ser mencionados na sala de aula. A Educação Financeira vai além do quesito dinheiro, pois ela pode nos ajudar nos diálogos de como a sociedade está organizada, sobre a natureza das relações econômicase ajudar a refletir o quanto precisamos ser mais humanos nesse mundo dominado pelo capitalismo e pelo lucro exacerbado dos ditos "senhores do progresso".

Portanto, é com base em uma Educação Financeira crítica que a *Série* sucedeu osseus diálogos do primeiro módulo e continuará abordando nos demais módulos previstospara a continuidade desta pesquisa.

Concluímos o primeiro encontro com a certeza de que precisamos, enquanto atuantes no campo da Educação, sermos seres críticos com outros olhares para a sociedade em que estamos imersos. Não podemos apenas ensinar as teorias que competem ao nosso componente curricular, mas precisamos usar essas teorias para levar nossos alunos a se perceberem enquanto seres sociais, políticos e culturais que ocupam um determinado contexto, sendo este contexto a todo tempo, queiramos ou não, afligidos pelos impactos neoliberais.

Referências

Chomsky, N. (2002). **O lucro ou as pessoas?** Neoliberalismo e ordem global. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil.

Dardot, P., & Laval, C. (2016). **A Nova Razão do Mundo***:* Ensaio sobre a sociedade neoliberal. São Paulo: Editora Boitempo.

Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico – OCDE. (2005). **Recomendação sobre os princípios e as boas práticas de Educação e Conscientização Financeira**. (pp. 1-8). Disponível em: <https://www.oecd.org/daf/fin/financial-education/[PT]%20Recomenda%C3%A7%C3%A3o%20Princ%C3%ADpios%20de%20Educa%C3%A7%C3%A3o%20Financeira%202005%20.pdf>. Acessado em: 09 jun. 2022.

Skovsmose, O. (2007). **Educação crítica***:* incerteza, matemática, responsabilidade. Tradução de Maria Aparecida Viggiani Bicudo. São Paulo: Cortez.

Skovsmose, O. (2014). **Um convite à educação matemática crítica**. Tradução de Orlando de Andrade Figueiredo. Campinas, São Paulo: Papirus.

Sousa, I. B. (2021). Educação Matemática Crítica: abordagens entre Educação Financeira e o impacto das políticas neoliberais na contemporaneidade. In **Anais do Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática – XXV EBRAPEM** (p.1-12).Campina Grande–PB,UEPB. Disponível em: <www.even3.com.br/Anais/xxvebrapem/454568-EDUCACAO-MATEMATICA-CRITICA--ABORDAGENS-ENTRE-EDUCACAO-FINANCEIRA-E-O- IMPACTO-DAS-POLITICAS-NEOLIBERAIS-NA-CONTEM>. Acessado em:25 jun. 2022.

A formação de professores na Licenciatura em Matemática na modalidade a distância: um olhar para as pesquisas

The teachers education in the Mathematics Degree in the distance modality: a look at the investigations

La formación de profesores en la Licenciatura en Matemáticas en la modalidad a distancia: una mirada a las investigaciones

Elivelton Henrique Gonçalves[268]
Universidade Federal de Uberlândia
https://orcid.org/0000-0003-2969-9380

Sarah Mendonça de Araújo[269]
Universidade Federal de Uberlândia
https://orcid.org/0000-0001-7003-1572

Fabiana Fiorezi de Marco[270]
Universidade Federal de Uberlândia
https://orcid.org/0000-0002-7126-5626

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: 4. Formação de professores que ensinam Matemática.

Resumo

Este texto tem como objetivo apresentar um levantamento de dissertações e teses brasileiras que têm como foco de estudo a formação de professores no âmbito das Licenciaturas em Matemática na modalidade a distância. Trata-se de uma pesquisa de caráter bibliográfico, sendo que a produção de informações foi realizada a partir do acesso ao Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior nos anos de 2019 e 2020. Tal levantamento resultou na identificação de 10 pesquisas, as quais foram acessadas e analisadas mediante a leitura dos seus resumos. Dentre os aspectos que se destacaram da análise, salienta-se a necessidade de se atentar às particularidades, características e possibilidades da Educação a Distância para que seja uma modalidade que, de fato, possa contribuir com a formação e constituição do professor de Matemática. Ademais, entendemos que emerge a necessidade de propor investigações que avancem o caráter descritivo e diagnóstico da maioria das pesquisas já desenvolvidas até momento com o tema em questão.
Palavras-chave: Educação a Distância, Licenciatura em Matemática, Formação de professores, Levantamento de dissertações e teses.

Abstract

[268] eliveltonhg@hotmail.com
[269] sarahmend@hotmail.com
[270] fabiana.marco@ufu.br

This text aims to present a survey of Brazilian dissertations and theses that focus on the teachers education in the scope of Mathematics Degrees in the distance modality. This is a bibliographic research, and the production of information was carried out from access to the Catalog of Theses and Dissertations of the Coordination for the Improvement of Higher Education Personnel in the years 2019 and 2020. This survey resulted in the identification of 10 researches, which were accessed and analyzed by reading their abstracts. Among the aspects that stood out from the analysis, we emphasize the need to pay attention to the particularities, characteristics and possibilities of distance education so that it, in fact, can contribute to the formation and constitution of the mathematics teacher. Furthermore, we understand that there is a need to propose investigations that advance the descriptive and diagnostic character of most of the investigations already developed so far with the theme in question.
Keywords: Distance Education, Degree in Mathematics, Teacher Education, Survey of dissertations and theses.

Resumen

Este texto tiene como objetivo presentar un levantamiento de las disertaciones y tesis brasileñas que se centran en la formación de profesores en el ámbito de las Licenciaturas en Matemáticas en la modalidad a distancia. Esta es una investigación bibliográfica, y la producción de información se realizó a partir del acceso al Catálogo de Tesis y Disertaciones de la Coordinación para el Perfeccionamiento del Personal de Educación Superior en los años 2019 y 2020. Esta encuesta resultó en la identificación de 10 investigaciones, a los que se accedió y analizó mediante la lectura de sus resúmenes. Entre los aspectos que se destacaron del análisis, destacamos la necesidad de prestar atención a las particularidades, características y posibilidades de la educación a distancia para que, de hecho, pueda contribuir a la formación y constitución del profesor de matemáticas. Además, entendemos que existe la necesidad de proponer investigaciones que avancen en el carácter descriptivo y diagnóstico de la mayoría de las investigaciones ya desarrolladas hasta el momento con el tema en cuestión.
Palabras clave: Educación a Distancia, Licenciatura en Matemáticas, Formación del Profesorado, Levantamiento de disertaciones y tesis.

Introdução

A Educação a Distância (EaD), como uma modalidade de educação, vem nos últimos anos se destacando em nossa sociedade e, gradativamente, se consolidando no cenário educacional brasileiro. Com a (re)ordenação do campo da modalidade a distância por parte do poder público, com a criação de legislações e de mecanismos de formação, e com o emprego das tecnologias digitais como forma de comunicação e interação nos cursos, foi possível estabelecer condições favoráveis para o crescimento acelerado do ensino superior nessa modalidade educacional no Brasil, em especial na área de formação de professores (GATTI; BARRETO, 2009; ARAÚJO; GONÇALVES; MARCO, 2021).

Embora a EaD seja conhecida em nosso país ao menos desde o início do século XX, as bases legais dessa modalidade educacional foram estabelecidas no Brasil oficialmente em 1996 pelo artigo 80 da Lei nº 9.394 a qual instituiu uma nova versão das Diretrizes e Bases da

Educação Nacional (LDB). A partir desse momento, oficializou-se "[...] na política nacional a era normativa da educação a distância no país como modalidade válida e equivalente para todos os níveis de ensino. Assim, pela primeira vez, na história da legislação ordinária, o tema EaD se converte em objeto formal" (VIANNEY *et al.*, 2003, p. 18).

O artigo 80 da LDB foi regulamentado posteriormente por meio de decretos, cujo mais recente é o Decreto n° 9.057 de 2017. Tal decreto, define a EaD como

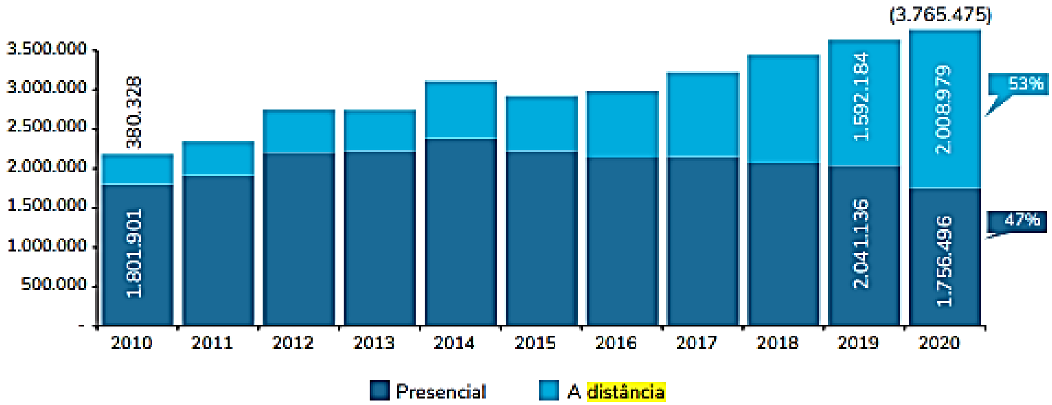
> [...] uma modalidade educacional na qual a mediação didático-pedagógica nos processos de ensino e aprendizagem ocorra com a utilização de meios e tecnologias de informação e comunicação, com pessoal qualificado, com políticas de acesso, com acompanhamento e avaliação compatíveis, e desenvolva atividades educativas por estudantes e profissionais da educação que estejam em lugares e tempos diversos (BRASIL, 2017).

A EaD, em seu movimento de evolução no decorrer da história, passou por algumas gerações, que foram caracterizadas sobretudo pelos tipos de tecnologias adotadas para o processo de comunicação e interação entre os professores e os estudantes (MILL, 2018). Se antes os cursos, a interação e a comunicação na EaD realizavam-se somente por meio da entrega de correspondência, materiais didáticos impressos, transmissão de aula via rádio e televisão, hoje se destacam a utilização de recursos computacionais e a internet, como o emprego dos Ambientes Virtuais de Aprendizagem (AVA), plataformas on-line cada vez mais interativas, bem como promovidos momentos de interação síncronos on-line via áudio e vídeo.

Com vistas a possibilitar o rompimento de barreiras espaciais e temporais, a EaD vem se ampliando de uma forma exponencial, sobretudo na formação inicial e continuada de professores (ARAÚJO; GONÇALVES; MARCO, 2021). Em relação a formação inicial, informações do Censo de Educação Superior 2020 (BRASIL, 2022) revelam que atualmente o número de ingressantes em cursos de licenciatura na modalidade a distância é significativamente crescente nos últimos anos, superando em 2020 o número de ingressantes na modalidade presencial (Figura 1).

Figura 1.

Número de ingressos em cursos de graduação por modalidade de ensino 2010-2020 (BRASIL, 2022, p. 17)



Frente a este cenário, observa-se que a formação de professores na modalidade a distância no nosso país, tem sido um campo aberto e propício às experiências idealizadas e implementadas por meio tanto de políticas e iniciativas públicas, como das instituições de ensino privado (RESENDE; VIEIRA, 2010; ARAÚJO; GONÇALVES; MARCO, 2021). No âmbito das políticas públicas, o Sistema Universidade Aberta do Brasil (UAB) se destaca como um programa relevante promotor da oferta, prioritariamente, de cursos de licenciatura na modalidade a distância. Criado oficialmente em 2006, o Sistema UAB pode ser considerado como uma das principais referências de EaD no Brasil na rede pública de ensino superior e de mecanismo de suporte ao desenvolvimento das políticas de formação de professores no país.

No que diz respeito à formação de futuros professores de Matemática em cursos de licenciatura na modalidade a distância, Freitas (2014) afirma que se trata de uma missão possível e que é necessário buscarmos estratégias e dinâmicas que envolvam o professor em serviço ou o futuro professor, permitindo que eles encontrem/formem uma identidade profissional. Todavia, continua a autora, os conteúdos matemáticos jamais podem ser negligenciados e a preocupação com as dinâmicas para abordá-los precisa ser o foco na organização das Licenciatura em Matemática na modalidade a distância e na modalidade presencial.

Registros do Sistema Universidade Aberta do Brasil – SisUAB demonstram que 51 instituições públicas já ofertaram ou estão ofertando cursos de Licenciatura em Matemática a Distância no âmbito do Sistema UAB. O Censo de Educação Superior de 2020 (BRASIL, 2022) registra a oferta de 129 cursos de Licenciatura em Matemática a distância no Brasil nos âmbitos federal, estadual, municipal e privado, totalizando 124.583 novas vagas ofertadas no referido ano, com 63.810 candidatos inscritos e 23.074 ingressos. Em relação ao número de matrículas, houve em 2020 o total de 50.751 alunos matriculados em cursos de Formação de Professores de Matemática a distância. Deste montante, 13.908 matrículas foram em Instituições Públicas de Ensino Superior e 36.843 matrículas em instituições particulares. Considerando este cenário, inferimos que um significativo contingente de professores de Matemática, será graduado por cursos ofertados a distância nos próximos anos. Isso parece evidenciar que a modalidade a distância tem um impacto relevante na formação dos profissionais (com curso de licenciatura na área da disciplina que lecionam) que atuam e/ou atuarão na Educação Básica. Tal realidade impulsiona a necessidade de cada dia mais, se destinar um olhar investigativo e compreender as condições de oferta, planejamento e execução destes cursos.

Atentos a estas questões, encontram-se em desenvolvimento duas pesquisas de Doutorado em Educação na Universidade Federal de Uberlândia, que discutem a formação de professores na Licenciatura em Matemática na modalidade a distância da referida Universidade. Como momentos iniciais de ambas as teses mencionadas, procuramos realizar um levantamento bibliográfico de pesquisas já realizadas que focalizaram suas atenções na formação de professores de Matemática na referida licenciatura. Essa empreitada se materializou neste texto, que tem como objetivo apresentar um levantamento de dissertações e teses brasileiras que têm como foco de estudo a formação de professores no âmbito das Licenciaturas em Matemática na modalidade a distância.

Conhecer e evidenciar tal panorama de pesquisas já produzidas com essa temática, mostrou-se fundamental para que, posteriormente, fosse possível pensar em encaminhamentos para as referidas teses em andamento.

Caminho metodológico

A investigação e análise aqui apresentada, realizou-se por meio de um estudo de caráter bibliográfico (BARROS; LEHFELD, 2000) e trata-se de um recorte de uma pesquisa mais ampla objetivada em um artigo científico produzido por Araújo, Gonçalves e Marco (no prelo).

Nesse artigo, os referidos autores, movidos pelo interesse de conhecer os olhares investigativos em pesquisas que tiveram como foco de estudos as Licenciaturas em Matemática na modalidade a distância, apresentaram um levantamento de teses e dissertações brasileiras que têm como cenário de estudo o referido curso e, a partir da tessitura de uma análise, destacaram temas recorrentes nas pesquisas e aqueles que ainda demandam atenção. O referido levantamento das produções foi realizado mediante o acesso ao Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES)[271],

[271] Disponível em: https://catalogodeteses.capes.gov.br/.

entre maio e junho de 2019, utilizando-se os termos "Licenciatura em Matemática a distância", "Licenciatura em Matemática na modalidade a distância" e "Matemática na modalidade a distância". A partir da organização e classificação dos estudos encontrados, os referidos autores identificaram 59 produções, defendidas entre 2004 e 2018, sendo 43 dissertações e 16 teses. Para proceder a análise de tais produções, os autores em seu artigo organizaram-nas em 10 grupos de análises. "Deparamo-nos com pesquisas onde dois ou mais temas se destacavam, no entanto, buscamos classificar pelo tema que consideramos, conforme nossa percepção, ter norteado o estudo" (ARAÚJO; GONÇALVES; MARCO, no prelo, p. 15).

Neste presente texto, recorremos a esse levantamento realizado por Araújo, Gonçalves e Marco (no prelo) e entre as 59 produções e os 10 grupos de análise, foram identificadas 10 pesquisas no grupo de análise nomeado "formação de professores" que têm, desse modo, foco na formação de professores no âmbito da Licenciatura em Matemática na modalidade a distância, sendo quatro dissertações e seis teses. Considerando que o levantamento realizado por Araújo, Gonçalves e Marco (no prelo) foi feito em maio e junho de 2019, retornamos ao Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES em dezembro de 2020 para uma nova busca empregando os mesmos termos citados anteriormente, e não identificamos novas produções que se relacionavam à temática em questão. No Quadro 1, que se segue, organizamos e apresentamos as 10 produções identificadas.

Quadro 1.

Produções acadêmicas selecionadas para análise

(Sistematização com base em Araújo, Gonçalves e Marco, no prelo)

	Tipo	Autor(a)	Título	Ano	IES
1	Tese	Diva Souza Silva	A Constituição docente em matemática à distância: entre saberes, experiências e narrativas.	2010	Universidade Federal de Minas Gerais
2	Dissertação	Miguel Fortunato Athias	Licenciatura em Matemática na modalidade de educação a distância: um desafio para a formação de professores	2010	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
3	Tese	Mara Rejane Vieira Osório	Formação De Professores na Universidade Aberta Do Brasil (UAB): discursos que governam	2010	Universidade Federal de Pelotas
4	Tese	Silvia Regina Viel	Um olhar sobre a formação de professores de matemática a distância: o caso do CEDERJ/UAB.	2011	Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho
5	Tese	Crisna Daniela	Curso de licenciatura em matemática a distância: o	2012	Pontifícia Universidade Católica do

		Krause Bierhalz	entrelaçar dos fios na (re)construção do ser professor		Rio Grande do Sul
6	Tese	Thaís Philipsen Grützmann	Os Saberes Docentes na Tutoria em Educação a Distância	2013	Universidade Federal de Pelotas
7	Dissertação	Enedina Alencar Viana	Políticas Públicas de Educação a Distância na Formação de Professores de Matemática	2013	Universidade Estadual do Ceará
8	Tese	Marcelo Kruppa Villani	Licenciatura em matemática a distância na modalidade on-line: um estudo sobre um curso da Universidade aberta do Brasil	2014	Universidade Anhanguera de São Paulo
9	Dissertação	Zélia Maria de Lima Pinheiro	O processo de formação da autoria em um curso de ciências exatas	2016	Escola Superior de Teologia
10	Dissertação	Ana Cristina Medina Pinto	Constituição da Docência no Curso de Licenciatura em Matemática à Distância da Universidade Aberta do Brasil (UAB): um itinerário formativo	2018	Universidade Federal de Pelotas

Concluída a apresentação das produções, partimos às análises mediante a leitura dos seus resumos. Cabe salientar que apresentamos a seguir, de forma sucinta, nos limites deste texto, os aspectos principais tratados em cada uma das pesquisas selecionadas. Posteriormente, foram apresentadas algumas considerações quanto ao levantamento realizado.

A formação de professores no âmbito da Licenciatura em Matemática na modalidade a distância: o que as pesquisas apontam?

Esta análise é composta por 10 investigações, das quais quatro são dissertações (ATHIAS, 2010; VIANA, 2013; PINHEIRO, 2016; PINTO, 2018) e seis são teses (SILVA, 2010; OSÓRIO, 2010; VIEL, 2011; BIERHALZ, 2012; GRÜTZMANN, 2013; VILLANI, 2014). Todas se qualificam como pesquisa com abordagem qualitativa, exceto Osório (2010), que cita a adoção de alguns elementos da perspectiva pós-estruturalista/foucaultiana em seu respectivo resumo.

A pesquisa de Silva (2010), amparada nos aportes da abordagem Histórico-Cultural e utilizando como instrumento a investigação narrativa, se dedicou a compreender a experiência de constituição docente do professor de Matemática a distância, enfocando os saberes relativos à prática docente e à formação superior em Matemática. A pesquisa conclui que a constituição docente se dá ao longo da vida, inclusive na própria experiência como aluno. Como forma de superar o distanciamento característico da modalidade a distância, os alunos envolvidos na pesquisa buscaram formar grupos de estudos e interação. A EaD foi considerada como possibilidade à constituição do professor de Matemática ao articular diferentes saberes e práticas.

O objetivo da pesquisa de Athias (2010) foi apresentar uma discussão acerca das perspectivas da formação de professores de Matemática na modalidade a distância. Os resultados demonstram a possibilidade de se realizar tal curso a distância com qualidade, e que a utilização das tecnologias e demais recursos audiovisuais vem auxiliando a superação dos problemas que surgem e são característicos da própria modalidade. Contudo, ressaltam-se dificuldades tanto para professores quanto para alunos, pois há peculiaridades na modalidade que afetam inclusive o papel de professor e de aluno.

Aproximando-se às questões relacionadas às políticas educacionais, Osório (2010) propõe a análise da influência das ações propostas pelo Sistema UAB, destinadas à formação dos professores, buscando realizar uma comparação entre o discurso oficial proposto pelo sistema e a realidade de um curso de Licenciatura em Matemática a distância. Dentre os pontos conclusivos, observa-se a influência que se tem do discurso político na direção da formação docente de professores na modalidade a distância.

Viel (2011) direcionou o olhar para a forma como estava ocorrendo a formação do professor de Matemática na licenciatura a distância, com enfoque na organização institucional e no contexto de formação. Para além dos benefícios de flexibilidade de tempo e espaço que a modalidade permite, identificaram-se pontos frágeis que deveriam ser revistos no curso, sobretudo, relacionados à interação entre os participantes do curso, ao desenvolvimento de momentos coletivos de discussão, à realização dos estágios e ao uso das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC).

Na pesquisa de Bierhalz (2012), foi verificado se, na modalidade a distância, seria possível ser construída uma nova identidade docente, ou se há um reforço de abordagens hegemônicas e tradicionais, mesmo utilizando a tecnologia. Aponta-se que a construção individual e social no curso acontece por diversos fatores e perpassa as experiências de vida, condições de trabalho, contextos históricos e sociais, e discursos sobre a docência.

Grützmann (2013) propôs uma reflexão dos saberes docentes dos tutores virtuais, visando identificar como os mesmos recontextualizam tais saberes na modalidade a distância. Como resultado da pesquisa, coloca-se que a recontextualização dos saberes docentes na prática da tutoria se dá considerando a reorganização e reestruturação do conteúdo, tipo de comunicação adotada, apresentação dos materiais atendendo às especificidades da EaD e por meio da interação e do contato entre tutor e aluno.

Viana (2013) realizou uma comparação entre a constituição da formação de docentes de Matemática a distância de duas instituições públicas de ensino do estado do Ceará. A pesquisa conclui que as políticas públicas implementadas em ambas as instituições apresentam uma sólida formação de conteúdos matemáticos, bem como uma formação pedagógica voltada para o exercício na educação básica e formação de conteúdos de áreas afins.

Villani (2014) parte da premissa de pesquisas anteriores que apontam que as legislações não garantem a qualidade da formação de Matemática nos cursos presenciais. Nesse sentido, o autor objetivou realizar um estudo de como os pressupostos da formação para a prática docente na escola básica e como o uso das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC) se dão na modalidade a distância. A análise realizada permitiu verificar que, no âmbito administrativo, há adesão aos pressupostos teóricos na organização dos programas a distância. No entanto, no âmbito pedagógico, evidenciou-se ênfase aos conhecimentos Matemáticos Superiores em detrimento aos conteúdos voltados para a educação básica, além da desconexão entre estes conteúdos. Também se destaca uma fraca abordagem e uso das TDIC no processo de ensino e aprendizagem de Matemática.

Pinheiro (2016) investigou o processo de construção da identidade e de constituição da autoria dos futuros professores mediante análise dos trabalhos de conclusão de um curso de Licenciatura em Matemática a distância. Entre os resultados do estudo, destaca-se a necessidade de investir em estratégias para desestimular a prática de plágio e para melhorias da divulgação dos trabalhos produzidos.

Pinto (2018) aborda o processo de constituição do professor de Matemática no intuito de descobrir elementos do processo formativo desenvolvido no eixo Geometria. A pesquisa apresenta indícios de que houve a constituição de uma forma de docência que permite aos mesmos exercer essa profissão.

Algumas considerações

A partir da análise das pesquisas que discutem a formação de professores no âmbito das Licenciaturas em Matemática na modalidade a distância, observamos que as investigações apontam para a necessidade: da articulação e abordagem, também, dos conteúdos da educação básica ao longo do curso, bem como para o uso de TIC nas aulas de Matemática; do estabelecimento de conexões e diálogos entre os conteúdos estudados nos cursos e o ensino na educação básica; do cuidado na organização, adoção e uso de materiais empregados com vistas a atender às especificidades da EaD; de criar e mobilizar momentos de interação e discussão coletiva entre os participantes do curso.

As pesquisas apontam para a necessidade de atentar às particularidades, características e possibilidades da EaD para que ela, de fato, possa contribuir com a formação e constituição do professor de Matemática. Para Rosa e Orey (2013, p. 34), a EaD não pode ser confundida com a simples utilização das tecnologias características da modalidade, torna-se necessário compreendê-la "[...] como uma prática educativa situada e mediatizada, uma modalidade educacional para democratizar o conhecimento". Nesse sentido, em nossa compreensão, a modalidade a distância demanda planejamento intencional, acompanhamento sistemático, levando em consideração as suas especificidades e a do público atendido, e não meras adaptações.

Entendemos que emerge a necessidade também de propor investigações que avancem o caráter descritivo e diagnóstico da maioria das pesquisas analisadas, desenvolvendo investigações que proponham possibilidades e o desenvolvimento de experiências e vivências. Isto é, consideramos a necessidade de abordagens investigativas que também proponham e desenvolvam situações que instiguem mudanças e/ou intensificações de ações no sentido de contribuir para o êxito na oferta de cursos destinados a formação de professores de Matemática na modalidade a distância.

Referências

ARAÚJO, S. M.; GONÇALVES, E. H.; MARCO, F. F. Licenciaturas em Matemática a distância: olhares investigativos (no prelo).

ARAÚJO, S. M.; GONÇALVES, E. H.; MARCO, F. F. Uma análise acerca da expansão dos cursos de formação inicial de professores na modalidade a distância. In: SIMPÓSIO ON-LINE DE EDUCAÇÃO, 2., 2021, Ipanguaçu. *Anais [...].* Ipanguaçu: IFRN, 2021. p. 442-448.

ATHIAS, M. F. *Licenciatura em Matemática na modalidade de educação a distância: um desafio para a formação de professores*. 2010. 214 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2010.

BARROS, A. J. P.; LEHFELD, N. A. S. *Fundamentos de Metodologia*: Um Guia para a Iniciação Científica. São Paulo: Makron Books, 2000.

BIERHALZ, C. D. K. *Curso de licenciatura em matemática a distância:* o entrelaçar dos fios na (re)construção do ser professor. 2012. 263 f. Tese (Doutorado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). *Censo da Educação Superior 2020*: notas estatísticas. Brasília: Inep, 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. *Decreto 9.057, de 25 de maio de 2017*. Regulamenta o artigo 80 da Lei nº9.394, de 20 de dezembro de 1996, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Brasília: MEC, 2017.

FREITAS, M. T. M. Formação de professores de Matemática: cuidados essenciais nas relações de aprendizagem em contexto EaD. *Acta Científica*, Patos de Minas, v. 6, n. 6, p.245-255, 2014.

GATTI, B. A.; BARRETO, E. S. S. *Professores do Brasil*: UNESCO, 2009.

GRUTZMANN, T. P. *Os Saberes Docentes na Tutoria em Educação a Distância.* 2013. 259 f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2013.

MILL, D. Educação a Distância. *In:* MILL, D. (Org.). *Dicionário crítico de educação e tecnologias e de educação a distância*. Campinas: Papirus, 2018. p. 198-203.

OSÓRIO, M. R. V. *Formação De Professores na Universidade Aberta Do Brasil (UAB):* discursos que governam. 2010. 192 f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2010.

PINHEIRO, Z. M. L. *O processo de formação da autoria em um curso de ciências exatas.* 2016. 82 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Teologia) - Escola Superior de Teologia, São Leopoldo, 2016.

PINTO, A. C. M. *Constituição da Docência no Curso de Licenciatura em Matemática à Distância da Universidade Aberta do Brasil (UAB):* um itinerário formativo. 2018. 181 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2018.

RESENDE, M. R.; VIEIRA, V. M. O. A formação do professor de Matemática na modalidade a distância: a aprendizagem em discussão. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 33., 2010, Caxambu. *Anais [...]*. Caxambu: ANPEd, 2010. p. 1-17.

ROSA, M.; OREY, D. C. A Etnomatemática como uma Perspectiva Metodológica para o Ambiente Virtual de Aprendizagem a Distância nos Cursos de Formação de Professores. *RBAAD*, São Paulo, v. 12, s/n, p. 27-45, 2013.

SILVA, D. S. *A Constituição docente em matemática à distância: entre saberes, experiências e narrativas.* 2010. 278 f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2010.

VIANA, E. A. *Políticas Públicas de Educação a Distância na Formação de Professores de Matemática.* 2013. 65 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Planejamento e Políticas Públicas) - Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2013.

VIANNEY, J. *et al*. A Universidade Virtual no Brasil: Os números do ensino superior a distância no país em 2002. *In:* SEMINÁRIO INTERNACIONAL SOBRE UNIVERSIDADES VIRTUAIS NA AMÉRICA LATINA E CARIBE, 2002, Quito. *Informe sobre a Universidade Virtual no Brasil [...].* Quito: UNESCO, 2003. p.1-132.

VIEL, S. R. *Um olhar sobre a formação de professores de matemática a distância:* o caso do CEDERJ/UAB. 2011. 218 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, 2011.

VILLANI, M. K. *Licenciatura em matemática a distância na modalidade on-line*: um estudo sobre um curso da Universidade aberta do Brasil. 2014. 385 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2014.

Desenvolvimento profissional do professor em Estatística: um estudo de caso

Teachers' professional development in Statistics: a case study

Desarrollo profesional del docente en Estadística: un estudio de caso

Bruna Mayara Batista Rodrigues[272]
Instituto de Educação da Universidade de Lisboa
https://orcid.org/0000-0001-5950-5896

João Pedro da Ponte[273]
Instituto de Educação da Universidade de Lisboa
https://orcid.org/0000-0001-6203-7616

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam Matemática.

Resumo

No presente trabalho, buscamos compreender o modo como um professor percepciona uma experiência formativa enquanto um processo de desenvolvimento profissional, essencialmente no que concerne às implicações desse processo no seu conhecimento didático para ensinar Estatística e na sua prática letiva após o processo formativo. Com uma abordagem qualitativa e paradigma interpretativo, o presente estudo decorre de uma formação realizada em 2018, no âmbito de uma pós-graduação lato-sensu para professores que ensinam Matemática, nomeadamente nas disciplinas de Análise de Dados I e II. Os dados discutidos nessa comunicação foram recolhidos a partir de entrevistas realizadas em três anos subsequentes à formação. Os resultados revelam o desenvolvimento de aprendizagens relativas aos conteúdos estatísticos, bem como ao seu ensino. Indicam ainda a integração das investigações estatísticas à prática letiva do professor, havendo um aprofundamento gradativo de compreensões relativas ao papel do contexto na abordagem da Estatística.
Palavras-chave: Desenvolvimento profissional; Formação de professores; Educação Estatística.

Abstract

In the present study, we aim to understand how a teacher perceives a teacher education experience as a process of professional development, essentially about the implications of this process in his didactic knowledge for teaching statistics and in his teaching practice after the teacher education process. With a qualitative approach and interpretive paradigm, the present study results from teacher education experience carried out in 2018, within the scope of a lato-sensu postgraduate course for teachers who teach mathematics, namely in the disciplines of Data Analysis I and II. The data discussed in this communication were collected from interviews carried out three years after the experience. The results show the development of learning related to statistical content, as well as its teaching. They also indicate the integration

[272] brunaa-rodrigues@hotmail.com
[273] jpponte@ie.ulisboa.pt

of statistical investigations into the teaching practice of the teacher, with a gradual deepening of understandings regarding the role of the context in the approach to statistics.
Keywords: Professional development; Teacher Education; Statistics Education.

Resumen

En el presente trabajo, buscamos comprender cómo un docente percibe una experiencia de formación como un proceso de desarrollo profesional, fundamentalmente en lo que se refiere a las implicaciones de ese proceso en su saber didáctico para la enseñanza de la Estadística y en su práctica docente después del proceso de formación. Con un enfoque cualitativo y paradigma interpretativo, el presente estudio surge de una formación realizada en 2018, en el ámbito de un curso de posgrado lato-sensu para profesores que enseñan Matemática, concretamente en las disciplinas de Análisis de Datos I y II. Los datos discutidos en esta comunicación fueron recolectados de entrevistas efectuadas en tres años después de la capacitación. Los resultados revelan el desarrollo de los aprendizajes relacionados con los contenidos estadísticos, así como su enseñanza. También indican la integración de las investigaciones estadísticas en la práctica docente del profesor, con una profundización gradual de las comprensiones sobre el papel del contexto en el abordaje de la Estadística.
Palabras clave: Desarrollo profesional; Formación de profesores; Educación Estadística.

Introdução

A necessidade de desenvolver, em um cidadão, um conjunto de competências para gerir as informações que o rodeia, faz ressaltar a importância do desenvolvimento da literacia estatística. Nesse contexto, a literacia estatística reporta-se a um conjunto de princípios, ideias, aptidões e capacidades de comunicação necessárias para que as pessoas possam tratar, com eficiência, casos que envolvam dados de cariz qualitativo e quantitativo que lhes surgem durante a vida e em situações profissionais (Martins & Ponte, 2011). Tal desenvolvimento é o objetivo final do ensino da Estatística no âmbito escolar (Franklin et al., 2005). Nesse sentido, é fundamental que a abordagem da Estatística na escola delimite as diferenças entre a natureza da Matemática e da Estatística; tendo nesta o ciclo investigativo grande protagonismo na condução das aprendizagens dos alunos.

A promoção das habilidades em Estatística deve ser apoiada por práticas letivas que valorizem uma postura ativa dos alunos, favorecendo a aprendizagem do significado dos conceitos estatísticos em vez de se limitar à reprodução de procedimentos e cálculos. Consequentemente, as especificidades que atravessam a abordagem da Estatística escolar trazem diferentes responsabilidades ao professor, essencialmente no que concerne ao seu conhecimento didático e prática letiva — elementos que podem ser aperfeiçoados através de processos eficazes de desenvolvimento profissional (Darling-Hammond, Hyler & Gardner, 2017).

Fundamentados nessa problemática, na presente comunicação buscamos compreender modo como um professor percepciona uma experiência formativa enquanto processo de desenvolvimento profissional, essencialmente no que concerne às implicações desse processo no seu conhecimento didático para ensinar Estatística e na sua prática letiva após a formação.

Enquadramento teórico

O desenvolvimento profissional compreende o professor na sua totalidade, incluindo nesse processo, aspectos afetivos, cognitivos e relacionais. Sendo um processo individual ou coletivo que contribui para o desenvolvimento da identidade profissional do professor, o desenvolvimento profissional se distingue de processos formativos que evidenciam apenas assuntos de modo compartimentado. O professor constitui um agente de mudanças no ensino, desenvolvendo conhecimentos de conteúdo e didático que subsidiam o processo de ensino e aprendizagem (Ponte, 2014). Para que os processos formativos sejam, efetivamente, espaços favoráveis ao desenvolvimento profissional do professor, é substancial que o modelo tradicional da formação do professor seja rompido, de modo a incluir elementos centrados em situações autênticas da prática letiva (Day, 2001).

Darling-Hammond, Hyler e Gardner (2017) — a partir de uma ampla revisão constituída por investigações de grande relevo — discutem o conceito de “desenvolvimento profissional eficaz”. Esse processo, para as autoras, é caracterizado por uma aprendizagem profissional estruturada, que ocasiona a ampliação de diferentes vertentes do conhecimento, bem como a transformação nas práticas dos professores. Nessa perspectiva, o desenvolvimento profissional eficaz deve articular alguns dos sete princípios: (i) é focado no conteúdo; (ii) incorpora uma aprendizagem ativa; (iii) apoia a colaboração; (iv) articula modelos de prática; (v) fornece suporte especializado; (vi) oferece feedbacks e estimula a reflexão; e (vii) possui duração sustentada.

O *foco no conteúdo*, salientado pelas autoras, está alinhado não apenas ao conteúdo em si; mas também ao currículo específico da disciplina e todas as particularidades pedagógicas que regem o seu ensino. A articulação de aspectos do conteúdo e a didática para o seu ensino propiciam o desenvolvimento do conhecimento didático dos professores em suas diferentes vertentes; mais especificamente o conhecimento da disciplina, o conhecimento dos alunos e da sua aprendizagem, o conhecimento da prática letiva e o conhecimento do currículo (Ponte & Oliveira, 2002; Santana, Ponte & Serrazina, 2020; Viseu & Menezes, 2014).

Adaptações dessa compreensão acerca do conhecimento didático têm sido concretizadas em investigações relativas à formação de professores que ensinam Estatística. O estudo desenvolvido por Rodrigues e Ponte (2022), por exemplo, revela a importância da articulação de investigações estatísticas aos processos formativos para o desenvolvimento do conhecimento estatístico e da prática letiva. As investigações, nesse sentido, incidem em situações reais e compreendem quatro processos principais: (i) formulação de perguntas; (ii) coleta de dados; (iii) análise de dados; e (iv) interpretação de resultados (Franklin et al., 2005).

A *aprendizagem ativa*, pelo seu lado, sugere o rompimento com modelos tradicionais do processo de ensino e aprendizagem que visam a simples transmissão de conhecimentos. Em contraste com cenários de formação que se assemelham a palestras, a aprendizagem ativa conecta os professores às suas práticas, especialmente quando são utilizadas situações autênticas de sala de aula (Smith, 2001; Rodrigues & Ponte, 2021). Na verdade, a aprendizagem ativa incorpora, igualmente, outros elementos como a colaboração, feedback e reflexão e o uso de modelos de aprendizagem (Darling-Hammond, Hyler & Gardner, 2017).

Tal como refere Cyrino (2021), a *colaboração* no contexto formativo promove "processos de interação entre professores, futuros professores, formadores, gestores, dentre outros agentes educacionais, e, por conseguinte, um ambiente de aprendizagem para todos os envolvidos nesses processos de interação" (Cyrino, 2021, p. 6). Consoante a autora, a colaboração nos processos formativos não deve ser imposta, mas sim construída, de modo que os professores se sintam confortáveis para compartilharem as suas dúvidas, inseguranças e diferenças. De igual modo, a colaboração pressupõe a abordagem de questões desafiadoras para os professores, ocasionando a reflexão no que respeita o seu papel no contexto escolar e social (Jaworski et al., 2017).

Os *modelos de prática* aliados aos processos formativos, na perspectiva de Darling-Hammond, Hyler e Gardner (2017), auxiliam os professores a terem uma visão mais alargada acerca do processo de ensino e aprendizagem. Os modelos podem incluir análise de vídeos de aula ou de relatos escritos, bem como a observação de aulas e a construção conjunta de unidades de ensino e planos de aula, além da análise de livros didáticos e respostas de alunos às diferentes tarefas. A utilização desses modelos tem sido referida na literatura, sobretudo no que respeita às suas potencialidades no desenvolvimento do conhecimento didático do professor que ensina Estatística (Estevam, Cyrino & Oliveira, 2017; Rodrigues & Ponte, 2021; Delgado, 2022).

Na revisão desenvolvida por Darling-Hammond, Hyler e Gardner (2017), são identificadas diferentes investigações que suscitam a importância de um *suporte especializado* *ao professor*. No âmbito de uma experiência formativa, tal papel é exercido pelos formadores; sendo eles atores críticos, responsáveis pela criação de um ambiente de ensino-aprendizagem exploratório e orquestradores de discussões coletivas (Ribeiro & Ponte, 2020). Esse apoio pode, também, incluir a realização de *feedbacks* e o incentivo à *reflexão*. Todos esses elementos devem ser geridos com uma *duração sustentada*, sendo esse mais um elemento a considerar na criação de processos de desenvolvimento profissional.

Metodologia

Com uma abordagem qualitativa, delineamos um estudo de caso interpretativo, (Ponte, 2006), visando compreender, em profundidade, como o professor Cláudio[274] — participante de uma experiência de formação para professores que ensinam Estatística — percepciona essa experiência enquanto processo de desenvolvimento profissional. A experiência de formação realizada no âmbito de um curso de pós-graduação lato-sensu, que teve o seu lugar em dois módulos de uma especialização para professores de Matemática, denominados "Análise de Dados I e II". A formação foi realizada no decorrer 10 sessões de 5 horas-aula, tendo a participação de 18 professores de Matemática.

Cláudio, participante da experiência formativa, constitui o caso desta comunicação. A escolha deste caso se deu pela observação do participante ao longo das sessões, onde se mostrou muito interessado pelos assuntos abordados e atividades propostas. No início da formação, Cláudio tinha experiência em apenas aulas particulares, estágios e aulas ministradas através do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (Pibid). O jovem professor — que havia concluído a graduação há menos de dois anos — iniciou a sua experiência como professor titular em uma escola no mesmo período da experiência de formação.

Na experiência de formação, buscou-se articular a Estatística aos aspectos didáticos do seu ensino, salientando o papel das tarefas de abordagem exploratória e das investigações estatísticas (Franklin et al., 2005); articulando ainda situações autênticas de sala de aula, como a planificação de aulas, análise de respostas de alunos às tarefas estatísticas, bem como de vídeos de excertos de aula (Smith, 2001). Destacam-se, portanto, os seguintes elementos no 'design' da formação: foco no conteúdo; mobilização de aprendizagens ativas; incentivo ao trabalho colaborativo; articulação de modelos de prática; e estímulo à postura reflexiva (Darling-Hammond, Hyler & Gardner, 2017).

Para recolha de dados, foram realizadas entrevistas semiestruturadas ao final do curso (2018) e em dois anos após a formação (2019 e 2021). A escolha pelas entrevistas após a formação justifica-se pela necessidade de perceber que elementos articulados na formação foram inseridos na prática do professor, e como a articulação desses elementos se aperfeiçoa com o passar dos anos. Essas entrevistas são alvo de uma análise focada nas perspectivas do professor acerca da experiência de formação, enquanto processo de desenvolvimento profissional. Assim, à luz das ideias apontadas por Darling-Hammond, Hyler e Gardner (2017), temos como objeto de análise as percepções do professor acerca do seu conhecimento didático e da sua prática letiva após o processo formativo.

Resultados

Conhecimento didático

Cláudio, conforme referido anteriormente, tinha uma experiência reduzida no que concerne à prática letiva. Além de experiências com aulas particulares e estágio, havia participado do Pibid; sendo a segunda experiência responsável por aprendizagens relativas às "atividades lúdicas para o ensino da Matemática" (Entrevista, 2021). Embora tenha referido a importância do Pibid na construção do conhecimento de sequências de ensino articuladas aos jogos e outras atividades lúdicas, Cláudio revela que a sua formação inicial ofereceu-lhe poucas oportunidades de reflexão acerca dos diferentes aspectos associados ao ensino, essencialmente dos conteúdos estatísticos. Fazendo uma comparação com as aprendizagens relativas à experiência de formação, refere:

Eu nunca tinha visto alguns gráficos e nem sabia como trabalhar, ou onde trabalhar. O de pontos, por exemplo... A gente tem uma visão muito geral e pensa que serve para tudo. (Entrevista, 2018)

Cláudio compreende que a sua falta de conhecimento do conteúdo estatístico teria impacto na sua prática, visto que não reconhecia as especificidades e significados dos conteúdos estatísticos. O professor afirma que, "até então, a gente [participantes da formação] não tinha muita noção de quantas coisas envolvia o tratamento de dados" (Entrevista, 2018). Refere, ainda, aprendizagens relativas ao papel da Estatística enquanto tema a ser abordado no currículo de Matemática:

O principal do ensino da Estatística, a meu ver, é quando é associado ao contexto. Às vezes o aluno olha os dados estatísticos na TV, mas não tem noção de como aquilo foi feito. Nem se o gráfico está mesmo adequado. (Entrevista, 2018)

O professor revela, a partir do processo formativo, uma compreensão do ensino da Estatística associado ao contexto onde o aluno está inserido, onde se destaca a importância de desenvolver, no aluno, a criticidade adequada para gerir diferentes informações que o rodeia. Na sua percepção, o conjunto de atividades subsidiou uma aprendizagem estruturada dos conceitos estatísticos, fazendo-o compreender que a "estatística está associada à investigação" (Entrevista, 2018).

No decorrer da primeira entrevista, o professor revela a importância da realização de projetos associados ao ciclo investigativo para subsidiar o desenvolvimento da literacia estatística dos alunos, visto que é possível realçar o papel do contexto por meio desse tipo de atividade. O professor — que não havia experimentado anteriormente atividades dessa natureza — revela que, sem as aprendizagens desenvolvidas na formação, as suas aulas relativas aos temas estatísticos se limitariam aos exercícios propostos nos livros focados, em muitos casos, na interpretação de gráficos e tabelas.

Cláudio ressalta a relevância do trabalho coletivo junto de professores com diferentes experiências de ensino, inferindo ser possível, a partir de trabalhos dessa natureza, "aprofundar [o conhecimento] sobre como ensinar, e fazer possíveis adaptações [às tarefas]". (Entrevista, 2018). Destaca ainda diferentes elementos da formação, associando-os ao seu desenvolvimento profissional:

Eu aprendi sobre os parâmetros curriculares [PCNs], como organizar os dados, como interpretar os dados de acordo com o objetivo da pesquisa... A fazer investigações. Aprendemos também sobre os recursos tecnológicos, e, também, sobre como ver o pensamento do aluno. (Entrevista, 2018).

A experiência formativa, no que lhe concerne, proporcionou diferentes aprendizagens profissionais que se conectavam. Para Cláudio, "ia uma [atividade] completando a outra" (Entrevista, 2018). A consideração pelas diferentes formas que um aluno encontra para comunicar o seu raciocínio advém, segundo o professor, da análise conjunta de vídeos de aula. Na entrevista do ano subsequente, o professor revela a importância de refletir sobre o pensamento do aluno ao realizar uma tarefa estatística, relembrando uma experiência significativa no decorrer da formação:

Um momento especial no curso foi quando eu tive de fazer um plano de aula, porque um dos pontos propostos no plano de aula foi precisar prever as respostas e raciocínios dos alunos diante da atividade. Eu não estava dando aulas, então busquei os meus primos e pedi para que eles respondessem à tarefa (…) mesmo para ter uma noção do que pensavam. (Entrevista, 2019)

Embora o professor ainda não estivesse a atuar como professor titular em uma turma no período mencionado, a busca por conhecer os processos de raciocínio de um estudante; bem como os seus erros e diferentes interpretações, o fez ampliar os seus conhecimentos no que se refere ao processo de aprendizagem dos alunos. Tal conhecimento revelou-se, para Cláudio, essencial para conceber a planificação das suas aulas, visto que passou a considerar a previsão das respostas dos alunos nesse processo.

Prática letiva

Conforme referido, Cláudio assumiu turmas como professor titular durante o processo formativo, mais especificamente no segundo semestre de 2018. Assim, a entrevista realizada em 2019 articulou aspectos relativos à formação e, igualmente, à sua presente prática letiva. Com relação aos tipos de tarefas estatísticas, o professor revela mobilizar atividades semelhantes às que experimentou no processo formativo, pelo que refere:

Eu me baseio muito nas aulas que tivemos, porque no livro não existem muitas opções (...). Eu acho que tarefas como as que foram usadas na pós-graduação podem ser adaptadas para a realidade de sala de aula, porque, assim como nós desenvolvemos muitas aprendizagens, eu acredito que eles também vão desenvolver. (Entrevista, 2019)

O relato de Cláudio evidencia uma visão crítica quanto aos materiais didáticos disponibilizados pela escola. As tarefas, que antes seriam propostas sem a reflexão sobre a sua exequibilidade diante dos objetivos centrais do ensino da Estatística, agora são avaliadas com maior profundidade pelo professor. Cláudio, assim, utiliza a sua autonomia pedagógica para propor atividades exploratórias aos seus alunos, eximindo-se da completa dependência ao livro didático. Embora seja positivo compreender que as aprendizagens podem ser concretizadas pelos seus alunos — tal como lhe ocorreu —, mostra claramente a necessidade de alicerçar as suas propostas de atividades letivas nas suas experiências anteriores.

Em diferentes momentos das suas narrativas, o professor refere o papel de tarefas abertas, essencialmente dos projetos, investigações e explorações. Cláudio associa a possibilidade de aprendizagens estatísticas mais consolidadas à execução desse tipo de tarefa, inferindo que "quando trazemos algo pronto eles só cumprem, só fazem". (Entrevista, 2019).

Ao contrastar a utilização de exercícios — cujo procedimento é evidenciado — com as atividades exploratórias, o professor refere que existe uma mudança maior no senso crítico dos alunos nesta categoria de atividade, sendo esse um elemento essencial para o desenvolvimento da literacia estatística.

Cláudio considera ter construído, a partir realização de investigações estatísticas no processo formativo, uma nova perspectiva sobre o ensino da Estatística. Na entrevista realizada em 2019, o professor narra as investigações estatísticas realizadas com os seus alunos, onde refere o envolvimento dos discentes em todo o processo. Posto que Cláudio compreende a importância do contexto na abordagem da Estatística, a investigação por ele narrada em 2019 revela uma grande preocupação em promover aprendizagens de conceitos. Declara, ainda, articular temas do interesse dos alunos para o subsídio dessas aprendizagens. Ademais, refere que a experiência formativa deu-lhe maior segurança para conduzir os seus alunos em atividades dessa natureza. Acerca do assentamento das investigações em práticas futuras, Cláudio afirma:

A minha identidade está em construção. A cada dia eu vou me conhecendo mais e mais. Acredito que a cada ano que passar eu vou conseguir reformular a minha prática em Estatística. (Cláudio, 2019)

Na entrevista realizada em 2021, o professor revela novos perspectivas relativas à abordagem da Estatística nas suas aulas. As suas aprendizagens no processo formativo aliadas aos projetos interdisciplinares desenvolvidos pela escola o fizeram articular, com maior profundidade, aspectos de cunho social às investigações estatísticas, pelo que afirma:

Atualmente eu tenho aprofundado mais, tenho buscado aprender mais os assuntos sociais. Às vezes eu nem sabia direito, mas pesquiso para trabalhar com eles em sala... Isso evoluiu bastante, porque se eu ficar ali na "receita", vai dar certo (...). Eu tenho buscado melhorar a cada ano. A gente acaba se acomodando, né... 'Esse projeto deu certo, então se eu fizer de novo vai dar certo também'. (Cláudio, 2021)

Conclusão

A aprendizagem profissional do professor — quando conduzida por contextos reais de sala aula enquadrados na abordagem do conteúdo — pode atender às diferentes necessidades dos alunos, nas suas mais variadas vertentes (Darling-Hammond, Hyler & Gardner, 2017). As perspectivas apontadas por Cláudio dialogam com essa ideia à medida que salienta a relevância da abordagem da Estatística na formação para o desenvolvimento de conhecimentos do conteúdo e do seu lugar enquanto tema a ser mobilizado no currículo escolar (Rodrigues &

Ponte, 2022). A mobilização de atividades focadas no conteúdo estatístico, assim, foi determinante para que novas ideias fossem integradas à sua prática. Na verdade, a aprendizagem ativa dos conceitos estatísticos foi fundamental para que novas perspectivas sobre o ensino da Estatística fossem concretizadas, essencialmente no que concerne à centralidade do desenvolvimento da literacia estatística no âmbito escolar (Franklin et al., 2005). Adicionalmente, os modelos de prática o fizeram compreender particularidades relativas ao ensino da Estatística, essencialmente no que diz respeito aos processos de raciocínio do aluno e às planificações adequadas para subsidiar o processo de ensino-aprendizagem (Smith, 2001). Ao contrapor as suas aprendizagens anteriores às mobilizadas na experiência formativa, Cláudio reconhece as potencialidades do rompimento de um modelo tradicional de transmissão de conhecimentos no âmbito formativo (Day, 2001).

Cláudio salienta, inicialmente, o desejo por reproduzir, nas suas turmas, as tarefas que realizou no âmbito da formação. Tal desejo emerge do reconhecimento das suas aprendizagens estatísticas, considerando que as aprendizagens por si alcançadas, também seriam concretizadas pelos seus alunos. As noções relativas às potencialidades da abordagem exploratória da Estatística, bem como da inserção das investigações estatísticas na abordagem do tema parecem ser aperfeiçoadas no decorrer dos anos. Cláudio, assim, transpõe a postura reflexiva incentivada na formação à sua prática letiva, de modo a considerar que a sua identidade profissional está em construção. A postura reflexiva é percebida, igualmente, na maneira que considera o papel das questões sociais na condução das investigações estatísticas (Rodrigues & Ponte, 2022).

O estudo de caso aqui apresentado denota as potencialidades de uma formação enquanto processo de desenvolvimento profissional do professor. A integração dos diferentes elementos indicados é percepcionada, pelo professor, como condutora de uma aprendizagem profissional focada na prática. É notório, igualmente, que as suas perspectivas acerca do ensino da Estatística são aperfeiçoadas ao longo dos anos, onde a sua autonomia pedagógica o direciona ao aprofundamento das ideias mobilizadas na formação.

Referências

Cyrino, M. C. C. T. (2021). A colaboração na formação de professores que ensinam matemática. *Sisyphus Journal of Education*, *9*(2), 6-10.

Darling-Hammond, L., Hyler, M.E., & Gardner, M. (with Espinoza, D.). (2017). Effective teacher professional development. Palo Alto, CA: Learning Policy Institute.

Day, C. (2001). *Desenvolvimento profissional de professores: os desafios da aprendizagem permanente.* Porto: Porto Editora.

Delgado, C. (2022). O Uso de Vídeos na Formação Inicial e o Desenvolvimento do Conhecimento do Conteúdo e do Ensino para Ensinar Estatística. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 36, 146-163.

Estevam, E., Cyrino, M. C. D. C. T., & Oliveira, H. (2017). Análise de vídeos de aula na promoção de reflexões sobre o ensino exploratório de Estatística em uma comunidade de professores. *Quadrante*, 26(1), 145-169.

Franklin, C., Kader, G., Mewborn, D., Moreno, J., Peck, R., Perry, M., et al. (2005*). Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE) Report.* Alexandria, VA: American Statistical Association.

Jaworski, B. et al. (2017). *Mathematics teachers working and learning through collaboration.* In G. Kaiser (Ed.), Proceedings of the 13th International Congress on Mathematical Education. ICME-13 Monographs (pp. 261-276.). Springer, Cham.

Martins, M. E. G., & Ponte, J. P. (2011). *Organização e tratamento de dados.* Lisboa: DGIDC.

Ponte, J. P. (2014). Formação do professor de Matemática: Perspectivas atuais. In J. P. Ponte (Ed.), *Práticas Profissionais dos Professores de Matemática* (pp. 343-358). Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa.

Ponte, J. P. D. (2006). Estudos de caso em educação matemática. *Bolema*, 25, 105-132.

Ponte, J. P., & Oliveira, H. (2002). Remar contra a maré: A construção do conhecimento e da identidade profissional na formação inicial. *Revista de Educação*, 145-163.

Ribeiro, A. J., & da Ponte, J. P. (2020). Um modelo teórico para organizar e compreender as oportunidades de aprendizagem de professores para ensinar matemática. *Zetetike*, *28*, 1-20.

Rodrigues, B. M. B., & da Ponte, J. P. (2021). Uso de situações autênticas de sala de aula na formação de professores que ensinam Estatística: uma experiência com o uso de vídeos de aula. *Revista Eletrônica de Educação*, 15, 1-20.

Rodrigues, B. M. B., & da Ponte, J. P. (2022). Teacher Education and Didactics Knowledge to Teach Statistics: A Case Study. *European Journal of Science and Mathematics Education*, 10(2), 225-242.

Santana, E., Ponte, J. P. D., & Serrazina, M. D. L. (2020). Conhecimento didático do professor de Matemática à luz de um processo formativo. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 34, 89-109.

Smith, M. S. (2001). Practice-based professional development for teachers of mathematics. Reston, VA: NCTM

Viseu, F., & Menezes, L. (2014). Desenvolvimento do conhecimento didático de uma futura professora de matemática do 3. ° ciclo: O confronto com a sala de aula na preparação e análise de tarefas de modelação matemática. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa,* 17(3), 347-374.

Proyecto LEARN+: una oportunidad para desarrollar el aprendizaje de las matemáticas

LEARN+ project: an opportunity to develop the learning of mathematics

Projeto LEARN+: uma oportunidade para desenvolver a aprendizagem da matemática

Renata Carvalho[275]
Associação de Professores de Matemática (APM), Portugal
https://orcid.org/ 0000-0003-3802-9346

Cláudia Lázaro[276]
Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM), España
https://orcid.org/0000-0002-5685-4262

Modalidad: comunicación
Núcleo Temático: Formación de profesores que enseñan matemáticas

Resumen

En esta comunicación se presentan el proyecto LEARN+ y modelos de formación de profesorado sobre la plataforma MILAGE LEARN+, para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, que se han llevado a cabo en Portugal y en España a través de la Associação de Professores de Matemática (APM), de Portugal y la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM) de España, instituciones asociadas del proyecto Erasmus+ LEARN+. Previamente, se describen las características principales del proyecto europeo y las de la plataforma MILAGE LEARN+ en sus dos vertientes: la aplicación del profesorado para la creación de materiales y la APP del alumnado para la realización de tareas. Por último, describimos la formación de profesores llevada a cabo en los dos países

Palabras clave: MILAGE LEARN+, aprendizaje matemático, gamificación, evaluación por pares.

Abstract

In this communication we present the LEARN+ project and the teacher training model using the MILAGE LEARN+ platform for the teaching and learning of mathematics, which have been carried out in Portugal and Spain through the Associação de Professores de Matemática (APM) of Portugal and the Spanish Federation of Societies of Teachers of Mathematics (FESPM) of Spain, partner institutions of the Erasmus+ LEARN+ project. Previously, we described the main characteristics of the European project and of the MILAGE LEARN+ platform in its two aspects: the teachers' APP to create materials and the students' APP to solve tasks. Finally, we described the teachers' training carried out in the two countries.

[275] renatacarvalho@sapo.pt
[276] lazaroclaudia@gmail.com

Keywords: MILAGE LEARN+, mathematics learning, gamification, peer assessment.

El proyecto Learn+

El proyecto *Building communities of teachers producers to implement personalized learning of Mathematics supported by machine learning and block chain to assess competences* es um proyecto Erasmus+, conocido abreviadamente como LEARN+, o Aprende Más (en español), con número de referencia 2019-1-PT01-KA201-061246, está coordinado por la Universidad de Algarve y tiene como objetivo principal crear una red europea de docentes que utilicen las tecnologías en la enseñanza de las matemáticas, en concreto, usando una plataforma específica, MILAGE LEARN+, fruto también de otra propuesta europea anterior, que ofrece itinerarios personalizados, atendiendo de este modo la diversidad en capacidades del alumno. La plataforma MILAGE LEARN+ facilita la individualización del itinerario formativo de enseñanza y aporta registros de información de resultados que ayudan a los profesores a personalizar el currículo adaptándolo a las necesidades de los estudiantes.

En este proyecto participan socios de Portugal, España, Chipre y Alemania, los cuales, en el momento de solicitud de la propuesta conjunta, se enfrentaban todos ellos a una situación común, un interés cada vez menor de los estudiantes en el aprendizaje de las matemáticas y un bajo rendimiento académico en matemáticas. El consorcio del proyecto incluye 10 organizaciones de los países citados, que se complementan. Además de la Universidad de Algarve, como institución coordinadora, cuenta con la participación de sociedades de profesores de Matemáticas de Portugal, España y Chipre, así como una sociedad alemana de profesores de Matemáticas y Ciencias. También participan centros escolares de Portugal, España, Chipre y Alemania, abarcando niveles de la Educación Primaria y de la Educación Secundaria Obligatoria, y un Centro Pedagógico alemán.

Para muchos estudiantes las matemáticas son aburridas, abstractas, carentes de creatividad, complejas y muy difíciles de entender. Sin embargo, el pensamiento matemático es una competencia que prepara a los jóvenes para la vida, contribuyendo a analizar de forma lógica y con precisión situaciones de la vida cotidiana. A través del proyecto LEARN+ se busca ayudar los estudiantes a conseguir éxito en el aprendizaje de las matemáticas, mediante el uso de la tecnología y la gamificación. Según Ekawati (2008), la integración de las TIC en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas contribuye a aumentar la motivación de los alumnos, permitiendo el aprendizaje al ritmo de cada uno. La gamificación implica el uso de la técnica y el concepto de juego en contextos diversificados fuera de los juegos (Deterding et al., 2011) y, cuando se aplica al contexto de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, puede contribuir a una mayor implicación de los estudiantes. Puede, según Alves y Texeira (2014), a través de la interacción y la colaboración, animar a los estudiantes a estudiar y reflexionar críticamente. Estos autores también señalan que la gamificación puede "explorar las cualidades cognitivas, sociales, culturales y motivacionales de los estudiantes" (p. 140).

Para conseguir estos objetivos, dentro del proyecto LEARN+ se potencia un aprendizaje de matemáticas apoyado en la creación de tareas, vídeos y en la gamificación, con un esquema que orienta tanto la autoevaluación del estudiante como la evaluación por pares, estimulando el aprendizaje autónomo y activo, si bien los problemas matemáticos planteados y resueltos se comparten a través de la plataforma con el docente, de manera que este también los supervisa.

La plataforma MILAGE LEARN+

La plataforma MILAGE LEARN+, herramienta principal del proyecto europeo LEARN+, permite ampliar el espacio de aprendizaje tradicional a entornos virtuales de aprendizaje con el fin de mantener conectados a los estudiantes, facilitando, por tanto, la implementación de un modelo mixto de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Asimismo, se incorpora la gamificación, integrando tareas asociadas a tres niveles diferentes de complejidad: inicial, medio y avanzado.

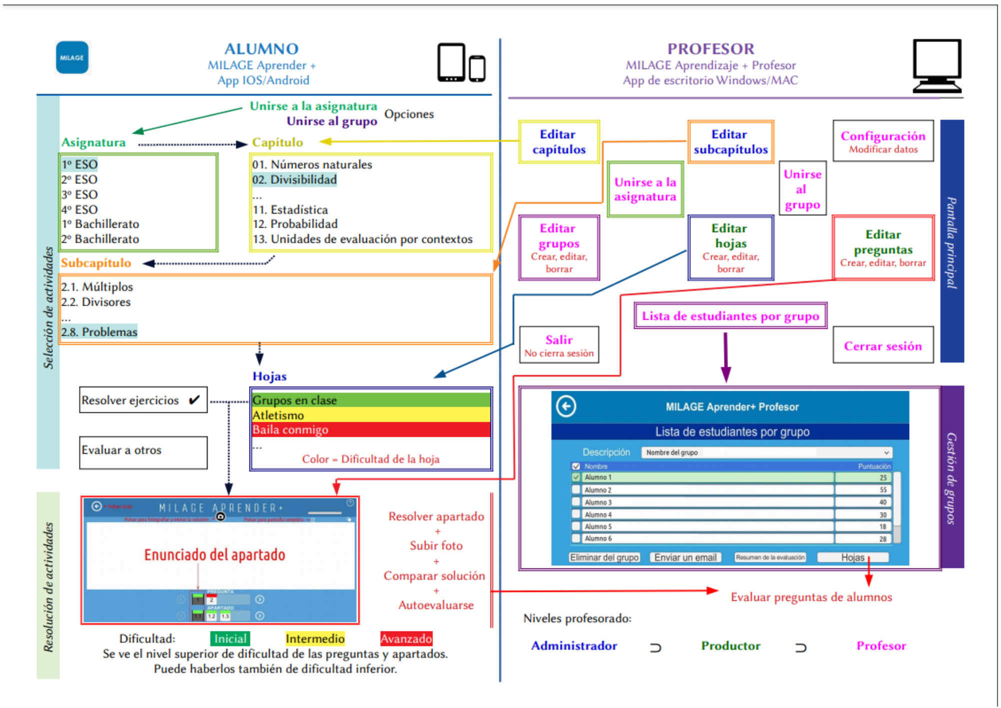
Así, se aprovecha el gran potencial de esta plataforma para contribuir a la mejora de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas incluyendo a todo el alumnado. De esta manera, se ofrecen contextos de aprendizaje centrados en el alumno. Los estudiantes con bajo rendimiento, que pueden tener dificultades para aprender el contenido tratado en clase, tienen la oportunidad de acceder a las tareas planteadas cuantas veces necesiten, aprovechando las ventajas de los dispositivos móviles. También, tendrán acceso a problemas y actividades complejas, que asimismo tienen por objetivo estimular al alumnado con alto nivel de rendimiento.

En la plataforma MILAGE LEARN+ se distinguen dos vertientes: la del profesor a través de un software específico que se instala en el ordenador y permite crear los materiales y la APP del estudiante para dispositivos móviles, como tablets o teléfonos inteligentes. En la Figura 1 se muestra un esquema resumen de la plataforma y, a continuación, se explican las dos componentes de la misma.

La plataforma MILAGE LEARN+ está en desarrollo progresivo a través de la Universidad de Algarve, de manera que se avance en la integración del *machine learning* y la certificación digital, facilitando así un aprendizaje personalizado y que el docente obtenga información acerca del progreso del aprendizaje de su alumnado. Además, se favorece la adaptación de un plan de trabajo adecuado a las necesidades específicas de cada estudiante, proporcionando diferentes itinerarios según las características que se requieran. Así, se potencia el desarrollo de habilidades propias del siglo XXI, como la creatividad, el pensamiento crítico, la colaboración, la comunicación y la autonomía.

Figura 1.

Esquema resumen de la plataforma MILAGE LEARN+



La herramienta MILAGE LEARN+ para el profesor: creación de materiales

En primer lugar, se debe descargar en el ordenador, con sistema operativo Windows, Mac o Linux, el software correspondiente, al que se puede acceder desde el sitio web http://milage.io registrándose en el mismo. Una vez descargado e instalado dicho software, se abre y aparece la siguiente pantalla (Figura 2A) para registrarse:

Figura 2.

Pantalla principal de la plataforma del profesor (A) e Pantalla para introducir las actividades en la plataforma (B)

A B

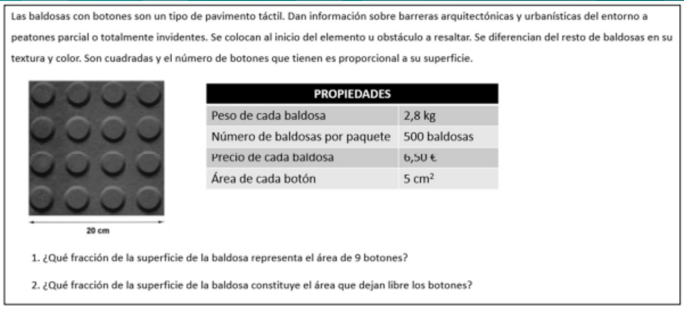
Tras registrarse y pinchando en el acceso, nos encontramos con la siguiente pantalla, que permite introducir las actividades en la plataforma (Figura 2B).

En la pantalla para introducir las actividades en la plataforma, las funciones de las pestañas que nos interesan para la creación de actividades son las siguientes:

• **Editar hojas:** da acceso al primer nivel de creación de tareas en la plataforma, es decir, la elaboración de tareas matemáticas. En primer lugar, se selecciona el nivel al que va dirigido (Asignatura), el tema al que corresponde (Capítulo) y el apartado del mismo (Subcapítulo). A continuación, se pulsa el icono circular del signo más, se selecciona el nivel de dificultad (Inicial - verde, Medio - amarillo, Avanzado - rojo) y se teclea un título para la hoja de trabajo.

• **Editar pregunta:** permite asociar los problemas a una hoja ya creada o editar los ya creados. Para crear una pregunta (problema) es necesario, primero, tener los siguientes documentos: un archivo de imagen en formato PNG con el estímulo o enunciado y sus preguntas, un vídeo explicativo de resolución por cada uno de los apartados que se planteen en el problema y otro archivo de imagen por cada uno de los apartados con su solución y las puntuaciones que se asignan a cada fase del proceso de resolución. En la Figura 3, se muestra un ejemplo de problema con los archivos PNG que contienen el enunciado y las soluciones y puntuaciones de los apartados 1 (Figura 4) y 2 (Figura 5).

Figura 3.
Ejemplo de una imagen de un enunciado a colocar en la plataforma



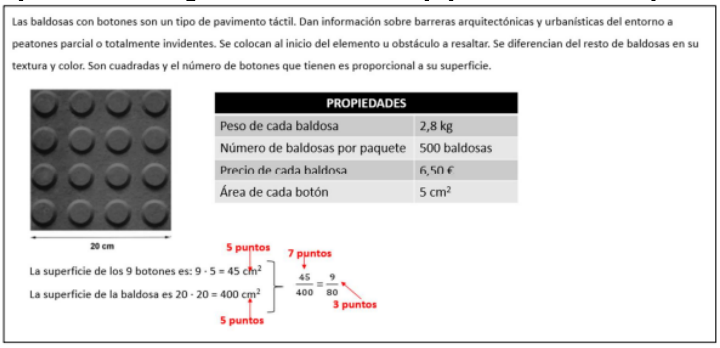
Las baldosas con botones son un tipo de pavimento táctil. Dan información sobre barreras arquitectónicas y urbanísticas del entorno a peatones parcial o totalmente invidentes. Se colocan al inicio del elemento u obstáculo a resaltar. Se diferencian del resto de baldosas en su textura y color. Son cuadradas y el número de botones que tienen es proporcional a su superficie.

PROPIEDADES	
Peso de cada baldosa	2,8 kg
Número de baldosas por paquete	500 baldosas
Precio de cada baldosa	6,50 €
Área de cada botón	5 cm²

20 cm

1. ¿Qué fracción de la superficie de la baldosa representa el área de 9 botones?
2. ¿Qué fracción de la superficie de la baldosa constituye el área que dejan libre los botones?

Figura 4.
Ejemplo de la imagen de la solución y puntuación de apartado 1



Las baldosas con botones son un tipo de pavimento táctil. Dan información sobre barreras arquitectónicas y urbanísticas del entorno a peatones parcial o totalmente invidentes. Se colocan al inicio del elemento u obstáculo a resaltar. Se diferencian del resto de baldosas en su textura y color. Son cuadradas y el número de botones que tienen es proporcional a su superficie.

PROPIEDADES	
Peso de cada baldosa	2,8 kg
Número de baldosas por paquete	500 baldosas
Precio de cada baldosa	6,50 €
Área de cada botón	5 cm²

20 cm

5 puntos

La superficie de los 9 botones es: $9 \cdot 5 = 45$ cm²

La superficie de la baldosa es $20 \cdot 20 = 400$ cm²

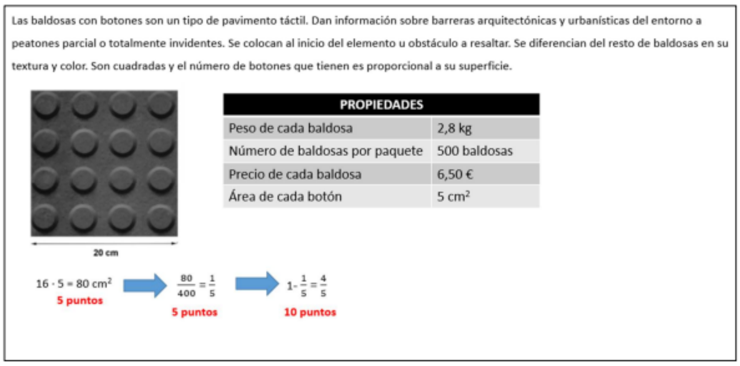
5 puntos

7 puntos

$\frac{45}{400} = \frac{9}{80}$

3 puntos

Figura 5.
Ejemplo de la imagen de la solución y puntuación de apartado 2



Las baldosas con botones son un tipo de pavimento táctil. Dan información sobre barreras arquitectónicas y urbanísticas del entorno a peatones parcial o totalmente invidentes. Se colocan al inicio del elemento u obstáculo a resaltar. Se diferencian del resto de baldosas en su textura y color. Son cuadradas y el número de botones que tienen es proporcional a su superficie.

PROPIEDADES	
Peso de cada baldosa	2,8 kg
Número de baldosas por paquete	500 baldosas
Precio de cada baldosa	6,50 €
Área de cada botón	5 cm²

20 cm

$16 \cdot 5 = 80$ cm² (5 puntos) → $\frac{80}{400} = \frac{1}{5}$ (5 puntos) → $1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$ (10 puntos)

Para que el profesor tenga acceso a todo el trabajo del alumno, éste tiene que estar inscrito en un grupo o clase y el profesor sólo tiene acceso a lo que el alumno hace dentro del grupo/clase que ha creado. El profesor tiene acceso a diversa información sobre el trabajo de los estudiantes (por ejemplo, las puntuaciones o clasificaciones de los alumnos) y puede descargar un portafolio con todo el trabajo del alumno, o elegir el periodo de tiempo en el que se realizaron las actividades. También puede comprobar y validar la autoevaluación y la evaluación de los compañeros y cambiar la puntuación si es necesario.

En la plataforma hay un chat a través del cual el profesor puede comunicarse individualmente con los alumnos o con todo el grupo.

La APP MILAGE LEARN + para el alumnado

La plataforma permite a los estudiantes hacer un registro (Figura 6) acceder a los contenidos de aprendizaje creados a través de la componente de profesorado.

La APP MILAGE LEARN+, gratuita y disponible para Android y Apple iOS, funciona como una herramienta de apoyo para los estudiantes, ya que les ofrece la oportunidad de resolver autónomamente las tareas recopiladas en hojas de trabajo. También, es una herramienta de apoyo para el profesorado pues le permite gestionar mejor el tiempo del aula; en el sentido que, el profesor ya no tiene que ofrecer las soluciones de las tareas en clase, ya que están integradas en la aplicación.

Una vez que el estudiante accede a un apartado de algún problema propuesto, trata de resolverlo en su cuaderno y cuando considera que está resuelto, hace una foto desde el dispositivo móvil, que se envía a la plataforma. Actualmente, la plataforma permite responder a preguntas de verdadero/falso, de opción múltiple, de respuesta corta o de texto y de envío de un archivo PDF. Después de enviar su respuesta, el estudiante puede acceder al vídeo de resolución y a la imagen con las puntuaciones asignadas a los distintos pasos del proceso de solución de la tarea.

Figura 6.

Pantalla principal de registro en la plataforma del estudiante

Con el fin de estimular y apoyar la implementación de las diversas actividades propuestas, el interfaz de la APP MILAGE LEARN+ incorpora elementos de gamificación. Los estudiantes reciben puntos por resolver las actividades y por evaluar la resolución de otros estudiantes. Además, la APP incluye un sistema de autoevaluación y un sistema de revisión de pares para estimular a los estudiantes a trabajar de forma independiente. Después de presentar su solución en la APP, el estudiante tiene que calificar su respuesta y calificar la respuesta de un estudiante de la clase, que te asigna aleatoriamente la plataforma. Únicamente después de la autoevaluación y la evaluación de los compañeros, el alumno tiene la puntuación completa de la resolución de una actividad.

Formación del profesorado

En el proyecto Erasmus LEARN+ se integró la formación certificada de profesores, usuarios y creadores de contenidos para la plataforma MILAGE LEARN+. Esta formación se planificó y llevó a cabo de forma diferente en Portugal y en España, como explicaremos en los siguientes apartados.

El caso de Portugal

En Portugal, la formación de los profesores se llevó a cabo mediante dos modalidades: talleres de 4 y 6 horas y cursos de 30 horas. En la modalidad de taller, los profesores realizan primero una formación de 4 horas "Aprendiendo Matemáticas con la APP MILAGE APRENDER+", donde aprenden a utilizar la plataforma como alumnos (sesión 1 de 2 horas) y como profesores (sesión 2 de 2 horas) utilizando teléfonos móviles y ordenador. Sólo aquellos que completaban esta sesión de formación de 4 horas podían asistir a la siguiente formación de 6 horas "Autores docentes: una estrategia para promover el aprendizaje de las matemáticas con la plataforma MILAGE APRENDER+", cuyo objetivo es producir contenidos para la APP MILAGE.

En la formación de 6 horas (tres sesiones de 2 horas cada una), los profesores pasan por varias fases: (1) tienen que realizar una actividad que tenga hasta cuatro preguntas y enviar a los formadores el enunciado, las resoluciones y la propuesta de puntuación de cada pregunta, para recibir *feedback* sobre el contenido didáctico y científico y el formato del texto; (2) después de recibir el *feedback*, hacen las correcciones necesarias y pasan a crear imágenes PNG de los enunciados y resoluciones y un vídeo, que envían de nuevo a los formadores para recibir *feedback* sobre los aspectos técnicos a mejorar en las imágenes y vídeos, los aspectos didácticos, científicos y lingüísticos; (3) después de recibir el *feedback*, hacen las correcciones necesarias y realizan los vídeos restantes (un vídeo explicativo para cada pregunta). La fase (1) tiene lugar después de la Sesión 1 de la formación, donde se explica cómo construir una actividad para la APP MILAGE. Las fases (2) y (3) se llevan a cabo después de la sesión 2 de formación, donde se explica cómo hacer un vídeo explicativo. En la sesión 3 de la formación, los profesores deben tener preparado todo el material elaborado para introducirlo en la plataforma (imágenes PNG del enunciado, preguntas, resoluciones con puntuaciones y un vídeo explicativo de cada pregunta). Sólo en esta sesión, los profesores acceden a los privilegios de productor y pueden crear contenidos e introducirlos en la APP MILAGE LEARN+.

Los cursos agregan la dinámica de los talleres de 4 y 6 horas. Sin embargo, en los cursos, los profesores tienen que hacer dos actividades y no sólo una, revisar el trabajo de otros profesores que están en la formación, utilizar la APP con los alumnos en el aula y compartir la experiencia. Toda la formación llevada a cabo por la Asociación de Profesores de Matemáticas (APM) en Portugal en el marco del proyecto LEARN+ se preparó e implementó con el objetivo de acompañar y apoyar a los profesores en el uso y creación de contenidos para la APP MILAGE, por lo que cada taller o curso ha tenido una duración de unos 3 meses. Durante el proyecto LEARN+ (2019/2022), APM ha apoyado y certificado a más de 1100 profesores.

El caso de España

En España, durante los tres años del proyecto LEARN+ se han realizado cuatro cursos de 30 horas cada uno. Estos cursos han sido organizados por la FESPM y han contado con el reconocimiento del Ministerio de Educación y Formación Profesional. Todos se han hecho a distancia, a través de la plataforma Moodle de la FESPM. A partir de la segunda edición, se ofrecieron sesiones en *streaming* de los tutores con los participantes, no tanto para explicar acerca del funcionamiento de la plataforma MILAGE LEARN+ como para difundir el proyecto LEARN+ y dar a conocer la experiencia del centro asociado sobre su incorporación de la plataforma MILAGE LEARN+ a la práctica docente, el IES Jesús de Monasterio, así como para hacer más cercano el apoyo de los tutores a los participantes. En la práctica, el principal apoyo se llevó a cabo a través de las respuestas a las consultas en los foros y la evaluación de las tareas del curso con el *feedback* requerido.

A diferencia de Portugal, en España, la plataforma MILAGE LEARN+ no incluía en el inicio del proyecto LEARN+ tareas ni hojas de trabajo que cubriesen los contenidos de la enseñanza obligatoria, por lo que las dos primeras ediciones de los cursos se centraron más en la parte de la APP del profesor como productor de recursos en la plataforma. Además, en la

FESPM se optó por un modelo de matemáticas en contexto para la Educación Secundaria Obligatoria. Por tanto, las hojas de trabajo con tareas debían ir en esta línea, que sigue, en cierto modo, el modelo PISA en las unidades de evaluación de competencia matemática, presentando un estímulo y preguntas de diferentes bloques de contenidos matemáticos. A partir de la segunda edición del curso se introdujo un tema en el curso sobre propuestas de aula con materiales de la plataforma MILAGE LEARN+, para potenciar su uso. En la última edición se vio necesario que los docentes empezasen conociendo antes la APP del alumno y, después, la vertiente de la plataforma de creación de recursos para el profesorado, quedando la siguiente estructura de temas tratados en la formación: 1) Realización de actividades en la plataforma MILAGE LEARN+ (APP del alumno); 2) Actividades para el desarrollo de la competencia matemática; 3) Recursos para la creación de vídeos educativos; 4) Creación de tareas en la plataforma MILAGE LEARN+ (módulo del profesor) y 5) Propuesta de aula con tareas de la plataforma MILAGE LEARN+. Cada tema estaba valorado en 6 horas de duración, incluyendo el trabajo de las actividades a presentar en cada uno. En total, la formación de la FESPM ha sido seguida por 235 profesores en los cuatro cursos ofertados.

Consideraciones finales

El proyecto LERAN+ es un proyecto Erasmus+ financiado con fondos europeos en el que participan Portugal, España, Chipre y Alemania. Este proyecto pretende crear una red europea de profesores que utilizan la tecnología en la enseñanza de las matemáticas, concretamente a través de la plataforma MILAGE LEARN+. Esta plataforma incluye dos aplicaciones: una para los profesores que permite la introducción de materiales y la gestión de las clases y del trabajo de los alumnos y otra para los alumnos con propuestas de tareas creadas por los profesores donde los alumnos pueden resolver y presentar sus resoluciones. La aplicación para estudiantes tiene un aspecto de gamificación, ya que el alumno gana puntos si realiza tareas y evalúa sus resoluciones y las de sus compañeros. Esta plataforma desarrolla la autonomía de los estudiantes y facilita la creación de itinerarios de aprendizaje de matemáticas individualizados, en los que los estudiantes pueden elegir las tareas según su grado de dificultad.

En el marco del proyecto LEARN+, se celebraron varios cursos de formación de profesores en Portugal y España para presentar las funcionalidades de la plataforma MILAGE LEARN+, animar a los profesores a elaborar materiales y utilizar la APP con sus alumnos. Los profesores de Portugal y España se adhirieron de forma diferente a la formación y a esta plataforma, y en Portugal la aceptación fue mayor que en España. Sin embargo, hay que tener en cuenta que la plataforma MILAGE LEARN+ funciona en Portugal desde 2016, y que España no se incorporó hasta 2019 y que, dada la situación de pandemia en 2020 y 2021, su uso fue apoyado por el Ministerio de Educación portugués, lo que llevó a más profesores a participar en la formación.

Agradecimiento

Comunicación en el marco del Proyecto LEARN+, financiado con fondos europeos a través del Programa Erasmus+ (número de referencia 2019-1-PT01-KA201-061246).

Referencias

Alves, M. M., & Teixeira, O. (2014). Gamificação e objetos de aprendizagem: contribuições da gamificação para o design de objetos de aprendizagem. FADEL, LM, et al. Gamificação na Educação. São Paulo: Pimenta Cultural, p. 122-142.

Deterding, S., Dixon, S., Khaled R., & Nacke L. (2011). From Game Design Elements to Gamefulness: Defining "Gamification". *MindTrek'11*. http://creativegames.org.uk/modules/Gamification/Deterding_Dixon%20etal_Gamification-2011.pdf

Ekawati, E. (2008). Pembelajaran Matematika Berbatuan ICT dalam Meningkatkan Kemampuan Kognitif dan Kemampuan Afektif Siswa. Jurnal Pendidikan Matematika. PPPPTK Matematika.

A formação inicial de professores de Matemática em uma perspectiva inclusiva a partir de investigações brasileiras

The initial teacher education of Mathematics teachers in an inclusive perspective from Brazilian investigations

La formación inicial de profesores de Matemática en una perspectiva inclusiva a partir de investigaciones brasileñas

Fábio Alexandre Borges[277]
Universidade Estadual do Paraná
https://orcid.org/0000-0003-0337-6807

Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino[278]
Universidade Estadual de Londrina
https://orcid.org/0000-0003-4276-8395

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam Matemática

Resumo

Com o presente texto, discute-se que aspectos vêm sendo destacados em investigações acerca da formação inicial de professores de Matemática para o ensino de estudantes com deficiência em uma perspectiva inclusiva. Para tal, a produção de dados partiu de uma pesquisa do tipo bibliográfica em periódicos científicos brasileiros, com artigos que discutissem a formação inicial de professores de Matemática em uma perspectiva inclusiva. Para a análise dos dados optou-se pela definição de temas emergentes a partir dos resultados destacados pelos autores nos resumos das respectivas pesquisas. Como resultado, tem-se os seguintes temas emergentes: 1) O isolamento da temática da inclusão nos percursos de formação inicial de professores de Matemática; 2) Valorização de atividades práticas e da diversificação de recursos didáticos manipuláveis na formação para a inclusão. Conclui-se, dentre outras considerações, acerca da necessidade de transversalização do tema inclusão em diferentes componentes curriculares, com a valorização de atividades práticas para e com estudantes com deficiência.
Palavras-chave: Formação inicial, Inclusão educacional, Licenciatura em Matemática.

Abstract

The present text discusses which aspects have been highlighted in investigations about the initial teacher education of mathematics teachers for teaching students with disabilities in an inclusive perspective. To this end, the production of data started from a bibliographic research in Brazilian scientific journals, with articles that discussed the initial teacher education of mathematics teachers in an inclusive perspective. For data analysis, we chose to define emerging themes based on the results highlighted by the authors in the summaries of the respective researches. As a result, the following themes emerge: 1) The isolation of the theme of inclusion in the initial teacher education paths of mathematics teachers; 2) Valuing practical activities and the diversification of didactic resources that can be manipulated in teacher

[277] fabioborges.mga@hotmail.com
[278] marciacyrino@uel.br

education for inclusion. It is concluded, among other considerations, about the need to mainstream the theme of inclusion in different curricular components, with the appreciation of practical activities for and with students with disabilities.
Keywords: Initial teacher education, Educational inclusion, Degree in Mathematics.

Resumen

El presente texto discute qué aspectos han sido destacados en las investigaciones sobre la formación inicial de profesores de matemáticas para la enseñanza de estudiantes con discapacidad en una perspectiva inclusiva. Para ello, la producción de datos partió de una investigación bibliográfica en revistas científicas brasileñas, con artículos que discutían la formación inicial de profesores de matemáticas en una perspectiva inclusiva. Para el análisis de datos, optamos por definir temas emergentes con base en los resultados destacados por los autores en los resúmenes de las respectivas investigaciones. Como resultado, emergen los siguientes temas: 1) El aislamiento del tema de la inclusión en los caminos de formación inicial de los profesores de matemáticas; 2) Valorar las actividades prácticas y la diversificación de recursos didácticos manipulables en la formación para la inclusión. Se concluye, entre otras consideraciones, sobre la necesidad de transversalizar el tema de la inclusión en los diferentes componentes curriculares, con la valorización de actividades prácticas para y con estudiantes con discapacidad.
Palabras clave: Formación inicial, Inserción educativa, Licenciatura en Matemáticas.

Introdução

O direito à escolarização de todas as pessoas em uma perspectiva inclusiva vem tensionando os diferentes níveis e modalidades de ensino a repensarem suas organizações, infraestruturas, currículos, atitudes pessoais, formações, atuações docentes etc. No caso do presente texto, nosso foco está na formação inicial de professores de matemática para a inclusão, sendo que nossa opção para tal discussão foi olhar para as produções científicas brasileiras e, a partir de uma proposta de releitura, analisar *que aspectos vêm sendo destacados em investigações acerca da formação inicial de professores de Matemática para o ensino de estudantes com deficiência em uma perspectiva inclusiva*. Para isso, há que se antecipar a nossa concepção de deficiência e de inclusão, que são os "óculos" com os quais analisamos os textos.

O conceito de inclusão educacional adotado na presente investigação pressupõe que todos os sujeitos têm direito ao acesso e à permanência nas escolas e nas universidades, ou seja, não somente o direito a estarem presentes, mas a aprenderem (RODRIGUES, 2006). Nossa ideia de inclusão se pauta no princípio da equidade, ou seja, devemos disponibilizar ferramentas e alternativas diferentes para aqueles que precisam e, sempre que possível, compartilhar as mesmas tarefas com todos, ainda que por caminhos diferentes e necessários que atendam às suas singularidades.

Com relação à nossa concepção de deficiência, amparamo-nos no que autores como Diniz, Barbosa e Santos (2009) tem denominado de Modelo Social. Nesse sentido, a deficiência não pode ser entendida isoladamente como uma condição individual, mas sempre em relação ao contexto social, ou seja, as limitações são impostas pelas condições contextuais, que são culturais, históricas etc., e não naturais das pessoas com corpos deficientes (DINIZ; BARBOSA; SANTOS, 2009, p. 65). Tal concepção se opõe a um modelo médico, que concebe o corpo deficiente pelas suas limitações, sempre em consonância com a ideia de uma normativa corporal, de um corpo padrão e aceitável. Não se trata, entretanto, de negar os conhecimentos médicos e suas contribuições, mas, sim, de entender que o foco nas potencialidades dos estudantes é muito mais auspicioso na promoção de aprendizagem do que suas limitações.

Ao focarmos na formação para a inclusão em cursos de licenciatura em Matemática, colocamo-nos diante de uma situação ainda mais complexa, pois, não podemos perder de vista o fato de que a própria Matemática escolar se constrói histórica e culturalmente como excludente. Ou seja, falar em formação para a inclusão em cursos de licenciatura em Matemática requer rever questões mais complexas, muitas delas arraigadas na estrutura geral dos cursos, no corpo docente (formadores), nos currículos, nos sistemas de avaliação da aprendizagem etc.

Neste texto, buscamos respostas para nosso objetivo geral a partir de uma pesquisa bibliográfica. Como tal, optamos por apresentar aspectos teóricos no decorrer da discussão se apresenta concomitantemente à análise dos dados.

Percurso metodológico

Esta investigação é caracterizada como do tipo bibliográfica. Gil (2002) destaca que, embora toda pesquisa exija o ato de buscar referenciais teóricos que contribuam com as etapas da investigação, em algumas delas o desenvolvimento se dá exclusivamente a partir de fontes bibliográficas. Quanto à relevância e pertinência desse tipo de pesquisa, concordamos com Feldens (1981), para quem "[...] a revisão da literatura pode ser considerada como uma pequena contribuição para a construção de uma teoria em determinada área [...]".

Para a produção dos dados, foram considerados os periódicos científicos online, de acesso gratuito e alocados em instituições brasileiras, cujos extratos Qualis Capes no triênio 2013/2016 fosse A1, A2 ou B1 nas áreas de Ensino ou de Educação. De posse da lista de periódicos, em cada um deles, procedemos à busca por artigos científicos. O critério de escolha foi que esses textos tivessem em seus títulos as palavras "Inclusão" ou "Inclusiva" e que tivessem sido publicados no período de 2009 a 2022 (pesquisa realizada nos sites entre 29 e 30 de junho de 2022). De uma lista inicial de 217 artigos, envolvendo 82 periódicos, procedemos à leitura dos títulos e, quando necessário, dos resumos, para excluir trabalhos que não tivessem a formação inicial de professores de Matemática em uma perspectiva inclusiva como foco. Por fim, todas as pesquisas teriam que ter sido realizadas com foco no contexto brasileiro, bem como enfocar a inclusão de pessoas com deficiência. Com isso, nosso *corpus* de investigação resultou em 14 textos, publicados em 12 periódicos, quais sejam: Vilela-Ribeiro e Benite (2011a); Vilela-Ribeiro e Benite (2011b); Figueroa *et al.* (2011); Vilela-Ribeiro e Benite (2013); Torisu e Silva (2016); Silva, Mamcasz-Viginheski e Shimazaki (2018); Kaleff (2018); Ferreira, Nunes e Martins (2018); Cintra (2018); Rodrigues (2018); Peixoto, Fernandes e Almeida (2020); Araújo e Bazante (2020); Fronza *et al.* (2021); e Leal *et al.* (2021).

Já para a análise dos dados, optamos por elencar todos os resultados dessas pesquisas, especificamente aqueles destacados nos resumos, já que esses resultados são elementos exigidos para essa parte do texto. Justificamos nossa escolha pelos resultados do resumo por entendermos que, ali, é o local do texto onde os autores precisam apresentar em uma frase ou duas o que, segundo eles, resume como principais aspectos conclusivos de suas pesquisas, e isso nos possibilita pensar, então, na criação de temas.

De posse dos 14 resultados de pesquisa, passamos a um agrupamento por temas que fossem convergentes a, no mínimo, metade dos textos (7). Como não tínhamos temas *a priori*, denominamo-los de Temas Emergentes. Chegamos, então, em dois temas, os quais são debatidos na sequência.

O isolamento da temática da inclusão nos percursos de formação inicial de professores de Matemática

Em investigação anterior, caracterizada como uma análise documental de projetos pedagógicos de cursos superiores de Licenciatura em Matemática paranaenses (BORGES; CYRINO; NOGUEIRA, 2020), identificamos que a temática inclusão não se dava de maneira transversalizada, mas, sim, isolada em poucas disciplinas ou dependente de atividades extracurriculares. Tal característica, neste texto, também se estende para os resultados apresentados pelas pesquisas aqui abordadas, na medida em que, a partir de nossa leitura, nota-se um isolamento das discussões acerca da formação docente em uma perspectiva inclusiva, que também depende, tanto de momentos extracurriculares, ou sequer chega a ser abordada. Para a emergência do presente tema, foram considerados sete trabalhos: Vilela-Ribeiro e Benite (2011a, 2011b); Figueroa *et al*. (2011); Ferreira, Nunes e Martins (2018); Cintra (2018); Peixoto, Fernandes e Almeida (2020); e Leal *et al.* (2021). Discutimos o tema a seguir com alguns deles, considerando a limitação de páginas permitida para o evento.

Figueroa *et al*. (2011), Peixoto, Fernandes e Almeida (2020), Cintra (2018) e Ferreira, Nunes e Martins (2018) trazem pesquisas que nos levam a pensar que, se por um lado ainda dependemos em certa medida de atividades extracurriculares para a discussão acerca da inclusão nos cursos de formação de professores em Matemática, por outro, destaca-se a pertinência desses “outros momentos” para as formações, o que acaba por se considerar como um privilégio para os participantes. Entendemos que ações que são realizadas isoladamente, por alguns poucos professores mais engajados com a temática da inclusão, podem se constituir como um pontapé inicial para o futuro engajamento de mais pessoas, e, consequentemente, um maior reflexo nos currículos formativos.

Figueroa *et al*. (2011), Peixoto, Fernandes e Almeida (2020) e Cintra (2018) trazem em comum pesquisas que foram realizadas no âmbito do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID). Tal programa não é obrigatório a todos os graduandos, é opcional para aqueles que dispõem de tempo para participar, em períodos diferentes daqueles das aulas nas universidades. Como característica fundamental, futuros professores convivem com professores e estudantes da Educação Básica, as escolas parceiras. Nesses ambientes, são pensadas ações que articulam a formação inicial e a continuada, no desenvolvimento de práticas pedagógicas. E, entendendo a diversidade comum de nossas escolas, inevitavelmente os professores que atuam na coordenação do PIBID são tensionados a pensar em estratégias para todos, inclusive estudantes com deficiência, que frequentam as salas de aula. Mas, que aspectos são destacados nessas pesquisas e que poderiam contribuir com as formações iniciais, nas atividades curricularizadas?

Figueroa *et al.* (2011) relatam uma experiência desenvolvida no PIBID com a elaboração de tarefas e recursos didáticos para o ensino de Matemática para um estudante com deficiência visual. Em relação às aprendizagens dos licenciandos envolvidos, esses “[...] tiveram a oportunidade de utilizar uma metodologia de ensino inclusiva, aprender a escrita Braille, o uso do Soroban [...] recursos essenciais para a prática pedagógica em sala de aula” (p.52). Os autores destacam a possibilidade de parcerias entre professores que atuam em serviços da Educação Especial nas escolas e os professores formadores das universidades, já que, os primeiros podem compartilhar saberes fundamentais e que, na maioria das vezes, não são discutidos nos cursos de licenciatura.

Peixoto, Fernandes e Almeida (2020) enfocam um projeto de PIBID interdisciplinar (com as licenciaturas em Matemática, Letras e Pedagogia). No projeto, os futuros professores foram envolvidos em ações de planejamento pedagógico, grupos de estudos e intervenções pedagógicas em sala de aula, sempre destacando a perspectiva da educação inclusiva. Nas palavras das autoras, o PIBID "[...] veio ocupar uma lacuna nas licenciaturas referidas, considerando que essas ainda não contemplam, a fundo, essa temática [inclusão]" (p.122). Os envolvidos em projetos como esse acabam por se tornar "multiplicadores" dentro das universidades, ao levarem as discussões para outros licenciandos e professores que não estão envolvidos em projetos como o PIBID. Da experiência e de nossa leitura, destacamos como contribuições para se pensar a formação inicial: a importância de experiências que aproximem futuros professores com estudantes apoiados pela Educação Especial, em situações de ensino e de aprendizagem; a necessidade de articulação entre discussões teóricas e práticas acerca dessa temática; e a necessidade de se repensar os projetos pedagógicos dos cursos de formação inicial, com a possibilidade de escuta de experiências como essa, vivenciadas fora da universidade e já em um futuro ambiente de atuação profissional, a escola.

Já Ferreira, Nunes e Martins (2018) destacam resultados de um projeto de extensão acerca da temática da Educação Matemática Inclusiva, pensando especificamente em estudantes com deficiência visual, com a participação, dentre outros cursistas, de estudantes de um curso de licenciatura em Matemática. Para se pensar as licenciaturas, essa pesquisa aponta as possibilidades advindas de projetos que articulem o ensino, a pesquisa e a extensão, como promissoras para o debate acerca da educação inclusiva. E isso torna, segundo os autores, a extensão universitária como um espaço privilegiado.

Por fim, três dos trabalhos refletem acerca de uma ausência ou insuficiência do debate acerca da inclusão nos cursos de formação inicial de professores em Matemática: Vilela-Ribeiro e Benite (2011b), Vilela-Ribeiro e Benite (2011a) e Leal *et al.* (2021). Vilela-Ribeiro e Benite (2011a), em uma pesquisa em uma instituição de Ensino Superior do estado de Goiás acerca dos projetos pedagógicos dos cursos de Biologia, Física, Matemática e Química, destacam não terem encontrado "[...] nenhum tipo de referência à formação para diversidade, assim como nenhuma disciplina ou referência bibliográfica que trate do assunto" (p.239). Os mesmos autores, em outro texto (2011b) com o qual apresentam resultados de entrevistas com professores formadores, apontam que, diante da ausência de discussões acerca da inclusão e da diversidade já na formação inicial, a contribuição formativa maior acaba por vir de programas de pós-graduação em nível de mestrado e doutorado, dos quais esses formadores participaram. Diante da ausência de maiores discussões, os mesmos entrevistados não se sentem preparados para abordar a temática da inclusão na formação inicial com seus estudantes. Em Leal *et al.* (2021), enquanto os autores buscaram investigar as influências que a disciplina de Libras promove nos saberes docentes de futuros professores, destacam, dentre outros aspectos, o fato de que essa seria a única disciplina de caráter obrigatório nos cursos de formação docente.

Enfim, falamos aqui do isolamento da temática inclusão na formação inicial de professores. Para além desses textos, a discussão pode vir também de pesquisas de iniciação científica, de trabalhos de conclusão de curso, dos estágios supervisionados obrigatórios etc. Ao mesmo tempo, vemos nos textos aspectos que poderiam ser aproveitados desses momentos isolados e levados para todos os licenciandos.

Valorização de atividades práticas e da diversificação de recursos didáticos manipuláveis na formação para a inclusão

Nos textos analisados, emergiu um tema a partir da identificação de uma diversificação de atividades e focos de pesquisa tendo como centro a prática docente associada ao uso de recursos didáticos. Práticas docentes aqui são entendidas como situações que ocorrem ou no âmbito profissional de atuação do professor em sala de aula, ou na elaboração/reflexão em torno de tarefas e atividades a serem nela trabalhadas. Dos 14 textos que compõem nosso *corpus* de pesquisa, oito deles trazem compõem este tema: Fronza *et al.* (2021); Araújo e Bazante (2020), Rodrigues (2018), Ferreira, Nunes e Martins (2018), Kaleff (2018), Silva, Mamcasz-Viginheski e Shimazaki (2018), Torisu e Silva (2016), Figueroa *et al.* (2011). Seguem alguns destaques.

Em Fronza *et al.* (2021), licenciandos em Matemática se envolveram com o planejamento, elaboração e aplicação de uma proposta de ensino em uma perspectiva inclusiva para uma turma do Ensino Fundamental, tendo o material “Balança de Equações” como seu apoio principal. Aqui, tanto a experiência prática em sala de aula quanto o recurso didático foram aspectos centrais da pesquisa, cuja aplicação fazia parte de uma disciplina curricular do curso de graduação. Os autores destacam nos resultados que o trabalho em grupo dos estudantes favoreceu a inclusão de todos em torno de uma mesma tarefa, “[...] transformando as individualidades em oportunidades de aprendizado, não só do conteúdo matemático, mas de valores sociais” (p.67). Os autores destacaram também a importância de que tais atividades sejam vivenciadas na prática de sala de aula, para que se oportunize aos futuros docentes, dentre outras questões, valorizar o tempo de cada estudante e o conhecimento de suas necessidades individuais.

Araújo e Bazante (2020) alertam para a importância de que nossos cursos de formação inicial insiram em diferentes disciplinas a discussão acerca do que precisamos conhecer e como podemos proceder para a atuação docente com estudantes apoiados pela Educação Especial (no caso específico dessa pesquisa, estudantes com discalculia). Uma alternativa, de acordo com as autoras, seria pensar nessa discussão em componentes curriculares formativas de cunho educacional (como os estágios, em políticas etc.).

Em entrevista com licenciandos de cursos de Física, Química, Matemática e Biologia de uma universidade federal brasileira, Rodrigues (2018) investigou a percepção desses estudantes acerca dos conhecimentos teóricos e práticos em seus cursos de formação inicial. Segundo a autora, há uma necessidade de mudança nas matrizes curriculares das universidades quando se pensa em uma perspectiva inclusiva, pensando em disciplinas que favoreçam, dentre outros aspectos, "[...] a construção de experiências interdisciplinares; atividades relacionadas às diferentes práticas de ensino [...]" (p.1457), pautando tais cursos, em nível de licenciatura, no que a autora denominou de "racionalidade prática" (p.1457).

Ferreira, Nunes e Martins (2018) vislumbram em ações extensionistas um potencial para que se desenvolvam "[...] saberes pedagógicos voltados para uma prática pedagógica inclusiva" (p. 880). Para as autoras, há que se promover uma maior articulação com os futuros ambientes de atuação dos licenciandos (a escola) para se favorecer uma atuação em uma perspectiva inclusiva, sendo que, nesse sentido, nossos cursos de formação ainda estariam distantes desse objetivo. As autoras apresentam uma proposta de projeto de ensino, pesquisa e extensão, com o envolvimento de diferentes participantes, tanto da escola quanto da universidade, com o foco nas características e necessidades de estudantes cegos. Segundo elas, há uma "[...] necessidade de um saber específico produzido no interior da prática docente" (p.897).

A professora Kaleff (2018) destaca o papel dos laboratórios de ensino nas formações de professores de Matemática como de grande potencial para a vivência de "práticas ativas" (p.863). Nessa vivência, ampliam-se as vantagens quando os futuros professores são envolvidos também no desenvolvimento e construção de recursos didáticos voltados para a prática docente profissional.

A maneira como Silva, Mamcasz-Viginheski e Shimazaki (2018) abordaram a aproximação de acadêmicos de Matemática com a prática docente em sala de aula foi envolvendo-os na realização de entrevistas com professores que atuavam em serviços da Educação Especial, como atividade de uma disciplina da licenciatura. Para as autoras, é necessária na formação inicial a discussão em torno de conhecimentos sobre as características individuais dos estudantes com deficiência, de suas necessidades, bem como os recursos necessários e possíveis para a atuação docente (p.10).

Entendemos que a valorização de aspectos visuais e manipulativos são coerentes com características e necessidades destacadas para estudantes surdos, cegos, autistas etc. E nesse sentido, era de se esperar que as pesquisas trouxessem tais aspectos como destaque. Entretanto, enfatizamos que não basta o uso de recursos, por mais adequados que sejam, sem que haja uma prática pedagógica dialogada entre professor e estudante. O uso desses recursos precisa fazer parte do planejamento das ações docentes e vir acompanhado da atenção quanto à comunicação em sala de aula. Há que se estimular os estudantes a comunicarem suas compreensões, por meio de uma interação dirigida e intencionada pelo professor.

Por outro lado, entendemos também que esses recursos são benéficos para o ensino e a aprendizagem de todas e todos. Uma aula pensada para cada estudante seria uma ação, por vezes, inviável para nós, professores. Uma alternativa seria pensar então nesses benefícios de maneira coletiva, elaborando tarefas e recursos que possam ser utilizados e pensados por todos os estudantes, em um mesmo ambiente. Nesse sentido, uma alternativa seria adotar tarefas e recursos a partir da ideia de Desenho Universal Pedagógico (KRANZ, 2015), no sentido de pensar na elaboração de tarefas e recursos para que todos possam compartilhar, respeitando as diferenças de maneira equitativa.

Considerações finais

A inclusão vem para legitimar as diferenças humanas. Legitimar, do nosso ponto de vista, seria partir das características individuais de nossos estudantes para pensar em nossas aulas de Matemática. Em outras palavras, as nossas diferenças devem ser pautadas desde a nossa formação até a escolha de tarefas que iremos levar para nossas atividades profissionais em sala de aula. As características individuais, principalmente de estudantes com deficiência, não devem ser tomadas como limitantes, mas apenas por diferenças. Todos somos diferentes, todos temos, isso sim, potencialidades, basta que a escola as considere e as fomente. Afinal de contas, se nossa única pauta for as limitações, não há possibilidades de avanço, tanto quanto se focarmos em nossas potencialidades naquilo que cada um pode trazer como contributo ativo para as discussões em sala de aula.

Há, na atualidade, uma diversidade de deficiências conhecidas pela sociedade e sendo consideradas nas políticas inclusivas. E isso tensiona os cursos de formação inicial para discutir, muitas vezes, temas para os quais não há formadores com competência intelectual disponível nos colegiados. Então o que e como proceder? Uma saída, segundo Rodrigues (2006), seria pensar nas deficiências mais comuns em nosso entorno social e que todo o "[...] conhecimento da diferença seja integrado numa compreensão da diversidade humana que vai das altas habilidades até à deficiência e dando a noção que os casos muito difíceis são uma minoria e que na grande maioria as dificuldades são discretas e leves" (p.07).

Apresentamos, também, como possibilidade para que os cursos passem a discutir a atuação inclusiva dos futuros professores, a transversalização do tema inclusão nesses cursos. Em algumas disciplinas, o potencial para tal discussão é maior, em outras menor, entretanto, se nossa concepção é a de valorização da condição de que todos nós somos diferentes e do respeito à essas diferenças, nada mais coerente que esse tema se transversalize, que seja um valor coletivo, contributivo e cooperativo entre os formadores. Por outro lado, enquanto a temática inclusão é embrionária em nossos cursos, há que se defender também a presença de disciplinas específicas, que servirão como alicerce do debate nas demais disciplinas.

Por fim, deixamos como reflexão para os formadores: não basta conhecer bem os conceitos matemáticos, não basta ser dotado de possibilidades de ensino, não basta conhecer isoladamente as características de nossos estudantes. Esses três grupos de conhecimentos devem ser discutidos concomitantemente, em prol de um conceito matemático e um ensino que considere o estudante, o seu contexto social, suas características individuais e, acima de tudo, os nossos estudantes reais, e não idealizados previamente pelos nossos currículos formativos.

Referências

ARAÚJO, K. L. S.; BAZANTE, T. M. G. D. A importância da formação do professor de Matemática para a inclusão de alunos com discalculia. **Rencima,** v.11, n.7, p.101-118, 2020.

BORGES, F. A.; CYRINO, M. C. C. T.; NOGUEIRA, C. M. I. A formação do futuro professor de Matemática para a atuação com estudantes com deficiência: uma análise a partir de projetos pedagógicos de cursos. **Boletim GEPEM**, n.76, p.134-155, 2020.

BRASIL. **Política Nacional de Educação Especial na perspectiva da Educação Inclusiva**. Brasília: MEC/SEESP, 2008. Disponível em:

http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/politica.pdf. Acesso em: 23 set. 2021

CINTRA, V. DE P. Educação Matemática Inclusiva e Pibid: compreensões de um trabalho desenvolvido em uma escola inclusiva. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 11, n. 27, 28 fev. 2018.

DINIZ, D.; BARBOSA, L.; SANTOS, W. R. Deficiência, direitos humanos e justiça. **SUR: Revista Internacional de Direitos Humanos**, v.6, n.11, p.65-77, dez. 2009.

FELDENS, M.G.F. Os propósitos da revisão de literatura e o desenvolvimento da pesquisa educacional. **Ciência e Cultura**. v. 33, n.9, p.1197-1199, 1981.

FERREIRA, A. C.; NUNES, C. M. F.; MARTINS, M. A. Saberes docentes para a inclusão de alunos com deficiência visual nas aulas de Matemática: análise do potencial de um curso de extensão. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 11, n. 27, 28 fev. 2019.

FIGUEROA, T.P.; FÁVERO, M.B.F.; ALMEIDA, B. L. C.; SANTOS, J.R. Tecnologias Concretas e Digitais Aplicadas ao Processo de Ensino-Aprendizagem de Matemática Inclusiva. **Educação Matemática em Revista**, n. 32, p.52-60, 2011.

FRONZA, D. S.; ABITANTE, L. G.; FUCHS, M. J.; SCHERNN, C. R. S. Prática educativa inclusiva na formação inicial do professor de Matemática: ações e reflexões sobre o ensino de equações. **Educação Matemática em Revista-RS**, n.22, p. 59-69, 2021.

GIL, A. C. **Como elaborar projeto de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

KALEFF, A. M. A Formação de Professores de Matemática frente à Aprendizagem Ativa Significativa e à Inclusão do Aluno com Deficiência Visual. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 11, n. 27, 28 fev. 2019.

KRANZ, C. R. **O desenho universal pedagógico na educação matemática inclusiva.** São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

LEAL, R. V. G.; NOGUEIRA, C. M. I.; BORGES, F. A.; SIMONETTI, D. Educação Especial e Libras nos cursos de licenciatura em Matemática: um saber profissional para uma formação docente inclusiva. **Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v.16, p.1-20, 2021.

PEIXOTO, J. L. B.; FERNANDES, C. A.; ALMEIDA, W. G. A matemática no PIBID Interdisciplinar: educação inclusiva. **Revista Educação, Artes e Inclusão**, Florianópolis, v. 16, n. 1, p. 100-126, 2020.

RODRIGUES, D. Dez ideias (mal) feitas sobre a Educação Inclusiva. *In:* RODRIGUES, D. (org.). **Inclusão e Educação:** doze olhares sobre a Educação Inclusiva. São Paulo: Summus, 2006.

RODRIGUES, P. A. A. A formação de professores de ciências para uma prática pedagógica inclusiva. **Revista Ibero-Americana de Estudos em Educação**, Araraquara, v. 13, n. esp.2, p. 1449–1458, 2018.

SILVA, S. DE C. R. DA; VIGINHESKI, L. V. M.; SHIMAZAKI, E. M. A inclusão na formação inicial de professores de matemática. **Acta Scientiarum Education**, v. 40, n. 3, p. e32210, 15 jun. 2018.

TORISU, E. M.; SILVA, M. M. A formação do professor de Matemática para a educação inclusiva: um relato de experiência no curso de Matemática de uma universidade federal brasileira. **Revista Paranaense de Educação Matemática,** v. 5, n. 9, p. 270–285, 2016.

VILELA-RIBEIRO, E. B.; BENITE, A. M. C. Sobre a educação inclusiva na formação de professores de Ciências: a tessitura dos currículos praticados. **Acta Scientiarum Education**, v. 33, n. 2, p. 239-245, 10 out. 2011a.

VILELA-RIBEIRO, E. B.; BENITE, A. M. C. Professores Formadores de Professores de Ciências: o que influencia suas concepções sobre Inclusão? **Alexandria,** v. 4, n.2, p.127-147, 2011b.

VILELA-RIBEIRO, E. B.; BENITE, A. M. C. Alfabetização científica e educação inclusiva no discurso de professores formadores de professores de Ciências. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 19, n. 3, p. 781-794, 2013.

Do modelo 3+1 à superespecialização da formação inicial docente

From the model 3+1 to the super-specialization on initial teacher training

Del modelo 3+1 a la superespecialización de la formación inicial del profesorado

Klopsch. Cristiane[279]
IFSP/FEUSP
0000-0001-8520-101X

Santos, Vinício de Macedo[280]
FEUSP
0000-0002-7608-8745

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam Matemática.

Resumo

279 klopsch.c@ifsp.edu.br
280 vms@usp.br

A proposição da Base Nacional Comum para a formação inicial de professores representa a consolidação de mudanças motivadas por regulamentações nacionais produzidas a partir de uma concepção de ensino por competências. O questionamento sobre como deu-se esse processo foi o ponto de partida para a realização de uma pesquisa bibliográfica e exploratória, resultado parcial de uma tese de doutorado que estudou as reformulações dos cursos de licenciatura em matemática de uma instituição específica. Neste artigo, por meio de uma revisão bibliográfica, será apresentado um breve contexto histórico das regulamentações que viabilizou, partindo de uma análise genealógica, compreender o momento posterior à proposição da base mencionada. Dentre os resultados das análises realizadas, observa-se que as regulamentações sugerem um processo de superespecialização da formação inicial docente na Educação Básica proveniente tanto da vinculação dos currículos à Base Nacional Comum Curricular como a tendência de uma formação direcionada para um mercado de trabalho específico, que tanto fortalecem o ensino por competências, engessamento dos currículos, como podem comprometer a formação de docentes para atuação no Ensino Superior.

Palavras-chave: Currículo; Licenciatura em Matemática, Base Nacional Comum.

Abstract

The proposition of the National Core Curriculum for the initial teacher training represents the consolidation of changes motivated by national regulations produced from a conception of association of education with ability-based training. The starting point for this research was questioning how this process occurred and it was based on a bibliographic and exploratory methodology. It is also a partial result of a Ph. D. Thesis that explored the mathematical degree programs reformulations of a specific institution. In this article, through a bibliographic review, a brief historical context will be presented to help understand the subsequent moment after the proposition of the National Core Curriculum. Analysis results indicated that regulations suggest a process of super-specialization of teaching practice in Primary Education, arising from linking the curriculum to the National Core Curriculum and the tendency of training directed to a specific job market. As result, it strengthens teaching by competencies, stiffens curricula, and can compromise the preparation of teachers to work in Higher Education.

Keywords: Curriculum; Mathematical degree programs**;** National Core Curriculum.

Introdução e percurso metodológico

Uma das primeiras regulamentações que versam sobre os currículos das licenciaturas é a lei nº 1.190/1939 (BRASIL, 1939) que promoveu a diferenciação entre os cursos de bacharelado e licenciatura, sendo este último possuía três anos da formação vinculados aos conhecimentos específicos e um ano ao curso de didática, o que ficou conhecido popularmente como 3+1. É nessa legislação, em seu artigo 38, que começam a ser exigidos os programas de cada disciplina, considerando que eles deveriam ser elaborados pelo professor responsável e aprovados pelo conselho técnico administrativo.

Em relação aos conhecimentos que foram explicitados para os currículos das licenciaturas, a estrutura inicial teve influência francesa e estadunidense, tendo em vista que a implementação do Ensino Superior no Brasil se deu a partir de 1931, pela necessidade de se estabelecer parceria com outros países para implementar a formação dos primeiros matemáticos no Brasil (ZICCARDI, 2009). Com o tempo, adequações surgiram a partir de demandas, discussões entre os integrantes do Conselho Federal de Educação e de necessidades provenientes da implementação desses cursos, visando que se afastassem do modelo de três anos de bacharelado e um de didática (3+1).

A partir desse momento inicial de institucionalização dos cursos, os regulamentos passaram a discutir elementos de ordem didática, as discussões sobre os currículos da licenciatura se direcionam para os aspectos pedagógicos e práticos da formação docente, o que foi compreendido de forma diferente a partir de políticas curriculares de governo, representadas em diferentes documentos oficiais no decorrer dos anos.

Considerando esse contexto histórico das regulamentações vinculadas aos currículos das licenciaturas em matemática, neste artigo, por meio de uma análise de conteúdo interpretativa, fundamentada na concepção metodológica genealógica da sociologia pragmática (BARTHE *et al*, 2016), a qual a temporalidade e os aspectos históricos são utilizados como elementos para compreender o objeto de estudo, buscou-se compreender os processos de mudanças que foram impostos a esses cursos por meio das regulamentações. Os documentos foram obtidos a partir de buscas no site do Ministério da Educação e Senado Federal, com um recorte nos principais pareceres, resoluções e leis que implicaram em alterações nas estruturas curriculares dos cursos de licenciatura em matemática. A pesquisa localiza-se temporalmente no período de 1961 a 2019, tendo em vista os dois principais marcos: Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional de 1961 e Base Nacional Comum para Formação de Professores da Educação Básica de 2019.

Após a institucionalização, a busca pelo distanciamento do Currículo 3+1

Com a primeira Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (lei n° 4.024 de 1961) (BRASIL, 1961) ocorre uma regulamentação para a formação de professores dos atuais Ensino Fundamental e Ensino Médio, a qual deveria ocorrer nas faculdades de filosofia, ciências e letras. Buscando suprir os conhecimentos pedagógicos para esse tipo de formação inicial, no parecer n° 262 (BRASIL, 1981) é sugerido que as disciplinas da parte pedagógica fossem ministradas uma em cada semestre, correspondendo a um quarto ou um oitavo do curso de quatro anos, e não mais concentradas ao final do curso. Essas sugestões iniciais permitiram o fortalecimento da identidade dos cursos de formação inicial de professores de matemática de forma que fossem compreendidos com mesmo grau de relevância se comparado aos cursos de bacharelado, e não apenas como uma complementação deles.

Em relação aos currículos, no parecer 295 de 1962 (BRASIL, 1962) é proposto que o curso de Licenciatura em Matemática tivesse a duração de quatro anos e um currículo mínimo de sete disciplinas específicas da matemática. Além da preocupação com a formação didática e pedagógica, o contexto de articulação da prática com a formação inicial surge com a Reforma Universitária, lei n° 5.540 de 1968 (BRASIL, [2020b]), que fixou as normas de organização e funcionamento do ensino superior, em uma tentativa inicial de articulação com o ensino médio. No final da década de 60 novamente a discussão sobre a necessidade de integração entre a formação específica e didática é apresentada no parecer nº 672 de 1969 (BRASIL, 1969), que fez uma solicitação reforçando as propostas dos pareceres nº 292 e nº 265 de 1969, visando o afastamento da concepção 3+1 e avançando no sentido de fixar a parte pedagógica a um oitavo do tempo do curso, embora a escolha dessa fração do currículo não estivesse explícita nos documentos demonstrava preocupação em relação ao cumprimento de alguns conhecimentos mínimos a esse respeito.

Da ampliação da carga horária dos conhecimentos pedagógicos à ênfase na associação entre teoria e prática

Dando prosseguimento ao processo de busca por alguns conhecimentos e crgas horárias mínimas para os currículos, em 1972, por meio da resolução n° 1 (BRASIL, 1981), são fixadas as cargas horárias do curso de Licenciatura Plena em Matemática, as quais se estabelecem em 2.200 horas de atividade, a serem realizadas no período de três a sete anos letivos. Quatro anos depois, com o parecer nº 4.417 de 1976 (BRASIL, 1981), além da determinação de 2.500 horas para o curso e de 250h de estágio supervisionado, as discussões sobre os conhecimentos pedagógicos continuaram, sendo feita a proposição de um novo currículo mínimo para as disciplinas desta área.

Após um longo apagamento em relação às discussões educacionais, ocorrido entre o final dos governos militares e o início do processo de redemocratização, de 1976 até 1985, as discussões educacionais voltaram a ganhar força. Segundo Moreira (2005), somente no final dos anos 80, com a Constituição Federal de 1988 e, na década de 90, com a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) de 1996, é que são retomadas as discussões tanto sobre a necessidade da valorização e profissionalização do magistério, como sobre a qualidade da formação dos profissionais que atuavam na educação básica e no ensino superior.

Na década de 1990, a lei nº 9.131/95 (BRASIL, 1995) alterou a redação da LDB de 1961, de modo a explicitar as atribuições do Ministério da Educação, ampliando a descrição de outros órgãos e entidades. Em relação ao currículo, a norma retirou do Conselho Federal de Educação a competência de estabelecer a duração e um currículo mínimo para os cursos do ensino superior, atribuindo à Câmara de Educação Superior deliberar sobre essas questões, assim como determinar as diretrizes para os cursos de graduação, as quais eram propostas pelo Ministério da Educação e Desporto.

A Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB) de 1996 permitiu maior flexibilização da formação docente, mantendo a determinação de que os cursos de graduação tivessem currículos elaborados pelas universidades, garantindo a sua autonomia em relação a esse quesito. Um ano após a promulgação da LDB, os regulamentos apresentam uma tentativa de integrar, nos currículos, os conhecimentos específicos, pedagógicos e o contexto da prática docente nas estruturas curriculares por meio da sugestão dos núcleos contextual, estrutural e integrador para orientação curricular, apresentados pela resolução CNE/CP n° 02 de 1997 (BRASIL, 1997). A aproximação da formação inicial docente ao contexto de prática também reforçada pelo decreto n° 3.276 (BRASIL, 1999) que buscou ampliar a associação entre os cursos de ensino superior e de educação básica, visando estreitar a relação entre teoria e prática.

O estreitamento dessa relação ganha como aliada a noção de competências, que emerge inicialmente como uma alternativa para resolver a dicotomia entre teoria e prática, como um agente mobilizador para o enfrentamento de situações no contexto de prática (BRASIL, 2001c). Inserida nos documentos, por meio dos pareceres n° 9 (BRASIL, [2001c]) e n° 1.302 (BRASIL, [2001b]) são indicadas competências e habilidades relacionadas às disciplinas, assim como uma ênfase nas questões pedagógicas e de ordem prática, o que deu origem, posteriormente, às resoluções CNE/CP nº 1 de 2002 (BRASIL, 2002a) e CNE/CP n° 3 de 2003 (BRASIL, 2003). Os documentos passaram a ser mais explícitos em relação aos conteúdos, com um forte apelo à integração com a prática docente, mas garantiram a autonomia das instituições na constituição dos seus currículos, por meio de competências amplas.

Embora os documentos enfatizassem a autonomia das instituições, o parecer CNE/CP n° 21 de 2001 (BRASIL, 2001d), que fundamentou a resolução n° 2 de 2002, passou a sugerir uma base nacional com alguns conhecimentos mínimos para os cursos. Nesses documentos havia a preocupação com a garantia das horas de prática pedagógica, com uma formação ampla que permitisse o desenvolvimento de conhecimentos específicos e pedagógicos, mas também uma formação geral com ênfase em aspectos culturais. Foram estabelecidos o mínimo de 2.800 horas para todo o curso e o mínimo de três anos para a integralização, distribuídas em 200 horas para atividade científicas, 400 para prática de ensino e 400 para estágio supervisionado. Percebe-se então que o currículo passou a ser compreendido como uma característica de desenvolvimento pessoal e humano, por meio de atividades culturais, não necessariamente vinculadas apenas aos conteúdos específicos e pedagógicos da profissão docente. Essa concepção é reforçada na resolução n° 1 (BRASIL, 2002a) que instituiu as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica, em nível superior. Nesse documento, a aquisição de competências requeridas pelo futuro docente deveria ocorrer mediante uma ação teórico-prática, buscando-se, ao mesmo tempo, dar atenção a uma formação global, conforme pode ser visto no artigo 6° da normativa, que prevê orientações para a construção dos Projetos Pedagógicos de Curso (PPC) com a constituição de competências para além da formação específica para atuação na educação básica, propiciando a inserção no debate contemporâneo mais amplo, contemplando questões culturais, sociais, econômicas e o conhecimento sobre o desenvolvimento humano e a própria docência.

A resolução CNE/CP n° 2 de 2002 (BRASIL, 2002b) reafirmou as proposições do parecer CNE/CP n° 21 de 2001 e determinou como um quinto a carga horária das disciplinas pedagógicas em relação à carga horária do curso. Essa resolução foi bastante discutida em pareceres, como o parecer CNE/CES n°197 de 2004 (BRASIL, 2004a) e o parecer CNE/CES n° 228 de 2004 (BRASIL, 2004c), visto que havia divergências em sua compreensão, o que dificultava a aplicação e adaptação dos PPCs.

A proposta de formação inicial mais ampla e orientada para a diversidade foi reforçada no decreto nº 5.626 de 2005 (BRASIL, 2005c), que inseriu a disciplina de Libras como obrigatória para todos os cursos de licenciatura e na resolução CNE/CP nº 1 de 2012 (BRASIL, 2012) que propôs o tema de Educação em Direitos Humanos na organização dos currículos da educação básica e da educação superior.

No ano de 2015, o parecer CNE/CP n° 2 (BRASIL, 2015a), junto com outros documentos, deu origem à resolução CNE/CP n° 2 (BRASIL, 2015b), que ampliou a carga horária dos cursos de Licenciatura em Matemática para 3.200 horas e apresentou tanto diretrizes para os conhecimentos específicos, como elementos que influenciaram a autonomia dos documentos curriculares, além de algumas disciplinas obrigatórias já previstas em regulamentações distintas.

Dessa forma, percebe-se, na primeira década do ano 2000, uma ampla discussão acerca das diretrizes curriculares e interpretações dos documentos publicados, presentes também em diferentes pareceres. Ampliaram-se as discussões de temas como as disciplinas pedagógicas, a dimensão da prática como componente curricular, da concepção de competências como uma possibilidade para resolver a dicotomia entre teoria e prática, com uma concepção de uma formação inicial de professores mais ampla e menos positivista.

A superespecialização da formação inicial

No período de 2017 a 2021, também como consequência de um momento político bastante delicado para o país, com a inserção de um governo de extrema direita, no qual o Ministério da Educação teve, até a publicação desta pesquisa, três diferentes ministros, houve um silenciamento no diálogo entre governo e instituições de ensino superior, o que impactou também nas discussões curriculares voltadas para a Licenciatura em Matemática. No Ministério da Educação, poucos documentos, sejam pareceres ou decretos, foram apresentados. Entre os que foram publicados, percebe-se que eles trouxeram consequências diretas para todos os níveis de educação e, além disso, uma tendência de enrijecimento das estruturas curriculares dos cursos, fortalecimento de bases nacionais curriculares focadas em competências previstas nos documentos e relativa perda da autonomia dos cursos para a determinação dos PPCs. A inserção de bases com competências específicas, indica uma visão focada no mercado de trabalho, distanciando-se da proposta descrita na Resolução n° 1 de 2002.

As características neoliberais do governo favoreceram a presença de algumas redes de atores em jogo (SANTOS, 2020), representados por fundações filantrópicas e companhias privadas (instituições empresariais e financeiras ou organizações sociais e fundações associadas às instituições), as quais passaram a atuar de forma indireta e direta na educação. A forma como as resoluções são, ou não, atendidas, assim como o adiamento para o seu cumprimento, podem demonstrar diferentes interesses, tanto do governo como das instituições, em cumprir as demandas governamentais apresentadas nos documentos oficiais. Um exemplo disso é a forma como tramitou a resolução n° 2 de 2015, que sofreu diferentes postergações para sua implementação. Segundo Gollo (2020):

> A pressão exercida por diversos grupos, que compreendem a educação em sua função de reiteratividade, fez com que a data limite para a implementação da Resolução nº 2 fosse adiada por três vezes, ficando estipulada para 22 de dezembro de 2019. Porém, em 18 de setembro de 2019, antes do prazo final para implementação, o MEC realizou

uma Revisão da Resolução 2/2015, retornando às lógicas positivistas (GOLLO, 2020 p. 96).

No atual momento histórico, há uma ênfase na associação entre os currículos do ensino superior e da educação básica, medida que já vinha sendo apresentada, de forma menos implícita, na Reforma Universitária de 1968, no decreto n° 3.276 de 1999 e na lei n° 13.005 de 2014. A partir de 2017, essa orientação se torna explícita e obrigatória, por meio da lei n° 13.415 de 2017, que, em seu § 8º, afirma: "Os currículos dos cursos de formação de docentes terão por referência a Base Nacional Comum Curricular". (BRASIL, 2017a). Nesse mesmo ano, a resolução n° 2 (BRASIL., 2017) demandou a revisão dos currículos, a fim de que eles fossem fundamentados, do ponto de vista da sua concepção, formulação, implementação e avaliação, na mesma Base Nacional Curricular (BNCC). Seguindo a mesma linha, a resolução n° 4 de 2018 (BRASIL, 2018), que definiu a Base Nacional para o Ensino Médio (BNCC-EM), previu no artigo 14, a articulação das ações educacionais no sentido de impor a implementação e adequação dos cursos de licenciatura até 2020.

Dentre as últimas ações do governo até a produção desta pesquisa, o MEC apresentou, em 2019, a resolução CNE/CP n° 2 (BRASIL, 2019), instituindo a Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica (BNC Formação). Direcionada para as instituições de ensino superior, essa resolução reforçou as tendências de direcionamento dos cursos ao contexto de prática e vinculou o currículo da Licenciatura em Matemática ao currículo da Educação Básica, agindo de forma explícita sobre a autonomia das instituições. Assim, como se vê no artigo 7º do documento:

reconhecimento de que a formação de professores exige um conjunto de conhecimentos, habilidades, valores e atitudes, que estão inerentemente alicerçados na prática, a qual precisa ir muito além do momento de estágio obrigatório, devendo estar presente, desde o início do curso, tanto nos conteúdos educacionais e pedagógicos quanto nos específicos da área do conhecimento a ser ministrado. (BRASIL, 2019).

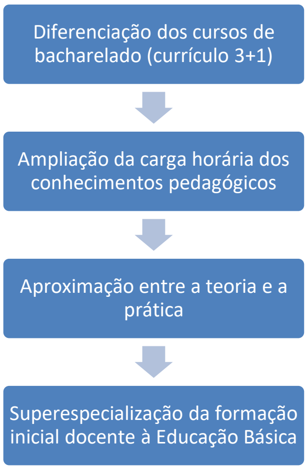
Evidentemente essa busca por uma associação entre currículos da licenciatura e da educação básica, com enfoque no contexto de prática, não é inédita e está presente a décadas. Proposta inicialmente como forma de promover a aproximação da teoria à prática, acabou se associando às tendências neoliberais que buscam a formação para a atuação no mercado de trabalho, no caso específico, para atuação na Educação Básica a partir de competências descritas na Base Nacional Comum para a Educação Básica, o que pode ser concebido como um processo de superespecialização da formação inicial docente.

Resultados

A pesquisa das regulamentações associadas a determinação dos conhecimentos previstos para as estruturas curriculares dos cursos de licenciatura em matemática permitiu a classificação dos documentos em quatro momentos históricos, conforme figura abaixo:

Figura 1.

Processo de constituição dos cursos de formação inicial de professores.



O processo de superespecialização da formação inicial docente à Educação Básica é consequência de um processo histórico que reforça os perigos de políticas de governo que tendem a reinterpretar as discussões conforme os interesses daqueles que estão no poder. A aproximação entre os currículos se transforma em um processo de enrijecimento das estruturas curriculares e atendimento ao mercado de trabalho. A busca pela aproximação entre teoria e prática se transfora em uma superespecialização que pode ser contrária a uma formação ampla e integral. As consequências das políticas curriculares direcionadas para bases nacionais focadas em competências limitantes compromete a autonomia dos cursos e o atendimento às especificidades locais. Além disso, pode atingir diretamente a formação de professores para o Ensino Superior. Se o bacharelado não se mostrou adequado para a formação inicial de professores e a licenciatura se direciona para as competências da Educação Básica, quem será responsável pela formação de docentes para o Ensino Superior? É desejável uma formação inicial de docentes de matemática direcionada para um único público-alvo? Que possamos continuar refletindo sobre esses questionamento e combatendo as políticas curriculares de governo que comprometem a autonomia dos cursos e das instituições de ensino superior.

Referências

BARTHE, Y. et al. Sociologia pragmática: guia do usuário. Sociologias, Porto Alegre, v. 18, n. 41, p. 84-129, jan./abr., 2016

BRASIL. Decreto-Lei nº 1.190, de 04 de abril de 1939. Organiza a Faculdade Nacional de Filosofia. In: BRASIL. Câmara dos Deputados. Legislação. Brasília, DF: Câmara dos deputados, 1939.

BRASIL. Presidência da República: Casa Civil. Subchefia para Assuntos Jurídicos. Lei nº 4.024, de 20 de dezembro de 1961. Fixa as diretrizes e bases da educação nacional. Brasília, DF: Subchefia para Assuntos Jurídicos, 1961.

BRASIL. Conselho Federal de Educação. Parecer nº 292/62, de 14 de novembro de 1962. Trata da parte pedagógica dos currículos mínimos relativos aos cursos de licenciatura. Relator: Valnir Chagas. Documenta, Brasília, DF n. 10, p. 95-100, 1962a.

BRASIL. Lei nº 5.540, de 28 de novembro de 1968. Fixa normas de organização e funcionamento do ensino superior e sua articulação com a escola média, e dá outras providências. In: BRASIL. Câmara dos deputados. Legislação. Brasília, DF: Câmara dos deputados, [2020b].

BRASIL. Decreto nº 64.902, de 29 de Julho de 1969. Aprova o Regimento do Conselho Federal de Educação. In: BRASIL. Câmara do Deputados. Legislação. Brasília, DF: Câmara dos deputados, [2020c].

BRASIL. Currículos Mínimos dos Cursos de Licenciatura. 4. ed. Brasília, DF: MEC, 1981.

BRASIL. Presidência da República. Casa Civil. Subchefia para Assuntos Jurídicos. Lei 9.131, de 24 de novembro de 1995. Altera dispositivos da Lei nº 4.024, de 20 de dezembro de 1961, e dá outras providências. Brasília, DF: Subchefia para Assuntos Jurídicos, 1995.

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. Resolução CNE/CP n° 2, de 26 de junho de 1997. Dispõe sobre os programas especiais de formação pedagógica de docentes para as disciplinas do currículo do ensino fundamental, do ensino médio e da educação profissional em nível médio. Brasília, DF: CNE, 1997

JUNQUEIRA, Sonia Maria da Silva; MANRIQUE, Ana Lúcia. Reformas curriculares em cursos de licenciatura de Matemática: intenções necessárias e insuficientes. Ciênc. educ. (Bauru), Bauru, v. 21, n. 3, p. 623-635, jul./set. 2015.

MOREIRA, Antônio Flávio Barbosa. O processo curricular do ensino superior no contexto atual. In: VEIGA, Ilma Passos Alencastro; NAVES, Marisa Lamônaco de Paula. (orgs.). Currículo e Avaliação na Educação Superior. Araraquara: Junqueira e Marin Editores, 2005.

BRASIL. Decreto nº 3.276, de 6 de dezembro de 1999. Dispõe sobre a formação em nível superior de professores para atuar na educação básica, e dá outras providências. Brasília, DF: Presidência da República, 1999.

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. Parecer CNE/CES nº 1.302, de 06 de novembro de 2001. Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura. Brasília, DF: CNE, 2001b.

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. Parecer CNE-CP nº 09, de 8 de maio de 2001.Institui Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de

Professores da Educação básica, em nível superior, curso de licenciatura, de graduação plena. Brasília, DF: CNE, 2001c.

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. Parecer CNE-CP nº 21, de 06 de agosto de 2001. Duração e carga horária dos cursos de Formação de Professores da Educação básica, em nível superior, curso de licenciatura, de graduação plena. Brasília, DF: CNE, 2001d.

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. Resolução CNE/CP nº 1, de 18 de fevereiro de 2002. Institui Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação básica, em nível superior, curso de licenciatura, de graduação plena. Brasília, DF: CNE, 2002a.

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. Resolução CNE/CP nº 2, de 19 de fevereiro de 2002. Institui a duração e a carga horária dos cursos de licenciatura, de graduação plena, de formação de professores da Educação básica em nível superior. Brasília, DF: CNE, 2002b.

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. Resolução CNE-CP nº 3, de 25 de fevereiro de 2003. Estabelece as Diretrizes Curriculares para os cursos de Matemática. Brasília, DF: CNE, 2003.

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. Parecer CNE/CES nº 197, de 07 de julho de 2004. Consulta, tendo em vista o art. 11 da Resolução CNE/CP 1/2002, referente às Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação básica em nível superior, curso de licenciatura, de graduação plena. Brasília, DF: CNE, 2004a.

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. Parecer CNE/CES nº 228, de 04 de agosto de 2004. Consulta sobre reformulação curricular dos Cursos de Graduação. Brasília, DF: CNE, 2004c.

BRASIL. Presidência da República. Casa Civil. Subchefia para Assuntos Jurídicos. Decreto nº 5.626, de 22 de dezembro de 2005. Regulamenta a Lei nº 10.436, de 24 de abril de 2002, que dispõe sobre a Língua Brasileira de Sinais - Libras, e o art. 18 da Lei nº 10.098, de 19 de dezembro de 2000. Brasília, DF: Subchefia para Assuntos Jurídicos, 2005c.

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. Resolução CNE-CP nº 1, de 30 de maio de 2012. Estabelece Diretrizes Nacionais para a Educação em Direitos Humanos. Brasília, DF: CNE, 2012.

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. Parecer CNE-CP nº 02, de 09 de junho de 2015. Institui Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial e Continuada dos Profissionais do Magistério da Educação básica. Brasília, DF: CNE, 2015a.

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. Resolução CNE-CP nº 2, de 1º de julho de 2015. Define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação inicial em nível superior e para a formação continuada. Brasília, DF: CNE, 2015b.

BRASIL. Lei nº 13.415, de 16 de fevereiro de 2017. Altera as Leis nºs 9.394, de 20 de dezembro de 1996, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional, e 11.494, de 20 de junho 2007 e institui a Política de Fomento à Implementação de Escolas de Ensino Médio em Tempo Integral. Brasília, DF: Presidência da República, 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. Resolução CNE/CP nº 2, de 22 de dezembro de 2017. Institui e orienta a implantação da Base Nacional Comum Curricular, a ser respeitada obrigatoriamente ao longo das etapas e respectivas modalidades no âmbito da Educação Básica. Brasília, DF: CNE, 2017a.

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. Resolução n° 4, de 17 de dezembro de 2018. Institui a Base Nacional Comum Curricular na Etapa do Ensino Médio (BNCC-EM. Brasília, DF: CNE, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. Resolução CNE-CP nº 02, de 20 de dezembro de 2019. Define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial de Professores para a Educação básica e institui a Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação básica (BNC-Formação). Brasília, DF: CNE, 2019.

GOLLO JÚNIOR, R. A. Teoria e prática nas Diretrizes Curriculares para Formação de Professores: percepção dos coordenadores dos cursos de licenciatura em Matemática. 2020. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Metodista de São Paulo, São Bernardo do Campo, 2020

SANTOS, Vinício de Macedo. Educação pública brasileira: lengua de madera e políticas de apagamento. In: BOTO, C.; SANTOS, V. M.; SILVA, V. B.; OLIVEIRA, Z. V. A escola pública em crise: inflexões, apagamentos e desafios. São Paulo: Livraria da Física, 2020. p. 289-308.

ZICCARDI, L. R. N. O curso de matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo: uma história de sua constituição/ desenvolvimento/ legitimação. 2009. 412 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.

A formação docente para a construção crítica do ensino de matemática: uma revisão de literatura

The teacher education for the critical construction of the mathematics teaching: a literature review

La formación docente para la construcción crítica de la enseñanza de la matemática: una revisión de literatura

Gleice Aparecida de Menezes Henriques[281]
Fundação Presidente Antônio Carlos – FUPAC/UNIPAC
Id orcid: 0000-0002-0487-9230

Reginaldo Fernando Carneiro[282]
Universidade Federal de Juiz de Fora
Id orcid: 0000-0001-6841-7695

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam Matemática

Resumo

A formação de professores que ensinam matemática tem sido discutida e pesquisada em suas mais diferentes perspectivas e aspectos. Assim, tem-se como objetivo, neste trabalho, investigar o que as pesquisas têm apontado sobre a formação de professores que ensinam matemática. Para tanto, realizou-se uma busca na base de dados Scopus no período de 2015 a 2022 e encontrou-se 13 artigos que aplicando o critério de estar em língua portuguesa e de acordo com a temática desta investigação, analisou-se 6 artigos. As análises evidenciaram que os espaços de formação podem auxiliar os professores a explicitarem suas percepções e sentidos sobre as práticas e são lugares de fala e de escuta que promoveram reflexões sobre as ações docentes. Os trabalhos também apontaram que os processos formativos permitiram discussões e ressignificações dos conteúdos matemáticos, dentre vários outros aspectos.

Palavras-chave: Formação de professores, Matemática, Revisão de literatura.

Abstract

The education of teachers who teach mathematics has been discussed and researched in its most different perspectives and aspects. Thus, the objective of this work is to investigate what researches has pointed out about the education of teachers who teach mathematics. Therefore, a search was carried out in the Scopus database from 2015 to 2022 and 13 articles were found that applying the criterion of being in Portuguese and according to the theme of this investigation, 6 articles were analyzed. The analyzes showed that the education spaces can help teachers to explain their perceptions and meanings about the practices and are places of speech and listening that promote reflections on teaching actions. The works also pointed out that the formative processes allowed discussions and resignifications of the mathematical contents, among many other aspects.

[281] gleicehenriques@unipac.br
[282] reginaldo.carneiro@ufjf.br

Keywords: Teacher education, Mathematics, Literature review.

Resumen

La formación de profesores que enseñan matemática ha sido discutida e investigada en sus más diferentes perspectivas y aspectos. Así que se tiene como objetivo, en este trabajo, investigar lo que las investigaciones han apuntado sobre la formación de profesores que enseñan matemática. Para ello, se realizó una busca en la basis de datos Scopus en el período de 2015 a 2022 y se encontró 13 artículos que aplicando el criterio de estar en lengua portuguesa y de acordó con la temática de investigación, se analizó 6 artículos. Los análisis evidenciaron que los espacios de formación pueden ayudar los profesores a explicitaren sus percepciones y sentidos sobre las prácticas y fueron lugares de habla y de escucha que promovieron reflexiones sobre las acciones docentes. Los trabajos también indicaron que los procesos formativos permitieron que discusiones y resignificaciones de los contenidos matemáticos, y varios otros aspectos.

Palabras clave: Formación de profesores, Matemática, Revisión de literatura.

Introdução

A formação de professores que ensinam matemática mostra-se uma preocupação comum entre as diferentes ramificações teóricas que se dedicam a estudar o ensino de matemática nas escolas, principalmente, no que concerne uma perspectiva crítica e reflexiva ao qual o processo de ensino e aprendizagem se sustenta. Assim, torna-se imprescindível refletir sobre os processos formativos pelos quais os professores da educação básica têm subsidiado sua formação profissional.

A preocupação e o investimento no debate deste tema mostram-se basilar para a construção de uma educação reflexiva que seja capaz de movimentar os pensamentos e ações que transcendam o aprendizado conteudista da matemática. Nesse sentido, pensar a formação do professor que ensina matemática é investir na construção de uma nova perspectiva do ensino da matemática, uma perspectiva que liberta dos padrões do óbvio e que seja capaz de incidir sobre uma formação social, humana e emocional dos nossos estudantes. É colocar a matemática como um instrumento de lançar-se no mundo no qual a formação docente é, de fato, um impulsionador nesse processo.

Corroboramos com Clareto e Sá (2006) quando pontuam que a escola é um espaço de formação das subjetividades, é um espaço no qual as múltiplas convivências conduzem a vivências intersubjetivas das quais partilham tanto os professores quanto os alunos. Dessa forma, apesar da ação docente não ser o único determinante da relação estabelecida entre os alunos com a matemática, ela possui certa influência que pode ser positiva e/ou negativa, favorecendo ou não o pensamento matematizado crítico e reflexivo.

Nesse sentido, apoiamo-nos nas ideias de Larrosa (2004, p. 52) ao apontar que “talvez a arte da educação não seja outra senão a arte de fazer com que cada um torne-se em si mesmo, até sua própria altura até o melhor de suas possibilidades”, ou seja, é nossa missão, enquanto educadores matemáticos, proporcionar o desenvolvimento das potencialidades dos nossos alunos frente ao ensino de matemática e não limitá-los a um ensino repetitivo e mecânico.

Todavia, a fim de possibilitar essa relação intersubjetiva enriquecedora entre o aluno, a matemática e o professor, se faz necessária uma formação profissional processual e contínua, que toma como base além do conteúdo a ser ministrado, as formas e as ideias que o perpassa, o uso de diferentes metodologias que promovam a ação/interação entre os alunos, os docentes e seus contextos.

Temos como objetivo, neste trabalho, investigar o que as pesquisas têm apontado sobre a formação de professores que ensinam matemática. Para tanto, buscamos as investigações desenvolvidas entre os anos de 2015 a 2022 na base de dados Scopus.

A partir do exposto, este texto está estruturado da seguinte maneira: apresentamos a metodologia utilizada para conduzir o procedimento desta pesquisa, seguido da análise dos artigos evidenciados durante o levantamento e, por fim, algumas considerações finais.

Os caminhos da pesquisa

O presente artigo trata-se de uma revisão de literatura sobre formação do professor que ensina matemática realizada na perspectiva apresentada por Galvão e Ricarte (2020). Segundo os autores, a revisão sistemática é uma metodologia de pesquisa que, fundamentada em protocolos específicos, busca compreender a logicidade das produções científicas com vista a entender as especificidades com que cada uma aborda o tema em debate.

O protocolo deve percorrer um caminho que possibilite a reprodutibilidade da pesquisa por outros pesquisadores garantindo, assim, a continuidade dos levantamentos e as discussões textuais. Esse caminho perpassa a delimitação da questão, a seleção da base de dados, bem como a elaboração de uma estratégia de busca, seleção e sistematização dos conteúdos.

Partindo desse protocolo, foi selecionado para o levantamento das publicações utilizadas, neste estudo, a base de dados Scopus[283]. A justificativa da escolha dessa base se dá por ser um levantamento inicial em que é preciso cuidado na seleção do material estudado para que haja profundidade na abordagem do tema escolhido. Além disso, a Scopus indexa uma diversidade de outras bases, o que gera também uma amplitude na pesquisa.

Após a seleção do banco de dados para a pesquisa foi necessário organizar uma *string* de busca condizente com o objetivo mencionado anteriormente. A *string* de busca utilizada foi: "formação" *AND* "ensino" *AND* "matemática". Obtivemos um total de 13 artigos, os quais foram reduzidos para 9 textos, após aplicarmos o critério de seleção do idioma, optando por analisar apenas os trabalhos em língua portuguesa.

Ao serem verificados os resumos e as palavras-chave de cada um dos artigos evidenciados no Quadro 1, foram retirados três artigos por não estarem de acordo com a temática da pesquisa proposta, pois apresentavam foco em outras demandas que não o ensino da matemática e a formação docente na área, restando seis trabalhos a serem analisados.

Quadro 1: Levantamento dos artigos na base Scopus
Fonte: elaborada pela primeira autora.

Título	Autor/Ano	Periódico
Modelagem matemática na formação inicial de pedagogos: um caminho para redefinir o ensino da matemática	Silva e Burak (2020)	Práxis Educativa
Formação de professores: Reflexões da educação matemática no ensino superior	Bianchini, Lima e Gomes (2019)	Educação e Realidade
Conexões extramatemáticas na formação inicial de docentes	Vanegas e Giménez (2018)	Estudos Avançados
Desenvolvimento profissional de professores do ensino básico em inter-relação com o contexto da prática docente da matemática	Ponte, Mata-Pereira, Quaresma e Velez (2017)	Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa
Como professores e licenciandos interpretam os erros cometidos pelos alunos na resolução de problemas de estrutura multiplicativa?	Spinillo, Soares, Moro e Lautert (2016)	Bolema - Boletim de Educação Matemática
Uma experiência de formação continuada com professores de arte e matemática no ensino de geometria	Santos e Bicudo (2015)	Bolema - Boletim de Educação Matemática

[283] O Scopus é um banco de dados que com curadoria especializada que fornece artigos de pesquisa de modo amplo e interdisciplinar visando auxiliar o registro das pesquisas mais relevantes nas mais de 240 disciplinas que atende. Existe segundo o próprio banco de dados, um processo de seleção transparente que revisa continuamente novos títulos usando medidas quantitativas e qualitativas.

Durante a análise das produções, foi possível verificar que os textos abordam diversos aspectos relacionados à formação dos professores como formação pautada na ação e reflexão; conteúdo matemático e aspectos psicopedagógicos do aprendizado; protagonismo do professor frente a seu processo formativo; ressignificação do ensino de matemática; interdisciplinaridade; diálogo coletivo na formação docente e metodologias de ensino da matemática. Esses aspectos serão analisados na seção seguinte.

A formação do professor que ensina matemática nas publicações

Os seis textos serão analisados seguindo a ordem cronológica, isso nos permitirá destacar algumas perspectivas e atuações da formação docente no que tange a matemática e suas possíveis modificações no recorte temporal levantado.

Bicudo e Santos (2015) publicaram o artigo “Uma experiência de formação continuada com professores de arte e matemática no ensino de geometria” a partir do qual abordam a experiência de uma formação continuada cuja a proposta principal tangenciava a interdisciplinaridade entre as disciplinas de artes e de matemática, que tinha como foco o ensino de geometria por meio das pavimentações do plano. Participaram, desse estudo, professores de matemática, de artes e os pesquisadores que conduziram a pesquisa.

As autoras (2015) compreendem que as disciplinas de artes e de matemática podem se constituir em um núcleo próprio de ideias que se entrelaçam e se sustentam pela intersubjetividade presente no mundo histórico e cultural. As autoras identificam no pensamento artístico uma maneira de significar as pavimentações e seus conceitos geométricos.

Apresentam as pavimentações do plano e a experiência de formação continuada explorando as perspectivas do olhar docente de acordo com o modo como cada professor participou do momento formativo. Também exploram a formação de professores, a proposta do trabalho coletivo e finalizam seus apontamentos com a perspectiva interdisciplinar que envolve a Educação Matemática.

As autoras relatam que, durante a formação, foi produzido material didático que permitiu o estudo das propriedades geométricas, bem como a testagem de hipóteses dos professores para a resolução das atividades propostas. As atividades com as pavimentações foram conduzidas a fim de promover um estudo interdisciplinar, envolvendo os conceitos geométricos e as metodologias de investigação, que podem propiciar mais de uma solução para a resolução de um mesmo problema.

As autoras constatam que a formação não se limita as participações em diversos cursos e capacitações, mas na imersão em um emaranhado de significados extremamente complexos que se destinam ao processo de devir, ou seja, forma/ação é movimento de fazer, pois é na ação que a forma vai se constituindo. Contudo, como evidenciado pelas autoras (2015), uma forma também carrega suas práticas históricas e sociais que estão interligadas a intencionalidade de cada sujeito em processo formativo.

Spinillo et al. (2016) discutem "Como professores e licenciandos interpretam os erros cometidos pelos alunos na resolução de problemas de estrutura multiplicativa? " Abordam, em seu texto, a interpretação de professores e de futuros docentes sobre os erros de seus alunos do Ensino Fundamental frente a resolução de problemas multiplicativos. Os participantes foram professores que atuavam em turmas do 3º ao 5º ano do Ensino Fundamental com formação em licenciatura em matemática e futuros professores de matemática que estavam com suas licenciaturas em curso.

A pesquisa foi conduzida com objetivo principal de examinar se os participantes eram capazes de identificar, a partir do erro, a forma de raciocinar adotada pelo aluno em sua estratégia de resolução de problemas. A discussão presente no artigo foi conduzida tendo como base o referencial piagetiano que considera o erro uma maneira de pensar e um trampolim para a aprendizagem.

Segundo as autoras (2016), a Educação Matemática ora concebe o erro como um indicador do conhecimento matemático apresentado por um sujeito em situação de avaliação, ora como uma estratégia didática a qual o professor poderá recorrer para redimensionar o ensino com o objetivo de superar as dificuldades dos alunos na construção do seu conhecimento matemático.

O estudo em questão propiciou que professores e futuros professores se colocassem no movimento de pensar sobre situações reais, em que os erros dos alunos se tornaram objeto formativo de novas maneiras de analisar e de relacionar os significados construídos dos conteúdos matemáticos.

Embora o artigo não apresente de maneira explícita a formulação de uma formação docente, é subentendido que a construção e o desenvolvimento de uma pesquisa podem se tornar um ambiente formador desde que promovam a reflexão teórico/prática da ação de seus participantes.

Ponte et al. (2017) escreveram o texto “Formação de professores dos primeiros anos em articulação com o contexto de prática do ensino de matemática”, que se dedica a analisar uma oficina de formação que aconteceu em Portugal. Segundo os autores, com um forte embasamento prático, a oficina envolveu a produção e a experimentação de materiais didáticos por parte dos 19 professores de matemática participantes da pesquisa.

As oficinas foram planejadas com a finalidade de explorar as potencialidades da abordagem exploratória do ensino de matemática. Para tanto, foi organizada por meio da reflexão, ação e reflexão em que havia, inicialmente, a apresentação das situações seguida dos trabalhos práticos desenvolvidos por cada professor, para que então, fosse proposta uma discussão coletiva.

Ponte et al. (2017) iniciam seus apontamentos referindo-se a abordagem exploratória como sendo uma oportunidade de ruptura com a metodologia tradicional, na qual o aluno se mantém central na busca pelas próprias estratégias na resolução dos problemas matemáticos gerando, assim, múltiplas possibilidades para a construção e o aprofundamento dos conceitos estudados, o que evidencia de certa maneira a imprevisibilidade do processo de aprender e, por conseguinte, também da ação docente.

Os autores (2017) explicitam uma crítica ao processo de formação dos professores que, em muitos casos, se preocupa apenas com os conteúdos a serem ensinados e não em refletir sobre como os docentes aprendem, reproduzindo, assim, o que acontece com os alunos em sala de aula. Apontam a necessidade de se pensar um processo formativo no qual o professor seja o próprio sujeito de sua formação.

Em seguida, chamam atenção para a necessidade de criação de oportunidades de atividades criativas que atrelem a formação à sua prática profissional. Assim, segundo Ponte et al. (2017), um processo formativo adequado apoia-se na reflexão de como os professores aprendem, bem como, nas condições que influenciam suas práticas pedagógicas escolares.

Nesse contexto, a formação do professor coloca-se como um desafio à prática profissional e está interligada aos aspectos teóricos e práticos, explorados, compartilhados e analisados por um conjunto de docentes que possuem um objetivo em comum.

Vanegas e Giménez (2018) publicaram o texto "Conexões extramatemáticas na formação inicial de docentes", no qual apresentam um estudo realizado com um grupo de futuros docentes de matemática em que o objetivo foi reconhecer a ideia de conexão que os futuros professores utilizam na projeção e no planejamento de uma sequência didática.

A formação perpassou momentos de discussão, confronto entre os contextos e as noções matemáticas, busca pela construção de significados, planejamento e desenvolvimento das atividades de uma sequência didática, sendo esse último momento de configuração global da proposta e apresentação pública pelos professores.

Participaram do estudo, um grupo de futuros professores de uma disciplina da Universidade Autônoma de Barcelona, Espanha. Os professores tiveram que planejar uma sequência didática que iniciou com a busca, a análise e a seleção de uma notícia. Deviam refletir sobre os contextos que poderiam ajudar a compreender o significado das noções matemática ressignificando, assim, para suas futuras práticas pedagógicas.

Giménez e Vanegas (2018) dão início a discussões apontando o quão importante é pensar a criação de ambientes orientados, bem como ações criativas que envolvam as tecnologias colaborativas e os contextos reais, para tratar as dificuldades que os alunos possuem em conectar suas vidas com a matemática. Em seguida, destacam o reconhecimento da matemática como um todo integrado e como o trabalho sob a perspectiva das conexões, contribui com o conhecimento matemático.

No movimento formativo proposto por Giménez e Vanegas (2018), evidenciam momentos de ação e de reflexão docente que deixam subentendidos que a formação dos professores não se dá por meio da escuta passiva e, sim, ativa e dialogada. Salientam a importância do planejamento continuo da prática docente e a potencialidade da abordagem interdisciplinar das conexões para o entrelaçamento das noções matemáticas e seus contextos.

O estudo de Bianchini, Lima e Gomes (2019), intitulado "Formação de professores: Reflexões da educação matemática no ensino superior", teve como finalidade mapear as produções sobre formação de professores de matemática geradas pelo GT 4 - Educação Matemática no Ensino Superior da Sociedade Brasileira de Educação Matemática - SBEM.

Os autores (2019) analisaram a formação inicial do professor de matemática e o papel do estágio supervisionado obrigatório para o desenvolvimento profissional docente. Os autores chegaram a seis categorias temáticas que descrevem a contribuição de cada produção analisada. Segundo o mapeamento dos autores, o professor de matemática deve conhecer o que ensina, justificar o que faz e precisa saber reorganizar e reelaborar o conhecimento matemático de modo a ser capaz de transpor para uma situação didática a matemática de dentro e de fora do currículo.

No que tange a formação inicial dos professores de matemática, Bianchini, Lima e Gomes (2019) enfatizam que não basta dominar o conteúdo, é fundamental pensar a formação psicopedagógica dos docentes. Sendo assim, é necessário a coerência entre a formação, a prática e a competência curricular.

Um ponto importante na análise desses autores e que merece destaque é o quanto a vivência de metodologias durante a formação inicial pode promover uma formação mais consciente, interferindo na quebra de paradigmas pré-estabelecidos e, assim, ser capaz de modificar a prática docente dos futuros professores.

Ao pensar o desenvolvimento profissional, os autores (2019) apresentam os princípios norteadores para a implementação de um programa que vise o desenvolvimento profissional dos professores de matemática. Discutem também a importância de o professor ser pesquisador de sua própria prática.

O último artigo analisado, de Silva e Burak (2020), analisa a "Modelagem matemática na formação inicial de pedagogos: um caminho para redefinir o ensino da matemática". Esse texto discute sobre a formação inicial dos professores que ensinam matemática nos anos iniciais.

O artigo aborda momentos formativos com a modelagem matemática durante o curso de Pedagogia e evidencia que muitos participantes da pesquisa tinham aversão à matemática.

Mas que, no entanto, ao longo do processo formativo, com a modelagem, encontraram um caminho para (re)significar suas experiências e concepções.

As análises evidenciaram que nem sempre o professor domina o que ensina e que, nesse contexto, são poucos os que tem afinidade com a matemática. Afirmam que, no caso dos pedagogos, muito mais que o domínio dos conteúdos é preciso momentos de ressignificação do ensino de matemática para que possam ensinar de modo mais significativo aos seus alunos. Também ressaltam o quão importante é uma formação inicial pautada em uma ação formativa, reflexiva e ativa, capaz de produzir novas maneiras de pensar e de conduzir o ensino (Silva & Burak, 2020).

Findam seus apontamentos trazendo a importância do movimento de saída da zona de conforto e o quanto a modelagem matemática pode auxiliar no processo de ressignificação do ensino de matemática para os professores que ensinam matemática nos anos iniciais, ao possibilitar uma nova vivência metodológica capaz de desmitificar a matemática escolar como algo distante e sem significado.

Considerações Finais

Ao analisar as produções presentes nas pesquisas, foi possível evidenciar alguns aspectos que perpassam a construção teórica, conceitual e estrutural sobre a formação do professor que ensina matemática. É importante ressaltar que o espaço da formação docente se tornou lugar de percepção e de expressão dos sentidos e que, ao compartilharem suas concepções e ações pedagógicas, os professores estavam explicitando novos sentidos e significados que, por sua vez, estavam ligados as suas experiências e possibilitaram lugar de fala e de escuta que os faziam refletir sobre suas ações e, em alguns casos, até mesmo (re)significar seu próprio modo de ensinar.

Essas produções apontam que a formação de professores que ensinam matemática estrutura-se em processos formativos tanto reflexivos quanto práticos dos professores e/ou futuros professores.

Alguns trabalhos exploram a necessidade de que as formações dos professores que ensinam matemática extrapolem os conteúdos curriculares e possibilitem reorganizar o conhecimento matemático no que se refere às contextualizações e também às suas próprias crenças. Assim, não basta dominar o conteúdo, mas é preciso reconhecer a necessidade de compreender os aspectos cognitivos que envolvem o processo de aprendizagem dos alunos.

No que tange a esse aspecto, chama-se atenção para os profissionais do curso de Pedagogia que ensinam matemática. Evidencia-se uma fragilidade do conhecimento desse professor que, em muitos momentos, além de não dominar o conteúdo a ser ensinado, precisa perpassar por um processo de ressignificação do ensino da matemática. Nesse caso, não basta aproximação com o conteúdo se as relações entre esses docentes e matemática não forem reconstruídas. Ao se tratar esse problema formativo, podemos romper um ciclo de aversão e de medo da matemática, o que pode trazer benefícios para nosso campo de estudo.

Após a análise do *corpus* desta revisão, evidencia-se o quanto a formação do professor que ensina matemática tem permeado discussões distintas e o quanto ainda se precisa caminhar, principalmente, no que se refere à formação do professor no curso de Pedagogia. No entanto, percebe-se também uma preocupação com a perspectiva da Educação Matemática voltada para a contextualização do ensino, aprendizagem dos conteúdos e seus aspectos sociais, cognitivos, metodológicos e didáticos.

Com vistas a dar continuidade a este estudo, percebe-se a necessidade de buscar em outras fontes de dados mais trabalhos sobre a temática. A continuidade desta investigação pode promover maior completude dos temas debatidos e aprofundar alguns aspectos levantados como, por exemplo, a necessidade do processo de ressignificação que permeia a formação dos pedagogos frente ao ensino da matemática nos anos iniciais.

Agradecemos o apoio do CNPq (Processo n° 307691/2019-5).

Referências

Bianchini, B. L.; Lima, G. L. & Gomes, E. (2019). Formação de professor: reflexões da educação matemática no ensino superior. *Educação & Realidade*, *44*(1), 1-22.

Clareto, S. M. & Sá, E. A. (2006). Formação de professores e construção de subjetividades: o espaço escolar e o tornar-se professor. In: M. A. Calderano & P.R. C. Lopes (Org.). *Formação de professores no mundo contemporâneo*: *desafios, experiências e perspectivas*. Juiz de Fora, MG: EDUFJF.

Larrosa, J. (2004). *Nietzche & Educação*. Belo Horizonte: Autêntica.

Ponte, J. P.; Mata-Pereira, J.; Quaresma, M. & Velez, I. (2017). Formação de professores dos primeiros anos em articulação com o contexto de prática de ensino de matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, *20*(1), 71-94.

Galvão, M. C. B. & Ricarte, I. L. M. (2020). Revisão sistemática da literatura: conceituação, produção e publicação. *Logeion*: *Filosofia da Informação*, *6*(1), 57-73. http://revista.ibict.br/fiinf/article/view/4835

Santos, M. R. & Bicudo, M. A. V. (2015). Uma experiência de formação continuada com professores de arte e matemática no ensino de geometria. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, *29*(53), 1329-1347.

Silva, V. S.; & Burak, D. (2020). Modelagem matemática na formação inicial de pedagogos: um caminho para ressignificação do ensino de Matemática. *Práxis Educativa*, *15*, 1–14.

Spinillo, A. G.; Soares, M. T. C.; Moro, M. L. F. & Lautert, S. L. (2016). Como professores e futuros professores interpretam erros de alunos ao resolverem problemas de estrutura multiplicativa? *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, *30*(56), 1188-1206.

Vanegas, Y. & Giménez, J. (2018). Conexões extramatemáticas na formação inicial de docentes. *Estudos Avançados*, *32*(94), 153-169.

IX CIBEM Congresso Iberoamericano de Educação Matemática 05 a 09 de dezembro de 2022

O programa Etnomatemática na formação inicial de professores. Valoração de propostas educativas a partir da ferramenta Critérios de Adequação Didática

The Ethnomathematics program in initial teacher training. Assessment of educational proposals based on the Didactic Suitability Criteria

El programa Etnomatemática en la formación inicial de docentes. Valoración de propuestas educativas a partir de los Criterios de Idoneidad Didáctica

Eulalia Calle[284]
Universidad de Cuenca
0000-0001-9526-8832

Adriana Breda[285]
Universitat de Barcelona
0000-0002-7764-0511

Alicia Sánchez[286]
Universitat de Barcelona
0000-0001-6569-6828

Vicenç Font[287]
Universitat de Barcelona
0000-0003-1405-0458

Modalidad: Comunicación
Núcleo Temático: Formación de Profesores que enseñan Matemáticas

Resumo

Esta pesquisa tem como objetivo analisar o desenho e a reflexão de tarefas, relacionadas a diferentes objetos matemáticos, desenvolvidas por futuros professores de matemática equatorianos a partir da perspectiva da Etnomatemática. A análise qualitativa das tarefas foi realizada com a utilização da ferramenta Critérios de Adequação Didática da Abordagem Ontossemiótica. Como resultado, infere-se que os futuros professores de matemática são capazes de relacionar os diferentes objetos matemáticos abordados no currículo, com práticas etnomatemáticas artesanais locais, o que demonstra a importância e viabilidade de promover a concepção de propostas educacionais inovadoras que apoiem a resolução de problemas de contexto.

Palavras-chave: Etnomatemática, Formação Inicial de professores, Critérios de Adequação Didática.

Abstract

[284] eulalia.calle@ucuenca.edu.ec
[285] adriana.breda@ub.edu
[286] asanchezb@ub.edu
[287] vfont@ub.edu

This research aims to analyze the design and reflection of tasks, related to different mathematical objects, developed by future Ecuadorian mathematics teachers from the perspective of Ethnomathematics. The qualitative analysis of the tasks was carried out with the use of the Didactic Suitability Criteria tool of the Onto semiotic Approach. As a result, it is inferred that future mathematics teachers are able to relate the different mathematical objects addressed in the curriculum, with local craft ethnomathematical practices, which demonstrates the importance and feasibility of promoting the design of innovative educational proposals that support the resolution of context problems.

Keywords: Ethnomathematics, Initial Teacher Training, Didactic Suitability Criteria.

Resumen

La presente investigación pretende analizar el diseño y reflexión de tareas, relacionadas a diferentes objetos matemáticos, desarrolladas por futuros profesores de matemáticas ecuatorianos a partir de la perspectiva de la Etnomatemática. El análisis cualitativo de las tareas fue realizado con el uso de la herramienta Criterios de Idoneidad Didáctica del Enfoque Ontosemiotico. Como resultado, se infiere que los futuros profesores de matemáticas son capaces de relacionar los diferentes objetos matemáticos abordados del currículo, con las prácticas etnomatemáticas de artesanía locales, lo que demuestra la importancia y factibilidad de fomentar el diseño de propuestas educativas innovadoras que apoyen en la resolución de problemas de contexto.

Palabras clave: Etnomatemática, Formación Inicial de profesores, Criterios de Idoneidad Didáctica.

Introducción

La Etnomatemática puede ser entendida a partir de diferentes perspectivas (Breda y Lima, 2011). Una de ellas es considerarla como un programa de investigación en la búsqueda de una acción educativa, que, según D'Ambrósio (1993), vino a combatir los métodos tradicionales tanto de enseñanza como de producción de conocimiento científico; valorando de esta manera, los distintos saberes y técnicas de los diversos entornos socioculturales buscando una posible intersección entre la Matemática escolar y la Matemática académica (Matemática como un producto cultural) Gerdes (1991); es decir, pretende considerar a la cultura y más concretamente, a la interculturalidad, como un espacio para el aprendizaje de las matemáticas, buscando formas de entender el significado de los objetos matemáticos, inmersos en el contexto. Este enfoque pone en cuestión la importancia de la práctica investigativa en Etnomatemática por parte del docente, mostrando, según Domite (2004), cómo esta tendencia en la educación matemática influye en la transformación del docente y sus saberes (Breda, Lima y Guimarães, 2012), planteando que estos saberes son producidos en determinados contextos en los que se inserta el docente.

Este programa ha promocionado una reconceptualización curricular (Rosa y Orey, 2005) en ciertos países de Latinoamérica (p. e. Ecuador) y ha sido considerado en algunos currículos de programas de formación inicial de profesores de matemáticas (p. e. de universidades públicas ecuatorianas) que, conjugado con los Criterios de Idoneidad Didáctica (CID) propuestos por el Enfoque Ontosemiotico (Godino et al., 2019; Fernández-Oliveras, Blanco-Álvarez y Oliveras, 2022), apoyan a la valoración de las propuestas de mejora para el aprendizaje de las matemáticas; especialmente la Idoneidad Ecológica ya que se conecta con el entorno y la cultura de los estudiantes y analiza problemas contextualizados, además de considerar propuestas educativas innovadoras; la Idoneidad Afectiva que percibe intereses, necesidades, actitudes, emociones de los estudiantes y la Idoneidad epistémica que analiza los diferentes significados de los diversos objetos matemáticos involucrados en la actividad cultural, sus características y propiedades.

Considerando la importancia de trabajar la Etnomatemática en la formación inicial de profesores de matemáticas, la presente investigación pretende analizar la idoneidad didáctica de tareas, relacionadas a diferentes objetos matemáticos, desarrolladas por futuros profesores ecuatorianos a partir de la perspectiva de la Etnomatemática.

Marco Teórico

El programa Etnomatemática y la formación de profesores

D'Ambrosio (2014) define la Etnomatemática como el conjunto de modos, estilos, artes y técnicas (*technés* o ticas) para explicar, aprender, conocer, los ambientes naturales, sociales, culturales e imaginarios de una cultura. Para este autor, trabajar la Etnomatemática en el espacio escolar, es contribuir a las nuevas generaciones a conocer y reconocer una matemática mucho más cultural, vinculada a la vida cotidiana de varios grupos étnicos (D'Ambrósio, 2008). Se trata de una postura didáctica que busca una mejora en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la disciplina con la incorporación al currículo matemático del conocimiento derivado de la vida del estudiante y de los valores humanos, como, por ejemplo, la cooperación, solidaridad y ética.

Según Gerdes (1996) la formación docente debe incluir la preparación para que puedan "investigar las ideas y prácticas de sus propias comunidades culturales, orígenes étnicos y lingüísticos y que busquen formas de construir su enseñanza a su alrededor [...] y contribuir a la comprensión, el respeto y el aprecio mutuos de (sub) culturas y actividades" (Gerdes, 1996, p. 126). Por ello, se piensa que, según Moreira (2004), la perspectiva de las etnomatemáticas sobre la formación docente y su desarrollo profesional pone como tema central la importancia de adquirir herramientas teórico-metodológicas capaz de ayudar al docente a comprender y apropiarse pedagógicamente de la diversidad llamadas matemáticas, en las comunidades donde enseña, para integrarlas en la enseñanza y organizar su práctica, desarrollando actividades didácticas que incluyan elementos matemáticos de diversas procedencias culturales. Por eso Bello (1996), en su constante trabajo con la formación de profesores de matemáticas, apunta a la etnomatemática como propuesta para el accionar pedagógico visando el desarrollo de nuevas acciones en la enseñanza de las matemáticas, abriendo espacios para la contextualización sociocultural de los contenidos académicos.

Los Criterios de Idoneidad Didáctica

El modelo de Conocimientos y Competencias Didáctico Matemáticas (CCDM), es una propuesta del Enfoque Ontosemiotico (EOS) de la Cognición e Instrucción matemática iniciada por Godino, Batanero y Font en la década de los 90; considerada necesaria para una enseñanza idónea de las matemáticas (Godino, Batanero y Font, 2019). Este modelo destaca, entre otras, la competencia de análisis de la idoneidad didáctica para la reflexión global sobre la práctica docente, su valoración y mejora progresiva (Giacomone, Godino & Beltrán-Pellicer, 2018). La noción de idoneidad didáctica, responde a la pregunta: qué criterios seguir en el diseño de secuencias de tareas para desarrollar y evaluar la competencia matemática de los alumnos y qué cambios hacer para conseguir metas de aprendizaje superiores (Font, 2011). Esta noción se descompone en los siguientes criterios parciales de idoneidad didáctica (Godino, Batanero y Font, 2019; Breda, Font y Pino-Fan, 2018): Idoneidad epistémica, para valorar si las matemáticas que están siendo enseñadas "son buenas matemáticas": Idoneidad ecológica, para valorar la adecuación del proceso de instrucción al proyecto educativo del centro, a las directrices curriculares y a las condiciones del entorno social y profesional; Idoneidad emocional, para valorar la implicación – intereses y motivaciones- de los alumnos durante el proceso de instrucción; Idoneidad cognitiva, para valorar si los alumnos han aprendido con la tarea propuesta; Idoneidad interaccional, para valorar si se ha realizado una gestión adecuada de la interacción en la clase que ha permitido resolver las dificultades de los alumnos? e Idoneidad mediacional, para valorar si se ha utilizado recursos temporales, materiales, TIC, etc.

adecuados para la enseñanza. En la revisión de la literatura realizada en Breda, Font y Lima (2015), la noción de Idoneidad didáctica ha tenido un impacto relevante en la formación de profesores en diferentes contextos.

Metodología

El estudio realizado es de tipo cualitativo y busca analizar el diseño y reflexión de tareas con enfoque etnomatemático utilizando la herramienta de análisis didáctico del EOS, los CID. Los participantes son futuros profesores de Matemáticas que estudian en la Universidad de Cuenca (Ecuador), quienes se encuentran tomando la asignatura de Etnomatemática que corresponde al quinto año o Programa Académico Ordinario (PAO).

La asignatura de Etnomatemática, correspondiente al campo de formación integración de saberes y contextos, se presenta como un aporte sustancial en la formación inicial de docentes de la Carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales, una vez que se realiza el diseño, planificación, ejecución y evaluación de propuestas de aprendizajes, tomando en cuenta la interculturalidad. A través de esta asignatura se pretende que el estudiante logre reconocer e identificar a la matemática en las actividades culturales de su entorno, donde demostrará que, el conocimiento matemático, aunque no sea el escolar, está presente en nuestra identidad cultural; por lo que, mediante estrategias metodológicas como revisión bibliográfica, mapas conceptuales, y propuestas de trabajos colaborativos, tiene posibilidad de tornar visible las características de la etnomatemática y plantear, de manera creativa, formas de entender el significado de los objetos matemáticos, inmersos en este contexto, con el apoyo de la investigación formativa y a través de la docencia asistida, la experimentación y el trabajo autónomo como componentes del aprendizaje. La asignatura se inicia con la revisión histórica de lo que representa la Etnomatemática y su importancia en la cultura de los pueblos, para continuar con el análisis del programa Etnomatemática en el currículo ecuatoriano y completar con propuestas de aprendizaje de las matemáticas, a través de la cultura, mediante proyectos integradores coordinados por la Cátedra Integradora que guiará las actividades propuestas por los estudiantes.

La asignatura forma parte de la malla curricular que pretende desarrollar la capacidad para identificar la matemática presente en las diferentes expresiones de nuestra cultura, con la finalidad de diseñar propuestas educativas innovadoras que apoyen en la solución a problemas del contexto. En esta virtud, la tarea que los futuros profesores deberían realizar en la asignatura tenía las siguientes consignas: 1. Escoger un tema basado en su realidad cultural y que sirvan como escenario para promover el interés de los estudiantes por la matemática. 2. Asistir y ver el trabajo de esos grupos sociales o culturales y el desarrollo de la obra que realizan. 3. Identificar procesos matemáticos en esta práctica. 4. Filmar o fotografiar el proceso, realizando preguntas pertinentes y necesarias para elaborar el informe correspondiente. 5. Exponer la reflexión sobre la experiencia, indicando si la llevarían a las aulas de clases.

Para el análisis del diseño y reflexión de las tareas, evidenciadas en los comentarios emitidos por los futuros profesores, se utilizó la herramienta Criterios de Idoneidad Didáctica propuestos por el EOS. En este trabajo, por cuestiones de espacio, se seleccionaron los diseños y reflexiones de dos tareas desarrolladas por dos futuros profesores.

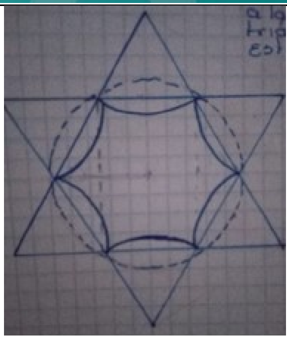
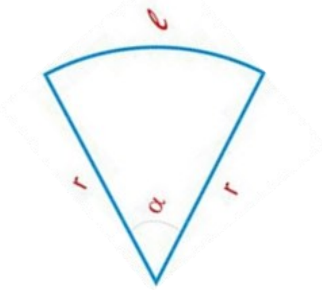
Resultados

Cuenca es una ciudad muy rica en cultura y sus habitantes se dedican a la elaboración de diferentes artesanías por lo que resulta un espacio propicio para la Etnomatemática como estrategia clave para el aprendizaje de la matemática. En ese sentido, se presentan los análisis de dos tareas diseñadas por futuros profesores enfocadas en la práctica de la artesanía.

Tabla 1.

Comentarios emitidos por futuros profesores de matemáticas en el diseño y reflexión de Tarea 1

Tarea 1. Elaboración de artesanías: Tejidos	
Idoneidad Ecológica	La importancia de la elaboración de estas artesanías, o tejido con palillos, es que involucra de una manera indirecta al campo de las ciencias exactas como es la matemática.
	La matemática en base a la innovación de cómo ser enseñada y explicada, se ha conectado con otra rama: las ciencias sociales que sirven de ayuda para explicar las culturas y la forma como la matemática se encuentra presente en dichos objetos.
	Lo interesante es conocer más acerca de tejidos de artesanías e integrar este arte con las matemáticas para ser elaborado, de maneras inimaginables, empezando desde el conteo, hasta la elaboración de las diferentes figuras geométricas aplicadas.
Idoneidad Epistémica	El modelo matemático planteado para la elaboración de un tapete con forma de una estrella de seis puntas, estará inmerso en una progresión aritmética que permita encontrar la cantidad de tejido para ser fabricada.

Sector circular.

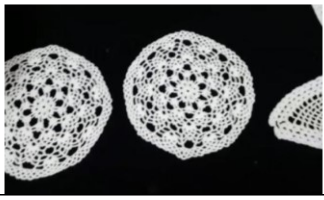
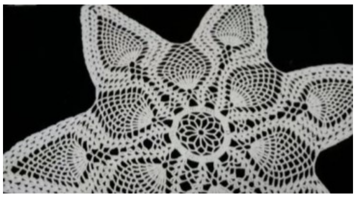
$S = r\ x\ \alpha$ $\qquad$ $S = (20\pi)/3$

Planteamos la progresión aritmética.

$a = u + (n-1)d$ $\qquad$ $(20\pi)/3 \ = 1 + 20d$

$\left[\frac{20\pi}{3}\right] - 1 = 20d$ $\qquad$ $19{,}94 = 20d$ $\qquad$ $d = 1$

La fila de tejido que corresponde a cada punto disminuirá a un centímetro respectivamente a ambos lados del sector circular hasta llegar a la punta de cada extremo de la estrella. Este procedimiento se deberá repetir en las otras cinco puntas del tapete incluyendo el centro.
Ese proceso es una práctica muy común en nuestro diario vivir, involucra el conteo, como actividad fundamental al momento de realizar el tejido artesanal e involucra ordenar y comparar para registrar cantidades que ayuden a su elaboración; además está presente la práctica matemática de medir, ya que depende del tamaño al que se quiera llegar con el tejido.

Idoneidad Afectiva	Los tejidos elaborados a mano, nos hacen pensar y valorar nuestra cultura, tradiciones de nuestros antepasados que se apegaron a la elaboración de diferentes cerámicas y tejidos.
Reflexión	La importancia que tiene la elaboración de artesanías, especialmente la del tejido con palillos es el involucramiento de una manera directa al campo de las ciencias exactas; es decir, a las matemáticas. El proceso de confección de tejidos hace pensar y valorar la cultura y tradiciones de los antepasados que vivieron de este oficio, sin imaginar las herramientas matemáticas que utilizaban; es así que, pensar en propuestas de innovación para la enseñanza de esta asignatura, se torna válida para los estudiantes que están inmersos en el mundo de las artesanías, por la familiaridad que resulta. El uso de tejidos, cerámicas y otras artesanías, trabajadas desde el punto de vista matemático, facilitará la relación de su entorno con las distintas maneras de hacer matemáticas, guiándose en estos sencillos ejemplos, típicos de una cultura mega diversa. La creatividad e innovación para trabajar proceso de instrucción matemática, en base a las artesanías, se convierte en una fortaleza para su mejora.

Los comentarios expresados por el futuro profesor en la Tarea 1 se relacionan, sobre todo, con los CID epistémico, ecológico, y afectivo. En particular, la reflexión planteada expresa que la creatividad e innovación para trabajar la matemática, con base a las artesanías, se convierten en fortaleza para su mejora. Una manifestación de tipo epistémico de tal comentario es relacionar la producción de tejidos con el objeto matemático progresión aritmética.

Tabla 2

Comentarios emitidos por futuros profesores de matemáticas en la Tarea 2

Tarea 2. Elaboración de Canastos (Cestería)	
Idoneidad Ecológica	El Ecuador es un país multicultural y multiétnico; Cuenca es una de las ciudades que representa las diferentes culturas y aunque lo hacen desde un conocimiento empírico el uso de las matemáticas es evidente en cada recurso elaborado por las manos artesanas que, sin estar conscientes, hacen uso de patrones y operaciones matemáticas con cálculos precisos para crear el arte que forma parte de sus vidas; por lo que la cultura es un espacio propicio para demostrar la presencia de la matemática, en cada artículo diseñado y elaborado por una comunidad.
Idoneidad Epistémica	En cuanto a la práctica docente podemos implementar este tipo de procesos haciendo relación con la secuencia numérica; por ejemplo, si denominamos a un doblado con un número, a otro lado con otro número y así sucesivamente, nosotros podríamos llegar a nuestros estudiantes a realizar este tipo de obras simplemente con la manifestación de dichos números en la secuencia determinada para poder desarrollar dichas obras; de tal manera que si les decimos a los estudiantes que el número uno es un bordado normal y les pedimos que realicen 5 repeticiones del número uno, ellos entenderán hasta qué punto pueden llegar con ese tipo de bordado y, con la indicación correcta, ellos sabrán que cuando el docente dé la siguiente numeración, tendrán que seguir con el otro tipo de bordado.  
Idoneidad Afectiva	Plantear propuestas de aprendizaje basados en actividades del diario vivir y que implique el uso de la matemática, genera el interés de niños y jóvenes y más si dan respuesta a las necesidades de la comunidad como son la elaboración de canastos o vasijas, que tienen un valor cultural, legado de los antepasados y que mantienen su utilidad.

Reflexión	La importancia que tiene la elaboración de artesanías, especialmente la del tejido con palillos es el involucramiento de una manera directa al campo de las ciencias exactas; es decir, a las matemáticas. El proceso de confección de tejidos hace pensar y valorar la cultura y tradiciones de los antepasados que vivieron de este oficio, sin imaginar las herramientas matemáticas que utilizaban; es así que, pensar en propuestas de innovación para la enseñanza de esta asignatura, se torna válida para los estudiantes que están inmersos en el mundo de las artesanías, por la familiaridad que resulta. El uso de tejidos, cerámicas y otras artesanías, trabajadas desde el punto de vista matemático, facilitará la relación de su entorno con las distintas maneras de hacer matemáticas, guiándose en estos sencillos ejemplos, típicos de una cultura mega diversa. La creatividad e innovación para trabajar proceso de instrucción matemática, en base a las artesanías, se convierte en una fortaleza para su mejora.

Los comentarios expresados por el futuro profesor se relacionan, sobre todo, con los CID epistémico, ecológico, y afectivo, justificando que la idoneidad de las propuestas de la Etnomatemática se complementa con la reflexión: *los docentes deben realizar propuestas de aprendizaje, valorando la actividad cultural y demostrando su relación con la matemática.* En referencia al epistémico, por ejemplo, se observa el reconocimiento y relación entre la actividad cultural y el objeto matemático secuencia numérica.

Conclusiones

Los futuros profesores de matemáticas demuestran la capacidad de relacionar las diferentes objetos matemáticos abordados del currículo, con las prácticas etnomatemáticas de artesanía locales y mencionan la posibilidad de aprender matemáticas desde los niveles básicos, hasta el bachillerato, teniendo como referente, la cultura propia de nuestro medio; abriendo la posibilidad de pensar propuestas curriculares específicas que legitimen el diálogo intercultural entre las diferentes formas de ser, de estar y de hacer en los países diversos, conforme los estudios de Blanco-Álvarez, Higuita Ramírez & Oliveras (2014). Además, ellos reconocen los diferentes contextos de la matemática en la elaboración de las artesanías de la cultura local y mencionan que aprender matemáticas en ese entorno es favorable y muy interesante, como menciona Ubiratan D'Ambrosio.

En el análisis de las tareas realizadas por los futuros profesores de matemáticas, se pueden inferir diversos conocimientos matemáticos presentes en la cultura, lo que demuestran la importancia y factibilidad de diseñar propuestas educativas innovadoras que apoyen en la solución a problemas del contexto, como plantea la Etnomatemática, que, aunque no es fácil, se debería iniciar desde la formación inicial de docentes ya que, como sostiene Oliveras & Gavarrete (2012), educar matemáticamente a las personas es mucho más que enseñarles simplemente algo de matemáticas. Para concluir, se observa que los futuros profesores están en capacidad de identificar diversos conocimientos matemáticos presentes en la cultura, lo que hace factible diseñar propuestas educativas innovadoras que apoyen en la solución a problemas del contexto, como plantea la Etnomatemática.

Agradecimientos

Trabalho desenvolvido no âmbito do projeto de investigação PID2021-127104NB-I00 (MCIU/AEI/FEDER, UE).

Referencias

Bello, S.E.L. (1996). A pesquisa em Etnomatemática e a educação indígena. *Zetetike (UNICAMP), 4*, 97-106.

Blanco-Álvarez, H., Higuita Ramírez, C., & Oliveras, M. L. (2014). Una mirada a la Etnomatemática y la Educación Matemática en Colombia: caminos recorridos. Revista Latinoamericana de Etnomatemática: Perspectivas Socioculturales de la *Educación Matemática, 7*(2), 245-269.

Breda, A., Font, V., & Lima, V. M. R. (2015). A noção de idoneidade didática e seu uso na formação de professores de matemática. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática, 8*(2), 1-41. https://doi.org/10.17921/2176-5634.2015v8n2p%25p

Breda, A., Font, V., & Pino-Fan, L. R., (2018). Criterios valorativos y normativos en la Didáctica de las Matemáticas: el caso del constructo idoneidad didáctica. *Bolema, 32*(60), 255-278. https://doi.org/10.1590/1980-4415v32n60a13

Breda, A., & Lima, Valderez M. R. (2011). Etnomatemátia sob dois pontos de vista: a visão D Ambrosiana e a visão Pós-Estruturalista. *RLE (Pasto), 4* (2), 4-31.

Breda, A., Lima, V. M. R., & Guimarães, G. T. D. (2012). A Etnomatemática nos cursos de formação continuada de professores: implicações das regularidades discursivas e das relações de poder na produção de subjetividades. *RLE (Pasto), 5* (1), 116-148.

D'Ambrósio, U. (1993). *Etnomatemática: arte ou técnica de explicar e conhecer*. 2ª ed. São Paulo: Ática S.A.

D'Ambrosio, U. (2008). O Programa Etnomatemática: uma síntese/The Ethnomathematics Program: A summary. *Acta Scientiae, 10*(1), 07-16.

D'Ambrosio, U. (2014). Las bases conceptuales del Programa Etnomatemática. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 7*(2), 100-107.

D'Ambrosio, U. (2021). Las dimensiones políticas y educacionales de la etnomatemática. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática, (Especial)*, 93-96.

D'Ambrosio, U., & Rosa, M. (2008). Um diálogo com Ubiratan D'Ambrosio: uma conversa brasileira sobre etnomatemática. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática Perspectivas Socioculturales de la Educación Matemática, 1*(2), 88-110.

Domite, M. C. (2004). Da compreensão sobre a formação de professores e professoras numa perspectiva etnomatemática. In: Knijinik, G., Wanderer, F., Oliveira, C. J. *Etnomatemática. Currículo e formação de professores* (p. 419-431). Santa Cruz do Sul: EDUNISC.

Fernández-Oliveras, A., Blanco-Álvarez, H., & Oliveras, M. L. (2022). Aplicación de un Instrumento para Valorar la Idoneidad Didáctica Etnomatemática a una Propuesta de Enseñanza-Aprendizaje sobre Patrones de Medida No Convencionales. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, *35*, 1845-1875.

Font, V. (2011). Competencias profesionales en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. *Unión. Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 26*, 9-25.

Gerdes, P. (1991). *Etnomatemática: cultura, matemática e educação*. Moçambique: Instituto superior pedagógico.

Gerdes, P. (1996). Etnomatemática e Educação Matemática: Uma panorâmica geral‖. *Quadrante, 5*(2), 105-138.

Giacomone, B., Godino, J. D., & Beltrán-Pellicer, P. (2018). Desarrollo de la competencia de análisis de la idoneidad didáctica en futuros profesores de matemáticas. *Educação e Pesquisa*, 44, e172011.

Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2019). The Onto-semiotic Approach: implications for the prescriptive character of didactics. *For the Learning of Mathematics, 39*(1), 37-42.

Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM - International Journal on Mathematics Education, 39*(1–2). https://doi.org/10.1007/s11858-006-0004-1

Godino, J. D., Giacomone, B., Batanero, C., & Font, V. (2017). Enfoque ontosemiótico de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas. *Bolema - Mathematics Education Bulletin, 31*(57). https://doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a05

Moreira, D. (2004). *Etnomatemática e a formação de professores*. Repositório Aberto: Universidade Aberta.

Oliveras, M. L., & Gavarrete, M. E. (2012). Modelo de aplicación de etnomatemáticas en la formación de profesores para contextos indígenas en Costa Rica. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa, 15*(3), 339-372.

Rosa, M., D'Ambrosio, U., Orey, D. C., Shirley, L., Alangui, W. V., Palhares, P., & Gavarrete, M. E. (2016). *Current and future perspectives of ethnomathematics as a program* (p. 45). Springer Nature.

Rosa, M. & Orey, D. (2005). Currículo e Matemática: Algumas Considerações na Perspectiva da Etnomatemática e da Modelagem. In: *IV Conferência Nacional sobre Modelagem e Eduaçao Matematica*, Feira de Santana BA.

Desenvolvimento Profissional de professores de matemática sob a ótica da Teoria da Atividade: tensões e conflitos

Professional development of mathematics teachers from the perspective of Activity Theory: tensions and conflicts

Desarrollo profesional de profesores de matemáticas desde la perspectiva de la Teoría de la Actividad: tensiones y conflictos

Renata Rodrigues de Matos Oliveira[288]
Universidade Federal de Minas Gerais
https://orcid.org/0000-0003-1067-8790

Bárbara de Paula Motta Mirson[289]
Universidade Federal de Minas Gerais
https://orcid.org/0000-0003-0552-4316

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam matemática

Resumo

Este artigo discute os acontecimentos que decorrem de tensões e conflitos que possivelmente podem vir a influenciar no Desenvolvimento Profissional de um grupo de professores de matemática. O principal objetivo foi identificar tensões e conflitos vivenciados pelos professores de matemática de uma escola pública, ao longo de sua demanda de planejamento e reunião pedagógica, sob a ótica da Teoria da Atividade. Este estudo tem como base uma pesquisa em andamento, que, apoiado na Teoria da Atividade, busca compreender como se caracteriza o Desenvolvimento Profissional dos professores de matemática no ensino fundamental, a partir de momentos extraclasses vivenciados em uma escola pública de Contagem - MG, em um contexto de pandemia de COVID-19. O marco teórico, da pesquisa, considera o Desenvolvimento Profissional Docente e a perspectiva da Teoria da Atividade, especialmente a aprendizagem expansiva. Para a realização deste trabalho, utilizou-se uma abordagem qualitativa e intervencionista pautada nos princípios do Laboratório de Mudanças. Os resultados iniciais, indicam conflitos vivenciados pelos docentes no Sistema-Atividade, que dão indícios que existem tensões na Atividade, a qual passou por mudanças.
Palavras-chave: Desenvolvimento Profissional, professores que ensinam matemática, tensões e conflitos, Teoria Histórico-Cultural da Atividade.

Abstract

This paper debates the events resulting from tensions and conflicts that could possibly influence the professional development of a group of mathematics teachers. The main aim was to identify tensions and conflicts experienced by mathematics teachers from a public school, throughout

[288] praticaras@gmail.com
[289] bpmirson@gmail.com

their demand for planning and pedagogical meeting, from the perspective of Activity Theory. This study is based on an ongoing research, which, supported by the Activity Theory, seeks to understand how the Professional Development of mathematics teachers in elementary school is characterized, from extra-class moments experienced in a public school in Contagem - MG, in a context of the COVID-19 pandemic. The theoretical framework, from research, considers Teacher Professional Development and the Activity Theory perspective, especially the expansive learning. To carry out this work, we use a qualitative and interventionist approach based on the principles of the Change Laboratory. The initial results indicate the tensions experienced by teachers in the Activity System, which underwent changes.
Keywords: Professional development, teachers who teach math, conflicts and tensions, Cultural-Historical Activity Theory.

Resumen

Este artículo discute los eventos que resultan de tensiones y conflictos que posiblemente pueden influir en el desarrollo profesional de un grupo de profesores de matemáticas. El objetivo principal fue identificar las tensiones y conflictos vividos por los profesores de matemáticas de una escuela pública, a través de su demanda de planificación y encuentro pedagógico, desde la perspectiva de la Teoría de la Actividad. Este estudio se basa en una investigación en curso, que, apoyado en la Teoría de la Actividad, busca comprender cómo se caracteriza el Desarrollo Profesional de profesores de matemáticas en la enseñanza básica, a partir de momentos extraclases vividos en una escuela pública de Contagem - MG, en un contexto de pandemia por COVID-19. El marco teórico, de la investigación, considera el Desarrollo Profesional Docente y la perspectiva de la Teoría de la Actividad, especialmente el aprendizaje expansivo. Para llevar a cabo este trabajo, utilizamos un enfoque cualitativo e intervencionista basado en los principios del Laboratorio del Cambio. Los resultados iniciales indican las tensiones experimentadas por los docentes en el Sistema de Actividades, que sufrió cambios.
Palabras clave: Desarrollo profesional, profesores que enseñan matemáticas, tensiones y conflictos, Teoría Histórico-Cultural de la Actividad.

Desenvolvimento Profissional Docente: Uma introdução

A sociedade, ao longo do tempo, vem se (re)organizando e muitos foram os desafios encontrados por ela. De certo modo, esses desafios impulsionaram mudanças que contribuíram com as transformações em nosso modo de pensar, conviver e agir socialmente. A escola sendo um espaço sociocultural (CALDEIRA & ZAIDAN,2013), também sofre transformações ao longo do tempo, o que de certa maneira impulsiona um redimensionamento do fazer docente.

Nesse contexto, constantemente, o professor é compelido a acompanhar as mudanças sociais, tecnológicas e do próprio conhecimento, o que exige que ele aprenda e busque formas de ensinar para além do modelo de sua formação escolar e profissional. Em outras palavras, para acompanhar as mudanças que acontecem no campo da educação é importante que o professor se desenvolva profissionalmente.

A definição conceitual de Desenvolvimento Profissional Docente (DPD) é plural. Isso quer dizer que este é um conceito que tem muitos sentidos e pode ser entendido como um fenômeno multidimensional e complexo (MARCELO GARCÍA; VAILLANT, 2016). Mesmo existindo diferenças, as abordagens de DPD mais atuais, como as apresentadas por Oliveira-Formosinho (2009), Marcelo García (2009) e Imbernón (2011), mantêm especificidades que foram abordadas em pesquisas mais antigas e também apresentam confluências no que diz respeito aos fatores que o impulsionam e ao contexto no qual se desenvolve o DPD.

Por esse viés, compreendemos que o conceito de Desenvolvimento Profissional Docente, independentemente das diferentes concepções, tem um eixo central, sendo este o processo de aprendizagem que propicia reflexões e mudanças em relação às suas práticas, de modo a melhorar o ensino e a aprendizagem dos estudantes. Para tal, abrange vários fatores, como as distintas experiências dos profissionais.

Para que aconteça o DPD, Ferreira (2003), amparada nos estudos de Pehkonen e Torner (1999), sugere que é necessário que ocorram perturbações no modo de pensar e agir do professor. Ancoradas nessa linha de raciocínio, em relação ao Desenvolvimento Profissional, acreditamos que, para impulsionar uma aprendizagem que gere mudança, é preciso que o docente se sinta desafiado, incomodado ou que perceba incoerências ou problemas que o levem a articular fatores como, experiências formais[290] e informais, aspectos coletivos e individuais, contexto de atuação, condições de trabalho e subjetividades, para agir e criar novos conhecimentos. Em outras palavras, entendemos que as tensões e os conflitos que acontecem no ambiente de trabalho (escola) podem impulsionar o DP dos professores de matemática.

Desse modo, para tratar do Desenvolvimento Profissional de professores de matemática, evidenciamos a importância de perceber tanto o docente (como um sujeito histórico que interfere, integra, interage, aprende e modifica o seu contexto) quanto o potencial das tensões (ENGESTRÖM, 2001) para gerar mudanças e transformações em uma Atividade (ENGESTRÖM, 2015). Compreendemos Atividade como sendo um grupo de pessoas (sujeitos) engajados em um mesmo propósito, com uma direção específica para o objeto da experiência coletiva e social do grupo envolvido (LEONTIEV, 1981).

[290] As experiências formais (por exemplo, seminários, cursos de formação (continuada), oficinas, formação inicial, entre outros), são formuladas em ambientes organizacionais, geralmente, em conformidade com as demandas de Secretarias de Educação ou órgãos reguladores da Educação, com um currículo predeterminado. E, para tal, existe um agente externo (formador).

Nessa direção, temos como objetivo, nesse estudo, identificar conflitos, vivenciados pelos professores de matemática de uma escola pública, ao longo de sua demanda de planejamento e reunião pedagógica, sob a ótica da Teoria da Atividade, pois consideramos, tal como propõe Querol et all (2014), que a TA traz à tona a compreensão de que o ser humano não pode ser visto separadamente de seu meio sociocultural. Para isso, utilizamos dados de uma pesquisa em andamento, que visa compreender como se caracteriza o Desenvolvimento Profissional dos professores de matemática no ensino fundamental, em uma perspectiva da TA, a partir de momentos extraclasses vivenciados em uma escola pública de Contagem, MG, em um contexto de pandemia de COVID-19.

Apresentamos a seguir os referenciais teóricos orientados pela Teoria da Atividade, em especial a aprendizagem expansiva, para sustentar esta reflexão, os aspectos metodológicos do estudo, a análise dos dados que apresentaremos e por fim elencamos nossas considerações finais.

Teoria da Atividade: em síntese

A Teoria da Atividade (TA) é baseada na psicologia Histórico-Cultural, fundamentando-se, desde 1920, nos trabalhos de Vygotsky e vem sendo desenvolvida por outros pesquisadores ao longo do tempo. De forma geral, colaboradores em diferentes países, por meio de estudos, foram ampliando as perspectivas sobre a Teoria da Atividade; por isso, essas perspectivas se diferenciam e vão tomando novas dimensões (ENGESTRÖM, 2001, 2015; QUEROL *et al*., 2014).

Compreendemos, pautadas em Engeström (2001), que a evolução da perspectiva histórico-cultural da Atividade se dá por meio de três gerações. Baseamos o estudo, aqui apresentado, nas abordagens da terceira geração. Por isso, as perspectivas das duas primeiras gerações foram sucintamente apresentadas, ao contrário das proposições da terceira geração, a qual buscamos evidenciar algumas de suas especificidades.

A primeira geração se pauta nas proposições de Vygotsky (ENGESTRÖM, 2001), que parte da concepção de que a ação humana é mediada por artefatos culturais. A segunda geração da teoria da Atividade, que tem como precursor Leontiev (1981) aborda as ações mediadas a partir de um modelo, que amplia a ideia de Atividade mediada por signos e ferramentas e passa a analisá-la em um aspecto coletivo da Atividade.

Já a terceira Geração, que tem como integrante o pesquisador Yrjö Engeström, toma como ponto central que a Atividade deve ser compreendida a partir de um Sistema-Atividade[291](ENGESTRÖM, 2015), o qual é ilustrado em um triângulo. Nesse Sistema, os sujeitos são os indivíduos, ou um grupo de pessoas que tem o ponto de vista selecionado para análise, por exemplo, nesse estudo, os professores de matemática. O objeto é o espaço problema ao qual a Atividade é direcionada, como o ensino de matemática e o conhecimento da matemática escolar que os estudantes vão adquirir. Já os artefatos são instrumentos (físicos ou simbólicos), tal como Google Meet, mediadores da ação dos sujeitos. A comunidade é constituída por aqueles que têm alguma relação com a Atividade, exemplo disso, são os pedagogos, professores de outras áreas, gestão da escola. Nesse Sistema as regras são normas e padrões que regulam a Atividade e a divisão de trabalho é a distribuição de funções e tarefas entre os membros da comunidade

A terceira geração considera as contradições como as principais fontes de movimento, mudança e desenvolvimento em um Sistema-Atividade, isto é, como a força que impulsiona o desenvolvimento. Para Engeström (2001), as contradições são inerentes às Atividades do ser humano. Isso quer dizer que não são involuntárias, não ocorrem por acaso. Nessa direção, entendemos que historicamente as contradições vão acumulando tensões dentro e entre os Sistemas de Atividades, o que pode ora gerar conflitos, ora ações inovadoras para resolvê-los, causando rupturas que podem impulsionar transformações expansivas da Atividade (ENGESTRÖM, 2001, 2015). Compreendemos, tal como Engeström (2001), que a transformação expansiva ocorre quando o objeto de uma Atividade é modificado pelos sujeitos do Sistema-Atividade.

Os dilemas e conflitos, como explica Engeström & Sannino (2010), são manifestações discursivas que indicam que existem contradições. No que se refere às tensões, entendemos que elas podem emergir a partir da inserção de outras Atividades e de elementos ao Sistema-Atividade, sendo, então, exemplos de situações que provocam um desequilíbrio na Atividade (ENGESTRÖM & SANNINO, 2010).

Por isso, tal como propõe Godhe (2013), acreditamos que visualizar as tensões pode

[291] Nesta pesquisa, entende-se, como propõe Kawasaki (2008), que Sistemas de Atividades é um termo referente “a mais de uma Atividade que, de um modo e outro, estão relacionadas entre si de forma sistematizada” (p. 110).

fornecer insights sobre o que as mudanças envolvem, como e por que elas ocorrem. Dessa maneira, focalizamos as manifestações discursivas dos professores de matemática (conflito) que indicavam tensões entre os componentes do Sistema. Buscando nuances de um movimento que poderia vir a desencadear o processo de DPD. Para tanto apresenta-se a seguir a abordagem metodológica adotada na pesquisa e posteriormente os dados.

Abordagem metodológica

Na pesquisa adotamos uma abordagem metodológica qualitativa porque, dentre outros fatores, possibilita a compreensão de uma realidade específica, na qual os significados são vinculados a um dado contexto (ALVES-MAZZOTTI, 1999). Tal característica indica que a abordagem qualitativa possibilita compreender um grupo social e sua organização, levando-se em conta as pessoas envolvidas nesse processo e suas realidades.

Amparadas no arcabouço teórico-metodológico da TA, na pesquisa realizamos uma intervenção formativa pautada em alguns procedimentos e ferramentas do Laboratório de Mudanças[292] (LM), uns de acordo com sua essência e outros foram adaptados para atender as demandas do contexto e do estudo que vem sendo desenvolvido. No estudo, foram realizadas de forma virtual, uma vez que a pesquisa foi desenvolvida durante a pandemia da SARS-CoV-2 (COVID-19), sete sessões e uma reunião[293], com uma frequência, geralmente, mensal. Um grupo de docentes de matemática de uma escola pública do município de Contagem-MG e um pedagogo desta escola participou tanto das sessões quanto da reunião. O grupo de professores era compostos por três professoras e um professor, ambos formados em licenciatura em matemática.

O material empírico da pesquisa é composto por registros em vídeos das sessões realizadas na intervenção formativa na escola, por reuniões de planejamento pelo coletivo da escola e reuniões com gestão e pedagogos com duração de seis meses, por registro escrito de questionário respondido pelos docentes participantes da pesquisa e pelas anotações em caderno de campo da pesquisadora.

[292] O laboratório de mudança (LM) é um termo em português para o proposto *Change Laboratory*, desenvolvido pelos pesquisadores do Centro de Pesquisa em Atividade, Desenvolvimento e Aprendizagem (CRADLE), na Finlândia, desde 1990.

[293] No procedimento do LM, a reunião é um momento que antecede a sessão, no qual busca-se o Sistema-Atividade. Já a sessão é o momento no qual os participantes vão buscar analisar as perturbações do trabalho.

Durante a intervenção, por meio de vídeos, os participantes tiveram contato com as situações-problemas e soluções criadas por eles. As situações que poderiam promover ações específicas da aprendizagem expansiva (ENGESTRÖM, 2015). Contudo, outras ferramentas também foram utilizadas, como discussões sobre determinado assunto antes de assistir os vídeos e dados do questionário respondido pelos professores.

Para produzir os vídeos (material-espelho/presente) utilizados nas sessões formativas realizadas com os participantes da pesquisa, foram realizados estudos e discussões coletivas com pesquisadores do Grupo Coletivo Crítico[294], o qual as duas autoras fazem parte, acerca das sessões e das possibilidades para compor a superfície espelho. Os pesquisadores do grupo auxiliaram a esclarecer pontos que estavam mais confusos. Além disso, buscaram interceptar os vieses na interpretação da pesquisadora sobre as situações-problemas e interações entre os participantes, propondo outras formas de interpretações e ainda destacaram algumas situações não percebidas. Como propõe Alves-Mazzotti (1999), a verificação pelos pares é um dos critérios que evidenciam a confiabilidade de uma pesquisa, dada a interpretação dos dados pela pesquisadora.

Em se tratando dos dados, na próxima seção abordaremos alguns desses dados, no intuito de identificar os conflitos vivenciadas pelos professores, ao longo de sua demanda de planejamento e reunião pedagógica. Essa manifestação discursiva é apresentada por meio de um episódio (ARAÚJO, 2002), que foi constituído por meio de excertos da terceira e quarta sessão formativa, como apresenta-se a seguir.

Descrição e Análise de Dados

Nesse episódio buscamos retratar a tensão que surge na Atividade quando novos modos de trabalho são incorporados no Sistema-Atividade para atender uma forma diferente de lecionar - Ensino Remoto. Ao descreverem as suas vivências em relação a essa forma de trabalho, os professores de matemática, inicialmente, percebiam que realizavam, no contexto escolar presencial, um trabalho coletivo que atendia às suas demandas. Para eles esse modo não estava sendo adotado no ER. Porém, após visualizarem as respostas que deram a um

[294] O Coletivo Critico: Perspectivas Sociopolíticas e Críticas em Pesquisas e Práticas Pedagógicas em Educação Matemática é um grupo de pesquisa coordenado pela professora Dr.(a) Jussara de Loiola Araújo. Reúne pesquisadores de diversos níveis de formação como, mestrado, doutorado, iniciação cientifica e os mais experientes, também. Neste grupo discute-se de uma forma colaborativa as pesquisas que estão sendo desenvolvidas, criando-se uma rede de ações para que elas possam ser aprimoradas.

questionário online e ao assistirem o material espelho da sessão, surge um conflito que dá indícios de que existe uma tensão estrutural.

A tensão começa a ser evidenciada quando a percepção dos professores de matemática (sujeitos do sistema), sobre a sua forma de trabalhar no ensino presencial, fragiliza-se. Assim, os professores vivenciam um conflito (ENGESTRÖM & SANNINO, 2011) que está relacionado com a forma como eles vinham dividindo o seu trabalho tanto no ER quanto no presencial, como apresentamos a seguir:

Prof.ª Tereza: [...] nosso trabalho [no ensino presencial] é realizado mais individualmente mesmo e algumas decisões são coletivas aí, mas a grande maioria é individual mesmo.

Prof. Valentim: Eu acho o seguinte, que o nosso trabalho coletivo [no ensino presencial] tem muito a ver com a gente querer a participação dos outros, sabe? Acho que por isso todo mundo colocou [no formulário on-line] que às vezes é individual, às vezes é coletivo. Porque a gente às vezes precisa mesmo da participação dos professores em alguns momentos, sabe? Não é sempre. E agora na pandemia é individual. É tão individual que a gente está fazendo sozinho mesmo, até sem os alunos.

Prof.ª Vitória: Eu acho o nosso grupo tão legal, a gente na escola se ajuda tanto, conversa.

Prof.ª Mariana: É igual o Valentim falou, a gente é coletivo, a gente busca algo que seja bom para o grupo de matemática, para todos os alunos envolvidos da escola. Aí individualmente a gente já pensa mais na questão da nossa sala de aula, né? [...] então, a gente é mais no sentido colaborativo.

Prof.ª Tereza: [..] Eu vejo que talvez [o trabalho] pudesse envolver um pouco mais, um planejamento em conjunto, mesmo. Até porque na grande maioria das vezes, acontece da gente não seguir com os meninos do sexto para o outro ano, porque o nosso ano de atuação é até o nono. Então, [...] na maioria das vezes, tem uma troca de professores aí. [...] eu acho que seria interessante se a gente conseguisse fazer esse planejamento mais coletivo, mesmo.

Pesquisadora: Tereza, você acha que precisava ter um movimento mais coletivo, é isso?

Prof.ª Tereza: Eu acredito que sim. A gente ainda não consegue fazer isso não, Renata.

Prof.ª Mariana: Uai, seria bom [...] utópico, né? Se a gente conseguisse conversar com o professor que deu aula com a turma anterior e alinhar tudo direitinho. [...] Mas tem as especificidades, né? É muito difícil de andar todo mundo junto, né?

Pesquisadora: Ah, sim, mas quando você fala, por exemplo, de alinhar, você vê possibilidade para isso? [...] de sentar e articular junto ou de discutir com eles [outros professores]?

Prof.ª Mariana: Ah, Renata, a gente é tão multitarefas dentro da escola, né?! Acaba que por mais que se organize, a gente não consegue abarcar tudo isso, né. [...] lá na escola, a gente tem o hábito de planejar o que vai fazer no ano seguinte. [...] Agora, planejamento de aula, de currículo, demandaria muito tempo, um tempo que a gente acaba não tendo, né?! Porque a gente tem que fazer tanta planilha, corrigir coisas.

Prof.ª Vitória: Ôh, gente, nosso trabalho é muito bacana. Mas eu acho que, às vezes, a gente poderia conversar um pouco mais.

(1º parte do episódio- terceira sessão da intervenção formativa-17/12/2020)

Em outro momento da sessão, por meio da conversa que vinha sendo estabelecida os docentes levaram em conta as suas organizações e as demandas que surgiam na sala de aula. Assim, eles identificaram que adotar uma dinâmica individual era mais tangível do que assumir um modo coletivo para organizarem o trabalho (para dividir o trabalho).

Pesquisadora: Vocês querem comentar sobre o vídeo? Vocês observaram algo?

Prof.ª Mariana: Ah, Renata, eu acho que o vídeo deixa claro o que a gente estava falando hoje, né?! Que é [a forma de atuar] relativo, depende de cada momento, que cada pessoa faz de uma forma [...] que por mais que a gente saiba de uma necessidade, a gente acaba caindo nas especificidades, por mais que a gente queira, a gente não consegue unificar [...].

Prof. Valentim: Ô, Renata, eu concordo muito com a Mariana e eu acho que a individualidade aparece de uma forma mais fácil, né? Porque, por mais que a gente alinhe, que a gente sente, ou que a gente fale assim: "Não, nós vamos fazer isso aqui". Aí, quando você chega dentro de sala a história muda, porque a demanda é que te leva, entendeu? Então, eu acredito que a individualidade aparece de uma forma mais fácil. Talvez por isso seja tão difícil trabalhar, assim, de forma coletiva.

(2º parte do episódio- terceira sessão da intervenção formativa-17/12/2020)

Considerando o panorama trazido nesse episódio, inferimos que os docentes se baseavam em suas percepções individuais sobre as formas de realizar um trabalho coletivo para se organizarem no contexto escolar. Por esse viés, percebemos que, inicialmente, o que se enfatiza é uma percepção do indivíduo em seu modo particular de realizar o seu fazer. No entanto, ao revelarem as suas percepções em um coletivo, aconteceu uma contraposição de ideias que pode ser entendida como um conflito (ENGESTRÖM & SANNINO, 2011) que emerge naquele momento. Conflito esse que advém da tensão que se concentra na relação do sujeito com o objeto mediada pela divisão de trabalho.

Percebemos ainda que diante da situação os professores em um movimento de reflexão passaram a reorganizar as suas percepções pessoais considerando as colocações trazidas em um coletivo. Dessa maneira, interpretamos que os docentes trouxeram à tona questões que os levaram a um movimento de buscar como e porque se organizavam de um modo individual. Em outras palavras, os professores começaram a perceber que existiam dificuldades que ora estavam no nível do Sistema (condição e contexto de trabalho) e ora no nível pessoal (desejo, identificação com a forma de divisão de trabalho que já conheciam).

Mediante ao exposto, entendemos, tal como propõe Marcelo García (2010), que a especificidade profissional de cada professor, é marcada por fatores individuais relacionados à subjetividade social e histórica do indivíduo e pelas relações estabelecidas e vivenciadas no contexto em que o docente está inserido. É válido lembrar que tanto o aspecto individual quanto o coletivo, fatores que constituem o DPD, são construídos pela interação do professor com o meio e com os outros no e pelo contexto de trabalho, a partir de experiências diversificadas. Vale destacar que o contexto e a condição de trabalho são fatores que também constituem o DPD, podendo, como sugere Imbernón (2011) impulsioná-lo ou impedi-lo.

Conclusões

Ao longo deste estudo fizemos uma construção argumentativa perseguindo o nosso objetivo de identificar conflitos que evidenciassem tensões vivenciadas pelos professores de matemática de uma escola pública, ao longo de sua demanda de planejamento e reunião pedagógica, sob a ótica da Teoria da Atividade. Para isso, nos apoiamos na Teoria Histórico-Cultural da Atividade, principalmente em Engeström (2015), que tem origem no materialismo-histórico dialético.

No episódio aqui apresentado, percebemos que os professores ponderaram que o trabalho na escola, ora era coletivo, ora individual. Para eles essa organização perpassava pelo desejo do professor de querer ou não a participação de outro colega em suas ações. E na pandemia, essa organização acontecia, essencialmente, de forma individual. Porém, ao debaterem as suas percepções identificaram que o modo individual de trabalho já estava estabelecido desde o ensino presencial.

Nesse contexto percebemos que a tensão entre os elementos do Sistema fez com que os professores voltassem o olhar para o seu contexto, condição de trabalho e para o modo como dividiam o seu trabalho. É válido lembrar que o processo de DPD considera a condição de trabalho e o contexto vivencial tanto quanto o fator individual e coletivo do docente. Desse modo, entendemos que os acontecimentos que decorreram dos conflitos, que revelaram uma tensão, levaram os docentes a algumas percepções e reflexões que futuramente podem vir a influenciar no DPD deles.

Referências

ARAÚJO, J. D. L. (2002). *Cálculo, Tecnologias e Modelagem Matemática: as discussões dos alunos. 2002. 180f* (Doctoral dissertation, Tese (Doutorado em Educação Matemática) —Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Universidade Estadual Paulista. Rio Claro).

Alves-Mazzoti, A.J. (1998). O método nas ciências sociais. In F. Gewandsznajder & A.J. Alves-Mazzoti (Orgs.), *O método nas ciências naturais e sociais – Pesquisa quantitativa e qualitativa* (pp. 129-147). São Paulo: Pioneira

CAldeirA, A. M. S., & ZAidAn, S. (2013). Práxis pedagógica: um desafio cotidiano. *Paidéia*.

Godhe, A-L. (2013). Tensions and Contradictions when creating a multimodal text as a school task in mother tongue education. Nordic Journal of Digital literacy, 8(4), 208-224.

Engeström, Y. (2001). Expansive learning at work: Toward an activity theoretical reconceptualization. *Journal of education and work*, 14(1), 133-156.

Engeström, Y., & Sannino, A. (2010). Studies of expansive learning: Foundations, findings and future challenges. *Educational Research Review*, 5, 1–24

Engeström, Y., & Sannino, A. (2011). Discursive manifestations of contradictions in organizational change efforts, *Journal of Organizational Change Management, Vol. 24, 368 - 387*

Engeström, Y. (2015): *Learning by Expanding*: An Activity-Theoretical Approach to Developmental Research. Helsinki: Orienta-Kunsultit.

Ferreira, A. C. (2003). *Metacognição e desenvolvimento profissional: uma experiência de trabalho colaborativo* (Doctoral dissertation, Tese (Doutorado em Educação) — Faculdade de Educação. Universidade Estadual de Campinas. Campinas.)

Imbernón, F. (2011). *Formação docente e profissional: formar-se para a mudança e incerteza*.

Kawasaki, T. F. (2008). *Tecnologias na sala de aula de matemática: resistência e mudanças na formação continuada de professores*. Doctoral dissertation, Tese (Doutorado em Educação Matemática) — Faculdade de Educação. Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte).

Leontiev, A. N. (1981). The problem of activity in psychology. In J. V. Wertsh (ed.), *The concept of activity in Soviet psychology*. Armonk, N.Y.: M. E. Sharpe, pp. 37–71.

Marcelo Garcia, C. (2009). Desenvolvimento profissional docente: passado e futuro. *Sísifo - Revista de ciências da educação*, 8, 7-22.

Marcelo Garcia, C. (2010). *O professor iniciante, a prática pedagógica e o sentido da experiência.* Formação docente, 2 (3), 11-49.

Marcelo García, C. M., & Vaillant, D. (2016). *Desarrollo profesional docente: ¿Cómo se aprende a enseñar?*

Oliveira-Formosinho, J. (2009). Desenvolvimento profissional dos professores. *Formação de professores: aprendizagem profissional e acção docente.* Porto: Porto Editora, 221-283.

Querol, M. A. P., Cassandre, M. P., & Bulgacov, Y. L. M. (2014). Teoria da Atividade: contribuições conceituais e metodológicas para o estudo da aprendizagem organizacional. *Gestão & Produção*, 21(2), 405-416.

Formação inicial, saberes e o ritmo da vida na melodia de uma escrita reflexiva

Initial training, knowledge and the rhythm of life in the melody of a reflectivewriting

Formación inicial, saber y ritmo de vida en la melodía de una escritura reflexiva

Edvanilson Santos de Oliveira[295]
Universidade Federal do Mato Grosso do Sul - UFMS
https://orcid.org/0000-0002-7666-3885

Patrícia Sândalo Pereira[296]
Universidade Federal do Mato Grosso do Sul – UFMS
https://orcid.org/0000-0002-7554-0058

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam Matemática

Resumo

O presente relato tem como objetivo mobilizar reflexões ao compartilhar vivências de um processo formativo de futuros professores de Matemática, o qual foi delineado em uma perspectiva reflexiva, critica e colaborativa, percorrendo o seguinte questionamento: “O que é isto que se vê na escrita reflexiva de uma futura professora de Matemática?”. Para tanto, elaboramos, como aporte teórico, à ritmanálise na dialética do tempo em Bachelarde à Teoria da Relação com o Saber proposta por Bernard Charlot, no contexto da formação inicial de professores. Nosso estudo caracteriza-se com uma abordagem qualitativa e interpretativa, e foi realizado na disciplina Prática de Ensino II (68 horas), no Curso de Licenciatura em Matemática, na Universidade Federal do Mato Grosso do Sul (UFMS) - Campus Campo Grande. Para este relato, selecionamos os registros de uma das alunas que participou de forma efetiva da disciplina. Nossas análises têm essência ritmanalíticae fenomenológica, e justifica-se ao proclamar o retorno às coisas mesmas, damos ênfaseao estudo de determinado fenômeno na forma como se manifesta ao sujeito, com foco naexperiência original, o mundo vivido. Nesta perspectiva, emergem da escrita reflexiva deduas categorias de análises, singularidade histórica e produção de sentido, as quais foramdenominadas nesse estudo de acordes. Os resultados denotam a escrita reflexiva do diário,como uma potente fonte autopoiética de informação e transformação, a qual apresenta elementos fundamentais para os processos de pesquisa e formação inicial de professores.

Palavras-chave: Formação inicial, Ritmanálise, Escrita reflexiva.

Abstract

[295] edvanilsom@gmail.com
[296] sandalo.patricia13@gmail.com

The present report aims to mobilize reflections by sharing experiences of a training process of future mathematics teachers, which was outlined in a reflective, critical and collaborative perspective, covering the following question: "What is this that you see in reflective writing? of a future Mathematics teacher?”. To this end, we developed, as a theoretical contribution, the rhythm analysis in the dialectic of time in Bachelard and theTheory of Relation with Knowledge proposed by Bernard Charlot, in the context of initial teacher education. Our study is characterized by a qualitative and interpretive approach, and was carried out in the Teaching Practice II discipline (68 hours), in the MathematicsDegree Course, at the Federal University of Mato Grosso do Sul (UFMS) - Campo GrandeCampus. For this report, we selected the records of one of the students who effectively participated in the discipline. Our analysis has a rhythmic and phenomenological essence,and is justified by proclaiming the return to the things themselves, we emphasize the studyof a certain phenomenon in the way it manifests itself to the subject, focusing on the original experience, the lived world. In this perspective, two categories of analysis emerge from Maria's reflective writing, historical singularity and production of meaning, which were named in this study of chords. The results denote the reflexive writing of the diary,as a potent autopoietic source of information, which presents fundamental elements for the research processes and initial teacher education.

Keywords: Initial training, Rhythmanalysis, Reflective writing.

Resumen

El presente informe tiene como objetivo movilizar reflexiones compartiendo experienciasde un proceso de formación de futuros profesores de matemáticas, que se perfiló en una perspectiva reflexiva, crítica y colaborativa, abarcando la siguiente pregunta: "¿Qué es eso que ves en la escritura reflexiva? de un futuro ¿Profesor de matemáticas?". Para ello,desarrollamos, como aporte teórico, el análisis del ritmo en la dialéctica del tiempo en Bachelard y la Teoría de la Relación con el Conocimiento propuesta por Bernard Charlot,en el contexto de la formación inicial docente. Nuestro estudio se caracteriza por un abordaje cualitativo e interpretativo, y fue realizado en la disciplina Práctica Docente II (68 horas), en la Carrera de Matemáticas, en la Universidad Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS) - Campus Campo Grande. Para este informe, seleccionamos los registros deuno de los estudiantes que participó efectivamente en la disciplina. Nuestro análisis tiene una esencia rítmica y fenomenológica, y se justifica proclamando el retorno a las cosas mismas, enfatizamos el estudio de un determinado fenómeno en la forma en que se manifiesta al sujeto, centrándonos en la experiencia original, el mundo vivido. En esta perspectiva, emergen dos categorías de análisis de la escritura reflexiva de María,singularidad histórica y producción de sentido, que fueron nombradas en este estudio de acordes. Los resultados denotan la escritura reflexiva del diario, como potente fuente de información autopoiética, que presenta elementos fundamentales para los procesos de investigación y formación inicial docente.

Palabras clave: Formación inicial, Ritmoanálisis, Escritura reflexiva

Introdução

A aproximação e o interesse na escrita do presente relato, com base em uma perspectiva autopoiética de formação inicial, teve influência a participação ativa do primeiro autor na realização do Estágio Docência no doutorado em Educação Matemáticado Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato

Grosso do Sul (UFMS), em que os trabalhos foram coordenados pela segunda autora, que ministrava a disciplina Prática de Ensino de Matemática II no curso de Licenciatura em Matemática do Instituto de Matemática (INMA/UFMS).

É envolvido na performance dos processos de formação inicial de professores que tocamos nossas discussões, ao consideramos que o percurso formativo dos licenciandos,nos cursos de Licenciatura possuem partes de suas disciplinas em geral denominadas Práticas de Ensino, as quais são ofertadas com o objetivo de oportunizar aos licenciandospraticar o ensino que aprenderam teoricamente, realizado geralmente em momentos reservados ao Estágio Supervisionado. Trata-se de um modelo conhecido como “3 + 1”,sendo discutido na literatura como racionalidade técnica (PEREIRA; NOGUEIRA,2015).

Esse cenário remete a mudanças de paradigmas no que concerne à formação de professores nos documentos oficiais (BRASIL, 2002, 2015), buscando eliminar os aspectos dicotômicos presentes no respectivo modelo, ao propor que todas as disciplinascurriculares deverão ter sua dimensão prática, embora seja percebido que estas não têm ocorrido de forma efetiva nos cursos de licenciatura do país (GATTI; NUNES, 2009; GATTI, 2012). Ainda nessa direção, corroboramos com Charlot (2000), o qual aponta para a necessidade dos sistemas de ensino considerarem os sujeitos confrontados com a necessidade de aprender, em suas relações com o mundo, com o outro e consigo mesmo,tendo em vista que os saberes mobilizados na formação inicial devem ser delineados combase no cotidiano da vida universitária (GATTI, 2014).

Nesse movimento, nos processos de pesquisa em contextos de formação, escritae escritor correspondem a uma unidade indissociável, quando buscamos perceber o que está para além das letras:

> Apoderou-se de mim uma convicção de que era no cantor que a canção se tornava relevante. Analisar a canção em termos de tema, ou de estrutura rítmica, ou de variação de compasso, torna-se, em minha opinião, irrelevante,se se esquecer a pessoa que nos transmite a canção. Já todos nós temos cruzadocom o especialista que é capaz de falar, horas a fio, eruditamente, sobre canções populares e folclore, de um modo geral, sem mencionar o cantor. Já émal bastante esquecer-se o contexto social, mas, quando se trata de ignorar o contexto individual, castra-se a canção. À medida que se conseguia conhecer os cantores, conseguia conhecer e compreender melhor suas canções (GOODSON, 2013, p. 67).

A preocupação com o cantor (licenciando/participante da pesquisa), e não apenascom a canção (dados), precisa ser rigorosamente reavaliada, tanto nos processos de formação quanto na prática das pesquisas educacionais, de modo a perceber e assegurar que suas vozes sejam ouvidas em voz alta, articuladamente com as suas singularidades sócio-históricas e culturais.

Sendo assim, a questão central busca refletir sobre “O que é isto que se vê na escrita reflexiva de uma futura professora de Matemática?”. A abordagem fenomenológica justifica-se por acreditarmos que é no ritmo da vida, compartilhada através das escritas reflexivas, consideradas metaforicamente, como melodias musicais, são capazes de fomentar reflexões críticas que podem reverberar na formação do professor.

Para alcançar os objetivos do presente estudo, trazemos uma discussão sobre a ritmo análise e a dialética do tempo, propostas pelo filosofo, químico e poeta francês Gaston Bachelard (1884 – 1962). Em seguida, discorremos primeiramente sobre os aspectos filosóficos da ritmanálise na dialética do tempo. Em seguida, apresentamos a Teoria da Relação com o Saber e seus desdobramentos no contexto da formação inicial de professores, apresentando as principais características e aspectos conceituais. Prosseguimos descrevendo detalhadamente a performance metodológica, bem como todo o percurso da nossa ritmanálise. Por fim, apresentamos nossas considerações a partir do cenário delineado pela pesquisa, revelando a pluralidade de perspectivas de investigaçãoque podem emergir das melodias que ecoam da escrita reflexiva.

A ritmanálise na dialética do tempo

Gaston Bachelard, ao discutir sobre ritimanálise, inspira-se no filosofo portuguêsLucio Pinheiro dos Santos (1889 – 1950), o qual se dedicou aos estudos fenomenológicosrítmicos a partir de três perspectivas: material, biológico e psicológico.

No campo material, Bachelard (1999) afirma que a matéria não está exposta no espaço, indiferente ao tempo; não subsiste nele de forma constante, inerte numa duraçãouniforme, não é apenas sensível aos ritmos: existe, com toda força do termo, no pano doritmo, e o tempo em que ela desenvolve algumas manifestações delicadas é um tempo ondulante, tempo que só tem um modo de ser uniforme: seguindo a regularidade da frequência.

É com base nos princípios metafísicos que se convergem o materialismo ondulatório, restando ao esforço de Pinheiro do Santos o mérito de mostrar a vibração naprópria base da vida:

> Se a matéria entra já em composição com os ritmos, é certo que por sua base material a vida deve ter propriedades fundamentalmente rítmicas. Uma vez que a vida é

> estritamente contemporânea das transformações materiais, é preciso que ela passe pelo intermediário de uma energia ondulatória (BACHELARD,1988, p. 125-126).

Nesta perspectiva, a vida, em seus sucessos, é feita de tempos bem ordenados; é feita, verticalmente de instantes superpostos ricamente orquestrados; liga-se a si mesma horizontalmente, pela sua cadência dos instantes sucessivos e unificados numa função, entretanto, destacamos que o andamento rítmico da vida toma seu ápice, “na atividade ritmanalítica do espirito, este mestre de arpejos” (BACHELARD, 1988, p.126).

Na obra “A Intuição do Instante”, Bachelard (1999) apresenta a relevância do *instante*, ao propor uma discussão a necessidade de o homem perceber um tempototalmente descontínuo, constituído de diferentes instantes, de alegria e tristezas, sucessoe fracasso, amor e ódio, vida e morte, inclusive o entre nadas.

> É no tempo vertical – descendo – que se escalonam as piores dores, as dores sem causalidade temporal, as dores agudas, que atravessam um coração para nada, sem jamais enlanguescer. É no tempo vertical – subindo – que se estabiliza a consolação sem esperança, essa estranha consolação autóctone, sem protetor. Há instante poético na lamentação risonha, no momento mesmoem que a noite adormece e consolida as trevas, em que as horas mal respiram,em que a solidão por si só já é um remorso (BACHELARD, 1999, p. 104)

O sentimento poético aqui assume a sua dualidade, ou melhor, a sua reversibilidade do “ser sentimentalizado: o sorriso lamenta e a lamentação sorri, alamentação consola” (BACHELARD, 1999, p. 104).

Ao refletirmos sobre as diferentes composições musicais, tempo, duração, intensidade, frequência, timbre e pausas, constituem-se termos também caracterizam o movimento filosófico ritmanálitico.

De acordo com Bachelard (1988), na passagem do material ao espiritual, entre matéria e memória, pode-se estabelecer todo um programa de pesquisas, sob o qual umapedagogia ritmanalítica instaurará uma dialética sistemática da recordação e do esquecimento, assumindo que “[...] o ritmo escolar é assim totalmente desequilibrado; contradiz os princípios elementares de uma filosofia do repouso” (BACHELARD, 1988,p. 127).

Nesta perspectiva, do ponto de vista da ritmanálise, a vida possui em sua gênese um processo ondulatório, presente na natureza, ao observar a duração bem ritmada do homem do campo, vivendo de acordo com as estações, formando sua terra sobre o ritmodo seu esforço, adaptando-se ao calendário dos ritmos naturais.

Todo estado lírico deve basear-se no conhecimento entusiasta, no qual a infânciaé fonte dos ritmos. É na infância que os ritmos são criadores e formadores, sendo assim,"é preciso ritmanalisar o adulto para devolvê-lo a disciplina da atividade rítmica à qual ele deve o florescimento de sua juventude" (BACHELARD, 1988, p.134).

Após uma breve explanação sobre a perspectiva filosófica da rimanálise bachelardiana, discorremos a seguir sobre a Teoria da Relação com o Saber.

A Teoria da Relação com o Saber e a epistemologia bachelardiana: ensaios possíveis

A Teoria da Relação com saber imbrica estudos advindos de algumas áreas do conhecimento humano, como Antropologia, Sociologia e Psicologia, tendo como autor, o pesquisador Charlot. A Relação com o Saber, como define Charlot (2005, p. 45), é "a relação com o mundo, com o outro e consigo mesmo de um sujeito confrontado com a necessidade de aprender". Ou ainda:

> [...] o conjunto das relações que um sujeito mantém com o objeto, um "conteúdo de pensamento", uma atividade, uma relação interpessoal, um lugar,uma pessoa, uma situação, uma ocasião, uma obrigação, etc., ligados de certa maneira com o aprender e o saber; e, por isso mesmo, é também relação coma linguagem, relação com o tempo, relação com a ação no mundo e sobre o mundo, relação com os outros e relação consigo mesmo enquanto mais ou menos capaz de aprender tal coisa, em tal situação (CHARLOT, 2000, p. 81).

Assim, analisar a relação de um sujeito com o saber é entender as relações epistêmicas, sociais e identitárias desse ser imerso no processo de aprendizagem, sendo que essas dimensões não estão fragmentadas nesse processo. Tais relações ocorrem simultaneamente, e é assim que Charlot discute em suas pesquisas para compreender quesentidos os alunos de classes sociais diferentes atribuem ao saber e à escola, dando uma nova perspectiva entre as desigualdades sociais e o sucesso ou fracasso escolar.

Para identificar de maneira mais especifica a problemática relacionada à falta de sincronismo entre as relações com o saber e a escola, Charlot toma como referência os estudos de Bachelard relacionados aos obstáculos epistemológicos/obstáculos pedagógicos. A seguir uma entrevista concedida a Charlot por uma estudante francesa, filha de imigrantes da Argélia, de 16 anos, durante suas pesquisas sobre a relação com osaber e a escola de estudantes de bairros populares:

> O Francês, aquelas coisas de subordinadas, eu não entendo mais nada. O inglêsé sempre igual. A gramática, a História, Hitler e a cambada toda me enchem acabeça, é sempre igual, não muda nunca. Eles nos explicam. História são coisas que aconteceram antes do

> meu nascimento. Não estava nem aí, ninguém nem vivia e, além do mais, ninguém, vivia, não se pode verificar se é verdadeiro ouse são mentiras. São coisas velhas [...]. Eles nos ensinam História, tudo bem, élegal durante uma hora, duas horas, três horas, tudo bem! Mas, um ano inteironão é possível, eu não consigo suportar (CHARLOT, 2002, p. 26).

Ao refletirmos sobre o depoimento da aluna podemos perceber que a relação como saber da aluna se constitui com uma perspectiva de rejeição ao que é proposto pela escola. Segundo Charlot (2002), esse tipo de aluno não possui uma ligação com a escola,nunca entrou de fato nela, nas relações de aluno com a escola, muito menos nas relaçõescom os saberes escolares, apesar de ter acesso e estar presente nas aulas de História. Nessediscurso, não se estabelece uma relação com a disciplina História nas dimensões de identidade, epistêmica e social. A História, para a aluna, é vista como fora da sua identidade; ela não tem valor na sua construção como sujeito. Charlot (2002) discute que,se os processos escolares, não conseguirem mudar a relação da aluna com a História, provavelmente não mudará em nada a sua perspectiva.

Assim, apontamos que as relações do aluno com o saber proposto por Charlotpode implicar, utilizando o conceito bachelardiano, em um obstáculo pedagógico aoprocesso de aprendizagem. Enquanto o aluno não estabelecer relações com o saber que revelem a importância na construção social e singular como sujeito, sua atividade racional pode ser obstruída, constituindo em obstáculo epistemológico. Na epistemologia bachelardiana, a verdade é construída pelos homens através da superação dos obstáculos epistemológicos. Sempre é primeiro o erro, porque é primeira a vida, cuja lógica não é aracionalidade cientifica. Portanto, a verdade é o resultado de um trabalho demorado,penoso, coletivo, de retificações sucessivas ao longo da história (BACHELARD, 1996).

Poder-se-ia ainda, evocar a concepção de obstáculo epistemológico em Bachelar de as ideias de Vygotsky, sustentando que existe uma diferença entre saber comum e saber cientifico ou escolar (BACHELARD, 1996; VYGOTSKY, 1987). O que importa na verdade é que o ensino tenha sentido, não apenas que esteja ligado ao mundo familiar doaluno; esta opção representa apenas uma solução possível, em certos casos, e pode ser perigosa ou impossível em outros.

Performance metodológica: o ritmo da vida no movimento da pesquisa

Nosso estudo assume uma abordagem qualitativa, sob a qual a fonte direta dos dados é o ambiente natural, ao buscar perceber como os colaboradores da investigação interpretam as suas experiências, além de compreender o modo como estruturam o mundosocial em que estão inseridos (BOGDAN; BICKLEN, 1994). Nessa perspectiva, opesquisador volta o seu olhar para a multiplicidade de significados, de modo interpretativo (STAKE, 2011), podendo reconhecer que “os frutos da pesquisa correspondem também ao resultado da interação pesquisador e partícipes da investigação” (OLIVEIRA; PEREIRA, 2022, p. 8).

A pesquisa nasce da experiência de ensino desenvolvida pelo primeiro autor na disciplina de Prática de Ensino de Matemática II (68 horas), a qual compõe a grade curricular do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Mato Grosso do Sul – UFMS, Campus de Campo Grande. O delineamento das atividades realizadas seguiu um movimento para além do currículo prescrito, sob uma perspectiva dialética e colaborativa, onde, no primeiro encontro, com duração de duas horas, os oito futuros professores conheceram a proposta pedagógica da disciplina e puderam, na ocasião, indicar os temas mais relevantes a serem abordados.

Para produção dos dados, propomos o uso de um diário, no qual os futuros professores poderiam registrar suas reflexões ao longo da disciplina de Prática de Ensinode Matemática II, a qual foi bem aceita por toda a turma. É importante destacar que o respectivo instrumento possibilita a recuperação de reflexões sobre a prática e na prática(BARTLET, 1990); pode contribuir para que os educadores realizem ações de caráter metacognitivos sobre suas práticas (ZEICHNER, 1981); colabora para estudo do pensamento e dilemas com base na perspectiva do próprio autor (ZABALZA, 1994), mas, acima de tudo, pode ser entendido como um megainstrumento para a reflexão (LIBERALI, 1999).

A partir do uso do diário, a escrita reflexiva se constitui em um instrumento de produção de dados para além do campo de formação de professores para o qual foi originalmente formulado (MOON, 2004), principalmente quando apresenta indícios da reflexão crítica, situando-se no contexto de influências históricas, sociopolíticas e culturais (DOS; DEMIR, 2013).

Dentre os participantes, para esta performance, selecionamos os registros de umadas alunas que participou de forma efetiva de todas as aulas. Com o objetivo de preservarsua identidade, chamaremos de Maria.

Para análise do fenômeno, partimos da pergunta “O que é isto que se vê na escrita reflexiva de uma futura professora de Matemática?” A questão fenomenológica justifica-se à medida que carrega consigo um movimento de percepção do vivido.

A partir de um viés filosófico/fenomenológico, surgem dois acordes (duas categorias de análise) construídas em um movimento metafórico/ritmoanálitico. O primeiro acorde tocado emite o som da *singularidade histórica* e o segundo *a produção de sentido,* juntos, em um ritmo harmônico, constituem a melodia da presente pesquisa.

Nos cabe destacar, que um acorde musical corresponde a um conjunto de notas tocadas simultaneamente, e sendo assim, nossos acordes são constituídos da tríade: relação consigo mesmo, relação com o outro e relação com o mundo, as quais correspondem as dimensões teóricas indissociáveis nas relações estabelecidas com o saber.

No acorde *singularidade histórica*, Maria discorre sobre sua identidade e traços pessoais, tais como: nome, idade e constituição familiar, além de discorrer sobre aspectos profissionais, ao se referir ao curso de licenciatura em andamento.

Sou a Maria, tenho 19 anos e curso Licenciatura em Matemática na UFMS. <u>Minha família</u> é basicamente meu pai e minha irmã. Meu pai é incrível, trabalhou e ainda trabalha em dois empregos para que eu e minha irmã tivéssemos tempo para nos dedicar aos estudos. <u>Minha irmã sempre me apoiou</u>. <u>Infelizmente minha mãe faleceu quando eu tinha 15 anos, mas sou grata a tudoque ela me ensinou. Minha família me motiva</u> a ser o meu melhor. (Transcrição dos registros do Diário de Maria, grifo nosso).

A partir dos registros acima, é possível perceber a importância das relações estabelecidas com o outro, através do apoio familiar no que diz respeito aos estudos, aossaberes que estão sendo mobilizados na universidade, e neste caso, em sua relação com omundo, reverberando na relação consigo mesmo, refletido no desejo de ser o seu melhor. A *singularidade histórica* é marcada no compasso do movimento ondulatório presentes no ritmo da vida, a exemplo da morte de sua mãe e a presença do pai e de sua mãe, e assim, alinha-se um sentimento poético sob uma dualidade singular, a sua reversibilidade do "ser sentimentalizado: o sorriso lamenta e a lamentação sorri, a lamentação consola" (BACHELARD, 1999, p. 104), pois no lamento da perca de sua mãe, há o sorriso dos seus ensinamentos, a lamentação da ausência é marcada pela alegriade presenças que consolam a lamentação.

Maria projeta um tempo futuro, no qual pretende contribuir para a superação de possíveis obstáculos epistemológicos que possam ser identificados em sua prática profissional, conforme demonstrado no excerto a seguir:

Quando eu for professora espero ensinar e desmitificar a matemática para os alunos, estar atenta aos processos de dificuldades e, estabelecer algum tipo de comunicação com eles, mas sem extrapolar o limite da Inter pessoalidade. (Transcrição dos registros do Diário de Maria).

Bernard Charlot (2002) ancora-se na epistemologia bachelardiana, ao compreender que a verdade é construída pelos homens através da superação dos obstáculos epistemológicos. Sempre é primeiro o erro, porque é primeira a vida, cuja lógica não é a racionalidade cientifica ou até mesmo técnica, pois trata-se de um trabalhodemorado e coletivo, repleto de retificações sucessivas ao longo da história do sujeito (BACHELARD, 1996).

O segundo acorde, *produção de sentido*, é marcado no compasso do ritmo da paixão:

<u>Quando entrei na Universidade</u> não esperava me <u>apaixonar</u> tanto pelo curso, hoje, acho que não poderia ter escolhido melhor.

<u>Sempre gostei muito de matemática</u>, mas fui me <u>apaixonar</u> pelo curso depois que entrei na universidade. Sinto que depois que entrei na universidade evoluicomo pessoa. (Transcrição dos registros do Diário de Maria, grifo nosso

Ao descrever o sentimento de paixão pelo curso de Matemática, podemos perceber que a relação com o saber institucionalizado se constitui com uma perspectiva de aceitação ao que é proposto pelo curso de licenciatura. De acordo com Charlot (2002),a escrita reflexiva de Maria, revela que a mesma possui uma forte ligação com a escola, que entrou de fato nela, a partir da *produção de sentido*, demonstra uma forte relação baseada nas dimensões de identidade, epistêmica e social.

O sentido produzido presentes na escrita reflexiva de Maria apontam em suas memórias as relações estabelecidas com os saberes, ainda na Educação Infantil:

<u>Quando eu era pequena frequentava a escola que minha mãe trabalhava</u> e acabei da professora Sueli, aprendi a matéria, depois de alguns meses estava acompanhando a matéria com os alunos. <u>Ela acreditou em mim</u>.

A professora Crislaine, <u>ela não ensinou</u>, ela apenas passou no quadro durante o ano inteiro e desperdiçou o tempo de todos os envolvidos. (Transcrição dos registros do Diário de Maria, grifo nosso).

Na perspectiva acima, o eu lírico baseia-se no conhecimento entusiasta presentesnas recordações da infância, a qual para Bachelard (1988) se constitui fonte dos ritmos criadores e formadores. Ainda nesse movimento, Maria recorda instantes opostos que marcam os tons de uma pedagogia ritmanalítica instaurada na dialética sistemática da recordação e do esquecimento, do ritmo escolar totalmente desequilibrado, presentes nas relações com a professora Sueli, que mobiliza o seu potencial de aprendizagem, ao oposto da professora Crislaine, que contradiz notadamente os princípios elementares de uma filosofia do repouso.

O movimento ondulatório que ecoa dos acordes da escrita reflexiva de Maria, a partir de cada tríade tocada, apontam que os elementos presentes na teoria da relação como saber constituem-se essenciais para compreensão dos ritmos da formação inicial de professores.

Para não finalizar a canção

O presente relato percorreu o seguinte questionamento: “O que é isto que se vê naescrita reflexiva de uma futura professora de Matemática?”. O tom fenomenológico justifica-se à medida que carrega consigo um movimento de percepção do vivido.

A partir da perspectiva ritmanalítica bachelardiana, é possível perceber que de certa forma, o ritmo da vida embala as relações estabelecidas com o saber, e desse modo,pode ressoar no percurso formativo.

Compreendemos que a escrita reflexiva registrada no diário se constitui uma fonte autopoiética de informação e transformação, ao serem considerados nos processos de pesquisa e formação inicial de professores.

Referências

Bachelard, G. (1988). *A dialética da duração*. São Paulo: Editora Ática.

Bachelard, G. (1996). *A formação do espirito cientifico*. Rio de Janeiro: Contraponto.

Bachelard, G. (1999). *A intuição do instante*. Campinas: Versus Editora Ltda.

Bartlet, L. (1990).Teacher development through reflective teaching. In: RICHARDS, J. C.; Nunan, D. (Ed.). *Second Language Teacher Education*. Cambridge: Cambridge University Press, p. 202-214.

Brasil. (2002). Conselho Nacional de Educação. Conselho Pleno. *Parecer CNE/CP Nº 9,de 8 de maio de 2001*. Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica, em Nível Superior, Curso de Licenciatura, de Graduação Plena. Brasília: Diário Oficial da União.

Brasil. (2015). Conselho Nacional de Educação. *Resolução CNE/CP n. 2, de 1 de julho de 2015*. Define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação inicial em nível superior (cursos de licenciatura, cursos de formação pedagógica para graduados e cursos de segunda licenciatura) e para a formação continuada.Brasília: Diário Oficial da União.

Bogdan, R.; Biklen, S. K. (1994). *Investigação qualitativa em Educação: uma introduçãoà teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora.

Charlot, B. (2000). *Da relação com o saber: elementos para uma teoria*. Porto Alegre: Artmed Editora.

Charlot, B. (2002). Relação com a escola e o saber nos bairros populares. *Revista Perspectiva*, v. 20, n. especial, jul./dez.

Charlot, B. (2005). *Relação com o saber, formação de professores e globalização: questões para a educação hoje*. Porto Alegre: Artmed.

Dos, B.; Demir, S. (2013)*The analysis of the blogs created in a blended course through the reflective thinking perspective*. Educational Sciences: Theory & Practice.

Gatti, B. A.; Nunes, M. M. R. (Org.). (2009). *Formação de professores para o Ensino Fundamental: estudo de currículos das licenciaturas em Pedagogia, Língua Portuguesa, Matemática e Ciências Biológicas*. São Paulo: FCC/DPE.

Gatti, B. A. (Org.) (2012). *Análises pedagógico-curriculares para os cursos de licenciatura vinculados às áreas de Artes, Biologia, História, Língua Portuguesa, Matemática e Pedagogia no âmbito da UAB e PARFOR*. Brasília, UNESCO/MEC/CAPES.

Goodson, I. F. (2013). Dar voz ao professor: As histórias de vida dos professores e o seu desenvolvimento profissional. *In*: Nóvoa, A. *Vida de professores.* 2. Ed. Porto Editora.

Liberali, F. C. (1999). *O diário como ferramenta para a reflexão crítica*. 179f. Tese (Doutorado em Linguistica Aplicada ao Ensino de Linguas) — Faculdade de Filosofia, Comunicação, Letras e Artes. Pontificia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo.

Moon, J. (2004). *A handbook of reflective and experiential learning: Theory and practice*. New Fetter Lane, London: RoutledgeFalmer.

Oliveira, E. S. de; Pereira, P. S. (2022). O que é isto que se vê na concepção de professorasque ensinam Matemática sobre a pesquisa colaborativa? *Revista de Educação Matemática*, v. 19, p. 1 - 23.

Pereira, P. S.; Nogueira, K. F. P. (2015). *Pesquisas que versam sobre a Prática como componente curricular na Educação Matemática (2001 – 2012)*. In: Lopes, C. E.;Traldi Jr., A.; Ferreira, A. C. (Org.) A formação do professor que ensina Matemática: aprendizagem docente e políticas públicas. Campinas: Mercado dasLetras, p. 128-146.

Stake, R. E. (2011). *Pesquisa qualitativa: estudando como as coisas funcionam*. Porto Alegre: Penso.

Vygotsky, L. S. (1987). *Pensamento e linguagem*. São Paulo: Martins Fontes, 1987.

Zabalza, M. (1994). *Diários de sala de aula: contributo para o estudo dos dilemas práticosdos professores*. Porto. Porto editora.

Zeichner, K. M. (1981). Reflective teaching and field-based experience in teacher education. *Interchange*, v. 12, p. 1-22, dec.

A constituição de uma comunidade de prática de Modelagem Matemática deprofessoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental

The constitution of a practice community of Mathematical Modeling of teachers inthe early years of Elementary School

La constitución de una comunidad de práctica de Modelamiento Matemático dedocentes en los primeros años de la Enseñanza Básica

Flavia Pollyany Teodoro[297]
Universidade Estadual de Maringá
https://orcid.org/0000-0001-6535-0296

Lilian Akemi Kato[298]
Universidade Estadual de Maringá
https://orcid.org/0000-0001-8770-3873

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam Matemática

Resumo

O presente trabalho apresenta a estruturação dos elementos constituintes de uma comunidade de prática de Modelagem Matemática de professoras que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, a partir da constituição e da manutenção dessa comunidade. Para a coleta de dados foram consideradas gravações emáudios e vídeos, mensagens de textos e diário campo da pesquisadora dos encontros do grupo (ao longo de dois anos). Os procedimentos metodológicos foram orientados pela Teoria Social da Aprendizagem, que fundamenta a constituição de comunidade de prática. Os resultados da pesquisa evidenciaram que esta comunidade de prática se constituiu orientada por uma prática colaborativa e articulada com as experiências e trajetórias de práticas profissionais das professoras que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, aliadas ao interesse delas em trazer a Modelagem Matemática para suas práticas pedagógicas.

Palavras-chave: Formação de professores, Professor Polivalente, Teoria Social da Aprendizagem.

Abstract

The present work presents the structuring of the constituent elements of a community ofpractice of Mathematical Modeling of teachers who teach Mathematics in the initial yearsof Elementary School, from the constitution and maintenance of this community. For datacollection, audio and video recordings, text messages and the researcher's field diary of the group meetings (over two years) were considered. The methodological procedures were guided by the Social Theory

[297] pollyany_teodoro@hotmail.com
[298] lilianakemikato@gmail.com

of Learning, which underlies the constitution of a community of practice. The research results showed that this community of practice wasconstituted oriented by a collaborative practice and articulated with the experiences and trajectories of professional practices of teachers who teach Mathematics in the early years of Elementary School, allied to their interest in bringing Mathematical Modeling to theirpedagogical practices.

Keywords: Teacher training, Multipurpose Teacher, Social Theory of Learning.

Resumen

El presente trabajo presenta la estructuración de los elementos constitutivos de una comunidad de práctica de Modelación Matemática de docentes que enseñan Matemática en los años iniciales de la Enseñanza Fundamental, a partir de la constitución y mantenimiento de esta comunidad. Para la recolección de datos, se consideraron grabaciones de audio y video, mensajes de texto y el diario de campo del investigador delas reuniones del grupo (durante dos años). Los procedimientos metodológicos fueron guiados por la Teoría Social del Aprendizaje, que fundamenta la constitución de una comunidad de práctica. La investigación mostró que esta comunidad de práctica se constituyó en resultados pedagógicos orientados por una práctica colaborativa y experiencias articuladas con las prácticas profesionales de docentes que enseñan Matemática en los primeros años de la Enseñanza Fundamental, aliada a su interés de llevar la Modelación Matemática a sus prácticas.

Palabras clave: Formación docente, Docente Polivalente, Teoría Social del Aprendizaje.

Introdução

A Teoria Social da aprendizagem (TSA) busca estruturar e fundamentar a participação em comunidade de prática, que por sua singularidade, apresenta uma estrutura de análise que compreende e oportuniza o desenvolvimento de aprendizagens. Essa participação não incide apenas ao engajamento em certas atividades, mas a uma participação ativa que revela não apenas *o que* fazemos, mas *quem* somos e *como* interpretamos o nosso fazer no processo de aprendizagem em comunidades de prática (WENGER, 1998).

No âmbito educacional, uma comunidade de prática oferece condições paraentender os processos de aprendizagens de professores (CYRINO, 2009, p. 98), por um "sistema de atividades acerca do qual os participantes partilham compreensões sobre o que fazem e sobre o que isso significa nas suas vidas e comunidades" (LAVE; WENGER,1991, p. 98, tradução nossa).

Nesta direção, admitindo o protagonismo docente em formação com Modelagem Matemática (MUTTI; KLÜBER, 2018) como fonte de aprendizagens aos professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental (TEODORO, 2022), é que trazemos a estruturação dos elementos constituintes de uma comunidade de prática de Modelagem Matemática de professoras que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Uma comunidade de prática

Para Wenger (1998) uma comunidade de prática se constitui a partir da unidade de três elementos: domínio, comunidade e prática. O domínio refere-se à base comum dacomunidade de prática, o qual sustenta e auxilia as ações de seus membros, dando significado, estruturação e conservação na constituição e manutenção da comunidade social. A comunidade, por sua vez, refere-se às organizações sociais, com interações regulares (WENGER, 1998) essenciais para sua a manutenção (BRAZ, 2017).

A prática de uma comunidade de prática, de acordo com Wenger (1998), apresentaum caráter social de ações empreendidas e compartilhadas em um contexto histórico e social. Assim reconhecida como uma prática social, ela se apresenta como "[...] um processo de aprendizagem que contempla o conhecimento específico desenvolvido,mantido e partilhado pelos membros de uma comunidade de prática, e que é próprio dessacomunidade" (GARCIA, 2014, p. 31). Ela incide tanto sobre aquilo que é explícito quantoo que é implícito, ou seja, aquilo que podemos expressar e o que não podemos, o que é dito e o que não é dito, o que é representado e o que é presumido (WENGER, 1998).

Para Wenger (1998) não basta que a comunidade se constitua, é preciso coerênciaem sua prática. Deste modo, ele orienta três dimensões que relacionadas, se apresentamcomo fonte de coerência para a constituição e cultivo de uma comunidade de prática, a saber: engajamento mútuo, empreendimento articulado e repertório compartilhado. O engajamento mútuo cria relações de responsabilidades entre os membros. Logo não se efetiva de forma individual. Precisamos reconhecer e sermos reconhecidos em nosso engajamento, a partir das diferentes competências. De acordo com Wenger (1998), a prática da comunidade existe porque pessoas desenvolvem ações de engajamento, em que negociam significado uns com os outros para o desenvolvimento dos empreendimentos articulados.

Como produto das negociações coletivas realizadas pelos participantes, o empreendimento articulado, é determinado pelos participantes quando os interesses e características comuns são alinhadas, sendo reconhecido como uma "resposta negociada"das situações emergentes na comunidade de prática. Como legitimidade às relações sociais, o repertório compartilhado reflete as especificidades da prática articulada e negociada na comunidade. Seus elementos caracterizam tendências sociais. Isso o torna singular, e intransferível a outras comunidades, se antes não for negociado entre os membros. Ele combina tarefas, símbolos, histórias, rotinas, termos, ferramentas, modos de fazer, gestos, conceitos que são compartilhados por seus membros e que constituem parte da prática. A seguir discorremos sobre o caminho trilhado na pesquisa.

Procedimento Metodológico

Nosso olhar para a estruturação dos elementos constituintes de uma comunidade de prática de Modelagem Matemática de professoras que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, se deu no campo da pesquisa qualitativa (BOGDAN; BIKLEN, 1994), guiada por um processo indutivo de interpretação dos dados.

Nossa pesquisa foi desenvolvida no contexto de um grupo denominado *CoPModelança,* formado por cinco professoras que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental de nomes fictícios: Ana, Alice, Helena, Laura e Luiza por uma professora formadora de nome Bárbara e pela professora/pesquisadora/formadora de nome Polly. Ao duplo papel assumido pela pesquisadora (pesquisadora/formadora) nos revestimos de uma pesquisa-intervenção, quecombina intervenção e pesquisa (KRAINER, 2003).

Desenvolvida no total de 28 encontros, essa pesquisa, ocorreu no ano de 2019, deforma presencial, em uma escola municipal da cidade de Sarandi-PR, e no ano de 2020, de forma on-line, pela plataforma *Google Meet*, em razão do contexto de pandemia enfrentado no período. Dentre as atividades foram realizadas: estudos teóricos; elaboração e desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática; compartilhamento de experiências; abordagens de conteúdos matemáticos; estudo do planejamento de Matemática das professoras e estudo de relatos de experiência de Modelagem Matemática. Todos negociados e articulados à prática da comunidade e das professoras.

Para a produção dos dados, consideramos os encontros do grupo, a entrevista do tipo semiestruturada realizada individualmente com as professoras e a formadora, ao término dos vinte oito encontros, e o grupo de *WhatsApp.* Para atender as nossas escolhasde procedimentos, utilizamos dos registros de áudio, imagem, mensagens de texto do grupo *WhatsApp*, e escritos da pesquisadora. E para a composição do material de análise,realizamos a transcrição na íntegra dos vinte e oito encontros da comunidade e das entrevistas realizadas, admitindo no emaranhado do pluralismo metodológico a triangulação das fontes de dados (ARAÚJO; BORBA, 2012).

Para o processo analítico fundamentados pela TSA, buscamos caracterizar a constituição da *CoPModelança*, descrevendo e interpretando os elementos de sua constituição (WENGER, 1998) nos questionando: *Quem forma essa comunidade de prática? Qual o domínio da comunidade? Como a prática se constituiu?* Bem como discorrendo sobre os elementos de coerência da prática da comunidade. A seção a seguirdesvela esse movimento.

A constituição da *CoPModelança*

Helena: *[...]eu percebo que existe uma dificuldade muito grande para ensinarMatemática. Eu estou mentindo gente?*

Laura: *Não, é verdade.*

Alice: *É difícil mesmo.*

Laura: *Fazer eles (os alunos) pensarem no que estão fazendo [...]. (1º Encontro –06/08/2019)*

Os dizeres das professoras Helena, Laura, Luiza e Alice (membros da *CoPModelança*) no primeiro encontro refletem suas inquietações na busca por aprender *como* ensinar Matemática, e *como* fazer o aluno pensar sobre ela. Disso decorreram fundamentos, motivação e significado para a constituição de uma comunidade de práticaque orientasse e subsidiasse suas práticas no ensino da Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Para Wenger (1998), uma comunidade de prática em que as pessoas interagem, aprendem juntas, significam e ressignificam suas aprendizagens se orienta por um domínio – base comum de conhecimento. Os dizeres das professoras, logo nos momentos iniciais do primeiro encontro, já revelaram indicativos ao estabelecimento do domínio da*CoPModelança,* e indicaram como resposta ao questionamento*: Qual o domínio da comunidade?* O ensino da Matemática por meio da Modelagem Matemática. Isso porque,elas haviam participado de um curso de extensão[299] de formação em Modelagem Matemática em período anterior e vislumbravam possibilidades com essa metodologia.

Mas quem forma essa comunidade de prática? A *CoPModelança* constituiu-se por um grupo formado pelas professoras com nomes fictícios: Ana, Alice, Helena, Laurae Luiza, que ensinam Matemática nos anos iniciais, e possuem formação em Licenciaturaem Pedagogia, e

[299] O curso de extensão foi desenvolvido em um período de três meses, com ações formativas pré- estabelecidas pelos formadores (pesquisadora do presente estudo e por um professor e pesquisador em Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática).

pela formadora Bárbara e pesquisadora Polly, atuantes no ensinosuperior, e com formação em Licenciatura em Matemática. Além de licenciada em Pedagogia, a professora Helena possui formação em Ciência com habilitação em Matemática e a formadora Bárbara, curso de Magistério.

Para Wenger (1998), ainda que mútuo, o engajamento imprime a singularidade dos membros da comunidade de prática. Assim, [...] cada participante em uma comunidade de prática encontra um lugar único e adquire uma identidade única, que é mais ainda integrada e definida ao longo do engajamento na prática (WENGER, 1998, p. 76 – 77, tradução nossa). Na *CoPModelança,* o engajamento das participantes refletiu em suas trajetórias, suas relações com a Matemática, suas formações, suas formas de participação e, ainda, a forma como eram reconhecidas e se reconheciam no desenvolvimento da prática da comunidade.

De acordo com as professoras Ana, Alice e Luiza, suas relações com a Matemáticasempre evidenciaram limitações, mesmo com o apreço por essa ciência. Assim, por reconhecerem a dificuldade e a importância de um ensino com significado ao aluno, inferimos que as professoras engajaram na prática da comunidade, buscando aprendizagens sobre a Matemática e seu ensino, por meio da Modelagem Matemática. Na busca, elas encontraram de modo particular na professora Helena, ensejos para o ensino da Matemática, pela formação específica em Matemática, que lhe conferiu o papel de *expert* no ensino da Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Em uma comunidade de prática, a forma como nos reconhecemos pode destoar daforma como somos reconhecidos. Diferentemente da forma como se reconhecia (com saberes especializados na teoria e na prática sobre Modelagem Matemática), a formadoraBárbara, foi reconhecida pelas professoras apenas como *expert* à teoria de Modelagem Matemática. Isso em razão dela não acompanhar as professoras em suas salas de aulas notrabalho com Modelagem Matemática. Assim, mesmo atuando no planejamento daatividade desenvolvida em sala de aula, sugerindo encaminhamentos às professoras, e ainda, compartilhando de experiências com Modelagem Matemática nos anos iniciais doEnsino Fundamental, no âmbito da comunidade, sua participação não foi plenamente legitimada na comunidade de professoras que ensinam Matemática nos anos iniciais.

A participação específica da formadora Bárbara ainda foi assente em sua formação no curso de Magistério. Para Wenger (1998, p. 56, tradução nossa), "o que reconhecemos tem a ver com nossa habilidade mútua para negociar significado". Com efeito, acreditamos que a formação em Pedagogia que as professoras possuíam e a formação em Magistério da formadora Bárbara, oportunizaram relações negociadas e legitimadas sobre saberes pedagógicos advindos de suas formações, como exemplo, uma Didática para a Pedagogia Histórico-Crítica (GASPARIN, 2011), que comumente era mencionada pelas professoras e articulada pela formadora Bárbara aos estudos da comunidade.

Em uma comunidade de prática, mesmo a não participação pode revelar possibilidades para a aprendizagem (WENGER, 1998). Isso ocorre quando a participaçãoé dita periférica, em que a não participação, ou uma participação mais contida, oferece "oportunidades" de aprendizagens. A professora Ana, em sua trajetória na *CoPModelança,* desenvolveu e cultivou uma participação periférica, embora mesmo de forma contida, ensejou aprendizagens e o engajamento mútuo com a comunidade.

Luiza: *[...] a Ana, [...] fica ali no canto quietinha, [...] mas quando ela aparece traz palavras esclarecedoras que faz a gente ter um olhar diferente sobre alguma coisa que talvez eu não tenha prestado a atenção. (Entrevista - 31/07/2020)*

Bárbara: *[...]acho que ela (Ana) tem uma perspectiva que a gente não tem e [...] que vem desse tempo do silêncio dela. [...]Ela é muito quieta, muito na dela e quando ela fala, é uma fala que a gente precisa prestar atenção e aproveitar. (Entrevista - 13/08/2020)*

De acordo com Wenger (1998), o engajamento mútuo enseja nossa identidade, porém, na comunidade de prática as identidades "tornam-se interligadas e articuladas entre si". Assim, influenciamos e somos influenciados pelas diferentes formas de participações incorporadas à prática da comunidade. Luiza, ao pôr-se em *vulnerabilidade*[300] (OLIVEIRA; CYRINO, 2011) sobre sua prática no ensino da Matemática, apontando suas limitações, despertou nos membros da comunidade admiração pela conduta.

O fato de Luiza reconhecer e expor seus limites e inseguranças (suas *vulnerabilidades*) despertou nas professoras confiança para expor suas dificuldades, e aprendizagens para o seu desenvolvimento profissional, pois se reconheceram nela. Porém, isso só ocorreu orientado e subsidiado pelo *sentido de agência* (ESTEVAM; CYRINO, 2019) desenvolvido pela comunidade, que auxiliou e ofereceu condições mútuas de aprendizagens sobre a prática profissional.

[300] Os autores compreendem *vulnerabilidade* não como aquela que expõe e cristaliza a fragilidade do sujeito,mas que permite questionarmos e ser questionados sobre nossa prática.

Compreendemos que não foi o fato de se colocar em vulnerabilidade que ensejou mudanças nas professoras, mas a segurança em se expor com condições de ações e de elementos da comunidade de prática que subsidiou o seu sentido de agência na vivência de momentos de vulnerabilidade. É o reconhecimento mútuo das professoras como aprendizes ao longo de suas vidas.

Mas afinal, por que *CoPModelança*? Para Wenger (1998), uma comunidade de prática reúne pessoas com interesses em comum, onde negociam significados que fazemsentido no contexto de sua prática. O nome *Modelança* surgiu de uma prática não intencional de levar lanche para ser partilhado no início dos encontros, em que compartilhávamos saberes, risos, afetos e muita comilança. Daí *Modelança*: *Modelagem + Comilança.*

E como a prática se constituiu? Em uma comunidade, a prática se constitui por um "[...] fazer em um contexto histórico e social que dá estrutura e significado ao que nósfazemos" (WENGER, 1998, p. 47, tradução nossa), e que, portanto, é particular a um grupo de pessoas, e reflete o que fazemos e como fazemos de forma negociada e com coerência para os seus membros. Na *CoPModelança,* as ações empreendidas, foram negociadas de acordo com os interesses, necessidades e características das professoras. Oquadro 1 a seguir apresenta os quatro empreendimentos articulados e as ações negociadasem seus desenvolvimentos.

Quadro 1.
Empreendimentos articulados pela CoPModelança

Empreendimento Articulado	**Ação**
Empreendimento 1: Adaptação do planejamento de Matemática dos anos iniciais no que concerne à Modelagem Matemática	Ação 1: Elaboração da atividade *Suco de laranja*[301].
	Ação 2: Desenvolvimento da atividade *Suco delaranja* no âmbito da *CoPModelança.*
Empreendimento2: Compartilhamento de experiências desala de aula na prática pedagógicacom Modelagem Matemática	Ação 1: Desenvolver a atividade *Suco de laranja* emsala de aula.
	Ação 2: Apresentar o relato do desenvolvimento da atividade *Suco de laranja* no âmbito da comunidade.
Empreendimento 3: Estudo do planejamento de Matemática comenfoque em ambientes de aprendizagem de Modelagem Matemática	Ação 1: Estudo do texto *Cenários para investigação* (SKOVSMOSE, 2000) articulado ao planejamentode Matemática.
	Ação 2: Análise das atividades do planejamento de Matemática segundo o texto *Cenários para investigação.*

[301] A atividade *Suco de laranja,* adaptada de Almeida, Silva e Vertuan (2016), foi planejada pela comunidade mediante a situação-problema: *Quanto de suco contém uma laranja?* com intento de trabalhar o conteúdo medidas de capacidade.

	Ação 3: Adaptação de atividades para o cenário de investigação com referência à realidade.
Empreendimento 4: Estudos sobre a prática pedagógica com Modelagem Matemática nos anos iniciais a partir de relatos de experiências	Ação 1: Apresentação de uma atividade de Modelagem Matemática na Educação Infantil.
	Ação 2: Apresentação das professoras de relatos de experiências escolhidos a partir da literatura de Modelagem.

Os quatro empreendimentos foram motivados, planejados e desenvolvidos de forma articulada. O empreendimento 1, foi motivado pelo desejo das professoras em adaptar seus planejamentos de Matemáticas, segundo uma Didática para a Pedagogia Histórico-Crítica, com a elaboração de uma atividade de Modelagem Matemática. O empreendimento 2, pensado a partir do empreendimento 1, com a observância das formadoras sobre a relevância às professoras em compartilhar experiências, com odesenvolvimento da atividade *Suco de laranja*, no âmbito da comunidade (no papel de alunas e de professoras (BARBOSA, 2004)), em que ensejou várias partilhas de conhecimentos de cunho pedagógico e matemático. O empreendimento 3, foi planejado na intenção de promover outros estudos sobre os planejamentos de Matemática das professoras, com enfoque em ambientes de Modelagem Matemática. Por fim, o empreendimento 4, planejado pelas formadoras, buscou oferecer as professoras conhecimentos sobre outras práticas com Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, visto o interesse e apreço delas por outras práticas com a Modelagem Matemática.

Além de refletir sobre o que fazemos e como fazemos de forma negociada, deve existir coerência da prática na comunidade. Ao objetivar constituir a *CoPModelança*, nóstínhamos o entendimento da importância do protagonista docente no processo formativo (MUTTI; KLÜBER, 2018). Logo, inserir as professoras em um contexto de compromissocom seus saberes e suas experiências, colocando centralidade em suas práticas, seria umaforma de cultivar o engajamento e o compromisso delas com a comunidade, de modo a oferecer condições efetivas de aprendizagem.

Contudo, é preciso o sentimento de pertença à comunidade para que as relações se estabeleçam, pois, “ser incluído no que importa é um requisito para ser engajado em uma prática de uma comunidade [...]” (WENGER, 1998, p. 74, tradução nosssa). O sentimento de pertencimento das professoras à comunidade foi comparado por elas entre as formas de participação desenvolvidas na formação anterior (curso de extensão) e na *CoPModelança*.

Luiza: *[...] Nós tínhamos participação (no curso de extensão), mas acho que nesse (CoPModelança), nós tínhamos mais oportunidades de falar, de expressar, essas coisasassim. (Entrevista – 31/07/2020)*

Ana: *[...]o grupo cresceu mais assim (CoPModelança) em questão mesmo da conversação. [...] antes (curso de extensão) [...] vocês (formadores), perguntavam e a gente respondia. Agora [...] a gente já faz as perguntas também para vocês. Vocês já respondem também. [...] agora a gente já consegue formular uma pergunta e fazer paravocês, do mesmo jeito que vocês fazem para a gente. A gente já consegue tirar questões e perguntar. (Entrevista – 30/07/2020)*

O apreço pela nova configuração de formação, construída de forma compartilhadaentre os membros, oferecendo oportunidades de serem ouvidas, foi orientado e sustentadopelas novas formas de participação das professoras nas práticas da comunidade, que estiveram relacionadas ao domínio estabelecido, que sustentou e auxiliou suas ações, dando significado, estrutura e manutenção ou seja, inspirou e contribuiu à participação, orientando suas aprendizagens (WENGER; MCDERMOTT; SNYDER, 2002). Com a nova dinâmica, se incentivou o engajamento mútuo das professoras, que passaram a assumir novas práticas. De ouvintes à discursistas, elas se viram engajadas e inseridas nacomunidade.

Além de um repertório compartilhado, com termos, conceitos, tarefas, modos de fazer, que permitiram as professoras legitimarem as relações sociais, se incutiu nacomunidade, a prática de levantar discussões e reflexões, sobre as dúvidas postas pelos membros. Sempre que surgiam dúvidas, essas favoreciam o engajamento do grupo em discutir e compreender a questão levantada. Essa prática se tornou um repertório ao passoque as professoras se engajaram, trazendo questões que elas desejavam que fossem discutidas pela comunidade. Até mesmo as situações que ocorriam externas aos encontrosda comunidade eram colocadas em discussão por meio do grupo do *WhatsApp*.

Constituir uma comunidade de prática é formar um espaço de aprendizagem, emque se discute, reflete, valoriza e negocia práticas comuns. Enfim, é criar um laço de compromisso e responsabilidade mútua de forma espontânea, para que possamos agir e interagir, influenciar e ser influenciado. Esse comportamento gera nos membros oreconhecimento da importância da comunidade no seu desenvolvimento profissional. Ementrevista, quando questionadas sobre a influência da comunidade em suas práticas, as professoras revelaram sentimento de pertença e importância para suas práticas.

Luiza: *[...] para a minha prática ele (o grupo) faz total sentido. Tanto de estímulo, de troca de experiência, de aprendizagem, de tudo. [...] a experiência da minha colega faz diferença para mim, porque se deu certo lá, porque eu não posso tentar para dar certo?Então faz parte da minha prática docente. [...] tudo tem uma participação, uma colaboração [...]. (Entrevista, 31/07/2020)*

Ademais, compreendemos que a forma de engajamento que caracteriza uma comunidade de prática prevê a "manutenção de trabalho" no seu cultivo e desenvolvimento (WENGER, 1998). Assim, o que de "sutil" possa se apresentar na comunidade pode denotar um incentivo ao engajamento. Na *CoPModelança,* a amizade que se estabeleceu em nossos encontros e se fortaleceu por meio do grupo de *WhatsApp* refletiu a sutileza necessária e característica do grupo. A seguir tecemos algumas considerações.

Sobre a comunidade de prática constituída

No nosso olhar para a estruturação dos elementos constituintes de uma comunidade de prática de Modelagem Matemática de professoras que ensinam Matemática nos anos iniciais, reconhecemos que a unidade dos três elementos constituintes da *CoPModelança*, : i) domínio – o ensino da Matemática por meio da Modelagem Matemática, ii) comunidade – formada pelas professoras que ensinamMatemática nos anos iniciais, formadora e pesquisadora, e iii) prática – aprendizagens sobre a prática pedagógica com Modelagem Matemática nos anos iniciais, se orientou poruma prática colaborativa e articulada com as experiências e trajetórias de práticas profissionais das professoras que ensinam Matemática nesta etapa escolar.

Isso nos aciona uma alerta sobre a importância em constituir espaços formativos que levem em consideração as experiências de quem se forma. Suas formações, práticas,concepções de ensino e de aprendizagem. Que dê voz a quem precisa e gostaria de ser ouvido. Esse entendimento se mostra promissor à coerência da prática necessária a manutenção e cultivo de comunidades de prática. Não basta que comunidades de prática se constituam, é preciso mecanismos para a sua manutenção.

Referências

ARAÚJO, J. L.; BORBA, M. C. **Construindo pesquisas coletivamente em educação Matemática.** In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.) Pesquisa qualitativa em educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2012. p. 31-51.

BRAZ, B. C. **Aprendizagens sobre Modelagem Matemática em uma Comunidade de Prática de futuros professores de Matemática.** 2017. 253 f. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência e a Matemática) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Maringá – UEM, Maringá, 2017.

BARBOSA, J. C. As relações dos professores com a Modelagem Matemática. In: XIII Encontro Nacional de Educação Matemática, 8., 2004, Recife, PB. **Anais...**Recife: SBEM, 2004.

BOGDAN, R. ; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Tradução de ALVAREZ, M. J.; Santos, S. B. e BAPTISTA, T. M.. Porto: Ed. Porto. 1994. Tradução de: Qualitative researchfor education.

CYRINO, M. C. C. T. Comunidades de prática de professores como espaço de investigação sobre a formação de professores de matemática. In: BATISTA, I. L.; SALVI, R. F. (Orgs.). **Pós-graduação em ensino de ciências e educação matemática**: um perfil de pesquisas. Londrina: EDUEL, 2009. p. 95-110.

ESTEVAM. E.J. G.; CYRINO, M. C. C. T. Condicionantes de aprendizagens de professores que ensinam matemática em contextos de comunidades de prática. **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, Florianópolis, v. 12, n. 1, p. 227-253, 2019.

GARCIA, T. M. R. **Identidade profissional de professores de matemática em uma comunidade de prática.** Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, 2014.

GASPARIN, J. L. **Uma Didática para a Pedagogia Histórico-Crítica**. 5. ed. Campinas,SP: Autores Associados, 2011.

KRAINER, K. Teams, communities & networks. **Journal of Mathematics Teacher Education**, Netherlands, v. 6, n. 2, p. 93-105, jun. 2003.

OLIVEIRA, H. M. A. P.; CYRINO, M. C. C. T. Formação inicial de professores de matemática em Portugal e no Brasil: Narrativas de vulnerabilidade e agência. **Interacções***,* v.18, p.104 -130, 2011.

LAVE, J.; WENGER, E. **Situated Learning*:*** Legitimate Peripheral Participation. Cambridge: Cambridge University Press, 1991.

MUTTI, G. S. L.; KLÜBER, T. E. Aspectos que constituem práticas pedagógicas e a formação de professores em modelagem matemática. **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, Florianópolis, v. 11, n. 2, p. 85-107, nov. 2018.

SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. **Bolema**, Rio Claro, nº 14, pp. 66 a 91, 2000.

TEODORO, F. P. **Aprendizagens sobre a prática pedagógica com Modelagem Matemática em uma comunidade de prática de professoras dos anos iniciais**.2022. 247 f. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência e a Matemática) – Universidade Estadual de Maringá – UEM, Maringá, 2022.

WENGER, E. **Communities of Practice**: Learning, Meaning, And Identity. New York: Cambridge University Press, 1998.

WENGER, E.; McDERMOTT, R.; SNYDER, W. M. **Cultivating Communities of Practice**. Boston: Harvard Business School Press, 2002.

Ensino de geometria na formação inicial de professores que ensinam matemática: um panorama de artigos brasileiros e internacionais[302]

Geometry teaching in the initial education of teachers who teach mathematics: an overview of Brazilian and international articles

La enseñanza de la geometría en la formación inicial de profesores que enseñan matemáticas: un panorama de artículos brasileños e internacionales

Fernanda Caroline Cybulski[303]
Universidade Estadual de Londrina
orcid.org/0000-0001-9499-6782

Anna Flávia Magnoni Vieira[304]
Universidade Estadual de Londrina
orcid.org/0000-0002-5556-3877

Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino[305]
Universidade Estadual de Londrina
orcid.org/0000-0003-4276-8395

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam Matemática

Resumo

Este artigo apresenta um mapeamento de investigações publicadas em periódicos brasileiros e internacionais que incidem sobre a geometria na formação inicial de professores que ensinam matemática (PEM), com o objetivo discutir suas temáticas e principais resultados. O *corpus* reúne 14 artigos publicados no período 2017-2021 em oito periódicos, brasileiros e internacionais. Observa-se que as temáticas desses artigos estão relacionadas: a estratégias de ensino de geometria e a aprendizagem de conceitos geométricos na formação inicial de PEM. Com relação às estratégias de ensino na formação inicial de PEM foram investigadas temáticas como *noticing*, pensamento geométrico e conhecimento pedagógico do ensino de geometria. No que diz respeito à aprendizagem de conceitos geométricos, emergiram questões relacionadas a aspectos de objetos geométricos, operações geométricas, definições, argumentações e provas em geometria. O ensino de geometria na formação inicial de PEM ainda é pouco investigado, há necessidade de discutir que conhecimento de geometria é necessário ao (futuro) PEM e que implicações o trabalho com pensamento/raciocínio geométrico traz para a formação inicial de PEM.
Palavras-chave: Pensamento geométrico, ensino de geometria, formação inicial de professores, professor que ensina matemática, mapeamento de artigos.

[302] Agradecemos à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES pela bolsa atribuída à primeira autora e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq pela bolsa de produtividade em pesquisa da terceira autora.
[303] fercybulski@gmail.com
[304] anna_flavia_magnoni@hotmail.com
[305] marciacyrino@uel.br

Abstract

This article presents a mapping of investigations published in Brazilian and international journals that focus on geometry in the initial education of teachers who teach mathematics (PEM), to discuss its themes and main results. The *corpus* consists of 14 articles published in the period 2017-2021 in eight Brazilian and international journals. It is observed that the themes of these articles are related to: geometry teaching strategies and the learning of geometric concepts in the initial education of PEM. With regard to teaching strategies in the initial education of PEM, topics such as noticing, geometric thinking, and pedagogical knowledge of geometry teaching were investigated. Concerning to the learning of geometric concepts, issues related to aspects of geometric objects, geometric operations, definitions, arguments, and proofs in geometry emerged. The teaching of geometry in the initial education of PEM is still little investigated, there is a need to discuss what knowledge of geometry is necessary for the (future) PEM and what implications working with geometric thinking/reasoning brings to the initial education of PEM.
Keywords: Geometric thinking, teaching geometry, initial teacher education, teacher who teaches mathematics, article mapping.

Resumen

Este artículo presenta un mapeo de investigaciones publicadas en revistas brasileñas e internacionales que se centran en la geometría en la formación inicial de profesores que enseñan matemáticas (PEM), con el objetivo de discutir sus temas y principales resultados. El *corpus* reúne 14 artículos publicados en el período 2017-2021 en ocho revistas brasileñas e internacionales. Se observa que los temas de estos artículos están relacionados con: estrategias de enseñanza de la geometría y el aprendizaje de conceptos geométricos en la formación inicial de PEM. En cuanto a las estrategias de enseñanza en la formación inicial de PEM, se indagaron temas como el *noticing*, el pensamiento geométrico y el conocimiento pedagógico de la enseñanza de la geometría. En cuanto al aprendizaje de conceptos geométricos, surgieron temas relacionados con aspectos de objetos geométricos, operaciones geométricas, definiciones, argumentos y demostraciones en geometría. La enseñanza de la geometría en la formación inicial de PEM aún es poco investigada, hay necesidad de discutir qué conocimientos de geometría son necesarios para el (futuro) PEM y qué implicaciones trae trabajar con el pensamiento/razonamiento geométrico para la formación inicial de PEM.
***Palabras clave*:** Pensamiento geométrico, enseñanza de la geometría, formación inicial del profesorado, profesor que enseña matemáticas, mapeo de artículos.

Introdução

Pesquisas têm relatado dificuldades de futuros professores que ensinam matemática (PEM) com conceitos geométricos (Creager, 2022; Ferner et al., 2020; Ramatlapana & Berger, 2018; Santos & Teles, 2021; Winer & Battista, 2022) e pouca ênfase de questões a respeito do ensino de geometria (Santos & Teles, 2021) e do pensamento geométrico (Carvalho & Ferreira, 2015; Cybulski, 2022; Paiva, 2021) em pesquisas da formação inicial de PEM.

Nesse sentido, o Grupo de Estudo e Pesquisa sobre a formação de professores que ensinam matemática (coordenado pela terceira autora na Universidade Estadual de Londrina), do qual fazemos parte, tem como uma de suas vertentes de investigação o ensino de geometria na formação de PEM.

Deste modo, realizamos um mapeamento de artigos, publicados em periódicos brasileiros e internacionais, na busca de investigar resultados e possíveis lacunas em investigações que incidem nessa temática. Assim, o objetivo deste artigo é discutir temáticas e principais resultados de investigações que tratam da geometria na formação inicial de PEM. Na sequência, apresentaremos os procedimentos metodológicos empregados para a constituição do *corpus* de análise, os resultados, discussões e algumas considerações.

Procedimentos metodológicos

Para essa pesquisa, de caráter documental (Fiorentini & Lorenzato, 2012) realizamos um levantamento de artigos em 20 periódicos (nove periódicos em língua inglesa[306] e 11 periódicos em línguas não inglesas[307]). Na sequência, acessamos as bases de dados de cada periódico e buscamos por artigos, publicados nos últimos cinco anos (2017-2021), que continham os termos: "geometrical thinking OR "geometry thinking" OR "geometric thinking" OR "geometrical reasoning" OR "geometry reasoning" OR "geometric reasoning" OR "pensamento geométrico" OR "raciocínio geométrico" OR "pensamiento geométrico" OR "razonamiento geométrico".

Na primeira busca obtivemos 615 artigos. Após excluir resultados repetidos, analisamos o título e o resumo de cada artigo a fim de verificarmos o foco de análise, resultando em 94 artigos que tratavam de geometria. Destes, apenas 14 também investigavam a formação inicial de PEM. Desse modo, o *corpus* de análise é constituído por 14 artigos, publicados em oito periódicos, que investigaram a geometria na formação inicial de PEM. Realizamos leituras desses artigos na íntegra, buscando identificar a temática, isto é, o que foi investigado a respeito da geometria na formação inicial de PEM, e os resultados encontrados pelos autores.

[306] Elegemos periódicos representativos no campo investigativo da Educação Matemática, de acordo com De Paula (2018): *Educational Studies in Mathematics, International Journal of Science and Mathematics Education, Journal for Research in Mathematics Education, Journal of Mathematics Teacher Education, Mathematics Education Research Journal, Mathematical Thinking and Learning, Mathematics Teacher Education and Development*, *The Journal of mathematical behavior* e *ZDM Mathematics Education.*

[307] Elegemos periódicos que consideramos representativos no campo investigativo da Educação Matemática, os periódicos disponíveis na seleção feita pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática (http://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/index.php/materiais/periodicos) e avaliados pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior com qualis A1 ou A2 nas áreas de Ensino ou Educação: Bolema, Educação Matemática Pesquisa (PUC), Ensino em re-vista, Investigações em ensino de ciências, Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia, *Acta Scientiae* (ULBRA), Alexandria (UFSC), Zetetiké, Educação Matemática em Revista (RS), Relime e Revemat.

Para a análise consideramos o Paradigma Indiciário[308], a fim de encontrarmos indícios que nos possibilitassem analisar similaridades, particularidades, convergências ou divergências entre os trabalhos. Assim, organizamos dois agrupamentos para a análise, nomeadamente trabalhos que investigaram: estratégias de ensino da geometria na formação inicial de PEM (Gal, 2019; Livy & Downton, 2018; Ulusoy & Çakiroğlu, 2021; Vasconcelos et al., 2021) e aprendizagem de conceitos geométricos na formação inicial de PEM (Brunheira & Ponte, 2019; Costa & Santos, 2017; Erkek & Bostan, 2019; Kuzniak & Nechache, 2021; Leivas & Fogaça, 2017; León et al., 2021; Llinares & Clemente, 2019; Patkin et al., 2019; Ulusoy, 2021; Uygun, 2020). Nas próximas seções apresentaremos as temáticas e os principais resultados presentes nessas investigações.

Estratégias de ensino de geometria na formação inicial de PEM

Os artigos deste grupo discutem aspectos da prática pedagógica de futuros PEM para o ensino de geometria. Tais aspectos referem-se: a inquietações manifestadas por (futuras) PEM com relação ao pensamento geométrico (Vasconcelos et al., 2021); a habilidades de *noticing* de futuros PEM (Ulusoy & Çakiroğlu, 2021); ao uso ineficaz da estratégia de conflito cognitivo por futuros PEM (Gal, 2019) e; a experiências que auxiliam futuros PEM a desenvolverem o conhecimento pedagógico do conteúdo para o ensino de geometria (Livy & Downton, 2018).

Vasconcelos et al. (2021) investigaram inquietações manifestadas por (futuras) PEM, assente no pensamento geométrico, relacionadas: ao papel das representações e da linguagem, que por meio de nomenclaturas adequadas possibilitam desenvolver o pensamento geométrico; aos atributos definidores das figuras geométricas, que revelam práticas pedagógicas investigativas para além da associação entre figuras e suas nomenclaturas; e aos conceitos de localização e movimentação no espaço, com o objetivo de desenvolver o raciocínio espacial.

Para investigar habilidades de *noticing*[309] de futuros PEM, Ulusoy e Çakiroğlu (2021) propuseram que eles analisassem individualmente vídeos que retratavam situações de sala de aula envolvendo o trabalho com conceito de trapézio e, em seguida, discutissem em grupos. Nas análises individuais, os futuros PEM examinaram (*attending*) respostas dos estudantes para as tarefas propostas, mas nem sempre as interpretaram. Já nas discussões em grupo, os futuros PEM forneceram interpretações da compreensão matemática dos estudantes para conceitos de trapézios e possibilidades

[308] O Paradigma Indiciário consiste na busca de indícios, sinais, pistas, conjecturas e inferências, a partir de dados aparentemente negligenciáveis, com a intencionalidade de realizar uma leitura atenta do elemento a ser estudado (Ginzburg, 1989).
[309] Para van Es e Sherin (2021), o *noticing* envolve os aspectos de *attending*, *interpreting* e *shaping* e diz respeito ao como o professor lida com elementos inerentes à prática em sala de aula.

de ações instrucionais, influenciadas, muitas vezes, por ideias e observações manifestadas por seus pares.

Gal (2019) investigou estratégias de conflito cognitivo utilizadas por futuros PEM para confrontar o raciocínio de estudantes em respostas equivocadas de tarefas que envolviam ângulos e triângulos. Os futuros PEM agiram de forma intuitiva, com dificuldades em confrontar respostas e compreensões e em antecipar possíveis dificuldades dos estudantes, mesmo que tivessem "notado" (*noticed*) algumas dúvidas. Não buscavam a origem das dificuldades apresentadas pelos estudantes, a fim de auxiliá-los em suas tomadas de decisões como professores.

No estudo de Livy e Downton (2018), futuros PEM acompanharam estudantes dos anos iniciais na resolução de uma tarefa de ângulos e polígonos. Essa experiência possibilitou que os futuros PEM identificassem aspectos relacionados: ao raciocínio em geometria dos estudantes; à justificativas e explicações de seus raciocínios; às resoluções que empregaram; ao papel do professor e ao desenvolvimento do seu *noticing* profissional (Livy & Downton, 2018).

Os artigos deste agrupamento trazem implicações para a formação inicial de PEM, com relação ao ensino de geometria. Análises de vídeo em grupos podem ser promissoras para o desenvolvimento de habilidades de *noticing* profissional de futuros PEM, com relação à compreensão matemática dos estudantes (Ulusoy & Çakiroğlu, 2021). Vasconcelos et al. (2021) defendem uma formação pautada em práticas, crenças e/ou concepções de (futuras) PEM, com o intuito de gerar reflexões e diálogos que ultrapassem a explicação de conceitos matemáticos e a exposição de métodos de ensino. Outras implicações se referem à proposição de estudos que contemplam teorias para o ensino, como as de van Hiele, para o desenvolvimento do pensamento geométrico, e de lógica matemática para análise de situações problemáticas de aprendizagem e equívocos matemáticos (Gal, 2019); e a exploração de conteúdos de geometria para responder possíveis dúvidas e interpretar estratégias e raciocínios de estudantes (Livy & Downton, 2018).

Aprendizagem de conceitos geométricos na formação inicial de PEM

Os artigos desse grupo tratam de aspectos referentes a aprendizagem de conceitos geométricos na formação inicial de PEM (Brunheira & Ponte, 2019; Costa & Santos, 2017; Erkek & Bostan, 2019; Kuzniak & Nechache, 2021; Leivas & Fogaça, 2017; León et al., 2021; Llinares & Clemente, 2019; Patkin et al., 2019; Ulusoy, 2021; Uygun, 2020).

Entre esses artigos há os que discutiram a aprendizagem de objetos geométricos por futuros PEM, como quadriláteros notáveis e o pensamento geométrico (Costa & Santos, 2017); a evolução do aprendizado da classificação hierárquica de quadriláteros e prismas (Brunheira & Ponte, 2019); e estratégias utilizadas para resolver tarefas espaciais (Patkin et al., 2019).

Com relação aos quadriláteros, alguns futuros PEM apresentaram dificuldades com a inclusão de classes (Brunheira & Ponte, 2019; Costa & Santos, 2017). Costa e Santos (2017) destacam que os futuros PEM não atuaram em dimensões mais elaboradas do pensamento geométrico em tarefas de quadriláteros notáveis. Cerca de metade atuou na dimensão pragmática, não considerando definições e atributos geométricos em construções; aproximadamente um terço na dimensão relacional, reconhecendo as figuras por suas propriedades; e um quinto na dimensão aplicativa, utilizando definições para reconhecer quadriláteros. Segundo Brunheira e Ponte (2019), os futuros PEM manifestaram dificuldades com classificações de quadriláteros por não estarem familiarizados com elas e por considerarem imagens prototípicas na resolução de tarefas.

Por outro lado, com relação aos prismas, os futuros PEM do estudo de Brunheira e Ponte (2019) pareceram mais familiares com noções de classificação e identificação de relações hierárquicas, muito provável pelo fato de já terem vivenciado experiência semelhante com os quadriláteros. Além disso, a menor familiaridade com os prismas os permitiu focar em características essenciais, em vez de imagens prototípicas.

Para resolverem tarefas espaciais que requerem rotação mental, os futuros PEM da pesquisa de Patkin et al. (2019) aplicaram duas principais estratégias: holística (o todo de um objeto espacial é visualizado e girado mentalmente) e analítica (abordagem sistemática, com apoio verbal e mínima rotação visual do objeto espacial). A estratégia holística revelou mais acertos em relação à analítica na resolução das tarefas, mesmo que o uso de determinada estratégia não tenha garantido uma conclusão correta. Os autores indicam um mecanismo de mediação, implícito no pensamento espacial, entre a estratégia empregada e o resultado alcançado.

Outros três artigos discutiram a aprendizagem de futuros PEM com relação às operações geométricas de área, transformações e congruência. De modo específico: tarefas de estimativa de área (Kuzniak & Nechache, 2021); práticas matemáticas em transformações geométricas em ambientes investigativos e dinâmicos (Uygun, 2020); e congruência de figuras geométricas planas, com registros de representação semiótica e geometria dinâmica (Leivas & Fogaça, 2017).

Kuzniak e Nechache (2021) identificaram cinco formas de trabalho geométrico[310], nas resoluções de futuros PEM em uma tarefa de estimativa de área: topógrafo e construtor, que se

[310] Topógrafo (surveyor): calcula áreas a partir de medidas em escala; Construtor (constructor): constrói figuras com instrumentos de desenho; Fragmentador (dissector): decompõe uma figura em partes com fórmulas de cálculo conhecidas; Explorador (explorer): constrói várias figuras em busca das que satisfazem as condições exigidas; Calculador (calculator): desenvolve fórmulas de cálculo (Kuzniak & Nechache, 2021).

relacionaram com um paradigma geométrico baseado na construção de figuras com ferramentas, que suportam situações de raciocínio e de provas mecânica e experimental; e fragmentador, explorador e calculador, que se relacionaram com um paradigma geométrico que explora figuras heuristicamente, sem o auxílio de ferramentas de desenho, e desenvolve provas axiomáticas. Destacam que as formas de trabalho e paradigmas identificados podem auxiliar futuros PEM a examinarem suas práticas, refletirem sobre seus acertos e equívocos e a combinarem conhecimentos geométricos e pedagógicos.

Transformações geométricas em ambientes de geometria dinâmica auxiliaram futuros PEM na aprendizagem de operações geométricas. No estudo de Uygun (2020), três práticas matemáticas emergiram com a utilização do *software* Sketchpad: compreensão profunda das transformações geométricas; definições operacionais de transformações geométricas e a identificação de relações entre elas; e propriedades e atributos das transformações geométricas. O trabalho em grupo, com justificativas e argumentações às ideias uns dos outros, potencializou o aprendizado conceitual de transformações geométricas dos futuros PEM, enquanto que o *software* permitiu-lhes explorar construções e formar e testar conjecturas.

Leivas e Fogaça (2017) propuseram o estudo de congruência de figuras geométricas planas com o apoio de transformações geométricas. Os futuros PEM transitaram em um único registro de representação para os objetos geométricos, devido às dificuldades com relação à conversão entre diferentes registros. No entanto, as tarefas envolvendo transformações geométricas, material manipulável (tesoura e papel) e o *software* Geogebra, proporcionaram a compreensão do conceito de congruência de figuras geométricas planas pelos futuros PEM.

Outros quatro artigos desse grupo discutiram a aprendizagem de futuros PEM com relação a definição, argumentação ou prova em geometria: imagens e definições conceituais de triângulos (Ulusoy, 2021); identificação de rotinas[311] no discurso de descrição e definição de objetos geométricos tridimensionais (León et al., 2021); natureza das estruturas globais de argumentação com o uso de tecnologia (Erkek & Bostan, 2019); características da transição do raciocínio configural para a construção de prova geométrica (Llinares & Clemente, 2019).

Com relação às definições, Ulusoy (2021) relata que a maioria dos futuros PEM definiu triângulo de forma inadequada, frequentemente com terminologias imprecisas. As imagens conceituais de triângulos estavam relacionadas, principalmente, com exemplos e contraexemplos intuitivos e prototípicos. Futuros PEM dos anos finais, particularmente, utilizaram terminologias influenciadas,

[311]"rotinas são padrões repetitivos que são característicos do discurso matemático e podem ser inferidos observando se há regularidades no uso das outras três propriedades do discurso [uso de palavras, mediadores visuais e narrativas] ..." (León et al., 2021, p. 304).

provavelmente, pela linguagem de disciplinas matemáticas. Futuros PEM da primeira infância forneceram definições com condições necessárias, mas não suficientes, influenciados por imagens conceituais prototípicas.

No estudo de León et al. (2021), alguns futuros PEM não tinham noções precisas do que seria uma definição em geometria, confundindo, por vezes, com a descrição. Houve diferenças no discurso dos futuros PEM ao definirem figuras bidimensionais e tridimensionais. Entre as rotinas de futuros PEM identificadas, estão as de: definir objetos geométricos tridimensionais como rotulação e/ou descrição de características de um sólido; retirar características de outra definição; escolher rótulos, características comuns entre os sólidos; escolher a definição mais completa ou a mais precisa. Nas rotinas que ocorreram tanto em momentos de descrição quanto de definição de sólidos geométricos, identificaram a recorrência a elementos bidimensionais para resolver problemas tridimensionais e a busca em fontes externas.

As argumentações de futuros PEM, para Erkek e Bostan (2019), não ultrapassaram estruturas simples, isto é, não relacionaram diferentes conceitos, impossibilitando a solução. Nas discussões coletivas os argumentos permaneceram isolados devido ao raciocínio matemático insuficiente dos futuros PEM. As tarefas referentes a círculos exigiram mais “arrastos”, observações e construções com propriedades fixas, do que as tarefas com triângulos, o que tornou as estruturas de argumentação mais complexas. O uso do *software* Geogebra e a atitude dos pesquisadores de, continuamente, pedirem justificativas para os argumentos, foram essenciais para o desenvolvimento das estruturas de argumentação dos futuros PEM. Destacam que futuros PEM precisam ser desafiados, na formação inicial, a argumentar e a facilitar a argumentação em sala de aula, com a frequente apresentação de justificativas e de diferentes soluções.

No que diz respeito à prova em geometria, de acordo com Llinares e Clemente (2019), há uma ligação entre as subconfigurações identificadas pelos futuros PEM na situação geométrica, os conhecimentos mobilizados e a taxa de sucesso na tarefa. Alguns futuros PEM, mesmo reconhecendo os fatos geométricos na figura, não conseguiram construir provas. Os autores indicam uma barreira na transição do raciocínio configural para a prova dedutiva. Para ultrapassá-la eles consideram que é necessário que os futuros PEM mudem o status epistemológico dos fatos geométricos da situação, isto é, que deixem de serem vistos apenas como parte de uma configuração geométrica, para serem premissas de teoremas necessários ao processo dedutivo de prova. Essa mudança seria uma evidência do conhecimento estratégico, o conhecimento da situação que permite identificar qual fato geométrico deve ser aplicado.

Discussão dos resultados e considerações finais

O *corpus* analisado investiga dois principais aspectos: estratégias de ensino de geometria e aprendizagem de conceitos geométricos na formação inicial de PEM. Embora ambos mereçam atenção na formação inicial de PEM, observamos que estratégias de ensino de geometria têm sido pouco investigadas. De acordo com Herbst et al. (2017), para além do conteúdo há necessidade de considerar um conhecimento de geometria para o ensino. Segundo os autores, há pouca literatura a respeito de que geometria deve ser ensinada aos professores em formação (inicial).

No *corpus* há artigos que trazem apontamentos com relação ao *noticing* do professor. Trata-se de uma temática de pesquisa que vem crescendo nos últimos anos, bem como a sua relação com o conhecimento matemático dos professores para o ensino (Dindyal et al., 2021). No *corpus,* foram investigadas habilidades de *noticing* mobilizadas por futuros PEM, ao acompanharem estudantes ou ao analisarem suas respostas em tarefas de geometria, como objeto de investigação (Ulusoy & Çakiroğlu, 2021) ou com observações em segundo plano (Gal, 2019; Livy & Downton, 2018). Contudo, o *noticing* em um domínio particular da matemática, como a geometria, é ainda pouco explícito nas pesquisas (Dindyal et al., 2021), sendo necessário investigar possíveis especificidades do *noticing* do professor que ensina geometria.

Muitas dificuldades dos futuros PEM com geometria, relatadas no *corpus,* estão relacionadas com a influência de imagens prototípicas. Tais imagens, tomadas como padrão para ilustrar determinado conceito, podem restringir e dificultar a aprendizagem de geometria. Duval (1994) destaca que a orientação das figuras é um fator que interfere em possíveis modificações figurais ou no reconhecimento em geometria. Esse fato faz com que uma representação de triângulo, por exemplo, seja mais facilmente reconhecida a depender de sua posição e orientação.

Em Erdogan e Dur (2014) definições formais hierárquicas de quadriláteros de futuros PEM foram sobrepostas por conceitos geométricos aprendidos durante a Educação Básica e por imagens prototípicas. As definições não eram generalizadas, mas sim de quadriláteros prototípicos específicos. De acordo com Fujita (2012), para superar a utilização de imagens prototípicas é preciso, para além do ensino de definições corretas, questionar a respeito de características desses protótipos. Desse modo, destaca que é preciso integrar aspectos visuais e conceituais no ensino de geometria. Esse fato vai ao encontro de resultados de teses e dissertações brasileiras, do período 2009-2020, a respeito de geometria na formação inicial de PEM. Nesses trabalhos, representações de figuras geométricas foram utilizadas, entre outras finalidades, para auxiliar em definições e em processos de prova e demonstração (Cybulski, 2022).

No que diz respeito a tais conceitos e processos, alguns artigos do *corpus* destacaram dificuldades de futuros PEM com noções de definições geométricas (León et al., 2021; Ulusoy, 2021), argumentações (Erkek & Bostan, 2019) e com o reconhecimento de conceitos geométricos em figuras durante processos de provas (Llinares & Clemente, 2019). Na literatura, há relatos de dificuldades de futuros PEM em processos de prova, principalmente para registrar por escrito argumentações orais (Winer & Battista, 2022) e abordagens ainda simplistas ou muito específicas, a respeito do papel de contraexemplos e refutações em geometria (Creager, 2022).

Embora nossas palavras de busca tenham se restringido às variações de pensamento e de raciocínio geométricos, apenas quatro trabalhos do *corpus* trazem apontamentos com relação a essa temática na formação inicial de PEM (Costa; Santos, 2017; Gal, 2019; Livy & Downton, 2018; Vasconcelos et al., 2021). O pensamento/raciocínio geométrico ainda é pouco discutido em pesquisas que investigam a formação inicial de PEM, como observado nesse mapeamento e também em Cybulski (2022). É preciso discutir perspectivas, implicações e, primordialmente, características desse pensamento/raciocínio específico da geometria, para, na sequência, verificar suas possíveis particularidades e especificidades na/para a formação inicial de PEM.

Observamos que para além da geometria na formação inicial de PEM ser pouco investigada, há questões que precisam ser discutidas. Investigar o pensamento geométrico na formação inicial de PEM pode ser uma vertente promissora para compreender o papel da geometria nessa formação; para identificar que conhecimentos de geometria são necessários ao (futuro) professor; bem como para analisar o ensino de geometria na Educação Básica.

Referências

Carvalho, H. A. F. de, & Ferreira, A. C. (2015). Visualização espacial e pensamento geométrico: um panorama da produção brasileira em programas de pós-graduação nos últimos anos. *Anais Do Encontro Mineiro de Educação Matemática*.

Creager, M. A. (2022). Geometric Refutations of Prospective Secondary Mathematics Teachers. *International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology*, *10*(1), 74–99. https://doi.org/10.46328/ijemst.1594.

Cybulski, F. C. (2022). *Geometria na formação inicial de professores que ensinam matemática: indicativos de dissertações e teses brasileiras* [Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual de Londrina].

De Paula, E. F. (2018). *Identidade profissional de professores que ensinam matemática: indicativos de pesquisas, elementos e ações para elaboração de uma proposta investigativa* [Tese de Doutorado, Universidade Estadual de Londrina].

Dindyal, J., Schack, E. O., Choy, B. H., & Sherin, M. G. (2021). Exploring the terrains of mathematics teacher noticing. *ZDM - Mathematics Education*. https://doi.org/10.1007/s11858-021-01249-y.

Duval, R. (1994). Les différents fonctionnements d'une figure dans une démarche géométrique. *Repères*, *17*, 121–138.

Erdogan, E. O., & Dur, Z. (2014). Preservice mathematics teachers' personal figural concepts and classifications about quadrilaterals. *Australian Journal of Teacher Education*, *39*(6). https://doi.org/10.14221/ajte.2014v39n6.1.

Ferner, D. da L., Soares, M. A. da S., & Mariani, R. D. C. P. (2020). Conceitos de geometria espacial de posição: tratamentos figurais mobilizados por futuros professores de matemática. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, 237–261.

Fiorentini, D.; Lorenzato, S. (2012). *Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos.* Campinas, SP: Autores Associados.

Fujita, T. (2012). Learners' level of understanding of the inclusion relations of quadrilaterals and prototype phenomenon. *Journal of Mathematical Behavior*, *31*(1), 60–72. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2011.08.003.

Ginzburg, C. (1989). *Mitos, emblemas, sinais*. Companhia das Letras.

Herbst, P., Fujita, T., Halverscheid, S., & Weiss, M. (2017). *The learning and teaching of geometry in secondary schools: A modeling perspective* (Routledge).

Paiva, S. M. de. (2021). *A conceituação do pensamento geométrico: aspectos históricos, filosóficos e as visões presentes em teses e dissertações no Brasil* [Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual Paulista "Júlio Mesquita Filho."].

Ramatlapana, K., & Berger, M. (2018). Prospective Mathematics Teachers' Perceptual and Discursive Apprehensions when Making Geometric Connections. *African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology Education*, 22(2), 162–173. https://doi.org/10.1080/18117295.2018.1466495.

Santos, L. F. dos, & Teles, R. A. de M. (2021). Conhecimento dos professores sobre geometria nos anos iniciais do ensino fundamental: um estado da arte. *Educação, Matemática, Pesquisa*, 79–111.

van Es, E. A., & Sherin, M. G. (2021). Expanding on prior conceptualizations of teacher noticing. *ZDM - Mathematics Education*. https://doi.org/10.1007/s11858-020-01211-4.

Winer, M. L., & Battista, M. T. (2022). Investigating Students' Proof Reasoning: Analyzing Students' Oral Proof Explanations and their Written Proofs in High School Geometry. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, *17*(2), em0677. https://doi.org/10.29333/iejme/11713.

Referências dos artigos analisados no *corpus*

Brunheira, L., & Ponte, J. P. da. (2019). From the classification of quadrilaterals to the classification of prisms: An experiment with prospective teachers. *Journal of Mathematical Behavior*, *53*, 65–80. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2018.06.004.

Costa, A. P. da, & Santos, M. R. dos. (2017). O pensamento geométrico de professores de matemática em formação inicial. *Educação Matemática Em Revista*, *2*(18), 18–32.

Erkek, Ö., & Işıksal Bostan, M. (2019). Prospective Middle School Mathematics Teachers' Global Argumentation Structures. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *17*(3), 613–633. https://doi.org/10.1007/s10763-018-9884-0.

Gal, H. (2019). When the use of cognitive conflict is ineffective—problematic learning situations in geometry. *Educational Studies in Mathematics*, *102*(2), 239–256. https://doi.org/10.1007/s10649-019-09904-8.

Kuzniak, A., & Nechache, A. (2021). On forms of geometric work: a study with pre-service teachers based on the theory of Mathematical Working Spaces. *Educational Studies in Mathematics*, *106*(2), 271–289. https://doi.org/10.1007/s10649-020-10011-2.

Leivas, J. C. P., & Fogaça, L. dos S. (2017). Registros de representação semiótica e geometria dinâmica para o ensino de congruência de figuras geométricas planas. *Ens. Ci. Tecnol*, *10*(3), 81–100.

León, A. F, Gavilán-Izquierdo, J. M., González-Regaña, A. J., Martín-Molina, V., & Toscano, R. (2021). Identifying routines in the discourse of undergraduate students when defining. *Mathematics Education Research Journal*, *33*(2), 301–319. https://doi.org/10.1007/s13394-019-00301-1.

Livy, S., & Downton, A. (2018). Exploring experiences for assisting primary pre-service teachers to extend their knowledge of student strategies and reasoning. *Journal of Mathematical Behavior*, *51*, 150–160. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2017.11.004.

Llinares, S., & Clemente, F. (2019). Characteristics of the shifts from configural reasoning to deductive reasoning in geometry. *Mathematics Education Research Journal*, *31*(3), 259–277. https://doi.org/10.1007/s13394-018-0253-7.

Patkin, D., Shriki, A., & Barkai, R. (2019). Strategies Applied by Pre-service Elementary School Mathematics Teachers for Coping with Tasks that Require a Mental Rotation. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *17*(8), 1563–1584. https://doi.org/10.1007/s10763-018-9932-9.

Ulusoy, F. (2021). Prospective Early Childhood and Elementary School Mathematics Teachers' Concept Images and Concept Definitions of Triangles. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *19*(5), 1057–1078. https://doi.org/10.1007/s10763-020-10105-6.

Ulusoy, F., & Çakıroğlu, E. (2021). Exploring prospective teachers' noticing of students' understanding through micro-case videos. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *24*(3), 253–282. https://doi.org/10.1007/s10857-020-09457-1.

Uygun, T. (2020). An inquiry-based design research for teaching geometric transformations by developing mathematical practices in dynamic geometry environment. *Mathematics Education Research Journal*, *32*(3), 523–549. https://doi.org/10.1007/s13394-020-00314-1.

Vasconcelos, L. de O., Leandro, E. G., Passos, C. L. B., & Anunciato, R. M. M. (2021). Rede de aprendizagem e desenvolvimento da docência: Expressões do pensamento geométrico de professoras que ensinam Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. *Bolema*, *35*(70), 708–726. https://doi.org/10.1590/1980-4415v35n70a08.

Conceituação geométrica do logaritmo: Conhecimentos matemáticosespecializados na formação de professores

Conceptualización geométrica del logaritmo: conocimientos matemáticos especializados en la formación docente

Geometrical conceptualization of the logarithm: Specialized mathematical knowledge in teacher education

Fernando Pavan Guido[312]
IME – USP

Iole de Freitas Druck[313]
IME – USP

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam Matemática

Resumo

Este artigo aborda a importância que os logaritmos tiveram ao longo dos anos. Entretanto, mais do que isso, apresenta alguns comentários a respeito da forma como o assunto é tratado em alguns livros didáticos aprovados no PNLD de 2015. Nele se discute conceituações históricas e algumas contribuições para a formação inicial econtinuada de professores. Apresenta-se a Função Logarítmica como realmente surgiu no século XVII, ou seja, por meio de áreas de regiões abaixo da curva xy = 1, e define- se a função exponencial como a inversa da que foi anteriormente construída. Chega-se por fim à definição do número irracional *e* pela teoria apresentada.

Palavras-chave: Logaritmos, Número *e*, Logaritmo Natural, Conhecimentos matemáticos especializados.

Abstract

This article adresses the importance of logarithms have had over the years. However,more than that, it presents some comments about way that the subject is treated in some textbooks approved in the PNLD of 2015. It discusses historical concepts, and some contributions of the beggings and continuous education of teachers. The Logarithmic Function is presented as it actually emerged in the 17th century, that is, through the areas of regions below the xy = 1 curve, and the exponential functions are defined as theinverse of the one before constructed. Finally, we arrive at the definition of the irrationalnumber and the theory presented.

Keywords: Logarithms, Number e, Natural Logarithm, Specialized MathematicalKnowledge.

Introdução

[312] fpavan@ime.usp.br
[313] iole@ime.usp.br

O estudo dos logaritmos, assunto que desempenhou papel primordial em tempos passados, enfrenta hoje um grande desinteresse por parte dos alunos, principalmente os da Educação Básica que, não vendo a importância que o tema já desempenhou, recebemseu ensino como algo sem utilidade e permeado de contextos que em nada estimulam o aprender. Conforme Elon Lages Lima, os logaritmos tiveram três séculos devalorização, isso por facilitarem operações complicadas. Porém, atualmente, não se dá importância a esses estudos, devido à facilidade com que as calculadoras as realizam. (LIMA, 2009, p.VII). Por que deveríamos gastar tempo com manipulações algébricas, tediosos cálculos ou ainda complicadas tabelas, quando para isso dispomos de máquinasque rapidamente resolvem tais problemas?

Outro ponto que causa estranheza nos estudantes é quando se fala do logaritmo de base *e* ou, simplesmente, o logaritmo natural. Haveria motivos para aceitar que existeum número mais natural do que 10 (base da nossa numeração) para ser a base de um logaritmo? E mais, se buscamos algo que seja "natural", por que aceitar um número irracional que nem sequer conseguimos registrar em sua totalidade no sistema decimal? Talvez apenas aqueles que optarem por um curso de exatas e cursarem ao menos um semestre de Cálculo, recebam uma resposta convincente e assim percebam, de forma plena, a importância e beleza do famoso logaritmo em sua base natural. Muito provavelmente, nesses estudos serão introduzidas ideias básicas para o entendimento de:

> [...] crescimento populacional, desintegração radiativa, velocidade de reações químicas, circuitos elétricos e muitos outros fenômenos da Física, Química, Biologia, Geologia e virtualmente qualquer ciência que utiliza métodos quantitativos [...] (SIMMONS, 1987, p.351).

Observando alguns materiais didáticos, como livros e apostilas, percebemos que,além dos obstáculos acima apresentados, existe outro entrave de graves consequências. A maneira como o logaritmo é definido, pela inversa da exponencial, requer que sejam estudadas anteriormente todas as propriedades de tal função, e que se dê sentido para expressões do tipo a^x *sendo* a *positivo,* quando x é um número irracional. Tais fatos, apesar da abordagem ser extremamente comum, são normalmente omitidos aos alunos, com a finalidade de "facilitar o ensino". É possível notar que, em geral, nos exemplos iniciais é apresentado como base apenas a = 2, 3, 5 ou 10. Entretanto, ao passar-se parao estudo dos logaritmos, descobrimos que essas bases não são tão importantes em comparação ao *logaritmo de base natural,* ou seja, o logaritmo cuja base é o número irracional *e.* Tal abordagem acaba por reforçar ainda mais a repulsa nos alunos por esse número, devido ao modo artificial como ele é introduzido em substituição aos corriqueiros 2, 3, 5 ou 10. Notamos ainda que existe certa “preferência” dos alunos por exercícios em que predominam o uso de técnicas de manipulação e uso de regras, em detrimento daqueles que necessitam uma maior compreensão conceitual ou da competência para aplicá-los em situações contextualizadas.

Enfim, são muitos os entraves que devem ser tratados com a utilização dessa definição usual na escola, e, como aponta Lima:

> Tais preliminares envolvem dificuldades técnicas que conduzem ao seguinte dilema: ou passar por cima dessas dificuldades, fazendo de conta que elas não existem – o que deixa a desejar do ponto de vistade honestidade científica – ou esgotar a paciência do aluno (ou leitor) com longos detalhes rebarbativos (LIMA, 2009, p.VIII).

Entretanto, devemos dizer que o autor foi um tanto “pessimista” ao apontar apenas essas duas possibilidades. Com esse trabalho, esperamos mostrar ao professor ferramentas para que possa analisar, com um olhar crítico, o que seja conveniente utilizar do seu material didático, o que julga interessante complementar, e ainda, ter um preparo para extrapolar o “básico” e, por vezes apresentar fatos matemáticos, curiosidades históricas, contextos interessantes ou o que mais julgar necessário para possíveis intervenções em aulas ou nos momentos em que surgirem dúvidas dos alunos.

Partindo dessas observações vamos relembrar uma abordagem para os logaritmos que não é muito difundida no ensino básico ou mesmo em cursos de Licenciatura em Matemática. Ela, de fato, foi a primeira registrada na história do tema ese apoia em conceitos geométricos, o que é mais elementar e visualizável, enquanto a abordagem mais utilizada nos livros possui caráter quase que exclusivamente algébrico, cujas justificativas demandam técnicas analíticas avançadas.

Embasamento Teórico

De forma enfática, Ball, Thames & Phelps (2008), definem que um conjunto de conhecimentos matemáticos especializados necessários a um professor, consiste em um repertório suficientemente amplo de conhecimentos. Em particular, sobre os objetos de ensino, de modo que consiga propiciar autonomia para que sua prática em sala de aula, encontre caminhos para discussão de conceitos e procedimentos, que incluam questionamentos e estratégias pedagógicas diferenciadas. Dessa forma, é esperado que o docente consiga aperfeiçoar-se partindo da análise de suas próprias experiências.

Seria um entrelace entre conhecimento específico, nesse caso em particular os logaritmos e os conhecimentos pedagógicos que fazem parte dos saberes referentes a como ensinar e como o aluno aprende. A formação inicial deve abarcar um aprendizado para a prática, ou seja, para o trabalho de ensino e o trabalho docente, por ir além, perpassa os conhecimentos específicos e pedagógicos, exigindo experimentação, análisee reflexão da própria prática para que haja uma constante evolução.

Desenvolvimento

No tratamento dado aos logaritmos é muito comum, defini-los de modo a dependerem do estudo anterior da exponencial. Essa definição, inclusive, é a mais encontrada nos livros didáticos. Vamos ver como os livros *Matemática: Ensino Médio* de Smole; Diniz, publicado pela editora Saraiva e *Matemática* de Paiva, publicado pelaeditora Moderna (ambos aprovados pelo PNLD de 2015) definem os logaritmos:

Logaritmo *de um número positivo b em uma base a, a > 0 e a ≠ 1, é o expoente da potência à qual se deve elevar a para se obter b. Se b >0, a > 0 e a ≠ 1, então* $\log_a b = x \rightarrow a^x = b$. (SMOLE; DINIZ, 2013, p.190).

Sendo a e b números reais e positivos, com b ≠ 1, chama-se ***logaritmo*** *de a na base b, o expoente x tal que* $b^x = a$: $\log_b a = x \leftrightarrow b^x = a$. (PAIVA, 2013, p.231).

Essa forma de definir os logaritmos, traz consigo algumas dificuldades que posteriormente deixarão lacunas quase que intransponíveis no aprendizado dos alunos. O primeiro inconveniente nessa abordagem, como já dito, é o fato dela depender do estudo anterior da teoria da exponenciação. Porém mais do que isso, é primordial *[...] que se saiba o significado de quando y é irracional* a^y*, e que se provem regras como* $a^y \cdot a^z = a^{y+z}$*, para* $y, z \in \Re^+$ *quaisquer.* (LIMA, 2009, p. VIII). Corroborando com esse fato, Simmons defende dizendo:

> Se o expoente x for um número irracional, então aparecem as dificuldades que os estudantes podem não notar se não as mencionarmos. Por exemplo, o que significa a expressão $2^{\sqrt{2}}$? É claro que não faz sentido multiplicar 2 por ele mesmo $\sqrt{2}$ vezes (SIMMONS, 1987, p.352).

Outro inconveniente dessa definição é que tratamos todas as bases de forma igual, não permitindo apresentar de modo natural o número *e* como uma base especial. "*Na definição de logaritmo como expoente, o número e aparece artificialmente*". (LIMA, 2009, p.IX).

Em relação ao número irracional *e*, o livro *Matemática: Ensino Médio* (Smole; Diniz) não faz qualquer menção a ele no capítulo destinado à apresentação dos conjuntos numéricos Unidade 1 (*Conjuntos numéricos e intervalos na reta real*), em particular nos tópicos "*5. Os* *números irracionais"* e "*6. Os números reais"* que, como os próprios nomes deixam claro abordam os conjuntos do qual o número *e* faz parte. Já na Unidade 7 *(Função exponencial, equação exponencial e inequação exponencial),* apenas na seção *CONEXÃO* (de título *Matemática – Ciência da natureza: Cálculo do "tempo de vida" da radioatividade de uma substância)* pode-se ler o seguinte trecho, noqual é possível observar que todas as constantes envolvidas na descrição da função são definidas, menos o número *e*:

> Esse decaimento é calculado matematicamente pela função exponencial $N(t) = N_0.e^{-\lambda.t}$, na qual λ é a constante de decaimento nuclear, uma característica do núcleo do elemento químico em questão; N_0 é o número de núcleos radioativos em um instante inicial (t_0); *N* é o número de núcleos remanescentes em um instante posterior *t* (SMOLE; DINIZ, 2013, p. 186).[314]

Finalmente, apenas no final da Unidade 8 (*Logaritmo e função logarítmica*), na seção *PROBLEMAS E EXERCÍCIOS* o número *e* volta a aparecer. Porém aqui, também sem qualquer explicação, e sem uma discussão anterior sobre logaritmo de base *e* ou sua notação usual *ln*, o exercício pede que se use ln 2 = 0,7 sem que a conexão desta informação com o enunciado fique clara para o aluno:

Por fim, em relação à apresentação do número *e* na obra *Matemática* do autor Paiva, é possível observar que tanto na seção "13. *Conjuntos numéricos*" do Capítulo 1 (*Uma introdução à linguagem dos conjuntos*) quanto no Capítulo 10 (*Função exponencial*) não há nenhuma menção a respeito de sua existência.

No Capítulo 11 (*Função logarítmica*), em *EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES,*

há uma seção de nome *ANÁLISE DA RESOLUÇÃO* que apresenta o seguinte exercício:

Quando as válvulas da artéria aorta se fecham, a pressão P, em mmHg (milímetro de mercúrio), no interior dessa artéria, durante o fechamento, pode ser expressa em função do tempo t, por meio da equação $P = 95.e^{-0,49.t}$. *Após o fechamento das válvulas, em segundos, em quanto tempo a pressão atingirá 70 mmHg?*

Nota: O número *e*, conhecido como número de Napier ou de Euler, é um número irracional que vale aproximadamente 2,7. Na calculadora científica, o logaritmo de base *e*, isto é, log_e, corresponde à tecla *ln*. (PAIVA, 2013, p. 251).

[314] Em todo final de capítulo há uma seção denominada **CONEXÃO**, na qual, em duas ou três páginas, asautoras apresentam alguma contextualização para o conteúdo recém-abordado

Podemos notar que há certa preocupação em mencionar ao aluno o que significa a vogal *e* que aparece no meio da fórmula, entretanto, as informações apresentadas não são suficientes para esclarecer todos os pormenores que o envolvem. Talvez a *Nota* dê conta de relembrar um estudante que tenha aprendido sobre o conjunto dos irracionais e em particular sobre o número *e*. Entretanto, ao levar em consideração que o capítulo destinado a tal não o faz, somos obrigados a acreditar que o autor espera do aluno que játenha aprendido no Ensino Fundamental II e que ainda se lembre do que foi visto, porém essa apresentação em geral não é feita nessa fase escolar.

Neste trabalho, mostramos como o assunto surgiu e se desenvolveu ao longo dosanos. Essa definição se apoia em conceitos geométricos trazendo uma série de potencialidades que eliminam os entraves citados. Defendemos que, ao professor, é importante saber operar e ensinar os logaritmos, mas também é fundamental que conheça o processo histórico do conceito. Apresentamos desse modo, um breve levantamento histórico e epistemológico deles e veremos também como definir tais valores utilizando áreas abaixo do gráfico da hipérbole de equação xy = 1. "Essa abordagem possibilita um tratamento rigoroso para o logaritmo baseado no conceito de área que é mais elementar ou intuitivo, do que o de função exponencial" (DRUCK, 1995, p.18).

Com o passar do tempo e a evolução de alguns conceitos matemáticos entre eles o famoso Cálculo Diferencial e Integral o número *e* juntamente com π passaram a figurar entre as constantes mais importantes não apenas da matemática como de inúmeras ciências, exatas ou não. Como aponta Simmons, a constante *e* se tornou o número mais importante encontrado na matemática depois do famoso π (SIMMONS, 1987, p.351).

Logaritmos e a hipérbole

Existe uma relação entre a área de uma determinada região abaixo da hipérbole eo valor de um logaritmo. Na verdade, podemos ir muito além nessa afirmação - existe uma relação biunívoca entre as áreas da região abaixo de um ramo da hipérbole e os logaritmos, como veremos. Muito provavelmente os dois primeiros a notar tal relação foram, *[...] o padre jesuíta belga Gregory Saint Vincent, em 1647, e depois Isaac Newton, em 1660 [...]* (LIMA, 2009, p.25). Embora eles não tenham estabelecidosfortes ligações ou erigidos grandes teorias entre os dois conceitos, suas observações foram pioneiras e suficientes para incitar interesses em matemáticos posteriores.

Vamos lembrar a definição de Hipérbole como lugar geométrico que diz que, dados dois pontos F_1 e F_2 fixos em um plano α com distância $2c > 0$, será chamada hipérbole, a curva cujo módulo da diferença das distâncias de qualquer ponto P a esses pontos fixos é igual a constante 2a, onde a < c. Dessa forma, temos por definição que Hipérbole = $\{P \in \alpha \mid |PF_1 - PF_2| = 2a\}$.

Hipérbole xy = 1

Podemos definir o valor dos logaritmos utilizando áreas abaixo do gráfico da hipérbole de equação xy = 1. É frequente inclusive, encontrar essa definição em livrosde cálculo integral:

> [...] a importância dos logaritmos no desenvolvimento histórico do cálculo resulta de uma descoberta publicada em 1647 pelo Jesuita Belga Gregory St. Vincent, que acarreta uma conexão surpreendente entre a função de logaritmo natural e da hipérbole retangular xy = 1 (EDWARDS, 1979 p. 154, tradução nossa)[315].

Porém, longe de ser intuitivo, é o fato da curva de equação xy = 1 ser realmente uma hipérbole uma vez que tal equação não lembra em nada a equação reduzida da hipérbole, que é $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$. É possível dar um tratamento rigoroso a essa resposta e mostrar que realmente se trata de uma hipérbole, usando várias provas ou argumentos. Entretanto, a fim de pouparmos espaço no artigo, vamos apresentar a equação geral da hipérbole e mostrar que para valores específicos de coeficientes, obtemos a equação desejada. Uma equação geral da hipérbole será da forma, $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ tendo sempre $B^2 > 4AC$ para A, B, C, D, E e F reais quaisquer. Se tomarmos, A = C = D = 0, B = 1 e F = – 1, é claro que $(1)^2 > 4 \cdot 0$, do qual: $xy - 1 = 0 \Rightarrow xy = 1$.

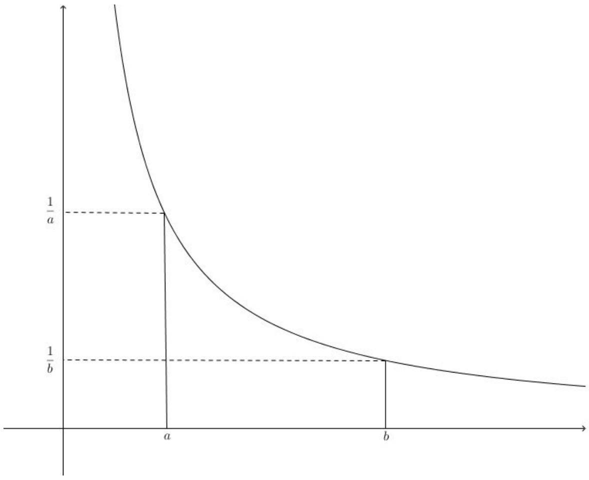
Faixa da Hipérbole xy = 1

Seja H a região do primeiro quadrante do plano cartesiano abaixo do gráfico de equação $xy = 1$, ou seja, todos os pontos do plano com coordenadas do tipo $(x, 1/x)$ para x tal que $x > 0$. Em notação de conjuntos temos: $H = \{(x, y) \mid x > 0 \text{ e } y = 1/x\}$. Sejam também dois reais positivos a, b com $a > b$, iremos chamar de *faixa de hipérbole* a região delimitada pelas retas $x = a$, $x = b$ e $y = 0$, iremos chamar H a faixa de hipérbole no intervalo $[a, b]$. Vamos indicar essa região pelo símbolo H_a^b .

Figura 1.
Faixa de Hipérbole

---

[315] [...] the importance of logarithms in the historical development of the calculus stems from a discovery published in 1647 by the Belgian Jesuit Gregory St. Vincent, that implies a surprising connection between the natural logarithm function and the rectangular hyperbola xy = 1.
Obs: Hipérboles são ditas retangulares se suas assíntotas são retas perpendiculares.



Essa região, é formada pelos pares ordenados (x, y) de modo que cumpra as condições $a \leq x \leq b$ e $0 \leq y \leq 1/x$, ou seja, $H_a^b = \{(x, y) \mid a \leq x \leq b, 0 \leq y \leq 1/x\}$.

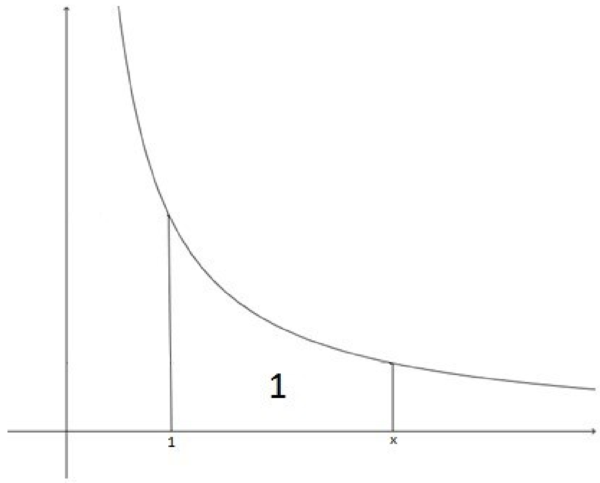
Sabemos que é possível calcular a área de qualquer faixa de hipérbole H_a^b. Um primeiro passo interessante, é mostrar aos alunos que podemos estimar um valor que seja próximo ao real valor utilizando aproximações por falta e por excesso usando um método que consista em dividir o intervalo em um conjunto finito de bases de retângulos cuja soma das áreas serão as aproximações da área que se deseja determinar.

Definiremos como logaritmo a área da faixa H_1^x, isto é: *LOG (x)* = Área (H_1^x) para qualquer $x > 0$. Observe que esta definição, sem referenciar qualquer *base*, fornece uma função com propriedades dos logaritmos, de $\Re^{*+}$ em $\Re$. Uma vez definidos os logaritmos é possível provar que essa função é bijetora. Entretanto, o interesse em trabalhar com ela, é que podemos questionar os alunos se existe um valor real x > 0 que resulta *LOG (x)* = 1, qual seria esse valor e se ele é único?

Podemos afirmar que esse valor procurado é o irracional *e*, isto é, *LOG (e)* = 1. Isso é algo fácil de aceitar a partir da figura abaixo, mesmo para pessoas com pouco conhecimento matemático, pois em outras palavras, estaríamos questionando se entre todos os possíveis valores para a área da nossa figura, existe algum x que resultará área igual a 1? E supondo que exista, é razoável aceitarmos que esse x é único?

Figura 2.

LOG (e)



Obviamente, uma simples observação em um desenho não prova a existência tampouco a unicidade de tal valor. Entretanto, tornará a formalização dos conceitos bemmais fácil de aceitar quando for o momento. Acreditamos que com a apresentação da figura e a especulação de algumas questões, tornará o aluno mais passível a aceitar conceitos que apesar de sua enorme importância, gera tantas dúvidas e desentendimentos entre alunos, e diversos outros profissionais das ciências exatas. Podemos então concordar que, para o professor de matemática, ter posse desse conhecimento, lhe trará não apenas um engrandecimento teórico, mas lhe deixará munido de ferramentas que poderão fazer a diferença do ponto de vista didático ao se trabalhar o tema "Logaritmos" com alunos do Ensino Básico.

Considerações Finais

Se por um lado a tecnologia tomou dos logaritmos a importância que teve na Matemática até o século XIX, por outro a função logarítmica mostrou representar outro tipo de papel relevante, dado sua importância na modelagem de fenômenos em quase todos os ramos da Matemática Pura e Aplicada. É possível encontrar aplicação para ela na Física, Química, Biologia, Música, Artes e em diversas outras áreas.

Certamente dominar conhecimento *matemático especializado* (no sentidoapresentado por Ball et al) poderá ajudar muito o professor a conseguir desenvolver suas aulas e utilizar ferramentas, já que o conhecimento pedagógico, que deveria ser uma constante nos cursos de Licenciatura, é parte indissociável da formação. Saber operar os diversos conhecimentos matemáticos não garante saber ensinar. Ou mesmo, conhecer ferramentas de ensino não anula a necessidade de saber como tais ferramentas atuam no processo de ensino aprendizagem e qual deve ser sua participação nos diferentes grupos de alunos. Esse trabalho tem o intuito de propor ao professor que repense sua docência de modo crítico e aperfeiçoe sua prática, não apenas no âmbito profissional, mas também pessoal.

Referências

BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special? Journal of Teacher Education. Volume 59. Number 5., 2008. 389-407.

DRUCK, I. de F. Um pouco da história de potências, exponenciais e logaritmos Relatório Técnico 24 do Departamento de Matemática, IME/USP, São Paulo, 1995.

EDWARDS, C. H. Jr. The historical development of the Calculus. New York: Springer–Verlag, 1979.

EVES, H. Introdução à história da Matemática. Tradução de Hygino H. Domingues. Campinas: Editora da Unicamp, 2004.

LIMA, E. L. Logaritmos. 4. Ed. Rio de Janeiro: SBM, 2009.

PAIVA, M. Matemática, volume 1: ensino médio. 2. Ed. São Paulo: Moderna, 2013.

SIMMONS, G. F. Cálculo com geometria analítica, volume 1. Tradução: Seiji

Hariki.São Paulo: McGraw-Hill, 1987.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. Matemática: Ensino Médio, volume 1. 8. Ed. São Paulo: Saraiva, 2013.

IXCIBEM Congresso Iberoamericano de Educação Matemática 05 a 09 de dezembro de 2022

Práticas Educativas de Egressos de Mestrado em Educação: PerspectivaSociopolítica em Educação Matemática.

Educational practices of graduates of master in education: Sociopoliticalperspective in mathematics education.

Prácticas educativas de Egresados de Maestría en Educación: PerspectivaSociopolítica en la Educación Matemática.

Diana Carolina Castro Orjuela[316]
Universidad Distrital Francisco José de Caldas [UD] (Bogotá –Colombia)Orcid: 0000-0001-7997-3961

Francisco Javier Camelo Bustos[317]
Universidad Distrital Francisco José de Caldas [UD] (Bogotá –Colombia)Orcid: 0000-0002-8627-4816

Modalidad: Comunicación
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam matemática.

Resumo

Há cerca de doze anos, o coletivo de trabalho Educação Matemática Diversidade y Subjetividades —Edumadys— do grupo de pesquisa Didática da Matemática (Grupo Interinstitucional de Pesquisa em Educação Matemática das Universidades Pedagógica Nacional e Distrital Francisco José de Caldas) e o Grupo de Pesquisa EdUtopía (da Universidade Distrital Francisco José de Caldas) incorporou em seus referenciais teóricose no desenvolvimento de suas pesquisas preocupações frente a aspetos sociopolíticos da Educação Matemática. Durante este período de tempo iniciou-se um acompanhamento adissertações de Mestrado que —entre outros— evidenciaram, por um lado, que esta perspectiva permite envolver aspetos relacionados com as contribuições desde a Educação Matemática para a constituição de subjetividades e, por outro, que através da criação de ambientes de aprendizagem a educação matemática torna-se mais complexa, na medida em que é possível relacionar os aprendizagens matemáticos com os aspectos sociais e políticos. Bajo este panorama, Castro (em desenvolvimento), em sua dissertaçãode mestrado buscou caracterizar as práticas educativas desenvolvidas por alguns egressos do Mestrado em Educação da Universidade Distrital Francisco José de Caldas —ME, e cujos caminhos investigativos em suas dissertações enquadram-se na linha sociopolítica da educação matemática. Em particular, Castro (em desemvolvimento) pretende identificar se há traços em tais práticas que possam ser atribuídos à sua formação na ME.Para dar conta disso, trabalharemos metodologicamente a partir de um paradigma qualitativo que nos permitirá analisar as categorias que sejam propostas; para tanto, serão trabalhadas estratégias, técnicas e meios para a geração e produção de

[316] dccastroo@correo.udistrital.edu.co
[317] fjcamelob@udistrital.edu.co

informações comoanálise documental, a estudo etnográfico, entre-vista, entre outros. Neste documento, mostraremos alguns avanços que ha optevido Castro (em desenvolvimento)

Palavras-chave: Prática, Sociopolítica, Educação, Matemática, Ambientes.

Abstract

Approximately twelve years ago, the working group Mathematics Education Diversity and Subjectivities —Edumadys— of the research Team Didactics of Mathematics (Interinstitutional Research Group on Mathematics Education of the universities Pedagógica Nacional y Distrital Francisco José de Caldas) and the Team of Research EdUtopía (of the Universidad Distrital Francisco José de Caldas) incorporated into their theoretical frameworks and in the development of their research concerns regarding socio political aspects in mathematics education. During this period of time, an accompanimentbegan to various degree projects that —among others— evidenced, on the one hand, thatthis perspective allows to involve aspects related to the contributions from Mathematics Education to the constitution of subjectivities and, on the other hand, that through the creation of learning environments, mathematics education becomes more complex, insofar as it is possible to relate mathematical learning with social aspects. Under this scene, Castro (in development), in her master's thesis sought to characterize the educational practices developed by some graduates of the Master of Education of the Francisco José de Caldas Distrital University —ME, and whose investigative paths in their degree work to opt for the title of Magister in Education are framed in the sociopolitical line of mathematics education. In particular, Castro (in development) identify whether there are traits in such practices that can be attributed to their training inME. To account for this, methodologically we will work from a qualitative paradigm thatwill allow us to analyze the categories that are proposed; therefore, strategies, techniquesand means will be worked on for the generation and production of information such as documentary analysis, ethnographic survey, inter-view, among others. In this paper, we will show some advances that Castro (in development) has chosen.

Keywords: Practice, Sociopolitical, Education, Mathematics, Environments

Resumen

Hace aproximadamente doce años, el colectivo de trabajo Educación Matemática Diversidad y subjetividades —Edumadys— del grupo de investigación Didáctica de la Matemática (Grupo interinstitucional de investigación en Educación Matemática de las Universidades Pedagógica Nacional y Distrital Francisco José de Caldas) y el Grupo de Investigación EdUtopía (de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas) incorporaron en sus marcos teóricos y en el desarrollo de sus investigaciones preocupaciones frente aspectos sociopolíticos en la educación matemática. Durante este periodo de tiempo se inició un acompañamiento a trabajos de grado en Maestría que — entre otros— evidenciaron, por un lado, que esta perspectiva permite involucrar aspectos relacionados con los aportes desde la Educación Matemática a la constitución de subjetividades y, por otro lado, que por medio de la creación de ambientes de aprendizaje se complejiza la educación matemática, en tanto es posible relacionar los aprendizajes matemáticos con aspectos sociales y políticos. Bajo este panorama, Castro (en desarrollo), en su disertación de maestría, buscó caracterizar las prácticas educativas que desarrollanalgunos egresados de la Maestría en Educación de la Universidad Distrital Francisco

Joséde Caldas —ME, y cuyos derroteros investigativos en sus trabajos de grado para optar por el título de Magíster en Educación se enmarcan en la línea sociopolítica de la educación matemática. En particular, Castro (en desarrollo) pretende identificar si en talesprácticas existen rasgos atribuibles a su formación en la Maestría. Para dar cuenta de ello,metodológicamente se trabaja desde un paradigma cualitativo que permite analizar las categorías que se proponen; por ende, se trabaja estrategias, técnicas y medios para la generación y producción de información tales como el análisis documental, la encuesta etnográfica, la entre-vista, entre otros. En este documento, mostraremos algunos avancenque ha optenido Castro (en desarrollo).

Palabras clave: Práctica, Sociopolítico, Educación, Matemática, Ambientes.

"La escuela del mundo al revéses la más democrática de las instituciones educativas"·
(Galeano, 2009, p. 5)."

La frase de Eduardo Galeano, en el epígrafe, nos interpele a pensar el fin mismo de la educación. Con ello nos acompaña, entonces, una mirada crítica en torno a la necesidad pedagógica de repensar los fundamentos mismos de las prácticas dentro del aula, el papel del docente y el objetivo de educar. Pensar la escuela en el siglo XXI, y másespecíficamente en los tiempos de post pandemia, implica comprender el devenir mismode la democracia. Como elemento pedagógico resulta indeleble que la perspectiva del pedagogo en torno a la democracia sea un ejercicio propio de la praxis cuyo fundamentoestá determinado en la alteridad. Estanislao Zuleta señalaría que: Si alguien me objetara que el reconocimiento previo de los conflictos y las diferencias, de su inevitabilidad y su conveniencia, arriesgaría paralizar en nosotros la decisión y el entusiasmo en la lucha por una sociedad más justa, organizada y racional, yo le replicaría que para mí una sociedad mejor es unasociedad capaz de tener mejores conflictos. De reconocerlos y de contenerlos.De vivir no a pesar de ellos, sino productiva e inteligentemente en ellos. Quesólo un pueblo escéptico sobre la fiesta de la guerra, maduro para el conflicto,es un pueblo maduro para la paz. (Zuleta, 2011, p. 57-58.)

Lo anterior entraña, entonces, una responsabilidad ética que genera en los docentes una conciencia crítica frente al desarrollo de sus intervenciones en aula, el liderazgo y la justicia. La educación es un ejercicio que implica deslindarse de la univocidad del dogma y de la equivocidad de la doxa, es una invitación al encuentro con el otro, no para someterlo, manipularlo, engañarlo sino para insertarnos en la responsabilidad de pensar por sí mismos. Bastaría con recordar al maestro Estanislao Zuleta cuando señala que:

> Somos dogmáticos cuando no hacemos el esfuerzo por demostrar. La demostración es una gran exigencia de la democracia porque implica la igualdad: se le demuestra a un igual; a un inferior se le intimida, se le ordena,se le impone; a un superior se le suplica, se le seduce o se le obedece. La demostración es una lección práctica de tratar a los hombres como nuestros iguales desde la infancia (Zuleta, 2009, p. 86).

Abogamos, entonces, por un empoderamiento por parte de los estudiantes que dela posibilita al individuo de cuestionar lo sacro y lo profano y con ello la construcción y deconstrucción del sujeto político

Bajo estos presupuestos el proyecto de investigación que aquí se toma como basepara esta ponencia (Castro, en desarrollo), surgió de la necesidad de reconocer cómo el participar en un programa de formación posgradual como el de la Maestría en Educaciónque ofrece la Universidad Distrital Francisco José de Caldas permeó —o no— prácticas educativas de egresados que desarrollaron sus proyectos de grado con un enfoquesociopolítico de la educación matemática. El sentido propuesto que nos acompaña en esta investigación recorre los planteamientos sostenidos por Skovsmose y Valero (2012), Gutiérrez (2013) Valero, Andrade y Montecino (2015), Alvarado, Sánchez & otros (2022). y que los pondremos a operar en el marco del discurso racional que permea cadauno de los espacios sociales.

Permítasenos hacer una claridad, entendemos por Discurso Racional lo que el filósofo colombiano Estanislao Zuleta nos legó, a saber,

> El discurso racional, filosófico o científico, supone, pues, no solamente un reconocimiento del otro como sujeto libre, sino una apelación a su capacidadde discernir como garantía de que la tesis sustentada no es la manifestación de un punto de vista particular, o de un interés empírico, sino una conclusiónnecesaria y por tanto válida para todos. (...) Según Kant, las tres máximas delpensamiento racional – pensar por sí mismo, pensar en el lugar del otro y serconsecuente- son extraordinariamente difíciles de realizar porque se enfrentana las fórmulas vigentes, a los prejuicios y a los tutores; pero también porque delegar el pensamiento en alguna autoridad y tradición es más cómodo y menos angustioso que guiarse por la propia razón (Zuleta, 2015, p. 94).

El discurso racional es la apuesta por alejarnos cada vez más de aquellos discursos autoritarios, de los dogmas que genera la expresión de fe en los ámbitos políticos, económicos, religiosos, educativos, entre otros. La apuesta del discurso racional es sin lugar a dudas el desarrollo de un discurso dialogístico, que no es más que la teorización del segundo principio de la racionalidad expuesto por Kant. Zuleta diría:

> Significa que, aunque uno no esté realmente dialogando, por la forma del discurso está permanentemente teniendo en cuenta el pensamiento, y todas lasposibilidades de diferenciación de aquellos a quienes se dirige, en lugar, por ejemplo, de descartarlos o englobarlos (El respeto en la comunicación, 1991,p. 244).

Es evidente que los principios teóricos sustentados hasta aquí entran en concordancia con la propuesta de Valero (2002). Es decir, debemos reconocer que el discurso dialogístico es una premisa propia de la humanidad que lleva en su seno el reconocimiento de la alteridad y que nos da la posibilidad de comprender aquello que advierte Bajtín, a saber: “La comunicación dialógica es la auténtica esfera de la vida de la palabra. Toda la vida de una lengua en cualquier área de su uso (cotidiana, oficial, científica, artística, etc.) Está compenetrada de relaciones dialógicas” (Bajtín, 2017, p. 338). Este planteamiento permite profundizar en el aspecto sociopolítico y sin lugar a duda fortalece nuestra categoría de análisis de discurso que, en términos de Valero, “sonlos significados que damos de nuestras acciones, pero también a la manera comoexpresamos tales ideas y la forma como nos involucramos en el mundo a través de estas ideas” (2002).

En este sentido, resulta fundamental aclarar el planteamiento del problema que subyace al esfuerzo investigativo que pretendemos realizar; buscamos indagar sobre ¿Quécaracteriza las prácticas educativas de los egresados que desarrollaron sus trabajos de grado en aspectos relacionados con la línea sociopolítica de la educación matemática, enla Maestría en Educación de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, con el finde identificar si en tales prácticas existen rasgos atribuibles a su formación de maestría? El objetivo no es otro que demostrar que la visión sociopolítica de la educación matemática complejiza la forma de pensar la enseñanza de esta área, reformula las prácticas educativas y pretende dar sentido al cómo se concibe la educación desde la comprensión del sujeto como alguien que piensa, aprende y actúa desde un contexto socio-cultural y por ende, escapar del discurso dialogístico sería volver a poner el mantoque retiramos y que nos permitió contemplar la premisa ética de la alteridad.

En relación a la problemática expuesta, se adoptó el paradigma cualitativo.Resulta pues comprensible que algunos puristas de las disciplinas de la Matemática soslayen la importancia de la comprensión cualitativa, puesto que excede la lógica algorítmica. Pero sumergirnos en las prácticas de los educadores va más allá de ello. Nuestro método entonces al ser cualitativo nos permite entender que “su desarrollo prosigue en diferentes áreas, cada una de las cuales está caracterizada por su propia orientación metodológica y por sus específicos presupuestos teóricos y conceptuales acerca de la realidad (Vasilachis 2009: 24), es decir, que allí se permiten diferentes enfoques[318] y con ello se deja abierta la conocer la realidad, de interpretar las acciones dadas allí y de analizar las problemáticas que se presentan en el mundo cambiante que gira en torno al contexto histórico que se desarrolla.

[318] cuantitativa, cualitativa o mixta.

Al ser una investigación cualitativa el rol del investigador busca dar sentido a las prácticas de los egresados desde una visión sociopolítica de la educación, pero justo allí es donde se presentan tensiones teóricas, existenciales, prácticas y discursos que repercuten en su quehacer académico, pedagógico o a la hora de realizar sus trabajos de grado. Es el Investigador quien advierte mediante su análisis sí existen rasgos atribuiblesque se conectan, construyen, deconstruyen, contradicen o entran en coherencia entre su formación de maestría y sus prácticas. Seguimos así la premisa de Vasilachis:

> […] la reflexividad del investigador y de la investigación: a diferencia de la investigación cuantitativa, la investigación cualitativa toma a la comunicación del investigador con el campo y con sus miembros como una parte explícita de la producciónde conocimiento. Las subjetividades del investigador y de los actores implicados son parte del proceso de investigación. Las reflexiones del investigador sobre sus acciones, observaciones, sentimientos, impresiones en el campo se transforman en datos, forman parte de la interpretación y son documentadas en diarios de investigación o protocolos decontexto (Vasilachis, 2009, p. 26).

Conclusiones

En la investigación que realizamos sabíamos que era posible encontrarnos con egresados que tal vez en sus prácticas educativas no se evidenciara una postura sociopolítica de la educación matemática y, sin embargo, tomaríamos sus experiencias como parte de nuestro análisis interpretativo e investigativo. Por ello es perentorio señalarque la investigación no buscó una generalización frente a lo que deben hacer los egresadosque realizaron sus proyectos de grado desde un aspecto sociopolítico de la educación, sinoque fueron sus prácticas lo que nos permitió hallar la relación entre la teoría y la práctica en el contacto con el Otro, el estudiante, el colega, el investigador, etc.

Dado que la investigación está en etapa de análisis, podemos compartir con ustedes algunos hallazgos que se han identificado hasta el momento.

- Los egresados en cada uno de sus discursos ponen en juego el pensar con el otro. Para ello resulta de vital importancia preguntarnos por cómo la educación matemática crítica es una apuesta por deslindarse de la tradición matemática que ha reducido al estudiante a un ser meramente cognitivo desconociendo su contexto, invisibilizando, negándolo. Así cada una de las prácticas educativas de la educación matemática crítica entraña una apuesta ética en el reconocimiento de la alteridad, no resulta fácil mover los cimientos pedagógicos de la educación tradicional sobre los que está asentada la relación entre docentes y educandos y en general en todo el contexto educativo. Pero siempre es bueno apostar por alternativas que permitan que las prácticas estén constituidas por discursos pedagógicos. Como lo manifiesta Martha Clavijo una docente formada en esta apuesta pedagógica.

Martha Clavijo: nosotros decíamos y reflexionamos sobre qué es chévere, interesante pero es difícil, es difícil hacerlo en la práctica, es durísimo y hablábamos y llegábamos a que ese es el interés de nosotras, ¿qué le pasa a un profesor si se arriesga?, es como la puesta que se hizo en esa tesis, o sea, ¡qué le pasa a ese profe que quiere cambiar el aula!, que quiere romper ese esquema que claramente desde el enfoque (sociopolítico de la educación matemática critica) se cuestiona y que quiere hacer nuevas cosas que le aportan social y políticamente a las nuevas generaciones, entonces esa fue nuestra inspiración.

Aquí vemos como para la docente es importante "hacer nuevas cosas" que les permita cambiar el aula, que sus acciones dentro del aula permitan un empoderamiento deaquellos a quien se dirige, que tenga en cuenta todas las posibilidades y así mismo que el sentido de alteridad siempre sea una premisa en cada una de sus prácticas.

- La mayoría de las prácticas de los egresados se caracterizan por generar espacios en los que el discurso dialógico es un elemento constitutivo de la educación matemática crítica, lo cual permite la generación de conocimiento que debe conducirnos aque el pensar con el otro es la base fundamental para poder continuar construyendo la apertura crítica que buscamos.
- El contexto del lugar en el que se desarrollan las prácticas siempre es identificado y tenido en cuenta para poder planear y ejecutar sus proyectos. De igual manera, también se caracteriza por empoderar y democratizar a aquellos que hacen parte de ese contexto, la profesora Paola Fresneda pone de manifiesto ello:

Pero a mí en lo personal ese trabajo me abrió la perspectiva de cómo es la competencia democrática, que uno cuando escucha el término como que todo el mundo lorelaciona es con Sociales, con la capacidad que tenemos de elegir y ser elegidos. Cómo setransformó, porque no solamente digamos que va más allá de simplemente elegir y pues digamos que lo que implica es un proceso de que yo pueda estudiar todos los argumentos,toda la situación, ver las cosas que están a favor, ver las que están en contra y tomar una decisión informada y una decisión crítica entonces para mí eso cambió la perspectiva.

- De igual forma las prácticas se caracterizan por generar interacción social dentro del contexto que permite el desarrollo de competencias matemáticas a través de la comunicación dialógica, el discurso racional, y las prácticas enmarcadas en la alteridad.

El discurso dialógico emerge como práctica formativa e investigativa mediante el encuentro entre profesores, estudiantes y egresados en los grupos de investigacióny encuentros académicos. Empero, resulta de vital importancia que aún no se es muy consciente del potencial que de allí se deriva pese a que muchos de sus egresados son investigadores, profesores universitarios, de educación básica y media y que falta teorizar sobre las prácticas mismas de la investigación en aras defortalecer el discurso dialógico.

Referencias

Alvarado, M. L. G., Sánchez, A. I. P., Bustos, F. J. C., Ortiz, G. M., & Torres- Duarte, J. (2022). Des-habit-ando prácticas de educación matemática: una EdUtopía en Colombia. *Revista Venezolana de Investigación en Educación Matemática*, *2*(2),e202206-e202206.

Barbour, R. (2013). *Los grupos de discusión en investigación cualitativa* (Vol. 4). Ediciones Morata.

Bajtín, M. M., & Dostoevskĭi, F. M. (2017). *Problemas de la poética de Dostoievski* (p. 15). México: Fondo de cultura económica.

Castro (en desarrollo) …

Cisterna, F. (2005). *Categorización y triangulación como procesos de validación del conocimiento en investigación cualitativa*. En: Theoria Vol. 14 (1): 61-71.

Cabrera, F. C. (2005). Categorización y triangulación como procesos de validación del conocimiento en investigación cualitativa. *theoria*, *14*(1), 61-71.

De Gialdino, I. V. (2019). *Estrategias de investigación cualitativa: Volumen II* (Vol. 22). Editorial GEDISA.

Galeano, E. (1998). *Patas arriba: la escuela del mundo al revés*. Siglo XXI.

Gómez, D. R., & Roquet, J. V. (2009). *Metodología de la investigación*. Universitat Oberta de Catalunya.

Gibbs, G. (2013). *El análisis de datos cualitativos en investigación cualitativa* (Vol. 6). Ediciones Morata.

Gutiérrez, R. (2013). The sociopolitical turn in mathematics education. *Journal for research in mathematics education*, *44*(1), 37-68.

Kvale, S. (2011). Las entrevistas en investigación cualitativa. Ediciones Morata.

Valero, P. (2002). Consideraciones sobre el contexto y la educación matemática para la democracia. *Quadrante*, *11*(1), 49-59.

Valero, P., & Skovsmose, O. (2012). Educación matemática crítica. *Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. Bogotá: Una empresa docente*.

Vasilachis, I. (2019). *Estrategias de investigación cualitativa: Volumen II* (Vol. 22). Editorial GEDISA.

Valero, P., Andrade-Molina, M., & Montecino, A. (2015). Lo político en la educación matemática: de la educación matemática crítica a la política cultural de la educación matemática. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, *18*(3), 7-20.

Zuleta, E. (1991). Ética, terror y revolución. En E. Zuleta, Colombia: violencia, democracia y derechos humanos. Medellín: Altamir

Zuleta, E. (1995). Educación y democracia. Un campo de combate. Colombia. Fundación Estanislao Zuleta.

Zuleta, E. (1998). Colombia: violencia, democracia y derechos humanos. In *Colombia: violencia, democracia y Derechos Humanos* (pp. 288-288).

Zuleta, E. (2011). Elogio de la dificultad y otros ensayos. Medellín: Hombre NuevoEditores.

Formação continuada a distância de professores de matemática que ensinam estatística e probabilidade numa perspectiva dialógica

Continuing distance education of mathematics teachers who teach statistics and probability in a dialogic perspective

Formación continua a distancia de profesores de matemáticas que enseñan estadística y probabilidad desde una perspectiva dialógica.

Solange Aparecida Corrêa[319]
Universidade Cruzeiro do Sul - UNICSUL
0000-0003-1497-0692

Sidney Silva Santos[320]
Secretaria Municipal de Educação de Praia Grande - Seduc
0000-0002-3513-3837

Geovane Carlos Barbosa[321]
Instituto Federal do Espírito Santo - IFES
0000-0001-9159-1333

Celi Espasandin Lopes[322]
Pontifícia Universidade Católica de Campinas - PUC/Campinas
0000-0001-7409-2903

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam Matemática

Resumo

Este artigo tem como objetivo evidenciar a formação continuada a distância de professores de Matemática que ensinam Estatística e Probabilidade, através da estrutura de um curso e das narrativas dos participantes, para que o docente perceba a necessidade atual do trabalho com a Educação Estatística como imprescindível para uma prática de ensino pautada em dados reais e significativos. Dessa forma, criaram-se espaços de formação que propiciam a vivência em um ambiente virtual de aprendizagem online no qual o docente tivesse a oportunidade de ampliar os conhecimentos teóricos e metodológicos relativos à Estatística e Probabilidade e refletir sobre experiências vivenciadas e desenvolvidas a partir de situações-problema em sala de aula. Para atingir este objetivo, participaram desse curso pesquisadores da área convidados para debates que engrandeceram a temática da Educação Estatística através do diálogo e que possibilitaram a troca de experiências valiosas. As formações continuadas para a Educação Básica foram realizadas nos anos de 2020 e 2021. Priorizamos também a prática de ensino pautada na produção de conhecimento de professores e alunos/alunas necessária para a formação de cidadãos atuantes, colaborativos e que pensam no bem-estar coletivo.

[319] solangeapc600@gmail.com
[320] sidneysilvasantos87@gmail.com
[321] geovane.barbosa@ifes.edu.br
[322] celi.espasandin.lopes@gmail.com

Palavras-chave: Formação continuada a distância, Educação Estatística, Cidadãos críticos, Reflexão dialógica.

Abstract

This article aims to highlight the distance continuing education of mathematics teachers who teach Statistics and Probability, through the structure of a course and the narratives of the participants, so that the teacher realizes the current need to work with Statistical Education as essential for a teaching practice based on real and meaningful data. Thus, training spaces were created that provide the experience in a virtual online learning environment in which teachers have the opportunity to expand the theoretical and methodological knowledge related to Statistics and Probability and reflect on experiences experienced and developed from problem situations in the classroom. To achieve this goal, researchers from the area were invited to participate in debates that enhanced the topic of Statistical Education through dialogue and enabled the exchange of valuable experiences. The continuing education courses for Basic Education were held in the years 2020 and 2021. We also prioritized the teaching practice based on the production of knowledge of teachers and students, necessary for the formation of active, collaborative citizens who think about the collective welfare.
Keywords: Continuing Distance Learning, Statistical Education, Critical Citizens, Dialogical Reflection.

Resumen

Este artículo pretende destacar la formación continua a distancia de los profesores de matemáticas que enseñan Estadística y Probabilidad, a través de la estructura de un curso y de las narraciones de los participantes, para que el profesor se dé cuenta de la necesidad actual de trabajar con la Educación Estadística como esencial para una práctica docente basada en datos reales y significativos. Así, se crearon espacios de formación que proporcionan la experiencia en un entorno virtual de aprendizaje en línea en el que el profesor tuvo la oportunidad de ampliar los conocimientos teóricos y metodológicos relativos a la Estadística y la Probabilidad y reflexionar sobre las experiencias vividas y desarrolladas a partir de situaciones problemáticas en el aula. Para lograr este objetivo, participaron en este curso investigadores del área invitados a debates que potenciaron el tema de la Educación Estadística a través del diálogo y permitieron el intercambio de valiosas experiencias. La formación continuada para la Educación Básica se realizó en los años 2020 y 2021. También priorizamos la práctica docente basada en la producción de conocimiento de profesores y alumnos/alumnos necesaria para la formación de ciudadanos activos y colaborativos que piensen en el bienestar colectivo.
Palabras clave: Educación Continuada a Distancia, Educación Estadística, Ciudadanos Críticos, Reflexión Dialógica.

Introdução

Desde muito cedo na história da humanidade a coleta, organização, análise e interpretação de informações estatísticas vem se mostrado urgente e necessária para evolução de uma sociedade que, cada vez mais, toma decisões baseadas em dados estatísticos. Por um lado, a partir dessa demanda da sociedade, torna-se necessário aprender estatística e probabilidade na escola básica desde muito cedo para que as crianças, jovens e adultos possam tratar um conjunto de dados de forma a favorecer a tomada de decisão consciente e desenvolver o pensamento crítico. Por outro, ensinar conceitos atrelados a essa área do conhecimento não é uma tarefa fácil.

No Brasil, os professores, muitas das vezes, não tiveram acesso à disciplinas voltadas para o ensino de estatística e probabilidade em suas formações iniciais, ou ainda, quando se depararam com essas disciplinas, tinham como foco de aprendizagem técnicas baseadas em cálculos desvinculados de um contexto escolar, social, cultural ou histórico no qual foram inseridos. Esse cenário se repete em outros países (ESTEVAM, 2015). Deste modo, o olhar para formação continuada docente, seja ela presencial ou a distância, carece de atenção.

A partir desse ponto de vista, pensar a formação continuada de professores que ensinam estatística e probabilidade, especificamente, na Educação Básica, tem sido foco de inúmeros estudos (LOPES, 2013) que tomam como alicerce as lacunas originadas durante a formação inicial que não proporciona a esses profissionais um trabalho sistemático sobre um ensino da probabilidade e estatística o mais verossímil possível do cotidiano do aluno. Assim, como forma de mitigar esses efeitos já discutidos, propostas de formação continuada podem ser um caminho para que esses professores possam ressignificar suas práticas e compreender o seu papel como docente dentro de um cenário dialógico e escuta hermenêutica.

Como uma forma de contribuir com a formação profissional de professores brasileiros, criamos ambientes de aprendizagem docente por meio de um espaço de formação a distância no qual o docente teve a oportunidade de ampliar os conhecimentos teóricos, metodológicos e pedagógicos relativos à Estatística e Probabilidade e seu ensino, refletindo sobre experiências vivenciadas e desenvolvidas a partir de situações-problema em sala de aula.

Para este artigo apresentamos um recorte das teses de doutorado de Santos (2022) e Barbosa (2022), e Corrêa (ainda em andamento) com a intenção de evidenciar a formação continuada a distância de professores de Matemática que ensinam Estatística e Probabilidade como imprescindível para uma prática de ensino pautada na inquirição e investigação estatística a partir de dados oriundos da realidade dos estudantes contribuindo assim para uma formação crítica de um cidadão atuante na sociedade em que vive.

Formação continuada a distância de professores

Desde os anos 1970 vem se pensando na formação inicial e continuada de professores. Foi uma década marcada por cursos de formação voltados para modelos de treinamentos de professores, uma vez que os currículos possuíam características tecnicistas. Foi um período predominado por um "modelo individual de formação", no qual a busca pela formação necessária à docência era um processo individual, pois se acreditava que dessa maneira se iria propiciar algum aprendizado (IMBERNÓN, 2010).

A década seguinte, 1980, começaram a serem feitas algumas críticas a essa visão de formação, focada somente na técnica, presa a posições autoritárias, classistas, uniformizadas e seletivas, principalmente aos programas de formação conhecidos como treinamentos e aqueles voltados a práticas dirigentes, emergentes do modelo de observação/avaliação (IMBERNÓN, 2010).

Segundo o autor, "invadem o paradigma da racionalidade técnica e a busca das competências do bom professor para serem incorporadas a uma formação eficaz. É um período de crise de valores que anuncia o início de uma nova época" (p. 18). Essas formações eram consideradas insuficientes para atender às demandas oriundas dos reais problemas enfrentados pelos professores em sala de aula, além de ser formações fragmentadas (MARCELO GARCÍA, 1999). Na década de 1990, já houve avanços significativos para formação continuada de professores, foi quando começaram

> a preocupação do âmbito universitário com estudos teóricos, uma maior consciência dos professores que demandava uma formação na qual os docentes estivessem mais implicados, o desenvolvimento de modelos de formação alternativos, a aproximação da formação dos centros de professores, o aparecimento de textos, com análises teóricas, experiências comunicações, da celebração de encontros, jornadas, congressos e similares. (IMBERNÓN, 2010, p. 20)

Ainda há, nos dias atuais, vestígios de programas de formação de professores com características similares. Imbernón (2010) indica que a formação continuada deve deixar de lado uma tendência ao individualismo docente e perseguir um trabalho colaborativo.

Para nos permitir a reflexão, devemos nos inserir em um processo de busca e inovação das práticas pedagógicas, pois a ação de refletir sobre a própria prática deve ser constante em nossas ações, tornando-nos profissionais críticos. Na mesma perspectiva freiriana, a formação continuada do professor deve

> ser concebida como reflexão, pesquisa, ação, descoberta, organização, fundamentação, revisão e construção teórica e não como mera aprendizagem de novas técnicas, atualização em novas receitas pedagógicas ou aprendizagem das últimas inovações tecnológicas. A nova formação permanente, segundo essa concepção, inicia-se pela reflexão crítica sobre a prática. (GADOTTI, 2011, p. 41)

Deste modo, para a produção do conhecimento, o docente precisa tomar consciência da apreensão da realidade crítica. De acordo com Freire (2016, p. 56-57):

> Quanto mais nos conscientizamos, mais “desvelamos”a realidade, e mais aprofundamos a essência fenomênica do objeto diante do qual nos encontramos , com o intuito de analisá-lo. Por essa razão, a conscientização não consiste num “estar diante da realidade” assumindo uma posição falsamente intelectual. Ela não pode existir fora da práxis, ou seja, fora do ato “ação-reflexão”. Essa unidade dialética constitui, de maneira permanente, o modo de ser, ou de transformar o mundo, o que é próprio dos homens.

Por essa razão, a conscientização implica na ação transformadora que demanda dos homens a criação da própria existência de acordo com as suas necessidades. Quanto mais consciência tivermos, mais engajados estaremos em denunciar práticas que promovam a autoridade dos docentes e do currículo proposto. É nesse aspecto que o trabalho com a Educação Estatística possibilita o trabalho com temas atuais e relevantes no seu tempo.

Para que esse engajamento aconteça, o trabalho colaborativo se torna imperativo. Precisamos reconhecer a importância da troca entre os pares, mas sem deixar de considerar a autonomia do professor. Trocar não significa “fazer igual”, mas sim ressignificar a prática, pois o trabalho solitário fica precário de novas visões, percepções e temos o privilégio de sermos diferentes e é na diferença que cada um tem a sua importância na coletividade.

É a partir dessas visões, que o espaço de formação continuada a distância foi organizado, levando em conta que esse processo pode proporcionar aos docentes uma formação que tem como base seu contexto de ação profissional e assim gerar uma experiência significativa para os docentes se perceberem como produtores de conhecimento (FREIRE, 2020; GAUTHIER et al., 2013; NACARATO, 2011; NÓVOA, 2009; PIMENTA, 1999).

A formação continuada: práticas pedagógicas em Educação Estatística

A partir dessas concepções organizamos um projeto guarda-chuva intitulado “*Formação docente, práticas profissionais, processo de aprendizagem e pesquisas (auto)biográficas”,* coordenado pela professora Dra. Celi Espasandin Lopes e aprovado pelo Comitê de Ética e

Pesquisa sob o número CAAE 393.17720.4.0000.8084 com o objetivo de constituir múltiplas pesquisas de mestrado e doutorado que visam discutir os processos de ensino e aprendizagem na Educação Básica e no Ensino Superior por meio de narrativas (auto)biográficas e histórias de vida de professores, futuros professores e estudantes dos diferentes níveis de escolaridade.

A partir desse projeto maior organizamos três formações continuadas proporcionada à professores da educação básica com a intenção de promover a troca de experiências e aprofundar aspectos teóricos e metodológicos por meio da investigação estatística e probabilística, como perspectiva pedagógica, assim como os conceitos dessas áreas, de modo a ampliar os saberes profissionais de professores de Matemática que ensinam Estatística na educação infantil, ensino fundamental e ensino médio.

Proporcionamos aos participantes um ambiente dialógico por meio de encontros *online* subsidiados por textos em caráter teórico e metodológico, nos quais a teoria e a prática foram problematizadas, de modo a construir um espaço de interação e troca de experiências. Focando a aprendizagem de conhecimentos profissionais no que tange à Estatística e a Probabilidade e seu ensino nestes níveis de escolaridade, trabalhamos uma abordagem pedagógica atrelada a situações-problema por meio da investigação estatística e com uso de recursos tecnológicos.

A formação se efetivou, levando em conta alguns objetivos considerados importantes na perspectiva do desenvolvimento profissional, de modo que, esse processo buscou promover condições para que os docentes em formação possam desenvolver: uma visão compartilhada do ensino e da aprendizagem da estatística e da probabilidade; conhecimentos sobre conceitos de estatística e probabilidade para o nível de ensino em que atua; compreensão do modo como os alunos aprendem estatística e probabilidade, conhecimento do conteúdo pedagógico; compreensão do papel da equidade na Educação Estatística e a auto percepção de como ser professor de probabilidade e estatística (SACHS, 2010).

A investigação pedagógica, como perspectiva pedagógica, tornou-se foco de discussão e ação, uma vez que pode favorecer o desenvolvimento dos objetivos propostos, particularmente levando em conta sua dinâmica investigativa e problematizadora, a qual demanda papel ativo e atitude crítica em relação ao conhecimento matemático.

Quando a Educação Estatística tem ênfase no desenvolvimento do raciocínio estatístico e probabilístico, a partir do estudo de dados reais, o uso de recursos tecnológicos para a compreensão conceitual e análise de dados torna-se essencial já que a abordagem metodológica se centra na compreensão dos conceitos e elaboração de procedimentos.

Tendo em vista tais pressupostos, as formações assumiram um modelo de desenvolvimento profissional multidimensional, o qual abrangeu três dimensões, teorias, contexto e estrutura, às quais interagem entre si de uma forma complexa. Esse processo é orientado por teorias, tanto no que concerne à aprendizagem de adultos (PASSEGGI, 2010, 2011, 2020), quanto ao como as crianças aprendem. Ele também leva em conta os contextos curriculares (currículos adotados nas escolas) e ambientais (outras oportunidades de formação), os quais moldam as decisões sobre o desenvolvimento profissional.

Considerou ainda, a participação do professor nas decisões sobre as ações a serem vivenciadas no decorrer do processo de formação, considerando seus interesses e necessidades. Entretanto, para que tudo isso seja viável e concretizável, envolvemos os professores em um processo ativo de aprendizagem, na intenção de despertar neles a curiosidade e o desejo de se aventurarem em um processo formativo.

A formação continuada voltada para os anos iniciais do ensino fundamental foi realizada no período de agosto a novembro de 2021, composta de encontros quinzenais com duas horas de duração. O curso teve como objetivo proporcionar um ambiente dialógico por meio do fórum e chat de discussão subsidiados por textos teóricos e metodológicos, e, vídeos e atividades no qual a teoria e a prática eram problematizadas de modo a construir um espaço de interação e troca de experiências.

Organizamos a formação para os professores atuantes nos anos finais do ensino fundamental e médio, de março a agosto de 2020 composta por momentos síncronos e assíncronos semanais. Os encontros *online* foram realizados aos sábados e tiveram em média duas horas de duração. Foram seis módulos estruturados mensalmente com tarefas práticas e teóricas de aprendizagem.

Nas três formações, durante os momentos assíncronos, os participantes produziram narrativas a fim de socializar o conhecimento produzido durante os cursos. A cada encontro os/as protagonistas tinham como proposta fazer leituras prévias sobre o assunto explorado (Ensino de estatística e probabilidade, letramento estatístico, investigação estatística, níveis de leitura e interpretação da linguagem gráfica, além dos conteúdos específicos da disciplina: coleta, organização, interpretação e representação de um conjunto de dados por meio de tabelas e gráficos, medidas de centralidade, medidas de dispersão e características de inferência estatística) e desenvolver e aplicar com seus estudantes atividades de aprendizagem ampliando as discussões nos encontros síncronos.

Com a intencionalidade de fomentar e ampliar as discussões acerca do ensino da probabilidade e estatística convidamos os autores dos artigos selecionados para formação, deste modo contamos com pesquisadores de várias partes do Brasil (Sudeste, Nordeste, Centro-oeste, Sul) que encontraram na Educação Estatística um campo de investigação, o que promoveu o enriquecimento dos debates durante os encontros síncronos.

Contribuições da formação continuada

Nesta seção apresentamos algumas das narrativas elaboradas pelos participantes da formação continuada sobre a dinâmica, organização e metodologia utilizada para formação com a intenção de evidenciarmos o como uma formação continuada a distância pautada na investigação estatística, diálogo, interação, reflexão e colaboração entre os participantes são fortes aliados à formação do professor. Para não expor a identidade de cada professor/professora, utilizaremos letras (A, B, C, D,…) para identificá-los.

Iniciamos com algumas narrativas escrita dos participantes da formação voltada para os anos iniciais do ensino fundamental:

Por ser pedagoga e não ter formação específica em matemática, os exemplo: variáveis categóricas e numéricas, médias, modas, medianas, diferentes tipos de gráficos, espaços anos graus, cálculo de probabilidades etc, foram muito enriquecedores para o meu desenvolvimento profissional. Além disso, a proposta de atuação docente pensando no ciclo investigativo e resolução de problemas, apesar de muito desafiadora, principalmente para o momento da pandemia que estávamos vivendo em 2021, contribuiu com nossas reflexões e favoreceu os aprendizados, tanto nesse curso como na sala de aula onde atuo. (Professora B, 2021)

Em se tratando da dinâmica do curso, pondero que foi bastante assertiva e enriquecedora. A realização de um curso de extensão na perspectiva metodológica de trazer convidados para discutirem as suas pesquisas, compartilharem sobre as suas experiências, verbalizando seus saberes e necessidades de novos conhecimentos sobre os aspectos didáticos, conceituais do Ensino de Estatística, permite aos cursistas, a aquisição e mobilização de conhecimentos importantes que são usufruídos na prática profissional — ancorados na reflexão-ação-diálogo. (Professora C, 2021)

Seguimos com as narrativas dos professores participantes da formação continuada relacionada aos anos finais do ensino fundamental:

O curso me proporcionou uma visão e diversas reflexões acerca da real importância do letramento estatístico para a cidadania dos alunos, além disso, pude visualizar diversos exemplos de como direcionar minhas aulas para se alcançar esse objetivo. Além disso, o curso me proporcionou um bom aporte teórico sobre a Educação Estatística, contribuindo para a minha prática docente. Por fim, eu achei que o curso transformou meu olhar para a Estatística, as webconferências foram muito inspiradoras e significativas. Minhas expectativas com certeza foram superadas. (Professora D, 2020)

O curso disponibilizou ótimos textos para leitura, reflexão e debate. Além disso, as webconferências com profissionais renomados da área de Educação Estatística foram muito ricas em informações e debates sobre os conteúdos e ferramentas estatísticas. Além disso, houve um entrosamento muito grande entre os professores participantes do curso e o formador. Durante as webconferências e no nosso grupo de WhatssApp, trocamos sugestões de livros, palestras e cursos que podem enriquecer a nossa formação profissional. (Professora E, 2020)

Destacamos, ainda, as narrativas dos professores que protagonizaram a formação continuada voltada para o ensino médio:

O curso marcou bastante devido às interações, nossos bate-papos com colegas de vários locais do Brasil, e isso pra mim, foi importante, pois, criou uma rede de contatos e isso foi de extrema importância. [..] A formação continuada foi muito interessante, pois existem muitos cursos de graduação que não oportunizam momentos de prática com o professor na sala de aula desenvolvendo suas práticas com outros colegas. Eu melhorei bastante a minha prática para o ensino da estatística. (Professor F, 2020)

A criação das atividades durante o curso, me fez enxergar também a dificuldade do aluno que me proporcionou uma outra visão de como ensinar estatística. Consequentemente, isso me abriu portas, abriu a visão deles e a minha visão como professora, como profissional, pois, eu posso trabalhar de forma diferente com eles, eu posso demonstrar que a matemática também é gostosa, prazerosa e sair do mecanismo tradicional de ensino. Então, essa experiência foi uma riqueza que eu tomei para minha vida. Novas ideias, pensamentos diferentes, de fato, eu posso sim, sair do tradicional, buscando um meio de inovar, incentivando o aluno, mantendo-o estimulado e ativo no processo de ensino e aprendizagem. (Professora G, 2020)

Esses profissionais se envolveram em um processo de aprendizagem no qual puderam ser protagonistas e produtores/autores de conhecimentos pedagógicos de sala de aula.

Algumas considerações

A proposta de formação continuada relatada neste artigo salienta o trabalho com as narrativas de si e possibilita aos docentes participantes o resgate de situações cotidianas nos espaços pessoal e profissional para dialogar reflexivamente com as problemáticas de interesse de seus alunos. Essas narrativas evidenciam o quanto a formação continuada proposta foi um momento importante para esses/as professores/as refletirem sobre suas práticas pedagógicas redimensionando e ressignificando suas ações em sala de aula em relação ao ensino e aprendizagem da estatística e probabilidade.

Para que essa ressignificação ocorra de forma legítima, precisamos estar atentos e coesos para lidarmos com a diferença, priorizando o diálogo, a interação e a colaboração entre esses docentes. Sendo assim, revela-se uma relação de confiança para que ocorra uma participação efetiva durante todo o processo de produção de conhecimento. Para Imbernón (2011), uma formação continuada que versa na criação de espaços de participação, reflexão e formação dentro de um ambiente no qual os professores podem conviver com mudanças e incertezas, vai muito além de uma mera atualização científica, pedagógica e didática. É necessário dar voz e protagonismo ao professor para uma melhor caracterização da sua identidade profissional.

Diante de tantos desafios acreditamos que, o trabalho com o ensino da estatística e a probabilidade e a valorização do fazer docente, levará inevitavelmente a mudanças reais e significativas a favor de uma autonomia profissional pautada na colaboração a favor de um ensino democrático.

Referências

BARBOSA G. C. Educadores Estatísticos em Formação Continuada: Indícios de Identidade Docente 2022. 270f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2022.

ESTEVAM, E. J. G. Práticas de uma Comunidade de Professores que ensinam Matemática e o Desenvolvimento Profissional em Educação Estatística. 2015. 192 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2015.

FREIRE, P. Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa. 63. ed. Rio de Janeiro/São Paulo: Paz e terra, 2020.

FREIRE, P. Conscientização. São Paulo, Cortez, 2016.

GADOTTI, M. Boniteza de um sonho: ensinar-e-aprender com sentido. São Paulo: Instituto Paulo Freire, 2011.

GAUTHIER, C. et al. Ensinar: Ofício estável, identidade profissional vacilante. In: GAUTHIER, C. et al. Por uma teoria da pedagogia: pesquisas conteporâneas sobre o Saber Docente. 3ª. ed. Ijuí: Unijui, 2013. p. 16-37.

IMBERNÓN, F. Formação continuada de professores. Porto Alegre: Artmed, 2010.

IMBERNÓN, F. Formação docente e profissional: formar-se para a mudança e a incerteza. 9.ed. São Paulo, Cortez, 2011.

LOPES, C. E. Educação Estatística no Curso de Licenciatura em Matemática. Boletim de Educação Matemática (Bolema), Rio Claro (SP), v. 27, n. 47, p. 901 – 915, dez. 2013.

MARCELO GARCÍA, C. Formação de professores: para uma mudança educativa. Porto - Portugual: Porto Editora, 1999.

NACARATO, A. M. A formação do professor de matemática: prática e pesquisa. Rematec, Natal, v. 6, n. 9, p. 27-48, Jan/Jun 2011.

NÓVOA, A. Para una formación de profesores construída dentro de la profesión. Revista de Educación, Lisboa, n. 350, p. 203-218, set.2009.

PASSEGGI, M. D. C. A pesquisa (auto) biográfica em educação: princípios epistemológicos, eixos e direcionamentos da investigação científica. In: VASCONCELOS, F.; ATEM, É. Alteridade: o outro como problema. Fortaleza: Expressão Gráfica, 2011. p. 13-39.

PASSEGGI, M. D. C. Enfoques narrativos en la investigación educativa brasileña. Revista Paradigma, São Paulo, v. XLI, p. 57-79, Junho 2020.

PASSEGGI, M. D. C. Narrar é humano! Autobiografar é um processo civilizatório. In: PASSEGGI, M. D. C.; SILVA, V. B. D. Invenções de vidas, compreensão de itinerários e alternativas de formação. 1. ed. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2010. cap. 2, p. 103-130.

PIMENTA, Selma Garrido. Formação de professores: identidade e saberes da docência (Org). Saberes pedagógicos e atividade docente. São Paulo: Cortez Editora, 1999.

SACHS, J. The Activist Teaching Profession. [S.l.]: Open University Press, 2010.

SANTOS, S. S. Formação continuada a distância em Educação Estatística: Práticas pedagógicas videobiografadas por professoras de Matemática. 2022. 270f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2022.

Seleção ou elaboração de tarefas matemáticas na Educação do Campo

Selection or elaboration of mathematical tasks in Countryside

Education Selección o elaboración de tareas matemáticas en la Educación del Campo

Camila Benites Bieleski Moré[323]
Universidade Federal da Grande Dourados (UFGD)
0000-0002-0160-192X

Renata Viviane Raffa Rodrigues[324]
Universidade Federal da Grande Dourados (UFGD)
0000-0002-5409-1265

Matheus de Lima Simeão Ribeiro[325]
Universidade Federal da Grande Dourados (UFGD)
0000-0002-3322-1702I

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam Matemática

Resumo

No contexto de uma formação continuada, este artigo teve como objetivo compreender que critérios têm sido considerados por duas professoras de Matemática na seleção ou naelaboração de tarefas para as suas aulas nas escolas do campo em que atuam. Trata-se deuma pesquisa qualitativa de natureza interpretativa, em que os dados foram coletados pormeio da produção individual escrita das professoras em seu diário de registros daformação e da gravação em vídeo dos encontros formativos síncronos realizados pela plataforma Google Meet. As tarefas apresentadas e as razões que embasaram a sua seleção ou elaboração evidenciaram que as professoras utilizaram contextos com os quaisos alunos pudessem se conectar com a situação abordada na tarefa, de modo a promover o engajamento deles e a compreensão dos procedimentos ou conceitos matemáticos.

Palavras-chave: Formação continuada de professores, Educação do Campo, Tarefas matemáticas.

Abstract

In the context of continuing education, this article aimed to understand which criteria have been considered by two Mathematics teachers in the selection or elaboration of tasksfor their classes

[323] camilabenites.21@gmail.com
[324] reraffa@gmail.com
[325] matheussimeao@hotmail.com

in the countryside schools where they work. This is a qualitative researchof an interpretive nature, in which data were collected through the individual written production of teachers in their diary of training records and video recording of synchronous training meetings held by the Google Meet platform. The tasks presented and the reasons that supported their selection or elaboration showed that the teachers usedcontexts with which students could connect with the situation addressed in the task, in order to promote student engagement and understanding of mathematical procedures or concepts.

Keywords: Continuing teacher education, Countryside Education, Mathematical, tasks.

Resumen

En el contexto de la formación permanente, este artículo tuvo como objetivo comprenderqué criterios han sido considerados por dos profesores de Matemática en la selección o elaboración de tareas para sus clases en las escuelas del campo donde actúan. Se trata deuna investigación cualitativa de carácter interpretativo, en la cual los datos fueronrecolectados a través de la producción escrita individual de los docentes en su diario de registros de capacitación y grabación en video de encuentros de capacitación sincrónicosrealizados por la plataforma Google Meet. Las tareas presentadas y las razones que sustentaron su selección o elaboración mostraron que los docentes utilizaron contextos con los que los estudiantes podían conectar con la situación abordada en la tarea, con el fin de promover el compromiso de los estudiantes y la comprensión de los procedimientoso conceptos matemáticos.

Palabras clave: Formación continua del profesorado, Educación del Campo, Tareas Matemáticas.

Introdução

Nesta pesquisa, assumimos a tarefa como uma proposta do professor para alcançarseus objetivos de ensino (Cyrino & Jesus, 2014; Stein, & Smith, 2009). Segundo Getenet(2022) “Os professores trabalham com ‘tarefas’ o tempo todo, em seu trabalho diário de preparação e durante o ensino em sala de aula para oferecer oportunidades de aprendizagem para seus alunos” [ênfase no original] (p. 667, tradução nossa). Em virtudeda forte presença das tarefas na prática pedagógica do professor, ao considerar a influência delas na aprendizagem dos alunos, Cyrino e Jesus (2014) destacam que “estasvão além dos conteúdos que devem ser mobilizados para sua realização. Elas envolvem processos cognitivos relativos à compreensão, ao estabelecimento de estratégias e procedimentos, e à validação” (p. 753). Portanto, não se trata de um recorte de exercíciosdo livro didático, “nos quais o trabalho dos estudantes se limita a resolvê-las de forma mecânica e, em alguns casos, tendo como ponto de partida um ‘exercício-modelo’ explicado anteriormente pelo professor” [ênfase no original] (Cyrino & Jesus, 2014, p. 753).

Quando adentramos o contexto da Educação do Campo, o estudo das decisões tomadas pelo professor na seleção ou na elaboração de tarefas é especialmente pertinentena medida em que envolve questões específicas dessa realidade. Haja visto que o camponão é uma extensão ou um quintal da cidade, em que basta implementar a mesma forma "de gestão, currículo, formação, do livro e material didáticos, da organização dos temposescolares e da configuração do sistema escolar" (Arroyo, 2007, p. 160).

Este trabalho é um recorte de uma pesquisa de Mestrado em desenvolvimento sobre a percepção profissional de professores de Matemática que atuam na Educação doCampo, no âmbito de uma formação continuada. Com base na produção escrita individuale nas discussões coletivas oriundas do processo de formação, neste artigo pretendemos compreender que critérios são considerados por duas professoras de Matemática na seleção ou na elaboração de tarefas para serem desenvolvidas em suas aulas nas escolas do campo em que atuam.

Seleção ou elaboração de tarefas para o ensino de Matemática

Vários estudos têm enfatizado características importantes a serem percebidas nos diferentes tipos de tarefas para o ensino de Matemática que, segundo Ponte (2005), podemser classificadas como problemas, exercícios, investigações, projetos e exploração. Ao discutir tarefas matemáticas para além dos exercícios, o autor descontrói a ideia de que oaluno só consegue realizar a tarefa que já tenha lhe sido ensinada a resolver diretamente.Pelo contrário, Ponte (2005) defende que os alunos são capazes de mobilizar conhecimentos intuitivos e criar seu próprio método de resolução.

Para Nagy e Cyrino (2014), as tarefas assumem "vida própria", ao serem implementadas em sala de aula, e esse desfecho depende de muitos fatores e nem sempreapenas do professor. Por exemplo, Ponte (2005) pontua que existe uma linha de demarcação entre tarefas exploratórias e exercícios, geralmente, não muito nítida. "Um mesmo enunciado, pode corresponder a uma tarefa de exploração ou a um exercício,conforme os conhecimentos prévios dos alunos" (Ponte, 2005, p. 9).

Diferentes aspectos abarcam o processo de análise de tarefas, tendo em vista os objetivos de ensino e a forma de sua implementação em sala de aula (Cyrino & Jesus, 2014; Nagy & Cyrino, 2014; Stein & Smith, 2009). "Tarefas matemáticas podem ser analisadas de várias perspectivas: tipos de representações envolvidas, variedade deformas nas quais podem ser resolvidas, níveis de demanda cognitiva" (Nagy & Cyrino, 2014, p. 152). Stein e Smith

(2009) classificam as tarefas em: de baixo nível de demandacognitiva, que contemplam duas categorias: memorização e procedimentos sem conexãocom significados; e de elevado nível de demanda cognitiva, com outras duas categorias: procedimentos com conexão com significados e fazer matemática. Esse quadro ressalta pontos relevantes na análise da natureza da tarefa, uma vez que implicam na aprendizagem dos alunos.

Ao resumirem alguns resultados de pesquisas que relacionam características particulares das tarefas às suas contribuições para a aprendizagem dos alunos, Sullivan etal. (2013) sintetizam cinco principais recomendações, ou seja, espera-se que as tarefas:

i) envolvam os alunos em fazer matemática, promovendo a criação de significado, a compreensão e as conexões com outros aspectos da matemática; ii) sejam desafiadoras para a maior parte da turma, sem oferecer um caminho óbvio de solução ; iii) exijam queeles pensem, tomem decisões e se comuniquem uns com os outros; iv) provoquem pensamento e reflexão e, v) usem contextos ou situações com os quais estão familiarizados e que consideram potencialmente úteis para conectá-los às suas vidas (Sullivan et al., 2013).

Dentre as diferentes características evidenciadas como relevantes para a tomada de decisão quanto à seleção ou elaboração da tarefa, o contexto ou a situação abordada são apontados como importantes para a criação de sentido pelo aluno.

A Educação do Campo

A conceituação “Educação do Campo” representa um avanço em relação ao que antes se chamava de “Educação Rural”. Essa mudança é a culminância de lutas das pessoas do campo e dos movimentos sociais que buscam garantir não apenas o acesso à escola, mas também o reconhecimento e a elaboração de políticas públicas e diretrizes em prol das escolas e das comunidades campesinas (Arroyo, 2007; Caldart, 2003; Silva Júnior & Borges Netto, 2011). Não se trata de uma nova nomenclatura apenas, a Educaçãodo Campo se sustenta em uma “visão libertadora e emancipatória” que reconhece “a população campesina como sujeitos sociais de direito e produtores de conhecimento” (Amaral & Mateus, 2022, p. 4), ou seja, visa à demanda local e às necessidades da comunidade.

Historicamente, a Educação do Campo se fortaleceu, a partir de movimentos sociais dos sujeitos que pertencem a essas comunidades, levando em conta a sua diversidade:

> O paradigma da educação do campo concebe o campo como espaço de vida e resistência, onde camponeses lutam por acesso a terra e pela oportunidade de

> permanecer nela. Concebe a diversidade dos sujeitos sociais – agricultores, assentados, ribeirinhos, caiçaras, extrativistas, pescadores, indígenas, remanescentes de quilombos, enfim, todos os povos do campo brasileiro. Reconhece a importância da agricultura familiar ao reconhecer a diversidade do campo brasileiro.(Silva Júnior & Borges Netto, 2011, pp. 51-52)

Nessa perspectiva, a escola do campo só se faz com os sujeitos do campo, porque "somente as escolas construídas política e pedagogicamente pelos sujeitos do campo, conseguem ter o jeito do campo, e incorporar neste jeito as formas de organização e de trabalho dos povos do campo" (Caldart, 2003, p. 66).

A construção de propostas pedagógicas que contemplem a realidade local está prevista, por exemplo, no Referencial Curricular dos Eixos Temáticos Terra-Vida-Trabalho das Escolas do Campo da Rede Estadual de Ensino de Mato Grosso do Sul que,segundo Gotardi e Pires (2021) representa um "caminho de oportunidades aos estudantese um efetivo 'laboratório a céu aberto', uma vez que, por ser voltada à realidade local, envolve trabalhos tanto no espaço interno quanto externo à escola, implicando naparticipação e no diálogo com a comunidade" [ênfase no original] (p. 16).

Identificar e compreender indícios de como esse contexto influencia nos processosde ensino de Matemática se mostra importante à reflexão sobre a ação de selecionar ou elaborar tarefas pelos professores, a partir de questionamentos como: quem são meus alunos? O que fazem no dia a dia? As respostas podem contribuir para uma práticapedagógica que atenda aos princípios da Educação do Campo.

Contexto e procedimentos metodológicos

O foco desta investigação envolve materiais e ações construídos para aulas de Matemática em escolas do campo, que foram compartilhados por professores em processode formação continuada. Portanto, esses elementos permitem-nos situá-la como pesquisa qualitativa, em que os dados coletados foram analisados de maneira interpretativa, de talmodo a compreender o ponto de vista dos atores que produziram os dados (Erickson, 1986), neste caso, duas professoras participantes da formação continuada.

De acordo com Erickson (1986), as questões centrais de uma pesquisa interpretativa "dizem respeito a questões de escolha humana e significado e, nesse sentido, elas dizem respeito a questões de melhoria na prática educacional" (p. 122). Esteestudo decorre do desenvolvimento de uma formação continuada de professores de Matemática que atuam em escolas do campo.

Essa formação tem se constituído como umespaço em que os professores se sintam parte de algo que os instigue reconhecer e valorizar as ações situadas na escola do campo, bem como compreendê-las por meio do diálogo e da reflexão sobre elas (Cyrino & Jesus, 2014; Nagy & Cyrino, 2014).

Em virtude de as escolas do campo estarem situadas em locais distantes umas dasoutras, bem como da cidade, optamos por encontros *on-line*, pelo Google Meet, realizados semanalmente, com início em 10 de maio de 2022. Algumas atividades foram anotadas no chamado diário de registros, como forma de contribuir para discussões dos encontros subsequentes.

A formadora (Camila), e primeira autora deste trabalho, foi aluna da escola do campo e desde 2018 é professora de Matemática nesse contexto escolar. Do mesmo modoparticiparam da formação continuada 12 professores de Matemática que (também) atuamem escolas do campo, 10 professores do Mato Grosso do Sul e 2 de São Paulo. A primeiraatividade proposta aos professores consistiu na inserção no diário de registros de uma tarefa utilizada na escola do campo e no seu posterior compartilhamento no segundo encontro formativo.

Tal encontro síncrono foi gravado e transcrito. Por ser um recorte, não é possívelrelatar e analisar aqui cada tarefa escolhida e apresentada pelos 12 participantes, portanto, foram selecionados dados referentes à participação de duas professoras, Elza e Suellen[326].Elza é professora da rede estadual de ensino do Mato Grosso Sul há 30 anos, todos dedicados à docência em uma escola do campo, onde também foi aluna e passou a lecionar ainda como professora leiga, após concluir o Ensino Médio. Suellen é professoranuma escola do campo no estado de São Paulo. A seleção desses dados se deve ao fato de as contribuições dessas duas participantes apresentarem maiores evidências sobre a temática investigada.

Apresentação e discussão dos resultados

A professora Elza valeu-se da recém-implantada horta da escola, como situação para descrever a tarefa no planejamento inerente ao eixo Terra, Vida e Trabalho (TVT).

Figura 1:
Descrição da Tarefa das Cebolinhas - Professora Elza

[326] [4] Utilizamos nomes fictícios para preservar as identidades de quem forneceu as informações. A investigaçãofoi aprovada pelo Comitê de Ética em Pesquisa Envolvendo Seres Humanos (CEP), da UFGD, e todos as participantes assinaram um Termo de Consentimento Livre e Esclarecido no qual se assumia o compromisso de manter o anonimato das participantes.

AULAS DE MATEMÁTICA - PROFª *******
Turmas: 6° ano
Habilidades/conteúdos: Multiplicação com números naturais.
Metodologia: Aula interdisciplinar com TVT: na horta, será analisado a distribuição das mudas de cebolinhas e alfaces plantadas nos canteiros e distribuídas em linhas e colunas e em seguida, usando a multiplicação, será feito o cálculo para saber a quantidade de mudas plantadas em cada canteiro.
Avaliação contínua: espera-se que o aluno adquira a habilidade de compreender a multiplicação como uma adição de parcela iguais.

A tarefa propõe uma visita à horta da escola – nota-se aí a influência do contextona sua elaboração – para analisar a forma de distribuição das mudas e compreender o conceito de multiplicação. Consideramos ter essa tarefa um potencial para construir os significados dos procedimentos desenvolvidos (Stein & Smith, 2009). Contudo, como não há um enunciado, não fica claro se as questões serão feitas para realizar os cálculos.Segundo Stein e Smith (2009), ao longo do percurso entre como uma tarefa aparece nos

materiais curriculares e depois como é resolvida pelos alunos, o nível de demandacognitiva pode ser drasticamente alterado.

Quadro 1:
Apresentação da tarefa "Cebolinhas" e as razões da escolha – Professora Elza.

(A1) Camila: *A primeira atividade é da professora Elza, olha só que interessante, ela usa a interdisciplinaridade com a disciplina de TVT, olha só Suellen que legal.*

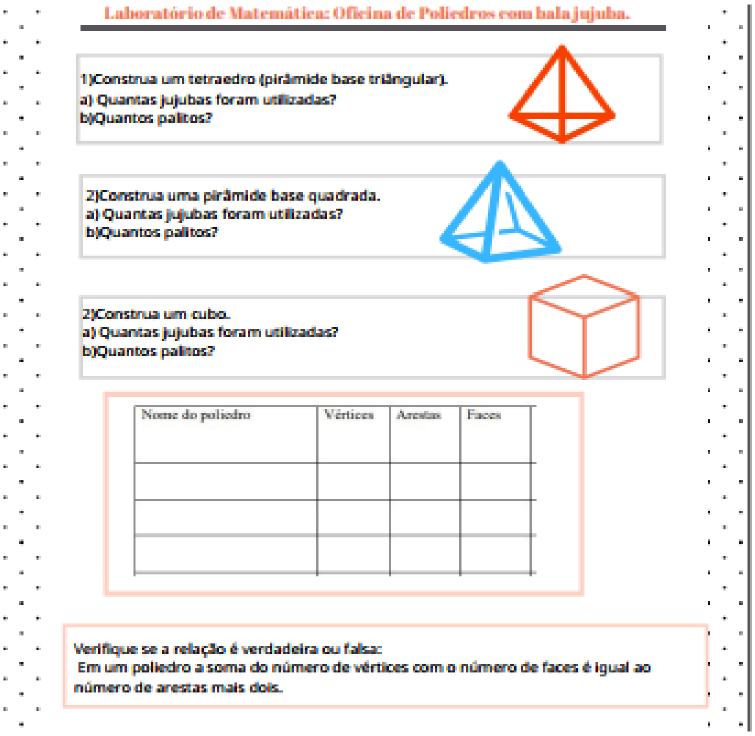
(A2) Elza: *Essa atividade eu coloquei, a escola mesmo cobra da gente, de nós professores fazer atividades interdisciplinares, aí cada vez que a gente vai montar, eu né, montar o planejamento, eu procuro colocar uma atividade interdisciplinar, uma atividade diferenciada e que envolva a horta, a terra. Essa atividade eu criei, não achei em lugar nenhum, não pesquisei em internet, não sei se em outras escolas já foi aplicada.... E nessa aula do 6° ano da multiplicação que eu coloquei no planejamento desse mês é um problema que eu vi no livro. Lá no livro falava da multiplicação num canteiro de abacaxi. Aí tinha aquele problema no livro, aí eu já criei o meu, a minha aula prática levando, pensei vou levar os alunos para horta para plantar os pés de cebolinhas, que eles estão organizados em linhas e colunas e que a multiplicação tem a ver com a adição.*

(A3) Camila: *Elza você fez uma adaptação então do livro... isso é muito interessante.*

Em A2, Elza relata as orientações da gestão da escola quanto à proposição de tarefas interdisciplinares articuladas ao eixo TVT. Entretanto, menciona também a dificuldade de encontrar tarefas dessa natureza nos materiais didáticos, que tragam especificidades do contexto da Educação do Campo. Por outro lado, as suas experiênciasna escola do campo revelam seus conhecimentos até mesmo das hortaliças e da disposiçãodelas nos canteiros, possibilitando-lhe elaborar a sua própria tarefa a partir de uma adaptação do problema encontrado no livro didático. Nessa linha, em A4, podemos observar indícios do reconhecimento da importância de utilizar "contextos ou situações com os quais os alunos estão familiarizados e que consideram potencialmente úteis para eles ou conectados às suas vidas" (Sullivan et al., 2013, p. 21).

A próxima tarefa foi elaborada pela professora Suellen e implementada no 7.º ano.

Figura 2:
Tarefa "Jujubas" - Professora Suellen



Laboratório de Matemática: Oficina de Poliedros com bala jujuba.

1)Construa um tetraedro (pirâmide base triângular).
a) Quantas jujubas foram utilizadas?
b)Quantos palitos?

2)Construa uma pirâmide base quadrada.
a) Quantas jujubas foram utilizadas?
b)Quantos palitos?

2)Construa um cubo.
a) Quantas jujubas foram utilizadas?
b)Quantos palitos?

Nome do poliedro	Vértices	Arestas	Faces

Verifique se a relação é verdadeira ou falsa:
Em um poliedro a soma do número de vértices com o número de faces é igual ao número de arestas mais dois.

A estrutura apresentada nos sugere que se trata de uma tarefa exploratória (Ponte,2005), posto que solicita: a construção de sólidos geométricos nomeados e ilustrados, com o uso de jujubas e palitos; a análise das regularidades presentes nelas, a partir de questões feitas com linguagem informal; o registro das informações de modo organizado. Tais características também nos induzem a interpretar a tarefa como cognitivamente exigente (Stein & Smith, 2009), haja visto que requer o estabelecimento de relações entreas jujubas (vértices), os palitos (arestas) e as faces, oferecendo elementos com significados para o aluno identificar, generalizar e descrever padrões. Cyrino e Jesus (2014) descrevem que tarefas nesta categoria focam a atenção dos alunos nos conceitos enas ideias matemáticas, sugerem caminhos e permitem representações. Neste caso, a construção dos sólidos, em um contexto lúdico, pode promover o engajamento para o desenvolvimento da tarefa.

Quadro 2:
Apresentação da tarefa "Jujubas" e as razões de escolha – Professora Suellen.

(B1) Camila: *Próximo diário é da Suellen, poderia falar sobre sua atividade para a gente?*
(B2) Suellen: *Sim, posso sim. É uma atividade lúdica, eu pesquiso na internet, em vários grupos que durante a Pandemia surgiram né, que facilita bastante a troca de experiência entre professores. Entãoeu queria trabalhar vértices, arestas, de uma forma divertida e que eles gostassem, então foi aí que surgiu a atividade com as jujubas e os palitos. Então é muito simples, você não precisa nem explicar, sóvocê soltar os palitos e as jujubas, dar as folhas com as atividades, pede para eles montarem e eles já vão montando na hora, alunos com muita dificuldade, a gente vê ele se desenvolvendo, montando ali, edepois que eu entro com o conceito né: O que é vértice? O que é aresta?*
(B3) Camila: *Então quando eles vão construir, por exemplo, construa um tetraedro, eles ainda não sabem o*

Em B2, evidenciamos que a seleção da tarefa teve a intenção de propor algo atrativo para os alunos e, ao mesmo tempo, recorrer aos próprios conhecimentos deles (Ponte, 2005), no processo de conceituação dos sólidos e percepção de suas propriedades. Prosseguindo, Suellen descreve que a tarefa não precisou ser antecipadamente explicadae, mesmo assim, os alunos com dificuldades conseguiram resolvê-la. Em B4, ela comentaque não havia apresentado definições prévias. Essa é uma característica importante na implementação da tarefa para que ela continue exploratória (Nagy & Cyrino, 2014) e quenão perca a demanda cognitiva (Stein & Smith, 2009). Ao iniciar a tarefa, o aluno pode se envolver e criar o seu próprio método. E, conforme vai avançando, podem emergir conceitos que ele já conhece e, ao utilizá-los, chegar na última pergunta, uma questão complexa, mas que todo processo de resolução pôde oferecer apoio para respondê-la.

Ainda em B4, encontramos indícios da sensibilidade da professora em relação aos desafios enfrentados pelos alunos na Educação do Campo pós-pandemia. Por outro lado,em B10, ao dizer que não nasceu e nem mora no campo e que não conhece a prática dosalunos, a professora parece considerar esse conhecimento importante para a sua prática pedagógica. No entanto, cabe ressaltar que o sujeito da escola do campo é um aluno do campo (Caldart, 2003), que é também uma criança, influenciada por diversas culturas. Portanto, conectá-lo com um universo lúdico se faz necessário ao seu desenvolvimento para além somente do universo do trabalho do campo. Assim, construir sólidos com as jujubas coloridas instigou o envolvimento dos alunos.

Conclusões

Os resultados revelam que as professoras participantes da formação continuada recorreram a contextos com os quais os alunos pudessem se conectar, a fim de promovero engajamento deles com a tarefa elaborada ou selecionada, bem como promover a construção de procedimentos ou conceitos matemáticos com significados (Cyrino & Jesus, 2014; Stein & Smith, 2009). A tarefa Cebolinhas apresentou elementos específicosdo espaço da escola do campo na qual Elza atua. Por meio dela a professora explicitou aintenção de proporcionar aos alunos experiências com as quais já estão familiarizados (Sullivan et al., 2013), como em um "laboratório a céu aberto" (Gotardi & Pires, 2021). Na tarefa Jujubas, a construção de sólidos geométricos com materiais manipulativos denota indícios que podem ser caracterizados como de uma tarefa exploratória (Ponte, 2005), de alto nível de demanda cognitiva (Stein & Smith, 2009). Tanto na estrutura do enunciado quanto na fala da professora, é possível perceber a intenção de promover a criação de significados, compreensão e conexões com outros aspectos da Matemática (Sullivan et al., 2013).

Compreender esses critérios intrínsecos ao processo de selecionar ou elaborar tarefas, tendo a clareza de que muitos não foram possíveis de identificar, permite-nos concluir que as professoras de Matemática da escola do campo têm buscado, em meio a tantos desafios, mesmo com poucos recursos, contemplar dentro de suas práticas pedagógicas elementos que favoreçam a aprendizagem matemática de seus alunos na Educação do Campo, corroborando a relevância da formação continuada de professores de Matemática que atuam nesse contexto.

Referências

Amaral, C. M., & Mateus, K. A. de O. (2022). Concepções de Educação do Campo: umarevisão sistemática de literatura. *Revista Brasileira de Educação do Campo(RBEC)*, 7, e12925. DOI: http://dx.doi.org/10.20873/uft.rbec.e12925

Arroyo, M. G. (2007, maio/ago.). Políticas de formação de educadores (as) do campo. *Cad. Cedes, 27*(72), 157-176. http://www.cedes.unicamp.br

Caldart, R. S. (2003). A Escola do Campo em Movimento. *Currículo sem Fronteiras, 3*(1), 60-81.

Cyrino, M. C. C. T., & Jesus, C. C. (2014) Análise de tarefas matemáticas em uma proposta de formação continuada de professoras que ensinam matemática. *Ciência & Educação*, *20*(3), 751-764.

Erickson, F. (1986). Qualitative methods in research on teaching. In M. C. Wittrock (Ed.), *Handbook of research on teaching* (pp. 119-161). MacMillan.

Getenet, S. T. (2022). Teachers' knowledge framework for designing numeracy rich tasksacross non-mathematics curriculum areas. *International Journal of Education in Mathematics, Science, and Technology* (IJEMST), *10*(3), 663-680. https://doi.org/10.46328/ijemst.2137.

Gotardi, O. L. N., & Pires, D. X. (2021). Educação do Campo e Currículo: um estudo das propostas pedagógicas de escolas do campo da região de Dourados/MS. *Tear: Revista de Educação Ciência e Tecnologia, 10*(2).

Nagy, M. C., & Cyrino, M. C. C. T. (2014). Aprendizagens de professoras que ensinam matemática em uma comunidade de prática. *Revista da FAEEBA*, *23*(41),149-163.

Ponte, J. P., (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). APM.

Silva Júnior, A. F., & Borges Netto, M. (2011, nov.). Por uma Educação do Campo: percursos históricos e possibilidades. *Entrelaçando - Revista Eletrônica de Culturas e Educação Caderno temático: Cultura e Educação do Campo,* ano 2, 3,45-60. ISSN 2179.8443.

Stein, M., & Smith, M. (2009). Tarefas matemáticas como quadro para a reflexão: da investigação à prática. *Educação e Matemática*, 105, 22-28.

Sullivan, P., Clarke, D., & Clarke, B. (2013). *Teaching with tasks for effective mathematics learning* (197 pp). Springer. ISBN 978-1461446804.

IX CIBEM
Congresso Iberoamericano de Educação Matemática
05 a 09 de dezembro de 2022

O Cálculo e as Tarefas de Aprendizagem Profissional na formação inicial deprofessores: conhecimentos mobilizados por licenciandos de Matemática

Calculus and Professional Tasks in Initial Teacher Training: Knowledge mobilized by Mathematics undergraduates

Cálculo y Tareas de Aprendizaje Profesional en la formación inicial del profesorado: saberes movilizados por estudiantes de licenciatura en Matemáticas

Ronaldo Theodorovski[327]
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
http://orcid.org/0000-0001-5522-2100

Giane Fernanda Schneider Gross[328]
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
https://orcid.org/0000-0002-5225-6484

Rosemeire Favaro Lisse Trevisolli[329]
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
https://orcid.org/0000-0002-0329-3561

André Luis Trevisan[330]
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
https://orcid.org/0000-0001-8732-1912

Modalidade: Comunicação Oral
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam Matemática

Resumo

Neste artigo, buscamos compreender como oportunidades de aprendizagem profissional emergem quando futuros professores discutem e analisam a resolução de estudantes da Educação Básica a uma tarefa matemática com conceitos intuitivos do Cálculo Diferencial e Integral. O estudo é do tipo qualitativo-interpretativo, e os dados foram recolhidos por meio de registros escritos e gravações de falas e diálogos na aplicação de uma tarefa de aprendizagem profissional (TAP). Concluímos que a TAP proporcionou aos futuros professores oportunidades de aprendizagem profissional, por meio de provocações e reflexões que levaram à mobilização de diferentes domínios do conhecimento matemático para o ensino.

Palavras-chave: Ensino de Matemática. Aprendizagem profissional do professor. Tarefas de aprendizagem profissional. Conhecimento matemático para o ensino.

[327] theodorovski@unicentro.br
[328] giane.fer@gmail.com
[329] rosyflisse@gmail.com
[330] andreluistrevisan@gmail.com

Abstract

In this article, we seek to understand how professional learning opportunities emerge when future teachers discuss and analyze the resolution of Basic Education students to amathematical task with intuitive concepts of Differential and Integral Calculus. The study is qualitative-interpretative, and data were collected through written records and recordings of speeches and dialogues in the application of a professional learning task (TAP). We conclude that TAP provided future teachers with opportunities for professional learning, through provocations and reflections that led to the mobilization ofdifferent domains of mathematical knowledge for teaching.

Keywords: Teaching Mathematics. Teacher's professional learning. Professional learningtasks. Mathematical knowledge for teaching.

Resumen

En este artículo buscamos comprender cómo surgen oportunidades de aprendizaje profesional cuando los futuros docentes discuten y analizan la resolución de los estudiantes de Educación Básica ante una tarea matemática con conceptos intuitivos de Cálculo Diferencial e Integral. El estudio es cualitativo-interpretativo, y los datos fueronrecolectados a través de registros escritos y grabaciones de discursos y diálogos en la aplicación de una tarea de aprendizaje profesional (TAP). Concluimos que TAP proporcionó a los futuros profesores oportunidades de aprendizaje profesional, a través de provocaciones y reflexiones que llevaron a la movilización de diferentes dominios delconocimiento matemático para la enseñanza.

Palabras clave: Enseñanza de las Matemáticas. El aprendizaje profesional del docente. Tareas de aprendizaje profesional. Conocimientos matemáticos para la enseñanza.

Introdução

A formação de professores tem ganhado espaço na agenda de pesquisas em Educação Matemática nas últimas décadas (ADLER *et al.*, 2005), estimulando discussõesque possam ampliar compreensões acerca de quando, como e onde ocorre a aprendizagemdo professor e, ainda, sobre o fato dessa aprendizagem se desenvolver ao longo de sua carreira (RUSS; SHERIN; SHERIN, 2016; WEBSTER-WRIGHT, 2009). Tais pesquisas apontam a relevância de compreender a aprendizagem do professor situada em prática diária (DAVIS; KRAJCIK, 2005), distribuída entre indivíduos e artefatos, em especial, tarefas preparadas para sua formação (PUTNAM; BORKO, 2000; RIBEIRO, AGUIAR;TREVISAN; ELIAS, 2020).

Nessa direção, promover oportunidades para que os professores, em formação inicial, reflitam a respeito dos modos como os estudantes da Educação Básica resolvem tarefas matemáticas, mostra-se como um tema relevante, sendo foco deste estudo. A partir de dados coletados em uma experiência piloto, parte de um ciclo inicial de intervenção aser realizado com estudantes de um curso de Licenciatura em Matemática, buscamos compreender como oportunidades de aprendizagem profissional emergem quando futurosprofessores discutem e analisam a resolução de estudantes do Ensino Médio a uma tarefamatemática com conceitos intuitivos do Cálculo Diferencial e Integral (CDI). Em especial: (i) como uma tarefa de aprendizagem profissional (TAP) possibilita aos futurosprofessores discutir o conhecimento intuitivo dos estudantes da Educação Básica acerca do conceito de integral definida? (ii) que conhecimentos matemáticos para o ensino forammobilizados por esses futuros professores ao analisar a resolução de estudantes?

Referencial teórico

Ter o domínio do conhecimento de uma ciência não garante qualificação para a profissão docente, uma vez que a prática do professor perpassa por diversas trilhas entreo saber/fazer docente. Freire (1996) cita que "na formação permanente dos professores, o momento fundamental é o da reflexão crítica sobre a prática" (p. 39). A prática sem a reflexão das ações se torna sem sentido para os envolvidos, pois é preciso ter um objetivoclaro e um plano que permita atingi-lo.

De acordo com Ponte (1999), para que o professor possa desenvolver aulas importantes e significativas faz-se necessário um "conjunto básico de conhecimentos e capacidades profissionais orientados para a sua prática lectiva" (PONTE, 1999, p. 1). Assim, conhecer o currículo, as diversas metodologias e, principalmente, as singularidades do estudante é uma necessidade para que o professor desenvolva suas aulascom qualidade e possa envolver o máximo de estudantes com a sua prática.

Shulman (1986, 1987) destaca que o professor precisa ter domínio do conteúdo que ensina e conhecer mecanismos que facilitem a compreensão desses conteúdos pelos estudantes. Com base nos trabalhos de Shulman (1986, 1987), diversos pesquisadores daárea de Educação Matemática têm se debruçado a este propósito, sugerindo diferentes quadros teóricos para caracterizar o conhecimento matemático que é específico para o trabalho docente, como, por exemplo, *Mathematical Knowledge for Teaching - MKT* (BALL; THAMES; PHELPS, 2008), apresentado no Quadro 1 a partir da síntese propostapor Santos (2016).

Quadro 1.

Domínios do MKT (SANTOS, 2016)

O Conhecimento do Conteúdo (CC)	
Conhecimento comum do conteúdo (CCC)	O conhecimento comum do conteúdo refere-se ao conhecimento colocado em jogo para resolver determinados problemas matemáticos por qualquer pessoa que tenha estudado Matemática.
Conhecimento especializado do conteúdo (CEC)	Identificar ideias matemáticas que dão base a resolução de um problema e prevererros de estudantes compreendendo as estratégias de raciocínio que determinadosproblemas matemáticos envolvem.
Conhecimentodo horizonte matemático (CHM)	acompanhar a relação existente entre os tópicos matemáticos ea evolução destes ao longo da escolaridade.
Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (CPC)	
O conhecimentodo conteúdo e dos estudantes (CCE)	Está relacionado à necessidade do professor em relação aos estudantes de: anteciparo que pensam quais suas dificuldades, suas facilidades e motivações, como interpretam e, como se dá a interação entre o pensamento matemático e o pensamento dos estudantes.
O conhecimentodo conteúdo e do ensino (CCEN)	O docente deve ser capaz de utilizar uma determinada representação ao ensinar um conceito específico e identificar diferentes métodos e procedimentos que são relacionados àquela ideia. Logo, é uma interação entre a compreensão matemática específica e compreensão de questões didáticas que estão associadas à aprendizagem dos estudantes sobre/de um determinado conceito matemático.
O conhecimentodo currículo (CCO).	Os professores devem ter uma visão completa sobre: diversidade e variedade de materiais didáticos disponíveis e de programas existentes; conhecer um conjunto de características que sirvam na indicação ou contraindicação nas suas opções didáticas.

Fundamentados numa perspectiva de aprendizagem que privilegia a vivência emespaços de discussão e de trabalho coletivo que possibilite a reflexão sobre diferentes domínios de conhecimento, como é o caso do modelo de Ball, Thames e Phelps (2008), em interface com aspectos das práticas da sala de aula de Matemática, Ribeiro e Ponte (2020) propõem o modelo PLOT (*Professional Learning Opportunities for Teacher*) parao *design* de processos formativos para promoção de oportunidades de aprendizagem profissional.

Segundo Ribeiro e Ponte (2020, p. 2), o Modelo PLOT envolve três domínios diferentes: "(a) Papel e Ações do Formador (PAF), (b) Tarefas de Aprendizagem Profissional (TAP), e (c) Interações Discursivas entre os Participantes (IDP)".

A dimensão das TAP, foco de interesse neste trabalho, é organizada a partir de duas componentes: a conceitual, envolvendo o conhecimento profissional e o Ensino Exploratório; e a operacional, contemplando a tarefa matemática e os registros da prática. Assim, uma TAP procura explorar diferentes dimensões do conhecimento profissional, considerando diferentes registros de prática coletados a partir de tarefas matemáticas propostas na perspectiva do ensino exploratório (PONTE, 2005).

São recentes os estudos acerca desse modelo (por exemplo, Aguiar, Doná, Jardim, Ribeiro, 2021), em especial aquelas que envolvam o uso das TAP (BARBOZA; PAZUCH; RIBEIRO, 2021). Neste estudo, analisamos uma experiência realizada com estudantes da licenciatura em Matemática avaliando tarefas matemáticas realizadas por estudantes do Ensino Médio, como detalhado na próxima seção.

Assumimos que é possível desenvolver competências e habilidades vinculadas aos conceitos intuitivos de CDI no Ensino Médio (MOLON; FIGUEREDO, 2015; CASTRO GUIMARÃES, 2019), e ajudar os licenciandos a estabelecer articulações entrea matemática escolar e a matemática acadêmica, na minimização do que Felix Klein (1849-1925) identificou como a dupla descontinuidade na formação do professor de Matemática, sendo especificado por Giraldo (2018). Colocando que alunos ao ingressar em cursos de formação de professores, poucas são as relações estabelecidas entre a matemática com que passam a ter contato e aquela vista anteriormente.

Nesse sentido, Broetto e Santos-Wagner (2019), descrevem essa prática como umcírculo vicioso, pois quando o licenciando se torna professor, perceberá que a abordagemformal da Matemática universitária não é adequada para seus alunos, provocando a segunda ruptura, desta vez com a Matemática do ensino superior.

O contexto da experiência e procedimentos metodológicos da pesquisa

Propomo-nos analisar parte de uma TAP intitulada *A noção intuitiva de integral definida na matemática escolar*, proposta a 16 professores em formação inicial, do terceiro ano do curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade estadual do estado do Paraná. Foi construída a partir de materiais coletados (áudio, vídeo e protocolosescritos), na aplicação de uma sequência de tarefas matemáticas para um grupo de 9 estudantes do Ensino Médio de escolas públicas paranaenses. Esses estudantes foram divididos em 3 grupos e, em sua resolução, evidenciaram noções intuitivas em relação ao conceito de integral definida. A Figura 2, mostra uma parte da tarefa matemática propostaaos estudantes do Ensino Médio, e que compõem a primeira parte da TAP.

Figura 2.

Tarefa matemática – Viajando com Pedro e Théo (Os autores, 2022)

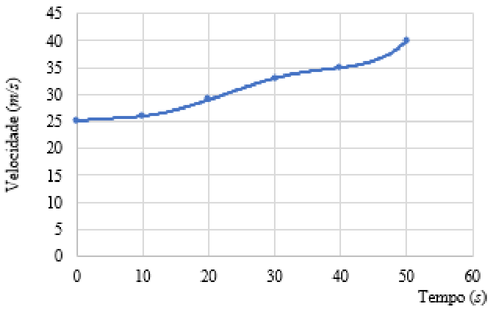
Tarefa Matemática

1) Pedro e Theo resolveram fazer um passeio num parque de diversões que fica numa cidade próxima.

Durante a viajem de carro num longo trecho retilíneo, ao cruzar em frente de um posto de combustível, Theo que é fascinado por números, começou anotar a cada 10 segundos a velocidade que marcava no velocímetro do carro de Pedro, fazendo isso até passar em frente de um restaurante na beira da rodovia. Após alguns cálculos de conversão, *km/h* em *m/s*, Theo obteve o seguinte quadro:

s	0	10	20	30	40	50
m/s	25	26	29	33	35	40

a) A partir dos dados do quadro, foi representado no plano cartesiano um possível gráfico: tempo *versus* velocidade (*t* x *v*). Como Pedro não manteve velocidade constante, explique uma maneira de calcular a distância aproximada entre o posto de combustível e o restaurante.



b) Qual sugestão você daria ao Theo para que você pudesse encontrar essa distância mais aproximada possível?

Para a elaboração da primeira parte da TAP (Figura 3), foram selecionados excertos da resolução de dois desses grupos, e elaboradas questões que procuravam mobilizar as diferentes dimensões do conhecimento matemático para o ensino (BALL; THAMES; PHELPS, 2008).

A TAP foi aplicada pelo primeiro autor deste artigo, que ministrava, para uma mesma turma do curso de Licenciatura, as disciplinas de Cálculo III (contemplando o estudo de funções de mais de uma variável real) e Metodologia do Ensino de MatemáticaI (abordando assuntos relacionados à construção do conhecimento didático).

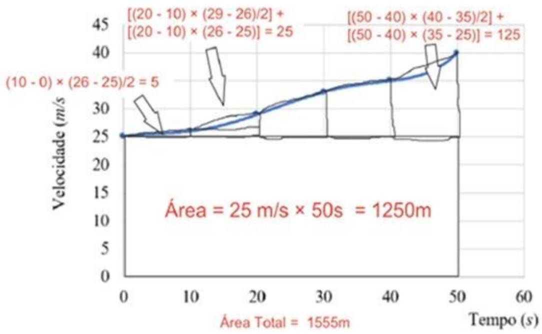
A TAP foi proposta no início do ano letivo de 2021 (outubro de 2021), buscandointegrar as duas disciplinas citadas, e os objetivos foram: (i) reelaborar o conceito de integrais definidas de função de uma variável (antes de iniciar o estudo de integral múltipla); (ii) estabelecer articulações dos conceitos de soma de Riemann e teorema do valor médio com conteúdos matemáticos da Educação Básica; (iii) realizar discussõesmatemáticas e didáticas acerca do tópico integrais definidas.

Figura 3.

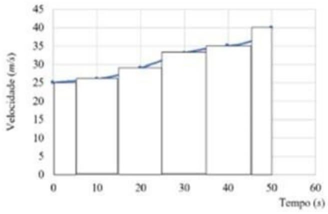
TAP - A noção intuitiva de integral definida na matemática escolar (Os autores, 2022)

1) Com a realização da Tarefa Matemática, os alunos do ensino médio, grupos 2 e 3 conseguem perceber a ideia geométrica da distância percorrida por um móvel, fazendo a relação com a área sob o gráfico.

GRUPO 2



GRUPO 3



Multiplica-se o primeiro retângulo que vale 25m/s por 5s, como ilustrado no gráfico, em seguida, se multiplica 26, o 29, 33 e o 35 pelo 10, e por último, multiplica o 40 por 5, resultante em ordem crescente em 125, 260, 290, 330, 350, 200, após, soma-se todos estes valores, resultando em 1555 metros, distância percorrida do posto de combustível até o restaurante.

a) Quais semelhanças e diferenças você estabelece entre os procedimentos utilizados?

b) Nessa mesma questão da tarefa matemática houve necessidade do cálculo da área de uma **região curva**. Os alunos dos grupos 2 e 3 sugeriram subdividir a figura em vários retângulos, triângulos e trapézios, para obter uma melhor aproximação da área sob o gráfico. Esses procedimentos podem ser utilizados no trabalho com quais conteúdos matemáticos da Educação Básica?

Os encontros para o desenvolvimento da TAP foram estruturados em dois encontros de trabalho com 4 horas de trabalho cada, por meio de atividades síncronas realizadas via webconferência (*Google Meet*) – em função do período de distanciamento por conta da pandemia Covid-19. Em um primeiro encontro, os licenciados foram divididos pelo professor formador - PF (primeiro autor) em três salas paralelas, em que cada grupo refletia, discutia, registrava suas conjecturas e a resolução da TAP, havendo algumas intervenções pontuais do PF, que "alternava" sua presença nas três salas. Em umsegundo encontro, agora em uma sala única, abria-se a plenária, para que cada questão/item da TAP e suas resoluções e discussões feitas nos pequenos grupos fossem compartilhadas entre todos os participantes, com mediação do PF.

Os dados foram recolhidos por meio de registros escritos e gravações de falas e diálogos na aplicação da TAP em cada uma das salas individuais e na sala coletiva. Considerando o objetivo deste artigo anunciado na introdução, − a constar: compreendercomo oportunidades de aprendizagem profissional emergem quando esses futuros professores discutem e analisam a resolução de estudantes da Educação Básica a uma tarefa matemática com conceitos intuitivos do CDI − identificamos momentos da discussão em que os participantes manifestam diferentes conhecimentos matemáticos para o ensino (BALL; THAMES; PHELPS, 2008).

Do ponto de vista da abordagem metodológica, este estudo pode ser categorizadoem qualitativo-interpretativo (D'AMBROSIO, 2004; ESTEBAN, 2010). Para a construção da análise, tomaram-se dados produzidos por meio das transcrições de um dos três grupos, especificamente o grupo 2, composto por 6 professores em formação inicial,sendo identificados como P1, P2, ..., P6. Uma análise preliminar foi realizada individualmente por cada um dos autores do trabalho, que posteriormente se reuniram para compartilhar suas percepções individuais e chegar a um consenso.

Análise e discussões dos dados

Em uma primeira parte da TAP, os futuros professores resolveram a mesma tarefa matemática que havia sido proposta aos estudantes do Ensino Médio (Figura 2). Em uma segunda parte, analisaram as resoluções desses estudantes. Logo, pode-se inferir que os futuros professores tiveram oportunidades de construir conhecimentos em relação aos dois grandes domínios propostos por Ball, Thames e Phelps (2008), a constar: o conhecimento do conteúdo, em especial o conhecimento especializado do conteúdo (CEC); e o conhecimento pedagógico do conteúdo, a constar: o conhecimento do conteúdo e dos estudantes (CCE), o conhecimento do conteúdo e do ensino (CCEN), e oconhecimento do currículo (CCO).

No trecho a seguir, P1, P2, P3 e P4 procuram reconhecer semelhanças e diferençasentre os procedimentos utilizados pelos dois grupos de estudantes (Figura3):

***P1**: O que a gente pode ver de semelhante é que os dois grupos usaram área do retângulo paracalcular.*

***P2:** Isso os dois recorreram a áreas.*

***P1:** Só que um grupo usou áreas de retângulos, triângulos e trapézios e o outro só usouretângulos.*

***P3:** No grupo 3 eles somaram todas as áreas, mas não entendi muito bem.*

***P2:** Eles deixaram uma explicação aqui, vou fazer a leitura [P2 lê o texto explicativo ao lado daresolução – Figura 3].*

***P1:** Esse conceito é de média, porque eles pegaram a média.*

***P2:** Como assim?*

***P1:** Por exemplo, veja ali no primeiro retângulo, para não considerar 10 segundos só com 25 m/s, tem 5 segundos com 25 e 5 segundos com 26. Lembra de Estatística, a média de dados agrupados em intervalos?*

***P2:** Agora que você falou, já me lembrei daquele gráfico lá [referindo-se ao histograma].*

***P4:** Isso é a média, por isso o segundo retângulo foi do 5 ao 15.*

De acordo com os excertos acima, infere-se que os professores em formação inicial compreenderam, por meio da análise dos registros escritos, o raciocínio matemático mobilizado pelos estudantes da Educação Básica. Eles foram capazes de reconhecer quais conteúdos foram aplicados na resolução da tarefa, manifestando assim conhecimentos do domínio CCE (BALL; THAMES; PHELPS, 2008). É fundamental queos futuros professores antecipem estratégias de resolução e dificuldades que seus alunos podem encontrar ao lidar com determinado conteúdo.

Foi possível identificar um momento em que os futuros professores manifestam oCCO ao elaborar uma resposta para a questão (b), conforme a Figura 4.

Figura 4.

Protocolo da TAP (Os autores, 2022)

R: Pode ser utilizado no cálculo de áreas de polígonos e não polígonos, pois quando decompomos em formas geométricas conhecidas é mais fácil justificar um novo conceito. Exemplo: área de um círculo, onde podemos dividi-lo em vários triângulos tornando o cálculo da área mais aproximada possível.

Nesse protocolo da Figura 4, os futuros professores evidenciaram alguns conhecimentos do currículo, destacando conteúdos matemáticos abordados na EducaçãoBásica, em especial a decomposição de figuras geométricas planas no cálculo de áreas. Também manifestam conhecimento especializado do conteúdo (CEC) ao reconhecer noções intuitivas de limite para compreender a área do círculo, por meio de métodos especiais da análise infinitesimal (o método de exaustão).

Outro momento em que os estudantes mobilizam conhecimento especializado do conteúdo é na relação estabelecida entre os elementos matemáticos da tarefa e o conceitode integral definida, como ilustrado na Figura 5.

Figura 5.

Protocolo da TAP (Os autores, 2022)

b) Analisando os protocolos da Tarefa Matemática, identifique elementos matemáticos que se relacionam com a definição de integrais definidas. Como você utilizaria esses protocolos para generalizar a distância percorrida do móvel para uma função e um intervalo qualquer.

R: Para calcular a distância percorrida do móvel para uma função e um intervalo qualquer, basta calcular a área abaixo da curva, e essa está relacionada com a soma de Riemann, que é a soma dos retângulos e descreve a definição de integral.

No protocolo apresentado na Figura 5, os licenciandos são capazes de associar esse conceito com a definição de integral, eles relacionam a distância percorrida com a área abaixo da curva e reconhecem o método de aproximação por retângulos como uma soma de Riemann.

Considerações finais

Procuramos compreender, neste trabalho, as oportunidades de aprendizagem profissional (OAP) que emergem quando de um grupo de futuros professores discutem e analisam a resolução de estudantes da Educação Básica a uma tarefa matemática com conceitos intuitivos do CDI.

Em relação ao modo como a TAP possibilitou aos futuros professores discutir o conhecimento intuitivo dos estudantes da Educação Básica acerca do conceito de integral definida, as hipóteses e as justificativas apresentadas por esses estudantes permitiram aos estudantes da Licenciatura compartilhar e adquirir experiências, discutir e refletir a respeito do estudante, conteúdo e currículo. Os registros de prática (BALL *et al.*, 2014) disponíveis na TAP, criteriosamente selecionados pelo formador, promoveram reflexões que viabilizaram as discussões matemáticas e didáticas entre os participantes (PONTE; QUARESMA, 2016). Também foi possível olhar para o CDI, em particular o conceito intuitivo da integral, num contexto de transversalidade entre a Educação Básica e o Ensino Superior.

Acerca dos conhecimentos matemáticos para o ensino mobilizados por esses futuros professores, destacamos três subdomínios do modelo de Ball, Thames e Phelps (2008). Em termos de conhecimento especializado do conteúdo (CEC), a TAP oportunizou revisar o conceito de integral definida, a partir do contexto do cálculo da distância percorrida, ressignificando-o. Aspectos relacionados ao conhecimento do currículo (CCO) são identificados em momentos nos quais os futuros professores estabeleceram relação entre o método da exaustão (estudado no Ensino Superior) e a obtenção da fórmula da área do círculo (conteúdo da Educação Básica), e a decomposiçãode figuras geométricas planas no cálculo de áreas .

Por fim, a TAP oportunizou ampliar o conhecimento do conteúdo e dos estudantes(CCE), ao instigar os licenciandos a interpretar a solução apresentada por estudantes do Ensino Médio, explicando os procedimentos utilizados. Assim, a TAP proporcionou aosfuturos professores oportunidades de aprendizagem profissional, por meio de provocações e reflexões que levaram à mobilização de diferentes domínios do conhecimento matemático para o ensino.

Referências

Ball, D., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special?. *Journal of teacher education*, *59*(5), 389-407.

Ball, D. L., Ben-Peretz, M., & Cohen, R. B. (2014). Records of practice and the development of collective professional knowledge. *British Journal of EducationalStudies*, 62(3), 317-335.

Broetto, G. C.; Santos-Wagner, V. M. P. (2019). O ensino de números irracionais na educação básica e na licenciatura em matemática: um círculo vicioso está em curso? *Bolema*, Rio Claro, SP, v. 33, n. 64, 728-747.

Castro Guimarães, M. E. (2019). *Introduzindo os conceitos de limite, derivada e integralno Ensino Médio*. Dissertação de mestrado, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, CE, Brasil.

D´Ambrósio, U. (2004). Prefácio. In: M. C. Borba & J. L. Araújo (Org.), *Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática*, (pp. 11-23). Belo Horizonte: Autêntica.

Davis, E. A., & Krajcik, J. S. (2005). Designing educative curriculum materials to promote teacher learning. *Educational researcher*, *34*(3), 3-14.

Esteban, M. P. S. (2010). *Pesquisa qualitativa em Educação: Fundamentos e tradições.* (19. ed.). Porto Alegre: AMGH. Tradução de Miguel Cabrera.

Giraldo, V. (2018). Formação de professores de matemática: para uma abordagem problematizada. *Ciência e Cultura*, *70*(1), 37-42.

Freire, P. (2014). Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa. Editora: Paz e terra.

Herbert, S. (2021). Overcoming challenges in assessing mathematical reasoning. *Australian Journal of Teacher Education (Online)*, *46*(8), 17-30.

Herbert, S., Vale, C., White, P., & Bragg, L. A. (2022). Engagement with a formative assessment rubric: A case of mathematical reasoning. *International Journal of Educational Research*, *111*, 101899.

Molon, J., & Figueiredo, E. S. (2015). Cálculo no Ensino Médio: Uma abordagem possível e necessária com auxílio do Software GeoGebra. Ciência e Natura, SantaMaria, v. 37 Ed. Especial PROFMAT, 2015, p. 156–178.

Ponte, J. P. D. (1999). Didácticas específicas e construção do conhecimento profissional.In *IV Congresso da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação* (p. 59-72). Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.

Ponte, J. P. da, & Quaresma, M. (2016). Teachers' professional practice conducting mathematical discussions. Educational Studies in Mathematics, 93(1), 51-66.

Ribeiro, A. J., Aguiar, M., & Trevisan, A. L. (2020). Oportunidades de aprendizagem vivenciadas por professores ao discutir coletivamente uma aula sobre padrões e regularidades. *Quadrante*, *29*(1), 52-73.

Ribeiro, A. J., & da Ponte, J. P. (2020). Um modelo teórico para organizar e compreenderas oportunidades de aprendizagem de professores para ensinar matemática. *Zetetike*, *28*, e020027-e020027.

Santos, L. F. D. (2019). Conhecimentos de professores: as articulações da geometria comas artes e culturas visuais por meio de simetrias. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, Brasil.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational researcher*, *15*(2), 4-14.

Shulman, L. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard educational review*, *57*(1), 1-23.

Trevisan, A. L., & Volpato, M. A. (2022). Discussões Matemáticas em Aulas de Cálculo Diferencial e Integral e as Ações do Professor. *Perspectivas da Educação Matemática*, *15*(37), 1-21.

IXCIBEM Congresso Iberoamericano de Educação Matemática 05 a 09 de dezembro de 2022

Ensino de Matemática e a Formação Inicial do Professor: a influência da prática de pesquisa

Mathematics Teaching and Initial Teacher Training: the influence of research practice

Enseñanza de las Matemáticas y Formación Inicial del Profesorado: la influencia de la práctica investigativa

Jonatas de Sousa Marques[331]
Universidade Estadual da Paraíba - UEPB
https://orcid.org/0000-0002-6970-823X

Silvanio de Andrade[332]
Universidade Estadual da Paraíba - UEPB
https://orcid.org/0000-0002-1490-812X

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam Matemática

Resumo

O presente trabalho tem como objetivo investigar as contribuições da prática de pesquisa no processo de formação do professor de matemática, buscando elucidar e situar o perfil do professor enquanto pesquisador de matemática, em sala de aula. A pesquisa caracteriza-se como qualitativa com abordagem do Estudo de Caso, a qual tem como finalidade encontrar e sistematizar informações detalhadas sobre um determinado fenômeno. Caracteriza-se também por ser uma estratégia que é possível se penetrar em uma realidade social. A investigação ocorreu por meio de entrevistas semiestruturadas, com professores de matemática de instituições públicas de ensino do estado da Paraíba com intuito de identificar a partir das vivências dos envolvidos, elementos que estejam constituídos de ideias concentradas em nosso objeto de estudo. Como procedimentos para análise das entrevistas usamos o Discurso do Sujeito Coletivo, o qual faz um resgate do pensamento, identificando nas opiniões individuais os sentidos que apresentam caráter semelhantes, agrupando-os em categorias semânticas globais. Ao final, por meio das descrições e análise das entrevistas, temos um apontamento para uma fragilidade recorrente na formação inicial de professores de matemática. Assim, podemos dizer, em síntese, que os professores compreendem o que é pesquisa, no entanto, não têm um embasamento teórico necessário para incorporar essa prática em sua sala de aula. Isso decorre da não efetivação da prática de pesquisa durante a formação inicial do professor de matemática nas instituições de ensino superior.

Palavras-chave: Ensino de Matemática, Formação do professor, Prática de pesquisa.

Abstract

This paper aims to investigate the contributions of research practice in the process of training the mathematics teacher, seeking to elucidate and situate the teacher's profile as a mathematics

331 profjonatasmarques@gmail.com
332 silvanio@usp.br

researcher in the classroom. The research is characterized as qualitative with a case study approach, which aims to find and systematize detailed information about a given phenomenon. It is also characterized by being a strategy that makes it possible to penetrate a social reality. The investigation took place through semi-structured interviews with mathematics teachers from public educational institutions in the state of Paraíba in order to identify, from the experiences of those involved, elements that are constituted of ideas concentrated in our object of study. As procedures for the analysis of the interviews, we used the Discourse of the Collective Subject, which makes a rescue of thought, identifying in individual opinions the meanings that have similar character, grouping them in global semantic categories. In the end, through the descriptions and analysis of the interviews, we have an indication of a fragility in the initial training of mathematics teachers. Thus, we can say, in summary, that teachers understand what research is, however, they don't have the necessary theoretical foundation to incorporate this practice in their classroom. This is due to the non-effectiveness of the research practice during the initial training of mathematics teachers in higher education institutions.

Keywords: Mathematics teaching, Teacher training, Research practice.

Resumen

El presente trabajo tiene como objetivo investigar las contribuciones de la práctica investigativa en el proceso de formación del profesor de matemáticas, buscando dilucidar y situar el perfil del profesor como investigador matemático en el aula. La investigación se caracteriza como cualitativa con un enfoque de Estudio de Caso, que tiene como objetivo encontrar y sistematizar información detallada sobre un fenómeno determinado. También se caracteriza por ser una estrategia que posibilita penetrar en una realidad social. La investigación se llevó a cabo a través de entrevistas semiestructuradas con profesores de matemáticas de instituciones educativas públicas del estado de Paraíba con el fin de identificar, a partir de las experiencias de los involucrados, elementos que se constituyen de ideas concentradas en nuestro objeto de estudio. Como procedimientos para el análisis de las entrevistas se utilizó el Discurso del Sujeto Colectivo, que hace un rescate del pensamiento, identificando en las opiniones individuales los significados que tienen carácter similar, agrupándolos en categorías semánticas globales. Al final, a través de las descripciones y análisis de las entrevistas, tenemos un indicio de una debilidad recurrente en la formación inicial de los profesores de matemáticas. Así, podemos decir, en síntesis, que los docentes entienden lo que es investigar, sin embargo, no cuentan con la fundamentación teórica necesaria para incorporar esta práctica en sus aulas. Esto se debe a la no efectividad de la práctica investigativa durante la formación inicial de los profesores de matemáticas en las instituciones de educación superior.

Palabras clave: Enseñanza de las matemáticas, Formación del profesorado, Práctica de la investigación.

Introdução

Um dos maiores desafios enfrentados hoje pelas universidades é o de promover uma ressignificação da construção do conhecimento científico e tecnológico. Consequentemente a isso, há a necessidade de se repensar os modelos hegemônicos existentes e propostos por essas instituições de ensino, no que tange a formação do professor de matemática.

Diante de experiências enquanto participante de pesquisas emergiram diversas indagações sobre a prática docente. Uma delas foi a de entender, de modo geral, se enquanto aluno da licenciatura, ao participar de programas de pesquisa, extensão ou iniciação à docência pode existir influência que possa contribuir para a formação do professor e a construção de sua identidade profissional. Logo surgiu então o seguinte questionamento: Quais as contribuições que a prática de ensino, voltada à pesquisa, traz para a formação inicial do professor de matemática?

Nesse viés, elucidamos esse questionamento tomando como objetivo primordial para essa pesquisa “Investigar as contribuições da prática de pesquisa no processo de formação do professor de matemática”.

Esse trabalho se apresenta como um recorte de uma pesquisa de mestrado, a qual foi realizada com 8 professores da rede pública de ensino do estado da Paraíba, que em sua formação inicial teve contato direto com práticas de pesquisa, como critério para as práticas oriundas de projetos de pesquisa, extensão ou programas de iniciação à docência. A entrevista era composta de 10 perguntas que buscavam elucidar o tema desse trabalho, no entanto, por se tratar de um recorte, nesse trabalho compilamos e destacamos apenas 3 dos questionamentos realizados, buscando assim, evidenciar elementos que possam nos levar a uma reflexão sobre a temática apresentada.

Referencial Teórico

Ao falar sobre a formação de professor pesquisador no Brasil, notamos que esta é uma temática muito recente. Podemos considerar que até evidenciarmos de fato essa discussão sobre formação em caráter nacional outros pesquisadores, ao redor do mundo, já a tomavam como essencial em suas pesquisas. Esses autores visavam caracterizar professores que apresentassem uma tomada de práticas através da investigação, em seu próprio âmbito de atuação, ao considerar sua prática relevante.

As primeiras pesquisas e registros acerca dessa discussão aparecem em meados dos anos de 1990, logo após o Brasil passar por um enfrentamento de crise na área das Ciências Humanas, por volta dos anos de 1970 e 1980. Surgiram nessa época diversas discussões nacionais sobre o fazer pedagógico, em que houve propostas para mudanças sobre como ensinar o conhecimento das ciências.

Pensando nas pesquisas nacionais e nas abordagens existentes no Brasil, temos os indícios de pesquisas sobre o professor pesquisador e, principalmente, no que tange a formação docente a partir das últimas décadas, em meados dos anos de 1990 e 2000. As pesquisas sobre a temática se popularizaram através dos estudos de André (1997), Lüdke (2001), Gatti (2009) e Pimenta (2005). Nessas obras podemos destacar a significativa necessidade em se falar sobre a pesquisa na prática docente.

A valorização da pesquisa na formação docente é uma discussão recente no Brasil, e vem crescendo desde meados de 1990 (ANDRÉ, 2014). Diversos autores ao longo desses anos vêm trazendo grandes contribuições para o ensino através da pesquisa, dentre eles destacamos: D'Ambrosio (2006; 2019), Ludke (2012), André (2014), Geraldi, Fiorentini e Pereira (1998), Passos (1997) e Pimenta (2000). Essas discussões enfatizam diversos aspectos importantes para essa dissertação, como: a ligação existente entre a pesquisa e a prática na formação de professores; a função didática no ensino pela pesquisa; e também, destaca o ensino como meio reflexivo sobre a prática.

Ao se pensar em pesquisa, podemos entender através do sentido amplo da palavra, sem a inserção dessa em um determinado contexto. Pádua (1996, p. 29) nos diz que "[...] pesquisa é toda atividade voltada para a solução de problemas; como atividade de busca, indagação, investigação, inquirição da realidade [...]". Essa afirmação legitima as acepções do dicionário e colocam a pesquisa como uma atividade direcionada para a resolução de problemas. No mesmo sentido, algumas definições para pesquisa também são delineadas na visão de Gatti (2003, p. 74)

> [...] pode denotar desde a simples busca de informações, localização de textos, eventos, fatos, dados, locais, até o uso de sofisticação metodológica e uso de teoria de ponta para abrir caminhos novos no conhecimento existente e mesmo a criação de novos paradigmas, métodos [...].

Buscando compreender as definições apresentadas, podemos considerar a pesquisa, em seu significado mais abrangente, como uma estratégia de ação que visa encontrar meios para se resolver determinado problema ou questionamento encontrado. No entanto, é imprescindível ter uma atenção maior quanto ao uso da palavra pesquisa, principalmente, quando ela é referida no âmbito da educação, pois segundo D'Ambrosio, B.S. e D'Ambrosio, U. (2006, p. 76): "O uso e abuso da palavra pesquisa nas sociedades modernas merece uma reflexão sobre o próprio conceito de pesquisa".

Através da perspectiva de Pesce e André (2012) caracterizamos a pesquisa não como um processo com fim próprio, mas uma atividade científica que visa atender anseios da realidade em que o indivíduo está inserido. Para estas autoras:

> A formação do professor pesquisador também pode ser vista como uma forma de ajudar a melhorar o ensino, possibilitando que o docente exerça, com os alunos, um trabalho que vise à formulação de novos conhecimentos, ou o questionamento tanto da validade quanto da pertinência dos já existentes. É essencial que o professor deixe de ser um técnico, reprodutor das práticas convencionais que são internalizadas pela força da tradição, e passe a ser autor de sua ação educativa. (PESCE; ANDRÉ, 2012, p. 43).

A pesquisa em sala de aula contempla a indagação como eixo fundamental para se conceber a idealização de conhecimentos, levando em conta a realidade como ponto que não tem fim próprio. Ou seja, pensar a realidade como aspecto que deve ser constituído em diversas ações do meio. À vista disso, os autores versam sobre o saber questionar, se comunicar e construir argumentos como um ciclo dialético, aspectos esses que quando trabalhados de maneira conjunta se tornam eficazes para a pesquisa em sala de aula

Cunha (2003) a partir desta necessidade de pesquisa apresenta três argumentos que buscam fazer uma relação entre a pesquisa e a formação. O primeiro argumento apresentado pelo autor está voltado ao questionamento em sala de aula, uma atividade constante no ambiente escolar que surge como benefício para a constituição da autonomia intelectual dos alunos. O segundo argumento implica que, para que o conhecimento seja produzido socialmente e seja compreensível, faz-se necessário que a pesquisa seja realizada numa perspectiva crítica. Nesse caso, o ponto que deve emergir e ser fundamental é o diálogo. Por fim, o terceiro argumento é intrínseco ao segundo, em que a partir do diálogo a pesquisa torna-se um meio fundamental de comunicação, que valoriza a busca do senso comum através das possibilidades existentes na construção do conhecimento.

Nessa perspectiva, os argumentos apresentados até aqui enfatizam o lugar da pesquisa como elemento nuclear no processo de formação de professores. Isso corrobora com as afirmações de Oliveira e Gonzaga (2012, p. 694) quando dizem que essa formação contribui para "[...] a postura desse professor, no cumprimento de sua profissão, tanto para si quanto para seu alunado, na formação do senso crítico, reflexivo e científico [...]".

Ludke (2009), na tentativa de encontrar critérios que classifique a pesquisa dos professores, apresenta contribuições valiosas através de sua obra intitulada: "O que conta como pesquisa?", um estudo realizado pelo Grupo de Estudos sobre a Profissão Docente da Pontifícia

Universidade Católica do Rio de Janeiro. A essência do estudo foi à atividade de pesquisa realizada pelos professores da educação básica da rede de ensino, como elemento valioso e imprescindível para o seu desenvolvimento profissional.

Mesmo não sendo possível determinar uma elucidação para o que conta como pesquisa, Ludke (2009), indica vários aspectos que orientam a inquirição de caminhos para o trabalho de pesquisa. Ressaltamos aqui a importância da fundamentação teórica na pesquisa; o cuidado e dedicação ao percurso metodológico; a reformulação do problema apresentado, buscando apresentá-lo de maneira clara e sucinta; a interrelação entre a pesquisa e suas discussões; e por fim, nas considerações finais ilustrar por meio de dados e discussões, argumentos coerentes como toda a pesquisa levantada. Ressalta também a importância da prática da pesquisa, em cursos de formação de professores, de maneira que esta se apresente em caráter contextualizado.

Com o intuito de explorar a temática alvo de estudo dessa pesquisa, tomamos como preceito uma breve análise de trabalhos acadêmicos registrados na Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD), acervo esse desenvolvido pelo Instituto Brasileiro de Informação em Ciência e Tecnologia (IBICT), que em parceria com as instituições brasileiras de ensino e pesquisa, possibilita que a comunidade brasileira de C&T publique e difunda teses e dissertações produzidas no País e no exterior, dando maior visibilidade à produção científica nacional.

Ao nos debruçarmos na busca de teses e dissertações no banco de dados objetivamos encontrar trabalhos que estivessem categoricamente dentro da mesma realidade da nossa pesquisa. A princípio essa atividade não foi de fácil acesso, visto que diversas pesquisas que estão no banco de dados do BDTD, as quais difundem a ideia de um ensino voltado pela pesquisa, não têm no corpo de seus títulos ou em suas palavras-chave menção ao tema aqui exposto. Então, tivemos que usar de diferentes artifícios e jogos de palavras para encontrar os trabalhos que aqui serão apresentados.

Em síntese, todas as pesquisas analisadas trazem concepções de grande relevância para esta pesquisa. No entanto, a pesquisa que mais se aproxima, ao evidenciar o papel do professor pesquisador no Ensino da Matemática, é a de Carneiro (2008) intitulado “Contribuições para a formação do Professor de Matemática Pesquisador nos Mestrados Profissionalizantes na área de ensino” publicado na Revista Bolema, por fazer um profundo estudo das produções existentes até então.

Nesse sentido, nossa intenção é ir além de evidenciar as características do professor pesquisador, é de fato saber como essa prática influencia a formação dos futuros professores ainda na licenciatura. Aqui as concepções e visões apresentadas pelos entrevistados trarão sentido às teorias existentes, nos dando um caráter mais pontual dessa prática

Metodologia de Pesquisa

Nessa pesquisa buscamos elucidar e situar o perfil do professor enquanto pesquisador de matemática, em sala de aula, através de uma perspectiva metodológica inserida na abordagem qualitativa de investigação. Dessa maneira, a pesquisa se situa numa abordagem que envolve a subjetividade, caracterizado através da pesquisa qualitativa, sendo essa individualizada através das seguintes abordagens:

> 1 - Na investigação qualitativa a fonte directa dos dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal; 2- A investigação qualitativa é descritiva; 3- Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos; 4- Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva; 5- O significado é de importância vital na abordagem qualitativa. (BOGDAN E BIKLEN, 1999, p. 47-51).

Diante das mais diversas modalidades de pesquisa qualitativa existentes no campo da pesquisa, optamos pelo Estudo de Caso. Esse tipo de Estudo baseia-se na história de um fenômeno que pode ser atual ou já ter ocorrido, sendo constituído através de múltiplas fontes de evidências que podem estar intrinsicamente ligadas a entrevistas sistemáticas (VOSS; TSIKRIKTSIS; FROHLICH, 2002).

A pesquisa foi realizada com 8 professores que no momento da pesquisa estavam atuando em salas de aulas de escolas da rede pública de ensino do estado da Paraíba, e que concordaram em participar da pesquisa. O critério de escolha foi a partir das vivências desses profissionais com práticas de pesquisa na graduação. Portanto, os professores deveriam ter, em seu processo de formação inicial, participado de projetos de pesquisa, projetos de extensão ou de programas de iniciação à docência.

Como instrumento de coleta de dados optamos por utilizar a entrevista de natureza semiestruturada. A nossa escolha se caracteriza como o método mais conveniente de entrevista quando se trata de pesquisas na área de educação, por ser um instrumento flexível e com disposições abertas, podendo ser reestruturadas a qualquer momento. Assim, esse tipo de entrevista corrobora com o entrevistador quando enxergamos a necessidade de realizar adaptações ao longo da investigação (LÜDKE; ANDRÉ, 1986).

Para análise dos dados da pesquisa optamos pelo Discurso do Sujeito Coletivo (DSC), estudo desenvolvido pelos pesquisadores Fernando Lefevre e Ana Maria Cavalcanti Lefevre, ambos da Universidade de São Paulo (USP). Essa metodologia de análise tem o objetivo de padronizar e sistematizar todos os procedimentos utilizados pelo pesquisador, de maneira que possa agrupar e sintetizar os discursos coletados.

Discussão dos dados

Mantendo o processo de análise, temos os Discursos do Sujeito Coletivo apresentados segundo a proposta analítica de Lefèvre e Lefèvre (2005). Na sequência apresentamos os resultados de três dos questionamentos realizados nas entrevistas e que nos revelam ideias e concepções sobre a temática do professor pesquisador juntamente da análise e discussão dos discursos elencados. Para cada uma das três perguntas serão apresentadas duas ideias centrais com o DSC (em itálico) em seguida a discussão.

Pergunta 1: Para você o que é um professor pesquisador?

Na pergunta 1 foram estabelecidas duas ideias centrais:

IC1 – Alia a atividade docente à de pesquisa.

DSC – O professor pesquisador é aquele que está fazendo relações afincas entre a prática docente e as atividades de pesquisa.

Para grande parte dos professores entrevistados esse é um ponto norteador para uma boa prática de ensino e principalmente de aprendizagem, por se tornar um momento de interação e de apropriação do conhecimento empírico apresentado em sala de aula de matemática. Nesse aspecto, é perceptível que os participantes da pesquisa conseguem estabelecer conjecturas ao perceber que o professor formador é capaz de instituir uma relação mais afincada entre sua prática docente e atividades práticas de pesquisa.

IC2 – Olhar crítico reflexivo da prática visando a melhoria do processo de ensino e aprendizagem.

DSC – O professor pesquisador é aquele que tem em sua ação docente a necessidade de estar em constante reflexão, visando sempre a melhoria do processo de ensino e aprendizagem.

Em qualquer situação, seja ela na formação inicial, continuada ou durante o processo de ensino e prática docente, a reflexão deve estar presente como pilar fundamental para a compreensão da prática de pesquisa na educação num aspecto geral. Como já apresentado anteriormente Oliveira e Gonzaga (2012, p. 694) afirmam que a pesquisa é um elemento nuclear que contribui para "[...] a postura desse professor, no cumprimento de sua profissão, tanto para si quanto para seu alunado, na formação do senso crítico, reflexivo e científico".

Pergunta 2: Para você que pontos marcam as características do professor pesquisador?

Para o segundo questionamento houveram também suas ideias centrais encontradas

IC1 – A estreita relação entre a pesquisa com a prática de sala de aula.

DSC – As principais características são a união entre a teoria e a prática, pois a partir da curiosidade e da inquietação o professor busca por meio da investigação descobrir o novo, com a intenção de entender as ações que envolvem a sala de aula como forma de melhorar o ensino, e assim influenciar outros professores.

É notório que em diversos momentos os participantes da pesquisa mencionem a conexão existente entre a pesquisa e a prática docente para justificar e determinar seus conceitos sobre o tema abordado. Aqui, é nítido que eles entendem que o professor pesquisador em matemática é caracterizado a partir do momento em que esse, por meio de sua prática docente, consegue estabelecer essa estreita relação entre a pesquisa e a prática de sala de aula.

IC2 – Reflexão sobre a própria prática.

DSC – A reflexão sobre a prática e o comprometimento com o seu trabalho.

Ao partir do que foi exposto, Nóvoa (2001) traz esse caráter reflexivo do professor e vai mais além ao declarar que de nada difere o professor pesquisador do professor reflexivo. Ao continuar a reflexão, Nóvoa (2001) menciona que a prática de pesquisa requer que o professor cumpra um papel de educador que tem atrelado ao seu trabalho um perfil de curiosidade.

Pergunta 3: Quais as contribuições da prática de pesquisa na formação do professor?

Foram identificadas duas ideias centrais que se apresentam a seguir

IC1 – O aperfeiçoamento da prática pedagógica

DSC – Eu acredito que a principal contribuição da prática de pesquisa na formação do professor é o aperfeiçoamento da prática pedagógica na intenção de estar sempre se atualizando e buscando através das mais diversas metodologias os mecanismos necessários para efetivar e melhorar o processo de ensino e aprendizagem, aproximando-o de uma prática mais reflexiva.

O professor enquanto ser crítico deve receber estímulos que contribuam para que o mesmo possa se aprimorar através de estudos e pesquisas, visando sempre manter uma estreita influência com seu ser pessoal. Independentemente dos resultados do professor, seja ela de sucesso ou de fracasso, sua prática é permanentemente analisada e se torna foco de questionamentos. Diante dessa análise constante, o professor deve se conscientizar de que esses são fatores preponderantes que devem ser repensados.

IC2 – Aproximação do universo acadêmico e realidade escolar.

DSC – Vejo como uma alternativa capaz de aproximar o universo acadêmico e a realidade escolar.

Uma das principais preocupações de qualquer aluno, enquanto licenciando em matemática, é ser conhecedor da realidade de sala de aula nas escolas do país. Inquietações essas que marcam durante boa parte da formação inicial desses indivíduos em saber até que ponto estão preparados para adentrar esse ambiente e se tornar mais um formador de cidadãos. Uma dessas inquietudes é saber como fazer a abordagem dos conteúdos específicos da disciplina, fazendo com que os alunos encontrem sentido para tal. Segundo Fazenda (1999), necessitamos instigar no aluno o prazer pelo incerto, pela dúvida, pela pesquisa, estimulando-os a trilhar novos caminhos teóricos para a elucidação do real. Dessa maneira, poderemos ter a visão da garantia de um ensino globalizado rompendo os limites do conhecimento, por meio da pesquisa

Conclusões

É notório diante de todo o levantamento teórico e pautando-se nas entrevistas feitas com os professores de matemática, que há uma grande necessidade de mudanças nas práticas realizadas em sala de aula, e ainda, que seja necessário um trabalho mais profundo no quesito pesquisa em sala de aula.

Entendemos ser fundamental essa conversa, assim como, o levantamento de ideias para que pudéssemos encontrar quais os aspectos norteadores da prática de pesquisa voltado ao

ensino da matemática. Mediante a pesquisa situada como estudo de caso, foi possível entender que essa temática é bastante atual devendo se fazer presente na prática de toda sala de aula de matemática. Por meio das entrevistas fica claro e evidente os anseios que cada professor de matemática abordado tem em relação ao sistema educacional, as oportunidades de formação e, consequentemente, o sucesso de sua prática docente. Sucesso esse refletido no bom desenvolvimento cognitivo e reflexivo do aluno.

Em linhas gerais, constatamos que diante de todas as falas aqui apresentadas os professores têm a mesma base teórica como ideia para a compreensão da prática de ensino voltada à pesquisa, ou seja, existe de certa forma uma complementaridade entre as discussões que no todo dão sentido ao nosso trabalho.

Fazer pesquisa na sala de aula de matemática sugere uma atitude investigativa em que o professor consegue estabelecer relações diretas entre os objetos de conhecimento específicos e a ação docente, sendo capaz de levantar hipóteses, filtrar e articular os dados encontrados, constituindo assim um pensamento crítico, reflexivo e acima de tudo investigativo.

Referências

ANDRÉ, M. et al. **O papel da pesquisa na formação e na prática dos professores.** 10. ed. Campinas, SP: Papirus, 2014.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação:** uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 1994.

CARNEIRO, V. C. G. **Contribuições para a Formação do Professor de Matemática Pesquisador nos Mestrados Profissionalizantes na Área de Ensino**. Bolema, Rio Claro – SP, Ano 21, nº 29, 2008, p 199 a 222.

CUNHA, M. I. **Pesquisa e pós-graduação em educação:** o sentido político e pedagógico da formação. 2003. Disponível em:< https://www.anped.org.br/reunioes/26/outrostextos/semariaisabeldacunha.doc>. Acesso em: 18 ago. 2018.

D'AMBROSIO, B. S.; D'AMBROSIO, U. **Formação de professores de matemática:** professor-pesquisador. v. 1, n. 1, p. 75-85, jan./abr. 2006. Disponível em:<http://proxy.furb.br/ojs/index.php/atosdepesquisa/article/view/65/33>. Acesso em: 18 jun. 2018.

FAZENDA, I. C. **Interdisciplinaridade:** história, teoria e pesquisa. 18 ed. Campinas: Papirus, 2011.

GATTI, B. A. **Formação do professor pesquisador para o ensino superior:** desafios. Psicologia da Educação, São Paulo, 16, 1º sem. de 2003, p. 73-82. Disponível em:<https://revistas.pucsp.br/index.php/psicoeduca/article/view/31379/21911>. Acesso em: 03 jun. 2018.

LEFEVRE, F, LEFEVRE, A. M. C. **Depoimentos e discursos**. Brasília, DF: Liber Livro Editora, 2005.

LÜDKE, M. (Coord.). **O que conta como pesquisa?** São Paulo: Cortez, 2009.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. **Pesquisa em educação:** abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

OLIVEIRA, C. B. O; GONZAGA, A. M. Professor pesquisador - educação científica: o estágio com pesquisa na formação de professores para os anos iniciais. **Revista Ciência & Educação**, v. 18, n. 3, p. 689-702, 2012.

PÁDUA, E. M. M. de. **Metodologia da pesquisa:** abordagem teórico-prática. Campinas: Papirus, 1996.

PESCE, M. K. Formação do professor pesquisador na perspectiva do professor formador. **Revista Brasileira de Pesquisa sobre Formação Docente**, Belo Horizonte, v. 4, n. 7, p. 39-50, jul./dez. 2012. Disponível em: <https://revformacaodocente.com.br/index.php/rbpfp/article/view/62>. Acesso em: 15 maio 2019.

VOSS, C.; TSIKRIKTSIS, N.; FROHLICH, M. Case research in operations management. **International Journal of Operations & Production Management**, v. 22, n. 2, p. 195-219, 2002.

IX CIBEM
Congresso Iberoamericano de Educação Matemática
05 a 09 de dezembro de 2022

Abordagem de elementos da natureza do conhecimento matemático na Base Comum Curricular (BNCC): uma reflexão sobre possíveis implicações para a formação de professores que ensinam matemática

Approaching elements of the nature of mathematical knowledge in the Common Curricular Base (BNCC): a reflection on possible implications for the training of teachers who teach mathematics

Aproximación a elementos de la naturaleza del conocimiento matemático en la Base Curricular Común (BNCC): una reflexión sobre posibles implicaciones para la formación de profesores que enseñan matemáticas

Ismael Santos Lira[333]
Universidade Federal da Bahia
https://orcid.org/0000-0003-1023-6319 Orcid

Juliana Santana Moura[334]
Universidade Federal da Bahia
https://orcid.org/0000-0002-1621-8712 Orcid

Anderson Souza Neves[335]
Universidade Federal da Bahia
https://orcid.org/0000-0002-6631-194X Orcid

Abel de Oliveira Carneiro [336]
Secretaria Estadual de Educação da Bahia
https://orcid.org/0000-0002-7432-6383 Orcid

Modalidade: (Comunicação)
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam matemática

Resumo

Neste artigo apresentamos uma reflexão sobre a abordagem de elementos da natureza do conhecimento matemático na Base Nacional Comum Curricular do Ensino Fundamental. Buscamos pistas das bases filosóficas da natureza do conhecimento matemático subjacentes neste documento. Para indicarmos algumas possíveis implicações de tal abordagem para a formação de professores que ensinam matemática, lançamos mão de literatura especializada em Filosofia da Matemática, Filosofia da Educação Matemática e Formação Docente.

Palavras-chave: Formação de professores que ensinam matemática, Natureza do conhecimento matemático, BNCC.

Abstract

333 ismael.lira@ufba.br
334 moura.sj@gmail.com
335 andersonsneves@gmail.com
336 abeldeoliveiracarneiro@gmail.com

In this paper, we present a reflection on the approach of elements of the nature of mathematical knowledge in the National Common Curriculum Base of Elementary Education. We seek clues to the socio-philosophical underpinnings of the nature of mathematical knowledge underlying this document. In order to suggest some possible implications of such an approach for the training of teachers who teach mathematics, we use specialized literature on Philosophy of Mathematics, Philosophy of Mathematics Education, and Teacher Training.

Keywords: Training of teachers who teach mathematics, Nature of mathematical knowledge, BNCC.

Resumen

En este artículo presentamos una reflexión sobre el abordaje de elementos de la naturaleza del saber matemático en la Base Curricular Común Nacional de Educación Básica. Buscamos pistas sobre los fundamentos sociofilosóficos de la naturaleza del conocimiento matemático que subyace a este documento. Para señalar algunas posibles implicaciones de tal enfoque para la formación de profesores que enseñan matemáticas, utilizamos literatura especializada en Filosofía de las Matemáticas, Filosofía de la Educación Matemática y Formación de Profesores.

Palabras clave: Formación de profesores que enseñan matemáticas, Naturaleza del conocimiento matemático, BNCC.

Introdução

Na década de 1970, surgiu um movimento internacional defendendo não ser suficiente o ensino **de ciências**, propondo ser necessário também o ensino **sobre a ciência**, ou seja, abordagem de aspectos de sua natureza (Ferreira & Marais, 2010). A inclusão desses elementos metacientíficos nos currículos de Ciências da Natureza influenciou sua adoção nos currículos de Matemática em alguns países como a Espanha (Robayna & Machín, 2003). Esse texto emerge dos seguintes questionamentos: quais são as bases filosóficas do conhecimento matemático subjacentes na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) do Ensino Fundamental (Brasil, 2018)? Quais possíveis implicações do ensino **"sobre Matemática"** para a formação docente?

Robayna e Machín (2003) chamam nossa atenção para o fato de os professores, ainda que inconscientemente, posicionarem-se em um dos dois grandes polos que têm marcado, por séculos, a disputa ontológica e epistemológica sobre a natureza do conhecimento matemático. Historicamente, as diversas concepções filosóficas acerca da natureza desse conhecimento podem ser agrupadas em duas grandes posições antagônicas: a prescritiva (ou normativa) e a descritiva (ou naturalista). A primeira, relacionada à uma posição absolutista tomando a Matemática como um conjunto de conhecimentos herméticos e infalíveis (Ortega & Santos, 2018, Becker, 2019). A segunda reconhece os aspectos sociais na produção do conhecimento e toma a Matemática como uma produção humana historicamente determinada (Restivo, 2017).

Se tomarmos a natureza do conhecimento matemático como objeto de ensino, isso nos impõe a busca pela visão filosófica de Matemática que está subjacente no documento curricular de observação obrigatória, que é a BNCC. Dessa forma, estaremos em condições de indicar algumas implicações dessa abordagem para formação de professores que ensinam matemática. Para isso, procedemos à leitura deste documento, buscando identificar trechos que nos deem pistas sobre qual natureza do conhecimento matemático é apresentada e defendida.

Na próxima seção apresentamos um panorama das correntes e vertentes filosóficas que influenciaram as concepções de conhecimento matemático e seus desdobramentos na Filosofia da Educação Matemática, na seção seguinte, abordamos a visão de conhecimento matemático subjacente na BNCC do Ensino Fundamental e, por fim, indicamos algumas possíveis implicações para a formação de professores que ensinam matemática.

Natureza do conhecimento matemático: um campo de disputa

Uma aproximação das discussões acerca da natureza do conhecimento matemático perpassa pelo estudo da Filosofia da Matemática e da Filosofia da Educação Matemática e suas correntes e pressupostos (Restivo, 2017, Ortega & Santo, 2018, Becker, 2019). Exige que nos desprendemos de preconceitos e estejamos dispostos a conhecer diversos modos de como a matemática foi e é concebida ou construída. Implica sobretudo pensar quais concepções de conhecimento matemático carregamos e defendemos.

Alguns questionamentos nos ajudarão a refletir sobre a natureza do conhecimento matemático tais como: a matemática foi criada ou foi descoberta? Essas provocações nos conectam com nossos processos formativos e com as nossas trajetórias de aprendizagem. Perceberemos, ao fazer esses questionamentos, que nosso fazer docente é norteado por essas concepções e, consequentemente, passamos a nos dar conta de como elas embasam as diretrizes curriculares para o Ensino de Matemática, que por sua vez, estarão presentes não só em nossos currículos escolares, mas também direcionando nossos processos formativos.

O conhecimento matemático tem um lugar importante na formação humana, desde os tempos mais remotos até o atual estágio de desenvolvimento da humanidade. Por muito tempo, e ainda nos dias atuais, o conhecimento matemático é concebido como um ato de gênio, privilégio de mentes geniais. Esta visão da matemática, denominada também de visão absolutista, está presente, conforme veremos mais adiante, nas principais correntes do pensamento matemático (Bicudo e Garnica, 2011).

O conhecimento ou desconhecimento da natureza do conhecimento matemático também se desdobra nos processos de ensino e aprendizagem, mais especificamente, nas formas de ensinar matemática e nas dificuldades de aprendizagem da matemática (Ortega & Santos, 2018). Essa visão da matemática como conhecimento dado, como verdades inquestionáveis, alcançável apenas por mentes dotadas de grande capacidade intelectual, pode ser facilmente encontrada ao nos aproximarmos do estudo da natureza do conhecimento matemático. Desconstruir ou questionar essas visões e concepções é fundamental para transformarmos nossos currículos e nossa prática pedagógica.

O conhecimento matemático fundamenta-se em duas grandes vertentes filosóficas mais disseminadas no ocidente: o idealismo (ou realismo) platônico e o antirrealismo aristotélico (Robayna & Machín, 2003). Para Platão (427-428 a.c.), os objetos matemáticos estariam situados em um mundo ideal e o papel do mestre seria conduzir o seu discípulo, por meio de um diálogo, aproximando-o desses entes ideais. Portanto, o mundo dos objetos matemáticos de Platão é perfeito e incorruptível e o estudo da Matemática centra-se no esforço de acessar e expressar este mundo ideal.

O antirrealismo firma-se nas ideias de Aristóteles (384 a.C. - 322 a.C.), que divergem parcialmente das ideias de Platão, pois considerava como ele, a existência da matemática independente do ser humano, mas os objetos matemáticos estariam nesse mundo e estariam acessíveis pelo conhecimento e pelos sentidos (Mondini, 2008). Nesse caso, o homem passa de descobridor (platonismo) para construtor. A matemática, dentro dessa perspectiva, é concebida como resultado da criação humana, resultante da sua interação com o mundo, constituindo-se como ferramenta que serve para descrever o mundo (Agne & Harres, 2016).

Das duas correntes filosóficas desdobraram-se em três correntes que influenciaram as discussões em torno do conhecimento matemático no final do século XIX, a saber: o realismo, o conceptualismo e o nominalismo (Agne & Harres, 2016). Estas correntes abordam a natureza dos universais que são conceitos metafísicos que caracterizam as ideias ou essências comuns a todas as coisas que pertencem a um mesmo conjunto. Esses conceitos são representações de algo, um elo entre um sujeito que conhece e o objeto conhecido. Por meio do conceito, o sujeito pode referir- se às coisas do mundo e comunicar as outras pessoas os seus conhecimentos e saberes.

O realismo (corrente filosófica firmada no platonismo) deu origem a vertente matemática logicista, que tem como expoentes Frege, Weierstrass e Dediking, e tinha como objetivo tornar a matemática uma ciência consistente (Mondini, 2008). Os conceitos matemáticos são definidos pelo logicismo em termos lógicos. Para isso, eles desenvolveram um sistema lógico (novas notações, expressões e formas de análise) mais sofisticado e preciso.

Este avanço permitiu o desenvolvimento da informática e suas tecnologias no século XX possibilitando o surgimento das geometrias não euclidianas e a teoria dos conjuntos com a atual noção de infinito. Esta vertente busca organizar a matemática como uma ciência sem contradições e oportunizar as investigações em Matemática pura. É importante destacar que, segundo Mondini (2008) e Agne & Harres (2016), o logicismo foi marco da Lógica Matemática e fundamental para o aparecimento de novos cientistas matemáticos que o questionaram, considerando a matemática clássica falível, fundando a segunda vertente que veremos a seguir.

Para os conceptualistas, um conceito é somente o que é possível de ser entendido pela mente, ou seja, a representação intelectual das coisas. A corrente conceptualista deu origem a vertente *intuicionismo*, tendo como principal expoente Brower, que admitiu as ideias de conhecimento *a priori* de Kant. Nesta perspectiva (*apriorista*), segundo Agne & Harres (2016), o conhecimento se adquire pela razão, não pela experiência, ou seja, é deduzido. No intuicionismo, os objetos e conceitos matemáticos são construídos pela mente do matemático, não surgem da relação empírica, a matemática nesta perspectiva é construção. Desse modo, o que não partisse da intuição não era Matemática (Mondini, 2008, p. 5).

No século XX, vemos o surgimento de mais uma vertente, o *nominalismo*. Para os nominalistas, um conceito é apenas um nome, uma expressão fonética, de forma que as concepções abstratas e ideais são rejeitadas, sendo admissíveis apenas as realidades empíricas. O nominalismo deu origem à vertente formalista. No formalismo, que teve David Hilbert (1862-1943) como principal expoente, os entes não são preexistentes, assim como no intuicionismo que a matemática é deduzida, mas diferente deste, a matemática formalista é alicerçada pela construção de conceitos, a partir de axiomas (verdades demonstráveis) (Berns, Wichnoski & Merli, 2019). Seguindo esta perspectiva, toda a Matemática pode ser construída a partir de verdades não demonstráveis que, num desencadeamento lógico de proposições, podem ser demonstradas todas as suas verdades (Agne & Harres, 2016).

Apresentamos, na seção seguinte, trechos da BNCC que podem lançar luzes sobre a visão de conhecimento matemático, subjacente nesse documento curricular, e como as filosofias explicitadas podem influenciar na prática e na articulação desse documento que envolve formas de ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos.

A natureza do conhecimento matemático na BNCC

Com base em alguns excertos da BNCC, buscamos refletir sobre a natureza do conhecimento matemático expresso neste documento. Nesse contexto, analisamos alguns trechos que abordam essa temática. Iniciamos a discussão apresentando como a Matemática é definida:

> *"Apesar de a Matemática ser, por excelência, uma ciência hipotético-dedutiva, porque suas demonstrações se apoiam sobre um sistema de axiomas e postulados, é de fundamental importância também considerar o papel heurístico das experimentações na aprendizagem da Matemática" (BRASIL, 2018, p. 265).*

Como a Matemática é apresentada como um conhecimento de natureza hipotético-dedutiva, isso esclarece a tendência de o documento destacar a importância da experimentação no ensino de Matemática, no intuito de favorecer uma aprendizagem que favoreçam mais autonomia dos estudantes, mostrando que os conhecimentos não surgem do nada, que eles surgem de problemas práticos, de interesses da comunidade e sofre influências da cultura do povo que a constrói.

> *[A Matemática] precisa garantir que os alunos relacionem observações empíricas do mundo real a representações (tabelas, figuras e esquemas) e associem essas representações a uma atividade matemática (conceitos e propriedades), fazendo induções e conjecturas. [...] A dedução de algumas propriedades e a verificação de conjecturas, a partir de outras, podem ser estimuladas, sobretudo ao final do Ensino Fundamental" (BRASIL, 2018, p. 265).*

Precisamos buscar elementos específicos, que remetem a como a natureza desse conhecimento implica nas indicações de como trabalhar cada unidade (conteúdos) ao longo desta etapa. É importante destacar que a BNCC propõe cinco unidades temáticas, correlacionadas, que orientam a formulação de habilidades a serem desenvolvidas ao longo do Ensino Fundamental. Cada uma delas pode receber ênfase diferente, a depender do ano de escolarização. Essas unidades temáticas são: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, e Probabilidade e Estatísticas. (BRASIL, 2018).

Passemos então a discutir sobre tais aspectos.

> *[Números] No processo da construção da noção de número, os alunos precisam desenvolver, entre outras, as ideias de aproximação, proporcionalidade, equivalência e ordem, noções fundamentais da Matemática. Para essa construção, é importante propor, por meio de situações significativas, sucessivas ampliações dos campos numéricos [...] (BRASIL, 2018, p. 268).*

Percebemos que a BNCC aponta para o processo de construção do conhecimento matemático, o que nos permite inferir que mesmo definindo a Matemática como uma ciência hipotético-dedutiva, o documento, também entende a mesma como uma ferramenta, que corresponde a corrente do antirrealismo aristotélico, discutido por Agne (2013). No entanto, é importante destacar que não se percebe nenhuma orientação referente ao como construir essa noção de número, ao como trabalhar isso levando em conta os aspectos históricos e filosóficos, ou seja, como realmente trabalhar a natureza da concepção de Número.

> *"[Álgebra] Em síntese, essa unidade temática deve enfatizar o desenvolvimento de uma linguagem, o estabelecimento de generalizações, a análise da interdependência de grandezas e a resolução de problemas por meio de equações ou inequações" (BRASIL, 2018, p. 270).*

Percebemos aqui a concepção de que a Matemática pode ser entendida como uma Linguagem e uma tímida indicação ao processo de construção do conhecimento, quando se indica a necessidade do desenvolvimento, por parte dos estudantes, de generalizações acerca do objeto de estudo.

> *"[Geometria] o ensino de Geometria precisa ser visto como consolidação e ampliação das aprendizagens realizadas. [...] Esses conceitos devem ter destaque nessa fase do Ensino Fundamental, de modo que os alunos sejam capazes de reconhecer as condições necessárias e suficientes para obter triângulos congruentes ou semelhantes e que saibam aplicar esse conhecimento para realizar demonstrações simples, contribuindo para a formação de um tipo de raciocínio importante para a Matemática, o raciocínio hipotético-dedutivo" (BRASIL, 2018, p. 272).*

Nesse trecho, a natureza hipotético-dedutivo do conhecimento matemático é mais uma vez explicitada, pois a unidade temática de Geometria apresenta-se de modo a buscar estimular o desenvolvimento do raciocínio por meio da utilização de determinadas leis e teoremas e das demonstrações desses últimos.

No entanto, é importante destacar, novamente, que nenhuma indicação é feita acerca sobre os aspectos filosóficos e históricos da construção do conhecimento geométrico, não se apresenta indicações para se trabalhar o quando, como e porquê do surgimento dos objetos geométricos. Essa ausência pode passar a ideia de que a Matemática e seus objetos estão prontos e acabados, de que não são frutos de uma ciência humana, que se desenvolveu progressivamente.

> *"[Grandezas e Medidas] Essa unidade temática contribui ainda para a consolidação e ampliação da noção de número, a aplicação de noções geométricas e a construção do pensamento algébrico" (BRASIL, 2018, p. 273).*

Aqui percebemos aspectos relacionados com a construção do pensamento matemático, ou seja, as indicações remetem a necessidade de garantir que o aluno aprenda de forma efetiva a noção de número (quando se fala em consolidação e ampliação) bem como que ele saiba as aplicações das noções geométricas, saindo do campo teórico para o prático.

> *"[Probabilidade e Estatística] Ela propõe a abordagem de conceitos, fatos e procedimentos presentes em muitas situações-problema da vida cotidiana, das ciências e da tecnologia. Assim, todos os cidadãos precisam desenvolver habilidades para coletar, organizar, representar, interpretar e analisar dados em uma variedade de contextos, de maneira a fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões adequadas" (BRASIL, 2018, p. 274).*

Nessa unidade temática, é possível perceber aspectos relacionados a natureza da ciência como um todo. Quanto se apresenta que "todos os cidadãos precisam desenvolver habilidades para coletar, organizar, representar, interpretar e analisar dados em uma variedade de contextos, de maneira a fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões adequadas" torna-se claro a intenção de aproximar os alunos das atividades de construção do conhecimento, da atividade desenvolvida pelos grandes pensadores ao longo dos anos. No entanto, como nenhuma outra orientação é dada acerca desses aspectos, deve-se ter cuidado para que o professor não desenvolva seu trabalho de forma a transformar os alunos em "mini cientistas", desconsiderando todos os aspectos históricos, filosóficos e sociológicos que estão por traz da natureza da ciência e do trabalho do cientista e do matemático.

De forma geral, abordamos alguns aspectos presentes na apresentação de cada unidade temática. Destacamos, entretanto, que em nenhuma delas, ao longo dos Anos Finais do Ensino Fundamental, é sugerida habilidades ou procedimentos metodológicos que possibilitem o desenvolvimento da primeira competência específica definida na BNCC, que é a de "reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho". (Brasil, 2018, p. 267)

Destacamos a necessidade de que, ao se discutir sobre a natureza do conhecimento matemático, fique claro, para o aluno, a ideia de que a Matemática não é uma ciência pronta e acabada, pois é possível encontrarmos contraexemplos, falseando conjecturas já aceitas na comunidade científica, mostrando que os conhecimentos matemáticos são dinâmicos.

Ao definir a Matemática como uma ciência hipotético-dedutiva, percebe-se que BNCC propõe uma tentativa de reconciliação das históricas vertentes filosóficas do conhecimento matemático, o realismo platônico e antirrealismo aristotélico.

> *"[A Matemática] precisa garantir que os alunos relacionem observações empíricas do mundo real a representações (tabelas, figuras e esquemas) e associem essas representações a uma atividade matemática (conceitos e propriedades), fazendo induções e conjecturas. [...] A dedução de algumas propriedades e a verificação de conjecturas, a partir de outras, podem ser estimuladas, sobretudo ao final do Ensino Fundamental" (BRASIL, 2018, p. 265).*

Ao prescrever tal aspecto no ensino da Matemática durante o Ensino Fundamental, consideramos que a BNCC contribui para que o aluno compreenda a natureza do conhecimento matemático, pois pode favorecer a percepção de como tais conhecimentos estão relacionados com o mundo real, com problemas de uma comunidade. Esse aspecto pode contribuir para o entendimento da matemática como uma lente capaz de nos ajudar a ler e interpretar o mundo ao nosso redor. Na seção seguintes apontamos algumas possíveis implicações dessa abordagem para a formação docente,

Possíveis implicações para a formação de professores que ensinam matemática

Consideramos que a tomada de consciência de professores que ensinam matemática em processo de formação sobre os embates filosóficos acerca da natureza do conhecimento matemático e da relevância de outras dimensões metacientíficas, na formação docente, como, por exemplo, a valorização da pluralidade de culturas (não européias) que produziram/produzem conhecimentos matemáticos para responder às suas próprias demandas (D'Ambrosio, 2011) pode acarretar mudanças no fazer docente. Porque diferentes concepções de Matemática promovem diferentes modos de relação dos professores com os objetos de ensino (o quê ensinar?); com os estudantes (como ensinar?) e leva a modelos de formação docente diferentes (que tipo de docente desejamos formar?) (Alvarez, Laverde & Morales, 2012, Pimenta & Lima, 2012).

Por isso, ambicionamos como uma utopia possível e necessária (Pimenta & Lima, 2012), uma formação docente que contemple uma abordagem aprofundada da multiplicidade de concepções quanto à natureza do conhecimento matemático. Assim, as contribuições da Filosofia da Matemática e da Filosofia da Educação Matemática constituem-se em aportes essenciais nessa empreitada. Em concordância Robayna e Machín (2003), reconhecemos que os professores que ensinam matemática podem tornar o ensino verdadeiramente emancipador e, portanto, potencializador da autonomia dos estudantes, ao propiciar atividades e/ou tarefas que partam de uma visão histórica e crítica dos objetos e da linguagem matemática. Consideramos essa uma das possíveis implicações favoráveis à abordagem de elementos metacientíficos como a natureza do conhecimento matemático na formação inicial e contínua.

Destacamos que a BNCC falha em não abordar explicitamente sugestões de como os professores que ensinam matemática podem abordar essa temática. Alertamos ainda para o fato de que a formação docente seja inicial ou contínua não pode ser reduzida à preparação para a implementação da BNCC. É necessário que as discussões sobre a natureza do conhecimento matemático, na licenciatura, nos encontros de formação contínua, transcendam as prescrições curriculares e tome como referência o fato de que os estudantes do Ensino Fundamental precisam apropriar-se criticamente de diferentes visões do que seja a Matemática e seus entes.

Considerações Finais

As análises do texto da BNCC apresentadas neste trabalho evidenciam uma predileção ao antirrealismo Aristotélico, mais especificamente, diante da integração entre o intuicionismo e o formalismo, na perspectiva do desenvolvimento de um trabalho de natureza hipotético-dedutivo. Apesar dessa constatação, ainda observamos apenas lampejos dessa discussão no documento. Isso significa que é preciso avançarmos para que os processos formativos contemplem essas discussões (deforma aprofundada) e como resultado tenhamos, vez mais, propostas de ensino baseados em aspectos da natureza do conhecimento matemático que se apropriem das contribuições da história e da Filosofia Matemática.

Referências

Agne, L. S. & Harres, J. B. S. (2016). Influências Filosóficas no Educar pela Pesquisa em Matemática. REVEMAT. Florianópolis (SC), v.11, Ed. Filosofia da Educ. Matemática, pp. 117-133.

Alvarez, D. C. C., Laverde,Y. C. M., & Morales, C. E. R.. (2012) La naturaleza del conocimiento matemático y su impacto en las concepciones del profesor. Revista de investigación, desarrollo e innovación, 2(2), pp. 49-59.

Becker, F. (2019). Construção do Conhecimento Matemático: natureza, transmissão e gênese. *Bolema*: Boletim de Educação Matemática [online], 33(65), pp. 963-987.

Berns, M., Wichnoski, P., & Merli , R. F. (2019). Implicações da Filosofia da Matemática na elaboração e mediação de tarefas matemáticas. Ens. Tecnol. R., Londrina, v. 3, n. 2, jul./dez. 2019. pp. 198-213.

Bicudo, M. A. V.; Garnica, A. V. (2011) M. Filosofia da Educação Matemática. 4. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, pp. 88-96.

Brasil, Ministério da Educação - MEC (2018). Base Nacional Comum Curricular. Brasília.

D'Ambrosio, U. (2011). Priorizar História e Filosofia da Matemática na Educação. In *XIII CIAEM-ICME*, Recife, Brasil.

Ferreira, S., & Morais, A. M. (2010). A natureza da ciência nos currículos de ciências: estudo do currículo de ciências naturais do 3.º ciclo do ensino básico. *Revista Portuguesa de Educação*, Lisboa, 23(1) (pp. 119-156).

Mondini, F. (2008). O logicismo, o Formalismo e o Intuicionismo e seus diferentes Modos de Pensar a Matemática. In *Encontro Brasileiro De Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática*, 12., 2008. Anais... Rio Claro: UNESP. [online].

Ortega, E. M. V., & Santos, V. de M. (2018). *A relação dos alunos do curso de Pedagogia com o conhecimento matemático e seu ensino: um estudo longitudinal*. Holos, 2, pp. 207–224.

Pimenta, S. G., & Lima, M. S. L. (2012). Estágio e docência - teoria e prática: diferentes concepções. In *Formação da pedagoga e do pedagogo: pressupostos e perspectivas* (p. 244). Marília: Cultura Acadêmica.

Restivo, S. (2017). The Social Construction of Mathematics. *Sociology, Science, and the End of Philosophy*, pp. 253–281.

Robayna, M. M. S.; Machín, M. C. (2003). Conocimiento Matemático y Enseñanza de las Matemáticas en la Educación Secundaria. Algunas Reflexiones, *Boletín de la Asociación Matemáica Venezolana*, 10 (2).

Pesquisas embasadas na perspectiva da Matemática para o ensino e do Concept Study e estudos que abordam o conceito de função para o ensino

Research based on the perspective of Mathematics for teaching and the Concept Study and studies that address the concept of function for teaching

Investigaciones basadas en la perspectiva de las Matemáticas para la enseñanza y el Estudio del Concepto y estudios que abordan el concepto de función para la enseñanza

Tatiana Bonomo de Sousa[337],
Secretaria da Educação do Estado do Espírito Santo
https://orcid.org/0000-0002-4906-6428

Maria Auxiliadora Vilela Paiva [338]
Instituto Federal do Espírito Santo
https://orcid.org/0000-0003-2713-1345

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam Matemática

Resumo

Este artigo tem por objetivo discutir pesquisas mapeadas na linha de formação de professores e embasadas na perspectiva da Matemática para o ensino e do Concept Study, assim como estudos que abordam o conceito de função para o ensino. Trata-se de parte de uma revisão sistemática de literatura de uma pesquisa em andamento. Para o seu mapeamento, foi realizada a seleção de trabalhos e a identificação de pesquisas relacionadas às temáticas referenciadas em diversas bases de dados e acervos de universidades e de institutos federais. Para isso, buscou-se identificar e organizar os trabalhos nas seguintes categorias: autor, instituição, questões investigativas e principais considerações, com intuito de produzir uma síntese de dados e resultados mais gerais para subsidiar o objeto de investigação. Após a análise dos trabalhos, constatamos a necessidade da ampliação de estudos referentes à formação de professores que ensinam matemática que investiguem o processo de formação docente e o modo como os professores ressignificam seus saberes a partir da investigação coletiva de conceitos matemáticos, inclusive os relacionados ao conceito de função para o ensino.

Palavras-chave: Matemática para o ensino, Concept Study, Conceito de função para o ensino.

Abstract

This article aims to discuss research mapped in the line of teacher education and based on the perspective of Mathematics for teaching and the Concept Study, as well as studies that approach the concept of function for teaching. It is part of a systematic literature review of an ongoing

337 tatibonomo@gmail.com
338 vilelapaiva@gmail.com

research. For its mapping, the selection of works and the identification of research related to the themes referenced in several databases and collections of universities and federal institutes were carried out. For this, we sought to identify and organize the works in the following categories: author, institution, investigative questions and main considerations, in order to produce a synthesis of data and more general results to support the object of investigation. After analyzing the works, we found the need to expand studies related to the training of teachers who teach mathematics that investigate the process of teacher education and the way in which teachers resignify their knowledge from the collective investigation of mathematical concepts, including those related to the function concept for teaching.

Keywords: Mathematics for teaching, Concept Study, concept of function for teaching.

Resumen

Este artículo tiene como objetivo discutir investigaciones mapeadas en la línea de formación de profesores y basadas en la perspectiva de la Matemática para la enseñanza y el Estudio del Concepto, así como estudios que abordan el concepto de función para la enseñanza. Es parte de una revisión sistemática de la literatura de una investigación en curso. Para su mapeo, se realizó la selección de trabajos y la identificación de investigaciones relacionadas con los temas referenciados en varias bases de datos y colecciones de universidades e institutos federales. Para ello, buscamos identificar y organizar los trabajos en las siguientes categorías: autor, institución, preguntas de investigación y principales consideraciones, con el fin de producir una síntesis de datos y resultados más generales para sustentar el objeto de investigación. Luego de analizar los trabajos, encontramos la necesidad de ampliar estudios relacionados con la formación de profesores que enseñan matemáticas que investiguen el proceso de formación docente y la forma en que los docentes resignifican sus saberes a partir de la investigación colectiva de los conceptos matemáticos, incluyendo aquellos relacionados con la concepto de función para la enseñanza.

Palabras clave: Matemáticas para la enseñanza, Estudio de conceptos, concepto de función para la enseñanza.

Introdução

Pesquisas nacionais e internacionais apontam que o debate acerca da formação de professores que ensinam matemática deve considerar a investigação e a reflexão acerca de quais saberes são necessários aos docentes para concretização do ensino e de como estes ressignificam esses saberes. Nessa perspectiva, temos desenvolvido estudos que investigam o processo de aprendizagem docente centrado no desenvolvimento da investigação do conceito, pautado em saberes que emergem das discussões coletivas, visando a uma matemática para o ensino (DAVIS, SMMIT, 2006; DAVIS, RENERT, 2014; GIRALDO et al., 2017; MENDUNI-BORTOLOTI, BARBOSA, 2018; PAIVA, 2020, PAIVA et al, 2021).

Davis (2012) apresenta o Concept Study como uma metodologia de pesquisa e formação, isto é, “uma estrutura colaborativa para engajar professores no exame e elaboração de entendimentos matemáticos” (DAVIS, 2012, p. 5). Dessa forma, compreende-se o Concept Study como uma estrutura de estudo coletivo que oferece aos participantes oportunidades de refletir acerca de seus saberes e de sua prática, tendo como ponto de partida e objeto de análise um conceito matemático.

Para subsidiar a fase inicial de uma pesquisa em desenvolvimento, este estudo apresenta um mapeamento de pesquisas embasadas na perspectiva da Matemática para o ensino e do Concept Study, e estudos no ensino da Álgebra que investigam o conceito de função para o ensino. Desse modo, nas próximas seções, abordaremos a perspectiva teórica da Matemática para o ensino e do Concept Study, os procedimentos metodológicos utilizados e os estudos selecionados que compõem parte do mapeamento da revisão sistemática de literatura.

A Matemática para o Ensino e o Concept Study

A Matemática para o ensino trata-se de uma perspectiva teórica que está focalizada em analisar como os professores ressignificam ou mobilizam seus saberes, considerando os aspectos individuais e coletivos e os meios pelos quais esses saberes são compartilhados (DAVIS e SIMMT, 2006). Deste modo,

> Matemática para o ensino compreende uma complexa rede de entendimentos, disposições e competências que não são facilmente nomeados nem medidos. A complexidade imbricada na matemática para o ensino deve ser experimentada – vista, ouvida e sentida (DAVIS e RENERT, 2014, p. 3, tradução nossa).

Sendo assim, compreendemos que a Matemática para o ensino tem que ser vivida, refletida e ampliada, isto é, tem que ser culturalmente construída pelos indivíduos situados em determinado contexto. Nessa linha, professores são participantes vitais na criação de possibilidades matemáticas e dão forma e substância, não só à matemática formal, mas também à gama de aplicações culturalmente situadas, a práticas e a perspectivas que são ativadas pela matemática formal e por outros quadros da matemática de referência (DAVIS e RENERT, 2014; PAIVA, 2020).

Davis e Simmt (2006) apresentam o princípio fundamental organizador da Matemática para o ensino como a articulação entre categorias consideradas mais estáveis (*currículo, conceitos matemáticos*) e categorias consideradas mais dinâmicas (*entendimento subjetivo, coletividade da sala de aula*) do conhecimento matemático, o que é crucial para o ensino da disciplina. Para os autores, esses quatro aspectos não devem ser interpretados de forma isolada, haja vista que estão aninhados, integrados e possuem uma interação fluente na prática docente.

Os aspectos relacionados aos objetos matemáticos referem-se às concepções pessoais dos professores sobre o conteúdo, às interpretações culturais compartilhadas no ambiente escolar e à estrutura curricular que envolve a Matemática. Dessa forma, a construção dos saberes da Matemática para o ensino está ligada e entrelaçada à prática docente, e esses saberes são mobilizados e construídos com a prática profissional. Diante dessas fundamentações, a relação do professor com o conhecimento abrange as dimensões participativas, as interações, o contexto e o saber matemático na ação. Nesta perspectiva, para apoiar o desenvolvimento da Matemática para o ensino, Davis e Renert (2014) propõem o Concept Study, "[...] uma metodologia participativa, por meio da qual professores interrogam e elaboram sua matemática" (DAVIS e RENERT, 2014, p. 35, tradução nossa). Tal metodologia combina elementos de duas noções: a análise do conceito (*concept analysis*) e a pesquisa de aula (*lesson study*), adotando o foco no conceito matemático e a estrutura colaborativa. Nessa abordagem, cabe ao pesquisador "[...] estruturar tarefas significativas e apropriadas para os participantes, de modo a criar ambientes que permitam a interação e troca de ideias" (DAVIS e SIMMT, 2006, p. 300, tradução nossa).Giraldo *et al.* (2017) destaca que o Concept Study:

> [...] pode se constituir tanto em uma metodologia de formação continuada, em que professores são autores do próprio processo formativo, como em um instrumento para produção de dados para pesquisas sobre saberes de matemática para o ensino. Para este fim, os autores sugerem a identificação de ênfases nas discussões coletivas, a partir da qualidade do debate entre os professores (GIRALDO et al., 2017, p.5).

Para essa produção coletiva, os autores indicam a proposição de perguntas ou situações acerca de um conceito matemático que dispare as interações e discussões entre os docentes, correspondendo à primeira ênfase do Concept Study, denominada *realizações*. Para Davis (2012), o Concept Study está estruturado em quatro aspectos principais, denominados *ênfases*, quais sejam:

> [...] identificar significados existentes ("Realizações") analisando o fluxo desses significados dentro do currículo ("Panoramas"), explorando suas implicações para aplicações e outros conceitos ("Vinculações"), combinando-as em construções mais poderosas ("Misturas") (DAVIS e RENERT, 2014, p. 49).

A partir destas ênfases, pretende-se adotar o Concept Study como uma perspectiva teórico-metodológica de pesquisa e formação, com a estrutura de estudos coletivos, de modo que os professores que ensinam matemática possam compartilhar seus conhecimentos e suas experiências, visando a refletir acerca de seus saberes na investigação do conceito de função para o ensino.

Procedimentos metodológicos e estudos selecionados

Compreendemos que a revisão sistemática de literatura auxilia na organização dos dados para apontar possíveis caminhos para o objeto de investigação de pesquisa. De acordo com Passos *et al*. (2006), ela se configura como uma

> [...] modalidade de pesquisa que objetiva desenvolver uma revisão sistemática de estudos realizados em torno de um mesmo tema ou problema de pesquisa, fazendo uma análise crítica dos mesmos com intuito de extrair deles, mediante contraste e inter-relacionamento, outros resultados e síntese de dados ou pormenores não considerados pelos pesquisadores, em decorrência de seus objetos de investigação. (PASSOS *et al*., 2006, p. 152)

Para o desenvolvimento deste estudo, seguimos algumas etapas, tais como a busca dos trabalhos, a seleção dos estudos, a análise das produções e as considerações para a pesquisa. Quanto às buscas, optamos por realizá-las com recorte temporal de 2005 a 2021, optando por trabalhos escritos em português e inglês, com as seguintes palavras-chave e suas variantes: *concept study*, *mathematics for teachin*g. Estas buscas foram vinculadas às seguintes bases de dados: Web of Science, Scopus, Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações e Educational Resources Information Center. Além disso, algumas pesquisas foram acessadas por meio de mecanismos de busca como o Google Scholar e de acervos de universidades e dos institutos federais.

No quadro 1 a seguir, apresentamos os trabalhos selecionados a partir da leitura de seus resumos. De 120 trabalhos, realizamos o seguinte refinamento de artigos, dissertações e teses:

Quadro 1.
Refinamento das teses e dissertações (Elaborado pela autora, 2022)

Autor (Ano) Instituição Tipo	Título dos trabalhos	Local/País
Brown (2013) Artigo	*Fractions: a concept study*	Universidade Calgary/ Canadá
Berkopes (2014) Dissertação	*The development of mathematics-for-teaching: The case of fraction multiplication*	Universidade Calgary/ Canadá

Rangel (2015) Tese	Matemática Elementar e Saber Pedagógico de Conteúdo Estabelecendo Relações em Um Estudo Colaborativo	Universidade Federal do Rio de Janeiro
Coutinho (2015) Dissertação	Matemática para o ensino do conceito de combinação simples	Universidade Federal da Bahia
Menduni-Bortoloti (2016) Tese	Um estudo sobre a matemática para o ensino do conceito de proporcionalidade	Universidade Federal da Bahia
Cade (2018) Dissertação	Construção coletiva de uma matemática para o ensino de equações diofantinas lineares na formação inicial de professores.	Instituto Federal ES/ Brasil
Lorenzutti (2019) Dissertação	Formação continuada com professores dos anos iniciais: um estudo coletivo do conceito de proporcionalidade.	Instituto Federal ES/ Brasil
Sousa(2019) Dissertação	Padrões e generalizações para o ensino da Álgebra: ações colaborativas na formação de professores.	Instituto Federal ES/ Brasil
Silva (2020) Tese	O Conhecimento do Professor do Ensino Médio Integrado: Perspectivas para a formação de professores	Universidade Federal do Rio de Janeiro
Barbosa (2020) Artigo	Formação inicial de professores de Matemática: um estudo de conceito sobre o Teorema Fundamental da Aritmética	Universidade Federal do Rio de Janeiro
Campos (2021) Dissertação	Concept study na formação de professores que ensinam matemática: um estudo colaborativo do conceito de área para o ensino	Instituto Federal ES/ Brasil
Mowat (2020) Tese	*Understanding Collective Conversations in a Mathematics Professional Learning Network*	Universidade Calgary/ Canadá

Como apresentado no quadro 1, no Brasil, a abordagem da Matemática para o ensino e do Concept Study vem sendo investigada nas universidades federais da Bahia e do Rio de Janeiro, e no Instituto Federal do Espírito Santo. De acordo com as buscas realizadas, atualmente, temos quatro teses no Brasil que já utilizaram essa perspectiva teórica-metodológica de pesquisa e de formação de professores. Cabe destacar, porém, que, por questões de limitação de espaço, discutiremos apenas algumas delas.

A tese de Rangel (2015) teve como foco o desenvolvimento profissional do professor de matemática e apresentou uma pesquisa fundamentada no Concept Study em uma disciplina de especialização em ensino de matemática na Universidade Federal do Rio de Janeiro. O conceito de número racional foi o tema disparador e orientador da pesquisa, e o estudo teve como principal característica o entrelaçamento do conhecimento da matemática elementar e da matemática desenvolvida no ensino superior com o processo coletivo de reflexão entre os professores da educação básica. Neste sentido, a pesquisadora evidenciou a contribuição de uma discussão colaborativa para o desenvolvimento de metassaberes do professor de matemática.

Já Menduni-Bortoloti (2016) compreende que a Matemática para o ensino é evidenciada no modo como o professor estrutura conceitualmente diversas formas de comunicar um conceito, cuja materialização pode ocorrer a partir de diferentes fontes. Em sua pesquisa, ela mostra a construção de um modelo de uma matemática para o ensino do conceito de proporcionalidade, recorrendo ao dispositivo investigativo do Concept Study entrelaçado às definições teóricas dos trabalhos desenvolvidos sobre estudo do conceito da pesquisadora Anna Sfard. A metarepresentação do conceito de proporcionalidade desenvolvida na pesquisa de Menduni-Bortoli (2016) contribui para com o processo de investigação de comunicação do conceito matemático e com reflexões para uma possível metarepresentação do conceito de função.

Silva (2020), por sua vez, teve por objetivo investigar o modo como professores de matemática do Ensino Médio Integrado mobilizam, utilizam, produzem e ampliam seus saberes. Em seus resultados, ele aponta a possibilidade de integração entre a matemática e as disciplinas técnicas por meio do desenvolvimento profissional baseado na metáfora da participação, que busca convergir com tendências colaborativas. O estudo de Silva (2020) colabora para com a ampliação nos entendimentos da origem, dos fundamentos e dos pressupostos do Concept Study, abordando também o papel do formador nas ênfases da metodologia de pesquisa.

Por fim, a pesquisa de Sousa (2019) teve por objetivo analisar os saberes docentes (re)construídos por professores do Ensino Fundamental para o ensino de Álgebra com o estudo de padrões e generalizações. No desenvolvimento do seu estudo, a pesquisadora mostra que os professores conseguiram, em sua maioria, (re)construir múltiplos saberes relativos ao conteúdo de padrões e generalizações, posto que conceitos relacionados a esses conteúdos e ideias subjacentes surgiram de seus relatos nas discussões coletivas dentro de um contexto de (re)construção de novos saberes para uma Matemática para o ensino. Essa pesquisa traz contribuições no que se refere aos princípios adotados na formação continuada e na busca de alinhamento entre a teoria e a prática ao longo do processo formativo.

Além das pesquisas brasileiras, destacamos a pesquisa canadense desenvolvida por Berkopes (2014), a qual investigou a natureza e o desenvolvimento da Matemática para o ensino sobre a multiplicação de frações. Esse estudo discute que a Matemática para o ensino do professor envolve sistemas interligados no âmbito individual e coletivo. Destaca ainda que a sinergia de um coletivo de professores na investigação de um conceito matemático para o ensino influencia na aprendizagem docente eficaz de todos envolvidos. Neste sentido, os resultados da pesquisa apresentam o Concept Study como um ambiente propício para o desenvolvimento individual e coletivo dos professores acerca do conceito de multiplicação de frações para o ensino. A pesquisa de Berkopes (2014) colabora, portanto, nos entendimentos das bases epistemológicas que fundamentam a perspectiva da Matemática para o ensino e do Concept Study.

Na segunda parte da busca pelos trabalhos, optamos por selecionar aqueles que trazem contribuições para com a investigação do conceito de função. Quanto às buscas, optamos por realizá-las com recorte temporal de 2000 a 2021, optando por trabalhos escritos em português e inglês, com as seguintes palavras-chave e suas variantes: *function concept*.

Quadro 2.

Refinamento das teses, dissertações e artigos (Elaborado pela autora, 2022)

Autor (Ano) Tipo	**Título dos trabalhos**	**Local/País**
Santos (2017) Tese	Um modelo teórico de Matemática para o Ensino do Conceito de Função	Universidade Federal da Bahia
Messeder (2015) Dissertação	Apropriação do Conceito de Função: Uma análise Histórico Cultural	Universidade Federal da Bahia
Forster (2020) Tese	Um olhar realístico para tarefas de função afim em livros didáticos	Universidade Estadual de Londrina
Alkimin (2013) Dissertação	As diferentes representações ao se fazer a transposição didática do conceito de função.	Instituto Federal ES/ Brasil
Zuffi e Pacca (2002) Artigo	O conceito de função e sua linguagem para os professores de matemática e de ciências	Universidade de São Carlos - SP
Gabbi e Nehring (2021) Artigo	Sentidos Atribuídos pelos Estudantes na significação do conceito de função: correspondência, relação, dependência e variação.	Instituto Federal e Universidade do Rio Grande do sul
Maciel e Cardoso (2014) Artigo	A História do conceito de função em vídeo: uma proposta para a aprendizagem	Universidade Federal do Rio de Janeiro
Sousa, Cordeiro e Moretti (2004) Artigo	Desenvolvendo o conceito de Função Linear: Análise de uma experiência didática utilizando diferentes registros de representações semióticas	Universidade Federal de Santa Catarina
Thomas (2003) Artigo	The role of representation in teacher understanding of function”	University of Auckland
Birgin (2012) Artigo	Investigation of Eighth-Grade Students’ Understanding of the Slope of the Linear Function	University, Turkey
Armênio (2021) Tese	Um Estudo da Gênese documental de professores para função de uma variável real com várias sentenças	Universidade Católica de São Paulo

Primeiramente, a tese no formato multi-paper desenvolvida por Santos (2017) teve por objetivo construir um modelo teórico da Matemática para o ensino do conceito de função. Para tanto, foram estruturadas três seções: a revisão sistemática de literatura de pesquisas sobre o ensino e/ou aprendizagem do conceito de função, a pesquisa desenvolvida com duas coleções de livros didáticos e o estudo coletivo com um grupo de professores. Os panoramas identificados neste modelo teórico representam formas de comunicação do conceito de função, nomeados em: tabular, máquina de transformação, diagrama, algébrico, gráfico, generalização de padrões e formal. Acreditamos que existem outras formas de comunicar o conceito de função além dos panoramas apresentados por Santos (2017), por isso ainda pretendemos avançar nas investigações das formas de alcançar isso com o uso de tecnologias digitais.

Já o estudo desenvolvido por Gabbi e Nehring (2021) buscou compreender, a partir da proposição de uma sequência de ensino, o processo de aprendizagem do conceito função, com um grupo de estudantes de alguns cursos da educação superior. Aprofundou-se, portanto, uma atividade que teve como objetivo explorar o núcleo do conceito função – correspondência, relação, dependência e variação – a partir de uma investigação que questiona quais são as principais fragilidades e dificuldades apresentadas pelos estudantes em uma atividade envolvendo o conceito de função. Para tanto, os autores buscaram, na teoria dos registros de representação semiótica e na teoria dos campos conceituais, aportes teóricos para sustentar este estudo. Deste modo, os dados foram construídos e tratados a partir da Análise Textual Discursiva, tendo como categoria de análise os sentidos atribuídos pelos estudantes. Entende-se que esses questionamentos/intervenções marcam os encaminhamentos com pretensão à produção de sentidos e apropriação de significados pelos estudantes. Considera-se, ainda, que o entendimento de correspondência, relação, dependência e variação se estabelece como núcleo da compreensão do conceito função, pois apresenta as relações conceituais em que consiste o próprio conceito.

Outra pesquisa relevante é a de Zuffi e Pacca (2002), a qual discorre acerca do ensino do conceito de função e a linguagem adotada por professores de matemática e ciências do ensino médio, apontando que este conceito muitas vezes é usado com "sotaques" diferentes, o que torna difícil para os estudantes associar as ideias e os novos conceitos matemáticos, físicos e químicos. Os pesquisadores pontuam ainda a necessidade de intercâmbio entre os professores de disciplinas como física, química e matemática, com vistas a promover aprofundamento e possibilitar reflexões dos diferentes significados e notações do conceito matemático de função em cada contexto.

Já a tese de Forster (2020) teve como objetivo analisar e discutir tarefas matemáticas contidas no capítulo de Função Afim dos livros didáticos do 1º Ano do Ensino Médio aprovados pelo PNLD de 2018, com base na abordagem do ensino de matemática denominada educação matemática realística. Para alcançar os objetivos da pesquisa, inicialmente, as tarefas foram agrupadas por semelhança, de acordo com o modelo que as descrevem. Em seguida, o pesquisador relatou que foi possível reconhecer que a maioria das tarefas encontradas nos livros analisados apresenta características do nível de reprodução, ou seja, exigem apenas procedimentos rotineiros já apresentados pelo professor durante as aulas. Nas considerações finais, o autor enfatiza ainda a necessidade de investigação da prática docente dos professores, de suas crenças e de seus conhecimentos em relação às tarefas relacionadas à função afim.

Por fim, Xavier Neto (2021) focou sua pesquisa em uma formação continuada de professores de matemática para o ensino de função, tendo como quadro teórico a Abordagem Documental do Didático (ADD) e a Orquestração Instrumental (OI). O objetivo da sua investigação foi estudar de que maneira a construção de documentos para introduzir o estudo de função, com um coletivo de professores em uma formação continuada, pode impulsionar o desenvolvimento profissional desse grupo. Para procurar responder aos desafios específicos provocados pela problemática, inicialmente realizou estudos preliminares de natureza histórica, epistemológica e didática, os quais trouxeram à tona detalhes da construção da definição formal de função e seu imbricamento com várias sentenças matemáticas (FVSM) de uma variável real. Neste sentido, consideramos que esta abordagem amplia o olhar para o desenvolvimento de uma proposta de formação continuada relacionada à investigação do conceito de função.

As pesquisas supracitadas permitiram constatar a ainda presente necessidade de mais pesquisas e estudos referentes à formação de professores que ensinam matemática que investiguem o processo de formação docente e o modo como os professores ressignificam seus saberes para o ensino, tendo como ponto de partida e objeto de análise um conceito matemático. Compreendemos, ainda, que o conceito de função é um dos conceitos centrais de toda Matemática e o seu mapeamento permitiu notar que ainda há muitos aspectos relacionados ao conceito de função para o ensino com os professores que precisam ser investigados.

Considerações finais

Consideramos que os professores têm um papel relevante quanto ao aprendizado dos conceitos matemáticos por parte dos estudantes, portanto, pretende-se ainda investigar quais os significados do conceito de função vêm sendo comunicados na prática docente, para possivelmente ampliá-los e reestruturá-los coletivamente.

Neste sentido, a realização deste mapeamento possibilitou visualizar o que tem sido desenvolvido na literatura de pesquisa e situar algumas discussões já apresentadas em outros contextos para possivelmente ampliá-las nesta pesquisa em desenvolvimento.

Referências

Alkimim, E.; Paiva, M. A. (2012). *A transposição didática do conceito de função.* Revista Eletrônica Debates em Educação Científica e Tecnológica. Vitória, v. 2, n. 02, p. 39-51.

Berkopes, K. (2014). *The development of mathematics-for-teaching:* The case of fraction multiplication. 289f. [Tese de Doutorado de Graduate School ETD de, Purdue University, Estados Unidos.

Birgin, O. (2012). Investigation of Eighth-Grade Students' Understanding of the Slope of the Linear Function. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*. v. 26, n. 42.

Cade, N. (2018). *Construção coletiva de uma matemática para o ensino de Equações Diofantinas Lineares na formação inicial de professores*. 106f. [Dissertação de Mestrado – Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Instituto Federal de Educação do Espírito Santo].

Campos, A. (2021). *Concept study na formação de professores que ensinam matemática:* um estudo colaborativo do conceito de área para o ensino. 2021. 159f.[Dissertação de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Instituto Federal de Educação do Espírito Santo].

Coutinho, J.(2015). *Matemática para o ensino do conceito de combinação simples***.** 115 f. [Dissertação de Mestrado em Educação Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal da Bahia].

Davis, B.& Renert, M. (2014). *The Math Teachers Know* **-** Profund Understanding of Emergent Mathematics. New York: Routledge, 2014.

Davis, B.& Simmt, E.(2006). Mathematics-for-teaching: An ongoing investigation of the mathematics that teachers (need to) know. *Educational Studies in Mathematics*. Canada, v. 61, n. 3, p. 293-319.

Davis, B. (2012). Subtlety and complexity of mathematics teachers' disciplinary knowledge. In: *12th INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION*, 2012, *Anais.* Seoul Korea: ICME, 2012.

Forster, C. (2020). *Um olhar realístico para tarefas de função afim em livros didáticos.* 113f. [Tese de Doutorado da Universidade Estadual de Londrina].

Gabbi, A. N. & Cátia, M. (2021). Sentidos atribuídos pelos estudantes na significação do conceito Função: Correspondência, Relação, Dependência e Variação. *Góndola, enseñanza y aprendizaje de las ciencias*, 16(3), 522-537.

Giraldo, V. & Rangel, L. & M, F. & Quitandeiro, W. (2017). (Re)construindo saberes para o ensino a partir da prática: investigação de conceito e outras ideias. In: *IV Seminário Nacional de Histórias e Investigações de/em Aulas de Matemática*,. *Anais.*VI *SHIAM*. Campinas: CEPEM, p. 1-18.

Lorenzutti, A. (2019). *Formação continuada de professores dos anos iniciais:* um estudo coletivo do conceito de proporcionalidade. 159f. [Dissertação de Mestrado Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação do Espírito Santo].

Maciel, P. & Tereza, F. L. (2014). A História do Conceito de Função em Vídeo: uma proposta para a aprendizagem. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*. v. 28, n. 50, pp. 1348-1367.

Menduni-Bortoloti, R. & Barbosa, J.(2018). *Matemática para o ensino do conceito de* *proporcionalidade a partir de um estudo do conceito.*Educação Matemática Pesquisa, São Paulo, v. 20, n.1, p. 269-293.

Messeder, H. (2019). *Apropriação do Conceito de Função: Uma análise Histórico Cultural.* 139f. [Dissertação de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências da Universidade Federal da Bahia].

Paiva, M. A. V. (2020). Formação de professor numa perspectiva de trabalho coletivo e colaborativo. In: SILVA, Joccitiel Dias da; CESAN, Andressa (org.). *Matemática no Espírito Santo:* história, formação de professores e aplicações. Vitória: Editora Mils, p. 59-80.

Paiva, M. A. V& Sousa-Bonomo, T. B &Campos, A. P (2021). Experiências formativas embasadas na Matemática para o Ensino e no Concept Study. ROSA, M.; NETO, V. (org.). In: Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. Anais. Uberlândia, Minas Gerais, p.1467-1480.

Passos, C. L. & Nacarato, A. & Fiorentini & D. Miskulin, R. G; Grando, R. C. & Gama, R.; Megid, M. A. & Freitas, M. T.& Melo, M. V. (2006). Desenvolvimento Profissional do Professor que Ensina Matemática: Uma Meta-Análise de Estudos Brasileiros. *Quadrante*, vol XV, n. 1 e 2, p. 193-219.

Rangel, G. L. (2015). *Matemática elementar e saber pedagógico de conteúdo: estabelecendo relações em um estudo colaborativo***.** 265f. [Tese de Doutorado em Engenharia de Sistemas e Computação da Universidade do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro].

Santos, G. L. D. (2020). *Um modelo teórico de Matemática para o Ensino do Conceito de Função.* 165f. [Tese de Doutorado do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática. Universidade Federal da Bahia].

Silva, E. (2021). *O conhecimento do Professor de Matemática do Ensino Médio Integrado: Perspectivas para a formação de professores.* 186f. [Tese de Doutorado do Programa de Pós-Graduação da Universidade Federal do Rio de Janeiro].

Sousa, T. (2019). *Padrões e generalizações para o ensino da álgebra: ações colaborativas na formação de professores*. 115f. [Dissertação de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Instituto Federal de Educação do Espírito Santo].

Thomas, M.(2003). The Role of representation in teacher understanding of function.In: *The University of Auckland, Editions Eric*. 2003.

Zuffi, E. M.& Pacca, J.(2000). Sobre funções e a linguagem matemática de professores do EM. *Revista Zetetikê,* CEPEM-FE/UNICAMP, n.13/14, p.7-27.

A subjetividade política dos alunos para o professor de matemática

The political subjectivity of students for math teacher

La subjetividad política de estudiantes para profesor de matemáticas

Elizabeth Torres Puentes[339]
Universidad Pedagógica Nacional
https://orcid.org/0000-0002-3642-0571

Claudia Salazar Amaya[340]
Universidad Pedagógica Nacional
https://orcid.org/0000-0003-0147-0349

Modalidad: Comunicación

Núcleo Temático: Formación de profesores que enseñan Matemáticas

Resumen

Esta ponencia recoge resultados de la investigación titulada "Identidades narrativas de profesores de matemáticas vinculados a programas de formación de la Universidad Pedagógica Nacional", cuyo objetivo general fue caracterizar las identidades narrativas que se construyen en el marco de las trayectorias de formación que experimentan estudiantes para profesor de matemáticas. Para efectos de esta ponencia se desarrolla el propósito específico relacionado con contrastar cómo se asume el profesor de matemáticas en tanto sujeto político, en relación con la disciplina que enseña. Se trabajó bajo la metodología de la investigación biográfica y narrativa como posibilidad para superar la dicotomía entre lo subjetivo y lo institucional. Se realizaron entrevistas narrativas a 10 estudiantes de la licenciatura en educación básica primaria y de la licenciatura en matemáticas. En los resultados se presenta el análisis de las entrevistas a partir de los elementos constitutivos de la subjetividad política considerados: la identidad, la narración, la memoria, el posicionamiento y la proyección, concluyendo principalmente que los estudiantes para profesor se narran desde las experiencias que los han transformado, y que les interpela para configurar un profesor distinto, un profesor que construye con y para los otros, de una manera comprometida con el saber y el hacer.

Palabras clave: Subjetividad política, formación de profesores, profesor de matemáticas, narrativas.

Abstract

This paper collects results of the research entitled "Narrative identities of mathematics teachers linked to training programs of the National Pedagogical University", whose general objective was to characterize the narrative identities that are built within the framework of the training trajectories experienced by students to math teacher. For the purposes of this paper, the specific

---

[339] etorresp@pedagogica.edu.co.
[340] csalazar@pedagogica.edu.co.

purpose related to contrasting how the mathematics teacher is assumed as a political subject, in relation to the discipline he teaches, is developed. We worked under the methodology of biographical and narrative research as a possibility to overcome the dichotomy between the subjective and the institutional. Narrative interviews were conducted with 10 students of the Basic Primary Education degree and the Mathematics degree. The results present the analysis of the interviews based on the constitutive elements of political subjectivity considered: identity, narration, memory, positioning and projection, concluding mainly that the student teachers are narrated from the experiences that have transformed them, and that challenges them to configure a different teacher, a teacher who builds with and for others, in a way that is committed to knowing and doing.

Keywords: Political subjectivity, teacher training, math teacher, narratives.

Resumen

Esta ponencia recoge resultados de la investigación titulada “Identidades narrativas de profesores de matemáticas vinculados a programas de formación de la Universidad Pedagógica Nacional”, cuyo objetivo general fue caracterizar las identidades narrativas que se construyen en el marco de las trayectorias de formación que experimentan estudiantes para professor de matemática. Para os propósitos deste artigo, desenvolve-se o propósito específico de contrastar como o professor de matemática é assumido como sujeito político, em relação à disciplina que leciona. Trabalhamos sob a metodologia da pesquisa biográfica e narrativa como possibilidade de superação da dicotomia entre o subjetivo e o institucional. Foram realizadas entrevistas narrativas com 10 alunos da licenciatura do Ensino Básico e da licenciatura em Matemática. Os resultados apresentam a análise das entrevistas a partir dos elementos constitutivos da subjetividade política considerados: identidade, narração, memória, posicionamento e projeção, concluindo principalmente que os licenciandos são narrados a partir das experiências que os transformaram, e que os desafia a configurar um professor diferente, um professor que constrói com e para os outros, de forma comprometida com o saber e o fazer.

Palabras clave: Subjetividade política, formação de professores, professor de matemática, narrativas.

Problema

La formación de profesores asume, de manera intencionada o implícita, la formación política, pues es innegable la relación entre política y pedagogía, en tanto el acto de educar es una acción fundamentalmente política (Freire, 2019). Sin embargo, para el caso de la formación de profesores de matemáticas pensar la conexión entre educación matemática y política no es sencilla, ni fácil de establecer (Valero y Skovsmose, 2012), pues requiere posicionamiento sobre la no neutralidad de las matemáticas en los modos de construir mundos y sobre el reconocimiento de las formas de poder que se instauran en las prácticas sociales debido a su poder simbólico. Por lo anterior, la investigación de esta conexión implica un reconocimiento de la dimensión política de la educación matemática (Mellin-Olsen, 1997 citado en Valero y Skovsmose, 2012). Este reconocimiento debería llevarnos a cuestionar el poder de las matemáticas y de la educación matemática en la sociedad y cómo se ejerce ese poder y las implicaciones en la formación del profesor.

Para la comprensión de este problema, en las últimas décadas se amplió la mirada de los objetos de estudio de la Educación Matemática como campo investigativo y se indaga por múltiples asuntos implicados en la red de prácticas de la educación matemática. Valero (2012) reconoce que actualmente la neutralidad de las matemáticas y la educación matemática está en tela de juicio, al menos para aquellos que reconocen que su actividad hace parte de la red de prácticas sociales de la educación matemática y se ve afectada por múltiples relaciones de poder, por lo tanto, se entraña una relación con lo político que cada vez es más evidente. Pese a lo anterior, este asunto no parece relevante en la implementación de currículos para la formación de profesores, ya que se sigue privilegiando la enseñanza de la disciplina de unos modos que enfatizan en su neutralidad. Si bien es cierto, que el estudio de la red de prácticas de la educación matemática permitió incorporar la indagación por la experiencia humana de profesores y estudiantes en prácticas matemáticas en diversos contextos y las maneras en las que estas prácticas participan de la constitución de sus identidades y subjetividades, el desarrollo de estas investigaciones aún es incipiente

Por ende, se considera como primera tensión que configura el problema de esta investigación, el desconocimiento de que en la experiencia humana de formación por la que transitan los educadores matemáticos emergen múltiples narrativas que configuran el ser profesor de matemáticas. La segunda tensión se relaciona con el desdibujamiento del uso de las narrativas como una forma de reconocer la experiencia humana en general y la experiencia del profesor en particular. La tercera tensión del problema contempla la no relación evidente y explícita, al menos en la formación de profesores, entre la educación matemática y la formación política del profesor.

Marco teórico

Esta investigación enfrenta el problema configurado por las tres tensiones a partir de las relaciones entre narrativa, experiencia de formación, subjetividad y subjetividad política.

Coincidimos con Reguillo (2006) que la subjetividad es la trama de los modos en que lo social se encarna en los cuerpos, por lo tanto, el sujeto se reconoce en ese tejido que va construyendo con otros a partir de las experiencias que le dan sentido a su vida, y que le permite configurar otros mundos posibles y la transformación del mundo que habita. Tal como lo proponen Ruiz y Prada (2012), la subjetividad tiene que ver con "proyectar nuestras acciones en aras de construir un mundo más humano en el que podamos vivir y que podamos legar a las generaciones futuras" (p. 35).

En relación con lo anterior, Francisco Gonzáles, en la entrevista realizada por Díaz (2012), reconoce que "la subjetividad social es la subjetividad en que está organizada la sociedad en su conjunto, y en cada uno de los espacios particulares en que el sujeto se desarrolla" (p. 243), mientras la subjetividad política "forma parte de la subjetividad social y es donde se encuentran elementos que no solo forman parte de la política, sino vivencias de otros contextos, además de asuntos religiosos, creencias, mitos de un determinado país y todos aquellos sentidos y significados que forman parte de las acciones que puede realizar una persona cotidianamente" (Díaz y Gonzales-Rey, citados en Calderón, 2019, p. 27).

Como lo plantea Díaz (2012) estas dos subjetividades, la social y la política, se diferencian, porque la primera está compuesta por los sentidos que otorga cada persona a las experiencias cotidianas desde la interacción con otros en los espacios de la política o lo político, mientras que la segunda permite no solo la reflexión de esas experiencias, sino la configuración de la acción, que lleva a que el sujeto sea constructor de su propia realidad.

Por su parte, Ruiz y Prada (2012) proponen cinco elementos constitutivos de la subjetividad política: Identidad, narración, posicionamiento, memoria, proyección, que si bien no son los únicos sí determinan su agenciamiento:

La identidad

Ruiz y Prada (2012) recurren a Ricoeur para definir la identidad como la configuración de la *mismidad* y la *ipseidad*. La primera se entiende como "lo que permanece, lo que no está sujeto al cambio. De modo que, se refiere a los rasgos físicos que permanecen, que nos permiten identificar a una persona como la misma, o que permite conocer algo específico de esta, lo cual, hace posible el proceso de identificarla como la misma y como una sola" , mientras que la ipseidad "apunta a lo psicológico y no solo a lo físico, además, se refiere a lo variable, presenta a la persona como un ser-en-proyecto, esto es, un ser que está sujeto al cambio, y este último obedece a cuestiones contextuales" (López, 2016, p. 62).

Las dos, mismidad e ipseidad, aseguran la permanencia del sujeto en el tiempo. La primera forma de la identidad deviene a partir de las identificaciones adquiridas como normas, valores, ideales y modelos, que son asuntos por los cuales el sujeto puede ser reconocido (Ruiz y Prada, 2012). Cabe señalar que el reconocimiento para Ricoeur (1996)

> es una estructura del sí que se refleja en el movimiento que lleva la estima de sí hacia la solicitud, y a ésta hacia la justicia. El reconocimiento introduce la díada y la pluralidad en la constitución misma del sí. La reciprocidad en la amistad, la igualdad proporcional en la justicia, al reflejarse en la conciencia de sí mismo hacen de la estima misma de sí una figura de reconocimiento. (p. 327)

Mientras, la segunda forma de la identidad, la ipseidad, reconoce que, aunque se presenten cambios en el sujeto relacionados con su opinión o inclinación, se mantiene la promesa que encarna el vínculo con el otro ─como prójimo─ (Ruiz y Prada, 2012). La promesa, en palabras de Ricoeur, es un acto con el que el sujeto como sí mismo se compromete a cumplir la palabra empeñada. Así, la identidad es constitutiva de la subjetividad política, en tanto el sujeto cuando se considera singular y crítico asume un reconocimiento y una promesa que hace que permanezca en el tiempo.

La narración

Los sujetos somos porque nos narramos, porque somos capaces de expresar nuestras experiencias por medio del lenguaje y de esa manera se deja huella en el mundo, por eso la narratividad y la experiencia humana siempre van de la mano. A propósito, Ruiz y Prada (2012) reconocen que,

> la narración es la posibilidad que tenemos de contar historias mediante las cuales les damos a nuestras vidas una orientación en el tiempo. La narración entonces, nos permite comprendernos y hacernos sujetos históricos, a la vez que nos abre a la idea de proyecto, de ir más allá de las circunstancias del presente y de los aconteceres de la vida cotidiana. Además, la narración tiene vocación de ser un acto intersubjetivo: se narra para alguien, se aprende a narrar de alguien. (p. 50)

Por otra parte, de acuerdo con Torres (2021), la experiencia humana y la narratividad se vinculan por varios motivos: (a) implican una reflexión de la vida vivida, es decir, de la vida que permite un mejor conocimiento de sí mismo; (b) la experiencia humana y la narratividad permiten la inteligibilidad de la vida vivida, pues la narración de una experiencia humana siempre enseña algo; (c) la experiencia humana y la narratividad reconocen acontecimientos concordantes-discordantes, los cuales se refieren a la disrupción en el tiempo lineal de experiencias que marcan la cotidianidad de la vida vivida; (d) existe un vínculo entre ficción y vida, pues de la narración deviene la refiguración del sí mismo; (e) la experiencia humana y la narratividad permiten la transmisión de la cultura de unas generaciones a otras, lo que posibilita que los modelos narrativos se mantengan.

Por otra parte, en la medida que la experiencia que se narra refiere a las construcciones colectivas que comprenden la relación entre el sujeto y los otros, y cómo esos otros configuran a su vez al sujeto, las narrativas se elaboran en un campo político, pues esas narraciones no corresponderán a experiencias hegemónicas del *yo*, por el contrario, en ellas se configura un *nosotros*.

En este sentido el sujeto político es aquel que se narra de "otro modo" (Ruiz y Prada, 2012), en tanto no solo se narra la individualidad, también narra lo colectivo, para estos autores,

> si algo puede llamarse subjetividad política, tendrá que ser concebible de manera narrativa, es decir, en la construcción de relatos sobre sí mismo –en tanto individuo y como miembro de colectivos humanos que eventualmente poseen intereses compartidos- y en el significado que el sujeto les otorga a las prácticas sociales y políticas. (Ruiz y Prada, 2012, p. 52)

La memoria

La memoria es entendida como "la constitución de la identidad a través de la función narrativa" (Ricoeur, 2003, p, 168). La función narrativa está constituida por una estructura lingüística cuyo referente es la temporalidad, lo que quiere decir que el lenguaje permite seleccionar y organizar la narrativa a partir de unidades de tiempo, discurso y significación (Torres, 2021).

Así, la narración, la identidad y la memoria guardan relación, porque los tres elementos están cruzados por el tiempo. Las narraciones que hacemos de nuestras experiencias son únicas e innovadoras (no se narra lo que no se considera significativo), son posibles en la medida que esas experiencias dejan una marca en nuestra memoria. La memoria permite traer al presente, por medio de la narración, los acontecimientos que sucedieron en el pasado, pero configurados de otra manera, y a su vez, permite reconocer cómo esos acontecimientos nos ayudan a proyectarnos de manera distinta a lo que somos hoy, en el presente en el que nos narramos. A este juego de tiempos en la narración Ricoeur lo denomina triple presente.

El posicionamiento

Este es el cuarto elemento constitutivo de la subjetividad política de los planteados por Ruiz y Prada (2012), quienes lo definen como

> un movimiento existencial que convoca al otro, que involucra al otro, que resiste el juicio simplificador del otro y le exige reconocimiento, que nunca renuncia a la persuasión de la palabra, de la mirada, del gesto. Por ello, posicionarse en el mundo es un acontecer profundamente político, implica un ámbito relacional: nos posicionamos entre otros, con otros, por otros, a propósito de otros. Enlaza formas de identificación, narración, memoria y proyección de la vida en común de la singularidad desde donde comprendemos y valoramos los hilos que la tejen. El posicionamiento es lo que permite que nuestra subjetividad política se apoye en los aprendizajes del pasado sin que ello implique clausurar el sentido de la experiencia del porvenir. Es la capacidad de asumir un lugar en un lugar desde donde se pueda

> contemplar la novedad y desde donde se intenta comprender la diferencia. Por ello es al mismo tiempo autoafirmación y apertura. (p. 75)

E acuerdo con lo anterior, el posicionamiento se relaciona con un *reconocimiento de sí*[341], que desde Ricoeur se entiende como "el momento reflexivo del deseo de la "vida buena" (Ricoeur, 1996, p. 200).

La proyección

Este último elemento constitutivo de la subjetividad política, según Ruiz y Prada (2012), se relaciona con el planteamiento de "sueños realizables, que partan del reconocimiento de lo propio en tensión con lo extraño; que recuperen las memorias para rastrear aquello que es susceptible de construir un horizonte de expectativas; que saquen del olvido aquello que otros o nosotros mismos depositamos bajo el supuesto de que no era importante, creyendo que solo era plausible recordar "lo correcto" (¿Quién, qué instancias han determinado los márgenes de tal corrección?); que enfrentan con la memoria y el olvido lo que se convierte en trauma, en impulso de repetición; y sobre todo, que asuman como propia la historia como espacio de posibilidades" (p. 80).

La apuesta de estos autores por la proyección enlaza de manera significativa con la propuesta de promesa de Ricoeur, la cual representa el presente del futuro, y que junto con la memoria (el presente del pasado), configuran el reconocimiento.

Análisis y resultados

Los resultados de la investigación que presentamos se relacionan con la subjetividad política de estudiantes para profesor de matemáticas en el marco de dos programas de pregrado de la Universidad Pedagógica Nacional: la Licenciatura en matemáticas, y la Licenciatura en educación básica Primaria. Este último programa se contempla como espacio formador de profesores de matemáticas, en tanto forma profesores para orientar el aprendizaje de los estudiantes de los dos primeros ciclos de la educación básica en todas las áreas, incluidas las matemáticas. Adicionalmente porque su pensum tiene tres espacios académicos en la matemática y didáctica de las matemáticas.

El análisis e interpretación de las narrativas de los profesores en formación, como sujetos de la investigación, se abordó desde los elementos constitutivos presentados en el

[341] Ricoeur propone 3 niveles que configuran el camino del reconocimiento: nivel de identificación en el que el objeto o sujeto pretende ser reconocido por sus características generales y elementales; reconocimiento de sí, en el que el sujeto es capaz de obrar y ser responsable; reconocimiento mutuo, que describe la reciprocidad de las relaciones con los otros.

apartado del marco teórico y estuvo orientado por los principios metodológicos de la Investigación Hermenéutico Narrativa, con la cual se establecieron como categorías de análisis: entre el querer y deber de ser profesor, entre lo social y lo disciplinar, entre el querer ser profesor y los recuerdos vergonzantes.

Entre el querer y deber de ser profesor

Los entrevistados reconocen que, aunque el ser profesor no era un asunto que les motivara mucho, por lo que implica (responsabilidad, manejo de un saber, tiempo, entre otros), hay una ruptura importante en su trayectoria de formación por las experiencias que le permiten, en su rol de estudiante para profesor de matemáticas tomar distancia de lo que pensaba acerca de ser profesor, así lo narra una de las entrevistadas:

(...) yo veía a los profesores que luchaban harto, o sea, siempre como que me ha gustado leer las historias de las personas y yo tenía profesoras que sufrían porque tenía que llevar a sus hijitos al colegio y que calificar las tareas, entonces a veces yo he sido muy habladora. Entonces les hablaba y preguntaba profe ¿y sí ha ido al parque? Y a veces me decían no, no tengo tiempo y no sé qué, y yo decía tenaz, ¿no? Yo los veía de lejos y decía ¡Uy! Yo estudio cualquier otra cosa menos eso. (LEBP 1: 4-5)

En la narrativa expuesta hay un primer elemento constitutivo de la subjetividad política y es la identidad del profesor como un ser sufrido, quien, al parecer, el ostentar un saber y un trabajo juega contra su favor, por ello se distingue en la figura del ser profesor el sacrificio de sí mismo en pro de otros (los estudiantes).

Para los entrevistados ser profesor no constituía una profesión que ellos desearan, o con la que se identificaran a pesar de su experiencia, por las emociones que generaba y las demandas sociales al rol del profesor; sin embargo, el punto de inflexión se encuentra en la experiencia misma de la formación, así lo narran dos de los entrevistados,

(…) *antiguamente me sentía un poco como cargada, como angustiada, porque pues le venden la responsabilidad de tiene que cambiar la sociedad, le dicen es su responsabilidad cambiar la sociedad [como profesor], pero mire cómo le hace. O sea, vaya (…) enfréntese a esas fieras y solucione. Entrar a la universidad para mí no fue lo mismo. Hay que cambiar la sociedad, pero estas son tus herramientas. Aquí tienes, tienes el arco, tienes la espada y escudo, como que siento que está el reto, obviamente, digamos, un poquito más profundizado. Digamos que viene a indagar sobre otras cosas que desconocía, pero, pero me siento más, un poquito más adiestrada para el asunto.* (LEBP 1: 43-49)

Pues yo siento que se ha transformado [la idea de ser maestro], ya que pues a partir de mis experiencias como estudiante (...) siento que no es solamente estar en un aula de clases, sino también es intentar contribuir desde afuera (...). (LM 1: 34)

Además de la identidad, en las narrativas se evidencia el elemento constitutivo de la subjetividad política, *posicionamiento*, en tanto la idea de ser profesor se transforma porque se es con otro, ese al que se enseña, ese con el que hay una promesa de enseñarle bien, con profundidad, para transformar juntos el mundo, de una manera distinta a la que se dibuja en la *proyección* de ese profesor que se desea ser. También se evidencia la necesidad de ser sujeto de la promesa como profesor en formación, al referirse a que la experiencia en la formación no solo debe recordarle la responsabilidad social del oficio del profesor, sino que debe permitirle construir "las herramientas" que le permitirán enfrentar y cumplir con la responsabilidad.

Entre lo social y disciplinar

Los estudiantes para profesor de matemáticas entrevistados han reconocido una *identidad* del profesor de matemáticas que se mueve necesariamente entre lo social y disciplinar, que de alguna manera permite configurar de distintos modos el mundo en el que se habita con otros, y por lo tanto permite reconocerse como sujeto político. Así, aparecen concepciones del profesor de matemáticas:

Yo pienso que un profesor, sobre todo en las matemáticas, debe amar para transmitir esa pasión a sus estudiantes, porque si lo hace por hacerlo, como es el caso de muchos maestros, que pues no son maestros sino son ingenieros [por ejemplo] (...), enseñan por un salario, tal vez, o porque quieren transmitir el conocimiento, pero no saben cómo hacerlo, cuando uno ve pasión en las personas, eso se contagia. La energía como la depresión también es contagiosa (...). La pasión también se transmite. Pienso [el profesor] debe tener eso, porque las matemáticas son complejas, de todas formas, son bonitas, son misteriosas, son rigurosas, son exigentes, entonces este maestro debe tener mucha energía y mucha pasión por sus matemáticas, yo creo que es una característica para todos los profes, pero en los profes de matemáticas se debe notar que las ama, que las conoce. (LEBP 2: 87)

La narrativa de la estudiante entrevistada resalta dos elementos de la *identidad* del ser profesor: el saber y el ser. En la narrativa se evidencia que la estudiante le apuesta a un profesor que quiso ser profesor, y que no haya llegado a ese hacer por casualidad, pero además ese sujeto debe ostentar un saber que no dé lugar a errores. Enfatiza en la pasión que debe caracterizar el ser del profesor, esa pasión a la que refiere como sentimiento vehemente capaz de dominar la voluntad. También en su narrativa se aprecia el vínculo con la disciplina y los valores de la cultura matemática que apropió: complejas, bonitas, misteriosas, rigurosas, exigentes. En términos de Bishop (1999) estas expresiones están relacionadas con valores atribuidos a las matemáticas como progreso (complejidad), control (orden, belleza), misterio (opacas) y racionalismo (lógicas y racionales). Con estas expresiones en relación con los valores que atribuye a la disciplina, la estudiante para profesor devela rasgos de su *identidad* como profesora que enseña matemáticas. Estos hallazgos nos evocan los planteamientos de Cooper y Olson (1996), quienes reconocen que en el sujeto profesor habita múltiples identidades, las cuales son reconstruidas continuamente a través de influencias históricas, culturales, sociológicas y psicológicas desde las que se construyen formas y significados para ser profesor. Además, ella reconoce una relación entre las emociones positivas o negativas del profesor hacia las matemáticas y su práctica pedagógica, concluyendo que estas conducen a emociones negativas o positivas en los estudiantes en relación con las matemáticas. Estos enunciados de la narración de la estudiante y los acontecimientos de la vida estudiantil que evocan van develando asuntos relevantes en la historia de la educación en matemáticas, pues pese a la singularidad de la historia de esta profesora en formación, sus recuerdos presentan rasgos similares a otras historias narradas de la experiencia escolar en clase de matemáticas, que finalmente resultan constituyendo una suerte de *memoria colectiva*. Este es un asunto que ya ha sido reportado en las investigaciones desarrolladas por Kaasila & Lutovac (2011), en las que identifican que es necesario que los profesores reinterpreten sus experiencias escolares, a partir de la narración, para transformar las emociones negativas asociadas a las matemáticas y evitar trasmitirlas a sus estudiantes.

Otro estudiante para profesor enfatiza en su narrativa el hacer del profesor como asunto fundamental en su identidad, en su narrativa el profesor se reconoce fundamentalmente como actante. En esta narrativa el hacer del profesor se examina desde el deber-hacer que se atribuye a la identidad del profesor: el rol de orientador. Este orientador se representa como un sujeto que guía a quien enseña, para que construya un saber matemático sin errores. Un imperativo que se infiere de la narrativa en relación con esta representación del profesor como orientador es “solo cuando el profesor ha orientado al estudiante puede corregir el error en su proceso de aprendizaje”.

Pues, principalmente más que enseñar, pues es saber guiar a los estudiantes, porque, pues, en una educación pública hay mucha diferencia en los niveles educativos de los estudiantes, entonces algunos llegan mejor preparados que otros y otros llegan con lo básico. Entonces aquí es donde digo que hay profesores que no guían bien a esas personas, principalmente a los que llegan con más baja formación. Y pues después de eso, después de guiarlos ahí sí se podría *entrar a criticar los errores que se comenten, para que puedan ayudar a los estudiantes de forma adecuada. (LM 1: 27)*

Esta narrativa expresa la relevancia del hacer del profesor en un rol que etiqueta con la palabra orientador, aquel que acompaña y ayuda a enfrentar las dificultades antes de juzgar o emitir juicios. También, de manera implícita en la caracterización del rol de orientador, se posiciona sobre las condiciones de equidad necesarias en la práctica pedagógica, un profesor que asuma la diferencia para ofrecer a cada uno lo que requiere para tener igualdad de oportunidades de aprendizaje.

Las dos narrativas expuestas exponen la forma como se expresa la *identidad*, la *proyección* y el *posicionamiento* de los entrevistados, como elementos configuradores de su subjetividad política como profesores de matemáticas.

Entre el querer ser profesor y los recuerdos vergonzantes

Los entrevistados, en el marco de la investigación que da origen a esta ponencia, transitan en sus narrativas entre el momento de la decisión de ser profesores de matemáticas y los hechos vergonzantes de su historia, como estudiantes aprendiendo matemáticas, que les marcaron la *memoria*

Una de las entrevistadas recuerda cómo vivió algunas experiencias en la clase de matemáticas que hoy trae a su presente, pero que la proyectan como profesora, en tanto ella espera, ahora como docente, que estas historias no se repitan en la vida de sus estudiantes:

Recuerdo el tema, pero no recuerdo haberlo superado profe. ¡Dios mío, los diez casos de factorización!, yo estaba en décimo, la profe explicaba, digamos que enseñaba el primero y uno decía: "ya lo tengo controlado", y aparecía el segundo y otra vez a sufrir, luego el tercero y, y luego el cuarto. Evaluaban, digamos, como actividades en grupo entonces yo me hacía con mi hermana mayor porque estábamos siempre en el mismo grupo y con otra compañerita, ellas muy pilas para matemáticas, ellas entendían, pero yo no, entonces yo les decía: "les decoro los cuadernos", para que no me sacaran del grupo. Recuerdo que yo me iba a dormir y yo me soñaba con los casos de factorización y era una cosa loca. (LEBP 1:109)

En la narrativa de la joven entrevistada se evidencia como el no tener una habilidad específica (en este caso para factorizar), se reconoce un hecho vergonzante, en tanto hay un sentimiento de inferioridad frente a ese otro que sí "ostenta el saber".

En esta narrativa es clara la idea de promesa. La estudiante para profesor de matemáticas se ha hecho la promesa de no repetir en sus prácticas los hechos vergonzantes que en su juventud vivió como estudiante de la educación básica.

En otra narrativa, encontramos la importancia de la narración para la profesora en formación. La narración que le permite traer al presente esos acontecimientos que marcaron su vida como profesora de matemáticas y que le llevaron a comprenderse de otro modo y a reconocer la importancia de la dimensión del ser del profesor en su hacer. En esta narrativa la empatía y el respeto por la diferencia como principios fundamentales que orienten la interacción en la clase se hacen presentes,

[En mi práctica] tuve casualmente un niño que tenía seis deditos y a él le quitaron uno. Entonces nos pasó algo súper divertido, pero, digamos, que en la forma que uno como profe puede ser empático y, de pronto, coartar la burla en el salón. Fue súper chévere, porque [en clase] les dije: "¿Cuántos deditos tenemos?" y entonces… se contaba y decían: "cinco", [luego decía] bueno, en una mano, ¿Y en la otra? [los estudiantes]decían: "cinco". Y entonces yo preguntaba: ¿Cuántos pulgares tenemos?", "dos", pero un niño me dice: "Yo tenía 6 dedos y ahora tengo 5". Y yo la verdad, yo no le entendía. Entonces dije: ¿Cómo así, mi amor? ¿Tenías 6 y ahora tienes 5?". No, no, no, yo tenía 6 en esta mano y me lo mocharon. Y yo: "¡Oh, por Dios!", y él mostraba su cicatriz, y yo: "¿Y por qué te lo quitaron?" y él: "Mi mamá dijo que me sobraba", y yo: "¿Y a ti te parece que te sobraba?", "Pues no", me dijo. Entonces aproveché para que contaran hasta 11. Me pareció que el niño era emocionalmente fuerte […]lo asumí con respeto… (LEBP 1: 122).

De acuerdo con la narrativa presentada, los recuerdos expresan los acontecimientos que han marcado al sujeto, esas situaciones inesperadas que aparecen en la cotidianidad y se deben enfrentar, pero que dejan marcas en nuestra identidad como profesores. Esta profesora en formación expresa que en esta situación reconoce la importancia de asumir con respeto las condiciones físicas y psicológicas de los estudiantes.

Conclusiones

En relación con el objetivo propuesto en la investigación que da origen a esta ponencia: contrastar cómo se asume el profesor de matemáticas en tanto sujeto político, en relación con la disciplina que enseña, se logran reconocer algunos valores atribuidos a la matemática que ostenta el estudiante para profesor el rigor y la lógica, la belleza, la opacidad o misterio. También un fuerte componente de ipseidad que se manifiesta en los elementos que lo configuran como sujeto político y que lo posicionan en relación con los otros. En particular frente a la interacción con los estudiantes en su práctica pedagógica. Las matemáticas se presentan como conocimiento desprovisto de error, imprecisión, solo se relacionan con la pasión como sentimiento vehemente que desencadenan, mientras que en los procesos educativos se enfatiza el error, las situaciones inesperadas, las emociones como inherentes a ellos.

Los estudiantes entrevistados no son del todo consientes cómo sus experiencias como estudiantes de la escuela básica y ahora como estudiantes para profesor, les aporta en la constitución de su sujeto político. La identidad de estos estudiantes para profesor de matemáticas se caracteriza en el cambio que muestran frente al *ser maestro*, pues exhiben un compromiso con ellos mismos, casi siempre de mejorar la forma como les enseñaron a ellos, a partir de un ideal de *ser maestro* que ellos mismos se han prometido.

En las narrativas se evidencia la necesidad de *reconocimiento*, ya no como sujetos sociales, sino como sujetos políticos que se empoderan en el acto pedagógico, y en el día a día con los otros (colegas, estudiantes, comunidad), sujetos que reflexionan sobre su hacer para mejorarlo, y nuevamente aparece la promesa, el compromiso con el otro, en este caso, aparece el ofrecimiento que con su hacer como profesor de matemáticas, cambiará para mejorar la vida de sus estudiantes. Los estudiantes narran lo que narran, porque en esas experiencias recogen lo que son hoy, porque al narrarse, se configuran de otra manera, más empoderada, más consiente y más autónoma. Narran las experiencias que los tejen en la proyección de un docente distinto, tal vez más amoroso, más empático y con otra manera de comprender la disciplina y su conocimiento como profesor.

Referencias

Bishop, A. (1999). Enculturación Matemática. Buenos Aires: Paidós.

Cooper, K.y Olson, M. (1996). The multiple 'I's' of teacher identity. In M. Kompf, W.R Bond, D. Dworet, y RT Boak (eds), Changing research and practice: Teachers professionalism, identities and knowledge (pp.78-89). London: Falmer Press.

Díaz, A. (2006). Subjetividad y subjetividad política. Entrevista con el psicólogo cubano Fernando González Rey. Revista Colombiana de Educación,(50),236-249. [fecha de Consulta 6 de Abril de 2022]. ISSN: 0120-3916. Disponible en: https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=413635244013

Freire, P. (2019). La importancia de leer y el proceso de liberación. México: Siglo XXI.

Gates, P. y Jorgensen, R. (2009). Poner en primer plano la justicia social en la formación del profesorado de matemáticas. Revista de formación de profesores de matemáticas, 12, 161-170.

López, G. (2016). "Un Acercamiento a la Identidad Narrativa: Entre la Ipseidad y la Mismidad", Disertaciones 5, 2016: 61 - 69.

Lutovac, S. y Kaasila, R. (2011). Beginning a pre-service teacher´s mathematical identity work through narrative rehabilitation and bibliotherapy. Teaching in Higher Education, 16(2), 225-236.

Reguillo, R. (2006). Políticas de la mirada. Hacia una antropología de las pasiones contemporáneas. En: I. Dussel y D. Gutiérrez, Educar la mirada. Políticas y pedagogías de la imagen (pp. 59-74). Buenos Aires: Manantial.

Ricoeur, P. (1996). Sí mismo como otro. México: Siglo XXI.

Ricoeur, P. (2003). La memoria, la Historia, el olvido. Madrid: Trotta.

Ruiz, A. y Prada, M. (2012). La formación de la subjetividad política. Propuestas y recursos para el aula. Buenos Aires: Paidós.

Torres, E. (2021). ¿Cómo iba a cambiar algún día un lápiz por un arma? Narrativas de excombatientes sobre infancia y escuela. Bogotá: Aula de Humanidades.

Skovsmose, O. y Valero, P. (2012). Rompimiento de la neutralidad política: El compromiso crítico de la educación matemática con la democracia. En P. Valero, y O. Skovsmose (Ed.). Educación Matemática Crítica. Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas (pp. 1-23). Bogotá: Ediciones Uniandes.

Valero, P. (2012). La educación matemática como una red de prácticas sociales. En P. Valero, y O. Skovsmose (Ed.). Educación Matemática Crítica. Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas (pp. 299-326). Bogotá: Ediciones Uniandes.

Formação de Professores da Educação Infantil: um planejamento colaborativo para a construção do conceito de número

Early Childhood Education Teacher Training: a collaborative planning to building the number sense

Formación del profesorado de Educación Infantil: una planificación colaborativa para la construcción del concepto de número

Davi Cézar da Silva[342]
Instituto Federal Catarinense
0000-0002-7655-382X

Clodis Boscarioli[343]
Universidade Estadual do Oeste do Paraná
0000-0002-7110-2026

Arthur Belford Powell[344]
Rutgers University-Newark
0000-0002-6086-3698

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam Matemática

Resumo

O conhecimento matemático na Educação Infantil deve ser desenvolvido de maneira contextualizada e interdisciplinar, onde conceitos como contagem, ordenação, relações entre quantidades, comparações e classificação podem ser estimulados por atividades planejadas com o objetivo de embasar nas crianças a construção do número por meio de interações lúdicas com intencionalidades pedagógicas. No entanto, percebemos dificuldades de professores desse nível de ensino na condução desses conhecimentos. Nesse artigo descrevemos as etapas de um planejamento colaborativo desenvolvido com adaptações das etapas previstas na *Lesson Study,* resultado de uma formação ofertada a professores da Rede Municipal de Educação na cidade de Videira-SC para atividades desenvolvidas em uma turma do Pré-1. Percebemos, pelas análises do desenvolvimento do curso e pelos relatos dos professores, que os estudos e trocas de informações proporcionados pelas etapas da formação os qualificaram profissionalmente, o que impactará em suas práticas profissionais. Em relação aos alunos, consideramos que estes se envolveram ativamente realizando as atividades previstas nos planejamentos, impactando de maneira positiva em suas aprendizagens acerca da construção do número.

Palavras-chave: Alfabetização Matemática; *Lesson Study*; Planejamento Colaborativo; Educação Infantil.

[342] davi.silva@ifc.edu.br.
[343] boscarioli@gmail.com.
[344] powellab@newark.rutgers.edu

Abstract

Mathematical knowledge in early childhood education should be developed in a contextualized and interdisciplinary manner, where the concepts such as counting, ordering, relations between quantities, comparisons, and classification can be stimulated through planned activities to support children in constructing the idea of numbers through ludic interactions and pedagogical intentionality. Nevertheless, to support that knowledge construction, we observe that early-childhood teachers have difficulties. In this article, we describe stages of collaborative lesson planning that adapted the prescribed steps of Lesson Study for activities developed for a Pre-1 class that resulted from professional learning sessions for teachers of the municipal education network of the city of Videira, SC. In our analysis of the sessions and teacher reports, the stages of the sessions and information exchange provided professional qualifications that shaped the teachers' classroom practices. In addition, we found that the students were actively involved in the planned activities, positively influencing their construction of number ideas.

Keywords: Mathematics Literacy; Lesson Study; Collaborative Planning; Early Childhood Education.

Resumen

El conocimiento matemático en Educación Infantil debe ser desarrollado dentro de un contexto y de manera interdisciplinar, en que conceptos como conteo, ordenación, relaciones entre cantidades, comparación y clasificación pueden ser estimulados por actividades planeadas con objetivo de fundamentar en los niños la construcción del número por medio de interacciones lúdicas con intencionalidad pedagógica. Sin embargo, percibimos las dificultades de profesores de Educación Infantil en la conducción de eses contenidos. En este trabajo describimos las etapas de un planeamiento colaborativo desarrollado, con adaptaciones, a partir de los pasos previstos en la metodología *Lesson Study*, resultado de una formación ofrecida a los profesores de la Rede Municipal de Educación de Videira/SC, para actividades aplicadas en una clase de Pré I. Percibimos, a través del análisis del desarrollo del curso y por medio de las experiencias narradas de los profesores, que los estudios e cambios de informaciones proporcionados por las etapas de la formación los capacitaran profesionalmente, lo que impactará en sus prácticas pedagógicas. Además, percibimos que los alumnos participaran activamente de las actividades previstas, impactando de manera positiva su aprendizaje acerca de la construcción del número.

Palabras clave: Alfabetización Matemática**,** *Lesson Study*; Planeamiento Colaborativo; Educación Infantil.

Introdução

Em algumas experiências em sala de aula no curso de Licenciatura em Pedagogia, no cotidiano de trabalho do primeiro autor, percebeu-se a angústia dos futuros profissionais que trabalharão com a matemática sobre como conduzir os conceitos dessa disciplina em turmas da Educação Infantil e Anos Iniciais. Na literatura, autores como Gatti (2010) já versavam sobre os desafios enfrentados por esses profissionais com a responsabilidade de abordar sobre diferentes disciplinas, sem contar as outras habilitações, como as administrativas em que esses profissionais são habilitados por suas formações. Autores como Borba, Almeida e Gracias (2018) também discutem as dificuldades em trabalhar, dentre outras disciplinas, especificamente a Matemática, pois configura-se dentro de grades curriculares que acabam não atendendo as especificidades que a formação desses profissionais demanda.

Em relação à Educação Infantil, foco das atividades que serão aqui descritas, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) orienta que o aprendizado seja proporcionado por meio de interações e brincadeiras, no entanto, não se deve partir da ideia que pelos fatos de as crianças interagirem com os pares e com os adultos, por si só as aprendizagens emerjam, ou seja, os profissionais devem "imprimir intencionalidade educativa às práticas pedagógicas na Educação Infantil, tanto na creche quanto na pré-escola" (BRASIL, 2017, p. 38).

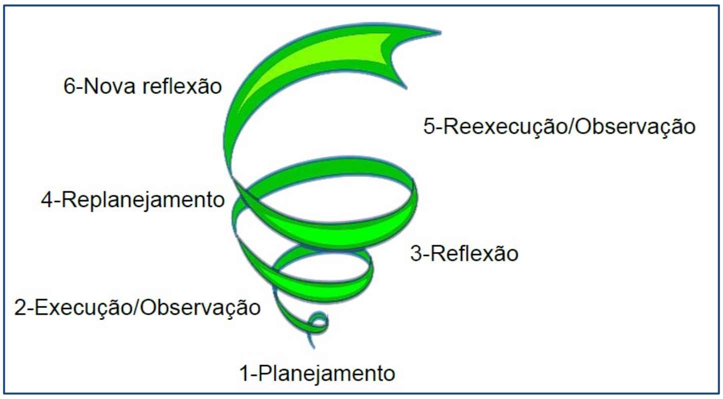
Para atender a tais dificuldades, entendemos a formação continuada como uma aliada. Tardif (2012, p. 16), valorizando as experiências dos docentes em relação a própria prática aponta que "Os saberes de um professor são uma realidade social materializada através de uma formação, de programas, de práticas coletivas, de disciplinas escolares, de uma pedagogia institucionalizada etc., e são também, ao mesmo tempo, os saberes dele". Nesse contexto, esse autor considera que as situações que os profissionais enfrentam e tem a possibilidade de solucionar, em suas práticas, são frutos de mediações realizadas pelo trabalho, não sendo as relações dos professores com os saberes somente cognitivas.

Nesse artigo, descrevemos o trabalho desenvolvido por um grupo de professoras da Educação Infantil, durante um curso de formação continuada visando elaboração de materiais manipulativos e planejamento das aulas sob os aspectos da metodologia de *Lesson Study*, adaptados para o contexto do grupo de trabalho e da escola onde foram desenvolvidas as atividades. Analisamos ainda, as possíveis contribuições tanto para a formação docente quanto à aprendizagem dos alunos.

As práticas com a *Lesson Study,* visam possibilitar uma melhor aprendizagem aos alunos por meio de estudos referentes às aulas que são planejadas por um grupo de profissionais, organizadas em três etapas: planejamento da aula, execução da aula e reflexão crítica da aula, visando possíveis melhorias. Em alguns casos, o grupo pode optar por um replanejamento e reaplicação da aula, tornando o processo cíclico, definido por Souza e Wrobel (2017) como uma espiral da *Lesson Study,* conforme a Figura 1.

Figura 1.

Espiral da Lesson Study. (Gaigher, Souza e Wrobel 2017).



A seguir, descrevemos as etapas dos planejamentos bem como as principais adaptações em relação à *Lesson Study.*

Planejamento das aulas

A formação em questão envolveu a participação de 25 professoras organizadas em 5 grupos no período de maio a novembro de 2021. Após um primeiro encontro geral, onde foram abordados os aspectos da *Lesson Study*, os encontros passaram a ocorrer por grupos direcionados às escolas em que seriam aplicadas as aulas. O grupo ao qual realizaremos as descrições das atividades foi composto por cinco integrantes: a diretora da escola, a professora regente, uma professora atuante em curso superior de Pedagogia, uma professora assistente, todas com formação em Pedagogia, e o pesquisador, primeiro autor deste artigo, com formação em Licenciatura em Matemática. A seguir, no Quadro 1, descrevemos os encontros realizados que variaram entre presenciais e virtuais organizados nas etapas da *Lesson Study* da seguinte maneira: 1º - Planejamento (do 1º ao 7º encontro); 2º - Execução das aulas (totalizando 5 dias de aulas); 3º - Reflexão crítica (8º encontro).

Quadro 1.

Descrição das atividades referente ao planejamento

Encontro/formato	Objetivo	Atividades/dinâmica
1º Encontro - Virtual	- Definição da turma e assunto; Turma definida: pré-1; - Assunto: a construção do número.	- Apresentação individual; - Levantamento das dificuldades de aprendizagem identificada pela professora regente.

2º Encontro - Virtual	- Estudo dos Currículos.	- Foram realizados estudos em grupo dos seguintes documentos: BNCC (2017); Projeto Político Pedagógico da escola; Currículo definido pela Secretaria Municipal de Educação; - Dinâmica: Cada integrante do grupo conduziu uma parte das discussões.
3º Encontro – Virtual	- Estudo de textos (4 artigos e 1 caderno de atividades) referentes à construção do número.	- Cada integrante realizou a apresentação de um texto e conduziu as discussões referente às abordagens nos trabalhos.
4º Encontro – Virtual	- Planejamento inicial dos materiais manipulativos a serem desenvolvidos pelo grupo; - Definição: as atividades foram desenvolvidas por meio do ciclo de vida dos peixes, onde construímos uma fonte real para criação de peixes no pátio da escola.	- Cada integrante apresentou diferentes ideias de construções de materiais para que encaminhamento das atividades.
5º Encontro – Presencial	- Apresentação do projeto por parte da diretora.	Fechamento da proposta de projeto para solicitar autorização à Secretaria de Educação para construção da fonte na escola.
6º Encontro – Presencial	- Definição dos materiais manipulativos e atividades a serem desenvolvidas nas aulas.	- Planejamento colaborativo dos materiais manipulativos e tópicos das aulas.
7º Encontro – Virtual	- Revisão do planejamento para aplicação das aulas.	- Realizamos a leitura de todo o planejamento e revisamos os tópicos a ser conduzidos pela professora regente.
Aplicação das aulas	- As aulas foram realizadas nos dias 20, 21, 22, 26 e 27/10/2021.	- As aulas foram desenvolvidas segundo planejamento a partir dos materiais manipulativos elaborados, configurando-se como um projeto de ensino denominado: A Fonte de Conhecimento.
8º Encontro Virtual	Avaliação do planejamento e das aulas por meio de reflexão crítica.	- Realizamos, ao final do conjunto de aulas a avaliação do planejamento bem como das percepções do grupo em relação às aplicações. A dinâmica seguiu uma leitura atenta dos tópicos do planejamento abrindo espaço para as considerações dos integrantes sobre suas análises, anotações e percepções.

Chamamos atenção às principais adaptações realizadas na *Lesson Study* para o contexto desse grupo. Primeiramente, antecedendo o plano das aulas, planejamos a elaboração de diferentes materiais manipulativos para abordar sobre o tema, tal que as atividades não poderiam ser aplicadas em uma única aula, mas sim como uma sequência de atividades em um conjunto de aulas explorando possibilidades que culminasse na construção da fonte definida no 4º encontro (Quadro 1). Nesse contexto, não realizamos a retomada da aula com análises críticas após cada aplicação, embora realizássemos a dinâmica de comentar diariamente as percepções dos integrantes, em um grupo de *WhatsApp*, no entanto, sem a criticidade que realizamos ao final do conjunto de aulas.

No mês de setembro de 2021, após autorização por parte da Secretaria de Educação, realizamos a construção da fonte, Figura 2, que contou com a colaboração da Associação de Pais e Professores (APP) da escola, e de um professor da área de Agronomia do Instituto Federal Catarinense. A inauguração da fonte, com inserção de peixes, foi parte do conjunto de aulas prevista no planejamento, as quais descrevemos na sequência.

Figura 2.

Registro fotográfico da fonte construída

Execução das aulas

As aulas foram organizadas sob dois temas principais, a **escolha de um nome para a fonte** e **o ciclo de vida dos peixes**, totalizando cinco dias de aulas com duração de 2h cada. Para a escolha do nome da fonte solicitamos às famílias, na semana anterior às aulas, que enviassem sugestões de nomes.

Iniciamos as atividades, na primeira aula, com cantigas como preparação ao assunto sobre os peixes, em seguida foi organizada uma roda de conversa para que os alunos relatassem sobre as sugestões das famílias e, conforme os alunos eram chamados para os relatos, a professora organizava os envelopes em colunas, no quadro, para que eles verificassem, por exemplo, situações em que os colegas sugeriram mais de um nome. Ao final, foi realizada a contagem do número de envelopes estimulando a relação com o número de alunos em sala, e a contagem das sugestões, para verificar quantas cada colega havia realizado. Seguindo, a professora solicitou que cada alunos recriasse o nome sugerido, utilizando um alfabeto móvel e após a construção, cada aluno deveria contar o número de letras que formava o nome. Para isso, foram distribuídos números em plástico visando a identificação pelos alunos do número que representava a quantidade de letras. Por fim, os alunos realizaram um desenho para representar o nome que haviam sugeridos, como pode ser observado em alguns registros das atividades representadas na Figura 3.

Figura 3.
Registro de atividades desenvolvidas na primeira aula

Na segunda aula, iniciamos a apresentando um vídeo disponível no Youtube "Daniel Tigre – Uma votação no bairro e uma votação na classe", que aborda sobre uma série de escolhas que deve ser realizada pelos personagens por meio de votação. Após o vídeo, realizamos o sorteio de dois nomes para realizarmos a votação (Figura 4). Na apuração dos votos, utilizamos um cartaz em papel pardo com peixes de duas cores diferentes para que os alunos tivessem o tempo todo contato com as quantidades. Realizamos questionamentos durante a atividade de apuração e, por fim, registramos nas colunas a quantidade total de votos que cada nome recebeu onde o nome escolhido foi: Fonte Amor.

Figura 4.

Registro de atividades desenvolvidas na segunda aula

As atividades da terceira aula foram organizadas por meio dos enfeites da placa que leva o nome da fonte, com materiais, sempre em grupos (conjuntos), com cinco unidades, contendo pedrinhas de cores diferente, corações em EVA, peixinhos recortados etc. Ao finalizar os enfeites, levamos os alunos até a fonte e realizamos uma cerimônia de inauguração com a placa e com a inserção dos peixes que também eram cinco e, à medida que os peixes eram colocados na água, realizamos as contagens (Figura 5).

Figura 5.

Registro das atividades desenvolvidas na terceira aula

Na quarta aula, já sob o tema "o ciclo de vida dos peixes" organizamos a turma em cinco grupos e iniciamos projetando a imagem do ciclo com cinco fases: Ovo, embrião, larva, peixe jovem e peixe adulto. A professora regente conduziu a atividade explicando um pouco sobre cada fase para que os alunos criassem simulações das fases do ciclo (Figura 6). Cada grupo de alunos apresentou à turma suas construções e, durante toda a apresentação a professora reforçou a ordem das fases realizando também a contagem de pratos. Um prato de cada grupo foi utilizado para montar em uma cartolina o ciclo, ficando exposto aos alunos.

Figura 6.

Registro das atividades desenvolvidas na quarta aula

Na quinta e última aula, conduzimos os alunos para o pátio da escola onde colamos cinco cartazes com as simulações do ciclo no muro da escola, conforme a Figura 7, onde todos os trabalhos ficaram expostos. Foram distribuídos números de 1 a 5 aos alunos e, por pequenos grupos, solicitamos que fossem colados nos cartazes de acordo com a fase correspondente, após todos os números colados, realizamos contagens tanto na ordem crescente quanto decrescente dos numerais. Os alunos foram estimulados a responderem, o tempo todo, a questionamentos acerca do número de pratos, sobre os ciclos, sobre o número de cartazes etc.

Figura 7.

Registro das atividades desenvolvidas na quinta aula

Objetivamos com a abordagem das atividades descritas, em relação explicitamente aos assuntos matemáticos, contemplar o eixo: Espaços, tempos, quantidades, relações e transformações da BNCC, além disso, o documento aponta referindo-se às experiências das crianças promovidas pelos itens do eixo, que:

> [...] as crianças também se deparam, frequentemente, com conhecimentos matemáticos (contagem, ordenação, relações entre quantidades, dimensões, medidas, comparação de pesos e de comprimentos, avaliação de distâncias, reconhecimento de formas geométricas, conhecimento e reconhecimento de numerais cardinais e ordinais etc.) que igualmente aguçam a curiosidade. Portanto, a Educação Infantil precisa promover experiências nas quais as crianças possam fazer observações, manipular objetos, investigar e explorar seu entorno, levantar hipóteses e consultar fontes de informação para buscar respostas às suas curiosidades e indagações. Assim, a instituição escolar está criando oportunidades para que as crianças ampliem seus conhecimentos do mundo físico e sociocultural e possam utilizá-los em seu cotidiano (BRASIL, 2017, p. 46).

Além disso, visamos contemplar também outros eixos da BNCC por meio das dinâmicas previstas nas atividades, são eles: Escuta, fala, pensamento e imaginação; Traços, sons, cores e formas; Corpo, gestos e movimentos; e O eu, o outro e o nós.

Reflexão crítica das aulas

A avaliação do planejamento ocorreu após o término do conjunto de aulas, de modo remoto *online*; primeiramente realizamos a leitura do planejamento para que o grupo pudesse acompanhar inserindo suas impressões de acordo com as observações. A principal alteração foi ao percebermos que as duas últimas aulas poderiam ser realizadas em um único dia, fato esse que já implementamos antes da avaliação final, pelas conversas no grupo após a realização da quarta aula, de início havíamos planejado 6 aulas que por fim, configuraram-se em 5. A avaliação do planejamento foi positiva e com potencial de impactar na aprendizagem dos alunos, como pode ser visto por alguns relatos das integrantes do grupo:

Diretora: "na verdade me surpreendi também com a turma, eu percebi que eles aproveitaram ao máximo, eles se envolveram no projeto, eles aprenderam, eles fizeram tudo que a gente propôs para eles, o planejamento em si também né, foi muito gratificante, a gente poder construir e aplicar junto com eles".
*Professora regente**:** "[...] a gente, na educação infantil, busca muito a participação dos pais, da família, e dessa vez, a gente buscou e eles acabaram se integrando no nosso projeto".*
Professora assistente: "e foi bem significativo porque na educação infantil é difícil trabalhar a matemática e ali deu para ver que tem possibilidades já nesse nível".

As considerações evidenciam que os planejamentos chamaram atenção dos alunos despertando o interesse e consequentemente a participação de toda turma, além disso foi possível envolver as famílias e a escola como um todo, por meio do projeto desenvolvido.

Considerações Finais

Percebemos, durante as observações das aulas, que todos os alunos se envolveram efetivamente com as atividades propostas, e que os estímulos em relação às contagens conduziram os alunos, nas diferentes situações, a elaborarem conhecimentos necessários à construção do número, pois as atividades foram propostas com objetivo de estimular os conceitos de contagem, ordenação, relações entre quantidades, dimensões, medidas, comparações, conhecimento e reconhecimento de numerais cardinais e ordinais, etc., previstos no currículo da escola elaborado sob as orientações da BNCC em seu eixo Espaços, tempos, quantidades, relações e transformações. Pela organização e condução das atividades em que utilizamos estratégias como músicas para cantigas, enfeites de materiais, socializações, discussões entre os alunos e professora, conseguimos conduzi-las de maneira a atender outros eixos, supracitados, que compõe os campos de experiências do documento. Ainda promovemos uma aproximação das famílias com a escola, diretamente por meio das sugestões de nomes para a fonte e indiretamente pela colaboração entre a escola e a associação de pais em professores, que resultou na construção da fonte que posteriormente pôde ser apreciada por toda comunidade escolar.

Em relação ao trabalho docente e os conhecimentos que pudemos proporcionar por meio da formação continuada, percebemos pelos relatos que os momentos formativos proporcionados pelas etapas do planejamento, que envolveram estudo dos currículos, estudo de conteúdos por meio de diferentes trabalhos pesquisados e estudados em grupo, e ainda pelos estudos para adequação dos materiais manipulativos elaborados como pré-requisitos para o planejamento das aulas, impactaram em sua formação profissional e podem agregar conhecimentos em suas futuras práticas profissionais.

Entendemos que a formação continuada descrita nesse trabalho, impactou tanto em relação aos conhecimentos e experiências para a continuidade dos trabalhos dos profissionais envolvidos, quanto em relação à aprendizagem dos alunos pois a construção do número, bem como realizar as relações entre numerais e quantidades, era uma dificuldade inicial apontada pela professora regente ao iniciarmos os planejamentos, fato esse que percebemos mudanças na postura dos alunos ao final de todas as aulas. Para trabalhos futuros, pretendemos continuar realizando planejamentos adaptados contextualizados na *Lesson Study* priorizando utilizações de materiais manipulativos a fim de contextualizar os assuntos matemáticos com o cotidiano dos alunos tornando o ensino atrativo e estimulador, e buscando agregar novos conhecimentos aos profissionais participantes.

Referências

BORBA, M. C.; ALMEIDA, H. R. F. L; GRACIAS, T. A. S. **Pesquisa e ensino em sala de aula:** diferentes vozes em uma investigação. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília: MEC, 2017.

GAIGHER, V. R.; SOUZA, M. A. V. F. de.; WROBEL, J. S.; Planejamentos colaborativos e reflexivos de aulas baseadas em resolução de problemas verbais de matemática. **Vidya**, v. 37, p. 35-50, 2017.

GATTI, B. A. **Formação de Professores no Brasil:** características e problemas. In Educação e Sociedade. Campinas – SP, v. 31, n. 113, p. 1355 – 1379, 2010.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional**. 13. ed. Petrópolis: Vozes, 2012.

Vivências de duas acadêmicas do curso de Matemática Licenciatura: relatos de experiências da formação inicial

Experiences of two undergraduate Mathematics students: reports of experiences ininitial formation

Experiencias de dos estudiantes de licenciatura en Matemática: relatos deexperiencias en la formación inicial

Pamela Kariny Peteres Soares Lima[345]
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
https//orcid.org/0000-0003-1496-5375

Vitoria Lourenço Luges da Silva[346]
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
https://orcid.org/0000-0003-4841-7940

Sonia Maria Monteiro da Silva Burigato[347]
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
https://orcid.org/0000-0001-8403-6032

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam Matemática

Resumo

Este trabalho tem como objetivo apresentar relatos de experiências vivenciadas por duas acadêmicas no curso de Matemática - Licenciatura da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul. O artigo traz algumas considerações sobre as vivências das autoras no Programa de Bolsa de Iniciação à Docência, nos estágios obrigatórios, no Programa Residência Pedagógica, no Programa Institucional de Bolsa de Iniciação Científica e no processo de produção de uma monografia. Esse percurso que as autoras vivenciaram contribuiu em suas formações como professoras e também as permitiram atuar como pesquisadoras.

Palavras-chave: Formação, Tecnologia, Aprendizagem, Pesquisa.

Abstract

This paper aims to present reports of experiences lived by two students in the Mathematics - Licenciatura course at the Federal University of Mato Grosso do Sul. Thearticle brings some considerations about the experiences of the authors in the Teaching Initiation Scholarship Program, in the mandatory internships, in the Pedagogical Residency Program, in the Institutional Program for Scientific Initiation Scholarship and in the process of producing a

[345] pamela.peteres.lima@ufms.br
[346] viluges@gmail.com
[347] sonia.burigato@ufms.br

monograph. This path that the authors experienced contributed to their formation as teachers and also allowed them to act as researchers.

Keywords: Formation, Technology, Learning, Research.

Resumen

Este trabajo tiene como objetivo presentar relatos de experiencias vividas por dosestudiantes del curso de Matemática - Licenciatura de la Universidad Federal de Mato Grosso do Sul. El artículo aporta algunas consideraciones sobre las experiencias de los autores en el Programa de Becas de Iniciación a la Enseñanza, en las prácticas obligatorias, en el Programa de Residencia Pedagógica, en el Programa Institucional de Becas de Iniciación Científica y en el proceso de elaboración de una monografía. Este camino que experimentaron los autores contribuyó a su formación como profesores y también les permitió actuar como investigadores.

Palabras clave: Formación, Tecnología, Aprendizaje, Investigación.

Introdução

Este trabalho tem como objetivo apresentar relatos de experiências vivenciadas por duas acadêmicas no curso de Matemática - Licenciatura, do Instituto de Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (INMA/UFMS), do campus de Campo Grande. As ideias iniciais para desenvolver esse relato surgiram de alguns diálogos sobreas experiências adquiridas e vivenciadas durante o curso. Nesse sentido, apresentamos aos leitores os movimentos no decorrer da graduação e suas possibilidades de vivências durante o curso. A escrita está organizada conforme as experiências vividas, primeiro emque ambas as autoras viveram em conjunto e, após, experiências vividas individualmente.Dito isso, ambas as autoras participaram do PIBID[348] durante o período de 2018 a 2020. Participaram do Programa Residência Pedagógica que ocorreu no ano de 2020 a 2021. Para a primeira autora, os estágios obrigatórios aconteceram de modo totalmente remotopor conta da pandemia. Já a segunda autora teve a oportunidade de experienciar dois estágios presenciais e dois remotos. Além disso, a primeira autora discorreu sobre as vivências no PIBIC[349] e a segunda autora sobre a produção de uma monografia.

Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID)

[348] Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência
[349] Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica

Para a primeira autora, o PIBID proporcionou um primeiro contato com alunos doensino básico e com a escola, contribuindo na formação de futuros professores. No decorrer do programa foram trabalhados, no Laboratório de Ensino de Matemática(LEMA/INMA), métodos de ensino diferenciado da Matemática que se aplicam tradicionalmente nas salas de aulas das escolas públicas. No decorrer do semestre, obtivemos fundamentações teóricas a respeito do ensino-aprendizagem nas escolas públicas do Brasil. Com isso, colocamos em prática os estudos e reflexões relacionadas àformação do professor que ensina Matemática e às metodologias de ensino, realizadas emreuniões semanais com a orientadora do programa. Assim, nós investimos em projetos pedagógicos com a utilização de material concreto em sala de aula, com a finalidade de fugir do tradicional "giz e lousa", levando outras metodologias para a sala de aula. Na Escola Estadual Amando de Oliveira e na Escola Estadual Hércules Maymone, as atividades desenvolvidas tinham como objetivos: fazer com que o aluno desenvolvesse oaprendizado a partir de novos métodos de ensino; sanar possíveis dificuldades da disciplina de Matemática; induzir o aluno a ser mais investigativo na aula; motivar o alunona aula; e propor desafios.

Na escola, a primeira autora foi responsável por dar monitoria em conjunto com os professores em sala de aula, oficinas nas quais trabalhavam com os jogos. Com os alunos que tiveram dificuldades no processo de aprendizagem dos conteúdos matemáticospropostos, foi disponibilizada uma sala na qual nós pudemos levar os alunos para tirar todas as dúvidas, sempre que possível. No contraturno, realizamos reforços com os alunosdos 8º e 9º anos e, de acordo com o conteúdo que a professora estava apresentando em sala, elaboramos nossas aulas pensando no auxílio proporcionado pelo uso do material concreto. Ademais, no decorrer do semestre foram elaboradas atividades envolvendo funções do primeiro grau, trigonometria, gráficos e conjuntos. Com isso, buscamos transformar o processo de ensino e aprendizagem.

A segunda autora participou, com algumas colegas pibidianas, de uma feira de ciências proposta por uma escola, em 2018. O objetivo dessa participação foi auxiliar osalunos do 7º ano, juntamente com a professora de Matemática da turma, a produzir algunsjogos matemáticos para a feira. Assim, produzimos a Trilha das Equações que, resumidamente, era um jogo de trilha em que os jogadores jogavam o dado e tiravam umacarta do monte de questões, e logo após, eles tinham um tempo determinado para responder à questão. Quando acertavam a resposta, os jogadores andavam a quantidade de casas que apareceu no dado e, caso contrário, não andavam. Quem fosse o primeiro a chegar ao final da trilha, vencia. Antes de apresentar o jogo à comunidade, os alunos jogaram entre eles. Alguns precisavam da ajuda da professora ou de mais tempo para responder à pergunta, já outros, respondiam tranquilamente. Outro jogo que nós auxiliamos os alunos a produzir foi o Uno de Frações. As regras que estabelecemos foramsemelhantes ao jogo original Uno, porém, adaptamos o jogo com cartas que continham frações. Nesse jogo, os alunos brincavam com frações equivalentes. No dia da feira, o jogo foi apresentado à comunidade e os alunos, pais, professores e as pibidianas se divertiram muito jogando ambos os jogos.

Estágios obrigatórios e o Programa de Residência Pedagógica

Neste tópico serão apresentadas algumas experiências relativas aos estágiosobrigatórios do curso de Matemática - Licenciatura.

No primeiro semestre de 2019, a segunda autora iniciou o estágio obrigatório I (6ºe 7º anos) e, no segundo semestre, o estágio II (8º e 9º anos). A carga horária foi cumpridatotalmente presencial na escola. Como já estava participando do PIBID, a autora já estava um pouco familiarizada com o ambiente escolar. Os estagiários tiveram a oportunidade de conviver, mesmo que em um período menor em comparação com o PIBID, com os docentes da escola, junto com as coordenadoras e os alunos. As observações, participações e regências trouxeram reflexões sobre nossa postura como professores e sobre estratégias a serem utilizadas para que os alunos se sintam incentivados a participardo processo de aprendizagem da Matemática. Na escola, o que chamamos de ensino tradicional é muito comum, desse modo então, é importante refletirmos sobre diferentes metodologias para os estudantes “entrarem no jogo”.

No primeiro semestre de 2020, a primeira autora iniciou o estágio obrigatório I e, simultaneamente, se iniciava a paralisação nas universidades e escolas de todo o Brasil devido à pandemia causada pela Covid-19. Dessa forma, a participação da primeira autoranos estágios foi realizada totalmente de modo remoto. Assim, professores e alunos notaram a necessidade de se adaptar ao meio de ensino. Dessa forma, surgiram alguns questionamentos: Como os estagiários seriam avaliados? Como aconteceria a interação com os alunos e a escola? Como as regências seriam realizadas?

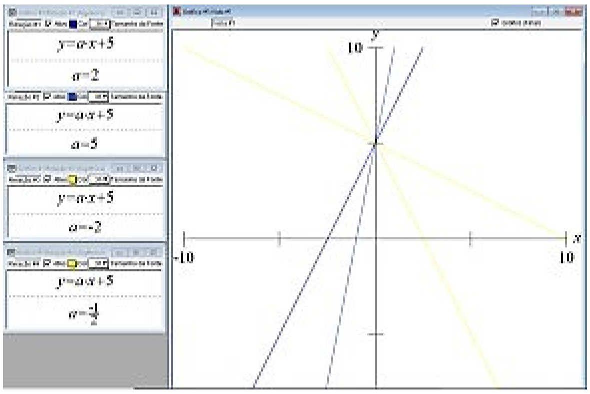
O estágio I aconteceu somente com os acadêmicos da universidade que estavam matriculados na disciplina. Realizamos planejamentos de aula, produções de vídeos traçamos sequências didáticas pensando em como o professor pode abordar determinado conteúdo e apresentá-lo de forma remota. As aulas eram apresentadas via *Google Meet*, a professora orientadora indicava fundamentações teóricas, leitura e discussão de artigossobre uso de tecnologias, orientações para as produções de vídeos, entre outros, tudo issopara nos adequarmos ao período em que estávamos vivenciando.

Já no segundo semestre de 2020, tínhamos a certeza de que as aulas presenciais não voltariam naquele ano. Assim, inicia-se o estágio II. Nesse período tivemos a oportunidade de participar do programa de Residência Pedagógica. Assim, as atividades do estágio e da residência estavam sendo desenvolvidas simultaneamente. Enquanto a primeira autora fazia o estágio II, a segunda autora participava do estágio IV, porém ambas eram residentes.

As escolas públicas iniciaram o ensino remoto. Assim, o estágio pôde acontecer junto com a participação de alunos e professores das escolas públicas de Campo Grande.A Escola Estadual Emygdio Campos Widal e Escola Estadual Hércules Maymone foramimportantes nesse processo. Assim, pudemos realizar as atividades do estágio e da residência com o mesmo grupo de alunos. Nesta etapa, alunos e professores ainda buscavam entender como utilizar os recursos digitais, desse modo , estudávamos propostas de ensino incluindo a tecnologia. A professora orientadora incluiu em nossas atividades a leitura do capítulo II do livro “Instrumentação e Prática de Ensino de Matemática IV” intitulado “A Informática nas Aulas de Matemática”, escrito por Bittar (2011). Observamos que a intenção da autora é destacar a construção da aprendizagem apartir do uso das tecnologias, em que o professor tem um papel fundamental, pois é ele que escolhe o material que será preparado para as atividades. A autora também enfatiza aimportância do uso das tecnologias de informática e *software* para o ensino e aprendizagem de Matemática. Dessa maneira, podemos propor mudanças na forma de ensinar e, a partir disso, o professor pode estudar essas mudanças e considerar o uso desses recursos tecnológicos na elaboração de sua aula.

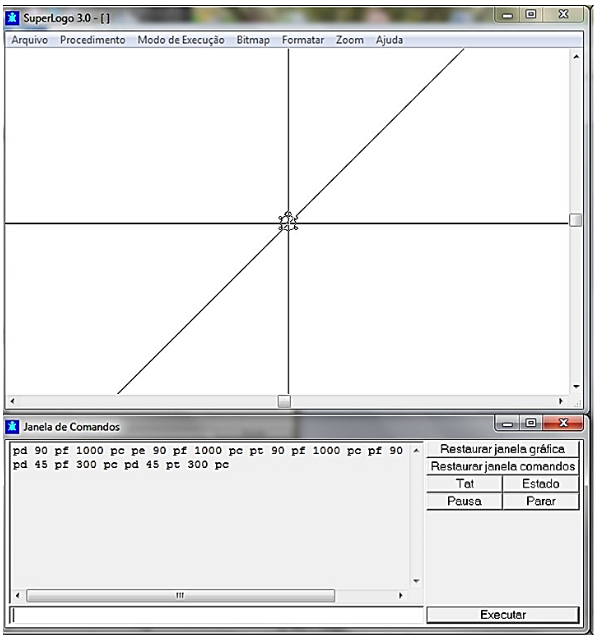
Bittar (2011) apresenta alguns *softwares* para integrar na elaboração das atividades que se relacionam com conteúdo matemático. São eles: *Cabri-Géomètre*, *SuperLogo*, *Graphequation* e *Aplusix*. Após analisar os tipos de atividades que podem serpropostas com uso de diversos *softwares*, elaboramos sequências didáticas. A primeira autora produziu uma sequência sobre sistemas de equações lineares e suas representações gráficas juntamente com seu grupo, buscando o desenvolvimento das atividades propostas e aplicando as habilidades no uso do *software Graphequation* de forma a interagir com os demais estagiários/residentes e também com a professora orientadora.

Figura 1.
Interface do Software Graphequation (feito pelas autoras)



Já a segunda autora produziu, com seu grupo, uma sequência didática sobre função do primeiro grau, com o *SuperLogo*. Este é um *software* de programação de figuras geométricas planas em que o aluno insere o comando, que aparece na janela gráfica. Com esse instrumento, o aluno organiza seu pensamento lógico. A figura 2 mostra a interface deste *software*.

Figura 2.
Interface do Software SuperLogo (feito pelas autoras)



No estágio III, uma experiência marcante, para a primeira autora, foi ministrar uma aula via *Google Meet* sobre os "Elementos de Arte no conjunto da Matemática". Baseado na BNCC[350] de modo que a interdisciplinaridade entre matemática e arte fossem expostas para os estudantes. Seguindo as competências da BNCC, essa aprendizagem contribuiu para o desenvolvimento do reconhecimento de diferentes manifestações criativas, artísticas e culturais, por meio de vivências virtuais que ampliem a visão de mundo, sensibilidade, criticidade e criatividade. Ao apresentar o conteúdo de proporção áurea e sequência de *Fibonacci*, procuramos desenvolver as habilidades de classificar sequências em recursivas e não recursivas, reconhecendo que o conceito de recursão estápresente não apenas na Matemática, mas também na arte e na literatura.

Iniciamos a apresentação da atividade com uma retomada artística histórica e, por conseguinte, apresentamos as definições de alguns conceitos matemáticos presentes na arte, assim, relacionando-a com a Matemática. Muitas obras retratam a busca do autor pela perfeição formal, utilizando a geometria para alcançar formas perfeitas. O número de ouro é o representante matemático da perfeição na natureza. Assim, propusemos aos alunos como atividade que construíssem a proporção áurea em uma folha sulfite seguindo as medidas matemáticas e, para concluir, respondessem a um questionário sobre os assuntos tratados. Essa aula possibilitou uma aproximação com a realidade diária de um professor durante o desenvolvimento do seu trabalho na escola. Pudemos utilizar os mesmos recursos que o professor regente e preceptor, e também tivemos acesso aos materiais necessários para elaborar os planos de aula.

A interdisciplinaridade entre a arte e a Matemática nos fez refletir sobre aimportância de mostrar essa relação para os alunos, pois é um momento em que temos a oportunidade de apresentar a disciplina de Matemática de outra forma.

No estágio IV, tivemos uma experiência muito significativa ao ministrar uma aulasobre Análise Combinatória – Arranjo e Combinação. Iniciamos a aula apresentando umpouco sobre o princípio fundamental da contagem. Introduzimos as fórmulas de arranjo,para que servem e como identificar seus elementos na fórmula. Em seguida, fizemos alguns exemplos que foram desenvolvidos em aula junto com os alunos. Concluímos com o princípio multiplicativo e resolução de problemas.

---

[350] Base Nacional Comum Curricular.

Nos encontrávamos no segundo ano de pandemia. Foi perceptível a dificuldade apresentada pelos alunos, pois muitos não tinham os conhecimentos prévios para compreensão do conteúdo. Como esse tema é repleto de notações e conceitos, a primeiraautora considera que foi o mais difícil de ensinar.

Mesmo antes da pandemia, muitos alunos já encontravam dificuldades de aprendizagem com a disciplina e, com ensino remoto, passou a ser ainda mais difícil lidarcom as dificuldades de acompanhar as aulas, entregar as atividades e ainda adequar o ambiente de estudos em casa. Nós, professores, tivemos que nos debruçar em busca de estratégias e recursos para minimizar essa expressiva defasagem. Assim, os professores preceptores repassavam Atividades Pedagógicas Complementares – APC para complementar os estudos diários dos alunos. Essas APCs eram aulas gravadas que auxiliavam os alunos para a realização das atividades complementares, no caso as listas de exercícios.

Os estágios e a residência pedagógica nos permitiram, por meio das atividades e dos estudos teóricos relativos ao processo de ensino e aprendizagem, refletir sobre nossasações como docentes e até mudá-las, visando o aprendizado do aluno.

Programa Institucional de Bolsa de Iniciação Científica (PIBIC)

A primeira autora teve a oportunidade de participar das atividades da iniciação científica, que teve início em agosto de 2020. Por conta da pandemia, as atividades da IC ocorreram de forma remota.

Os conhecimentos adquiridos sobre a temática “A importância da Estatística na Formação do Professor Primário no Período do Movimento da Matemática Moderna”, proporcionou novas oportunidades de conhecer saberes que não são apresentados na graduação. Além disso, o projeto também ajudou com as escolhas para o mestrado, contribuindo para a formação de uma pesquisadora.

Para dar início a pesquisa, foi feito estudos de materiais que ajudassem a compreender o assunto proposto. Neles , a primeira autora procurou a presença dos saberes a ensinar e para ensinar matemática. De acordo com Hofstetter eSchneuwly(2017), os saberes a ensinar são relacionados a saberes matemáticos, enquanto que os saberes para ensinar são saberes relacionados às práticas dos professores em sala de aula. A leitura e análise de artigos e outras matérias de estudo eram feitas com o propósito de refinar o conhecimento e saber a respeito de termos e significações que nãofaziam parte dos meus estudos, pois percebe-se a necessidade de um conhecimento teórico mais aprofundado. O estudo e a socialização dessa temática, por certo, podem enriquecer intelectual e culturalmente.

O trabalho desenvolvido ergueu-se da seguinte pergunta: como a estatística estava presente na formação do professor primário no período do Movimento da Matemática Moderna (MMM)? Mesmo diante de poucos materiais para compor a análise dessa pesquisa, podemos concluir que, o ensino de estatística para os professores primários doperíodo do Movimento da Matemática Moderna é de grande significância, pois esse conteúdo matemático tornou se uma ferramenta para a resolução de inúmeros problemasrelacionados a situações diárias que, sem o domínio da estatística, não eram possíveis deserem solucionados.

Assim, a partir desta temática, e com todos os demais conhecimentos adquiridos para esta pesquisa, foi produzido um trabalho final em formato de artigo. Conclui-se queos estudos colaborativos proporcionaram novos conhecimentos necessários, assim, amadurecendo as ideias da primeira autora a respeito do que é pesquisa. Dessa forma, a iniciação científica criou oportunidades de reflexão em cima de um processo formativo mediado por meio de estudos, pesquisas e leituras.

Monografia

No ano de 2021, a segunda autora deste artigo teve a oportunidade de produzir uma monografia. A pesquisa teve por objetivo fazer um estudo sobre as definições de limite de função em um ponto apresentadas em alguns livros didáticos presentes nas ementas da primeira disciplina de Cálculo Diferencial e Integral nos cursos de Matemática Licenciatura e Bacharelado da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul. Para atingir este objetivo, identificamos quais definições os autores apresentam e quais conceitos e representações foram utilizados para essa apresentação.

Esse trabalho foi desenvolvido, por um lado, pelas experiências da autora na disciplina, em que apresentava dificuldades na compreensão das definições de limite. Poroutro lado, esse problema é comum em alunos do Cálculo I. Há pesquisas que apontam que alunos não conseguem relacionar a definição formal com o que é apresentado na definição intuitiva e, além disso, não conseguem compreendê-las (BURIGATO, 2019; ZUCHI, 2005). Desse modo, é preciso propor situações que diminuam a “distância” entreessas duas definições, relacionando-as (SANTOS, 2013).

Para o estudo, foram selecionados os três livros mais indicados pelas bibliografiasda disciplina de Cálculo I: *Cálculo Volume 1* de Stewart (2013), *O Cálculo com Geometria Analítica Volume 1* de Leithold (1994) e *Um Curso de Cálculo Volume 1* de Guidorizzi (2015). A partir disso, foram identificadas e analisadas as situações que os autores utilizaram para apresentar as definições de limites, por meio da Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (2009). Para este autor, uma situação envolve um conjunto de conceitos imbricados, além do conceito, objeto de ensino. O aluno, no processo de aprendizagem, precisa lidar com uma variedade de situações e conceitos, queVergnaud denomina de campos conceituais.

Concluiu-se que as definições exigem dos estudantes o conhecimento de conceitos diversos. Além disso, é importante a reflexão sobre as escolhas das situações para apresentar o conceito de limite e também sobre qual o livro didático mais adequado e coerente para o processo de aprendizagem desse conceito.

Considerações Finais

Trouxemos as experiências que marcaram esse processo de formação, e é sem dúvidas que, durante a pandemia, nossas experiências giravam em torno da tentativa de se adequar a esse novo meio de ensino remoto. Esse percurso vivenciado em tempos pandêmicos nos fez entender que não precisamos esperar uma pandemia para buscar mudanças no meio educacional. É interessante que o uso de novas ferramentas tecnológicas façam parte da formação inicial de professores.

Pudemos vivenciar diversos momentos com a realidade da escola e do professor.E ficou claro que estar acompanhando a escola como aluno, não é nada equivalente a estar como professor, embora o ambiente seja o mesmo, a realidade é diferente. O professor deve se dispor sempre a novas maneiras de se comunicar com todos os estudantes, para tornar a aula mais dinâmica, para que assim, a aula seja produtiva e envolva todos eles . Diante das considerações, podemos concluir que o professor deve ter organização,criatividade e disposição, compromisso com o aluno, buscar fazê-lo aprender mesmo que tudo ocorra à distância. Precisamos nos reinventar sempre.

No período de pesquisa da iniciação científica e da monografia, as autoras se colocaram no lugar de pesquisadoras. Isso fez com que despertasse a vontade de participar do processo seletivo do Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da

Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (PPGEduMat/UFMS), no qual ambas as autoras fazem parte atualmente.

Referências

ALBERTO, C. T. D. F.; SPERIDIÃO, V. K. **Softwares de Matemática: Seus Fundamentos Teóricos e Epistemológicos Matemáticos e Educacionais, Tecnológicos e de Funcionalidade**. RS. 2013.

BITTAR, M. A Informática nas aulas de Matemática. SANTOS, R. M.; DOS SANTOS,

J. R. V. (Orgs). **Instrumentação e Prática de Ensino de Matemática IV**. Campo Grande: Editora UFMS (no prelo), 2011. Cap II, p. 41-62.

BURIGATO, S. M. M. S. **Um Estudo sobre a Aprendizagem do Conceito de Limite de Função por Estudantes nos contextos Brasil e França**, 2019. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, CampoGrande.

EDUMATEC. **Graphequation**. 2008. Disponível em:

<http://www2.mat.ufrgs.br/edumatec/softwares/softwares_index.php>. Acessoem: 15 de fev. de 2021.

GUIDORIZZI, H. L. **Um Curso de Cálculo**. 5 ed. vol. 1. Rio de Janeiro: LTC, 2015.

HOFSTETTER, R.; SCHNEUWLY, B. **Saberes:** um tema central para as profissões do ensino e da formação. In: HOFSTETTER, R.; VALENTE, W. R. (Org.). **Saberes em (trans)formação:** tema central da formação de professores. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017. cap. 3. p. 113-172.

LEITHOLD, L. **O Cálculo com Geometria Analítica**. 3 ed. vol. 1. São Paulo: HARBRA, 1994.

SANTOS, M. B. S. **Um Olhar para o Conceito de Limite: Constituição, Apresentação e Percepção de Professores e Alunos sobre o seu ensino e Aprendizado**. 2013.Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo.

STEWART, J. **Cálculo**. 7 ed. vol. 1. São Paulo: Cengage Learning, 2013. VERGNAUD, G. O que é aprender? In: Bittar, M.; Muniz, C. A. (Org.). **A**

Aprendizagem Matemática na Perspectiva da Teoria dos Campos Conceituais. Curitiba: Editora CRV, 2009. p. 11-32.

ZUCHI, I. **A Abordagem do Conceito de Limite via Sequência Didática: do ambientepapel e lápis ao ambiente computacional**. 2005. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.

O discurso coletivo e singular produzido pelos acadêmicos de Matemática na prática pedagógica no Programa de Residência Pedagógica (PRP)

The collective and singular discourse produced by Mathematics students in pedagogical practice in the Pedagogical Residency Program (PRP)

El discurso colectivo y singular producido por estudiantes de Matemática en la práctica pedagógica en el Programa de Residencia Pedagógica (PRP))

Cíntia Melo dos Santos I[351]
Universidade Federal da Grande Dourados (UFGD)
0000-0003-2121-3120

Sonia Maria Monteiro da Silva Burigato II[352]
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS)
0000-0001-8403-6032

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam Matemática

Resumo

O objetivo principal deste artigo é relatar como o Programa de Residência Pedagógica (PRP) possibilitou a profissionalização de acadêmicos do Curso de Matemática - Licenciatura. Para tanto, investigamos um grupo de 09 residentes de duas universidades públicas distintas do estado de Mato Grosso do sul, em que trabalhamos com questionários via google forms, amparados no Discurso do Sujeito Coletivo (DSC). Ao analisar os questionários, percebemos o quanto o PRP permitiu aos futuros professores refletirem sobre diferentes situações que perpassam o âmbito escolar e sobre suas próprias práticas, bem como a analisarem o quanto o programa proporcionou a criação de espaços coletivos e uma vivência maior na escola, para além do estágio supervisionado, sendo sempre sob a orientação dos professores da Educação Básica, oferecendo ao futuro licenciado conhecimento e experiências em situações reais de trabalho.
Palavras-chave: Formação de Professores, PRP, DSC.

Abstract

The main objective of this article is to report how the Pedagogical Residency Program (PRP) enabled the professionalization of academics of the Mathematics Course - Licentiate. Therefore, we investigated a group of 09 residents from two different public universities in the state of Mato Grosso do Sul, in which we worked with questionnaires via google forms, supported by the Discourse of the Collective Subject (DSC). When analyzing the questionnaires, we realized how much the PRP allowed future teachers to reflect on different situations that permeate the school environment, and on their own practices, as well as to analyze how much the program provided the creation of collective spaces, and a greater experience at school, in addition to the supervised internship and always under the guidance of

[351] cintiasantos@ufgd.edu.br
[352] Sonia.burigato@ufms.br

Basic Education teachers, offering the future graduate knowledge and experiences in real work situations.
Keywords*:* Teacher Training, PRP, DSC

Resumen

El objetivo principal de este artículo es relatar cómo el Programa de Residencia Pedagógica (PRP) posibilitó la profesionalización de académicos del Curso de Matemáticas - Licenciatura. Por lo tanto, investigamos un grupo de 09 residentes de dos universidades públicas diferentes en el estado de Mato Grosso do Sul, en el que trabajamos con cuestionarios a través de formularios de Google, apoyados en el Discurso del Sujeto Colectivo (DSC). Al analizar los cuestionarios, nos percatamos cuánto el PRP permitió a los futuros docentes reflexionar sobre diferentes situaciones que permean el ambiente escolar, y sobre sus propias prácticas, así como analizar cuánto el programa brindó la creación de espacios colectivos, y una mayor experiencia en la escuela, además del internado tutelado y siempre bajo la guía de docentes de Educación Básica, ofreciendo al futuro egresado conocimientos y experiencias en situaciones reales de trabajo.
Palabras clave: Formación Docente, PRP, DSC.

Introdução

Entre os desafios eminentes na formação inicial de professores, o mais abrangente e, ao mesmo tempo, mais delicado, encontra-se na efetivação das parcerias Universidade e Escolas da Educação Básica, por uma série de motivos, dentre eles, a extensa carga horária de trabalho dos professores, que os impede, em boa medida, de participarem mais ativamente de atividades promovidas pela Universidade; a dificuldade dos estudantes de realizarem seus estágios supervisionados, em face da diminuição significativa de disciplinas e cargas horárias que permitam uma observação mais duradoura e analítica do contexto escolar; a situação de estudantes trabalhadores, que não conseguem utilizar parte do seu tempo para atividades que não sejam direcionadas aos trabalhos e ao desenvolvimento de seus cursos de graduação, dentre outras.

Diante disso, o Programa Residência Pedagógica (PRP) justifica-se na ação primeira de valorizar a experiência dos professores em exercício docente na Educação Básica, mediada pela participação dos professores formadores das licenciaturas e operacionalizada pelos estudantes dos cursos de graduação. Ademais, definindo-se o desafio de minimizar o distanciamento entre escola e universidade e, ao mesmo tempo, proporcionando contato direto com a escola, incentivando e despertando nos jovens o interesse pelos cursos de licenciatura, e pela formação docente.

Neste sentido, o PRP visa à consolidação da pesquisa e integração da teoria e prática, contribuindo significativamente para a formação inicial dos licenciandos, pois compreendemos que:

> [...] se o conteúdo dessa formação for maciçamente reduzido ao exercício de uma reflexão sobre os saberes profissionais, de caráter tácito, pessoal, particularizado, subjetivo etc. De pouco ou nada adiantará defendermos a necessidade de os formadores de professores serem pesquisadores em educação, se as pesquisas em educação se renderem ao "recuo da teoria". (DUARTE, 2003, p.620).

Assim, o PRP propicia espaços para que os futuros professores participem de momentos de orientação e reflexão, individual e coletiva, em consonância com a Escola, sob a orientação dos professores da Educação Básica, oferecendo ao futuro licenciado conhecimento e experiências em situações reais de trabalho no âmbito escolar, oportunizando-lhe participar das atividades decorrentes do exercício docente.

Certamente, ao propiciar para o licenciando reflexões sobre a atuação do professor nos espaços e nas práticas educativas, assim como o seu desenvolvimento profissional e ético, na organização, estudos e preparação de diferentes atividades, perante o compromisso com a educação e a sociedade, competências e habilidades emergem e se articulam na formação inicial de professores, em um processo de profissionalização. Para Wittorski, podemos entender o processo de profissionalização com diferentes significações, como a profissionalização das atividades, a profissionalização dos atores e a profissionalização das organizações (WITTORSKI, 2014), compreendendo que a profissionalização envolve a organização de atividades, a construção de uma identidade profissional, bem como a legitimação de algumas expertises para o exercício profissional.

Nesse contexto, o professor da Educação Básica tem um papel crucial no diálogo com os pares, pois, no desenvolvimento das atividades do programa, teremos espaços nos quais os professores compartilham as suas experiências e saberes e, ao mesmo tempo, que estão contribuindo na formação dos futuros professores, estes, como menciona Nóvoa (1992), estão sendo formados. Nesse cenário, o autor ressalta a importância no exercício profissional da criação de espaços coletivos, como afirma: "o diálogo entre os professores é fundamental para consolidar saberes emergentes da prática profissional. Mas a criação de redes colectivas de trabalho constitui, também, um factor decisivo de socialização profissional e de afirmação de valores próprios da profissão docente." (NÓVOA, 1992, p.14). Logo, o PRP visa oportunizar ao licenciandos participante do programa a criação de sua identidade profissional, em um ambiente, de estudo, diálogo e troca de experiências entre os orientadores, residentes e preceptores, viabilizando um espaço de interação entre universidade e escolas.

O presente trabalho trata-se de uma pesquisa[353] em desenvolvimento, que tem como objetivo principal investigar como PRP possibilitou a profissionalização dos acadêmicos do curso de Matemática que concluíram a graduação no período do desenvolvimento do programa na Universidade Federal da Grande Dourados (UFGD) e na Universidade Federal do Mato Grosso do Sul (UFMS), na edição do programa 2020/2022. Para tanto, temos buscado nos aportes teóricos e metodológicos do Discurso do Sujeito Coletivo (DSC) para alcançarmos o objetivo proposto, sendo que faremos no tópico seguinte uma breve contextualização dessa metodologia.

Discurso do Sujeito Coletivo (DSC)

Existem diferentes formas de compreender como um determinado grupo pensa sobre um determinado assunto. Esse pensar pode ser manifestado por meio de discursos verbais, nos quais pesquisadores, a partir de estudos, elaboram e criam um rol de questões para serem ser respondidas por uma determinada amostra populacional. A elaboração do Discurso do Sujeito Coletivo (DSC) é uma das diferentes formas que o pesquisador pode apropriar-se para ter uma representação do que se pretende pesquisar. Assim, como cada pessoa possui um pensamento sobre um determinado assunto, “[...] uma coletividade de indivíduos também apresenta uma distribuição estatística desse pensamento” (Lefère, Lefère, 2005, p.13). Neste sentido, estamos compreendendo que quando uma coletividade ou uma pessoa tem um pensamento sobre um determinado assunto, ela “[...] professa, ou adota, ou usa um ou vários discursos sobre o tema”. (Lefère, Lefère, 2005, p.14).

Segundo LEFÈRE, LEFÈRE (2005) é preciso fazer uma distinção entre as palavras ter e professar:

> Quando se pesquisa algo que as pessoas efetivamente têm, esse algo já está completamente dado antes da pesquisa, enquanto que, quando se trata de pesquisa acerca daquilo que as pessoas professam, a variável existe de modo apenas virtual necessitando ser reconstruída durante ou através do próprio processo de investigação. Além disso, quando esse algo que as pessoas professam é um pensamento, uma idéia, uma opinião, o dito algo é, sempre, um discurso; o que quer dizer que se estará descrevendo muito melhor e muito mais adequado os pensamentos de indivíduos e coletividades quando esses estiverem sendo coletados, processados e apresentados sob a forma de discurso.”. (Lefère, Lefère, 2005, p.14).

No contexto das pesquisas, que envolvem pessoas e a produção de dados, temos que produzir os discursos sobre a temática a ser investigada, por certo, é essencial que façamos

[353] A presente pesquisa tem o incentivo do CNPQ por meio da Chamada Universal, Edital MCTI/CNPq n° 28/2018.

perguntas abertas, nas quais os sujeitos das pesquisas sintam-se livres para reproduzir os seus discursos. Após coletados os discursos individuais, é necessária a produção do pensamento na coletividade, para tanto, a concepção do DSC "[...] é uma proposta de organização e tabulação de dados qualitativos de natureza verbal, obtidos de depoimentos, artigos de jornal, matérias de revistas semanais, cartas, papers, revistas especializadas, etc.". (Lefère, Lefère, 2005, p.15).

Para os autores Lefère, Lefère: "O Sujeito Coletivo se expressa, então, através de um discurso emitido no que se poderia chamar de primeira pessoa (coletiva) do singular". (2005, p. 16), trata-se de um "eu" que representa ao mesmo tempo a opinião individual de um discurso, que também expressa a coletividade, pelo fato do "eu" representar um pensamento coletivo.

Neste sentido, assumimos que DSC possui

> [...] um pressuposto socioantropológico de base na medida em que se entende que o pensamento de uma coletividade sobre um dado tema pode ser visto como o conjunto dos discursos, ou formações discursivas, ou representações sociais existentes na sociedade e na cultura sobre esse tema, do qual, segundo a ciência social, os sujeitos lançam mão para se comunicar, interagir, pensar. (LEFÈRE, LEFÈRE, 2005, p.16).

Certamente, como o pensamento coletivo pode ser visualizado como um agrupamento de pensamentos sobre um determinado tema, temos compreendido que o DSC "[...] visa dar luz ao conjunto de individualidades semânticas componentes do imaginário social" (Lefère, Lefère, 2005, p.16). Assim, DSC é uma maneira de determinar a coletividade pronunciar de modo direto. No contexto do DSC, entendemos que, para a produção do pensamento coletivo, podemos nos apropriar de alguns instrumentos de produção de dados, como entrevistas e questionários. Para a organização desses dados, o DSC apropria-se de "figuras metodológicas", que permitem a organização e a tabulação desses dados, denominados de Expressões-chave, Ideias centrais e Ancoragem.

Segundo Lefère et al (2000, p. 18), as expressões chave (ECH) são "[...] constituídas por transcrições literais de partes dos depoimentos, que permitem o resgate do essencial do conteúdo discursivo dos segmentos em que se divide o depoimento". Assim, as ECH expõem a parte fundamental do pensamento, do depoimento, exprimem a essência do discurso, a partir dessas ECH, que se compõe o DSC.

A ideia central (IC) "é um nome ou expressão linguística que revela e descreve, da maneira mais sintética, precisa e fidedigna possível, o sentido de cada um dos discursos analisados e de cada conjunto homogêneo de ECH, que vai dar nascimento, posteriormente, ao DSC" (Lefère, Lefère, 2005, p.17). Neste sentido, a IC não se trata de uma interpretação, mas de uma descrição dos conjuntos de depoimentos coletados, sendo necessário identificar cada ICs de cada assunto pesquisado.

Para os autores Lefère, Lefère, entende-se que

> Algumas ECH remetem não a uma IC correspondente, mas a uma figura metodológica que, sob a inspiração da teoria da representação social, denomina-se ancoragem (AC), que é a manifestação linguística explícita de uma dada teoria, ou ideologia, ou crença que o autor do discurso professa e que, na qualidade de afirmação genérica, está sendo usada pelo enunciado para "enquadrar" uma situação específica. (LEFÈRE, LEFÈRE, 2005, p.17).

Neste sentido, a ancoragem está amparada em hipótese, teorias, conceitos, visto que todo o discurso possui uma ancoragem. Os procedimentos metodológicos da DSC consistem em construir discursos coletivos compostos por fragmentos de discursos individuais, que, posteriormente, a produção de dados consiste em identificar a ECH, IC e AC. O DSC "[...] é um discurso-síntese redigido na primeira pessoa do singular e composto pelas ECH que têm a mesma IC ou AC". (Lefère, Lefère, 2005, p.18).

Como a nossa intenção de pesquisa não foi quantificar e muito menos conhecer a opinião particular dos acadêmicos que concluíram a graduação, em relação ao PRP na sua profissionalização docente, mas, ao contrário, construir uma representatividade, um discurso coletivo que permitisse compreender o problema de pesquisa, tal contexto foi possível desenvolver a partir dos pressupostos oferecidos pelo DSC. Como menciona Figueiredo (2021, p. 78): "[...] a metodologia do DSC revela a sua essência e importância ao dar voz aos distintos interlocutores que compõem o estudo. A técnica permite dar representatividade ao coletivo estudado, na busca pela compreensão do fenômeno". Desse modo, o DSC permite uma representação social por meio de um discurso sobre como pessoas reais pensam a respeito do assunto a ser pesquisado.

Procedimentos Metodológicos

Como o nosso objetivo principal da pesquisa é investigar como PRP possibilitou a profissionalização do acadêmico, amparados na metodologia DSC, elaboramos um questionário e enviamos a todos os participantes do PRP (subprojeto de Matemática), que concluíram o curso de graduação no período do desenvolvimento do programa nas universidades UFGD e UFMS. A opção pelo questionário composto por questões abertas deu-se pelo fato de elas "[...] que permitem liberdade ilimitada de respostas dos colaboradores, com linguagem própria, além de não haver influência de respostas preestabelecidas pelo pesquisador". (Figueiredo, 2020, p,43).

Nesse contexto, escolhemos o DSC, pois acreditamos que essa proposta metodológica possibilita termos uma representação sobre o que significou o PRP na profissionalização dos acadêmicos que concluíram a graduação, tendo a oportunidade de participar desse programa, ainda na formação inicial. Enviamos o questionário a 13 acadêmicos concluintes da graduação e obtivemos o retorno de 09 respostas.

O questionário foi composto por três questões, mas, para o presente artigo, apresentaremos o DSC e análise de apenas uma questão. A partir das respostas dos acadêmicos, organizamos os dados de acordo com as figuras metodológicas do DSC, destacando, em cada questão, primeiramente, as ECH, IC. Para tanto, produzimos diferentes quadros para a produção do discurso, no entanto, para este artigo, apresentaremos apenas os procedimentos seguidos e não especificamente os quadros na íntegra. Vale destacar que, nas respostas, não observamos elementos que pudessem ser identificados por AC. O primeiro passo para a construção do discurso é destacar as ECH, a partir das respostas na integra dos acadêmicos. As respostas podem ter mais de uma ECH que podem ou não corresponder a uma ou várias IC. Na sequência, destacamos as IC, que são as ideias centrais apresentadas nas ECH de forma suscinta e objetiva, que são as categorizações das ECH destacadas. É importante pontuar que, segundo (Lefère, Lefère, 2005), as IC são as descrições das ECH, mas não são a interpretação.

Após destacar a IC de cada resposta, em um segundo momento, criamos um quadro, agrupando as IC semelhantes que perpassaram as respostas dos diferentes acadêmicos. Essa etapa mostra que, apesar de terem respostas com palavras distintas, eles possuem contextos e similaridades semelhantes e o quanto as respostas entrelaçam-se entre os entrevistados, pois agrupamos as ideias de mesmos sentidos, ou ainda ideias que se complementam ou assemelham. Na sequência, construímos o DSC a partir das ECH destacadas, que são as principais ideias presentes no contexto das respostas e, a partir destas, são desenvolvidos os DSC, com um texto coerente, no qual inserimos conectivos para que produzíssemos um texto coeso e fluído, mantendo sempre a preocupação de conservar o discurso da coletividade.

Seguindo os passos do DSC, temos o seguinte discurso criado a partir da singularidade de cada participante da pesquisa:

"A Residência possibilita uma aproximação com a sala de aula, uma reflexão sobre: o uso das tecnologias digitais em aulas de matemática, com softwares e aplicativos/jogos; possibilidades de metodologias para trabalhar em sala de aula; conhecimento de outras práticas pedagógicas; das deficiências nos materiais didáticos e da necessidade dos pré-requisitos para se seguir com conteúdo; prática de planejamento de aulas; elaboração de sequências de

atividades; uma postura mais reflexiva e crítica diante da elaboração de planejamento e de sequências de atividades; experiência sobre como abordar os conteúdos da melhor forma e viabiliza enxergar a sala de aula pela ótica do professor. O PRP permite um contato prévio da realidade que se vivencia na escola, pois somente o estágio obrigatório é insuficiente para adquirir mais conhecimento da área de Ensino da Matemática, bem como conhecer algumas questões administrativas da prática docente, o processo para a escolha do livro didático e a importância dos documentos oficiais da educação em nível federal e estadual. Além disso, permite um conhecimento mais amplo e variado de ferramentas que subsidiam o profissionalismo, interação com os alunos e também com os professores do ensino público, reflexões sobre o ensino no geral, como agir diante da dúvida dos alunos, não dar a resposta para eles, mas, sim, fazê-los raciocinar, em constantes aprimoramentos e inovações, buscando adequar sempre às necessidades dos alunos, e criar o hábito de sempre refletir a própria didática".

Com base no DSC elaborado, no tópico seguinte abordaremos uma análise da nossa investigação.

Análise do Discurso

O que é ser um bom profissional? O que o acadêmico egresso de um curso de licenciatura precisa saber e saber fazer para ser um bom professor? Como se aprende a ensinar? O que é ser um bom professor? Quais são os saberes necessários para a prática docente? São algumas, entre outras, questões que perpassam e que instigam os formadores de professores a pensarem sobre a formação de professores. Entre os desafios eminentes na formação de professores, a participação em programas que visam incentivar a formação docente de forma ativa, que entendam indissociabilidade entre teoria e prática, são um dos caminhos incentivados e buscados nos cursos de licenciaturas.

O Programa de Residência Pedagógica (PRP), na sua primeira edição em 2018, com a portaria Nº 38, de 28 de fevereiro de 2018, é

> [...] um programa da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES, que tem por finalidade fomentar projetos institucionais de residência pedagógica implementados por Instituições de Ensino Superior, contribuindo para o aperfeiçoamento da formação inicial de professores da educação básica nos cursos de licenciatura (site do MEC, acesso em junho de 2022)

Enquanto formadores de professores, preocupados diretamente com a qualidade da formação, buscamos, via edital CAPES, a participação da Universidade Federal da Grande

Dourados (UFGD) e da Universidade Federal do Mato Grosso do Sul (UFMS), ambos com os subprojetos de Matemática, que tiveram por objetivo fomentar a formação do futuro professor de Matemática. Este trabalho é resultado de uma pesquisa ainda em desenvolvimento e estamos apresentando uma análise parcial dos dados produzidos até o momento, referente à segunda edição do programa 2020/2022.

Na primeira parte do discurso produzido pelos acadêmicos, temos: "*A Residência possibilita uma aproximação com a sala de aula, uma reflexão sobre: o uso das tecnologias digitais em aulas de matemática, com softwares e aplicativos/jogos; possibilidades de metodologias para trabalhar em sala de aula; conhecimento de outras práticas pedagógicas; das deficiências nos materiais didáticos e na necessidade dos pré-requisitos para seguir com conteúdo; prática de planejamento de aulas; elaboração de sequências de atividades; uma postura mais reflexiva e crítica diante da elaboração de planejamento e de sequências de atividades; experiência sobre como abordar os conteúdos da melhor forma e viabiliza enxergar a sala de aula pela ótica do professor*".

Com relação a esse primeiro trecho do discurso produzido, fica explícita uma reflexão por partes dos acadêmicos sobre o quanto o PRP possibilitou conhecer e vivenciar várias práticas pedagógicas, quais metodologias utilizar em sala de aula, sobre as experiências com outras abordagens, o quanto desenvolveram uma postura crítica e reflexiva em torno do que é ser professor. No PRP, o grupo composto por professores universitários, professores da Educação Básica (preceptores) e acadêmicos (residentes) tinha encontros semanais, que além, de estudos em torno de diferentes teorias/metodologias, preparavam e planejavam atividades para serem desenvolvidas com os alunos na escola. E, posteriormente, ao desenvolvimento das atividades, estas eram analisadas/avaliadas pelo grupo.

Nesse cenário, o PRP permitiu um movimento de idas e vindas a escola, por parte dos acadêmicos, sob supervisão e orientação de professores mais experientes e, como Wittorski (2014) comenta, a profissionalização envolve a organização de atividades, então, todo o desenvolvimento do PRP perpassou por planejamentos, estudos, elaboração de atividades e de sequências de ensino, com foco na aprendizagem dos alunos em diferentes anos escolares.

Com relação à segunda parte do discurso: "*O PRP permite um contato prévio da realidade que se vivencia na escola, pois somente o estágio obrigatório seja insuficiente para adquirir mais conhecimento da área de Ensino da Matemática, bem como conhecer algumas questões administrativas da prática docente, o processo para a escolha do livro didático e a importância dos documentos oficiais da educação em nível federal e estadual. Além disso,* *permite um conhecimento mais amplo e variado de ferramentas que subsidiam o profissionalismo, interação com os alunos e também com os professores do ensino público, reflexões sobre o ensino no geral, como agir diante da dúvida dos alunos, não dar a resposta para eles mas, sim, fazê-los raciocinar, em constantes aprimoramentos e inovações, buscando adequar sempre às necessidades dos alunos, e criar o hábito de sempre refletir a própria didática",* assim sendo, temos percebido que o PRP, comparado às disciplinas de estágio, tem propiciado um espaço de contato mais intenso com a escola, que resultou também em conhecer os documentos que orientam a educação.

O PRP propiciou espaços de estudos, diálogos e reflexões entre os professores e, principalmente, entre os professores da Educação Básica e acadêmicos. Esses momentos foram permeados de trocas de experiências, que oportunizaram a aprendizagem de situações que envolvem todo o âmbito escolar e não somente da sala de aula. Certamente, ser um bom profissional requer conhecer a realidade da escola e todas as questões emergentes em seu entorno, são aspectos importantes que fazem parte da profissionalização (WITTORSKI, 2014).

Outro aspecto importante sobre o PRP é a oportunidade do acadêmico estar mais tempo na escola, esse contato mais intenso, favorece-lhe vivenciar outras atividades como professor, para além de ministrar aula, como a discussão e escolha de livro didático, material tão utilizado pelos professores, sendo que muitos acadêmicos desconhecem como esse material chega à escola, em sala de aula. Além disso, os acadêmicos conheceram as funções administrativas do professor, como os preenchimentos dos planos de aula, seguindo as orientações das secretarias de educação, nas plataformas escolares. Por certo, os acadêmicos da pesquisa possuem a consciência que a formação inicial é apenas o começo de um processo de formação. No entanto, no decorrer do PRP, fica evidente o contentamento com relação ao programa, principalmente pela preparação para lidar com o dia a dia do ambiente escolar.

Considerações Finais

Acreditamos que, no desenvolvimento da formação de futuros professores de matemática, devem ser propiciados aos acadêmicos estudos em torno do objeto matemático e análise de situações que levem a refletir sobre como ensinar determinado conteúdo, bem como uma reflexão sobre o próprio sistema escolar, as possibilidades e as limitações que permeiam as práticas dos professores em sala de aula e fora dela. Nesse contexto, a inserção dos alunos nos programas de formação, em especial, o analisado na nossa pesquisa, o PRP, evidencia a importância das universidades aderirem e divulgarem as ações nesses programas, que estão contribuindo diretamente na permanência dos estudantes nas universidades e na valorização das licenciaturas.

Neste sentido, analisando o contexto do PRP, em duas universidades públicas distintas, vimos que o PRP é um caminho entre tantas outras propostas de formação de professores e destaca-se por não delimitar ou impor modelo de um programa a ser seguido. Ao contrário, cada universidade, cada subprojeto, tem sua autonomia, de acordo com as especificidades de cada curso e de cada escola, fazendo com que as ações tenham um caráter dinâmico, além de propiciar espaços de estudo e troca de experiência entre professores da Educação Básica, professores universitários e acadêmicos. Além disso, é um processo de formação que os próprios participantes vão direcionando algumas questões que lhes incomodam, que necessitam de mais estudos para a sua formação.

É importante destacar que o PRP viabiliza uma parceria entre universidades e escolas e o desenvolvimento de pesquisas, além disso, que os resultados de pesquisas cheguem à sala de aula, por meio da aplicação de diferentes sequências e atividades didáticas, da apropriação e estudos pelos professores de diferentes aportes teóricos e metodológicos, de modo a levar os alunos a serem questionadores, e não meros receptores de tarefas prontas, sem qualquer desafio.

Referências

DUARTE, N. (2003). Conhecimento tácito e conhecimento escolar na formação do professor: por que Donald Schön não entendeu Luria. *Educação e Sociedade*, v.24, n.83, p.601-625.

FIGUEIREDO, T. D. (2021). *O eu-professor coletivo-singular: discursos sobre as tecnologias em uma rede fechada de conversações*. 1 ed. – Curitiba. Appris.

FIGUEIREDO, T. D. (2020). *Os discursos dos professores de Matemática sobre as suas tecnologias: uma cultura docente em ação*. 1 ed. – Curitiba. Editora.

LEFÈVRE, F. LEFÈVRE, A. M. (2005). *Discurso do Sujeito Coletivo: um novo enfoque em pesquisa qualitativa*. 2 ed. Caxias do Sul, RS: EDUCS.

LEFÈVRE, F; LEFÈVRE, A.; TEIXEIRA, J.J.V. (2000). *O discurso do sujeito coletivo: uma nova abordagem metodológica em pesquisa qualitativa*, Caxias do Sul: EDUCS.

NÓVOA, António. (1992). Formação de Professores e Profissão Docente, In: NÓVOA, A. (coord). *Os Professores e a sua Formação*. Lisboa: Dom Quixote.

WITTORSKI, R. (2014). A Contribuição da Análise das Práticas para a profissionalização dos Professores. Tradução de Denise Radanovic Vieira. *Cadernos de Pesquisa* v. 44, nº 154, p. 894-911.

Micropercursos na formação continuada: um estudo de controvérsias conceituais na geometria

Microjourneys in continuing education: a study of conceptual controversies in geometry

Micropaths en la educación continua: un estudio de las controversias conceptuales en geometría

Cintia Melo dos Santos[354]
Universidade Federal da Grande Dourados (UFGD)
0000-0003-2121-3120

José Luiz Magalhães de Freitas[355]
Universidade Federal do Mato Grosso do Sul (UFMS)
0000-0001-5536-837X

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam Matemática

Resumo

O objetivo principal deste artigo é relatar as possibilidades do desenvolvimento de micropercursos de estudo e pesquisas (micro-PEP) na exploração de conceitos controversos em geometria. Para tanto, desenvolvemos um projeto de formação continuada com um grupo de 12 professores de matemática atuantes na educação básica, no qual trabalhamos com sistemas didáticos intrínsecos aos estudos de conteúdos geométricos, com amparo da metodologia PEP. Todas as sessões foram gravadas em áudio e vídeo e transcritas para análise da produção dos dados. Ao analisar os sistemas didáticos desenvolvidos, percebemos que os professores ainda necessitam estudar e buscar mais informações sobre os conceitos abordados e constatamos quanto suas praxeologias se atêm ao bloco ‘fazer’, com poucas justificativas teóricas e tecnológicas. Além disso, os micro-PEP provocaram nos professores desestabilizações praxeológicas de seus conhecimentos geométricos.
Palavras-chave: Micropercursos; Geometria; Formação Continuada.

Abstract

The primary objective of this article is to report on the possibilities of developing microjourneys of study and research (micro-JSRs) for exploring controversial concepts in geometry. To this end, we developed a continuing-education project with a group of 12 basic-education mathematics teachers, with whom we addressed teaching systems intrinsic to the study of geometric contents, with the support of the JSR method. The sessions were recorded in audio and video and transcribed for analysis of data production. Analysis of the didactic systems developed revealed that teachers still need to conduct studies on and seek further information about the concepts addressed, and that their praxeologies are mostly limited to an ‘action-based’ approach, with few theoretical and technological justifications. The micro-JSRs also promoted destabilization of the geometric knowledge previously held by the participants.

354 cintiasantos@ufgd.edu.br
355 joseluizufms2@gmail.com

Keywords: *Microjourneys; Geometry; Continuing Education.*

Resumen

El objetivo principal de este artículo es reportar las posibilidades del desarrollo de microvías de estudio e investigación (micro-PEP) en la exploración de conceptos controvertidos en geometría. Para ello, desarrollamos un proyecto de educación continua con un grupo de 12 profesores de matemáticas que laboran en la educación básica, en el que trabajamos con sistemas didácticos intrínsecos a los estudios de contenidos geométricos, apoyados en la metodología PEP. Todas las sesiones fueron grabadas en audio y video y transcritas para el análisis de producción de datos. Al analizar los sistemas didácticos desarrollados, nos dimos cuenta de que los docentes aún necesitan estudiar y buscar más información sobre los conceptos tratados y descubrimos cuánto sus praxeologías se apegan al bloque 'hacer', con pocas justificaciones teóricas y tecnológicas. Además, el micro-PEP provocó en los docentes una desestabilización praxeológica de sus conocimientos geométricos.
Palabras clave: Microtrayectos; Geometría; Formación Continua.

Introdução

Como pesquisadores na área de educação matemática e integrantes do Grupo de Estudos em Didática da Matemática (DDMat)[356], atentamos para a importância das pesquisas e estudos sobre a formação continuada de professores (SANTOS; FREITAS, 2013). Partindo desses contextos formativos e tendo em conta as mudanças educacionais, sociais e políticas dos tempos atuais, compreendemos, em consonância com Pais (2002), que a didática da matemática vem ao encontro dos anseios de formação dos professores desta disciplina, uma vez que esta didática é:

> Uma das tendências da grande área da educação matemática, cujo objeto de estudo é a elaboração de conceitos e teorias que sejam compatíveis com a especificidade educacional do saber escolar matemático, procurando manter fortes vínculos com a formação de conceitos matemáticos, tanto em nível experimental da prática pedagógica, como no território teórico da pesquisa acadêmica. (PAIS, 2002, p. 11)

Relatos individuais de professores sobre dificuldades que seus alunos vivenciam ao aprender conteúdos de geometria, assim como trabalhar com estes, bem como pesquisas sobre praxeologias geométricas em livros didáticos (ANDRADE, 2012; CORREIA; LOBO, 2011), despertaram nosso interesse em estimular um grupo de professores a reverem suas práticas, sem porém ministrar-lhes uma formação que fornecesse receitas prontas ou recursos alheios a sua real vivência escolar, com uma formação mecânica e somente teórica. Ao contrário, percebemos ser oportuno que, a partir do diálogo e de inquietações dos próprios professores, a

[356]http://grupoDDMat.pro.br/

formação se desenvolvesse de modo a possibilitar-lhes estudos e reflexões sobre suas práticas, por meio da troca de experiências. Assim, desenvolver uma formação continuada com professores de matemática que se interessam por discussões sobre tópicos de geometria tornou-se o objeto de estudo desta investigação.

Percurso de estudo e pesquisa (PEP)

O PEP, que se inicia com uma questão Q_0, denominada questão geratriz, que evolui, gerando novas questões: Q_1, Q_2, Q_3, ... Q_n. O estudo da questão Q_0 e suas questões derivadas conduz a um percurso de estudo em busca de respostas a essas questões, constituindo (Q_i, $R_i^{\lozenge}$), o conjunto de questões e respostas de Q, como expõe Chevallard:

> Uma questão Q chama uma investigação, que se realiza em um certo percurso de estudo e de pesquisa. Uma mesma questão Q pode conduzir uma classe a reencontrar um complexo de obras que podem variar dependendo do percurso tomado (o que depende da atividade de X, das decisões de Y, mas também dos recursos praxeológicos $R_i^{\lozenge}$ e O_j atualmente acessíveis). (CHEVALLARD, 2009a, p. 28)

A questão Q_0 impulsiona a busca por novas questões e diferentes respostas provisórias que promovem uma nova modelagem matemática em busca da resposta $R^{\heartsuit}$, sendo a questão Q_0 o que assegura a veracidade do percurso, possibilitando ainda, em cada PEP, uma "análise *in vivo*". Em seu desenvolvimento, vamos analisando o percurso da investigação, envolvendo X e Y como protagonistas nesse processo.

Chevallard (2009d) destaca três observações sobre o PEP. A primeira refere-se a seu desenvolvimento, enfatizando que os PEP podem ter extensões diversas, curtas ou longas: "em uma aula da escola, digamos, haveria então, com frequência de modo errático, mas por vezes profuso, PEP, micro-PEP talvez, e até mesmo nano-PEP, mas PEP!" (CHEVALLARD, 2009d, p. 7).

A segunda observação diz respeito à questão Q: se o PEP a ser desenvolvido em S(X, Y, Q) for uma questão "problemática" para [X, Y], este será muito diferente de um PEP em que o tipo de problema não seja "problemático" para [X, Y].

Chevallard (2009d) destaca também a evolução das restrições de infraestrutura, pois se [X, Y] não disponibilizarem uma técnica para resolver o tipo de problema, [X, Y] terão que criá-la, e essa técnica diferirá em quantidade e espécie conforme S(X, Y, Q) opere em 1960 ou nos dias atuais.

Nesta pesquisa, desenvolvemos micro-PEP[357] com os professores de matemática da rede pública de Dourados, MS, por meio de sistemas didáticos S(X, Y, Q), estando os professores de matemática na posição X e a pesquisadora na posição Y no estudo de questões Q relativas à geometria. Como aponta Chevallard (2009d), os PEP podem ser curtos ou longos, e optamos pelo desenvolvimento de micro-PEP, por ser uma condição das formações continuadas no Brasil, que não garantem aos professores espaços de estudo (formações e qualificações) durante seu horário de trabalho. Após cada semana que inclui uma jornada de 40 horas-aula, além de dedicação à família e a outros afazeres sociais, os professores têm que buscar formação continuada por conta própria, tipicamente sem nenhum apoio institucional. Assim, a participação efetiva na formação continuada perpassa condições restritivas que limitam o tempo disponível e o grau de envolvimento possível no estudo.

Assumimos, assim, o recurso a PEP curto ou micro-PEP, com o propósito de investigar e analisar suas contribuições e limitações como proposta metodológica para a formação continuada de professores de matemática. Trabalhamos com um grupo de 12 professores atuantes nos anos finais do ensino fundamental em escolas públicas, iniciando com um estudo sobre comparações de definições, tendo como ponto de partida o conceito de polígono.

Análise dos micro-PEP desenvolvidos

Iniciando os estudos do conceito de polígono, começamos a desenvolver as atividades da sessão 1, em que os professores tiveram como questão geratriz Q_0 investigar *conceitos de polígonos e, em particular, o de trapézio,* a partir da tarefa *t*, que era a de *definir o que é um polígono e, em particular, o trapézio*, e da técnica τ, que consistia em *identificar diferenças entre as definições, bem como as figuras que se enquadram em cada uma delas*. Com base nos questionamentos de Y quanto à definição de polígono, os professores analisaram e compararam algumas definições, buscando identificar qual delas poderiam adotar. Nesse processo destacaram-se as seguintes falas:

Um polígono é o conjunto da região plana com o contorno ou, o polígono, ele é considerado somente o contorno? (Y)
É diferente mesmo. É que uma ali só tá contorno e esse daqui não. Lá também não. (x_4)
[...] Então polígono, ele é uma figura bidimensional? (Y)
Aí eu acredito que sim. Acho que a área. (x_4)
Acho que a ideia ali é justamente passar o que é uma dimensão e duas dimensões. (x_5)
Mas ali está falando de regiões planas. Não está falando de polígono. (Y)

[357] Nesta pesquisa, só ocorreram micro-PEP, mas, por concisão, em alguns momentos vamos chamá-los também de PEP.

[...] O polígono, está dizendo assim: é a região plana, cujo contorno é um segmento de reta, ou seja, é uma região plana mais o contorno. É porque tem que ter o contorno, ele é delimitado [...]. [...] se não tiver um limite, você não pode dizer, né? [...] você pensa ali: região plana sem contorno. (x_5)
[...] Na definição 1, temos: uma linha poligonal fechada e simples com sua região interna forma um polígono [...]. [...] na definição 2, temos um polígono que é uma figura geométrica plana com contornos retilíneos [...]. Na definição 3, os polígonos são figuras que têm seu contorno formado apenas por segmentos de retas. Entre a definição 1, 2 e 3, por exemplo, a 1 e a 2 fala de região interna, e a 3 não fala. (Y)
A discussão aqui é a seguinte: é saber se a gente considera o preenchimento, a região, ou só o contorno, não é? [...] (x_2)
Eu acho, o que dá a entender aqui, é: todo polígono ele é considerado uma figura plana, mas eu não sei se toda figura plana ela pode ser dita como um polígono. De acordo com essas definições, tem que ser um segmento. Essa acho que é a diferença, mas é verdade: o contorno. O polígono é considerado só o contorno mesmo. (x_6)

Para os professores x_4 e x_5, o conceito de polígono traz implícito o conceito de área e, nesse início do PEP, não percebiam a diferença entre as definições, que foi salientada pela professora x_2. A professora x_6 explanou algumas de suas noções da praxeologia sobre polígono, afirmando que se trata de uma figura plana, porém revelou não saber se toda figura plana pode ser considerada polígono. Dessa forma, já começava a desenvolver uma resposta intermediária R_1 = *Todo polígono é uma figura plana*, e a partir dessas respostas começaram a surgir outras questões, como *"Toda figura plana é um polígono?"*, no decorrer do percurso. No entanto, diante desse fato, nenhum professor interveio quanto à explanação da professora x_6, sendo que, minutos antes, estavam discutindo que os polígonos são figuras formadas por segmentos de reta, e portanto o círculo, embora figura plana, não seria polígono.

Durante o PEP, instigamos os professores a participar do estudo e, concomitantemente, expor suas praxeologias. A atividade havia desestabilizado alguns deles, pois mostravam nunca ter tido contato com conceituações conflitantes como essas. Eles continuaram as discussões:

Mas, afinal de contas, são contraditórios, né? (x_2)
É, são [...]. [...] quando eu defino polígono, o preenchimento faz parte? (Y)
Daí ele não é só um polígono. (x_6)
Ele não é? (x_2)
Ele já passou a ser uma figura plana. (x_6)
Ele já é uma figura bidimensional? (Y)
Isso. (x_6)
Então polígono não é uma figura bidimensional? (Y)
[...] Ele tá falando de regiões planas e não polígonos. Olha lá. (x_4)
Realmente, ela tem razão. (x_6)
Ali está falando de regiões planas, mas depois ele vai falar de contorno fechado. (Y)
[...]. É porque aqui ele já fez a contextualização das figuras planas, né? (x_6)
[...] O significado da palavra polígono não é vários ângulos? (x_4)
É. (Y)
Então é certeza: não é a região, com relação à quantidade de ângulos. (x_4)
[...] Então: tem alguns livros que traz isso também: póli: muitos. (x_1)

Porque se você for pensar em quantidade de ângulos, aí você vai conseguir imaginar todas aquelas figuras, né? Já o círculo não é. (x_4)
Por isso que eu digo que nem toda figura plana ela é considerada polígono. (x_6)

Na realização do estudo, os professores começam a buscar o significado da palavra 'polígono'. A professora x_4 menciona que R_2 = *polígono possui vários ângulos*, e ajuda a professora x_6 a concluir que R_3 = *nem toda figura plana é considerada polígono,* assim como aos demais professores em busca da compreensão desse conceito, fazendo emergir a necessidade de outros conceitos geométricos para tentarem compreender qual conceituação assumir.

Nesse sentido, entendemos que a organização matemática (OM) em torno do conceito de polígono envolve outros conceitos geométricos que vão surgindo no decorrer do estudo, como W_1 = *conceito de linhas*, W_2 = *conceito de retas*, W_3 = *conceito de segmento*, W_4 = *conceito de semirreta*, W_5 = *conceito de figura*, W_6 = *conceito de bidimensional*, W_7 = *conceito de área*, W_8 = *conceito de dimensão*, W_9 = *conceito de região plana* e W_{10} = *conceito de ângulo*. São conceitos *a priori*, fundamentais para os professores mobilizarem para a compreensão do conceito de polígono. Assim, alguns expressaram a necessidade de estudá-los. Além disso, segundo os participantes, um ensino "totalmente tecnicista", em que não comparecem estudos sobre tais conceitos, impossibilita um melhor entendimento dos conteúdos geométricos. A discussão prosseguiu:

Quando vai dar o conceito de polígono, ela já tem o conceito do que é ângulo? (x_7)
Nem sempre. (x_2)
Não. (x_6)
Ali, nas séries iniciais, não tem mesmo. (x_4)
Os pequenininhos não. Só no sexto. (x_6)
Porque se a gente pensar no... nas questões dos ângulos e na dos segmentos de reta, de retas que vão formar ângulos fechados, né? Todas elas fechadas, né? (x_7)
Vai ter algum lugar que elas vão se fechar. (x_5)
Elas não podem se cruzarem, né? (x_7)
Mas eu acho que... eu não sei esse negócio de assumir ou não o dentro. Eu estou tentando imaginar, assim, que quando a gente vai falar sobre perímetro e área, você fala área, você acostuma a falar assim, aquela parte que está dentro, né? (x_6)
É. (x_1)
É assim que a gente fala. Então eu não sei essa divisão aí. Eu não estou conseguindo ver ela [...]. É, tem uma duplicidade. (x_6)

Nesse excerto, temos algumas condições e restrições do saber matemático, conforme as instituições em que esteja inserido. Os professores dialogam sobre o fato de que o objeto matemático (polígono) perpassa os diferentes níveis escolares, reconhecendo que ensinar nos anos iniciais o conceito de polígono é diferente de ensiná-lo em outros anos escolares e que, ao se considerar ângulo como conceito prévio para entender o conceito de polígono, este não vive na instituição ‘anos iniciais’. Durante o estudo, a professora x_7 conclui que R_4 = *segmentos de um polígono não se cruzam* e, no decorrer do percurso, começam a surgir vários questionamentos.

Na continuidade do PEP, pudemos perceber, pelas falas dos professores, que as dúvidas sobre conteúdos geométricos (OM) iam surgindo e que cada professor tentava, com aquilo que conhecia, responder ao questionamento feito pelo colega, por meio de respostas intermediárias R_i. Além disso, discorriam sobre como são ensinados esses conceitos. Assim, surgiam alguns fragmentos de suas organizações didáticas, formulações sobre os conteúdos geométricos prévios que deveriam ser aprendidos antes do conceito de polígono, e comentavam sobre algumas experiências realizadas em sala de aula e sobre quanto o PEP havia desestabilizado suas certezas.

Outro ponto importante para tentar conceituar polígono foi a discussão sobre os segmentos de um polígono poderem ou não se cruzar. Alguns livros didáticos consideravam que os segmentos poderiam cruzar-se; outros, não:

Então, [...] é isso: tem que colocar o que não se cruza, segmentos que não se cruzam. (x_6)
Não são colineares. (x_5)
[...] Eu acho que não. Acho que ele já colocou a palavra contorno porque ele não considera a parte de dentro. (x_5)
Eu também. (x_1)
Ele está desconsiderando. (x_6)

Entre as definições apresentadas nos livros didáticos, aquela que designaram como 4 foi se revelando a mais completa, segundo os participantes. No entanto, eles a questionaram por provir de um livro de nível superior, que não vinha ao encontro de suas realidades.

[...] Eu gostei da 4, mas ela é nível superior, né? (x_1)
[...] Na 4, que ela fala assim: seja A_1, A_2, A_3, ..., A_n, até $n \geq 3$, aqui ele já fala $n \geq 3$ [...]. [...] fiquei pensando nas outras definições [...]. Porque ele não fala o número de segmentos. (Y)
Quantidade mínima. (x_4)
N segmentos. (x_6)
[...] Mas em algum, ele fala fechado, né? (x_2)
Hmm... tem a primeira que ele fala fechado. (x_4)
[...] as outras duas também falam de contornos, né? Contornos fechados. (x_5)
[...] Não necessariamente, contorno, em volta de algo. (x_2)
[...] Se eu pegar, por exemplo, um clipe e abrir, por exemplo, e faço assim, um formato assim. (Y)
É um contorno. (x_2)
[...]. Que não é uma figura. (x_5)
Está certo. Contornou. (x_1)
Não é figura aqui? O que é figura? (Y)
Hmm, gente. Vamos ver, na internet. Olha aí o conceito de contorno. (x_2)

Olham aqui, que interessante, que aqui, nessa 4, ele fala assim: com $n \geq 3$, mínimo de segmentos. Tem que ser maior que 3. (Y)
É porque se não acontece isso que você está falando de fazer um L. Por isso que ele delimita do 3, porque a partir do triângulo aí se delimita as outras figuras. (x_6)
Fechadas, né? (x_4)
Polígonos. (x_2)
E continua: uma sequência de n pontos distintos tais que os segmentos A_1A_2, A_2A_3, ..., até A_nA_1, têm as seguintes propriedades: nenhum par de segmentos se intersecciona a não ser nas suas extremidades. (Y)
Aqui não tem cruzamento, né? (x_5)
Não tem cruzamento. Só vão se interseccionar, só vão se encontrar nas suas extremidades. Nenhum par de segmentos com extremidade comum está na mesma reta. (Y)
Ele falou reta agora. (x_5)
[...] depois, tem a definição do que é uma linha poligonal, tem as diagonais de um polígono, tem tudo isso aí ainda. (x_6)
[...] Aí tem não colineares também. (x_2)
Tem as diagonais. (x_6)

Como a atividade proposta no PEP apresentava somente as definições, planejamos, juntamente com a atividade, alguns *slides* com as imagens de polígonos e seus respectivos conceitos abordados em livros didáticos. Ao analisar a definição do livro *Fundamentos de matemática elementar: geometria plana*, de Osvaldo Dolce e José Nicolau Pompeo, exposta nos *slides*, os professores tiveram dúvidas ao tentarem compreender os autores quando estes mencionam “onde três pontos consecutivos não são colineares” (DOLCE; POMPEO, 2005, p. 132) e começaram a sentir necessidade de buscar mais fontes de informação para o estudo proposto. As dúvidas aumentaram quando as certezas de que os professores estavam se apropriando no PEP foram sendo desconstruídas ao visualizarem os exemplos de polígonos expostos no livro, pois já tinham certeza de que os segmentos de um polígono não se cruzavam. Assim, eles comentaram:

[...] Olha lá o desenho que você fez. Tá falando que é polígono, ó. (x_2)
Não! Exemplos. Meu Deus! Como assim? Ele destruiu tudo. (x_4)
Mas não é só ali. Tem vários livros que mostram isso, porque daí depois vão entrar nas diagonais de polígonos e é formado mesmo. (x_6)
Mas e aí? Se cruzam ou não se cruzam? (x_5)
É isso mesmo. (x_1)
Qual é a verdadeira definição, porque a gente até agora estava defendendo isso. (x_5)
Então. (x_6)
Mas agora chegou outro que falou. (x_5)
E lá não tem preenchimento, tá? (x_2)
Aí ele desconstruiu tudo. (x_5)
O Osvaldo Dolce, realmente, ele traz sem preenchimento. (x_6)
Ele traz sem preenchimento. (Y)
O livro todo? Nada tem preenchimento. (x_5)
Não, esse não. (x_6)

Na condução do PEP, temos que o esquema herbartiano $[S_1(X, Y, Q_0) \rightarrow M] \rightarrow R^{\heartsuit}$ vai se constituindo pelas respostas intermediárias. No caso do excerto anterior, os professores já tinham concluído que R_4 = *segmentos de um polígono não se cruzam*, e a definição exposta no livro desconstruiu o que haviam compreendido. Além disso, nas imagens expostas os autores consideram na definição de polígono apenas o contorno, sem a região interna. Outras respostas foram construídas, como R_1 = *todo polígono é uma figura plana*, R_2 = *polígono possui vários ângulos*, R_3 = *nem toda figura plana é considerada polígono*, R_4 = *segmentos de um polígono não se cruzam* e R_5 = *polígono é uma figura bidimensional*. No decorrer do PEP, essas respostas foram desestabilizadas. Podemos inferir que, com auxílio de outros objetos matemáticos (W_1 a W_{10}) e, por meio das perguntas derivadas de Q_0, M foi evoluindo durante o percurso do estudo.

No decorrer do percurso, os professores (X_i) levantaram questões recorrentes sobre a questão geratriz Q_0, dentre as quais destacamos: *Q_1: Qual a definição de segmento de reta?*; *Q_2: O que é uma dimensão, o que significa duas dimensões?*; *Q_3: Considera para o preenchimento a região, ou só o contorno?*; *Q_4: Todo polígono, ele é considerado uma figura plana, mas eu não sei se toda figura plana, ela pode ser dita como um polígono*; *Q_5: O significado da palavra polígono não é vários ângulos?*; *Q_6: Um polígono é uma figura geométrica plana. O que é uma figura geométrica plana?*; *Q_7: Quando falo plano, já tenho a ideia de duas dimensões?*; *Q_8: Quando vai dar o conceito de polígono, ela já tem o conceito do que é ângulo?*; *Q_9: Polígono são figuras bidimensionais?*; *Q_{10}: O que é figura?*; e *Q_{11}: Assumir ou não o dentro... Eu estou tentando imaginar, assim, que quando a gente vai falar sobre perímetro e área, você fala área, você acostuma falar assim, aquilo que está dentro, não é?*

No PEP, a pesquisadora (Y) teve o papel inicial de orientadora do estudo, instigando os professores a indagar e discutir sobre suas praxeologias em torno do objeto estudado. Na tentativa de desestabilizá-los quanto a suas certezas, questionou o grupo sobre a possibilidade de considerar o polígono "somente o contorno sem preenchimento interno": Como ficaria a explicação do conceito de área, como trabalhar com área de um polígono, se ele é uma figura unidimensional?

O estudo prosseguiu em busca da compreensão do conceito de polígono, atividade proposta no início do percurso:

[...] Então o nosso querido polígono, ele não é polígono. (x_2)
[...] Qual a definição que você vai adotar? (x_5)
É, e aí depois vou dizer também, de acordo com os livros didáticos também: tem que considerar que houve uma mudança na matemática, e a leitura também: as definições foram mudadas. Querendo ou

não, teve, né, Y, não carrega o Osvaldo Dolce em um livro de sexto e sétimo ano, né? Aquela primeira definição, não. (x_6)
[...] Qual que é a definição verdadeira? Porque é a definição, não é? (x_5)
Mas existe uma verdadeira, uma universal? (Y)
Alguém demonstrou? (x_5)
Vamos pegar a demonstrada. A demonstrada, não tem. Cadê o Euclides? (x_6)
[...] Quando é pequenininho assim, e uma coisa aparecer, eu falo: Gente, ó: eu sou professora de matemática, mas a gente não sabe cem por cento, eu não vou falar nada errado se eu não sei. Eu falo mesmo. Vou fazer o quê? Acho que a Y sabe. Ela está querendo confundir. (x_2)

Os professores começam a querer chegar a uma resposta R♥, resposta almejada que possa sanar todas as suas dúvidas. No geral, compreendem que o polígono é a figura com contorno e sua região interna, mas não conseguem justificar suas respostas e passam a querer "provas e demonstrações" do que começam a estudar, ficando explícita a necessidade de trabalharem na constituição do ambiente tecnológico-teórico relativo à tarefa proposta, ressaltando a importância da demonstração em matemática. Também acreditam que a pesquisadora, como orientadora de estudo (Y), tem respostas para o que está sendo estudado. Isso expressa quanto esses professores estão direcionados pelo paradigma *visita aos monumentos*, em que o orientador do estudo sempre tem uma resposta a apresentar.

A pesquisadora não tinha intenção de apresentar respostas a eles e, após uma hora e meia de discussão em torno do conceito de polígono, não se construiu uma praxeologia referente ao conceito estudado. Os professores estavam inseguros quanto aos conteúdos matemáticos (mesmo que básicos) e não conseguiam expressar-se sobre o questionamento expresso na Q_0. Como mediadora do estudo e tendo como aporte metodológico do PEP, a pesquisadora compreendia que, naquele momento da formação, se fizesse alguma explanação sobre determinada praxeologia para responder às questões dos professores, estaria desconstruindo o percurso, pois o diálogo assumiria uma perspectiva de "visita às obras", como mencionam Bosch e Gascón (2010) quanto a estudos "praxeologicamente fechados". Estaríamos praticando um monólogo.

Decerto, os professores perceberam ser necessário buscar mais informações, alguns propondo buscá-las na internet, bem como em livros específicos de geometria (de José Carlos Putnoki "Jota") utilizados durante a graduação e em outros livros didáticos, para construírem uma resposta, pois muitos reconheceram fazer algum tempo que não estudavam conceitos geométricos. Finalizando a sessão, embora sem encerrar o PEP, não chegamos a uma resposta (praxeologia), visto que os professores viram a necessidade de pesquisar e estudar alguns conceitos para indicar algumas conclusões e encontrar respostas aos questionamentos sobre algumas afirmações em torno dos quadriláteros, o que ficaria como estudo para o encontro seguinte.

Considerações Finais

No desenvolvimento dos micropercursos, propiciamos aos professores oportunidades de analisar conceituações conflitantes, mas percebemos que não haviam vivenciado, em suas experiências com o ensino de matemática, situações como essas. Ademais, os próprios professores relataram que, ao ensinar matemática em sala de aula, tendem a ater-se ao elementar, sem prepararem ou estudarem conteúdos matemáticos mais complexos. Acreditamos que, no desenvolvimento de formações continuadas para professores de matemática, deve ser-lhes propiciada, no processo de estudo do objeto matemático, a análise de situações que os levem a refletir sobre como ensinar determinado conteúdo, bem como a refletir sobre o próprio sistema escolar e as condições e restrições que permeiam as práticas dos professores em sala de aula. Para tanto, temos observado que o PEP é um caminho entre tantas propostas de trabalho possíveis, e não um modelo a ser seguido.

Referências

ANDRADE, R. C. D (2012). *A Noção de Tarefa Fundamental Como Dispositivo Didático Para Um Percurso De Formação De Professores: o caso da Geometria Analítica*. Tese de Doutorado em Educação em Ciências e Matemáticas. Belém: Universidade Federal do Pará, Instituto de Educação Matemática e Científica. Retirado em 20 de maio, 2019, de: http://ppgecm.propesp.ufpa.br/index.php/br/teses-e-dissertacoes/teses/186-teses-2012.

CHEVALLARD, Y. La notion d'ingénierie didactique, un concept à refonder; Clermont-Ferrand, 16-23 août 2009a. Retirado em 17 de agosto, 2019, de: http://yves.chevallard.free.fr.

CHEVALLARD, Y. À propos des PER. In: Journal du Seminaire TAD/IDD – 1; pp. 7-23, 2009d. Retirado em 22 de maio, 2019, de: http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/journal-tad-idd-2009-20010-1.pdf.

CORREIA, G.; LOBO, R. Teorema de Thales: uma análise dos livros didáticos. XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática, Recife- Brasil, 2011.

DOLCE, O.; POMPEO, J. N. Fundamentos de Matemática Elementar. 8ª ed. São Paulo: Atual, 2005.

PAIS, L. C. Didática da Matemática: uma análise da influência francesa. 2º ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

SANTOS, C.M. Análise da prática pedagógica de uma professora indígena voltada para a Geometria no Ensino Médio. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Federal do Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2013.

Tarefas formativas para o desenvolvimento do pensamento espacial y métrico na formação de professores de Ensino fundamental

Formative tasks for the development of spatial and metric thinking in the trainingof elementary school teachers

Tareas formativas para el desarrollo del pensamiento espacial y métrico en laformación de profesores de Educación Primaria

Jenny Patricia Acevedo Rincón[1]
Escuela de EducaciónUniversidad Industrial de Santander (Colombia)
0000-0003-3872-5130

Gresly Yarhit Moreno Jaimes[2]
Estudiante de Licenciatura en Educación Básica Primaria-Auxiliar de investigación Escuela de Educación Universidad Industrial de Santander (Colombia)
0000-0003-0762-5428

María Fernanda Mejía Barajas[3]
Estudiante de Licenciatura en Educación Básica Primaria -Auxiliar de investigación Escuela de Educación Universidad Industrial de Santander (Colombia)
0000-0002-2072-0983

Modalidad: Comunicación
Núcleo Temático: Formación de profesores que enseñan matemáticas

Resumo

As práticas de ensino de matemática abordadas a partir dos diferentes níveis educacionais incorporam conhecimentos didáticos e disciplinares de matemática. Entretanto, a formação do futuro professor que ensinará matemática no Ensino Fundamental diverge das necessidades das salas de aula de hoje em termos de desenvolvimento do pensamento matemático. O objetivo deste trabalho é apresentar uma abordagem metodológica para caracterizar as tarefas que promovem o desenvolvimento do pensamento espacial e métrico, a partir de uma revisão sistemática da literatura sobre o conhecimento especializado do professor que ensina matemática, relatado em artigos. As abordagens iniciais registram propostas focalizadas no conhecimento didático do conteúdo (conhecimento do ensino de matemática), focalizando as propostas de tarefas formativas para professores do Ensino Básico Primário, no uso de recursos didáticos com material concreto, uso de software e realidade aumentada, como base para a formação de professores do Ensino Básico Primário. Entretanto, a maior parte do trabalho identificado carece de profundidade adequada no conhecimento disciplinar da matemática (conhecimento das estruturas e práticas matemáticas), dada a generalidade considerada no tratamento da disciplina para os primeiros anos do Ensino Fundamental Básico. Finalmente, na formação dos futuros professores, há a necessidade de incorporar novas estratégias para a apropriação dos conhecimentos matemáticos (conceitos, procedimentos, fenomenologia, registros de representação, significados, estruturas e suas conexões) e sua didática.

Palavras-chave: Tarefas formativas, modelo MTSK, conhecimento didático, conhecimento disciplinar, formação de professores.

Abstract

Mathematics teaching practices approached from the different educational levels incorporate didactic and disciplinary knowledge of mathematics. However, the training of the future teacher who will teach mathematics in Primary Basic Education diverges from the needs of current classrooms, in view of the purposes of the development of mathematical thinking. The objective of this communication is to present a methodological approach to characterize the tasks that promote the development of spatial and metric thinking, from a systematic review of the literature on the specialized knowledge of the teacher who teaches mathematics, reported in articles. The initial approaches register proposals focused on the didactic knowledge of the content (knowledge of mathematics teaching), focusing the proposals of formative tasks for Primary Basic Education teachers, on the use of didactic resources with concrete material, use of software and augmented reality, as a basis for the training of Primary Basic Education teachers. However, most of the works identified lack an adequate deepening in the disciplinary knowledge of mathematics (knowledge of structures and mathematical practices), given the considered generality in the treatment of the discipline for the first years of Basic Primary Education. Finally, in the training of the future teacher, the need to incorporate new strategies of appropriation of mathematical knowledge (concepts, procedures, phenomenology, representation registers, meanings, structures, and their connections) and their didactics is shown.

Keywords: Formative tasks, MTSK model, didactic knowledge, disciplinary knowledge, teacher training.

Resumen

Las prácticas de enseñanza de las matemáticas abordadas desde los diferentes niveles educativos incorporan conocimientos didácticos y disciplinares de las matemáticas. Sin embargo, la formación del futuro profesor que enseñará matemáticas en Educación Básica Primaria diverge de las necesidades que tienen las actuales aulas de clase, frente a los propósitos del desarrollo del pensamiento matemático. El objetivo de esta comunicación es presentar una aproximación metodológica para caracterizar las tareas que promuevan el desarrollo del pensamiento espacial y métrico, desde una revisión sistemática de la literatura del conocimiento especializado del profesor que enseña matemáticas, reportados en artículos. Las aproximaciones iniciales registran propuestas centradas en el conocimiento didáctico del contenido (conocimiento de la enseñanza de las matemáticas), enfocando las propuestas de tareas formativas para los profesores de Educación Básica Primaria, en el uso de recursos didácticos con material concreto, uso de software y realidad aumentada, como base para la formación de profesores de Educación Básica Primaria. Sin embargo, la mayoría de los trabajos identificados carece de una adecuada profundización en el Conocimiento disciplinar de las matemáticas (conocimiento de las estructuras, y prácticas matemáticas), dada la considerada generalidad en el tratamiento de la disciplina para los primeros años de Educación Básica. Finalmente, en la formación del futuro profesor se muestra la necesidad de incorporar nuevas estrategias de apropiación del conocimiento matemático (conceptos, procedimientos, fenomenología, registros de representación, significados, estructuras y sus conexiones) y su didáctica.

Palablas clave: Tareas formativas, modelo MTSK, conocimiento didáctico, conocimiento disciplinar, formación del profesorado.

Introducción

En la formación de profesores de los diferentes niveles educativos, se abordan aspectos didácticos y disciplinares de las matemáticas, los cuales llevan hacia la aproximación a las prácticas de enseñanza, desde el estudio de las diferentes teorías. Estos, inicialmente convergen en la elaboración de planeaciones de clase, o en la propuesta de micro-clases que funcionan en el hipotético de un salón con condiciones normales (para el formador), y en estudiantes que tienen una comprensión básica de las matemáticas. Sin embargo, y a pesar de estas propuestas hipotéticas, varias situaciones de incertidumbre atraviesan los futuros profesores. Preguntas que persisten aún más cuando llegan a la etapa de las prácticas (de observación, inmersión o investigativas) y perduran hasta el inicio de su vida profesional, pues aquellas ideas de salones efectivamente divergen de los salones que los futuros profesores vivieron en su etapa escolar inicial, tal como se menciona en Acevedo-Rincón (2018).

Por lo anterior, desde la línea de Educación Matemática de la Licenciatura en Educación Básica de la Universidad Industrial de Santander se pretenden varios objetivos, entre los cuales se destacan: (i) fortalecer el desarrollo del pensamiento matemático a través del reconocimiento de los procedimientos, definiciones, propiedades, fundamentos, aplicaciones, significados, representaciones, conexiones, jerarquización, demostración, y uso del lenguaje en las matemáticas universitarias, para hacer una correcta transposición (Chevallard, 1985; Brousseau, 1986, Flórez-Pabón & Acevedo-Rincón, 2020) hacia una matemática escolar, regida por el currículo nacional (MEN, 1998, 2006); (ii) fortalecer la comprensión de la Didáctica de la Matemática a través de una aproximación teórico-práctico que trascienda el activismo de los recursos físicos o virtuales para la aproximación a la matemática escolar, y más bien, llegar a ellos a través de la comprensión de la construcción de cada uno de los objetos matemáticos que fueron previamente aprendidos; y, (iii) velar porque las creencias (y miedos) vivenciados por los futuros profesores sean permeadas por nuevas experiencias que permitan un total reconocimiento de la matemática como parte del desarrollo de habilidades y competencias propias de la población con la que trabajarán en Educación Básica Primaria.

Según los lineamientos curriculares del área de matemáticas (MEN, 1998), su enseñanza debe estar basada en sus componentes: (i) el pensamiento matemático, que se subdivide en dominios conceptuales (numérico, espacial, métrico, variacional y aleatorio); (ii) los procesos (razonamiento, ejercitación, modelización, resolución de problemas y comunicación); y, (iii) los contextos (matemático, interdisciplinario y cotidiano), en Educación Básica Primaria, Secundaria y Media. Sin embargo, por la particularidad de cada contexto, la propuesta curricular no hace evidente cómo confluyen todos estos elementos en la realidad del aula común para que estos conocimientos produzcan razonamientos y cuestionamientos que trasciendan los aspectos procedimentales del objeto matemático, sin centrarse en unos cuantos procesos (ejercitación y razonamiento) o un único dominio conceptual (pensamiento numérico). Sino que trascienda hacia la enseñanza de las matemáticas como disciplina integral, en la que todas sus líneas de pensamiento sean enseñadas con la misma importancia, y también otros procesos ya mencionados previamente.

Investigaciones como la de Acevedo-Rincón (2018; 2020) y Flórez-Pabón y Acevedo-Rincón (2020), sugieren la importancia de vivir experiencias de aprendizaje (yde enseñanza) en escenarios reales de formación a través de tareas de enseñanza, las cuales se consideran tareas claves en la formación inicial de futuros profesores. Esto implica una aproximación a la práctica matemática (no pedagógica de la matemática escolar, sino disciplinar) de los futuros profesores desde una perspectiva simultánea como “punto de partida y de llegada de esta conceptualización (de la enseñanza de la matemática escolar) en la formación de profesores” (Ribeiro, Almeida & Mellone, 2021,p. 4).

Entre los principios considerados por los diferentes autores se tiene que: (i) el objetivo prioritario de las tareas matemáticas debe ser el promover una discusión matemática fructífera (Mason; Johnston-Wilder, 2006); (ii) el elemento central en toda práctica es el conocimiento del profesor y es considerado el más influyente en los resultados de los estudiantes (Nye; Konstantopoulos; Hedges, 2004); y, (iii) el diseño y la conceptualización de las tareas que pretenden desarrollar este conocimiento deben tener en cuenta la posibilidad y la necesidad de promover este desarrollo a través de situaciones basadas en la práctica (Smith, 2001). Lo anterior implica la necesidad de su incorporación en la práctica de aprendizaje (en la formación inicial del futuro profesor) para la práctica de enseñanza de la matemática escolar (al momento de ejercer como profesor). Por lo anterior, esta comunicación pretende presentar una aproximación metodológica para caracterizar las tareas que promuevan el desarrollo del pensamiento matemático (espacial y métrico) desde una revisión sistemática de la literatura de los futuros profesores deEducación Básica Primaria a partir de una revisión sistemática de la literatura del conocimiento especializado (disciplinar, didáctico y pedagógico) del profesor que enseña matemáticas.

Referencial teórico

La especialización del conocimiento ha sido un concepto construido desde la parte desde el reconocimiento de la especialización de este, entendida esta desde la comprensión de lo disciplinar limitada al contenido y a la gestión de aula. Inicialmente,el conocimiento del contenido especializado (*Specialized Content Knowledge*, SCK), propone el reconocimiento de las elecciones en la práctica del profesor, orientadas a lasde tipo curricular y gestión de aula tales como: la elección de los contenidos, el tipo de situaciones, la solución de situaciones emergentes, para fomentar el diálogo frente al contenido matemático durante el desarrollo de la clase, los cuales, permiten un conocimiento matemático sostenible en los alumnos (Rowland et. al, 2002). Aportes posteriores reconocen la especialización desde la gestión del aula

Carrillo et al (2018), consideraron la especialización del conocimiento como eje central al incorporar los elementos disciplinares de la matemática, y los didáctico- pedagógicos de su enseñanza, desde la perspectiva teórica y metodológica del Conocimiento Especializado del Profesor que enseña Matemáticas (*Mathematics Teacher Specialised Knowledge*, MTSK). Este modelo tiene como objetivo mejorar lasprácticas de enseñanza y de formación de los profesores (y futuros profesores) que enseñan matemáticas en distintos niveles. De manera que, como campo de investigación de la Educación Matemática, autores como Ribeiro et al (2016) y Acevedo-Rincón (2020a; 2020b) consideran que el modelo permite analizar la actuación del profesor, desde la formación inicial en las universidades, hasta en sus prácticas de enseñanza de la matemática escolar. La constitución del modelo MTSK se representa a través seis subdominios, en dos dominios principales: Conocimiento del contenido pedagógico (*Pedagogical Content Knowledge*-PCK), a la derecha, y a la izquierda, Conocimiento matemático (*Mathematical Knowledge*-MK). En el dominio llamado Conocimiento pedagógico (PK), que se subdivide en tres subdominios a saber: (i) Conocimiento de la enseñanza de las Matemáticas (KMT); (ii) Conocimiento de las características del aprendizaje de las Matemáticas (KFLM); (iii) Conocimiento de los estándares de aprendizaje de las Matemáticas (KFLM). Y, del lado del Conocimiento matemático (MK) está dividido en tres subdominios: (i) Conocimiento de los Temas (KoT); (ii) Conocimiento de la Estructurade las Matemáticas (KSM); y, (iii) Conocimiento de las prácticas en Matemáticas (KPM). Por último, el modelo presenta como centro de toda práctica, la importancia que tienen las creencias de los (futuros) profesores, tanto de las matemáticas, como también en su enseñanza.

Metodología

La investigación que rige esta comunicación es de carácter cualitativo, se ubica dentro del paradigma interpretativo de revisión sistemática de la literatura frente a las tareas formativas que considera el desarrollo del pensamiento matemático a partir de la perspectiva del conocimiento especializado del profesor que enseña matemáticas escolares. Desde la perspectiva de Campbell y Menk (2003), las revisiones sistemáticas de la literatura se realizan sobre estudios primarios, de investigaciones previas que responden a la pregunta de investigación planteada a través de un proceso sistemático y explícito. De acuerdo con Petticrew & Roberts (2005), la búsqueda de información es la etapa que perfila la investigación de manera que la aproximación se realiza a través de fuentes confiables, entre ellas bases de datos reconocidas (Scopus, WoS, bases institucionales de universidades, etc.) que conlleven a un proceso de reconocimiento de la informacióna partir de un primer mapeo de los datos obtenidos.

Para esto, se desarrollan las siguientes etapas: (i) aproximación a la literatura, en donde se refinan los elementos planteados inicialmente desde la pregunta de investigación y se define el protocolo de investigación basado en estrategias de búsqueda y criterios de calidad; (ii) recolección de la información, la cual se realiza a partir de los criterios de inclusión y exclusión; (iii) selección de artículos: que se acoplan a los criterios de selección, calidad y pertinencia; (iv) análisis de las tareas: de acuerdo con las características mencionadas en el modelo: tareas formativas desde la visión del formador de profesores para la enseñanza de las matemáticas escolares (MK), y tareas formativas para el aprendizaje de la matemática escolar (PK); (v) Sistematización de las tareas formativas: las cuales han sido perfiladas para la formación de los futuros profesores.

D acuerdo con los criterios de inclusión perfilado para la selección de los artículos, se consideraron relevantes los siguientes aspectos de publicación: tipo de estudio, fecha de publicación, idioma, tipo de propuestas, público al que va dirigido el escrito, contexto del artículo, conocimiento matemático; y, finalmente, estudios dirigidos a formación de profesores de Educación Básica Primaria, o que incluyan conocimientos enseñables en Educación básica primaria. Para efectos de esta publicación, se ha seleccionado un recorte en el que se profundiza sobre los resultados iniciales, a partir de una organización primaria de la información detectada en la búsqueda de artículos que incluyan, propongan o analicen tareas formativas, a nivel universitario, o que constituyan una posibilidad de adaptación de una tarea escolar para la formación de futuros profesores.

Resultados iniciales

En un primer nivel de aproximación al perfil de formación de los futuros profesores de Educación Básica Primaria se identifican una organización particular del contenido programático de la línea de Educación matemática dentro de la formación del futuro profesor de Educación Básica Primaria. De acuerdo con el modelo del conocimiento especializado del profesor que enseña matemática, se prioriza el conocimiento matemático, centrado en el desarrollo del Pensamiento espacial y métrico se identifican como indicadores asociados a los subdominios del Conocimiento Matemático (MK) los siguientes: KoT (Procedimientos, Definiciones, propiedades y sus fundamentos, registros de representación, fenomenología y aplicaciones, significados), KSM (Conexiones basadas en: el incremento de complejidad y en la simplificación; conexiones transversales y auxiliares) y KPM (Jerarquización y planificación como forma de proceder en la resolución de problemas geométricos-métricos, formas de validación y demostración, papel de los símbolos y uso del lenguaje formal, procesos asociados a la resolución de problemas como forma de producir matemáticas a partir de la geometría y la medición, prácticas particulares del quehacer matemático, condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones). Desde esta perspectiva teórica, se identifica desde lo disciplinar de la matemática como los conceptos, los procedimientos y las estructuras matemáticas propias de la geometría y la medición. Es importante destacar que el programa cuenta con 5 cursos desarrollados durante los primeros 5 semestres orientados hacia la enseñanza de conocimientos disciplinares de las matemáticas (3 semestres) y hacia la Didáctica de las Matemáticas. Sin embargo, hasta finales de 2021, no había una organización y/o distribución clara sobre el desarrollo de los contenidos matemáticos, ni de su didáctica. Por lo que fue importante delinear una propuesta didáctico-disciplinar en la que se incorporaran estrategias de formación para los futuros profesores. Los artículos identificados se ingresaron a una matriz de datos. En el procedimientode análisis de los datos de los artículos: búsqueda, sistematización, categorización, caracterización y análisis de los documentos reportados. De forma que, al final, los datos fueran complementarios para la proyección de los resultados.

De la bibliografía rastreada hasta el momento en buscadores de Scopus, WoS, bases institucionales de universidades, etc., se han identificado diferentes fórmulas de búsqueda que proporcionó un total de 194 artículos, de los cuales se eliminaron duplicados, para quedar solo 165 artículos, que describen el conocimiento didáctico, la formación del profesor, el conocimiento matemático, el conocimiento didáctico y aportes al currículo. Los 165 artículos identificados se publicaron en el periodo comprendido entre 1981 y 2021. La mayor concentración de artículos se encuentra entre los años 2010 y 2020. En su gran mayoría se orientan hacia la formulación de tareas para el estudiante de Educación Básica Primaria (133 artículos) y el resto a la formación de profesores de ese nivel o el planteamiento de la tarea como instrumento evaluativo. Dentro de las características principales en la Metodología de investigación de los 165 estudios identificados bajo las fórmulas de búsqueda y criterios de selección, se identifican 62 estudios de perspectiva cuantitativa, 79 de corte cualitativo, y 24 de tipo mixto. Además, 151 artículos registraron un enfoque empírico, y solo 14 de tipo Teórico. Entre los principales recursos identificados como "comúnmente más usados" en el diseño o propuesta de secuencias didácticas registradas en los artículos, se encuentra la implementación de secuencias didácticas usando origami, tangram, logicubos, uso de software (Mathigon, GeoGebra, tangram) y realidad aumentada (AR), como base para la formación de profesores de Educación Básica Primaria. Además, el tratamiento de los conceptos de dimensionalidad, volumen, relación área, superficie y volumen, concepto de espacio, simetría y ángulos, se constituyen en los más explorados para el diseño de dichas secuencias.

Con el fin de identificar los 30 artículos sobre los cuales se realizará el análisis (fase posterior a la etapa mencionada) se implementaron rejillas de clasificación de la información con la siguiente información a analizar por artículo: resumen, introducción, Métodos, referencial teórico usado, objetivos del estudio, destinatarios, contexto, nivel educativo, tipo de artículo, tipo de propuesta, principales tareas relacionadas con geometría/medición, metodología implementada, principales resultados, posibilidades de transformación de la tarea y otra información relevante. Vale la pena resaltar que, pensando en la posibilidad de que otros aspectos del artículo contribuyan a la reformulación de las tareas formativas en la perspectiva (PK) para la formación del conocimiento matemático en futuros profesores (MK), se ha decidido incluir el ítem de "posibilidad de transformación de la tarea".

Así mismo, esta aproximación inicial muestra que los procesos más explorados dentro de la enseñanza de las matemáticas en la formación basada en problemas se encuentran relacionados con la resolución de problemas, el razonamiento y la comunicación, como parte importante de las secuencias diseñadas en los artículos. Sin embargo, estos no se encuentran directamente relacionados con el pensamiento espacial y métrico, sino en el tratamiento general de la matemática escolar, en donde los artículos refieren a la enseñanza sobre el desarrollo del pensamiento numérico y variacional. Otras exploraciones encontradas a nivel general corresponden a la relación de la concepción de espacio y la habilidad numérica.

Aunque esta investigación se encuentra en desarrollo actualmente de la etapa de análisis de los artículos preseleccionados, se proyecta que los resultados encontrados con las tareas identificadas, pueden ser posteriormente clasificadas dentro de cada uno de los indicadores (estándares básicos de competencias, MEN, 2006), y reorganizados para formular posibilidades de uso de materiales concretos, pero también, la posibilidad de explorar e involucrar nuevas situaciones de enseñanza a partir de los diseños previamente construidos por otros investigadores en los artículos reportados hasta la fecha. Es importante aclarar, que muchas de las investigaciones dispuestas en las bases de datos, corresponden a tareas formativas aplicadas en contextos diferentes al colombiano, y, por lo tanto, se hace necesaria la implementación de algunas de estas con estudiantes de licenciatura, a fin de valorar los resultados de aprendizaje frente a tales apuestas de enseñanza. Para lo cual, la investigación cuenta con el aval del comité de ética de la Universidad Industrial de Santander. Así mismo, se espera proyectar para una próxima etapa de investigación la sistematización delas tareas experimentadas con estudiantes de primero y terceros semestres de la Licenciatura en Educación Básica Primaria, de la Universidad Industrial de Santander.

Conclusiones

De la capacidad de incorporar experiencias de aprendizaje en el aula (de formación del futuro profesor y el aula del profesor en ejercicio) se resalta la importancia de vivir experiencias en escenarios reales con tareas formativas intencionadas en y para la práctica de los futuros profesores que enseñarán matemáticas. El limitar la experiencia al aprendizaje conceptual de las matemáticas hace que cualquier profesional ajeno a una especialización del conocimiento didáctico-pedagógico (por ejemplo, de áreas relacionadas con ingenierías o ciencias), desde la perspectiva de la matemática escolar para la Educación Básica Primaria, pueda considerar la idea de que ser profesor implica el simple hecho de "pasar" conceptos o enseñar los "trucos" detrás de los procedimientos. La enseñanza de las matemáticas, en especial, el desarrollo del pensamiento matemático a través de los diferentes procesos trasciende los escenarios mágicos y simplificadores del conocimiento. Por tal razón, se hace necesario el hecho de considerar que los futuros profesores de matemáticas para Educación Básica Primaria, y en general para cualquier nivel escolar, se sumerjan en experiencias de aprendizaje (para la enseñanza) que permitan identificar el desarrollo de las especificidades del conocimiento (didáctico, pedagógico y disciplinar), que es lo que caracteriza la práctica de ser profesor (Mason; Johnston-Wilder, 2006). Es justo este el papel que desempeñará la implementación de tareas intencionadas, con escenarios favorables de formación para la aproximación a la especialización del conocimiento matemático escolar, para aproximar a sus futuros estudiantes al desarrollo de competencias. Así mismo, estas tareas formativas se constituirán en la base para la identificación de las matemáticas escolares adecuadas a los diferentes escenarios institucionales, así como también de los conocimientos necesarios y suficientes para desarrollar el pensamiento matemático en sus alumnos. Finalmente, es de resaltar que gran parte de los trabajos identificados carece de una adecuada profundización en el Conocimiento disciplinar de las matemáticas (conocimiento de las estructuras, y prácticas matemáticas), dada la considerada generalidad en el tratamiento de la disciplina para los primeros años de Educación Básica, lo que revela la necesidad de incorporar nuevas estrategias de apropiación del conocimiento matemático (conceptos, procedimientos, fenomenología, registros de representación, significados, estructuras y sus conexiones) y su didáctica.

Agradecimientos

Esta publicación es producto de la investigación No. 2845, titulada "Tareas para el desarrollo del pensamiento matemático. Un estudio teórico desde el modelo del conocimiento especializado del futuro profesor de matemáticas en Educación Básica Primaria", financiada por la Vicerrectoría de Investigación y Extensión de la Universidad Industrial de Santander. Asimismo, está vinculado a la Red Iberoamericana de investigación MTSK, auspiciada por la Asociación Universitaria Iberoamericana de Posgrado (AUIP).

Referencias

Acevedo-Rincón, J. P. (2018). Aprendizagens profissionais docentes do (futuro) professor de Matemática situadas em um estágio interdisciplinar. 282 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas (Unicamp), Campinas.

Acevedo-Rincón, J. P. (2020a). Geometry and measurement: specialized knowledge of future teachers within a pedagogical laboratory. In: VII International Conference Days of Applied, Journal of Physics, conference Series, V.1702 012. Mathematics Doi:10.1088/1742-6596/1702/1/012022.

Acevedo-Rincón, J. P. (2020b). Relevance of the mathematics teacher's specialized knowledge model in the planning and interpretation processes at the spatial thinking. In: VII International Conference Days of Applied, Journal of Physics, conference Series, V. 1514 012019. doi:10.1088/1742-6596/1514/1/012019.

Brousseau, G. (1986). La théorisation des phénomènes d'enseignement des Mathématiques, tesis, Burdeos I.

Campbell, S. A.; Menk, D. W. (2003). Editors' Introduction. Review of Educational Research. 73, 2, 123–124.

Carrillo, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L. C., Flores-Medrano, E., Escudero- Ávila, D., vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, A., Ribeiro, M., & Muñoz-catalán, M. C. (2018). The Mathematics Teacher's Specialized Knowledge (MTSK) model. Research in Mathematics Education. (Online). DOI 10.1080/14794802.2018.1479981.

Chevallard, Y., (1985). La Transposition Didactique, La PensÈe Sauvage, Grenoble.

Flórez-Pabón, C. E.; Acevedo-Rincón, J. P. (2020). Brousseau y los retos de la didáctica matemática en educación. IN: Ágora: Fundamentos epistemológicos e pesquisas avançadas em educação (pp. 125-144). São Carlos SP Brasil: Pedro & João Editores. http://doi.org/10.5281/zenodo.3902541.

Mason, J.; Johnston-Wilder, S. Designing and using mathematical tasks. St Albans: Tarquin, 2006.

MEN (1998). Serie Lineamientos curriculares. Matemáticas. Bogotá: Ministerio deEducación Nacional.

MEN (2066). Estándares Básicos de Competencias. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.

Nye, B.; Konstantopoulos, S.; Hedges, L. V. How large are teacher effects? Educational Evaluation and Policy Analysis, v. 26, n. 3, p. 237-257, 2004.

Petticrew, M.; Roberts, H. (2006). Systematic Reviews in the Social Sciences: A PracticalGuide. Blackwell, Oxford.

Ribeiro, M.; Mellone, M.; Jakobsen, A. (2016). Interpreting Students' Non-Standard Reasoning: Insights for Mathematics Teacher Education. For The learning of mathematics, v. 36, n. 2, p. 8–13.

Ribeiro, M.; Almeida, A.; Mellone, M. (2021). Conceitualizando Tarefas Formativas para Desenvolver as Especificidades do Conhecimento Interpretativo e Especializado do

Professor. Perspectivas da Educação Matemática. 14. 1-32. 10.46312/pem.v14i35.13263.

Rowland, B., Correnti, R., & Miller, R. J. (2002). What large-scale, survey research tellsus about teacher effects on student achievement: Insight from the Prospect study of elementary schools. Teacher College Records, 104(8), 1525-1567.

Smith, M. S. Practice-based professional development for teachers of mathematics.

Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, 2001

IX CIBEM
Congresso Iberoamericano de Educação Matemática
05 a 09 de dezembro de 2022

Estudo dos critérios de idoneidade didática revelados por professores de matemática no processo de elaboração e análise de um plano de aula envolvendo aperspectiva do Trabalho em Grupo

Study of the didactic suitability criteria revealed by mathematics teachers in theprocess of elaboration and analysis of a lesson plan involving the perspective of Group Work

Estudio de los criterios de idoneidad didáctica revelados por profesores de matemáticas en el proceso de elaboración y análisis de un plan de clase queinvolucre la perspectiva del Trabajo en Grupo

Iara Maria Soares de Assis Frade[358]
Universidade Federal de Ouro Preto
0000-0001-9845-6003

Amanda Cristina Martins[359]
Universidade Federal de Ouro Preto
0000-0002-6622-6227

Douglas da Silva Tinti[360]
Universidade Federal de Ouro Preto
0000-0001-8332-5414

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam Matemática

Resumo

O presente estudo tem por objetivo analisar os critérios de idoneidade didática reveladospor professores de matemática no processo de elaboração e análise de um plano de aula envolvendo a perspectiva do Trabalho em Grupo. Trata-se de uma pesquisa qualitativa na qual a produção dos dados ocorreu em um contexto de formação continuada que focalizava a perspectiva das Metodologias Ativas. Os dados referem-se a dois encontrosformativos que foram realizados por meio da plataforma Google Meet e gravados com oconsentimento dos participantes. Ao longo do segundo encontro, os 12 professores de Matemática, participantes da pesquisa foram divididos em grupos e tiveram que elaborar um plano de aula para abordar o conceito de fração, considerando uma comanda por nós disponibilizada. Desse modo, consideramos como *córpus* de dados as gravações dos encontros bem como os materiais produzidos pelos participantes. Os dados foram analisados na perspectiva dos critérios de idoneidade didática. A partir da análise, identificamos indícios de mobilizações de alguns dos componentes que integram os critérios de idoneidade didática. Além disso, evidenciamos que a utilização da Metodologia Trabalho

[358] iara.frade@aluno.ufop.edu.br
[359] amanda.cm@aluno.ufop.edu.br
[360] tinti@ufop.edu.br

em Grupo fez com que os critérios de idoneidade interacional se mostrassem mais evidente, visto que essa metodologia contribuiu para interação e inclusão dos alunos.

Palavras-chave: Critérios de Idoneidade Didática, Metodologia Ativa, Trabalho em Grupo, Formação de professores, Conhecimento Didático-Matemático.

Abstract

The present study aims to analyze the didactic suitability criteria revealed by mathematics teachers in the process of elaboration and analysis of a lesson plan involving the perspective of Group Work. This is a qualitative research in which the production of data took place in a context of continuing education that focused on the perspective of Active Methodologies. The data refer to two training meetings that were held through the Google Meet platform and recorded with the consent of the participants. During the second meeting, the 12 Mathematics teachers participating inthe research were divided into groups and had to prepare a lesson plan to address the concept of fraction, considering a command provided by us. Thus, we considered the recordings of the meetings as well as the materials produced by the participants as a corpus of data. Data were analyzed from the perspective of didactic suitability criteria. From the analysis, we identified signs of mobilization of some of the components that integrate the criteria of didactic suitability. In addition, we showed that the use of the Group Work Methodology made the criteria of interactional suitability more evident, since this methodology contributed to the interaction and inclusion of students.

Keywords: Didactic Suitability Criteria, Active Methodology, Group Work, Teacher Training, Didactic-Mathematical Knowledge.

Resumen

El presente estudio tiene como objetivo analizar los criterios de idoneidad didáctica revelados por profesores de matemáticas en el proceso de elaboración y análisis de un plan de clase que involucre la perspectiva del Trabajo en Grupo. Se trata de unainvestigación cualitativa en la que la producción de datos se llevó a cabo en un contexto de educación permanente que se centró en la perspectiva de las Metodologías Activas. Los datos se refieren a dos reuniones de capacitación que se realizaron a través de la plataforma Google Meet y se grabaron con el consentimiento de los participantes. Durante la segunda reunión, los 12 profesores de Matemáticas participantes en la investigación se dividieron en grupos y debían preparar un plan de clase para abordar el concepto de fracción, considerando un comando proporcionado por nosotros. Así, consideramos las grabaciones de las reuniones así como los materiales producidos por los participantes como un corpus de datos. Los datos fueron analizados desde la perspectiva de los criterios de idoneidad didáctica. A partir del análisis, identificamos signos de movilización de algunos de los componentes que integran los criterios de idoneidad didáctica. Además, demostramos que el uso de la Metodología de Trabajo en Grupo hizo más evidente el criterio de idoneidad interaccional, ya que esta metodología contribuyó a la interacción e inclusión de los estudiantes.

Palabras clave: Criterios de Idoneidad Didáctica, Metodología Activa, Trabajo en

Grupo, Formación Docente, Conocimiento Didáctico-Matemático.

Introdução

Quando refletimos sobre o processo de ensino e aprendizagem de Matemática, percebemos que o modelo no qual prevalecem concepções mecanicistas de aprendizagem e o professor é visto como detentor do conhecimento vem a cada dia dando lugar a uma abordagem em que o professor, segundo Barbosa e Moura (2013), assume um papel de mediador do conhecimento favorecendo a autonomia do aluno e o desafiando a construir seu próprio conhecimento.

Visando refletir sobre o protagonismo do aluno na construção do conhecimento, apresentamos no tópico a seguir a conceituação de Metodologias Ativas, bem como sua utilização no cenário educacional, destacando as principais características dessas metodologias no processo de ensino e aprendizagem de Matemática.

Apresentaremos, também, os componentes de *idoneidade didática* (Godino, 2009) que possibilitam analisar os conhecimentos mobilizados pelos professores participantes no processo de elaboração do plano de aula, pautado na perspectiva do Trabalho em Grupo e Gamificação. Neste artigo, voltaremos nosso olhar para o estudo dos critérios de idoneidade didática revelados por professores de Matemática no processo de elaboração e análise de um plano de aula envolvendo a perspectiva do Trabalho em Grupo.

Referencial Teórico Metodologias Ativas

A discussão sobre Metodologia Ativa não é nova. Já vínhamos discutindo na educação desde o movimento chamado Escola Nova com pensadores como William James, John Dewey e Édouard Claparède, a problemática de como o aluno poderia ser o protagonista de seu aprendizado utilizando de uma metodologia de ensino centrada na aprendizagem pela experiência. O que as Metodologias Ativas trazem de novo é a proposta de repensar o percurso metodológico, gerando primeiro o propósito e colocando o aluno em ação por meio da reflexão para, dessa forma, ajudá-lo a construir conceitos. Assim, o aluno poderá desenvolver sua autonomia e encontrar sentido no queestá sendo aprendido.

O que percebemos é que, gradativamente, a aprendizagem por meio da transmissão de conteúdos vem dando lugar a aprendizagem fundamentada noprotagonismo do aluno, em seu envolvimento, participação reflexão em todo percurso, experimentando e criando sua aprendizagem junto ao professor, visto que esse processo é único e diferente para cada ser humano.

Nessa perspectiva, as Metodologias Ativas se configuram como uma forma de orientar os processos de ensino e aprendizagem para um ensino no qual o aluno assume uma postura participativa sendo o protagonista na construção de seu aprendizado.

No desenvolvimento de uma Metodologia Ativa em sala de aula é fundamental que o professor conheça o cenário, ambiente e clientela que possui, propiciando aos alunos recursos e práticas didáticas que permitam seu aprendizado. À vista disso, surgea necessidade de oportunizar aos futuros professores e àqueles que estão em atuação, espaços de formação que explorem as potencialidades dessas metodologias, possibilitando aos mesmos se apropriarem desses recursos, extraindo o significado da relação entre prática e teoria e criando assim, referências que sejam capazes de influenciar experiências futuras.

No contexto da Matemática, as diferentes Metodologias Ativas se apresentam como uma possibilidade de contribuir para a construção dos conhecimentos e conceitos matemáticos que, muitas vezes, possuem uma linguagem formal e abstrata marcada pelarigorosidade e precisão.

Dessa maneira, diversas estratégias têm sido utilizadas na implantação das Metodologias Ativas nos processos de ensino e aprendizagem da Matemática, uma metodologia que tem ganhado notoriedade é o Trabalho em Grupo, Cohen e Lotan(2017) abordam que através do Trabalho Em Grupo deseja-se que os alunos se tornemativos no processo de ensino e aprendizagem. Tendo isso em vista, acredita-se que oTrabalho em Grupo se apresenta como uma boa alternativa para atender a esta demanda.Cohen e Lotan (2017, p. 1) definem Trabalho em Grupo da seguinte forma:

"alunos trabalhando juntos em grupos pequenos de modo que todos possam participar de uma atividade com tarefas claramente atribuídas". A visão trazida pelas autoras em seu livro intitulado *"Planejando o Trabalho em Grupo"* foi de vital importância para o desenvolvimento da presente atividade. O Trabalho em Grupo é importante para a formação do indivíduo dentro de uma sociedade.

Nesse sentido, neste trabalho utilizaremos essa metodologia como norteadora do processo de elaboração do plano de aula.

Critérios de Idoneidade Didática

A análise e discussão dos conhecimentos mobilizados pelos participantes foram norteadas a partir do Modelo proposto por Juan Godino e seus colaboradores, denominado Enfoque Ontosemiótico. Sendo assim, esse modelo visa construirferramentas para analisar o pensamento e o objeto matemático.

Os avanços do EOS apresentam seis facetas ou dimensões, implicadas nos processos de ensino e aprendizagem de tópicos específicos da Matemática (Godino, 2009). Godino então, criou um modelo que segundo ele se trata de um modelo cuja representação em planta indica os vários aspectos a serem levadas em consideração em um processo de estudo e indicam quatro níveis de análises nas quais a atenção pode ser focada.

É possível observar nesse modelo várias camadas e faces, cada camada pode ser usada para fazer uma análise de acordo com a necessidade do professor, práticas,configurações, normas e Metanormas e os Critérios de Idoneidade. Nossa escolha foi usar os Critérios de Idoneidade por ser voltada para uma análise tanto da formação continuada como da formação inicial, através deste podemos analisar várias situações através dos componentes e indicadores que cada faceta contém. Juan Godino propõe fazer uma análise do processo de instrução matemática através dos seguintes aspectos:

Quadro 1

Critérios Idoneidade Didática (elaborado a partir das ideias de Godino, 2009)

Critérios	Descrição e análise
Epistémica	Conhecimentos matemáticos relativos ao contexto institucional em que se realiza o processo de estudo e a distribuição no tempo dos vários componentes de conteúdo (problemas, linguagens, procedimentos, definições, propriedades, argumentos).
Cognitiva	Conhecimentos pessoais dos estudantes e progressão das aprendizagens.
Afetiva	Estados afetivos (atitudes, emoções, crenças, valores) de cada aluno com relação aos objetos matemáticos e ao processo de estudo seguido.
Mediacional	Recursos tecnológicos e alocação de tempo nas diferentes ações e processos.
Internacional	Padrões de interação entre o professor e os alunos e seus sequenciamentos orientados a fixação e negociação de significados.
Ecológico	Sistema de relações com o meio social, político, econômico, que apoia e condiciona o processo de estudo.

Esse modelo possui aporte teórico para analisar diversas situações como propõe Godino: avaliação de situações introdutórias em processos de formação para o desenvolvimento de competências profissionais; como um “questionário” para autoavaliação e reflexão o professor sobre aspectos relevantes de sua própria prática; como um instrumento de um avaliador externo para avaliar um processo de estudo implementado. Desse modo, os Critérios de Idoneidade, possuem as dimensões e cada uma delas os componentes e indicadores que norteiam a análise dos conhecimentos.

Metodologia

O presente estudo tem por objetivo analisar os critérios de idoneidade didática revelados por professores de matemática no processo de elaboração e análise de um plano de aula envolvendo a perspectiva do Trabalho em Grupo. Nesse sentido, reconhecemos o caráter formador da abordagem qualitativa na perspectiva de que esta favorece a transformação e melhoria das práticas educativas, por meio da reflexão da realidade.

Assim, a escolha por essa natureza de pesquisa se justifica por ser a que mais se adequa aos objetivos ligados à pesquisa e à formação, visto que houve uma relação de mediação entre pesquisadores e professores participantes contemplando a possibilidade de mudanças de práticas dos sujeitos em formação.

A produção dos dados aconteceu em uma disciplina que abordou Metodologias Ativas na formação e prática de professores de Matemática, a qual compõe a matriz curricular de um Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática de uma instituição de ensino superior pública.

A coleta ocorreu no 2º semestre de 2020, de forma remota, por meio da plataforma *Google Meet.* Realizamos dois encontros sendo o primeiro no dia 24 de setembro de 2021 e o segundo dia 01 de outubro de 2021 tendo duração entre 2h30m e 3h cada. Participaram 12 (doze) professores de Matemática que eram alunos da referida disciplina. Os encontros foram gravados com a autorização dos presentes para auxiliar nas análises posteriores.

Por se tratar de uma disciplina que abordava Metodologias Ativas, os participantes já tinham conhecimento de algumas metodologias. Nesse sentido, estruturamos os encontros em dois momentos. O primeiro destinado a apresentação da metodologia Trabalho em Grupo e o segundo a metodologia Gamificação. Propomos aos participantes dividir o primeiro encontro em dois momentos. Nesse encontro os participantes tiveram a oportunidade de trazer suas experiências com essas metodologias, dúvidas em relação a sua utilização, além de vivenciarem de forma breve as duas metodologias por meio de plataformas e dinâmicas apresentadas pelas pesquisadoras.

No segundo encontro os participantes foram divididos em quatro grupos a fimde elaborarem o plano de aula, ficando dois grupos com a perspectiva do Trabalho em Grupo e dois com a perspectiva da Gamificação. Disponibilizamos *links* de acesso a salas individuais as quais os participantes foram encaminhados.

Durante a dinâmica das atividades, elaboramos uma comanda com o contexto social e educacional da turma a qual o plano de aula se endereçava, explicando também a defasagem que uma parte da turma apresentava em relação ao conteúdo de fração. Disponibilizamos ao grupo um modelo de plano de aula para que utilizassem na elaboração da proposta

Após o desenvolvimento do plano, os grupos voltaram ao link da reunião geral com o objetivo de apresentar o plano de aula elaborado por eles aos colegas. Feitas as apresentações, propomos aos participantes que voltássemos a se reunir com seus colegas de grupo para que pudessem discutir e analisar os planos de aula elaborados poreles.

Assim sendo, cada grupo a partir de perguntas norteadoras elaboradas pelas pesquisadoras, analisaram o plano de aula e discutiram sobre a adequação do mesmo emrelação a alguns aspectos específicos que envolviam os critérios de idoneidade didática, as quais apresentaremos no tópico a seguir.

Análise dos dados

O nível de Idoneidade Didática (ou também chamado de critérios de adequação) pode ser compreendido como uma regra de correção que estabelece como deveria ser realizado um processo de instrução, emanado do discurso argumentativo da comunidadecientífica, quando este está orientado a conseguir um consenso sobre "o que se pode considerar como melhor" (Godino *et al*., 2006)

A qualidade didática de um processo de ensino se define segundo Godino *et al*. (2007) com a articulação coerente e sistêmica entre os componentes (epistêmico, cognitivo, mediacional, afetivo, interacional e ecológico), podendo ocorrer , em níveis baixo, médio ou alto, de acordo com Breda, Font e Lima (2015).

Nesse sentido, propomos aos participantes que analisassem o plano de aula elaborado por eles, a partir de algumas questões que apresentamos, levando em consideração os seis critérios de Idoneidade Didática.

A *idoneidade epistêmica* segundo Godino (2009) refere-se ao grau derepresentatividade dos significados institucionais implementados (pretendidos) arespeito de um significado de referência. Godino (2009) propõe cinco elementos como componentes de idoneidade epistêmica sendo eles: *situações problema; elementos linguísticos/representações; regras (conceitos, definições, procedimentos); argumentos;relações entre os elementos e a atividade matemática*.

No momento da discussão e análise do plano de aula, quando perguntados se a linguagem matemática utilizada na proposta seria apropriada aos estudantes a quem é endereçada e o que os levou a escolha da atividade, foi possível observar que os participantes apresentaram uma preocupação com a maneira que a Matemática é desenvolvida com os alunos como podemos observar na fala da participante Vanessa:

Fugindo da formalidade que muitas vezes a Matemática é colocada. (registro do encontro realizado em 01 de outubro de 2021).

No que se refere a *idoneidade cognitiva*, Godino (2009) destaca que esse critério expressa o grau em que os significados pretendidos/implementados estão na zona de potencial desenvolvimento dos alunos, bem como a proximidade dos significados pessoais alcançados aos significados pretendidos/implementados.

Godino (2009) ainda apresenta três componentes de idoneidade cognitiva: *conhecimentos prévios; adaptação curricular e aprendizagem.*

Ao perguntarmos aos participantes se a partir da análise da proposta,acreditavam que a mesma leva em consideração se os alunos possuem os conhecimentosprévios necessários para o estudo do tema proposto e como, observamos que houve uma preocupação com os conhecimentos prévios dos alunos o que nos remete a um dos componentes de idoneidade cognitiva como podemos perceber na fala do participante Ivan.

Isso que eu pensei também, porque como foi uma avaliação diagnóstica, os conteúdos são relacionados ao ano anterior, então eles já possuíam um determinado conhecimento. (registro do encontro realizado em 01 de outubro de 2021)

Relacionado ao Critério de *idoneidade mediacional*, Godino(2009) refere-se ao grau de disponibilidade e adequação de recursos materiais e tempo necessários aodesenvolvimento do processo ensino aprendizagem. Propondo como componentes: *recursos materiais, números de alunos, horário e condições da aula e tempo*.

Para este critério perguntamos aos participantes se os recursos materiais e temporais foram projetados de forma a favorecerem o desenvolvimento do ensino e aprendizagem do tema e de que forma. Identificamos nas falas dos professores que os materiais foram adequadamente projetados para o processo pretendido, o que não ocorreu com as condições da aula e tempo, como podemos observar nas falas a seguir.

Vanessa: A gente considerou que a escola tinha sala de informática, né? Então os recursos materiais, sim. Agora o tempo…

Gustavo: O tempo eu achei que o tempo foi muito curto para a quantidade de dificuldades relacionadas. (registro do encontro realizado em 01 de outubro de 2021

Para o critério de idoneidade *interacional*, Godino (2009) descreve que um processo de ensino-aprendizagem terá uma maior adequação de um ponto de vista interacional se as configurações e trajetórias didáticas permitem, por um lado, identificar conflitos semióticos potenciais (que podem ser detectados a priori), e por outro lado permitem resolver conflitos que ocorrem durante o processo de instrução, propondo para este critério os seguintes componentes : *interação docente-discente,interação entre alunos, autonomia e avaliação formativa.*

Questionados se a proposta contemplava momentos em que os alunos desenvolvessem a autonomia no processo de construção do conhecimento e o diálogo entre aluno e professor. Foi possível identificar pelas falas dos participantes Ivan e Gustavo que houve uma preocupação com a interação entre docente e discente, bem como a interação entre alunos.

Ivan: Então o diálogo com o professor ele foi preconizado após o retorno.

Gustavo: Não ficaria interessante colocar os alunos na interação entre pares? Porque muitas vezes os alunos, entre eles, aprendem muito mais do que com o professor…(registro do encontro realizado em 01 de outubro de 2021)

O critério de *idoneidade afetiva* diz respeito ao grau de envolvimento (interesse, motivação, ...) dos alunos em processo de estudo. A adequação afetiva está relacionada com fatores que dependem da instituição e com fatores que dependem basicamente do aluno e sua história escolar anterior. Como indicadores da Idoneidade Afetiva, Godino (2009) expõe os seguintes componentes: *interesse e necessidade, atitudes e emoções*.

Pensando na proposta apresentada perguntamos se os participantes acreditam que ela promove a auto estima e a motivação no processo de aprendizagem, evitando a rejeição, fobia e medo da Matemática e de que forma. Percebemos que na elaboração doplano de aula os professores optaram por utilizar um jogo como o objetivo de estimularo interesse dos alunos pelo tema que seria trabalhado, como mostra a fala de Valéria.

E a gente escolheu o jogo online para estimular mais o interesse dos meninos. (registro do encontro realizado em 01 de outubro de 2021).

Segundo Godino (2009) o critério de *idoneidade ecológico* diz respeito ao grau em que o processo de estudo se encaixa no projeto centro educacional, escola e sociedade e o condicionamento do ambiente em que se desenvolve. Para este critério,ele propõe os seguintes componentes: *adaptação do currículo, abertura para inovação didática, adaptação sócioprofissional e cultural, educação em valores e conexões intra e interdisciplinares.*

Perguntamos aos professores se o conteúdo proposto está de acordo com os documentos que norteiam a Educação Básica (BNCC, PCN, Currículo de Minas...), e quais documentos foram consultados para elaboração da proposta.

Valéria: Nós não consultamos nenhum documento aqui, mas, levamos em consideração aquilo que já conhecemos deles. (registro do encontro realizado em 01 de outubro de 2021).

No que concerne a adaptação ao currículo, os participantes não consultaram nenhum documento oficial, porém levaram em consideração os conhecimentos que já possuíam sobre os mesmos, como podemos observar na fala de Valéria.

Considerações

A partir da análise do processo de elaboração do plano de aula feito pelos participantes, identificamos indícios de mobilizações de alguns dos componentes que integram os critérios de idoneidade didática, ainda que os mesmos não tivessem um conhecimento do aporte teórico proposto por Godino. Entendemos que a utilização da Metodologia Trabalho em Grupo fez com que os critérios de *idoneidade interacional* se mostrassem mais evidente, visto que essa metodologia contribuiu para interação einclusão dos alunos.

Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio da Fundação de Amparo à Pesquisa Minas Gerais (FAPEMIG) e Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP).

Referências

Barbosa, E. F., Moura, D. G. (2013). *Metodologias ativas de aprendizagem na Educação Profissional e Tecnológica.* B. Tec. Senac, Rio de Janeiro, 39(2), 48-67.

Breda, A., Font, V.; Lima, V. M. R. (2015). A noção de idoneidade didática e seu uso na formação de professores de matemática. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*. 8(2), 1-41.

Cohen, E. G., Lotan, R. A. (2017). *Planejando o Trabalho em Grupo.* 3 ed. São Paulo:Penso Editora Ltda.

Godino, J. D., Batanero, C., Font, V. (2008). Um enfoque ontosemiótico do conhecimento e a instrução matemática. *Acta Scientia e-Revista de Ensino de Ciênciase Matemática,* Canoas, 10(2), 07-37.

Godino, J. D. (2009). Categorías de análisis de los conocimientos del profesor dematemáticas. *UNIÓN, Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 20(13).

Godino, J. D., Contreteras, A., Font, V. (2006). *Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico semiótico de la cognición matemática*. Recherches em Didactiques des Mathematiques, 26(1), 39.

Na prática, a teoria é outra? Reflexões de professoras sobre o Ensino Exploratório em aulas de Matemática

In practice, is the theory different? Teachers' reflections on Exploratory Teaching in Mathematics lessons

En la práctica, ¿la teoría es diferente? Reflexiones de los docentes sobre la Enseñanza Exploratoria en las clases de Matemáticas

Eduardo Pereira de Oliveira Rossa[361]
Programa de Pós-graduação em Educação Matemática – PRPGEM/Unespar
0000-0003-3603-8177

Everton José Goldoni Estevam[362]
Universidade Estadual do Paraná - Unespar
0000-0001-6433-5289

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam Matemática

Resumo

Este artigo objetiva identificar reflexões de professoras e futuras professoras de Matemática a respeito do papel da teoria e da prática para suas aprendizagens, considerando as etapas de antecipação, efetivação e reflexões pós-aula em práticas de Ensino Exploratório - EE. Os dados foram produzidos por meio da realização de um grupo focal que suscitou reflexões acerca das ações docentes em práticas de EE, do qual participaram duas professoras experientes da Educação Básica e três professoras recém-formadas que planejaram e efetivaram práticas nesta perspectiva. Os resultados indicam que as práticas realizadas implicaram na mudança de referencial das professoras a respeito das ações do professor, dos alunos, das tarefas propostas e da própria Matemática. Porém, destaca-se que essas reflexões não emergiram apenas da prática em si, mas da articulação com estudos relacionados à perspectiva de ensino, tarefas matemáticas e antecipação de ações de alunos e professor, a qual é potencializada em ambientes de colaboração e discussão. Desta forma, conclui-se que a dicotomia teoria e prática, ao mesmo tempo em que fragiliza aspectos teóricos, torna a prática superficial e sem significado. É o movimento de articulação teoria-prática e prática-teoria que confere elementos para ressignificação do conhecimento e da prática profissional e, neste caso, para a apropriação do EE na Educação básica.
Palavras-chave: Formação de professores que Ensinam Matemática, Tarefas matemáticas, Grupo focal, Educação Matemática.

Abstract

This article aims to identify reflections of Mathematics teachers and future teachers about the role of theory and practice for their learning, considering the stages of anticipation, implementation and post-class reflections in Exploratory Teaching practices - ET. The data

[361] eduardoporossa@gmail.com
[362] evertonjgestevam@gmail.com

were produced through a focus group that raised reflections about teaching actions in ET practices, in which two experienced teachers of Basic Education and three recently graduated teachers who planned and carried out practices in this perspective participated. The results indicate that the practices carried out implied a change in the teachers' referential regarding the actions of the teacher, the students, the proposed tasks and Mathematics itself. However, it is noteworthy that these reflections did not emerge only from the practice itself, but from the articulation with studies related to the teaching perspective, mathematical tasks and anticipation of student and teacher actions, which is potentiated in environments of collaboration and discussion. In this way, it is concluded that the theory and practice dichotomy, while weakening theoretical aspects, makes the practice superficial and meaningless. It is the movement of theory-practice and practice-theory articulation that provides elements for the re-signification of knowledge and professional practice and, in this case, for the appropriation of ET in Basic Education.
Keywords: Mathematics Teacher Education, Mathematical Tasks, Focus Group, Mathematics Education.

Resumen

Este artículo tiene como objetivo identificar reflexiones de profesores y futuros profesores de Matemáticas sobre el papel de la teoría y la práctica para su aprendizaje, considerando las etapas de anticipación, implementación y reflexiones post-clase en las prácticas de Enseñanza Exploratoria - EE. Los datos fueron producidos a través de un grupo focal que planteó reflexiones sobre las acciones docentes en las prácticas de EE, en el que participaron dos docentes con experiencia en Educación Básica y tres docentes recién graduados que planificaron y realizaron prácticas en esta perspectiva. Los resultados indican que las prácticas realizadas implicaron un cambio en el referencial docente en cuanto a las acciones del docente, los estudiantes, las tareas propuestas y la propia Matemática. Sin embargo, se destaca que estas reflexiones no surgieron solo de la práctica misma, sino de la articulación con estudios relacionados con la perspectiva docente, el quehacer matemático y la anticipación de las acciones de estudiantes y docentes, lo que se potencia en ambientes de colaboración y discusión. De esta forma, se concluye que la dicotomía teoría y práctica, al tiempo que debilita los aspectos teóricos, vuelve la práctica superficial y sin sentido. Es el movimiento de articulación teoría-práctica y práctica-teoría lo que brinda elementos para la resignificación del saber y la práctica profesional y, en este caso, para la apropiación de la EE en la Educación Básica.
Palabras clave: Formación de Profesores que Enseñan Matemáticas, Tareas Matemáticas, Grupo Focal, Educación Matemática.

Introdução

No ano de 2019, o Conselho Nacional de Educação Brasileiro aprovou a Resolução CNE/CP 02/2019, que estabelece uma Base Nacional Comum para Formação Inicial e Continuada de professores no país, referida como BNC-Formação (MEC, 2019). Dentre os diversos aspectos dissonantes suscitados na literatura desde então, a centralidade na prática em detrimento de teoria tem constituído inúmeros debates acerca da perspectiva de docência presente em tal referencial, a qual "a restringe a aprender habilidades e competências numa preocupação no 'saber-fazer', o que transforma o docente em um técnico e reprodutor de pacotes pedagógicos e de práticas estabelecidas em contextos específicos" (Pires & Cardoso, 2020).

O presente trabalho se insere neste contexto e problematiza aspectos relacionados à articulação teoria e prática, a partir de perspectivas de professoras que vivenciaram práticas de Ensino Exploratório (EE) em aulas de Matemática. Trata-se de uma perspectiva exigente de ensino, cuja literatura (Cyrino, 2016; Ponte, 2014) confere-lhe natureza exigente e desafiadora, sobretudo para o professor, ao considerar as diferentes ações que precisa realizar desde a preparação até a efetivação da prática em sala de aula (Estevam, Cyrino, & Oliveira, 2017) e os significados que sustentam essas ações (Rossa & Estevam, 2022). Neste cenário, para discutir a articulação entre teoria e prática, valemo-nos dos estudos de Cochran-Smith e Lytle (1999), que rejeitam o pressuposto de que o conhecimento da prática pedagógica é gerado de "fora para dentro". Elas reconhecem que os professores aprendem e produzem conhecimentos relevantes na prática, mediante reflexão na ação e sobre a ação de ensinar e aprender, particularmente por meio da investigação da própria prática e constituindo comunidades investigativas.

Assim, o objetivo deste artigo é identificar reflexões de professoras e futuras professoras a respeito do papel da teoria e da prática para suas aprendizagens, considerando as etapas de antecipação, efetivação e reflexões pós-aula em práticas de EE. Os dados foram produzidos em um grupo focal, que contou com a participação de duas professoras que atuam na Educação Básica e três professoras que realizaram práticas durante o período de formação, referidas no estudo como futuras professoras.

Ensino Exploratório em aulas de Matemática

Na perspectiva exploratória de ensino, destacam-se quatro aspectos fundamentais, quais sejam: colaboração, *inquiry*, reflexão e comunicação (Chapman & Heater, 2010). Desta forma, práticas de EE privilegiam a comunicação de conjecturas, estratégias e dificuldades dos alunos, assim como incentivam que eles questionem suas ideias e também as dos colegas, refletindo sobre necessidades, potencialidades e encaminhamentos de estratégias de resolução, envolvendo um processo de colaboração e negociação em sala de aula.

Na fase de *antecipar*, que antecede a efetivação da prática, o professor busca estabelecer objetivos de aprendizagens cuja dinâmica a ser realizada permita atingir, realiza a escolha do conjunto de tarefas e leva em conta aspectos e possibilidades de como os alunos podem pensar e aprender nas condições propostas (Simon, 1995 *apud* Serrazina, 2012). Além disto, é necessário organizar situações estruturais, relacionadas com a delimitação do tempo, espaço, recursos utilizados e organização dos participantes. Estas ações de antecipação é que permitem a flexibilização na condução da aula (Oliveira, Menezes, & Canavarro, 2013).

Considerando as ações do professor *durante a aula*, Cyrino e Teixeira (2016) destacam que na *proposição da tarefa* deve ser explicitada a dinâmica a ser realizada, viabilizar sua resolução, organizar os alunos, o tempo previsto e os recursos utilizados. De igual maneira, deve-se fomentar a emergência de diferentes estratégias de resolução, considerando situações planejadas e passíveis de ocorrência. *Monitorar* a resolução da tarefa, por sua vez, tem por objetivo identificar os raciocínios e as estratégias emergentes, bem como o potencial das resoluções para os objetivos da aula (Stein *et al*., 2008). Assim, o professor precisa observar, questionar e orientar o trabalho realizado pelos alunos, considerando a antecipação das possíveis estratégias de resolução que podem emergir, assim como dúvidas, dificuldades ou erros.

A ação de *selecionar* é realizada pelo professor ao identificar resoluções com potencial para discussão alinhada ao propósito da aula, de acordo com os critérios previamente estabelecidos na etapa de antecipação, no que se refere a diferentes estratégias, raciocínios e representações (Estevam, Cyrino, & Oliveira, 2017). Por sua vez, *sequenciar* visa ordenar as resoluções dos alunos, também de acordo com critérios pré-estabelecidos (e não de maneira arbitrária ou voluntária), podendo considerar erros recorrentes, resoluções particulares ou bem fundamentadas (Canavarro, 2011).

Discutir as resoluções consiste em convidar os alunos a compartilhar suas resoluções com a turma, com incentivo à explicitação de justificativas e interações entre os alunos, valendo-se do que foi planejado, com o intuito de contrapor ideias, estabelecer relações, analisar suas especificidades e potencial matemático, conforme objetivos da aula (CANAVARRO, 2011). Estes aspectos são essenciais para sustentar a *sistematização das aprendizagens* em que, com a colaboração dos alunos, realiza-se a formalização teórica articulando os aspectos emergentes na aula aos elementos presentes nos manuais didáticos. Assim, é possível acrescentar estratégias particulares e/ou discutir, por exemplo, representações, conceitos e propriedades, articulando os conhecimentos matemáticos com as resoluções emergentes e aquelas previstas no planejamento (Cyrino & Teixeira, 2016).

Essas ações, apresentadas de forma sintética, justificam a complexidade de práticas de EE ao evidenciarem os diferentes papéis que o professor deve desempenhar para percorrer esta trajetória de maneira satisfatória e atingir os objetivos da aula (Cyrino, 2016; Ponte, 2014). A compreensão dessa complexidade envolve aspectos teóricos e práticos, esclarecimentos são perseguidos neste estudo.

Encaminhamentos metodológicos

Esta pesquisa tem carácter qualitativo e utiliza como meio de produção de dados o *grupo focal*, o qual teve como propósito focalizar reflexões de (futuros) professores sobre as ações de antecipar e efetivar práticas de EE. Sustentando-nos nas orientações de Gatti (2005), para selecionar participantes com afinidade ao propósito do grupo, foram convidados professores de Matemática que realizaram práticas desta natureza em ações de estágio/projetos de extensão na formação inicial (no caso das futuras professoras) e articulando suas pesquisas na pós-graduação (no caso das professoras da Educação Básica). O propósito de abranger certa diversidade de percepções, sustentou o convite a participantes com diferentes tempos de atuação docente e que realizaram práticas em contextos diversificados.

Desta forma, buscou-se professores da Educação Básica *experientes* no ensino de Matemática, identificados pela sigla P#, e professores recém-formados, considerados futuros professores e identificados pela sigla FP#. Efetivamente, cinco professoras de Matemática participaram do grupo, das quais três são professoras recém-formadas e duas atuantes há algum tempo na Educação Básica.

O grupo focal teve como moderador o primeiro autor deste artigo, cuja condução foi orientada por um roteiro fundamentado no quadro de ações dos professores antes e durante a aula em práticas de EE, referido por Cyrino e Teixeira (2016). As questões do roteiro focalizaram reflexões das professoras, com complementações e contraposições coletivas, em relação às suas ações nessas etapas da aula, assim como mudanças em relação ao ensino tradicional e aprendizagens advindas de estudos e práticas efetivadas.

Mesmo considerando a relevância de realizar encontros face a face, o local de realização do grupo focal foi adaptado para a plataforma Google Meet devido à situação de pandemia no período da realização da pesquisa (2020-2021), possibilitando o compartilhamento de áudio e vídeo de cada participante de maneira síncrona para preservar, em alguma medida, as expressões que envolvem a comunicação não verbal.

Após a efetivação do grupo focal, analisando as transcrições, buscou-se identificar apontamentos que referem ações, reflexões, possibilidades de encaminhamentos e considerações a respeito da antecipação de práticas de EE por meio das interações, complementações ou contraposições de ideias entre os membros do grupo focal. Neste estudo, centramos os resultados nas reflexões suscitadas a respeito da teoria e da prática associadas às etapas de antecipação e efetivação de práticas de EE.

Resultados

Inicialmente, as professoras destacam o suporte por meio de discussões coletivas, que auxiliam para lidar com situações inesperadas (Oliveira & Carvalho, 2014), comuns no EE, referindo as contribuições da colaboração para sua prática.

P2: Então, é o fato de *discutir coletivamente*, [...] construir esse planejamento de forma colaborativa é muito importante e *enriquece muito a tarefa*. Então, falando da minha especificamente, ela foi melhorando e se desenvolvendo na *coletividade*, e mesmo assim eu tenho certeza que se a gente for rever ela ainda tem coisas para acrescentar. Então, quanto mais a gente pensar possibilidades que eles [alunos] consigam [diferentes estratégias de resolução], que eles venham a trazer durante a aula, vai enriquecer o aprendizado deles e o nosso também.
FP3: [...] Voltando com o nosso orientador [de estágio], [...] a melhor opção foi chegar e fazer uma sistematização antes e depois partir para a próxima parte [...].
FP3: Eu acho que o que contribuiu [na etapa de seleção e sequenciamento dos alunos] foi que a gente *estava em dois* [estagiários], porque se só fosse um, só fosse eu, acho que teria escolhido meio aleatório [...].

As (futuras) professoras[363] salientam a centralidade do trabalho colaborativo como meio para compartilhar suas ideias e receber sugestões de colegas. As diferentes percepções e opiniões que emergem no grupo de pesquisa são avaliadas de maneira a possibilitar reflexões a respeito da tarefa, visando à ampliação das possibilidades de resolução e condução da aula, (re)construindo o planejamento e enriquecendo o quadro de antecipação. Na formação inicial, considerando a ação em sala de aula, aspectos de coletividade são destacados no suporte encontrado na realização do estágio em duplas, assim como em orientações externas, a partir das percepções de professores experientes e orientadores.

Mesmo reconhecendo a complexidade que permeia a preparação do professor para práticas de EE e o escasso tempo fora de sala de aula (P1), é possível identificar que os

[363] A recorrência a expressão *(futuras) professoras* intenta referir tanto as professoras experientes que atuam na Educação Básica quanto as futuras professoras.

resultados a respeito da participação e aprendizagem de seus alunos, decorrentes das práticas realizadas, suscitaram mudanças no referencial das professoras sobre o que constitui uma boa prática. Elas questionam a natureza das tarefas e o envolvimento dos alunos ao voltar para o ensino tradicional (P1; FP3), refletindo a respeito das ações do professor, do papel dos alunos e do conhecimento matemático (FP2).

P1: É outra experiência, a gente sai do comodismo de colocar o conteúdo no quadro, fazer exemplo de resolução, tudo é diferente. Estamos tão acostumados a fazer de um jeito e de repente temos que nos colocar em outra situação para *desafiar os alunos*, e *é um desafio para nós também*. É *muito aprendizado*. Esses últimos anos foi estudando o Ensino Exploratório e elaborando tarefa, é *algo que vai ficar para sempre*, daí o que me incomoda é [saber] como posso fazer mais disso. E como FP3 disse, a gente não tem hora atividade para isso. [...] A gente se dedica em tempo integral para poder fazer algo diferente, mas é *fora do nosso tempo de trabalho*. E eu só fui conhecer essa prática no mestrado, então é algo que a gente tem que *difundir entre os colegas*, a gente sabe que é um *benefício para os alunos* [...]
FP3: É o que eu ia falar, acho que é um *caminho sem volta*, porque uma vez que você fala eu gostei do Ensino Exploratório, você até volta para o tradicional, [...] óbvio que você não consegue fazer todas as aulas, demanda muito tempo, mas você fica com aquela culpa.
P1: Sim, eu estava trabalhando Pitágoras e pensando: "dava para fazer uma tarefa exploratória disso" [...] e toda hora você está *pensando na tarefa exploratória*.
FP2: [...] Nos estágios do Ensino Médio era toda essa questão remota [...] e aí a gente meio que permeou isso, não vamos para o tradicional, vamos pelo menos *tentar alguma coisa diferente*. Então não foi uma prática exploratória, mas já *teve algumas coisinhas* ali que eram *diferentes*. E eu percebo agora, fazendo algumas disciplinas do mestrado, que de alguma forma com o Ensino Exploratório você está mobilizando a maior parte disso [conhecimento profissional] que o professor precisa. [...] Você tem que pensar nos alunos, no conhecimento matemático, então você está trabalhando com muita coisa ao mesmo tempo.

Estas reflexões sugerem que as professoras passaram a não considerar adequado realizar suas aulas com foco apenas no professor e no conteúdo matemático, o que indica a compreensão da importância da participação do aluno no processo de construção do conhecimento matemático. Reconhecendo potencialidades em relação à aprendizagem dos alunos, as professoras consideram que este tipo de prática, mesmo demandando bastante estudo e sendo desafiadora ao professor, deve ser compartilhada com outros professores no sentido de promover mudanças nas aulas de Matemática.

No mesmo sentido, experienciar práticas de EE possibilitou às professoras o aprofundamento da compreensão de conteúdos para além de regras e procedimentos (FP3), impulsionado pela vivência enquanto aluna neste tipo de prática, e oportunizando uma visão diferente a respeito do papel docente (FP2). Mais que a aprendizagem de conteúdos matemáticos, as professoras consideram que este tipo de prática tem implicações que vão para além do ensino, ao salientarem que há incentivo ao aluno em seu modo de ser e de fazer (FP1).

FP3: [...] Em relação ao *conteúdo*, eu *aprendi muito* mais *quando decidi trabalhar com Ensino Exploratório*, porque pegar um conteúdo e [...] deixar que resolvam é simples, agora quando tem que chegar, pegar o aluno [...] partir daquilo que ele tem e chegar numa regra que ele tem que aprender de onde veio e para que serve [...]

FP2: [...] A minha *relação com a Matemática* e minha *visão do que é ser professor modificaram muito*. Eu falo que é por conta da experiência também que tive como aluna, vivenciando [e] estudando isso [...]. Professor, para mim, não é mais aquela pessoa que ensina a realizar um algoritmo, que era essa visão que eu tinha quando entrei na universidade.
FP1: [...] Principalmente nesse período da pandemia, [...] você olhar para o aluno e [ele] estar com aquele olhar de "nossa, eu entendi!", [...] é muito gratificante. [...] Eu acho que vai além do conteúdo, vai além do ensino, é a pessoa. [...] e eu acho que o Ensino Exploratório dá essa oportunidade de *mostrar para o aluno que ele é capaz de fazer*, que o jeitinho dele chega nessa ideia, nesse objetivo.

Conforme os relatos apresentados, as reflexões das professoras sugerem mudanças nas suas percepções a respeito de aspectos de sala de aula e de seu papel como docente, por meio dos estudos realizados (em relação a perspectiva de ensino e antecipação) e das práticas efetivadas. Essas mudanças implicam em um novo olhar a respeito das práticas que realizam, seja em relação às tarefas que propõem, seu papel como docente, sua relação com os alunos e com conhecimentos matemáticos, bem como o papel social do ensino.

Entretanto, as professoras salientam que, para realizar práticas de natureza exploratória, é necessário que o professor estude e compreenda a proposta desta perspectiva no que respeita à tarefa, ao planejamento e a sua efetivação (P1). Da mesma forma, o professor precisa considerar o trabalho do aluno e não somente seguir as fases ou orientações estabelecidas no planejamento (FP3). Outros destaques envolvem a necessidade de tempo para o planejamento (P2) e a colaboração, apontados como fator que enriquecem as tarefas e permitem melhor preparação do professor (FP1; FP2; P2).

P1: Estudar muito. Primeira coisa [é] *compreender* o que é uma *tarefa de natureza exploratória*, estudar o planejamento [...] penso que se eu não tivesse lido tudo aquilo [literatura EE], eu não realizaria a prática da forma que a gente faz, porque *uma coisa é pegar um planejamento e executar ele* [...] com toda a *base de leitura que a gente tem*. Faça isso para um colega nosso que nunca viu o Ensino Exploratório, ele não vai fazer do jeito que a gente tenta fazer, por mais que esteja escrito no planejamento, por mais que esteja detalhado, eu acho que não faz.
FP3: Além do estudo, vai muito de você estar aberto a entender e compreender o que é um Ensino Exploratório, você *olhar para o aluno*, prestar atenção no que o aluno está fazendo e se ele está aprendendo ou não, porque alguns casos seguem à risca o que está ali [no planejamento], quando vai desenvolver só está fazendo o que está no papel, [...] *não tem aquele olhar humano para o aluno*. [...] Só *seguir fase fica um negócio sem sentido* [...]
P2: Precisaria também ter tempo, [...] *não se faz na hora atividade*. É uma coisa que vai além disso. Outra coisa que eu utilizei muito em meu planejamento e após também é o compartilhamento, não precisa ser com um grupo de pesquisa, pode ser com o próprio colega de profissão, tendo *uma pessoa para você discutir*, já é um outro olhar, uma outra visão sobre aquilo que está fazendo. Então é importante para o Ensino Exploratório.
FP2: É possível fazer sozinho, mas se conseguir fazer *com outras pessoas vai enriquecer*.
FP1: É possível fazer sozinho, mas eu vejo minha turma que tem 40 alunos, e você sendo só um, *sem compartilhar fica difícil*. Estou trabalhando a mesma tarefa que eu já trabalhei uma vez antes, [...] só que desde escrever essa tarefa eu *não fiz sozinha*, porque a professora [orientadora] me ajudou, então quando eu compartilho essa prática com outro professor eu já posso *ver a perspectiva dele*, o que ele pode acrescentar.

Deste modo, os aspectos salientados pelas professoras evidenciam que a prática permite vivenciar o EE, seja na condição de aluno (no curso de Licenciatura) ou de professor que conduz. Assim, ela é fundamental. Contudo, não se mostra suficiente. As professoras são contundentes em salientar a importância da teoria para a compreensão e significação deste tipo de prática. É a teoria que vai oferecer elementos de base para compreender a complexidade e os fundamentos das ações que envolvem o EE, as diferentes percepções e ideias emergentes em espaços colaborativos, os elementos (implícitos e explícitos) que sustentam os raciocínios dos alunos e a própria natureza particular do conhecimento matemático demandado para ensinar. Assim, a colaboração e o tempo adequado mostram-se aspectos enriquecedores para a articulação teoria e prática, bem como à preparação do professor (e não apenas da aula) em relação à compreensão da perspectiva de ensino e a natureza das ações e relações dos indivíduos envolvidos com o conhecimento matemático.

Conclusões e considerações

As reflexões suscitadas no grupo focal salientam aspectos teóricos e práticos essenciais a compreensão, desenvolvimento e apropriação do Ensino Exploratório na Educação Básica. Além da dimensão colaborativa sustentada pelo envolvimento com colegas de profissão e/ou grupos de pesquisa, destaca-se a preparação do professor para práticas de EE como fator importante para condução das suas aulas. Esta preparação envolve o estudo e a apropriação de elementos da literatura da perspectiva do EE, em seus aspectos amplos e transversais, assim como a reflexão sobre resultados de práticas anteriores merecedores de revisão e ajustes. Considerando aspectos relacionados à aprendizagem e também aqueles sociais associados ao professor que pretendem ser e o ensino que almejam praticar, as professoras demonstram identificação com as práticas de EE, o que lhes faz sentir falta das características da tarefa e do envolvimento dos alunos quando realizam práticas diretivas de ensino. Este aspecto revela ressignificação de sua prática, situada particularmente nas tarefas que propõem aos alunos e nos modos como encaminham suas aulas, o que denota aprendizagens profissionais.

Contudo, os resultados salientam que a apropriação do EE e as aprendizagens das professoras não ocorrem simplesmente quando desenvolvem aulas de natureza exploratória. Elas são suscitadas e promovidas em espaços colaborativos, em que se contrapõem diferentes percepções a partir de um movimento que se contrapõe à dicotomia teoria e prática e fomenta a articulação crítica e reflexiva: teoria-prática e prática- teoria. Enquanto a prática parece essencial para oferecer elementos de significação e aprofundamento dos pressupostos do EE, sobretudo aqueles que sustentam as ações do professor, sem a teoria essa prática mostra-se vazia, superficial ou distorcida. Deste modo, a teoria pode ser outra na prática quando ela por si não foi bem compreendida e sustentada. Por outro lado, uma prática devidamente sustentada e refletida pode evidenciar elementos próprios para relacionar, ampliar e aprofundar a teoria.

Desta forma, conclui-se que as experiências vivenciadas pelas professoras, que articularam estudos, práticas, partilhas e reflexões, influenciaram na mudança de referencial a respeito de elementos que compõem a prática docente do professor que ensina Matemática, particularmente aquelas envolvidas no EE. Por sua vez, ao mesmo tempo em que oportunizam aprendizagens profissionais, essas experiências permitem com que as professoras lidem com as adversidades, desafios, dilemas e dificuldades decorrentes desta nova perspectiva de ensino, tornando aquilo que poderia configurar um limitador para a efetivação deste tipo de prática em sala de aula um potencializador que desperta as percepções das professoras sobre seu potencial e continuidade. Este movimento é desencadeado nas reflexões a respeito das ações do professor, dos alunos, das tarefas propostas e da própria Matemática, considerando aquilo que priorizam em suas aulas. Assim, as professoras se reconhecem neste tipo de prática por permitir a promoção de ações e discussões que envolvem aquilo que julgam ser adequado para a formação matemática e também social de seus alunos, assim como aquilo que consideram parte do papel do profissional docente, do professor que desejam ser. Apesar de ancoradas na prática, é evidente que tais mudanças demandam necessariamente aspectos teóricos que a sustentem de modo a perceber que na prática, a teoria ganha vida. Assim, uma racionalidade prática assente no saber-fazer, conforme sugere a Resolução CNE/CP 02/20219, pode culminar com uma prática profissional docente morta. E essa sim, é uma outra prática, que recorre a outros saberes e a outra profissão.

Agradecimento

Agradecemos ao CNPq pelo auxílio concedido (Proc. 440517/2019-2).

Referências

Canavarro, A. P. (2011). Ensino exploratório da Matemática: práticas e desafios. *Educação e Matemática*, 115, 11-17.

Chapman, O., & Heater, B. (2010). Understanding change through a high school mathematics teacher's journey to inquiry-based teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *13*(6), 445-458. https://doi.org/10.1007/s10857-010-9164-6

Cochran-Smith, M., & Lytle, S. L. (1999). Relationships of Knowledge and Practice: Teacher Learning in Communities. *Review of Research in Education*, *24*, 249–305. https://doi.org/10.2307/1167272.

Cyrino, M. C. C. T. (2016). Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática: elaboração e perspectivas. *Londrina, Brasil: EDUEL*.

Cyrino, M. C. C. T., & Teixeira, B. R. (2016). O ensino exploratório e a elaboração de um framework para os casos multimídia. In: M. C. C. T. Cyrino (Org.), *Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática: elaboração e perspectivas (pp. 81-100)*. Londrina, Brasil: EDUEL.

Estevam, E., Cyrino, M. C. D. C. T., & Oliveira, H. (2017). Análise de vídeos de aula na promoção de reflexões sobre o ensino exploratório de Estatística em uma comunidade de professores. *Quadrante*, *26*(1), 145-169. https://doi.org/10.48489/quadrante.22940

Gatti, B. A. (2005). *Grupo focal na pesquisa em ciências sociais e humanas*. Brasília: Liber Livro.

Ministério da Educação (MEC). (2019). *Resolução CNE/CP nº 2, de 20 de dezembro de 2019*. Define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial de Professores para a Educação Básica e institui a Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica (BNC-Formação). Diário Oficial República Federativa do Brasil, Brasília.

Oliveira, H., & Carvalho, R. (2014). Uma experiência de formação em torno do ensino exploratório: do plano à aula. In: J. P. Ponte. *Práticas profissionais dos Professores de Matemática (pp. 465-487)*. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa.

Oliveira, H., Menezes, L., & Canavarro, A. P. (2013). Conceptualizando o ensino exploratório da Matemática: Contributos da prática de uma professora do 3. º ciclo para a elaboração de um quadro de referência. *Quadrante*, *22*(2), 29-54. https://doi.org/10.48489/quadrante.22895

Pires, M. A., & Cardoso, L. R. (2020). BNC para formação docente: um avanço às políticas neoliberais de currículo. *Série-Estudos*, *25*(55), 73-93. https://doi.org/10.20435/serie-estudos.v0i0.1463

Ponte, J. P. (2014). Práticas profissionais dos professores de Matemática. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa.

Rossa, E. P. O., & Estevam, E. J. G. (2022). (Re)Constitution of the mathematics teacher's professional practice. *Revista Prática Docente*, *7*(2), e22056. https://doi.org/10.23926/RPD.2022.v7.n2.e22056.id1512

Serrazina, M. D. L. M. (2012). Conhecimento matemático para ensinar: papel da planificação e da reflexão na formação de professores. *Revista Eletrônica de Educação*, *6*(1), 266-283. https://doi.org/10.14244/19827199355

Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S., & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical thinking and learning*, *10*(4), 313-340. https://doi.org/10.1080/10986060802229675

Professora dos anos iniciais do Ensino Fundamental em prática com modelagem matemática: uma primeira experiência

Teacher of Elementary School in practice with Mathematical Modelling: a first experience

Maestra de los primeros años de la Enseñanza Primaria en la práctica con la Modelación Matemática: una primera experiencia

Emerson Tortola[364]
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
0000-0002-6716-3635

Karina Alessandra Pessoa da Silva[365]
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
0000-0002-1766-137X

Jader Otavio Dalto[366]
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
0000-0001-7684-2480

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam Matemática

Resumo

Este texto investiga a primeira prática de uma professora dos anos iniciais do Ensino Fundamental, em formação continuada, ao ensinar usando modelagem matemática, buscando esclarecimentos a respeito de como ela toma consciência de suas ações. Nossa análise incide sobre uma prática desenvolvida em uma turma de 5º ano de uma escola municipal do interior do Paraná, Brasil. A temática *Delícias Juninas* foi escolhida pela proximidade com as festividades tradicionais do mês de junho. Para as análises nos respaldamos na pesquisa de abordagem qualitativa, inspirada na *Research Design*. A prática possibilitou à professora, de acordo com suas palavras, criar uma atividade partindo da realidade do momento, sinalizando adentrar em uma nova zona de conforto, considerando a modelagem, além disso, possibilitou um ensino que fosse além da apresentação de conteúdos, viabilizando a sistematização dos cálculos e o incentivo ao registro.
***Palavras-chave*:** Educação Matemática, formação de professores que ensinam matemática, modelagem matemática, 5º ano do Ensino Fundamental, pipoca.

Abstract

This text investigates the first practice of a teacher in the early years of Elementary School, in continuing education, when teaching using mathematical modelling, seeking clarification on how she becomes aware of her actions. Our analysis focuses on a practice developed in a 5th

[364] emersontortola@utfpr.edu.br
[365] karinasilva@utfpr.edu.br
[366] jaderdalto@utfpr.edu.br

year class of a municipal school in the interior of Paraná, Brazil. The theme *Delicias Juninas* was chosen due to its proximity to the traditional festivities of the month of June. For the analysis, we rely on research with a qualitative approach, inspired by Research Design. The practice made it possible for the teacher, according to her words, to create an activity starting from the reality of the moment, signaling to enter a new comfort zone, considering the modelling, in addition, it made possible a teaching that went beyond the presentation of contents, enabling the systematization of calculations and incentives to register.
Keywords: Mathematics Education, training of teachers who teach mathematics, mathematical modeling, 5th grade of Elementary School, popcorn.

Resumen

Este texto investiga la primera práctica de una profesora en los primeros años de la Enseñanza Fundamental, en formación continua, al enseñar utilizando modelación matemática, buscando esclarecimientos sobre cómo toma conciencia de sus acciones. Nuestro análisis se centra en una práctica desarrollada en una clase de 5º año de una escuela municipal del interior de Paraná, Brasil. Se eligió el tema *Delicias Juninas* por su cercanía a las tradicionales fiestas del mes de junio. Para el análisis, nos apoyamos en investigaciones con enfoque cualitativo, inspiradas en el Research Design. La práctica posibilitó que la profesora, según sus palabras, creara una actividad a partir de la realidad del momento, señalando entrar en una nueva zona de confort, considerando el modelación, además, posibilitó una enseñanza que trascendió la presentación de contenidos, posibilitando la sistematización de cómputos e incentivos al registro.
Palabras clave: Educación Matemática, formación de docentes que enseñan matemáticas, modelación matemática, 5to grado de Enseñanza Básica, palomitas.

Introdução

No âmbito da Educação Matemática, a modelagem matemática tem sido difundida como uma atividade que possibilita ensinar Matemática por meio da problematização de situações que podem estar inseridas no dia a dia dos alunos (Blum & Borromeo Ferri, 2016). Trata-se, portanto, de uma abordagem pedagógica que, a partir de uma situação-problema da realidade, define-se um problema cuja solução é obtida a partir de procedimentos matemáticos.

A implementação de práticas com modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental é incipiente no Brasil. Esse fato pode estar associado à matriz curricular dos cursos de Pedagogia que, de modo geral, privilegia aspectos metodológicos centrados em jogos e atividades lúdicas.

No entanto, ainda que a formação inicial desses professores não contemple abordagens relativas à modelagem matemática, ações de formação continuada podem suprir essa lacuna. Ponderamos que há a necessidade de uma agenda com questões necessárias ao debate na pesquisa sobre a formação de professores em modelagem, como pontuou Barbosa (2001, p. 11), tais como: “de que forma os professores conduzem atividades de Modelagem?”; “Como os professores iniciantes conduzem atividades de Modelagem?”; “Que saberes os professores produzem no ambiente de Modelagem?". Essa agenda pode se estender para a formação em modelagem de professores dos anos iniciais.

Considerando essa agenda, bem como das considerações de Cyrino et al. (2014, p. 13) de que, embora pesquisas a respeito da formação de professores "tenham criado contextos que permitem a aprendizagem desses professores e descrito o que eles aprendem em termos sociais, pouco tem sido feito para explicar como esses contextos colaboram com essa aprendizagem", é que temos planejado e desenvolvido a disciplina de Modelagem Matemática de um mestrado profissional. Nesta disciplina, os professores que ensinam matemática vivenciam uma prática com atividade de modelagem com seus alunos e apresentam reflexões sobre como a desenvolveram. Para isso, nos fundamentamos em Almeida & Dias (2007), que defendem que na formação de professores em modelagem se faz necessário aprender sobre a modelagem; aprender por meio da modelagem; ensinar usando a modelagem.

Nesse contexto, investigamos a primeira prática de ensino, usando modelagem matemática, de uma professora dos anos iniciais em formação continuada, participante da disciplina de Modelagem Matemática na Perspectiva do Ensino em um Mestrado Profissional. Com esse objetivo, buscamos tecer reflexões para a questão: *como uma professora dos anos iniciais em formação continuada toma consciência de suas ações ao ensinar usando modelagem matemática em uma primeira prática em sala de aula?*

Para apresentarmos nossos entendimentos e reflexões sobre o que nos propusemos a investigar, organizamos este texto considerando o quadro teórico relativo à formação de professores em modelagem matemática, os aspectos metodológicos que regem nossa pesquisa, a descrição e as análises da atividade implementada pela professora dos anos iniciais, seguidas das considerações finais.

Formação de professores em modelagem matemática

A modelagem matemática pode ser descrita como uma alternativa pedagógica em que se tem como ponto de partida uma situação inicial (problemática) e como ponto de chegada uma situação final (solução para a situação inicial) (Almeida, Silva & Vertuan, 2012). A obtenção da solução é subsidiada por procedimentos que caracterizam estratégias de ação dos envolvidos com a atividade. Essas estratégias envolvem a busca de informações, a realização de simplificações, a identificação de variáveis, a definição de hipóteses, a dedução de um modelo matemático, a validação de tal modelo e a comunicação de resultados.

Stender (2018) assinala que as estratégias de ação no desenvolvimento de uma atividade de modelagem apresentadas por meio de etapas em um ciclo se tornam ou deveriam se tornar um indicativo para a sua implementação em sala de aula. Todavia, como afirma Borromeo Ferri (2018), os modeladores podem não seguir um ciclo, indo e voltando nas etapas de uma atividade de modelagem quantas vezes julgarem necessário.

O que conjecturamos é que as afirmações supracitadas podem estar relacionadas ao fato de que a modelagem consiste em "um caminho para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática ou para 'fazer' Matemática em sala de aula, referindo-se à observação da realidade (do aluno ou do mundo)" (Meyer, Caldeira & Malheiros, 2011, p. 79) e o papel do professor é o de orientador.

Ser orientador de uma atividade de modelagem matemática requer, além de conhecer aspectos teóricos, ser capaz de identificar e mediar ações que permeiam o desenvolvimento de uma atividade de modelagem, características que são levadas em consideração pelos três eixos de formação em modelagem matemática sugeridos por Almeida & Dias (2007): aprender sobre, aprender por meio e ensinar usando modelagem.

O eixo aprender sobre está relacionado ao conhecer os aportes teóricos relativos à modelagem na Educação Matemática. O eixo aprender por meio consiste no desenvolvimento de atividades de modelagem enquanto modeladores. Já o eixo ensinar usando é estabelecido com a implementação de uma ou mais experiências com atividades de modelagem na prática de sala de aula. Malheiros, Souza & Forner (2021, p. 15) ressaltam a importância da prática como "um caminho profícuo para que os professores da Educação Básica possam vivenciar, discutir e refletir sobre a Modelagem, a partir de seus contextos e realidades".

Neste artigo, em particular, nos debruçamos em uma prática pedagógica de uma professora dos anos iniciais do Ensino Fundamental, atentando-nos ao eixo ensinar usando modelagem matemática, sem perder de vista, porém, os eixos aprender sobre e aprender por meio. Nos anos iniciais, a modelagem matemática está avançando nas pesquisas voltadas às práticas de sala de aula (Tortola, 2016; Silva, 2018; Nunomura, 2021; Teodoro & Kato, 2021). Silva (2018) aponta que o professor dos anos iniciais, para conhecer e fazer uso de tal estratégia, na maioria das vezes precisa buscar, além de sua formação inicial, capacitação necessária para seu desenvolvimento profissional. Dessa forma, os processos de formação continuada têm a oportunidade de auxiliar esses professores no conhecimento da modelagem e, por conseguinte, incorporar essa alternativa em suas práticas de sala de aula.

Nesse cenário, consideramos uma disciplina Modelagem Matemática de um mestrado profissional como um contexto de formação continuada como um espaço profícuo para que seus participantes possam planejar, desenvolver e refletir sobre atividades de modelagem, aliando teoria e prática. E, com isso, colaborar com que práticas com modelagem estejam cada vez mais presentes nos anos iniciais.

Aspectos metodológicos

Neste artigo apresentamos resultados parciais de um projeto de pesquisa aprovado no Edital Universal do CNPq de 2021, cujo foco está em ambientes de formação inicial e continuada de professores que ensinam matemática. Considerando a necessidade de implementação de atividades de modelagem em sala de aula, desde 2016 temos estruturado a disciplina Modelagem Matemática de um Programa de Mestrado em Ensino de Matemática, seguindo os três eixos indicados por Almeida & Dias (2007).

Nesta investigação focamos nossas análises na implementação de uma prática usando modelagem por uma professora dos anos iniciais que fazia parte de uma turma da disciplina de Modelagem Matemática formada por 15 professores. Na referida turma, em dezesseis encontros de quatro horas-aula da disciplina, os professores estudaram textos sobre modelagem matemática e desenvolveram atividades de modo a serem familiarizados com ações que poderiam empreender em sua prática.

A professora, cuja prática investigamos e que doravante nos referimos por Prof, se formou em Pedagogia, em 1988. Ela desenvolveu uma atividade de modelagem com 27 alunos do 5º ano de uma escola municipal do interior do Paraná. A Prof, aproveitando que era mês de junho e que se aproximava a festa junina, tradicional na escola, buscou trabalhar com uma situação-problema para desenvolver a atividade de modelagem – *Delícias juninas*. Para isso, planejou três momentos, de uma hora e cinquenta minutos cada um, para desenvolver a atividade com os alunos.

Para as análises nos respaldamos na pesquisa de abordagem qualitativa, inspirada na *Research Design*. Nesta metodologia, o pesquisador se envolve em "novas maneiras de pensar sobre a natureza dos conhecimentos e das habilidades matemáticas em desenvolvimento dos alunos e novas maneiras de pensar sobre a natureza do ensino, da aprendizagem e da resolução de problemas eficazes" (Lesh, 2002, p. 29). As "novas maneiras de pensar" incidem sobre como a professora dos anos iniciais toma consciência de suas ações ao ensinar usando modelagem em uma primeira prática em sala de aula. Para isso, sistematizamos as ações da Prof relatadas em uma roda de conversa na disciplina, no 14º encontro, e no relatório detalhando os encaminhamentos da prática entregue por ela em um quadro, que sinalizou uma síntese da prática analisada.

Descrições e análises das ações da professora dos anos iniciais

No primeiro momento, Prof levou para a sala de aula três textos – sobre as delícias juninas de forma geral, origem do milho de pipoca, curiosidades sobre a pipoca. Após ler os textos com os alunos, a Prof comentou sobre seu interesse em doar pacotes de milho de pipoca para preparar na festa junina da escola. Diante disso, foi levantado o problema: *Quantos pacotes de milho precisaremos comprar para que todos os alunos, professores/funcionários e pais pudessem comer até dois pacotinhos de pipoca?*

Com o problema, os alunos questionaram: Quanto tem de milho no saquinho que vende no mercado? Vamos contar os milhos? Quanto cabe em cada pacotinho de pipoca? Quantos alunos têm na escola? E também quantos professores/funcionários? Com esses diferentes questionamentos, a Prof organizou os alunos em cinco grupos, de forma que cada grupo propusesse uma solução para o problema.

Um dos grupos sugeriu que era preciso saber quantos alunos têm na escola, assim como a quantidade de professores e funcionários. A Prof perguntou como teriam essas informações e os alunos fizeram algumas suposições: considerando que cada turma tem 30 alunos e na escola há 14 turmas e 25 professores/funcionários, obtiveram um total de 445 pessoas. Em seguida, multiplicaram por dois que corresponde à quantidade de pacotinhos de pipoca que cada pessoa poderia comer.

Considerando a sugestão do grupo, a Prof expôs o encaminhamento para todos os outros grupos e um dos alunos disse: *Vamos atrás da Dani* (secretária da escola), *ela sabe certinho quanto é!* Porém, saber a quantidade de alunos, professores/funcionários não seria suficiente para determinar a quantidade de pacotes de pipocas que a Prof deveria comprar. Outro aluno então sugeriu: *Vamos estourar as pipocas e colocar nos pacotinhos para contar!* A Prof pediu para os alunos anotarem as sugestões em uma folha de papel.

No segundo momento, a Prof levou um pacote de pipocas de 500g e pacotinhos de papel para embalar as pipocas estouradas. No refeitório da escola, estouraram o pacote de pipocas e na sala de aula encheram os pacotinhos, obtendo 48. Ou seja, a partir de um pacote de 500g de pipoca obtiveram 48 pacotinhoss de pipocas estouradas. Essa afirmação tornou-se hipótese para o desenvolvimento da atividade pelos alunos.

Nesse mesmo momento, os alunos apresentaram o resultado da tarefa de buscar informações sobre a quantidade de alunos (294) e de professores/funcionários (32) da escola, que obtiveram consultando a secretária. Além disso, combinaram que na festa haveria a presença de um pai ou responsável, totalizando 620 pessoas. A Prof solicitou que os alunos anotassem as informações em um quadro. Com essas informações parecia que tinham dados suficientes para resolver a situação. Antes de finalizar a aula, um aluno perguntou: *Professora, você não vai gastar muito?*

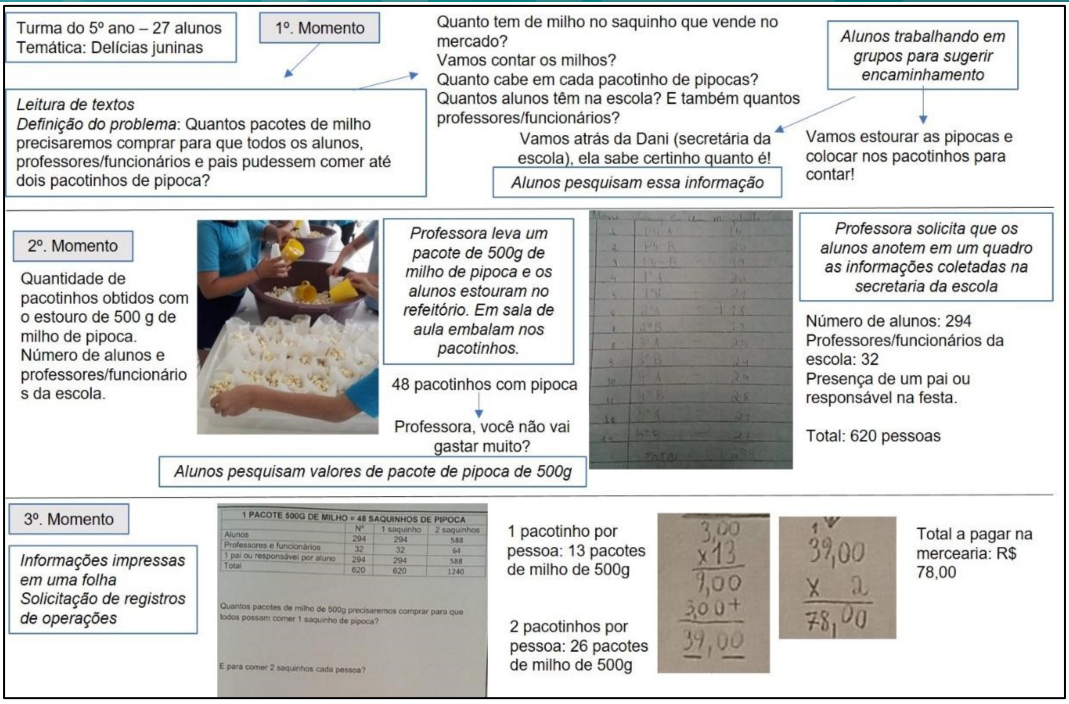
Diante dessa pergunta, delineou-se outra tarefa para os alunos: pesquisar o valor de pacotes de 500g de milho de pipoca em diferentes estabelecimentos comerciais.

No 3º momento, a Prof levou as informações coletadas sobre a quantidade de pessoas impressas em uma folha para que os alunos registrassem as operações, considerando determinar a quantidade de pacotes de milho de 500g para que cada pessoa comesse um ou dois pacotinhos de pipoca, obtendo 13 ou 26 pacotes, respectivamente.

Após a finalização das operações, a Prof pediu aos alunos que fossem até à lousa explicar a solução que cada grupo encontrou. Em seguida, solicitou aos grupos que calculassem o valor a ser gasto, a partir dos preços que encontraram em um hipermercado (R$ 2,98) e na mercearia perto da escola (R$ 3,00). Os alunos concluíram que, mesmo que a mercearia praticasse um valor maior, a Prof deveria comprar os pacotes ali mesmo, visto que não precisaria utilizar ônibus, como precisaria para se deslocar até o hipermercado. Considerando o valor a ser gasto, os alunos optaram por servir dois pacotinhos de pipoca para cada pessoa na festa e, com isso, concluíram que a Prof gastaria R$ 78,00. O Quadro 1 apresenta uma síntese das ações da Prof no desenvolvimento da atividade de modelagem *Delícias juninas*.

Quadro 1.

Ações da Prof no desenvolvimento da atividade nos anos iniciais (Elaborado pelos autores)



A Prof desenvolveu uma prática de ensino usando modelagem matemática em aulas regulares e as ações dos alunos foram compartilhadas com toda a turma. A preocupação da Prof foi que os alunos chegassem a um consenso para a tomada de decisão. Os grupos menores se articularam com o grande grupo com o intuito de realizar um trabalho colaborativo – todos ajudaram na determinação da quantidade de pacotinhos de pipoca. Segundo Almeida, Silva & Vertuan (2012, p. 33), quando "os alunos trabalham juntos com o mesmo objetivo e produzem um produto ou solução final comum, têm a possibilidade de discutir os méritos das diferentes estratégias para resolver um mesmo problema".

Uma ação pertinente da Prof foi considerar uma temática que envolvia os alunos naquele momento do mês, conforme relato na roda de conversa: *Criei uma atividade partindo da realidade do momento*. A Prof pareceu entender que uma "atividade de modelagem matemática não ocorre no vácuo" (Galbraith, 2015, p. 342) e precisa levar em consideração a realidade dos alunos, o contexto em que vivem e as condições que os circundam. Corroboramos com Bisognin & Bisognin (2014, p. 142) que "uma situação do cotidiano pode converter-se em um problema interessante e suscitar discussões matemáticas de qualidade". Além disso, o fato de usar o verbo criar aproxima a Prof de um caráter próprio da modelagem em que aquele que a desenvolve se apropria dela (Almeida & Dias, 2007).

A Prof se mostrou preocupada em fazer com que os alunos registrassem o que estavam desenvolvendo, tanto nas ações empreendidas na sala de aula – levar quadro com informações e questionamentos impressos, com espaços para os alunos realizarem as operações – quanto no relato da roda de conversa – *Consegui que alguns alunos registrassem os cálculos mentais que fizeram, denotando a necessidade de se ter um registro do que está sendo realizado*. O que podemos ponderar é que ainda há uma preocupação em deixar explícita a aula de matemática em que alunos formalizem um produto – registros de operações.

No que compete ao convite da professora da disciplina para a implementação de uma atividade de modelagem em sala de aula, a Prof afirmou:

> *Prof: Acredito que o objetivo proposto pela professora ao me desafiar foi atingido, procurei elaborar uma atividade que na minha opinião atendeu ao que foi solicitado e levou os alunos a encontrarem estratégias para solucionar o problema proposto por mim. Consegui lidar com outros problemas que precisam ser resolvidos no percurso da modelagem e os alunos responderam ao que foram solicitados a fazer.*

Embora a Prof tenha definido um problema a ser investigado, outros emergiram no desenvolvimento da atividade mediante interesses dos alunos, configurando um caminhar para a atividade. Esses problemas, de certo modo, orientaram a prática com a atividade e foram essenciais para a tomada de decisão com relação à quantidade de pacotes de pipoca a ser adquirida para a festa junina, ao mesmo tempo em que colocou a Prof em uma nova zona de conforto, agora considerando práticas com modelagem matemática. Pelo relato, fica evidente que ela estava à vontade para o desenvolvimento da atividade. Forner & Malheiros (2020, p. 508) sugerem que professores que ensinam Matemática "tenham vivências acerca da Modelagem em sala de aula, para que possam compreender suas possibilidades enquanto abordagem pedagógica, além de discutir sobre ela, considerando sua prática em sala de aula".

Considerações finais

Partindo do pressuposto de que, apesar de a quantidade de pesquisas que versam sobre formação de professores em modelagem na Educação Matemática ter aumentado nos últimos anos, a modelagem ainda é uma alternativa pouco implementada nas aulas de matemática e, especialmente, nas aulas dos anos iniciais. Com isso, investigamos como uma professora dos anos iniciais em formação continuada toma consciência de suas ações ao ensinar usando modelagem matemática em uma primeira prática em sala de aula.

Aproveitando que no mês de junho ocorre a tradicional festa junina na escola, a Prof tomou consciência de uma possibilidade de implementar uma atividade de modelagem que pudesse ser de interesse dos alunos do 5º ano, visto que tomava como ponto de partida uma "observação da realidade (do aluno ou do mundo)" (Meyer, Caldeira & Malheiros, 2011, p. 79). De modo a inteirar os alunos sobre a temática, disponibilizou textos e adiantou a intenção em doar pacotes de pipocas para a festa. Com isso, manteve o interesse dos alunos em investigar o problema: *Quantos pacotes de milho precisaremos comprar para que todos os alunos, professores/funcionários e pais pudessem comer até dois pacotinhos de pipoca?*. A coleta empírica de dados para apresentar uma solução para o problema, colocou os alunos em ação - *Vamos estourar as pipocas e colocar nos pacotinhos para contar!* -, mobilizando-os a se manterem trabalhando em grupo. Tendo em vista a quantidade de pacotinhos que um pacote de milho poderia render, um novo problema emergiu a partir da indagação de um dos alunos - *Professora, você não vai gastar muito?*

Embora a Prof, em diversos momentos, tenha se preocupado com os registros feitos pelos alunos no desenvolvimento da atividade, a prática possibilitou à ela *criar uma atividade*, adentrando em uma nova zona de conforto em que a modelagem matemática se fez presente em que o foco não foi apenas expor conteúdos, mas colocar os alunos em investigação para que um problema fosse solucionado sob sua orientação.

Diante da questão de investigação, nos pautamos na metodologia de pesquisa *Design Research* (Lesh, 2002) com o intuito de evidenciar "novas maneiras de pensar" no eixo ensinar usando modelagem nos anos iniciais. O que pudemos inferir é que essas novas maneiras podem ser respaldadas nas ações da Prof em formação continuada que aceitou o convite de implementar práticas com modelagem matemática.

Desafiar professores em formação continuada a ensinar usando modelagem após aprender sobre e aprender por meio da modelagem tem sido foco de nossas pesquisas empreendidas no contexto do projeto aprovado no Edital Universal do CNPq de 2021. Todavia entendemos que as questões agendadas por Barbosa (2001) ainda são latentes e se configuram como oportunidades de investigação que intentamos realizar.

Referências

Almeida, L. M. W., & Dias, M. R. (2007). Modelagem Matemática em cursos de Formação de Professores. In J. C. Barbosa, A. D. Caldeira, & J. L. Araújo. (Orgs.), *Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira*: pesquisas e práticas educacionais. (pp. 253-268). Recife: SBEM.

Almeida, L. M., Silva, K. P., & Vertuan, R. E. (2012). *Modelagem Matemática na Educação Básica*. São Paulo: Contexto.

Barbosa, J. C. (2001, outubro). Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In *Anais da 24ª Reunião Anual da ANPEd* (pp.1-30). Caxambu. RJ: Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação. Recuperado de http://24reuniao.anped.org.br/.

Bisognin, E., & Bisognin, V. (2014). Modelagem e competências matemáticas: uma investigação com professores em formação continuada. *REVEMAT*, .9(2), 130-144.

Blum, W., & Borromeu Ferri, R. (2016). Advancing the teaching of mathematical modeling: Research based concepts and examples. In C. R. Hirsh, & A. McDuffie. (Eds.), Mathematics modeling and modeling *mathematics*. (pp. 55-77). Reston: NCTM.

Borromeo Ferri, R. (2018). *Learning How to Teach Mathematical Modeling in School and Teacher Education*. New York: Springer International Publishing.

Cyrino, M. C. C. T., Garcia, T. M. R., Oliveira, L. M. P., & Rocha, M. R. (2014). *Formação de professores em comunidades de prática*: frações e raciocínio proporcional. Londrina: Universidade Estadual de Londrina.

Forner, R., & Malheiros, A. P. S. (2020). Constituição da Práxis Docente no contexto da Modelagem Matemática. *Bolema*, 34(67), 501-521.

Galbraith, P. (2015). Modelling, Education, and the Epistemic Fallacy. In G. A. Stillman, W. Blum, & M. S. Biembengut. (Eds), *Mathematical Modelling in Education Research and Practice - Cultural, Social and Cognitive Influences*. (pp. 339-349). Suíça: Springer.

Lesh, R (2002). Research design in mathematics education: Focusing on design experiments. In L. D. English (Ed.). *Handbook of International Research in Mathematics Education* (27–49). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Malheiros, A. P. S., Souza, L. B., & Forner, R. (2021). Olhares de docentes sobre as possibilidades da Modelagem nas aulas de Matemática. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, 12(2), 1-22.

Meyer, J. F. C. A., Caldeira, A. D., & Malheiros, A. P. S. (2011). *Modelagem em Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica.

Nunomura, A. R. T. (2021). *Modelagem Matemática nos Anos Iniciais: um olhar para os registros de representação semiótica*. (Dissertação de mestrado). Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, Brasil. Retirado de: http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/24665.

Silva, V. S. (2018). *Modelagem Matemática na formação inicial de pedagogos*. (Tese de doutorado). Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, Brasil. Retirado de: https://tede2.uepg.br/jspui/handle/prefix/2640.

Stender, P. (2018). The use of heuristic strategies in modelling activities. *ZDM*, 50(1/2), 315–326.

Teodoro, F. P., & Kato, L. A. (2021). A recontextualização pedagógica operada em uma prática de Modelagem Matemática nos Anos Iniciais. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, 12(2), 1-27.

Tortola, E. (2016). *Configurações de Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental*. (Tese de doutorado). Universidade Estadual de Londrina, Londrina, Brasil. Retirado de: https://pos.uel.br/pecem/teses-dissertacoes/configuracoes-de-modelagem-matematica-nos-anos-iniciais-do-ensino-fundamental/.

Aspectos sobre Modelagem Matemática revelados por professores em formação inicial na construção de um mapa conceitual

Aspects about Mathematical Modeling revealed by pre-service teachers in assembling a conceptual map

Aspectos sobre la Modelación Matemática revelados por docentes en formación inicial en la construcción de un mapa conceptual

Jader Otavio Dalto[367]
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
0000-0001-7684-2480

Rodolfo Eduardo Vertuan[368]
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
0000-0002-0695-3086

Karina Alessandra Pessoa da Silva[369]
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
0000-0002-1766-137X

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam Matemática

Resumo

Neste artigo apresentamos resultados de uma investigação qualitativa que buscou investigar quais aspectos sobre modelagem matemática se revelam quando docentes em formação inicial precisam construir um mapa conceitual sobre este tema. Para isso, foram analisados o mapa conceitual e a discussão entre os alunos e o professor e entre os alunos no momento em que deveria ser construído um mapa conceitual coletivo sobre Modelagem Matemática. Tal construção ocorreu no desenvolvimento de uma disciplina, do curso de Licenciatura em Matemática, que trata de três Tendências da Educação Matemática, dentre elas, a Modelagem. De modo geral, os aspectos evidenciados dizem respeito a discussões sobre expressões comuns da literatura e o que representam no contexto da Modelagem Matemática, ao jeito de se fazer Modelagem Matemática considerando suas fases, conceitos que o professor da disciplina considera essenciais e às relações estabelecidas entre dois ou mais conceitos.
***Palavras-chave*:** Educação Matemática, Formação Inicial de Professores, Modelagem Matemática, Mapa Conceitual.

Abstract

In this article we present the results of a qualitative research that sought to investigate which aspects of mathematical modeling are revealed when pre-service teachers need to assemble a conceptual map on this topic. For this, the conceptual map and the discussion between the

[367] jaderdalto@utfpr.edu.br
[368] rodolfovertuan@utfpr.edu.br
[369] karinasilva@utfpr.edu.br

students and the teacher and between the students were analyzed at the moment when a collective conceptual map on Mathematical Modeling should be built. Such construction took place in the development of a discipline, from Mathematics Undergraduate course, which deals with three Trends in Mathematics Education, among them, Modeling. In general, the aspects highlighted concern discussions about common expressions in literature and what they represent in the context of Mathematical Modeling, the way of doing Mathematical Modeling considering its phases, concepts that the subject teacher considers essential and the relationships established between two or more concepts.
Keywords: Mathematics Education, Pre-service teachers, Mathematical Modeling, Conceptual Map.

Resumen

En este artículo presentamos los resultados de una investigación cualitativa que buscó indagar qué aspectos de la modelación matemática se revelan cuando los docentes en formación inicial necesitan construir un mapa conceptual sobre este tema. Para ello, se analizó el mapa conceptual y la discusión entre los estudiantes y el docente y entre los estudiantes en el momento en que se debe construir un mapa conceptual colectivo sobre Modelación Matemática. Tal construcción tuvo lugar en el desarrollo de una disciplina, de la carrera de Licenciatura en Matemática, que trata de tres Tendencias en la Educación Matemática, entre ellas, la Modelización. En general, los aspectos destacados se refieren a discusiones sobre expresiones comunes en la literatura y lo que representan en el contexto de la Modelación Matemática, la forma de hacer la Modelación Matemática considerando sus fases, los conceptos que el profesor de la asignatura considera esenciales y las relaciones que se establecen entre dos o más conceptos.
Palabras clave: Educación Matemática, Formación Inicial del Profesorado, Modelación Matemática, Mapa Conceptual.

Introdução

A Modelagem Matemática tem sido considerada pela literatura de Educação Matemática uma metodologia de ensino apropriada para o trabalho com a matemática nos diferentes níveis de escolaridade, dentre outros fatores, por colocar os estudantes em movimento de investigação de problemas abertos, com diferentes possibilidades de encaminhamento e resolução; por abarcar situações reais do interesse dos estudantes e lançar sobre elas reflexões sustentadas pela matemática; e, por possibilitar a aprendizagem da matemática de modo dinâmico e integrado às aprendizagens de outros conceitos, sejam da própria matemática ou de outras áreas do conhecimento.

Diante destas possibilidades e da importância atribuída à Modelagem para o trabalho com a matemática na Educação Básica, alguns cursos de Licenciatura em Matemática têm considerado a Modelagem Matemática em suas matrizes curriculares, visando contribuir para com a formação inicial do professor de Matemática. Segundo pesquisa de Santos Júnior & Soares (2015[370]), por exemplo:

> No estado do Paraná há 28 cursos superiores de Licenciatura em Matemática, nos quais a disciplina de Modelagem [...] está presente em [...] 12 instituições, sendo que 9 destas trabalham-na como disciplina obrigatória enquanto que 3 destas como optativa. A Modelagem se encontra na matriz de 9 instituições públicas, que expressam 32,14%, enquanto que as privadas contam com 3, que significam 10,71%. Infere-se que só 42,85% do total das faculdades/universidades que ofertam esse curso superior trabalham a Modelagem com os futuros professores (Santos Junior & Soares, 2015, p. 39).

Há de se considerar, todavia, que o estado do Paraná conta com uma tradicional e representativa comunidade de educadores e pesquisadores em Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática no Brasil, tanto que neste ano de 2022 realiza, no segundo semestre, o seu IX Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática (EPMEM), no campus de União da Vitória da Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR).

Ainda, a pesquisa de Santos Júnior e Soares (2015) não abarca o fenômeno de disciplinas que, embora tenham outro nome, contemplam em suas ementas, discussões relativas à Modelagem Matemática. É o caso da disciplina Tendências em Educação Matemática 1 em que a tarefa, foco deste artigo, foi empreendida. Na disciplina, três tendências em Educação Matemática são discutidas, a Resolução de Problemas, a Investigação Matemática e a Modelagem Matemática.

No âmbito das aulas em que o professor da disciplina, um dos autores deste texto, trabalha com a Modelagem Matemática, uma das tarefas desenvolvidas pelos estudantes consiste em construir um mapa conceitual sobre Modelagem, atentando para diferentes conceitos atribuídos pelo professor e considerando suas vivências na referida disciplina, a saber, a realização de duas atividades de Modelagem e a leitura de um texto sobre o assunto.

Neste artigo, temos a intenção de lançar reflexões sobre essa tarefa desenvolvida pelos estudantes coletivamente, de modo a compreender: *Quais aspectos sobre Modelagem Matemática se revelam quando docentes em formação inicial precisam construir um mapa conceitual sobre este tema?*

---

[370] Dadas as reformulações de cursos de Licenciatura em Matemática provocadas pela Resolução CNE/CP nº2, de 01 de julho de 2015 e, depois, pela Resolução CNE/CP nº2, de 20 de dezembro de 2019, esses dados possivelmente estejam desatualizados. Todavia, entendemos representativos para denotar como o tema Modelagem Matemática tem figurado nos curso de Licenciatura em Matemática do Paraná.

Com esse propósito, apresentamos, neste texto, considerações acerca da formação de professores em Modelagem Matemática, os aspectos metodológicos da presente pesquisa e as análises/reflexões suscitadas a partir dos dados.

Formação de professores em Modelagem Matemática

No âmbito da Educação Matemática, a Modelagem Matemática "denota o processo de tradução, em ambas as direções, entre a matemática e o mundo extra-matemático" (Blum & Borromeo Ferri, 2016, p. 65), implicando em "uma interpretação, ainda que parcial e idiossincrática, de fenômenos do mundo ou da vida, muitas vezes identificados fora do ambiente escolar, com o apoio da Matemática" (Almeida & Silva, 2017, p. 209).

De modo a realizar uma interpretação matemática para um fenômeno em estudo, ao desenvolvimento de uma atividade de modelagem, estão associadas etapas e procedimentos que, em muitos casos, são expressos por meio de esquemas chamados ciclos de modelagem matemática. Os esquemas retratam, de forma geral,

> procedimentos tais como a identificação do problema a ser resolvido, a coleta de dados, a seleção de variáveis, a elaboração de hipóteses, a simplificação, a obtenção de um modelo matemático e sua interpretação que implica na validação do modelo, identificando a sua pertinência para a obtenção de uma solução para o problema. O modelo matemático neste contexto é um sistema conceitual, descritivo ou explicativo, expresso por meio de uma linguagem ou de uma estrutura matemática, não se restringindo a expressões algébricas, podendo ser um gráfico, uma tabela, um texto, uma imagem (Almeida, Ramos & Silva, 2021, p. 3).

Os procedimentos matemáticos que precedem a dedução do modelo matemático, bem como a obtenção de uma solução para o problema, oportunizam ao professor, dentre outras coisas, abarcar conteúdos matemáticos. Porém, Almeida & Silva (2015) salientam que para o professor implementar práticas com modelagem em sala de aula há necessidade de que esteja preparado. Neste sentido, a abordagem da modelagem como conteúdo prima o aprender sobre modelagem, em saber como usar os procedimentos de modelagem e como usar matemática para resolver os problemas.

O ensino e a aprendizagem da modelagem matemática no âmbito da formação de professores têm sido temáticas recorrentes de pesquisas na área da Educação Matemática (Almeida & Silva, 2015, Borromeo Ferri, 2018). Almeida & Silva (2015) propõem que o professor em formação experimente três eixos: aprender sobre a modelagem matemática, aprender por meio da modelagem matemática e ensinar usando a modelagem matemática. O eixo aprender sobre modelagem está atrelado a conhecer seus aportes teóricos, suas configurações, seus encaminhamentos e o papel do professor enquanto orientador; o eixo aprender por meio da modelagem consiste em oportunizar ao professor em formação o desenvolvimento de atividades de forma gradativa de modo que seja incentivado a colocar a mão na massa; o eixo ensinar usando modelagem diz respeito à implementação de práticas com modelagem na sala de aula.

Na literatura existem resultados de pesquisas que versam sobre a formação de professores em modelagem matemática tanto no âmbito da formação inicial quanto na formação continuada. No tocante às discussões empreendidas nessas pesquisas há indicativos de empreendimentos como a implementação de disciplinas de Modelagem Matemática nos cursos de formação inicial e continuada (Borromeo Ferri, 2018, Almeida, Ramos & Silva, 2021), o desenvolvimento de práticas de modelagem em disciplinas de cursos de formação inicial de professores em Matemática (Esteley & Cruz, 2021), a implementação de cursos de larga escala e longa duração, em que os professores em formação fazem modelagem e planejam práticas com modelagem (Mass & Engeln, 2018), espaços colaborativos em formação em modelagem em que há trocas de experiências, aliadas a perspectivas teóricas (Mutti & Klüber, 2021), a instauração de programas de desenvolvimento profissional em modelagem para professores experientes de matemática encarregados de liderar suas escolas com modelagem matemática (Dawn, 2018).

Levando em consideração a modelagem matemática como “uma alternativa pedagógica em que se aborda, por meio da Matemática, um problema não essencialmente matemático” (Almeida, Silva & Vertuan, 2012, p. 9), coadunamos com Esteley e Cruz (2021, p. 274) que afirmam que “quando se trabalha com professores ou futuros professores, a partir dessa abordagem, o processo de MM é concebido como objeto de ensino ou reflexão em si”. E, neste sentido, nos apoiamos nas reflexões oriundas de professores em formação inicial quando vivenciam a modelagem matemática inserida como tópico de uma disciplina do curso de graduação.

Aspectos metodológicos

Neste artigo trazemos resultados parciais de pesquisa, de cunho qualitativo (Bogdan & Biklen, 1994) inserida em um projeto aprovado no Edital Universal n. 18/2021 do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e do Ministério da Ciência, Tecnologia e Inovações (MCTI). Um dos objetivos do projeto é promover ambientes educacionais de formação de professores que ensinam Matemática em Modelagem Matemática.

Com o intuito de investigar a questão *Quais aspectos sobre Modelagem Matemática se revelam quando docentes em formação inicial precisam construir um mapa conceitual sobre este tema?*, debruçamo-nos a analisar dados produzidos durante as aulas iniciais sobre Modelagem na disciplina Tendências em Educação Matemática 1 de um Curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade pública brasileira.

Os dados foram coletados no primeiro semestre letivo de 2022 em uma disciplina ministrada por um dos autores deste artigo, que discute três Tendências da Educação Matemática: Resolução de Problemas, Investigações Matemáticas e Modelagem Matemática. Dos 10 estudantes matriculados, seis participaram das aulas em que a tarefa analisada foi desenvolvida. Esses estudantes são referenciados no artigo por E1, E2, …, E6.

Após estudarem as duas primeiras tendências, iniciou-se o conteúdo de Modelagem no dia 12/05 com o desenvolvimento de uma atividade de modelagem com a temática *resfriamento de um veículo*[371]. Na aula seguinte, outra atividade de Modelagem foi desenvolvida, com a temática *concentração da Ritalina no sangue humano*[372]. Nestes primeiros dias, as aulas foram desenvolvidas com o objetivo de proporcionar aos alunos uma experiência com a atividade de modelagem, de modo que ambas as atividades desenvolvidas podem ser consideradas, de acordo com Almeida, Silva & Vertuan (2012) como de primeiro momento, uma vez que a temática, as informações das atividades e a questão foram fornecidas pelo professor que, em conjunto com os alunos, resolveram e interpretaram a resposta obtida para a questão.

Na aula seguinte, foi realizada uma exposição com uso de *slides* sobre aspectos teóricos da Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática (conceitualização da MM na Educação Matemática, definição de modelo matemático, etapas e fases de desenvolvimento de uma atividade de modelagem). Durante a exposição, o professor, sempre que possível, conectava o conceito, fase ou procedimento de modelagem com a experiência vivenciada pelos alunos nas aulas anteriores.

No dia 20/05 os alunos foram convidados a elaborarem um mapa conceitual coletivo referente aos conceitos abordados até então. Para isso, receberam do professor 22 conceitos

[371] Silva, K. A. P., & Dalto, J. O. (2017). Uma estratégia de avaliação de atividades de modelagem matemática. *Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias*, 12(2), 1-14.
[372] Pfahl, K. C. C., Silva, K. A. P., Matsue Filho, S. & Hatta, L. S. H. (2014). Uma atividade de modelagem matemática desenvolvida: ritalina, usos e abusos. In *Anais do XII Encontro Paranaense de Educação Matemática*. Campo Mourão, Paraná: SBEM.

para que o mapa pudesse ser construído na lousa. Como os alunos tiveram um pouco de dificuldade de relacionar os conceitos, na aula seguinte (26/05), os alunos estudaram o texto "O que é Modelagem Matemática na Educação Matemática" (Almeida, Silva & Vertuan, 2012), que foi debatido. Na aula de 27/05, a atividade com o mapa conceitual foi retomada, sendo a discussão entre os alunos e entre alunos e professor durante a elaboração, gravada em áudio e transcrita na íntegra. É sobre esta versão do mapa conceitual construído, bem como do processo de construção, que evidenciamos aspectos sobre Modelagem Matemática de alunos em formação inicial ao ter contato com Modelagem Matemática.

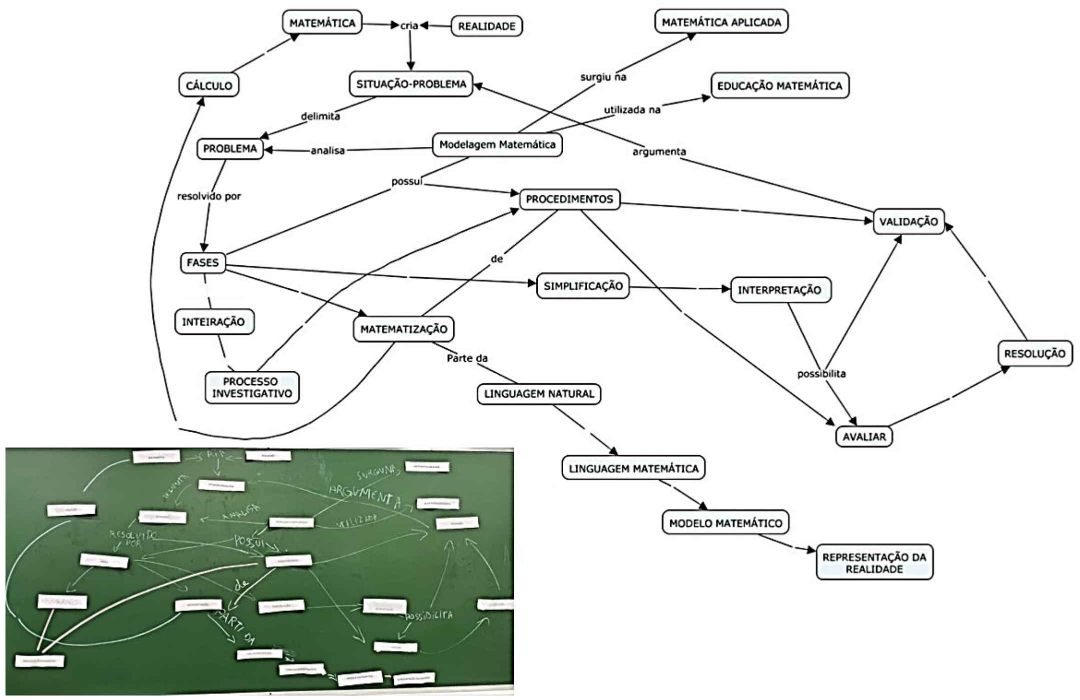
Sobre as discussões empreendidas pelos docentes em formação inicial ao construir o mapa conceitual

Com o desenvolvimento das atividades de modelagem e o estudo do capítulo do livro que versa a respeito do que é Modelagem Matemática, os estudantes reestruturaram o mapa conceitual (Figura 1).

As transcrições das falas relativas à construção do mapa conceitual foram organizadas segundo aspectos que evidenciamos e que são apresentados a seguir.

Figura 1.

Mapa conceitual coletivo construído pelos alunos na lousa e representado pelo software CmapTools (Elaborada pelos autores)



1ª aspecto:

A necessidade de elaborar um mapa conceitual sobre Modelagem Matemática a partir da leitura de um texto sobre o tema, mostrou-se situação oportuna para provocar discussões entre os estudantes acerca:

i) de expressões comuns na literatura de Modelagem que, por vezes, são tomadas como sinônimas, mas que se referem a conceitos distintos, como é o caso das expressões "realidade", "situação-problema" e "problema" ou, em outro momento, "solução" e "resolução". Na construção do mapa conceitual, os próprios alunos concluem, no primeiro caso, que *um problema é o que surgiu através da situação problema* (considerações de E1) e que a *situação problema está abordada na realidade. A realidade como sendo um mundo real* (considerações de E2). E no segundo caso, que *resolução é o processo* e *solução é uma resposta*(considerações de E1).

ii) dos jeitos de se fazer Modelagem Matemática. Essa discussão, todavia, se deu a partir das fases da Modelagem apontadas na literatura na perspectiva de Almeida, Silva & Vertuan (2012), adotadas pelo professor da disciplina para a discussão com os estudantes. Isso se mostrou tanto no momento em que os estudantes buscavam compreender o que significava ou quais eram as ações relacionadas a cada uma das fases especificamente, quanto no momento em que os estudantes buscavam relacionar as diferentes fases e entender, mesmo que tomando as fases em certa linearidade temporal - o que destoa do assinalado na literatura -, como as conexões entre as fases poderia se desenhar no mapa conceitual: [...] *a gente tem que na modelagem matemática a gente tem fases, então falando de modelagem* [lendo]... *então a gente tem as fases* (considerações de E1).

2ª aspecto:

Se, *a priori*, a dinâmica estabelecida pelo professor da disciplina em apresentar conceitos pré-estabelecidos para que os alunos relacionassem e construíssem o mapa conceitual, possa parecer limitar, em alguma medida, a seleção e utilização dos conceitos considerados pelos alunos como relevantes, por outro, essa dinâmica se mostrou interessante no sentido de provocar, intencionalmente, a reflexão dos estudantes acerca de conceitos que o professor da disciplina considera essenciais, dada sua expertise e intencionalidade.

Isso se verifica, por exemplo, quando os alunos discutem o que significa "modelo matemático" e concluem, dentre outros aspectos, que para se discutir modelo matemático como representação da realidade, é preciso se considerar *como a gente está analisando qual é a realidade para se chegar num resultado perto da realidade* (considerações de E2), o que sugere a consideração do olhar do modelador na constituição do modelo ou, dito de outro modo, a subjetividade e a intencionalidade que o modelo matemático carrega.

3ª aspecto:

A atividade de elaborar um mapa conceitual, assim como preconiza a literatura referente aos mapas conceituais, também possibilita ao professor da turma, atento e sensível às manifestações dos estudantes, vislumbrar possíveis compreensões destes estudantes representadas no mapa e sobre elas lançar reflexões e/ou provocar novas discussões, de modo a avaliar o tema em estudo e tratar de sua relação com temas correlatos.

Isso emergiu, por exemplo, quando os estudantes precisaram "encaixar" a matematização, uma das fases do processo de realizar uma atividade de Modelagem conforme suas considerações, no mapa conceitual que construíam.

Da afirmação *a matematização começa no modelo matemático* (considerações de E3), os estudantes, com alguma reflexão, concluem que *através da inteiração você deve, por meio de processo investigativo, transformar a linguagem natural em linguagem matemática que cria um modelo matemático. Que é a matematização* (considerações de E3), se referindo, no segundo caso, a essa transformação da linguagem natural para a linguagem matemática, ou como trata a literatura, da transição de um problema dado no contexto real, para um problema, agora matemático, a se investigar e resolver.

4ª aspecto:

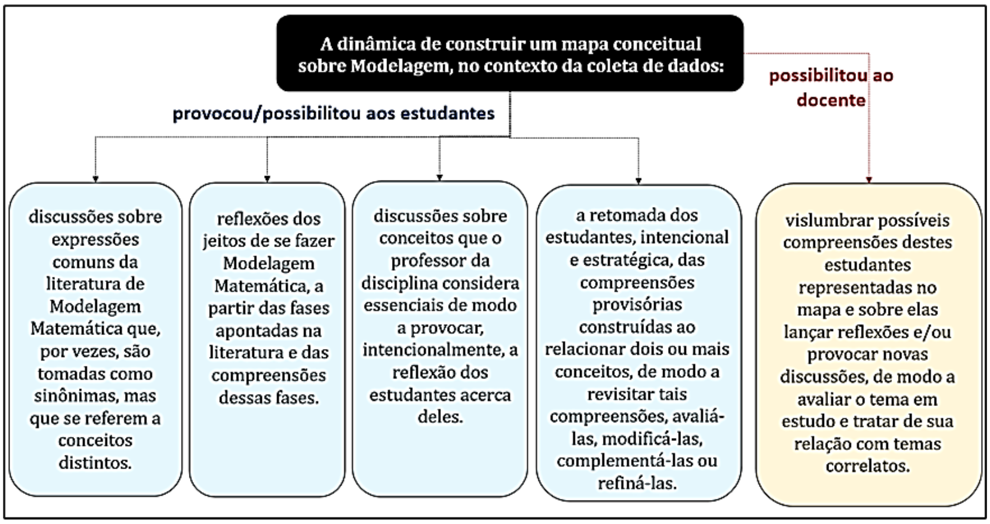
O que se verifica, nos diferentes momentos da realização da atividade de elaboração do mapa conceitual, é a retomada dos estudantes, intencional e estratégica, das compreensões provisórias construídas ao relacionar dois ou mais conceitos. Tal retomada denota a intenção de revisitar tais compreensões, avaliá-las, modificá-las, complementá-las ou refiná-las, até que o grupo de estudantes esteja satisfeito com a composição e considere a relação entre os conceitos adequada, conforme excerto transcrito a seguir:

Tá, me perdi. Através do procedimento inicial que é problemático, tem essa inteiração que é a identificação do problema. Está envolvido no que a gente está fazendo aí? Tá, inteiração. Identificar o problema. Tá, até o procedimento de inteiração você identifica o problema. Depois disso é a representação mental da situação, pode por aqui, ela é a fase três. Temos o... matematização e resolução. Então anota aí, através do modelo matemático tem resultados matemáticos. Tá! Nessas têm a matematização e validação. Nesse ciclo aqui (considerações de E5).

Frente aos aspectos destacados na análise dos dados, apresentamos, na Figura 2 a seguir, uma síntese das principais inferências realizadas. Os aspectos sobre Modelagem Matemática revelados na construção do mapa conceitual pelos professores em formação inicial possibilitou ao docente vislumbrar suas compreensões de modo a lançar reflexões sobre as conexões entre os termos e expressões e relacioná-los com temas correlatos.

Figura 2.

Visão geral dos aspectos sobre Modelagem Matemática revelados na pesquisa (Elaborada pelos autores)



Considerações finais

No contexto da formação inicial de professores de Matemática em que a Modelagem Matemática é estudada como um dos tópicos de uma disciplina do curso de Licenciatura em Matemática, após os estudantes experienciarem atividades de modelagem e estudarem um texto teórico sobre essa tendência da Educação Matemática, construíram e reconstruíram um mapa conceitual em que expressões foram conectadas ou não.

A partir de uma análise qualitativa de cunho interpretativo das considerações dos estudantes na construção colaborativa do mapa conceitual, evidenciamos aspectos sobre Modelagem Matemática e que dizem respeito a discussões sobre expressões comuns da literatura e o que representam no contexto da Modelagem Matemática, ao jeito de se fazer Modelagem Matemática considerando suas fases, conceitos que o professor da disciplina considera essenciais e às relações estabelecidas entre dois ou mais conceitos.

Esses aspectos, em certa medida, estão atrelados às concepções do docente que leciona a disciplina e como conduziu as aulas para, por meio de mapas conceituais, vislumbrar compreensões dos alunos, ressignificá-las e avaliá-las.

Neste artigo, todavia, o mapa conceitual foi construído de forma colaborativa para uma tarefa solicitada pelo professor nos primeiros estudos sobre Modelagem Matemática na disciplina em que outras tendências da Educação Matemática já haviam sido estudadas. Consideramos pertinente analisar mapas conceituais construídos de forma individual ao final da disciplina de modo que possamos evidenciar os entendimentos de cada aluno.

Referências

Almeida, L. M. W., Ramos, D. C., & Silva, K. A. P. (2021). Ensinar e aprender o fazer modelagem matemática: uma interpretação semiótica. *Ciência & Educação*, 27, 1-16.

Almeida, L. M. W., & Silva, K. A. P. (2015). Práticas de professores com Modelagem Matemática: algumas configurações. *Educação Matemática em Revista*, 46, 6-15.

Almeida, L. M. W., & Silva, K. A. P. (2017). A ação dos signos e o conhecimento dos alunos em atividades de modelagem matemática. *Bolema*, 31(57), 202-219.

Almeida, L. W., Silva, K. P., & Vertuan, R. E. (2012). *Modelagem Matemática na Educação Básica*. São Paulo: Contexto.

Blum, W., & Borromeo Ferri, R. (2016). Advancing the teaching of mathematical modeling: Research based concepts and examples. In C. R. Hirsh, & A. McDuffie. (Eds.), *Mathematics modeling and modeling mathematics*. (pp. 55-77). Reston: NCTM.

Bogdan, R. C., & Biklen, S. K. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação:* uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora.

Borromeo Ferri, R. (2018). *Learning How to Teach Mathematical Modeling in School and Teacher Education*. New York: Springer International Publishing.

Dawn, N. K. E. (2018). Towards a professional development framework for mathematical modeling: the case of Singapore teachers. *ZDM*, 50(1/2), 287-300.

Esteley, C., & Cruz, M. F. (2021). Producción de sentidos sobre modelización: el caso de un grupo de futuras profesoras. *Quadrante*, 30(2), 293-314.

Maass, K., & Engeln, K. (2018). Impact of professional development involving modelling on teachers and their teaching. *ZDM*, 50, n. 1/2, p. 273-285, 2018.

Mutti, G. S. L., & Klüber, T. (2021). E. Adoção da modelagem matemática para professores em um contexto de formação continuada. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, 12(2), 1-27.

Santos Junior, G., & Soares, M. R. (2015). A Modelagem Matemática nos Cursos de Licenciatura em Matemática do Estado do Paraná. *Revista Dynamis*, 20(2), 29-46.

Conhecimento matemático revelado por futuros professores da Educação Infantil eAnos Iniciais nos tópicos de volume e de capacidade

Mathematical knowledge revealed by prospective kindergarten and primaryteachers in the topics of volume and capacity

Conocimiento matemático revelados por los futuros maestros de infantil yprimaria en los temas de volumen y capacidad

Ester Torrezan[373]
UNICAMP
0000-0002-8406-3783

Alessandra Almeida[374]
PUC
0000-0002-6329-8655

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam Matemática

Resumo

Dentre os diversos temas que se tornam essenciais discutir com as crianças, o de medidas é considerado central. Em particular, os tópicos de medida de volume e de capacidade são tidos como críticos em todas as etapas educativas. Considerando a relação entre o conhecimento do professor e as aprendizagens e resultados dos alunos, com este trabalho, objetivamos melhor compreender o conhecimento revelado por futuros professores que ensinarão matemática na Educação Infantil e Anos Iniciais no âmbito da medida de volume e de capacidade. Assumimos este conhecimento como especializado e particular para o desenvolvimento de uma prática que busca que os alunos entendam o que fazem e por que o fazem a cada momento e, nesse sentido, o conhecimento do professor é considerado na perspectiva do *Mathematics Teachers Specialized Knowledge* – MTSK. As informações foram coletadas em contexto de formação inicial com 39 futuros professores de uma Licenciatura em Pedagogia, tendo sido implementada uma Tarefa para Formação com foco nos tópicos de Medida de volume e de capacidade. Os resultados apontam um conhecimento associado a não distinguir as grandezas volume de capacidade associando essas grandezas de Medida essencialmente ao contexto dos Números (como quantidade e a uma expressão para cálculos), revelando uma falta de correspondência entre a

[373] esterpaulatorrezan@gmail.com
[374] alessandraalmeida628@gmail.com

pergunta formulada (o que é?) e a resposta fornecida (no espaço de "como se calcula o valor de").

Palavras-chave: Conhecimento do professor, MTSK, volume, capacidade, Tarefa para a Formação.

Abstract

Among the various topics that are essential to discuss with children, measures are considered central. In particular, the topics of volume and capacity measurement are considered critical at all educational stages. Considering the relationship between teacher knowledge and student learning and results, with this work we aim to better understand the knowledge revealed by future teachers who will teach mathematics in Kindergarten and Early Years in the scope of volume and capacity measurement. We assume this knowledge as specialized and particular for the development of a practice that seeks for students to understand what they do and why they do it at all times and, in this sense, the teacher's knowledge is considered from the perspective ofMathematics Teachers Specialized Knowledge - MTSK. The information was collected in the context of initial training with 39 prospective teachers of a Degree in Pedagogy and a Training Task was implemented with a focus on the topics of Measurement of volume and capacity. The results point to a knowledge associated with not distinguishing between volume and capacity quantities, associating these Measure quantities essentially to the context of Numbers (such as quantity and an expression for calculations), revealing a lack of correspondence between the question asked (what is it?) and the answer provided (in the "how to calculate the value of" space).

Keywords: Teacher knowledge, MTSK, volume, capacity, tasks for teacher education.

Resumen

Entre los diversos temas que son esenciales para discutir con los niños, las medidas se consideran centrales. En particular, los temas de medición de volumen y capacidad se consideran críticos en todas las etapas educativas. Considerando la relación entre el conocimiento docente y los aprendizajes y resultados de los estudiantes, con este trabajo pretendemos comprender mejor los conocimientos revelados por los futuros docentes que enseñarán matemáticas en Educación Infantil y Primeros Años en el ámbito de la medición de volumen y capacidad. Asumimos estos saberes como especializados y particulares para el desarrollo de una práctica que busca que los estudiantes entiendan lo que hacen y por qué lo hacen en cada momento y, en este sentido, se considera el saber del docente desde la perspectiva del Saber Especializado del Profesorado de Matemática. -MTSK. La información se recopiló en el marco de una formación inicial con 39 futuros docentes de la Licenciatura en Pedagogía y se implementó una Tarea de Capacitación con enfoque en los temas de Medición de volumen y capacidad. Los resultados apuntan a un conocimiento asociado a no distinguir entre cantidades

de volumen y capacidad, asociando estas cantidades de Medida esencialmente al contexto de Números (como cantidad y expresión para cálculos), revelando una falta de correspondencia entre la pregunta formulada (¿qué es? ?) y la respuesta proporcionada (en el espacio "cómo calcular el valor de").[375]

Palabras clave: Conocimiento del profesor, MTSK, volumen, capacidad, Tarea de formación del profesor

Introdução

Medir faz-se necessário a muitas situações da vida, desde a infância e deveria ocupar um papel central no ensino, pois é parte importante no desenvolvimento do Pensamento Matemático (NCTM, 2010). Pesquisas e documentos curriculares nacionaise internacionais destacam a importância e o caráter utilitário da medida (ver, porexemplo, Brasil, 2018; Clements & Stephan, 2004; NCTM, 2010). Entretanto, diante das dificuldades apresentadas por alunos e professores, este é considerado um temacrítico em todas as etapas de ensino (Bertolino, 2017).

A Base Nacional Comum Curricular – BNCC (Brasil, 2018) sugere uma aproximação com o tema desde a Educação Infantil e que este seja ensinado por toda a Educação Básica. No entanto, o ensino dos tópicos de Medida têm se limitado àcomparação entre objetos, ao uso de unidades de medidas convencionais e à aplicaçãode expressões de cálculo para determinar valores de medida sem exploração devida dos procedimentos e conceitos envolvidos na medição (Stephan & Clements, 2003).

Particularmente em relação aos tópicos medida de volume e de capacidade, já há mais de 40 anos, pesquisas apontam que o entendimento acerca do que é volume é uma dificuldade particular para os alunos (Bilbo & Milkent, 1978) que tem sido mantida ao longo dos anos, até aos dias de hoje (Panorkou, 2021). Professores identificam que medida de volume e de capacidade são tópicos problemáticos para os seus alunos dos Anos Iniciais (Saíz & Figueras, 2000) e as dificuldades estão presentes até mesmo em estudantes do Ensino Superior (Dorko & Speers, 2013)

Especificamente, uma das maiores dificuldades apresentadas pelos alunosrefere-se ao uso errôneo dos termos volume e capacidade como se fossem sinônimos (Ribeiro & Policastro,

[375] Agradecemos a Miguel Ribeiro, pelos comentários e pelas propostas de melhora nas versões prévias deste texto.

2021). Tal dificuldade pode proceder do não entendimento dos conceitos referidos a cada uma dessas grandezas em particular (Ho; McMaster, 2019). As práticas docentes em relação a esses tópicos revelam um trabalho mecanizado que, em muitos casos, limita o ensino ao cálculo para medição por meio de fórmulas prontas,sem um entendimento anterior a respeito do que são as grandezas (Passelaigue &Munier, 2015) e sem atribuir significado e refletir sobre os princípios que envolvem a medição deles (Clements & Sarama, 2009).

As dificuldades dos alunos em volume e capacidade podem estar relacionadas ao conhecimento dos professores, visto que esse conhecimento impacta diretamente na aprendizagem (Charalambous & Pitta-Patanzi, 2016). Portanto, se é requerido que os professores ensinem tais tópicos, é necessário, primeiramente, que detenham um conhecimento amplo e profundo associado a eles (Enoch & Gabel, 1984). É, portanto, essencial que as pesquisas considerem o conhecimento matemático e pedagógico do professor em suas especificidades para que sua prática possibilite o entendimento dos alunos sobre o que fazem e por que o fazem a cada momento. O conhecimento do professor é aqui entendido na perspectiva do *Mathematics Teachers´ Specialized Knowledge* – MTSK[376] (Carrillo *et al*., 2018).

Esse conhecimento também sustentará a elaboração de tarefas para formação de professores que contribuem para o desenvolvimento do conhecimento do professor e para a melhoria da prática em sala de aula (Ribeiro, Almeida & Mellone, 2021). Assim, considerando um contexto de formação inicial de professores e com um foco no conhecimento especializado dos tópicos medida de volume e de capacidade, objetiva-se responder à questão: Qual o entendimento de futuros professores sobre o que é volumee capacidade e que conhecimento especializado se relaciona a esse entendimento?

Marco teórico

A Medida pode ser definida como a determinação por comparação da quantidade de vezes que se necessita repetir uma unidade para completar o todo de algo a ser medido e, para isso, uma unidade é adotada e posicionada no todo a ser medido, não deixando lacunas nem sobreposições e, ao final, um número é estabelecido juntamente com uma referência (Clements & Stephan, 2004). Associado a esses procedimentos, é fundamental que se possa buscar o

[376] Optamos por utilizar a nomenclatura em inglês por ser esta uma conceitualização já reconhecida internacionalmente e por poder a tradução acarretar a ressignificação que se encontra associada à cada uma das dimensões desta conceitualização.

entendimento conceitual da medida e, para tanto, alguns princípios são considerados fundamentais para a medição.

Para a profunda compreensão do que é medir, seis princípios foram estabelecidos para a medida de uma distância[377] (Clements & Stephan, 2004): (i) particionamento: subdivisão mental de um objeto por uma unidade de grandeza de mesma natureza; (ii) iteração de unidade: repetir uma unidade de medida até cobrir todo o espaço a ser medido, sem deixar lacunas ou sobreposições entre as iterações; (iii) transitividade: comparação indireta entre dois objetos, fazendo uso de um terceiro; (iv) conservação: a compreensão de que a medida não é alterada se o objeto medido é movido; (v) acumulação: o entendimento de que a quantidade de vezes que a unidade foi iterada diz respeito à magnitude do objeto medido, e (vi) relação da medida com um valor numérico: a indicação de um número para a medida realizada, reorganizando da contagem discreta para a contínua (Clements & Stephan, 2004).

Embora os princípios tenham sido designados para a medida de uma distância,os processos associados a essa medida têm relação direta com as medidas das demais grandezas diretas, como o volume e a capacidade (Ribeiro & Policastro, 2021; Ribeiro & Torrezan, 2022). Esta relação acontece por meio de adaptações que consideram as especificidades de cada grandeza, e elas são necessárias para que a transposição do princípio aconteça de forma coerente (Ribeiro & Policastro, 2021). Uma adaptação queé essencial no âmbito da grandeza volume e capacidade e transversal a todos os princípios refere-se ao incremento de dimensões, pois a distância é unidimensional, enquanto o volume e a capacidade são tridimensionais (Smith & Barrett, 2017).

A respeito do entendimento das grandezas volume e capacidade, há vários equívocos. Na literatura, de um lado, há um esforço e uma dificuldade evidentes em compreender e diferenciar o conceito de cada uma dessas grandezas, sendo, em alguns casos, volume e capacidade entendidos como sinônimos, ou uma mesma palavra é utilizada para referir as duas grandezas (Ribeiro & Policastro, 2021). Alguns autores utilizam a palavra volume para ambos: capacidade é um volume (Hart, 1981).

[377] Usualmente é entendida e discutida como medida de comprimento, mas atendendo às especificidades matemáticas do conhecimento do professor e à necessidade de uma coerência temporal dos diferentes tópicos, consideramos distância. Uma discussão mais ampla pode ser encontrada em Ribeiro e Torrezan (2022).

Pesquisas ainda mostram as dificuldades dos professores em compreenderem os conceitos de volume e de capacidade (Enoch & Gabel, 1984; Saíz & Figueras, 2000). Tais dificuldades podem decorrer da ausência de um profundo entendimento por parte do professor do que é e que princípios envolve medir essas grandezas (Ho; Mcmaster, 2019). No entanto, considerando o conhecimento do professor como sendo especializado, na perspectiva do MTSK (Carrillo et al, 2018), a diferenciação é essencial de modo a possibilitar que as práticas matemáticas do professor permitam o entendimento dos alunos.

Para que as medidas de volume e de capacidade aconteçam e transposições dos princípios sejam realizadas, é basilar, primeiramente, conhecer o que se vai medir. A grandeza – atributo de objetos ou fenômenos físicos que pode ser medido (JCGM, 2012) – é um conceito fundamental para a matemática e está intimamente relacionada à medição (Passelaigue & Munier, 2015). Portanto, para que o entendimento e a significação da medida aconteçam, antes mesmo de qualquer ideia elaborada de medição, é necessário conhecer a grandeza que se mede (Passelaigue & Munier, 2015).

Logo, ainda que volume e capacidade possuam magnitudes de mesma natureza eestejam associados a propriedades de figuras e objetos tridimensionais, elas não correspondem à mesma grandeza (Ribeiro & Policastro, 2021). Dessa maneira, volume pode ser definido como espaço ocupado por um objeto no espaço (Smith & Barrett, 2017), já a capacidade pode ser definida como o espaço interno de um objeto tridimensional que pode ser preenchido (Panorkou, 2021).

Conhecer essas grandezas implica diferenciá-las, e a linguagem é uma ferramenta importante para que a diferenciação aconteça, uma vez que é apontada comofundamental para o entendimento conceitual em medidas e grandezas (Lowrie, Logan,& Scriven, 2012). Este ponto torna-se ainda mais importante nas grandezas aqui abordadas, visto que volume e capacidade são termos com sentido ambíguo fora da sala de aula, o que pode se tornar uma barreira na aprendizagem dos conceitos, demandando ainda mais precisão e adequação na linguagem e no trabalho com tais grandezas desde aEducação Infantil (Ho & McMaster, 2019).

Com o entendimento dos princípios da medida de volume e de capacidade, o cálculo, que tem seu uso apontado como uma das grandes dificuldades dos alunos (Smith & Barrett, 2017), passa a não representar mais um problema. O primeiro entendimento necessário é que medir não se trata de calcular (Ribeiro & Policastro, 2021). Enquanto medir está associado à comparação da magnitude de uma grandeza em relação à outra de mesma natureza (Stephan; Clements, 2003), calcular relaciona-se à expressão de cálculo para determinar o valor da medida

(Parnoukou, 2020). Dessa forma, para um entendimento do que se efetua associado aos cálculos para determinaçãode uma medida, é crucial a atribuição de significado ao que se mede e ao processo de medir, com o entendimento dos princípios nele imbricados.

Considera-se que, para ensinar, os professores devem ter um conhecimento especializado de modo a dominar e diferenciar os conceitos de atributo e medida. Portanto, o conhecimento aqui é conceitualizado na perspectiva do MTSK (Carrillo etal, 2018). Este modelo envolve dois grandes domínios: O *Mathematical Knowledge* – MK, que se refere ao conhecimento do conteúdo matemático, e o *Pedagogical Content Knowledge* – PCK, relacionado ao conhecimento pedagógico para o ensino da matemática. Cada domínio é dividido em três subdomínios e, no centro do modelo,estão as crenças do professor a respeito da matemática (Carrillo et al., 2018).

Contexto e método

O presente trabalho faz parte de uma pesquisa mais ampla, desenvolvida pelo Grupo de Pesquisa e Formação CIEspMat[378], associada às especificidades do conhecimento de (futuros) professores em vários tópicos matemáticos[379]. Aqui, considera-se uma abordagem qualitativa referente a um estudo de caso instrumental, objetivando compreender o entendimento de futuros professores da Educação Infantil e Anos Iniciais sobre o que é volume e o que é capacidade e que conhecimento matemático se relaciona a este entendimento. A coleta de informações ocorreu em contexto formativo (disciplina da Licenciatura em Pedagogia), com duração de quatro horas, com a participação presencial de 39 futuros professores, divididos em nove grupos, e a implementação de uma Tarefa para Formação – TpF (Ribeiro, Almeida & Mellone, 2021), elaborada e desenvolvida com o objetivo de identificar e desenvolver o conhecimento especializado dos resolutores em medida de volume e de capacidade.

Os futuros professores responderam à TpF nos pequenos grupos e posteriormente ocorreu uma discussão em plenária e a coleta de informações envolveu gravações de áudio das discussões nos grupos, de vídeo da discussão em plenária etodas as produções para a TpF

[378] O CIEspMat é um grupo de Pesquisa e Formação que desenvolve trabalhos focados no desenvolvimentodo Conhecimento Interpretativo e Especializado do professor e do futuro professor de e que ensina matemática – desde a Educação Infantil ao Ensino Médio. https://ciespmat.com.br

[379] Projeto Desenvolvimento do Conhecimento Interpretativo e Especializado do professor e suas relações com as Tarefas para a Formação no âmbito da Medida e do Pensamento Algébrico, Geométrico e Estatístico (404959/2021-0).

de cada um dos grupos. Tanto as gravações em áudio quanto as produções de cada grupo foram transcritas.

Aqui focamos a atenção em duas questões iniciais da TpF: (i) *Se você está narua e te perguntam "o que é volume?", o que responderia? Lembre-se que não está em um contexto escolar, por isso não deves pensar em como ensinar*, e (ii) *Se, no mesmo contexto, a pergunta fosse "O que é capacidade?", o que responderia*?

As respostas obtidas foram transcritas e agrupadas segundo o entendimento e o conhecimento revelado, tendo sido obtidas quatro categorias: (i) associação de volume com sonoridade; (ii) "O que é Volume?" associado a como determinar o volume por meio de fórmula de um caso particular; (iii) falta de correspondência entre a pergunta ea respostas, e (iv) volume e capacidade como quantidade.

Análise e discussão

De modo geral, os resultados indicam que nenhum grupo de futuros professores revelou entendimento claro sobre a diferenciação entre volume e capacidade. Quando levados a refletir sobre o que são estas grandezas, alguns futuros professores associam-nas a algumas noções distantes da matemática. Revelam também um entendimento de volume relativo a expressões de cálculo. Categorias referentes aoentendimento dos futuros professores sobre essas grandezas são discutidas a seguir.

(i) **Associação de volume com sonoridade:** dos nove grupos participantes,quatro fizeram menção ao volume como onda sonora ou relacionado ao som, ainda que não soubessem explicar o porquê. Alguns exemplos de produções são: "*o volumerelacionado com a altura do som do rádio, da música, da TV, etc*", "*Volume é a intensidade/frequência de um som.*". Ainda que em um contexto de uma disciplina de formação de professores no âmbito da matemática, os futuros professores permanecem em um espaço que não envolve o entendimento do volume como uma grandeza matemática. Os futuros professores foram coerentes quanto ao entendimento de "o que écapacidade", associando-a à habilidade de ser capaz de fazer algo, reforçando uma não correspondência com a matemática. Esta falta de correspondência está diretamente relacionada à linguagem, apontada como de grande importância para o entendimento conceitual de grandezas e medidas (Lowrie, Logan & Scriven, 2012). A ambiguidade dalinguagem relativa aos termos volume e capacidade pode gerar dificuldades na compreensão desses conceitos matemáticos (Ho & McMaster, 2019), portanto, é essencial aos futuros professores um conhecimento profundo a respeito dos conceitospara que apoiem a aprendizagem de seus futuros alunos (Enoch & Gabel, 1984).

(ii) **"O que é Volume?" associado a como determinar o volume por meio de expressão de cálculo de um caso particular:** dois dos grupos responderam à questão de maneira associada à expressão de cálculo: "*Volume é a combinação entre largura, altura e profundidade*", "*Volume é o espaço ocupado por determinado sólido geométrico, ou seja, toda figura que contém comprimento, largura e altura*.". Ambas asproduções fazem alusão ao cálculo do volume associando volume a algo que se calcula, e não a uma propriedade de elementos matemáticos (todos os elementos existentes em 3D). Isso ocorre mesmo que a pergunta não estabeleça um objeto matemático, nem solicite a determinação de uma medida, o que leva a duas problemáticas importantes: entendimento de calcular e medir como sinônimos e priorização da medida e do cálculo anteriormente à compreensão da grandeza.

Em relação à primeira problemática, estudos apontam que os alunos utilizam expressões de cálculo de medida largura x altura x comprimento sem compreensão dos processos envolvidos e da origem daqueles cálculos (Battista & Clements, 1999). Este tipo de compreensão pode advir de um entendimento errôneo de que medir se trata de calcular (Ribeiro & Policastro, 2021). No entanto, medir envolve comparar magnitudes de mesma grandeza por meio de princípios fundamentais (Stephan; Clements, 2004), enquanto calcular refere-se à determinação do valor da medida por meio de uma expressão de cálculo (Parnoukou, 2020) e entende-se como fundamental que seja atribuído significado a esse cálculo mediante o entendimento dos princípios e conceitos imbricados no medir (Battista & Clements, 1999). Sobre a segunda problemática, considera-se que é necessário primeiro conhecer quais são as grandezas antes de aprender a medi-las (Passelaigue & Munier, 2015). Isso acontece porque a vida é entre objetos, desse modo, é imprescindível dominar os conceitos de grandezas. E tal conhecimento vai sustentar o posterior entendimento elaborado sobre o que é medir as grandezas conhecidas (Passelaigue & Munier, 2015).

(iii) **Falta de correspondência entre a pergunta e a resposta:** As evidências mostram algumas respostas: *"Volume é a quantidade de líquido que um recipiente suporta"*, *"Volume é a capacidade que cabe dentro de um recipiente, por exemplo, a quantidade de água que tem dentro de uma piscina"*. Na primeira resposta, o termo volume é associado ao que é capacidade. Na segunda resposta, o cenário é parecido, mas um exemplo é trazido com a água, que, de fato, têm volume, mas se referindo a um recipiente.

O conhecimento que sustenta a falta de correspondência entre a pergunta e a resposta pode ser a compreensão de volume e capacidade como sinônimos ou a ausênciade entendimento de suas diferenças. A literatura demonstra que esta é uma dificuldade para os alunos que ultrapassa a Educação Básica, sendo identificada também em alunos da disciplina de cálculo no Ensino Superior (Dorko & Speers, 2013). A linguagem é umponto importante nessa terceira categoria, visto que é essencial para o entendimento conceitual de grandezas (Lowrie, Logan T & Scriven, 2012). O uso adequado dos termos referentes a volume e capacidade auxiliam no entendimento da distinção entre tais grandezas, uma vez que se tratam de grandezas diferentes de objetos tridimensionais (Ho & McMaster, 2019).

(iv) **Volume e capacidade como quantidade**: *"O volume é a quantidade de espaço ocupada por algo", "Capacidade é a quantidade total que um objeto pode conter dentro de si, do seu volume".* As evidências revelam entendimentos que se aproximam dos conceitos de volume e capacidade, mas colocam como foco a quantificação, o valor numérico. O conhecimento que sustenta o entendimento da predominância do número como elemento central da medida está associado à nãocompreensão dos princípios envolvidos no medir. Na ordenação que Clements & Stephan (2004) estabelecem os princípios, a relação com um número está em último lugar. Isso significa que todo um processo deve acontecer antes dessa quantificação eela só deve acontecer quando a proposta é medir.

Considerações finais

Os resultados preliminares apontam que os futuros professores revelaram dificuldades na conceitualização e na diferenciação entre as grandezas volume e capacidade (Ho & McMaster, 2019). Revelaram ainda um conhecimento que sustenta o entendimento de volume e capacidade associado às noções distantes da matemática e a uma falta de correspondência entre o que se pergunta e a resposta que se obtém, algoque é transversal a diferentes tópicos e tem sido discutido no âmbito da formulação de problemas (Ribeiro & Amaral, 2015). Além disso, associam as grandezas, estritamente, à quantidade e às expressões de cálculos que determinam uma medida. Nenhum dos futuros professores revelou um entendimento claro sobre a diferença entre as grandezas volume e capacidade. Algumas questões que ficam em aberto são expostas abaixo:

(a) Para além do que se entende pelas grandezas, que conhecimento revelam os futuros professores que ensinarão matemática na Educação Infantil e nos Anos Iniciais sobre os procedimentos imbricados ao medir volume e capacidade, com base nas especificidades de cada uma dessas grandezas?

(b) Que aspectos podem ser contemplados em Tarefas para Formação para promover o desenvolvimento do conhecimento dos futuros professores em relação aos conceitos e aos procedimentos envolvidos nas medidas de volume e de capacidade?

Agradecimento: O presente trabalho é parte do projeto de pesquisa financiado pelo CNPq: "Desenvolvimento do Conhecimento Interpretativo e Especializado do professore suas relações com as Tarefas para a Formação no âmbito da Medida, e do PensamentoAlgébrico, Geométrico e Estatístico" (404959/2021-0).

Referências

Battista, M. T., & Clements, D. H., (1998). Students' understandings of three-dimensional cube arrays: Findings from a research and curriculum development project. In R. Lehrer & D. Chazan (Eds.), Designing learningenvironments for developing understanding of geometry and space (pp. 227-248). Mahwah, NJ: Erlbaum.

Bertolino, J., D., A. F. B., da Rosa Capri, M., & Cobianchi, S. (2017). Matemática Significativa: sequência didática para aprendizagem de área e perímetro no ensino fundamental. *Revista Científica on-line-Tecnologia, Gestão e Humanismo*, *7*(1). 52.

Brasil, (2018). Ministério da Educação. Secretaria da educação Básica. *Base Nacional Comum Curricular.* Brasília: DF.

Carrillo, J. *et al*. (2018). The mathematics teacher's specialized knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education*, 20(3), 236–256.

Clements, D. H.; Stephan, M. (2004). Measurement in pre-K to grade 2 mathematics.In: D. Clements, J. Sarama e A.-M. DiBiase (Eds*.), Engaging young children in mathematics: Standards for early childhood mathematics education*, Mahwah, NJ: Erlbaum, 299–317.

Dorko, A., & Speer, N. M. (2013). Calculus students' understanding of volume. *Investigations in Mathematics Learning*, *6*(2), 48-68.

Ho, A., McMaster, H. (2019). Is 'capacity' volume? Understandings of 11 to 12-year-old children. In Hine, G., Blackley, S., Cooke, A. (Eds.), *Mathematics education research: Impacting practice*. Proceedings of the 42nd annual conference of the mathematics education research group of Australasia. 356–363.

International Vocabulary of Metrology–Basic and General Concepts and Associated Terms. (2008). *Chemistry International - Newsmagazine for IUPAC*, *30*, 21–22.

National Governors Association Center for Best Practices and Council of Chief State School Officers. (2010). *Common Core State Standards for Mathematics.* Washington, DC: Authors.

Panorkou, N. (2021). Exploring Students' Dynamic Measurement Reasoning About Right Prisms and Cylinders. *Cognition and Instruction*, *39*(4), 477-511.

Ribeiro, M., Almeida, A., & Mellone, M. (2021). Conceitualizando Tarefas Formativas para Desenvolver as Especificidades do Conhecimento Interpretativo e Especializado do Professor. *Perspectivas da Educação Matemática*, *14*, 1-32.

Ribeiro, M., & Amaral, R. (2015). *Early Years prospective teachers' specialised knowledge on problem posing*. https://doi.org/10.13140/RG.2.1.2707.3765

Ribeiro, M., Policastro, M. (2021). *As Medidas e as especificidades do conhecimento do professor para que os alunos aprendam matemática com significado.* Curitiba: CRV.

Ribeiro, M. & Torrezan, E. (2022). *Conhecimento e prática matemática do professor para entender a medida de uma distância*. Campinas: Cognoscere.

Smith, J. P.; Barrett, J. E. (2017). Learning and Teaching Measurement: Coordinating Quantity and Number, *Research in Mathematical Process and Content*, 355-385.

IXCIBEM Congresso Iberoamericano de Educação Matemática 05 a 09 de dezembro de 2022

Análise de indícios da mobilização dos Critérios de Idoneidade Didáticamobilizados no processo de elaboração de um Objeto de AprendizagemGamificado

Analysis of evidence of the mobilization of Didactic Suitability Criteria mobilizedin the process of elaborating a Gamified Learning Object

Análisis de evidencias de la movilización de Criterios de Idoneidad Didáctica movilizados en el proceso de elaboración de un Objeto de Aprendizaje Gamificado

Fernanda Marcelle Miranda[380]
Universidade Federal de Ouro Preto
0000-0003-3390-0657

Amanda Cristina Martins[381]
Universidade Federal de Ouro Preto
0000-0002-6622-6227

Douglas da Silva Tinti[382]
Universidade Federal de Ouro Preto
0000-0001-8332-5414

Modalidade: Comunicação

Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam Matemática

Resumo

O presente artigo tem por objetivo analisar indícios de mobilização dos critérios de idoneidade didática no processo de elaboração de um Objeto de Aprendizagem (OA) gamificado. O referido OA foi elaborado por um dos autores e é assumido enquanto objeto de estudo e, a partir da análise de sua estruturação, almejamos refletir sobre os limites e alcances dele para a mobilização de alguns critérios de idoneidade didática. Desse modo, a análise assume, inicialmente, uma perspectiva descritiva, na qual busca apresentar o OA para, posteriormente, focalizar os critérios de idoneidade didática. Os resultados evidenciaram que a docente, ao elaborar o OA analisado, mobilizou diferentesaspectos da idoneidade didática, ainda que não tenha assumido essa perspectiva teórica apriori. No tocante aos limites, como a análise se

[380] fernanda.marcelle@aluno.ufop.edu.br
[381] amanda.cm@aluno.ufop.edu.br
[382] tinti@ufop.edu.br

centrou na proposta do OA, alguns aspectos relacionados com a idoneidade epistêmica e cognitiva, se mostraram presentes,mas, em um nível mais baixo.

Palavras-chave: Objeto de Aprendizagem, Gamificação, Formação de Professores, Conhecimento Didático-Matemático, Critérios de Idoneidade Didática.

Abstract

This article aims to analyze evidence of mobilization of didactic suitability criteria in theprocess of developing a gamified Learning Object (LO). The aforementioned LO was prepared by one of the authors and is assumed as an object of study and, based on the analysis of its structure, we aim to reflect on its limits and scope for the mobilization of some criteria of didactic suitability. Thus, the analysis initially assumes a descriptive perspective, in which it seeks to present the LO and, later, focus on the criteria of didacticsuitability. The results showed that the teacher, when preparing the analyzed LO, mobilized different aspects of didactic suitability, even though she did not assume this theoretical perspective a priori. Regarding the limits, as the analysis focused on the LO proposal, some aspects related to epistemic and cognitive suitability were present, but ata lower level.

Keywords: Learning Object, Gamification, Teacher Training, Didactic- Mathematical Knowledge, Didactic Suitability Criteria.

Resumen

Este artículo tiene como objetivo analizar evidencias de movilización de criterios de idoneidad didáctica en el proceso de desarrollo de un Objeto de Aprendizaje (OA) gamificado. El citado LO fue elaborado por uno de los autores y se asume como objeto de estudio y, a partir del análisis de su estructura, se pretende reflexionar sobre sus límitesy alcances para la movilización de algunos criterios de idoneidad didáctica. Así, el análisisasume inicialmente una perspectiva descriptiva, en la que busca presentar la LO y, posteriormente, centrarse en los criterios de idoneidad didáctica. Los resultados mostraron que la docente, al elaborar el OA analizado, movilizó diferentes aspectos de la idoneidad didáctica, aunque no asumió a priori esta perspectiva teórica. En cuanto a los límites, como el análisis se centró en la propuesta de LO, algunos aspectos relacionados con la idoneidad epistémica y cognitiva estuvieron presentes, pero en un nivel inferior.

Palabras clave: Objeto de Aprendizaje, Gamificación, Formación del Profesorado, Conocimiento Didáctico-Matemático, Criterios de Idoneidad Didáctica.

Introdução

A formação de professores de Matemática encontra-se em contínuo debate na contemporaneidade. Destarte, é importante e urgente promover reflexões sobre os contextos e espaços de formação inicial e continuada de docentes, em especial, sobre as contribuições das tecnologias educacionais ao repertório de conhecimentos e práticas desses professores.

As Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) têm um papel de destaque na educação nos dias atuais como ferramenta auxiliar aos professores no processo educativo, tornando as aulas mais dinâmicas, transformando o dia a dia em sala de aula mais atrativo para os discentes (Modelski, Giraffa e Casartelli, 2019).

No entanto, o uso das TIC causa, dentro das escolas, certo incômodo aos professores, pois muitos profissionais não se sentem devidamente preparados e confiantesquanto ao uso dessas tecnologias digitais em sala de aula.

Silva (2020) propõe que, o modelo de ensino que não propicia o uso desses artefatos (tecnologias da informação e comunicação) não potencializa o aprendizado emsala, não cria um ambiente dinâmico na produção do conhecimento. Nesse sentido, torna-se importante que os espaços formativos, desde a formação inicial até a formação continuada, auxiliem os docentes para as inovações tecnológicas, tendo como propósito minimizar a relutância desses professores frente ao uso desses recursos tecnológicos em sala de aula.

Se faz necessário, portanto, que os espaços formativos propiciem discussões e reflexões acerca da mobilização de conhecimentos, por parte dos professores, para a inserção das tecnologias digitais no ambiente escolar. Nessa perspectiva, o presente artigofaz uma abordagem ao desenvolvimento de um Objeto de Aprendizagem gamificado, associando assim o uso de tecnologias e metodologias ativas à formação e prática docente, visto que, os Objetos de Aprendizagem podem ser de interesse em Mestrados Profissionais, uma vez que há uma exigência de elaboração de Produtos Educacionais. Propõe-se, portanto, investigar a importância do Conhecimento Didático-Matemático (CDM) nesse contexto/espaço de formação de professores, em especial, investigar *os Critérios de Idoneidade Didática mobilizados por professores que ensinam Matemática no processo de elaboração de um Objeto de Aprendizagem gamificado.*

Para isso, buscamos respaldo teórico nas discussões relacionadas ao Conhecimento Didático-Matemático (CDM), em especial, aos Critérios de Idoneidade Didática pelo fato de que, conforme proposto por Juan Godino, o ato da docência requerdos professores tomada de importantes decisões nas fases de planejar, executar e avaliaro processo. Compreendemos, portanto, que a perspectiva do CDM pode contribuir e dar suporte ao planejamento e desenvolvimento de ações relacionadas à docência (Silva e Tinti, 2021).

Referencial Teórico

Algumas reflexões sobre Objeto de Aprendizagem e Gamificação

Sabe-se que um Objeto de Aprendizagem apresenta-se como uma ferramenta potencializadora do ensino e aprendizagem, uma vez que, pode ser utilizado desde o ensino dos mais diversos conteúdos à revisão de conceitos. Flexibilidade e possibilidadede reutilização são algumas das características de um Objeto de Aprendizagem que proporcionam a disseminação do conhecimento, assim como sua atualização. Como no planejamento de uma aula o docente deve selecionar o conteúdo, a metodologia que seráutilizada e as atividades que serão propostas, o processo de elaboração de um Objeto de Aprendizagem também deve seguir alguns critérios, de modo que este recurso se torne um excelente aliado ao professor em sala de aula.

Pode-se dizer que os Objetos de Aprendizagem são métodos de ensino, que, através de artefatos virtuais ou não, tem como objetivo ensinar ao aluno ou usuário determinado conteúdo, acadêmico ou não. A definição mais utilizada nos dias atuais, Segundo Macedo (2010, p. 81) é a que foi proposta pelo *Institute of Electrical and Electronics Engineers*, na qual Objeto de Aprendizagem seria qualquer entidade, digital ou não digital, que pode ser usada reutilizada ou referenciada durante o aprendizado suportado pela tecnologia (Macedo, 2010).

Já o termo Gamificação foi utilizado pela primeira vez pelo pesquisador britânico NickPelling (Vianna *et al*., 2013). Consiste no uso de técnicas características de videojogos em situações do mundo real, aplicadas em atividades fora deste contexto, taiscomo a educação, saúde e política, com o objetivo de resolver problemas práticos ou motivar um público específico para um determinado assunto. A gamificação usa elementos de jogos para influenciar o comportamento das pessoas para atividades fora docontexto de jogo (Bunchball, 2010).

Nesse contexto, a Análise Combinatória e Probabilidade foram escolhidas como objeto de pesquisa deste trabalho devido a sua possível complexidade e importância pararesolução de problemas de Contagem, proporcionando maior facilidade de se trabalhar problemas do cotidiano do aluno. Além do mais, se configuram, enquanto componentes curriculares do Ensino Médio, como temas de grande obstáculo para os alunos. A maneiracom que esses conteúdos são abordados é o maior causador de dúvidas nos estudantes, visto que, a memorização de fórmulas tem se apresentado como o caminho preferido dosprofessores, o que pode contribuir por agravar o raciocínio lógico dos alunos.

Segundo o Sistema Nacional da Avaliação no Ensino Superior, entre as dificuldades, em especial as de aprendizagem de Análise Combinatória, podemos ressaltar a falta de entendimento dos comandos estruturais dos problemas, como diferenciar arranjos e combinações, e a melhor utilização de técnicas nas quais as fórmulas desempenham um papel mais importante (Brasil, 2001).

Portanto, a proposta pedagógica do Objeto de Aprendizagem "GincanaCombinatória" consiste em fazer uso de uma ferramenta digital e interativa abordando a perspectiva da Gamificação, de forma a contribuir para que o ensino de Análise Combinatória se torne significativo aos alunos. O Objeto de Aprendizagem Gamificado tem como intuito promover a retomada dos principais conceitos que envolvem o estudo da Probabilidade e Análise Combinatória, de acordo com as competências e habilidades previstas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

Critérios de idoneidade didática

O processo de elaboração do referido Objeto de Aprendizagem será analisado à luz da ferramenta teórica dos Critérios de Idoneidade Didática. Godino, Batanero e Font, (2007) propõem um sistema de categorias de análise dos conhecimentos matemáticos e didáticos do professor que são complementadas e desenvolvidas com elementos do Enfoque Ontosemiótico do Conhecimento e da Instrução Matemática (EOS). Assim, a partir de diferentes pontos de vista e fundamentações teóricas sobre o conhecimento matemático, seu ensino e aprendizagem, Godino e colaboradores apresentam uma ferramenta teórica denominada de Conhecimento Didático-Matemático.

A partir dos quatro níveis de análise didática apresentados pelos autores na figuraa seguir, voltaremos nosso olhar à Idoneidade Didática que, segundo Godino (2009, p. 23), foi pensada dentro do EOS, proposto por Godino, Bencomo, Font e Wilhelmi (2006),como uma ferramenta que possibilita a intervenção efetiva em um processo implementado em sala de aula. Nesse caso, analisaremos indícios dos Critérios de Idoneidade Didática que foram mobilizados para a elaboração do Objeto de Aprendizagem Gamificado em questão.

Figura 1.
Facetas e níveis de conhecimento do professor (Godino, 2009, p. 21)

Nesse sentido, Godino (2009, p. 24), destaca que a Idoneidade Didática ocorre quando há uma articulação coerente e sistêmica de seis dimensões, que podem ser entendidas como:

- Epistêmica: refere-se ao grau de representatividade dos significados institucionais implementados (pretendidos) a respeito de um significado de referência.

- Cognitiva: expressa o grau em que os significados pretendidos /implementadosestão na zona de potencial desenvolvimento dos alunos, bem como a proximidade dos significados pessoais alcançados aos significados pretendidos/implementados.

- Interacional: um processo de ensino-aprendizagem terá maior adequação de umponto de vista interacional se as configurações e trajetórias didáticas permitem, por um lado, identificar conflitos semióticos potenciais (que podem ser detectados a priori), e poroutro lado permitem resolver conflitos que ocorrem durante o processo de instrução.

- Mediacional: grau de disponibilidade e adequação de recursos materiais e tempo necessários ao desenvolvimento do processo ensino-aprendizagem.

- Afetiva: grau de envolvimento (interesse, motivação, ...) dos alunos no processo de estudo. A adequação afetiva está relacionada com fatores que dependem da instituição e com fatores que dependem basicamente do aluno e sua história escolar anterior.

- Ecológica: grau em que o processo de estudo se encaixa no projeto educacional,escola e sociedade e o condicionamento do ambiente em que se desenvolve.

Assim, de acordo com as dimensões epistêmica, cognitiva, interacional, mediacional, afetiva e ecológica, percebe-se que a Idoneidade Didática se configura como uma ferramenta que apoia a reflexão sobre a prática didática, possibilitando julgar aadequação didática do processo de ensino e aprendizagem.

Metodologia

O presente artigo tem por objetivo analisar indícios de mobilização dos Critérios de Idoneidade Didática no processo de elaboração de um Objeto de Aprendizagem Gamificado. O referido objeto foi elaborado por um dos autores e é assumido enquanto objeto de estudo, ou seja, nos interessa analisar sua estrutura e, assim, refletir sobre os limites e alcances dele para a mobilização de alguns Critérios de Idoneidade Didática.

Buscamos respaldo na abordagem qualitativa para responder ao objetivo proposto. Assim, a análise assume, inicialmente, uma perspectiva descritiva, na qual busca apresentar o Objeto de Aprendizagem para, posteriormente, focalizar os Critérios de Idoneidade Didática mobilizados na elaboração deste recurso pedagógico.

Análise

Descrição do OA

Trata-se de um jogo educacional digital em forma de um tabuleiro que foi desenvolvido utilizando-se o cenário de uma escola. É destinado a alunos do Ensino Médio, mais especificamente, ao 2° ano do Ensino Médio. Seu objetivo consiste em revisar os principais conceitos de Análise Combinatória e Probabilidade por meio de situações-problema, visto que este conteúdo apresenta um alto nível de dificuldade por parte dos alunos que, muitas das vezes, não conseguem distinguir Arranjo, Combinação,Permutação e suas aplicações.

Durante o jogo os alunos terão como meta solucionar os desafios que estão dispostos nos locais indicados no mapa da escola. Cada desafio corresponde a uma determinada quantidade de pontos e há um tempo estimado para cada desafio. Durante otrajeto pela escola os alunos irão se deparar com algumas pistas em forma de um códigocom três algarismos. Apesar de essas pistas não valerem pontuação, elas precisarão ser resolvidas para que seja possível acessar o desafio proposto e atingir a pontuação. A equipe que somar mais pontos será a vencedora.

O acesso ao jogo poderá ser feito de duas formas: através do link compartilhávelou por meio de QR code. Não é preciso ter cadastro na plataforma Seppo para jogar. Deve-se apenas acessar o link: https://play.seppo.io e quando for solicitado o código PIN, basta digitar os números: 821835.

É importante ressaltar que, apesar deste jogo ter sido desenvolvido em formato digital, é possível adaptá-lo para que ele seja utilizado também, presencialmente, em salade aula. Para isso, sugere-se que o docente espalhe os desafios por toda a escola, sendo possível confeccioná-los por meio de QR codes, por meio de aplicativos como o QR CodeGenerator[383], de modo que os alunos deverão utilizar a câmera do celular ou aplicativo próprio para fazer a leitura dos desafios propostos.

De acordo com a proposta apresentada, o ideal é que sejam reservadas, pelo menos, três aulas para o desenvolvimento do Objeto de Aprendizagem em questão, sendo:a primeira aula destinada à revisão do conteúdo sobre Probabilidade e Análise Combinatória; a segunda aula voltada para a exploração do objeto em si; a terceira aula deverá abordar o feedback e discussão acerca dos resultados obtidos por parte dos alunos.Caso o docente sinta necessidade, poderá aprofundar com os alunos a discussão sobre os resultados bem como as dificuldades encontradas.

Por fim, durante a atividade, o docente deverá observar e analisar como os estudantes estão se relacionando com o objeto e, caso necessário, intervir no esclarecimento de possíveis dúvidas.

Análise do OA a partir dos Critérios de Idoneidade Didática

A *Idoneidade Epistêmica* diz respeito à adequação da Matemática ensinada do ponto de vista matemático levando em consideração as situações-problema, elementos linguísticos, conceitos e definições utilizadas no processo de ensino. Nesse mesmo sentido, a *Idoneidade Cognitiva* busca verificar como os alunos aprendem e se é considerado os conhecimentos prévios dos alunos fazendo adaptações curriculares.

Nesse sentido, podemos observar que o Objeto de Aprendizagem proposto, tem como objetivo revisar os principais conceitos de Análise Combinatória e Probabilidade, com o intuito de diminuir a dificuldade apresentada por alguns alunos na diferenciação entre Arranjo, Combinação e Permutação, bem como suas aplicações, incluindo dessa forma, atividades de ampliação e reforço, o que nos remete ao componente de *IdoneidadeCognitiva*. Ou seja, para a elaboração do Objeto de Aprendizagem em Questão buscou- se considerar os conhecimentos prévios dos alunos sobre o conteúdo de Análise Combinatória e Probabilidade e se seriam

[383] Disponível em: https://br.qr-code-generator.com/

necessárias possíveis adaptações curriculares de modo a atender às diferenças individuais dos estudantes.

Além disso, o Objeto de Aprendizagem é composto de situações-problema, apresentando uma amostra representativa e articulada de situações de contextualização, exercício e aplicação, indo ao encontro do componente de idoneidade epistêmica.

No que se refere ao Critério de *Idoneidade Interacional*, este busca verificar a adequação da gestão da aula, ou seja, se há diálogos, interação, comunicação entre atorese materiais envolvidos no processo de ensino e aprendizagem da matemática. É possívelobservar que o uso do Objeto de Aprendizagem Gamificado em questão apresenta uma relação com este critério à medida em que possibilita ao professor conduzir o jogo, avaliaras respostas enviadas e dar feedback instantaneamente, contribuindo assim para uma observação sistemática do progresso cognitivo dos alunos e avaliação formativa do processo. Além disso, é capaz de promover a interação docente-discente e discente- discente, visto que, o jogo estimula os alunos a cumprirem as metas para se alcançar a pontuação desejada.

A *Idoneidade Afetiva* leva em consideração o envolvimento dos alunos, assim como a motivação dos mesmos no processo de aprendizagem. A proposta apresentada noObjeto de Aprendizagem elaborado estabelece uma relação com o Critério de IdoneidadeAfetiva à medida em que propõe o uso de um recurso didático-pedagógico por meio de um jogo educacional digital que tem potencial de despertar o interesse e motivação dos alunos pelo conteúdo estudado, visto que utiliza dos elementos de jogos (premiação, recompensas, pontuação…) promovendo o interesse e engajamento dos alunos.

Quanto à Idoneidade *Mediacional,* esta está relacionada à adequação dos recursos materiais e temporais ao processo pretendido. É possível observar que a elaboração do Objeto de Aprendizagem estabelece uma relação com os Critérios de Idoneidade Mediacional à medida em que considera o tempo para o desenvolvimento da proposta, sugerindo ao menos três aulas, e os recursos e materiais que serão utilizados. No tocante aos recursos materiais, estes foram pensados para a utilização em aulas remotas (jogo online) bem como em aulas presenciais apresentando a forma como o professor pode adaptá-lo para que seja utilizado em sala de aula (uma possível Caça aos QR Codes).

A I*doneidade Ecológica* pretende verificar se a Matemática ensinada é útil aos alunos, se adaptando à sociedade, currículo e escola e se há abertura à inovação didática.Observamos que, ao elaborar a proposta do Objeto de Aprendizagem Gamificado, os conteúdos, sua implementação e avaliação se correspondem com as diretrizes curriculares, fazendo parte do componente curricular do segundo ano do Ensino Médio, além de integrar novas tecnologias no projeto educativo, o que nos remete aos componentes de idoneidade ecológica *adaptação ao currículo e abertura à inovação didática.*

Algumas considerações

Ao analisarmos a proposta do Objeto de Aprendizagem Gamificado foi possível inferir que a docente que o elaborou mobilizou diferentes aspectos da Idoneidade Didática, ainda que não tenha assumido essa perspectiva teórica a priori. No tocante aos limites, como a análise se centrou na proposta do objeto, alguns aspectos relacionados com a Idoneidade Epistêmica e Cognitiva, se mostraram presentes, mas, em um nível mais baixo, visto que, as situações-problema propostas no presente objeto não foram discutidas no presente artigo. Desse modo, analisar a implementação deste Objeto de Aprendizagem se apresenta como uma oportunidade de continuidade desse estudo.

Agradecimento

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamentode Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001, da Fundação de Amparo à Pesquisa de Minas Gerais (FAPEMIG) e Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP).

Referências

Brasil. (2001). Sistema Nacional de Avaliação da Educação Superior. *Bases para umaNova proposta da Educação Superior* - São Paulo.

Bunchball, I. N. C. (2010). *Gamification 101*: an introduction to the use of game dynamicsto influence behavior.

Godino, J. D., Bencomo, D., Font, V., Wilhelmi, M. R. (2006). Análisis y valoración de la idoneidade didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. *Paradigma*, XXVII, 2, 221-252.

Godino, J. D., Batanero, C., Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM Mathematics Education*, Berlín, 39(1), 127-135.

Godino, J., Batanero, C. (2009). Formación de profesores de matemáticas basada en la reflexión guiada sobre la práctica. En *VI Congreso Iberoamericano de EducaciónMatemática - CIBEM,* 4-9. Puerto Montt.

Macedo, C. M. S. *et al*. (2010). *Diretrizes para criação de objetos de aprendizagem acessíveis*.

https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/94396/288186.pdf?sequence=1&isAllowed=y.

Modelski, D., Giraffa, L. M. M, de O. Casartelli, A. (2019). Tecnologias digitais,formação docente e práticas pedagógicas. *Educação e Pesquisa*, (45), Santos (SP).

Silva, Leo. Victorino. (2020). Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação na Educação: três perspectivas possíveis. *Journal of Applied and Advanced Research*, 6(1), 143-159, Sorocaba (SP).

Silva, J. F., Tinti, D. S. (2021). Planejamento de espaços formativos e a mobilização do Conhecimento Didático-Matemático: um olhar para o Programa Residência Pedagógica. *Revemop*, 3, 1-26.

Vianna, Y., Vianna; M., Medina, B., Tanaka, S., Kruk, M. (2013). *Gamification, Inc: Como reinventar empresas a partir de jogos*. Rio

Transparências na estatística como saber por ensinar na formação inicial de professores do ensino fundamental

Transparencies in statistics as knowledge to be taught in secondary school teacher education

Transparencias en la estadística como saber por enseñar en la formación del profesorado de secundaria

Janielly Taila dos Santos Verbisck[384]
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul y Universitat de Barcelona
0000-0001-9703-5135

Marilena Bittar[385]
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
0000-0001-9989-7871

Marianna Bosch[386]
Universitat de Barcelona
0000-0001-9756-116X

Berta Barquero[387]
Universitat de Barcelona
0000-0001-7228-6210

Modalidad: Comunicación
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam matemática

Resumo

Neste artigo apresentamos uma investigação empírica em que buscamos identificar, por meio da análise de algumas entrevistas com professores, a epistemologia dominante na formação inicial de professores de matemática com relação a estatística. Elegemos alguns elementos da teoria antropológica do didático para este trabalho e evidenciamos três aspectos principais. Os formadores entrevistados concebem a estatística segundo dois grandes visões: uma mais vinculada ao que poderíamos considerar como a "estatística matemática" fundamentada em cálculos de probabilidades; e outra que aproxima a estatística da "ciência dos dados" que coloca maior ênfase na coleta, tratamento e análise destes. Também observamos a existência de uma visão que podemos caracterizar como "aplicacionista" desta área de conhecimento visto que grande parte dos formadores entrevistados defendem uma mesma organização do saber para ensinar para distintos âmbitos professionais que, apenas posteriormente, se especifica ou "aplica" a cada âmbito concreto. Por fim, aqueles formadores que definiam a estatística como

[384] janielly.verbisck@ub.edu.
[385] marilenabittar@gmail.com.
[386] marianna.bosch@ub.edu.
[387] bbarquero@ub.edu.

a ciência dos dados não parecem evidenciar este aspecto na formação de professores, nem mencionam o tratamento de dados como um aspecto crucial para a formação.

Palavras chave: Formação de professores, ensino fundamental, ensino de estatística, aplicacionismo, modelo epistemológico dominante.

Abstract

In this article, we present an empirical research that seeks to identify, through interviews with teachers, the dominant epistemology in mathematics teacher education in statistics. We chose some elements of the anthropological theory of the didactic for this work and we highlight three aspects. The trainers conceive statistics according to two main visions: one more linked to what we could consider as mathematical statistics" based on the calculation of probabilities; and another that approaches statistics as the "science of data" and places greater emphasis on the collection, processing, and analysis of these. We also observe the existence of a vision of this area of knowledge in relation to teaching needs that we can characterise as "applicationism", based on proposing the same organisation of the knowledge to be taught for the different professional fields, which is only subsequently specified or "applied" to each specific field. Finally, those trainers who define statistics as the science of data do not seem to place greater emphasis on this type of training, nor do they mention data processing as a crucial aspect of training.

Keywords: Teacher education, secondary school level, statistics teaching, aplicacionism, dominant epistemological model.

Resumen

En este artículo se presenta una investigación empírica en la que se busca identificar, a través del análisis de algunas entrevistas a profesores, la epistemología dominante en la formación inicial del profesorado de matemáticas en relación con la estadística. Elegimos algunos elementos de la teoría antropológica de lo didáctico para este trabajo y destacamos tres aspectos principales. Los formadores entrevistados conciben la estadística según dos grandes visiones: una más ligada a lo que podríamos considerar como la "estadística matemática" basada en el cálculo de probabilidades; y otra que acerca la estadística a la "ciencia de los datos" que pone mayor énfasis en la recogida, tratamiento y análisis de estos. También constatamos la existencia de una visión que podemos caracterizar como "aplicacionista" en este ámbito del conocimiento, dado que la mayoría de los formadores entrevistados abogan por una misma organización del conocimiento para la enseñanza en diferentes ámbitos profesionales que sólo se concreta o "aplica" posteriormente a cada ámbito concreto. Por último, los formadores que definen la estadística como ciencia de los datos no parecen destacar este aspecto en la formación de los profesores, ni mencionan el tratamiento de los datos como un aspecto crucial de la formación.

Palabras clave: Formación del profesorado, enseñanza en secundaria, enseñanza de la estadística, aplicacionismo, modelo epistemológico dominante.

Introducción

Una mirada a los últimos años en las investigaciones relacionadas con la enseñanza de la estadística muestra que existe un acuerdo en la comunidad investigadora internacional sobre la importancia de adoptar una visión amplia de este ámbito. Esta visión debe incluir aspectos como la búsqueda y recogida de datos en contextos reales, la selección y organización de estos datos, su tabulación y visualización, el uso de programas informáticos específicos, la simulación, la elaboración de informes, entre otros, todo ello dentro de una perspectiva de resolución de preguntas abiertas y de estudio de la variabilidad. Estas perspectivas se describen en términos de: "razonamiento estadístico" (Garfield & Ben-Zvi, 2008), "alfabetización estadística" (Watson, 2006), "pensamiento estadístico" (Wild & Pfannkuch, 1999), "razonamiento inferencial informal" (Leavy, 2010) e "estadística inferencial informal" (de Vetten et al., 2019). La transposición de estas perspectivas en la formación del profesorado sigue siendo un problema abierto.

Se produce entonces un fenómeno, observado en investigaciones anteriores (Verbisck et al., 2022), sobre la invisibilidad de los conocimientos relacionados con el análisis de datos en el ámbito de la estadística. Quizá debida a una escasez terminológica –la ciencia de los datos es una construcción reciente– se hace difícil identificar como propias del saber estadístico (e incluso nombrar con propiedad) las actividades de recogida, organización, limpieza, estructuración y presentación de datos. Estas no se ven como parte del conocimiento estadístico sabio (en el sentido de la transposición didáctica de Chevallard (1985)) y no encuentran un lugar legítimo entre los saberes curriculares oficiales. Podemos relacionar esta situación con la transparencia de los objetos de conocimiento discutida por Margolinas (2014).

Las investigaciones estadísticas se toman a menudo como base para ampliar el conocimiento del contenido de los profesores, al tiempo que se les proporcionan nuevos recursos pedagógicos (Makar & Fielding, 2011; Pfannkuch & Ben-Zvi, 2011; Santos & da Ponte, 2014). En el caso de la estadística, observamos que la doble discontinuidad descrita por Klein (Isaev & Eichler, 2017) aparece en el ámbito de la formación del profesorado con mayor protagonismo. En Brasil, la mayoría de los cursos de formación del profesorado (en la *Licenciatura en Matemáticas*) ofrece una única asignatura, *Probabilidad y Estadística* –que se comparte con los estudiantes de las licenciaturas y grado en Matemáticas, Ingenierías, Física y Química– que difícilmente proporciona a los futuros profesores de matemáticas una visión práctica de su llevada a las aulas. Se percibe una brecha significativa entre la educación recibida y la práctica docente. Esta situación no se limita al caso de Brasil (Fernández et al., 2020). Según Martignon (2011):

> [...] la brecha entre la estadística disciplinar y la estadística escolar tiene que ser tomada seriamente en cuenta a la hora de preparar a los futuros profesores escolares de estadística, quienes tienen que ser conscientes de que van a proporcionar a los futuros ciudadanos una "alfabetización estadística". En otras palabras, hay que dotar

> a los futuros ciudadanos de herramientas para interpretar la información estadística en los medios de comunicación, para tratar con la relativa y los riesgos absolutos, y para comprender el efecto de los índices de base en la precisión predictiva de las pruebas médicas (Batanero et al., 2011, p. 34, nuestra traducción)

Además, en el ámbito de los cursos de formación del profesorado de matemáticas en Brasil, percibimos que la estadística, así como se mostró en el caso de la modelización matemática, se rige por una visión “aplicacionista” (Barquero at al. 2014) de su enseñanza, basada en la “aplicación de ciertos conocimientos preestablecidos”. La asignatura de “Probabilidad y Estadística” es vista como un conjunto de saberes único y el trabajo del futuro profesor es “aplicar” este conjunto para la enseñanza básica, de la misma manera que el ingeniero o el biólogo lo tienen que poder aplicar en sus áreas de conocimiento.

En nuestra investigación, partimos de la hipótesis de la presencia de ambos fenómenos didácticos, la transparencia del tratamiento de los datos y el “aplicacionismo” para el caso de la formación del profesorado, los cuales se combinan de forma especialmente aguda en el caso de la estadística. Buscamos así explicitar estos fenómenos por medio de una investigación empírica a partir de entrevistas a profesores de estadística que actúan en cursos de formación del profesorado de matemáticas. Buscamos identificar cómo estos profesores entienden la estadística, cómo la definen y qué creen ser esencial para formar a los futuros profesores que actuarán en aulas de estadística en la enseñanza secundaria. Conocer mejor la situación actual de los formadores del profesorado en este ámbito y la forma en que se manifiestan estos fenómenos nos servirá como base para una propuesta fundamentada sobre la formación estadística necesaria para el profesorado de secundaria.

Marco teórico

Situándonos en el marco teórico de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), nuestro punto de partida es la premisa, postulada por Chevallard (1991), de que un conocimiento no existe en un vacío social, estando entonces vinculado al menos a una institución. Así, existen ciertas *condiciones* y *restricciones* que deben ser respetadas para que cierto conocimiento pueda existir en esta institución. Consideramos la universidad y la escuela como instituciones que imponen condiciones y reglas para quienes ocupan alguna posición en estas, como la de profesor y la de estudiante. Sobre los saberes enseñados que viven en estas instituciones, de acuerdo con Bosch y Gascón (2006, p. 53):

> […] formula la necesidad de considerar que lo que se enseña en la escuela (“contenidos” o “conocimientos”) es, en cierto modo, una producción exógena, algo

generado fuera de la escuela que se traslada –"transpone"- a la escuela por una necesidad social de educación y difusión. Para ello, necesita pasar por una serie de transformaciones adaptativas para poder "vivir" en el nuevo entorno que ofrece la escuela. Para que ciertos conocimientos se enseñen en la escuela es necesario realizar un trabajo transpositivo para que algo que no estaba hecho para la escuela se transforme en algo que pueda reconstruirse dentro de ella.

La teoría de la transposición didáctica pone de manifiesto la existencia de diversas organizaciones de conocimientos que existen en distintas instituciones y se componen de distintos tipos de actividades, pero que se reclaman todas de un único saber sabio que las legitima. Siguiendo a Bosch y Gascón (2006), hablaremos en este caso de *modelos dominantes de la estadística* para referirnos a lo que se considera como estadística y lo que se hace con la estadística en las distintas instituciones consideradas: la escuela secundaria, en nuestro caso, y la formación del profesorado. Para poder describir o caracterizar estos modelos, utilizaremos un modelo propio desde la investigación didáctica que tomamos como referente y que se designa como *modelo epistemológico de referencia*. Las entrevistas a los formadores de profesores nos deberían permitir acceder –aunque sea parcialmente– a los modelos epistemológicos dominantes en sus instituciones (la enseñanza universitaria de las matemáticas, la formación del profesorado o la didáctica de las matemáticas).

Barquero, Bosch y Gascón (2014) constataron empíricamente el fenómeno del "aplicacionismo" en la formación universitaria de la modelización matemática en cursos de Ciencias Experimentales. La actividad de modelización fue entendida e identificada por muchos profesores universitarios como una "aplicación" de conocimientos matemáticos construidos previamente. El "aplicacionismo" fue evidenciado por medio de la definición e identificación de cinco indicadores. El primer (I_1) hace referencia a que las matemáticas se mantienen independientes de las demás disciplinas y que, sea en sistemas extra-matemáticos (o no), los conocimientos o herramientas matemáticas previamente construidos se "aplican" a los distintos casos. El segundo indicador (I_2) es que las herramientas básicas matemáticas son comunes para todos los científicos. Es decir, se considera que todos los estudiantes deben seguir un mismo curso básico de matemáticas. El tercero (I_3) es que los contenidos matemáticos se definen según una organización *deductivista* basada en la lógica de la construcción de los conceptos. El cuarto (I_4) se refiere al principio que primero se presenta una formalización matemática para posteriormente mostrar sus aplicaciones en distintos ámbitos. El último indicador (I_5) se basa en que, en el ámbito de las distintas ciencias, muchos sistemas extra-matemáticos pueden ser construidos sin ninguna referencia a las matemáticas.

Utilizaremos estos indicadores para identificar la presencia de un tipo de "aplicacionismo" que, en lugar de referirse a la enseñanza de la matemática en los distintos ámbitos científicos considerados por Barquero et al. (2014), se daría en el caso de la formación del profesorado de matemáticas.

Cuestiones de investigación y metodología

En este artículo nos centramos en indagar sobre cómo los formadores de profesores de matemáticas entienden la estadística, cómo la definen y qué creen ser esencial para formar a los futuros profesores de estadística en la enseñanza secundaria. Buscamos evidenciar, a través de ellos, la epistemología dominante en la institución de formación del profesorado de matemáticas. A continuación, listamos los temas de discusión del guion de las entrevistas con los formadores, que corresponden a las cuestiones que nos proponemos identificar:

Tabla 1.

Cuestiones relativas a la epistemología dominante en la formación del profesorado

Temas de discusión	Cuestiones
Describir qué es la estadística	¿Qué es para ti la estadística cómo definirías/describirías la estadística?
Recoger opiniones sobre lo que debe enseñarse en un curso de formación del profesorado de matemáticas	¿Qué crees que debería incluirse en el plan de estudios de Estadística en la formación inicial de los profesores de matemáticas, es decir, en la carrera de Licenciatura en Matemáticas? ¿Qué consideras esencial para formar a los profesores de matemáticas que van a enseñar estadística en la educación secundaria obligatoria?
Discutir diferencias entre la forma de enseñar probabilidad y estadística en la licenciatura y en el grado en matemáticas (solo PE1 y PE2).	¿Hay alguna diferencia entre lo que se enseña en el curso de grado en matemáticas y el curso de licenciatura en matemáticas con respecto a la asignatura de probabilidad y estadística? En caso afirmativo, ¿cuáles son esas diferencias?

Nuestra muestra de entrevistados está formada por cuatro educadores. Como la primera autora de este artículo tiene el grado en licenciatura en matemáticas por la *Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS)*, consideramos inicialmente esta institución y, posteriormente, mirar otros programas de formación inicial del profesorado de matemáticas. Así, nos pusimos en contacto con los profesores e investigadores que actúan en la asignatura Probabilidad y Estadística en la UFMS y buscamos contactarnos con profesores e investigadores de otras instituciones brasileñas. Se trata de una muestra por conveniencia que nos ayudará a refinar nuestras hipótesis sin ánimo de generalización. Designamos por PE a los profesores investigadores en estadística y PDM a profesores investigadores en didáctica de las matemáticas (y la estadística).

PE1 es un(a) profesor(a) con un grado en Estadística, máster en Estadística Aplicada y Biometría, y doctorado en Biometría. PE2 es un(a) profesor(a) con un grado en Matemática Aplicada y Computacional, máster y doctorado en Estadística. Imparten las asignaturas de Probabilidad y Estadística en varios cursos, como: licenciatura en matemáticas, grado en matemáticas, ingenierías, química, física, enfermería, etc. PDM1 tiene un grado en Licenciatura en Matemáticas y Licenciatura en Pedagogía, máster y doctorado en Educación. PDM2 tiene un grado y una licenciatura en Matemáticas, un máster en Educación Matemática y un doctorado en Didáctica de las Matemáticas. Imparten varias asignaturas relacionas con las Matemáticas y Estadística para cursos en las instituciones de enseñanza superior. Las entrevistas se realizaron online entre marzo y junio 2022. Fueron gravadas y transcritas, manteniendo la anonimidad. Analizamos empíricamente los discursos transcritos y buscamos contrastar las hipótesis planteadas.

Resultados y discusión

En las entrevistas de los profesores se pueden identificar los indicadores I_1 e I_2 en la propia manera cómo se trabaja la asignatura de Probabilidad y Estadística en los programas de formación del profesorado en Brasil, pues se presenta como una única asignatura (y con una misma estructura curricular) para los cursos de licenciatura (formación del profesorado) y grado (formación disciplinar) en Matemáticas, Física, Química e Ingenierías. Además, la estructura de esta asignatura, muy clásica, contiene los siguientes temas generales, que no se especifican para ninguna titulación en concreto: probabilidad; variables aleatorias; modelos de distribución; nociones sobre muestreo y estimación; estadísticas descriptivas; intervalos de confianza; pruebas de hipótesis en una y dos muestras; análisis de la varianza; regresión lineal simple; y correlación.

Las Tablas 2 y 3 presentan una selección de los principales comentarios recogidos en las entrevistas relacionados con las dos hipótesis relativas a los fenómenos mencionados. Se ha respetado la formulación de los entrevistados, aunque presentamos nuestra traducción al castellano.

Tabla 2.

Comentarios relacionados con la concepción dominante de la estadística

Comentarios
PE1: *La estadística es esa ciencia que ayudará a saber cómo recoger y, antes de recoger, cómo planificar una recogida; cómo recoger, organizar, analizar y, principalmente, interpretar cualquier tipo de conjunto de datos. Más importante que encontrar un determinado valor, encontrar una determinada estadística, es interpretar lo que significa ese valor, lo que significa esa estadística. Me gusta resumir la "estadística" de esta manera: cómo planificar, cómo recoger, cómo organizar, cómo analizar e interpretar cualquier tipo de conjunto de datos, ya sean cuantitativos o cualitativos.*
PE2: *Tengo esa definición más formal que encontrarás en los libros. Y básicamente, veo la estadística como un subcampo/sub-área de las matemáticas. Porque si preguntas a algunos estadísticos, no les gusta mucho esa definición. Pero yo lo veo como una sub-área. Si coges a un matemático, hace estadística muy bien, sólo tiene que adaptarse. Para mí, la definición de estadística no es más que una subárea de las matemáticas que permite sacar conclusiones de la información, de los datos. Y la forma de sacar estas conclusiones se basa en criterios matemáticos. […] Lo que veo que la gente llama estadística, según las disciplinas, es básicamente la parte que llamamos "estadística descriptiva", que es calcular la medida de tendencia central, la medida de variabilidad, construir gráficos. Creo que está muy arraigado en la mente de la gente que eso es la estadística. Pero, en mi opinión, es mucho más que eso. Es todo un proceso matemático, con criterios y siguiendo las leyes de las matemáticas que nos permiten, de entrada, sacar alguna conclusión.*
PDM1: *Adquirí el concepto de que la estadística es una ciencia de recolección, análisis e interpretación de datos y es muy importante cuando pensamos en la sociedad contemporánea y cuando pensamos, especialmente, en el uso de los recursos tecnológicos, la velocidad y la cantidad de información que circula en la sociedad. Cuando pensamos en defender la alfabetización estadística y la alfabetización probabilística desde el jardín de infancia, es porque permiten desarrollar formas de razonamiento, tanto probabilístico como estadístico, que contribuyen a la criticidad de las personas y permiten un proceso más rápido de análisis y toma de decisiones.*
PDM2: *Para mí, la estadística es la ciencia de los datos, del número en su contexto. Que es una definición de Moore. Con eso, trato de trabajar, creo que es importante que entiendan todos esos datos dentro del contexto en que fueron extraídos*.

Estas primeras definiciones de la estadística, con sus variantes y puntos en común, son una buena ilustración del indicador I_1 (independencia entre disciplinas) puesto que todos definen la estadística de forma monodisciplinar, sin mencionar los ámbitos de donde surgen los problemas que esta aborda y donde se utilizan las técnicas y métodos que propone.

Tabla 3.

Comentarios sobre la epistemología dominante en la formación del profesorado

Comentarios	Indicadores

PE1: *Creo que hoy en día el plan de estudios que tenemos en el curso es suficiente para que el licenciado en matemáticas pueda trabajar en la educación básica. […].* *En los cursos de licenciatura, aunque los temas del currículo son básicamente los mismos, el enfoque es un poco diferente. El objetivo es tratar de mostrar cuáles son los puntos principales y encontrar esa forma de transmitir a los alumnos lo que luego transmitirán a los alumnos en la escuela. Así que este enfoque es un poco diferente. En el grado intentamos entrar un poco más en la teoría y, en la licenciatura, un poco menos en la teoría y un poco más en la práctica estadística. Esa es la principal diferencia entre ambos.*	I_1 I_2 I_4
PE2: [En la formación del profesorado] *creo que la gran diferencia entre la estadística y las matemáticas es que la idea en la estadística es muy simple. Luego se toma esa idea y se matematiza. Y entonces acabas complicando esa idea que era sencilla. Así que hay que saber leer, saber interpretar. La interpretación debe ser el objetivo principal de la disciplina. Saber interpretar los valores. […]* *Veo la signatura Probabilidad y Estadística como si fueran una casa: la parte inferior de la casa es la probabilidad, la parte central de la casa es la parte de la estadística descriptiva, y la parte superior (la parte final) de la casa es la parte de las inferencias con las que se toman decisiones y luego se necesita un conocimiento matemático un poco más profundo. Pongamos un ejemplo: ¿cómo puedo estimar la probabilidad de que un candidato gane las elecciones? Bueno, básicamente tendremos una función, que estudiamos en cualquier curso de cálculo, y maximizaremos esta función aplicando derivadas ahí. Así que cuando enseño el curso, siempre tiro de esto para que el estudiante vea esta conexión, por ejemplo, entre el cálculo y la estadística.*	I_5 I_3 I_4
PDM1: *Sostengo que esta formación [del profesorado] debe tener la parte de estudio conceptual y procedimental articulada al estudio que se ha evidenciado en la investigación. Por ejemplo, las clases podrían dividirse en dos fases. En un primer momento con estudio conceptual y procedimental, con ejercicios para corregir, resolver, discutir. El segundo momento es pensar en cómo se trabajarán estos conceptos en la escuela.*	No I_2 I_4
PDM2: *Creo que, como mínimo, tienen que saber estadística descriptiva, probabilidad e inferencia informal. Pero necesitan conocerlo de una manera más profunda. Para profundizar un poco más en los aspectos del pensamiento y el razonamiento estadístico. Tenemos que recordar que este profesor enseñará a su alumno. Él es quien desarrollará la alfabetización [estadística] y quien va a desarrollar la alfabetización, por lo que necesita tenerla muy bien desarrollada. Porque el mero hecho de conocer el contenido no le ayuda a tener los conocimientos. Por ejemplo, para hacer los cambios de registro, para hacer las transnumeraciones, como predica Pfannkuch. Ese tipo de pensamiento, jugar con la transnumeración... él [el profesor] no tendrá esa visión. El profesor que sólo conoce el contenido, pero no ha desarrollado el razonamiento o el pensamiento estadístico, no lo hace. Así que esto debería trabajarse en los cursos de grado.*	I_4 No I_2

De las entrevistas se confirma la visión de los educadores de que la estadística es la misma para todos, sin vincularse a distintos ámbitos científicos o sociales (I_1 e I_2). Con un matiz: los dos investigadores en didáctica incluyen una especificidad en la formación ligada a los resultados de la investigación didáctica y la perspectiva especial que proponen para su enseñanza. Por lo tanto, ya no consideran que la formación deba ser tan igual, aunque se mantenga un mismo programa y estructura. Con los matemáticos se profundiza más en los aspectos teóricos; con los futuros profesores, se consideran aspectos didácticos. Observemos además que los aspectos didácticos se mencionan siempre al final del recorrido, después del estudio teórico, confirmándose parcialmente el indicador I_4. En todos los casos los educadores describen una asignatura estructurada según la lógica deductivista (I_3): los principios de probabilidad, las distribuciones, la estadística descriptiva, el muestreo y la inferencia. Vale la pena resaltar que esta no es para nada la lógica pragmática del trabajo estadístico, en el que se empieza con un problema y una recogida de datos (primarios o secundarios), un trabajo concreto de preparación de los datos, y un tratamiento de estos datos que vincula íntimamente los análisis descriptivos, exploratorios y confirmatorios. Finalmente, resulta curioso que en ningún momento los educadores que han manifestado una concepción de la estadística más vinculada al análisis de datos, y menos a sus fundamentos probabilísticos, no apelan a esta concepción en el momento de referirse a la formación de los futuros profesores.

Observaciones finales

Los resultados de las entrevistas a educadores responsables de la formación estadística de futuros profesores ponen en evidencia tres aspectos importantes. En primer lugar, los educadores conciben la estadística según dos grandes visiones: una más vinculada a lo que podríamos considerar como la "estadística matemática" fundamentada en el cálculo de probabilidades; otra, mayoritaria en nuestra pequeña muestra, que aproxima la estadística a la "ciencia de los datos" y pone mayor énfasis en la recogida, tratamiento y análisis de los mismos. En segundo lugar, observamos la existencia de una visión que podemos caracterizar como "aplicacionista" (Barquero et al., 2014) de esta área de conocimiento en relación con las necesidades docentes. Este aplicacionismo se basa en proponer una misma organización del saber por enseñar para los distintos ámbitos profesionales que, solo posteriormente, se especifica (o "aplica") a cada ámbito concreto. Finalmente, los educadores no vinculan demasiado los discursos que mantienen en los dos casos. Aquellos que definen la estadística como la ciencia de los datos no parecen poner mayor énfasis en este tipo de formación, ni mencionan el tratamiento de los datos como un aspecto crucial de la formación.

Este estudio exploratorio requiere mayor trabajo de campo para confirmar y desarrollar estas observaciones que creemos cruciales para entender mejor las restricciones que pesan hoy día en la formación del profesorado de secundaria y los márgenes de actuación que abren para su posible transformación.

Agradecimientos

Fundado por la Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brazil (CAPES) – Código de la financiación 001 y por el proyecto español PID2021-126717NB-C31 (MCIU/AEI/FEDER, UE).

Referencias

Batanero, C, Burrill, G., & Reading, C. (2011). *Teaching Statistics in School-Mathematics-Challenges for Teaching and Teacher Education: A Joint ICMI/IASE Study*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-1131-0

Barquero, B., Bosch, M., & Gascón, J. (2014). Incidencia del "aplicacionismo" en la integración de la modelización matemática en la enseñanza universitaria de las ciencias experimentales. *Enseñanza de las ciencias*, *32*(1), 83-100. https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.933

Bosch, M., & Gascón, J. (2006). Twenty-five years of the didactic transposition. *ICMI Bulletin*, 58, pp. 51-63.

Chevallard, Y. (1991/1985). *La transposition didactique, du savoir savant au savoir enseigné.* La Pensée Sauvage (2d edition).

De Vetten, A., Schoonenboom, J., Keijzer, R., & Van Oers, B. (2019). Preservice teachers and informal statistical inference: Exploring their reasoning during a growing samples activity. In G. Burrill & D. Ben-Zvi (Eds.), *Topics and trends in current statistics education research: International perspectives* (pp. 199-224). Springer.

Fernández, M., Pomillo, C., Cueto, G. R., Filloy, J., González Arzac, A., et al. (2020). Improving skills to teach statistics in secondary school through activity based workshops; International *Association for Statistical Education; Statistics Education Research Journal*, *19*(1), 106-119.

Garfield, J., & Ben-Zvi, D. (2008). Preparing school teachers to develop students' statistical reasoning. In C. Batanero, G. Burrill, C. Reading, & A. Rossman (Eds.), *Teaching Statistics in School-Mathematics-Challenges for Teaching and Teacher Education*: *A Joint ICMI/IASE Study*. Springer.

Isaev, V., & Eichler, A. (2017). Measuring beliefs concerning the double discontinuity in secondary teacher education. In T. Dooley, G. Gueudet (Eds.), *Proceedings of the 10th Conference of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2916-2923). Dublin City University and ERME.

Leavy, A. M. (2010). The challenge of preparing preservice teachers to teach informal inferential reasoning. *Statistics Education Research Journal*, *9*(1), 46-67. https://doi.org/10.52041/serj.v9i1.387

Makar, K., & Fielding-Wells, J. (2011). Teaching Teachers to Teach Statistical Investigations. In C. Batanero, G. Burrill, & C. Reading (Eds.), *Teaching Statistics in School-Mathematics-Challenges for Teaching and Teacher Education: A Joint ICMI/IASE Study* (pp. 347–358). Springer.

Margolinas, C. (2014). Connaissance et savoir. Concepts didactiques et perspectives sociologiques?. Revue française de pédagogie. *Recherches en éducation*, (188), 13-22. https://doi.org/10.4000/rfp.4530

Martignon, L. (2011). Future Teachers' training in statistics: the situation in Germany. In C. Batanero, G. Burrill, & C. Reading (Eds.), *Teaching Statistics in School-Mathematics-Challenges for Teaching and Teacher Education: A Joint ICMI/IASE Study* (pp. 33–36). Springer.

Pfannkuch, M. & Ben-Zvi, D. (2011). Developing Teachers' Statistical Thinking. In C. Batanero, G. Burrill, & C. Reading (Eds.), *Teaching Statistics in School-Mathematics-Challenges for Teaching and Teacher Education: A Joint ICMI/IASE Study* (pp. 323–333). Springer.

Santos, R., & da Ponte, J. P. (2014), Learning and Teaching Statistical Investigations: A Case Study of Prospective Teacher. In K. Makar, B. de Sousa, & R. Gould (Eds.), Sustainability in Statistics Education. *Proceedings of the Ninth International Conference on Teaching Statistics*. International Statistical Institute.

Verbisck, J. T., Bittar, M., & Bosch, M. (2022). Learning to teach statistics through study and research paths. In *Proceedings of CERME12*. Free University of Bozen-Bolzano and ERME (to appear).

Watson, J. (2006). Statistical literacy at school: Growths and goals. *Lawrence Erlbaum Ass*. https://doi.org/10.4324/9780203053898

Wild, C., & Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *Int. Stat. Rev.*, *67(3)*, 223-265.

A Etnomatemática como componente curricular na Licenciatura em Matemática: desafios e possibilidades

Ethnomathematics as a curricular component in the Mathematics Degree: challenges and possibilities

La etnomatemática como componente curricular en la Licenciatura en Matemáticas: desafíos y posibilidades

Gisele Américo Soares [388]
Universidade Estácio de Sá, AEDB e SEEDUC RJ
0000-0003-1406-1835

Claudio Fernandes da Costa [389]
Universidade Federal Fluminense
0000-0001-8311-7367

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam Matemática.

Resumo

Este artigo, baseado em uma pesquisa de doutorado, tem como objetivo analisar os desafios e possibilidades do componente curricular Etnomatemática para a construção dos saberes dos futuros professores na Licenciatura em Matemática. Contamos ao todo 37 sujeitos para a pesquisa: 5 professores que lecionam a disciplina "Etnomatemática" e 32 discentes que já cursaram a mesma. A metodologia envolveu análise das ementas de cada componente curricular, uma entrevista com cada um desses professores e um questionário eletrônico com cada um desses discentes. As entrevistas foram transcritas, os questionários foram organizados em tabelas e todo o material foi analisado. Nesse artigo apresentamos o resultado dessa pesquisa no que tange à análise documental das ementas e uma análise textual discursiva relativa aos desafios dessa disciplina, segundo seus próprios professores. Dessas análises, verificamos a importância desse componente curricular, cuja potência identificamos na riqueza de seu currículo real frente aos currículos prescritos em suas ementas, no sentido de possibilitar aos futuros professores de Matemática um espaço dialógico com as práticas sociais e culturais que dão sentido ao conhecimento socialmente referenciado. Entretanto boa parte dos discentes não reconhecem a importância dessas disciplinas, sobretudo se ela for oferecida de forma optativa, o que pode estar relacionado a uma perspectiva curricular de formação marcada pela ênfase na Matemática pura.

Palavras-chave: Etnomatemática, Formação inicial de professores de Matemática

Introdução

[388] giseleamerico@hotmail.com
[389] claudiofernandesdacosta@gmail.com

Neste artigo apresentamos alguns resultados da tese intitulada "Etnomatemática e suas marcas na Formação Inicial dos futuros professores de Matemática"[390], cujo objetivo é analisar os desafios e as possibilidades de componentes curriculares diretamente vinculados à "Etnomatemática" para a construção dos saberes dos futuros professores no curso de Licenciatura em Matemática. É preciso destacar logo no início desde texto que não entendemos a Etnomatemática como uma disciplina, mas como um espaço oportunizado para a reflexão dos futuros professores de Matemática por meio dos pressupostos da Etnomatemática.

Os saberes do futuro professor de Matemática constituem-se de diversas naturezas, pois o professor na sua atuação profissional desenvolve uma atividade de relação, relação como suas crenças sobre o sistema educacional, com o mundo, com os sujeitos, enfim é um saber de relação como propõe Charlot (2001). Mantendo o nosso olhar nessa perspectiva e reconhecendo que no campo da Matemática temos a tensão entre os Matemáticos Acadêmicos e os Educadores Matemáticos, no que tange à determinação dos programas de ensino da formação inicial dos futuros professores de Matemática, ressaltamos a importância de pensar um espaço de diálogo, de resgate da dimensão humana tanto do aluno quanto do professor, e a valorização dos diversos saberes no ambiente escolar.

Para facilitar a compreensão teórico-metodológica dos caminhos dessa pesquisa, realizamos três movimentos nesse texto. No primeiro, apresentamos algumas reflexões sobre a Licenciatura Matemática, pois nos ajudam a pensar e a refletir as questões que estão envolvidas na formação inicial dos futuros professores de Matemática. No segundo, apresentamos o percurso da pesquisa como um modo de delinear os caminhos metodológicos percorridos ao longo do estudo. No terceiro, apresentamos considerações que emergiram das análises das ementas dos componentes curriculares e das entrevistas com os professores.

Nesse sentido ter um componente curricular da área da Educação Matemática no curso de Licenciatura em Matemática e, principalmente, se esse componente estiver vinculado diretamente à expressão Etnomatemática, pode oportunizar um espaço fértil de encontro, reflexão e valorização de diversos saberes. De forma breve apresentamos a concepção de Etnomatemática de D' Ambrósio (1985), expressão advinda, segundo ele, de um "jogo de palavras" que deve ser entendida como " etno + matema + tica". Nesta síntese ele caracteriza a proposta do Programa Etnomatemática. Para compreendermos melhor essa formulação, é

[390] Utilizaremos a palavra Matemática com a letra inicial maiúscula por reconhecê-la como área de conhecimento.

necessário partir das raízes gregas “techné”, “matemá” e “ethno”, em que usa “ethno [para um grupo comumente aceito de mitos e valores e comportamentos compatíveis] + techné [para maneiras, artes, técnicas] + matemá [para explicar, compreender, aprendizagem]” (D’ AMBRÓSIO 2014, p. 20). Resumindo, a proposta do Programa Etnomatemática “é um programa de pesquisa para entender as ticas de matema em diferentes etnos” (D’ AMBRÓSIO 2014, p. 20).

Caminhos da pesquisa

O processo de detalhamento e desenho do caminho de pesquisa se iniciou com algumas leituras, reflexões e indagações na busca por eleger os procedimentos que melhor contribuíssem para o desenvolvimento da investigação. Posteriormente, foi feito o levantamento das Universidades públicas do Brasil que possuem cursos de Licenciatura em Matemática ativos. Esse levantamento foi feito por meio do e-mec[391], pelo fato de ser a base de dados oficial de informações relativas às Instituições de Educação Superior – IES e cursos de graduação do Sistema Federal de Ensino no Brasil, sendo facultativo às IES do Sistema Estadual de Ensino fazerem parte do seu cadastro. Logo após essa etapa iniciamos uma busca para identificar quais cursos apresentam componentes curriculares que contenham no nome a expressão Etnomatemática. Para essa identificação acessamos a matriz curricular ou o Projeto Pedagógico do curso na página eletrônica de cada campus.

As IES que não disponibilizaram o Plano Pedagógico do Curso ou a matriz curricular foram desconsideradas, devido à impossibilidade de conseguirmos informações. Visando coletar dados atuais estabelecemos como critério que esse componente curricular tenha sido ofertado nos anos de 2018 e 2019. Com base nos parâmetros fixados encontramos cinco Cursos de Licenciatura em Matemática de universidades públicas do Brasil que possuem em sua matriz curricular uma disciplina que apresente no título a expressão Etnomatemática. As universidades e os nomes das disciplinas que foram identificadas nesse levantamento são: Universidade Federal de Uberlândia (campus Pontal) - Matemática e cultura: Etnomatemática; Universidade do Estado do Rio de Janeiro (Faculdade de Educação da Baixada Fluminense) - Cultura e Etnomatemática; Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita (campus Ilha Solteira) – Etnomatemática; Universidade Federal de São João del Rei (campus São João del Rei) – Etnomatemática; e Universidade Federal Fluminense (campus Pádua) - Educação Matemática

[391] E-mec é uma base de dados e pode ser acessada pelo link: http://emec.mec.gov.br/

e Etnomatemática. Posteriormente foi realizada a análise da ementa dos componentes curriculares acima visando perceber se designam espaços ou momentos para reflexões sobre as possíveis contribuições da Etnomatemática na formação de professores. Essa parte da pesquisa apresenta uma etapa documental, pois segundo Gil (2010, p.30) “a pesquisa documental vale-se de toda sorte de documentos, elaborados com finalidades diversas, tais como assentamento, autorização, comunicação etc.” No caso desta pesquisa a ementa da disciplina é um dos documentos para a autorização e reconhecimento dos cursos de graduação junto ao Ministério da Educação. Apresentaremos alguns resultados parciais dessa análise neste artigo.

Na busca por identificar não apenas o currículo prescrito, mas o currículo real, aquele que melhor representa o modo como esse componente curricular está sendo vivenciado por alunos e professores, elegemos como sujeitos da pesquisa os professores atuais dessas disciplinas e discentes que já a cursaram em cada curso que apresentou o componente curricular selecionado. Tivemos ao todo 37 sujeitos para pesquisa: 5 professores que lecionam as disciplinas vinculadas à Etnomatemática e 32 discentes que já cursaram as mesmas. Como metodologia de análise de dados optamos pela Análise Textual Discursiva, pois esse processo é considerado uma tempestade de ideias e nos possibilita visualizar novas conexões e relações aos fenômenos estudados (Moraes, 2003). Nesse artigo apresentamos apenas uma síntese das entrevistas feitas como os professores participantes da pesquisa. Conforme acordado com os mesmos, utilizaremos nomes fictícios para representá-los. Os professores participantes serão chamados de Carla (UFU), Denise (UNESP), Fábia (UFSJ), Georgia (UERJ) e Joaquim (UFF).

Analisando as ementas

Na busca por analisar como os componentes curriculares escolhidos podem se relacionar com a construção dos saberes dos futuros professores de Matemática, sentimos a necessidade de analisar as ementas dessas disciplinas, visando identificar suas singularidades na formação inicial desses professores. Inicialmente analisamos informações básicas, observando a quantidade de créditos, carga horária, condição (obrigatória ou optativa) e qual o semestre que esse componente curricular é oferecido.

Após a organização desses dados, percebemos que apenas uma universidade tem esse componente curricular com carga horária de 36h, as outras instituições apresentam carga horária igual a 60h. Outro fator que nos chamou a atenção é a localização do componente curricular na matriz do curso, que de modo geral é ofertado após o 4° período, ou seja, após as disciplinas básicas já terem sido ofertadas aos discentes. Observando as condições propostas nas ementas desse componente curricular, a maioria das universidades oferta como obrigatória. A professora responsável por esse componente curricular da Universidade Federal de Uberlândia, ofertada na condição optativa, revela dificuldade de conseguir o número mínimo de discentes para que a disciplina aconteça com constância, pois como é optativa os discentes optam primeiro por cursarem as disciplinas obrigatórias e com o viés da Matemática pura.

No segundo momento analisamos os ementários desses componentes curriculares no que tange aos objetivos dos mesmos. No que se refere aos objetivos desse componente curricular, ressaltamos que apenas a UFU distinguiu o objetivo geral dos objetivos específicos, o que nos favorece, pois utilizamos ambos os objetivos para fazer as análises. Entre as ementas analisadas, há uma forte convergência para que os objetivos desse componente curricular estejam articulados com uma fundamentação teórica da Etnomatemática, bem como refletir na perspectiva da pesquisa e da prática docente. A relação estabelecida entre a Etnomatemática e a prática docente, se justifica nesse componente, tendo em vista que estamos analisando um curso de Licenciatura.

Analisando as bibliografias das ementas que fizeram parte dessa pesquisa verificamos que a referência principal é D'Ambrosio. Esse fato se dá pela importância desse pesquisador para a área da Etnomatemática, como afirmam os professores responsáveis por esse componente curricular. Outra pesquisadora que aparece nas bibliografias das ementas com incidência de 40% é a pesquisadora Gelsa Knijnik com o seu trabalho relacionado à formação de professores de Matemática. Em relação ao conteúdo programático optamos por estabelecer algumas categorias visando identificar as principais perspectivas apresentadas nas ementas que foram analisadas. As concepções de Etnomatemática e suas dimensões são concebidas como direcionadores no trabalho de todas as universidades pesquisadas. As universidades UFU, UFSJ e UERJ/FEBF assumem as questões culturais como um aporte importante para a formação dos futuros professores de Matemática. Salientamos que nas ementas da UFSJ, UFF e Unesp não encontramos explicitamente a relação entre a Etnomatemática e as questões culturais, porém elas são evidenciadas nas entrevistas com os professores.

As universidades UERJ/FEBF e UFSJ se aproximam das discussões e reflexões específicas acerca do multiculturalismo e a Etnomatemática. Todas as universidades exceto a UERJ/FEBF buscam aproximar a Etnomatemática da prática docente. A UFF e a UNESP assumem a necessidade de aproximar a Etnomatemática também das diversas práticas matemáticas existentes. Com base nesse panorama podemos inferir que de forma geral as universidades buscam aprofundamento dos fundamentos e dimensões da Etnomatemática e a articulação desta como programa de pesquisa com a prática docente em uma perspectiva social, histórica e cultural. Não percebemos na maioria das ementas nenhuma evidência da abordagem de questões especificamente voltadas para os povos indígenas e quilombolas, à exceção da UFU que apresenta no seu objetivo geral as Leis 11 639/2003 e 11 645/2008 que preconizam a inserção da cultura afro-brasileira e indígena no currículo escolar. Esse aspecto também é sinalizado pela professora Fábia da UFSJ.

A identificação dos critérios e do processo avaliativo das disciplinas por meio das ementas não foi muito produtiva, tendo em vista que apenas as ementas disponibilizadas pela UNESP e da UFU apresentam tal descritor. Visando expandir a compreensão desses processos avaliativos, recorremos a fragmentos das entrevistas feitas com os responsáveis pelos componentes curriculares e conseguimos identificar que a UFU e a UFF utilizam projeto de imersão ou intervenção na realidade, pois são projetos nos quais os alunos devem escolher um grupo social e buscar conhecer, analisar e descrever seus saberes matemáticos para avaliação do processo de ensino aprendizagem. Já a UERJ/FEBF e a UNESP privilegiam um trabalho acadêmico final da disciplina e a UFSJ opta pela prova escrita como instrumento de avaliação.

Apresentamos alguns elementos que os professores sinalizaram nas entrevistas com o intuito de compreender suas concepções, suas metodologias e os recursos empregados em suas aulas. Entre os professores que participaram da pesquisa, há uma forte convergência para a ideia de que currículo real, que se materializa nas universidades é "*muito mais rico e completo*" do que o currículo apresentado nos programas. Nesse sentido alguns sinalizaram que há uma dificuldade em manter o currículo formal atualizado. A dinâmica das aulas dos professores entrevistados, de forma geral está baseada na leitura e discussão de textos acadêmicos. Eles sinalizam que há uma grande resistência dos discentes para as leituras acadêmicas. Outro aspecto ressaltado pelos professores é a necessidade desse componente curricular ser experiencial, valorizando as idas a campo, acompanhadas pelo professor, para desenvolver o trabalho final da disciplina. Os professores enfatizaram que os momentos mais impactantes na formação dos discentes foram os momentos vivenciais promovidos pela disciplina. Entretanto, o modo como os professores organizam esse componente curricular possuem importantes singularidades que iremos apresentar em seguida.

Georgia reconhece que a ementa está distante do que ocorre nas aulas e ressalta que o curso está passando por reformulação e esse será um momento importante para fazer os ajustes necessários. A perspectiva crítica é a essência dessa disciplina segundo a professora. Ela enfatiza que "não entende a Etnomatemática nesse curso como uma linha de pesquisa, nós não nos dedicamos a Etnomatemática, eu a uso enquanto metodologia e forma de compreender e intervir numa realidade plural e multicultural" (Entrevista com Georgia, 2020). Diante desse contexto ela reconhece a importância de olhar a comunidade escolar e o contexto sociocultural dos discentes. Georgia assume que teve dificuldade no início quando começou a ministrar a disciplina, pois os discentes da graduação em Matemática não davam a importância necessária que as disciplinas pedagógicas requerem. Do discurso da professora podemos inferir que muitos discentes, futuros docentes, da graduação em Matemática ainda trazem arraigada a concepção que para ser um bom professor de Matemática é necessário apenas saber a Matemática pura. Nesse sentido Ball (1990) sinaliza que aumentar o conhecimento matemático na Licenciatura em Matemática impactando a formação dos futuros professores não garante a melhoria da aprendizagem Matemática. A professora enfatiza ainda a dificuldade que ela sente em trazer discussões sobre a escola e a prática docente na graduação de Matemática quando afirma que "trabalhar a Etnomatemática é tentar afirmar a educação na Matemática, e a gente, ainda hoje, tem muitos entraves" (Entrevista com Georgia, 2020).

Georgia apoia academicamente esse componente curricular nas leituras de Ubiratan D'Ambrosio, Paulo Freire, Ole Skovsmose, Gelsa Kinijnik e teses recentes relacionadas a Etnomatemática. A dinâmica das aulas está baseada na leitura e discussão dos textos e apresentação de vídeos com entrevistas dos próprios autores das referências teóricas. Para finalizar a disciplina a professora propõe um trabalho na perspectiva da etnografia, pois identifica que as discussões da disciplina e esse trabalho etnográfico podem contribuir para a modificação da concepção de cultura dos discentes. Na concepção dessa professora *"Os saberes elementares das pessoas estão muito desprestigiados e a Etnomatemática resgata isso, resgata essa potência das pessoas, isso é uma ação política, como ação de educar. Educar é um ato político"* (Entrevista com Georgia, 2020) sinalizando que essa disciplina é um espaço fértil para a formação política dos próprios futuros professores de Matemática.

Para Carla a inserção do componente curricular da Etnomatemática na matriz curricular do curso não teve muitas resistências por parte dos professores responsáveis pelas disciplinas relacionadas à Matemática pura. Segundo a professora existe um grande respeito pela produção dos Educadores Matemáticos do curso. Inicialmente a proposta era um componente curricular obrigatório, porém devido a carga horária do mesmo foi necessário ofertá-lo como optativo. Carla relata que ela participou ativamente do processo da criação desse componente curricular. Ela foi responsável por escrever a ficha da disciplina, apresentá-la ao Núcleo Docente Estruturante do Curso para aprovação, além de assumir a responsabilidade de ministrar tal componente curricular. Ela revela ainda que tem receio em relação a permanência da disciplina no curso quando afirma que "(...) eu não sei se um dia, eu saindo daqui, ou me aposentando ou saindo antes, se essa disciplina vai permanecer" (Entrevista com Carla, 2020). Segundo Carla esse componente curricular está apoiado academicamente nas leituras de Ubiratan D'Ambrosio, Gelsa Kinijnik, Paulus Gerdes e alguns textos da sua autoria. A dinâmica das aulas está baseada na leitura, discussão dos textos e produção de ficha de trabalho e textos simples. A professora sinaliza ainda que como o trabalho final é uma proposta de imersão no campo, em uma perspectiva etnográfica crítica propõe "momentos de ouvir o processo etnográfico" que está sendo desenvolvido, na busca por criar um espaço favorável onde todos os discentes, assim com ela, possam conhecer os caminhos que estão sendo trilhados por todos e possam assim contribuir com o trabalho final dos mesmos, no formato de "orientação coletiva". Alguns trabalhos de imersão versavam sobre cooperativa de lixo, assentamento de terra, prática de pedreiros em canteiro de obra e a Educação de Jovens e Adultos. Na concepção dessa professora a Etnomatemática "seria uma postura, uma filosofia de vida, que me ajuda a compreender o mundo e me ajuda a lutar pelos direitos humanos" (Entrevista com Carla, 2020) ressaltando novos olhares para o mundo, para a escola, para as diversidades e desigualdades sociais.

Já Fábia nos relata que esse componente curricular em sua universidade foi reformulado em 2019 para entrar em vigor em 2020. A carga horária da disciplina passou de 36h para 72h, pois no decorrer das atividades ela percebeu a necessidade de mais tempo para as discussões e reflexões. Outra mudança sinalizada pela professora é a alteração no nome do componente curricular, em 2019 a disciplina era intitulada de Etnomatemática e a partir de 2020 será intitulada de Etnomatemáticas. Segundo ela essa mudança ocorreu, pois foram incorporadas à disciplina questões relacionadas a cultura afrobrasileira e a educação para relações étnico-raciais. Nesse processo de reformulação Fabíola sinaliza que no curso de Matemática tem apenas 10% dos professores da Educação Matemática, o que pode limitar a oferta de disciplinas nessa área. A professora Fábia apoia academicamente essa disciplina nas leituras de Ubiratan D'Ambrosio, Paulus Gerdes, Claudia Zalasvky e Iran Mendes. Ela propõe, em suas aulas, que após a leitura dos textos seja feito um trabalho chamado por ela de “reflexão” no formato escrito. Ela ressalta que não é um resumo, pois os discentes são convidados a fazer uma reflexão a partir das vivências de cada um deles. Como a universidade é localizada em São João Del Rei, a professora percebe que os discentes recorrem a algumas festas religiosas e produções artesanais buscando articular as leituras a suas reflexões. Segundo ela alguns trabalhos abordaram os tapetes de Semana Santa, a confecção artesanal de bolas e balaios, os sinos das igrejas e seus diferentes sons de acordo com a ocasião e a arquitetura da cidade. Além dessa atividade Fábia realiza uma prova semestral, na tentativa de fomentar o estudo na sua disciplina. Assim como Georgia, Fábia também relata que, por estar relacionado à Educação Matemática, os discentes apresentam a crença de que não é necessário estudar esse componente curricular, já que faz parte das disciplinas pedagógicas.

Joaquim afirma que a disciplina de Etnomatemática é desenvolvida há pelo menos dez anos e já está bem consolidada no curso. Esse componente curricular está apoiado academicamente em Ubiratan D’Ambrosio, Paulus Gerdes, Frankenstein e Fantinato. Ele revela que a ementa é “bem ampla e adaptável” (Entrevista com Joaquim, 2020) o que proporciona adaptações no decorrer das aulas. Segundo Joaquim a dinâmica das aulas se inicia com uma “avaliação diagnóstica” na qual ele busca conhecer “seus discentes, as suas limitações, etc. eu vou adequando esses textos a cada período que essa disciplina é oferecida” (Entrevista com Joaquim, 2020). Ele ressalta que inicialmente utiliza a leitura e discussão dos textos para trabalhar conceitos e depois propõe seminários com apresentação de pesquisas de campo. Na concepção de Joaquim a Etnomatemática deixa marcas, segundo ele “as marcas que deixam são justamente essas de nos deixar cada vez mais humanos” (Entrevista com Joaquim, 2020) nos inspirando a olhar novamente para o processo educacional como um encontro de pessoas com vivências e saberes diversos. O trabalho final da disciplina é um trabalho de campo, individual apoiado na metodologia de projetos. O aluno escolhe um grupo cultural se aproxima desse grupo para entender a dinâmica e depois relatar a “Etnomatemática desse grupo cultural” gerando um relatório que é apresentado na disciplina. Segundo Joaquim os discentes escolhem, na grande maioria, grupos culturais relacionados a trabalhadores, tais como: costureiras, pedreiros, eletrotécnicos, dentistas e cabouqueiros (pessoas que quebram pedras artesanais). Alguns trabalhos se tornam produções acadêmicas de autoria do aluno e do professor. Esse desdobramento também ocorre com a professora Carla.

Denise relata que a inserção da disciplina de Etnomatemática foi unânime no curso, coube exatamente aos professores vinculados às disciplinas pedagógicas delinear as características e quais as disciplinas na área da Educação Matemática seriam interessantes serem inseridas no curso. A disciplina ministrada por Denise se apoia nas leituras de Ubiratan D'Ambrosio e seus orientandos, Gelsa Kinijnik, Sebastiani e Roger Miarka. A dinâmica das aulas está baseada no formato de mesa redonda. Segunda ela *"a gente discutiu o conceito de mesa redonda, no que se diferencia de um seminário, teriam que se colocar muito mais a partir do material que eles tinham lido (...) eles teriam que se colocar e fazer uma reflexão"* (Entrevista com Denise, 2020) ela enfatiza que na disciplina a dinâmica é discutida e acordada com os discentes. Para Denise a Etnomatemática deveria:

> "(...) causar na gente uma certa indisciplina" porque eu acho que é essa a função que tem a Etnomatemática em um curso de Licenciatura em Matemática, acho que é escapar um pouco daquele paradigma que é muito racionalista e positivista que tem em todo curso de formação de professor de Matemática (Denise, Entrevista 2019).

Nesse discurso percebemos que Denise está tentando desenhar outras propostas pedagógicas para sua disciplina visando o engajamento e a participação dos discentes. O trabalho final da disciplina no semestre da entrevista foi um vídeo no qual os discentes poderiam elaborar uma narrativa ou documentário ou uma entrevista ou uma produção de imagens (sons e cores) que pudessem apresentar a Etnomatemática para as pessoas. Os discentes exibiram o vídeo na sala de aula para a avaliação da disciplina e fizeram uma amostra para a comunidade escolar em um cinema antigo da cidade. A professora Denise enfatiza o caráter experiencial da Etnomatemática e a necessidade de promover um movimento de desassossego no curso de Licenciatura em Matemática.

Considerações finais

Esse artigo teve como objetivo apresentar a diversidade de propostas curriculares e pedagógicas desse grupo de professores que ministram a disciplina de Etnomatemática em cursos de Licenciatura em Matemática. Como evidenciado nesse trabalho o currículo real que é realizado nas universidades é essencialmente mais rico que o currículo apresentado nos programas. Com base em nossas análises, o trabalho com a Etnomatemática fomenta atividades de caráter vivencial que atuam como forte componente no processo de ensino-aprendizagem. O fato dos discentes não reconhecerem a importância necessária das disciplinas relacionadas a Educação e a dificuldade das universidades que apresentam esse componente curricular como optativo em formar turmas em alguns semestres podem estar relacionados ainda a uma perspectiva de formação na qual para ser um bom professor de Matemática basta ter apenas o domínio do conhecimento Matemático conforme sinalizam Fiorentini e Oliveira (2013).

Observando as singularidades das propostas apresentadas por esse grupo de professores, foi possível inferir que a leitura, a discussão de textos e a escrita de relatos de experiências vem sendo um desafio a ser enfrentado na disciplina de Etnomatemática. Essa realidade é delicada, porém podemos acolher essa dificuldade e pensar criativamente sobre ela. Podemos nos questionar: a leitura, discussão e escrita de relatos de experiência não se assemelha com a dinâmica de alguns grupos de pesquisa? Será que esse é o melhor caminho? Será que não podemos criar ou ousar na disciplina de Etnomatemática, tendo em vista que a própria nos inspira a romper com alguns paradigmas? Os professores dessa pesquisa sinalizam que há o desejo de propor uma disciplina academicamente responsável e que promova atividades vivenciais de descobertas, de encontro com o outro e de encontro com as crenças sobre ensino e a escola. Não há uma proposta ideal, o que há são possibilidades político- pedagógicas pensadas na perspectiva do diálogo e da valorização das pessoas e dos construtos históricos produzidos por elas como alguns professores apresentaram nessa pesquisa.

Com base em nossas análises verificamos a importância de ter na Licenciatura em Matemática um componente curricular intitulado de Etnomatemática, cuja potência identificamos na riqueza de seu currículo real, frente aos currículos prescritos em suas ementas, no sentido de possibilitar aos futuros professores de Matemática um espaço dialógico com as práticas sociais e culturais que dão sentido ao conhecimento socialmente referenciado. Isto é, uma forma de garantir aos futuros professores de Matemática um espaço fértil de diálogo e de aproximações com outras áreas de conhecimento.

Referências

BALL, D. L. Bridging Practices: Intertwining content and pedagogy in teaching and learning to teach. *Journal of Teacher Education*, Washington, DC, v. 51, n. 3, p. 241247, May/June 2000.

BRASIL. *Lei nº 10.639, de 9 de janeiro de 2003*. Altera a Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional, para incluir no currículo oficial da Rede de Ensino a obrigatoriedade da temática "História e Cultura Afro-Brasileira", e dá outras providências. 2003. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/2003/l10.639.htm#:~:text=LEI%20No%2010.639%2C%20DE%209%20DE%20JANEIRO%20DE%202003.&text=Altera%20a%20Lei%20no,%22%2C%20e%20d%C3%A1%20outras%20provid%C3%AAncias. . Acesso em: 28 ago. 2021.

BRASIL. *Lei nº 11.645, de 10 de março de 2008.* Altera a Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996, modificada pela Lei 10.639, de 9 de janeiro de 2003, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional, para incluir no currículo oficial da rede de ensino a obrigatoriedade da temática "História e Cultura AfroBrasileira e Indígena". 2008. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2007-2010/2008/lei/l11645.htm . Acesso em: 28 ago. 2021.

CHARLOT, B. A noção de relação com o saber: bases de apoio teórico e fundamentos antropológicos. In: CHARLOT, B. (Org.). *Os jovens e o saber*: perspectivas mundiais. Porto Alegre: ARTMED Editora, 2001. p. 15-31.

D'AMBROSIO, U. Como foi gerado o nome etnomatemática ou alustapasivistykselitys. In: *Encontro de Etnomatemática do Rio de Janeiro*. Rio de Janeiro: UFF 2014.

D'AMBROSIO, U. Ethnomatemathics and its place in the history and pedagogy of mathematics, in *POWEL, A. B. & FRANKENSTEIN, M*. (Eds), Ethnomatemathics. Challenging Eurocentrism in Mathematics Education. Albany: State University of New York Press, p.13-24, 1997/1985.

FIORENTINI, D.; OLIVEIRA, A. T. C. C. O lugar das Matemáticas na Licenciatura em Matemática: que matemáticas e práticas formativas? *Bolema*, Rio Claro, v. 27, n. 47, p. 917-938, 2013.

GATTI, B. A.; NUNES, M. M. R. (Org.). *Formação de professores para o ensino fundamental:* estudo de currículos das licenciaturas em pedagogia, língua portuguesa, matemática e ciências biológicas. São Paulo: FCC, 2009. (Textos FCC, n. 29).

GIL, A. C. Como elaborar projetos de pesquisa. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2010.

A Educação Matemática Crítica e a prática docente na Educação do Campo: um olhar sobre as pesquisas

Critical Mathematics Education and teaching practice in Rural Education: a look at researchs

Educación Matemática Crítica y práctica docente en la Educación Rural: una mirada en la investigación

Kátia da Costa Leite[392]
Universidade Federal de Santa Cataria – UFSC
0000-0002-9032-9680

Everaldo Silveira[393]
Universidade Federal de Santa Cataria – UFSC
0000-0002-2113-2227

Maria Carolina Machado Magnus[394]
Universidade Federal de Santa Cataria – UFSC
0000-0002-2834-9293

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam Matemática

Resumo

Este artigo tem por intuito apresentar os resultados de uma investigação sobre como a articulação entre a Educação Matemática Crítica (EMC) e Educação do Campo tem sido discutida em estudos que envolvem a prática docente em escolas do campo. A investigação foi orientada pelo questionamento: O que revelam as pesquisas que discutem a prática docente na Educação do Campo em termos da Educação Matemática Crítica? Para responder a essa questão, realizamos uma pesquisa bibliográfica acerca da EMC na Educação do Campo com base em dissertações e teses publicadas entre 2008 e 2021. A partir da análise dos trabalhos que versam sobre a temática, constatamos que a EMC é o referencial que norteia as pesquisas sobre a prática pedagógica na Educação do Campo, mas que os professores da educação básica, nos casos analisados, ainda não fazem uso dessa abordagem.
Palavras-chave: Educação Matemática Crítica, Educação do Campo, prática docente.

Abstract

This article aims to present the results of an investigation into how the articulation between Critical Mathematics Education (CME) and Rural Education has been discussed in studies involving teaching practice in rural schools. The investigation was guided by the following question: What do the researches that discuss the teaching practice in Rural Education reveal in terms of Critical Mathematics Education? To answer this question, we carried out a bibliographic research on CME at Rural Education based on dissertations and theses published

[392] katyta.dacosta@gmail.com
[393] derelst@hotmail.com
[394] maria.magnus87@gmail.com

between 2008 and 2021. From the analysis, we found that EMC is the reference that guides research on pedagogical practice at Rural Education, but that basic education teachers, in the cases analyzed, still do not make use of this approach.
Keywords: Critical Mathematics Education, Rural Education, teaching practice

Resumen

Este artículo tiene como objetivo presentar los resultados de una investigación sobre cómo la articulación entre la Educación Matemática Crítica (CME) y la Educación Rural ha sido discutida en estudios que involucran la práctica docente en escuelas rurales. La investigación fue guiada por la siguiente pregunta: ¿Qué revelan las investigaciones que discuten la práctica docente en Educación Rural en términos de Educación Matemática Crítica? Para responder a esta pregunta, realizamos una investigación bibliográfica sobre CME en Educación Rural con base en disertaciones y tesis publicadas entre 2008 y 2021. Del análisis de disertaciones que tratan el tema, encontramos que EMC es la referencia que orienta la investigación sobre la práctica pedagógica en la Educación Rural, pero que los docentes de educación básica, en los casos analizados, aún no hacen uso de este enfoque.
Palabras clave: Educación Matemática Crítica, Educación Rural, práctica docente.

Introdução

A Educação do Campo emerge com o pressuposto de atender aos interesses e especificidades dos povos campesinos, de modo a valorizar a cultura dessas populações, suas lutas, seus modos de vida, reafirmando os valores do campo e as relações políticas e econômicas que sustentam as comunidades de base camponesa. Nesse movimento, que surgiu e vem sendo discutido especialmente no âmbito dos movimentos sociais do campo, cuja ênfase está na construção de um novo projeto societário emancipatório, o ensino e a aprendizagem se pautam na interdisciplinaridade, na vinculação do conteúdo à realidade dos estudantes e também no desenvolvimento de uma postura crítica, que favoreça o processo de emancipação humana, conforme defende a teoria freiriana.

Dessa forma, pensar o ensino e aprendizagem de Matemática nas Escolas do Campo requer considerar os elementos anteriormente mencionados e ir além, já que o conhecimento matemático é uma ferramenta que nos ajuda entender as desigualdades no ceio de uma sociedade capitalista. Assim, é pertinente que o conhecimento dessa disciplina seja feito por meio de abordagens que estejam alinhadas com esses aspectos.

Por esse motivo, a Educação Matemática Crítica (EMC) é uma perspectiva teórica que tem ganhado espaço nas discussões vinculadas a Educação Matemática na Educação do Campo. Proposta por Skovsmose (2001), a EMC é um constructo que prioriza a reflexão, o diálogo, o pensamento crítico e emancipação humana, todos aspectos que também são enfatizados no contexto da Educação do Campo.

Para melhor entender de que forma a articulação dessas perspectivas tem se dado na prática docente, este trabalho tem por intuito investigar como a EMC vem sendo discutida em estudos que envolvem a docência na Educação do Campo, de modo a responder a seguinte questão: O que revelam as pesquisas que discutem a prática docente na Educação do Campo em termos da Educação Matemática Crítica? Para responder a esse questionamento, realizamos uma pesquisa bibliográfica acerca da EMC na Educação do Campo com base em dissertações e teses publicadas entre os anos de 2008 e 2021, cujos procedimentos serão mais bem descritos no tópico que trata da metodologia. A análise se deu de forma descritiva e ganhou relevância por permitir tecer considerações que poderão impulsionar esse campo de investigação.

Os resultados dessa análise evidenciam que esse campo de investigação, embora insipiente, é muito promissor. As pesquisas sugerem (re)pensar a formação de professores da Educação do Campo, de modo a incorporar a abordagem da EMC e propiciar bases teóricas e práticas ao trabalho docente no âmbito das escolas do campo.

Educação do Campo e Educação Matemática Crítica: aproximações teóricas

O Movimento por uma Educação do Campo tem sua gênese nas reivindicações dos movimentos sociais por políticas públicas que garantam o direito da população do campo o acesso à educação em uma escola que esteja inserida em suas comunidades e que dialogue com sua realidade.

> A Educação do Campo é um conceito cunhado com a preocupação de se delimitar um território teórico. Nosso pensamento é defender o direito que uma população tem de pensar o mundo a partir do lugar onde vive, ou seja, da terra em que pisa, melhor ainda: desde a sua realidade. Quando pensamos o mundo a partir de um lugar onde não vivemos, idealizamos um mundo, vivemos um não lugar. Isso acontece com a população do campo quando pensa o mundo e, evidentemente, o seu próprio lugar a partir da cidade. Esse modo de pensar idealizado leva ao estranhamento de si mesmo, o que dificulta muito a construção da identidade, condição fundamental da formação cultural (FERNANDES, 2004, p. 67).

Nesse contexto, pensar uma educação para as escolas do campo, implica pensar em uma forma de ensino que atenda as especificidades das comunidades camponesas, respeite sua cultura, suas lutas, seus modos de vida, contribua ao fortalecimento da identidade desses povos e a preservação da natureza. Além dessas questões, Molina (2010, p.40) enfatiza que a Educação do Campo deve contribuir para a compreensão do contexto da luta de classes no campo, gerado mediante ao tensionamento provocado pelo avanço do agronegócio e do trabalho assalariado. Assim, o ensino e a aprendizagem nas escolas do campo não se fazem dissociados da luta por reforma agrária, por soberania alimentar, por sustentabilidade, das discussões sobre desigualdade social, sobre justiça social e solidariedade. De acordo com Molina (2010, p. 40),

> [...] a Educação do Campo objetiva compreender a complexidade da luta em função da emancipação humana e da transformação das relações sociais constitutivas do capitalismo. Deve, portanto, ter como princípio a emancipação da classe trabalhadora e a atuação no sentido de oposição aos avanços do capital, formando sujeitos críticos da sociedade capitalista.

O grande objetivo de uma educação com esse viés é promover a emancipação dos sujeitos que, mediante o esclarecimento, contribuirão no desenvolvimento de um novo projeto de campo e de sociedade, lutando pela transformação social. Vale destacar que o Movimento por uma Educação do Campo tem como referência o movimento pedagógico e político da Educação popular de Paulo Freire, cuja centralidade está justamente na necessidade de que a educação contribua para que as classes oprimidas e discriminadas tomem consciência de suas condições de vida e das injustiças que sofrem diariamente e assim possam se unir em luta pela democracia e contra as desigualdades.

Considerando os elementos acima citados, é possível visualizar qual é a função social da matemática nas escolas do campo. Partindo da premissa que o conhecimento matemático deve ser ensinado na perspectiva da transformação social, Lima e Lima (2013, p.1) afirmam que “No contexto das escolas do Campo, isto significa considerar a História da Educação e das lutas dos povos camponeses, seu lugar de pertencimento e os ciclos produtivos, dentre outros elementos definidores desta escola”. Dessa forma, segundo essas estudiosas, para que os conceitos matemáticos ganhem sentido e contribuam significativamente com a emancipação dos educandos, é essencial que as dimensões política, social e cultural sejam contempladas no ensino. Esses pressupostos mencionados por Lima e Lima (2013) expressam as afinidades existentes entre a Educação do Campo e as preocupações emergentes da EMC e, portanto, fazem dessa abordagem coerente com aquilo que se almeja para as escolas do campo.

Skovsmose (2008, 2014) pressupõe a matemática como uma ferramenta construída em um dado momento histórico-cultural que está em constante movimento e é capaz de contribuir com a transformação social. Essa abordagem enfatiza a formação de sujeitos com base na perspectiva da emancipação humana e da prática cidadã crítica, sendo o ensino matemática compreendido aqui como uma ferramenta que pode propiciar ao aluno os subsídios necessários para o seu desenvolvimento profissional, humano e social. Essa perspectiva teórica se contrapõe a ideia de que para aprender Matemática é necessário resolver extensas listas de exercícios cujo enunciado ordena calcular e efetuar, sem qualquer tipo de abertura ao diálogo e ao pensamento crítico. Segundo Skovsmose (2001, p. 101),

> [...] para que a educação, tanto como prática quanto como pesquisa, seja crítica, ela deve discutir condições básicas para a obtenção do conhecimento, deve estar a par dos problemas sociais, das desigualdades, da supressão etc., e deve tentar fazer da educação uma força social progressivamente ativa.

Para este estudioso não é possível falar de Educação Matemática Crítica se ela não olhar a realidade e refletir sobre as questões sociais, para ele, “A EMC deve sempre estar vinculada às questões de igualdade, e, por conseguinte, deve tentar considerar a natureza dos obstáculos de aprendizagem que os diferentes grupos de estudantes podem enfrentar” (SKOVSMOSE, 2007, p. 76).

A partir disso, a EMC tem se preocupado fortemente com o currículo escolar e com a questão da função social do conhecimento matemático oferecido nas escolas.

> [...] a quem interessa que a educação matemática seja organizada dessa maneira? Para quem a educação matemática deve estar voltada? Como evitar preconceitos nos processos analisados pela educação matemática que sejam nefastos para grupos de oprimidos como trabalhadores, negros, “índios” e mulheres? (BORBA, 2001, p. 7).

Nesse contexto, mediante as preocupações em relação a como a Matemática influencia, ou mesmo determina questões socioculturais, econômicas, políticas, tecnológicas, entre outras, a proposta inicial da EMC é promover um ensino aprendizagem que contribua para a democracia, para a emancipação dos sujeitos, para a cidadania e o pensamento crítico (SKOVSMOSE, 2001).

Com base nesses pressupostos, é possível identificar que a Educação do Campo e a Educação Matemática Crítica são perspectivas que se aproximam, pois, tanto uma quanto a outra se orienta por referenciais críticos, dentre eles de Paulo Freire, pressupondo a emancipação humana e se opondo a desigualdade social. Dessa forma, alguns educadores, percebendo a afinidade entre a EMC e a Educação do Campo, passaram investigar a articulação ou mesmo propor atividades fundamentadas na EMC no âmbito da Educação do Campo. Assim, compreender essas pesquisas pode nos ajudar a entender como a EMC pode contribuir aos docentes das escolas do campo e como esse campo de estudo tem se estruturado neste sentido.

Encaminhamentos Metodológicos

Este trabalho tem por intuito investigar como a Educação Matemática Crítica vem sendo discutida em estudos que envolvem a prática docente de matemática em escolas do campo. Para atender a esse objetivo, buscamos no catálogo de teses e dissertações da CAPES (CTD) e na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), trabalhos acadêmicos publicados entre os anos de 2008 e 2021, que desenvolvessem pesquisas envolvendo discussões de Educação Matemática Crítica na Educação do Campo. O estudo é qualitativo e assume o formato de uma pesquisa descritiva. De acordo com Triviños (1987, p. 110), “o estudo descritivo pretende descrever “com exatidão” os fatos e fenômenos de determinada realidade”. Assim, para esse autor, essa modalidade de pesquisa pode ser utilizada quando a intenção do pesquisador é conhecer a fundo uma situação ou fenômeno. Por sua vez, Vergara (2000, p. 47), enfatiza que a pesquisa descritiva "Não têm o compromisso de explicar os fenômenos que descreve, embora sirva de base para tal explicação". Nesse contexto, a pesquisa descritiva melhor viabiliza a análise deste estudo.

Para encontrar as publicações, foram usados os seguintes descritores: “Educação do Campo” AND “Educação Matemática Crítica”. Ao todo, foram encontrados 10 trabalhos, sendo 9 dissertações e uma tese. Após leitura flutuante de cada trabalho, identificamos que apenas 4 discutem a atuação dos professores em escolas do campo, sendo estes então selecionados para análise.

Quadro 1.

Trabalhos que constituem o corpus de análise da investigação

	AUTOR(A)	TÍTULO	ANO	TIPO
1	Aldinete Silvino de Lima	Educação do Campo e Educação Matemática: relações estabelecidas por camponeses e professores do agreste e sertão de Pernambuco	2014	Dissertação
2	Jucinete Pereira Dos Santos	Articulação entre conteúdos matemáticos e atividades produtivas camponesas: um estudo realizado no agreste Alagoano	2015	Dissertação
3	Josias Pedro da Silva	Ensino de função afim: uma análise a partir da atividade de professores(as) que atuam em turmas de EJA campo ensino médio	2017	Dissertação
4	Fernando Dos Santos Alexandre	Educação do Campo e Educação Matemática: o significado do estudo da matemática em uma escola multisseriada de um distrito rural de Feira de Santana – BA	2020	Dissertação

Fonte: Os autores.

A partir da leitura criteriosa para identificação dos elementos que orientam o desenvolvimento deste estudo, passou-se à análise dos dados, fundamentada na perspectiva de Análise de Conteúdo proposta por Bardin (1977).

Descrição dos dados

O primeiro trabalho aqui analisado é de Aldinete Silvino de Lima (2014), que em sua dissertação, busca identificar as relações que os docentes de Matemática de escolas do campo e camponeses estabelecem entre os conteúdos matemáticos escolares e atividades produtivas. O estudo foi realizado no âmbito de escolas que aderiram o debate da Educação do Campo e, de alguma forma, participavam de ações deste domínio, uma na região Agreste e outra na região do Sertão de Pernambuco. Inicialmente a estudiosa mapeia as atividades produtivas no campo investigado. Em seguida, ela identifica quais são os conteúdos matemáticos ensinados nas escolas selecionadas nos dois municípios, para posteriormente identificar e analisar as relações estabelecidas entre os camponeses e professores e entre as atividades produtivas e os conteúdos matemáticos escolares previamente identificados.

Durante as entrevistas com os professores, Lima (2014) afirma que estes reconheceram a necessidade de valorizar as especificidades do campo e a importância de partir da “realidade” dos educandos. No entanto, mesmo afirmando que é possível estabelecer relações entre os conteúdos matemáticos e as atividades produtivas, isso não se refletia nos planejamentos.

Conforme cita Lima (2014, p. 104), havia "uma distância na relação *professor(a)/escola <> camponeses(as) <> comunidade"*.

A falta de conexão entre o conteúdo e as atividades produtivas desenvolvidas pelos camponeses é reforçada pela estudiosa ao analisar os cadernos dos estudantes atendidos por estes professores. Dentre as 539 atividades registradas pelos educandos, apenas sete estavam relacionadas ao contexto camponês, algumas por aproximação. Mesmo quando a relação é estabelecida, em geral, não favorece a problematização da realidade do lugar e, assim, não se entrelaçam com os princípios e fundamentos da Educação do Campo, visto que lhes faltam a discussão sobre as dimensões sociais, políticas e culturais (p. 114).

Diante das constatações e preocupada com o ensino de matemática nas escolas do campo, Lima (2014) aponta algumas possibilidades para se estabelecer relações entre o ensino de Matemática e as atividades produtivas desenvolvidas pelos camponeses, articuladas aos objetivos da Educação do Campo:

> • Respeito à identidade da escola do campo de modo a estabelecer relações de complementariedade entre os conteúdos matemáticos escolares e o modo de vida dos camponeses; • Organização dos conteúdos matemáticos de maneira multidimensional, instituindo relações com a própria Matemática, com saberes de outra natureza e com o contexto social, levando em conta, sobretudo, as dimensões social e política do ensino;
> • Elaboração do planejamento pelo(a) professor(a), visando propiciar a investigação, a problematização e a criticidade do projeto societário vigente no campo; • Realização de formações continuadas, que versem sobre a articulação entre os paradigmas da Educação do Campo e da Educação Matemática (p. 115).

Não obstante, a autora enfatiza a necessidade de aprofundar os estudos sobre a docência em escolas do campo, analisando a partir da observação da atuação na sala de aula. Além disso, ressalta a necessidade de refletir a articulação entre a EMC e a Educação do Campo na formação inicial e continuada dos professores e também de estudar como a Educação do Campo tem sido contemplada nos livros didáticos e outros materiais didático-pedagógicos utilizados pelos docentes.

Seguindo a mesma linha de investigação, um ano depois, a pesquisadora Jucinete Pereira dos Santos (2015) desenvolve um estudo cujo formato e objetivos são semelhantes ao de Lima (2014), anteriormente abordado, mas no contexto do Estado de Alagoas. Em seu estudo, Santos (2015) também buscou investigar a articulação que os docentes estabelecem entre os conteúdos matemáticos escolares e os aspectos do campo das comunidades nas quais as escolas estão inseridas. Com o estudo, revela que os docentes reconhecem importância de o ensino de matemática estar voltado às especificidades do campo de modo a ter significado para os educandos, mas não conseguem propor atividades que viabilizem isso. A análise dos cadernos fornecidos pelos educandos permitiu concluir que os docentes que ensinam Matemática nas escolas do campo investigadas ainda não privilegiam o trabalho na perspectiva da Educação do Campo. Santos (2015) esclarece que dos 366 exercícios propostos nenhum deles tinha como referência à realidade. Dessa forma, a autora argumenta que, embora os docentes reconhecessem a necessidade de uma educação voltada para a valorização do contexto/realidade, ainda é um desafio concretizar esse pressuposto em sala de aula. Para a superação desse problema, sugere a implementação de ações de pesquisa e de formação inicial e continuada para os professores que ensinam matemática em escolas do campo.

O terceiro trabalho analisado é o de Josias Pedro da Silva (2017) o qual busca investigar as relações estabelecidas por docentes entre o conceito de função afim e as atividades produtivas desenvolvidas pelos estudantes da EJA-Campo Ensino Médio de três municípios pernambucanos. O autor discute a Educação Matemática Crítica proposta por Skovsmose (2001) como um modelo de ensino capaz valorizar as dimensões histórica, social, cultural e política de cada povo, de cada lugar, de cada território e de cada sociedade.

No trabalho, ele esclarece como historicamente foi concebida a educação das pessoas jovens e adultas do campo, discutindo os avanços e conquistas alcançadas pela Educação do Campo em termos desta modalidade de ensino (EJA Campo). Silva (2017) aborda também a questão específica da Matemática, discutindo sobre a visão falibilista de sua natureza e fazendo um contraponto com a perspectiva da EMC. Por fim, fala da aproximação entre EMC e a Educação do Campo, destacando o fato de que ambas são mediadas pela Educação Popular de Paulo Freire e por isso tem as mesmas demandas: emancipação, autonomia, solidariedade e justiça social.

No que tange à pesquisa, envolveu a participação de oito turmas da EJA - Campo – Ensino Médio, totalizando 88 estudantes, e de sete docentes, de três munícipios diferentes do Agreste pernambucano, com diferentes tipos de produções agrícolas. Por meio de questionários com estudantes, Silva (2017) caracteriza as atividades produtivas desenvolvidas na comunidade. Com um segundo questionário identifica se os professores têm conhecimentos sobre as atividades produtivas desenvolvidas na comunidade e coleta dados sobre o perfil acadêmico e a experiência do professor com o ensino de matemática. Como resultado do questionário realizado com os docentes, detectou que apenas dois deles são licenciados em Matemática. Devido as características do Edital da EJA-Campo, admite-se que profissionais de áreas distantes da educação possam lecionar matemática. O autor relata sua preocupação com essa situação, pois entende que [...] a contratação de profissionais de diferentes áreas para ensinar matemática na EJA - Campo pode evidenciar a concepção que identifica os estudantes da EJA como "Letráveis" e não como "Educáveis" (p. 131).

Os professores demonstraram que conhecem as atividades produtivas desenvolvidas na comunidade em que atuam e consideram que os conteúdos matemáticos ensinados nas turmas EJA - Campo são importantes para o desenvolvimento da comunidade local. No entanto, para quatro deles, as contribuições se restringem às operações com números naturais e são de natureza financeira, caracterizadas pelas ações de comprar, vender, pagar, dar troco, dentre outras, e os outros três não buscam estabelecer uma relação específica da matemática com o território no qual a escola está inserida e nem mencionam que contribuições a matemática pode oferecer ao desenvolvimento das atividades produtivas camponesas.

O estudo de Silva (2017) revelou ainda que, apesar de reconhecerem a importância da articulação entre conteúdo e realidade, ao serem questionados sobre como realizavam essa articulação, quatro docentes responderam vagamente, não deixando claro como poderia acontecer. Além disso, o autor evidencia que no momento em que tentaram relacionar os conteúdos com a vida prática, o fizeram por meio de situações fictícias, ou seja, fazendo referência a uma semirrealidade[395]. No tocante ao conteúdo de função afim, embora todos os professores considerarem possível estabelecer relações entre este conteúdo e as atividades produtivas da região, apenas um professor alega já ter trabalhado isso com os estudantes. Dentre os outros seis, um deles não sabia de qual conteúdo se tratava e outro alegou que os estudantes não tinham condições de aprender função afim naquele momento de sua escolarização.

Com intuito de identificar os tipos de atividades trabalhadas na sala de aula, buscando classificá-las em função do tipo de referência: à matemática pura, à uma semirrealidade e à vida real, Silva (2017) realiza a análise dos cadernos dos estudantes. Essa análise mostrou que não houve registro de atividade envolvendo a realidade dos estudantes.

Diante dos dados coletado, Silva (2017) conclui seu trabalho questionando a falta de articulação entre a matemática e a realidade e também a falta de abordagem do conteúdo específico de função afim na EJA- Campo Ensino Médio. O autor reconhece a importância de se trabalhar atividades matemáticas referenciadas na matemática pura, porém, faz uma crítica por ela ter se tornado quase hegemônica no ensino de Matemática nas escolas analisadas, na maioria das vezes abordada por meio de listas de exercícios que pouco corroboram a reflexão, formulação hipóteses e tomada de decisões pelos estudantes, aspectos essenciais à formação emancipadora dos sujeitos do campo. Nesse sentido, destaca a importância da reflexão e da pesquisa sobre a prática do professor de matemática bem como sobre e o papel da formação inicial e continuada dos professores para a atuação na Educação do Campo.

[395] Skovsmose (2008) estabelece três categorias para classificar as atividades matemáticas propostas na Educação Matemática Crítica: *referência à matemática pura*, *referência a uma semirrealidade* e *referência à vida real.*

O último trabalho aqui analisado é o de Fernando dos Santos Alexandre (2020) que, em sua dissertação, busca analisar o significado do estudo da Matemática para o professor e responsáveis de alunos da classe multisseriada de uma comunidade do distrito da Matinha, zona rural do município de Feira de Santana- BA. O autor utiliza referenciais da Educação do Campo, EMC e de escolas multisseriadas, destacando as especificidades das escolas e os desafios da prática pedagógica nessas instituições. Em sua análise, identifica que o professor da classe multisseriada investigada desconhece a Etnomatemática e Educação Matemática Crítica e também que este não se considera apto para o ensino da matemática, mas que se esforça para promover a aprendizagem. O autor ressalta a iniciativa do professor em articular a matemática com a ciência e descreve como ele estruturou o ensino de modo a romper com o paradigma da seriação. No entanto, mesmo promovendo discussões que perpassavam as séries, as aulas de matemática tinham um foco conteudista sem explorar aspectos críticos e sociais, ou seja, práticas pedagógicas se pautavam no paradigma do exercício tradicional.

Nesse sentido, Alexandre (2020) destaca que não há como construir uma postura crítica e emancipatória dos sujeitos com práticas que recaem em metodologias de repetição e memorização, sugerindo que os docentes de classes multisseriadas se utilizem de metodologias diferenciadas para o ensino e aprendizagem da matemática, que lhe permita buscar recurso na própria comunidade. Como exemplo, cita a realização de pesquisas sobre grandezas e medidas, geometria, monetária, entre outros conteúdos matemáticos, as quais podem ser realizadas junto à comunidade. Afirma que essas metodologias possibilitam envolver materiais didáticos, saberes da comunidade e conteúdos matemáticos e por isso se constituem relevantes na superação de uma prática de ensino instrumental. Alexandre (2020) relata que existe a compreensão dos sujeitos de que a matemática é uma área interdisciplinar que permeia toda a realidade, mas tanto o professor quanto os pais têm dificuldade de associar ou relacionar os saberes matemáticos utilizados por eles no dia a dia com a matemática escolar. Segundo o autor, uma das possibilidades de superar esse desafio é um ensino crítico e contextualizado, partindo dos princípios da EMC.

A (des)conexão entre a prática docente e os princípios da Educação do Campo e da EMC

Por meio da leitura e análise dos trabalhos que constituem o *corpus* desta investigação, foi possível perceber que as pesquisas realizadas com os professores demonstram os desafios e a dificuldade de articular o conhecimento matemático com a realidade dos povos do campo. As pesquisas de Lima (2014), Santos (2015), Silva (2017) e Alexandre (2020) demonstram que, mesmo que os professores reconheçam a relevância de propor um ensino que contemple a realidade dos estudantes, eles não conseguem concretizar isso. É notável o distanciamento entre o conhecimento matemático que defendem e o conhecimento matemático que de fato oferecem em sala de aula. Para Lima e Lima (2013, p. 9), na Educação do Campo "A dificuldade de escolher ou construir situações de ensino que articulem os conteúdos matemáticos com essas dimensões tem, seguramente, origem na formação acadêmica", tendo em vista que os cursos de formação inicial e/ou continuada em Educação do Campo são viabilizados apenas a partir de 2008. Assim, sugerem a realização de novos estudos sobre a formação matemática e sociopolítica dos professores que atuam nas escolas do campo.

Não obstante, em um trabalho de Lima (2018, p. 126) a autora afirma que "[...] somente o debate teórico sobre as lutas sociais e coletivas não é suficiente para uma formação política, na perspectiva crítica e emancipatória". Para essa autora, além do debate teórico se faz necessário a *práxis*. Estendemos essa reflexão para a compreensão da função social do ensino de matemática nas escolas do campo. Não é suficiente defendermos teoricamente a proposta de um ensino contextualizado, crítico, reflexivo e emancipatório de matemática na Educação do Campo, é preciso o pôr em prática. Faz-se necessário uma atuação protagonista dos docentes que atuam nas escolas do campo para que o ensino dessa disciplina de fato seja coerente com os modos de vida e lutas das populações campesinas. Segundo Santos (2015, p. 84),

> [...] o(a) professor(a) deve promover em suas atividades em sala de aula um espaço de debate e reflexão acerca das diversas temáticas que envolvem o cotidiano dos(as) alunos(as), buscando construir um espaço democrático de ensino que contribua verdadeiramente para o crescimento do(a) aluno(a). Cabe ao(à) professor(a) que atuam em escolas do campo, preparar o aluno para superar as desigualdades sociais existentes no campo e ao mesmo tempo valorizar os seus saberes.

Nesse contexto, é importante lançarmos um olhar sobre a formação inicial e continuada de professores da Educação do Campo, de modo a discutir os desafios e possibilidades que sejam eficientes e que contribuam para melhorar o ensino da matemática nas escolas do campo (SANTOS, 2015). A EMC foi sugerida como uma perspectiva coerente e que pode ajudar a ressignificar o ensino e a aprendizagem de matemática nessas escolas por todos os trabalhos considerados nesta investigação, porém, nenhuma das pesquisas discute o conhecimento acerca dessa abordagem por parte dos professores.

À luz dos objetivos inicialmente propostos, é possível concluir que a EMC vem sendo proposta e discutida em "pesquisas" sobre a prática pedagógica na Educação do Campo, mas que essa perspectiva ainda não é uma abordagem utilizada em sala de aula pelos professores da educação básica. Com base nos estudos realizados podemos inferir que a temática está se consolidando enquanto um campo de pesquisa muito relevante em termos da Educação do Campo e da concretização de uma educação emancipadora nos termos de Freire.

Tendo em vista o baixo número de pesquisas publicadas é possível perceber o quão insipiente é a discussão sobre a temática investigada. Esse dado é intrigante, já que a EMC não é um constructo recente e tampouco a Educação do Campo e seus pressupostos o são. Diante disso, alguns questionamentos aguçam a imaginação e fazem pensar qual a situação da formação de professores nos cursos de Licenciatura em Educação do Campo em se tratando da Matemática: Quais tem sido os referenciais teóricos dos professores formadores que ensinam matemática nesses cursos? Que metodologias utilizam para promover o ensino aprendizagem dos conceitos matemáticos? Que conhecimentos metodológicos oferecem aos licenciandos para o trabalho na educação básica? Além dessas questões relacionadas aos professores formadores, outras, relacionadas a formação inicial em si, também se fazem relevantes: Os licenciandos da Educação do Campo têm tido acesso ao conhecimento aos pressupostos teóricos da EMC? Quais são as metodologias de ensino e aprendizagem de matemática que estes têm acesso durante a graduação? O ensino de matemática oferecido na formação inicial da Educação do Campo favorece a aproximação com a realidade e a reflexão? E por fim, a questão que não cala é: Seria mais fácil propor um ensino em sintonia com os pressupostos da Educação do Campo nas escolas do campo se ainda na formação inicial os licenciandos vivenciassem práticas de ensino embasadas na perspectiva da EMC?

Considerações Finais

O intuito deste artigo foi investigar como a Educação Matemática Crítica vem sendo discutida em estudos que envolvem a prática docente na Educação do Campo. A partir da análise das dissertações que versam sobre a temática, constatamos que a EMC é o referencial que norteia as pesquisas sobre a prática pedagógica na Educação do Campo, mas que os professores da educação básica, nos casos analisados, não fazem uso dessa abordagem. Aliás, nem mesmo os pressupostos mais intrínsecos da Educação do Campo são contemplados pelos docentes investigados.

É notável o quanto as discussões sobre a articulação entre a EMC no contexto da Educação do Campo têm aumentado ao longo dos anos, no entanto, podemos afirmar que ainda faltam muitos aspectos a serem analisados sobre esse contexto, especialmente no que se refere em como a EMC pode ajudar a pensar a formação dos professores da Educação do Campo, seja a inicial ou continuada, de modo a melhor preparar os professores para uma atuação mais coerente com os pressupostos da Educação do Campo. Além disso, a EMC também pode ser útil em termos da orientação/construção de um currículo mais coerente com a luta por reforma agrária e o enfrentamento das desigualdades.

Referências

ALEXANDRE, F. S. *Educação do Campo e Educação Matemática: o significado do estudo da Matemática em ema escola Multisseriada de um distrito rural de Feira de Santana – BA*. 2020. 140 f. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Estadual de Feira de Santana, 2020.

MOLINA, M. C. *Educação do Campo e Pesquisa II:* questões para a reflexão. Brasília: MDA/MEC, 2010.

FERNANDES, B. M. Diretrizes de uma caminhada. *In*: ARROYO, M. G., CALDART, R. S. MOLINA, M. C. (Orgs.). *Por uma Educação do Campo*. Petrópolis: Vozes, 2004.

BORBA, M. A ideologia da certeza em matemática. In: SKOVSMOSE, O. A educação Matemática Crítica: a questão da democracia. Campinas, SP: Papirus, 2001.

SKOVSMOSE, O. *Educação matemática crítica:* a questão da democracia. Campinas, SP: Papirus, 2001.

SKOVSMOSE, O. *Educação matemática crítica:* incerteza, matemática, responsabilidade. São Paulo: Cortez, 2007.

LIMA, A. S. de. *Educação do Campo e Educação Matemática: relações estabelecidas por camponeses e professores do agreste e sertão de Pernambuco.* 2014. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Educação Contemporânea-Curso de Mestrado). Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2014. 139f.

LIMA, A. S. de. *A relação entre conteúdos matemáticos e o campesinato na formação de professores de matemática em cursos de licenciatura em educação do campo*. Tese (Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica) Universidade Federal de Pernambuco. 2018. 218f.

LIMA, A. S.; SILVA LIMA, I. M. Educação Matemática e Educação do Campo: Desafios e possibilidades de uma articulação. In: *EM TEIA – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana* – vol. 4 - número 3 – 2013. Disponível em: http://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/view/2218/1790.

SANTOS, J. P. *Articulação entre conteúdos matemáticos e atividades produtivas camponesas: um estudo realizado no agreste alagoano.* 2015. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Pernambuco.

SILVA, J. P.*Ensino de função afim em turmas de Educação de Jovens e Adultos do campo– EJA–Campo Ensino Médio.* 2017. Dissertação (Mestrado em Educação Contemporânea) Universidade Federal de Pernambuco.

Significados sobre a inclinação das linhas cartesianas. Um estudo com professores do ensino médio

Meanings about the slope of Cartesian lines. A study with high school teachers

Significados sobre la pendiente de rectas cartesianas. Un estudio con profesores de educación secundaria

David Alfonso Páez[396]
Universidad Autónoma de Aguascalientes
0000-0002-4499-4452

Daniel Eudave Muñoz[397]
Universidad Autónoma de Aguascalientes
0000-0003-4070-3109

José Antonio Orta Amaro[398]
Escuela Nacional para Maestras de Jardines de Niños
0000-0002-7338-4372

Ana Cecilia Macías Esparza[399]
Universidad Autónoma de Aguascalientes
0000-0002-0978-752X

Modalidad: Comunicación
Núcleo Temático: Formación de profesores que enseñan Matemáticas.

Resumo

O objetivo deste estudo é identificar os significados que os professores dão à inclinação das linhas cartesianas na educação secundária no México (estudantes entre 14 e 15 anos). O estudo foi realizado por meio de uma pesquisa online com foco na coleta de informações sobre os recursos utilizados para ensinar a inclinação de retas traçadas em um sistema de coordenadas cartesianas; além disso, foram incluídas questões sobre o significado e as propriedades desse conceito de concordância. A pesquisa ficou online por dois meses e participaram 316 professores, dos quais foi analisada a resposta de 285. Os resultados mostram quatro significados relacionados à inclinação da linha: como taxa de variação, seja algébrica ou geométrica, como inclinação da linha reta em relação ao eixo das abcissas e como a tangente da inclinação. No entanto, também existem equívocos, como considerar o ângulo de inclinação ou a própria linha reta como sendo a inclinação. São necessários estudos que levem o professor a refletir sobre a relação entre taxa de variação, inclinação e inclinação da linha para evitar erros de viés ou compressão nos alunos.

[396] dapaez@correo.uaa.mx
[397] deudave@correo.uaa.mx
[398] jaortaa@gmail.com
[399] ana.macias@edu.uaa.mx

Palavras-chave: Análise curricular, álgebra, ensino de matemática, ensino médio.

Abstract

The objective of this study is to identify the meanings that teachers give to the slope of Cartesian lines in high school in Mexico (students between 14 and 15 years of age). The study was carried out through an online survey focused on collecting information on the resources used to teach the slope of lines drawn in a Cartesian coordinate system; In addition, questions about the meaning and properties of this concept of agreement were included. The survey was online for two months and 316 teachers participated, of which the response of 285 was analyzed. The results show four meanings related to the slope of the line: as a rate of change, whether algebraic or geometric, as a slope of the line with respect to the abscissa axis and as the slope tangent. However, there are also misconceptions such as considering the angle of inclination or the straight line itself to be the slope. Studies are required that lead the teacher to reflect on the relationship between rate of change, inclination and slope of the line to avoid bias or compression errors in students.
Keywords: Curriculum analysis, algebra, mathematics teaching, secondary education.

Resumen

El presente estudio tiene como objetivo identificar el significado que los profesores, de educación secundaria en México (estudiantes entre 14 y 15 años de edad), le dan a la pendiente de rectas cartesianas. El estudio se llevó a cabo mediante una encuesta en línea centrada en recabar información sobre los recursos usados para enseñar la pendiente de rectas trazadas en un sistema de coordenadas cartesianas; además se incluyeron preguntas sobre el significado y propiedades de este concepto matemático La encuesta estuvo en línea durante dos meses y participaron 316 profesores, de los cuales se analizó la respuesta de 285. Los resultados muestran cuatro significados relacionados con la pendiente de la recta: razón de cambio, ya sea algebraica o geométrica, inclinación de la recta respecto al eje de abscisas, y como tangente del ángulo inclinación. Sin embargo, también hay significados erróneos como considerar que el ángulo de inclinación o la recta por sí misma es la pendiente. Se requieren estudios que lleven al profesor a la reflexión sobre la relación entre razón de cambio, inclinación y pendiente de la recta para evitar sesgos o errores de compresión en los estudiantes.
Palabras clave: Análisis curricular, álgebra, enseñanza de las matemáticas, educación secundaria.

Introducción

El concepto de pendiente se refiere a la inclinación o posición de la recta respecto al eje de las abscisas, en un sistema de coordenadas cartesianas (Courant y Robbins, 2014; Guerra y Figueroa, 2004). En México, este concepto se enseña en tercer grado de educación secundaria (SEP, 2017, estudiantes entre 14 y 15 años de edad) mediante la razón de cambio, cuyo propósito es comprenderlo de manera geométrica, es decir, calcular la pendiente en términos de razón de cambio y vincularla con la inclinación de rectas cartesianas.

La enseñanza de este concepto es fundamental porque es base para un pensamiento matemático más abstracto (por ejemplo, la Derivada), además, la pendiente es conceptualizada en varios contextos y escenarios de la matemática y de la vida cotidiana (Paolucci y Stepp, 2021). Teuscher y Reys (2010) mencionan que el profesor suele definir y representar la pendiente de manera geométrica, como una relación de lo que sube entre lo que avanza, aun cuando a los estudiantes se les dificulta comprender esta definición. Thompson y Carlson (2017) afirman que para los estudiantes no es una construcción trivial la relación de dependencia entre dos variables, donde el valor de una variable está en función de otra.

En este sentido, "los profesores de matemáticas en servicio… necesitan oportunidades para examinar el concepto de pendiente, reflexionar sobre su definición, construir relaciones entre sus diversas representaciones" (Stump, 1999, p. 142). Por su parte, para Teuscher y Reys (2010) los profesores deben ayudar a los estudiantes a comprender la relación y diferencias entre pendiente, razón de cambio e inclinación de una recta.

Para comprender el concepto de pendiente, las tareas seleccionadas por parte del profesor son cruciales (Wagener, 2009). Al respecto, Wagener propone que las tareas deben ser de mayor demanda cognitiva, en lugar de memorización. Es en la enseñanza de este concepto, una tarea de memorización es recordar fórmulas, como la diferencia de y entre la diferencia de x dado dos puntos de la recta. Asimismo, el autor considera que este tipo de tareas no le permite al alumno vincular o determinar la relevancia del concepto de pendiente en matemáticas o contextos cotidianos. Para Stump (2001), el profesor debe poseer un conocimiento conceptual y procedimental para comprender la pendiente de la recta; sin embargo, diversos investigadores han reportado que la mayoría de los profesores de educación secundaria tienen dificultades en la comprensión de este concepto y el cálculo de la pendiente dada la recta en un sistema de coordenadas cartesianas (McGee y Moore-Russo, 2015).

Aunque la literatura, que aborda la pendiente, hace valiosas contribuciones a la comprensión de este concepto matemático, expertos consideran que ha recibido una atención limitada, en particular, como lo plantean Stup, (2001) y Stanton y Moore-Russo (2012), se sabe muy poco de cómo el concepto es abordado en la clase de matemáticas, así como su discusión en el currículum escolar. El presente estudio tiene como objetivo identificar los significados que los profesores le dan a la pendiente de rectas cartesianas en educación secundaria.

Marco conceptual

Una propuesta que ha cobrado interés en las últimas décadas es estudiar los recursos utilizados por el profesor en la enseñanza de las matemáticas. Al respecto, Adler (2000) afirma que los recursos son parte fundamental de la práctica docente del profesor, pues con ellos se apoya para enseñar y facilitar el aprendizaje de las matemáticas, pero depende de cómo los use para que el alumno tenga "acceso al conocimiento matemático" (Adler, 2000, p. 214). En educación matemática existen diversos trabajos donde se discute el concepto de recurso, por ejemplo, Adler analiza el concepto de recurso desde la composición misma de la palabra; la descompone como re-curso (re-source) y asegura que la re-conceptualización de este término es fundamental para comprender lo que implica el proceso de enseñar matemáticas y, sobre todo, el papel que juega el profesor a partir de sus recursos. Además, esta autora, considera que los recursos se pueden analizar desde su verbalización, considerando a estos como objetos y acciones. Para la autora, como recursos en uso en el contexto de educación matemática, se tienen recursos como sustantivo (objetos) y como verbo (acciones) en la práctica docente del profesor en servicio.

Adler (2000) considera que la práctica docente está en función de los recursos disponibles, pero eso no significa que ésta sea mejor por el tipo y la cantidad de recursos con los que dispone, sino en el uso que les da para enseñar matemáticas. Por ello, investigadores en educación matemática (Adler, 2000; Gueudet y Trouche, 2009) se han interesado por indagar qué son los recursos y, principalmente, cómo lo usa el docente para favorecer la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. En esta línea de investigación se discute la importancia que tienen los recursos en la formación y en el quehacer del profesor, así como su impacto en la educación. Adler (2000) comenta que "la educación del profesor de matemáticas debe poner más atención hacia los recursos: qué son y cómo funcionan, ello como parte de la práctica en el salón de clase" (p. 205). En este sentido, los recursos son inherentes a la práctica docente y su funcionalidad reside en el uso que se les da en clases, más que en su simple presencia (Gueudet y Trouche, 2009).

Los recursos son artefactos y producto de la actividad humana con el objetivo de mediar otra actividad humana (Gueudet y Trouche, 2009), en el contexto de la educación es todo aquello que usa el profesor en salón con la finalidad de lograr un aprendizaje en sus estudiantes. De acuerdo con Adler (2000), los recursos físicos son materiales referidos a objetos físicos que ayudan en el proceso de enseñanza; por ejemplo, las tecnologías y los materiales escolares usados en la enseñanza de las matemáticas. Los recursos materiales de matemáticas en la escuela, incluyen, por ejemplo: libros de texto y materiales didácticos escritos, específicamente, para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas escolares, como: las calculadoras, los geoplanos, y las reglas graduadas, así como el currículum matemático, entre otros.

Metodología

El presente estudio tiene una aproximación descriptiva del significado que los profesores que enseñan en educación secundaria le dan al concepto de pendiente (Cohen, Manion y Morrison, 2007). El estudio se desarrolló en México mediante una encuesta centrada en los recursos que usan los docentes para enseñar este concepto, en ella se incluyeron cinco preguntas centradas en el significado de la pendiente de rectas cartesianas, tomando como referente el currículum escolar mexicano (SEP, 2006 y 2011), las preguntas planteadas son las siguientes:

1. ¿Cómo define el concepto de pendiente?
2. En relación con su respuesta a la pregunta 1, argumente si esta definición es la que usted enseña o enseñaría en secundaria. De no ser así, ¿cuál o cuáles definiciones enseñaría a sus estudiantes?
3. Además de la definición o las definiciones dadas en las preguntas 1 y 2, ¿existe alguna otra u otras definiciones de la pendiente? De ser así, ¿cuál o cuáles son?
4. ¿Qué propiedad o propiedades tiene la pendiente de una recta?
5. En relación con su respuesta a la pregunta 4, ¿es necesario enseñarle al estudiante tal o tales propiedades de la pendiente y por qué?

Las preguntas son abiertas con la finalidad de que los participantes expresaran libremente su respuesta (Cohen et al., 2007). Se buscó indagar cómo definen la pendiente de la recta, si está definición es única y se apega a la propuesta curricular mexicana, así como las propiedades que tiene la pendiente sobre la recta. La encuesta se llevó en 2020, mediante la plataforma *Google forms*, esto debido al distanciamiento social derivado de pandemia por COVID-19. Para tener una mayor participación, la encuesta estuvo en línea durante dos meses (marzo y abril de 2020).

En total, se tuvo una participación de 316 profesores que enseñan matemáticas en tercer grado de educación secundaria en México (estudiantes de 14 a 15 años de edad). De estos profesores, solo 285 dieron respuesta a estas cinco preguntas, los cuales son considerados en el presente documento. Todos los participantes imparten clases en escuelas de educación pública y su participación en la encuesta fue libre. La información recopilada se analizó tomando en cuenta la propuesta de Miles, Huberman y Saldaña (2014). Este análisis estuvo centrado en agrupar e identificar los diferentes significados e interpretaciones del concepto de pendiente; para ello, se tomaron en cuenta las categorías de Stump (2001) y Nagle et al. (2013).

Análisis de datos

Para enseñar matemáticas en México, el plan y programas de estudio (SEP, 2006, 2011, 2017) es un recurso fundamental para el profesor. En tercer grado de educación secundaria, este recurso plantea la pendiente de recta en términos de razón de cambio. El objetivo de aprendizaje es sobre la interpretación geométrica del valor de la pendiente de la recta, trazada en el sistema de coordenadas cartesianas, de modo que toma como referente la razón de cambio; de acuerdo con el Plan de estudios vigente, este concepto es introducido al estudiar "la razón de cambio en funciones lineales" (SEP, 2011, p. 50), la cual es planteada como el cambio relativo de una de las variables respecto al de la otra variable en una función lineal. Al tener la razón de cambio como una medida de comparación de dos variables a partir de sus unidades de cambio, en el Plan de estudios (SEP, 2006) se espera que el profesor le dé significado de acuerdo con el proceso o fenómeno representado con la recta, trazada en el sistema de coordenadas cartesianas.

De acuerdo con los datos de la encuesta, los profesores-participantes afirman que enseñan la pendiente de la recta porque es un conocimiento fundamental aplicado en situaciones y objetos de la realidad, por ejemplo, en rampas; además, la definen en términos de razón de cambio algebraica y geométrica, como inclinación de la recta y tangente de ángulo de inclinación. De los 285 profesores que participaron en la encuesta, nueve plantean como razón de cambio, lo cual coincide con el currículum escolar (SEP, 2006, 2011). Ellos proponen la pendiente como razón de cambio, ya sea algebraica o geométrica, la primera es dada con las expresiones $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_3}$ y $\frac{\Delta y}{\Delta x}$, así mismo determinan que en su representación geométrica es el triángulo rectángulo dado dos puntos en la recta, en el cual se muestra visualmente relación en el lado vertical y horizontal (catetos opuesto y adyacente del triángulo), por ejemplo, ellos dan las siguientes respuestas:

- *Razón de cambio de los términos dependientes con respecto a los términos independientes.*
- *m = (y1 + y2) / (x1 - x2).*
- *El incremento del valor de y con respecto al incremento del valor de x.*
- *La pendiente se expresa en porcentaje y es la razón entre la distancia horizontal y la altura.*
- *Como desnivel de un punto a otro.*
- *A la razón de cambio de los incrementos de la variable "x" e "y".*

Por su parte, la mayoría de los profesores (241) relaciona el concepto de pendiente con la inclinación o posición de la recta. Ellos afirman que la pendiente hace referencia a la inclinación de la recta dentro del sistema de coordinadas y se puede calcular mediante la razón de cambio (por ejemplo, "es la inclinación de una recta, que se puede calcular con la fórmula m=y_2-y_1/x_2-x_1"), lo cual también coincide con los objetivos del plan y programa de estudio (SEP, 2006, 2011), al plantear que la razón de cambio debe estar relacionada con la pendiente o inclinación de la recta. Sin embargo, en esta definición algunos profesores no explicitan el eje de las abscisas como referente para determinar la pendiente como inclinación, por ejemplo, ellos dicen lo siguiente:

- *Es la inclinación de la recta cuando la ubicamos en un par de coordenadas.*
- *Medida de inclinación de una recta cuando es ubicada en un plano.*
- *De una recta, es la interpretación de una medida de la inclinación de la misma cuando la ubicamos en un par de ejes ordenados (x, y).*
- *Es la inclinación de la recta que se hace al unir dos puntos.*
- *Es la inclinación que tiene un segmento derivado de una función tomando en cuenta el ángulo de inclinación.*
- *El valor que se le asigna a una recta dependiendo de su ubicación en un plano (en grados se le llama inclinación).*
- *Es la inclinación que tiene una recta, dada por la relación entre los valores del eje "y" y el eje "x".*
- *Como la inclinación de una recta, dada por la razón entre dos valores.*

Como puede verse en estas respuestas, aunque los profesores refieren la razón de cambio como un recurso para calcular la pendiente dados dos puntos, ésta solo la definen como inclinación sin explicitar eje de las abscisas en el plano cartesiano. Por otro lado, los profesores ven la inclinación como un número que refiere a la pendiente de la recta; por ejemplo, "pendiente es una cantidad adimensional, es decir, que no tiene unidades y solo hace referencia a la inclinación", o "… la pendiente de una recta es un importante concepto geométrico, el cual podemos interpretar como una medida de la inclinación de una recta cuando la ubicamos en un par de ejes coordenados (x – y) …"

Por su parte, los profesores también definen la pendiente en términos trigonométricos, ellos consideran y enseñan la pendiente como "la tangente trigonométrica del ángulo de inclinación [respecto a la horizontal]". Aunque esta definición es correcta, en los planes y programas no aparece que se debe enseñar (SEP, 2006, 2011), solo plantea que en trigonometría se debe llevar a los estudiantes a comprender la relación entre los catetos y la hipotensa.

Asimismo, se identificó dos errores conceptuales que los profesores dan a la pendiente de la recta, para ellos este concepto en su representación geométrica que se refiere al ángulo de inclinación formada por la recta y el eje de las abscisas, además, consideran que la recta por sí misma es la pendiente y no como una de sus características; por ejemplo, los profesores mencionan lo siguiente:

Tabla 1.

Significados erróneos o confusos de la pendiente de una recta

Como recta por sí misma	Como ángulo de inclinación de la recta
Es diagonal o una subida lineal. *Una línea recta trazada en el plano cartesiano que está inclinada.* *m= Línea recta que determina una función algebraica en el plano cartesiano, positiva, negativa o nula.* *Es una línea recta o segmento el cual tiene una inclinación, la cual va a depender de los datos de la abscisa y las ordenadas.*	*Es la inclinación o ángulo de inclinación de una recta con respecto al eje de las abscisas.* *Es el ángulo de inclinación de una recta.* *Angulo de inclinación de una recta que puede ser ascendente o descendente.* *Es la abertura que se le da a una línea recta o curva que parte de los ejes de x,y.*

Como recta por sí misma	Como ángulo de inclinación de la recta
Una recta que se está en forma de caída con ciertos grados de inclinación.	
Una serie de puntos que forman una recta con un grado de inclinación que forma una pendiente y que puede ser situada en un plano cartesiano sobre los ejes coordenados de (x a y).	
Es una línea recta inclinada que resulta de tabular una función lineal o de primer grado.	

En estas definiciones, los profesores hacen referencia a rectas trazadas en el plano cartesiano, aunque es confuso o redundante decir que la pendiente es la recta que está inclinada, que tiene un determinado grado de inclinación, o que la inclinación de la recta es dada como el ángulo [de inclinación] que forma la recta respecto al eje de abscisas. Llama la atención que un profesor considere que toda recta tiene pendiente al intersecar con el eje de las abscisas: "*Recta inclinada que al cruzar con una línea perpendicular forma un ángulo de inclinación*".

Conclusión

Los resultados muestran que la mayoría de los profesores que participaron en la encuesta refieren la pendiente como la inclinación que tiene la recta respecto a eje de las abscisas en el plano cartesiano, además la definen en términos de razón de cambio, lo cual coincide con la planes y programas de estudio para educación secundaria en México (2006, 2011, 2017). Es notorio, que ellos identifican en el plano la inclinación de recta como la pendiente y que para calcularla puede ser mediante la razón de cambio dado dos puntos, cuya representación geométrica es un triángulo rectángulo. En este sentido, los profesores se alinean a la propuesta curricular, donde el interés principal es enseñar la razón de cambio y vincularla con la inclinación o pendiente de la recta (2006, 2011), es decir, es un recurso fundamental para determinar qué se debe enseñar y cómo enseñar en torno al concepto de pendiente, en particular, determina trabajarla como razón geométrica y algebraica.

También, se encontró cuatro definiciones que los profesores asocian con la pendiente de la recta, y coinciden en lo reportado por Stump (1999, 2001) y Nagle et al. (2013), las cuales son: razón algebraica, razón geométrica, tangente del ángulo de inclinación e inclinación de la recta respecto al eje de las abscisas en el sistema de coordenadas cartesianas, ésta última con mayor predominio y vinculada con la razón de cambio. Sin embargo, los resultados también muestran que hay falta de compresión en relación a que gráficamente la pendiente es confundida con el ángulo de inclinación o con la misma recta, aun cuando los profesores refieren la razón de cambio, la posición o la inclinación de la recta. Lo anterior muestra que se requieren estudios que favorezcan la construcción de conocimiento matemático en los profesores (da Ponte y Chapman, 2016) en torno al concepto de pendiente y su relación con la razón de cambio e inclinación de la recta para evitar sesgos en los estudiantes.

Agradecimiento

La presente investigación recibió recursos del CONACyT-SEP a través de la convocatoria Científica Básica 2017-2018 (No. de registro A1-S-44743), y de la Universidad Autónoma de Aguascalientes (PIE19-11).

Referencias

Adler, J. (2000). Conceptualizing resources as a theme for teacher education. *Journal of Mathematics Teacher Education, 3*, 205-224. https://link.springer.com/content/pdf/10.1023/A:1009903206236.pdf

Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2007). *Research Methods in Education*. London and New York, NY: Routledge Falmer.

Courant & Robbins (2014). *¿Qué son las matemáticas?* México: Fondo de Cultura Económica.

da Ponte, J. P. & Chapman, O. (2016). Prospective mathematics teachers' learning and knowledge for teaching. En L. English 6 D. Kirshner (Eds.), *Handbook of International Research in Mathematics* (pp. 275-296), Nueva York: Routledge,

Guerra, M. & Figueroa S. (2004). *Geometría analítica.* México: McGraw-Hill.

Gueudet, G. & Trouche, L. (2009). Towards new documentation systems for mathematics teachers? *Educational Studies in Mathematics, 71,* 199–218. https://link.springer.com/content/pdf/10.1007/s10649-008-9159-8.pdf

McGee, D. L., Moore-Russo, D. (2015). Impact of explicit presentation of slopes in three dimensions on students' understanding of derivatives in multivariable calculus. *Int J of Sci and Math Educ 13*(2), 357–38. https://doi.org/10.1007/s10763-014-9542-0

Miles, M., Huberman, A. y Saldaña, J. (2014). *Qualitative data analysis: a methods sourcebook*. CA: Sage Publications.

Nagle, C., Moore-Russo, D., Viglietti, J. & Martin, K. (2013). Calculus students' and instructors' conceptualizations of slope: a comparison across academic levels. International *Journal of Science and Mathematics Education, 11*(6), 1573-1774. https://link.springer.com/content/pdf/10.1007/s10763-013-9411-2.pdf

Paolucci, C. & Stepp A. (2021). Examining preservice teachers' understanding of slope through posing problems and embedding learning in real-world contexts. *Teaching and Teacher Education,* 107 https://doi.org/10.1016/j.tate.2021.103476

Secretaría de Educación Pública (SEP). (2006). *Reforma de la Educación Secundaria. Fundamentación Curricular.* Matemáticas. México: SEP.

Secretaría de Educación Pública (2011). *Programas de estudio 2011. Guía para el Maestro. Educación Básica. Secundaria. Matemáticas.* México: SEP.

Secretaría de Educación Pública (2017). *Matemáticas. Educación secundaria Plan y programas de estudio, orientaciones didácticas y sugerencias de evaluación.* México: SEP.

Stanton, M. & Moore-Russo, D. (2012). Conceptualizations of slope: a review of state standards. *School Science and Mathematics, 112*(5), 270-277.

Stump, S. L. (1999), Secondary mathematics teachers' knowledge of slope. *Mathematics Education Research Journal, 11*(2), 124-144.

Stump, S. L. (2001). High school precalculus students' understanding of slope as measure. *School Science and Mathematics, 101*(2), 81-89.

Teuscher, D. & Reys, R. E. (2010). Slope, rate of change, and steepness: Do students understand these concepts? *Mathematics Teacher, 103*(7), 519-524.

Thompson, P. W., & Carlson, M. P. (2017). Variation, covariation, and functions: Foundational ways of thinking mathematically. En J. Cai (Ed.), *Compendium for research in mathematics education* (pp. 421-456). Reston: National Council of Teachers of Mathematics.

Wagener L. (2009). A worthwhile task to teach slope. *Mathematics Teaching in the Meddle School, 15*(3), 168-174.

Por que buscar um espaço formativo? Reflexões sobre motivos que permeiam a formação inicial de futuros professores que ensinarão matemática

Why look for a training space? Reflections on reasons that permeate the initial training of future teachers who will teach mathematics

¿Por qué buscar un espacio de formación? Reflexiones sobre las razones que permean la formación inicial de los futuros docentes que enseñarán matemáticas

Maiara Luisa Klein[400]
Universidade Federal de Santa Maria (UFSM)
0000-0001-5867-5375

Anemari Roesler Luersen Vieira Lopes[401]
Universidade Federal de Santa Maria (UFSM)
0000-0002-4636-9618

Simone Pozebon[402]
Universidade Federal de Santa Maria (UFSM)
0000-0002-3872-5117

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam matemática

Resumo

O presente artigo tem como objetivo refletir sobre os motivos que impulsionaram futuros professores que ensinarão matemática a participarem de um espaço formativo, materializado em um Curso de Extensão intitulado “Medidas no Ensino Fundamental: o que se ensina na escola?”. Esse trabalho é produto de uma pesquisa de Mestrado, desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Educação (PPGE) da Universidade Federal de Santa Maria, a qual teve a participação de estudantes dos cursos de Licenciatura em Educação Especial, Matemática e Pedagogia. Os pressupostos da Teoria da Atividade levam à compreensão de que o motivo se torna fundamental para o sujeito estar em atividade, daí a importância de compreender quais foram os motivos que impulsionaram os sujeitos a participarem do espaço formativo. Contudo, mesmo quando os motivos iniciais não condizem com a atividade do sujeito, estes podem se modificar pelas ações organizadas intencionalmente e coincidir com o objeto – sua formação. Assim, quando o futuro professor passa a atribuir sentido a sua futura prática docente, este também poderá ter um motivo gerador de sentido que se direcionará para a formação que o leva a estar em atividade. Por fim, entendemos que este movimento pode acontecer via participação em projetos de extensão, que tenham como foco a formação.
Palavras-chave: Formação inicial de professores que ensinarão matemática, espaço formativos, motivos.

[400] maiaraluisa94@gmail.com
[401] anemari.lopes@gmail.com
[402] sipoufsm@gmail.com

Abstract

This article aims to reflect on the reasons that impelled future teachers who will teach mathematics to participate in a training space, materialized in an Extension Course entitled "Measures in Elementary Education: what is taught in school?". This work is the product of a master's research, developed in the Graduate Program in Education (PPGE) of the Federal University of Santa Maria, which had the participation of students from the Licentiate courses in Special Education, Mathematics and Pedagogy. The assumption of the Activity Theory lead to the understanding that the reason becomes fundamental for the subject to be in activity, hence the importance of importance of understanding what were the reasons that impelled the subjects to participate in the training space. However, even when the initial motives do not match the subject's activity, they can be modified by intentionally organized actions and coincide with the object – its formation. Thus, when the future teacher starts to attribute meaning to his future teaching practice, he may also have a reason that generates meaning that will be directed to the training that leads him to be in activity. Finally, we understand that this movement can happen through participation in extension projects, which focus on training.

Keywords: Initial training of teachers who will teach mathematics, training space, motives.

Resumen

Este artículo tiene como objetivo reflexionar sobre las razones que impulsaron a los futuros docentes que enseñarán matemáticas a participar de un espacio de formación, materializado en un Curso de Extensión titulado "Medidas en Educación Básica: ¿qué se enseña en la escuela?". Este trabajo es producto de una investigación de Maestría, desarrollada en el Programa de Posgrado en Educación (PPGE) de la Universidad Federal de Santa María, que contó con la participación de estudiantes de las carreras de Licenciatura en Educación Especial, Matemáticas y Pedagogía. Los presupuestos de la Teoría de la Actividad conducen a comprender que la razón se vuelve fundamental para que el sujeto esté en actividad, de ahí la importancia de comprender cuáles fueron las razones que impulsaron a los sujetos a participar del espacio de formación. Sin embargo, aun cuando los motivos iniciales no concuerden con la actividad del sujeto, pueden ser modificados por acciones intencionalmente organizadas y coincidir con el objeto – su formación. Así, cuando el futuro docente comienza a atribuir sentido a su futura práctica docente, también puede tener una razón que genere sentido que se dirija a la formación que lo lleva a estar en actividad. Finalmente, entendemos que este movimiento puede darse a través de la participación en proyectos de extensión, que se enfocan en la capacitación.

Palabras clave: Formación inicial de los docentes que impartirán matemáticas, espacio de formación, motivos.

Considerações Iniciais

Na formação inicial o estudante de Licenciatura tem a oportunidade de se apropriar de conhecimentos que permitirão a ele constituir-se professor, pois, ao se aproximar de reflexões sobre/para a docência, poderá atribuir novos sentidos à atividade do professor. Nesse processo, o estudante passará a compreender o seu novo papel social na sociedade a partir da aproximação com os conhecimentos para a docência.

Na apropriação de conhecimentos, o motivo que leva o estudante a se aproximar do conhecimento se torna essencial, pois sem ele não existe atividade, sendo esta considerada na perspectiva de Leontiev (1978). Por isso, ao ter como contexto um Curso de Extensão, com foco na formação inicial, se buscou perceber os motivos que levaram estudantes de Licenciatura a fazer parte desse espaço.

Perante isso, esse trabalho tem como objetivo refletir sobre os motivos que impulsionaram futuros professores que ensinarão matemática a participarem de um espaço formativo, no contexto de um Curso de Extensão da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM), sendo que os dados aqui apresentados representam um recorte de uma pesquisa de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação (PPGE). Para alcançar o objetivo, será discorrido brevemente nos próximos subitens sobre o referencial teórico que embasa a pesquisa, seguido dos caminhos que permitiram seu desenvolvimento, bem como a apreensão de dados e algumas considerações finais.

Breve Referencial Teórico

No decorrer do curso de Licenciatura, o estudante vai se inserindo num processo formativo, se apropriando de conhecimentos relativos à docência que podem permitir ressignificar seus motivos e impulsionar novas ações. Nesse processo, são os motivos que o estimulam se apropriar de novos conhecimentos que, na formação inicial, podem levar para além das significações alcançadas na Educação Básica. Assim, no processo de formação inicial, o motivo das ações pode ir se modificando conforme as necessidades vão surgindo, pois este atua como manifestação concreta durante o desenrolar das ações.

> *Los motivos son móviles para la actividad relacionados com la satisfación de determinadas necesidades. Si las necesidades son la esencia, "el mecanismo" de todos los tipos de actividad humana, los motivos actúan como manifestaciones concretas de esta esencia*. (PETROVSKI, 1986, p. 100)

Os motivos são as manifestações concretas para a realização da atividade do sujeito, ou seja, eles podem se modificar constantemente, podendo vir a coincidir com o objeto e se transformar em atividade. Esta é aqui entendida na perspectiva da Teoria da Atividade, proposta por Leontiev (1978, 1983), como processos psicológicos que promovem o desenvolvimento, cujo objeto coincide com o objetivo que estimula o sujeito, ou seja, o motivo. Nesse plano, o autor aponta que os motivos podem impulsionar a atividade de distintas formas: ao se ter um motivo gerador de sentido [403] se é atribuído um sentido pessoal e já os motivos impulsionantes – tanto de forma positiva, quanto negativa – são denominados de motivos apenas compreensíveis.

Assim, os motivos podem impulsionar as ações de diferentes formas, sendo que são as condições que possibilitarão a concretização dessas. Ou seja, as ações de cada estudante de licenciatura se diferem, o que direciona a diferentes motivos que podem impulsionar o processo formativo inicial. São os motivos relacionados ao curso de Licenciatura que devem impulsionar os futuros professores a se colocarem em atividade, pois é a partir desta que o sujeito se desenvolve. Não há atividade sem motivo.

> *De este modo, el concepto de actividad está necessariamente relacionado com el concepto de motivo. La actividad no puede existir sin um motivo; la actividad "no motivada" no entraña uma actividad privada de motivo, sino una actividad com on motivo sbjetivo y objetivamente oculto*. (LEONTIEV, 1983, p. 83)

Apesar de esses motivos poderem se modificar conforme o processo, são eles que alavancam o início de uma ação, que pode ou não vir a ser uma atividade. Desse modo, ao se inscreverem para um curso de extensão, os acadêmicos das Licenciaturas em Educação Especial, Matemática e Pedagogia tiveram motivos que os impulsionaram a participar desse espaço intencionalmente organizado. Todavia, esses motivos se modificaram ao longo de todo o processo vivenciado pelos participantes. Partindo destes princípios teóricos, passamos à apresentação dos caminhos metodológicos que evidenciaram motivos dos futuros professores que ensinarão matemática.

Caminhos Metodológicos

Ao ter como objetivo refletir sobre os motivos que impulsionaram futuros professores que ensinarão matemática a participarem de um espaço formativo, este trabalho ocorre no contexto do Curso de Extensão intitulado "Medidas no Ensino Fundamental: o que se ensina na escola", registrado no Gabinete de Projetos do Centro de Educação (GAP/CE) da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM). O mesmo foi desenvolvido por meio de encontros presenciais, à distância e de forma remota.

[403] Em outras obras do autor são encontradas outras denominações, como "motivos eficazes" ou "motivos-estímulos", porém, utilizaremos como consta no original da obra citada.

A proposta do Curso de Extensão se embasou na perspectiva de um projeto orientador de atividade que pudesse desencadear a formação docente, tendo estabelecido como conhecimento matemático a ser trabalhado as Grandezas e Medidas. Desse espaço participaram 11 estudantes dos cursos de Licenciatura em Educação Especial, Matemática e Pedagogia, que se encontravam em distintos semestres dos seus cursos, identificados na pesquisa por nomes de estrelas, seguidos das iniciais do respectivo curso.

Sendo organizado o espaço intencionalmente para fomentar reflexões entre os professores que ensinarão matemática, os encontros foram desencadeados por meio de ações distintas como: estudos teóricos, análise de vídeos, produção de materiais. Para registro e análise dos dados foram feitas gravações em áudio e vídeo, possibilitando a retomada para apreensão dos dados. Esses dados foram organizados em cenas, as quais buscaram retratar o fenômeno em sua totalidade (MOURA, 2000). Cabe aqui salientar que esse trabalho é apenas um recorte da pesquisa, o que fomenta reflexões apenas sobre os motivos apresentados pelos estudantes. Por isso trazemos cenas que aconteceram em um dos primeiros encontros quando foi proposta uma situação em que se pudesse identificar os motivos e as necessidades que os levaram a buscar este espaço de formação, como apresentado no subitem posterior.

A busca por um espaço formativo: apreensão dos dados

Trazemos cenas com manifestações dos participantes que permitiram-nos identificar que distintos foram os motivos propulsores, como podemos observar, a seguir, a partir da primeira das quatro que serão apresentadas nesse trabalho.

Quadro 1.
Cena 1 - Carga horária como motivo

Cena 1: Ao questionar os acadêmicos sobre o que os trouxe a participarem do curso de extensão, um dos estudantes do curso de Pedagogia destaca a carga horária de certificação do curso, o que é reiterado por outro do curso Pedagogia, ambos já Licenciados em Matemática.
Ursa Maior (P): O que me trouxe aqui são as oitenta horas, pois estas são muito importantes para o currículo. Para se entrar num mestrado, como no de Educação Matemática, vai ter o tópico "curso com carga horária maior de 40 horas". Então, os nossos cursos, como Jornada Acadêmica Integrada e todos os outros, simplesmente deixa de lado, por que eles não possuem a carga horária suficiente para pontuar. **Apnus (P):** Esses nem são considerados cursos, como, por exemplo, para concursos. Só valem cursos acima de 60 horas.

Para Ursa Maior, a carga horária foi o motivo que a fez procurar o curso de extensão, uma vez que esse item é muito importante para pontuação em concursos e, também, para a entrada na pós-graduação. Este pode ser identificado como um motivo apenas compreensível, como afirma Leontiev (1983), mas, podem instigar – positiva ou negativamente – os sujeitos a realizar determinadas ações. No caso deste participante, ele escolheu esse espaço por ofertar uma determinada certificação, útil para futuros passos. Todavia motivos compreensíveis podem se modificar ao longo do processo, tornando-se motivos geradores de sentido, pois permitem ao sujeito estar em atividade. Como corrobora Leontiev (1983, p.167),

> *dentro de la estructura de cierta actividad, un motivo dado puede asumir la función de conferir sentido; y dentro de otra, la función de una estimulación complementaria. Pero, los motivos dotantes de sentido ocupan siempre un lugar jerárquicamente superior, incluso cuando no posean una fuerza afectiva directa.*

Na estrutura da atividade, são os motivos geradores de sentido que possibilitam ao sujeito ir ao encontro do seu objeto e que promovem a aprendizagem. Podemos inferir que o motivo da carga horária, por ser um desencadeador de uma ação, pode não vir a contribuir para a aprendizagem, porém, se, ao longo do processo, ele se modificar e se tornar um motivo gerador de sentido e, assim coincidir com objeto, então ocorrerá o desenvolvimento de novas capacidades psíquicas.

Consoante a esse movimento, percebemos que os participantes do curso de Educação Especial trazem em sua busca motivos relacionados com a sua formação, visando qualificar esse processo, como vemos na próxima cena.

Quadro 2.

Cena 2- Os motivos dos futuros Educadores Especiais

Cena 2: Ao indagar sobre o que esperavam do espaço formativo e o que trouxe eles a participarem, os acadêmicos apresentaram a mesma preocupação referente ao ensino, impulsionando a participação no curso.
Pisces (EE): Uma das coisas que eu espero ver são maneiras adaptadas de trabalhar esses conteúdos na escola, na ideia da Educação Especial. **Pesquisadora:** E o que te fez procurar o curso? **Pisces (EE):** Pelo interesse mesmo, porque eu tenho dificuldade em pensar "como eu vou ensinar isso para o meu aluno?". Eu tenho dificuldade em explicar o conteúdo. **Sagitta (EE):** Eu tenho um conhecimento mínimo sobre medidas e queria saber um pouco mais para passar e conseguir fazer a transição para a adaptação para os alunos da Educação Especial.

Os motivos desencadeadores para participar do curso de extensão dos dois futuros educadores especiais expressam a preocupação na adaptação do material pedagógico para alunos com deficiência. Esse motivo está interligado com o papel social do Educador Especial, tendo em vista que este está atrelado ao "tratamento diferenciado dos conhecimentos escolares" (NOGUEIRA, 2016, p.55), ou seja, não basta apenas adequar o recurso utilizado, é necessário que o Educador Especial se aproprie do conhecimento para então conseguir adequar o que é necessário.

Por ser uma das responsabilidades desses educadores, a adaptação de materiais para cada deficiência faz parte da sua organização de ensino, principalmente daqueles que trabalham em salas Atendimento Educacional Especializado (AEE), porém, pelas demais demandas, nem sempre no curso de formação inicial isto é aprofundado, o que leva à relevância de buscar por espaços que contribuam nesse processo, em especial no que se refere à matemática.

Ao considerar o ensino adaptável, estamos nos referindo a um ensino que contemple as especificidades físicas e cognitivas do estudante, o que não implica na necessidade de que este tenha ações diferenciadas dos restantes, mas que tenha condições de desenvolver a partir de suas especificidades que serão contempladas nessa adaptação. Desta forma, o ensino é pensado para todos, porém, para que isso seja possível, é necessário que algumas adaptações sejam realizadas para englobar as especificidades de uma sala de aula.

Como ressaltou Sagitta, na fala 6, o professor precisa compreender o conhecimento que irá ministrar para que seja viável adaptar o material. Como nos cursos de formação, há uma carga horária pequena destinada aos conhecimentos da matemática, o pouco aprofundamento de determinados conceitos emergiu a necessidade de se apropriar desse conhecimento e originou o motivo que levou-os a se aproximarem desse espaço formativo. Essa colocação nos faz pensar em possibilidades de organização de ensino que permitam que todos adquiram esse conhecimento.

Para que a aprendizagem matemática se efetive, é preciso que tanto o educador especial quanto o professor regente proporcionem um trabalho contínuo para o aluno, não fragmentado, numa perspectiva de trabalho colaborativo. Portanto, tendo a preocupação em encontrar modos de ensinar para o aluno com deficiência, cabe ao educador especial se apropriar dos conhecimentos historicamente produzidos para, então, objetivá-los em seu ensino.

> Para que aprendizagem se concretize para os estudantes e se constitua efetivamente como atividade, a atuação do professor é fundamental, ao mediar a relação dos estudantes com o objeto do conhecimento, orientado e organizando o ensino. As ações do professor na organização do ensino devem criar, no estudante, a necessidade do conceito, fazendo coincidir os motivos da atividade como o objeto de estudo. O professor, como aquele que concretiza objetivos sociais objetivados no currículo escolar, organiza o ensino: define ações, elege instrumentos e avalia o processo de ensino e aprendizagem. (MOURA et al., 2016, p. 108)

O professor que ensina matemática – incluindo o educador especial – tem papel fundamental na aprendizagem do estudante, pois é ele que organiza as ações e estabelece as melhores metodologias para serem usadas, sendo o responsável pela organização do ensino. Logo é de suma importância que se capacite para assim, organizar seu ensino, contemplando o movimento lógico-histórico do conceito e as necessidades permeadas nele.

Tanto os alunos do curso de Licenciatura em Matemática como os de Pedagogia expuseram que o motivo que os levou a participar da atividade foi a necessidade de compreender os conhecimentos relativos à docência na Educação Básica, o que é possível identificar na Cena 3.

Quadro 3.
Cena 3- Motivos dos acadêmicos de Matemática

Cena 3: Questionando sobre o motivo de ter levado a se inscreverem no curso de extensão, os acadêmicos de Licenciatura em Matemática e os de Pedagogia – com a primeira formação em Licenciatura em Matemática - se referiram a formação inicial como distante da Educação Básica.
Ursa Major (P): Eu acho que nosso curso [Licenciatura em Matemática], a gente tem pouca prática, não restrito a um tipo de aluno, mas no geral. Nas disciplinas que temos, como Educação Matemática e Didática da Matemática, que temos a oportunidade de ver o que é feito na escola, falta muito, não tem como fazer tudo. **Apnus (P):** O nosso curso [Licenciatura em Matemática] é muito distante do ser professor. Nós não temos muita prática e também não temos nenhuma cadeira [disciplina] que é voltada para os anos iniciais, então nós não sabemos como trabalhar com os anos iniciais. Nós só trabalhamos com os anos finais e o Ensino Médio, então é uma experiência nova. Além de aprender um pouco mais de matemática. **Horologium (M):** Pensar em coisas novas, não é algo natural da nossa formação, do nosso curso. Estou bem interessada nessa nova matemática. **Vulpecula (M):** A matemática não é voltada para o que você ensina em sala de aula. você aprende muita coisa, mas é do ensino superior, que você não trabalha na sala de aula. Então esse curso vem como uma forma para ver como podemos ensinar os conteúdos e qual a forma para se trabalhar grandezas e medidas, que são essenciais para toda a formação.

As falas nos indicam que o histórico distanciamento do curso de Licenciatura em Matemática, destacado pelos participantes, em relação à Educação Básica, fez com que os participantes procurassem esse espaço de formação, tentando ampliar seus conhecimentos em relação ao que se ensina na escola, tanto nos anos iniciais quanto finais do Ensino Fundamental, bem como conhecer formas de se trabalhar esse conhecimento. Partindo disso,

> nota-se que os cursos de Licenciatura em Matemática ainda não incorporaram em suas matrizes curriculares um número de horas maior quanto a aspectos importantes para a formação de profissionais que vão atuar nas escolas de ensino fundamental e médio. (GATTI, 2009, p. 100-101)

Com forte ênfase em conhecimentos do Ensino Superior, como relatado na fala 10 de Vulpecula, o curso de Licenciatura em Matemática da UFSM, no momento em que os participantes estavam cursando, ainda não oferecia, em sua matriz curricular, uma carga horária expressiva que possibilitasse reflexões mais profundas sobre aspectos relacionados a esse espaço escolar. Embora reconheçamos a importância desses conhecimentos matemáticos específicos do Ensino Superior para a formação do professor, eles não são suficientes, quando se trata de um curso de Licenciatura que vai formar professores para atuarem em diferentes faixas de ensino, inclusive na Educação Básica. Desta maneira, na formação inicial é preciso

> oferecer ao licenciado uma fundamentação teórica que lhe permita ler a realidade e argumentar sobre os procedimentos adotados, além de estar consistentemente instrumentalizado a exercer sua profissão. E isso nos leva à necessidade de conseguir encontrar nos cursos de formação inicial um espaço que reflita sobre a questão do ser/estar professor, proporcionando prática, mas amparado na teoria. (LOPES, 2009, p. 56)

São as reflexões sobre ser/estar professor que poderão proporcionar ao licenciando novos motivos para buscar a qualificação do seu processo formativo, compreendendo que teoria e prática se entrelaçam como uma unidade. É esse movimento que poderá iniciar um processo de mudança de qualidade nas ações, atribuindo novos sentidos para o trabalho docente.

Ao perceber a necessidade de compreender a teoria e a prática como unidade, refletindo sobre o processo de ensino e aprendizagem da Educação Básica, os futuros professores do curso de Matemática acabam procurando outros espaços formativos, sendo motivados pela necessidade que encontram nesse processo de formação. Todavia, muitas vezes essa necessidade de frequentar outros espaços só acontece quando findam o curso e, ao entrarem em contato com a Educação Básica, se depararam com desafios para os quais não foram preparados ao longo do seu processo formativo.

Essa inferência está pautada nas falas 7, 8, 9 e 10, de participantes que já possuem uma longa caminhada do curso, que, ao perceberem suas limitações, sentem a necessidade de procurar outros espaços formativos para suprir algumas lacunas. Assim, é possível notar que, no processo de formação inicial, as necessidades vão aparecendo, podendo se tornarem motivos geradores de sentido que, ao se buscarem meios para satisfazê-los, convertem-se em aprendizagens.

As aprendizagens que se cristalizam nos distintos espaços no decorrer da formação inicial também podem gerar novos motivos em relação às suas ações. Nessa direção, temos a narrativa de Pavo, quando responde o que o levou a buscar esse espaço formativo.

Quadro 4.
Cena 4- O espaço formativo como provedor de novos motivos

Cena 4: O acadêmico do curso de Licenciatura em Matemática, ao responder o que levou ele a participar do espaço formativo, fez menção ao curso de extensão realizado a partir do desenvolvimento da pesquisa de Giacomelli (2019).
Pavo: Espero que o minicurso seja semelhante ao anterior, pois agregou muito a minha formação.

Ao ter percebido as mudanças de qualidade na formação inicial a partir da experiência de um curso anterior, também promovido pelo mesmo grupo de pesquisa, Pavo procurou outros espaços para ampliar as reflexões sobre a docência e, como afirmou, agregá-las à sua formação como professor de matemática. Assim sendo, os motivos, quando promovem o desenvolvimento, podem levar o sujeito a procurar novas ações que aprimorem a sua formação.

A participação de Payo em outro espaço de formação levou a um motivo gerador de sentido, pois, como Leontiev (2010, p. 70) afirma "só os motivos compreensíveis tornam-se motivos eficazes em certas condições, e é assim que os novos motivos surgem e, por conseguinte, novos tipos de atividade". Ou seja, a busca por outro espaço formativo só se concretizou, porque os sentidos a ele atribuídos coincidiram com o seu objeto – uma melhor formação. Essas são condições para o sujeito estar em atividade, que podem levar a ações de novas qualidades.

As respostas dos participantes do espaço formativo nos permitiram identificar diferentes motivos – quer sejam compreensíveis, quer geradores de sentido – que levam o futuro professor que ensina matemática a procurar outros espaços formativos. E esses motivos estão relacionados às diferentes situações quanto à docência, vivenciadas no processo de formação inicial.

Considerações Finais

Os futuros professores, em seu percurso formativo, possuem motivos e atribuem sentido ao seu processo de aprendizagem, à docência e a escola. Entretanto, como cada sujeito percorre um determinado caminho, com interações que realizaram antes e, também, durante o processo de formação que são diferentes, ocasionando compreensões e aprendizagens individuais.

A partir das cenas, identificamos que os futuros professores têm diferentes motivos, sejam apenas compreensíveis ou geradores de sentido, que os fizeram se inserir em um espaço formativo para aprender sobre o conhecimento matemático. Todavia, esses motivos são impulsionados por necessidades, como afirma Leontiev (1978, p.100), "*los motivos son móviles para la actividad relacionados con la satisfacción de determinadas necesidades*".

Essas necessidades emergidas ao longo do processo de formação inicial devem impulsionar o estudante de Licenciatura a buscar novas respostas que as satisfazem, orientadas pelo motivo. Tais considerações, amparadas nos dados de nossa pesquisa, levam-nos à compreensão de que se torna essencial na formação inicial de professores que os motivos impulsionem o estudante a buscar espaços formativos que permitirão atribuir sentido à sua futura docente, e que cabe ao espaço em que eles se inserem, proporcionar possibilidades de que estes motivos passem a ser geradores de sentido. E isto pode acontecer via participação em projetos de extensão, que tenham como foco a formação.

Referências

GATTI, B. A. *Formação de professores para o ensino fundamental:* estudo de currículos das licenciaturas em pedagogia, língua portuguesa, matemática e ciências biológicas. Bernardete A. Gatti; Marina Muniz R. Nunes (orgs.) São Paulo: FCC/DPE, 2009.

LEONTIEV, A. N. *O desenvolvimento do psiquismo.* Lisboa: Horizonte Universitário, 1978.

LEONTIEV, A. N. *Actividad, conciencia, personalidad.* Tradução Liberada Leyva Soler, Resorio Bilbao Crespo e Jorge Garcia. Havana: Editorial Pueblo e Educacion. 1983.

LEONTIEV, A. N. Uma contribuição à teoria do desenvolvimento da psique infantil. In: VIGOTSKII, L. S.; LURIA, A. R.; LEONTIEV, A. N. *Linguagem, Desenvolvimento e Aprendizagem.* Trad. Maria da Pena Villalobos. 11. ed. São Paulo: Ícone, 2010. p.59 - 83.

LOPES, A. R. L. V. *Aprendizagem da docência em matemática:* o Clube de Matemática como espaço de formação inicial de professores. Passo Fundo: Ed. Universidade de Passo Fundo, 2009.

MOURA, M. O. *O educador matemático na coletividade de formação:* uma experiência com a escola pública. Tese (Livre Docência). São Paulo: FEUSP, 2000.

MOURA, M. O. et al A atividade orientadora de ensino como unidade entre ensino e aprendizagem. In: MOURA, M. O. (org.) *A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural.* Campinas, SP: Autores Associados, 2016, p. 93-126.

NOGUEIRA, C. M. I. *Educação especial, inclusão e educação matemática nos anos iniciais de escolarização.* In: BORBA, E. E. S. R.; CRUZ, M. C. S. (org.) Ciclo de palestras: volume 2. Recife: Editora UFPE, 2016. p. 54-67.

PETROVSKI, A. *Psicologia general:* manual didáctico para los institutos de pedagogía. Moscú: Progresso. 1986.

Resolver problemas matemáticos baseados em contradições dialéticas, como via para a formação de conceitos em etapas das ações mentais

Solving mathematical problems based on dialectical contradictions, as a way to form concepts in stages of mental actions

Resolver problemas matemáticos basados en contradicciones dialécticas, como forma de formar conceptos en etapas de acciones mentales

Agamenon Henrique de Carvalho Tavares[404]
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte – IFRN
0000-0003-3662-8492

Modalidade: Comunicação
Formação de Professores que Ensinam Matemática.

Resumo

Este artigo apresenta elementos relativos a uma pesquisa de doutorado em andamento, adotando referências centrais no *Ensino Problémico*[405], além da Teoria de Formação Planejada das Ações Mentais e dos Conceitos, tendo por objetivo explorar concepções de utilização de tais teorias, suas dificuldades, aplicabilidade e elementos principais, a partir do uso de *situações-problémicas*[406] na matemática, com base em contradições dialéticas, sua contribuição para o processo de internalização da ação de suas resoluções, para o desenvolvimento do pensamento criativo e para a formação da personalidade do estudante do ensino médio brasileiro. Como contribuição à formação e trabalho docente, abordamos subjetiva e objetivamente suas bases teóricas, algumas categorias estruturantes, seus métodos e a contribuição à aprendizagem dos estudantes, ao estimular que eles enfrentem conscientemente contradições dialéticas, com cuidadoso planejamento do professor, que os conduz à necessária orientação para tais resoluções, dentro dos limites de generalização que nosso referencial teórico possibilita. Em nossa metodologia, recorremos a uma investigação científica, por meio de pesquisa bibliográfica em estudo exploratório, consultando referências em trabalhos científicos, com abordagem qualitativa que possibilitem a demonstração dos objetivos buscados, identificando os principais aspectos da estratégia didática proposta.
Palavras-chave: Aprendizagem, *Ensino Problémico*, *Situações-Problémicas*, Ações Mentais, Criatividade.

Introdução

[404] agamenon.tavares@gmail.com
[405] Neste texto, optamos por utilizar o termo *problémico*, com a grafia originária do espanhol, como termo específico da teoria referenciada, evitando uma compreensão das situações como algo duvidoso, caso fosse indicado como problemático, ou problematizador.
[406] Aqui consideramos o termo *situação-problémica* como específico do *Ensino Problémico*

Este artigo foi elaborado a partir de uma revisão de literatura e discussão acerca de trabalhos que tratam de dificuldades identificadas em estudantes para resolver situações-problema e desenvolver o pensamento, especialmente o criativo que, em nossa análise inicial, estão relacionadas à mesma problemática dos professores. Defende-se ser possível demonstrar a contradição entre a importância dessa temática e as dificuldades presentes nas escolas, estimulando a formação de conceitos, sob a Teoria Histórico-Cultural (THC), com ênfase no pensamento criativo e lógico, vias para a aprendizagem em matemática. Busca-se identificar contribuições para o trabalho docente, analisando a importância da temática, sua inserção no ambiente escolar e relevância na transformação da realidade dos sujeitos, como uma possibilidade didática para enfrentar dificuldades do ensino de matemática. Em Brasil (2018), a Base Nacional Comum Curricular indica que:

> No Ensino Médio, na área de Matemática e suas Tecnologias, os estudantes devem consolidar os conhecimentos desenvolvidos na etapa anterior e agregar novos, ampliando o leque de recursos para resolver problemas mais complexos, que exijam maior reflexão e abstração. Também devem construir uma visão mais integrada da Matemática, da Matemática com outras áreas do conhecimento e da aplicação da Matemática à realidade. BRASIL (2018, p. 471).

Assim, iniciamos com o seguinte questionamento: como a resolução de situações-problema em matemática com base na superação de contradições dialéticas, contribui com o desenvolvimento do pensamento e com a formação da personalidade do nosso estudante?

A solução de um problema surgido de uma situação abordada em sala de aula, na perspectiva que adotamos, motiva o estudante a refletir e organizar o pensamento, buscando seus interesses cognoscitivos e afetivos, para superar uma contradição dialética por ele identificada, na dificuldade ao percorrer o caminho mental que leva do desconhecido ao conhecido e nas estratégias desenvolvidas neste caminho, possibilitando o desenvolvimento do pensamento e a superação dialética da situação enfrentada.

Diante disso, pesquisa-se a formação da orientação da ação de resolver situações-problema em matemática como conhecimento disciplinar para a docência, que desenvolve a personalidade do estudante, por um pensamento que encontra novas formas de solução, implementadas com autonomia. Consideram-se as dificuldades dos estudantes, diante da importância dos processos de resolução, em contínua relação com a orientação (pensamento) que seus professores devem desenvolver para resolvê-las, com base em contradições dialéticas. Assim, recorremos ao *Ensino Problémico*, desenvolvido por M. I. Majmutov (1926-2008), professor e pesquisador russo, como recurso metodológico para planejar e desenvolver estratégias didáticas que fortalecem o papel do estudante na busca pelo conhecimento, em interação constante com sua aprendizagem.

Para Majmutov (1983, p. 10), "a escola é um organismo social especial que atende a toda a sociedade e se modifica de acordo com as necessidades da sociedade. Quanto maior o progresso social, mais considerável será o papel da escola de instrução geral para garantir esse progresso". O *Ensino Problémico* é um processo educacional que aborda a superação de contradições pelo estudante, em suas aulas, coletivamente, respeitando sua autonomia, consolidando a formação de conceitos científicos, sob a condução docente.

Como suporte à Teoria do *Ensino Problémico*, tem-se a Teoria da Formação Planejada por Etapas das Ações Mentais, desenvolvida pelo ucraniano P. Ya. Galperin (1902-1988), médico e doutor em Ciências Psicológicas, como via para formar a orientação da ação desejada, que permite o estudante desenvolver esse as soluções.

Metodologia

Na investigação científica para a formação de conceitos e assimilação de conhecimento, adota-se a abordagem qualitativa da pesquisa bibliográfica e exploratória. Para Abílio (2012. p. 6), "a Pesquisa Bibliográfica envolve consulta a fontes de referências (livros, periódicos científicos, etc.) para obtenção de informações sobre determinado assunto", revelando a importância desse método. Para Souza e Santos (2020, p. 1398), "a pesquisa qualitativa preocupa-se com fatos da sociedade que estão centrados na interpretação e explicação da dinâmica das relações sociais". Nesse sentido, esboça-se um Estado da Questão relativo ao *Ensino Problémico* em matemática. Silveira e Nóbrega-Therrien (2011), afirma que o Estado da Questão:

> [...] é uma maneira que o estudante/pesquisador pode utilizar para entender e conduzir o processo de elaboração de sua monografia, dissertação ou tese, ou seja, de produção científica com relação ao desenvolvimento de seu tema, objeto de sua investigação. É um modo particular de entender, articular e apresentar determinadas questões mais diretamente ligadas ao tema ora em investigação. (SILVEIRA e NOBREGA-THERRIEN. 2011, p. 220).

Nesse esboço, com produções a partir de 2010, visa-se responder questões sobre: o contexto da produção científica sobre a resolução de *situações-problémicas*; a produção científica sobre a aplicabilidade conjunta das teorias de P. Ya. Galperin e de M. I. Majmutov e; as possibilidades epistemológicas e metodológicas apontadas pelas investigações mais importantes. Pesquisou-se nas bases de dados: Periódicos da Capes; Dialnet; Base de Editores

Taylor and Francis; Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações e; *Science Education* Internacional. Os descritores, conforme a tabela 1, são palavras-chave de resumos que tratam da formação de professores, *situações-problémicas*, *Ensino Problémico*, Teorias de Galperin e Majmutov.

Tabela 1.
Esboço de Estado da Questão

Descritor/Tema/Área de Conhecimento	**Quantidade**	
	Teses e dissertações	**Artigos em periódicos e eventos**
Ensino por problemas em matemática	385	1166
Enseñanza problémica en matemáticas	238	1033
Problemic Teaching in Mathematics	0	101
Ensino Problematizador e Majmutov em Matemática	1	8
Enseñanza problémica y Majmutov en matemáticas	0	2
Problemic Teaching and Majmutov in Mathematics	0	1
Teoria de Galperin e Ensino por problemas em Matemática	5	8
La teoría de Galperin y la Enseñanza problémica en matemáticas	0	2
Galperin's Theory and Problemic Teaching in Mathematics	0	5
Formação por Etapas das Ações Mentais e Matemática	7	9
La formación de pasos de las acciones mentales y las matemáticas	13	17
The Step by Step Formation of Mental Actions and Mathematics	0	102
Atividade de Situações Problema Discente	68	63
La actividad de las situaciones problémicas del alumno	302	180
The Activity of Student's Problemic Situations	0	7
Esquema da Base Completa da Ação em matemática	1	5
El Esquema de la Base Completa de la Acción en Matemáticas	22	14
The Schema of the Complete Basis of Action in Mathematics	1	1

Fonte: Elaborado pelo autor

Ao analisar variadas produções, em estudo exploratório, identificam-se aspectos que privilegiam ou que dificultam a adoção do *Ensino Problémico* em aulas de matemática, conforme GIL (1991, p. 45), para quem "as pesquisas exploratórias "têm como objetivo proporcionar maior familiaridade com o problema". Considerando "as significações da abordagem qualitativa permitem compreender a complexidade e os detalhes das informações obtidas em uma sociedade por meio das representações em que os indivíduos se colocam em cada relação com o meio" (SOUZA; SANTOS. 2020, p. 1399), familiarizando-se melhor com a temática.

Referencial teórico

Aspectos da Teoria Histórico-Cultural

Considerando a THC, tratando da natureza histórico-social da psique humana, analisa-se o pensamento, sua formação e desenvolvimento, para entender o mundo em que vive o sujeito e do que este necessita para perceber e modificar a sua realidade, com a linguagem que permite a comunicação e o desenvolvimento civilizatório. O pensamento teórico reflete a essência de objetos e fenômenos, de modo mediatizado e raciocinado. De forma geral, o pensamento se associa à resolução de algum problema que o sujeito enfrenta, ao pensar para agir, interagindo com a sociedade. Sobre a aprendizagem, como processo do pensamento, Vygotsky (1988, p. 103) indica que ela "desperta uma série de processos evolutivos internos capazes de operar só quando a criança está em interação com as pessoas de seu convívio e em cooperação com algum semelhante".

O desenvolvimento dos aspectos criativo e lógico, levam a um pensamento qualitativo e quantitativo, que permite analisar, abstrair, comparar, classificar, deduzir, induzir e planejar, desenvolvendo melhores estruturas lógicas no sujeito, dada a sua possibilidade de generalização e aplicação em soluções de problemas que vêm das necessidades cognoscitivas impostas ao sujeito diante do desenvolvimento da sociedade, especialmente no ambiente escolar que precisa de constante ação de investigação e fortalecimento da autonomia do estudante.

Teoria das Etapas das Ações Mentais

Essa teoria propõe um modelo de explicação do processo que permite a assimilação da atividade externa, seu "trânsito" para atividade interna, a partir da relação dialética que ocorre entre o desenvolvimento do sujeito, o que leva a uma perspectiva de ensino e aprendizagem que privilegia o pensamento teórico. A qualidade da atividade a ser desenvolvida, portanto, depende em larga medida da orientação mental da ação, o que indica a necessidade da formação da orientação, através da Base Orientadora da Ação (BOA), que possibilita a melhor execução, controle e regulação da atividade. Ao pensar, o sujeito está resolvendo algum problema, formando a orientação geral da ação mental para tal, dentro de seu campo de aplicação e generalização, ocorrendo em etapas bem definidas, interligadas em sequência cognoscitiva para a internalização da orientação.

Galperin (2001, p.85) afirma que a aprendizagem "é toda atividade que tem por resultado a formação de novos conhecimentos e habilidades no sujeito. É a incorporação de novas qualidades aos conhecimentos que o sujeito possuía". As etapas passam pela motivação, estabelecimento da BOA em um primeiro momento, a solução dos problemas (em nosso caso, das *situações-problémicas*) sob suporte materializado, solução dos problemas sob suporte da linguagem externa e solução dos problemas sob suporte da BOA sem a necessidade da linguagem externa, de forma mental. Nesse momento, o estudante consegue orientar seu pensamento de forma organizada, consciente e regulada por si próprio. Para Núñez e Ramalho (2004, p. 58), "as Bases Orientadoras mais estudadas têm sido as conhecidas como B.O.A. I, B.O.A. II e B.O.A. III". Assim:

> O primeiro tipo, B.O.A. I, caracteriza-se por uma composição incompleta da orientação. As orientações estão representadas de forma particular. O processo de assimilação, segundo esse tipo de orientação, caracteriza-se por ser lento e por apresentar um grande número de erros na solução das tarefas. A transferência dos conhecimentos é limitada. NÚÑEZ e RAMALHO (2004, p. 58)
> No segundo tipo de orientação, B.O.A. II, característica do ensino tradicional, dá-se aos alunos, de forma elaborada, toda a condição necessária para o cumprimento correto da ação, porém essas condições são particulares, só servem para a orientação de um caso determinado. A formação da ação, segundo essa orientação, avança rapidamente e com poucos erros, porém a esfera de transferência é limitada. Para cada tipo de exercício ou tarefa, o aluno precisa construir uma orientação. NÚÑEZ e RAMALHO (2004, p. 59)
> O terceiro tipo, ou B.O.A. III, tem uma composição completa e generalizada, aplicável a um conjunto de fenômenos e tarefas de uma determinada classe. Nela está contida a essência da atividade, porque se trata de uma orientação teórica. A B.O.A., como modelo teórico da atividade (habilidade), expressa os nexos entre o singular, o particular e o geral da atividade na qual entra o conceito em formação, propiciando o trabalho com estratégias metodológicas que distinguem o fenômeno da essência, o acesso do abstrato ao concreto e vice-versa, como via de formação do pensamento teórico. NÚÑEZ e RAMALHO (2004, p. 59)

A BOA III tem uma orientação de melhor estrutura e aplicação na aprendizagem escolar, desenvolvendo o pensamento científico, exigindo reflexão teórica constante, estimulando tanto o pensamento criativo, quanto o teórico, necessário ao desenvolvimento intelectual e o domínio de conceitos, princípios, leis e categorias teóricas da ciência, melhorando o pensamento qualitativo e quantitativo, incentivando a sua utilização em novas *situações-problémicas*, fortalecendo a autonomia do estudante.

A contradição dialética como categoria importante

A Dialética trata das leis gerais do desenvolvimento da natureza, da sociedade e do pensamento, com a lógica dialética explicando o desenvolvimento do mundo objetivo e seu reflexo no pensamento. Aqui é necessário compreender as contradições dialéticas, categoria essencial da lógica dialética, os aspectos que a aproximam ou distanciam da lógica formal que, em simbolismo abstrato, considera um conhecimento estático, à margem de fenômenos que reflitam movimento e transformações.

A lógica formal, muito presente na ciência, relacionada com o pensamento concreto, sintetiza proposições, conexões e consequências no conhecimento racional. De acordo com

Mortari (2001, p. 3), "é a ciência que estuda princípios e métodos de inferência, tendo o objetivo principal de determinar em que condições certas coisas se seguem (são consequência), ou não, de outras". Seu objeto mais presente é o silogismo, em sua constituição por proposições que levam a inferências, pela forma como se elabora o "agrupamento" de proposições e suas conclusões, em um raciocínio que se desenvolve de modo mediado, tendo o conhecimento sobre um fenômeno a partir de outros fenômenos, explicando causas e consequências. Tem bases sólidas em princípios fundamentais largamente conhecidos e definidos, especialmente três que aqui são elencados: a) o Princípio de Identidade, em que A é A; b) o Princípio de Não Contradição, em que A não pode ser A e não-A simultaneamente e; c) o Princípio do Terceiro Excluído, em que A é B ou não-B, sem que haja uma terceira possibilidade. Assim, um silogismo busca demonstrar a validade, ou não validade, de argumentos encadeados em premissas que levam à conclusão. É um sistema formal em que uma afirmação tem base na forma como ideias, em proposições, interligam-se na elaboração de definições.

Já a lógica dialética se utiliza de um tipo de razão que busca compreender e explicitar de que forma pares que se apresentam como opostos têm, na verdade, unidade e conexão, a partir de contradições inerentes à realidade, em permanente movimento e interação com a natureza. De acordo com Cheptulin (2004):

> Pelo fato de que o conteúdo do fenômeno é definido não somente pela essência – conjunto dos aspectos e das ligações necessários internos a coisa – mas igualmente pelas condições exteriores de sua existência, por sua interação com outras coisas – e essas últimas estão em constante mudança – o conteúdo dos fenômenos deve ser flutuante, cambiante, enquanto que a essência representa alguma coisa estável, que se conserva em todas as mudanças (CHEPTULIN, 2004, p. 279).

Na lógica dialética, a realidade permanece em movimento, sendo provisória e dinâmica, ocorrendo nas coisas como nas interações sociais, por meio do movimento histórico dos fenômenos, pela intervenção do sujeito sobre sua realidade, que produz ainda mais transformações. A dialética parte de uma afirmação (tese), da sua negação (antítese) e da síntese entre as duas primeiras, superando tanto a tese quanto a antítese, já que é algo diferente delas, mas que simultaneamente conserva seus elementos em um grau mais qualificado de discussão, originando, nesse movimento, uma nova tese, um novo ciclo dialético, que considera os fenômenos a partir das suas relações com os demais fenômenos, superando a aparência e buscando aquilo que é essencial. Para Lefebvre (1975, p. 238), "a contradição dialética é uma inclusão (plena, concreta) dos contraditórios um no outro e, ao mesmo tempo, uma exclusão ativa". A contradição é a fonte principal do desenvolvimento, amparada em pares dialéticos que denotam uma tensão entre opostos, sendo a luta de opostos a essência da Dialética, denotando uma interpenetração de pares opostos, na unidade em que eles existem mutuamente condicionados, mas se excluindo mutuamente também, em processo de existência e exclusão recíprocas, com os *opostos* permanecendo na constituição de nova unidade.

Ensino Problémico

Desenvolver o pensamento matemático é permitir que o estudante compreenda seus conceitos e suas definições, para transformar a sua realidade, em suas formas e espaços, variação e organização de informações, com melhor percepção de ideias, estimulando que consigam analisar, estabelecer relações e melhorar a criatividade. Majmutov (1983, p. 14. Tradução nossa) sustenta "que o desenvolvimento do pensamento é sempre uma tarefa escolar. O pensamento do aluno, é claro, se desenvolve durante o processo de aquisição de conhecimento na escola". Ainda segundo Majmutov (1983):

> chamamos *Problémico o* ensino orientado em que os estudantes assimilam [...] *apenas através da resolução independente de problemas e da "descoberta" de novos conceitos*. Isto inclui também a explicação do professor, a atividade reprodutiva dos alunos, a definição de tarefas e a realização de exercícios pelos alunos. (MAJMUTOV. 1983, p. 263. Tradução nossa)

Trata-se de teorias já estudadas em nosso país, como visto em Barroso (2018), Diniz (2019), Leite (2019), Nascimento (2020), Nunes Neto (2015), Santos (2014), Soares (2019), Silva (2019), Souza (2020), permitindo que o estudante compreenda o pensamento necessário à busca pelo conhecimento desenvolvido pela humanidade, na superação de contradições dialéticas, com envolvimento emocional de estudantes e professor, para que se tenha interesse de enfrentar cada dificuldade, superando as contradições identificadas. Analisando o *Ensino Problémico*, dentro dos objetivos a que se propõe, desenvolvendo habilidades que sejam aplicadas na vida do estudante, em meio à sua sociedade, Majmutov (1983) estabelece funções gerais e especiais, conforme segue:

É possível citar as seguintes funções gerais do problema de ensino:

- a assimilação pelos alunos de um sistema de conhecimento e modos de atividade mental e prática;
- o desenvolvimento do intelecto dos alunos, ou seja, de sua independência cognitiva e habilidades criativas;
- a formação do pensamento dialético-materialista dos escolares [...].
- a formação de uma personalidade multilateral e harmoniosamente desenvolvida. (MAJMUTOV. 1983, p. 271. Tradução nossa)

O *Ensino Problémico* é estruturado em **categorias** e métodos *problémicos*, para a melhoria do processo de aprendizagem, conforme Martinez Llantada (2009).

Quadro 1.

Categorias do Ensino Problémico.

- A ***situação-problémica***, para Majmutov (1983, p.114. Tradução nossa), "significa que, no processo de atividade, uma pessoa se deparou com algo incompreensível, desconhecido, perturbador, surpreendente", assim, trata-se de um estado mental de "estranheza" por algo que não se supera com seu conhecimento e experiência, ou seja, ao professor confrontar as ideias dos estudantes com fatos ou situações para os quais seu conhecimento e experiência não são suficientes, sendo contraditórios, ela revela o desconhecido.
- O **problema de aprendizagem**, que delimita o procurado, é formulado pelo estudante a partir da *situação problémica*. Configura-se como questão oriunda da *situação-problémica* que, decorrendo do conhecimento que o aluno já assimilou anteriormente, confirma a insuficiência desse conhecimento prévio, mas tendo nesse *"conhecido"* o alicerce frente à nova situação, o *"desconhecido"*. Essa contradição leva a investigações, que a superem conduzam à solução buscada.
- As **tarefas *problémicas*** expressam a contradição na forma de pergunta, refletindo a forma como a atividade de busca pela solução pode ser realizada, sendo formuladas pelo professor, observando as possibilidades dos estudantes.
- As ***perguntas problémicas*** são estratégias que o professor utiliza ao longo das tarefas *problémicas*, a partir da necessidade de colaboração com o estudante, com o seu pensamento durante de resolução do problema.
- O ***problémico*** caracteriza-se como o grau de complexidade de questões e tarefas, de acordo com o nível de conhecimento e independência dos estudantes, na análise e resolução das *situações-problémicas*, seu nível de consciência da necessidade cognoscitiva de resolver a *situação-problémica*.

Fonte: Elaborado pelo autor

Os **métodos *problémicos*** refletem as formas de organizar o processo de ensino nessa perspectiva, sob os pressupostos didáticos do *Ensino Problémico*.

Quadro 2.

Métodos do Ensino Problémico

- A **exposição *problémica*** ocorre quando, durante a resolução da *situação-problémica,* o professor revela processos da ciência à medida que conduz a exposição do material de estudo e demonstra a dinâmica da resolução de *situações-problémicas* pelos cientistas, sem indicar o processo de sua solução de forma acabada.
- Na **busca parcial**, o professor organiza a participação dos estudantes na realização de determinadas tarefas do processo de resolução de *situações-problémicas*, na atividade investigativa, com os estudantes podendo participar na formulação do problema, nas propostas de estratégias de solução, na busca de dados e nas suas análises.
- O **diálogo heurístico** se dá na busca coletiva da solução do problema de aprendizagem, em diálogo conduzido pelo professor, organizando perguntas, refutando respostas iniciais, identificando e propiciando novas contradições, estimulando o pensamento criativo, com os estudantes questionando seus colegas ao longo do processo.
- O **método investigativo** é caracterizado ao estudante "descobrir" novos conceitos, novos conhecimentos com mínima colaboração do professor, na atividade de resolução de *situações-problémicas*, obtendo um alto nível de atividade criativa e independência cognoscitiva."

Fonte: Elaborado pelo autor

Dada a importância do desenvolvimento do pensamento matemático no estudante, o *Ensino Problémico* é uma relevante estratégia didática para desenvolver o raciocínio cuidadoso e atividade heurística organizada, possibilitando a realização de ações que conduzam aos seus objetivos nas atividades que desempenha.

Considerações finais

O *Ensino Problémico* e *a Teoria de Galperin* potencializam a aprendizagem, a assimilação de conceitos, o processo de internalização e desenvolvimento intelectual, diferenciando-se de processos condutistas pelo protagonismo do estudante, que se depara com contradições dialéticas, elabora sua orientação, discute coletivamente os problemas que dela decorrem, controlam e regulam sua própria aprendizagem e aproximam-se da linguagem e do método científico, diante da utilização da mais adequada orientação para a resolução de diferentes *situações-problémicas*. Em seu planejamento, o professor considera que a tomada de consciência sobre a *situação-problémica* pelo estudante, permite a compreensão do que deve ser procurado. Trazemos uma possibilidade de *situação-problémica*.

Quadro 3.

Situação-problémica (de natureza contraditória)

Situação: Um estudante precisou pegar um empréstimo com um amigo, cujo valor foi de R$1.000,00 (mil reais). O amigo resolveu emprestar o dinheiro, mas fez incidir uma taxa de juros de 2% ao mês. Após 10 meses, o pai do estudante foi parar o valor integral e percebeu que devia R$1.219,00 (mil, duzentos e dezenove reais). O que ocorre para que o valor a ser pago não seja calculado diretamente como já sabemos, se 2% de R$1.000,00 são R$20,00 e 10 meses levariam esse valor a R$1.200,00?
Ideia prévia dos estudantes: A função do primeiro grau, cujo comportamento é monótono, sempre crescente, ou sempre decrescente.
Contradição: Uma função polinomial do primeiro grau tem sempre variações iguais para intervalos iguais de variação em seu domínio, mas aqui o valor final é de R$1.219,00, sendo que deveria totalizar, com o que conhecemos, R$1.200,00 para pagamento.
Pares dialéticos: Função afim (conhecido) e função exponencial (desconhecido), Juros Simples (linear) e Juros Compostos (não linear)
Problema: Temos como calcular corretamente o valor final a ser pago para qualquer tempo em que a dívida for paga?
Como contribui para o pensamento criativo? A percepção de um crescimento do valor que não ocorre de forma igual em períodos iguais, exige que o estudante imagine o que ocorreria em períodos menores, nos primeiros casos particulares, para poder criar um modelo que explique o porquê de não se encaixar na situação de juros simples, o que permite uma solução criativa, que estabelece um novo modelo que poderá ser aplicado a situações que venha a enfrentar depois.

Fonte: Elaborado pelo autor

Para Majmutov (1983, 1983, p. 261. Tradução nossa) o objetivo do *Ensino Problémico* é a “assimilação não apenas dos resultados do conhecimento científico, mas também do caminho, do processo de obtenção desses resultados; inclui também a formação da independência cognoscitiva do aluno e o desenvolvimento de suas habilidades criativas”, sendo estratégia distinta de outros métodos apenas reprodutivos ou *“memorísticos”*, não restrita a descobrir respostas de problemas definidos pelo professor, mas reorganizando o conhecimento, com trabalho coletivo, planejado pelo professor, com (re)elaboração criativa de problemas e suas soluções pelos estudantes, que se apropriam de novos conceitos relevantes à ciência e ao pensamento científico.

Referências

Abílio, F.J.P.; SATO, M. (Orgs.) Educação Ambiental: do currículo da Educação Básica às vivências educativas no contexto do semiárido paraibano. João Pessoa: Editora Universitária da UFPB, 492p., 2012.

Barroso, R. R. A atividade de situações problema como metodologia de ensino na aprendizagem de planilhas eletrônicas fundamentada na teoria de Galperin com estudantes do 1º ano do curso técnico em eletrônica integrado ao ensino médio no Instituto Federal de Roraima. Dissertação de Mestrado. Boa Vista, RR. UERR, 2018.

Brasil. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018.

Cheptulin, A. A Dialética Materialista: categorias e leis da dialética. Trad. Leda Rita Cintra Ferraz. Editora Alfa-Ômega. São Paulo. 2004

Diniz, F. de O. A atividade de situações problemas na aprendizagem com números inteiros nas operações aritmética fundamentadas em Galperin e Majmutov com os estudantes de 7º ano do Ensino Fundamental na Escola Estadual Fernando Grangeiro. Dissertação de Mestrado. Boa Vista, RR. UERR, 2019.

Galperin P. Ya. *La dirección Del proceso de aprendizaje*. In: ROJAS, L.Q. (Comp.). *La formación de las funciones psicológica durante el desarollo dele niño*. Tlaxcala: Editora Universidad Autónoma de Tlaxcala, 2001.

Gil, A. C. Como elaborar projetos de pesquisa. São Paulo. Atlas. 1991.

Lefebvre, H. Lógica formal/lógica dialética. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1975.

Leite, J. S. A atividade de situações problema em sistemas de equações lineares fundamentado em Galperin e Majmutov nos estudantes da 2ª série do ensino médio na Escola Estadual Tancredo Neves. Dissertação de Mestrado. Boa Vista, RR. UERR, 2019.

Majmutov, M. I. *La Enseñanza Problémica. La Habana: Editorial Pueblo y Educación*, 1983.

Martinez Llantada, M. M. *La enseñanza problémica y el desarrollo de la creatividad*. In: Martinez Llantada, M. M.; Martinez, A. G. *El desarrollo de la creatividad: Teoria y prática en la educación. Primera parte. La Habana: Editorial Pueblo y Educación*, 2009. p. 75-108.

Mortari, C A. Introdução à lógica. São Paulo: Editora UNESP: Imprensa Oficial do Estado, 2001.

Nunes Neto, R. A atividade de situações problema na aprendizagem do conteúdo de fração fundamentada na teoria de formação por etapas das ações mentais de Galperin com estudantes do 5º ano da Escola Municipal Laucides Inácio de Oliveira. Dissertação de Mestrado. Boa Vista, RR. UERR, 2015.

Núñez, I. B. Ramalho, B. L. (Orgs). Fundamentos do Ensino- Aprendizagem das Ciências Naturais e da Matemática: Novo Ensino Médio. Porto Alegre: Sulina, 2004. 300 p.

Nascimento, V. F. F. A. O ensino problematizador de Majmutov na aprendizagem de matemática apoiado nas Etapas das Ações Mentais de Galperin como contribuição no pensamento criativo dos alunos do Centro de Altas Habilidades/Superdotação-Boa Vista /RR. Dissertação de Mestrado. Boa Vista, RR. UERR, 2020.

Santos, S. A. Estudo da aprendizagem na Atividade de Situações Problema em Limite de funções de uma variável fundamentado na teoria de formação por etapas das ações mentais de Galperin, na licenciatura em matemática no Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia de Roraima. Dissertação de Mestrado. Boa Vista, RR. UERR, 2014.

Silva, L. N. Resolução de Problemas no processo de aprendizagem através do Jogo “Trilhando na Geometria Espacial”, fundamentada na Teoria de Galperin, nos estudantes da 2ª Série do Ensino Médio da Escola Agrotécnica da UFRR. Dissertação de Mestrado. Boa Vista, RR. UERR, 2019.

Silveira, C. S. Nóbrega-Therrien, S. M. Estudos sobre pesquisa e formação de professores da Educação Básica: a elaboração do Estado da Questão. In: Revista Educação em Questão, Natal, v. 41, n. 27, p. 219-243, jul./dez. 2011. https://periodicos.ufrn.br/educacaoemquestao/article/view/4008

Soares, E. B. Análises do ensino problematizador de Majmutov através da teoria histórico-cultural da atividade para a formação de uma didática de resolução de problema. Dissertação de Mestrado. Boa Vista, RR. UERR, 2019.

Sousa, J. R. de; Santos, S. C. M. dos. Análise de conteúdo em pesquisa qualitativa: modo de pensar e de fazer. In: Pesquisa e Debate em Educação, [S. l.], v. 10, n. 2, p. 1396–1416, 2020. DOI: 10.34019/2237-9444. 2020. v10.31559. Disponível em: https://periodicos.ufjf.br/index.php/RPDE/article/view/31559. Acesso em: junho, 2022.

Souza, G. B. A Atividade de Situações Problema Discente na aprendizagem de adição e subtração com operações com números naturais fundamentada em Galperin e Majmutov nos estudantes de 1° ano do ensino fundamental na Escola Municipal Jael da Silva Barradas em Boa Vista. Dissertação de Mestrado. Boa Vista, RR. UERR, 2020.

Vygotsky, L. S. *La formación social de La mente. El desarrollo de los procesos psicológicos superiores.* Trad. NETO, J. C.; BARRETO, L. S. M.; AFECHE, S. C. São Paulo: Marins Fontes, 1988.

Influências de Lee Shulman e Maurice Tardif em artigos de revistas científicassobre formação docente entre os anos de 2010 e 2021

Influences of Lee Shulman and Maurice Tardif on scientific journal articles about teacher education between 2010 and 2021

Influencias de Lee Shulman y Maurice Tardif en artículos de revistas científicassobre formación docente entre 2010 y 2021

Anna Tereza Rempel Chollet[407]
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul –Campus Osório
0000-0002-7314-692X

Ednei Luís Becher[408]
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul –Campus Osório
0000-0001-8770-2424

Rafaela Fetzner Drey[409]
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul –Campus Osório
0000-0003-1122-4694

Modalidade: Comunicação.
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam matemática.

Resumo

Este artigo é a ampliação de uma pesquisa que visa mapear a influência de Lee Shulmane Maurice Tardif em artigos sobre formação de professores publicados em 4 revistas científicas: Revista Eletrônica de Educação Matemática - REVEMAT, Educação Matemática Pesquisa - EMP, Boletim de Educação Matemática - Bolema e Acta Scientiae, entre os anos de 2010 e 2021. Esta pesquisa exploratória tem como objetivo o aprimoramento de ideias onde são apresentados, por meio de um levantamento bibliográfico, os artigos organizados que citam os autores pesquisados. Em uma segundaetapa, foi realizado um levantamento da quantidade de artigos encontrados nas revistas etambém uma leitura breve dos artigos. Todos os artigos foram lidos integralmente e sintetizados para que fosse possível visualizar o tipo de pesquisa realizada, os objetivos,como e onde ocorreu, o modo que os autores foram citados ainda, os resultados e/ou considerações finais em que os construtos foram encontrados. Procurou-se identificar como os autores dos artigos relacionaram suas pesquisas com os conceitos de Lee Shulman e Maurice Tardif. Os resultados parciais apontam que os construtos teóricos dos autores são identificados como base das pesquisas apresentadas nos artigos, auxiliando na formação docente, uma vez que a inserção dos licenciandos em sala de aula ainda durantea formação inicial os faz refletir sobre os conhecimentos e saberes aprendidos. Ainda, destaca-se que os artigos

[407] annachollet0710@gmail.com
[408] ednei.becher@osorio.ifrs.edu.br
[409] rafaela.drey@osorio.ifrs.edu.br

analisados dão ênfase principalmente a 5 construtos teóricos dos autores, estabelecendo semelhanças e diferenças.

Palavras-chave: formação de professores, Shulman, Tardif, revistas científicas.

Abstract

This article is the expansion of a research that aims to map the influence of Lee Shulmanand Maurice Tardif in articles on teacher training published in 4 scientific journals: Revista Eletrônica de Educação Matemática - REVEMAT, Educação Matemática Pesquisa - EMP, Boletim de Educação Matemática - Bolema and Acta Scientiae, betweenthe years 2010 and 2021. This exploratory research aims to improve ideas where, througha bibliographic survey, the organized articles that cite the authors researched are presented. In a second step, a survey was carried out on the number of articles found in the magazines and also a brief reading of the articles. All articles were read in full and synthesized so that it was possible to visualize the type of research carried out, the objectives, how and where it took place, the way in which the authors were still cited, theresults and final considerations in which the constructs were found. We sought to identifyhow the authors of the articles related their research to the concepts of Lee Shulman andMaurice Tardif. The partial results indicate that the theoretical constructs of the authors are identified as the basis of the research presented in the articles, helping in teacher training, since the insertion of undergraduates in the classroom during their initial trainingmakes them reflect on the knowledge learned. Also, it is noteworthy that the analyzed articles emphasize mainly 5 theoretical constructs of the authors, establishing similarity and differences.

Keywords: teacher training, Shulman, Tardif, scientific journals.

Resumen

Este artículo es la ampliación de una investigación que tiene como objetivo mapear la influencia de Lee Shulman y Maurice Tardif en artículos sobre formación docente publicados en 4 revistas científicas: Revista Eletrônica de Educação Matemática - REVEMAT, Educação Matemática Pesquisa - EMP, Boletim de Educação Matemática -Bolema e Acta Scientiae, entre los años 2010 y 2021. Esta investigación exploratoria tienecomo objetivo mejorar las ideas donde, a través de un levantamiento bibliográfico, se presentan los artículos organizados que citan a los autores investigados. En un segundo paso, se realizó una encuesta sobre el número de artículos encontrados en las revistas y también una breve lectura de los artículos. Todos los artículos fueron leídos íntegramente y sintetizados de manera que se pudo visualizar el tipo de investigación realizada, los objetivos, cómo y dónde se llevó a cabo, la forma en que también se citó a los autores, los resultados y/o consideraciones finales en que se encontraron las construcciones. Buscamos identificar cómo los autores de los artículos relacionaron sus investigaciones con los conceptos de Lee Shulman y Maurice Tardif. Los resultados parciales indican que los constructos teóricos de los autores son identificados como base de las investigacionespresentadas en los artículos, auxiliando en la formación docente, ya que la inserción de los estudiantes de grado en el aula durante su formación inicial los hace reflexionar sobrelos saberes y saberes aprendidos. Asimismo, se destaca que los artículos analizados enfatizan principalmente 5 constructos teóricos de los autores, estableciendo similitud y diferencias.

Palabras clave: formación docente, Shulman, Tardif, revistas científicas.

Introdução

Este artigo é a ampliação do recorte apresentado no EPEM – Encontro Pernambucano de Educação Matemática (CHOLLET, BECHER, 2022) cujo trabalho destacou a influência de Lee Shulman e Maurice Tardif sobre formação de professores nos artigos da revista científica Acta Scientiae entre os anos de 2010 e 2021. Através de uma análise das referências desses autores nos artigos publicados no referido periódico, percebeu-se que seus conceitos são utilizados para compreender a formação profissionaldocente, se destacando: Conhecimento do conteúdo, conhecimento pedagógico do conteúdo (SHULMAN, 1986) e o saber experiencial (TARDIF, 2012).

Assim, nessa ampliação, buscamos analisar os conceitos dos mesmos autores nosartigos presentes em mais 3 revistas, a Revista Eletrônica de Educação Matemática - REVEMAT, a Educação Matemática Pesquisa – EMP e o Boletim de Educação Matemática - Bolema, além de identificar como os conceitos de ambos os pesquisadores, presentes nos artigos, são utilizados.

Os autores na Educação Matemática

O professor de psicologia educacional Lee Shulman (1986) nos fornece referências que contribuem para a compreensão da profissionalização da docência, tendo desenvolvido construtos como a Base de Conhecimento - Knowledge Base, conhecida por abranger um repertório de conhecimentos do ensino que indica uma preparação de programas de formação de professores e tem a finalidade de discutir as implicações e repercussões das pesquisas na formação inicial docente. Tais estudos foram desenvolvidos a partir de questionamentos recorrentes entre docentes e professores em formação. Para o autor, os próprios docentes têm dificuldades em articular o que conhecem e como conhecem; e considera, ainda, que as atitudes necessárias para ensinarsão identificadas na vivência em sala de aula, como docente.

Com isso, Shulman(1986) define que o trabalho deve ser em conjunto, onde grande parte da concepção do ensino deriva do trabalho de analisar saberes que vão surgindo da prática de novos professores em sua atuação como docentes. A partir disso, ele descreve 7 conhecimentos necessários aos professores, indicados na Figura 1, que buscam identificar os diferentes saberes presentes na prática docente.

Figura 1.

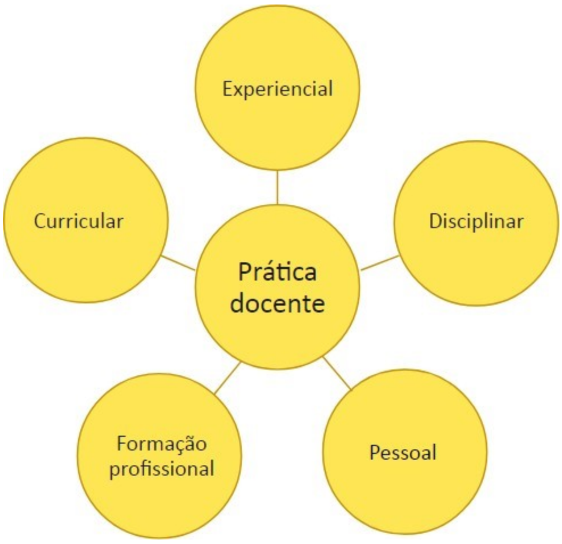
Conhecimentos docentes segundo Lee Shulman (1986)

Maurice Tardif também discorre em suas obras a respeito dos saberes docentes eda relação com a formação profissional dos professores. Segundo ele, é na prática docenteque passam a se firmar os saberes pedagógicos que posteriormente serão incorporados àformação profissional dos docentes. Tardif destaca que o saber docente é: “saber plural, formado de diversos saberes provenientes das instituições de formação, da formação profissional, dos currículos e da prática cotidiana” (TARDIF, 2012, p.48).

Partindo dessa ideia de pluralidade, ele ainda destaca que a possibilidade de uma classificação coerente dos saberes docentes só existe quando é associada às diferentes fontes de sua aquisição e às relações que os professores estabelecem entre os seus saberese com os seus saberes. Segundo Tardif (2012), existem 5 saberes docentes que se conjugam:

Figura 2.

Saberes docentes segundo Maurice Tardif (2012)



Mesmo depois de ter estabelecido esses 5 saberes, Tardif continuou seus estudose voltou a atenção ao saber experiencial. Tal destaque foi estabelecido pois há uma relação de exterioridade que os professores mantêm com os demais saberes, porque não controlam sua produção e nem sua circulação. É necessário ressaltar que, segundo o autor,todos esses critérios agem em conjunto e problematizam as relações existentes entre elespara então produzir um modelo válido de compreensão e análise dos saberes dosprofessores. Destacamos ainda que os dois autores que embasam este trabalho, Tardif e Shulman, consideram a importância da observação e da investigação que envolva fatos empíricos relacionados à atuação docente.

Metodologia

Segundo Bodgan e Biklen (1994), em uma investigação qualitativa as questões para investigação são determinadas com o objetivo de estudar o fenômeno em sua complexidade e no contexto natural. Assim, foi adotado nesse trabalho um viés qualitativo pois pretende-se compreender como os conceitos dos dois autores influenciamas pesquisas sobre formação de professores entre os anos de 2010 e 2021. Para isso foram analisados artigos de 3 revistas científicas do âmbito acadêmico do Ensino de Matemáticae, a partir disso, realizou-se uma análise por meio de um estudo bibliográfico (GIL, 2002).

Esta pesquisa exploratória (SEVERINO, 2007) teve como objetivo o aprimoramento de ideias ou a descoberta de intuições, as quais, partindo do levantamento bibliográfico oportunizaram a maior compreensão da temática de interesse.

Em um primeiro momento, foi realizado um mapeamento (BIEMBENGUT,2008) de 7 revistas reconhecidas no meio acadêmico por suas publicações de grande alcance, onde foram procurados artigos que mencionassem o nome dos autores Lee Shulman e Maurice Tardif. Dessas 7, apenas 4 delas (Acta Scientiae – já analisada em umrecorte anterior, Revista Eletrônica de Educação Matemática - REVEMAT**,** Educação Matemática Pesquisa - EMP, Boletim de Educação Matemática – Bolema) apresentaram artigos referenciando-os, já as outras 3 (Zetetike, Remate e Em Teia) não retornaram publicações com as referências procuradas no recorte temporal de interesse em seus mecanismos de buscas nos *websites* das revistas.

Posteriormente, em uma segunda etapa, foi realizada a quantificação dos artigos encontrados nas revistas e também a leitura dos resumos dos artigos. Na revista REVEMAT, foram encontradas 6 publicações de interesse; na revista Bolema apenas 1 publicação que referência e tece relações com os autores pesquisados; e a terceira revista, EMP, teve 2 publicações analisadas e consideradas com reflexão teórica pertinente para a compreensão da profissionalidade docente.

No momento seguinte, todos os artigos foram lidos integralmente e sintetizados para que fosse possível visualizar melhor os objetivos, os resultados e como os autores foram utilizados em cada um. Os resumos foram então organizados levando em consideração o tipo de pesquisa realizada, o objetivo, como e onde ocorreu e os resultadose/ou considerações finais em que os construtos dos autores foram encontrados. Procurou-se nessa organização identificar como os autores dos artigos relacionaram os conceitos de Lee Shulman e Maurice Tardif em suas pesquisas.

Cabe destacar que, em alguns dos artigos identificados, os autores analisados foram utilizados apenas para estabelecer uma comparação entre ambos, ou ainda, junto com outros autores que discutem a mesma temática da profissionalidade docente. Estes foram desconsiderados, pois estes trabalhos enfocavam apenas na apresentação das ideias dos diferentes autores tratados e nas semelhanças e diferenças entre eles.

Análises e Resultados

Apresenta-se no quadro abaixo a quantidade de artigos selecionados para análise por utilizarem os conceitos de Shulman e Tardif para compreender e/ou explicar processos e situações da formação da profissionalidade docente. A primeira coluna mostra o nome das revistas científicas analisada; já na segunda coluna temos a quantidade de artigos que referenciam Lee Shulman e a terceira apresenta aqueles que fazemreferência a Maurice Tardif:

Tabela 1.

Relação dos periódicos e quantidade de artigos selecionados

PERIÓDICO	SHULMAN	TARDIF
Revemat	6	1
Bolema	1	0
Educação Matemática e Pesquisa	1	1
Acta Scientiae (CHOLLET, BECHER, 2022)	5	5

Fonte: Elaboração própria.

Os artigos do periódico REVEMAT que referenciam os autores são pesquisas qualitativas que apresentam diferentes tipos de coleta e análise de dados. Algumas pesquisas desenvolveram uma análise documental de relatórios e questionários, outras, observações em sala de aula e o planejamento de atividades a serem desenvolvidas e analisadas no momento da prática docente. Com relação aos construtos teóricos de Lee Shulman presentes nesses artigos, destacaram-se o conhecimento do conteúdo,pedagógico do conteúdo e curricular. Já o construto de Maurice Tardif presente nas pesquisas foi o saber pedagógico.

Na segunda revista analisada, BOLEMA, apenas um artigo foi selecionado referenciando Lee Shulman, uma vez que os outros não apresentam os construtos de acordo com os objetivos desta análise, apenas estabelecem comparações entre as teorias de Shulman, Tardif e outros autores. O artigo analisado dessa revista é de natureza qualitativa, com análise de referenciais bibliográficos, dentre eles: livros didáticos, livros de fundamentos da Matemática, dicionários matemáticos e etimológicos, além de relatórios de pesquisa em Educação Matemática. O construto teórico que se destacou no artigo foi o conhecimento pedagógico do conteúdo (SHULMAN, 1986), pois o conhecimento matemático para o ensino, apresentado no decorrer do artigo, prioriza justamente a prática do professor em sala de aula.

Assim como na revista BOLEMA, os artigos selecionados do periódico Educação Matemática e Pesquisa são de base qualitativa e resumem-se em análise do planejamentode aulas, análise documental das atividades realizadas e estudo do estado da arte. Os construtos destacados nesses artigos foram: conhecimento do conteúdo, pedagógico do conteúdo (SHULMAN, 1986) e saber experiencial (TARDIF, 2012).

O periódico Acta Scientiae, analisado em um recorte anterior deste projeto de pesquisa (CHOLLET, BECHER, 2022), apresentou trabalhos que referenciam os autorese fundamentam-se em seus construtos teóricos. São todos artigos de natureza qualitativacom diferentes tipos de coleta e análise dos dados, como estudo de caso simples,entrevistas semiestruturadas, registros em diário de campo, audiovisuais, observações e gravações de aulas, participação observante, análise documental da produção dos professores envolvidos, além de questionários/materiais produzidos pelos alunos. Os conhecimentos de Lee Shulman destacados nos artigos foram principalmente do conteúdoe o pedagógico do conteúdo, enquanto o saber de Maurice Tardif ressaltado nessas produções foi o experiencial.

Cabe mencionar neste artigo uma pesquisa que merece destaque, tanto por sua metodologia quanto por seus resultados e embasamentos teóricos no autor Lee Shulman. A pesquisa qualitativa “Conhecimentos de graduandos para o ensino de matemática: experiências e possibilidades de integração na formação inicial” (SOUZA, ESTEVES e SILVA, 2014) teve como objetivo investigar o potencial de integração curricular e possibilidades de troca de conhecimentos entre licenciandos em Pedagogia e Matemática,nas situações de ensino do tema Grandezas e Medidas. Foram planejados momentos de trabalho em oito encontros realizados com os graduandos de ambos os cursos. Osprimeiros encontros aconteceram separados por curso e depois, quando as atividades estavam mais desenvolvidas, em conjunto. Os dados resumem-se a recortes dos diálogosdesenvolvidos e entrevistas com os grupos, nos quais se destacam elementos que revelam possibilidades de avanço para formação inicial de professores que ensinam Matemática. Primeiramente, cada curso planejou em duplas, um plano de aula, depois, foi proposto que cada dupla analisasse o plano produzido por outro par. No terceiro encontro as duplasexecutaram as aulas para os alunos do outro curso de licenciatura e, por fim, foram realizadas entrevistas com as duplas que planejaram as aulas. Sendo depois os alunos questionados sobre seu curso de graduação, seus conhecimentos matemáticos e também acerca dos encontros ocorridos.

Durante o quinto encontro, os grupos trocaram sugestões e críticas referente aos planos de aulas ministrados, e nesse mesmo momento, começaram a se consolidar discussões significativas dos conhecimentos dos licenciandos sobre as categorias em análise das aulas. No sexto encontro, foi proposto que as duplas, dessa vez formadas porum licenciando de cada curso, lessem e discutissem excertos retirados de dois artigos deShulman que focalizam a necessidade do conhecimento do conteúdo específico e do conhecimento pedagógico geral para construção do conhecimento pedagógico do conteúdo. No sétimo encontro, cada dupla formada no encontro anterior planejou uma aula sobre um conteúdo específico da Matemática e no último momento de integração, houve uma discussão com todos os licenciandos sobre as etapas realizadas. Nesseencontro, conforme o artigo pode-se notar que, com as análises sobre as três vertentes doconhecimento de Shulman, o grupo da Matemática apresentou dificuldades em planejare ministrar aulas para uma turma de alunos, ou seja, de estruturar seus conhecimentos pedagógicos do conteúdo; e quanto ao grupo da Pedagogia, a falta de conhecimento do conteúdo matemático impedia que seus conhecimentos pedagógicos gerais servissem como fundamento da estruturação de suas aulas, desrespeitando tanto a lógica interna quanto sequencial dos conceitos a serem ensinados.

As dificuldades apresentadas na pesquisa supracitada, assim como as análises dasdemais publicações, indicam que articular apenas os conhecimentos do conteúdo no momento de planejar e ministrar as aulas ou fazê-lo priorizando somente o conhecimentopedagógico geral, pode não ser suficiente para a prática docente em sala de aula.Sugerindo que é preciso o uso articulado destes conhecimentos para que as atividades deensino possam lograr maior êxito.

Além disso, o destaque que certas publicações deram ao saber experiencial e também ao curricular (TARDIF, 2012) sugere que os cursos de licenciatura vêm buscandooportunizar ao licenciando o saber da prática, aproximando a instituição de ensino superior formadora de professores das redes de ensino de educação básica. O que tem sido feito atráves de projetos como o Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência – PIBID.

Ao realizar uma comparação entre as 3 revistas aqui apresentadas e a Acta Scientiae, percebe-se uma semelhança quanto a utilização dos conceitos dos autores Lee Shulman e Maurice Tardif, uma vez que os dois autores fornecem subsídios e aporte teórico adequado para a compreensão do processo de formação docente.

Considerações finais

A priorização dos conhecimentos de conteúdo, pedagógico do conteúdo e curricular (SHULMAN, 1986) e dos saberes pedagógico e experiencial (TARDIF, 2012)sugere que os autores dos artigos analisados pensam a formação de professores a partir somente desses eixos, ou seja, que a formação de professores deve se dar partir do conhecimento de conteúdo, didático e curricular com uma aproximação entre a formaçãoe a prática profissional. Contudo, fica latente a dúvida se conceber a formação a partir destes aspectos é suficiente para abranger a diversidade de situações e saberes necessáriosa docência.

Apesar de ser necessária uma reflexão quanto a interdisciplinaridade cada vez mais presente nos currículos escolares, os resultados pareceram suficientes para percebermos que há a necessidade de mais investigações sobre o fazer docente, sobre conhecimentos e saberes que os professores (as) acessam quando estão em sala de aula, pois é neste momento que eles presenciam as dificuldades e refletem sobre a formação que tiveram. Em que pese a indicação de aproximação entre as instituições formadoras eas escolas, os resultados sugerem que ainda são necessárias mais investigações sobre o espaço da sala de aula e a constituição do professor neste espaço. Assim, apenas os conhecimentos do conteúdo, pedagógico do conteúdo, curricular (SHULMAN, 1986), e os saberes pedagógico e experiencial (TARDIF, 2012) parecem não serem suficientes para sustentar o complexo sistema que é a formação docente.

Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio Grande do Sul (FAPERGS), com a disponibilização da bolsa de Iniciação Científica pelo edital IFRS Nº 51/2021**.**

Referências

Acta Scientiae: **Revista de Ensino de Ciências e Matemática** [Acta Scientiae]. 2019. Disponível em: http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/index.

BIEMBENGUT, M.S. **Mapeamento na pesquisa educacional.** 1ª ed. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna, 2008.

Bolema: **Boletim de Educacao Matemática** [Bolema]. 1985. Disponível em: https://www.scielo.br/j/bolema/. Acesso em: 10 de julho de 2022.

BOGDAN. R. C., BIKLEN. S. K. **Investigação qualitativa em educação**. Porto Alegre:Porto Editora, 1994.

CRESWELL, J, W**. Investigação qualitativa e projeto de pesquisa: escolhendo entrecinco abordagens.** 3ª ed. Porto Alegre: Penso, 2014.

CHOLLET, A. T. R; BECHER, E. L. (2022) **Influências de Lee Shulman e Maurice Tardif nos artigos da revista Acta Scientiae sobre formação de professores entre 2010 e 2021**. In Anais do VIII Encontro Pernambuco de Educação Matemática. Plataforma Even3 - Caruaru, PE: SBEM/PE. Disponível em: http://www.sbempe.com.br/epem/anais/ Acesso em: 22 de julho de 2022.

Educação Matemática e Pesquisa. EMP. 1999. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/emp. Acesso em: 13 de julho de 2022.

FOWLER, F, J. Jr. **Pesquisa de Levantamento**. 4ª ed. Porto Alegre: Penso, 2011.

REVEMAT – **Revista Eletrônica de Educação Matemática** [REVEMAT]. (2009). Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat.

SEVERINO, A. J. **Metodologia do trabalho científico.** 23ª ed. São Paulo: Editora Cortez, 2007.

SHULMAN, L.; (1986, Fev.). **Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching.** *American Educational Research*. 1986. Disponível em: http://www.jstor.org/stable/1175860

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional.** 13ª ed. Petrópolis: Editora Vozes, 2012.

Mapeamento de Formadores de Matemática: um panorama sobre o preceptor de Matemática

Mapeo de Formadores de Matemáticas: una visión general del preceptor de Matemáticas

Mapping of Mathematics Trainers: an overview of the Mathematics preceptor

Robson Alves Faria[4101]
Universidade Federal de Ouro Preto
0000-0003-4816-5771

Douglas da Silva Tinti[4112]
Universidade Federal de Ouro Preto
0000-0001-8332-5414

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam Matemática.

Resumo

A presente pesquisa converge para as discussões acerca do desenvolvimento profissionale da Identidade Docente. O objetivo deste estudo é mapear como o Formador vem sendopautado nas pesquisas do campo da Educação Matemática especificamente refletir sobreo professor da escola que é denominado de Preceptor quando participa do Programa Residência Pedagógica (PRP). Para tanto, optamos por utilizar o Banco de Dissertações e Teses da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, considerandodissertações e teses defendidas no período de 2013 a 2022. Após os fichamentos dos trabalhos, foi possível verificar alguns resultados no que diz respeito a como as pesquisasreconhecem o professor como formador de professores de matemática. Com o levantamento notamos que não existem trabalhos que tratam o preceptor como formadorde professores, isto é que também pode contribuir para a formação dos licenciandos. O estudo incide no fato de que o PRP é um contexto emergente de pesquisa. Diante desse fato, há a necessidade de impulsionar investigações sobre essa temática como umavertente da área de concentração da Formação de Professores.

***Palavras-chave*:** Matemática, Residência Pedagógica, Identidade de Formador,Identidade Docente, Professor preceptor

Abstract

The present research converges on discussions about professional development and Teacher Identity. The objective of this study is to map how the Trainer has been guided in research in

[410] robson.alves@aluno.ufop.edu.br
[411] tinti@ufop.edu.br

the field of Mathematics Education, specifically to reflect on the school teacher who is called Preceptor when participating in the Pedagogical Residency Program (PRP). For this, we chose to use the Dissertations and Theses Database of the Coordination for the Improvement of Higher Education Personnel, considering dissertations and theses defended in the period from 2013 to 2022. After finishing the works, it was possible to verify some results regarding how the researches recognize theteacher as a mathematics teacher trainer. With the survey we noticed that there are no works that treat the preceptor as a teacher trainer, i.e. that can also contribute to the training of undergraduates. The study focuses on the fact that the PRP is an emerging research context. In view of this fact, there is a need to boost investigations on this themeas a strand of the Teacher Training concentration area.

***Keywords*:** Mathematics, Pedagogical Residency, Trainer Identity, Teacher Identity, Preceptor Teacher.

Resumen

La presente investigación converge en los debates sobre el desarrollo profesionaly la identidad docente. El objetivo de este estudio es mapear cómo el Formador ha sido guiado en la investigación en el campo de la Educación Matemática, específicamente parareflexionar sobre el profesor de escuela que es llamado Preceptor cuando participa en el Programa de Residencia Pedagógica (PRP). Para ello, se optó por utilizar el Banco de Disertaciones y Tesis de la Coordinación para el Perfeccionamiento del Personal de Nivel Superior, considerando las disertaciones y tesis defendidas en el período comprendido entre 2013 y 2022. Después de los fichamentos de los trabajos, fue posible verificar algunos resultados sobre cómo las investigaciones reconocen al profesor como formadorde profesores de matemáticas. Con la encuesta nos dimos cuenta de que no hay trabajos que traten al preceptor como un formador de profesores, es decir, que también pueda contribuir a la formación de los estudiantes de grado. El estudio se centra en el hecho deque el PRP es un contexto de investigación emergente. Ante este hecho, es necesario potenciar las investigaciones sobre este tema como una vertiente del área de concentración de la Formación del Profesorado.

Palabras clave: Matemáticas, Residencia Pedagógica, Identidad del Formador,Identidad del Profesor, Profesor Preceptor.

Introdução

A relação professor-aluno apresenta um cenário que tem sido uma das principais inquietações do ambiente escolar. Essas relações são muitas vezes permeadas por conflitos e desconfortos demandando do professor um comprometimento ativo no processo educativo. É importante que o professor formador compreenda que a tarefa docente tem um papel social e político. Apesar de não ser considerada uma simples compreensão, o professor precisa assumir uma postura crítica em relação a sua atuação.

Quando falamos de formador, precisamos lançar um olhar para os contextos de atuação. O formador atua em vários ambientes em que estamos inseridos, e em diversos contextos. Na escola, por exemplo, temos o coordenador que, pela sua formação, seria também um formador de professores; em um curso promovido pela Secretaria, temos a figura de um formador; em uma palestra ou oficina há um formador. Percebemos que osespaços de atuação do formador possuem suas próprias características.

Em síntese, podemos perceber a presença de um formador de professores: atuandocomo professor em um curso de Licenciatura; sendo um Coordenador Pedagógico em uma escola da Educação Básica; ministrando palestras, cursos, oficinas e outras ações formativas em diferentes contextos de formação continuada ou, ainda, recebendo estagiários de cursos de Licenciatura em suas classes da Educação Básica. Dessa maneira,há uma amplitude de atuação do formador na formação, inclusive podendo acontecer a partir das relações com nossos pais, familiares, amigos, no convívio na escola. Assim consideramos o professor denominado de preceptor um formador.

Este mapeamento visa apresentar panorama e reflexões de alguns resultados obtidos acerca de formadores da Educação Básica. Temos por hipótese de que quando osprofessores da Educação Básica se inserem em um programa como o PRP[412] ele pode construir uma nova identidade profissional, ou seja, a de formador de professores.

Formador é aquele que tem a responsabilidade de formar outras pessoas sobre determinado assunto. Isso não significa que seja o detentor do saber, mas um profissionalque apresenta um avançado conhecimento naquele assunto que se propôs a formar outros cuja responsabilidade vem com a atribuição e a busca constante por atualização tanto natemática quanto na didática.

Assim como Coura e Passos (2017), consideramos que o formador:

> É um elemento importante na formação docente, na medida em que, durante suas aulas, realiza um trabalho muito parecido com o que o licenciando presenciou quando aluno na Educação Básica e com o que pode realizar quando for lecionar. Por outro lado, o formador é, ele próprio, um professor que também se forma no exercício da profissão, pois precisa mobilizar seus conhecimentos para empreender práticas que

[412] Informações sobre a estruturação do PRP distribuição de bolsas acesse: https://www.gov.br/capes/pt-br/centrais-de-conteudo/06012020-edital-1-2020-resid-c3-aancia-pedag-c3-b3gica-pdf.

> atendam às demandas do seu contexto profissional. Desse modo, mantém uma dupla relação com a formação de professores: como agente em sua própria formação e na formaçãode seus alunos, futuros professores (Coura; Passos, 2017, p. 9).

De acordo como Mizukami (2006, p. 3), para esta pesquisa, entendemos por formador de professores “todos os profissionais envolvidos nos processos formativos de aprendizagem da docência de futuros professores ou daqueles que já estão desenvolvendoatividades docentes”.

Definir a figura do formador é bastante complexa, pois requer muitos conhecimentos teóricos e prático, além de muita criatividade e imaginação. Nessecontexto, consideramos o preceptor um formador. Diante disso, realizamos buscas de pesquisas já desenvolvidas, que podem auxiliar nas reflexões acerca do professor formador de Matemática.

Problemática e Justificativa

Antes de tudo, é importante mencionar que o início dessa inquietação se deu, diante da experiência do pesquisador durante a graduação que passou a refletir sobre qualo papel do formador quando este recebe os futuros professores. Desde então tornou-se um desafio a busca por respostas e aliados ao incentivo de amigos e professores o motivoua aprofundar seus conhecimentos e ingressar em um Mestrado Acadêmico. Por meio dosseus estudos observa-se a importância da participação do preceptor na formação inicial no âmbito escolar, além de nos provocar a refletir como vem sendo o local de aprendizagem profissional e comprometimento desse profissional e as relações de formadores e futuros professores nesses espaços.

Há uma preocupação no modelo em que eles são inseridos, como apontam (BENITES; SARTI E NETO, 2015, p. 113): “Os professores colaboradores não são reconhecidos como agentes formadores, pois para tal seria necessária uma atuação mais intencional e sistemática de sua parte”. É desse cenário que partimos no intuito de saber de que forma os professores da escola que recebem os licenciandos em programas públicos como o Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) e o Residência Pedagógica são inseridos como formadores de professores de Matemática.

É a partir desse movimento por meio do estudo de uma Política Pública, buscamos entender como esse espaço influencia não só a formação inicial, mas também a continuada, onde o professor que recebe os futuros professores se reconheça como um sujeito importante na formação dos licenciandos. (SANTANA; BARBOSA, 2019) O professor da escola, muitas vezes, não se reconhece como sujeito experiente que tambémpode contribuir para a formação dos futuros professores. Em muitas vezes sendo submissos à figura do representante da universidade.

Os estudos de Santana e Barbosa (2019), apontam que o preceptor legitima as relações que são constitutivas do espaço escolar e reconhece as regularidades e racionalidades deste contexto de formação. Ao mesmo tempo em que denuncia o descasoe a falta de reconhecimento do trabalho desenvolvido pela escola pública. Destaca-se que o preceptor "relativiza seu posicionamento e não se reconhece como sujeito experiente que também pode contribuir para a formação dos residentes e para a construção de atividades inovadoras" (SANTANA; BARBOSA, 2019, p. 11).

Como aponta Coura e Passos (2017) as expectativas que os formadores compreendem os futuros professores e o entendimento do seu papel docente influenciamno desenvolvimento das atividades propostas, as autoras sinalizam que alguns docentes apresentam uma vulnerabilidade em romper com alguns modelos nos quais foram formados, este dentre outros fatores, carecem de investigações. Diante disso, tendo em vista o formador de professores de Matemática, veremos a seguir algumas consideraçõesa respeito desse profissional.

Mapeamento e reflexões

Diante de um programa relativamente novo como o PRP (TINTI; SIVA, 2020), nosso olhar para o mapeamento realizado está na trajetória do professor da escola que recebe e participa da formação dos futuros professores, que se encontraram exercendo a docência nesse nível. Após os critérios de buscas ao analisar os trabalhos encontrados vimos que a maior parte das pesquisas possui como foco o formador de professores que ensina Matemática no ensino superior, ou seja, a atuação do professor da licenciatura emMatemática.

As pesquisas que tomam como foco o formador de professores na formação continuada são recentes e conhecer essa distância é necessário. Partimos de uma primeiraindagação sobre as pesquisas produzidas sobre essa temática.

Esse mapeamento apresenta resultados relativos às dissertações e teses queversam sobre formadores de professores de Matemática. A partir das contribuições de Fiorentini et al. (2016), entendemos o mapeamento como um levantamento sistêmico de informações acerca de pesquisas já produzidas sobre determinado assunto em um períodode tempo:

> Faz referência à identificação, à localização e à descrição das pesquisas realizadas num determinado tempo, espaço e campo de conhecimento. O mapeamento se

preocupa mais com os aspectos descritivos de um campo de estudo do que com seus resultados (FIORENTINI et al.., 2016, p. 18)

Realizamos pesquisas com diferentes descritores entre dissertações e teses com a intenção de conhecer a produção brasileira, com foco em estudos que permeiam o formador de professores de Matemática. O passo inicial foi estabelecer o banco de dadose os critérios de inclusão e exclusão para a composição desse corpus de análise.

Para a elaboração do mapeamento, optamos pelo Banco de Dissertações e Teses da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), considerando dissertações e teses defendidas no período de 2013 a 2022[413]. Como dito, o PRP é um programa novo, assim decidimos usar quatro descritores de busca: 1º "formador de professores de Matemática"; 2º "formadores de professores de Matemática"; 3º "formadores" AND "matemática" e o 4º "formador" AND "matemática", ao todo, encontramos 410 estudos. Ao longo da leitura dos resumos, foi possível perceber que vários estudos não tratavam diretamente do formador de professores de Matemática, mas estavam vinculados, por exemplo às linhas de pesquisa ou projetos que continham o termo "formador", como, por exemplo, o Programa de Pós-Graduação em Formação de Formadores (FORMEP) da Pontifícia Universidade Católicade São Paulo (PUC-SP). Tais características fizeram com que as buscas[414] realizadas retornassem um volume considerável de pesquisas e, portanto, excluímos aquelas que não tinham foco explícito no formador de professores de Matemática.

De posse dos títulos e resumos, organizamos as informações em um documento Word e criamos uma tabulação no Excel, com vistas a definir critérios de exclusão, comodetalharemos a seguir

a) Busca considerando o descritor "formador de professores de Matemática": ao realizarmos essa busca, foram localizados 8 estudos. (N=8)

b) Busca considerando o descritor "formadores de professores de Matemática": foram localizados 9 estudos. Ao verificarmos a duplicidade com a busca anterior identificamos que 2 já estavam em nosso corpus de análise. (N=15)

c) Busca considerando os descritores "formadores" AND "matemática": a busca retornou 264 dissertações e teses. Após análise dos resumos, identificamos que apenas 52estudos

[413] A escolha por este recorte temporal se deve ao fato de ser o período em que o Programa Residência Educacional foi instituído por meio dos Decretos nº 57.978/ 2012 e 59.150 / 2013.
[414] Buscas realizadas em 26 de junho de 2022.

versavam sobre o formador de professores de Matemática. Identificamos que 7 estudos já estavam incluídos nas buscas anteriores, totalizando 45 novos estudos a seremincluídos em nosso corpus de análise. (N=60)

d) Busca considerando os descritores “formador” AND “matemática”: foram identificados 129 estudos, dos quais apenas 30 investigaram o formador de professores de Matemática e, entre esses, apenas 5 não estavam inseridos nas buscas anteriores. (N=65)

De posse desses 65 estudos, foi construída uma planilha para o preenchimento dos seguintes dados: autor; ano; título da pesquisa; nível de estudo; objetivo; quem o estudo concebe como formador de professores de Matemática; e resultados.

É importante dizer que, muitas vezes, os resumos não nos davam as informações suficientes, sendo necessária uma leitura mais minuciosa para decidir se as pesquisas entrariam ou não para o nosso estudo.

Após esse processo de escolha dos 65 estudos, mesmo que alguns apresentassemem seus textos a palavra formador, foi possível identificar que 20 deles apenas referenciavam o termo, mas não tratavam diretamente do formador. Sendo assim, nesse levantamento apenas 45 estudos tinham como foco o formador de professores de Matemática. A seguir, apresentaremos algumas características desses estudos.

Os 45 estudos são oriundos das cinco regiões brasileiras. Ao levantarmos as regiões em que essas pesquisas foram realizadas, identificamos que há uma representatividade regional no Sudeste de 44% do total, e chama a atenção a produção acadêmica de apenas 5% das pesquisas na região Nordeste, isto é, uma dissertação, em 2016, e uma tese, em 2018.

Nesse movimento de análise com vistas a aprofundá-la, optamos por identificar os estudos e categorizá-los, para verificar quem os estudos concebem como formador de professores de Matemática. Ressaltamos que a realização dessa tarefa se deu mediante aleitura e análise dos objetivos e resultados. Ao analisar os trabalhos encontrados, vimos que a maior parte das pesquisas possui como foco o formador de professores que ensina Matemática no ensino superior, ou seja, a atuação do professor da licenciatura em Matemática.

A Tabela 1 apresenta as categorias dos estudos considerados para a nossa análise, percebemos que 36 olham para o professor da universidade, 5, para o coordenador, e 4, para o professor da escola.

Tabela 1.

Pesquisas que versam sobre o professor formador Fonte: produzido pelo autor (2022).

Categoria/Ano	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	Total
Professor da Universidade	4	2	2	8	10	5	3	2	36
Coordenador	...	...	2	2	1	...	...	...	5
Professor da Escola	...	...	...	...	3	1	...	...	4

Destaca que nossa intenção foi mapear as pesquisas, para identificar o que os estudos versam sobre o professor formador de Matemática no Ensino Fundamental e Médio. Após a leitura das 45 pesquisas, verificamos que algumas delas apresentam o coordenador pedagógico da Educação Básica como formador. De fato, a Coordenação pedagógica é um cargo da área da educação que tem como objetivo melhorar as práticasdos professores na formação continuada da escola

Entretanto, entendemos o coordenador como responsável pela formação dos professores nas escolas. Além disso, é um colaborador direto da direção, ou seja, o coordenador pedagógico é um profissional designado para uma função específica. Assim,as pesquisas que tratavam do coordenador não foram consideradas dado o foco desta pesquisa. A partir dos resultados das dissertações e teses, identificamos 4 trabalhos relativos ao nosso foco: Jesus (2015), Corrêa (2017), Pereira (2017) e Mano (2018).

Após a análise, observamos que, das quatro pesquisas destacadas com o foco no professor da Educação Básica, Mano (2018) e Jesus (2015) não centralizam o professor da escola. Já Pereira (2017) realizou um estudo sobre sua própria prática como professorda escola, e os participantes não compõem nosso foco do mapeamento. A que mais se aproximou do nosso foco foi a autora Corrêa (2017), que trabalha diretamente com o professor da escola.

Ainda que encontremos nas pesquisas de Mano (2018) e Corrêa (2017) indícios de uma consideração ao professor da escola como formador, o que é coeso, pois o RP começou em 2018 e não houve tempo hábil para tratar desse formador em pesquisas ou, ao menos, para concluir as pesquisas iniciadas. Podemos dizer que nesse levantamento usando os descritores não houve nenhuma pesquisa que tratasse do professor do Ensino Fundamental e Médio como formadores de professores.

Por meio do processo de levantamento, foi revelado que embora os estudos, apresentam debates que permeiam o formador, bem como alguns aspectos que se relacionam o seu desenvolvimento profissional. É possível inferir que não encontramos pesquisas que lidam e reconhecem o professor da escola como formador quando esse se insere no PRP. Isso pode estar atrelado ao fato de "o PRP é um Programa, relativamente,novo e que ainda há questões a serem investigadas" (TINTI; SILVA, 2020, p. 168).

Considerações Finais

O mapeamento, possibilitou percebemos a importância de programas públicos, como o Programa Residência Pedagógica no que tange a Formação Inicial. Mesmo que sejam escassos os investimentos, as políticas públicas viabilizam uma discussão pedagógica no que diz respeito à formação de professores.

Nesse sentido, é necessário conhecer e refletir sobre o papel das políticas públicasque favoreçam e fortaleçam ações que visam pensar atividades e práticas na formação como elemento articulador entre à teoria e prática. Sendo assim, entendemos que o PRP pode ser um desses espaços institucionais que contribuem, também, com a formação do professor preceptor. Haja vista o que nos aponta Tinti e Manrique (2019, p. 384) de que,"Ao longo dos últimos anos temos percebido, no Brasil, que diferentes Programas e Políticas Públicas voltadas à formação de professores têm favorecido a estruturação de diferentes grupos de professores com vistas a refletir sobre a prática docente".

Percebemos durante os estudos que o PRP fomenta práticas de ensino e extensão, possibilitando a participação em eventos em sua maioria, com apresentação de trabalhos oriundos de práticas desenvolvidas nas escolas parceiras. Uma premissa básica do PRP épensar a escola como *lócus* de formação (TINTI, 2019), ou seja, que concebe a escola como um lugar de aprendizagem profissional para que o professor possa vivenciar a profissão antes de ingressar oficialmente na carreira.

Notamos uma concepção muito presente, que é olhar para a escola como espaço de formação, isso nos faz pensar no papel dos professores da Educação Básica que atuam diretamente na formação e podem ser compreendidos como formadores de professores. Assim, mesmo que implicitamente, o professor da Educação Básica acaba assumindo um papel importante como formador de professores.

Além disso, nas nossa analises a literatura mostrou que não há estudos sobre a Identidade de Formador do Preceptor de Matemática, quando esse se insere numa políticapública como o PRP.

Nesse contexto em que se insere esse profissional, identificamos umaoportunidade de investigar quais as repercussões da participação como preceptor no PRPpara o movimento de constituição da identidade de formador de professores de matemática.

Agradecimento

O presente trabalho foi realizado com apoio da Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP) e à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil(CAPES) - Código de Financiamento 001.

Referências

Benites, L. C.; Sarti, F. M.; Souza, S. de (2015). De mestres de ensino a formadores de campo no estágio supervisionado. *Cadernos de Pesquisa*. 2015, v. 45, n. 155, pp.100-117. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/198053142928>. ISSN 1980-5314. https://doi.org/10.1590/198053142928.

Corrêa, C.P. Q. (2017) *A Formação dos Formadores do Programa Institucional de Bolsade Iniciação à Docência (PIBID)*. 2017. 249 p. Tese (Doutorado em Educação). Programa de Pós Graduação Stricto Sensu em Educação. Universidade Federal deJuiz de Fora, Minas Gerais/MG.

Coura, F. C. F.; Passos, C. L. B. (2017). *Estado do conhecimento sobre o formador de professores de Matemática no Brasil.* Zetetike, 25(1), 7–26. Disponível em: >https://doi.org/10.20396/zet.v25i1.8647556<.

Cyrino, M. C. C. T. (2017). Identidade Profissional de (futuros) Professores que Ensinam Matemática. *Perspectivas da Educação Matemática*, v. 10, n. 24, 31 dez. 2017.

Fiorentini, D. et al. (2016). O professor que ensina matemática como campo de estudo: concepção do projeto de pesquisa. In: FIORENTINI, D.; PASSOS, C. L. B.; LIMA, R. C. R. (Org.). *Mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre o professor que ensina matemática: período 2001 - 2012*. Campinas, SP: FE/UNICAMP, 2016. p. 17 - 42. E-Book. ISBN 978-85-7713-198-3. Disponível em: https://www.fe.unicamp.br/pf-fe/pf/subportais/biblioteca/fev-2017/e-book- mapeamento-pesquisa-pem.pdf.

Jesus, A. C. G. (2015). *Formação de professores formadores: concepções e práticas em disciplinas da área de matemática do curso de pedagogia.* Dissertação – Mestradoem Educação em Ciências e Matemática, Universidade Federal de Goiás, Goiânia,2015.

Mano, V. N. S. (2018). *Práticas Docentes Compartilhadas: Saberes Profissionais em Construção, em um Ambiente de Articulação entre Escola e Universidade.* Dissertação - Mestrado em Ciências em Ensino de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro/IM, Rio de Janeiro, 2018.

Mizukami, M. G. N. (2006). Aprendizagem da docência: professores formadores. *RevistaE-Curriculum*, São Paulo, v. 1, n. 1, dez. - jul. 2005-2006. Disponível em: < https://revistas.pucsp.br/index.php/curriculum/article/view/3106/20>.

Paula, E.F; Cyrino, M.C.C.T. (2018). *Perspectivas de identidade profissional de professores que ensinam matemática presentes em artigos científicos publicadosentre 2006-2016.* Acta Scientiae, Canoas, v.20, n.5, p. 778-799, set./out. 2018, https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.v20iss5id4151.

Pereira, C. A. B. (2017). *Como nos tornamos formadores de professores: processo de constituição profissional*. 2017. 209 p. Tese (Doutorado em Educação). Programade Pós-Graduação Stricto Sensu em Educação. Universidade São Francisco, Itatiba/SP.

Ponte, J. P. da (2014). Formação dos professores de Matemática: Perspectivas atuais. In: PONTE, J.P. (Ed.). *Práticas profissionais dos professores de matemática*. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014. p. 343-360.

São Paulo. Decreto n º 57.978/2012. Institui o Programa de Residência Educacional, noâmbito da Secretaria da Educação, e dá providências correlatas. Diário Oficialdo Estado – Poder Executivo –Seção I -19/04/2012, p. 1.

Santa, F. C. M.; Barbosa, J. C. (2019). *A relação universidade/escola e o programa residência pedagógica/subprojeto de matemática: estratégias de poder e modos de subjetivação.* Revisem, 2019, nº. 2, p. 1-24.

Tinti, D. S.; Silva, J. F. (2020). Estudo das repercussões do Programa ResidênciaPedagógica na formação de professores de matemática. *Formação Docente*, BeloHorizonte, v. 13, n. 25, p. 151-172.

Tinti, D. S.; Manrique, A.L. (2019). *Sou professora de Matemática tradicional! Análise de traços de identidade de Amanda em relação à constituição profissional*. EMP - Educação Matemática Pesquisa, São Paulo, v.21, n.1, pp. 383-404, 2019. ISSN1983-3156. DOI: <https://doi.org/10.23925/1983-3156.2019v21i1p383-404>.

IX CIBEM
Congresso Iberoamericano de Educação Matemática
05 a 09 de dezembro de 2022
FISEM
SBEM
1946 • 2021 75 anos PUC-SP

O Legado de Malba Tahan numa perspectiva de omnilateralidade: inter-relações entre o trabalho docente e a Educação Profissional e Tecnológica

Malba Tahan's legacy from an omnilateral perspective: interrelationships between teaching and Vocational and Technological Education

El legado de Malba Tahan desde una perspectiva omnilateral: interrelaciones entre el trabajo docente y la Formación Profesional y Tecnológica

Luciana Paula Lourenço[415]
Instituto Federal de Minas Gerais, campus Ouro Branco
0000-0001-8804-577X

José Fernandes da Silva[416]
Instituto Federal de Minas Gerais, campus São João Evangelista
0000-0002-5798-5379

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam Matemática

Resumo

Esse artigo objetiva contextualizar historicamente o legado de Malba Tahan e discorrer sobre as inter-relações entre o trabalho docente e Educação Profissional e Tecnológica (EPT) a partir das práticas pedagógicas implementadas por Tahan, trazendo à tona a importância do ensino-aprendizagem de matemática, numa perspectiva de educação omnilateral. Esse ensaio acadêmico utilizou como metodologia pesquisas bibliográficas e em fontes históricas fazendo parte de um projeto em andamento junto a uma instituição federal localizada em Minas Gerais. A formação docente a partir da didática de Tahan vai ao encontro da finalidade da EPT que é humanizar o conhecimento e levá-lo a suprir as necessidades de democratização da educação e propiciar uma formação omnilateral.

Palavras-chave: Educação Matemática, Educação Profissional e Tecnológica, Malba Tahan, Omnilateralidade, Trabalho Docente.

Abstract

This article aims to historically contextualize Malba Tahan's legacy and discuss the interrelationships between teaching and vocational and technological education (EPT) from the pedagogical practices implemented by Tahan, bringing to light the importance of teaching and learning mathematics in an omnilateral education perspective. This academic essay used bibliographic research in historical sources as methodology, and it is part of an ongoing Master's project in Vocational and Technological Education at a

[415] lupaulalourenco@gmail.com
[416] jose.fernandes@ifmg.edu.br

Federal Institution from Minas Gerais state in Brazil. Teacher formation based on Tahan's didactics meets the purpose of the EPT, which is, to humanize knowledge and make it meet the needs of democratization of education by providing an omnilateral training.

Keywords: Mathematics Education, Vocational and Technological Education, Malba Tahan, Omnilaterality, Teaching.

Resumen

El objetivo de este artículo es contextualizar históricamente el legado de Malba Tahan y discutir las interrelaciones entre el trabajo docente y la educación profesional y tecnológica (EPT) a partir de las prácticas pedagógicas implementadas por Tahan, trayendo a la luz la importancia de enseñar y aprender matemáticas, en una perspectiva de educación omnilateral. Este ensayo académico utilizó como metodología la investigación bibliográfica de fuentes históricas y hace parte de un proyecto en curso de la Maestría en Educación Profesional y Tecnológica de una institución federal en el estado brasileño de Minas Gerais. La formación docente basada en la didáctica de Tahan responde al propósito de la EPT, que es humanizar el conocimiento y conducirlo a atender las necesidades de democratización de la educación y brindar una formación omnilateral.

Palabras clave: Educación en Matemáticas, Educación Profesional y Tecnológica, Malba Tahan, Omnilateralidad, Trabajo Docente.

Introdução

No Brasil dos anos 30, um professor de matemática levou para sua sala de aula propostas didáticas com uso de curiosidades culturais, literatura, atividades lúdicas, desafios matemáticos, jogos e material didático manipulável. Ele se chamava Júlio César de Mello e Souza e seu pseudônimo era Malba Tahan (1895-1974). Tahan rompeu com o uso exclusivo de aulas teóricas e expositivas, tornando o aluno o foco principal do processo de aprendizagem e incentivando a interdisciplinaridade dos conhecimentos matemáticos com outras Ciências numa prática pedagógica e educacional inovadora para sua época de atuação.

Ao propor o ensino de matemática de forma interdisciplinar, Tahan despertou olhares para que o ensino da sua época tivesse uma postura reflexiva em torno do aluno, do trabalho docente, da realidade sociocultural e do próprio saber matemático, unificando essas áreas e fazendo com que elas interagissem entre si. Ele tornou-se um dos precursores do que se conhece como educação matemática. Dentro do contexto da educação matemática, a didática de Tahan preocupou-se com a formação docente e com os conteúdos, fazendo críticas à forma como os conhecimentos matemáticos eram organizados no contexto educacional. Ele ensinava de modo que o conhecimento envolvesse e impactasse as relações socioculturais e econômicas de estudantes, professores, comunidade escolar e mercado de trabalho.

Este ensaio acadêmico foi motivado pela dúvida de até que ponto essas inovações conseguiram mudar a cultura dos educadores ao ponto de que a colocassem em prática. O objetivo é discorrer sobre as inter-relações entre trabalho docente e Educação Profissional e Tecnológica (EPT) a partir das práticas pedagógicas implementadas por Malba Tahan, trazendo à tona a importância do ensino-aprendizagem de matemática, numa perspectiva de educação omnilateral, isto é, numa abordagem integral que faça sentido para os alunos, propiciando a eles autonomia na busca pelo uso do conhecimento matemático e buscando englobar aspectos históricos, socioculturais e de suas rotinas pessoais. Esse artigo faz parte de um estudo qualitativo em andamento que lança mão de pesquisas bibliográficas e pesquisas em fontes históricas para contribuir com novos modos de promover a formação de professores a partir das práticas pedagógicas em educação matemática propostas por Malba Tahan junto a uma instituição federal de ensino localizada no estado de Minas Gerais.

1 Malba Tahan numa perspectiva de omnilateralidade: trabalho docente e sua didática da matemática

As memórias de Júlio César de Mello e Souza, o educador que criou Malba Tahan, permanecem vivas. O trabalho de educação matemática desenvolvido por ele junto à população brasileira rendeu-lhe uma homenagem: a Lei 12.835 publicada em 26 de junho de 2013, que instituiu o Dia Nacional da Matemática em 06 de maio, data do nascimento do autor. O professor Mello e Souza começou a dar suas primeiras aulas no ano de 1913 aos dezoito anos. Curiosamente, ele não foi um bom aluno em matemática e atribuiu esse fato ao ensino tradicional da época. Para Tahan (1961, p. 163) a matemática não deveria ser vista pelos professores como "um conjunto de regras, cálculos e fórmulas que irá formar jovens para a vida prática", tal atitude em sala de coragem e procurou romper com o ensino considerado tradicional (expositivo, mecânico e desvinculado da realidade), mostrando para os colegas que a disciplina não deveria ser abordada com algebrismos - termo definido por ele como todo conteúdo ministrado "fora dos objetivos reais dessa ciência, com a finalidade única de complicar, dificultar e tornar obscuro o ensino da Matemática" (TAHAN, 1961, p. 61).

Ele recorreu à criatividade, ao estudo dirigido, à manipulação de objetos e defendia a instalação de laboratórios de Matemática em todas as escolas. Ele foi o responsável pelo entrosamento da matemática com a língua portuguesa pois utilizava a linguagem oral para contar histórias e tornava suas aulas dialógicas, interativas e divertidas. Esse processo didático que incentivou o uso do vocabulário e de conhecimentos do cotidiano dos alunos na aprendizagem da leitura e escrita por meio de uma educação significativa aos alunos. Essa educação lhes propiciava a construção e a ampliação dos significados de sua própria vida. Livros, artigos em mídia impressa, crônicas e entrevistas foram os meios encontrados por Tahan para registrar suas ideias, que depois foram disponibilizadas em um acervo aberto para pesquisas acadêmicas e consultas públicas no Centro de Memória da Faculdade de Educação (CEM/FE) da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP). Informações sobre a vida e obras de Tahan, além de pesquisas sobre ele encontram-se também disponíveis no Site Oficial da Família e dos Admiradores de Malba Tahan[3].

Tahan criou estratégias de aprendizagem em educação matemática revolucionárias e eficazes repercutidas até hoje por meio da discussão como instrumento pedagógico; da valorização do educando como protagonista; do pensar e do criar como elementos do processo de conhecer; da busca de conhecimento para melhor intervir na realidade e da participação ativa dos educandos. Sua metodologia considerava o processo de ensino-aprendizagem em matemática de maneira mais integradora e significativa. No estilo malbatahânico "a didática se define como direção técnica da aprendizagem [...] e a atividade profissional do mestre consiste em dirigir aprendizagens" (TAHAN, 1961, p. 226). Para isso, caberia aos professores aplicar uma didática onde os conteúdos de Matemática seriam exemplificados a partir do cotidiano

[3] Site: https://malbatahan.com.br/

portuguesa e as demais disciplinas escolares (TAHAN, 1961).

No livro *A Didática da Matemática*, Tahan divulgou ideias e perspectivas referentes à aprendizagem de matemática. No volume I, de 1961, o autor fez fortes críticas ao ensino da época e no volume II, de 1962, ele apresentou propostas voltadas para a autonomia no aprendizado, fazendo recomendações para um ensino de matemática mais humanizado. Tais obras tornaram-se manuais de orientações e recomendações, onde Tahan combate a matemática mal ensinada e orienta que os professores: "evitem problemas complicados, [...] procurem dar ao ensino uma feição simples, prática, agradável e (sempre que fôr possível) intuitiva" [sic] (TAHAN, 1961, p. 163). O professor deve "se interessar (diretamente) pelo estudante", por meio da reflexão de sua prática, formulando perguntas do tipo "estará êle (o educando) acompanhando as minhas lições? Ouve com prazer as minhas aulas?" [sic]. Para Tahan interessar-se pelas condições - pessoais e materiais - dos alunos interferia na aprendizagem e trazia maior humanização para a prática educacional (TAHAN, 1961, p. 164-165).

Nos dois volumes de *A Didática da Matemática*, há traços de conceitos de omnilateralidade, interdisciplinaridade e transversalidade, temáticas voltadas para formação humana integral e amplamente discutidas no âmbito da EPT ofertadas pelos Institutos Federais de Educação, Ciência e Tecnologia (IFs) nas suas diferentes modalidades de ensino. Para Sousa Júnior (2008, p. 288), entender o conceito de omnilateralidade é necessário pois esse "só se realiza, como práxis social, coletiva e livre" a partir de uma formação mais ampla onde não existam relações alienadas entre os indivíduos e seu intercâmbio com a natureza e o social. Para o autor, "a criação de novas bases sociais" permitirão "o livre desenvolvimento das potencialidades humanas", assim, o homem omnilateral, "não se define pelo que sabe, domina, gosta, conhece, muito menos pelo que possui, mas pela sua [...] disponibilidade para saber, dominar, gostar, conhecer coisas, pessoas, enfim, realidades as mais diversas" (SOUSA JÚNIOR, 2008, 284).

A interdisciplinaridade presente nas obras de Tahan é interpretada por Pereira (2008, 263), como uma "tentativa do homem conhecer as interações entre mundo natural e a sociedade, [...] incluindo a relação indivíduo/sociedade e a relação entre indivíduos". Essas relações são indissociáveis aos conceitos educacionais de formação humana propostos pela EPT que se baseiam na integração de todas as dimensões da vida no processo educativo, e nos quais as áreas e/ou disciplinas são trabalhadas de forma transversal com vistas à formação omnilateral.

Tentativas de melhorar tanto a qualidade do ensino, como de valorizar a carreira docente, são registradas por Tahan, que destaca a necessidade de "aperfeiçoar-se constantemente", para romper com a forma tradicional, deficitária e fragmentada de ensinar de sua época. Ele viveu as tensões relativas ao ensino dos anos 30 além da sala de aula, pois fatores socioculturais e econômicos sempre trazem influências e mudanças para a educação.

2 Educar para o conhecimento profissional ou para o mercado de trabalho

Entre os fatores que ocasionaram mudanças no cenário educacional, foi por meio da Reforma Francisco Campos (1931), que surgiu a disciplina denominada matemática, resultado da integração entre aritmética, álgebra e geometria. A Revolução Industrial brasileira, com início em 1930, intensificou a industrialização e passou a demandar do Estado uma educação fundamentalmente prática, voltada para o exercício de profissões que atendessem o mercado de trabalho. A partir daí, as escolas passaram a ensinar de maneira diferente, entrando em cena uma educação profissional voltada para atender exclusivamente o mercado, valorizando o conhecimento profissional como projeto de integração social. Em 1932, surgiu o Movimento dos Pioneiros da Escola Nova fortalecido com a publicação do Manifesto dos Pioneiros da Escola Nova, em contraposição a esse projeto pedagógico construído pelo Estado.

Para Lima (2017, p. 263), "mais do que uma proposta de reconstrução educacional, o que estava sendo proposto no Manifesto era uma reconstrução nacional social e econômica", a qual deveria "ser implantada por meio da educação atrelada intimamente com o processo de industrialização do país". O Movimento da Escola Nova, do qual Tahan foi colaborador, surgiu como forma de romper com a desvalorização do trabalho docente e com a redução do ensino a uma aprendizagem operacional e automatizada.

Levando-se em consideração os aspectos sócio-históricos e culturais que envolvem tanto, o trabalho enquanto uma atividade vital para o homem, quanto a educação como meio de socialização, Saviani (2007, p. 152) aponta que "trabalho e educação são atividades especificamente humanas". Isso significa que, "apenas o ser humano trabalha e educa". Os homens ao buscar meios de sobrevivência, "aprendiam com seus próprios atos. Eles aprendiam a trabalhar trabalhando. Lidando com a natureza, relacionando-se uns com os outros, os homens educavam-se e educavam as novas gerações" (SAVIANI, 2007, p. 154), por meio da transmissão intergeracional.

O capitalismo industrial ao moldar e adaptar a força de trabalho às novas condições da produção de capital, ocasiona uma ruptura sociocultural na forma de aprender a trabalhar e delega essa função às escolas. Saviani (1989, p. 13) destaca que é "a sociedade capitalista que generaliza as exigências do conhecimento sistematizado, passa então a embutir na sociedade através da educação" o desenvolvimento econômico, como meio para proporcionar ganhos materiais à massa trabalhadora em troca da venda da sua força de trabalho.

Ramos (2017, p. 21) destaca que esse acontecimento foi "o marco da separação entre trabalho e educação e o chama de institucionalização da escola". Para a autora, "é a primeira Revolução Industrial que modifica a função da escola de uma perspectiva de socialização para uma função econômico-produtiva". É a Revolução que fez uso da "ciência como força produtiva, fez surgir o trabalho abstrato por meio da divisão social e técnica do trabalho, e por meio da redução do processo de produção a um conjunto de tarefas simples". (RAMOS, 2017, p. 23). Ciência e tecnologia juntas se tornaram um negócio lucrativo, pois aumentavam a produção, gerando mais-valia e produtos tecnológicos como bens de consumo. Antunes (2009, p. 103) define a noção de classe trabalhadora como "aqueles que criam diretamente mais-valia e participam diretamente do processo de valorização do capital".

A educação profissional com apoio da tecnologia, passou então a manipular os meios legais de formação da classe trabalhadora retirando da educação a ideia de socialização, de autonomia e de transmissão cultural de conhecimentos. A lógica do capital passou a se impor sobre a classe trabalhadora que deixou de se preocupar em ampliar seus direitos e educar-se para o conhecimento profissional, focando-se apenas na busca por emprego. Assim ocorreu a precarização da vida e do trabalho, com a exposição à violência, desemprego, precarização dos serviços básicos, entre outras coisas. Quando o conceito de cidadania passa a ser regulado pelo capital e pela ideologia dominante, uma série de medidas é imposta aos trabalhadores no intuito de promover a "desregulamentação acelerada da legislação laboral levando à perda dos direitos pelos quais os trabalhadores lutaram durante todo o século XX". (FRIGOTTO & CIAVATTA, 2003, p. 57).

A pobreza dos sentidos, de acordo com Oliveira (2003) "passa a tornar-se uma necessidade, gerando ausência de identidade". Para o autor, "o estado de exceção tornou-se realidade. Estar desempregado tornou-se normal. A sociedade perdeu sua autonomia, sua capacidade de trilhar seu próprio caminho". De acordo com Oliveira (2003) a solução para combater as desigualdades se daria por meio do combate ao próprio capital, onde "o teor precário da vida popular é explicado pelo funcionamento contemporâneo da sociedade em sua dinâmica no capitalismo. É preciso haver articulação entre política, economia e classes sociais".

É por meio da educação integral que discussões sobre direito e cidadania ocorrerão junto aos trabalhadores e estudantes gerando competências necessárias para combater as opressões do capitalismo. Ramos (2017, p. 21) destaca haver uma contradição entre capital e trabalho. Ainda que o capital "seja o polo dominante no processo histórico, em alguns momentos, o trabalho se torna polo determinante e leva a classe trabalhadora a lutar pelo direito à educação". A redefinição do campo educacional por meio de reformas e inovações pedagógicas como ferramenta coletiva para a construção de conhecimentos tornou-se a missão de educadores como Malba Tahan. Cabia ao trabalho docente a missão de romper com a lógica de educar para o mercado em prol de colaborar com a formação integral dos cidadãos. Isso ocorreria através de conhecimentos que levariam em consideração as diversidades, o respeito às individualidades e a preparação para o convívio em sociedade.

Inter-relações entre o trabalho docente e a formação na Educação Profissional e Tecnológica

Aliar o legado de Malba Tahan à EPT poderia operacionalizar processos educativos interdisciplinares, sobretudo em matemática, propiciaria a emancipação dos estudantes por meio da mediação do professor. Para Tahan (1961, p. 34), "a Matemática aparece, a cada instante, na vida corrente para as necessidades comuns à quase totalidade dos homens, mas, muitas vêzes, cada um dêles tem, além disso, uma ferramenta a empregar" que faça "uso profissional da Matemática em caráter permanente". É importante que o professor compreenda que o seu trabalho é a base tanto da produção material dos sujeitos quanto da produção dos conhecimentos. O que viabiliza o trabalho pedagógico no viés da EPT é a compreensão de que ambas produções se dão por meio, e a partir, do trabalho docente.

Com relação ao termo trabalho, Frigotto & Ciavatta (2003, p. 57) apontam que "à medida que crescem os bens materiais, as relações de trabalho se tornam mais complexas e exigem competências técnicas e políticas". Nesse sentido, termos como trabalho, cidadania, emancipação, educação profissional, politecnia e educação omnilateral precisam ser entendidos pelo profissional docente enquanto classe trabalhadora como práticas contextualizadas historicamente que se transformam segundo dinâmicas sociais, culturais, políticas e econômicas.

Segundo Saviani (2007), para o trabalhador se assumir como autônomo numa sociedade, ele precisa dominar os princípios da educação e do trabalho, ou seja, ele precisa de uma base de cultura geral, de uma base técnica e da prática do trabalho. Saviani (2007, p. 162) traz a concepção marxiana para a noção de politecnia que surge além da questão terminológica.

> Independentemente da preferência pela denominação "educação tecnológica" ou "politecnia", é importante observar que, do ponto de vista conceitual, o que está em causa é um mesmo conteúdo. Trata-se da união entre formação intelectual e trabalho produtivo, que no texto do *Manifesto* aparece como "unificação da instrução com a produção material"; nas *Instruções*, como "instrução politécnica que transmita os fundamentos científicos gerais de todos os processos de produção"; e n'*O capital*, se enuncia como "instrução tecnológica, teórica e prática". (SAVIANI, 2007, p. 162).

A politecnia "se encaminha na direção da superação da dicotomia entre trabalho manual e trabalho intelectual, entre instrução profissional e instrução geral" (SAVIANI, 1989, p. 13). Numa perspectiva de dualidade, entre um ensino que integre tanto o conhecimento intelectual como o trabalho em si. Percebe-se que trabalho e educação, na abordagem de uma educação politécnica, parte da ideia de que não interessa ao docente somente transformar-se numa máquina de reprodução de conhecimentos. É preciso ir além e integrar conhecimentos teóricos e práticas formativas que propiciarão aos estudantes uma educação humanizada, integral, formadora, científica e tecnológica. Ramos (2017, p.29) destaca que,

> A educação politécnica seria o horizonte, compreendida como aquela capaz de proporcionar aos estudantes a compreensão dos fundamentos científicos, tecnológicos e sócio históricos da produção. Superar-se-ia, assim, a formação, estritamente, técnica para os trabalhadores e a acadêmica para as elites. Ao invés de uma formação restrita a um ramo profissional, esta teria o caráter omnilateral, isto e, voltada para o desenvolvimento dos sujeitos em "todas as direções". (RAMOS, 2017, p. 29).

Para Ramos (2017, p. 30), "não faz sentido delimitar o horizonte de desenvolvimento humano", é importante que o estudante, tenha "acesso ao conjunto de conhecimentos que lhe possibilitaria compreender a totalidade da vida social e produtiva, assim como desenvolver suas habilidades em diversos campos como: Ciências, Matemática, Linguagens, Artes". Importante ressaltar que o papel do professor dentro da EPT é o de mediador na construção do conhecimento, buscando despertar nos alunos o interesse pela educação e colaborando para a construção de conhecimentos significativos. Malba Tahan, é um exemplo de professor brasileiro que lecionou por meio de conteúdos significativos para tornar seus alunos protagonistas de suas aprendizagens. Santos (2019, p. 41) destaca que Tahan, "tornou-se um Professor de Matemática cuja visão transcendeu a realidade vivenciada por educadores e alunos, apresentando um conteúdo mais concreto e adaptado à vida cotidiana de seus educandos". Além disso, Tahan vivenciou vários processos de mudança que ocorreram na educação brasileira após o advento do capitalismo industrial.

Souza (2019, p. 61) destaca que Tahan "foi testemunha viva de momentos em que a História da Educação Matemática se consolidava no Brasil, durante o século XX". Entre eles, a "Reforma Francisco Campos, em 1931; a Reforma Capanema, em 1942; o Movimento da Escola Nova, na década de 1930, e o Movimento de Renovação da Matemática (iniciado na década de 1950)". Para o autor, "a formação do cidadão foi um dos aspectos defendidos por Malba Tahan quanto ao Ensino da Matemática segundo uma filosofia de ensino menos rígida e mais dinâmica". Tahan introduziu "espaços para uma disciplina cheia de vida, humanizada e distanciada dos rigores teóricos, Tahan fazia apologia à moderação de práticas teóricas, porém sem desvalorizar sua importância”. (SOUZA, 2019, p. 164).

Levando-se em consideração que a matemática enquanto disciplina faz parte da formação e enquanto Ciência se faz presente tanto nos modos de produção capitalista quanto nos seguimentos sociais e profissionais. Percebe-se numa perspectiva de educação omnilateral que o processo formativo em educação matemática no âmbito da EPT é muito importante na estruturação do pensamento e da capacidade intelectual dos estudantes, não se admitindo que tal estrutura educacional se desvincule da formação básica. Trazer metodologias apoiadas no legado de Malba Tahan para o trabalho docente junto às escolas de EPT é de suma relevância para estruturar as bases da educação omnilateral propostas para essa modalidade de educação.

Considerações Finais

Entre as investigações empreendidas pode-se elencar a contribuição do legado pedagógico de Tahan: para o trabalho docente e a Educação Profissional e Tecnológica por meio da humanização do conhecimento; para a valorização de práticas metodológicas contextualizadas e interdisciplinares; e para um trabalho docente que prioriza a formação humana numa perspectiva de omnilateralidade além do âmbito da Educação Profissional e Tecnológica, com conhecimentos estendidos a toda comunidade. Aqui, o trabalho docente deve ser entendido como mais do que a relação do professor com o conhecimento e técnicas de ensino, cabe ao docente a busca pela humanização do conhecimento.

Face ao exposto, é importante detectar as dificuldades e defasagens apresentadas na formação do professor que ensina matemática, seja ele matemático ou pedagogo, como também verificar a metodologia utilizada em sala de aula. A partir daí, então, incluir processos permanentes de formação docente voltados para a construção social do conhecimento matemático; sobretudo, para a autonomia da aprendizagem dos alunos e para uma formação integral e emancipadora.

Referências

Antunes, R. (2009). A classe que vive do trabalho: a forma de ser da classe trabalhadora hoje. Os sentidos do trabalho: ensaio sobre a afirmação e a negação do trabalho. São Paulo: Boitempo. 2ed. (pp. 101-117).

Frigotto, G. Ciavatta, M. (2003). Educar o trabalhador produtivo ou o ser humano emancipado? Trabalho, educação e saúde. v. 1 (1), (pp.45-60).

Lima, V. L. S. (2017). Os manifestos de 1932 e 1959 e suas contribuições para as diretrizes e bases da educação. Revista Communitas. v. 1 (1), jan/jun., (pp. 247-267). https://periodicos.ufac.br/revista/index.php/COMMUNITAS/article/download/1172/pdf

Oliveira, F. de. (2003). Crítica à razão dualista: o ornitorrinco. São Paulo: Boitempo. 1 ed. (pp. 1-38; 82–150).

Palácio do Planalto. Casa Civil. (2013). Lei nº 12.835 de 26 de junho de 2013. Institui o Dia Nacional da Matemática. Diário Oficial da República Federativa do Brasil, Brasília. http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2011-2014/2013/lei/l12835.htm.

Pereira, I. B. (2008). Dicionário da educação profissional em saúde. PEREIRA, I. B. & LIMA, J. C. F. (Orgs.). Rio de Janeiro: EPSJV, 2.ed. 478 p. https://www.epsjv.fiocruz.br/sites/default/files/l43.pdf.

Ramos, M. N. (2017). Ensino Médio Integrado: lutas históricas e resistências em tempos de regressão. Ensino Médio integrado no Brasil: fundamentos, práticas e desafios. ARAÚJO, C. A. & NASCIMENTO, C. N. N. da S. (Orgs.). Brasília: Ed. IFB. (pp. 20–43).

Santos, A. O. (2019). Vida, pensamento e obras do professor Júlio César de Mello e Souza – Malba Tahan: o ensino de matemática no Brasil nas primeiras décadas do Século XX. [Tese de Doutorado em Educação em Ciências e Matemática, Universidade Federal de Uberlândia]. https://repositorio.ufu.br/bitstream/123456789/26197/5/VidaPensamentoObras.pdf.

Saviani, D. (1989). Sobre a concepção de politecnia. Rio de Janeiro: FIOCRUZ/Politécnico da Saúde Joaquim Venâncio. (pp. 5–50).

__________. (2007). Trabalho e educação: fundamentos ontológicos e históricos. Revista Brasileira de Educação. v. 12 (34), jan./abr. (pp. 152-165).

Site Oficial da Família e dos Admiradores de Malba Tahan. (2022). Bibliografia: obra completa [Júlio César de Mello e Souza]. https://www.malbatahan.com.br/bibliografia/obra–completa/#slide2.

Tahan. M. (1961). Didática da Matemática. São Paulo: Saraiva, 2ed. v. 01, 275p.

_________ (1961). Didática da Matemática. São Paulo: Saraiva, 2ed. v. 02, 247p.

Uma abordagem da resolução de problemas e os processos do pensamento matemático na formação de professores que ensinam Matemática

An approach to problem solving and the processes of mathematical thinking in the training of teachers who teach Mathematics

Une approche de la résolution de problèmes et des processus de la pensée mathématique dans la formation des enseignants qui enseignent les Mathématiques

Rogério Osvaldo Chaparin
IFSP, CAEM-IME-USP

Modalidade: Comunicação oral
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam Matemática.

Resumo

Este texto é um recorte da tese de doutoramento do autor, cuja pesquisa teve como objetivo investigar as possíveis mudanças da prática docente de professores que ensinam Matemática, durante a vivência de um curso de formação continuada com foco na resolução de problemas e nos processos do pensamento matemático. Nas áreas envolvidas utilizamos como referências primárias Nóvoa, Lester e Cai, Kilpatrick e Stanic, Piggott e Dreyfus. Para atingir nosso objetivo, em termos metodológicos, usamos os pressupostos da Engenharia Didática de Artigue e da Teoria das Situações Didáticas de Brousseau. Destacamos os seguintes pressupostos da formação: a resolução de problemas em grupo, a socialização das estratégias de resolução e a resolução de vários tipos de problemas. Percebemos que as resoluções feitas pelos professores evoluíram gradativamente com foco na elaboração de estratégias pessoais, a preocupação com as justificativas e argumentações e a explicitação das ideias utilizadas para resolver os problemas.

Palavra-chave: resolução de problemas, formação de professor, pensamento matemático.

Introdução

Quando pensamos um ambiente escolar centrado na resolução de problemas e no desenvolvimento dos processos do pensamento matemático, devemos destacar o papel importante do professor. Lester (2013) ressalta que o professor não precisa necessariamente ser um *expert* em resolver problemas, porém deve ser experiente em resolver problemas, pois terá a compreensão firme do que envolve uma solução bem-sucedida. O professor, vivenciando e entendendo todo o processo de uma resolução de problemas, pode auxiliar de forma significativa os seus alunos a obterem sucesso na prática da resolução de um problema.

A partir dessa premissa de Lester, elaboramos um curso de atualização para professores que ensinam matemática visando proporcionar essa experiência. Segundo Almeida, Silva e Gatti (2016), há ausência de um "perfil profissional claro de professor" no contexto nacional da formação continuada de professores. Por isso, existe necessidade de investigar de forma mais objetiva quais conhecimentos delimitam a base da ação docente. Os autores destacam que, não raramente, subestimamos a atividade docente quando se verificam discursos e concepções que enxergam na figura do professor apenas alguém cuja tarefa é "facilitar a aprendizagem" ou desempenhar o papel de um "parceiro mais experiente" do aluno.

A formação de professor foi estruturada considerando diversos aspectos para entender a complexidade da resolução de problema em sala de aula. Zimmermann (2016) aponta alguns fatores que nos permitem compreender as dificuldades e os obstáculos possíveis na aplicação da resolução de problemas em diversos contextos escolares:

a) ciclo resolução de problemas e volta ao básico: movimento pendular, ora centraliza o ensino na resolução de problemas, ora no ensino da matemática básica.

b) restrições do ensino: uma pertinente discrepância entre realidade de ensino, sujeito a prescrições curriculares orientadas para testes, limitação de tempo, desafios sociais para aulas multiculturais e altas expectativas da escola e dos pais.

c) *O papel do professor*: o professor pode fazer a diferença, suas ações podem provocar efeitos positivos nos aprendizes, pensando num bom ensino sobre resolução de problemas matemáticos.

d) *Implementação da resolução de problemas na sala de aula*: há uma dificuldade em levar os resultados de pesquisas em resolução de problemas para o interior das práxis da sala de aula.

Na sequência, descrevemos os principais elementos da fundamentação teórica, a metodologia utilizada na pesquisa, apresentamos alguns resultados e as considerações finais.

Resolução de Problemas

Para English e Sriraman (2010), nos problemas contidos nos livros didáticos, problemas rotineiros ou problemas de palavras, na maioria dos casos, as informações neles contidas já foram cuidadosamente matematizadas pelos alunos, ou seja, desmascara-se a matemática, mapeando as informações do problema de tal forma a produzir uma resposta usando quantidades familiares e operações básicas. Os pesquisadores destacam que se a maioria das experiências dos estudantes em sala de aula em resolver problemas for embasada neste tipo de problema, a capacidade dos alunos em resolver problemas no mundo real será comprometida. Acrescentamos que tal experiência não propicia o desenvolvimento dos processos do pensamento matemático.

Pensando neste desenvolvimento, acreditamos que uma possibilidade eficaz seria trabalhar com os problemas abertos na sala de aula.

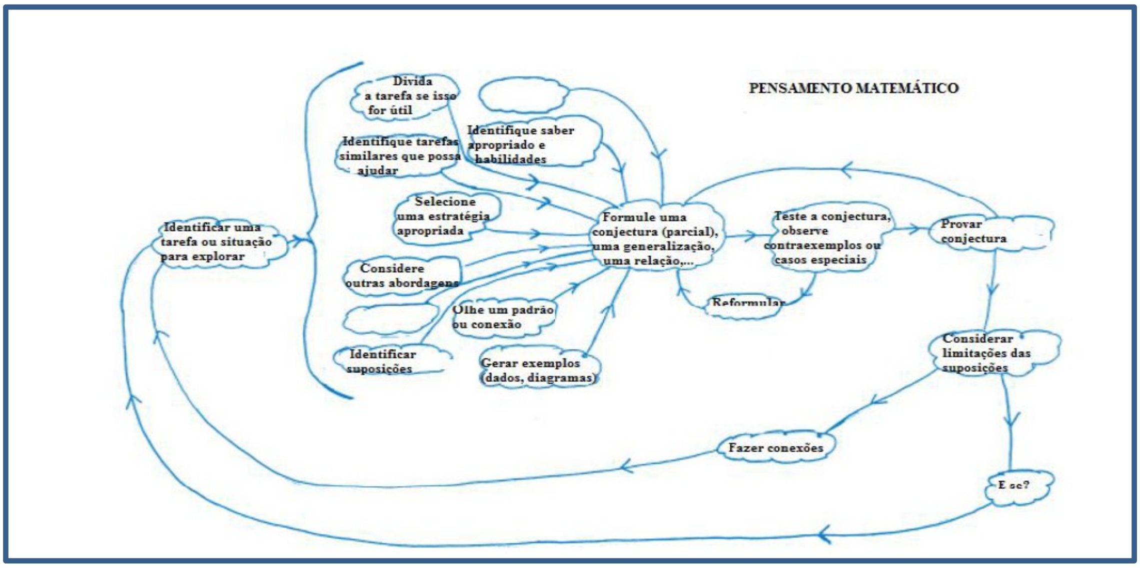
Os problemas abertos têm as seguintes características: os enunciados são curtos, não induzem o método de resolução; os problemas estão em um campo conceitual com o qual os alunos têm suficiente familiaridade, eles podem naturalmente tomar posse da situação e fazer ensaios, conjecturas, planos de resolução e apresentar contraexemplos**.** Essa característica é essencial ao problema aberto, pois o conhecimento que está em jogo é suficientemente dominado pelo aluno. Os problemas abertos são aqueles não rotineiros, que podem ser trabalhados desde os anos iniciais, para despertar no aluno a vontade de resolver um desafio. A publicação *Problème ouvert et situation problème* (ARSAC; GERMAIN; MANTE,1991), destinada a professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental, enfatiza a importância desse tipo de problema. Os problemas abertos são tarefas que podem admitir uma variedade de estratégias, suscitam nos alunos o uso de diferentes modelos e representações, ou seja, permitem que os alunos explicitem os seus modos particulares de resolução.

Concordamos com Stacey (2006) quando enfatiza que, na resolução de problemas matemáticos, aspectos do pensamento matemático estão presentes, tais como: profundo conhecimento matemático, habilidades de raciocínio geral e conhecimento de estratégias heurísticas. Mason, Burton e Stacey (2010) salientam a importância de uma *ATMOSFERA MATEMÁTICA* (grifo dos autores): questionar, desafiar e refletir para desenvolver o pensamento matemático num ambiente de aprendizagem. Para esses autores, desde os anos iniciais da escolaridade, a criança pode desenvolver uma atitude positiva diante de uma situação-problema, ela pode: identificar questões para investigar, interpelar suas suposições, elaborar conjecturas, procurar validar ou refutar argumentos, ser autocrítica, avaliar diferentes abordagens, mudar, negociar e alterar caminhos. A seguir, apresentamos aspectos dos processos do pensamento matemático que são enfatizados na escolha dos problemas para serem trabalhados durante o curso.

Processos do Pensamento Matemático

Piggott (2007) visualiza três aspectos importantes para o ensino e aprendizagem da Matemática, considerando a interação de estratégias de resolução de problemas e pensamento matemático: fomentar o diálogo em sala de aula, dando oportunidade para aplicar estratégias em uma variedade de situações, auxilia a desenvolver suas próprias habilidades de resolução de problemas e, portanto, ajuda os professores a identificarem o que precisa ser ensinado.

Quadro 1.
Ball, 2002, p19 (tradução nossa)



É pertinente mostrar como Ball (2002) ilustra por meio de ações/atitudes como o professor pode estimular os alunos a traçar um percurso na resolução de um problema de forma que provoque o desenvolvimento dos processos do pensamento matemático. Ela usou as ideias contidas no livro de Anne Watson e John Mason (1998).

Quadro 2.
Processos do pensamento matemático (Ball, 2002 apud Watson; Mason, 1998, p.19)

Palavras que descrevem pensamento matemático	Exemplos de instruções
Exemplificação Especialização	Dê- me um ou mais exemplo de... Descreva, demonstre, mostre, desenhe, encontre
Completar Deletar Corrigir	O que dever adicionado, removido ou alterado? Conte-me o que está errado com..... O que precisa ser mudado de modo que....
Mudar/ Variar Alterar	E se...? Faça de um ou mais modos. Qual é o mais rápido, mais fácil...?
Conjecturar Generalizar	O que acontece no geral? É sempre, alguma vez, nunca...? Descreva todas as possibilidades.
Explicar, justificar Verificar, convencer Refutar	Explique por que... De me uma razão... Como pode ter certeza de ...

Com esse quadro podemos visualizar algumas ações que os professores podem realizar no seu contexto escolar para gerenciar um ambiente que proporcione uma resolução de problemas que enfatiza o desenvolvimento dos processos do pensamento matemático.

Formação de professores e resolução de problemas

Uma formação continuada de professores precisa levar em conta as necessidades, as dificuldades dos professores, sua experiência em sala de aula. Nóvoa (2009) salienta a dimensão pessoal como um aspecto importante no desenvolvimento profissional do professor. "Trata-se de construir um conhecimento pessoal no interior do conhecimento profissional e de captar o sentido de uma profissão que não cabe apenas numa matriz técnica ou científica." (p.39). Uma formação que tenha tal visão considera que aprendizagem é um direito da pessoa e uma necessidade da profissão, e não uma obrigação.

Na concepção de Polya, o professor é a chave para o sucesso da resolução de problemas em sala de aula, pois só um professor sensível pode estabelecer o tipo correto de um problema, porque ensinar também é uma arte, pois a resolução de problemas é uma atividade humana que exige experiência, gosto e julgamento. A tarefa do professor não é fácil! Burkhardt (1988) observa três aspectos do professor diante do desafio de ensinar a resolver problemas:

a) matematicamente – o professor pode perceber as implicações dos alunos após as diferentes abordagens, sejam elas positivas e, se não, o que ele pode fazer para mudar o quadro apresentado.

b) pedagogicamente – o professor pode decidir quando intervir e que sugestões deve dar para os alunos, ou grupo de alunos, para que eles encaminhem suas soluções por si.

c) pessoalmente – o professor pode estar frequentemente na posição, não comum para professores de matemática e desconfortável para muitos, de não saber; para funcionar bem sem saber todas as respostas, é preciso ter experiência, confiança e autoconsciência.

Lester (2013) descreve algumas ações docentes que efetivamente podem auxiliar os alunos a obter relativo sucesso num ambiente escolar embasado na resolução de problemas: projetar e selecionar tarefas adequadas para instrução; dar significado e tomar as devidas ações depois de ouvir e observar os alunos enquanto eles trabalham em uma tarefa; manter as tarefas apropriadamente problemáticas para os alunos; prestar atenção e estar familiarizado com os métodos usados pelos alunos para resolver problemas; ser capaz de tomar a ação apropriada (ou dizer a coisa certa) no momento certo; criar uma atmosfera de sala de aula que é condutora para explorar e compartilhar.

Consideramos os aspectos destacados por Lester para elaborar a dinâmica e a estrutura do curso de atualização.

A organização do curso

Organizamos o calendário do curso de modo a permitir que, após cada encontro, tivéssemos tempo para realizar as análises *a posteriori* desse encontro antes de preparar o encontro seguinte, de acordo com a metodologia estabelecida, a Engenharia Didática.

Assim, cada encontro após o primeiro, foi construído levando em conta a análise *a posteriori* do encontro anterior.

Decidimos privilegiar a discussão entre os professores em todos os encontros, tanto para que vivenciassem o trabalho em duplas (ou ternas), quanto para que pudéssemos conhecer como concebem a matemática em geral e, especialmente, a resolução de problemas.

A partir do segundo encontro, todos os seguintes ocorreram em duas etapas: na primeira etapa, fizemos a institucionalização com base nas resoluções das atividades realizadas no encontro anterior e na validação advinda da comparação entre análise *a priori* e *a posteriori,* expondo as estratégias de resolução dos problemas resolvidos no encontro anterior e discussão sobre quais adaptações a serem realizadas naquelas atividades, para adequá-las às suas respectivas classes. Na segunda etapa, propusemos problemas relativos a um novo tópico da resolução de problemas.

Após cada encontro, era enviado aos professores, por *e-mail*:

● Cópia das atividades propostas e resolvidas durante o encontro;

● Um conjunto de atividades com problemas do tipo daqueles trabalhados no encontro, tanto para eles tentarem resolver, quanto para se inspirarem se desejassem propor os mesmos, ou adaptação deles a suas classes;

● Referências bibliográficas ou de *sites* a serem visitados, como sugestão de leitura para aprofundamento do assunto tratado.

O curso do ponto de vista didático

Estabelecemos alguns princípios que pautaram a condução do curso:

● As atividades seriam feitas em grupos de dois ou, no máximo, três professores, tanto para que vivenciassem o trabalho em grupo e discutissem estratégias de resolução, quanto para permitir que o pesquisador conhecesse como os professores "pensam a matemática";

● Cada grupo receberia uma única folha com a atividade a ser trabalhada, para forçar a discussão do grupo pela resolução da atividade proposta;

● O pesquisador não interferiria na formação das duplas ou trios, somente estabeleceria que ninguém deveria ficar isolado;

● Enquanto os grupos de professores resolvessem as atividades propostas, o pesquisador observaria, respondendo somente as questões que não envolvessem a solução do problema, incentivando a discussão entre os grupos e reforçando a necessidade de expressar as ideias discutidas;

● A partir do segundo encontro, eles ocorreriam em duas etapas: na primeira, seria feita a institucionalização dirigida pelo pesquisador, por meio de discussão sobre o tema e problemas resolvidos no encontro anterior. A segunda etapa seria destinada à resolução das atividades preparadas para serem resolvidas pelos grupos de professores em sala de aula;

●. Após cada encontro, seriam encaminhados por e-mail os materiais trabalhados nesse encontro, além de sugestões de atividades para serem desenvolvidas em sala e referências para aprofundamento dos temas discutidos.

Sujeitos de pesquisa

No primeiro encontro, 51 professores responderam a um questionário. Apresento algumas características desse grupo: 43 professores estudaram o ensino básico em escola pública; em relação à graduação, a maioria (34 de 51) fez um curso superior na rede particular; 26 professores lecionam nos anos iniciais; a maioria dos professores (87%) lecionam na escola pública; 16 professores têm menos de cinco anos de experiência, 15 têm de cinco a dez anos de sala de aula e 17 lecionam por mais de dez anos; em relação à concepção sobre resolver problemas - é a arte da descoberta, é uma metodologia, resolver problemas da vida real revela a importância da matemática – foram as opções mais citadas.

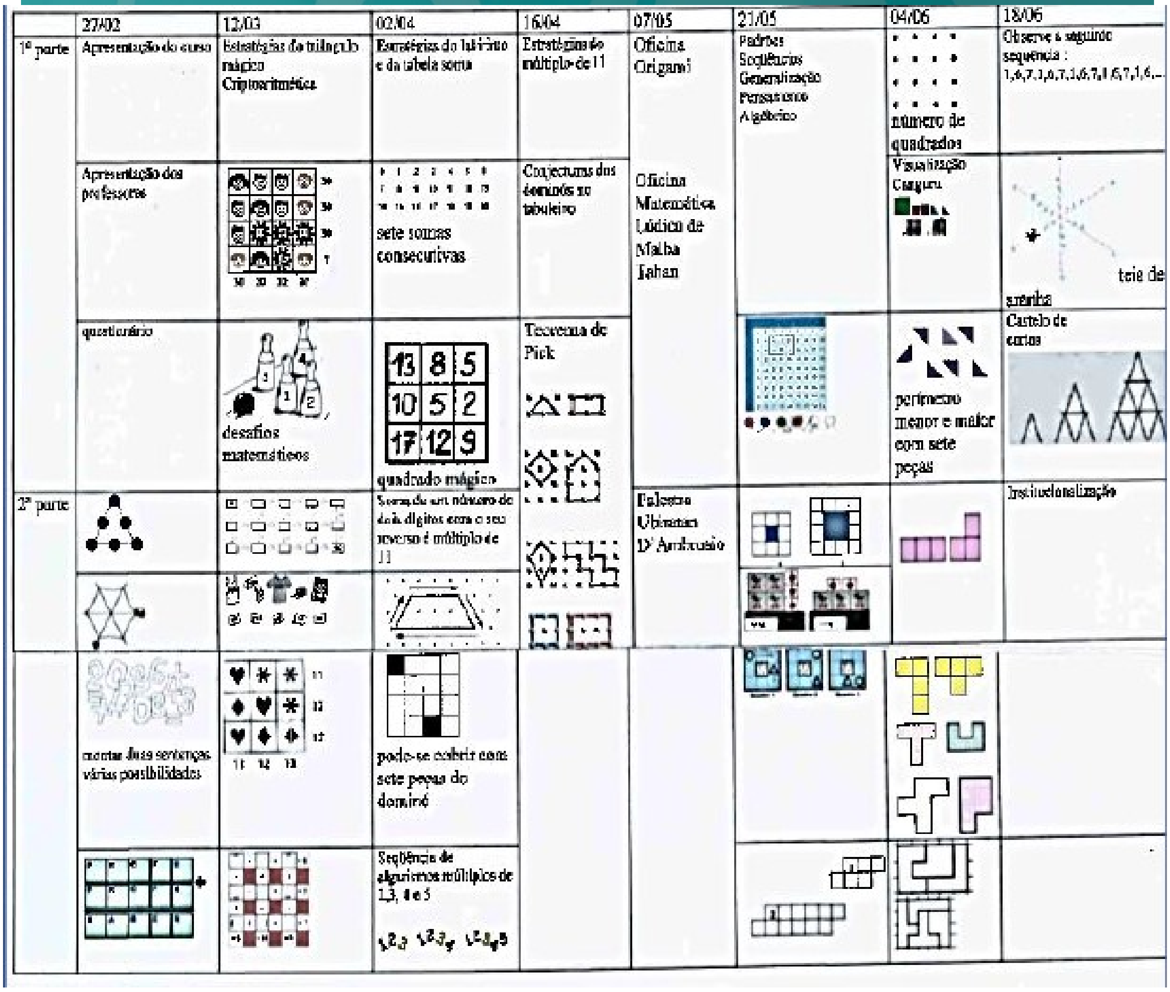
Metodologia

Optamos pela metodologia da Engenharia Didática, pois nossa pesquisa se enquadra nas características de tal metodologia. Segundo Artigue (1988), a Engenharia Didática é uma metodologia de investigação, de caráter experimental, baseada em realizações didáticas em sala de aula, ou seja, sobre concepções, realizações e observações e análises de sequências de ensino. Sua característica primária é ser uma investigação baseada na experimentação em sala de aula, cujo enfoque comparativo é de caráter interno, pois sua validação está embasada na comparação entre as análises *a priori* e *a posteriori*.

A dinâmica dos encontros quinzenais com os professores (com duração de 3h45min cada) foi iniciada com a preparação, com a análise *a priori* de cada atividade a ser apresentada; a partir do segundo encontro, na primeira parte, apresentamos, discutimos e compartilhamos as resoluções dos grupos segundo os objetivos de cada encontro, e posteriormente apresentamos as ideias do encontro recorrente. Na segunda parte do encontro, os professores resolveram em grupo os problemas propostos de acordo com os seguintes temas: 1- Desafios e problemas abertos; 2- Estratégias de resolução; 3- Atividades investigativas; 4- Resolução de problemas e pensamento matemático; 5- “Virada Malba Tahan”; 6 - Pensamento Algébrico; 7- Pensamento Geométrico; 8- Problemas e avaliação do curso.

O quadro a seguir pode dar uma noção geral de como foram os encontros, visualizando os problemas que foram abordados em cada sessão. Normalmente, os grupos de professores resolveram quatro problemas após o intervalo. Usamos alguns problemas antes do intervalo para institucionalizar os saberes docentes.

Quadro 3.
Ilustração do curso de formação (elaborado pelo autor)



Resultados de pesquisa

A figura acima apresenta um panorama geral de como foram os encontros com os professores. A seguir, destacamos os principais resultados obtidos em cada encontro.

A partir do segundo encontro, a primeira parte (antes do intervalo) foi utilizada para institucionalizar os saberes do encontro anterior. A seguir, apresentamos dois problemas do primeiro encontro que foram mote para a discussão sobre o que é um problema, caracterizações dos problemas abertos e o compartilhamento das diversas estratégias de resolução.

Figura 1.
Triângulo Mágico (elaborado pelo autor)

PROBLEMA 1

Coloque os números de 1 a 6, sem repetir, nos círculos abaixo, de modo que a soma de cada lado do triângulo seja a mesma. Quantas respostas você conseguiu?

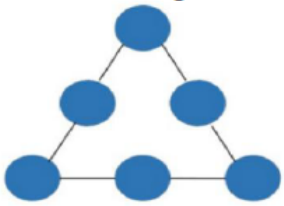
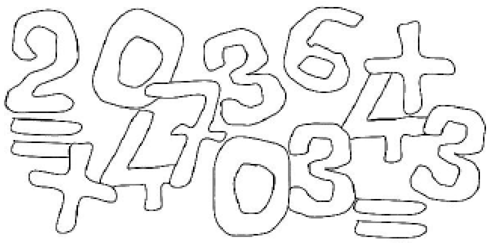


Figura 2.

Problema da fada travessa (Rallye Mathematique des écoles de Côte d'Or, 2012, p.12)

A travessa fada misturou duas adições com o seu resultado.

Ajuda-me a encontrar as duas adições! (Existem várias soluções para encontrar).



A partir do triângulo mágico estabelecemos que o problema tem um caráter de desafio e é necessário mobilizar conceitos matemáticos e construir percursos pessoais para desenvolver suas próprias resoluções. Por volta de seis professores disseram que utilizaram a estratégia de tentativa e erro. Alguns professores tentaram resolver algebricamente. Destacamos as estratégias de decomposição numérica e a resolução algébrica como forma de "garantir" que esse problema tem somente quatro soluções, ou seja, salientamos a importância da justificativa, argumentação.

Os problemas do primeiro encontro foram escolhidos para abordar os problemas abertos, em que cada um deles tem várias soluções. Resolvemos e discutimos as resoluções do primeiro encontro, mostrando as diversas estratégias de resolução, pois consideramos, a priori, que os professores resolveriam por tentativa e erro. Um dos objetivos do curso é capacitar os professores para resolver problemas.

Como os problemas abertos têm a característica de estimular novos questionamentos, apresentamos algumas indagações: sobre a possibilidade de ter um triângulo maior, por exemplo, com nove números (quatro números em cada lado), quais seriam as somas possíveis?

Existe um quadrado mágico com três números em cada lado, usando os números de 1 a 8 sem repetir? Caso afirmativo, quais seriam as "somas mágicas"? Existem retângulo, pentágono, hexágono... mágicos?

O problema da fada travessa foi o que discutimos mais minuciosamente com o grupo de professores, pois a maioria dos sujeitos encontrou dificuldade em resolver esse problema. Percebemos que essa atividade gerou incômodos nos professores por se tratar de um problema não rotineiro, pois, segundo Abrantes (1988), os problemas escolares normalmente são padronizados. Provocamos os professores com alguns fatos matemáticos: qual a quantidade de algarismos em cada adição? Podemos obter algumas combinações com os algarismos dados? A partir disso, os professores tentaram resolver individualmente ou com o colega do lado. Isso foi suficiente para aparecerem as primeiras soluções, e diversos professores expressaram-nas. Esse problema provocou nos professores o desequilíbrio necessário para favorecer o aprendizado. Segundo Brousseau (1996), para se promoverem situações de aprendizagem nos alunos, é necessário que o professor coloque o aluno frente a situações em que ocorra o desequilíbrio, ou seja, situações que seus esquemas cognitivos inicialmente não são capazes de resolver, mas que se articulam com o meio para que favoreçam a aprendizagem.

No segundo encontro, utilizamos o problema do labirinto para explorar os seguintes aspectos durante a institucionalização: apenas resposta (mostrar o trajeto do labirinto) não era a resolução esperada. A seguir, apresentamos duas resoluções analisadas, destacando a estratégia de trás para frente, as discussões feitas pelo grupo e realçando as dificuldades que surgiram durante a resolução, ou seja, registros de como pensaram para resolver o problema e revelam as mudanças de plano.

Figura 3.
Resolução somente com resposta (dados da pesquisa)

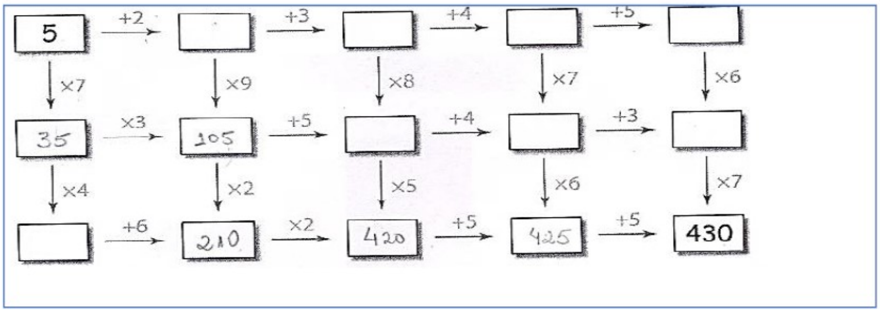
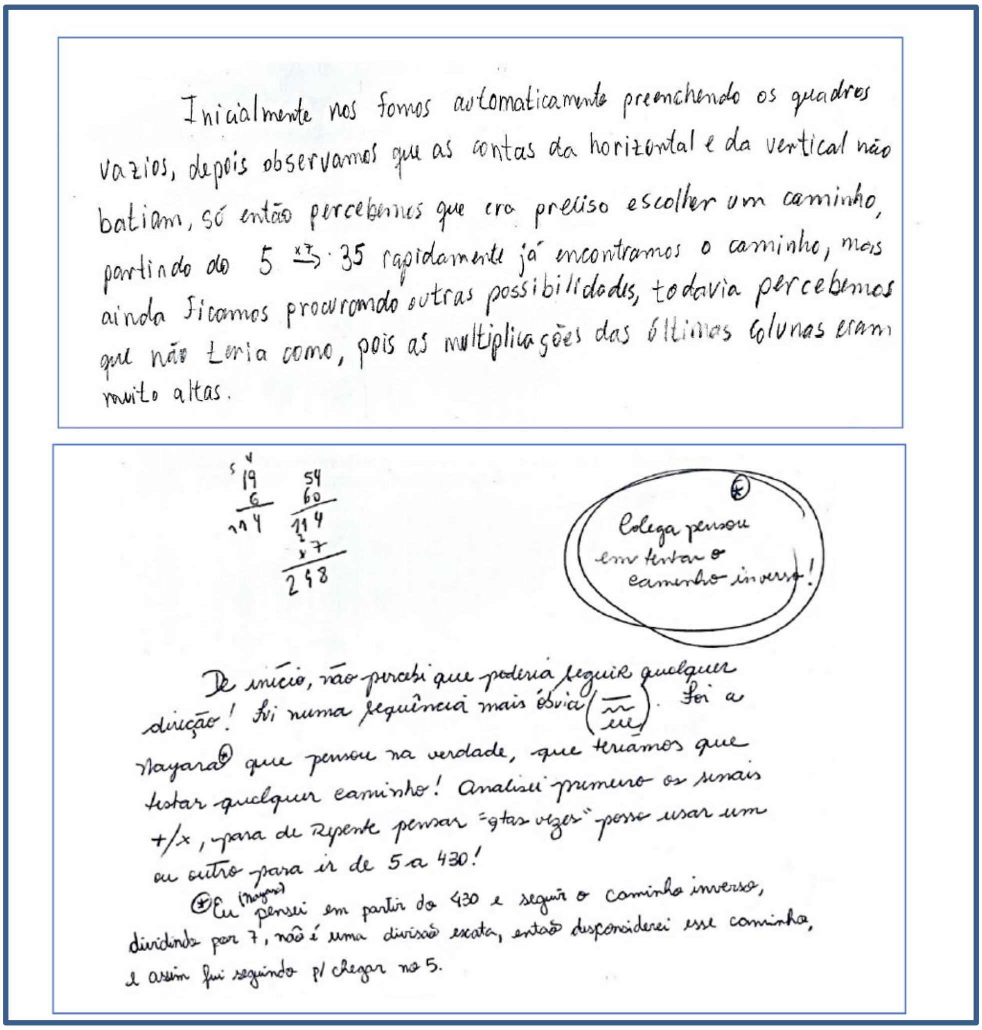


Figura 4.
Resoluções expressando forma de pensar (dados de pesquisa)


Inicialmente nós fomos automaticamente preenchendo os quadros vazios, depois observamos que as contas da horizontal e da vertical não batiam, só então percebemos que era preciso escolher um caminho, partindo do 5 ×7→ 35 rapidamente já encontramos o caminho, mas ainda ficamos procurando outras possibilidades, todavia percebemos que não teria como, pois as multiplicações das últimas colunas eram muito altas.

Colega pensou em tentar o caminho inverso!

De início, não percebi que poderia seguir qualquer direção! Fui numa sequência mais óbvia (→ ↓). Foi a Nayara que pensou na verdade, que teríamos que testar qualquer caminho! Analisei primeiro os sinais +/×, para de repente pensar "quantas vezes" posso usar um ou outro para ir de 5 a 430!

Eu (Nayara) pensei em partir do 430 e seguir o caminho inverso, dividindo por 7, não é uma divisão exata, então desconsiderei esse caminho, e assim fui seguindo p/ chegar no 5.

Nos encontros, apresentamos, além da estratégia de trás para frente, outras estratégias de resolução: fazer uma tabela, enumeração de todos os casos, resolver casos mais simples, encontrar um padrão, representação figural, uso de diagramas, uso de uma variável, uso de propriedades numéricas e operacionais. A seguir, apresentamos um dos problemas do terceiro encontro, que teve como foco a investigação matemática e algumas resoluções dos grupos de professores, para ilustrar as diferentes estratégias. Para Ponte, Brocardo e Oliveira (2013), a investigação matemática apresenta quatro momentos primários: o reconhecimento da situação, exploração preliminar e formulação de questões; a elaboração de conjecturas, realização de testes e refinamento das conjecturas; a argumentação e a justificativa das conjecturas.

Figura 5.
Investigação 1 (www.nrich.maths.org.uk)

Escolha um número de dois dígitos, inverta os seus algarismos.

Efetue a adição dos dois números.

O resultado é múltiplo de 11?

Isso é verdade para qualquer dezena escolhida? Por quê?

Por exemplo:

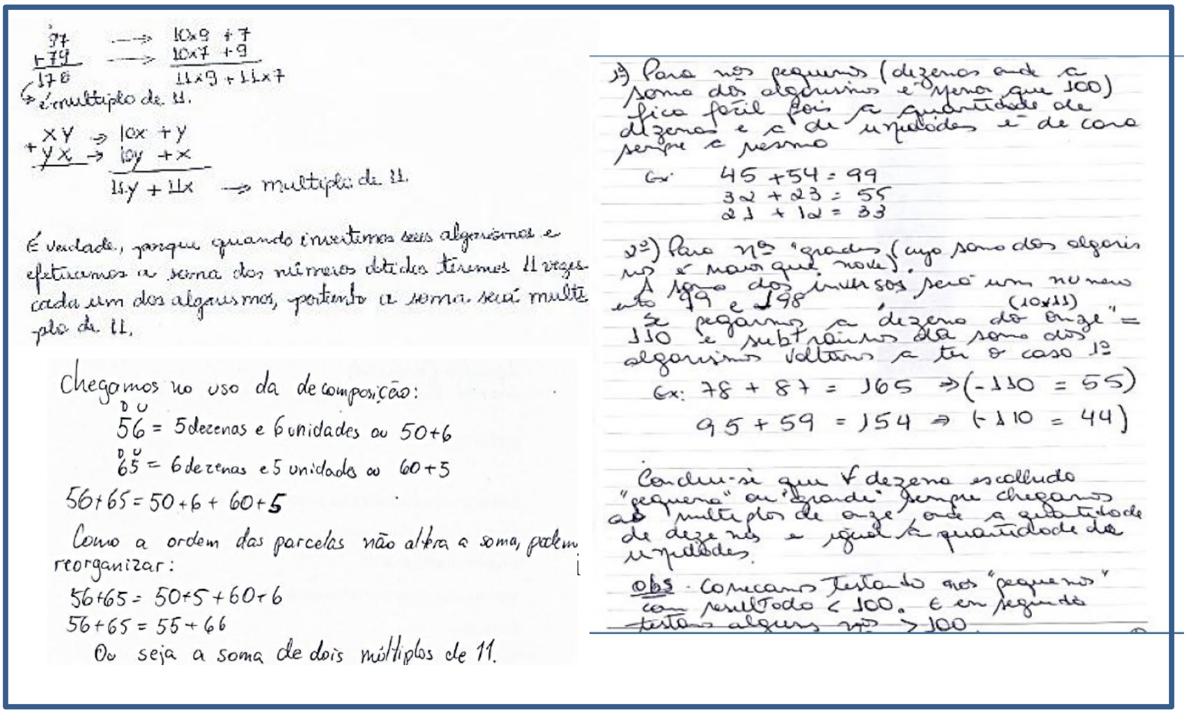
Número escolhido: 56

Número com algarismos invertidos: 65

A soma desses dois números: 56 + 65 = 121

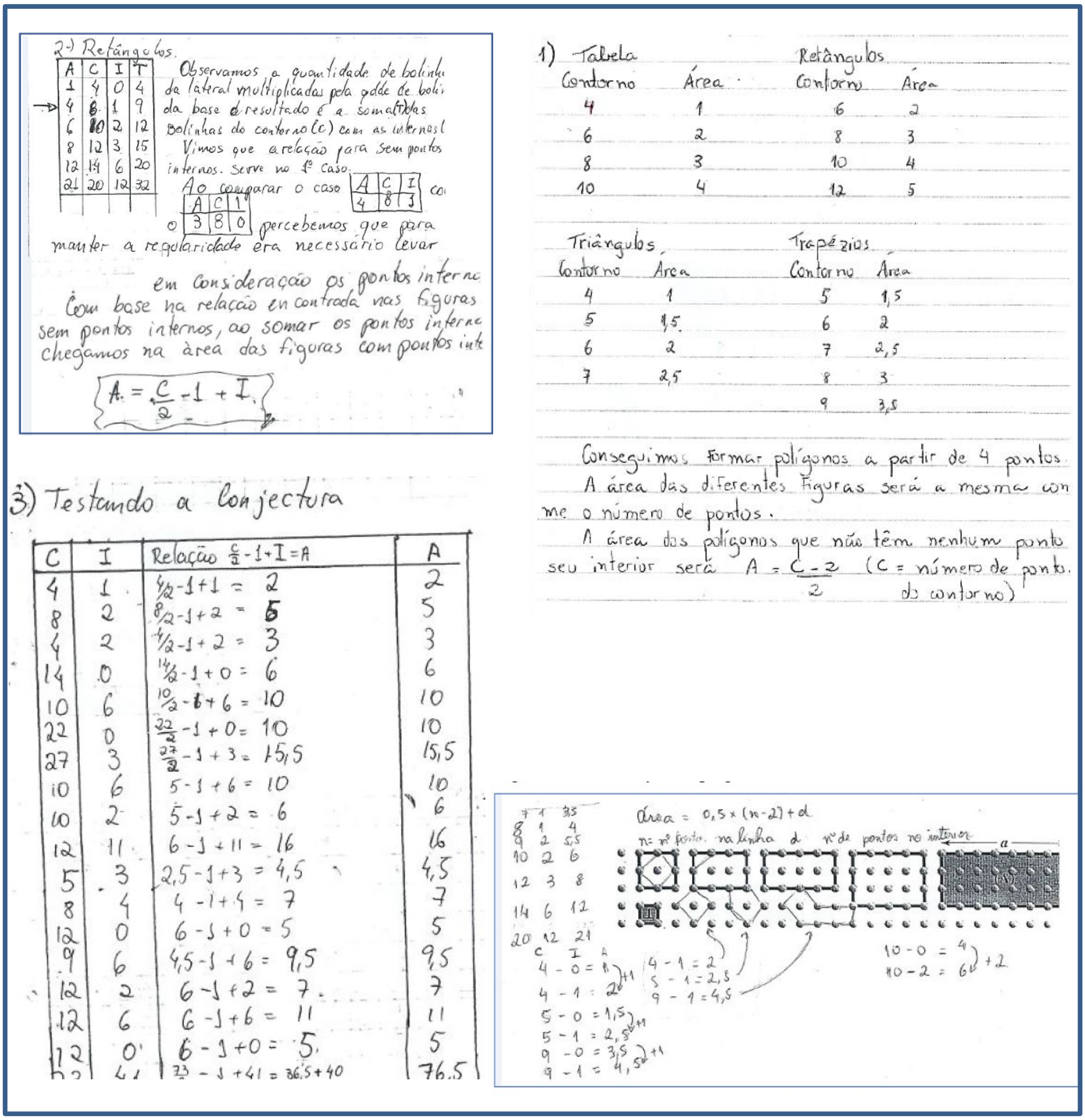
121 é divisível por 11.

Figura 6.
Diversas estratégias (dados de pesquisa)



O tema central do quarto encontro foi a investigação matemática. Colocamos os grupos de professores para deduzirem o teorema de Pick (relação entre o número de pontos internos de um polígono e os pontos pertencentes ao perímetro, com a intenção de determinar a área desse polígono). Exemplificamos a seguir com algumas resoluções. Percebemos já neste encontro que os professores apresentam uma "evolução" nas suas resoluções, comparadas com as do primeiro encontro, ou seja, resoluções com argumentação e justificativa bem detalhadas, explicitando sua forma pessoal de resolver.

Figura 7.
Investigação matemática (dados de pesquisa)



Algumas produções dos professores ilustram que a escolha dos problemas foi condizente com as características apontadas por Brousseau (1986): permitem ao professor agir de forma autônoma; possibilitam a construção de novos conhecimentos de forma completamente justificada pela lógica interna da situação e criam condições via mediação para que o professor seja o principal agente na construção do conhecimento, a partir dos problemas propostos.

Considerações finais

Neste trabalho, tomamos como objeto de estudo a resolução de problemas como foco no ensino da Matemática na Educação Básica. Concordamos com Abrantes (1989), quando afirma que a resolução de problemas geralmente é vista como atividade complementar, paralela e muitas vezes destinada a alunos que têm facilidade para aprender Matemática. Acreditamos, pelo contrário, que a Matemática pode ser interessante para todos. Tal perspectiva, inicialmente, está inserida nas considerações e ponderações que podemos fazer sobre o que é um problema e sobre o que é resolução de problemas. Admitimos a constatação de Lockhart (2009): o principal problema da Matemática é que não há *problemas*, e sim muitos exercícios insípidos. Mais do que isso, precisamos apresentar para nossos alunos bons problemas – algo que você não sabe como resolver: desafiante, instigante, que sirva de trampolim para novos questionamentos.

Lester (2013) e Lester e Cai (2015) destacam a necessidade de ressignificar e criar perspectivas sobre a aplicação da resolução de problemas no ensino da Matemática, pois há necessidade de encontrar "novos caminhos" para que a resolução de problemas tenha êxito junto aos nossos alunos. Os educadores matemáticos salientam o papel do professor como elemento chave para que tal objetivo seja atingido.

Referências

ABRANTES, P. Um (bom) problema (não) é (só) ... **Educação e Matemática**, Lisboa, n.8, p.7-10 e 35, 1989.

ARTIGUE, M.: Ingénierie Didactique. **Recherches en Didactique des Mathématiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, v. 9, n.3, p. 281-308, 1988.

BALL, B. What Is Mathematical Thinking? **Mathematics Teaching**, Derby, v.181, p. 17-19, 2002.

BRASIL. Ministério da Educação. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa. Saberes Matemáticos e outros campos do saber.** Brasília: MEC/SEF, 2012.

BROUSSEAU, G. Fundamentos e Métodos da Didáctica da Matemática. *In*: BRUN, J. **Didática das Matemáticas.** Tradução de Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 35-113

ENGLISH, L.; SRIRAMAN, B. Problem solving for the 21st century. *In*: SRIRAMAN, B.; ENGLISH, L. (ed.). **Theories of Mathematics Education: Seeking New Frontiers**, p.263-290, New York: Springer, 2010

LESTER, F. K. Thoughts about research on mathematical problem solving instruction. **The Mathematics Enthusiast,** v.10, n.1 e 2, p. 245 a 278, 2013.

LOCKHART, P. *A Mathematician's Lament***.** New York: Bellevue Literary Press, 2009.

MASON, J.; BURTON, L.; STACEY, K. **Thinking mathematically**. First ed., 1982, New York: Addison Wesley. 2nd e, 2010, Harlow, England: Prentice Hall.

NÓVOA, A. Para una formación de profesores construída dentro de la profesión. **Revista de Educación,** v.350, p.203-218. 2009.

PIGGOTT, J. The nature of mathematical enrichment: a cas study of implementation**. Educate**, v. 7, n.2, p. 30-45, 2007.

STACEY, K. Innovative Teaching Mathematics through Lesson Study. *In*: APEC-TSUKUBA INTERNATIONAL CONFERENCE, 2006, Tokyo & Sapporo**. Proceedings** […]. Tokyo & Sapporo: University of Tsukuba, 2006.

Investigação da adaptação ecológica do Conhecimento Didático-Matemático emum plano de aula elaborado no âmbito do Programa Residência Pedagógica

Investigation of the ecological adaptation of Didactic-Mathematical Knowledge ina lesson plan developed under the Pedagogical Residency Program

Investigación de la adaptación ecológica del Conocimiento Didáctico-Matemáticoen un plan de clase elaborado en el marco del Programa Residencia Pedagógica

Paloma Ferreira dos Santos[417]
Universidade Federal de Ouro Preto
0000-0001-6661-357X

José Fernandes da Silva[418]
Instituto Federal de Ciência, Tecnologia e Educação de Minas GeraisId
0000-0002-5798-5379

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam Matemática

Resumo

Este estudo tem como propósito investigar se o plano de aula analisado apresentaadequação às bases curriculares. Para isso foi empreendida uma pesquisa junto a dois licenciandos em Matemática, participantes do Programa Residência Pedagógica (PRP). Trata-se de uma pesquisa qualitativa que contou com a análise de um plano de aula, questionário e entrevista. Para a análise dos dados coletados utilizou-se da categoria adaptação ao currículo. O estudo foi pautado no referencial teórico que aborda o modelodo Conhecimento Didático-Matemático (CDM), em especial voltando a atenção à faceta ecológica. Com as análises foi possível ponderar que a proposta de aula analisada, não apresenta uma adaptação satisfatória aos currículos vigentes.

Palavras-chave: Faceta Ecológica, Conhecimento Didático-Matemático, Programa Residência Pedagógica, Adequação ao Currículo.

Abstract

This study aims to investigate whether the analyzed lesson plan is adequate to the curriculum. For this, a research was undertaken with two undergraduates in Mathematics, participants of

417 paloma.fs@aluno.ufop.edu.br
418 jose.fernandes@ifmg.edu.br

the Pedagogical Residency Program (PRP). This is a qualitative research that included the analysis of a lesson plan, questionnaires andinterviews. For the analysis of the collected data, the category adaptation to the curriculum was used. The study was based on the theoretical framework that addresses the model of Didactic-Mathematical Knowledge (CDM), especially turning attention to the ecological facet. With the analyzes it was possible to consider that the proposed class analyzed, does not present a satisfactory adaptation to the current curricula.

Keywords: Ecological Facet, Didactic-Mathematical Knowledge, Pedagogical Residency Program, Adequacy to the Curriculum.

Resumen

Este estudio tiene como propósito investigar si el plan de clase analizado presenta adecuación a las bases curriculares. Para ello se emprendió una investigación junto a dos licenciados en Matemáticas, participantes del Programa Residencia Pedagógica (PRP). Se trata de una investigación cualitativa que contó con el análisis de un plan de clase, cuestionarios y entrevistas. Para el análisis de los datos recogidos se utilizó la categoría adaptación al currículo. El estudio fue pautado en el referencial teórico que aborda el modelo del Conocimiento Didáctico-Matemático (CDM), en especial volviendo la atención a la faceta ecológica. Con los análisis fue posible ponderar que la propuesta de clase examinada, no presenta una adaptación satisfactoria a los currículos vigentes.

Palabras clave: Faceta Ecológica, Conocimiento Didáctico-Matemático, Programa Residencia Pedagógica, Adecuación al Currículo.

Introdução

Os resultados negativos da Educação Básica brasileira tem levantado discussões sobre a qualidade dos profissionais que lecionam no país, nesse sentido a formação de professores passa a ser o alvo dos debates. A Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica (BNC-Formação), embora tenha sido gestadanum cenário de incertezas e dubiedades sobre a Política Nacional de Formação de Professores, apresenta em seu arcabouço diretrizes gerais a construção de capacidades e competências caras ao exercício docente. Esse documento apresenta as principais regulamentações que regem os cursos de licenciatura, os quais, necessitam fomentar o movimento por uma formação integral, que deve contemplar: conhecimento, prática e engajamento profissional. Nesse sentido, refletindo sobre a construção deconhecimentos do futuro professor, prevê a Resolução CNE/CP Nº 2, de 20 de dezembro de 2019:

> Art. 2º A formação docente pressupõe o desenvolvimento, pelo licenciando, das competências gerais previstas na BNCC-Educação Básica, bem como das aprendizagens essenciais a serem garantidas aos estudantes, quanto aos aspectos intelectual, físico, cultural, social e emocional de sua formação, tendo como perspectiva o desenvolvimento pleno das pessoas, visando à Educação Integral.

Nesse ponto, emerge a necessidade de espaços formativos que proporcionem condições para que o cursista construa conhecimentos específicos de sua área, noentanto essa formação carece ir para além do "conteudismo", abrindo os horizontes paraum espaço que acolha e valorize os conhecimentos e vivências desse estudante para que,a partir dessas experiências, sejam oportunizados ambientes de aprendizagem.

Pensando em uma formação que extravasa os bancos das Universidades, oEstágio Supervisionado é o ambiente que coloca o licenciando imerso na escola de Educação Básica, no entanto, essa vivência o insere nesse meio como um espectador, que muitas vezes observa a prática do docente regente. Desse modo, esse futuro professor pode se formar sem o devido preparo e experiência prática. Ponte (2002) apresenta aspectos que podem contribuir nessa discussão:

> Se a formação não preparar o jovem professor para se inserir nas escolas que existem, com os seus alunos e as suas culturas profissionais, corre o sério risco de formar inadaptados, professores que, ao assumirem funções, se sentem completamente deslocados e inaptos para desempenhar o seu papel. Muitos deles podem mesmo abandonar o ensino. Se a formação não prepara os novos docentes para a mudança educativa e social, assume-se como mais uma força conservadora e, no fundo, complacente com os problemas existentes. (PONTE, 2002. p. 2).

Assim, os cursos voltados para a formação de professores têm se deparado coma necessidade de fomentar ambientes de aprendizagem não somente técnicos, mas que também dão condições de se exercitar a prática docente, mesmo antes da graduação ser finalizada.

Como alternativa para auxiliar nesse processo, tem-se atualmente o Programa Residência Pedagógica (PRP), que tem o intuito de colocar o licenciando em contato com o "chão da escola", promover a aliança entre teoria e prática, e o intercâmbio de conhecimentos entre a Universidade e a Escola de Educação Básica. Nesse aspecto é importante ponderar, "que o PRP é um Programa, relativamente, novo e que ainda há questões a serem investigadas" (TINTI e SILVA, 2020, p. 168). Assim, a presente pesquisa tem o intuito de promover discussões no âmbito do programa.

Refletindo sobre os conhecimentos que o futuro professor pode construir, os quedizem respeito a adequação das práticas docentes aos currículos vigentes pode contribuir para que estes se formem com maior qualidade, sendo inseridos no mundo dotrabalho munidos de condições de desenvolver uma sólida prática profissional.

A partir desta problemática, é mister desenvolver uma investigação que toma como pano de fundo o PRP, buscando repercussões com relação aos conhecimentos didáticos e específicos, em especial o conhecimento voltado para a adaptação daspráticas pedagógicas aos currículos vigentes.

Programa Residência Pedagógica

As políticas públicas que têm como foco a formação docente, são custeadas pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). Tal atribuição foi estabelecida pela Lei nº 11.502, de julho de 2007 que delega o papel de subsidiar o Ministério da Educação, nessa área. Assim, a formação inicial e continuada de professores passa a ter por meio desse órgão incentivo, ficando estabelecida afinalidade de indicação de parcerias entre Estados, Municípios e o Distrito Federal mediante convênios com IES públicas ou privadas.

Dentre os programas fomentados, tem-se o PRP, que compõem a Política Nacional de Formação do Professor. O programa promove a imersão de licenciados nas escolas de Educação Básica, a partir da segunda metade do curso de graduação, tendo como objetivos:

> 1- Aperfeiçoar a formação dos discentes de cursos de licenciatura, por meio do desenvolvimento de projetos que fortaleçam o campo da prática e conduzam o licenciando a exercitar de forma ativa a relação entre teoria e prática profissional docente, utilizando coleta de dados e diagnóstico sobre o ensino e a aprendizagem escolar, entre outras didáticas e metodologias;
> 2- Induzir a reformulação da formação prática nos cursos de licenciatura, tendo por base a experiência da residência pedagógica;
> 3- Fortalecer, ampliar e consolidar a relação entre a IES e a escola, promovendo sinergia entre a entidade que forma e a que recebe o egresso da licenciatura e estimulando o protagonismo das redes de ensino na formaçãode professores;
> 4- Promover a adequação dos currículos e propostas pedagógicas dos cursos de formação inicial de professores da educação básica às orientações da Base Nacional Comum Curricular (BNCC). (BRASIL, 2018, p. 1)

A participação das Instituições de Ensino Superior (IES) no programa se dá por meio de edital público, no qual as IES submetem seus *projetos institucionais*, que é um documento elaborado pelo corpo docente em que estão descritas as propostas a serem desenvolvidas no âmbito do programa. No do projeto institucional existem os *subprojetos*, que são organizados por áreas do conhecimento. Em cada subprojetotem-se os *núcleos* de residência pedagógica, compostos por: um *docente orientador* que é um professor da Universidade que conduz os trabalhos com respeito a aliança teórico-prático, três *preceptores* é o professor da educação básica que estabelece parceria com IES, atuando no acompanhamento e orientação do trabalho na escola, vinte e quatro *residentes* bolsistas e até seis residentes voluntários que são os futuros professores que cursam a segunda metade da licenciatura. No desenvolvimento doprograma a escola de Educação Básica é o local no qual o licenciando será inserido parao desenvolvimento das atividades, essa escola recebe o nome de *Escola-campo* necessariamente é uma instituição pública vinculada à Secretaria de Educação. (BRASIL, 2018). Os atores supracitados são contemplados com a concessão de bolsas.

O PRP em sua implementação prevê momentos denominados de *ambientação*, *observação* e *regência.* A ambientação é o contato inicial do licenciando com o chão da escola, no qual é realizado o reconhecimento da instituição, seu funcionamento e dinâmica como um todo. A observação é a fase em que o residente acompanha a dinâmica da sala de aula, como um terceiro ator na classe, podendo acompanhar a dinâmica do professor regente e dos alunos. A regência é quando o graduando elabora planos de aula e os aplica em sala de aula experienciando a prática docente, todo o processo é acompanhado pelo preceptor responsável.

A seguir será apresentada a fundamentação teórica utilizada para a construçãodessa investigação.

Dos pilares teóricos

O Conhecimento Didático-Matemático (CDM) é o pilar teórico que sustenta a presente investigação, nesse sentido, considerou-se pertinente situar que esse construto advém do Enfoque Ontosemiótico do Conhecimento e da Instrução Matemática (EOS). Godino (2017) define o EOS como "um sistema inclusivo, aberto e dinâmico que leva em conta as diversas dimensões ou facetas envolvidas nos processos de ensino e aprendizagem" (GODINO, 2017, p. 3, tradução nossa).

Godino (2009) e colaboradores valerem-se dos trabalhos de Shulman (1986; 1987) que versam sobre o conhecimento do professor e de Ball, Thames e Phelps (2008), acerca do conhecimento do professor de Matemática. Nessa perspectiva, omodelo CDM visa apresentar seis categorias, mais refinadas dos conhecimentos docentes, em específico do professor de Matemática. Goino (2009) nomeia as categoriascomo facetas do conhecimentos, sendo:

- Faceta Epistémica - Volta-se aos conhecimentos matemáticos com respeito ao contexto institucional, abordando um conhecimento especializado da Matemática;
- Faceta Cognitiva - Tem o foco no processo de ensino e aprendizagem, dando condições para que o professor conheça os alunos que atende, em uma perspectiva de compreender como eles aprendem ou não;
- Faceta Afetiva - Trata das atitudes, emoções, crenças e valores que compõem o processo educacional;
- Faceta Mediacional - Tem relação com recursos utilizados na mediação doconhecimento como os temporais, materiais e tecnológicos.
- Faceta Interacional - Permeia o processo em que os envolvidos no contexto educacional interagem, como o das relações entre professor e alunos, professor erecursos didáticos e ou currículo, alunos e aluno, etc.
- Faceta Ecológica - Permitem aos professores conhecer com profundidade o seu campo de atuação profissional, as orientações curriculares, relações daMatemática com a vida, com outras disciplinas e entre os conteúdosmatemáticos.

Essa pesquisa se atentará a discussões voltadas para a faceta ecológica, nessa perspectiva, Silva (2017, p. 61) ressalta que "o professor que dispõe de conhecimentos no âmbito desta faceta é capaz de perceber o currículo como uma janela que estabelece enlaces com o entorno social, político e econômico".

Tem-se a intenção de, tomando o construto teórico supracitado, desenvolver uma investigação que buscará satisfazer a um objetivo primário, que será apresentado na seção a seguir.

Percurso Metodológico

Esse estudo é um recorte de uma pesquisa em desenvolvimento, no âmbito deum Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, oferecido por uma Universidade pública do estado de Minas Gerais.

Tendo, essa, cunho qualitativo, nesse sentido, Creswell (2007) explora os processos que compõem uma pesquisa qualitativa e apresenta algumas de suas características:

> Que a pesquisa ocorra em um cenário natural; empregue métodos múltiplos de coleta de dados; seja emergente, e não pré-configurada; seja baseada nas interpretações do pesquisador; seja vista de forma holística; seja reflexiva; use processos de raciocínio indutivo e dedutivo; empregue urna estratégia de investigação. (CRESWELL, 2007, p. 208).

O trabalho foi desenvolvido com a participação de dois licenciandos em Matemática, bolsistas do PRP, na edição 2020-2021, esses são cursistas em uma IES pública do interior do estado de Minas Gerais. O objetivo primário deste estudo é: *Investigar se o plano de aula analisado apresenta adequação às bases curriculares.*

Para a produção dos dados recorreu-se a aplicação de um questionário, enviado por meio no *Google Forms,* que mescla questões fechadas e abertas, que para Gil (2009), a questão fechada restringe as opções de respostas e tende a uniformizá-las. Já as questões abertas, nas ideias do mesmo autor, proporcionam um estímulo à reflexão, oque pode produzir respostas completas e mais abrangentes.

Também foi obtido um plano de aula, elaborado no âmbito das atividades do PRP, esse planejamento serviu de base para as análises. Ainda foram procedidas duas entrevistas semiestruturadas, que Fiorentini e Lorenzato (2006) assumem como uma técnica que permite essa flexibilidade, sendo possível que a adaptação ocorra ao longo do processo. Essas foram realizadas com os dois licenciandos que forneceram o planode aula. A identificação dos licenciados, ao longo da apresentação dos dados, será realizada como residente 1 e residente 2, com o intuito de preservar a identificação dos mesmos.

Esses dados, coletados, foram analisados tomando por base a categoria *"Adaptação ao Currículo"*, essa categoria foi definida *a priori* baseada em um dos componentes e indicadores de adequação ecológica, propostos por Godino (2011).Sendo essa categoria voltada para a análise dos conteúdos, sua implementação e avaliação, se estes correspondem com as diretrizes curriculares.

Feitos os esclarecimentos acerca da produção dos dados e sua análise, na sequência do texto será apresentado e discutido o que foi obtido com o estudo.

Análise e Discussão dos Dados

Como o foco dessa pesquisa é analisar a adaptação ao currículo em um plano de aula, faz-se necessário uma contextualização sobre o que poderá ser entendido como currículo:

> O currículo não é um elemento inocente e neutro de transmissão desinteressada do conhecimento social. O currículo está implicado em relações de poder, o currículo transmite visões sociais particulares e interessadas, o currículo produz identidades individuais e sociais particulares. O currículo não é um elemento transcendente e atemporal – ele tem uma história, vinculada a formas específicas e contingentes de organização da sociedade e da educação (MOREIRA e SILVA, 1999, p. 08).

Entendendo que o currículo não é neutro, nem inocente a partir desse pontoserão analisados os dados com o objetivo de investigar se as propostas pedagógicas, noâmbito do PRP investigado, apresentam adequação às bases curriculares.

O plano de aula, analisado, foi elaborado para aplicação junto a estudantes do 1°ano do Ensino Médio, e tem como objetivo “Compreender o processo de análise e construção de gráficos para representação de um conjunto de dados por meio da Resolução de Problemas”. Ao longo do planejamento não foram indicadas habilidades e/ou competências a serem abordadas na implementação do mesmo. Nem tão pouco nas referências houve a inclusão da Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

No entanto, nos questionários os participantes afirmaram terem utilizado a BNCC para a elaboração do plano de aula. Nesse sentido, buscou-se nas entrevistas possíveis elementos que possam contribuir para esclarecer esse fato.

Na entrevista do Residente 1, quando esse é questionado sobre ter tido contato com a BNCC durante sua participação no PRP, sua resposta foi: “*Sim, nós utilizamos a BNCC para fazer os planejamentos então de certa forma nós tivemos a BNCC como umsuporte para o planejamento das aulas (Residente 1)”*. Nesse ponto, pode-se depreender que a adaptação ao currículo, na perspectiva de Godino (2009) poderia ter sido contemplada, no entanto faz-se necessário maiores indícios.

A fala do Residente 2 vai ao encontro ao supracitado quando diz: "*Nos conteúdos que nós abordamos, levamos em consideração as habilidades que a base (BNCC) propõe para cada ano, no caso: primeiro ano, segundo ano (...) (Residente 2)".*

Como exposto, tanto no preenchimento do questionário quanto nas entrevistas,os participantes confirmam terem utilizado a BNCC como parâmetro para a elaboração do plano de aula, o que na perspectiva de Godino (2009), poderia ser entendido como uma adequação ao currículo. No entanto, ao analisar o referido planejamento é possível constatar que não existem indícios que comprovem essas afirmações. Por essas análises não foi possível identificar que o plano de aula está alinhado à proposta da BNCC.

Avançando no processo de análise, a menção ao Plano de Estudo Tutorado (PET)[419] tornou-se latente, tanto no questionário quanto nas entrevistas, assim buscou-se analisar de que forma esse foi utilizado no planejamento.

Buscando subsídios do PET, no planejamento, foi possível identificar que as atividades propostas foram extraídas do PET destinado ao 9° ano do Ensino Fundamental e 1° do Ensino Médio. O que, de fato, comprova que o PET foi usado no planejamento.

Nas entrevistas, as falas acerca do PET foram recorrentes, quando perguntado ao Residente 1 se o livro didático foi utilizado no planejamento, este discorreu:

"*Muito pouco. Nós recorremos mais à Internet, questões de Internet. E o PET, foi usado porque nós estávamos trabalhando no ensino remoto, então nós tomamos como base muitas vezes o PET, porque já era um material didático que os alunos estavam utilizando" (Residente 1).*

Após essa fala o entrevistado foi questionado se, no módulo III do PRP, as atividades implementadas foram as do PET ou se o trabalho foi realizado em paralelo aoque já estava sendo executado nas aulas regulares. Assim ele destacou:

"A professora trabalhou com o PET, nós trabalhamos em paralelo, não utilizamos o PET, nós trabalhamos com a Resolução de Problemas, então buscamos para as nossas oficinas alguns problemas mais relevantes tipo...desmatamento da Amazônia, os dados do coronavírus, então, nós achamos que seria mais viável trabalhar com essas temáticas e depois utilizar utilizar algumas questões do PET, porque o nosso acordo com a professora foi de trabalharmos com o conteúdo ensinado na semana x do PET" (Residente 1).

O Residente 2 também tem uma fala que coaduna com o exposto pelo Residente1, e que confirma ter utilizado questões extraídas do PET "*Eu utilizei atividades retiradas da internet,*

[419] Um material desenvolvido pela Secretaria de Estado de Educação do Estado de Minas Gerais, direcionado aos estudantes da rede estadual durante o período de atividades remotas. Assemelhava a uma apostila de atividades.

vídeos do Youtube e as que propusemos no final foram retiradas do PET. Não só do PET que eles estavam trabalhando, mas de outros PETs também quetinham esse conteúdo (Residente 2)".

Aprofundando sobre o porquê do Residente 2 ter enveredado por utilizar essas questões que constavam no PET, o mesmo destaca:

"*Como já realizamos no final do ano (realizaram o módulo III) e os alunos estavam quase entrando de férias e, para não os sobrecarregar demais, a preceptora nos orientou a usar o Plano de Estudos Tutorado como base, para montarmos a oficina" (Residente 2).*

Face ao exposto, é possível perceber que os Residentes 1 e 2 realizaram a elaboração do plano de aula para sua implementação no âmbito PRP. No entanto, o quefoi constatado é que o plano de aula analisado não apresentou habilidades e/ou competências dispostas na BNCC para o conteúdo abordado para o 1° ano do Ensino Médio, o que configura que esse planejamento não possuiu uma adequação às bases curriculares, como defende Godino (2009).

Considerações Finais

Como apresentado, nos dados analisados, os participantes afirmam terem utilizado da BNCC para a elaboração dos planos de aula, mas isso não pode ser comprovado com a análise do mesmo. Nesse ponto, pode-se depreender que os Residentes 1 e 2 possam ter tido contato com o documento ao longo de suas participações do PRP, no entanto não se atentaram ou refletiram sobre as habilidades e/ou competências explícitas nela para a elaboração do plano de aula.

A análise do plano de aula confrontada com as respostas do questionário e as entrevistas dos residentes, não é possível afirmar que o planejamento analisado tenha contemplado a adaptação ao currículo, uma vez que este não apresentou com clareza quais competências e habilidades desejavam atingir com a implementação de suaspropostas.

Assim, como a pesquisa não possui um fim em si, levanta-se a necessidade de novos estudos, no sentido de refletir sobre a importância dos conhecimentos voltados para o currículo, de modo a permitir que o futuro professor reflita criticamente sobre o tema.

Agradecimentos

À CAPES: O presente trabalho foi realizado com o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

À UFOP - Universidade Federal de Ouro Preto pelo apoio para realização dessa pesquisa.

Referências

BALL, D. L., THAMES, M. H., & PHELPS, G. Content knowledge for teaching: what makes it special? Journal of Teacher Education, n.59, v.5, p.389-407, 2008.

BRASIL. Resolução CNE/CP nº. 2, de 20 de dezembro de 2019. Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial de Professores para a Educação Básica. 2019.Diário Oficial da União, Brasília, 15 de abril de 2020, Seção 1, p. 46-49. 2019.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018.

BRASIL. Lei nº 11.502, de julho de 2007. Modifica as competências e a estrutura organizacional da fundação Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES. Brasília, 11 de julho de 2007.

BRASIL. CAPES. Edital n. 06/2018. Seleção de projetos para o Programa Residência Pedagógica. Brasília: DF: CAPES, 2018.

BRASIL. Resolução CNE/CP nº. 2, de 20 de dezembro de 2019. Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial de Professores para a Educação Básica. 2019.Diário Oficial da União, Brasília, 15 de abril de 2020, Seção 1, p. 46-49. 2019.

CRESWELL, J. W. Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto.Tradução de Luciana de Oliveira da Rocha. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2007. 248 p. Tradução de: Research design: qualitative, quantitative, and mixed methods approaches.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos. Campinas: Autores Associados, 2006.

GIL, Antonio Carlos. Métodos e Técnicas de Pesquisa Social. São Paulo: Atlas S.A., 2009.

GODINO, J. D. Construyendo un sistema modular e inclusivo de herramientas teóricas para la educación matemática. In: Actas del Segundo Congreso International Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos – II CIVEOS. Granada, 2017.

GODINO, J. D. Indicadores de la idoneidad didáctica de processos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. In: XIII CIAEM – IACME. Anais. Recife, 2011.

GODINO, J. D. Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas. UNIÓN, Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 20, 13–31, 2009.

MOREIRA A. F. e SILVA, T.T.Currículo, cultura e sociedade. São Paulo, Cortez, 1999. PONTE, J. P. A vertente profissional da formação inicial de professores de matemática. Educação Matemática em Revista, 11A, 3-8, 2002.

TINTI, D. S.; SILVA, J. F. Estudo das repercussões do Programa Residência Pedagógicana formação de professores de matemática. Formação Docente, Belo Horizonte, v. 13, n. 25, p. 151-172, set./dez. 2020.

SHULMAN, L. S. Knowledge and Teaching: foundations of the reform. Havard Education Review. v. 57, n.1, 1987.

SHULMAN, L. S. Those Who Understend: Knowledge growth in teaching. Education Researcher. V.15, n.2, p.4-14, fevereiro, 1986.

SILVA, J. F. Um estudo do programa de consolidação das licenciaturas no contexto da formação inicial de professores de matemática. 2017. 254 f; Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Anhanguera de São Paulo, 2017.

Conhecimento especializado do professor de matemática do ensino médio em relação à função quadrática

Specialized knowledge of the secondary mathematics teacher in relation to the quadratic function

Conocimiento especializado del profesor de matemática de secundaria en relación con la función cuadrática

Elizabeth Advíncula Clemente[420]
Pontificia Universidad Católica del Perú
0000-0003-3941-3139

Ángel Homero Flores Samaniego[421]
Colegio de Ciencias y Humanidades, UNAM-México
0000-0001-5615-0049

Isabel Z. Torres Céspedes[422]
Universidad de Lima
0000-0002-0673-8984

Modalidad: Comunicación Oral
Núcleo Temático: Formación de profesores que enseñan matemáticas

Resumo

A formação de professores é de interesse da Educação Matemática e, nesse sentido, o Conhecimento Especializado do Professor de Matemática (MTSK) é um modelo analítico que contribui para tal formação. Nosso objetivo é identificar o tipo de conhecimento matemático que os professores mobilizam quando resolvem tarefas associadas à função quadrática. Interessa-nos responder à seguinte questão: que conhecimentos matemáticos têm os professores do Ensino Secundário sobre a função quadrática? Metodologicamente, trata-se de uma pesquisa qualitativa em que, em primeiro lugar, foram elaboradas duas tarefas de funções quadráticas, depois entregues a dois professores em exercício para desenvolvê-las, ambos enviaram suas respostas em planilhas; Com as informações obtidas, iniciou-se a análise e caracterização do conhecimento matemático que estava sendo mobilizado na resolução dessas tarefas. Para a análise das informações, foi utilizado o MTSK. Os resultados encontrados mostram que ambos os professores demonstram conhecimento sobre a definição, propriedades e registro da representação ao determinar a regra de correspondência da função quadrática. Nesse sentido, consideramos que essas tarefas podem ser instrumentos e podem ser aplicadas na formação inicial e continuada de professores, além de permitir a reflexão sobre sua prática.

Palavras-chave: Formação de professores, Conhecimento especializado, Tarefas, Função quadrática.

[420] eadvincu@ulima.edu.pe
[421] ahfs@unam.mx
[422] iztorres@ulima.edu.pe

Abstract

Teacher training is a topic of interest in Mathematics Education and in this sense the Mathematics Teacher's Mathematical Knowledge (MTSK) is an analytical model that contributes to such training from research. Our objective is to identify the mathematical and didactic knowledge that high school teachers mobilize when they solve tasks associated with the quadratic function, structured according to aspects of the MTSK. We are interested in answering the following question: What specialized knowledge does a secondary school teacher move regarding the quadratic function? The research methodology is qualitative and the responses of two practicing secondary school teachers to two proposed tasks are analyzed, from the perspective of the MTSK. The results show that these tasks allow identifying the mathematical and didactic knowledge that teachers put into action when developing the questions, thus showing the usefulness of these tasks as instruments that could be used in initial and continuing teacher training.

Keywords: Teacher training, Specialized knowledge, Tasks, Quadratic function.

Resumen

La formación de profesores es de interés en la Educación Matemática y en este sentido el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemática (MTSK, por sus siglas en inglés) es un modelo analítico que aporta a dicha formación. Nuestro objetivo es identificar el tipo de conocimiento matemático que movilizan docentes cuando resuelven tareas asociadas a la función cuadrática. Nos interesa responder la siguiente pregunta: ¿qué conocimiento matemático poseen los profesores de Educación Secundaria sobre la función cuadrática? Metodológicamente se trata de una investigación de carácter cualitativo en la que, en primer lugar, se prepararon dos tareas de funciones cuadráticas, luego se entregó a dos docentes en ejercicio para que las desarrollen, ambos enviaron sus respuestas en hojas de trabajo; con la información obtenida se inició el análisis y la caracterización de los conocimientos matemáticos que se estaban movilizando cuando resuelven dichas tareas. Para el análisis de la información se utilizó el MTSK. Los resultados encontrados muestran que ambos docentes evidencian conocimiento sobre la definición, propiedades y registro de representación al determinar la regla de correspondencia de la función cuadrática. En tal sentido consideramos que estas tareas pueden ser instrumentos y pueden ser aplicados en la formación docente inicial y continua, además permiten reflexionar sobre su práctica.

Palabras clave: Formación de profesores, Conocimiento especializado, Tareas, Función cuadrática.

Introducción

Históricamente, el aprendizaje de la matemática en los niveles de educación básica ha sido una de las dificultades que enfrentan los escolares en, prácticamente, todo el mundo, según lo evidencian los resultados de las pruebas del Programa Para la Evaluación Internacional de los Alumnos (PISA, por sus siglas en inglés): una revisión histórica de tales resultados, muestran que desde 2003 a 2018, el promedio de los países pertenecientes a la Organización para el Comercio y el Desarrollo Económicos (OCDE) ha sufrido un decremento de 5 puntos

(499 en 2003 y 494 en 2018) (OCDE, recuperado de https://gpseducation.oecd.org/CountryProfile?primaryCountry=PER&treshold=10&topic=PI). Es nuestra conjetura que parte de la problemática reside en el tratamiento algorítmico que se da al estudio de esta materia en nuestras escuelas: la matemática como una serie de recetas, que bien aplicadas, llevan a sobrepasar con éxito las pruebas y los exámenes que el docente aplica para medir el conocimiento adquirido por sus estudiantes. Sin embargo, cuando se examina el conocimiento matemático de los estudiantes de niveles básicos con un enfoque diferente de la matemática como se hace en las pruebas PISA, los resultados no son muy prometedores.

Según nuestra perspectiva, la forma en que se aborda y trata la matemática en la escuela tiene que ver con la concepción que el docente tiene sobre esta disciplina y la forma en la que los estudiantes deberían aprender. Esto está íntimamente ligado con el conocimiento matemático del profesor y la forma en que lleva dicho conocimiento al aula para su aprendizaje por parte de los estudiantes; es decir, el conocimiento matemático y didáctico que posee el docente de matemática.

Con respecto a la formación continua de docentes de matemática en el Perú, el Ministerio de Educación ha puesto en marcha varios programas de formación enfocados en la resolución de problemas y en el desarrollo de competencias matemáticas (MINEDU, 2016). Sin embargo, todavía no se reportan mejoras visibles en el aprendizaje de los alumnos (Osorio, 2017). En este sentido, consideramos importante indagar qué conocimiento utilizan los docentes en ejercicio cuando se enfrentan a tareas matemáticas, pues coincidimos con Ribeiro (2016) quien señala que mejorar los aprendizajes matemáticos de los alumnos requiere de una mejora en la práctica del profesor y en su conocimiento; es decir, con una mejor formación de profesores.

A partir de lo anterior, los autores de la presente comunicación nos dimos a la tarea de indagar el conocimiento matemático de profesores de secundaria con el propósito de determinar cómo lo utilizan en tareas de resolución de problemas y a futuro identificar si esto se refleja en la forma de planificar y llevar a cabo su docencia.

Para hacer el análisis tomamos el modelo MTSK (Conocimiento Especializado del Profesor de Matemática, por sus siglas en inglés) planteado por Carrillo-Yañez et al. (2018). Lo que consignamos en el presente trabajo se refiere al conocimiento matemático del profesor sobre funciones cuadráticas pues consideramos que es un tema importante en la comprensión de la matemática y sus aplicaciones, y uno de los que mayor dificultad presenta para los estudiantes.

Por tanto, daremos respuesta a la pregunta ¿qué conocimiento matemático poseen los profesores de Educación Secundaria sobre la función cuadrática?

Marco Teórico

Un docente de cualquier asignatura, para desempeñar con eficacia su docencia debe poseer un conocimiento de la disciplina de la asignatura y un conocimiento didáctico sobre la mejor manera de llevar al aula el conocimiento disciplinar con el fin de que el estudiante lo aprenda; además, debe poseer una actitud positiva hacia su labor y sobre el desempeño de sus estudiantes. Estos tres aspectos del quehacer docente son tomados en cuenta en el contexto de la matemática escolar por el modelo MTSK desarrollado por un grupo de investigadores de la Universidad de Huelva (Carrillo-Yañez et al, 2018), cuyas raíces las encontramos en las tesis de L. S. Shulman de los años ochenta del siglo pasado[423].

En el modelo MTSK se define el conocimiento especializado del profesor como el necesario para que lleve a cabo su labor docente de manera efectiva y profesional; está dividido en tres aspectos: Dominio de Conocimiento Matemático (MK), Dominio de Conocimiento Didáctico del Contenido (PCK) y Dominio Afectivo. Por el carácter del presente trabajo solo tomaremos en cuenta el primero de los dos dominios, dejando los otros dos para futuras investigaciones.

El dominio MK (Mathematical Knowledge) se refiere al conocimiento matemático que posee el docente y lo capacita para realizar su labor en el aula. Está dividido en tres subdominios: Conocimiento de los Temas (Knowledge of Topics, KoT), Conocimiento de la Estructura Matemática (Knowledge of the Structure of Mathematics, KSM) y Conocimiento de la Práctica Matemática (Knowledge of the Practice of Mathematics, KPM). El KoT abarca un conocimiento local y se compone de cuatro categorías: procedimientos; definiciones, propiedades y sus fundamentos; registros de representación; y fenomenología y aplicaciones relacionados con el tema. En el KSM se contempla un conocimiento global que abarca el conocimiento que el profesor posee sobre las conexiones entre elementos matemáticos. Se compone de cuatro categorías: conexiones de complejización, conexiones de simplificación, conexiones transversales y conexiones auxiliares. En el KPM se incluye un conocimiento de índole sintáctico, es decir, ligado a las reglas de construcción de un nuevo conocimiento

[423] Gran parte de su trabajo fue recopilados en los libros *The Wisdom of Practice: Essays on Teaching, learning, and learning to teach,* San Francisco, California, EUA: Joseey-Bass, 2004; y *Teaching as Community property: essays on higher education,* San Francisco, California, EUA: Joseey-Bass, 2004.

matemático. Se contempla el conocimiento sobre la jerarquización y la planificación como forma de proceder en la resolución de problemas matemáticos, las formas de validación y demostración, el papel de los símbolos y uso del lenguaje formal, los procesos asociados a la resolución de problemas como forma de producción matemática, las prácticas particulares del quehacer matemático y las condiciones necesarias y suficientes para generar un nuevo conocimiento.

Una tarea matemática es la actividad que desarrolla un estudiante o un profesor cuando se aboca al estudio de un contenido matemático. Con respecto a las tareas para la formación del profesorado, Shulman (1986) señala que no pueden ser las mismas que para los estudiantes, pues deben centrarse en el conocimiento pedagógico a fin de realizar una enseñanza efectiva. Según Ribeiro (2016), las tareas juegan un papel importante en el desarrollo de la actividad matemática, configurándose en elementos centrales en el desarrollo del saber matemático de alumnos, profesores y formadores de profesores. En este sentido, consideramos que el MTSK permite identificar el conocimiento especializado que utilizan los profesores de matemática durante el desarrollo de tareas diseñadas para la formación docente; información valiosa para promover en los docentes una reflexión sobre su práctica.

Por su parte, Montes et al. (2019) señalan que las tareas para la enseñanza deben generar múltiples oportunidades de aprendizaje cómo mejorar la capacidad de argumentar, discutir sobre las formas de abordar los contenidos, comprender el conocimiento de los estudiantes, anticipar sus respuestas. Asimismo, De Gamboa, Badillo y Ribeiro (2015) señalan que las tareas deben servir como detonantes para fomentar la construcción de conocimiento, y deben estar basadas en contextos reales de enseñanza y aprendizaje.

Finalmente, con las tareas propuestas pretendemos identificar el conocimiento matemático de los docentes vinculados con la función cuadrática.

Desarrollo

El trabajo de indagación se hizo mediante un estudio de caso con dos profesores de matemática de nivel secundario, ambos con licenciatura en Educación Secundaria con especialidad en Matemática, estudios de maestría en Enseñanza de las Matemáticas, con más de 20 años de experiencia como docentes de educación secundaria en instituciones públicas y privadas, así como en programas de bachillerato internacional.

Los profesores desarrollaron dos tareas consistentes en la resolución de problemas sobre funciones cuadráticas seguidas de algunas preguntas cuyas respuestas darían información sobre su conocimiento matemático y didáctico. Las soluciones y las respuestas de los profesores fueron recogidas a través de hojas de trabajo, y dicha información fue analizada desde la perspectiva del MTSK.

A partir de los resultados del análisis, en una investigación a futuro, se tiene la intención de profundizar en el conocimiento especializado de los profesores de matemática (MTSK).

Análisis de resultados

Por limitaciones de espacio solamente mostraremos el análisis de los resultados de una de las tareas, sin embargo, nos servirá como detonante de las reflexiones finales con las que cerraremos el trabajo. La tarea se muestra a continuación.

Un futbolista patea un balón que está en el césped del arco del equipo contrario; el balón alcanza una altura máxima de 6,5 metros a 15 metros de su posición inicial. Si suponemos que la trayectoria que describe el balón es parabólica, responda lo siguiente:

a) Encuentre la ecuación que representa la trayectoria que describe el balón.

b) ¿Qué función representa la trayectoria que describe el balón? ¿Por qué?

c) ¿A qué distancia horizontal de la posición inicial del balón está el arco si éste impacta en el travesaño del arco que se encuentra a 2,44 metros de altura?

d) ¿En qué nivel educativo se podría proponer esta tarea?

e) ¿Qué conocimientos previos considera que debería tener un estudiante para que pueda resolver esta tarea?

f) Si estuviera atendiendo un grupo de estudiantes y el tema a aprender fuera funciones cuadráticas, ¿cómo podría utilizar esta tarea?

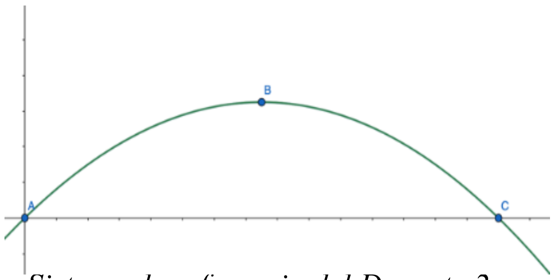
g) ¿Cómo esperaría que los estudiantes resuelvan esta tarea?

Los tres primeros ítems de la tarea buscan indagar sobre el conocimiento matemático, MK, mientras que los cuatro restantes se remiten al conocimiento pedagógico del contenido, PCK.

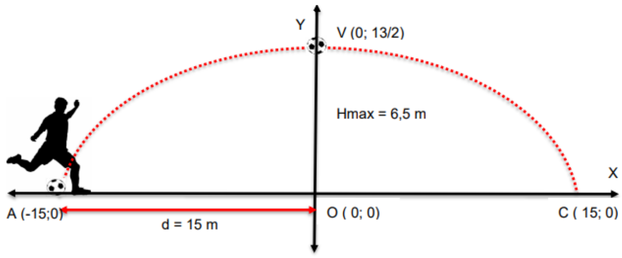
La estrategia que utilizaron ambos docentes para responder el ítem a) fue la misma: tomar tres puntos conocidos de la trayectoria y sustituirlos en la ecuación $y(x) = ax^2 + bx + c$, para obtener un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas; las diferencias se presentaron en la selección del sistema de referencia y en la forma de resolver el sistema de ecuaciones lineales. Mientras que uno de ellos ubicó el origen de coordenadas en el punto en que el balón está en reposo (ver Figura 1), el otro lo ubicó en el punto medio entre la posición inicial del balón y el punto donde toca por primera vez el suelo después de ser pateado (ver Figura 2).

Figura 1.

Sistema de referencia del Docente 1



Sistema de referencia del Docente 2



Consideramos que los profesores muestran un Conocimiento de la Estructura Matemática (KSM) pues para dar respuesta a lo solicitado relacionan conocimientos como la ubicación de un sistema de referencia, el valor numérico de una función y la solución de un sistema de ecuaciones con la función cuadrática, que permiten obtener la ecuación de la trayectoria que describe el balón. Ambos profesores obtienen resultados correctos:

Docente 1: $y = -\frac{13}{450}x^2 + \frac{13}{15}x, para\ x \epsilon [0; 30]$

Docente 2: $f(x) = -\frac{13}{450}x^2 + \frac{13}{2}$

Lo que se destaca en la forma de resolver el problema y el resultado que dan es que, ambos coinciden en que se trata de una función cuadrática. Sin embargo, en el primer caso, la solución está dada en forma de una ecuación cuadrática en la que se especifican los valores de la variable *x* (el dominio); mientras que en el segundo se da la trayectoria en notación funcional pero no se especifican dominio ni alcance o contradominio de la función. Esto nos lleva a considerar que tienen Conocimiento de los Temas (KoT) pues evidencian el uso de procedimientos, registros de representación, definiciones y propiedades, pero con algunas deficiencias; indagar lo anterior sería una conjetura por considerar en un trabajo posterior.

Ahora bien, mientras que el *Docente 1* utilizó una calculadora analítica (de pantalla gráfica) para resolver el sistema de ecuaciones, el *Docente 2* resolvió el sistema de manera algebraica, sin el uso de recursos tecnológicos; lo que nos remite a pensar que tienen un

Conocimiento de la Enseñanza de la Matemática (KMT) pues utilizan recursos y estrategias de resolución de problemas caracterizado en este subdominio del MTSK; esto, evidentemente, es una conjetura que indagaremos en un trabajo futuro.

Las heurísticas usadas en las respuestas dadas al ítem c) dan indicios de un Conocimiento de la Práctica Matemática (KPM) por parte de los docentes, y se nota congruencia con las respuestas dadas en el ítem a) en relación con los procesos asociados a la resolución de problemas. Sin embargo, se tendría que profundizar el análisis de dicha conjetura.

Finalmente haremos un comentario relacionado con el PCK que nos servirá para determinar el curso futuro de nuestra investigación, pues nos permite hacer algunas conjeturas. En relación con el ítem d) los profesores evidencian Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje (KMLS) pues indican el nivel educativo en el que consideran que se podría proponer esta tarea, teniendo en cuenta la propuesta del Currículo Nacional y el Programa Curricular de Educación Secundaria, como se muestra a continuación:

En términos de grados académicos, puede ser desarrollado con estudiantes de 4to o 5to de secundaria. En el programa del Bachillerato Internacional, es un problema que puede ser considerado como problema de modelación posible de ser desarrollado con calculadora de pantalla gráfica.

Este problema corresponde al Ciclo VII de EBR, es decir, 3, 4 y 5 de secundaria según el Currículo Nacional vigente.

Así, en relación con el ítem f) ambos profesores manifiestan que esta tarea se puede trabajar con estudiantes de secundaria, pero consideran que se podría agregar preguntas como ¿Para qué te sirve lo aprendido sobre función cuadrática? ¿en qué otras situaciones puedes usar lo aprendido sobre función cuadrática? Además, indican que la mayoría de estudiantes resolverán esta tarea haciendo uso de expresiones algebraicas, más que de representaciones gráficas. Pero tendrían dificultades con algunas preguntas debido a que el problema está enmarcado en un contexto no matemático. Esto da indicios de que tienen un conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT) y un conocimiento de las características de aprendizaje de las matemáticas (KFLM), pero sería necesario indagar con mayor profundidad en estos dos subdominios.

Reflexiones finales

El análisis de la tarea desarrollada por los docentes desde el MTSK nos permitió acceder a su conocimiento especializado e identificar en sus respuestas varios niveles de conceptualización matemática. Consideramos necesario solicitar en cada ítem de la tarea una justificación detallada de sus respuestas, para así evitar tener solo respuestas finales sin procedimientos. Con el recojo de información detallada, contaríamos con tareas que se podrían constituir en instrumentos de investigación que permitan identificar el conocimiento especializado de los docentes en relación a un contenido matemático, las que se podrían incluir en programas de formación inicial y continua de profesores a fin de generar una reflexión sobre su práctica docente.

El hecho de que los docentes hayan usado distintos registros de representación en la resolución de las tareas, ayuda a comprender la situación con la que se está trabajando. En ese sentido, coincidimos con Torres y Gómez (2019) cuando señalan que el enfoque de enseñanza centrado en contenidos algebraicos, requiere repensarse pues no favorece los procesos cognitivos que permiten desarrollar el pensamiento algebraico, tales como el pensamiento relacional, el sentido estructural, la generalización y la simbolización, entre otros.

Finalmente, los resultados nos han permitido un primer acercamiento a la identificación de los subdominios de conocimiento especializado de los docentes; queda pendiente profundizar en el estudio sobre el conocimiento que movilizan los docentes al realizar tareas estructuradas desde el MTSK, ya que resultarían útiles para la construcción del conocimiento profesional. Coincidimos con Montes, Climent, Carrillo y Contreras (2021) cuando señalan que el desarrollo de este tipo de tareas ayudaría a los futuros profesores a construir su conocimiento especializado, área poco investigada en la formación docente.

Referencias

Carrillo-Yañez, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, A., Ribeiro, M., & Muñoz-Catalán, M. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. *Research in Mathemtics Education, 20*(3), 236-253. DOI: 10.1080/14794802.2018.1479981

De Gamboa, G., Badillo, E. y Ribeiro, M. (2015). El horizonte matemático en el conocimiento para la enseñanza del profesor: geometría y medida en educación primaria. *PNA*, *10*(1), 1-24. http://hdl.handle.net/10481/37188

Ministerio de Educación del Perú (MINEDU). (2016). Currículo Nacional de la Educación Básica. http://www.minedu.gob.pe/curriculo/pdf/curriculo-nacional-de-la-educacion-basica.pdf

Ministerio de Educación del Perú (MINEDU). (2016). Programa curricular de Educación Secundaria. http://www.minedu.gob.pe/curriculo/pdf/programa-secundaria-17-abril.pdf

Montes, M., Pascual, Ma. Isabel y Climent, N. (2021). Un experimento de enseñanza en formación continua estructurado por el modelo MTSK. *Revista Latinoamericana de*

Investigación en Matemática Educativa, *24* (1), 83-104. http://relime.org/index.php/repositorio/2021/2021a/2021ap/546-202104a/file

Osorio, A. (2017). Perú: La formación inicial y continua de los profesores de Matemáticas. Capacity and Networking Project 2016 International Commission on Mathematical Instruction. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática, 12*(16), 49-82.

Ribeiro, M. (2016). Tareas para alumnos y tareas para la formación: discutiendo el conocimiento especializado del profesor y del formador de profesores de matemáticas. En Estrella, S., Goizueta, M., Guerrero, C., Mena, A., Mena, J., Montoya, E., Morales, A., Parraguez, M., Ramos, E., Vásquez, P. y Zakaryan, D. (Eds.) (2016). *XX Actas de las Jornadas Nacionales de Educación Matemática*, (pp. 31-39). Valparaíso, Chile: SOCHIEM, Instituto de Matemática de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso. http://static.ima.ucv.cl.s3.amazonaws.com/wp-content/uploads/2016/03/Acta-XXJNEM-final.pdf

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher, 15*(2), 4–14. DOI:10.3102/0013189X015002004

Torres, L., y Gómez, K. (Mayo, 2019). *Álgebra y Pensamiento Algebraico. Una experiencia de reconceptualización* [Presentación de paper]. Actas de la XV Conferencia Interamericana de Educación Matemática, Medellín, Colombia.

O desenho de tarefas uma habilidade necessária para o futuro professor

The design of tasks a necessary skill for the future teacher

El diseño de tareas una habilidad necesaria para el futuro profesor

Elena Freire Gard
Instituto de Profesores Artigas
0000-0003-1498-0903

Modalidad: Comunicación
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam Matemática.

Resumo

Este documento apresenta diferentes desenhos de tarefas que foram trabalhados em três cursos de formação de professores de matemática no Instituto de Professores Artigas em Montevideo-Uruguay. A concepção das tarefas e a selecção das actividades realizadas pelos futuros professores são fundamentais para o seu desempenho pedagógico e estão ligadas à aprendizagem que irão desenvolver nos seus alunos. O objectivo era conceber e analisar a implementação de tarefas abertas e vinhetas conceptuais a serem aplicadas em grupos de prática de ensino do Ensino Secundário por futuros professores de matemática. Os primeiros resultados mostram a diversidade de respostas que são geradas numa aula e as modificações que ocorrem nas metodologias de ensino dos futuros professores ao implementar tarefas com vinhetas conceptuais e tarefas em aberto. Os futuros professores reconhecem que o apoio do formador de professores é necessário para implementar este tipo de tarefa na sala de aula pela primeira vez, uma vez que lhes deu maior confiança e segurança ao pensar em pormenor na sua implementação.
Palabras clave: formação de professores de matemática, tarefas em aberto, vinhetas conceptuais.

Abstract

This paper presents different task designs that were worked on in three mathematics teacher training courses at the Artigas Teachers' Institute in Montevideo-Uruguay. The design of tasks and the selection of activities carried out by future teachers are key to their teaching performance and are linked to the learning that they will develop in their students. The objective was to design and analyse the implementation of open-ended tasks and conceptual vignettes to be applied in Secondary Education teaching practice groups by prospective mathematics teachers. The first results show the diversity of responses that are generated in a class and the modifications that occur in the teaching methodologies of prospective teachers when implementing tasks with conceptual vignettes and open-ended tasks. The future teachers recognise that the support of the teacher trainer is necessary to implement this type of task in the classroom for the first time, as it has given them greater confidence and security when thinking in detail about its implementation.
Keywords: mathematics teacher training, open-ended tasks, conceptual vignettes.

Resumen

En esta comunicación se presentan diferentes diseños de tareas que se trabajaron en tres cursos de formación de profesores de matemáticas en el Instituto de Profesores Artigas de Montevideo-Uruguay. El diseño de tareas y la selección de actividades que efectúa el futuro profesor son claves para su desempeño docente y se vinculan con los aprendizajes que desarrollarán en sus estudiantes. El objetivo fue diseñar y analizar la implementación de tareas de final abierto y de viñetas conceptuales para ser aplicadas en grupos de práctica docente de Educación Secundaria, por parte de futuros profesores de matemáticas. Los primeros resultados muestran la diversidad de respuestas que se generan en una clase y las modificaciones que se producen en las metodologías de enseñanza de los futuros profesores al implementar tareas con viñetas conceptuales y tareas de final abierto. Los futuros professores reconocen que es necesario el acompañamiento del professor formador para implementar por primera vez este tipo de tareas en el aula pues les ha aportado mayor confianza y seguridade al pensar con detalle su implementación.

Palabras clave: formación de profesores de matemáticas, tareas de final abierto, viñetas conceptuales

Marco teórico

El NCTM (2015) propone que es posible lograr una enseñanza eficaz de las matemáticas cuando los estudiantes se involucran en tareas de resolución y análisis que promuevan el razonamiento y la resolución de problemas. A la vez, sugiere que los profesores deberían incluir actividades que ofrezcan la posibilidad de ser resueltas por diferentes caminos, "que haya múltiples maneras de abordar los problemas y que existan estrategias de resolución variadas" (NCTM, 2015, P. 18). Por lo antedicho, es esencial la selección de las tareas que se realizan al desarrollar una clase. Smith y Stein (1998, citadas en NCTM, 2015, p.19) clasifican a las tareas matemáticas según el nivel cognitivo que hay que poner en práctica al resolverlas e identifican: a) tareas de memorización (de bajo nivel cognitivo); b) tareas de procedimiento sin conexiones (exigencias de bajo nivel) referido a tareas de repetición de algoritmos o de uso de fórmulas; c) tareas de procedimiento con conexiones (exigencia de alto nivel) referidas a tareas que vinculan diferentes registros de representación y favorecen la comprensión del significado de los conceptos matemáticos y d) tareas de construcción de las matemáticas (exigencias de alto nivel) que involucran razonamientos no usados habitualmente y demandan que los estudiantes exploren.

Entre algunos de los formatos que promueven la argumentación por parte de los estudiantes y los llevan a defender sus ideas a partir de sus conocimientos matemáticos, seleccionamos las viñetas conceptuales, las tareas de final abierto y las tareas de ¿quién pertenece o no pertenece? Respecto a las viñetas conceptuales Keogh, Dabell y Naylor (2008) manifiestan que son tareas en las que se involucran diferentes personajes o caricaturas que exponen su opinión sobre alguna pregunta matemática. Naylor y Keogh (2013) encontraron que los estudiantes al argumentar sobre las respuestas de los personajes de las viñetas no sienten miedo de ser juzgados si se equivocan en sus respuestas. La investigación de Sexton (2010) confirmó que el uso de viñetas posibilitó que los estudiantes reflexionen y argumenten sus respuestas. El reporte de Dolyenko et al. (2018) también deja un testimonio del trabajo que desarrolla en los estudiantes este tipo de actividades y pone en evidencia las discusiones matemáticas que se generan en el aula de matemática.

Otro formato de tareas que promueve realizar diferentes formas de resolución y aportar diferentes respuestas son las tareas de final abierto propuestas por Zaslavsky (1995). Dicha autora afirma que pequeñas modificaciones en el enunciado de una tarea pueden provocar grandes cambios en su resolución. Las tareas de final abierto, para Zaslavsky tienen múltiples respuestas correctas y posibilitan el debate al presentarse diferentes formas de razonamiento en su resolución. La Figura 1 es un ejemplo de las modificaciones sugeridas por Zaslavsky (1995).

Figura 1.

Tarea estándar y tarea modificada.

Fuente: Zaslavsky (1995, p. 15).

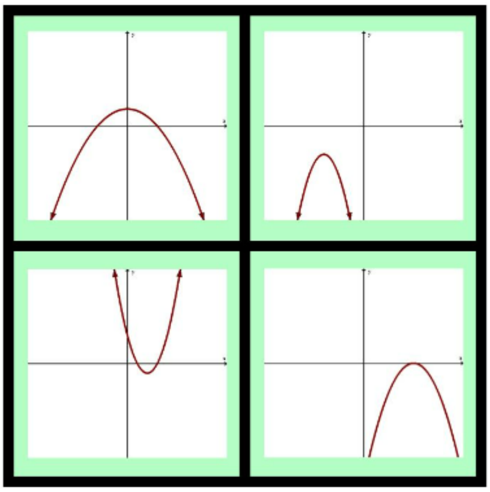
Tarea estándar	Tarea de final abierto
a) How many intersection points does the parabola: $y=x^2+4x+5$ have with the straight line: $y=2x+5$?	Find an equation of a straight line that has two intersection points with the parabola: $y=x^2+4x+5$

El tercer formato de tareas que se trabajó fue ¿quién pertenece o no pertenece? Bourassa (2013) propone identificar en cuatro actividades cuál es la intrusa según criterios que tendrá que encontrar y argumentar el propio estudiante. En la figura 2 se muestra un ejemplo de una actividad con gráficas de funciones de grado 2 en la que puede excluirse, por ejemplo, la gráfica inferior izquierda por ser la única con concavidad positiva. Otro criterio es suprimir la gráfica superior derecha por ser la única que representa una función que no tiene raíces reales.

Figura 2.

Figura 2. Tarea ¿Quién pertenece o no pertenece?

Fuente: Bourassa (2013).



GRAPH 6

Pregunta de investigación y objetivo

La formación de profesores nos conduce a buscar estrategias para que los FP adquieran conocimientos y habilidades para continuar mejorando su práctica docente aún luego de culminar su formación de grado. Las preguntas que motivan esta investigación son: ¿Qué tipos de tareas promueven modalidades de aprendizaje no tradicionales? ¿Cómo elaborar el enunciado de tareas de final abierto a partir de tareas tradicionales? ¿Cómo diseñar una viñeta conceptual? ¿Cómo implementar una tarea de final abierto o una viñeta conceptual en el aula de matemática? ¿Cómo desempeñar el rol docente al incluir tareas de final abierto o viñetas conceptuales en el aula?

El objetivo que se propuso fue: Diseñar y analizar la implementación de tareas de final abierto y viñetas conceptuales para ser aplicadas en grupos de Educación Secundaria en que los futuros profesores realizan su práctica docente.

Metodología

La experiencia de enseñanza se realizó en tres grupos de Didáctica correspondientes a la formación de grado de profesor de matemática de Educación Secundaria. En dichos cursos los futuros profesores realizan el curso teórico de didáctica y en forma conjunta concurren como observadores a un grupo de Educación Secundaria junto con un profesor de matemática que está a cargo del grupo. Además, en los grupos de práctica docente los futuros profesores imparten un entre un 10 y un 25% de las clases de matemáticas.

La recolección de datos se realizó a partir de la observación de tres clases de didáctica impartidas por la autora, el diseño y análisis de las actividades que realizaron los futuros profesores de matemáticas y el análisis realizado luego de la implementación en la práctica docente. Las técnicas de recolección de datos fueron videograbación de las clases y fotografías de las actividades diseñadas. El análisis de los datos se realizó a partir de la observación de clases y de las reflexiones de los futuros profesores luego de implementar sus clases respecto de las metodologías de enseñanza desarrolladas.

La metodología consta de tres fases. Una primera fase consistió en analizar diferentes enunciados de actividades e identificar cuáles modificaciones posibilitan transformar una tarea con una única solución en una tarea de final abierto con múltiples respuestas. Se realizó la lectura del capítulo “Implementación de tareas que promueven el razonamiento y la resolución de problemas” (NCTM, 2015, pp. 18-24) referido a los diferentes tipos de tareas que puede incluir un profesor en la clase de matemáticas y se analizaron dos modelos de enseñanza, uno tradicional y otro exploratorio. A continuación, se identificaron en libros de texto de educación secundaria tareas de alto nivel cognitivo y de bajo nivel cognitivo. Luego, se analizó si en los libros de texto se incluían problemas de final abierto o viñetas conceptuales.

La segunda fase consistió en la elaboración de tareas de final abierto y tareas con viñetas conceptuales, estas últimas diseñadas con el software Storyboarthat. Se comenzó por conocer actividades ya realizadas (Zaslasky, 1995; Dolyenko et al., 2018), luego se realizó simulación de implementación de las actividades. Estas simulaciones se realizaron por medio de la estrategia de cambio de roles; uno de los futuros profesores (FP) simuló el rol de profesor de Educación Secundaria y el resto de los FP simularon el rol de estudiantes de Educación Secundaria. Seguidamente la profesora formadora (PF) solicitó a los futuros profesores, en parejas, diseñar viñetas conceptuales y una planificación de clase para implementar en la práctica docente. En algunos casos implementaron la viñeta conceptual. La misma metodología se utilizó para las tareas de final abierto y las actividades de ¿quién pertenece o no pertenece?

La tercera fase consistió en el diseño de la planificación de clase con las tareas diseñadas y su implementación.

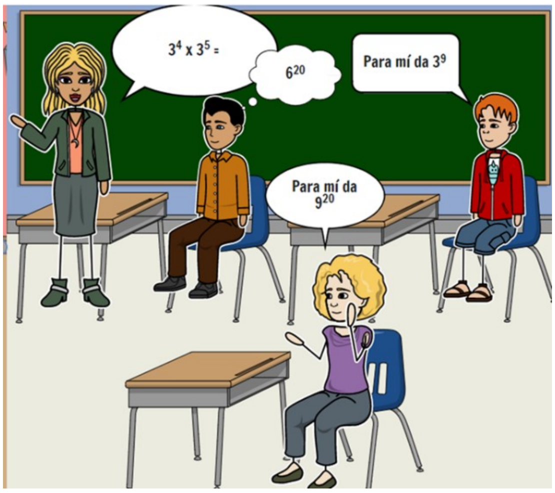
Algunas de las tareas creadas

Las viñetas conceptuales fueron presentadas a partir de ejemplos y como primera aproximación los estudiantes tuvieron que leer el texto de Dolyenko et al (2018). Entre los ejemplos que la profesora formadora presentó a los estudiantes se discutió una de las modalidades de diseño de las viñetas conceptuales que fue identificar preguntas matemáticas que pudieran contestarse con una sola respuesta correcta y pedirles a los FP que piensen posibles respuestas erróneas según las dificultades que pueden surgir en el aprendizaje del tema en que se encuentra la pregunta que se propone.

Algunas de las siguientes imágenes son ejemplos introductorios, realizados por la profesora formadora, sobre las viñetas que luego tuvieron que diseñar los FP. Para su diseño se trabajó en la clase con el software StoryboarThat (<storyboardthat.com>). En la figura 3 puede observarse que se propone calcular 3^4x3^5=… las respuestas que aportan los personajes tienen como base posibles errores que podría cometer un estudiante de educación secundaria al contestarlas: confundir multiplicar las bases de las potencias y conservar el exponente; multiplicar las bases de las potencias y multiplicar los exponentes. En este primer ejemplo aparece también la respuesta correcta, pero podría haber un personaje que diga ¿qué opinas tú?

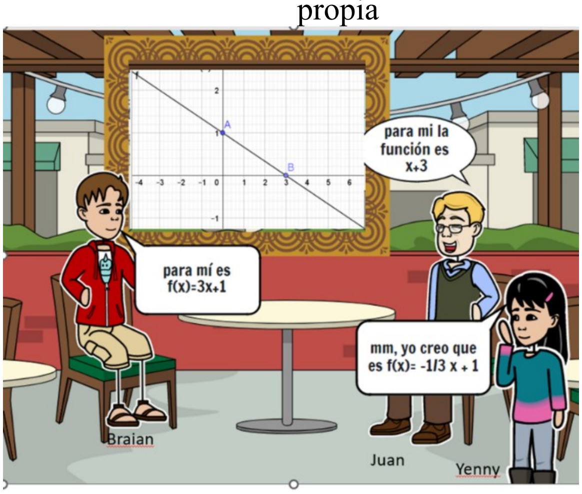
Figura 3.

Viñeta diseñada para el tema multiplicación de potencias de igual base por Elena Freire, junio 2022. Fuente. Creación propia



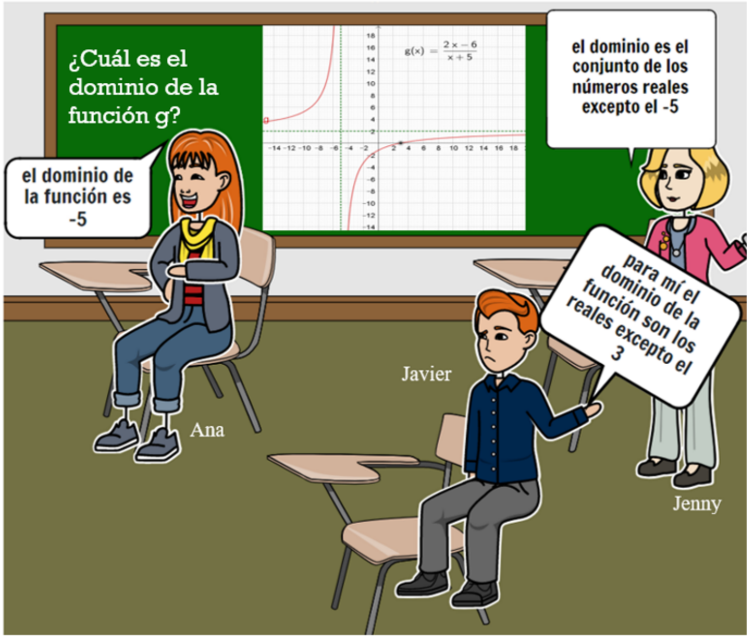
Un segundo ejemplo que aportó la PF (Figura 4) incluye los nombres de los personajes y un gráfico, este ejemplo llevó a trabajar con el software StoryboarThat y además con GeoGebra y Paint. Primero se les pidió buscar un posible enunciado de una actividad de uno de los cursos que tienen en la práctica y luego transformarla en un diálogo de caricaturas para finalmente hacer su diseño. En este segundo ejemplo se consideró que dos de los personajes de la viñeta (Braian y Juan) dan respuestas equivocadas, las mismas se generan en asociar la abscisa y ordenada de los puntos de corte de la recta con los ejes coordenadas con el coeficiente de "x" y el término independiente; o recíprocamente (asociar la abscisa de B con el término independiente y la ordenada de B con el coeficiente de "x") además de decir una expresión sin estar igualada a nada.

Figura 4.
Viñeta diseñada para el tema función afín por Elena Freire, junio 2022. Fuente. Creación propia



Un tercer ejemplo que se trabajó en la clase es el de la Figura 5 referido a cuál es el dominio de una función racional. Entre las respuestas que se consideraron se encuentra: confundir el dominio con el valor de no existencia; confundir el dominio de la función al proponer que se excluye la raíz en lugar del punto de no existencia.

Figura 5.
Viñeta diseñada para el tema funciones racionales por Elena Freire, junio 2022. Fuente. Creación propia



El diseño de los futuros profesores hizo que primero pensaran, en parejas, el enunciado de las actividades y luego indagaran el uso del software StoryboarThat para crear las caricaturas de la actividad. Un segundo paso fue diseñar planificaciones con las viñetas que crearon. En la Figura 6 se observa una viñeta creada por FP para utilizar en un grupo de 1er año de Educación Secundaria.

Figura 6.
Viñeta diseñada para el tema potenciación por futuros profesores. Fuente. Creación propia

1. ¿Qué alumno tendrá la razón? Ayúdalo justificando tu respuesta.

Luego del diseño de las viñetas se presentaron en la clase y junto con la profesora formadora se realizaron sugerencias para mejorar el contenido y el formato. Los futuros profesores aportaron recomendaciones con base a su conocimiento sobre lo que podría ocurrir en una clase al enseñar esos temas. La Figura 7 propone una viñeta conceptual en la cual el personaje que propone la respuesta correcta duda de esta y piensa que se equivocó. La modalidad de trabajo que se propuso para aplicar estas viñetas en un aula de Educación Secundaria es en grupos de tres estudiantes que primero trabajarán solos durante 10 minutos y luego se hará una puesta en común de las respuestas, siendo el profesor un gestor de las intervenciones de los estudiantes.

Figura 7.

Viñeta diseñada para el tema potenciación por futuros profesores. Fuente. Creación propia

A continuación, se trabajó con tareas de final abierto, estas permitieron a los FP crear actividades que tengan diferentes respuestas e involucren diferentes caminos de resolución Por ejemplo una de las actividades que implementó uno de los FP involucró pensar en forma a priori la planificación de la clase con diferentes escenarios sobre las posibles respuestas que podrían presentar los estudiantes. A continuación, se muestra una tarea de final abierto (Actividad 1 de final abierto) para comprender algunas de las diferentes respuestas que pueden aportarse.

Actividad 1 de final abierto

Elige una expresión analítica para que la siguiente función a trozos sea continua en x=2

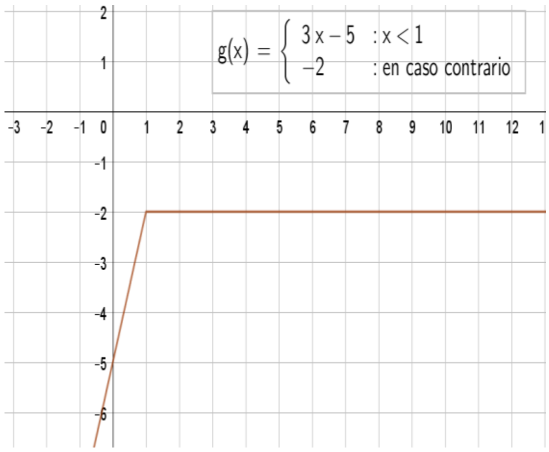
$$F(x)=\begin{cases} 3x-5 \text{ si } x<1 \\ \ldots\ldots \text{ Si } x\geq 1 \end{cases}$$

En esta actividad se puso en juego la definición de función continua considerando diferentes opciones para completar la expresión algebraica de la función correspondiente al subdominio x≥ 1. Esta tarea no solo permite aportar diferentes soluciones, sino que también permite atender la diversidad pues los estudiantes pueden presentar respuestas más simples o elaboradas según sus posibilidades. Veamos a continuación algunas opciones de respuestas que pueden aportar los estudiantes.

Respuesta 1:

Si f(1)= 3.1-5= -2

$$F(x)=\begin{cases} 3x-5 & \text{si } x<1 \\ -2 & \text{Si } x\geq 1 \end{cases}$$



En consideración a las condiciones para que la función sea continua en x=1 se plantea que:

a) f(1))= -2,
b) $\lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^-} 3x-5 = -2$
c) $\lim_{x\to 1^+} f(x) = \lim_{x\to 1^+} -2 = -2$

El FP supone que una primera respuesta podría ser la anterior dado que es la más sencilla que podría aportar un estudiante conocido el límite lateral de la función cuando "x" tiende a 1 por la izquierda.

Respuesta 2 (otra posible respuesta):

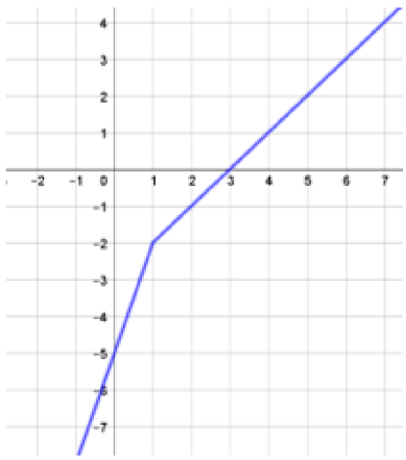
$$F(x)=\begin{cases} 3x-5 & \text{si } x<1 \\ x+a & \text{Si } x\geq 1 \end{cases}$$

$\lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^-} 3x-5 = -2$

f (1)) = -2,

$\lim_{x\to 1^+} f(x) = \lim_{x\to 1^+} x+a = -2$ entonces 1+a= -2

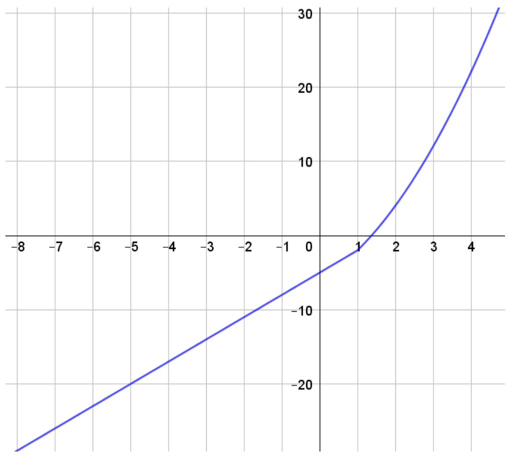
por lo tanto: a= -3



Respuesta 3 (otra posible respuesta):

Un estudiante pudiera considerar completar la segunda expresión con una función cuadrática y dejar para averiguar el término independiente con la condición de que la función debe ser continua en x=1

$$F(x)=\begin{cases} 3x-5 \text{ si } x<1 \\ x^2+3x+b \text{ si } x\geq 1 \end{cases}$$



$\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)= \lim\limits_{x\to 1^-} 3x-5 = -2$ entonces: f(1))= -2,

$\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^+} x^2+3x+b \;\;= -2$

entonces 1+3+b= -2 por lo tanto: b= -6

La función F es:

$$F(x)=\begin{cases} 3x-5 \text{ si } x<1 \\ x^2+3x-6 \text{ Si } x\geq 1 \end{cases}$$

Si bien esta investigación se encuentra en curso, algunas de estas actividades han podido ser implementadas por los FP en sus grupos de práctica docente. En el siguiente apartado se plantean algunos de los primeros resultados.

Resultados

Los primeros resultados arrojan que es un desafío para los FP enfrentarse a clases que podría presentar mayores imprevistos que una clase en la que presentan problemas cerrados, de respuesta única. Sin embargo, los FP valoran la posibilidad de implementar tareas de final abierto o viñetas conceptuales durante la práctica docente ya que les ofreció mayor tranquilidad el haber tenido orientaciones del profesor formador.

La implementación de las tareas con viñetas conceptuales permitió que los estudiantes aporten diferentes argumentaciones y que tengan gran motivación por intervenir en clase. En particular los FP observaron que estudiantes no participativos se animaron a contestar.

Las tareas de final abierto sorprendieron a los FP, pues varios de ellos no las conocían y se dieron cuenta que podían presentarse desde respuestas muy sencillas hasta otras bastante más elaboradas. Este hecho lo consideraron muy positivo pues permite que intervengan estudiantes que poseen diferentes grados de conocimientos.

Referencias

Bourassa, M. (2013). Which one doesn´t belong? https://wodb.ca/about.html

Dolyenko, I.; Gonzáles, d.; González, L., Ochoviet, C. (2018). En Buendía, G.; Molfino, V.; Ochoviet, C. (Eds.) Estrechando lazos entre investigación y formación en Matemática Educativa. Experiencias conjuntas de docentes y futuros profesores. Consejo de Formación en Educación. Departamento de Matemática. (pp.48- 60) http://repositorio.cfe.edu.uy/bitstream/handle/123456789/376/Buendia%2CG.Estrechando.pdf?sequence=2&isAllowed=y

Keogh, B., Dabell J. y Naylor S. (2008). Concept cartoons in mathematics education. Great Britain: Millgate House Publishers.

National Council of Teachers of Mathematics, NCTM. (2015). De los principios a la acción. Para garantizar el éxito matemático para todos. 3D Editorial.

Naylor, S. y Keogh, B. (2013). Concept Cartoons: What Have We Learnt? Journal of Turkish Science Education, *10*(1), 3–11.

Sexton, M. (2010). Using Concept Cartoons to Access Student Beliefs about Preferred Approaches to Mathematics Learning and Teaching. En L. Sparrow, B. Kissane y C. Hurst (Eds.), Shaping the future of mathematics education: Proceedings of the 33rd annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia (pp. 515–522). Fremantle: MERGA.

Smith, M. S., & Stein, M. K. (1998). Reflections on practice: Selecting and creating mathematical tasks: From research to practice. *Mathematics teaching in the middle school*, *3*(5), pp.344-350.

Zaslavsky, O. (1995). Open-ended tasks as a trigger for mathematics teachers' professional development. *For the Learning of Mathematics,* *15*(3), 15-20. https://www.jstor.org/stable/40248183

Narrativas autobiográficas do processo formativo de professores egressos de um curso de Licenciatura em Matemática[424]

Autobiographical narratives of the formative process of former teachers of a Mathematics undergraduate course

Narraciones autobiográficas del proceso formativo de antiguos profesores de una licenciatura en Matemáticas

Gerson dos Santos Farias[425]
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
0000-0002-5941-8095

Patrícia Sandalo Pereira[426]
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
0000-0002-7554-0058

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam Matemática

Resumo

Este artigo tem como objetivo apresentar uma discussão sobre a compreensão de *continuum* formativo dos professores egressos do curso de Licenciatura em Matemática, a partir de um recorte da dissertação de mestrado intitulada “Narrativas autobiográficas do percurso formativo de egressos da Licenciatura em Matemática da UFMS/CPTL”, vinculada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEduMat) da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS) e atrelado ao Grupo de Pesquisa Formação e Educação Matemática (FORMEM). Como aportes teóricos, optamos por autores do campo de pesquisa da formação de professores, com enfoque na formação inicial de professores de Matemática. Como metodologia, adotamos a perspectiva da pesquisa (auto)biográfica, subsidiada pelas narrativas autobiográficas. Frente ao cenário pandêmico da COVID-19, os dados foram produzidos com 6 (seis) professores egressos do curso de Licenciatura em Matemática, por intermédio da técnica das entrevistas narrativas autobiográficas e analisados sob a perspectiva da análise compreensiva-interpretativa. Os resultados, de modo geral, para a unidade temática de análise “*Continuum* Formativo”, demarcam a necessidade de nos atentarmos para as especificidades que fazem parte do contexto de trabalho docente, sem perder de vista a ideia de que a formação é ressignificada, estando o professor em formação permanente. De maneira mais específica, as falas expressam a preocupação com relação ao aperfeiçoamento da formação, o que se alinha a compreensão de *continuum* formativo de forma coletiva, a partir das relações que se estabelecem entre os sujeitos pertencentes ao ambiente educacional.

Palavras-chave: Educação Matemática; Formação inicial de professores; *Continuum* Formativo.

[424] O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.
[425] gerson.farias@ufms.com 1.
[426] patricia.pereira@ufms.com 2.

Abstract

The purpose of this article is to present a discussion about the comprehension of the formative continuum of former teachers of the Mathematics Undergraduate course, from a selection of the master's thesis entitled "Autobiographical narratives of the formative journey of former teachers of the Mathematics Undergraduate course of UFMS/CPTL", linked to the Postgraduate Program in Mathematics Education (PPGEduMat) of the Federal University of Mato Grosso do Sul (UFMS) and linked to the Research Group Formation and Mathematics Education (FORMEM). As theoretical contributions, we chose authors from the research field of teacher education, with a focus on the initial training of mathematics teachers. As methodology, we adopted the perspective of (auto)biographical research, subsidized by autobiographical narratives. Facing the pandemic scenario of COVID-19, the data were produced with 6 (six) professors who had graduated from the course of Mathematics, through the technique of autobiographical narrative interviews and analyzed under the perspective of the comprehensive-interpretative analysis. The results, in general, for the thematic unity of analysis "Formative Continuum", show the need to pay attention to the specificities that are part of the context of the teacher's work, without losing sight of the idea that the formation is re-signified, being the teacher in permanent formation. More specifically, the speeches express the concern regarding the improvement of training, which is aligned with the understanding of the training continuum in a collective way, based on the relationships that are established among the subjects belonging to the educational environment.

Keywords: *Mathematics education; Initial teacher education; Formative Continuum.*

Resumen

Este artículo tiene como objetivo presentar una discusión sobre la comprensión del continuo formativo de los profesores egresados del curso de Licenciatura en Matemática, a partir de una selección de la tesis de maestría titulada "Narraciones autobiográficas del recorrido formativo de los egresados del curso de Licenciatura en Matemática de la UFMS/CPTL", vinculada al Programa de Postgrado en Educación Matemática (PPGEduMat) de la Universidad Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS) y vinculada al Grupo de Investigación Formación y Educación Matemática (FORMEM). Como aportaciones teóricas, hemos elegido autores del ámbito de investigación de la formación del profesorado, con especial atención a la formación inicial de los profesores de matemáticas. Como metodología, adoptamos la perspectiva de la investigación (auto)biográfica, subvencionada por las narraciones autobiográficas. Frente al escenario pandémico del COVID-19, los datos fueron producidos con 6 (seis) profesores egresados del curso de graduación en Matemáticas, a través de la técnica de entrevistas narrativas autobiográficas y analizadas bajo la perspectiva del análisis comprensivo-interpretativo. Los resultados, de manera general, para la unidad temática de análisis "Continuidad Formativa", muestran la necesidad de prestar atención a las especificidades que forman parte del contexto del trabajo docente, sin perder de vista la idea de que la formación se re-significa, estando el profesor en permanente formación. Más concretamente, los discursos expresan la preocupación por la mejora de la formación, que se alinea con la comprensión del continuo formativo de forma colectiva, a partir de las relaciones que se establecen entre los sujetos pertenecientes al ámbito educativo.

Palabras clave: *Educación matemática; Formación inicial del profesorado; Continuidad formativa.*

Início da conversa

A formação de professores tem sido tema de inúmeros debates, principalmente, a partir do século XXI, perpassando por diversas ramificações que atravessam o processo formativo do professor, seja na formação inicial, continuada e, até mesmo, no exercício da profissão docente. Vale lembrar que muitas são as nomenclaturas utilizadas nas pesquisas acadêmicas, todavia, aqui, utilizaremos a expressão formação de professores, entendida por nós como sendo um processo complexo e inconcluso.

Segundo o Dicionário *On-line* de Português, o termo formação significa: "Ação de formar, de criar dando forma, de fabricar; [...]. Modo de criação; educação, instrução [...]. Conjunto de conhecimentos e/ou instruções sobre um assunto específico; [...]". Em outros termos, a compreensão da formação está relacionada com o desenvolvimento sócio-histórico-cultural do sujeito, de forma contínua e inacabada, pois o processo formativo envolve a criação de significados a partir de sua própria existência e indo ao encontro da educação como possibilidade formativa para exercício da cidadania.

Dentro dessa perspectiva, para este trabalho tematizamos a formação de professores, com enfoque na formação inicial de professores de Matemática, tendo como objetivo apresentar uma discussão sobre a compreensão de *continuum* formativo dos professores egressos do curso de Licenciatura em Matemática, a partir de um recorte da dissertação de mestrado do primeiro autor, intitulada "Narrativas autobiográficas do percurso formativo de egressos da Licenciatura em Matemática da UFMS/CPTL", defendida em 2022 e orientada pela segunda autora. Esperamos produzir alguns tensionamentos que nos ajudem a refletir sobre a temática abordada.

O processo de tornar-se professor e suas complexidades

Com intuito de ampliar nossa discussão, apresentamos algumas compreensões sobre a formação de professores e, em especial, sobre a formação inicial. Acerca disso, Garcia (1995, p. 54-55, grifo nosso) destaca que é preciso compreender a:

> [...] formação de professores como um **continuum**. Apesar de ser composto por fases claramente diferenciadas do ponto de vista curricular, a formação de professores é um processo que tem que manter alguns princípios éticos, didáticos e pedagógicos comuns, independentemente do nível de formação em causa. Isso significa que o

> modelo de ensino e, consequentemente, o modelo de professor assumido pelo sistema de ensino e pela sociedade tem de estar presente, impregnando as atividades de formação de professores, a todos os níveis. [...]. Nesta perspectiva não se deve pretender que a formação inicial ofereça **"produtos acabados"** encarando-a antes como a primeira fase de um longo e diferenciado processo de desenvolvimento profissional.

As palavras do autor auxiliam-nos na compreensão dos aspectos da formação de professores, isso há 25 (vinte e cinco) anos atrás, o que, de certa forma, evidencia a necessidade dessas discussões, pois estão acontecendo há muito tempo. O autor chama a atenção para a formação inicial, como sendo um possível "ponto de partida". Talvez essa seja a sensação que muitos têm ao ingressarem em um curso de licenciatura, pois escolher se tornar professor é trilhar um percurso formativo contínuo de (res)significação do exercício da docência. Ainda nessa direção, o autor alerta com relação aos "produtos acabados". Em outras palavras, o fato de concluir a licenciatura não significa o fim da formação, mas a necessidade de continuação do percurso formativo, por se tratar de um *continuum*. No decorrer desse desenvolvimento profissional, o professor necessita seguir sua jornada, atribuindo novos significados ao exercício da profissão.

Nessas condições, a formação de professores alinha-se com a ideia de continuidade, como sendo um movimento que orienta as práticas pedagógicas do professor. Tal compreensão pode ser apreciada em estudos de Imbernón (2011, p. 39), quando realça que:

> O processo de formação deve dotar os professores de conhecimentos, habilidades e atitudes para desenvolver profissionais reflexivos e investigadores. Nessa linha, o eixo fundamental do currículo de formação de professor é o desenvolvimento da capacidade de refletir sobre a própria prática docente, com o objetivo de aprender a interpretar, compreender e refletir sobre a realidade social e à docência.

Por esse ângulo, o processo de formação é entrelaçado por questões que extrapolam as paredes da sala de aula, da universidade e da escola. Neste aspecto, a formação de professores é compreendida, também, como um território formativo, repleto de lutas, tensões e experiências, a partir da realidade social do sujeito professor. Neste sentido, o que nos "[...] interessa [...] é a necessidade de construir ambientes propícios ao processo de aprendizagem e socialização profissional" (NÓVOA, 2019, p. 201-202). O autor ainda segue afirmando que sua:

> [...] reflexão tem, implícita, uma crítica aos ambientes existentes - na universidade, na pesquisa e na escola - que não são favoráveis ao desenvolvimento profissional docente, nem na sua primeira fase (a formação inicial), nem na sua fase intermédia (a

> indução profissional), nem mais tarde no exercício profissional nas escolas (o trabalho docente) (NÓVOA, 2019, p. 201-202).

Assim sendo, é preciso atentar para esses ambientes já existentes, universidade, pesquisa e escola. Em razão do distanciamento que existe entre esses lugares, rotineiramente, encontramos estudos que dissertam sobre dicotomias, binaridades, polaridades, entre outros. Todavia, temos atentado a necessidade de conexão desses espaços formativos, na tentativa de promover um movimento formativo-crítico-reflexivo do professor, por meio das especificidades contidas em todo o percurso, que perpassa, também, a universidade, a pesquisa e a escola. "Dito de outra maneira: temos de pensar o percurso do licenciando como um processo progressivo de aquisição de uma dimensão profissional" (NÓVOA, 2019, p. 200).

O uso das Narrativas autobiográficas como forma de produzir pesquisa

Como metodologia, adotamos a perspectiva da pesquisa (auto)biográfica (ABRAHÃO, 2004), subsidiada pelas narrativas autobiográficas (SOUZA, 2014; PASSEGGI, 2016) Como procedimentos de produção e análise de dados, foram realizadas entrevistas narrativas autobiográficas (SCHÜTZE, 2013) e a análise compreensiva-interpretativa (SOUZA, 2014), respectivamente. Para a seleção dos professores egressos, inicialmente, fizemos uma busca de possíveis nomes com os professores do curso e a Coordenação, em dezembro de 2020. Naquele período, dos 15 (quinze) nomes identificados, restaram apenas 6 (seis) nomes que se dispuseram a participar da nossa pesquisa. Com isso, durante a primeira conversa, compartilhamos com os partícipes, um modelo de Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), que foi assinado por eles, indicando sua aceitação em colaborar com a pesquisa. No intuito de preservar a identidade de cada partícipe, optamos por nos referir a eles, como: Professora Egressa 1 (PE1); Professora Egressa 2 (PE2); Professora Egressa 3 (PE3); Professor Egresso 4 (PE4); Professor Egresso 5 (PE5) e Professor Egresso 6 (PE6). No primeiro encontro com cada um, pudemos perceber certa dificuldade quanto aos horários, pois, por conta da pandemia da Covid-19, o trabalho com os professores egressos foi desenvolvido na modalidade do ensino remoto emergencial.

Vale ressaltar que da visitação de cada uma das entrevistas foram emergindo as possíveis unidades temáticas de análise e, por conta disso, a tessitura analítica de cada uma é marcada e influenciada por experiências ao longo da investigação, pela bagagem acumulativa do pesquisador e dos sujeitos entrevistados. Por isso, é um desafio lidar com o que produzimos nessa caminhada investigativa. Assumir esse desafio movimenta-nos para a produção de reflexões sobre as nossas próprias práticas como professores, não passíveis de neutralidade e repletas de subjetividades. Em concordância com Nóvoa (2019, p. 205):

> [...] é fundamental valorizar os professores e o seu papel nas dinâmicas de pesquisa. Não se trata apenas de os considerar "colaboradores" das pesquisas universitárias. Não se trata de colocar uma nota de rodapé nos nossos escritos agradecendo a colaboração dos professores que aceitaram responder aos nossos inquéritos e às nossas entrevistas. **Trata-se de reconhecer a sua autoridade própria enquanto autores, enquanto pesquisadores** (grifo nosso).

Trata-se de produzir diálogos e reflexões coletivamente. Para isso, revisitamos as discussões anteriores; agregamos alguns achados pelo caminho, tomamos algumas decisões teóricas e metodológicas e tentamos exercitar uma escuta sensível a cada entrevista. Só então, iniciamos uma costura formativa, a partir de um conectar e desconectar de fios de histórias. As narrativas autobiográficas produzidas expressam contextos, particularidades e subjetividades dos protagonistas desta pesquisa, que experimentaram o desafio de falar de si e de suas experiências pessoais e profissionais, a partir da "[...] possibilidade de se desdobrar como espectador e como personagem do espetáculo narrado; como objeto de reflexão e como ser reflexivo" (PASSEGGI, 2016, p. 82).

Portanto, dos fios de histórias dos professores egressos foram emergindo as unidades temáticas de análise, sejam elas: *continuum* formativo; teoria e prática; matemáticas, contextos e cenas; início de carreira; identidade profissional; relação universidade e escola; contexto de pandemia e o trabalho docente. Entretanto, para este artigo abordamos apenas a unidade temática de análise "*Continuum* Formativo", que apresentamos a seguir.

O que dizem os professores egressos de um curso de Licenciatura em Matemática sobre o seu *Continuum* Formativo?

Nesta unidade temática de análise, objetivamos construir um diálogo com as vozes dos professores egressos, a partir do conceito de *continuum* formativo. Para isso, selecionamos as falas do PE4 e das PE2 e PE3, que expressam o sentido de continuidade no decorrer da formação de professores. Inicialmente, na fala do PE4, é possível perceber a ideia de continuidade e

> *[...] quando eu **entrei na sala, você acha que é o "bichão"**. E você vê que não é bem daquele jeito. Em sala de aula, a rotina é bem mais embaixo. [...]. **Então, por isso, que eu falo: formação de professor é uma delícia de trabalhar. O duro é que você tem que formar professor**. Porque formar [...] é formar aluno, você é mais cabeça dura que o aluno, o aluno é mais flexível, agora professor não, **professor acha que é o bichão e acaba não tendo a cabeça aberta para escutar e falar: poxa se eu tivesse pensado naquela perspectiva** tinha dado certo, eu tinha conseguido atingir meu aluno [...] (Professor Egresso 4, ENA, 04 mai. 2021, grifo nosso).*

complexidade presente na formação de professores.

Em sua fala, ele conta sua experiência de atuação como professor recém-formado, sentindo-se o "bichão", em outras palavras, estando confiante com relação às soluções das problemáticas que envolvem o chão da escola. Mas, verificou que não é bem assim, nesse momento, pois, começamos a compreender que *"[...] não é bem daquele jeito. Em sala de aula a rotina é bem mais embaixo*", visto que a sala de aula é atravessada por questões que dialogam com o exercício do trabalho docente, a partir de uma certa complexidade, reconhecendo que a formação acontece em um *continuum* (GARCIA, 1995 ; NÓVOA, 1995; NÓVOA, 2017 ; GATTI *et al*., 2019), dado que o "[...] conhecimento profissional gerado no período de iniciação à docência e na formação continuada - é uma aprendizagem contínua, acumulativa e que agrega uma variedade de formatos de aprendizagem" (GATTI *et al*., 2019, p. 183).

Trata-se, pois, de uma aprendizagem contínua que se soma a cada nova experiência durante sua trajetória pessoal e profissional, o que também pode ser identificado na fala da PE3, que, continuamente, vem se adaptando às situações que acontecem com o exercício da profissão docente.

> ***E a questão dessa da gestão e tudo mais eu fui percebendo, assim, que era uma realidade tão diferente da minha que, por mais que eu tivesse sido criada numa situação de humildade, de família humilde, ali eles eram muito esculhambados pelo sistema, eram alunos assim, humilde de tudo, humilde de um bom dia.** Então, a partir do momento que a gente chegou ali, eu chegava dava um bom dia mais calmo para eles, essas coisas assim, a gente foi conseguindo, eu fui conseguindo ganhar isso. Claro que eu tinha meus surtos, eu berrava também, porque era questão de sobrevivência às vezes, **mas eu percebi que o ser um ponto de diferença me fez a diferença,** ter essa postura um pouco mais. Então, eu fui tentando ganhá-los bem nisso mesmo, **e eu acho que isso foi um ganho muito grande para mim. Assim, na época, eu me sentia meio que um camaleão, eu tinha que me adaptar rapidinho, eu saia de uma realidade e depois eu precisei me adaptar quantas e quantas vezes, então isso ajudou muito** (Professora Egressa 3, ENA, 27 abr. 2021, grifo nosso).*

As falas da PE3 vão ao encontro da vertente processual defendida pelos autores no campo da formação de professores. A chegada na escola representa uma abertura a novas aprendizagens, em que a professora tem a oportunidade de repensar sobre suas ações no ambiente educacional, que é composto não só por alunos. Pais, gestores, diretores, equipe pedagógica, demais professores e comunidade escolar fazem parte da gama de conhecimentos profissionais que são produzidos com o início da carreira docente. Os desafios enfrentados durante a prática profissional também fazem parte da produção de conhecimento com relação à docência, pois estão presentes desde a formação inicial, o ingresso profissional e durante a formação continuada. Os dizeres da PE3 expressam tais desafios com relação a sua chegada em sala de aula, fazendo com que ela ressignificasse sua prática docente, de forma a repensar sobre ela para o ensino de Matemática. Em suas palavras, ela faz uma alusão ao camaleão, por conta da sua capacidade de adaptação a diferentes contextos. O *continuum* formativo diz respeito ao processo de adaptação enfrentado pelo sujeito professor e isso evidencia a produção de conhecimentos profissionais advindos das múltiplas experiências.

Essa concepção dialoga com a compreensão de desenvolvimento profissional, pois o exercício da docência forma o professor continuamente. Essa constatação pode ser apreciada na fala do PE4, quando ele afirma que a "*[...] formação de professor é uma delícia de trabalhar. O duro é que você tem que formar professor*". E formar professores demanda um diálogo constante, a fim de construir espaços de discussão, problematização e negociação, a formação não se finda com o término da graduação.

Neste sentido, o PE4 evidencia as formações oferecidas pela Secretaria de Educação e Cultura (SEMEC) como oportunidades de aprendizado:

> *Eles conseguiam fazer aulas práticas e teóricas de tudo aquilo que nós vivíamos na faculdade, e também conversar entre os professores. Então, aqueles momentos de formação fornecidos pelo Estado contribuíram muito, para que, mesmo estando na sala de aula [...], eu possa melhorar minha metodologia, minha avaliação [...]. E aquele momento de sala de aula, professor - aluno, aluno - professor, como se comportar em sala de aula, como preparar a aula em si, não só a parte da metodologia, mas colocando início, meio e fim. Então, toda essa estrutura. Com isso, eu já comecei a ter que* ***chegar na sala com uma visão totalmente diferente*. *Então, na própria graduação, eu comecei a perceber o que eu precisava saber para poder levar para os meus alunos em sala de aula, pois, quando eu estava dentro da sala de aula, aqueles conceitos que eu aprendi na universidade, eu utilizava para melhorar a minha explicação para o aluno*** *(Professor Egresso 4, ENA, 04 mai. 2021, grifo nosso).*

O PE4, ao longo de seu percurso formativo, foi percebendo a necessidade de estar continuamente se formando como professor de Matemática. A partir das formações, ele começou a chegar em sala de aula com um outro olhar para sua prática docente, ampliando o leque de estratégias e metodologias para o ensino de Matemática. É possível perceber também, em sua fala, uma certa ruptura com a polaridade de formação inicial e formação continuada, ou seja, a concepção de *continuum* formativo defende justamente a aprendizagem como um processo inconcluso e inacabado.

Nessa direção, destacamos a fala da PE2, que vai ao encontro de nossas discussões e abre margem para o debate e problematização de outros aspectos relacionados à docência.

> ***Mas, estou em processo de construção, de aprendizagem**, então eu não sei ainda como que eu vou fazer, **eu só tento não me tornar aquele professor que fala "é porque sim e ponto, é desse jeito e ponto".** É uma construção. Eu levo o conhecimento que eu tenho, a gente começa a abordar aquilo e eles vão introduzindo outras coisas e o negócio vai se movimentando, vai gerando, até chegar no resultado final. Mas é aquilo, não são só coisas técnicas. **A profissão de professor não é uma profissão igual a de escritório, vou até o trabalho, tenho meus bens e acabou. O professor trabalha as habilidades, os conteúdos, a parte cultural, humana, a formação plural, etc** (Professora Egressa 2, ENA, 14 mai. 2021, grifo nosso). Mas, acho que, no geral, lecionar está sendo uma coisa inovadora, um desafio enorme, porque **você sempre tem que se reinventar, você nunca é igual, é uma sala com muitos alunos e cada um é diferente do outro, com uma realidade diferente da do professor**. (Professora Egressa 2, ENA, 14 mai. 2021, grifo nosso).*

A PE2 narra suas experiências com uma riqueza de detalhes que nos ajuda a ampliar nossa discussão. A ideia da formação docente como sendo um *continuum* está atrelada ao exercício do trabalho docente (GATTI *et al*., 2019), que é atravessado por determinantes que extrapolam as paredes da sala de aula, como as relações sociais, o currículo escolar, as políticas públicas, entre outras.

Ela reconhece o fato de estar em construção como professora de Matemática, estando inserida em um processo formativo movente, que se reinventa a cada nova experiência. Afirmando que "*[...] a profissão de professor não é uma profissão igual a de escritório, vou até o trabalho, tenho meus bens e acabou*". Por isso, reiteramos a complexidade da formação de professores. Nóvoa (2019) auxilia-nos nessa questão, ao afirmar que o professor trabalha em situações de relação humana.

E quando a PE2 traz uma concepção do que é tornar-se professora, é possível perceber aquilo que já havíamos sublinhado anteriormente, que a formação não deve ser tratada de forma estática e linear. Agregamos a isso a necessidade constante de "[...] valorizar o *continuum* profissional, isto é, a pensar a formação inicial em relação com a indução profissional e com a formação continuada" (NÓVOA, 2017, p. 1113). A referida valorização proposta por Nóvoa (2017) entrelaça-se à formação inicial, à indução profissional e à formação continuada - fases da formação de professores expressas pelo autor e que se aproximam da compreensão de Garcia (1999). É possível observar que essa discussão tem atravessado décadas, por isso, a necessidade de continuarmos debatendo os aspectos que dizem respeito à profissão docente, parece haver pontos da formação de professores que ainda estão carentes de reflexão.

Algumas considerações

Com a costura do trabalho, tivemos como objetivo apresentar uma discussão sobre a compreensão de *continuum* formativo dos professores egressos do curso de Licenciatura em Matemática, a partir de um recorte de pesquisa. O período de formação inicial caracteriza-se como primeiro momento, em que o futuro professor de Matemática começa a ter suas impressões iniciais com relação ao ensino e aprendizagem da Matemática, seus estranhamentos sobre os modelos educacionais e currículo escolar, bem como o borbulhar de inquietações de "como", "por que", "para quem", "para que" ensinar. E mais do que isso, o sujeito em formação tem a oportunidade de refletir acerca das reverberações que o ato de ensinar poderá causar, para que não seja algo esvaziado de sentido e significado.

As falas do PE4 vão ao encontro dessa perspectiva ao expressarem a preocupação do docente com relação ao aperfeiçoamento de sua formação, desde a graduação e dando seguimento para o exercício da profissão, por meio das formações ofertadas pela Secretaria de Educação e cursos de capacitação. Já as falas da PE2 e da PE3 dão-nos margem para compreender o conceito de *continuum* formativo no sentido de construção coletiva, a partir das relações que se estabelecem entre os sujeitos pertencentes ao ambiente educacional e isso movimenta a produção de conhecimentos profissionais e contribuí para o desenvolvimento da identidade profissional.

Com base no exposto, para compreender o *continuum* formativo de professores é preciso atentarmos para as especificidades que fazem parte do contexto de trabalho do professor, sem perder de vista a ideia de que a formação é ressignificada, estando o professor em formação permanente. Por outro lado, quando se trata da formação de professores de Matemática, faz-se necessário transportar o debate para as particularidades do ensino e da aprendizagem da Matemática. Acerca disso, podemos evidenciar a fala da PE2, quando ela afirma que não quer tornar-se uma professora de Matemática essencialmente preocupada com o conteúdo e que responde os alunos, de forma a justificar a maioria das coisas com o fato da Matemática localizar-se no campo das Ciências Exatas. Ao contrário disso, para a professora, a profissão professor está correlacionada ao trabalho com as "*[...] habilidades, os conteúdos, a parte cultural, humana, a formação plural [...]*".

Com base no exposto anteriormente, vamos tecendo esta escrita, encarando o desafio de produzir pesquisa em tempos de caos e, para além disso, refletir sobre as especificidades da formação de professores. As palavras escritas são frutos das nossas experiências, estando em constante processo formativo e, com isso, buscando trilhar esse território de pesquisa, na intenção de construir novos diálogos e, quem sabe, provocá-los a refletir sobre seu percurso formativo. Sendo essa reflexão atrelada à ação, ou seja, uma transformação de realidade e, por que não, um movimento de repensar os caminhos que nos dispomos a percorrer. Na pretensão por produzir significados outros e refletir sobre a formação de professores, estando preocupados com o percurso, o caminho, as paradas de descanso, os possíveis desafios e as tomadas de fôlego para continuar, tudo isso, faz parte desse movimento formativo-crítico-reflexivo de nos tornarmos professores de Matemática.

Referências

ABRAHÃO, M. H. M. B. *A aventura (auto) biográfica*: teoria e empiria. Edipucrs, 2004.

GARCIA, C. M. A formação de professores: novas perspectivas baseadas na investigação sobre o pensamento do professor. *In:* NÓVOA, António. *Os professores e sua formação*. Lisboa: Publicações Dom Quixote, 1995.

GATTI, B. *et al*. *Professores do Brasil*: Novos Cenários de Formação. Brasília: UNESCO, 2019. 351p.

IMBÉRNON, F. *Formação docente e profissional*: formar-se para a mudança e a incerteza. São Paulo: Cortez, 2011.

NÓVOA, A. Entre a formação e a profissão: ensaio sobre o modo como nos tornamos professores. *Currículo sem fronteiras*, v. 19, n. 1, p. 198-208, 2019. Disponível em: https://www.curriculosemfronteiras.org/vol19iss1articles/novoa.pdf. Acesso em: 10 jul. 2022.

NÓVOA, A. Firmar a posição como professor, afirmar a profissão docente. *Cadernos de Pesquisa*, São Paulo, v. 47, n. 166, p. 1106-1133, 2017. Disponível em: https://www.scielo.br/j/cp/a/WYkPDBFzMzrvnbsbYjmvCbd/abstract/?lang=pt. Acesso em: 10 mai. 2022.

NÓVOA, A. Formação de professores e profissão docente. *In:* NÓVOA, António. (Org). *Os professores e sua formação*. 2. ed. Lisboa: Dom Quixote, 1995.

PASSEGGI, M. da C. Narrativas da Experiência na Pesquisa-Formação: Do Sujeito Epistêmico ao Sujeito Biográfico. *Roteiro*, v. 41, n. 1, p. 67, 2016. Disponível em: https://portalperiodicos.unoesc.edu.br/roteiro/article/view/9267. Acesso em: 15 jul. 2022.

SCHÜTZE, F. Pesquisa biográfica e entrevista narrativa. *In*: WELLER, Wivian.; PFAFF, Nicolle. (Org). *Metodologias da pesquisa qualitativa em educação*: teoria e prática. 3. ed. 6. reimpr. Petrópolis: Vozes, 2013.

SOUZA, E. C. de. Diálogos cruzados sobre pesquisa (auto) biográfica: análise compreensiva-interpretativa e política de sentido. *Educação (UFSM)*, v. 39, n. 1, p. 39-50, 2014. Disponível em: https://periodicos.ufsm.br/reveducacao/article/view/11344. Acesso em: 10 mai. 2022.

Permanências, mudanças e possibilidades na formação relacionada à(s) matemática(s) em cursos de Pedagogia

Permanence, changes and possibilities in training related to mathematics in Pedagogy courses

Permanencia, cambios y posibilidades en la formación relacionada con las matemáticas en los cursos de Pedagogía

Rejane Siqueira Julio[427]
Universidade Federal de Alfenas (UNIFAL-MG)
0000-0002-3248-800X

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam Matemática

Resumo

O objetivo deste texto é descrever o que parece que tem permanecido e mudado ao longo dos anos nas disciplinas relacionadas com a(s) matemática(s) na formação de pedagogas(os), assim como o que parece ser possibilidades para esta formação. Para isso, foram analisados títulos e ementas de disciplinas relacionadas com a(s) matemática(s) em cursos de Pedagogia de instituições públicas (federal e estadual) de Minas Gerais. As análises foram realizadas com base no Modelo dos Campos Semânticos. A partir dos dados, há a permanência do foco em metodologias e em números e operações. A presença de termos de documentos curriculares oficiais nas ementas e a geometria são mudanças observadas a partir de uma pesquisa exemplar na área de formação de pedagogas(os). Pesquisas realizadas no âmbito da Educação Matemática ao mesmo tempo que parece ser uma mudança nesses cursos, por serem incorporadas nas ementas, oferecem possibilidades para uma formação outra em Pedagogia.
Palavras-chave: currículo, Pedagogia, Formação de professores que ensinam matemática, Modelo dos Campos Semânticos.

Abstract

The purpose of this text is to describe what seems to have remained and changed over the years in the disciplines related to mathematics in the training of pedagogues, as well as what seem to be possibilities for this training. For this, titles and syllabuses courses related to mathematics in Pedagogy courses at public institutions (federal and state) in Minas Gerais were analysed. The analyses were carried out based on the Semantic Fields Model. Based on the data, the focus remains on methodologies and on numbers and operations. The presence of terms from official curricular documents in the syllabuses courses and the geometry are changes observed from exemplary research in pedagogue training. Researches carried out in the field of Mathematics Education, at the same time that it seems to be a change in these courses, as they are incorporated into the syllabuses, offer possibilities for a different formation in Pedagogy.
Keywords: curriculum, Pedagogy, Training of teachers who teach mathematics, Model of Semantic Fields.

[427] rejane.julio@unifal-mg.edu.br

Resumen

El propósito de este texto es describir lo que parece haber permanecido y cambiado a lo largo de los años en las disciplinas relacionadas con la(s) matemática(s) en la formación de pedagogos, así como lo que parecen ser posibilidades para esa formación. Para ello, se analizaron títulos y programas de asignaturas relacionadas con la(s) matemática(s) en cursos de Pedagogía en instituciones públicas (federales y estatales) en Minas Gerais. Los análisis se realizaron con base en el Modelo de Campos Semánticos. Con base en los datos, el enfoque permanece en metodologías y en números y operaciones. La presencia de términos de documentos curriculares oficiales en el plan de estudios y la geometría son cambios observados a partir de una investigación ejemplar en el área de formación de pedagogos. Las investigaciones realizadas en el campo de la Educación Matemática, al mismo tiempo que parece haber un cambio en estos cursos, al ser incorporados a los menús, ofrecen posibilidades para una formación diferente en Pedagogía.
Palabras clave: currículo, Pedagogía, Formación de profesores que enseñan matemáticas, Modelo de Campos Semánticos.

Este texto surge a partir de uma provação bem pertinente sobre pesquisas direcionadas a analisar disciplinas que envolvem matemática (ou matemáticas) em cursos de Pedagogia. Em especial sobre o que podemos dizer, de modo a ampliar as discussões já realizadas por Curi (2005), uma referência importante em estudos voltados para a formação de professores que ensinam (ou ensinarão) matemática na educação infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Em Curi (2020) já vemos esse movimento de ampliação, na qual ela traça um histórico dos cursos de formação de professores para atuarem nos anos iniciais do Ensino Fundamental, retoma sua pesquisa, Curi (2005), e aponta que ainda hoje são destinadas poucas horas para a formação para ensinar matemática, o foco continua sendo nas metodologias de ensino e a necessidade de retomar e refletir sobre "o que ensinar" (que está relacionado, também, ao conhecimento curricular). Ela apresenta, ainda, considerações sobre o que considera importante na formação de pedagogas(os) que ensinarão matemática, defendendo que o conhecimento especializado do conteúdo, que possui relação com o conhecimento comum do conteúdo, é que deve ser o foco em disciplinas relacionadas com a matemática, sendo que esse conhecimento envolve "a compreensão dos raciocínios matemáticos, do uso de diferentes representações e de relações entre elas para que os alunos possam aprender mais e com compreensão, indicando a criação de um corpo de conhecimentos muito mais elaborado e estruturado" (Curi, 2020, p. 14).

Curi (2020) lista alguns tipos de conhecimento que considera essenciais para ensinar:

> ▪ O conhecimento (comum e especializado), dos objetos de ensino com base no currículo dos anos iniciais do ensino fundamental;

> ▪ O conhecimento dos conceitos indicados para os anos iniciais, mas com maior profundidade do que serão ensinados, destacando alguns aspectos como a natureza matemática, a historicidade, as articulações possíveis;
> ▪ O conhecimento da articulação dos conhecimentos a serem ensinados com outros conhecimentos já construídos pelas crianças, contextualizando-os quando possível em situações que as interessem e com outras áreas do conhecimento;
> ▪O conhecimento sobre o tratamento didático adequado ao conteúdo e o ano de escolaridade em questão, ou seja, o conhecimento didático do conteúdo imbricado ao conhecimento especializado do conteúdo e ao conhecimento curricular;
> ▪O conhecimento da natureza da Matemática e da organização interna da área;
> ▪O conhecimento dos procedimentos e de representações matemáticas usadas em determinados objetos de conhecimento, a apreensão dos princípios subjacentes aos procedimentos matemáticos e o significado em que se baseiam estes procedimentos;
> ▪O conhecimento do fazer matemático, incluindo a resolução de problemas, as atividades de investigação, a identificação de hipóteses, a argumentação, a comunicação e o discurso matemático;
> ▪O conhecimento, compreensão e identificação das ideias fundamentais da Matemática presentes no currículo e as relações entre elas;
> ▪O conhecimento sobre a compreensão e a aprendizagem das noções matemáticas pelas crianças;
> ▪O conhecimento da organização do processo de planejamento do ensino, das rotinas e dos recursos instrucionais, de tarefas adequadas ao objeto de ensino e ao ano de escolaridade;
> ▪O conhecimento do papel da Matemática no mundo moderno, como ferramenta para conhecer e interpretar o mundo, mas também como uma área de saber.
> Além disso, é preciso considerar a influência das crenças, concepções, atitudes e mitos sobre a Matemática e seu ensino. (Curi, 2020, p. 15-16).

Neste texto, eu aponto o que acredito que tem permanecido em disciplinas relacionadas com a matemática (ou matemáticas) em cursos de Pedagogia ao longo dos anos, pautada no trabalho de Curi (2005), assim como o que acredito que apresenta outras possibilidades de pensar e trabalhar matemática (ou matemáticas) neles.

Todo esse processo de apontamentos foi feito com base no desenvolvimento da pesquisa documental cuja proposta é mapear e analisar a presença da Matemática nos Projetos Pedagógicos de cursos presenciais de Pedagogia (PPC de Pedagogia) no Estado de Minas Gerais (MG) – financiada pela FAPEMIG (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais) [428]. Os dados foram coletados no site do e-MEC (base federal de dados oficiais dos cursos e Instituições de Ensino Superior (IES), independente de sistema de ensino[429]), para localização das IES, e nos sites de cada uma para retirada de informações que indicassem a presença da matemática (ou matemáticas) em, por exemplo, PPC de Pedagogia, ementas, grades curriculares e títulos de disciplinas.

Neste texto, abordarei os dados de 25 (vinte e cinco) PPC de Pedagogia, das 14 (quatorze) IES federais (universidades e institutos) e estaduais encontradas em Minas Gerais,

---

[428] Título da pesquisa: "Mapeamento e análise da presença da Matemática nos cursos de Pedagogia de Minas Gerais (MG), Processo FAPEMIG: APQ-02172-18, coordenada pela primeira autora.
[429] Disponível em: https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#!/. Acesso em: 14/07/2021.

tendo em vista que nas IES particulares (com ou sem fins lucrativos) não foi possível localizar as ementas da maioria delas, conforme descreveram em AUTORES A (2022). Em particular, abordarei os títulos e ementas de disciplinas relacionadas com a matemática (ou matemáticas). Por mais que os PPC de Pedagogia sejam considerados como carta de intenções de cursos, considero que eles possibilitam traçar um panorama do que as IES esperam com eles.

A análise dos dados está baseada nos pressupostos do Modelo dos Campos Semânticos que tem como noções centrais, objeto, significado e conhecimento: “Significado de um objeto é aquilo que efetivamente se diz a respeito de um objeto, no interior de uma atividade. Objeto é aquilo para que se produz significado” (Lins, 2012, p. 28) e conhecimento “consiste em uma crença-afirmação (o sujeito enuncia algo em que acredita) junto com uma justificação (aquilo que o sujeito entende como lhe autorizando a dizer o que diz)” (Lins, 2012, p. 14). De acordo com as citações, conhecimento é do domínio da enunciação, de nossa produção de significados, e posso falar em conhecimento em terceira pessoa que é quando eu digo, por exemplo, o que acredito que deve estar em cursos de Pedagogia levando em consideração pesquisas e experiências pessoais nesses cursos, “sou eu o sujeito do conhecimento, quem o enuncia, o produz, e este conhecimento é sobre um outro” (Lins, 2012, p. 13).

Ao ler os PPC de Pedagogia para analisá-los, estou tentando realizar o que Lins (1999) chamou de leitura plausível, de tentar usar os termos que estão postos nos documentos e tentando ser coerente a eles. Não há uma receita que diga como deve ser feita este tipo de leitura, mas ela envolve tentar se colocar no lugar do outro tentando dizer coisas que acredito que o outro diria.

Dizer o que deve ou não estar em um curso de Pedagogia, ou dizer o que são possibilidades para esses cursos, no meu entendimento do MCS, trata-se de um julgamento de valor.

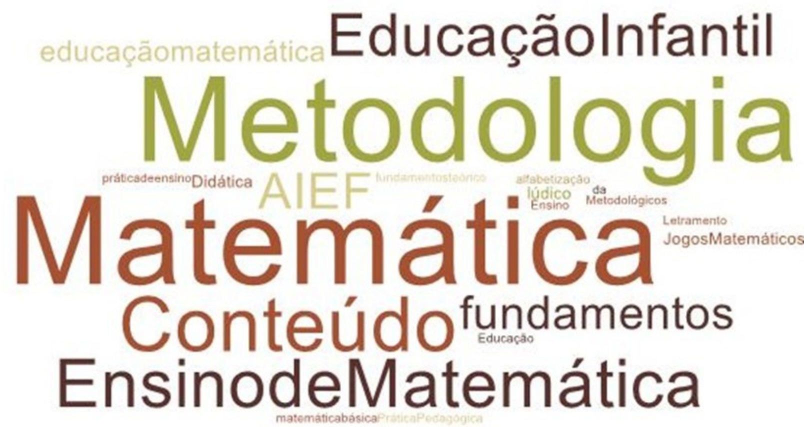
> Julgamentos de valor sobre se um conhecimento é importante ou não, mais importante que outro ou não, digno de atenção ou não, só fazem sentido contra o pano de fundo de algum projeto político de mundo. Nenhuma teoria do conhecimento que mereça o nome pode estabelecer estes julgamentos em seu interior, caso contrário estará confessando que já pertence a um grupo ou classe, e a serviço de seus interesses. Estes julgamentos são sempre atos políticos e devem ser bem identificados como tal (Lins, 2012, p. 12-13).

O meu uso para matemática, trazendo entre parêntesis matemáticas, também é um projeto político na qual assumo matemática como uma prática sociocultural legitimada (ou não) por diferentes instituições/comunidades (como a de matemáticos, de educadores matemáticos, de formuladores de políticas públicas, de pessoas no dia a dia, dentre outras) e, como tal, a existência de matemáticas é plausível e elas podem ter aspectos semelhantes, mas não uma essência ou unicidade, por elas serem constituídas a partir de modos de produção de significados.

Algumas permanências e mudanças

Curi (2005), analisou ementas de 36 cursos de Pedagogia reformulados a partir de 2000. De acordo com ela, "cerca de 90% dos cursos de Pedagogia elegem as questões metodológicas como essenciais a formação de professores polivalentes" (Curi, 2005, p. 61). Analisando os títulos das disciplinas que envolvem matemáticas nos PPC de Pedagogia, a denominação "Conteúdo e Metodologia de Matemática" foi a que teve maior ocorrência. Elaborei uma nuvem de palavras (Figura 1), na qual é possível notar que a palavra Metodologia assumiu centralidade, assim como a palavra Matemática, pelo tamanho da fonte das palavras, indicando que Metodologia ainda possui centralidade nos cursos de Pedagogia.

Figura 1.
Nuvem de palavras presentes nos títulos. Fonte: própria.



Para Curi (2005, p. 69), "O conhecimento 'de e sobre' Matemática é muito pouco enfatizado, mesmo no que se refere aos conteúdos previstos para serem ensinados aos alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental", como é o caso dos blocos de conteúdos, denominação dos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (PCN) (Brasil, 1997), grandezas e medidas, espaço e forma e tratamento da Informação, sendo números e operações o bloco de conteúdo mais abordado. Conteúdo começa a ganhar destaque nos cursos que analisei, basta ver essa incorporação nos títulos, mas, do mesmo modo que Curi (2005), os temas mais frequentes estão relacionados aos números e as operações.

Do ponto de vista de nomenclatura atual, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018) classifica conteúdos, conceitos e processos em unidades temáticas. Nos anos iniciais, são propostas 5 (cinco) unidades temáticas para Matemática: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e medidas e Probabilidade e estatística. A partir dessa nomenclatura, geometria tem ganhado destaque, permanece o pouco tratamento a grandezas e medidas e a probabilidade e estatística (que possui relação com o bloco de conteúdo tratamento da informação) e a quase inexistência da Álgebra.

É importante destacar a influência dos PCN (Brasil, 1997) nas ementas que analisei, seja com a utilização da nomenclatura blocos de conteúdos de forma geral ou a nomenclatura de cada um ou a mais de um, seja em citação explícita dos PCN (Brasil, 1997) ou dos Referenciais Curriculares Nacionais para a Educação Infantil (RCNEI) (Brasil, 1998) ou no uso da expressão documentos curriculares oficiais. Isso é um dado diferente de Curi (2005). Acredito que uma justificativa para isso seja que em 2000 ainda não tenha dado tempo de os cursos terem incorporado esses documentos.

A carga horária destinada a disciplinas relacionadas as matemáticas continua reduzida e as ementas continuam apresentando grande variedade de temas, o que indica a possibilidade de estudos específicos que relacionem os PPC de Pedagogia e sua efetividade em sala de aula. É interessante notar que avaliação, mesmo sendo algo que perpassa todo processo educacional, sendo de extrema importância nele, é algo pouco mencionado nos PPC de Pedagogia, o que considero que seja algo que pode merecer atenção em reformulações futuras.

Até agora, trouxe alguns elementos sobre os PPC de Pedagogia analisados por mim e por Curi (2005). Fiz uma discussão apontando a centralidade das metodologias e os conteúdos específicos de matemática, que podem ser considerados conteúdos específicos da matemática escolar ou conteúdos específicos da matemática escolar dos documentos curriculares oficiais. Em AUTORES B (2022) fazemos uma problematização sobre as noções de conteúdo e metodologia, considerando que a existência de matemáticas pressupõe outra forma de pensar conteúdos e metodologias.

Outras Possibilidades na formação

As disciplinas que analisei estão concentradas a partir do quinto período do curso de Pedagogia. Considero plausível dizer que a formação de pedagogas(os) em relação às matemáticas pode acontecer, também, em outras disciplinas, como as possuem carga horária de estágio ou prática como componente curricular. Acredito que isso pode ser mais enfatizado nos PPC de Pedagogia para que professores formadores possam se colocar no movimento de tentar articular as diferentes disciplinas dos cursos de Pedagogia, tentando pensar currículo não em sua linearidade, mas em seus, atravessamentos (AUTORES B, 2022) político, cultural, ideológico, dentre outros.

A pesquisa de Curi (2005) traz um cenário de cursos de Pedagogia reformulados a partir de 2000. Trouxemos um cenário de IES públicas mineiras com PPC de Pedagogia reformulados a partir das Diretrizes Curriculares Nacionais para o Curso de Graduação em Pedagogia (Brasil, 2006). Dos anos 2000 até agora, muitas pesquisas em Educação Matemática têm sido feitas e disponibilizadas de forma pública (na forma de artigos, teses, dissertações, dentre outras) em páginas de internet. Ainda que a palavra Matemática seja central, vejo a presença do termo Educação Matemática em títulos e ementas dos PPC de Pedagogia. Termos como literatura infantil, aprendizagem inventiva, alfabetização matemática, numeramento, matemática escolar, interdisciplinaridade, etnomatemática e a relação da matemática com o cotidiano, ainda que tenham aparecido de forma tímida, já indicam a incorporação de outros elementos que, possivelmente, vieram ou tomaram força a partir de pesquisas em Educação Matemática.

Esses termos, teorizados sob a ótica de pesquisas em Educação Matemática possibilita pensar de outra forma a formação de pedagogas(os). Como as ementas não trazem concepções, exceto uma que apresentou concepções de matemática e de educação matemática, faço um exercício de oferecer modos de produção de significados para esses termos para deixar indicado essas possibilidades. Por exemplo, a alfabetização matemática, "entendida como um instrumento para a leitura do mundo, uma perspectiva que supera a simples decodificação dos números e a resolução das quatro operações básicas." (BRASIL, 2014, p. 5), nos oferece possibilidades de pensar números e operações de outros modos.

Ainda que interdisciplinaridade não seja um termo novo, sua presença é coerente com o que preconiza Brasil (2006). Em uma concepção, interdisciplinaridade pode ser vista como relações que são estabelecidas entre disciplinas, mas Tomaz e David (2008) oferece uma perspectiva interessante de que relacionar disciplinas não garante a interdisciplinaridade, pois ela se constituirá na ação.

Quanto a relação da matemática com o cotidiano, poderíamos pensar em contextualização ou no que, por exemplo, Viola dos Santos, Pereira e Linardi (2018) teorizaram sobre categorias do cotidiano, apresentando demarcações (provisórias, por se tratar de uma noção em construção) para elas: não há a intenção de oferecer contexto para construir com os alunos um conceito da matemática escolar, como pode ocorrer na contextualização, não há foco nos conteúdos e sim em termos de processos de produção de significados. Atividades baseadas em categorias do cotidiano podem ser criadas/inventadas/produzidas, por exemplo, a partir de situações do dia a dia dos alunos, da crença ou suspeita de vivências das pessoas e situações que fazem parte do cotidiano das pessoas mas não, necessariamente, de suas vivências diárias. As demarcações realizadas por Viola dos Santos, Pereira e Linardi (2018) enfatizam um aspecto crucial do MCS que é a produção de significados, sendo central no MCS a leitura dessas produções de significados para conhecer as pessoas, entendê-las e tentar compartilhar com elas modos de produção de conhecimento ou oferecer a possibilidade delas irem a outros locais (Lins, 1999).

Considero importante o termo matemática escolar nas ementas, Vilela (2013) realizou uma pesquisa em que adjetivações para matemática foram analisadas. O uso do termo matemática escolar na formação de pedagogas(os) traz a possibilidade de abordar outras matemáticas, como a da rua, a matemática do matemático, a matemática do professor de matemática, dentre outras possíveis, podendo ter implicações e transformações nas escolas (que podem ser vista como um espaço de problematizações).

A literatura infantil, por exemplo, foi tema da pesquisa bibliográfica realizada por AUTORES C (2019, p. 7, acréscimo meu) que apontaram que ela "permite aos estudantes [e professoras(es)] a capacidade de lidar com diferentes linguagens como a literária, portuguesa, matemática, cotidiana, dentre outras para a produção de conhecimentos e posicionamentos perante o mundo".

Outro tema que me chamou atenção nas ementas foi aprendizagem inventiva. Segundo Clareto (2013, p. 67)

> A aprendizagem aqui surge muito mais como processo de subjetivação, que aquisição de conhecimentos ou informações. Aprender é tornar-se. Aprendizagem como invenção de si. Correlata, simultânea e reciprocamente, a invenção de si implica a invenção do próprio mundo. Aprendizagem como problematização. Uma política cognitiva de invenção.

Nesta perspectiva a resolução de problemas, por exemplo, uma tendência metodológica de ensino, toma outros contornos e podemos falar em problematização, que é a invenção de problemas.

Outro aspecto interessante, é a distinção entre Educação Infantil e Anos Iniciais do Ensino Fundamental em títulos e ementas das disciplinas, me parecendo um reconhecimento das diferenças entre essas etapas de escolaridade, diferenças que podem ser vistas inclusive do ponto de vista de abordagens de matemáticas em salas de aula.

Com essas possibilidades, estou sugerindo encher ainda mais as ementas da(s) disciplina(s) relacionadas às Matemáticas em cursos de Pedagogia? Não, trazer mais elementos/temas/assuntos/conteúdos para espaços e tempos encurtados não é uma boa alternativa. Mas aqui a proposta é de articulações outras no decorrer dos cursos de Pedagogia e na (re)definição do que se espera que aconteça nessas disciplinas a partir de teorizações outras, de possibilidades que as pesquisas em Educação Matemática têm trazido para a formação inicial de pedagogas(os).

Considerações finais

Neste texto busquei abordar o que eu acredito que tenha permanecido nos cursos ao longo dos anos a partir da pesquisa realizada por Curi (2005). Mesmo estando diante de PPC de Pedagogia em diferentes épocas e instituições, aspectos metodológicos e o foco em números e operações continuam sendo colocados como centrais, ainda que conhecimento 'de e sobre' Matemática sejam pouco enfatizados. Mesmo isso acontecendo, vejo que há a incorporação de outros blocos de conteúdos nas ementas, como geometria, enquanto os outros permanecem pouco abordados. Há, ainda, problematizações de como podemos ver conteúdos e metodologias a partir do reconhecimento de matemáticas.

A escrita de currículos, como é o caso dos PPC de Pedagogia, envolvem escolhas, tomada de decisão, sobre o que se pretende trabalhar na formação inicial de pedagogas(os) com tempo e espaço limitados. Curi (2005) já apontava a existência de ementas grandes para disciplinas com pouca carga horária e Curi (2020) tem questionado que matemática é possível de ser trabalhada nos cursos de Pedagogia em pouco tempo destinado a disciplinas que a envolvem. As possibilidades são muitas, mas as escolhas, além de serem balizadas por políticas públicas, envolvem escolhas institucionais ou de um grupo de pessoas das instituições.

Os trabalhos em Educação Matemática enriquecem ainda mais esse rol de possibilidades, tanto é que vejo elementos deles nos PPC de Pedagogia analisados, como o uso dos termos alfabetização matemática, numeramento, literatura infantil, aprendizagem inventiva, relação da matemática com o cotidiano, interdisciplinaridade e Etnomatemática presentes em algumas ementas.

Não é meu objetivo com o texto dizer o que deve estar nos PPC de Pedagogia, mas trazer possibilidades que me pareceram interessantes e que podem vir a influenciar na elaboração e reformulação de PPC de Pedagogia. Pensar em uma formação inicial de futuras(os) pedagogas(os) a partir do MCS é pensar em como oferecer possibilidades para que essas pessoas possam ampliar seus horizontes culturais, seus modos de pensar educação matemática na educação básica.

Agradecimentos

Agradeço a FAPEMIG (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais) pelo apoio no desenvolvimento da pesquisa.

Referências

Brasil. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. (2014) *Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: apresentação: alfabetização matemática na perspectiva do letramento*. Brasília. https://www.cenpec.org.br/wp-content/uploads/2020/01/Numeramento_Apresenta%C3%A7ao.pdf

Brasil (2006). Ministério da Educação (MEC). (2005). *Resolução CNE/CP nº 1, de 15 de maio de 2006*. Institui Diretrizes Curriculares Nacionais para o Curso de Graduação em Pedagogia, licenciatura. Brasília. http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/rcp01_06.pdf.

Brasil. Ministério da Educação e do Desporto Secretaria de Educação Fundamental (SEF). (1997). Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática (1ª a 4ª séries). Brasília. http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf.

Brasil. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. (1998). Referencial curricular nacional para a educação infantil. v.3. Brasília. http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/volume3.pdf.

Brasil. Secretaria da Educação Básica. (2018). Base Nacional Comum Curricular. Brasília. http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf.

Clareto, S. M. (2013). Entre maçãs e números: a sala de aula de matemática, políticas cognitivas e educação matemática. *Horizontes*, *31*(1). https://doi.org/10.24933/horizontes.v31i1.19.

Curi, E. (2005). *A matemática e os professores dos anos iniciais*. Musa.

Curi, E. (2020). A formação do professor para ensinar Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: algumas reflexões. *Revista De Ensino De Ciências E Matemática*, *11*(7), 1-18. https://doi.org/10.26843/10.26843/rencima.v11i7.2787.

Lins, R. C. (1999). Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática. M. Bicudo. (Org.), *Perspectivas em educação matemática: concepções e perspectivas*. (pp. 75-94). Editora da Unesp.

Lins, R. C. (2012). O modelo dos campos semânticos: Estabelecimentos e notas de teorizações. C. Angelo, et al. (Orgs.), *Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática*: 20 anos de história. (pp. 11-30). Midiograf.

Tomaz, V. S.; David, M. M. M. S. (2008). *Interdisciplinaridade e aprendizagem da Matemática em sala de aula.* Autêntica.

Vilela, D. V. (2013). *Usos e jogos de linguagem na matemática:* diálogo entre filosofia e educação matemática. Editora Livraria da Física.

Viola dos Santos, J. R.; Barbosa, E. P.; Linardi, P. R. (2018). Formação de professores de matemática e atividades baseadas em categorias do cotidiano. *VIDYA*, 38 (1), 39-57. https://periodicos.ufn.edu.br/index.php/VIDYA/article/view/2292.

A construção e a análise de um plano de aula no Estágio Curricular Supervisionado em Matemática em um ciclo de Lesson Study

The construction and analysis of a lesson plan for the Supervised Curriculum Internship in Mathematics in a Lesson Study cycle

La construcción y análisis de un plan de lección para la Pasantía de Currículo Supervisado en Matemáticas en un ciclo de Lesson Study

Aluska Dias Ramos de Macedo[430]
Universidade Federal de Campina Grande
0000-0003-0398-1097

Janaína Mendes Pereira da Silva[431]
Universidade Federal do ABC
0000-0002-6540-1521

Regina da Silva Pina Neves[432]
Universidade de Brasília
0000-0002-7952-9665

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Formação de Professores

Resumo

Este trabalho aborda a elaboração de um plano de aula produzido no Estágio Curricular Supervisionado em Matemática (ECSM) em processo de Lesson Study (LS). O objetivo geral é compreender como os estagiários planejam, colaborativamente, no LS, aulas de matemática na perspectiva do ensino exploratório. Participaram do estudo de abordagem qualitativa e interpretativa, estagiários de duas turmas de ECSM, nos cursos de Licenciatura em Matemática de duas instituições de ensino superior pública e três professoras (duas orientadoras das disciplinas e uma professora convidada). A análise dos dados construídos foi realizada por meio da análise narrativa. As discussões revelam que houve dificuldades por parte dos estagiários em organizar uma aula na perspectiva do ensino exploratório e na construção de um plano de aula que antecipasse possíveis dúvidas dos estudantes. Os resultados mostram que o LS adotado promoveu o desenvolvimento profissional dos estagiários ao criar momentos de trabalho coletivos e colaborativos entre os participantes do ciclo de LS. Especialmente, integrou dois grupos de estagiários com vivências culturais diferentes em momentos de análise crítica e produção coletiva de aulas de matemática.

Palavras-chave: Planejamento de aula; Colaboração; Estágio Curricular Supervisionado em Matemática; Lesson Study *on-line*; Ensino exploratório.

[430] aluskadrmacedo@gmail.com
[431] jana.mendes.ps@gmail.com
[432] reginapina@mat.unb.br

Abstract

This work approaches the elaboration of a lesson plan produced in the process of LessonStudy on-line (LS on-line) in the context of the Supervised Curriculum Internship in Mathematics (In Portuguese, Estágio Curricular Supervisionado em Matemática – ECSM). The general objective is to understand how the interns collaboratively plan classes in the LS online, from the perspective of exploratory mathematics teaching. From a qualitative and interpretive approach, data analysis was performed through narrative analysis. The participants are the interns (future professors) of two ECSM classes, in theMathematics Degree courses at the Universidade de Brasília (UnB) and the UniversidadeFederal de Campina Grande (UFCG) and three professors (two supervisors of thedisciplines and a guest professor). The discussions reveal that there were difficulties on the part of the trainees in organizing a class from the perspective of exploratory teaching,in identifying what each element of the used lesson plan required, consequently, in the construction of a more detailed plan. The results show that the LS is a process of professional development, in which the interns worked collaboratively at all stages of thestudy and the relationship of the two groups with cultural experiences and different citiescontributed to a significant development.

Keywords: Lesson planning; Collaboration; Supervised Curricular Internship inMathematics; Lesson Study online; Exploratory teaching.

Resumen

Este trabajo aborda la elaboración de un plan de lección producido en el proceso de Lesson Study on-line (LS on-line) en el contexto Pasantía de Currículo Supervisado en Matemáticas (en portugués, Estágio Curricular Supervisionado em Matemática – ECSM).El objetivo general es comprender cómo los internos planifican de forma colaborativa lasclases en el LS en línea, desde la perspectiva de la enseñanza de las matemáticas exploratorias. Desde un enfoque cualitativo e interpretativo, el análisis de datos se realizóa través del análisis narrativo. Los participantes son los pasantes (futuros profesores) de dos cursos de la ECSM, en los cursos de Licenciatura en Matemáticas de la Universidadede Brasília (UnB) y de la Universidade Federal de Campina Grande (UFCG) y tres profesores (dos supervisores de las disciplinas y un profesor invitado). Las discusiones revelan que hubo dificultades por parte de los pasantes en organizar una clase desde la perspectiva de la enseñanza exploratoria, en identificar lo que cada elemento del plan declase utilizado requería, consecuentemente, en la construcción de un plan más detallado.Los resultados muestran que el LS es un proceso de desarrollo profesional, en el que los pasantes trabajaron colaborativamente en todas las etapas del estudio y la relación de losdos grupos con experiencias culturales y ciudades diferentes contribuyó a un desarrollo significativo.

Palabras-clave: Planificación de las clases; Colaboración; Práctica Curricular Supervisada en Matemáticas; Estudio de lecciones en línea; Enseñanza exploratoria.

Introdução

O uso de tecnologias digitais na educação brasileira tem aumentado desde o inícioda pandemia de covid-19. Nesse contexto de Ensino Remoto Emergencial (ERE), docentes dos cursos de formação de professores, professores da educação básica e licenciandos (re)organizaram suas práticas profissionais a partir de processos formativos(Fiorentini et al., 2021). Estes processos foram e estão sendo realizados por meio de açõessíncronas e assíncronas desenvolvidas em aplicativos ou *softwares* que possibilitam videoconferências e outras atividades online. Essa situação nos desafia, enquanto pesquisadores e formadores de professores que já desenvolvem Lesson Study (LS) presencial na formação inicial (Silva, 2020; Pina Neves, Fiorentini & Silva, 2022), a buscar estratégias/tecnologias para mantê-lo e fortalecê-lo no ensino remoto.

A literatura tem discutido algumas experiências de LS (desenvolvidas, inclusive,antes da pandemia) nas quais formadores e (futuros) professores trabalham juntos, apesarda distância física (Andrew, 2020). A pandemia veio fortalecer a procura de maneiras para realização do LS . Segundo Pina Neves, Braga e Fioretini (2021), a reflexão e a colaboração são essenciais para o LS, motivo pelo qual há maior necessidade de compreendê-las nos ciclos de LS em que todas as etapas são virtuais, especialmente, os procedimentos implementados para incentivar a relações de confiança e respeito entre osparticipantes.

Cientes dessas necessidades, apresentamos, neste texto, parte de uma pesquisa conduzida por duas formadoras de professores, do Curso de Licenciatura em Matemática,de duas instituições públicas brasileiras de ensino superior, a Universidade Federal de Campina Grande e a Universidade de Brasília, no âmbito do Estágio Curricular Supervisionado em Matemática (ECSM). Nessas instituições, o ERE adotado no segundo semestre de 2020 permitiu o desenvolvimento do ECSM em processo de LS, integrandoas formadoras e os estagiários das duas IES na construção de planos de aula para o Ensino Médio, na perspectiva do ensino exploratório. Para tanto, as formadoras promoveram encontros síncronos e assíncronos com os estagiários para a realização das etapas de estudo, planejamento e validação do plano de aula.

Logo, o estudo tem por objetivo compreender como os estagiários planejam, colaborativamente, no LS, aulas de matemática na perspectiva do ensino exploratório. Ademais, interessa-nos observar como a oferta compartilhada do ECSM em processo deLS informa-nos sobre as possibilidades e dificuldades de criação de comunidades de investigação e/ou de prática (Jaworski, 2006). Antes de descrevermos o contexto da pesquisa, discutimos teoricamente dois elementos importantes para compreensão da pesquisa: Lesson Study e o trabalho colaborativo, e planejamento na perspectiva doensino exploratório.

Referencial teórico

O processo de Lesson Study tem como foco a aprendizagem dos alunos e, consequentemente, o desenvolvimento profissional de professores. Criado no Japão há mais de um século, baseia-se, fundamentalmente, nas ações de planejar, desenvolver, analisar e aprimorar uma aula ou conjunto de aulas de modo colaborativo e reflexivo porfacilitadores, professores e/ou futuros professores (Takahashi & Yoshida, 2004). No Japão, a institucionalização do LS enquanto política pública educacional potencializou o desenvolvimento curricular, incidindo em mudanças e melhorias nas aprendizagens dos participantes envolvidos (Murata & Takahashi, 2002). Ao influenciar pesquisadores em diversos países, o LS foi se adaptando às culturas, aos interesses pessoais e governamentais, às características da formação de professores praticada no país, entre outros aspectos.

No Brasil, as primeiras experiências com LS aconteceram por volta do ano de 2009, na região Sudeste do país, a partir da iniciativa pioneira de Yuriko Baldin. Desde então, outros pesquisadores brasileiros têm desenvolvido estudos a fim de melhor compreender o LS e suas particularidades, apresentando resultados promissores para o desenvolvimento profissional e a promoção da cultura colaborativa entre professores e futuros professores, em ambientes de formação inicial e continuada, tendo o Ensino Exploratório papel preponderante (Bezerra, 2017; Silva, 2020; Fiorentini et al., 2018).

Os pesquisadores acima nos ajudam a entender melhor a colaboração entre os participantes alinhando-se ao que Little (1990) afirmou sobre as quatro formas deinterações entre professores: (1) narração de histórias e procura de ideias; (2) ajuda e apoio; (3) partilha; (4) trabalho colaborativo. Destas, destaca-se a quarta, pois remete aosmomentos em que a forma de colaboração é assentada na "responsabilidade partilhada para o trabalho de ensinar (interdependência), nas concepções coletivas de autonomia, noapoio à iniciativa e à liderança dos professores em matéria de prática profissional" (Little,1990, p. 519, tradução nossa). Além disso, é importante ter cautela quando futuros professores participam de LS, para que eles tenham "voz" e apresentem suas ideias nos processos de modificações, em especial, na etapa do planejamento da aula (Silva, 2020).

A primeira etapa do LS requer um estudo aprofundado dos documentos curriculares, livros didáticos e artigos que sejam interessantes para o planejamento da aula (Clivaz & Takahashi, 2018), incluindo aspectos dos conhecimentos matemático, didático e pedagógico necessários para o ensino e a aprendizagem de determinado conteúdo. Sendo assim, Ponte, Quaresma e Mata-Pereira (2015, p. 26) afirmam que a aulaa ser planejada, em LS, corresponde "a um plano detalhado que envolve não só a descrição das atividades a realizar, como uma previsão dos acontecimentos que podem ter lugar e das respostas que lhes podem ser dadas pelo professor".

Essa antecipação das respostas, estratégias e dificuldades dos alunos propicia uma segurança maior para o (futuro) professor antes de ministrar a aula, favorecendo a compreensão do raciocínio matemático do aluno e o desenvolvimento da prática profissional do (futuro) professor. Com isso, o (futuro) professor passa a analisar o enunciado do problema ou das tarefas matemáticas, percebendo se ele está coerente, conciso, se os objetivos serão alcançados com a realização dessas atividades e/ou se é necessário modificar ou mesmo escolher outras. Além desses elementos, o tempo previstopara cada momento da aula, com os conhecimentos prévios, os materiais, as ações do regente são aspectos importantes e que precisam estar bem descritos em um plano de aula,do mesmo modo que é preciso ter espaço para observações que serão realizadas durante a aula e, ao final, as reflexões pós-aula (Serrazina, 2017).

Fiorentini (2012) argumenta que o ensino exploratório ocorre quando são propostas e desenvolvidas tarefas abertas e não diretivas do pensamento do aluno e que apresentam diversas resoluções e significados, permitindo avanços na direção do ensino investigativo. Logo, a aprendizagem dos conceitos matemáticos acontece por meio da negociação de significados ou da discussão coletiva dos sujeitos envolvidos, o que exigedo professor uma postura mediadora desse processo investigativo (Canavarro, 2017; Serrazina, 2017).

Na implementação do plano, o professor inicia a aula com a proposição da tarefa, observando a distribuição do tempo e possibilitando a interação entre alunos para a resolução da tarefa exploratória (Takahashi & McDougal, 2016; Ponte, 2014). Nomomento em que os alunos resolvem a tarefa, o papel do professor é circular na turma sem se aproximar em excesso e/ou interromper as discussões deles (Canavarro, 2017).

Diante das potencialidades e limitações dessas etapas, apresentamos, a seguir, como organizamos momentos de estudo, discussão e análise durante o ECSM.

Metodologia

Este trabalho é de natureza interpretativa (Creswell, 2014), de tipo qualitativo, realizado em duas turmas de ECSM, desenvolvido em processo de LS, nos cursos de Licenciatura em Matemática da UFCG e da UnB. As facilitadoras do LS são asprofessoras orientadoras da disciplina (primeira e terceira autoras desta comunicação) euma professora convidada (segunda autora). O ERE adotado em ambas as instituições permitiu o desenvolvimento do ECSM em processo de LS *on-line*, integrando as formadoras e os estagiários das duas instituições. Este processo formativo foi baseado naexperiência de ECSM em processo de LS presencial (Lesson Study Híbrido – LSH),(Fiorentini et al., 2018), no qual se adotaram as seguintes etapas: (1) Identificação datemática; (2) Estudo e planejamento; (3) Socialização do planejamento e simulação dasaulas investigativas; (4) Desenvolvimento, observação e análise das aulas investigativas.O ECSM III da UFCG foi desenvolvido em 16 semanas, de junho a outubro de

2021, com carga horária de 2h síncronas e 2h assíncronas por semana, realizadas por videoconferência (via *Google Meet*). Os atendimentos aos estagiários foram realizados por e-mails e arquivos na plataforma *Classroom*. Contou-se com a participação de nove estagiários (7 homens e 2 mulheres), divididos, voluntariamente, em três trios. A disciplina de Regência II da UnB também foi desenvolvida em 16 semanas, de julho a novembro de 2021, com 2h síncronas, realizadas às sextas-feiras das 8h às 10h, e 2h assíncronas. Compôs-se de 15 estagiários (11 homens e 4 mulheres) divididos em gruposde 3 a 4 pessoas. Ao longo do ECSM, a professora orientadora reuniu-se quinzenalmentepara discussões e análises sobre a realização de ações conjuntas e estimulou o trabalho colaborativo frente às etapas do LS.

Para este estudo, focamos o planejamento de uma aula por um grupo de estudantes(com três membros) da disciplina Regência II da UnB. Assim, buscamos descrever e compreender essa produção, suas tensões relacionadas à apropriação do LS e da abordagem do Ensino Exploratório, os contributos da colaboração entre estagiários da mesma turma e de instituições diferentes no planejamento da aula, bem como nodesenvolvimento profissional dos mesmos. Para a recolha de dados, os instrumentos utilizados foram gravações em vídeos dos encontros e análise crítica dos estagiários do planejamento. Os dados foram registrados em arquivos compartilhados via *drive*, contendo relatos dos estagiários e anotações das facilitadoras.

A análise narrativa dos dados possibilitou descrever o processo de participação e aprendizagem docente dos participantes do LS em determinado tempo e contexto de interação dialógica (Riessman, 2005; Fiorentini, 2013). A fim de compor o *corpus* para aanálise narrativa empreendida, tomamos episódios de dois momentos nos quais duas versões do planejamento de uma aula para o Ensino Médio na perspectiva do ensino exploratório foram socializadas. O planejamento em questão foi desenvolvido pelo Grupo4 de ECSM da UnB e, ao longo desses momentos de socialização, foi aperfeiçoado, colaborativamente, pelo grupo em diálogo com os demais estagiários da UnB e da UFCG.

Análise dos dados e discussões

A professora orientadora desenvolveu, inicialmente, uma primeira experiência de planejamento de aula para o Ensino Médio que contemplasse um dos objetos de aprendizagem descritos no currículo de um curso técnico do Instituto Federal de Brasília,campo de estágio dos estagiários de Brasília. Assim, os Grupos 3 e 4 ficaram responsáveispelo planejamento inicial, sendo a socialização de responsabilidade do Grupo 4, cuja discussão gerada ao longo da socialização compôs o primeiro episódio desta análise narrativa. As contribuições, as críticas e as reflexões coletivas geradas nessa socialização possibilitaram, pelo Grupo 4, melhorar o planejamento, gerando uma segunda versão. Para nomear o regente do Grupo 4 na apresentação do primeiro planejamento e os observadores, utilizamos os descritores: Estudante Regente, Observadora 1 e Observador2.

O Estudante Regente iniciou a apresentação utilizando o programa *Paint* eadaptando-o como uma lousa. Com base no tópico a partir do qual organizaram a aula – “Trigonometria dos triângulos retângulos”, abordou inicialmente os conceitos gerais sobre os ângulos internos de um triângulo, razão entre dois triângulos a partir de seus lados, proporcionalidade, triângulo retângulo, seno, cosseno, tangente, bem como a tabelados ângulos notáveis. Nessa explanação, o Estudante Regente também desenvolveu um conhecimento vasto na busca por atender às habilidades preconizadas na Base Nacional

Comum Curricular (BNCC), bem como relacionar os conteúdos matemáticos específicosda educação básica.

Após essa exploração e seguindo o planejamento, ele compartilhou uma “lista de exercícios”, com algumas tarefas matemáticas, na qual apresentou o empenho dosestudantes do grupo em contextualizá-las. Na continuidade do uso do programa *Paint* como lousa, na finalização da proposta do planejamento, o Estudante Regente desenvolveu o raciocínio matemático a partir de duas tarefas matemáticas que abordam relações trigonométricas, sendo uma delas relacionada às dimensões de uma embalagem,pois novamente o Estudante Regente explorou, em ambas, os conhecimentos matemáticos necessários com as relações trigonométricas, a partir dos mesmos ângulos notáveis.

Após essa etapa, o Observador 2 iniciou sua fala esclarecendo que na proposta do planejamento, eles deixaram alguns minutos para os alunos tirarem dúvidas, enfatizandoque apenas como observador percebeu que para o desenvolvimento de uma aula, há muitas nuances que carecem de delimitação de tempos e também de levar em conta o tempo para a solução de imprevistos. Todavia, considerou satisfatória a exploração, poisconseguiram abordar todo o conteúdo matemático. Já a Observadora 1, considerou-se apartidária, pois ela focou seu olhar nos “pré-requisitos”: “*o plano de aula trabalhou com semelhança de figuras, deu as propriedades do triângulo, deu a nomenclatura, mas vocênão falou de funções, que foi o que a gente colocou lá. Na verdade, essa parte o observador 2 acabou se esquecendo*” (Observadora 1).

O Observador 2 então expôs que tinha combinado com o Estudante Regente de incluir conhecimentos sobre função e de apresentar o conceito introdutório sobre funções trigonométricas, o que, de acordo com sua visão, são informações complementares. Contudo, refletindo a partir do aluno, considera que isso poderia confundi-lo, tendo em vista que estaria então iniciando um conteúdo e que não precisaria dessa parte de conhecimentos prévios de função. Continuando, o Observador 2 lembrou que a turma doIFB era uma turma de curso técnico e relatou a dificuldade em contextualizar a tarefa matemática para esses alunos, por não terem conhecimentos suficientes do que esta profissão necessita de habilidades práticas relacionadas aos conteúdos matemáticos. Assim, a Observadora 1 considerou que faltou algo na contextualização e exploração dastarefas matemáticas.

Tais falas foram corroboradas pelos demais presentes ao reforçarem a necessidadede mais estudos por parte dos estagiários sobre os documentos curriculares e as propostasdidáticas para os conteúdos em questão. Neste ponto, o Observador 2 relembrou a perspectiva do ensino exploratório e os desafios de implementá-lo em aulas de matemática para o ensino, em especial o de ter um planejamento que promova aparticipação dos alunos por meio de uma tarefa matemática contextualizada.

Outro ponto enfatizado pela Observadora 1 e Observador 2 foi relacionado à desenvoltura do Estudante Regente no uso do *Paint*, bem como a satisfação de ambos os Observadores na aula intitulada por eles como excelente “aula tradicional”. O momento gerou o entendimento dos estagiários de que se por um lado, eles se sentiam seguros em explorar este formato de aula, por outro eles estavam inseguros em organizar uma aula naperspectiva do ensino exploratório. A insegurança, o medo, a dificuldade em relação ao ensino exploratório ficaram evidentes, somente, no momento da socialização. Momento em que todos os presentes estiveram imbuídos em refletir sobre a possibilidade de a aulaapresentada tornar-se uma aula contextualizada, interdisciplinar e exploratória.

O Estudante Regente justificou o fato de não ter seguido a abordagem exploratória, em razão do tempo curto para explorar as etapas do planejamento, bem comopela “*falta de interação que a gente teria desse aluno na turma, a gente deliberadamenteescolheu trabalhar a parte de formalização de conceitos de uma aula exploratória. Entãoisso viria depois de algumas tarefas exploratórias, tentar trabalhar com alguns formatosde triângulos essas noções de sendo um conselho inteligente que a gente tinha*” (Estudante Regente).

Com sua fala e socializando com o Grupo 4, a professora facilitadora convidada relembrou que a perspectiva do ensino exploratório constrói ações e intenções do professor que condizem com os objetivos para interações com o foco nos alunos, na buscapor oportunizar as aprendizagens desses. Sobre isso, acrescenta que demanda muito pensar em interdisciplinaridade em determinado conteúdo, bem como articular uma aulana perspectiva do ensino exploratório, principalmente pelo costume em ter o professor como agente principal do ensino de conteúdos matemáticos. A facilitadora compartilha que uma abordagem centrada no professor no planejamento da aula foi pertinente para aaula de conceitos de trigonometria com domínio e adaptação de recursos tecnológicos. Neste sentido, a professora orientadora relembrou que os estudos estão voltados para observar o aluno como sujeito principal do seu aprendizado, e que a regência nesse momento propõe tal reflexão coletiva.

Com essa observação, a professora orientadora ponderou sobre esta ser a organização do primeiro planejamento de uma aula. Destacou a tomada de ciência do Grupo 4 de que a comunicação ficou centrada no professor (Estudante Regente) e a possibilidade de que se façam outras escolhas entre as abordagens mais usuais e a abordagem do ensino exploratório que estão estudando na disciplina de Regência II. Observou que mesmo que o grupo opte pela abordagem exploratória, talvez nem sempreseja possível planejar todas as aulas a partir dessa abordagem, e que as próprias tarefas matemáticas possam ser melhores para se aproximarem do contexto de um estudante de ensino técnico. Sobre o contexto, avaliou que todos precisam entendê-lo em suas respectivas regências, bem como o desafio em ir se aproximando cada vez mais em reestruturar as novas versões dos planos na perspectiva do ensino exploratório. Este apoiodas facilitadoras observa-se na presença do nível 2 de ajuda e apoio, de Little (1990).

A análise coletiva do primeiro planejamento de uma aula promoveu a compreensão dos estagiários, em especial dos integrantes do Grupo 4, de que a versão doplano estava distante da perspectiva do Ensino Exploratório. Tudo isso foi decisivo no trabalho dos estagiários, o que os levou a uma nova versão do plano (Figura 1).

Figura 1.

Ações dos estudantes

- Cada aluno deverá construir no GeoGebra um triângulo retângulo a partir de um par de segmentos de reta formando um ângulo fixo prolongando as semi retas que formam o mesmo;
- Organizar a turma em grupos de 3~4 alunos;
- Cada aluno irá tirar um *print* do triângulo que montou e colocará esse *print* no *Miro* (quadro interativo compartilhado) em um espaço separado para seu grupo;
- Os alunos devem comparar o formato dos triângulos com os outros integrantes do grupo e perceber que são figuras semelhantes;
- Comparar as medidas dos lados do triângulo construído por ele com as medidas dos triângulos construídos pelos colegas de grupo para confirmar a semelhança;
- Obter as razões (seno, cosseno e tangente do ângulo fixo) entre pares de lados de alguns dos triângulos expostos no quadro interativo (pelo menos 4);
- Perceber que os valores obtidos são iguais (ou muito próximos) e socializar em grupo para tentar encontrar o motivo disso;
- Cada grupo irá apresentar possíveis motivos (caso encontrados) para o resto da turma e irá ocorrer um momento de reflexão com a turma toda.

Nesta nova versão, os *softwares* de Geometria Dinâmica *Geogebra* e *Miro* eram utilizados em pequenas explorações, com o intuito de promover entre os estudantes a percepção das razões trigonométricas. No *template* do plano, as ações seguintes foram organizadas de modo a orientar o trabalho a ser realizado pelos estudantes nos *softwares*.Além disso, destacava-se nas ações dos professores, "*orientar a discussão em grupo. Se necessário, dar sugestões aos grupos para que eles pensem em como o formato da figura* *é afetada pelo ângulo (exemplo: e se os triângulos não fossem semelhantes? o que mudaria neles?)*".

Os estagiários da UFCG apresentaram suas contribuições a respeito do segundo planejamento da aula, questionaram como o Grupo 4 saberia se todos os alunos (EducaçãoBásica) teriam acesso ao *software* de Geometria Dinâmica *Geogebra* e como o grupo faria as observações da exploração junto à turma. Outros apontamentos desses futuros professores ao grupo foram relacionados à organização dos tempos e dos materiais descritos no planejamento, com certa preocupação com a acessibilidade.

Considerações finais

Percebe-se que as ações das professoras orientadoras de ambas as instituições permitiram e oportunizaram inicialmente a abertura de ambas as turmas para que se conhecessem. Esse trabalho aproxima-se cada vez mais da essência do LS como o encontro e o trabalho coletivo e colaborativo sem amarras, sem medos (Little, 1990). Assim, com disposição de aprender uma com a outra, colocaram seus trabalhos sob o olhar do outro; e ao reunirem os estagiários para que se desenvolvessem juntos, possibilitaram ampliar sua capacidade de analisar reciprocamente o trabalho um do outro.Com isso, passaram a analisar melhor o próprio trabalho (Andrew, 2020; Fiorentini et al.,2021).

Isso revela o quanto esses momentos de discussão coletiva – com base noplanejamento de uma aula *on-line* – como objeto de análise, são importantes para o amadurecimento do LS em curso, no encontro ao falar e ouvir as pessoas envolvidas no processo (Little, 1990). Mesmo apresentando na primeira versão do planejamento uma aula tradicional, essa foi bem aceita pelo grupo, que ficou encantado com o modo como o Estudante Regente dominava a tecnologia e o conhecimento matemático. Somente na discussão, foram capazes de perceber o quanto ela estava distante da perspectiva do ensino exploratório em estudo por todos os estagiários (Pina Neves, Fiorentini & Silva, 2022).

A segunda versão do planejamento revela, por sua vez, que o Grupo 4 foi sagaz na organização de uma aula para ser desenvolvida remotamente (*on-line*), por meio da exploração inicial de objetos geométricos com uso de *softwares* de Geometria Dinâmica(Silva, 2020; Pina Neves, Fiorentini & Silva, 2022). Estes também perceberam que a lógica era construir com os alunos (Educação Básica) e a partir do trabalho/reflexão/dedução deles sobre o que estava acontecendo ao manipularem os triângulos. Desse modo, as reflexões coletivas e colaborativas nesta etapa de LS oportunizaram ao Grupo 4 perceber as nuances da perspectiva do ensino exploratório (Canavarro, 2017).

Referências

Andrew, Vincent. (2020). The experience of facilitating Lesson Study in BruneiDarussalam: a practice insight working paper. *Collectived Working Paper*, 10, 40-

44. https://www.leedsbeckett.ac.uk/-/media/files/research/collectived/collectived

-issue-10.pdf

Bezerra, R. C. (2017). *Aprendizagens e desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental no contexto da Lesson Study* [Tese de Doutorado, Universidade Estadual Paulista – Presidente Prudente].

Canavarro, A. P., & Prieto, M. (2017). O projeto MatDance – ou as conexões Matemática-Dança como contexto para uma aprendizagem da Matemática com sentido.[Apresentação de trabalho]. A*nais do Congresso Iberoamericano de Educação Matemática*. Universidade de Lisboa.

Clivaz, S., & Takahashi, A. (2018). Mathematics lesson study around the world: conclusions and looking ahead. In M. Quaresma, C. Winsløw, S. Clivaz, J. P. da Ponte, A. Ní Shúilleabháin, & A. Takahashi (Eds.), *Mathematics lesson study around the world: theoretical and methodological issues* (pp. 153-164). Springer.

Creswell, J. W. (2014). *Investigação qualitativa e projeto de pesquisa: escolhendo entrecinco abordagens*. Penso.

Fiorentini, D. (2013). Aprendizagem profissional e participação em comunidades investigativas. *Anais do Seminário Práticas Profissionais dos professores de Matemática* (pp. 1-26). Instituto de Educação da Universidade de Lisboa.

Fiorentini, D., Ribeiro, C. M., Losano, A. L., Crecci, V. M., Ferrasco, T. de O., & Vidal,

C. P. (2018). Estudo de uma experiência de Lesson Study Híbrido na formação docente em matemática: contribuições de/para uma didática em ação. *Anais do XIX Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino* (v. 1, pp. 1-38). Endipe.

Little, J. (1990). The persistence of privacy: autonomy and initiative in teachers' professional relations. *Teachers College Record*, 91(4), 509-536.

Murata, A., & Takahashi, A. (2002). Vehicle to connect theory, research, and practice: How teacher thinking changes in district-level lesson study in Japan. *Proceedings of the Annual Meeting [of the] North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Educat*ion. U.S. Department of Education.

Pina Neves, R. da S., & Fiorentini, D. (2021). Aprendizagens de futuros professores de matemática em um estágio curricular supervisionado em processo de Lesson Study. *Perspectivas da Educação Matemática*, 14(34), 1-30. http://dx.doi.org/10.46312/pem.v14i34.12676

Pina Neves, R. da S., Braga, M. D., & Fiorentini, D. (2021). Estágio curricular supervisionado em matemática em processo de Lesson Study on-line: adaptações,desafios e inovações.

Revista Baiana de Educação Matemática, 2(1), e202135. https://doi.org/10.47207/rbem.v2i01.13139

Pina Neves, R. da S., Fiorentini, D., & Silva, J. M. P. da (2022). Lesson Study Presenciale o Estágio Curricular Supervisionado em Matemática: contribuições à aprendizagem docente. *Paradigma*, 43(1), 409-442. https://doi.org/10.37618/ PARADIGMA.1011 - 2251.2022.p409-442.id1178

Ponte, J. P. da, Quaresma, M., & Mata-Pereira, J. (2015). É mesmo necessário fazer planos de aula? *Educação e Matemática*, 133(26), 26-35.

Ponte, J. P. da. (2014). Tarefas no ensino e na aprendizagem da Matemática. In J. P. da Ponte (Org.), *Práticas profissionais dos professores de Matemática* (pp. 13-30). IE.

Riessman, C. K. (2005). Narrative analysis. In N. Kelly et al. (Eds.), *Memory & everydaylife* (pp. 1-8). University of Huddersfield.

Serrazina, L. (2017). Planificação do ensino-aprendizagem da Matemática. In GTI (Ed.),*A prática dos professores: planificação e discussão coletiva na sala de aula* (pp.9-32). APM.

Silva, A. D. R. M. (2020). *Contribuições da Jugyou Kenkyuu e da engenharia didática para a formação e o desenvolvimento profissional de professores de matemáticano âmbito do estágio curricular supervisionado* [Tese de doutorado, Universidade Federal de Pernambuco]. https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/40028

Takahashi, A., & Mcdougal, T. (2016). Collaborative lesson research: maximizing the impact of Lesson Study. *ZDM Mathematics Education*, 48, 513-526.

Takahashi, A., & Yoshida, M. (2004). How can we start Lesson Study? Ideas for establishing Lesson Study communities. *Teaching Children Mathematics*, 10(9),436-443.

IX CIBEM Congreso Iberoamericano de Educación Matemática
05 a 09 de deciembre de 2022

O Projeto Curricular Básico Nacional do Ensino Secundário da especialidade de Matemática do Peru

The National Basic Curricular Design of Secondary Education of The Specialty of Mathematics from Peru

El Diseño Curricular Básico Nacional de Educación Secundaria de la especialidadde Matemática de Perú

Ordoñez Montañez, Candy Clara[433]
Asociación Peruana de Investigación en Educación Matemática
0000-0002-4197-7147

Paz Huamán, Gina Patricia[434]
Ministerio de Educación
0000-0003-2099-2361

Modalidad: Comunicación
Núcleo Temático: Formación de profesores que enseñan Matemáticas

Resumo

No Peru, houve uma mudança curricular na formação inicial de professores devido às demandas do sistema educacional, resultando no desenvolvimento de um novo documento, o Plano Curricular Básico Nacional do Programa de Estudos do Ensino Médio para a especialidade de Matemática. O documento apresenta um novo perfil de pós-graduação, um plano de estudos com cursos e módulos organizados a partir do modelo curricular de Formação Inicial de Professores. Os cursos da componente de Formação Específica foram desenvolvidos tendo em conta o modelo teórico de Conhecimentos Matemáticos para o ensino de MKT. O documento foi validado através de diferentes grupos de trabalho com especialistas em matemática e com formadores de professores de diferentes Institutos de Ensino Superior Pedagógico. O objetivo deste artigo é descrever o Projeto Curricular Básico Nacional do Programa de Estudos do Ensino Médio da especialidade Matemática como ferramenta para o aprimoramento da formação profissional de professores.

Palabras clave: didática, matemática, currículo, MKT.

Abstract

In Peru, there is a curricular change in the undergraduate teacher training due to the demands of the educational system, which results in the elaboration of a new document, the National Basic Curriculum Design of the Mathematics Secondary Education Studies Program. The document presents a new graduate profile, a curriculum with courses and modules organized from the curricular model of Undergraduate Teacher Training. The courses of the Specific Training component have been developed considering the theoretical model of mathematical

433 candyclara_om@hotmail.com
434 ginapaz2011@gmail.com

knowledge for teaching MKT. The document has been validated through different working groups with mathematical experts and with training teachers from different Higher Pedagogical Educational Institutes. The objective of this article is to describe the National Basic Curriculum Design of the Mathematics Secondary Education Studies Program as a tool for the improvement of professional teacher training.

Keywords: didactics, mathematics, curriculum, MKT.

Resumen

En Perú se ha dado un cambio curricular en la formación inicial docente debido a las demandas del sistema educativo, trayendo como consecuencia la elaboración de un nuevo documento, el Diseño Curricular Básico Nacional del Programa de Estudios de Educación Secundaria de la especialidad de Matemática. El documento presenta un nuevo perfil de egreso, un plan de estudios con cursos y módulos organizados a partir del modelo curricular de la Formación Inicial Docente. Los cursos del componente de Formación Específica han sido elaborados considerando el modelo teórico del Conocimiento matemático para la enseñanza MKT. El documento ha sido validado a través de diferentes mesas de trabajo con expertos matemáticos y con docentes formadores de diferentes Institutos de Educación Superior Pedagógica. El presente artículo tiene como objetivo describir el Diseño Curricular Básico Nacional del Programa de Estudios de Educación Secundaria de la especialidad de Matemática como herramienta para la mejora en la formación profesional docente.

Palabras clave: didáctica, matemáticas, currículo, MKT.

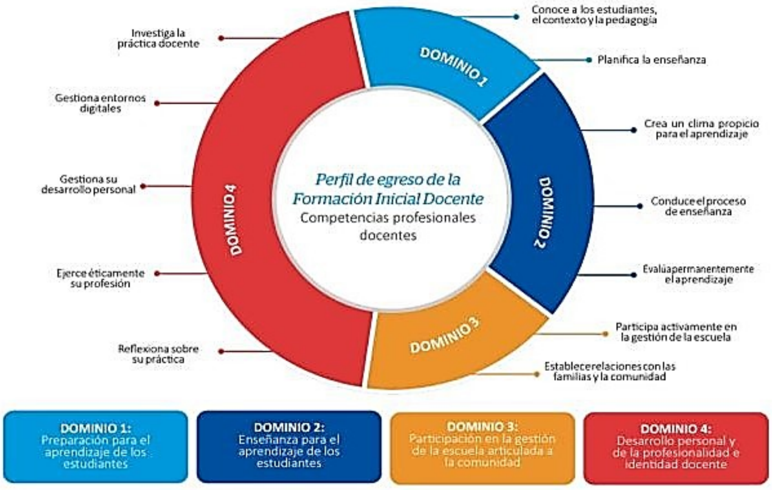
El Diseño Curricular Básico Nacional

Para comprender la necesidad de un cambio de paradigma en el sistema educativo tenemos que mirar a una de las más importantes relaciones existentes, como es la relación entre la Formación Inicial Docente (FID) y la Educación Básica (Perrenoud, 2007), así como también evaluar si se da una formación completa y adecuada a los futuros docentes (García, 2005) considerando los nuevos modelos de conocimiento del profesor propuesto por diferentes autores en el campo de la educación matemática (Godino, 2009). Teniendo en cuenta lo anterior, en el 2015 se realizó una evaluación del currículo vigente de la Formación Inicial Docente en el Perú. Se concluyó que era necesario realizar una reforma de la educación superior pedagógica para brindar una formación profesional de calidad, alineada a las políticas vigentes y a las demandas educativas actuales. Así, en el año 2017 se inició la construcción de los diseños curriculares de las diferentes especialidades y niveles, y en el 2020 se publicó el Diseño Curricular Básico Nacional (DCBN) del Programa de Estudios de Educación Secundaria de la especialidad de Matemática. El DCBN de la FID es un documento de política educativa que presenta el perfil de egreso con sus competencias y los niveles de desarrollo de dichas competencias (estándares

FID), el modelo curricular, las descripciones de los cursos y módulos, y las orientaciones pedagógicas para el desarrollo de 12 competencias profesionales docentes agrupadas en 4 dominios (ver Figura 1).

Figura 1.

Esquema del Perfil de egreso de la FID (MINEDU, 2020, p.27)



En el DCBN se establece un plan de estudios de diez ciclos académicos con cursos y módulos organizados en tres componentes curriculares: formación general, formación específica y formación en práctica e investigación (ver Figura 2). El currículo de la FID implica la articulación (horizontal y vertical) de cursos y módulos desde los diferentes componentes curriculares para alcanzar los niveles de competencia esperados.

Figura 2.

Componentes curriculares y articulaciones del DCBN (MINEDU, 2020, p.67)

La articulación horizontal se sustenta en el desarrollo de las 12 competencias profesionales docentes a lo largo del plan de estudios, razón por la cual los diferentes cursos y módulos son mapeados en relación a los niveles de desarrollo de la competencia,como ejemplo se muestra en la Figura 3 la relación de las 12 competencias (considerando el nivel 1 de los estándares de FID) con los cursos propuestos en los 5 primeros ciclos. La articulación vertical implica la vinculación de los diferentes cursos y módulos de un mismo año a través de un proyecto integrador que funciona como eje estructurador para buscar evidencias del desarrollo de las competencias profesionales docentes del perfil de egreso.

Figura 3.

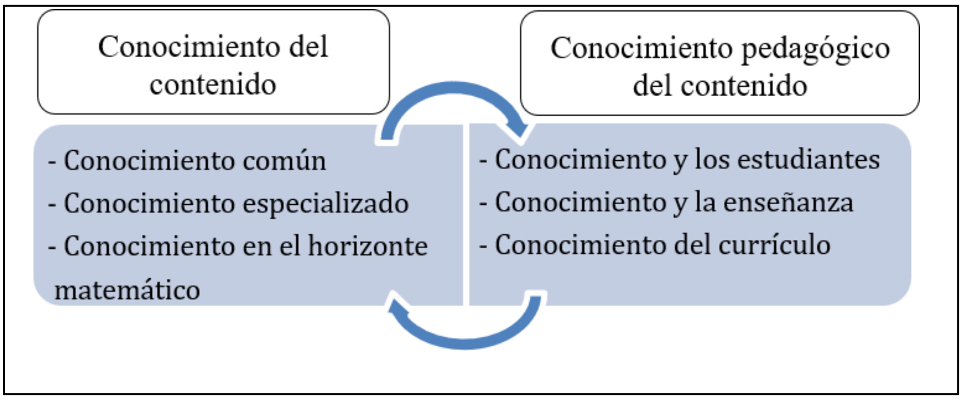
Mapa curricular del nivel 1 (MINEDU, 2020, p.68)

CURSOS O MÓDULOS	Preparación para el aprendizaje de los estudiantes		Enseñanza para el aprendizaje de los estudiantes			Participación en la gestión de la escuela articulada a la comunidad		Desarrollo personal y de la profesionalidad e identidad docente				
	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	C11	C12
CICLO I												
Lectura y Escritura en la Educación Superior	1							1			1	
Resolución de Problemas Matemáticos I	1							1			1	
Historia, Sociedad y Diversidad	1		1				1					
Desarrollo Personal I						1			1	1		
Práctica e Investigación I	1						1	1				
Educación y Sociedad en el siglo XXI						1		1	1			
CICLO II												
Comunicación Oral en la Educación Superior			1						1	1		
Resolución de Problemas Matemáticos II	1							1			1	
Ciencia y Epistemologías	1						1					1
Práctica e Investigación II			1							1		1
Las Adolescencias: Desarrollo, Cambios e Identidades	1		1						1			
Planificación, Mediación y Evaluación de los Aprendizajes I		1		1	1							
CICLO III												
Arte, Creatividad y Aprendizaje							1			1		1
Inglés para Principiantes / Beginner English I (A1)										1	1	
Práctica e Investigación III	1		1	1		1		1	1			
Adolescencias y Aprendizajes	1			1					1			
Principios de la Didáctica de la Matemática	1				1							1
Cantidad y sus Fundamentos para el Aprendizaje y la Enseñanza I	1				1							1
Variación y sus Fundamentos para el Aprendizaje y la Enseñanza I	1	1									1	
CICLO IV												
Deliberación y Participación			1			1	1					
Inglés para Principiantes II / Beginner English II (A1)										1	1	
Práctica e Investigación IV		1		1	1			1				1
Planificación, Mediación y Evaluación de los Aprendizajes II		1		1	1							
Educación Sexual Integral			1			1			1			
Gestión de Datos y sus Fundamentos para el Aprendizaje y la Enseñanza I		1			1						1	
Álgebra como Herramienta Modelizadora I	1			1	1							
CICLO V												
Literatura y Sociedad en Contextos Diversos							1			1		1
Práctica e Investigación V		1		1		1	1	1		1		
Culturas Escolares y Cambio Educativo						1	1	1				
Cantidad y sus Fundamentos para el Aprendizaje y la Enseñanza II	1	1										1
Incertidumbre y sus Fundamentos para el Aprendizaje y la Enseñanza	1				1			1				
Forma, Movimiento y Localización, y sus Fundamentos para el Aprendizaje y la Enseñanza I	1	1									1	

Para organizar los cursos del componente de la Formación Específica en la malla curricular se tomó como punto de partida el modelo teórico propuesto por Hill, Ball y Schilling (2008), denominado MKT "Conocimiento Matemático para la Enseñanza" (ver Figura 4), que ha tenido gran impacto en el diseño de programas de formación de maestrosya que plantea la necesidad de reconocer cuáles son los conocimientos matemáticos que debe tener un profesor para enseñar y para que su estudiante aprenda. Cada curso de este componente tiene por propósito desarrollar los diferentes dominios y subdominios del modelo MKT en correspondencia con determinadas competencias del Perfil de egreso dela FID. Sobre el aspecto actitudinal, el cual no se describe de manera explícita en el modelo MKT, podemos decir que ha sido considerado en los sub dominios del "Conocimiento y los estudiantes" y del "Conocimiento y la enseñanza".

Figura 4.

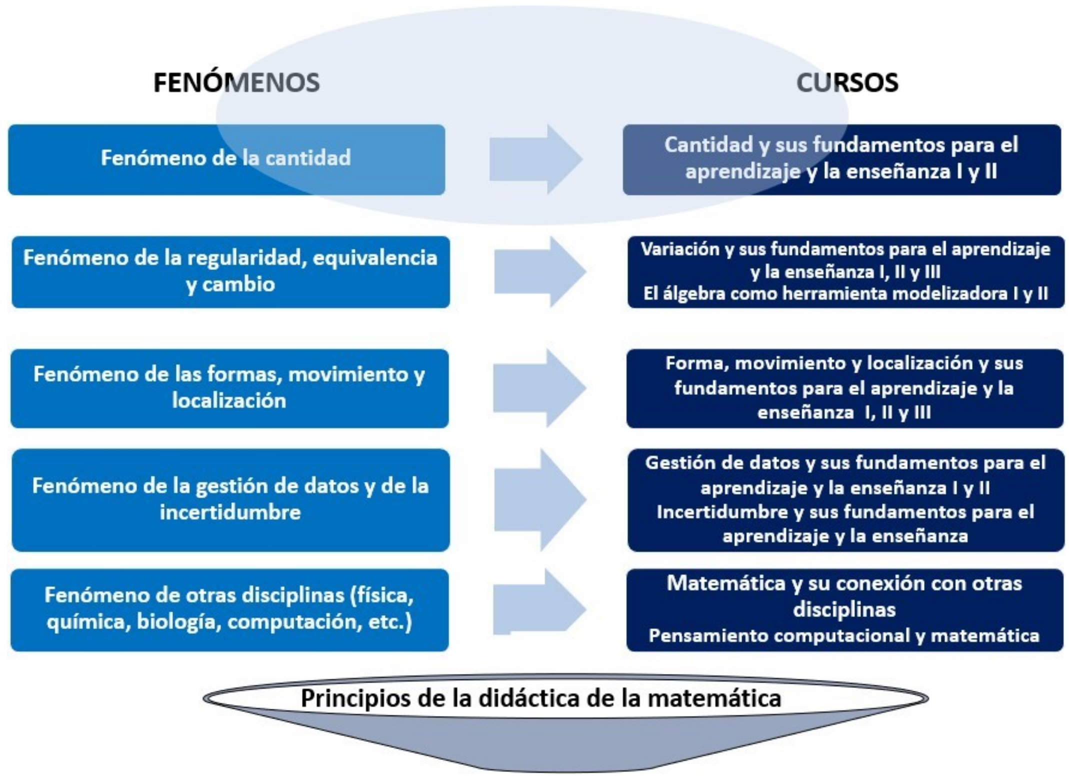
Conocimiento matemático para la enseñanza (MKT) según Hill, Ball y Schilling (2008)



Además, para la organización de los cursos se consideraron los diferentes conocimientos matemáticos basados en los fenómenos del mundo que motivaron su evolución (ver Figura 5). También se consideró importante incorporar los cursos: 1) Principios de la didáctica de la matemática para posicionar el carácter científico de la disciplina denominada Didáctica de la Matemática 2) Matemática y su conexión con otrasdisciplinas para estudiar de qué manera la matemática contribuye a estudiar fenómenos de otras disciplinas como la Física, Química, Biología y 3) Pensamiento computacional y matemática para estudiar los procesos que intervienen en el desarrollo del pensamiento computacional y cómo desde la matemática se contribuye a este desarrollo.

Figura 5.

Relación de cursos del componente de la formación específica con los fenómenos delmundo



Matrices de desempeños y descripción de cursos

Se elaboraron matrices de desempeño para cada curso del componente de formación específica considerando los 6 subdominios del MKT (Conocimiento común, Conocimiento especializado, Conocimiento en el horizonte matemático, Conocimiento del contenido y los estudiantes, Conocimiento del contenido y la enseñanza, Conocimiento del currículo) para orientar con mayor precisión los desempeños que se esperan desarrollen en cada curso. Se cuenta con matrices para cada uno de los cursos deformación específica, teniendo un total de 16 matrices. En la Figura 6, se muestra como ejemplo, la matriz de desempeños del curso "Variación y sus fundamentos para el aprendizaje y la enseñanza I" que se desarrolla en el ciclo III.

Figura 6.

Matriz del curso "Variación y sus fundamentos para el aprendizaje y la enseñanza I"

Curso: Variación y sus fundamentos para el aprendizaje y la enseñanza I					
Conocimiento del contenido			**Conocimiento pedagógico del contenido**		
Conocimiento común	**Conocimiento especializado**	**Conocimiento enel horizonte matemático**	**Conocimiento del contenido y los estudiantes**	**Conocimiento del contenido y la enseñanza**	**Conocimient o del currículo**
Reconoce cuándo una relación de dependenciaentre dos variables es lineal y justifica su afirmación. Reconoce que existe una relación de dependencia entre la posición de un término de una sucesión aritmética o geométrica ysu valor; formaliza dicharelación. Reconoce que existe una relación de dependencia entre la suma de términos de una sucesión aritméticao geométrica y el número de términos de esta; formaliza dicha relación. Interpreta y crea patrones geométricos. Formula conjeturas respecto a la expresión que tiene el término general y la suma de términos de sucesiones ylas justifica. Reconoce cuándo una relación entre dos o más magnitudes es de proporcionalidad directa o inversa. Reconoce cuándo una relación de dependenciaentre dos variables es cuadrática y justifica suafirmación. Comprende que algunas relaciones de cambio entre dos magnitudes se pueden modelar con funciones lineales, afinesy cuadráticas. Modela diversas situaciones de cambiomediante relaciones yfunciones. Emplea diversas representaciones al resolver problemas sobrefunciones. Compara el comportamiento de funciones de distinta naturaleza. Resuelve problemas que requieren representar funciones de distintas maneras.	Establece relaciones entre la noción de razón constante, proporcionalidad y función lineal. Reconoce que las sucesionesson casos particulares de funciones. Reconoce que existen distintas formas de representar una relación dedependencia entre dos magnitudes; verbalmente, algebraicamente, gráficamente, numéricamente, etc. Reconoce que la dependencia entre dos magnitudes aparece en diversos contextos matemáticos; por ejemplo, en el contexto geométrico reconoce que el número dediagonales de un polígono depende del número de lados, elabora una conjetura sobre dicha relación y la verifica. Reconoce que el perímetro, área y volumen de una figura geométrica dependen de determinados elementos y que en algunos casos son funciones de una variable. Establece relaciones entre función lineal y patrones multiplicativos y entre otrostemas aparentemente desconectados. Identifica las distintas representaciones que se emplean al estudiar cada tipo de función y reconoce que cada una de ellas brindainformaciones específicas. Reconoce las características que debe tener una situaciónpara ser susceptible de ser modelada por funciones lineales, afines y cuadráticas. Reconoce qué característicasen cada una de las funciones estudiadas pueden ser abordadas sin elementos de cálculo diferencial (crecimiento, decrecimiento,crecimiento constante valor máximo, etc.).	Reconoce que en las relaciones entredos variables que se representan a través de expresiones lineales la diferencia entre dos imágenes "consecutivas" es constante, mientrasque en las de cuadráticas, la diferencia constante aparece en las segundas diferencias y así para las otras relaciones polinómicas. Demuestra dicha afirmación. Comprende que las funciones lineales y cuadráticas forman parte de lasfunciones polinómicas. Modela un fenómeno real de mayor complejidadcon funciones polinómicas o con funciones por tramos, reconociendo que se trata de una aproximación ideal. Verifica por inducción matemática conjeturas propuestas sobre relaciones y funciones.	Comprende que la transición de la aritmética hacia el álgebra requiere del estudiante una adaptación cognitiva, que le permita comprender el significado de variación, dependencia, generalización, así como de los distintos significados que adquieren las letrasen ese proceso. Comprende losniveles de desarrollo del pensamiento variacional. Conoce resultados de investigaciones que dan cuenta de las dificultades que presentan los estudiantes en el desarrollo del pensamiento variacional. Comprende que la evolución del pensamiento variacional del estudiante en el estudio de funciones cuadráticas es un proceso dinámico, que evoluciona en la medida que se experimentan nuevas situaciones,contextos y usos de las representaciones.	Plantea situacionesy problemas de complejidad creciente para lograr la comprensión de relaciones y funciones, en particular de sucesiones. Plantea estrategias para fomentar el desarrollo de los procesos matemáticos (como modelar, conjeturar y argumentar) y la comprensión de las funciones. Conoce qué fenómenos puedenser estudiados a través de problemas o actividades para el aprendizaje y la evaluación de sucesiones y funciones (lineales, afines y cuadráticas), como: problemas de contexto financiero, biológico, físico, etc. Plantea actividadespara lograr la comprensión de relaciones y funciones. Incorpora recursos tecnológicos en actividades para la representación de funciones lineales, afines, cuadráticasy la identificación de sus propiedades.	Conoce la competencia del Currículo Nacional "Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio" y sus cuatro capacidades. Conoce la progresión del aprendizaje delos patrones, relaciones y funciones, quese inicia en los primeros ciclos de la Educación Básica y se prolonga hastael término de la secundaria.

Las matrices fueron un insumo para describir el conjunto de aprendizajesesperados al finalizar cada curso, en el cual se consideraron las diferentes dimensiones del modelo. En la Figura 7, se muestra la descripción del curso "Variación y sus fundamentos para el aprendizaje y la enseñanza I" elaborado a partir de la matriz de conocimiento mostrado en la figura 6. En color azul se destacan los aprendizajes referidosal conocimiento del contenido y en color rojo el conocimiento pedagógico del contenido.

Figura 7.

Descripción del curso "Variación y sus fundamentos para el aprendizaje y laenseñanza I" (MINEDU, 2020, p.92)

<table>
<tr><th>ComponenteCurricular</th><th colspan="4">Formación Específica</th></tr>
<tr><td>Curso</td><td colspan="4">VARIACIÓN Y SUS FUNDAMENTOS PARA EL APRENDIZAJE Y LA ENSEÑANZA I</td></tr>
<tr><td>Ciclo</td><td>III</td><td>Competencias</td><td colspan="2">1, 2, 11</td></tr>
<tr><td>Total de Horas</td><td colspan="2">4 (2 horas de teoría, 2 horas de práctica)</td><td>Créditos</td><td>3</td></tr>
<tr><td colspan="5">El curso tiene por propósito que los estudiantes de FID comprendan la variación y el cambio entre magnitudes y cómo desarrollan los estudiantes de EB su pensamiento variacional. Se examinan los procesos matemáticos que se llevan a cabo cuando los estudiantes de EB interpretan y representan relaciones de dependencia presentes en diferentes contextos, especialmente las que aparecen en las sucesiones; analizan la naturaleza del cambio; modelan situaciones o fenómenos del mundo real mediante funciones lineales, afines, cuadráticas, exponenciales, logarítmicas y trigonométricas; y formulan y argumentan afirmaciones a partir de las relaciones encontradas. Para ello, proponen actividades de aprendizaje que incluyan el uso de diferentes recursos, entre ellos las tecnologías digitales. En ese proceso, los estudiantes de FID profundizan en los conocimientos disciplinares asociados a las funciones señaladas y establecen conexiones entre dichos conceptos. Se estudian las principales dificultades que pueden presentarse durante el desarrollo del pensamiento variacional a partir de la lectura de investigaciones, y cómo se debe gestionar el error para favorecer el aprendizaje de los estudiantes, especialmente cuando realizan transformaciones entre las distintas representaciones de una función. Se identifican fenómenos para ser estudiados mediante actividades o problemas que requieren la caracterización de la variación en diferentes contextos y se discute cómo planificar actividades y crear problemas que demanden la evolución d el pensamiento variacional.

Algunos de los desempeños específicos que se esperan alcanzar al final del curso son los siguientes:
Resuelve situaciones problemáticas de la vida diaria asociadas a patrones, sucesiones, relaciones y funciones, identifica los conocimientos y procesos matemáticos involucrados en la solución, y analiza si es posible adaptar la situación a la EB.
Diseña experiencias de aprendizaje relacionadas con funciones lineales, afines, cuadráticas, exponenciales, logarítmicas y trigonométricas, y propone una secuencia de actividades en las que los estudiantes de educación básica exploran soluciones o confrontan sus puntos de vista.
Utiliza tecnologías digitales para analizar la naturaleza del cambio y representar funciones lineales, afines, cuadráticas, exponenciales, logarítmicas y trigonométricas, y justifica cómo dicha elección favorece el aprendizaje.</td></tr>
</table>

Las matrices no forman parte de la publicación del DCBN del Programa de Estudios de Educación Secundaria de la especialidad de Matemática del 2020, pero se han convertido en un material utilizado en el proceso de implementación del DCBN.

Metodología de trabajo

En primer lugar, se realizó la revisión de marcos teóricos y de diversas experiencias nacionales e internacionales para definir y sustentar las decisiones asumidas en la propuesta. Luego, se procedió a construir el currículo liderado por el equipo de Gestión Curricular de la

Dirección de Formación Inicial Docente DIFOID del Ministeriode Educación y asesorados por expertos en la materia; asimismo se propiciaron espacios para la participación, revisión y diálogo con especialistas de otras direcciones del Ministerio de Educación.

En un segundo momento, el currículo fue sometido a validación: 1) fue revisado por profesionales peruanos de gran prestigio académico y amplia experiencia y conocimiento de las competencias profesionales que deben desarrollar los futuros docentes de matemática 2) fue revisado por docentes formadores de Institutos y Escuelasde Educación Superior Pedagógica quienes dieron su apreciación general sobre la propuesta y sobre la claridad, pertinencia, suficiencia y coherencia interna d e los cursos. Cabe resaltar que entre las recomendaciones de mejora del documento señalaron explicitar la creación de problemas, el desarrollo del pensamiento computacional, la relación de la matemática con otras disciplinas, ajustar los nombres del modelo del MKT para evitar asociarlas netamente con contenidos y que con un nombre más preciso comuniquen la esencia de cada subdominio.

Posteriormente, según los alcances, sugerencias y comentarios dados por los expertos y participantes, el DCBN del Programa de Estudios de Educación Secundaria dela especialidad de matemática fue ajustado y publicado en su versión final en marzo del 2020.

Actualmente, el DCBN está siendo implementado a nivel nacional en los diferentes institutos y escuelas de educación superior pedagógica. Durante el 2021 se realizó la primera fase de la implementación con el propósito de que los diferentes actoresde la formación superior se apropien de los aspectos generales del cambio curricular (perfil de egreso, estándares de la formación inicial docente, modelo curricular, planificación, evaluación, etc.). Desde inicios del 2022 se inició la segunda fase de implementación de los DCBN con el propósito de ahondar en aspectos más profundos delcambio curricular, para ello se están brindando videoconferencias realizadas por expertosque apoyaron en el proceso de validación del DCBN del Programa de Estudios de Educación Secundaria de la especialidad de matemática quienes abordan temáticas clavesconsideradas en la construcción de los cursos y también se está brindando asistencia técnica a través de talleres donde se capacita y reflexiona con los docentes formadores dela especialidad de matemática que laboran en los institutos y escuelas de formación superior sobre las videoconferencias realizadas y el uso de las matrices de conocimiento matemático para un mejor desarrollo de los cursos de la formación específica.

Conclusiones

En Perú, en marzo del 2020 se publicó el nuevo DCBN del Programa de Estudiosde Educación Secundaria de la especialidad de Matemática para la formación inicial docente, documento que se ha elaborado técnicamente y validado a través de diferentes mesas de expertos y por docentes formadores de diferentes IESP. El nuevo DCBN propone desarrollar las 12 competencias del perfil de egreso de la FID a través de diferentes cursos y módulos propuestos en el Plan de Estudios, así como desarrollar cadacurso del componente de Formación Específica integrando el conocimiento del contenidomatemático con los aspectos pedagógicos según el modelo asumido del MKT. Actualmente, se está desarrollando el proceso de implementación del DCBN con los diferentes actores del sistema educativo para así lograr el propósito del documento, brindar una formación profesional docente de calidad y así responder a las demandas de la sociedad.

Referencias

Ball, D., Thames, M. y Phelps G. (2008). *Content Knowledge for Teaching What Makes It Special?* Journal of Teacher Education. Volume 59 Number 5. November/December 2008

García, M. (2005). *La formación de profesores de matemáticas. Un campo de estudio y preocupación*. Grupo Santillana: México. Educación Matemática, vol. 17, núm. 2, agosto, 2005. Disponible en: http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=40517207

Godino J. (2009). *Categorías de Análisis de los conocimientos del Profesor de Matemáticas*. Unión. Revista Iberoamericana de Educación Matemática - Diciembre 2009 - Número 20, páginas 13-31

Ministerio de Educación. (2014). *Marco de Buen Desempeño Docente: Para mejorar tu práctica como maestro y guiar el aprendizaje de tus estudiantes*. Lima: Ministerio de Educación.

Ministerio de Educación. (2020). *Diseño Curricular Básico nacional de la Formación Inicial Docente. Programa de Estudios de Educación Secundaria, especialidad Matemática*. Lima: Ministerio de Educación. Disponible en: http://www.minedu.gob.pe/superiorpedagogica/producto/dcbn2019-matematica/

Perrenoud, P. (2007). *Desarrollar la práctica reflexiva en el oficio de enseñar: Profesionalización y razón pedagógica.* México D.F.: Editorial GRAO.

Implementação de Pesquisa em Educação Matemática: parcerias de coaprendizagem na formação de professores de matemática

Implementation of Research in Mathematics Education: co-learning partnerships in mathematics teacher education

Aplicación de la investigación en educación matemática: asociaciones de aprendizaje conjunto en la formación de profesores de matemáticas

Flávia Sueli Fabiani Marcatto[435]
Universidade Federal de Itajubá-UNIFEI-MG
0000-0002-9998-5705

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam matemática

Resumo

O objetivo dessa comunicação é apresentar as ideias principais de um projeto de pesquisa, em andamento, que pretende explorar, discutir e analisar a implementação de pesquisas em Educação Matemática, em parcerias de coaprendizagem na formação de professores de matemática. A pesquisa relacionada à implementação adotada, no contexto desse projeto, será de uma investigação disciplinada, onde professores de matemática adotam e adaptam práticas e processos de pesquisa em uma parceria de coaprendizagem com pesquisadores em Educação Matemática. A estrutura teórica e organizacional que orientará o desenvolvimento desse projeto será por meio da Aliança Professor-Pesquisador para a Investigação da Aprendizagem em Matemática (APPIAM), desenvolvida como parte de um esforço contínuo para situar os professores de matemática como integrantes na pesquisa em Educação Matemática, seja para a sua aprendizagem profissional ou para ampliar os conhecimentos inerentes da pesquisa em Educação Matemática. A metodologia utilizada será a Pesquisa Baseada em Design (PBD) definida como um sistema complexo e interativo, que envolve múltiplos elementos de diferentes tipos e níveis, que projeta elementos e antecipa como esses interagem para apoiar o aprendizado. Espera-se que a APPIAM possa promover a colaboração e a confiança entre pesquisadores e professores, para um envolvimento maior e mais significativo dos professores na produção de conhecimento sobre Educação Matemática e na investigação disciplinada para o seu crescimento profissional. Dessa forma, a APPIAM poderá ser vista como um referencial teórico-organizacional que proporcione o tão desejado processo de construção de pontes entre pesquisadores e professores, aproximando pesquisa e prática.

Palavras-chave: Aliança professor-pesquisador. Desenvolvimento profissional docente. Competências de investigação. Pesquisa Baseada em Design.

Abstract

The purpose of this communication is to present the main ideas of an ongoing research project that aims to explore, discuss, and analyze the implementation of Mathematics Education research in co-teaching partnerships in mathematics teacher formation. The research related implementation adopted, in the context of this project, will be a disciplined inquiry, where

[435] flaviamarcatto@unifei.edu.br

mathematics teachers adopt and adapt research practices and processes in a co-teaching partnership with Mathematics Education researchers. The theoretical and organizational framework that will guide the development of this project will be through the Teacher-Researcher Alliance for Research on Learning in Mathematics (TRAIL), developed as part of an ongoing effort to situate mathematics teachers as integral to research in Mathematics Education, either for their professional learning or to extend the inherent knowledge of research in Mathematics Education. The methodology used will be Design-Based Research (DBP) defined as a complex, interactive system involving multiple elements of different types and levels that designs elements and anticipates how these interact to support learning. It is hoped that APPIAM can promote collaboration and trust between researchers and teachers, for greater and more meaningful involvement of teachers in Mathematics Education knowledge production and disciplined inquiry for their professional growth. In this way, APPIAM can be seen as a theoretical-organizational referential that provides the much-desired process of building bridges between researchers and teachers, bringing research and practice closer together.
keywords: Teacher-researcher alliance. Teacher professional development. Research competencies. Design-Based Research.

Resumen

El objetivo de este trabajo es presentar las ideas principales de un proyecto de investigación en curso que pretende explorar, discutir y analizar la aplicación de la investigación en Educación Matemática en las asociaciones de co-enseñanza en la formación de profesores de matemáticas. La implementación relacionada con la investigación adoptada, en el contexto de este proyecto, será una indagación disciplinada, en la que los profesores de matemáticas adoptan y adaptan prácticas y procesos de investigación en una asociación de enseñanza conjunta con los investigadores de Educación Matemática. El marco teórico y organizativo que guiará el desarrollo de este proyecto será a través de la Alianza de Profesores-Investigadores para la Investigación del Aprendizaje de las Matemáticas (APPIAM), desarrollada como parte de un esfuerzo continuo para situar a los profesores de matemáticas como parte integrante de la investigación en Educación Matemática, ya sea para su aprendizaje profesional o para ampliar el conocimiento inherente a la investigación en Educación Matemática. La metodología utilizada será la Investigación Basada en el Diseño (IBD), definida como un sistema complejo e interactivo que incluye múltiples elementos de diferentes tipos y niveles que diseña elementos y anticipa cómo éstos interactúan para apoyar el aprendizaje. Se espera que la APPIAM pueda promover la colaboración y la confianza entre investigadores y profesores, para una mayor y más significativa participación de los profesores en la producción de conocimiento sobre la Educación Matemática y en la investigación disciplinada para su crecimiento profesional. De este modo, la APPIAM puede considerarse como una referencia teórico-organizativa que proporciona el tan deseado proceso de construcción de puentes entre investigadores y profesores, acercando la investigación a la práctica.

Palabras clave: Alianza profesor-investigador. Desarrollo profesional del profesorado. Habilidades de investigación. Investigación basada en el diseño.

Introdução/Justificativa

Estudos de Implementação de resultados de pesquisa em Educação Matemática, bem como de Replicação, ganharam a atenção de pesquisadores e há mais resultados e descobertas sobre o ensino e a aprendizagem da matemática, obtidos nos últimos 50 anos, que podem ser implementados e replicados na prática em sala de aula.

No X Congresso Europeu de Pesquisa em Educação Matemática (CERME) em 2017, foi criado um Grupo de Trabalho Temático (TWG 23) com o foco em implementação e replicação de resultados de pesquisa em educação matemática e no XI CERME, os participantes produziram em conjunto, uma conceitualização inicial da implementação em Educação Matemática. Esse conceito sofreu pequenas modificações e foi refinado por Koichu, Aguilar e Misfeldt[436] (2021, p. 986):

> We conceptualize implementation in mathematics education as an ecological disruption to a particular mathematics education system, through the gradual endorsement of innovation in conjunction with an action plan aimed at resolving what is perceived as a problem by (at least some of) the stakeholders involved. The defining feature of implementation is that it occurs in interaction between the innovation and plan proponents and the innovation adapters. At the beginning of the implementation, the innovation proponents have the ultimate agency over the innovation and the associated action plan.

Considerando inovação na perspectiva de Krainer (2014) (apud JANKVIST et al, 2021) como algo que possui um valor, quando desenvolvida por alguma das partes interessadas (professores e pesquisadores, por exemplo), em conjunto com um plano de ação, destinado a resolver o que é entendido como um problema pelos envolvidos. A característica principal da implementação é a interação que acontece entre os proponentes da inovação e do plano de ação (pesquisadores) e àqueles que se adaptam a inovação (professores). Century e Cassata (2016) estendem a compreensão da inovação como programas, intervenções, abordagens, métodos e estratégias que envolvem uma mudança no comportamento de indivíduos. A mudança de comportamento pode ser observada tanto em professores quanto em pesquisadores.

De acordo com Pinto e Koichu (2021) a pesquisa em EM acumulou muito conhecimento, em termos de resultados de pesquisa e referenciais teóricos e há uma tendência de que esse conhecimento não encontre caminho nas salas de aula e nos programas de formação de professores. Assim, o objetivo geral da implementação de inovações, com base em resultados da pesquisa em EM, é melhorar a prática e, portanto, o aprendizado dos alunos. O pano de fundo

[436] Conceituamos a implementação na educação matemática como uma ruptura ecológica para um sistema de educação matemática particular, através do endosso gradual da inovação em conjunto com um plano de ação destinado a resolver o que é percebido como um problema por (pelo menos alguns dos) interessados envolvidos. A característica definidora da implementação é que ela ocorre na interação entre os proponentes da inovação e do plano e os adaptadores da inovação. (Tradução nossa)

que provou ser difícil determinar até que ponto a implementação de inovação é ou não bem-sucedida.

Dessa forma, este projeto de pesquisa intenciona a melhoraria do ensino e da aprendizagem da matemática, através de implementação de resultados de pesquisa em EM por meio de parcerias de coaprendizagem professor-pesquisador para identificar problemas persistentes e desafiadores do ensino e da aprendizagem da matemática, em salas de aulas reais. São objetivos específicos desse projeto explorar, discutir e analisar a implementação de pesquisas em Educação Matemática (EM), em salas de aulas reais, unindo forças entre pesquisadores e professores, para investigar juntos e se ajudarem mutuamente em busca de aprender "algo valioso e inovador, sobre seus mundos e sobre eles mesmos". (KOICHU e PINTO, 2018, p. 8, tradução nossa)

A pesquisa relacionada à implementação adotada, no contexto desse projeto, será de uma investigação educacional disciplinada, onde professores de matemática adotam e adaptam práticas e processos de pesquisa em uma parceria de coaprendizagem com pesquisadores em EM. (PINTO e KOICHU, 2021)

Há uma tendência de responsabilizar os professores pelo fracasso escolar de seus alunos e talvez por isso a maioria das pesquisas em EM é realizada tendo os professores como objetos de pesquisa, cooperando para a coleta de dados ou colaborando para melhorar a compreensão do ensino e da aprendizagem da matemática escolar. Nesse sentido, é desejável que os professores de matemática deixem de ser objetos de pesquisa e se tornem parceiros de pesquisa.

Koichu e Pinto (2018) realizaram uma revisão de literatura que buscasse fundamentar teoricamente, que o desenvolvimento de competências de pesquisa em EM é relevante tanto para a formação de pesquisadores na área quanto para professores de matemática. Dessa forma, o objetivo principal desse projeto de pesquisa corrobora com a premissa de que promover competências de pesquisa nos professores leva-os ao crescimento profissional.

Referencial Teórico

Propostas de Desenvolvimento Profissional (DP) concebidas para apoiar a aprendizagem dos professores são essenciais, no entanto, essas propostas por si só não têm se mostrado suficientes. De acordo com Cobb e Jackon (2021), para apoiar o desenvolvimento de programas instrucionais ambiciosos e orientados para a investigação das práticas, é necessário em estudo do contexto e apoio permanente e sustentável. Vários estudos indicaram que desenvolvimento profissional na prática de sala de aula é influenciada pelos contextos escolares em que os professores trabalham (COBB et al., 2003; COBB e JAKSON, 2015; COBB e JAKSON, 2021). Aspectos desses contextos, segundo Cobb e Jakson, (2021) incluem os materiais instrucionais e os recursos aos quais os professores têm acesso, apoios formais e informais para que esses usem os materiais e os recursos de forma eficaz (por exemplo, reuniões colaborativas de professores com regularidade, redes informais de coaprendizagem), e as pessoas as quais os professores são responsáveis e como eles se percebem responsáveis.

Com base em descobertas de pesquisas anteriores, entendemos que a melhoria instrucional envolve a aproximação, a coleta de dados, a análise desses dados, o conhecimento e a reorganização dos contextos escolares nos quais os professores trabalham para que se consiga apoiar a melhoria contínua de suas práticas instrucionais.

Para Cobb e Jackon (2015) um dos principais objetivos de um projeto de apoio aos professores deve ser capacitá-los a reconstruir a teoria instrucional específica do domínio que constitui a justificativa para a sequência instrucional e que corresponde aos princípios pedagógicos subjacentes. Sugerem apoiar a reorganização dos professores e de suas práticas atuais, dando a importância do DP sustentado ao longo do tempo, oportunizando que o mesmo grupo de professores continuem trabalhando em conjunto.

Também é importante que os suportes estejam próximos da prática instrucional (BALL, THAMES E PHELPS, 2008), o que implica que os suportes precisam se concentrar diretamente no que se espera que os professores façam em seu trabalho profissional e nas ferramentas que usarão. Portanto, será crucial apoiar os professores no desenvolvimento de uma maneira de entender como novas ferramentas se encaixam ou não em sua prática atual. Além disso, será importante que os professores percebam a necessidade da ferramenta projetada para abordar o que eles percebem como um problema da prática atual ou, que deve ser cultivada a necessidade da ferramenta durante o DP.

No Brasil não há referência na literatura nacional, em Educação Matemática, de parcerias de coaprendizagem professor-pesquisador[437] (KOICHU e PINTO, 2018; PINTO e KOICHU, 2021), estruturados na perspectiva teórico-organizacional da aliança professor-

[437] Teacher-researcher co-learning partnerships (TRCPs).

pesquisador para a investigação da aprendizagem matemática[438] (APPIAM). Há exemplos de modelos de formação inicial e desenvolvimento profissional, em alguns locais do Brasil, desenvolvidos em comunidades de prática, como por exemplo, *Lesson Study*[439] (FIORENTINI, MIOTTO e BEZERRA, 2019; RICHIT, PONTE e TOMKELSKY, 2019) que de acordo com Wagner (1997) se caracteriza por uma "parceria clínica", na qual há um trabalho conjunto entre pesquisadores e professores sobre questões e métodos de pesquisa para melhorar a compreensão do ensino e da aprendizagem de matemática na escola.

No que tange as parcerias de coaprendizagem para o desenvolvimento de competências de pesquisa de professores em salas de aula de matemática, a proposta desse projeto de pesquisa, se dará por meio do envolvimento na investigação (acadêmica) em EM. Ao invés de aceitarem uma agenda pronta de pesquisa, os professores de matemática em salas de aula reais, estabelecem parcerias de trabalho com pesquisadores para traduzir os objetivos de ambos (professor e pesquisador), em uma nova agenda com interesses comuns.

A APPIAM é um modelo de implementação de pesquisa em EM, em salas de aula reais, através da colaboração entre professores e pesquisadores. Portanto, é uma estrutura teórico-organizacional para apoiar, aprimorar e ampliar parcerias entre pesquisadores e professores em sala de aula. Ela foi proposta e desenvolvida por Koichu e Pinto (2018) com base em cinco princípios: crescimento profissional por meio do envolvimento ativo em todas as etapas da pesquisa; autenticidade da pesquisa, professores e pesquisadores se envolvem em questões importantes para ambos e que possam levar a resultados cientificamente sólidos e implementáveis; oportunidade de compartilhar a agência sobre a parceria para ambas as comunidades (professores de matemática e pesquisadores em EM); oportunidade de escolha que implica na participação dos professores na pesquisa de forma estável e produtiva, escolhendo quais questões quer investigar e como investigar para o seu desenvolvimento; dualidade de criação e uso de novos conhecimentos, o que significa que o envolvimento ativo dos profissionais na cocriação de novos conhecimentos em projetos APPIAM, poderá aumentar as chances de que esse conhecimento seja usado na prática e impacte o campo de atuação.

Em cada ciclo de desenvolvimento profissional, professores e pesquisadores de EM, formulam conjuntamente questões de pesquisa, projetam atividades em sala de aula,

[438]Teacher-Researcher Alliance for Investigating Learning (TRAIL).
[439] Estudo de Aula. (Tradução nossa)

desenvolvem métodos apropriados de coleta de dados nas salas de aula dos professores participantes, criam banco de dados de episódios de aula documentados e, em seguida trabalham colaborativamente na análise dos episódios e tiram conclusões. Esse processo é interativo e rico em oportunidades de aprendizagem para ambos, mas também envolve tensão, negociação de expectativas, desenvolvimento de linguagem comum e refinamento de agendas. É importante reconhecer as semelhanças e salientar as diferenças entre a investigação do professor de matemática (que é normativa, pessoal, particular e se apoia na experiência) e a investigação disciplinada dos pesquisadores em EM (que é analítica, intelectual, universal e se apoia na teoria).

A investigação do professor é um esforço sistemático para desenvolver novos conhecimentos ou compreensões em um ambiente educacional, realizado por alguém que trabalha neste ambiente, em colaboração com profissionais que trabalham em ambientes semelhantes. Inclui muitas práticas que também são pertinentes à pesquisa ou à investigação disciplinada (conduzida em comunidades científicas). Estas incluem: ouvir os alunos; examinar seus trabalhos; avaliar o que os alunos sabem ou como pensam; examinar materiais de ensino; conceber tarefas e observar como os alunos se envolvem com elas; comparar diferentes abordagens de ensino; conversar com os colegas sobre as diferentes abordagens de ensino; conversar com colegas sobre questões educacionais, partilhar experiências em fóruns e muito mais.

Kieran, Krainer e Shaughnessy (2012) reconhecem as tensões entre o ensino de matemática e a pesquisa em EM, mas indicam maneiras de tornar a cooperação e a colaboração entre professores e pesquisadores viáveis e produtivas, apesar dessas tensões. A APPIAM adota uma postura em que as práticas parcialmente sobrepostas e as diferenças essenciais entre investigação de ensino e investigação disciplinada podem desencadear não apenas tensões, mas várias oportunidades de aprendizagem dentro de um ambiente essencialmente organizado onde ambos os tipos de investigação são praticados.

As parcerias de coaprendizagem professor-pesquisador pode envolver professores em um ciclo de pesquisa educacional, adequadamente adaptado que tem capacidade para ser visto como um caso promissor de implementação da pesquisa em EM, em que os procedimentos de pesquisa e coleta de dados e os constructos servem como um recurso para a investigação do professor no contexto do desenvolvimento profissional.

Recursos/Metodologia

A metodologia de pesquisa que norteia o projeto é a *Design Based Research*[440] *(DBR)*, definida por Cobb et al (2003) como um sistema complexo, interativo, que consiste em ciclos de: antecipação de experiências de pensamento, seguidas de experiências de instrução, que instigam a reflexão, levando a novas experiências de pensamento.

Para Prediger (2019) nos últimos 25 anos, a Pesquisa Baseada em Design estabeleceu-se como uma metodologia de pesquisa que combina sistematicamente dois objetivos: (1) melhorar o ensino de matemática em sala de aula, projetando arranjos de ensino-aprendizagem para um determinado tópico e (2) gerar contribuições teóricas através de pesquisa empírica para compreender os processos de ensino-aprendizagem iniciados para um determinado tema (Cobb et al, 2003). A teoria local resultante serve como justificativa para o projeto e visa, no futuro, generalizações para outros contextos e tópicos de sala de aula.

A Pesquisa em *Design* se constitui em um processo de pesquisa que envolve a pessoa que conhece (pesquisadores e professores), o contexto em causa (as salas de aula de matemática, por exemplo) e a atividade que participa (o experimento de *design*), tendo como objetivo principal estudar processos de aprendizagem (estratégias) ou de mudança e a forma de os promover em contextos naturais (por exemplo, na formação de professores). Dessa forma, justifica-se a escolha dessa metodologia.

De acordo com Brodie (2020) alguns tipos de ferramentas e recursos são importantes para o trabalho profissional colaborativo e a aprendizagem entre os professores: conhecimento, material e logístico, afetivo e humano. Compreendendo que esses recursos funcionarão de formas diferentes em diferentes contextos, podendo ainda restringir algumas formas de pesquisa, o Quadro 1 foi elaborado para esclarecer os recursos necessários, apresentados por Brodie (2020) e como estão disponíveis, ou não, no Brasil.

Quadro 1.
Recursos disponíveis no contexto do projeto. (Adaptado de BRODIE, 2020)

Recursos	**Recursos (no contexto da implemetação)**
Conhecimento Conhecimento do conteúdo matemático **e** conhecimento pedagógico do conteúdo.	***Conhecimento*** Conhecimento do conteúdo matemático (CK) **ou** conhecimento pedagógico do conteúdo (PCK).

440 Pesquisa Baseada em Design. (Tradução nossa)

Material Planos de aula, tarefas e livros-didáticos, vídeos de práticas, protocolos para conversas e recursos tecnológicos.	***Material*** Planos de aula, tarefas e livros-didáticos e recursos tecnológicos.
Logística *Tempo* para as comunidades trabalharem juntas e os *espaços* apropriados para que esse trabalho aconteça.	***Logística*** *Tempo* e *espaços* que atendam às necessidades dos professores, com a maior parte da interação acontecendo em plataformas de interação e colaboração. (online).
Afetivo Para que os professores ensinem bem, eles precisam de sensibilidade emocional para si mesmos e seus alunos e para que trabalhem juntos de forma produtiva, precisam ser capazes de desafiar o pensamento e as práticas uns dos outros. É necessário segurança e confiança.	***Afetivo*** Para que os professores ensinem bem, eles precisam de sensibilidade emocional para si mesmos e seus alunos **e** para que trabalhem juntos de forma produtiva, precisam ser capazes de desafiar o pensamento e as práticas uns dos outros (**é necessário desenvolver).** É necessário (**desenvolver**) segurança e confiança.
Humano Todas as pessoas envolvidas em grupos colaborativos e de apoio à aprendizagem profissional (pesquisadores, professores e alunos)	***Humano*** Pessoas envolvidas em grupos colaborativos e de apoio à aprendizagem profissional.

Os métodos de coleta de dados incluem a observação: das sessões de formação de professores através de plataformas digitais (gravação dos encontros síncronos); das interações (assíncronas) realizadas nas platafor*m*a*s*; das produções escritas dos professores no decorrer de todo o processo (incluindo relatos de suas aulas e relatórios finais); das anotações da pesquisadora-participante responsável pelas sessões de DP.

Considerações finais

De acordo com Koichu e Pinto (2018) a noção de investigação do professor abrange vários modos de investigação matemática e investigação pedagógica em que os professores se envolvem quando preparam, conduzem ou refletem sobre suas aulas. Pesquisas sobre a investigação do professor e a investigação disciplinada em educação matemática, pertinentes para esse projeto, levará em conta algumas práticas e estágios que compõem os diferentes modos de investigação educacional. Espera-se que nas parcerias de coaprendizagem professores e pesquisadores saiam de suas zonas de conforto para um território desconhecido de investigação, atuando, portanto, como aprendizes inquiridores, em vez de professores proficientes ou inquiridores disciplinados.

Referências

BALL, D. L., THAMES, M.H. e PHELPS, G. (2008). Content Knowledge for Teaching: what Makes It Special? *Journal of Teacher Education,* 59(5), 389-407.

BRODIE, K. (2020). Resources for and from collaboration: a conceptual framework. In H. Borko & D. Portari (Eds.), *ICMI Study 25 conference proceedings*. Teachers of Mathematics Working and Learning in Collaborative Groups. (pp. 37–48). ICMI; University of Lisbon.

CENTURY, J., CASSATA, A. (2016) Implementation research: Finding common ground on what, how, why, where, and who. *Review of Research in Education*, 40(1), 169–215.

COBB, P., e JACKSON, K. (2021). An Empirically Grounded System of Supports for Improving the Quality of Mathematics Teaching on a Large Scale, *Implementation and Replication Studies in Mathematics Education*, *1*(1), 77-110.

COBB, P., JACKSON, K. (2015). Supporting teachers' use of research-based instructional sequences. *ZDM Mathematics Education* 47, 1027–1038.

COBB, P., et al (2003). Design Experiments in Educational Research. *Educational Researcher, 32*(1), 9–13.

FIORENTINI, D.; MIOTTO M., M. R.; BEZERRA, R. C. (2019) APRESENTAÇÃO DOSSIÊ: Lesson Study em Matemática. *Educere et Educare*, *[S. l.]*, v. 14, n. 32, p. DOI: 10.17648/educare.v14i32.23708. Disponível em: https://e-revista.unioeste.br/index.php/educereeteducare/article/view/23708. Acesso em: 11 fev. 2022.

JANKVIST, U. T., et al (2021). What to Replicate? *Implementation and Replication Studies in Mathematics Education*, *1*(2), 141-153.

KIERAN, C., KRAINER, K., E SHAUGHNESSY, J. M. (2012). Linking research to practice: Teachers as key stakeholders in mathematics education research. In M. A. Clements, A. Bishop, C. Keitel, J. Kilpatrick, & F. Leung (Eds.), *Third International Handbook of Mathematics Education* Volume B (pp. 361–392). Springer.

KOICHU, B., PINTO, A. (2018). Developing Education Research Competencies in Mathematics Teachers Through TRAIL: Teacher-Research Alliance for Investigating Learning. *Can J Sci Math Techn* 18**,** p. 68–85.

KOICHU B. (2019) A Discursively Oriented Conceptualization of Mathematical Problem Solving. In: Felmer P., Liljedahl P., Koichu B. (eds) Problem Solving in Mathematics Instruction and Teacher Professional Development**.** *Research in Mathematics Education*. Springer, Cham.

KOICHU, B., AGUILAR, M.S. E MISFELDT, M. (2021). Implementation-related research in mathematics education: the search for identity. *ZDM Mathematics Education* 53, 975–989.

PINTO, A., KOICHU, B. (2021). Implementation of mathematics education research as crossing the boundary between disciplined inquiry and teacher inquiry. *ZDM Mathematics Education* 53**,** 1085–1096.

PREDIGER, S. (2019). Theorizing in Design Research: Methodological reflections on developing and connecting theory elements for language-responsive mathematics classrooms. *Advances of Research in Mathematics Education*, (15), p. 5–27.

RICHIT, A. PONTE, J.P. da, TOMKELSKI. (2019). Estudos de aula na formação de professores de matemática do ensino médio. *Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos.* v.100, n. 254.

WAGNER, J. (1997). The unavoidable intervention of educational research: A framework for reconsidering researcher-practitioner cooperation. *Educational Researcher*, 26(7), 13–22.

Constituição da identidade profissional docente de um coletivo de professores de matemática da rede pública em situações de pós-pandemia

Constitution of the teaching professional identity of a collective of mathematics teachers from the public network in post-pandemic situations

Constitución de la identidad profesional docente de un colectivo de profesores de matemáticas de la red pública en situaciones pos-pandemia

Karina Zolia Jacomelli Alves[441]
Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC
0000-0003-3833-5343

Regina Célia Grando[442]
Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC
0000-0002-2775-0819

Modalidade: Comunicação oral
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam Matemática

Resumo

O presente texto apresenta uma pesquisa de doutorado em andamento, que objetiva compreender o processo formativo de um grupo de professores de Matemática de uma rede pública municipal, no movimento de ensinar e aprender pós-pandemia. A partir disso, investiga-se como se dará o processo de constituição de identidade profissional desse grupo, em consonância com referenciais que tratam da identidade profissional docente, como, por exemplo, Marcelo (2009). Esta é uma pesquisa qualitativa, mais especificamente pesquisa narrativa. Apesar de estar em construção, com muitas perguntas ainda sem respostas, é possível identificar algumas características que marcam a identidade profissional do referido grupo neste momento, como o de lugar seguro, de acolhida, de compartilhamento de experiências, de estudo e de parceria.
Palavras-chave: Formação continuada de professores, Grupo colaborativo, Identidade profissional docente, Ensino e aprendizagem de Matemática, Pesquisa narrativa.

Abstract

This text presents an ongoing doctoral research, which intends tounderstandthe training process of a group of Mathematics teachers from municipal public schools, in the post-pandemic teaching and learning movement. Basedon this, it isinvestigated how the process of constituting the professional identity of this group will take place according to the references that deal with the professional identity of teachers, such as Marcelo (2009). This is a qualitative research, more specifically narrative research. Although this research isunder construction, with many

[441]kzjacomellialves@gmail.com
[442]regrando@yahoo.com.br

questions still unanswered, it is possibleto identify some characteristics that markthe professional identity of this groupat this time, such as a safe place and welcoming place to share experiences, studyand build partnership.
Keywords:Continuingteachereducation, Collaborativegroup, Teacher professional identity, Mathematicsteachingandlearning, Narrativeresearch.

Resumen

El presente texto presenta una investigación doctoral en curso, que tiene como objetivo comprender el proceso de formación de un grupo de profesores de matemáticas de una red pública municipal, en el movimiento de enseñanza y aprendizaje pospandemia. A partir de ello, investigamos cómo se dará el proceso de constitución de la identidad profesional de este grupo, en línea con referentes que tratan de la identidad profesional docente, como, por ejemplo, Marcelo (2009). Esta es una investigación cualitativa, más específicamente una investigación narrativa. A pesar de estar en construcción, con muchas preguntas aún sin respuesta, es posible identificar algunas características que marcan la identidad profesional de este grupo en este momento, como un lugar seguro, acogedor, compartir experiencias, estudiar y asociarse.
Palabras clave: Formación continua del profesorado, Grupo colaborativo, Identidad profesional docente, Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, Investigación narrativa.

Introdução

Como se dará o processo de constituição da identidade profissional docente do e no grupo composto por professores de Matemática da Rede Municipal de Ensino de Palhoça – RME, com o retorno das atividades presenciais e em situações de pós-pandemia? Entende-se por pós-pandemia a volta das aulas no formato100% presenciais.

Dessa problemática surgiu o projeto de tese, ainda em andamento, intitulado *Constituição da Identidade Profissional Docente de um grupo de professores de Matemática em situações de pós-pandemia*, cujo objetivo é compreender o processo formativo desses professores a partir da proposta de um trabalho de grupo na perspectiva coletiva, colaborativa e reflexiva, no movimento de ensinar e aprender pós-pandemia.

Em um processo formativo que se dá com os professores organizados em grupo, a identidade coletiva ou a identidade de grupo é constituída pelas identidades individuais. Essas, quando colocadas numa posição de colaboração, possibilitam a reconstrução da identidade profissional (CARDOSO; BATISTA; GRAÇA, 2016).

Além disso, conforme previa Bezerra em meio à crise sanitária em 2020, "nossa experiência como sujeitos, as normas de convivência social, as regras de uso do tempo, do espaço, dos objetos, a relação com a natureza, tudo isso [...]" (2020, p. 245) sofreu transformações profundas. Não somos mais os mesmos professores que éramos antes da pandemia da Covid 19. Paramos para pensar nisso? O professor que somos afeta na nossa eficácia e no nosso desenvolvimento profissional (COHEN, 2010 apud CARDOSO; BATISTA; GRAÇA, 2016).

A constituição da identidade profissional perpassa todo o processo formativo individual ou coletivo do professor. Este processo ocorre na escola, nos diferentes espaços profissionais ocupados pelos professores e tem através das experiências a contribuição para o desenvolvimento das suas competências (MARCELO, 2009b). Ainda, o desenvolvimento da identidade profissional é um processo evolutivo, de interpretação constante de si mesmo como pessoa inserida num determinado contexto e acontece no terreno do intersubjetivo. (MARCELO, 2009a).

Sendo assim, enquanto pesquisa, propõe-se convidar os professores a formarem um grupo de estudos a partir de 2022, numa perspectiva colaborativa, com intuito de desenvolver um processo formativo que contribua para a consciência, transformação e fortalecimento das identidades profissionais.

Na Portaria Nº 4/2018, que define as diretrizes para o cumprimento da jornada de trabalho dos profissionais de Educação, mais especificamente, no item 6.2 concernente à responsabilidade dos professores dos anos finais do Ensino Fundamental (6º ao 9º ano) no cumprimento da hora atividade, consta que o professor pode, na sua hora atividade, participar de atividades coletivas:

> c) Participar de grupos disciplinares e interdisciplinares, planejando ações pedagógicas visando a melhoria da aprendizagem dos alunos.
> e) Participar de atividades de estudos.
> (PALHOÇA, 2018, p. 5)

De acordo com a Portaria citada, para compor um grupo de estudos, os professores não precisam depender de uma convocação da Secretaria Municipal de Educação - SME. A escolha desses professores e da proposta de formar um grupo de estudos, não se deu por acaso visto que a pesquisadora, uma das autoras deste texto, além de atuar como professora assessora nessa rede de ensino, tem uma longa história com os demais professores efetivos de Matemática. Para conseguir entender esse projeto de pesquisa, se faz necessário compreender parte dessa história, mas antes vale ressaltar que os professores envolvidos não são os mesmos desde sempre, uma vez que esta é uma caminhada de 13 anos. Alguns deles se aposentaram e outros se efetivaram na RME.

Tudo começou no ano de 2009 quando a pesquisadora assumiu a função de professora assessora e passou a atuar no setor do Ensino Fundamental da Secretaria Municipal de Educação de Palhoça – SME. Uma das suas atribuições era ofertar e desenvolver encontros de formação continuada aos professores de Matemática que, por sua vez, eram convocados a participar dos mesmos.

No ano seguinte, 2010, a participação obrigatória desses professores nos encontros ofertados foi oficializada pela Lei complementar nº 97/2010 Art. 316 de Palhoça/SC. Esta descrevia que a concessão da progressão horizontal para os professores da RME se daria mediante cursos ministrados ou reconhecidos pela própria SME. Sendo assim, a presença deles nos encontros não acontecia de forma voluntária, fato que Hargreaves (1998) chama de colegialidade artificial e que faz com que a colaboração dos professores para com os seus pares, quando existentes, não aconteça por vontade deles (LOPES, 2017).

Nesse cenário inicialmente imposto, a pesquisadora buscou estratégias formativas na tentativa de criar um ambiente colaborativo, por acreditar que esses espaços são possíveis, ainda que a presença dos demais professores ocorresse por meio de convocação. Segundo sua percepção a partir do vivenciado nos anos de 2011 a 2016, essas estratégias deram certo, uma vez que os professores se mostraram ainda mais colaborativos, mesmo com a obrigatoriedade da presença.

Em 2017, a SME assumiu a formação continuada e passou a ofertar palestras a todos os professores, de todas as áreas, e ao mesmo tempo. Por conseguinte, os encontros em grupo com docentes de Matemática deixaram de acontecer. Em 2018 e 2019, os professores receberam uma demanda da SME: escrever a Base Curricular Municipal – BCM a partir da Base Nacional Comum Curricular – BNCC, currículo brasileiro. Essa solicitação de escrita exigiu mais uma vez uma mudança no processo formativo dos mesmos, que retornaram com os grupos de acordo com sua área do conhecimento e aos encontros para discussão. Desta vez, além da obrigatoriedade da participação, as demandas dos encontros eram prescritas pela SME, o que deixou ainda mais evidente a colegialidade artificial de Hargreaves (1998), conforme consta em Lopes (2017).

Percebeu-se nesta época um movimento contrário ao que estava sendo construído anteriormente, o qual foi reforçado no ano de 2020 devido à pandemia da COVID-19. Neste ano os encontros do grupo de professores de Matemática foram síncronos, através da plataforma *Google Meet*, e ocorreram com muita frequência. Todos trabalharam de forma colaborativa, mas as demandas eram novas, desafiadoras e o tempo não permitiu momentos de reflexão acerca dos trabalhos realizados.

Em 2021, na RME, as aulas aconteceram em três modalidades: remota emergencial nos primeiros meses de aula; híbrida (uma semana remota e outra presencial) para algumas turmas; e totalmente presencial para outras turmas. Todas elas ao mesmo tempo, gerando diferentes demandas em função de cada realidade e impossibilitando que os professores de Matemática pudessem estudar e trabalhar juntos novamente. Acreditamos no poder do coletivo e na colaboração, principalmente após esse contexto de pandemia em que os professores foram cercados por ansiedades e incertezas, pois é no contexto das práticas colaborativas que podemos esperar grandes potencialidades,

> já que nascem da interação entre pessoas, da partilha de conhecimento e de saber experiencial, da equidade na assunção de responsabilidades sobre os percursos da ação, proporcionando nesse processo a reconstrução do conhecimento e, espera-se, a mudança das práticas e o desenvolvimento (Alarcão e Canha 2013:51apud LOPES, 2017, p. 38)

No grupo de professores da Palhoça, em 2020, por exemplo, muitas perguntas sem respostas foram feitas: Quando isso tudo acabará? Como será que estão esses estudantes em casa, no isolamento? Até onde nossas estratégias com o ensino remoto emergencial estão realmente contribuindo com suas aprendizagens? Assim que as aulas presenciais forem retomadas, como estarão estes alunos emocional e cognitivamente? Algum dia tudo voltará ao normal? Qual será o nosso 'novo normal'?

Para esta pesquisa, consideramos importante focar nos referenciais que tratam da identidade profissional docente. Para tanto, nos atemos a Marcelo (2009a; 2009b), Cardoso, Batista e Graça (2016) e Morgado (2011), com a certeza da existência de muitos outros referenciais que discutem o mesmo tema. Além do olhar para a identidade profissional docente, temos consciência de que outros olhares se farão presentes e de que serão necessárias leituras periféricas para atender estas demandas. Neste caso, podem ser fundamentais outros referenciais que discursam, por exemplo, sobre o desenvolvimento profissional, o conhecimento e saberes docentes, o trabalho colaborativo e sobre o professor reflexivo e investigador.

Como metodologia, optou-se pela pesquisa qualitativa, mais especificamente pela pesquisa narrativa, uma vez que "o objeto de estudo da pesquisa narrativa são as histórias narradas" (SAHAGOFF, 2015, p. 2), sejam elas nos encontros do grupo de estudos ou nas entrevistas. A produção dos dados para a realização das análises é predominantemente descritiva e constitui-se tanto de forma oral como escrita. Quanto aos materiais orais, consideramos os registrados por meio de gravações de áudios e vídeos, e no que concerne à produção escrita, utilizamos os registros realizados a partir das narrativas de si, narrativas de aulas, entrevistas, planejamentos e as notas de campo da pesquisadora.

Na investigação narrativa, o pesquisador tem a tarefa de interpretar os materiais que foram produzidos a fim de criar um texto de pesquisa. Isto é, a análise narrativa ocorre “ao combinar dados e vozes, desenvolvendo uma trama ou uma história, e busca revelar as características únicas de cada caso, trazendo como resultado uma nova narrativa pela voz do pesquisador” (REISDOEFER; LIMA, 2021, p. 813), isso com a finalidade de articular sobre o que se propõe compreender.

Destacamos que o texto da pesquisa narrativa para Clandinin e Connelly (2015), segundo Reisdoefer e Lima (2021), caracteriza-se como um desafio, uma vez que se deve tomar o cuidado para superar as fronteiras formalistas e reducionistas no momento das análises. Dessa forma, “evitando o excesso de fragmentação que é comum nas pesquisas formalistas, ou buscando generalizações em demasia, que por vezes ocorrem nas pesquisas reducionistas” (REISDOEFER; LIMA, p. 815).

Sujeitos da pesquisa

O *lócus* de pesquisa escolhido para desenvolvimento do estudo é a formação continuada dos professores voluntários de Matemática da RME, a qual possui 13 escolas básicas e conta com 14 professores efetivos de Matemática – 7 homens e 7 mulheres. A pesquisadora está inserida no ambiente que vem sendo analisado e por meio da convivência com os seus pares, exercita as suas faculdades de escuta e observação na busca de entender como se dá esse movimento de constituição de identidade docente. Isso, em um processo formativo em construção que ocorre através de encontros quinzenais de estudos, sempre às terças-feiras, e cuja pauta revela elementos da identidade profissional docente. (DOURADO; RIBEIRO, 2021).

Os encontros se configuram como um espaço para conhecer demandas, traçar planos de ação, compartilhar vivências, refletir acerca dos resultados do trabalho realizado na sala de aula, dentre outras ações que surgirão dessa convivência e do trabalho colaborativo. Com esses momentos de grupo, busca-se inserir os professores em um contexto de aprendizagem para que também tenham a oportunidade de refletir sobre quem são, como atuam em sala de aula e o que gostariam de se tornar (CYRINO, 2017), de forma a fortalecer as suas identidades profissionais.

O encontro convite

O convite aos professores de matemática da RME foi realizado em um encontro que aconteceu no dia 8 de fevereiro de 2022, no qual compareceram 12 dos 14 professores. As duas professoras que não compareceram precisam conciliar o trabalho em duas redes de ensino diferentes e não possuem disponibilidade para participar dessa atividade de grupo.

Para realizar o convite foi preciso informar para aqueles que não sabiam, que a professora assessora havia sido aprovada no doutorado. Essa informação se fez necessária uma vez que seria apresentada a ideia de reconstruir o grupo que se desfez em 2021, e esse movimento seria utilizado na pesquisa e elaboração da tese. Dessa forma, seria possível olhar de forma intencional e fundamentada para a identidade desse grupo, principalmente no processo de sua constituição a partir do retorno às atividades no pós-pandemia.

Dos 12 professores que compareceram, 7 aceitaram compor esse grupo de estudos, sendo 3 mulheres e 4 homens. Os argumentos utilizados para justificar o interesse em participar de um grupo de estudos se voltavam para as conquistas que esses professores tiveram, a partir de momentos coletivos ao longo da sua história e por aquilo que a mesma representou para cada um deles. Para além disso, algumas falas mostravam o interesse pelo conhecimento, a vontade de fazer seus trabalhos cada vez melhor, de entender os processos de ensino e de aprendizagem, de poder partilhar suas preocupações, ideias e poder pensar juntos.

Os demais 5 dos 12 professores presentes no encontro, que se negaram a participar, também consideravam este movimento de estar junto muito importante. A maior motivação para declinar o convite foi a demanda de trabalho. Nos anos anteriores, as demandas que eram inicialmente apenas remotas e depois passaram a ser ao mesmo tempo remotas, híbridas e presenciais, foram surgindo sem que o professor tivesse tempo para pensar e traziam consigo a sensação de não dar conta do que era considerado o mais importante, a aprendizagem dos alunos. As condições de trabalho e as tarefas impostas desmotivaram o professor e foi possível perceber que esse sentimento ainda se faz muito presente.

Até a data da escrita deste texto, foram realizados 7 encontros do grupo. A participação tem sido flutuante. Há professores que vêm a um encontro e depois não retornam, ou se ausentam em algum. Mas, entendemos que essa irregularidade é uma marca do próprio grupo. A constituição de uma identidade coletiva perpassa pelas necessidades de cada um e pelos momentos em que cada professor se encontra dentro do seu próprio desenvolvimento profissional. Mesmo enfrentando problemas densos, novos para a maioria de nós, nem sempre o desejo e a necessidade de estar juntos podem ser contemplados. As condições de trabalho e devida se alteraram muito no pós-pandemia. As pessoas seguem adoecendo, parentes necessitando de atenção, há uma sobrecarga de trabalho, principalmente da professora mulher mãe. Ainda nos falta tempo.

Considerações finais – As inquietações

Assim como era esperado, os primeiros encontros foram dedicados ao compartilhamento de vivências e à identificação e reflexão de possíveis demandas a serem consideradas no trabalho de grupo. Os relatos dos professores anunciam surpresa diante dos comportamentos, atitudes e motivação dos estudantes com relação aos seus estudos, bem como preocupação com as suas aprendizagens diante das lacunas provocadas pelas aulas remotas emergenciais, com o cumprimento de um currículo que não conversa com a realidade, com as escolhas metodológicas, processo de avaliação, com situações que a escola não está preparada para atender.

Além das perguntas inicialmente feitas continuarem sem respostas, muitas outras questões estão surgindo: Como lidar com uma diversidade tão acentuada de novos comportamentos e atitudes dos estudantes em uma mesma sala de aula? Como atender às demandas cada vez maiores de alunos com deficiência que necessitam de uma atenção mais individualizada? Como atender as diferentes defasagens de aprendizagens? De que forma contemplar o currículo como a BC da RME de Palhoça, uma vez que parece impossível contemplá-lo na sua totalidade? Quais estratégias metodológicas precisam ser repensadas para motivar os estudantes a se engajarem nas atividades propostas? Qual o papel da tecnologia digital nesse novo contexto?

Diante do exposto, percebe-se que estamos escrevendo uma nova história nessa volta às aulas presenciais. Nunca, nós professores da geração atual, vivemos algo parecido e cada dia é um dia de aprendizagens. Precisamos mobilizar todos os nossos conhecimentos teóricos, experienciais, precisamos discutir essa nova realidade e o nosso fazer pedagógico. O professor que eu era antes da pandemia dá conta dessa nova realidade? Que características da minha identidade profissional precisam ser repensadas ou quais precisam começar a fazer parte desta para que se possa compreender e atender as novas demandas? Participar de um processo formativo cuja proposta é formar um grupo de estudos pode contribuir com essas reflexões? De qual identidade de grupo iremos nos constituir?

Habilidades vêm sendo exigidas no pós-pandemia. Dentre elas, a colaboração e a reflexão para fins de posicionamentos críticos, e as tomadas de decisão conscientes, intencionais, que são essenciais para lidar com essa nova realidade (NEVES, 2020). Nos momentos de grupo percebeu-se a necessidade de retomar os conteúdos dos anos anteriores, em virtude das lacunas de aprendizagens identificadas. Para tanto, e também enquanto grupo, assume-se a priorização do currículo escolar.

Enquanto identidade profissional, é possível perceber algumas mudanças do antes para o agora, no pós-pandemia. O olhar para as produções dos estudantes, por exemplo, sofreu alteração por parte dos professores, visto que os mesmos dizem estar mais tolerantes. Três situações relatadas pelos professores ilustram essa tolerância: considerar o erro como parte do processo, aceitar que o tempo do estudante nesse momento é diferente do que já foi e buscar uma conquista por vez, no que se refere a sua aprendizagem.

Os professores de Matemática que compõem o grupo vêm se mostrando fortalecidos por fazerem parte de um coletivo colaborativo e reflexivo. A constituição de um grupo de estudos pode levar tempo e, conforme Marcelo (2009a), sua identidade é algo que está em constante mudança e depende das identidades individuais. Apesar de identificadas algumas características que marcam a identidade desse grupo de professores de Matemática da Palhoça, como a de ser considerado um lugar seguro, de acolhida, de compartilhamento de experiências, de estudo e de parceria, até o momento, não se pode garantir que já se encontram consolidadas. Caberá na continuidade da tese em andamento, na interpretação e análise de novos dados, identificar se tais identidades se consolidaram ou não, bem como se outras se farão presentes.

Referências

Bezerra Jr, B. (2020). Subjetividade – Quem sabe, a hora de mudar de jogo? In: Neves, J. A. de C. (org.) O mundo pós-pandemia: reflexões sobre uma nova vida. 1. ed. pp. 245-254. Rio de Janeiro: Nova Fronteira.

Cardoso, M. I. S. T; Batista, P. M. F., Graça, A. B. S. (2016). A identidade do professor: desafios colocados pela globalização. Revista Brasileira de Educação. v. 21, n. 65, pp. 371-390, abr/jun.

Clandinin, D. J.; Connelly, F. M. (2015). Pesquisa narrativa: Experiência e História em Pesquisa Qualitativa. 2. ed. Uberlândia: EDUFU.

Cyrino, M.C.C.T. (2017). Identidade Profissional de (futuros) Professores que Ensinam Matemática. Perspectivas da Educação Matemática, v. 10, p. 699-712.

Dourado, S.; Ribeiro, E. (2021). Metodologia qualitativa e quantitativa. In: Magalhães Júnior, C.A. de O.; Batista, M.C. (Orgs.) *Metodologia da pesquisa em educação e ensino de ciências* – 1. ed. – Maringá, PR: Gráfica e Editora Massoni. p. 14-33.

Hargreaves, A. (1998). Os professores em tempos de mudança. O trabalho e a cultura dos professores na idade pós-moderna. Editora McGraw-Hill de Portugal, L.da Inspeção-Geral da Educação e Ciência (2016). Avaliação Externa das Escolas 2013- 2014 — Relatório. http://www.ige.min-edu.pt/upload/Relatorios/AEE_2013-2014_RELATORIO.pdf

Lopes, C. M. V. (2017) Trabalho colaborativo entre professores. Dissertação (Mestrado em Ciências da Educação). Faculdade de Ciências da Educação, Universidade Católica Portuguesa, Portugal. Disponível em: http://hdl.handle.net/10400.14/23831. Acesso em: 04/11/2021.

Marcelo, C. (2009a) A identidade docente: constantes e desafios. *Revista Brasileira de Pesquisa sobre Formação Docente*. Autêntica. v. 01, n. 01, p. 109-131, ago/dez. Disponível em: https://revformacaodocente.com.br/index.php/rbpfp/article/view/8/6. Acesso em: 27/11/2021.

Marcelo, C. (2009b). Desenvolvimento profissional docente: passado e futuro. *Sísifo, Revista de Ciências da Educação*, n. 08. p. 7-22, jan/abr. Disponível em: http://www.unitau.br/files/arquivos/category_1/MARCELO___Desenvolvimento_Profissional_Docente_passado_e_futuro_1386180263.pdf. Acesso em: 19/11/2021.

Morgado, J. C. (2011). Identidade e Profissionalidade docente: sentidos e (im)possibilidades. Ensaio: aval. pol. públ. Educ., Rio de Janeiro, v. 19, n. 73, p. 793-812, out./dez.

Neves, J. A. de C. (2020) O mundo pós-pandemia: reflexões sobre uma nova vida. 1. ed. pp. 245-254. Rio de Janeiro: Nova Fronteira.

Palhoça. (2010). Lei complementar nº 97, de 15 de dezembro de 2010. Dispõe sobre o novo estatuto, institui o novo plano de carreira dos profissionais da Educação Escolar Básica do município de Palhoça e determina as providências necessárias para sua plena eficácia. Palhoça: Prefeitura. Disponível em: http://leismunicipa.is/uaeic. Acesso em: 25/07/2022.

Palhoça. (2018). Portaria nº 4, de 11 de outubro de 2018. Diretrizes para o cumprimento da jornada de trabalho dos profissionais em Educação. Palhoça: Secretaria Municipal de Educação.

Palhoça. (2019). Base Curricular da Rede Municipal de Ensino de Palhoça. Palhoça (SC): Prefeitura de Palhoça. 765p. Disponível em: http://www1.palhoca.sc.gov.br/documentos/BaseCurricularPalhoca2020.pdf. Acesso em: 25/07/2022.

Reisdoefer, D. N.; Lima, V. M. R.(2021). A pesquisa narrativa como possibilidade metodológica no âmbito da formação docente. Rev. Diálogo Educ., Curitiba, v. 21, n. 69, p. 795-820, abr./jun. Disponível em: http://educa.fcc.org.br/pdf/de/v21n69/1981-416X-rde-21-69-795.pdf. Acesso em: 08/10/2022.

Sahagoff, A. P. (2015). Pesquisa narrativa: uma metodologia para compreender a experiência humana. XI Semana de Extensão, Pesquisa e Pós-Graduação - SEPesq. 10 a 23 de outubro de 2015. Disponível em: http://cienciasecognicao.org/cecnudcen/wp-content/uploads/2018/03/PESQUISA-NARRATIVA-UMA-METODOLOGIA.pdf. Acesso em: 07/10/2022.

A formação inicial de professores que ensinam Matemática a partir do modelo de alternância pedagógica

The initial training of teachers who teach Mathematics from the pedagogical alternation model

La formación inicial de los docentes que enseñan Matemáticas desde el modelo de alternancia pedagógica

Andressa Florcena Gama da Costa[443]
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS)
0000-0001-8402-7865

Maria Raquel Miotto Morelatti[444]
Universidade Estadual Paulista (UNESP)
0000-0001-5712-3237

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam Matemática

Resumo

Trata-se dos resultados de uma pesquisa de doutorado desenvolvida junto ao Programa de Pós-graduação em Educação da Universidade Estadual Paulista (Unesp), a respeito da formação inicial e início de carreira. A questão problema que acompanha a pesquisa relaciona o papel exercido pelo curso de licenciatura e instituição escolar na forma como professores de Pedagogia enfrentam os dilemas do início da carreira, sobretudo para ensinar Matemática. A antecipação das situações de prática de ensino, sob supervisão de professores e tutores, tem sido apontada como uma das estratégias que contribui para uma inserção menos traumática. A proposta de alternância pedagógica implica na articulação entre o conhecimento da academia com o conhecimento daqueles que estão na prática, sendo que, a formação inicial desempenha papel decisivo nesse processo. Participaram desta pesquisa 15 professores recém-formados em Pedagogia, de instituições públicas e privadas que estavam nos três primeiros anos de atuação, os quais responderam a questionários e participaram de entrevistas episódicas. Os resultados evidenciam o significado das ações formativas para aprendizagem da docência, sobretudo aquelas que rompem com a formação "para" a prática, em favor de um conhecimento profissional "na" e "da" prática. Observa-se ainda que existem importantes espaços para ocorrência desta alternância pedagógica. Apresentam-se aspectos da formação inicial que contribuíram para uma mudança gradual de conhecimentos e possibilidades de atuação dos iniciantes nas aulas de Matemática.

Palavras-chave: Formação inicial, início de carreira, professores que ensinam matemática.

Abstract

[443] andressa.fg.costa@ufms.br
[444] maria.raquel@unesp.br

These are the results of a doctoral research developed together with the Postgraduate Program in Education at the Universidade Estadual Paulista (Unesp), regarding initial and early career training. The problem question that accompanies the research relates the role played by the degree course and school institution in the way Pedagogy teachers face the dilemmas of the beginning of their career, especially when teaching Mathematics. The anticipation of teaching practice situations, under the supervision of teachers and tutors, has been identified as one of the strategies that contributes to a less traumatic insertion. The pedagogical alternation proposal implies the articulation between the knowledge of the academy with the knowledge of those who are in practice, and initial training plays a decisive role in this process. Participated in this research 15 recently graduated teachers in Pedagogy, from public and private institutions who were in the first three years of work, who answered questionnaires and participated in episodic interviews. The results show the meaning of training actions for teaching learning, especially those that break with training "for" practice, in favor of professional knowledge "in" and "of" practice. It is also observed that there are important spaces for the occurrence of this pedagogical alternation. Aspects of initial training that contributed to a gradual change in knowledge and possibilities for beginners in Mathematics classes are presented.

Keywords: Initial training, early career, teachers who teach mathematics.

Resumen

Estos son los resultados de una investigación de doctorado desarrollada junto al Programa de Posgrado en Educación de la Universidade Estadual Paulista (Unesp), sobre la formación inicial y temprana de la carrera. La pregunta problema que acompaña la investigación relaciona el papel que juega la carrera y la institución escolar en la forma en que los profesores de Pedagogía enfrentan los dilemas del início de su carrera, especialmente cuando enseñan matemáticas. La anticipación de situaciones de la práctica docente, bajo la supervisión de docentes y tutores, ha sido identificada como una de las estrategias que contribuye a una inserción menos traumática. La propuesta de alternancia pedagógica implica la articulación entre los saberes de la academia con los saberes de quienes están en la práctica, y la formación inicial juega un papel decisivo en este proceso. Participaron de esta investigación 15 profesores recién graduados en Pedagogía, de instituciones públicas y privadas que se encontraban en los primeros tres años de trabajo, quienes respondieron cuestionarios y participaron de entrevistas episódicas. Los resultados muestran el sentido de las acciones formativas para la enseñanza aprendizaje, especialmente aquellas que rompen con la formación "para" la práctica, en favor del saber profesional "en" y "de" la práctica. También se observa que existen espacios importantes para la ocurrencia de esta alternancia pedagógica. Se presentan aspectos de la formación inicial que contribuyeron a un cambio paulatino en los conocimientos y posibilidades de los principiantes en las clases de Matemáticas.

Palabras clave: Formación inicial, inicios de carrera, docentes que enseñan matemáticas.

Introdução

A história da formação de professores no Brasil, mais especificamente nos cursos de Pedagogia, retrata significativas mudanças desde 1835, data em que se instaura a primeira escola normal no Brasil. Desde então observaram-se mudanças nas exigências mínimas para atuação com crianças e mesmo a redefinição da identidade de tais cursos.

As mudanças caminharam para afirmação da docência como base para a formação do pedagogo. Assim, cada vez mais ocorre a ampliação dos estágios, a inserção de disciplinas de práticas, bem como a implementação de projetos para inserção do futuro professor na escola, tais como Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) ou ainda o Programa de Residência Pedagógica (PRP).

Do ponto de vista legal, há a determinação para o preparo e atuação na docência antes mesmo do licenciando chegar à sala de aula como professor iniciante. No estudo desenvolvido por Leite (2011) acerca do lugar das práticas pedagógicas nos cursos de Pedagogia e as mudanças na legislação, a autora ressalta em primeiro lugar que a preocupação em articular teoria e prática desde o início, ou pelo menos, desde a primeira metade do curso é devido a configuração da licenciatura enquanto campo para formação de professores e não de bacharéis como ocorria no esquema de formação cunhado de "3 + 1" (LEITE, 2011).

A discussão proposta, neste trabalho, compõe-se de parte dos resultados da tese de doutorado (FLORCENA, 2022) defendida pela primeira autora e orientada pela segunda. A motivação para pesquisa encontra respaldo no fato de que boa parte dos professores iniciantes constatam a ausência de saberes para lidar com algumas situações, percebendo problemas em sua formação frente à realidade escolar. Os dilemas enfrentados são conhecidos como "choque de realidade" e permeiam os primeiros anos de atuação (VEENMAN, 1984).

Entre as medidas legais, em vigência, adotadas para que se possa reformular o currículo das licenciaturas estão a Resolução CNE/CP Nº 2, de 20 de dezembro de 2019 (em implementação), revogando a anterior Resolução nº 2, de 1º de julho de 2015, que tratam das Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação inicial em nível superior (BRASIL, 2015).

Neste cenário de transição das políticas educacionais, ganha destaque a proposta de formação de professores que busca equilibrar os conhecimentos teóricos e práticos, tendo em vista romper com a formação para a prática (esquema 3 + 1) em favor de uma formação "na" e "pela" prática (SCHON, 1997). Nesse sentido, o objetivo deste trabalho converge em compreender as contribuições da formação inicial, sobretudo para professores em início de carreira que ensinam Matemática, que vivenciaram sua formação na vigência da Resolução nº 2, de 1º de julho de 2015, que agora está sendo extinta.

As possibilidades da formação inicial em relação ao preparo dos professores são muito maiores do que a literatura tem apresentado (TARDIF, 2005). Pesquisas como de Papi (2011) apresentam e debatem a ocorrência de práticas bem-sucedidas no início da docência, contrariando a lógica de que a prática dos professores iniciantes se constitui apenas de fracassos e despreparo.

Algumas pesquisas como a de Vasconcelos (2009) retratam que o “choque de realidade” e as dificuldades do início da carreira podem ser sentidas ainda durante o período da formação inicial, em atividades de inserção do acadêmico no espaço escolar, como os estágios e atividades de prática de ensino. A antecipação das situações de prática de ensino, sob supervisão de professores e tutores, contribuiu, segundo estas pesquisas, para uma inserção profissional menos traumática. Portanto, a formação inicial tem papel decisivo no enfrentamento das dificuldades do início de carreira.

A aprendizagem da docência segundo o modelo de alternância pedagógica

O conhecimento para ensinar envolve muito mais do que o período e o currículo da formação inicial, uma vez que o aprendizado da docência, como já afirmou Tardif (2005), se dá em diferentes contextos da vida pessoal e profissional. Nos primeiros anos de atuação manifestam-se tais aprendizagens antecedentes.

Todavia, os professores em início de carreira, mesmo diante da longa trajetória como estudantes, enfrentam dificuldades para realizar aquilo que pensam e sabem. Também não encontram, em geral, as condições favoráveis ao exercício da docência, vivenciando um “verdadeiro choque de realidade” (VEENMAN, 1984).

Além dos problemas já evidenciados sobre o início da carreira (VEENMAN, 1984; HUBERMAN, 1995), no caso específico dos professores formados em Pedagogia, somam-se na atualidade, a aversão à disciplina de Matemática, o desafio de ensinar aquilo que não aprenderam no currículo da Educação Básica e a fragilidade dos cursos de formação inicial quanto ao preparo para lecionar Matemática na Educação Infantil e anos iniciais (SANTOS; CÍRIACO, 2021).

O problema da formação de professores que ensinam Matemática, em início de carreira, coloca-se como desafio importante a ser considerado nos cursos de licenciatura. Ao realizar o levantamento da literatura (FLORCENA, 2022) constatou-se que os professores em início de carreira encontram dificuldades em transpor os conhecimentos que possuem em conhecimentos para ensinar, aumentando a fragmentação entre teoria e prática. Além disso, foi possível perceber que ainda são raras, pesquisas com professores iniciantes que ensinam Matemática na Educação Infantil e anos iniciais.

No contexto da formação inicial, a relação teoria e prática deve ser muito bem articulada. Embora seja preciso dimensionar os significados dos termos teoria e prática, pois todos os saberes têm ao mesmo tempo dimensões teóricas e práticas, como indicado por Ferry (2008)

Adotamos, assim, a mesma perspectiva de Ferry (2008), ao sugerir que a formação inicial de professores deve combinar simultaneamente a alternância entre os períodos de intervenção no campo escolar e reflexão na universidade, método cunhado pelo autor como Pedagogia da Alternância. O autor apresenta a proposta da seguinte maneira:

> [...] Primeiro hay cursos de perfeccionamiento sobre el conocimiento del medio docente donde los practicantes son observadores durante um certo tempo de las clases y del estabelecimento; después hay cursos de participación donde ya no son sólo observadores sino que toman a cargo uma serie de tarefas em la classe y en el estabelecimento controlados por el maestro formador; y después vienen los cursos que se llaman "en reposabilidad", y entonces se les confia uma classe durante três semanas, um mês y ejercen el oficio de docentes em ausência del maestro formador que no está presente y que no los controla. Em um sistema que se construye em la alternância com certa progresión (FERRY, 2008, p. 88-89).

Pode-se encontrar semelhanças, salvo as devidas proporções, entre a proposta da Pedagogia da Alternância e o modo de organização dos cursos de licenciatura, sobretudo se considerar os estágios e as disciplinas de práticas enquanto componente curricular. Posto que a carga horária dos cursos de licenciatura, nas Resoluções de 2015 e 2019, determinam que 800h das 3.200 horas mínimas dos cursos devem estar destinadas a situações de aprendizagem da prática profissional, ou seja, os estágios supervisionados (400h) e as práticas de ensino enquanto componente curricular (400h), ocupam um quarto das atividades obrigatórias nos cursos de formação de professores (BRASIL, 2015; BRASIL, 2019). Além disso, os acadêmicos têm tido contato com as escolas e os centros educacionais por meio dos chamados "estágios remunerados não-obrigatórios".

Estas experiências de imersão na escola representam a possibilidade do formando desempenhar tarefas docentes por períodos de um, dois ou até três anos que ultrapassam em muito a carga horária dos estágios supervisionados obrigatórios. Isso reforça a suposição de que existe tempo e espaço, no curso de licenciatura, para realização da proposta de alternância pedagógica.

Configuração teórico-metodológica da pesquisa

A investigação baseia-se nos pressupostos da abordagem qualitativa, pois tem relação direta com o campo teórico da formação de professores, assumida como referencial teórico. Para Diniz-Pereira (2013) a década de 1990 representa um marco pois, "[...] Os saberes escolares e os saberes docentes passaram, então, a se constituir em relevante objeto de pesquisa no Brasil" (DINIZ-PEREIRA, 2013, p. 148).

Essa valorização da prática do professor em sala de aula, como local de produção de saberes permite que a epistemologia da prática (SCHON, 1997) seja utilizada enquanto abordagem investigativa. Como ressaltado por Diniz-Pereira (2013) surgem novas questões, do tipo: "como nos tornamos educadores (as)?" ao invés de propor "como formar o professor?"

Levando em conta as características do objeto de estudo realizou-se o convite para professores em início de carreira que pudessem retratar seu percurso formativo, sobretudo nas atividades de imersão escolar (FLICK, 2003).

A entrevista episódica possui conceitos subjacentes à psicologia narrativa, que discute a estrutura narrativa do conhecimento e da experiência. Ao mesmo tempo em que narra episódios de sua vida, é possível, nesta abordagem, o uso de perguntas mais específicas (FLICK, 2003).

Tal estratégia desempenhou grande importância na identificação de saberes matemáticos antes e após a formação inicial, assim como na compreensão da importância das situações de prática de ensino para aprendizagem da docência.

Aceitaram participar da pesquisa 15 professoras, em início de carreira, formadas em cursos de Pedagogia de instituições públicas e privadas. Ao responderem os questionários 05 delas ainda foram convidadas para realização de entrevistas episódicas, para conclusão da pesquisa (FLORCENA, 2022).

Resultados

As informações indicam que dentre as 15 participantes, 13 foram formadas em instituições públicas (cursos presenciais) e apenas 02 em instituições privadas (cursos à distância).

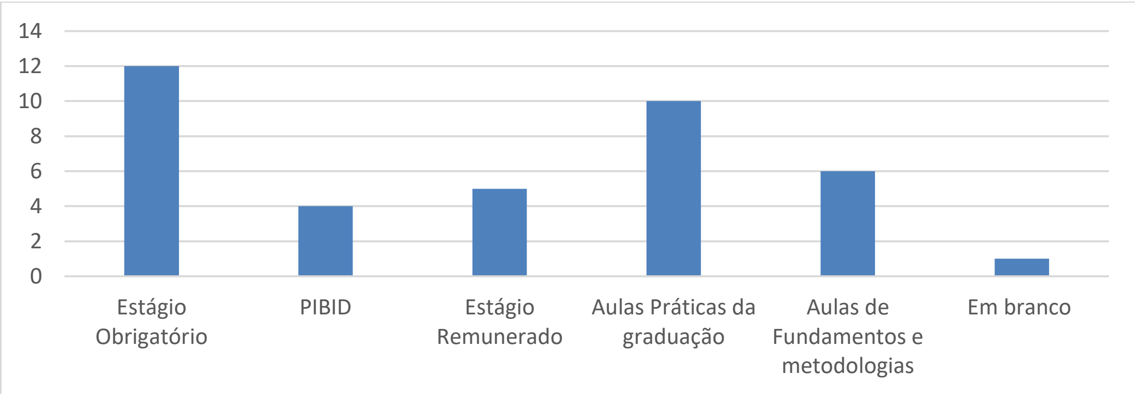
O curso de Pedagogia pôde ser parcialmente caracterizado pelo questionário, que indicou a modalidade do curso realizado pelos iniciantes (presencial ou à distância) e as atividades extracurriculares ofertadas. Ainda foi possível apontar as atividades consideradas mais significativas para aprendizagem da docência, tendo em vista o ingresso na profissão.

Notabiliza-se a importância da licenciatura oportunizar algumas experiências fora do contexto das disciplinas obrigatórias, visto que dentre as 15 professoras que responderam aos questionários apenas 02 não realizaram nenhuma atividade de enriquecimento curricular.

No questionário foram indicadas várias atividades de enriquecimento curricular tais como: Programa de Iniciação Científica (PIBIC), Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID), Cursos de Extensão, Grupos de Estudos e Pesquisas, estágio remunerado ou ainda participação como bolsistas em projetos diversos.

Figura 1.

Gráfico das atividades formativas consideradas importantes para aprendizagem da docência



Fonte: Elaborado pelas autoras (2022).

No que diz respeito às atividades mais citadas que contribuem para a aprendizagem da docência, compareceram atividades ou disciplinas obrigatórias dos cursos e de enriquecimento (de natureza optativa).

Dentre as atividades obrigatórias do curso foram citadas em maior frequência o estágio obrigatório (12), as disciplinas com componente de prática (10) e as aulas de fundamentos e metodologias (06). Por outro lado, o estágio remunerado (05) e o PIBID (04) também foram citados, mesmo situando-se como atividades extracurriculares.

Considerando as atividades complementares dos cursos, vale mencionar que dentre as 07 pessoas que exerceram estágio remunerado, 05 citaram a experiência como significativa e, das 05 pessoas que participaram do PIBID, 04 citaram como importante contribuição à formação inicial.

Pelas informações levantadas em nosso questionário urge refletir sobre o que ocorre para que as experiências vividas em grupos de estudos/pesquisas (07) indicações e na iniciação científica (02) indicações, por exemplo, não sejam mencionadas pelas egressas como atividades importantes na formação para docência. Afinal há muito se defende a unidade de teoria e prática.

Nesse ponto, retomaremos a discussão levantada por Ferry (2008) ao reconhecer a necessidade da Pedagogia da Alternância. Nessa abordagem o que se visa é articular o currículo prescrito da formação inicial com as aprendizagens subjetivas, não-sistematizadas e informais de tal forma que seja possível teorizar a prática e praticar a teoria.

Dentre as 15 iniciantes, 09 realizaram simultaneamente estágio obrigatório, estágio remunerado e/ou PIBID. As 09 professoras foram unânimes na percepção que cada uma destas atividades tem lógica de funcionamento e produzem aprendizagens diferentes, embora o contexto de atuação seja o mesmo, a escola com a supervisão de outros profissionais mais experientes.

Durante o PIBID procuramos executar um plano e seguir uma metodologia conforme o planejado, durante o estágio remunerado isso não pode ser feito devido as regras da instituição que muitas vezes nos impede de executar o trabalho conforme somos preparados (PROFESSORA 8).

O suporte do PIBD baseado nas pesquisas dá uma base maior (PROFESSORA 6).

O que pude perceber nos estágios obrigatórios é o incômodo dos docentes quanto a nossa presença em sala. Já nas demais modalidades já somos vistos como parceiros. Meus estágios obrigatórios não me acrescentaram muitas experiências positivas (PROFESSORA 11).

Os depoimentos das professoras iniciantes 6, 8 e 11 evidenciam certas rupturas quanto aos vínculos da Universidade e a escola. A imersão do acadêmico em ambiente escolar deve ser acordada, monitorada e orientada tanto pelo professor da escola como pelo professor supervisor da Universidade. Prevendo ainda, o estudo do contexto de atuação, planejamento das ações de intervenção, acompanhamento e avaliação posteriores, favorecendo uma percepção e valorização desta como atividade verdadeiramente formativa, tal como ocorre no PIBID, segundo a percepção das egressas.

Uma das iniciantes chamou atenção em seu depoimento por participar, ao longo do curso, de quatro experiências significativas à formação, sendo PIBID, estágio obrigatório, estágio remunerado e PIBIC, ao que ela relata o seguinte:

Cada experiência vivida possibilitou conhecimentos diferentes e práticas. PIBID: como participei no 1° ano da graduação, foi de grande importância adquirir os conhecimentos práticos relacionando com os teóricos. O estágio obrigatório aprendi lidar muito com questões burocráticas e diversidade cultural na escola pública em todos aspectos, tanto de conhecimentos, relações sociais, etc. No PIBIC obtive grande experiência intelectual. Acredito que muito do que realizo hoje na minha prática docente, foi possibilitado pelo crescimento que obtive durante a pesquisa (último ano de graduação) (PROFESSORA 14).

Este excerto evidencia que, ao refletir sobre seu percurso formativo, a professora recém-formada rememorou a importância da pesquisa e investigação científica para o trabalho que desenvolve na escola enquanto professora iniciante.

A respeito do lugar da Matemática nas atividades de imersão na escola, identificou-se que as aulas de Matemática, acompanhadas nas observações de estágio, ainda se apresentam no modelo clássico de ensino, distante das orientações das pesquisas em Educação Matemática, como no depoimento a seguir "*[...] no início eu via nos estágios, [...] nas salas de aulas que eu observava também e infelizmente a matemática é assim, [...] quarto e quinto ano o que eu via era uma representação nas escolas públicas, nos meus estágios parece aquilo que eu aprendi, sabe?"* (PROFESSORA 14).

Boa parte das professoras iniciantes manifesta desacordo com as práticas vivenciadas enquanto estudantes da Educação Básica e até mesmo àquelas práticas mais conservadoras observadas nos estágios. Assim, afirmam que constituíram suas práticas a partir das orientações recebidas na formação inicial, tal como se apresenta neste depoimento: *"[...] as demais disciplinas [referindo-se a graduação] também traziam muito conceito, né? Por isso que às vezes a gente ficava assim ó, "Como que eu vou ensinar agora né?" Na matemática não. Já teve bastante relação com a prática" (PROFESSORA 14).*

A estratégia de aumentar a carga horária nas matrizes curriculares para contemplar atividades de cunho prático, embora importante, não é condição suficiente para melhoria da qualidade da formação pretendida, pois ainda é preciso melhor organizar a alternância.

*[...] **Professora 2:** Olha eu acho que o estágio ele é muito pouco ainda pra aplicar na Matemática. [...] E teria que ter um pouquinho mais do aluno, e vamos dizer assim, o aluno de Pedagogia protagonizando, dando a aula. Sendo regente mesmo.*

***Professora 7:** [...] Eu acho que os estágios foram os que mais contribuíram [...] Prática de fato, sala de aula, PIBID, estágio, nossa contribuiu muito, muito, muito. E além disso, todos os meus projetos de estágio são voltados pra Matemática.*

***Professora 4**: Então, eu não vejo que a graduação deixou nada a desejar. [...] Eu aprendi coisas que até hoje eu aplico, eu tenho ideias a partir de coisas que eu aprendi lá [...] A graduação, [...] foi um divisor de águas assim, ó, odeio matemática, ó, gosto de matemática. Dá para ensinar com sentido para as crianças.*

A Matemática esteve quase ausente nas atividades de estágio e de imersão na escola, com exceção do depoimento da professora 7. Assim, existem desafios quanto a organização desse tipo de atividade, levando em conta que seu papel é garantir a unidade teoria e prática envolvendo os diversos componentes disciplinares.

Considerações finais

A importância formativa das experiências de imersão na escola ou na investigação de práticas pedagógicas, pode ser dimensionada pelos depoimentos das professoras que participaram de atividades extracurriculares, pois em suas condutas demonstraram aproximação aos princípios da pesquisa, a investigação sobre a prática, no caso da professora 14 que cursou PIBID, PIBIC e estágio remunerado. Outras professoras argumentam que tais atividades permitiram antecipar alguns desafios próprios do início da carreira, como mencionado pelas professoras 4 e 7, que vivenciaram no estágio o choque de realidade (VEENMAN, 1984).

Isso reforça nossa suposição de que a formação inicial organizada a partir dos pressupostos da alternância pedagógica tornam o futuro professor protagonista na construção e investigação dos saberes profissionais.

Observou-se, ainda, tanto pelo questionário quanto pelas entrevistas episódicas, que os momentos de formação com textos científicos e as atividades de cunho prático são percebidas como dimensões separadas, contrariando a lógica de que o espaço do estágio e as atividades de prática de ensino seriam, em tese, situações privilegiadas para constituição da práxis. Este também é um ponto a ser observado na formação que ocorre nos cursos de licenciatura em geral.

Ainda que as iniciantes tenham explicitado críticas sobre a necessidade de melhorar a articulação de teoria e prática nos cursos e sobre o contato com as escolas e seus professores supervisores, é notável entre todas professoras a tentativa de explicitar que os contextos formativos, seja na escola ou universidade, seja nos estágios, atividades práticas, ou outros, devem articular teoria e prática, favorecendo uma atuação enquanto “práxis” em que a teoria seja praticada e a prática, seja teorizada. Contudo, ficou evidente a ausência de atividades como o PIBID, PIBIC, por exemplo, no currículo daquelas acadêmicas formadas em cursos a distância.

Na perspectiva da alternância (FERRY, 2008) ocorrem vínculos entre escolas e universidade, os quais auxiliam os professores da Educação Básica a atuar enquanto formadores de futuros professores. Nesse modelo, ainda se desenvolvem diagnósticos, planejamentos e avaliações das intervenções realizadas nas escolas pelos aprendizes da docência. Parece urgente a necessidade de que atividades como grupos de pesquisa e iniciação científica sejam vistas como atividades preparatórias do professor, e não apenas como atividades para preparo de pesquisadores.

Referências

BRASIL. Conselho Nacional de Educação. **Define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação inicial em nível superior** (cursos de licenciatura, cursos de formação pedagógica para graduados e cursos de segunda licenciatura) e para a formação continuada. Resolução CNE/CP n. 02/2015, 02 de julho de 2015.

BRASIL. Resolução CNE/CP nº 02/2019. Define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial de Professores para a Educação Básica e institui a Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica (BNC-Formação). Aprovada em 20 de dezembro de 2019. Brasília: MEC, 2019.

DINIZ-PEREIRA, Júlio Emílio. A construção do campo da pesquisa sobre a formação de professores. **Revista da FAEEBA** – Educação e Contemporaneidade, Salvador, v. 22, n. 40, p. 145-154, jul./dez., 2013.

FERRY, G. Acerca del concepto de formación e Los modelos de la formación. **Pedagogia de la formación**. Buenos Aires: Centro de Publicaciones Educatias y Material Didáctico, 2008.

FLICK, Uwe. Desenho da pesquisa qualitativa. Porto Alegre: Artmed, 2009.

FLORCENA, Andressa. **Desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática**: implicações da formação inicial e do início da carreira. 2022. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" UNESP, Presidente Prudente, 2022. Disponível em: https://repositorio.unesp.br/handle/11449/234638. Acesso em: 23 Jul. 2022.

HUBERMAN, M. O ciclo de vida profissional dos professores. In: NÓVOA, A. (Org.). **Vidas de professores.** 2. ed. Portugal: Porto Editora, 1995. p. 31-61.

LEITE, Yoshi Ussami Ferrari. **O lugar das práticas pedagógicas na formação inicial de professores**. São Paulo: Cultura acadêmica, 2011.

PAPI, Silmara de Oliveira Gomes. **Professoras iniciantes bem sucedidas**: um estudo sobre seu desenvolvimento profissional. 2011. Tese (Doutorado em Educação) –Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Curitiba, 2011.

SANTOS, Cícero Augusto dos; CIRÍACO, Klinger Teodoro. O que dizem as ementas das disciplinas relacionadas à Matemática em cursos de Pedagogia de instituições públicas do estado de São Paulo. **Revista de Educação em Ciências e Tecnologia – ALEXANDRIA**, v. 14, n. 1, p. 349-365, 2021.

SCHON, a. s. Formar professores como profissionais reflexivos. In.: NÓVOA, A. (org.) **Os professores e sua formação**. Lisboa. Dom Quixote, 1997. p. 73-90.

TARDIF, Maurice. **Saberes docentes e formação profissional.** 5. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2005.

VASCONCELLOS, Mônica. **Formação docente e entrada na carreira:** uma análise dos saberes mobilizados pelos professores que ensinam matemática nos anos iniciais. 2009. 206f. Tese (Doutorado em Educação), UFMS, Campo Grande.

VEENMAN, S. Perceived Problems of Beginning Teachers. **Review of Educational Research**, Catholic University of Nijmegen, 1984, Vol. 54, nº 2, pp. 154-155.

Labor Conjunto Remoto em uma formação continuada de professores: desafios e novas possibilidades

Remote Joint Labor in a continuing teacher education: challenges and new possibilities

Labor Conjunto Remoto en la formación continua del profesorado: retos y nuevas posibilidades

Jadilson Ramos de Almeida[445]
UFRPE
0000-0003-3707-4807

Juliana Martins[446]
0000-0002-4491-4897

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam matemática

Resumo

Neste trabalho apresentamos um relato de como estruturou-se o labor conjunto remoto a partir de uma experiência vivenciada com professores dos anos iniciais em uma formação continuada fundamentada na Teoria da Objetivação (TO) com foco no ensino da álgebra. Devido a pandemia provocada pelo vírus da Covid-19, foi necessário repensar a educação e suas formas de trabalho, assim surgiram outras possibilidades de ensino e, desde então, muito se reflete sobre seus desdobramentos. O labor conjunto remoto é fruto desse novo contexto, assim, nesse texto temos o objetivo de apresentar sua construção enquanto caminho metodológico para formações continuadas, discutir sobre as principais dificuldades de sua execução e refletir sobre possibilidades de melhoria. Inicialmente fazemos um breve comentário sobre a TO, com destaque aos conceitos de atividade, atividade de ensino e aprendizagem e labor conjunto conforme foram concebidos para contextos de ensino presencial. Na sequência apresentamos a formação realizada entre abril e setembro de 2021 e como a partir dela surge a ideia de labor conjunto remoto, suas etapas e a vivência do trabalho. Ao fim do texto realizamos uma breve análise dos resultados dessa proposta metodológica a partir da experiência vivenciada, tecendo considerações sobre os obstáculos e possibilidades de refinamento da ideia.

Palavras-chave: Álgebra nos anos iniciais, Formação continuada de professores, Labor conjunto remoto, Teoria da Objetivação.

Abstract

In this paper we present a report of how the remote joint labor was structured from an experience with teachers of the early years in a continuing education based on the Theory of Objectification (TO) focused on the teaching of algebra. Due to the pandemic caused by the Covid-19 virus, it

[445] jadilson.almeida@ufrpe.br
[446] juliana.martins2@ufrpe.br

was necessary to rethink education and its ways of working. The remote joint labor is a result of this new context, so, in this text, we have the goal of presenting its construction as a methodological path for continuing education, discussing the main difficulties in its implementation and reflecting on possibilities of improvement. Initially, we make a brief comment about TO, highlighting the concepts of activity, teaching and learning activity, and joint labor as they were conceived to (?) face-to-face teaching contexts. Next, we present the training carried out between April and September 2021, and how the idea of remote joint labor emerged from it, its stages and the experience of the work. At the end of the text, we will briefly analyze the results of this methodological proposal based on the experience, making considerations about the obstacles and possibilities of refining the idea.

Keywords: Algebra in the early years, Continuing teacher education, Remote joint labor, Theory of objectification.

Resumen

En este trabajo presentamos un informe de cómo se estructuró el labor conjunto remoto a partir de una experiencia con profesores de los primeros años en una formación continua basada en la Teoría de la Objetivación (TO) con un enfoque en la enseñanza del álgebra. Debido a la pandemia provocada por el virus Covid-19, fue necesario replantear la educación y sus formas de trabajo, por lo que surgieron otras posibilidades de enseñanza y, desde entonces, se ha reflexionado mucho sobre sus desarrollos. El labor conjunto remoto es el resultado de este nuevo contexto, por lo que en este texto pretendemos presentar su construcción como vía metodológica para la formación continua, discutir las principales dificultades de su implantación y reflexionar sobre las posibilidades de mejora. Inicialmente hacemos un breve comentario sobre el TO, con énfasis en los conceptos de actividad, actividad de enseñanza y aprendizaje y trabajo conjunto, tal como fueron concebidos para contextos de enseñanza en el aula. A continuación, presentamos la formación realizada entre abril y septiembre de 2021 y cómo surgió la idea del labor conjunto remoto, sus etapas y la experiencia del trabajo. Al final del texto, realizamos un breve análisis de los resultados de esta propuesta metodológica a partir de la experiencia, haciendo consideraciones sobre los obstáculos y posibilidades de perfeccionamiento de la idea.

Palabras clave: Álgebra en los primeros años, Formación continua del profesorado, Labor conjunta remoto, Teoría de la objetivación.

Introdução

O texto aqui apresentado contém uma proposição de labor conjunto remoto idealizada a partir de um projeto de formação continuada de professores que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental, cujas atividades ocorreram no formato remoto. Tomando essa formação como exemplo, foi possível verificar que os conceitos propostos pela Teoria da Objetivação (TO), em relação à atividade e, em específico, à vivência de atividades de ensino-aprendizagem, podem também ser executados no formato remoto, possibilitando a proposição da ideia de labor conjunto remoto.

Nas seções seguintes serão discutidos aspectos da TO, um panorama geral sobre a formação em questão e o modelo de labor conjunto remoto gerado a partir dela. Por fim, seguem algumas considerações a respeito dos principais desafios e novas possibilidades de trabalho com o labor conjunto remoto.

Breve comentário sobre a Teoria da Objetivação (TO) e alguns de seus conceitos

Nos últimos anos a TO tem ganhado espaço entre as pesquisas em educação matemática no Brasil. Trata-se de uma teoria histórico-cultural que vem sendo elaborada pelo professor Luis Radford (Laurentian University/Canadá) e, se baseia nos trabalhos de Friedrich Hegel, Karl Marx, Ilyenkov, Mikhailov, Vygotsky, Leontiev, Paulo Freire e outros.

Para a TO o ensino e a aprendizagem constituem um único processo, e neste estão relacionadas às dimensões do *saber* e do *ser* (RADFORD, 2017a, 2020, 2021). O *saber* é definido como pura potencialidade, como “um sistema codificado de processos corporais, sensíveis e materiais de ação e reflexão, constituídos histórica e culturalmente” (RADFORD, 2017a, p. 101). O *saber* é colocado em movimento em uma *atividade* (momento em que acontece o *labor conjunto*), podendo ser materializado. Na materialização ocorre a atualização do saber, que é o que Radford (2017a, 2020, 2021) concebe por *conhecimento*.

Na atividade os indivíduos trabalham juntos (laboram juntos) em prol de uma *obra comum*, como chamou Hegel (2001). Ao trabalharem em conjunto são coproduzidos enquanto sujeitos, isto é, a dimensão do *ser* é afetada. Radford (2021, p. 114) afirma que “a aprendizagem é um encontro contínuo e tenso de transformação dialética mútua entre um mundo cultural, ou seja, um mundo cultural que transcende o indivíduo como um indivíduo único, e indivíduos únicos que se encontram”. Nesse tenso encontro entre os indivíduos e os saberes, as dimensões do ser e do saber modificam-se e, essas mudanças podem ser observadas por meio dos *processos de objetivação e de subjetivação*.

A atividade é a categoria principal da TO, uma vez que ela “aparece como a unidade mínima que reproduz a sociedade como um todo. Repousa sobre uma concepção específica de indivíduos como seres naturais de necessidades” (RADFORD, 2015, p. 553). Considerando o contexto escolar, é na atividade que a aprendizagem acontece, logo, em uma sala de aula, é fundamental que professores e alunos se envolvam em um labor conjunto.

Cabe destacar que o conceito de atividade assumido na TO é algo que vai além das pessoas interagirem com o propósito de fazer algo, ou, apenas se ocupar com algo, como indicam algumas "concepções usuais que a reduzem a uma série de ações que um indivíduo realiza para atingir seu objetivo" (RADFORD, 2020, p. 22-23). A atividade constitui um sistema dinâmico orientado para a satisfação das necessidades coletivas, conforme as ideias de Marx (1998) e de Leontiev (1983).

Tendo em vista que o conceito de atividade pode ser aplicado a qualquer situação em que indivíduos trabalhem conjuntamente em prol de uma necessidade coletiva, Radford (2015, 2021) propõe dois conceitos para caracterizar essa ação no contexto de uma sala de aula: *atividade de ensino-aprendizagem* (AEA) e *labor conjunto*.

A AEA é caracterizada pelo esforço conjunto entre professor e alunos na busca de materializar determinado *saber*, em outras palavras, é "um evento criado por uma busca com outros para a solução de um problema: uma busca que é, ao mesmo tempo, cognitiva, sensível, material, emocional e ética" (RADFORD, 2021, p. 122).

Para Radford (2021) a aprendizagem é considerada como um processo que ocorre "dentro do espaço criado pela atividade de ensino-aprendizagem que transforma o saber em conhecimento" (p. 112).

Uma AEA é composta por dois momentos: o 1º é o planejamento do professor e o 2º é a vivência da atividade planejada na sala de aula (fase denominada de labor conjunto).

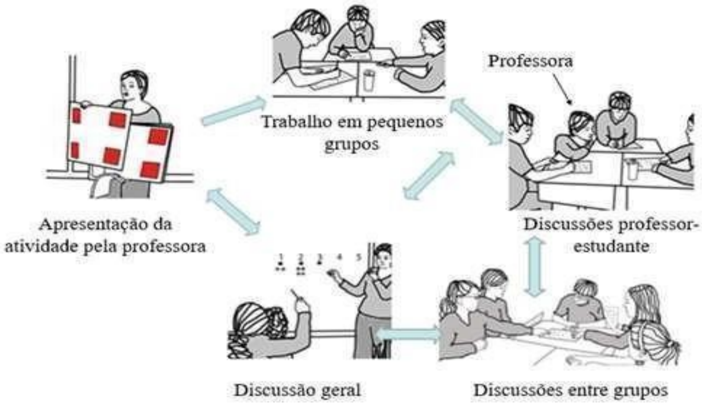
O planejamento (1º momento) da AEA assume a seguinte estrutura: Objeto de saber => Objetivo => Tarefa. Primeiramente é selecionado um objeto de saber (de acordo com o projeto didático do professor), depois define-se um ou mais objetivos que para serem atingidos necessitam de uma ou mais tarefas específicas. Radford (2021, p. 179) indica que "em geral, uma tarefa consiste em uma série de problemas que, por sua vez, levam à formulação de perguntas e/ou à proposições de ações".

O labor conjunto (2º momento) da AEA, é caracterizado como um tipo específico de atividade, caracterizada pela intenção de ensinar algo. Nesse sentido, para Radford (2020, 2021) o labor conjunto aparece na sala de aula como a vivência de uma AEA planejada pelo professor, em que as interações entre os sujeitos assumem um formato específico.

Como a atividade, a AEA constitui um sistema dinâmico e complexo. Ao planejar e vivenciar uma AEA normalmente observamos ou identificamos "momentos" ou "fases", como observados na figura a seguir:

Figura 1.

Fases do labor conjunto (RADFORD, 2020, p. 30)



Com as fases do labor conjunto é possível que diversas ideias sejam postas em evidência, ou seja, cada estudante e professor(a), ou grupo, contará da sua própria experiência com a tarefa proposta, trazendo sua dimensão social e cultural para o processo de aprendizagem.

No primeiro momento ocorre a apresentação, por parte do professor, de uma situação a ser debatida, que pode ser um texto, um problema matemático, etc. Após a apresentação da situação os estudantes se debruçam sobre ela em pequenos grupos refletindo coletivamente; o professor percorre pelos pequenos grupos com o objetivo de participar efetivamente das discussões realizadas entre os estudantes do grupo; em seguida acontece discussões entre os pequenos grupos organizados dois a dois; por fim, temos uma discussão geral realizada entre todos os grupos e o professor.

Assim como proposto no esquema da Figura 1, em que as setas que ligam uma ação a outra são bidirecionais, o caminho proposto na realização da atividade não seguirá, necessariamente, essa lógica linear, podendo ocorrer voltas e saltos de fases. Além disso, apesar de apresentar cinco "momentos" na composição do labor conjunto, isso não significa que esse esquema seja rígido, que ele só acontece se aparecer todos os momentos. Não é isso que caracteriza o labor conjunto. O que o caracteriza é a discussão coletiva, em que os estudantes, entre pares e/ou com o professor, trabalham conjuntamente, ombro a ombro, tendo lugar de fala, escutando e respeitando a opinião do colega, sendo solidário com o outro, se colocando no lugar do outro (RADFORD, 2017a, 2017b, 2020, 2021).

As diversas interações sempre devem estar pautadas na responsabilidade, compromisso e cuidado com o outro. Esses pontos são denominados por Radford (2020, 2021) como ética comunitária e devem surgir no decorrer da prática.

Os princípios da TO e os conceitos apresentados acima fundamentam a ideia do labor conjunto remoto como orientação metodológica para uma formação continuada de professores que ensinam matemática nos anos iniciais ocorrida no ano de 2021.

Na próxima seção traremos detalhes sobre a formação já realizada e a ideia de labor conjunto remoto que se originou a partir dela.

Outro modo de pensar o Labor Conjunto a partir de uma formação continuada

A TO concebe a ideia de labor conjunto em um cenário presencial, contudo, devido ao contexto vivido com a pandemia provocada pelo Covid-19, novas formas de trabalho foram pensadas e realizadas. Nesse cenário, o Al-Jabr (Grupo de pesquisa em História, Epistemologia e Didática da Álgebra) da UFRPE, desenvolveu a formação intitulada: *Conhecimento Didático acerca da álgebra: um projeto de formação continuada à luz da teoria da objetivação,* com o apoio da SBEM (Sociedade Brasileira de Educação Matemática) e da FACEPE (Fundação de Amparo à Ciência e Tecnologia do Estado de Pernambuco).

Muitos questionamentos vieram à tona durante o planejamento da formação. Como se materializa um labor conjunto para a formação continuada de professores em um formato remoto? Em que os sujeitos de carne e osso, com seus sentimentos, emoções e vontades não conseguem se encontrar fisicamente? É o que tentaremos responder nessa seção. Na vivência de uma AEA para a formação continuada, os professores e os formadores trabalham ora de forma individual, porém, não solitários, ora em pequenos grupos (PG), ora em grande grupo (GG) (ALMEIDA; MARTINS, 2022).

A formação ocorreu entre os meses de abril a setembro de 2021, integralmente no modo on line[447]. Foi dividida em 10 momentos de encontros síncronos com o GG (formado por todos os participantes do projeto, professores e formadores), intercalados por mais 10 encontros síncronos dos PG (formado por três ou quatro professores mais um ou dois formadores).

[447] Todos os encontros do GG e dos PG foram gravados com consentimento dos professores e formadores.

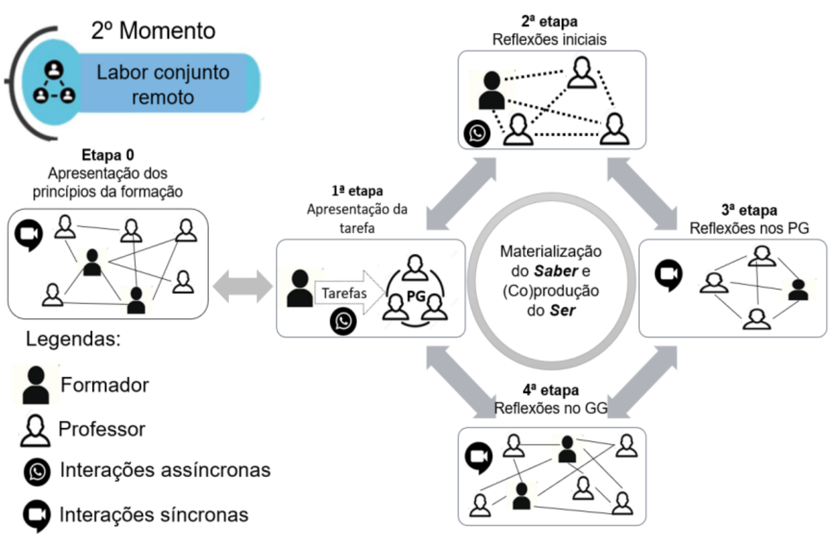
Os encontros síncronos eram realizados via google meet. Também foram criados grupos no aplicativo de mensagens WhatsApp para que cada PG pudesse interagir e dialogar sobre a AEA que seria discutida no encontro seguinte do GG.

O conteúdo dos encontros era previamente discutido pela equipe formadora que trabalhava em conjunto para a elaboração da AEA de cada encontro. Geralmente a AEA previa a leitura de um texto seguido pela reflexão acerca de tarefas propostas.

No diagrama abaixo mostramos um esquema generalizado do labor conjunto remoto vivenciado a partir da formação mencionada.

Figura 2.

Labor conjunto remoto (ALMEIDA; MARTINS, 2022, p. 119)



O primeiro momento consiste em um encontro realizado no início da formação, chamado de etapa 0 por não ter nenhuma AEA para ser vivenciada e, portanto, por não existir objeto de saber vinculado ao projeto didático da formação. O objetivo dessa etapa seria apresentar os princípios que fundamentam o projeto didático da formação (ALMEIDA; MARTINS, 2022). Discutir o objetivo e organização da formação, refletir sobre o sentido de interação que é almejado durante a formação e qual produção é esperada dos professores.

Apresentar esses princípios é fundamental para que as vivências das AEA se aproximem, ao máximo, do labor conjunto. Entretanto, não é possível controlar o tipo de interação que irá ocorrer quando os professores se deparam com as tarefas, uma vez que nesse momento as subjetividades são materializadas, emergindo formas de se comportar, de agir, de pensar no outro, de falar e ouvir, e de se posicionar diferentes. É nesse momento que o ser de carne e osso entra em ação, com suas dores, emoções, sentimentos e necessidades (RADFORD, 2021).

Na etapa 1 ocorre a apresentação da atividade referente a um encontro formativo. No nosso caso, o formador responsável pelo pequeno grupo que faz parte, envia o texto com as tarefas via aplicativo de mensagem.

A etapa 2 é caracterizada pelas primeiras reflexões realizadas pelos professores a partir das tarefas. Nesse momento o trabalho dos professores é de forma individual, porém não solitária. Isso porque os colegas do pequeno grupo e o formador responsável também estão realizando essas reflexões iniciais e estão dispostos a discutir, de forma assíncrona, o que estão pensando sobre as tarefas (ALMEIDA; MARTINS, 2022).

Essas discussões assíncronas ocorrem por meio de aplicativo de mensagem, a partir de questões ou reflexões colocadas, por exemplo, pelo formador responsável pelo pequeno grupo, ou por algum professor. Essas questões são discutidas por meio de mensagens, chegando, de forma coletiva, a uma conclusão comum parcial.

Não ocorre nessa etapa 2 a explícita presença do formador e dos colegas, porém, a presença do formador ocorre, como defende Radford (2021), na organização social do momento formativo, bem como na atribuição das tarefas nas quais os professores serão engajados, assim como a presença dos colegas (professores) ocorre no sentido de coletividade, na ideia de que a obra em elaboração é coletiva, no pensar no outro como parte do grupo, como corresponsável pelo trabalho.

Na etapa 3 os professores do pequeno grupo realizam um encontro de forma síncrona por meio de um aplicativo de videochamada. Nesse momento acontecem interações a partir das falas e de mensagens escritas no chat. O objetivo desse encontro é finalizar a produção da obra comum do pequeno grupo (ALMEIDA; MARTINS, 2022).

Essa reunião não tem o sentido de simplesmente se reunir para fazer algo. “As interações dos indivíduos em labor conjunto (*Tätigkeit*) incluem, de maneira decisiva, modos de produção social, cultural e histórica. Através destes meios, os indivíduos produzem *coletivamente* e sua produção *não é alienante*” (RADFORD, 2021, p. 281. Itálico no original).

Essa ideia de não alienação é fundamental para nós no processo formativo de professores. “A produção não alienante baseia-se, como vemos, em um processo de trabalho que não é apenas um gasto de energia, mas, ao mesmo tempo, uma *relação profunda com o* *outro*: o eu e o outro se *afirmam* duplamente em sua produção" (RADFORD, 2021, p. 281. Itálico no original).

É nesse processo que os indivíduos, em nosso caso professores e formadores, se tornam presença no mundo. Possibilitando, por exemplo, refletir sobre a função social da escola; o lugar do ensino de álgebra nos anos iniciais; a necessidade de desenvolver o pensamento algébrico dos estudantes de uma forma crítica; etc.

Para Radford (2020, 2021) todo labor conjunto não alienante é inevitavelmente uma questão ética, porém, não de qualquer ética. Para esse pesquisador o que configura um labor conjunto é a ética comunitária estabelecida na produção da obra comum, que se caracteriza a partir de três vetores que configuram a estrutura fundamental da subjetividade: responsabilidade; compromisso; e cuidado com o outro.

Na etapa 4 acontece de modo síncrono o encontro do GG. Nesse momento os pequenos grupos apresentam suas reflexões, sua produção, e a partir de cada apresentação acontecem reflexões gerais, em que formadores e professores expõem suas opiniões a respeito da produção do pequeno grupo.

Nessa última etapa do labor conjunto remoto um formador fica responsável por anotar as apresentações e observações dos outros formadores e professores, chegando, ao final, em uma produção do grande grupo, que traz formas de pensar e agir diferentes em relação ao objeto de saber referente ao encontro formativo, ou seja, uma obra comum.

As etapas estão ligadas por uma seta bidirecional pois, assim como propõe Radford (2020), defendemos que elas não acontecem de forma sequencial como apresentada no esquema da Figura 2, pois as discussões, por exemplo, realizadas nos pequenos grupos no encontro síncrono, etapa 3, podem voltar a acontecer de forma assíncrona, retornando à etapa 2.

Do mesmo modo a etapa 0 está conectada a etapa 1 por uma seta bidirecional por entendermos que para o labor conjunto remoto acontecer temos que voltar sempre a apresentar aos professores os princípios da formação, que tipo de interações esperamos que ocorram, como cuidar do outro, o falar, mas também o ouvir deve ser garantido, a solidariedade pode e deve ser o elemento central da formação do professor (ALMEIDA; MARTINS, 2022).

Considerações finais

A partir da experiência vivenciada durante a formação continuada no formato remoto aqui apresentada, defendemos que o labor conjunto remoto é caracterizado pelo esforço coletivo de diferentes subjetividades (formadores e professores) trabalhando conjuntamente, de forma síncrona ou assíncrona, para a produção de uma obra comum. Esse trabalho coletivo, entretanto, não significa, simplesmente, a divisão de tarefas entre os componentes do grupo, mas um esforço coletivo, em que todos laboram pensando no outro, se colocando no lugar do outro, de forma solidária, assumindo os princípios de um tipo específico de ética, que Radford (2020, 2021) chamou de ética comunitária.

Contudo, esse trabalho coletivo seguindo os princípios de uma ética comunitária não ocorre de forma natural, e isso foi percebido na formação observada. Os professores e formadores eram carregados de concepções individualistas de trabalho. Não conseguiam, no início, entender o sentido de trabalho coletivo esperado pelo projeto didático da formação. Tendiam, quase sempre, a dividirem o trabalho, ou, simplesmente produzirem individualmente as respostas e reflexões solicitadas. Isso revela, como aponta Radford (2020, 2021) que o labor conjunto, e no nosso caso, o labor conjunto remoto, requer um esforço dos formadores na sensibilização dos sujeitos em relação à mudança de postura, para entender que a aprendizagem trata-se de um esforço coletivo e colaborativo.

Portanto, concluímos que o labor conjunto remoto é uma possibilidade metodológica para pensarmos modelos de formação continuada para professores de forma geral, e em particular aqueles que ensinam matemática. Entretanto, a materialização desse modelo formativo requer atenção à ideia de trabalho coletivo entre os sujeitos. Isso porque, o sentido atribuído a trabalho coletivo é o proposto por Marx (1998) e Leontiev (1983), em que sujeitos de carne e osso se juntam, com suas dores, seus sentimentos, suas necessidades para laborarem juntos, ombro a ombro, na busca de satisfazer suas necessidades, e produzirem uma obra comum no sentido proposto por Hegel (2001).

Porém, no mundo capitalista que vivemos o trabalho coletivo não é, muitas vezes, valorizado ou almejado. Vivemos em uma época em que a meritocracia é extremamente valorizada. E que os sujeitos travam lutas intermináveis para provarem que são melhores que os outros. Que, enquanto indivíduos isolados, são mais importantes que a coletividade.

Agradecimentos

Este trabalho teve o apoio da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), por meio do Edital 01/2020 do programa FormAção, e da Fundação de Ampara à Ciência e Tecnologia do Estado de Pernambuco (FACEPE), por meio do Edital 16/2021 de Auxílio a Projetos de Pesquisa (APQ) Jovens Pesquisadores, Processo nº. APQ-1256-7.08/21.

Referências

Almeida, J. R.; Martins, J. (2022). Labor Conjunto Remoto: uma proposta metodológica para formação continuada de professores que ensinam matemática. *Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (RIPEM)*, v. 12, p. 106-124.

Hegel, G. (2001). *The philosophy of history. Kitchener*, ON: Batoche Books. (Original work published 1837)

Leontiev, A. N. (1983). *Actividad, Conciencia y Personalidad*. Ciudad de La Habana: Pueblo y Educación.

Marx, K. (1998). *The German ideology*. New York, NY: Prometheus Books.

Radford, L. (2015). Methodological Aspects of the Theory of Objectification. *Perspectivas da Educação Matemática*. 8(18), pp. 547-567.

Radford. L. (2017a) Saber y conocimiento desde la perspectiva de la Teoría de la Objetivación. In: B. D'Amore & L. Radford. *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: problemas semióticos, epistemológicos y prácticos***.** (pp. 97-114) Bogotá, Colômbia: Cooperativa Editorial Magisterio.

Radford. L. (2017b) A teoria da objetivação e seu lugar na pesquisa sociocultural em educação matemática. In: V. D. Moretti & W. L. Cedro (Org.), *Educação matemática e a teoria histórico-cultural: um olhar sobre as pesquisas* (pp. 229-261). Mercado das Letras.

Radford, L. (2020). Un recorrido a través de la teoría de la objetivación. In: S. T. Gobara & L. Radford (Org.), *Teoria da objetivação: fundamentos e aplicações para o ensino e aprendizagem de ciências e matemática* (pp. 15-42). São Paulo, Livraria da Física.

Radford, L. (2021). *Teoria da Objetivação: uma perspectiva vygostkiana sobre conhecer e vir a ser no ensino e aprendizagem da matemática*. Trad. B. M. Morey & S. T. Gobara. Livraria da Física.

Formação de futuros professores de Matemática em modelação matemática com Trilhos de Matemática digitais

Math preparation of future teachers in math modelling with digital Math Trails

Formación de futuros profesores de Matemáticas en modelización matemática con Paseos Matemáticos digitales

Jaime Carvalho e Silva[448]
CMUC e Universidade de Coimbra, Portugal
0000-0003-4467-7366

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam Matemática

Resumo

A formação inicial de professores de matemática deve incluir alguma preparação dos futuros professores na área das tecnologias digitais, sendo interessante que algumas delas ajudem a explorar pedagogicamente as aplicações e a modelação matemática na sala de aula. Nesta comunicação investiga-se se o trabalho na formação inicial com Trilhos Matemáticos baseados em ferramentas digitais tem potencial para passar para a prática da sala de aula quando os professores começarem a dar aulas no seu Estágio Pedagógico numa escola. O trabalho foi feito com 11 futuros professores numa disciplina da formação inicial e foi depois estudado o que implementaram na escola a partir dos seus Relatórios de Estágio. Concluímos que todos implementaram Trilhos de Matemática nas suas escolas, sendo que três deles não usaram as ferramentas digitais e quatro deles foram muito para além do que foi lecionado e conseguiram reconhecimento internacional do seu trabalho.

Palavras-chave: Aplicações, Modelação Matemática, Trilhos, Apliquetas, Telemóveis.

Abstract

The initial training of mathematics teachers should include some preparation of future teachers in the area of digital technologies, and it is interesting that some of it can help to pedagogically explore applications and mathematical modeling in the classroom. This communication investigates whether the work in initial training with Mathematical Trails based on digital tools has the potential to enter classroom practice when teachers start teaching in their Pedagogical Internship in a school. The work was done with 11 future teachers in a course of initial training and it was then studied what they implemented in the school from their Internship Reports. We concluded that all of them implemented Mathematics Trails in their schools, three of them did not use digital tools and four of them went far beyond what was taught and achieved international recognition for their work.

Keywords: Applications, Mathematical Modeling, Trails, Applets, Smart Phones.

[448] jaimecs@mat.uc.pt

Resumen

La preparación inicial de los profesores de matemáticas debe incluir una cierta preparación de los futuros docentes en el área de las tecnologías digitales, y es interesante que alguna de ella ayude a explorar pedagógicamente las aplicaciones y la modelización matemática en el aula. Esta comunicación investiga si el trabajo en formación inicial con Paseos Matemáticos basados en herramientas digitales tiene el potencial de trasladarse a la práctica de aula cuando los docentes ingresan a la docencia en su Internato Pedagógico en una escuela. El trabajo se realizó con 11 futuros docentes en un curso de preparación inicial y luego se estudió lo que implementaron en la escuela a partir de sus Informes de Prácticas. Concluimos que todos implementaron Paseos Matemáticos en sus escuelas, tres de los cuales no utilizaron herramientas digitales y cuatro de ellos fueron mucho más allá de lo enseñado y lograron reconocimiento internacional por su trabajo.

Palabras clave: Aplicaciones, Modelización Matemática, Paseos, Applets, teléfonos inteligentes.

As aplicações e a modelação matemática são um tema cada vez mais discutido a propósito dos currículos escolares em todo o mundo. Em geral considera-se que as aplicações e a modelação matemática devem ser uma componente indispensável de qualquer currículo escolar. Num dos mais recentes relatórios da OCDE podemos ler:

> O objetivo geral do projeto *OECD Future of Education and Skills 2030* (E2030) é olhar para o futuro em termos de como os currículos escolares devem evoluir, dados os avanços tecnológicos e outras mudanças que as sociedades enfrentam agora. Nesse sentido, o projeto E2030 centra-se na ideia de que a educação precisa equipar os alunos com os conhecimentos, habilidades, atitudes e valores de que precisam para se tornarem cidadãos ativos, responsáveis e empenhados (Schmidt, 2022).

Estamos efetivamente num mundo cada vez mais exigente e onde a matemática é uma ferramenta incontornável para lidar com as informações na nossa época. William H. Schmidt e seus colaboradores defendem que o nosso tempo:

> .. requer **alfabetização matemática**, de modo que uma pessoa seja capaz de compreender a informação que é cada vez mais de natureza numérica e muitas vezes apresentada em forma gráfica ou tabular (Schmidt, 2022).

O ensino das aplicações e da modelação matemática levanta muitas dificuldades, como referem por exemplo S. Schukajlow e Werner Blum na sua apresentação ao congresso internacional de educação matemática ICME-14 (2021):

> Apesar da importância da capacidade de resolver problemas de modelação para a vida dos alunos, vários estudos têm demonstrado que estudantes de todo o mundo têm dificuldades consideráveis em resolver problemas de modelação (Schukajlow, Blum, 2021).

Assim, faz todo o sentido perceber em que medida os recursos tecnológicos poderão ajudar a explorar pedagogicamente as aplicações e a modelação matemática.

Por outro lado, tem sido proposto com frequência que se desenvolvam Trilhos Matemáticos. Segundo Henri Pollak e seus colaboradores, um Trilho Matemático é um passeio para descobrir Matemática (Shoaf, Pollak, Scheider, 2004). Existem trilhos em várias partes do mundo e eles são organizados com objetivos variados, mas sempre para descobrir matemática onde muitos pensavam que não existiria (ver Latas, Rodrigues (2015) e Latas, Carvalho e Silva, (2021)). Por isso é uma possibilidade utilizar tecnologia para ajudar a desenvolver Trilhos Matemáticos.

A formação inicial de professores de matemática tem sido objeto de muito debate e investigação; um marco importante é o 15º estudo do ICMI intitulado "The Professional Education and Development of Teachers of Mathematics" (2009). Destaco um estudo comparativo de 9 países, coordenado por William H. Schmidt, que concluiu que, para além da formação científica, os futuros professores nos países com mais sucesso são expostos a muitas "experiências de aprendizagem" em "pedagogia prática". Esse estudo conclui que devem existir "oportunidades educacionais numerosas em matemática e nos aspetos práticos do ensino da matemática".

O uso de tecnologias para melhorar o ensino da Matemática deve pois inserir-se nesta linha, de proporcionar "experiências de aprendizagem" aos futuros professores para que estes as integrem mais tarde na sua prática letiva. E como pretendemos que as tecnologias ajudem os futuros professores a trabalhar as aplicações e a modelação matemática na sua formação precisamos de desenhar "experiências de aprendizagem" com tecnologia no contexto das aplicações e modelação matemática.

Há mais de 30 anos que no Departamento de Matemática existe uma disciplina (Rosendo & Carvalho e Silva, 1994) com o objetivo de preparar os futuros professores de Matemática do 3º ciclo do Ensino Básico e do Ensino Secundário para utilizar as tecnologias na sua futura atividade profissional. Mas as tecnologias vão evoluindo e todos os anos é forçoso encarar novos desafios. A partir de 2020 pretendi investigar em que medida os futuros professores conseguem ganhar na sua formação suficiente à vontade com o uso de software matemático (apliquetas) nos telemóveis para os usar mais tarde na sua atividade profissional, tentando perceber se a tecnologia móvel fornece "experiências de aprendizagem" significativas no contexto das aplicações e modelação matemática.

Em 2020/2021, um total de 11 estudantes, futuros professores de matemática, estudaram o software MathCityMap em moldes que serão descritos a seguir. No ano seguinte foram estagiar em diversas Escolas Secundárias. Foi-lhes pedido que utilizassem esse software com os alunos das escolas onde iriam estagiar, mas sem qualquer orientação suplementar.

Neste trabalho pretendemos fazer um relatório do que aconteceu em 2021/2022 com esses 11 estudantes estagiários e futuros professores de Matemática. Os estudantes são genericamente designados por "estagiários" sendo que 8 eram do sexo feminino e 43 do sexo masculino.

Na disciplina da formação inicial de 2020/2021 havia 11 estudantes que criaram páginas pessoais, com o software livre SEA MONKEY e estão disponíveis aqui:

http://www.mat.uc.pt/~jaimecs/mce21/alunos.html

As aulas decorreram em formato híbrido numa sala com computadores suficientes para todos os estudantes.

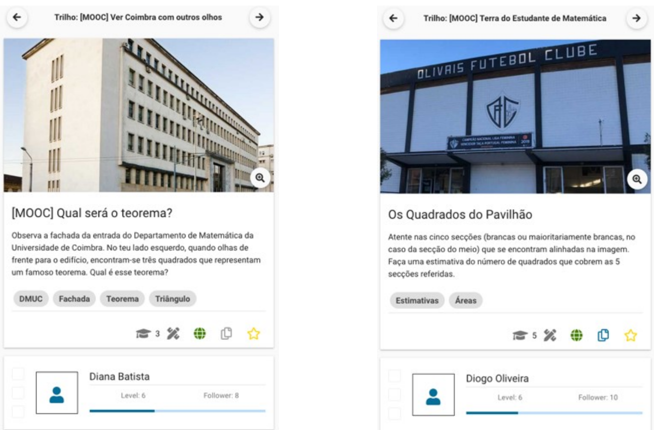
Figura 1.

Todos os estudantes e também o docente da disciplina frequentaram com sucesso o curso *online Task Design for Math Trails*, criado sob responsabilidade do projeto europeu MASCE3 - *Math Trails in School, Curriculum and Educational Environments of Europe*. O docente da disciplina conhecia o projeto, mas não conhecia o curso nem tinha alguma vez utilizado o software; o curso *online* foi oferecido pela primeira vez em 2021.

Neste curso (com o formato de um MOOC e por isso sem interação direta com os responsáveis) todos aprenderam a construir trilhos matemáticos com a ajuda de um software desenhado pela equipa do projeto. Um trilho é constituído por um conjunto de tarefas dirigidas a alunos de um determinado ano de escolaridade e cada tarefa tem de ser aprovada pela equipa do projeto antes de poder ser utilizada. Cada tarefa é realizada num determinado local da escola ou da cidade (pode ser um parque, um jardim, uma praça ou mesmo uma simples rua). Cada tarefa inclui uma questão a ser resolvida com dados recolhidos no local e o software permite que sejam fornecidas sugestões aos utilizadores ou que mesmo a tarefa seja dividida em subtarefas. É natural que, para realizar uma tarefa com sucesso, seja necessário efetuar medições no local, seja necessário efetuar estimativas de medidas de objetos inacessíveis a partir das de outros objetos acessíveis, que seja necessário contar elementos de objetos, etc.

Realizar um trilho é realizar cada uma das tarefas que constituem o trilho. Quem constrói o trilho pode obrigar a que sejam feitos por uma ordem fixa ou pode deixar que sejam feitos por uma ordem à escolha do estudante.

Figura 2.



O software MathCityMap inclui um portal de edição onde se podem criar trilhos e tarefas, mas também permite ativar uma sala de aula digital onde, ao concretizar um trilho com os alunos, é possível seguir o trabalho de cada grupo de alunos e perceber que dificuldades estão a ter: https://mathcitymap.eu/pt/

O portal tem várias ferramentas para ajudar as pessoas a construírem o seu trilho. Uma das ferramentas do software é um mapa onde se podem ver a localização geográfica de todas as tarefas, se pode ver qual o comprimento total do trilho e a lista de todas as tarefas de cada trilho.

No âmbito da disciplina de formação inicial, todos os estudantes tiveram de construir um trilho com um mínimo de oito tarefas; essa construção foi várias vezes discutida em sala de aula; a maioria dos estudantes participou numa aula no exterior em que testaram no local algumas das tarefas de um dos trilhos produzidos por um dos estudantes.

Figura 3.

No final da disciplina os estudantes foram incentivados a usarem aqueles ou outros trilhos no seu ano de estágio.

A questão era, pois, de saber quantos estudantes iriam fazer alguma atividade deste tipo com os alunos das escolas onde iriam estagiar e como a iriam orientar.

Todo o projeto por detrás da construção do software MathCityMap pretendia levar professores e alunos a realizarem tarefas de modelação fora da sala de aula (Ludwig, Jesberg, 2014) de modo a que os alunos olhassem para o mundo que os rodeia de modo diferente. O uso dos telemóveis com GPS iria permitir que tarefas previamente construídas pudessem ser usadas nos locais apropriados. Muitos alunos podem não ter telemóveis com GPS, mas como as tarefas são desenhadas para serem realizadas em grupo, basta que haja um telemóvel por cada grupo de alunos.

Terminado o ano letivo de 2021/2022 foi possível ver como os estudantes de 2020/2021 levaram o que aprenderam para a escola onde estagiaram. Como os estudantes tiveram de escrever e defender em provas públicas o relatório do seu estágio, podemos agora elencar com algum detalhe o que aconteceu em 2021/2022 nas cinco escolas onde houve estágios.

Por diversas razões os estudantes de 2020/2021 estiveram distribuídos pelas escolas em grupos, designados por Núcleos de Estágio, desiguais. Assim, havia dois Núcleos com três estagiários cada, dois Núcleos com dois estagiários cada e um Núcleo apenas com um estagiário. Analisemos o que se passou em cada Núcleo.

i) Núcleo A de três estagiários.

Os estagiários planearam três trilhos diferentes dirigidos cada um a um ano de escolaridade diferente (7º, 8º e 9º ano de escolaridade) para que “explorassem a Matemática existente na Escola”. Decidiram não usar tecnologia por dificuldades no acesso à internet dentro da escola e porque preferiram não sair da escola pois teriam de pedir a autorização dos pais para isso.

ii) Núcleo B de três estagiários

Este foi o Núcleo de Estágio que mais aprofundou o trabalho com o MathCityMap. Começou por recolher um conjunto de tarefas realizadas no ano anterior e construiu um novo trilho, a que chamou "Uma Aventura Matemática", com oito tarefas e um comprimento total de 2,5 km. Os estagiários conseguiram autorização para os seus alunos (do 10º ano de escolaridade) percorreram a cidade para realizar a tarefa; os alunos foram divididos em 5 grupos e receberam pontuações conforme o número de tentativas para responder corretamente às tarefas e o número de ajudas a que recorrerem. Os estagiários elaboraram um questionário online para os alunos darem a sua opinião sobre o trilho que fizeram. Todos os alunos gostaram de uma atividade tão diferente do habitual e a maioria acha que ajudou a consolidar os conhecimentos matemáticos. O objetivo declarado dos estagiários era de mostrar aos alunos que a matemática está em todo o lado e esse parece ter sido um objetivo conseguido.

Mais tarde construíram novo trilho com 10 tarefas em vários locais da cidade e com uma extensão de 3,7 km. Duas turmas do 10º ano e 11º ano de escolaridade realizaram este trilho; estas turmas são da área de Humanidades. No final os estagiários elaboraram um inquérito e puderam verificar que a grande maioria dos estudantes gostou das tarefas propostas, acha que aprendeu matemática e pretende ter mais atividades como esta. Mais uma vez os alunos fizeram vários comentários, como por exemplo: “Eu gostei da atividade pois foi bom para relembrar conceitos matemáticos e foi um jeito de ver a matemática no dia a dia”.

Mas este Núcleo de Estágio não se ficou por aqui e promoveu uma sessão de formação para professores de outra escola, com a duração de duas horas, onde mostrou como funciona o software MathCityMap e como pode ser usado para ensinar matemática. Todos os professores tinham o seu próprio computador e elaboraram uma tarefa que depois os estagiários compilaram e disponibilizaram a todos os professores presentes. Uma grande maioria dos professores presentes considerou a formação muito boa e entende que é aplicável na prática escolar e não apenas para a disciplina de matemática.

Este Núcleo de Estágio candidatou a escola a *Escola Parceira* do MathCityMap[449], o que foi aceite pela organização internacional e assim pretende abrir portas a uma cooperação internacional entre escolas que usem o MathCityMap.

iii) Núcleo C de dois estagiários

Construíram um novo trilho com nove tarefas, adequadas à cidade onde estiveram a estagiar (ver figura 3). O seu objetivo era mostrar aos alunos as conexões entre a matemática e o quotidiano, estabelecendo uma ponte entre os conteúdos matemáticos trabalhados na sala de aula e a realidade exterior.

Como os alunos eram do 7º ano de escolaridade, os estagiários desafiaram os seus alunos a realizarem o Trilho com as suas famílias e amigos durante uma semana. Cerca de 50 alunos realizaram o Trilho, o que os estagiários puderam comprovar através da sala de aula digital do MathCityMap. Os alunos tiveram assim oportunidade de praticar matemática fora da sala de aula e aumentar o gosto pela matemática.

Os estagiários disponibilizaram o trilho aos restantes professores da escola para que a possam vir a utilizar futuramente.

iv) Núcleo D de dois estagiários

[449] Ver aqui as condições para *Escola Parceira* do MathCityMap: https://mathcitymap.eu/en/the-first-mcm-partner-school-gymnasium-trudering/

Os estagiários elaboraram um Trilho com sete tarefas para alunos do 9º ano de escolaridade onde incluíram temas como parábolas, elipses, perímetros, áreas e volumes. Todas as tarefas eram realizadas sem sair do perímetro da escola, foram feitas com grupos de 3 ou 4 alunos e a atividade teve uma duração de 90 minutos.

Os estagiários apresentaram um inquérito aos alunos e estes acharam esmagadoramente que o tema e o Trilho eram bons ou muito bons e que aprenderam matemática com o Trilho.

v) Núcleo E de um estagiário

Este Núcleo, apesar de ter apenas um estagiário não foi menos ativo que os outros no que diz respeito ao MathCityMap. O estagiário elaborou três trilhos diferentes para três grupos de alunos diferentes do 10º e 11º anos de escolaridade, divididos em grupos de 4 ou 5 alunos. Todos os trilhos se podiam realizar sem sair do recinto da escola. O estagiário escreveu no seu relatório que “os alunos ficaram muito entusiasmados com os trilhos e foram bastante participativos por ser uma atividade diferente e cativante.”

Este Núcleo de Estágio também candidatou a escola a *Escola Parceira* do MathCityMap o que foi aprovado pela organização internacional.

Vemos assim que todos os 11 estagiários implementaram Trilhos Matemáticos na escola onde estagiaram, com um sucesso total. Os Trilhos Matemáticos cumpriram a sua função de levar os alunos a sair da sala de aula e explorar o mundo à sua volta com uma visão matemática.

Tal como observaram Barbosa e Vale (2016) os trilhos do MathCityMap têm o potencial de ajudar o ensino e de desencadear atitudes positivas perante a Matemática envolvendo os alunos de forma direta e ativa. Estes também passam a encarar a Matemática de outro modo, reconhecendo que a matemática está à sua volta na vida de todos os dias.

Este fenómeno verificou-se duplamente na experiência aqui descrita, sendo que a principal conclusão é a de que os estagiários, com a sua participação ativa na disciplina da formação inicial, conseguiram transpor essa atividade para as escolas onde estagiaram, levaram os seus alunos a trabalhar a matemática de forma ativa, indo até por vezes mais além do que o que se poderia esperar, candidatando duas escolas a *Escola Parceira* do MathCityMap, divulgando entre os outros professores os Trilhos Matemáticos e inclusive fazendo uma sessão de formação para outros professores.

Podemos, pois, concluir que os telemóveis e as apliquetas matemáticas por eles usadas fornecem "experiências de aprendizagem" significativas no contexto das aplicações e modelação matemática e que incentivam os futuros professores de Matemática a levá-las para as suas salas de aula.

Referências

Barbosa, A., Vale, I. (2016). Math Trails: Meaningful Mathematics Outside the Classroom with Pre-Service Teachers. Journal of the European Teacher Education Network 2016, Vol. 11, 63-72.

Barlovits, S., Jablonski, S., Lázaro, C., Ludwig, M., & Recio, T. (2021). Teaching from a Distance—Math Lessons during COVID-19 in Germany and Spain. Education Sciences, 11(8), 406. MDPI AG. Retrieved from http://dx.doi.org/10.3390/educsci11080406

Cahyono, A.N., Sukestiyarno, Y.L., Asikin, M., Miftahudin, Ahsan, M.G.K., & Ludwig, M. (2020). Learning Mathematical Modelling with Augmented Reality Mobile Math Trails Program: How Can It Work?. Journal on Mathematics Education, 11(2), 181-192. http://doi.org/10.22342/jme.11.2.10729.181-192.

Caldeira, A., Viamonte, A. J., Figueiredo, I. & Brás, H. (2020). Using Math Trails as a Travel Guide. In M. Ludwig, S. Jablonski, A. Caldeira, & A. Moura (Eds.), Research on Outdoor STEM Education in the digiTal Age. Proceedings of the ROSETA Online Conference in June 2020 (pp. 197-200). Münster: WTM. https://doi.org/10.37626/GA9783959871440.0.24

Carvalho e Silva, J. (2018). Promoting Mathematics Literacy in Europe, in Pope, S. (Ed.) Informal Proceedings of the 9th British Congress of Mathematics Education 2018, pg. 118-121.

Carvalho e Silva, J. (2014) What international studies say about the importance and limitations of using computers to teach Mathematics in secondary schools. Intelligent Computer Mathematics, Lecture Notes in Computer Science, Volume 8543, 2014, pp 1-11. https://doi.org/10.1007/978-3-319-08434-3_1

Jablonski, S., Lázaro del Pozo, C., Ludwig, M., Recio Muniz, T. (2020) MathCityMap, paseos matemáticos a través de dispositivos móviles. Uno Revista de Didáctica de las Matemáticas, (087), 1/2020, S. 47-54.

Latas, J., Carvalho e Silva, J. (2021). Os trilhos como recurso de educação científica em contexto não formal. In XIX Encontro Nacional de Educação em Ciências, p. 101-103.

Latas, J. & Rodrigues, A. (2015). Trilho da Ciência: um percurso de Educação Científica na ilha do Príncipe. Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 8(2), 53–75.

Ludwig, M. & Jesberg, J. (2015). Using Mobile technology to provide Outdoor Modelling Tasks - The MathCityMap-Project. In Procedia Proceedings of WCES: Elsevier. Pages 2776–2781, doi:10.1016/j.sbspro.2015.04.517

Rosendo, A. I., & Carvalho e Silva, J. (1994). Computers in Mathematics Education - An Experience. Electronic Proceedings of the Seventh Annual International Conference on Technology in Collegiate Mathematics, Orlando, Florida, November 17-20, 1994, Paper C015. http://www.math.odu.edu/~bogacki/epictcm/v07.html

Schmidt, W. H., Tatto, M.T., Bankov, K., Blömek, S. e outros (2007). The Preparation Gap: Teacher Education for Middle School Mathematics in Six Countries (Mathematics Teaching in the 21st century (MT21)). East Lansing: MSU Center for Research in Mathematics and Science Education.

Schmidt, W. H., Houang, R. T., Sullivan, W. F. & Cogan, L. S. (2022). When practice meets policy in mathematics education: A 19 country/jurisdiction case study (Vol. 268). Paris: OECD.

Schukajlow, S., Blum, W. (2021). Teaching methods for modelling problems. In ICME-14 TSG 22: Mathematical applications and modelling in mathematics education, Beijing, July 13th 2021.

Shoaf, M., Pollak, H. & Scheider, J. (2004). Math trails. COMAP.

Taranto, E., Jablonski, S., Recio, T., Mercat, C., Cunha, E., Lázaro, C., Ludwig, M., et al. (2021). Professional Development in Mathematics Education—Evaluation of a MOOC on Outdoor Mathematics. Mathematics, 9(22), 2975. MDPI AG. Retrieved from http://dx.doi.org/10.3390/math9222975

Wijers, M., Jonker, V., & Drijvers, P. (2010). Exploring mathematics outside the classroom. ZDM Mathematics Education, pp. 789-799.

Zender, J., Gurjanow, I., Cahyono, A. N., & Ludwig, M. (2020). New studies in mathematics trails. International Journal of Studies in Education and Science (IJSES), 1(1), 1-14.

Concepções de formadores de professores de matemática em Institutos de Ensino Superior Pedagógico do Peru

Conceptions of trainers of mathematics teachers in Pedagogical SuperiorEducational Institutes of Peru

Concepciones de formadores de docentes de matemáticas en Institutos Educativos Superiores Pedagógicos del Perú

Paz Huamán, Gina Patricia[450]
Ministerio de Educación (MINEDU)
0000-0002-4197-7147

Ordoñez Montañez, Candy Clara[451]
Asociación Peruana de Investigación en Educación Matemática (APINEMA)
0000-0002-4197-7147

Modalidad: Comunicación
Núcleo Temático: Formación de profesores que enseñan Matemáticas

Resumo

Este artigo apresenta as concepções sobre matemática e sobre o ensino de professoresde matemática que lecionam nos Institutos de Educação Superior Pedagógica do Peruno marco da classificação proposta por Lisboa (2012). Neste estudo, participaram 47 Institutos Públicos e Privados de Educação Superior Pedagógica, de diferentes regiões do Peru, que são revalidado para oferecer a carreira profissional de professor do Ensino Secundário na Especialidade Matemática. O objetivo foi determinar as concepçõessobre matemática e seu ensino que têm os formadores de professores da especialidade matemática que lecionam no Institutos de Educação Superior Pedagógica das diferentes regiões do Peru. Por isso, levantou-se o seguinte problema de pesquisa: quais são as concepções sobre matemática e seu ensino que os formadores de especialidades matemáticas do Institutos de Educação Superior Pedagógica do Peru têm? Por outro lado, como parte da metodologia do estudo, foi aplicado o questionário de Lisboa (2012), composto por 56 questões com uma escala de avaliação Likert de 10 a 1. Os principais resultados mostram que os professores estão presentes nos dois tipos de concepções sobre a natureza da matemática: estática e dinâmica; No que diz respeito ao ensino, também há predominância de uma concepção mista: tradicional e inovadora, e nos profissionais de matemática uma concepção mista.

Palavras chave: concepção, professores, Institutos e matemática.

[450] ginapaz2011@gmail.com
[451] candyclara_om@hotmail.com

Abstract

In this work, the conceptions about mathematics and the teaching that mathematics teachers teach in the of Peru are presented in the framework of the classificationproposed by Lisbon (2012). In this study, participated 47 Institutes of Higher Pedagogical Education, public and private, from the different regions of Peru that are revalidated to offer the professional career of Secondary Education teacher in theSpecialty of Mathematics. The objective was to determine the conceptions about mathematics and its teaching that the teacher trainers of the specialty of mathematics who teach in the Institutes of Higher Pedagogical Education of the different regions of Peru have. For this reason, the following research problem was raised: what are the conceptions about mathematics and its teaching that the Institutes of HigherPedagogical Education mathematics specialty trainers have? On the other hand, as part of the study methodology, the Lisbon questionnaire (2012) was applied, consisting of 56questions with a Likert scale of assessment from 10 to 1. The main results show that in teachers the two types of conceptions about the nature of mathematics are present: staticand dynamic; with regard to teaching there is also a predominance of a mixed conception: traditional and innovative, and in mathematics professionals a mixed conception.

Keywords: conceptions, teachers, Institutes and mathematics.

Resumen

En este trabajo se presentan las concepciones sobre las matemáticas y sobre la enseñanza que tienen los docentes de matemáticas que enseñan en los Institutos de Educación Superior Pedagógico del Perú en el marco de la clasificación propuesto por Lisboa (2012). En este estudio participaron 47 Institutos de Educación Superior Pedagógico, públicos y privados, de las distintas regiones del Perú que se encuentran revalidadas para ofrecer la carrera profesional de profesor de Educación Secundaria en la Especialidad de Matemática. Se tuvo como objetivo determinar las concepciones sobre las matemáticas y su enseñanza que tienen los docentes formadores de la especialidad de matemática que enseñan en los Institutos de Educación Superior Pedagógico de las diferentes regiones del Perú. Por tal motivo, se planteó el siguiente problema de investigación: ¿cuáles son las concepciones sobre las matemáticas y sobre su enseñanza que tienen los docentes formadores de la especialidad de matemática delos Institutos de Educación Superior Pedagógico del Perú? De otro lado, como parte de la metodología de estudio se aplicó el cuestionario de Lisboa (2012) que consta de 56 preguntas con una escala de Likert de valoración del 10 al 1. Los principales resultados muestran que en los docentes están presentes los dos tipos de concepciones sobre la naturaleza de las matemáticas: estática y dinámica; en lo que respecta a la enseñanza también hay un predominio de una concepción mixta: tradicional e innovador, y en los profesionales de matemática una concepción mixta.

Palabras clave: concepciones, docentes, institutos y matemática

Introducción

Cada vez existe más interés por investigar sobre las concepciones y creencias que tienen los docentes de matemáticas, centrándose principalmente en las concepciones que estos tienen sobre las matemáticas y sobre su enseñanza y aprendizaje, además, de cómo influyen estas concepciones en sus prácticas pedagógicas.Carmona (2015) considera que el desempeño y la práctica pedagógica de los docentes estarán sujetas por las creencias y concepciones que estos tengan sobre una determinadadisciplina. Los investigadores Ponte (1996), Thompson (1997) y Santos (2009) coinciden que las concepciones sobre las matemáticas y su enseñanza influyen en la construcción de la identidad profesional de los docentes, así como en su práctica pedagógica. Por su parte, Rodrigo, Rodríguez y Marrero (1993) enfatizan que lasconcepciones de los docentes referidas a la educación, contenidos y currículo los conducen a interpretar, decidir y actuar en el desempeño del aula. Así, por ejemplo, seráen base a ellas que seleccione determinadas estrategias de enseñanza, elija ciertos libros de texto y adopte determinados métodos de evaluación. De otro lado, Pineda y Duarte (2020) resaltan que conocer las concepciones que tienen los docentes sobre su identidadprofesional, su propia disciplina y sobre el aprendizaje de los estudiantes es de gran importancia porque sirve de insumo para el diseño de propuestas formativas en el profesional docente del nivel superior. Por su parte, Osorio (2021) enfatiza que indagar sobre las concepciones ayuda a determinar similitudes o diferencias en las ideas que tienen los docentes o directivos en relación a la gestión curricular, diseño e implementación del currículo. Además, Santos (2009) señala que las concepciones de los docentes están enmarcadas por las influencias que reciben, especialmente, cuando son estudiantes de educación básica y superior, y luego como docente profesional. En ese sentido, las concepciones de los docentes formadores sobre las matemáticas y la enseñanza son consideradas como un elemento relevante en el proceso de formación delfuturo docente de matemáticas y, también, en la construcción de la identidad del docenteen formación inicial. En Perú es necesario realizar investigaciones relacionadas a las concepciones de los docentes formadores en matemática de los Institutos de Educación Superior Pedagógico (IESP), ya que no se cuentan con estudios previos en relación al tema. En esta investigación se tuvo como objetivo determinar las concepciones sobre las matemáticas y su enseñanza que tienen los docentes formadores de la especialidad dematemática que enseñan en los IESP de las diferentes regiones del Perú.

Fundamentos teóricos - concepciones

En los distintos trabajos de investigación se encuentran una variedad de definiciones en relación a las concepciones. Según Donoso et al. (2016) definen como un conjunto de creencias derivadas de las experiencias vividas por el sujeto. Por suparte, Friz et al. (2018) señalan que las concepciones son una estructura mental general que abarca creencias, significados, conceptos, imágenes mentales, preferencias y gustos.

En el enfoque constructivista, una concepción se puede definir como un conocimiento individual construido en la interacción del sujeto con el entorno (Lima, 2009, p.29). Cabe precisar que las concepciones y la práctica docente presenta una relación dialéctica, pues según el Cunha (2000), Thompson (1997) y Ponte (1992) explican que las concepciones de los docentes influyen en la acción en el aula, así comola acción influye en sus concepciones.

El presente trabajo entiende a las concepciones como una idea, una representación o una creencia que un sujeto tiene sobre algo.

Concepciones de las matemáticas y de la enseñanza

Esta investigación toma la clasificación de las concepciones que realizó Lisboa (2012): 1) la concepción de las matemáticas, 2) la concepción de la enseñanza de las matemáticas y 3) los profesionales de las matemáticas. A continuación, se desarrolla cada una de ellas.

Las concepciones sobre la naturaleza de las matemáticas se refieren a la interpretación de lo que es la ciencia matemática; es decir, como es concebida a partirde sus experiencias, ideas, conocimientos, creencias, valores, representaciones e influencias. Estas concepciones se pueden categorizar en estática y dinámica. En la primera se agrupan las concepciones que caracterizan a las matemáticas como una ciencia lista e inmutable, una secuencia de pasos a seguir y se contextualizan en sí misma. Mientras que en la dinámica, se agrupan las concepciones que conciben a las matemáticas como un conocimiento en constante evolución, el contenido matemático nonecesita ser observable en los fenómenos físicos y como estructuras que permiten la elaboración de diferentes estrategias para resolver las tareas.

Las concepciones de la enseñanza se basan en las teorías clásicas y enfoques enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, estas pueden clasificarse en tradicional e innovador. El primero, considera que la escuela es un ambiente donde se transmite el conocimiento, el proceso de enseñanza es por reproducción y el error es considerado de manera negativa y, además, el proceso de aprendizaje toma un rol pasivo que debe memorizar y reproducir el contenido. Mientras que en el innovador, la escuela es un ambiente donde desarrollan sus conocimientos; en el proceso de enseñanza, el docente se basa en el desarrollo de habilidades y destrezas, el error es una oportunidad de aprendizaje y, además, en el proceso de aprendizaje se considera que es una construcción del estudiante y considera los conocimientos previos de los estudiantes.

Los profesionales de las matemáticas se refieren a la formación de los docentes de matemáticas. De acuerdo al marco que hemos adoptado, esta categoría se organiza en

3 criterios: 1) Revisión de la licenciatura y matemáticas para la educación básicaentendida como el análisis de la relación entre la formación inicial como docente y la práctica docente en la escuela básica (Moreira, 2004, p.35). 2) Relevancia de los contenidos específicos de matemáticas referida a la diferencia que existe entre el tratamiento de los contenidos en las matemáticas escolares y los contenidosmatemáticos que se dan en la formación del docente. 3) Profesionales y matemáticas hace referencia a que el profesional de educación en matemáticas y el profesional de matemáticas presentan competencias y necesidades distintas en su formación inicial y continua.

Metodología

Esta investigación se llevó a cabo con los IESP que tienen revalidada la Carrera Profesional de Profesor de Educación Secundaria en la Especialidad de Matemática por la Dirección de Formación Inicial Docente (DIFOID) del Ministerio de Educación. Se eligió como población objetivo, a todos los docentes formadores de la especialidad de matemática de estos IESP que imparten asignaturas con contenido matemático específico en esta carrera. Como parte de la metodología se realizó lo siguiente: 1) recojo de datos de IESP que revalidaron la Carrera Profesional de Profesor de Educación Secundaria en la Especialidad de Matemática, 2) caracterización de lossujetos de investigación, 3) selección del cuestionario y aplicación del cuestionario.

Respecto a los datos de IESP revalidados, en agosto del 2019, la DIFOID del Ministerio de Educación contaba a nivel nacional con 54 IESP, que habían revalidado la Carrera Profesional de Profesor de Educación Secundaria en la Especialidad de Matemática, de los cuales 61% de IESP eran públicos y 39% de IESP eran privados.

De otro lado, los sujetos de la investigación se caracterizan por pertenecer a una muestra conformada por 126 docentes formadores que respondieron el cuestionario, 100 de ellos representan el 79% de los docentes formadores que trabajan en un IESP públicoy 26 de los docentes representan el 21% de los docentes que trabajan en un IESP privado de las diferentes regiones del Perú. Durante dos meses se recogieron los cuestionarios, se recuperaron la mayor cantidad de ellos, 126 cuestionarios.

Además, para recoger información sobre las concepciones de la naturaleza de las matemáticas, las concepciones de enseñanza, así como también sobre la formación de profesionales de las matemáticas, se selecciona el cuestionario de Lisboa (2012) que consta de 56 preguntas presentados con una escala de Likert de valoración del 10 al 1. Las 56 preguntas están organizadas en pares cuyos contenidos pueden ser contradictorios con respecto a las concepciones que un docente tiene. El Cuestionario seaplica considerando que el docente puede movilizar más de una concepción según la situación que se presente (Lisboa, 2012). Este se encuentra dividido en tres partes, comose observa a continuación.

Figura 1.
Partes y criterios del cuestionario (Lisboa, 2012)

Partes del cuestionario	Criterios
Concepciones de la naturaleza de las matemáticas	Desarrollo matemático Construcción matemática Representación de la realidad
Concepciones de enseñanza	Institución educativa (Escuela) Proceso de enseñanza (Enseñanza, Profesor, Error, Recursos didácticos, Calificación) Proceso de aprendizaje (Aprendizaje y Estudiante)
Profesionales de las matemáticas	Relevancia de contenidos específicos de matemática Revisión de matemáticas para la educación básica Profesionales y matemáticas

Para su aplicación, el cuestionario y los elementos de análisis del cuestionario fueron traducidos al español.

Análisis de datos y resultados

Sobre la concepción de la naturaleza de la matemática en lo referido a la“Representación de la realidad” y al “Desarrollo de la matemática”, los elementos considerados evidencian la presencia de concepciones de tipo mixta, 60% y 64% de docentes formadores, respectivamente, en la cual predomina la concepción dinámica (ver figura 2 y 3), considerando una tendencia de concebir a la matemática como una construcción humana que está en constante evolución y que la solución de problemas está en la mediación social; mientras que en lo referido a la “Construcción matemática” el 67% de docentes formadores movilizan concepciones mixtas con predominio de la concepción estática (ver figura 4), considerando una tendencia a entender que todos los fenómenos del mundo se pueden expresar a través de la matemática y que para realizar las tareas de matemáticas se debe seguir una secuencia de pasos.

Figura 2.
Representación de la realidad

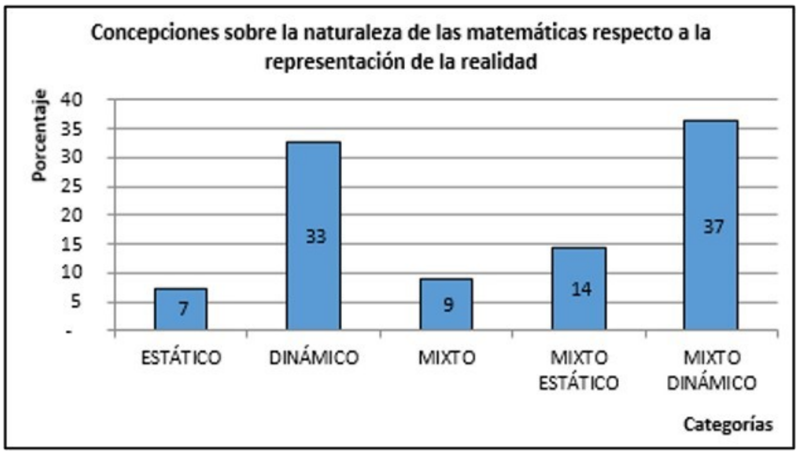


Figura 3.
Desarrollo matemático

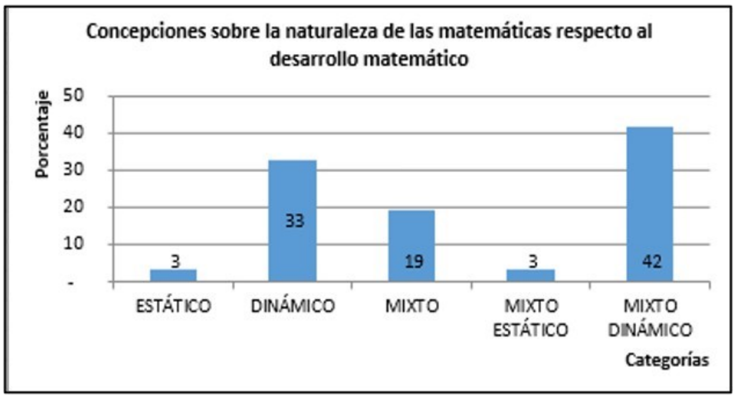
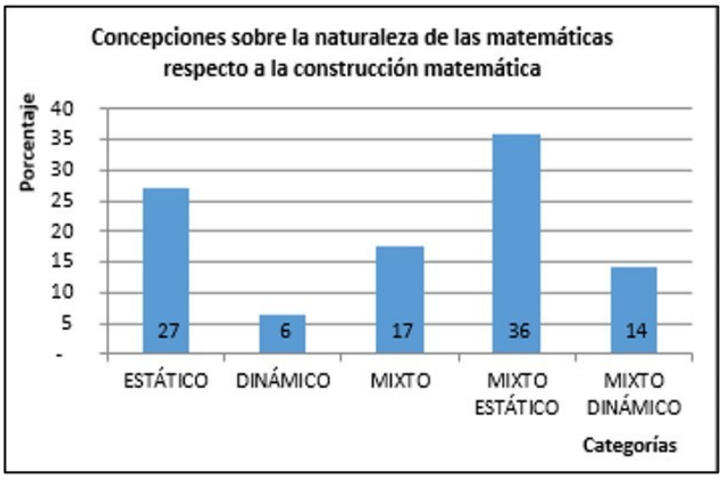


Figura 4.

Construcción matemática



En lo referido a la enseñanza, en Institución educativa (Escuela), el 51% de los docentes formadores tienen una tendencia innovadora, lo que demuestra que conciben laescuela como un espacio que debe estar bien organizada y ofrecer las condiciones necesarias para el desarrollo de la autonomía del estudiante. Sobre el Proceso de enseñanza, hay una tendencia innovadora-tradicional en los diferentes aspectos evaluados; a excepción de los recursos didácticos que tienen una concepción innovadora. En relación al Proceso de aprendizaje, se tiene una concepción innovadora tradicional con predominio de la concepción innovadora en los dos aspectos evaluados. Estos resultados evidencian que consideran al estudiante como el centro del proceso de enseñanza aprendizaje, pero una gran parte considera que este debe aprender de forma receptiva, mecánica y de memoria.

Conclusiones

Los resultados muestran que en los docentes están presentes los dos tipos de concepciones sobre la naturaleza de las matemáticas: estática y dinámica; en lo que respecta a la enseñanza también hay un predominio de una concepción mixta: tradicional e innovador, y en los profesionales de matemática una concepción mixta. Creemos que estos resultados se deben a que los docentes han tenido una formación tradicional; sin embargo, a lo largo de su profesión han participado de capacitaciones, han seguido estudios de especialización, han revisado documentos relacionados a una enseñanza constructivista, entre otros. Por los resultados obtenidos, se realizará una segunda parte del estudio con otro instrumento para identificar con mayor precisión cómo es que se moviliza en el docente los dos tipos de concepciones.

Referencias

Carmona, R. (2015). *Concepciones de práctica pedagógica en docentes en ejercicio de la ciudad de Pereira.* Tesis de Maestría, Universidad Tecnológica de Pereira.

Cunha, M. H. (2000). *Conocimiento profesional de los profesores de matemáticas: dilemas y dificultades para realizar tareas de investigación*. Revista Millenium on line, 2000, 17.

Donoso, P., Rico, N., y Castro, E. (2016). *Creencias y concepciones de profesores chilenos sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje.* Profesorado, 20(2), 76–97. http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=56746946005%0ACómo

Friz, M., Panes, R., Salcedo, P., & Sanhueza, S. (2018). *El proceso de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas. Concepciones de los futuros profesores del surde Chile.* Revista Electrónica de Investigación Educativa, 20(1), 59. https://doi.org/10.24320/redie.2018.20.1.1455

Lima, I. (2009). *Desde la modelización del conocimiento del alumno hasta las decisiones didácticas de los docentes: estudio didáctico en el caso de la simetría ortogonal.* Colección Universitaria. 1º ed. Paris: Edilivre, 2009.

Lisboa, M. (2012). *Concepciones sobre las matemáticas y su enseñanza desde la perspectiva de los docentes que enseñan matemáticas en la Universidad de Alagoas.* Tesis de Maestría, Universidad Federal de Pernambuco.

Moreira, P.C. (2004). *Conocimiento matemático del profesor: educación universitaria y práctica docente en la escuela primaria*. Tesis de Doctorado. Universidad Federal de Minas Gerais.

Osorio, A. (2021). *Concepciones de los docentes de educación superior acerca del currículo: una mirada contemporánea*. Revista Científica Ciencias Sociales y Educación, 10 (19), 141-166. https://doi.org/10.22395/csye.v10n19a6

Pineda, J. y Duarte, O. (2020). *Las concepciones pedagógicas del profesorado universitario: un punto de partida para el cambio docente*. Educación XX1, 23 (2), 95-118.

Ponte, J. P. (1992). Concepciones de los profesores de matemática y procesos deformación. *Educación matemática: temas de investigación*. Universidad de Lisboa. Lisboa: Instituto de Innovación Educativa, 1992.

Rodrigo, M., Rodríguez, A. y Marrero, J. (1993). *Las teorías implícitas. Una aproximación al conocimiento cotidiano*. Madrid: Aprendizaje Visor.

Santos, R. S. (2009). *La influencia de los formadores en los graduados de matemáticas* IME-UFG 154 f. Tesis de Maestría, Universidad Federal de Goiás.

Thompson. A. G. (1997). *La relación entre las concepciones de los profesores de matemáticas y la enseñanza de las matemáticas en la práctica pedagógica*. *Zetetik*é, v.5, n.8, p11-43, 1997.

Diferentes atores do Programa Residência Pedagógica como sujeitos do conhecimento: um relato de experiência

Different actors of the Pedagogical Residency Program as subjects of knowledge: an experience report

Diferentes actores del Programa de Residencia Pedagógica como sujetos de conocimiento: un informe de experiencia

Ana Paula Ximenes Flores[452]
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo
0000-0002-4143-8776

Rebeca Carneiro Americano[453]
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo
0000-0002-6050-6009

Vitor Ferreira de Souza[454]
Escola do Futuro
0000-0003-1965-7574

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam Matemática.

Resumo

O objetivo desse estudo é relatar as experiências vivenciadas por diferentes atores, dois residentes e uma preceptora, no Programa de Residência Pedagógica (PRP), em dois encontros com uma turma do segundo ano do Ensino Médio integrado ao Ensino Técnico. As experiências relatadas ocorreram no ano de 2019, em atividades de regência realizadas nas aulas de Matemática. O PRP foi importante por possibilitar a inserção dos residentes nas escolas. Os residentes concluíram os encontros de regência com o sentimento de expectativas alcançadas, os estudantes se engajaram durante as aulas e os objetivos estabelecidos durante o planejamento foram atendidos. Os residentes enfatizaram a importância das trocas realizadas com a preceptora e dos *feedbacks* recebidos ao término de cada encontro com a turma. A preceptora relata que a participação no PRP possibilitou diversas reflexões sobre o seu trabalho e muitos aprendizados com os residentes. A proposta desenvolvida pelos residentes foi bem aceita pelos alunos, destacaram-se as boas mediações feitas nos grupos, durante a realização da atividade. Conhecer o planejamento das regências antecipadamente foi importante para que os encontros com a turma fluíssem com naturalidade. Os residentes e a preceptora acreditam que puderam aprender uns com os outros por se compreenderem como sujeitos do conhecimento, conforme concebe Tardif. Nos momentos de regência, independentemente de já terem concluído o Curso de Licenciatura em Matemática ou não, estavam todos como professores e em constante formação.

[452] ximenes@ifsp.edu.br
[453] carneiro.rebeca@ifsp.edu.br
[454] vfsouza02@gmail.com

Palavras-chave: Programa Residência Pedagógica, Residentes, Preceptora, Matemática, Sujeitos do conhecimento.

Abstract

The objective of this study is to report the experiences lived by different actors, two residents and a preceptor, in the Pedagogical Residency Program (PRP), in two meetings with a second-year class of High School integrated to Technical Education. The reported experiences occurred in 2019, in regency activities carried out in Mathematics classes. The PRP was important for allowing the insertion of the residents in schools. The residents concluded the regency meetings with the feeling that their expectations had been met, the students were engaged during the classes, and the objectives established during the planning process were met. The residents emphasized the importance of the exchanges with the preceptor and the feedback received at the end of each class meeting. The preceptor reports that the participation in the PRP allowed several reflections on her work and a lot of learning with the residents. The proposal developed by the residents was well accepted by the students, and the good mediation done in the groups during the activity stood out. Knowing the planning of the regencies in advance was important for the meetings with the class to flow naturally. The residents and the preceptor believe that they were able to learn from each other because they understand themselves as subjects of knowledge, as conceived by Tardif. During the regency periods, regardless of whether they had already graduated from the mathematics course or not, they were all teachers and in constant training.

Keywords: Pedagogical Residency Program, Residents, Preceptor, Mathematics, Subjects of knowledge.

Resumen

El objetivo de este estudio es relatar las experiencias vividas por diferentes actores, dos residentes y un preceptor, en el Programa de Residencia Pedagógica (PRP), en dos encuentros con una clase de segundo año de la Enseñanza Media Integrada a la Técnica. Las experiencias relatadas ocurrieron en 2019, en actividades de regencia realizadas en las clases de Matemáticas. El PRP fue importante para permitir la inserción de los residentes en las escuelas. Los residentes concluyeron las reuniones de regencia con la sensación de que se habían cumplido sus expectativas, que los alumnos habían participado en las clases y que se habían cumplido los objetivos establecidos durante el proceso de planificación. Los residentes destacaron la importancia de los intercambios con el preceptor y la retroalimentación recibida al final de cada reunión con la clase. La preceptora informa que la participación en el PRP permitió varias reflexiones sobre su trabajo y mucho aprendizaje con los residentes. La propuesta elaborada por los residentes fue bien aceptada por los alumnos, destacando las buenas mediaciones realizadas en los grupos durante la actividad. Conocer de antemano la planificación de las regencias era importante para que los encuentros con la clase fluyeran con naturalidad. Los residentes y el preceptor creen que pudieron aprender unos de otros al entenderse como sujetos de conocimiento, tal y como los concibe Tardif. Durante los periodos de regencia, independientemente de haber realizado o no el curso de licenciatura en matemáticas, todos eran profesores y estaban en constante formación.

Palabras clave: Programa de Residencia Pedagógica, Residentes, Preceptor, Matemáticas, Sujetos de conocimiento.

Introdução

O Programa Residência Pedagógica (PRP) foi instituído pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Nível Superior (CAPES) por meio da Portaria nº 38, de 28 de fevereiro de 2018. Nos anos de 2019 e 2022 foram publicados outros dois editais com os regulamentos para novas edições do PRP (CAPES, 2019, 2022), no entanto abordamos no nosso trabalho apenas a primeira edição, da qual participamos. Devido aos trâmites legais para seleções das Instituições de Ensino Superior (IES) contempladas, dos Campi, Cursos de Licenciatura e participantes envolvidos, as atividades foram iniciadas efetivamente no decorrer do segundo semestre de 2018

Na estrutura do PRP era previsto a atuação de docentes da IES, denominados orientadores; de alunos dos Cursos de Licenciatura, chamados de residentes e de professores das escolas-campo de Educação Básica, os preceptores. Considerando todos esses atores trabalhando de maneira articulada no PRP, destacamos um dos objetivos, previsto no Artigo 2º da Portaria nº 38, de "fortalecer, ampliar e consolidar a relação entre a IES e a escola, promovendo sinergia entre a entidade que forma e a que recebe o egresso da licenciatura e estimulando o protagonismo das redes de ensino na formação de professores" (CAPES, 2018).

Foi estabelecido um período de 18 meses para a realização e conclusão das 440 horas de atividades dos residentes. Essa carga horária compreendia horas de ambientação na escola, imersão, regência e elaboração de relatórios. Os residentes que integralizaram a carga horária do PRP ficaram dispensados do cumprimento do Estágio Supervisionado.

O objetivo desse estudo é relatar as experiências vivenciadas por diferentes atores, dois residentes e uma preceptora, no Programa de Residência Pedagógica (PRP), em dois encontros com uma turma do segundo ano do Ensino Médio integrado ao Ensino Técnico. As experiências relatadas ocorreram no ano de 2019, ano em que a primeira autora atuou como preceptora no PRP e a segunda e o terceiro autores atuaram como residentes. Abordaremos as atividades de regência realizadas pelos residentes na disciplina de Matemática, em um campus do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo (IFSP), uma das escolas-campo no PRP. Cada encontro correspondeu a duas aulas seguidas de 50 minutos cada. É importante destacar que o IFSP foi ao mesmo tempo a IES de origem dos residentes, onde cursavam

Licenciatura em Matemática e a escola-campo em que desenvolveram parte da carga horária do PRP, por ser também uma instituição de Educação Básica.

Tinti e Silva (2020) fizeram uma busca nos Anais do XIII Encontro Nacional de Educação Matemática, realizado no ano de 2019 e localizaram 14 trabalhos apresentados no evento com foco no PRP. Com relação as contribuições do PRP para a formação inicial do Professor de Matemática, Tinti e Silva (2020) destacam

> a repercussão na formação inicial do professor de Matemática, decorrente das ações de observação, planejamento e desenvolvimento de propostas de ensino (regência) planejadas e acompanhadas pelos formadores, sobretudo no que se refere ao desenvolvimento da autonomia e articulação entre teoria e prática. (TINTI; SILVA, 2020, p. 164)

Quando propomo-nos a relatar as experiências vivenciadas, colocamo-nos na posição de sujeitos do conhecimento, conforme concebe Tardif (2014):

> [...] um professor de profissão não é somente alguém que aplica conhecimentos produzidos por outros, não é somente um agente determinado por mecanismos sociais: é um ator no sentido forte do termo, isto é, um sujeito que assume sua prática a partir dos significados que ele mesmo lhe dá, um sujeito que possui conhecimentos e um saber-fazer provenientes de sua própria atividade e a partir dos quais ele a estrutura e a orienta. Nessa perspectiva, toda pesquisa sobre o ensino tem, por conseguinte, o dever de registrar o ponto de pesquisa dos professores, ou seja, sua subjetividade de atores em ação, assim como os conhecimentos e o saber-fazer por eles mobilizados na ação cotidiana. (TARDIF, 2014, p. 230)

Quanto à formação inicial de professores, Tardif (2014) faz três considerações. A primeira é que é importante que os professores universitários tenham professores de profissão, ou seja, professores atuantes na Educação Básica como parceiros na formação de seus futuros colegas de trabalho. A segunda, diz respeito ao currículo dos Cursos de Licenciatura repletos de conhecimentos teóricos, muitas vezes desarticulados do ensino e da realidade escolar e ao desafio, que se impõe, da abertura para os conhecimentos advindos da prática docente. E a terceira consideração trata da lógica disciplinar, que prevalece nos Cursos de Licenciatura, em que uma disciplina é isolada da outra e concebe os alunos como receptor desses conteúdos e não como sujeitos do conhecimento.

Para finalizar, Tardif (2014) defende a unidade da profissão docente:

> Seremos reconhecidos socialmente como sujeitos do conhecimento e verdadeiros atores sociais quando começarmos a reconhecer-nos uns aos outros como pessoas competentes, pares iguais que podem aprender uns com os outros. Diante de outro professor, seja ele do pré-escolar ou da universidade, nada tenho a mostrar ou a provar – mas posso aprender com ele como realizar nosso ofício comum. (TARDIF, 2014, p. 244)

Nessa perspectiva de unidade e de sujeitos do conhecimento apresentamos nossos relatos de experiências, de residentes e preceptora, de autores que desempenham diferentes papéis e aprendem uns com os outros.

Relato dos residentes

Para nós, residentes, foi importante participarmos do PRP devido à possibilidade de nossa inserção, enquanto discentes do curso de Licenciatura em Matemática, em nosso futuro ambiente de trabalho – a sala de aula – de maneira que tivemos uma participação ativa. Para isso, antes de adentrarmos a sala de aula, algumas reuniões envolvendo os participantes (orientadores, residentes e professores preceptores) foram necessárias. Nestas reuniões, diversas discussões pedagógicas se desenvolveram, o que serviu de extrema valia para auxiliar no planejamento do projeto.

Ao longo destas reuniões, elaboramos relatórios sobre a escola-campo em que atuamos. Durante o momento de ambientação coletamos algumas informações que possibilitasse-nos fazer uma caracterização da escola. Para tanto levantamos dados sobre: o histórico da escola, a infraestrutura física, o contexto social, o cronograma de eventos, a gestão da escola, quantidade de alunos por turma, número de servidores e índices obtidos em avaliações externas. Quanto aos documentos oficiais, obtivemos: o Projeto Político Pedagógico, Diário de Classe e o Plano de Ensino de Matemática. Além disso, foi importante também conhecermos o perfil da professora preceptora, sua formação e experiência profissional.

Em seguida, iniciamos o período de observação, onde pudemos observar as aulas da preceptora com a turma do segundo ano e realizar anotações que poderiam guiar-nos em breve, durante o período de regência. Neste momento foi importante também registrarmos algumas informações que deveriam constar no relatório da escola-campo como: perfil da turma observada, conteúdos trabalhados de Matemática, a metodologia de ensino e os recursos utilizados durante as aulas.

Ao final do período de observação de aulas, apresentamos o planejamento desenvolvido em grupo, com o auxílio do docente orientador, à professora preceptora para que pudesse discutir e ajustar alguns pontos conosco.

Nosso grupo ficou responsável por residir no IFSP, campus Guarulhos, com uma turma do segundo ano do Ensino Médio. Mediante discussões com o docente orientador e a professora preceptora, decidimos trabalhar com o tema de Sequências, aprofundando em Progressão

Aritmética (PA) e Progressão Geométrica (PG). Esses temas foram trabalhados em encontros de 100 minutos. Durante discussões do grupo de residentes, decidimos iniciar o primeiro encontro com a apresentação dos residentes e da proposta elaborada para a regência no PRP. Em seguida, abordamos o contrato didático, estabelecemos instruções de como as aulas se desenvolveriam. Após este acordo, fizemos a divisão da turma em grupos de até quatro integrantes e cada estudante recebeu uma cópia da lista de exercícios, na qual optamos por nomear “Lista de Desafios”. Orientamos os alunos para que a lista fosse resolvida despreocupadamente quanto ao tempo, pois poderia ser finalizada no encontro seguinte. Tal nomenclatura foi fundamental para o engajamento dos estudantes para que não soasse apenas como “mais uma lista de exercícios” e sim como algo que os instigasse a se desafiar. Nessa lista constavam questões que abordavam os próprios conteúdos mencionados anteriormente (Sequências, PA e PG), porém de forma implícita. Destacamos que o propósito da lista era de explorar os conteúdos mencionados indiretamente, de maneira que os estudantes não ficassem dependente de fórmulas para resolver os desafios, mas que pudessem resolvê-los através do raciocínio lógico.

Durante o desenvolvimento da Lista de Desafios, eventuais dúvidas surgiram e foram atendidas por nós e pela professora preceptora. Destacamos que somente o primeiro encontro não foi o suficiente para que os grupos pudessem finalizar a atividade e ao final do encontro, as atividades foram recolhidas para que pudessem ser "pré-corrigidas"[455]. Neste momento, fez-se fundamental uma conversa com a professora preceptora para que pudéssemos ter um *feedback* das aulas, obtendo assim, orientações importantes para pontos a serem mais bem discutidos nas aulas seguintes. Após o primeiro encontro foi possível perceber que a Lista de Desafios gerou o impacto positivo que esperávamos. Além de serem instigados a resolver tais desafios, durante o momento de pré-correção pudemos verificar que os estudantes conseguiram assimilar os conteúdos abordados indiretamente. Apesar do nervosismo e ansiedade que sentimos por ter sido nosso primeiro momento como regentes da turma, concluímos o encontro com o sentimento de que nossas expectativas foram alcançadas, o que acabou gerando uma maior segurança para o próximo.

No segundo encontro, solicitamos à turma que formassem novamente os mesmos grupos das aulas anteriores e entregamos suas respectivas atividades pré-corrigidas. A presença da professora preceptora foi de extremo valor neste momento para trazer um olhar de um docente,

[455] Correção realizada apenas nos exercícios finalizados nas duas primeiras aulas e sem nota atribuída à atividade.

pois alguns questionamentos quanto à correção foram levantados e sua fala sobre a importância de considerar possíveis diferentes respostas dos estudantes e diferentes maneiras de resolução dos exercícios foi fundamental. A aula teve sequência com os estudantes finalizando a Lista de Desafios em grupos por um período determinado e depois com a realização da correção dos exercícios.

Relato da preceptora

Como Professora de Educação Básica, Técnica e Tecnológica, sempre que possível, dedico parte da minha carga às disciplinas do Curso de Licenciatura em Matemática e outra parte à disciplina de Matemática nos Cursos de Ensino Médio Integrado. Enxergo essa possibilidade como um privilégio, porque enquanto estou atuando como Formadora de Professores, também estou vivenciando o cotidiano da Educação Básica, com todas as complexidades que os dois níveis de ensino exigem.

Estive como preceptora no PRP desde o início, em agosto de 2018, até o final do ano de 2019. Foi uma experiência desafiadora e gratificante. Como preceptora, atuava com grupos de residentes que estavam fazendo a ambientação na escola-campo, a imersão e a regência de aulas. Na ambientação os residentes conheceram os setores da escola relacionados com a Educação Básica: direção da escola, coordenadoria de ensino, coordenadorias de cursos e equipe sociopedagógica, composta por pedagogos, assistente social e psicóloga. Puderam conversar com os membros dos setores, solicitar documentos institucionais e dessa forma traçar um perfil da escola-campo, que era uma das atividades previstas no PRP. Não é o foco deste relato, mas é importante salientar que os residentes que cumpriram parte da carga horária no Ensino Médio no IFSP, estiveram em uma Escola Estadual de Ensino Fundamental cumprindo o restante da carga horária em outro semestre letivo.

Na imersão os residentes observavam as aulas e faziam registros, que eram compartilhados comigo. Esses registros possibilitavam que eu refletisse sobre a minha atuação como professora, olhava para o meu trabalho através dos olhos e interpretações dos residentes que me observavam. É importante pontuar que embora eu conhecesse os residentes como alunos do Curso de Licenciatura, naquele semestre eu não estava atuando como professora deles. As observações também foram importantes para aproximar os residentes dos alunos. Quando os alunos estavam resolvendo exercícios ou fazendo atividades em grupos, caso se sentissem à vontade, os residentes poderiam auxiliá-los.

A regência na turma de segundo ano, que iniciou em abril de 2019, começou a ser planejada anteriormente e com acompanhamento do professor orientador. No início do ano letivo nos reunimos, apresentei todos os conteúdos que seriam trabalhados no decorrer do ano e indiquei alguns que poderiam ser desenvolvidos na regência. Minha preocupação era que dentro da carga horária prevista para a regência, entre oito e dez encontros de 100 minutos cada, os residentes pudessem realizar uma sequência didática completa, sendo responsáveis inclusive pela avaliação daquele conteúdo.

Decidimos que na regência seriam abordadas Sequências, Progressões Aritméticas e Progressões Geométricas. Nas aulas de regência ocorria o contrário das observações. Os residentes assumiam o papel de professores da turma, eu estava presente o tempo todo, observava as aulas, fazia anotações e quando solicitada pelos residentes ou pelos alunos, fazia intervenções. Meus registros também eram compartilhados com os residentes. Não detalharemos como ocorreu todo o período de regência, nos limitaremos as duas primeiras aulas, que foram abordadas Sequências.

A turma do segundo ano era muito comunicativa, agitada e participativa. A maioria dos alunos gostava de realizar atividades em grupos e se interessava por questões de vestibulares. Os residentes decidiram, então, iniciar a regência com uma lista de 17 exercícios sobre Sequências Numéricas, aos quais chamaram de desafios, que foram bem aceitos pelos alunos.

Estavam presentes 38 alunos, que foram enumerados de um a dez e formaram os grupos de acordo com os números recebidos. A formação de grupo de maneira aleatória gerou manifestações contrárias dos alunos. Apesar de algumas reclamações, em quase todos os grupos a comunicação fluiu bem, com exceção de um em que os alunos se sentaram juntos, mas não discutiam, resolviam as questões individualmente. Como docente eu nunca havia usado essa estratégia, determinava a quantidade máxima de alunos por grupo e permitia que eles se organizassem. Considero que foi algo interessante, uma vez que possibilitou aos alunos dialogarem mais com colegas que não tinham tanta afinidade e essa é uma habilidade social importante de ser desenvolvida.

Durante o primeiro encontro foi solicitado que os exercícios fossem resolvidos em grupo e que cada grupo entregasse uma resolução com justificativas. Não havia necessidade de concluírem a lista toda, os alunos foram avisados que continuariam a resolução na aula seguinte. Os residentes e eu fazíamos mediações no grupo, pedindo para que todos os integrantes participassem das discussões, esclarecendo eventuais dúvidas e questionando os grupos para que atingissem os objetivos a serem alcançados, previamente discutidos para cada item. Quando os alunos estão trabalhando em grupos costumo fazer essas mediações, mas estando sozinha nem sempre dou conta de atender todos os grupos como gostaria. O encontro foi finalizado com a entrega dos exercícios, conforme era planejado.

No início do segundo encontro, os residentes pediram para que os alunos se reunissem nos mesmos grupos, para dar continuidade à lista de desafios. Os exercícios finalizados no primeiro encontro foram corrigidos pelos residentes, que indicavam se a resolução apresentada estava correta ou não e foram devolvidos aos grupos. Foi recomendado que os grupos observassem a correção e em caso de dúvidas, nos perguntassem. Alguns grupos se manifestaram e puderam apresentar suas justificativas, ou porque não tinham entendido o que estava errado ou porque a resolução não tinha sido compreendida pelos residentes. Essa possibilidade de dar devolutivas rápidas para os alunos, como os residentes fizeram, nem sempre está ao nosso alcance como professores.

Os grupos de alunos prosseguiram com a resolução dos exercícios e mantivemos as mediações, como no primeiro encontro. Foi estabelecido que teriam mais 30 minutos para concluir essa atividade e em seguida os residentes iniciaram a correção da lista na lousa, dialogando com toda a turma. Em alguns exercícios era solicitado que alunos fossem até a lousa para apresentarem a forma que resolveram. Deu tempo de corrigir até o 11º exercício, o horário do encontro estava quase terminando, deixaram alguns itens sem correção e discutiram o último exercício da lista. O conteúdo de Sequências não havia sido trabalhado anteriormente, no entanto a forma que a lista foi construída induzia os alunos a refletirem sobre Sequências, de modo que o último exercício questionava o que seria uma sequência para o grupo. Surgiram respostas como um conjunto de números que obedecem a alguma ordem, que pode ser finito ou infinito. O encontro e a abordagem da lista de desafios foram finalizados.

Nos meus registros deixei algumas observações para os residentes, no intuito de refletirem e aprimorarem suas práticas nas aulas seguintes. Por exemplo, ao fazer a correção da lista, muitas vezes é melhor aprofundarmos as discussões em exercícios específicos a fazer a resolução de todos. Como no último exercício, que poderíamos discutir outras possibilidades de sequências, que apareceram na lista e não eram numéricas.

A escolha feita pelos residentes, de iniciar o tema com exercícios e depois trabalhar com a formalização dos conceitos, foi um aprendizado para mim. Provavelmente eu teria feito a introdução dos conceitos e em seguida trabalharia com atividades em grupos. A lista de exercícios elaborada pelos residentes também foi muito interessante e os alunos da turma elogiaram as aulas de regência.

Considerações Finais

Nesse estudo, tivemos como objetivo relatar as experiências vivenciadas por diferentes atores, dois residentes e uma preceptora, no PRP, em dois encontros com uma turma de segundo ano do Ensino Técnico Integrado ao Ensino Médio. As experiências relatadas ocorreram no ano de 2019, ano em que a primeira autora atuou como preceptora no PRP e a segunda e o terceiro autores atuaram como residentes. Abordamos as atividades de regência realizadas pelos residentes na disciplina de Matemática, em um campus do IFSP, uma das escolas-campo no PRP.

É importante salientar algumas particularidades que podem ter influenciado nossas vivências, tais como a escola-campo coincidir com a Instituição de Ensino Superior de origem dos residentes e termos participado do primeiro edital do PRP. As regências ocorridas em outras Escolas de Educação Básicas ou em outras edições do PRP e os vínculos estabelecidos com outros preceptores, podem ter características bastante diferentes. Não temos, portanto, a pretensão de estabelecer generalizações para o PRP a partir dos nossos relatos de experiências.

Para nós, os residentes, o PRP foi importante por permitir nossa inserção nas escolas e uma participação ativa, especialmente nos momentos de regência. Fizemos a opção de iniciar o ensino de sequências utilizando de uma lista de exercícios, na qual optamos por nomear "Lista de Desafios". Nesta lista constavam questões que abordavam conteúdos que seriam formalizados posteriormente, de forma implícita. Destacamos que o propósito desta lista era de explorar os conteúdos planejados, de modo que os estudantes não ficassem dependentes de fórmulas para resolver os itens, mas que pudessem resolvê-los através do raciocínio lógico. Concluímos os encontros com o sentimento de que nossas expectativas foram alcançadas, os estudantes se engajaram durante as aulas e os objetivos que estabelecemos durante o planejamento foram atendidos. Em nosso relato, enfatizamos a importância das trocas realizadas com a preceptora, quer seja quando entregamos as atividades pré-corrigidas para os grupos ou quando recebíamos *feedbacks* sobre o andamento do encontro realizado.

Para mim, a professora preceptora, o PRP possibilitou diversas reflexões sobre o meu trabalho e muitos aprendizados, tais como a maneira de organizar os grupos aleatoriamente ou a possibilidade de iniciar a sequência didática com a Lista de Desafios. A proposta desenvolvida pelos residentes foi bem aceita pelos alunos, realizamos diversas mediações nos grupos enquanto resolviam a atividade, com questionamentos possibilitávamos que os alunos corrigissem os erros ou se aprofundassem, para além do que era solicitado nos enunciados. Foi importante conhecer o planejamento das regências antecipadamente e nos organizarmos, dessa forma os encontros fluíram com bastante naturalidade.

Tinti e Silva (2020) destacam o desenvolvimento da autonomia dos residentes e a articulação entre teoria e prática nas atividades de regência, como contribuições do PRP para a formação inicial do Professor de Matemática. Nosso relato corrobora que é essencial que os residentes tenham autonomia e gostaríamos de evidenciar a importância do diálogo entre os residentes, orientador e preceptora, que proporcionou segurança na realização das atividades de regência. Tanto o exercício do diálogo quanto o sentimento de segurança são contribuições importantes do PRP para os futuros professores de Matemática.

Acreditamos que pudemos aprender uns com os outros por nos compreendermos como sujeitos do conhecimento, conforme concebe Tardif (2014), naqueles momentos de regência, independentemente de já termos concluído o Curso de Licenciatura ou não, estávamos todos como professores e em constante formação.

Referências

CAPES. **Portaria nº 38, de 28 de fevereiro de 2018**. Institui o Programa Residência Pedagógica. Disponível em: https://www.gov.br/capes/pt-br/centrais-de-conteudo/28022018-portaria-n-38-institui-rp-pdf. Acesso em: 30 set. 2022.

______. **Portaria nº 259, de 17 de dezembro de 2019.** Dispõe sobre o regulamento do Programa de Residência Pedagógica e do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência. Disponível em: https://www.gov.br/capes/pt-br/centrais-de-conteudo/19122019-portaria-259-regulamento-pdf. Acesso em 30 set. 2022.

______. **Portaria nº 82, de 26 de abril de 2022.** Dispõe sobre o regulamento do Programa Residência Pedagógica. Disponível em: https://www.gov.br/capes/pt-br/centrais-de-conteudo/documentos/diretoria-de-educacao-basica/28042022_Portaria_1691648_SEI_CAPES___1689649___Portaria_GAB_82.pdf. Aceso em 30 set. 2022.

TARDIF, M. **Saberes Docentes e Formação Profissional.** 17. ed. Petrópolis: Vozes, 2014, 325 p.

TINTI, D. S.; SILVA, J. F. Estudo das repercussões do programa residência pedagógica na formação de professores de matemática. **Revista Brasileira de Pesquisa sobre Formação de Professores**, Belo Horizonte, v. 13, n. 25, p. 151-172, 2020. Disponível em: https://www.revformacaodocente.com.br/index.php/rbpfp/article/view/404. Acesso em 16 out. 2022.

O conhecimento matemático do professor para o ensino de geometria na Educação Básica: o caso das bases dos prismas

The teacher's mathematical knowledge for the teaching of geometry in Basic Education: the case of prism bases

El conocimiento matemático del docente para la enseñanza de la geometría en la Educación Básica: el caso de las bases de los prismas

Alana Nunes Pereira[456]
Universidade Federal do Espírito Santo
0000-0003-2944-4142

Samira Zaidan[457]
Universidade Federal de Minas Gerais
0000-0001-7163-5546

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam matemática

Resumo

Neste trabalho, problematiza-se parte dos resultados de uma pesquisa em que investigou-se os conhecimentos matemáticos para o ensino, no que se refere ao trabalho com a geometria nos anos finais do Ensino Fundamental, a partir da análise de aulas nesse segmento de escolaridade. Apresenta-se a análise de um episódio ocorrido em uma sala de aula de geometria do 7º ano do Ensino Fundamental, em que questões que foram colocadas perante aos professores participantes demandaram conhecimentos que se mostraram específicos para o ensino de geometria, tendo sido tais conhecimentos mobilizados ou não pelos sujeitos durante o ensino observado. Situou-se os dados analisados na literatura específica sobre ensino de geometria na Educação Básica. Notou-se que o conhecimento matemático para o ensino de geometria é enraizado nos processos do ensino em si, bem como, em teorias da Educação Matemática e dos Fundamentos da Matemática.

Palavras-chave: Conhecimento matemático para o ensino, Matemática Escolar, Formação de professores, Ensino de geometria, Educação Matemática.

Abstract

In this work, part of the results of a research in which mathematical knowledge for teaching was investigated, with regard to work with geometry in the final years of Elementary School, from the analysis of classes in this schooling segment. An analysis of an episode that took place in a geometry classroom of the 7th year of Elementary School is presented, in which questions that were posed to the participating teachers demanded knowledge that proved to be specific for the teaching of geometry, and such knowledge was mobilized or not by the subjects during the observed teaching. The data analyzed in the specific literature on geometry teaching in Basic Education was located. It was noted that mathematical knowledge for the teaching of geometry

456 alana.pereira@ufes.br
457 samirazai77@gmail.com

is rooted in the teaching processes themselves, as well as in theories of Mathematics Education and the Fundamentals of Mathematics.
Keywords: Mathematical knowledge for teaching, School Mathematics, Teacher training, Teaching geometry, Mathematics Education.

Resumen

En este trabajo, parte de los resultados de una investigación en la que se indagó el conocimiento matemático para la enseñanza, en lo que se refiere al trabajo con la geometría en los últimos años de la Enseñanza Fundamental, a partir del análisis de las clases de este segmento escolar. Se presenta el análisis de un episodio ocurrido en un aula de geometría del 7º año de la Enseñanza Fundamental, en el cual se plantearon preguntas a los docentes participantes que demandaban conocimientos que resultaron ser específicos para la enseñanza de la geometría, y dichos conocimientos fueron movilizados. o no por los sujetos durante la enseñanza observada. Se localizaron los datos analizados en la literatura específica sobre la enseñanza de la geometría en la Educación Básica. Se observó que el conocimiento matemático para la enseñanza de la geometría tiene sus raíces en los propios procesos de enseñanza, así como en las teorías de la Educación Matemática y los Fundamentos de las Matemáticas.
Palabras clave: Conocimiento matemático para la enseñanza, Matemática escolar, Formación del profesorado, Enseñanza de la geometría, Educación Matemática.

Introdução

No cenário dos debates acerca da formação de professores/as de Matemática, discussões sobre os conhecimentos matemáticos relacionados ao ensino na Educação Básica e as questões inerentes ao processo de apropriação desses saberes na formação inicial de professores têm sido protagonistas (Moreira & David, 2005; Roldão, 2007; Ball, Thames & Phelps, 2008). É no veio dessa problemática que a temática tratada neste artigo se encontra.

Um senso comum − por boa parte dos docentes formadores de professores − é a ideia de que licenciatura precisa se estruturar, fundamentalmente, nos conhecimentos matemáticos acadêmicos (ou científicos), de maneira a se constituir uma base teórica do que se solicita desses fundamentos matemáticos no ensino escolar. Por outra ótica, pesquisas situam os múltiplos conhecimentos relativos ao ensino de Matemática como como um amálgama de saberes forjados a partir de diversos condicionantes da prática pedagógica (Shulman, 1986; Moreira & David, 2005, Ball, Thames & Phelps, 2008; Carrillo, Climent, Contreras & Munoz-Catalán, 2013). Ou seja, as concepções de alguns autores que defendem essa visão chamam a atenção para uma distinção entre o que se deve saber a respeito de um conteúdo matemático para o domínio comum (ou do domínio acadêmico/científico) e o que se deve saber desse conteúdo quando a intenção é ensiná-lo na escola.

O presente artigo traz um recorte de uma pesquisa de doutorado, já concluída, que foi concebida dentro dessa problemática, uma vez que o seu objetivo principal foi investigar, especificamente, a respeito do que se pode constituir como um corpo de conhecimentos relacionados ao ensino da geometria no Ensino Fundamental, para, a partir dessa investigação, alinhavar uma discussão sobre conhecimentos que podem ser considerados relevantes para compor a formação inicial de professores de Matemática que atuarão na Educação Básica. Procurou-se alcançar o objetivo da referida pesquisa através da problematização dos conhecimentos que foram desvelados em aulas de Matemática ministradas em turmas de 7º e 9º anos do Ensino Fundamental, a partir das demandas postas aos professores, sujeitos da pesquisa, durante as suas práticas de ensino de geometria que foram observadas.

Nesse sentido, o recorte que aqui se apresenta diz respeito às análises de um episódio ocorrido em uma aula ministrada por três sujeitos da pesquisa (um professor efetivo da escola pesquisada e dois estagiários), especificamente em uma turma de 7º ano, na qual discutiu-se sobre as características de figuras tridimensionais. Nessa aula, muitos questionamentos dos estudantes da turma indicaram uma potencial mobilização de conhecimentos de geometria, por parte dos docentes, que, à luz dos referenciais teóricos adotados na pesquisa, constituem-se como conhecimentos matemáticos específicos da profissão.

Vale destacar que na pesquisa de doutorado, bem como, neste artigo, não se faz uma distinção entre conhecimentos e saberes. Ambos indicarão, neste artigo, um mesmo sentido, conforme fazem os autores que, a seguir, são pontuados como nossos referenciais teóricos.

Inspirações teóricas

Diversos autores concebem a existência de uma diferença entre os conhecimentos matemáticos para uso por matemáticos - ou para serem aplicados, profissionalmente, na resolução de problemas ou criação de produtos - e os conhecimentos matemáticos específicos para as situações de ensino, os quais são concebidos e sistematizados a partir das demandas das ações pedagógicas dos professores na Educação Básica. Neste artigo, adotamos como referencial teórico para sustentar essa discussão os construtos de Ball, Thames e Phelps (2008) e Moreira e David (2005).

Deborah Ball - e suas equipes - desenvolveu pesquisas que perpassam pela concepção de Conhecimento do conteúdo e do PCK, propostos por Lee Shulman em 1986, e que tiverem como questionamento fundamental a pergunta: existe um conhecimento matemático profissional específico para o ensino de Matemática (na Escola Básica) (Ball, Thames & Phelps, 2008)? Ao longo de mais de 20 anos de pesquisas empíricas sobre as demandas de conhecimento matemático que surgem das práticas escolares, Ball, Thames e Phelps (2008) propuseram um conjunto de subcategorias para conceituar e desdobrar o que conceberam como o Conhecimento Matemático para o Ensino (Mathemathical Knowledge for Teaching – MKT). O pressuposto epistemológico do MKT circula em torno de que é necessário aos professores entender e saber usar a Matemática de maneiras específicas quanto ao ensino, o que se difere do uso da Matemática para fins científicos (ou acadêmicos), no estudo e no desenvolvimento de assuntos da própria área, e em outras áreas de conhecimento. Constituem o MKT seis subdomínios de conhecimentos específicos para a ação de ensinar, quais sejam: o conhecimento comum do conteúdo, o conhecimento especializado do conteúdo; o conhecimento do conteúdo e dos estudantes; o conhecimento do conteúdo e do ensino; o conhecimento do conteúdo e do currículo; e, por fim, o conhecimento do horizonte do conteúdo.

Dentre os estudos brasileiros acerca dos conhecimentos para o ensino de Matemática, destaca-se, aqui, o construto de Moreira e David (2005). Nele, os autores discutem uma distinção entre os termos Matemática Acadêmica e Matemática Escolar, onde a última é teoricamente proposta a partir de uma análise das efetivas demandas da prática profissional do professor. A proposta de Moreira e David (2005) faz uma reflexão sobre a natureza epistemológica da Matemática (na e) para a formação dos professores que a ensinarão na escola, uma vez que eles conceituam a Matemática Escolar como um "conjunto de saberes produzidos e mobilizados pelos professores de Matemática em sua ação pedagógica na sala de aula da escola, quanto resultados de pesquisas que se referem à aprendizagem e ao ensino escolar de conceitos matemáticos, técnicas, processos, etc." (p. 20).

Neste texto, a Matemática Escolar é compreendida como uma perspectiva fundamental para a formação inicial de professores de Matemática, uma vez que ela se constitui como um amálgama de conhecimentos próprios para a docência na Escola Básica, os quais são oriundos da prática profissional.

A prática de ensino como um campo de investigação

A pesquisa de doutorado que originou o recorte presente neste artigo teve como objetivo principal identificar e problematizar conhecimentos matemáticos para o ensino, no que tange ao ensino de geometria no Ensino Fundamental, visando a uma discussão sobre a relevância desses conhecimentos para a formação de professores de Matemática. A principal fonte dos dados da pesquisa constituiu-se de um conjunto de situações de sala de aula, as quais aconteceram em turmas de 7º e 9º anos do Ensino Fundamental em uma escola pública da rede federal de ensino. Neste artigo, relata-se e discute-se um episódio ocorrido em uma das aulas observadas em uma turma do 7º ano.

No total, foram observadas 10 aulas na turma do 7º ano. Todas as aulas foram gravadas em áudio e um diário de campo foi produzido. Os sujeitos da pesquisa envolvidos no episódio aqui relatado e discutido são, portanto, o professor do 7º ano, cujo codinome é Benjamin, os estagiários que o acompanhavam em suas práticas nos momentos em que as observações foram realizadas, com codinomes Hipátia e Hilbert (na época, alunos de um curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade pública) e os alunos da turma.

O episódio ocorreu em uma das práticas de ensino que foram preparadas e ministradas pelos estagiários, sob a supervisão de Benjamin. Nessa prática, os estagiários trabalharam o ensino de poliedros e não poliedros e de planificações de objetos espaciais, mediado pela visualização. Diante desse fato, autores que problematizam a visualização matemática também foram consultados de maneira que a discussão dos saberes para o ensino identificados no episódio foi situada na literatura de pesquisa especializada sobre questões relacionadas ao ensino de geometria por meio da visualização.

Os dados referentes ao episódio foram analisados em uma perspectiva interpretativa, a fim de se identificar e problematizar conhecimentos matemáticos para o ensino, no que tange ao ensino de geometria no Ensino Fundamental, os quais entende-se que foram demandados da prática de ensino observada. Logo, os saberes apontados a partir das análises podem ter sido ou não mobilizados pelos sujeitos. Em vista disso, considerou-se o fato de que tais saberes afloraram da situação de sala de aula analisada como conhecimentos relacionados aos diferentes tipos de questões nela colocada e, dessa maneira, destacados como conhecimentos relevantes para a formação inicial de professores.

As bases dos prismas e os conhecimentos para o ensino de geometria no Ensino fundamental

Os docentes propuseram uma atividade em que alguns alunos do 7º ano foram chamados a irem até à frente da sala, um de cada vez, para escolherem um objeto de acrílico - representativo de uma forma geométrica espacial –, dentre os objetos que estavam dispostos sobre duas mesas, para descrevê-los, segundo o que viam e/ou o que sabiam a respeito dele. Além dos objetos de acrílico, havia um material feito de uma placa de isopor coberta por um pano, a qual foi nomeada por Benjamin de pano. Esse material representava, nas aulas, um plano.

Um dos alunos que participaram dessa atividade – cujo codinome é Otávio - escolheu a representação em acrílico de um tronco de pirâmide de base quadrada para descrever para a turma. Enquanto explorava o material, o estudante chamou a atenção para uma parte da figura, definindo-a como a sua base. Essa observação desencadeou uma discussão em torno da concepção de bases de uma figura espacial, conforme se segue nos excertos das transcrições abaixo (Pereira, 2020):

Otávio: Essa figura é um quadrado aqui [referindo-se a uma das bases do tronco de pirâmide], mas, aqui, hum ... bem ... é ... Tem um quadrado grande pra base, que seria, e um quadradinho pra fechar. Tem umas ... Vértice, né? (..) **Hipátia**: Tem alguma outra característica que você quer observar? **Otávio**: É porque esse quadrado aqui [apontando para a base maior do tronco] é muito grande e o outro é pequenininho. Aí eu achei estranho. Por isso é que eu peguei essa figura, porque eu achei ela muito interessante. (..) **Joana**: Você não acha que, por exemplo, a parte quadrada maior que tá embaixo, no caso aí, é a base, mas o quadrado pequeno que tá em cima também pode ser uma base? **Hipátia**: Você acha que a figura, ela pode ter somente uma base? **Joana**: Não! Eu tô falando que nessa figura tem mais de uma base. Só que, tá... Mas, quando vê assim, né, nesse ângulo (...) Essa figura, de onde que eu tô, parece que ela tem a parte da frente, um trapézio. E... ela também pode ter mais de uma base. Embaixo tem um quadrado maior, que no caso é a base, mas do lado e o quadrado menor também pode ser uma base, uai!

Após algumas discussões, Hipátia solicitou que outro integrante de outro grupo fosse até a frente da sala para analisar outro objeto. O aluno escolheu um cone:

Hipátia: Já que ela não tem o que vocês chamaram de base, o que ela tem? Nessa parte aqui [apontando para o vértice do cone e, logo em seguida, colocando o vértice do cone sobre o pano]. **Alguns alunos**: Uma ponta. **Hipátia**: (...) Por isso, Joana, que na Matemática tem que descrever o que eu tô considerando a base. Tá bom? Se eu colocar ela assim [com o vértice do cone apoiado sobre o pano], eu posso falar que essa é a base dela? (..) **Lucas**: Então... você disse que tem que especificar a ... a base, né (...)? **Hipátia**: A gente define o que que eu tô considerando a base da figura. (...) Eu vou escolher o que eu chamo de base. Por exemplo, aqui, eu posso falar que a base dela é essa parte [referindo-se ao vértice do cone e segurando o cone com o vértice apoiado no pano]? (...) **Melissa**: Eu acho que é tipo o ponto de apoio.

Hipátia pediu a Hilbert que pegasse a representação de um icosaedro: **Hipátia**: Se a gente falar que é ponto de apoio, então, será que aqui ela não tem um ponto de apoio [colocando o icosaedro apoiado sobre uma das suas faces triangulares sobre o pano]? (...) **Joana**: É que depende de cada figura que tem vários pontos de apoio. **Melissa**: Eu acho que depende das figuras que tão nas faces, não? **Hipátia**: Então, olha só. A gente não pode ficar somente na base que dá o apoio, que dá a sustentação. A gente tem que olhar uma outra condição pra falar assim: essa é a base da minha figura. Tá bom? Olha essa [um prisma de base triangular com uma das suas faces laterais apoiada no pano]! Ela poderia ficar assim e ela tá bem sustentada. (...) E aí, como é que eu vou escolher qual que é a base da minha figura? **Fernando**: Seria a maior... Que dá sustentação pra ela. **Joana**: Não, porque ali [no prisma de base triangular] é a menor e pode ser base. (...) **Hipátia:** (...) Então, eu vou olhar qual característica que eu vou ter que observar pra falar que aquela é a base da figura? (...) Esses dois objetos aqui [mostrando uma pirâmide e um octaedro]. Eles têm características em comum? **Joana**: Eu posso considerar que ela [apontando para o octaedro] tem só uma base, já que todas as partes são bases? A discussão parecia encaminhar-se para uma finalização, quando, de repente, Joana disse:

Joana: Eu só não entendi o que que é base... **Hipátia**: Que que é base? É uma característica para, é... Como é que eu vou explicar essa parte? Vamos trabalhar com essa figura aqui [pegou um prisma de base triangular e um prisma de base pentagonal e os colocou sobre o pano]. (...) Como é que eu vou explicar isso? Quando eu pego uma família de figuras, por exemplo, elas têm, como é que eu daria nome pra elas, pra essa figura aqui [prisma de base triangular]? **Joana**: Retângulo (...) Da parte que tá na frente? **Hipátia**: Ah tá! O que elas têm em comum. É isso que você tá me falando? Você saberia me dar o nome dessa figura? **Joana**:

Paralelepípedo? **Hipátia**: E esse aqui [prisma de base pentagonal]? (...) Como a gente explicou pra vocês agora há pouco, dentro desse grupo de famílias, dentro desse grupo de figuras, dessas famílias, tem características que são comuns e tem característica que é individual da figura. Essa característica individual, quem vai me trazer essa informação é a base da figura. Então, olha essas duas aqui [os prismas de base triangular e de base pentagonal], que que elas têm em comum? Porque que eu posso classificá-las na mesma família? (...) Porque elas são feitas de retângulos e... (...) Então, eu posso agrupar seguindo essa ideia. Quantas bases ela tem. Ela tem essas bases. E, como que eu diferencio já que elas fazem parte da mesma família? **Joana e outros alunos**: É a base! **Hipátia**: É a base. (...) A base é o que diferencia a figura. **Joana**: Então pra você saber qual é a base, você precisa pegar duas [figuras] pra você comparar? **Hipátia**: Não. Essa comparação já foi feita em momento anterior e já foi definido pra você. Então, quando você pega essa figura, quando você vê, você já sabe que em algum momento alguém já estudou e já definiu que essa aqui é a base dela [apontando para a base do prisma triangular].

Quando Joana disse que ainda não havia entendido o que era a base de uma figura, Hipátia, inicialmente, deu indícios de que também não havia estabelecido uma ideia clara sobre isso para explicar aos alunos. Percebe-se que a concepção de base de uma figura espacial, em especial, a base de um prisma, que foi sugerida desencadeou diversos questionamentos por parte dos alunos, os quais, em alguns momentos, foram respondidos ainda sob algumas incertezas sobre o que é a base enquanto um elemento de alguns poliedros.

A análise do episódio empreendida pautou-se, principalmente, nos questionamentos que nele foram levantados. Procurou-se trazer à luz demandas de conhecimentos matemáticos para o ensino de geometria no Ensino Fundamental que dessa situação emergiram, de modo que tais saberes pudessem ser analisados na perspectiva dos referenciais teóricos adotados.

Nesse sentido, identificou-se alguns conhecimentos, à luz do MKT e da Matemática Escolar, os quais entende-se como parte da constituição de um conjunto de conhecimentos matemáticos para o ensino de geometria no Ensino Fundamental, e que, portanto, são específicos do professor de Matemática, quais sejam: conhecimentos sobre prismas, pirâmides, cones e cilindros, que auxiliem os professores, junto aos estudantes, na construção de uma caracterização dessas formas geométricas como aquelas que possuem faces predefinidas como suas bases e de maneira que o papel desses elementos, nessa caracterização, seja explicitado;

conhecimentos sobre a visualização matemática como um processo relacionado à criação e à interpretação de imagens mentais para a geração de informações sobre entes geométricos, ao reconhecimento de relações e transformações entre objetos da geometria, à caracterização de formas geométricas, à construção e compreensão de conceitos e à simbiose entre as componentes figurais e conceituais das figuras geométricas.

Esses conhecimentos implicam em outros, os quais estão relacionados aos obstáculos e às dificuldades associados ao uso da visualização no ensino de geometria na Educação Básica, e em conhecimentos sobre a antecipação de dúvidas que possam ser levantadas pelos estudantes, especialmente no trabalho com a manipulação e visualização de representações concretas de figuras geométricas (Gutiérrez, 2006; Gonzato, Gondino & Contreras, 2010); conhecimentos sobre a escolha e o uso de softwares de geometria dinâmica que ajudem os estudantes na visualização de diferentes tipos de figuras espaciais. Tais conhecimentos também poderão auxiliar o professor a conduzir os processos de construção, caracterização e transformações das principais figuras a serem estudadas, de criação de imagens mentais, pelos estudantes, para além de imagens padronizadas, e do desenvolvimento dos alunos tanto de habilidades visuais quanto do raciocínio abstrato relacionado aos aspectos figurais e conceituais (Fischbein, 1993) das formas geométricas.

Segundo a descrição do episódio, é fato que houve uma extensão do debate e do não entendimento dos alunos sobre qual face das formas em estudo poderiam ser consideradas como suas bases e sobre quais daquelas figuras tridimensionais possuíam o elemento nomeado como base. Logo, compreende-se que houve uma demanda de um conhecimento para o ensino de poliedros relacionado à exploração de caracterizações e conceitos - elaborados do ponto de vista da geometria escolar - referentes a certas formas em estudo, os quais pudessem auxiliar os docentes a esclarecerem a questão sobre as bases para os estudantes.

Portanto, sugere-se que seja relevante para a formação dos professores de Matemática conhecimentos específicos para o ensino de poliedros e não poliedros que os auxiliem a conduzir explicações sobre as caracterizações de formas tridimensionais. Tais conhecimentos são muito complexos, uma vez que entende-se que eles devem ultrapassar as condições necessárias e suficientes garantidas pela Matemática Acadêmica para a construção de definições, levando-se em conta, principalmente, além dos condicionantes da própria teoria da geometria proposta para ser ensinada no ano escolar em que se esteja trabalhando, diversos elementos que se edificam a partir da lógica do ensino na Escola Básica (Moreira & David, 2005; Ball, Thames & Phelps, 2008).

Isto é, nota-se que os professores de Matemática, ao trabalharem com o ensino de prismas no Ensino Fundamental, por exemplo, necessitam conhecer maneiras de se conceituar/caracterizar essas formas, do ponto de vista da Matemática Escolar (Moreira & David, 2005), às quais transitem entre as representações concretas e mentais dessas figuras, bem como, por suas relações abstratas, e que explicite tal forma para os estudantes como a figura tridimensional que possuiu duas bases que são polígonos paralelos e iguais e que, por isso, possuiu faces laterais formadas por paralelogramos.

Essa construção conceitual, ao ser permeada pela visualização, clama por estar associada à estímulos para a criação de imagens mentais das formas, ao conhecimento e compreensão, por parte dos estudantes, dos elementos e principais propriedades relacionados aos prismas para que avanços no raciocínio geométrico possam ser privilegiados (Fischbein, 1993; Presmeg, 1985).

Guzman (2002) afirma que trabalhar com generalizações e conceitos matemáticos a partir da recorrência à visualização é um processo que exige muito conhecimento por parte do professor. Um deles diz respeito ao fato de que a tarefa de visualizar um objeto matemático e, a partir disso, criar imagens mentais associadas a conceitos é um processo complexo que pode alavancar a produção de erros e inadequações de entendimentos por parte dos estudantes. Segundo pressupostos da Matemática Escolar, é necessário aos professores um saber referente à antecipação e reconhecimento de dificuldades e dúvidas apresentadas pelos alunos, bem como, identificar e saber quando e como tratar suas concepções e equívocos (Moreira & David, 2005).

A análise do episódio desvelou algumas dificuldades, obstáculos e possibilidades de internalizações inadequadas de conceitos geométricos por parte dos alunos. Dreyfus (1991) defende que é importante para os professores ter conhecimento das dificuldades que os estudantes podem apresentar, tais como visualizar diagramas de diferentes maneiras, reconhecer as transformações implicadas nos diagramas e unir as suas impressões visuais de um objeto ao pensamento analítico sobre ele.

Considerações finais

Apesar de ainda haver muitas dúvidas e lacunas nas pesquisas sobre a composição do conhecimento matemático para o ensino, as análises do episódio acima indicam que ele agrega substancialmente elementos relativos à instrução em si (Ball, Thames & Phelps, 2008). Ou seja, possuem uma conformação centrada em aspectos da geometria que se ensina na escola, uma vez que foram caracterizados a partir de demandas reais de práticas de ensino, e também em elementos apontados pela literatura especializada que foi consultada. Salienta-se, ainda, que as questões relativas à visualização evidenciam-na não somente como um recurso e/ou estratégias para o ensino, o que é comumente tratado na licenciatura. O estudo realizado nota a visualização no âmbito de conhecimentos específicos para o ensino de geometria no Ensino Fundamental.

Finaliza-se este texto ressaltando que o que parece cada vez mais evidente é a possibilidade de construção de um currículo de formação de professores de Matemática que se ampare nos achados das pesquisas sobre a Matemática Escolar, as quais possam fornecer elementos que de fato atendam às necessidades formativas dos professores.

Referências

Ball, D., Thames, M. H., Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: what makes it special? *Journal of teachers education*, 59(5), 389-407.

Carrillo, J.; Climent, N.; Contreras, L. C.; Munoz-Catalán, M. C. (2013) Determining Specialised Knowledge for Mathematics Teaching. Manuscript submitted for publication. In *CERME 8*.

Dreyfus, T. (1991). On the status of visual reasoning in mathematics and mathematics education. *Proceedings of the 15th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 33-48.

Fischbein, E. (1993). The Theory of Figural Concepts. *Educational Studies in Mathematics*, 24 (2), Dordretch: Publishedby: Springer, 139-162.

Gutierréz, A. (2006) La investigación sobre enseñanza y aprendizaje de la geometria. In: Flores, P., Ruiz, F., De La Fuente, M. (orgs): *Geometría para el siglo XXI* - Federación Española de Sociedades de Professores de Matemática (FESPM). Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales, (pp. 13-58).

Guzman, M. (2002). The Role of Visualization in the Teaching and Learning of Mathematical Analysis. *Proceedings of the International Conference on the Teaching of Mathematics (at the Undergraduate Level)*. Crete, Greece.

Moreira, P.C.; David, M.M.M.S. (2005). *A formação matemática do professor*: licenciatura e prática docente escolar. Autêntica.

Pereira. (2020). *Conhecimentos matemáticos para o ensino de geometria na Educação Básica* [Tese de Doutorado em Educação, Faculdade de Educação da Universidade Federal de Minas Gerais].

Presmeg, N. C. (1985). *The Role of Visually Mediated Processes in High School Mathematics: A Classroom Investigation* [PhD Dissertation, University of Cambridge].

Roldão, M. (2007). Função docente: natureza e construção do conhecimento profissional. *Revista Brasileira de Educação*, 12(34), 94-103.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.

As escolhas de Maria: uma reflexão sociológica sobre a construção social do gostopela matemática

Maria's choices: a sociological reflection on the social construction of the taste for mathematics

Las elecciones de María: una reflexión sociológica sobre la construcción social delgusto por las matemáticas

Luzia de Fatima Barbosa Fernandes[458]
Universidade Federal do Triângulo Mineiro
0000-0001-7931-4886

Ester Francine Zambate Fernandes[459]
Universidade Federal do Triângulo Mineiro
0000-0002-9038-5738

Tálita Larine Rosa Silva[460]
Universidade Federal do Triângulo Mineiro
0000-0002-5181-6275

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam Matemática

Resumo

Este texto apresenta os resultados da análise de um material produzido em uma disciplinada Licenciatura em Matemática de uma Universidade pública mineira. A análise realizadateve como objetivo compreender o gosto pela matemática a partir da interpretação de umcurta-metragem produzido na disciplina baseada em textos de natureza sociológica, embasados nas ideias de Pierre Bourdieu. A questão colocada foi a seguinte: como compreender o gosto pela matemática a partir de questões simbólicas, sociais e de gênero?Metodologicamente, este é um estudo de natureza qualitativa, com as análises baseadas no referencial teórico da Sociologia. Os dados foram construídos na disciplina de TópicosEspeciais, de ementa livre, e teve como resultado a produção de um curta-metragem baseado no Teatro de Sombras. Neste trabalho, apresenta-se a análise dessa produção audiovisual e as implicações para a formação do(a) futuro(a) professor(a) de matemática.Os resultados do estudo apontaram para as contribuições das discussões de cunho sociológico na formação inicial como um caminho para a desconstrução de ideias com relação ao gosto pela matemática, entendendo-o como construção

[458] luziafbfernandes@gmail.com
[459] efzfernandes@gmail.com
[460] talitarosa81@gmail.com

social e, considerandoainda que, quando naturalizadas, essas ideias perpetuam um modo de *ver* e de *se ver* no curso de matemática e no gosto por esse saber.

***Palavras-chave**:* Sociologia, Formação Inicial, Educação Matemática, Construção social do gosto.

Abstract

This text presents the results of the analysis of material produced in a discipline of the Licentiate in Mathematics at a public university in Minas Gerais. The analysis carried out aimed to understand the taste for mathematics from the interpretation of a short film produced in the discipline based on texts of a sociological nature, based on the ideas of Pierre Bourdieu. The question posed was the following: how to understand the taste for mathematics from symbolic, social and gender issues? Methodologically, this is a qualitative study, with analyzes based on the theoretical framework of Sociology. The data were constructed in the Special Topics course, with a free menu, and resulted in theproduction of a short film based on the Theater of Shadows. In this work, we present theanalysis of this audiovisual production and the implications for the formation of the futuremathematics teacher. The results of the study pointed to the contributions of sociologicaldiscussions in initial training as a way to deconstruct ideas regarding the taste for mathematics, understanding it as a social construction and, considering that, when naturalized, these ideas perpetuate a way of seeing and seeing oneself in the mathematicscourse and in the taste for this knowledge.

Keywords: Sociology, Initial Education, Mathematics Education, Social construction of taste

Resumen

Este texto presenta los resultados del análisis de material producido en una disciplina dela Licenciatura en Matemáticas de una universidad pública de Minas Gerais. El análisis realizado tuvo como objetivo comprender el gusto por las matemáticas a partir de la interpretación de un cortometraje producido en la disciplina a partir de textos de caráctersociológico, a partir de las ideas de Pierre Bourdieu. La pregunta que se planteó fue la siguiente: ¿cómo entender el gusto por las matemáticas desde cuestiones simbólicas, sociales y de género? Metodológicamente, se trata de un estudio cualitativo, con análisisbasados en el referencial teórico de la Sociología. Los datos fueron construidos en el cursode Temas Especiales, con menú gratuito, y resultaron en la producción de un cortometrajebasado en el Teatro de Sombras. En este trabajo presentamos el análisis de esta producción audiovisual y las implicaciones para la formación del futuro profesor de matemáticas. Los resultados del estudio señalaron los aportes de las discusiones sociológicas en la formación inicial como forma de deconstruir las ideas sobre el gusto por las matemáticas, entendiéndolas como una construcción social y, considerando que, al naturalizarse, esas ideas perpetúan una forma de ver y ver uno mismo en el curso de matemáticas y en el gusto por este conocimiento.

Palabras clave: Sociología, Educación Inicial, Educación Matemática, Construcción social del gusto.

Introdução

O presente trabalho apresenta estudos sucedidos a partir de uma experiência realizada no contexto de formação inicial. Os estudos desenvolvidos ao longo da disciplina intitulada Tópicos Especiais, versaram sobre os estudos da Sociologia da Educação, com referência aos estudos de Pierre Bourdieu e as ideias sobre o gosto pela matemática, a partir da compreensão da escola como um espaço de reprodução de bens simbólicos e sociais seguindo uma cultura dominante, legitimando uma forma de *ser* e de*estar* no espaço escolar (BOURDIEU, 2015).

A articulação desses estudos em um contexto de formação inicial de professores de matemática pôde contribuir para a desconstrução de dificuldades, aptidões, gostos e compreensões sobre fazer matemática, gostar de matemática e entendê-la.

Das discussões realizadas durante a disciplina, destacamos neste trabalho aprodução audiovisual do tipo curta-metragem com o uso da técnica Teatro de Sombras. O enredo contou a história da personagem principal *Maria* e como sua trajetória na escolainfluenciou o seu afastamento da matemática. A produção do vídeo intitulado *A construção social do gosto: as escolhas de Maria,* abordou a trajetória escolar de uma estudante do sexo feminino que, ao longo de sua vivência na Educação Básica, teve suasatividades voltadas para uma condição, a de ser menina. As marcas e os gostos da personagem foram se desenvolvendo considerando essa sua condição e não as suas escolhas e aptidões naturais. A análise da produção pautou-se em textos voltados à Sociologia de Educação e nas ideias de Pierre Bourdieu. Entre os conceitos utilizados, destaca-se o da violência simbólica e *habitus* para compreensão do processo de construção social do gosto e das aptidões que, de acordo com o autor, não são naturais.

A questão colocada foi a seguinte: *como compreender o gosto pela matemática apartir de questões simbólicas, sociais e de gênero?* A partir daí, nosso objetivo foi compreender de que forma a trajetória vivenciada na escola e em outros espaços sociais contribuem para as nossas escolhas e, principalmente, para a escolha em fazer matemática.

Este texto está dividido nas seguintes seções: esta introdução; seguida da seção sobre a Sociologia, Educação Matemática e a formação docente; a terceira seção sobre ametodologia; depois uma seção sobre a produção audiovisual e sua análise, incluindo a apresentação do vídeo e, por fim, a seção de conclusão.

A Sociologia e a Educação Matemática

A disciplina de Tópicos Especiais, ministrada no curso de Licenciatura emMatemática de uma Universidade Pública Federal Mineira, era ofertada como disciplinaeletiva e possuía ementa livre, possibilitando a escolha de um tema a partir da discussão com as(os) discentes do curso. Na ocasião, ficou decidido que a ementa envolveria a Sociologia da Educação com foco nos estudos de Pierre Bourdieu. Nesse sentido, as discussões realizadas buscaram desconstruir ideias sobre o gosto e a escolha pela matemática entendendo-as como uma construção social.

Compreendemos que, de acordo com Bourdieu (1996), muitas vezes não nos damos conta de que tal fato pode ser uma construção social, implicando na formação de uma *doxa* que, no sentido do autor é um "senso comum naturalizado" (p. 120), pois, "quando se trata do mundo social, as palavras criam as coisas, já que criam o consenso sobre a existência e o sentido das coisas, o senso comum, a *doxa* aceita por todos como dada" (BOURDIEU, 1996, p. 127). Para Fernandes (2019), "a *doxa* é como um senso comum naturalizado que traz em si um pouco de verdade, e de uma verdade constituída coletivamente" (p. 40).

Bourdieu (2019), aborda diversos aspectos de sua teoria com foco nas construçõessociais do masculino e do feminino e como essas construções legitimam a dominação social e contínua do homem sobre a mulher. Para Fernandes (2019, p. 78), nessa obra o autor "evidencia-nos como essa visão e divisão do mundo é uma construção social e acabasendo naturalizada nos homens e mulheres", nesse sentido ser mulher ou ser homem acaba impactando em atividades sociais destinadas especificamente para cada público.

Nesse sentido, a escola enquanto instituição social que participa do processo de formação cultural, social e de valores, tende a valorizar um conjunto de saberes e uma"cultura legítima" proveniente das classes dominantes. Todo o processo de imposiçãodessa cultura legítima é descrita por Bourdieu como uma violência simbólica(NOGUEIRA; NOGUEIRA, 2011). Essa violência simbólica pode, em alguns casos,provocar a exclusão de estudantes que não herdaram de suas origens essa culturadominante, transformando-os em "excluídos do interior" (PEREIRA; ANDRADE, 2011).Para Fernandes e Rodrigues (2020, p. 67), a escola "enquanto instituição que disciplina, pode desencadear emoções positivas ou negativas nos estudantes". Para as autoras, essas emoções quando naturalizadas podem "produzir subjetividades que interferem no modo como os estudantes veem e se veem diante da sociedade".

Diante da discussão sociológica, dialogamos com os conceitos de violênciasimbólica e *habitus*. O conceito de *habitus* está ligado com a criação do gosto e pressupõeque o mesmo não é simplesmente uma escolha, mas foram desenvolvidos a partir de interiorizações de vários esquemas e situações que fomos expostos ao longo de nossa vida. A violência simbólica, por sua vez, pode ser compreendida como o conjunto invisível de ações que, por exemplo, pode tornar legítima a relação de dominação do homem sobre a mulher. Nesse sentido, é importante reconhecer essa violência para possibilitar o rompimento dessas relações. Segundo Bourdieu (2019, p. 12), a violência simbólica é

> violência suave, insensível, invisível a suas próprias vítimas, que se exerce essencialmente pelas vias puramente simbólicas da comunicação e do conhecimento, ou, mais precisamente, do desconhecimento, do reconhecimento ou, em última instância, do sentimento. Essa relação social extraordinariamente ordinária oferece também uma ocasião única de apreender a lógica da dominação, exercida em nome de um princípio simbólico conhecido e reconhecidotanto pelo dominante quanto pelo dominado

A Matemática, ocupa uma posição de destaque e reconhecimento social. Desde de a antiguidade, quanto havia escrita na porta da academia de Platão a famosa frase "Quenão entre quem não saiba geometria", visão perpetuada, onde muitas vezes ouvimos frases como "A matemática é a mãe das ciências" e a escola, por sua vez, legitima a valorização desse conhecimento em detrimento de outros.

Compreendemos que, de acordo com Bourdieu (2019), o homem tende a ter um lugar de fala privilegiada, tendo voz e sendo responsável por atividades com reconhecimento social, assim, de modo geral, são suas ações, visões e opiniões que são conhecidas tanto por homens quanto por mulheres, que tendo acesso apenas a esse pontode vista, aceitam como verdade única e natural. Dessa forma, também é vista como naturala dominação masculina no campo da matemática.

Dessa maneira se cria uma dinâmica, onde as atividades cujas características positivas como a força, a honra e as demonstrações dessas qualidades, são atribuídas aoshomens, ao passo que as atividades que não demandam habilidades tão valorizadas, são atribuídas às mulheres, atividades destituídas da valorização social e que, não sendo dignas de exibição, são realizadas de forma contínua, cansativa e desvalorizadas.

Esse mecanismo é denominado por Bourdieu (2019) como "coeficiente simbólico", onde a construção da visão negativa das mulheres se acentua a partir dessas delegações e proibições, que por serem muito numerosas, se torna impossível obedece- las e atender todas as expectativas impostas a elas. Desse modo, essas regras são comumente transgredidas, conferindo uma visão de fracasso a elas.

Em diversos momentos, ao longo de sua obra, Pierre Bourdieu, apresentoudenúncias de como a escola contribui com a perpetuação de desigualdades sociais, contrariando o senso comum, de que a escola ajudaria a quebrar esse ciclo, e não alimenta-lo, como no trecho:

> Com efeito, para que sejam favorecidos os mais favorecidos e desfavorecidosos mais desfavorecidos, é necessário e suficiente que a escola ignore, no âmbito dos conteúdos do ensino que transmite, dos métodos e técnicas de transmissão e dos critérios de avaliação, as desigualdades culturais entre as crianças das diferentes classes sociais. Em outras palavras, tratando todos os educandos, por mais desiguais que sejam de fato, como iguais em direitos e deveres, o sistema escolar é levado a dar sua sanção às desigualdades iniciaisdiante da cultura (BOURDIEU, 2015, p.53)

Por isso é importante que nós professores(as) nos atentemos a esse tipo de exclusão velada, que mesmo sem intenção direta, por meio de reproduções de falas que incorporamos ao longo da vida e da carreira podem interferir negativamente na trajetória dos estudantes, perpetuando o ciclo de desigualdades e limitando as escolhas das meninas,com base em uma visão tradicional como é explicitado no trecho:

> Quando indagamos de adolescentes a respeito de sua experiência escolar, não podemos deixar de chocar-nos com o peso das incitações einjunções, positivas ou negativas, dos pais, dos professores e sobretudodos orientadores escolares, ou dos colegas, sempre prontos a lembrar- lhes, de maneira tácita ou implícita, o destino que lhes é indicado pelo princípio da divisão tradicional (BOURDIEU, 2019, p. 113)

A partir daí, as próprias mulheres passam a aceitar seu papel social como o submisso e dominado, e se sentem valorizadas apenas quando ocupam esses espaços, ouseja, não almejam estar na posição de dominação, buscam na figura do homem dominadorsua própria validação social. Assim as relações de dominação e dominado, são realizadas de forma consentida, facilitando o processo de perpetuação da estrutura.

Quebrar essa estrutura que foi perpetuada durante toda a história não depende apenas do despertar da consciência e da vontade individual de se libertar da opressão, uma vez que as mesmas estão tão enraizadas que exercem uma pressão coletiva sobre o individual, formando um sistema impossível de ser transposto individualmente. Portanto, é necessário uma consciência coletiva e disposição para alterar os mecanismos dedominação em amplo aspecto, de modo a atacar de forma efetiva a estrutura social que legitima as violências simbólicas.

Para Neto e Valero (2020, p. 196), a escola é um espaço para a formação de subjetividades, que ocorre em articular conhecimentos e moralidades, em umcomportamento "social desejável", ou seja, implica considerar que a escola torna-se um "espaço onde cotidianamente se atualizam as tensões da in(equidade) de gênero na sociedade, em relação ao conhecimento, e, em nosso caso, com o conhecimento matemático escolar". Essa discussão vem ao encontro das discussões realizadas no âmbitoda disciplina, no qual essas tensões se fizeram presentes o tempo todo, seja na leitura dos textos ou até mesmo nos momentos de compartilhamento das experiências enquanto mulheres em um curso de matemática (licenciatura). Essas tensões, vivas nessas mulheres, fizeram ecoar uma necessidade naquele espaço de formação, isto é, o de desconstruir "verdades" sobre ser menina e gostar de matemática. Nesse sentido, a sociologia de Pierre Bourdieu disparou tais desconstruções, criando espaço para outros modos de *ver* e de *se ver* no curso.

Na pesquisa de Neto e Valero (2020), quando trataram dos resultados das meninasem avaliações externas de matemática, revelaram que "quando o gênero passa a ser entendido como unidade analítica de desempenho, as justificativas passam pelas expectativas mais baixas de docentes e familiares em relação a elas e a suas performancesescolares nas áreas das ciências exatas e tecnologias" (p. 203). Nesse sentido, quando analisadas as falas apresentadas no curta-metragem, nos deparamos com posturas de docentes, homens e mulheres, diante das orientações tidas como naturais no ambiente escolar.

Questões metodológicas

A investigação pautou-se em uma abordagem de natureza qualitativa. O material analisado foi produzido em uma disciplina do curso de Licenciatura em Matemática, intitulada Tópicos Especiais, de ementa livre. Essa foi uma disciplina de 75h de carga horária, sendo 60h teóricas e 15h de carga horária prática. Foi docente da disciplina a primeira autora deste texto e as discentes que cursaram a disciplina apresentam-se comosegunda e terceira autoras. Após a docente apresentar algumas propostas de temas, a ementa escolhida baseou-se em estudos de Sociologia da Educação, em especial a partir das ideias de Pierre Bourdieu. A avaliação da disciplina foi realizada por meio da produção de um curta-metragem produzido a partir das discussões e textos estudados. Neste trabalho, apresenta-se a análise do vídeo produzido a partir da técnica do Teatro deSombras, por meio do emparelhamento ou associação que, de acordo com Fiorentini e Lorenzato (2007, p.138), "consiste em analisar as informações a partir de um modelo teórico prévio". Esse modelo, baseou-se em conceitos do sociólogo Pierre Bourdieu, taiscomo *habitus*, violência simbólica e construção social.

O teatro de sombras: as escolhas de Maria

O Teatro de Sombras é uma manifestação artística na qual imagens são reproduzidas a partir de sombras projetadas a partir de um foco de luz incidindo sobre umobjeto. A pesquisa de Kray (2013), mostra a importância desse topo de arte:

> Durante a pesquisa percebemos a importância da sombra para a históriada humanidade. Faz-se presente como mito, rito e arte. Sua importânciapara a ciência, a matemática, a fotografia, e o cinema. Traduzida em metáforas auxilia a compreensão dos paradoxos da alma. A sombra se caracteriza pela magia e pela beleza (KRAY, 2013, p. 8)

A escolha por esse tipo de arte foi feita, entre outros motivos, pela facilidade em sua execução, uma vez que demanda poucos recursos materiais, o que possibilitou sua execução na disciplina.

As discentes e a docente confeccionaram todo o material para produção do teatro,desde os cenários até os personagens com matérias simples, como papel, papelão, cola quente, tecido e palitos de madeira. Assim como a gravação e edição do material.

As bases para elaborar o roteiro para o curta-metragem e pensar na constituição de Maria, a personagem principal, suas falas, a influência da escola, dos(as) professores(as) e de como essas vivências escolares influenciam nas escolhas das meninas, foram compostas a partir das análises e reflexões realizadas na disciplina, assim como memórias das próprias experiências e vivências ao longo da trajetória comomulheres, estudantes e professoras de matemática.

O enredo se baseou na história da personagem Maria, que teve seus gostos moldados desde a infância, por meio de repetidas situações e falas ouvidas principalmentena escola que, com o passar do tempo, a fizeram acreditar que a matemática não era paraela e passa a se sentir mais confortável com outras atividades, como teatro e literatura.

A seguir, apresentamos a narrativa presente no curta-metragem:

Desde criança Maria sempre pensou em muitas coisas. Durante a infância semprebrincou com todo tipo de brinquedo, desde bonecas, bolinhas de gude e seus pais semprediziam que ela podia ser o que quisesse quando crescesse.

Durante a primeira infância, Maria se deparou com as mais diversas atividades lúdicas. Na escola de educação infantil, no teatrinho com os amigos era imprescindível etalentosa; dava-se muito bem com os vários esportes que aprendia, e principalmente os jogos de mistérios, dificuldades e estratégias. Dizia que quando crescesse ia construir prédios, ser piloto de foguete e uma grande bailarina.

As coisas começaram a mudar quando Maria ingressou no Ensino Fundamental II e precisou mudar de escola. Um dia, logo nos primeiros dias na nova escola, ela queria jogar futebol com os amigos e o professor a repreendeu dizendo:

— *Ei, o que você está fazendo aí? Futebol não é para meninas! Vá se juntar às outras garotas e ajudar na decoração do mural da escola.*

Não apenas esse fato que ela não pôde entender, mas muitos outros começaram a acontecer com Maria nessa nova escola. Na aula de matemática, outro incidente a deixou perplexa: tinha sido a primeira a terminar o exercício proposto e, quando disse ao professor que havia terminado, ele a questionou:

— *(risos) Maria, como é que você fez isso tão rápido? Você copiou do João? Eleé melhor aluno da turma e eu não acredito que você possa ter conseguido resolver esse problema tão rápido sem copiar de alguém.*

Maria se defendeu dizendo que tinha feito sozinha e que era boa em matemática eo professor não aceitava.

— *(risos) Onde é que já se viu! Matemática não é para você! Mulheres pensam mais devagar que os homens e eu não vejo como você possa ter terminado primeiro!*

Maria não entendeu porque o professor estar agindo daquela forma, dizendo que não era capaz de fazer algo que era boa. Mas isso teve impacto na vida dela, se sentiu muito exposta durante esse fato e a partir daquele dia, por mais que conseguisse resolvero que lhe era proposto, ela não se manifestava, com receio de outra resposta tão irônica.

Para o sociólogo francês Pierre Bourdieu,

> não podemos deixar de chocar-nos com o peso das incitações e injunções, positivas ou negativas, dos pais, dos professores, e sobretudodos orientadores escolares, ou dos colegas, sempre prontos a lembrar-lhes, de maneira tácita ou implícita, o destino que lhes é indicado peloprincípio da divisão tradicional (BOURDIEU, 2019, p. 155)

Durante a aula de português, porém, Maria se sentia à vontade para se destacar e,durante as aulas de literatura, sempre aparecia com um conto ou uma poesia, recebendo sempre elogios da professora:

— *Maria, que lindas palavras, como você diz coisas tão delicadas assim? Você tem muito talento para escrever poesias, você nasceu para isso!*

Quando cresceu e ingressou no Ensino Médio, Maria começou a pensar em qual profissão seguiria e, naquela época da vida, Maria já nem se lembrava do quão boa ela era nas competições e o quanto gostava das aulas de Matemática, pelo contrário, Maria acreditava que aquilo fora um momento de sua vida e que talvez tenha se sobressaído mais por sorte do que virtude própria, referindo-se às competições que participara.

Maria hoje é uma mulher adulta e realizada. Como profissional, acabou decidindo-se por ser pedagoga e professora de literatura. Quando lhe questionam sobre o porquê deter escolhido essa profissão, Maria sempre responde:

— *Eu nasci para isso! Eu escolhi essa carreira porque sempre fui boa nisso. Alémdo mais, nessa carreira não preciso trabalhar com muitos números, afinal de contas, elesnão são pra mim… Fim!*

Figura 1.
Imagem do curta-metragem A construção social do gosto – as escolhas de maria. (Arquivo das autoras)

A imagem ilustrada na Figura 1 representa um dos momentos vivenciados na primeira infância da personagem. Na figura, podemos observar várias áreas representadasno pensamento de Maria que sonhava ser o que quisesse quando adulta. No desenvolver da narrativa exposta no curta-metragem, trouxemos reflexões teóricas baseadas em situações vivenciadas no ambiente escolar, permeadas por experiências educacionais da personagem Maria, mostrando de forma lúdica os conceitos apresentados do desenvolvimento do texto, como a violência simbólica e o *habitus.*

A narrativa aponta falas de professores(as) que, ao longo do tempo dissuadiram as escolhas de Maria pela matemática e, por outro lado, valorizavam suas participações em atividades consideradas "femininas", dirigindo suas escolhas a essas. Essas falas, compreendidas por nós como a expressão da violência simbólica definida por Bourdieu (2019), revelam o direcionamento da menina para atividades mais "delicadas", colocandoa personagem em situações constrangedoras como, por exemplo, no momento em que ela não tem seu desempenho valorizado na aula de matemática.

Toda essa vivência ao longo dos anos foi constituindo um *habitus* (BOURDIEU,1996) em Maria que, por mais que recebesse da família experiências diferentes, foi no ambiente escolar que ela teve essas escolhas e gostos legitimados. Nesse sentido, a escolacumpriu com um papel social de grande impacto para a personagem que, buscando um lugar legítimo, teve seus gostos transformados.

O vídeo completo pode ser acessado por meio do *QR Code* abaixo.

Figura 2.

QR Code do curta-metragem A construção social do gosto – as escolhas de maria.(Arquivo das autoras)

Conclusão

Nesta pesquisa, apresentamos as possibilidades que as discussões envolvendo a Educação Matemática e a Sociologia apresentam no âmbito da formação inicial. O vídeo produzido na disciplina trouxe à tona memórias, escolhas e gostos envolvendo a matemática até então vistas como naturais, mas que puderam ser desconstruídas eressignificadas por meio das experiências de Maria. A análises baseadas na Sociologia permitiram compreender que, apesar de ocorrerem em espaço escolar, legítimo para a construção do saber, muitas subjetividades sobre ser menina ou menino no mundo socialpodem orientar ações e discursos durante a escolarização.

Ao respondermos a questão colocada: como compreender o gosto pela matemáticaa partir de questões simbólicas, sociais e de gênero? Compreendemos que, não se trata apenas de estudar a sociologia no curso de formação inicial, mas sim de dialogar com a sociologia na formação do(a) professor(a) de matemática, buscando desconstruir saberese fazeres inerentes à formação matemática dos(as) discentes, reconhecendo violências simbólicas naturalizadas na escola e compreendendo que, a nossa trajetória e o nosso *habitus,* podem contribuir para compreensão de nossas aptidões e escolhas. Trazer essas discussões na Licenciatura em Matemática, pode promover mais um olhar sobre gostos construídos socialmente e, no nosso caso, o gosto pela matemática.

Referências

BOURDIEU, P. **Razões Práticas**: sobre a teoria da ação. Campinas, SP: Papirus, 1996.

BOURDIEU, P. A escola conservadora: as desigualdades frente à escola e à cultura. In: NOGUEIRA, M. A.; CATANI, A (Org.). **Escritos de educação**. 16. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, p. 43 -72, 2015.

BOURDIEU, P. **A Dominação Masculina**. Maria Helena Kuhner. 16º ed. Rio de Janeiro. RJ: Bertrand Brasil, 2019.

FERNANDES, L. F. .B. **A educação financeira no Brasil**: gênese, instituições eprodução de *doxa*. 2019. 224 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de São Carlos. São Carlos, 2019.

FERNANDES, L. F. B., RODRIGUES, V. C. S. Instituição escolar como espaço de manutenção de corpos disciplinados: análise baseada em Elias, Foucault e Bourdieu. In: JARDIM, M. C.; PORCINATO, G.; SANTOS, J. W. A. **Socioanálise das emoções**: instituições socioculturais na produção das emoções.São Paulo: Cultura Acadêmica, 2020, p. 41-69.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S**. Investigação em Educação Matemática**: percursos teóricos e metodológicos. Campinas: Autores Associados, 2007. (Coleção Formação do Professor)

KRAY, C. M. **Linguagens Cruzadas:** A Imagem e o Teatro de Sombras no Ensino deArtes Visuais. 2013. Disponível em: https://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/87661/000911742.pdf?sequence=1. Acesso em: 27 jul. 2020.

NETO, V. F.; VALERO, P. A (in)equidade de gênero em educação matemática: pesquisando as pesquisas. In. GONÇALVES, H. J. L. (Org.) **Educação Matemática e Diversidade(s)**. Porto Alegre, RS: Editora Fi, 2020, p. 195-213.

NOGUEIRA, M. A.; NOGUEIRA C. M. M. **Um arbitrário cultural dominante**. Revista Educação*,* São Paulo: Segmento, 2011.

PEREIRA, G. M.; ANDRADE, M.C.L. ***Coach Carter* ou a segunda chance dosexcluídos do interior**. Revista Educação, São Paulo: Segmento, 2011.

Articulação entre formação inicial e continuada de professores que ensinam Matemática: possibilidades e limites de uma experiência em disciplina de estágio supervisionado durante a pandemia

Linking pre-service and in-service teaching education of the teachers teaching Mathematics: possibilities and limitations of an experience in a supervised academic training program during the pandemic period

Interrelación entre la formación inicial y continua de docentes que imparten Matemática: posibilidades y límites de una experiencia en disciplina de prácticas profesionales supervisadas durante la pandemia

Ana Paula Jahn[461]
Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo
3-0515-7536

Júlio César Augusto do Valle[462]
Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo
2-7971-0405

Ricardo Angelo Monteiro Canale[463]
Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo
2-8772-2297

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam matemática

Resumo

O objetivo principal do estudo aqui apresentado é problematizar parte do percurso de licenciandos e professores de Matemática, participantes da disciplina Projetos de Estágio, ofertada em 2021 de modo remoto, e identificar as possibilidades e os limites que essa modalidade de ensino impôs às práticas da referida disciplina. Com isso, pretende-se analisar o impacto das adaptações que essa modalidade de ensino impôs e melhor compreender os conhecimentos (re)construídos pelos referidos participantes.

Palavras-chave: Ensino de Matemática. Estágio supervisionado. Formação inicial. Formação continuada. Situações didáticas remotas.

[461] anajahn@ime.usp.br
[462] julio.valle@ime.usp.br
[463] ricardocanale@ime.usp.br

Abstract.

The main objective of the study presented here is to problematize part of the course of Mathematics undergraduates and teachers, participants of the Internship Projects discipline, offered in 2021 remotely, and to identify the possibilities and limits that this teaching modality imposed on the practices of that discipline. Thus, it aims to analyse the impact of adaptations that the remote educational model imposed and in order to acquire a better understanding of the participants' (re)constructed knowledge.

Keywords: Teaching Mathematics. Supervised curricular internship. Initial and continuing training. Remote teaching situations.

Resumen

El estudio que aquí se presenta tiene como propósito principal problematizar parte del curso de estudiantes y profesores de Matemáticas, participantes de la disciplina Proyectos de Práctica Profesional Supervisada, ofrecida en 2021 a distancia, e identificar las posibilidades y límites que esa modalidad de enseñanza ha impuesto a las prácticas de esa disciplina. Con ello se pretende analizar el impacto de las adaptaciones que esa modalidad de enseñanza ha impuesto y comprender mejor el conocimiento (re)construido por los participantes.

Palabras clave: Enseñanza de las Matemáticas. Práctica profesional supervisada. Formación inicial y continua. Situaciones didácticas a distancia.

Introdução

Este trabalho se insere na esteira de outras reflexões proporcionadas e sistematizadas a partir da experiência com a disciplina de *Projetos de Estágio* (MAT1500), do Departamento de Matemática do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo (IME-USP). Essa disciplina, obrigatória a licenciandos/asem Matemática, conta com a participação de professores/as das redes públicas paulista epaulistana, que realizam a disciplina na modalidade de curso de extensão. No decorrer do ano letivo, os/as licenciandos/as se dividem em grupos para realizar o estágio sob a supervisão desses/as docentes e a disciplina cumpre um papel integrador e formativo acerca das atividades desenvolvidas pelos grupos.

Com efeito, essa articulação entre a formação inicial de licenciandos/as com a formação continuada de docentes da Educação Básica foi tematizada por diferentes autoras, dentre elas: Bonomi, Druck e Jahn (2016), Valério e Vieira (2018), Valério e Cândido (2019), Valério (2020) e Jahn, Dias e Druck (2020). Cada um desses trabalhos,como discutiremos adiante, tratou de diferentes e complementares enfoques e potenciaisda articulação promovida pela disciplina, além da prática como componente curricular edo papel do estágio na formação do/a futuro/a docente. Nesse texto, em particular, recuperamos tais enfoques anteriormente abordados pelas autoras mencionadas a fim derefletir sobre a experiência da disciplina durante o período de fechamento das escolas, em decorrência da pandemia de Covid-19, ocasionado pelo vírus Sars-CoV-2.

O presente texto se constitui, portanto, da sistematização de aspectos relevantes dessa experiência, bem como dos limites e das possibilidades nela identificados no contexto singular de crise sanitária e de ensino remoto. Assim, nesse contexto, o objetivo principal do estudo aqui apresentado é problematizar parte do percurso de licenciandos/as e professores/as de Matemática, participantes da disciplina Projetos de Estágio, ofertada em 2021 de modo remoto, e identificar as possibilidades e os limites que essa modalidade de ensino impôs às práticas da referida disciplina. Com isso, pretende-se futuramente analisar o impacto das adaptações que essa modalidade de ensino impôs e melhor compreender os conhecimentos (re)construídos pelos/as participantes.

Embasamento teórico

Para fundamentar teoricamente a perspectiva que adotamos, tanto na caracterização da disciplina quanto no planejamento e desenvolvimento que orientaram sua realização mediada pelo ensino remoto, remetemo-nos aos trabalhos das autoras queatuaram como docentes da mesma disciplina em anos anteriores. Nesse sentido, recuperamos de Valério e Vieira (2018, p. 9) sua primeira caracterização:

> Essa disciplina promove a elaboração de projetos de ensino, incluindo concepção e experimentação de sequências didáticas em salas de aula da educação básica, em conjunto com os professores regentes das classes envolvidas nos estágios. Os professores regentes também participam desse curso, que é um curso de extensão, intitulado Projetos de Estágio: Aprendendo Matemática com Projetos [...].

No contexto da graduação, a disciplina compõe as 100 horas de estágio que ficam sob a responsabilidade do IME-USP, complementares às trezentas 300 horas que ficam sob a responsabilidade da Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo (FEUSP). Para os/as docentes, no âmbito da formação continuada, a disciplina configura um curso de extensão de 60 horas. Trata-se, então, de uma experiênciasignificativa de articulação entre a formação inicial de licenciandos/as em Matemática e a formação continuada dos/as docentes, e, igualmente, como afirmam Valério e Cândido(2019, p. 7), no âmbito da disciplina, busca-se instaurar um "ambiente rico para a articulação entre a pesquisa acadêmica em ensino e a prática profissional do professorde Matemática".

É importante mencionar que os/as autores/as que subsidiam este trabalho nos trazem as referências e reflexões de Lee Shulman, que trata da necessidade de articular, em particular, o conhecimento pedagógico do conteúdo na formação de professores/as, assim como de Keith Zeichner, sobre a importância de evidenciar os espaços-híbridos demandados pela formação docente. Nesse sentido, a tríade universidade-escola-comunidade se materializa na experiência com a disciplina porpermitir que licenciandos/as e professores/as elaborem projetos de ensino de matemática, mobilizando, assim, conhecimentos pedagógicos do conteúdo, mediados por um/a docente e equipe de educadores/as da universidade.

Para fundamentar a articulação entre a formação inicial e a formação continuada de professores/as, retomamos o estudo de Jahn, Dias e Druck (2020), que trata do trabalho colaborativo por meio da constituição das equipes de trabalho (os grupos de estágio), constituídos por licenciandos/as e docentes da Educação Básica. Como argumentam, "deve-se notar que os pesquisadores ajudam a estabelecer relações de confiança entre os diversos membros da equipe, valorizando os ambientes de colaboração e garantindo que os alunos participem ativamente" (JAHN; DIAS; DRUCK, 2020, p. 361).

Nesse sentido, propomos, fundamentados no trabalho de Valério (2020, p. 3), uma mudança epistemológica nas propostas de formação de professores/as, inicial e continuada, pois, na mesma medida em que "o conhecimento produzido nasuniversidades passa a refletir melhor a realidade do que ocorre na escola de Educação Básica", ocorre também que "os professores da escola têm acesso ao que está sendo discutido nas universidades". Essa mudança epistemológica implica, conforme argumenta Valério (2018), envolvimento e intencionalidade, responsáveis pela constituição de significados e sentidos nas atividades de estágio, que se configuram, portanto, em oposição diametral à lógica burocrática que ainda persiste em práticas de estágio de diferentes formações profissionais.

Para organização do trabalho colaborativo, a partir desse embasamento teórico, os/as licenciandos/as são divididos em grupos de trabalho que acompanham o trabalho dos/as respectivos/as docentes da rede pública, cursistas da disciplina na modalidade extensão, a fim de promover a elaboração e a realização de projetos de ensino da Matemática.

Orientações metodológicas

A disciplina MAT1500 é desenvolvida em conjunto com um curso de extensão de formação continuada de professores/as e está fundamentada em trabalho colaborativoentre pesquisadores/formadores, professores/as da Educação Básica de escolas públicas, educadores/as (pós-graduandos/as) e licenciandos/as. Em sua concepção, essa interação foi estabelecida com o intuito de integrar organicamente o estágio curricular obrigatório de estudantes com a prática profissional de professores/as de escolas públicas. É um projeto que enfatiza a colaboração entre os/as diferentes atores/atrizes mencionados/as, por meio de atividades que envolvem a concepção, implementação e discussão dediferentes práticas em sala de aula, e busca a construção, pelos/as estagiários/as, de conhecimentos para o ensino, bem como o aprimoramento de desenvolvimento profissional dos/as professores/as em serviço.

Um aspecto norteador da proposta do curso MAT1500 visa enfrentar o problemada falta de conexão entre os cursos de formação de professores/as na Universidade e o campo de prática nas escolas, apostando na colaboração entre estudantes e professores/as, apoiada por educadores/as e formadores/as universitários/as. Nosso propósito é buscar, em conjunto, ideias e estratégias que visem impulsionar um ambiente rico e mais produtivo para a aprendizagem de todos/as. Em particular, é priorizada a aproximação dos/as universitários/as com a realidade escolar que, segundo Pimenta e Lima (2006, p. 14):

> [...] só tem sentido quando tem conotação de envolvimento, de intencionalidade, pois a maioria dos estágios burocratizados, carregados de fichas de observação, está numa visão míope de aproximação da realidade. Isso aponta para a necessidade de um aprofundamento conceitual do estágio e das atividades que nele se realizam. É preciso que os professores orientadores de estágios procedam, no coletivo, junto a seus pares e alunos, essa apropriação da realidade, para analisá-la e questioná-la criticamente, à luz de teorias. Essa caminhada conceitual certamente será uma trilha para a proposição de novas experiências.

O trabalho colaborativo da disciplina tem duração de nove meses (um anoletivo) e prevê pelo menos 30 horas em reuniões presenciais com toda a equipe. Essas reuniões se dão na forma de aulas presenciais quinzenais, com duração de 1h40min cada, perfazendo em torno de 8 encontros semestrais[464]. Os principais temas de estudo e investigação na disciplina são: ensino de matemática por meio de projetos, elaboração de sequências didático-pedagógicas com apoio de metodologias ativas, avaliação em Matemática e análise de erros.

[464] Para uma descrição de como a disciplina foi organizada em seus oferecimentos anteriores a 2020, veja Jahn, Dias, Druck (2020).

No ano de 2021, no contexto do ensino remoto, considerando as demandas de docentes participantes, algumas adaptações se fizeram necessárias. A mais significativa delas reside no fato do "formato" do projeto de estágio ter sido flexibilizado: no lugar deum projeto de ensino, elaborado e desenvolvido na forma de sequência didática, com base na perspectiva de Castellar e Machado (2016), optou-se por adequar um conjunto de atividades mais variadas, consideradas pertinentes ao novo contexto e modalidade de ensino. A seguir, descrevemos elementos relevantes de nossa análise acerca do cenário descrito.

O estágio e a formação de professores/as no contexto do ensino remoto

No contexto de adequação às propostas curriculares, elaboradas pelos governos federal, estadual e municipal, entre os anos de 2020 e 2021, muitas escolas da rede pública paulista e paulistana passaram por uma série de transições institucionais para contemplar as diretrizes das novas propostas curriculares em vigor e, específico aalgumas escolas públicas paulistas, para implementação do *Programa Ensino Integral*[465] (PEI). As restrições sanitárias impostas pelos diferentes contextos pandêmicos no país tornaram necessário um novo planejamento institucional geral na esfera municipal e estadual, já que não era mais possível a realização do ensino no modelo presencial e muitas instituições de ensino não possuíam recursos suficientes para sustentar o ensino híbrido. No que diz respeito ao gerenciamento de ensino, em 2020, por exemplo, a Secretaria da Educação do Estado de São Paulo (Seduc-SP) inaugura o *Centro de Mídias de São Paulo*[466] (CMSP) e os materiais de apoio dos fascículos *Aprender Sempre*[467],os quais foram atualizados no ano de 2021 e passam por revisão em 2022. Ainda em 2021, a Secretaria Municipal de Educação de São Paulo (SME-SP) publica os doze volumes da coleção *Priorização Curricular*[468] para cada disciplina. Ambas as Secretarias passaram a priorizar um sequenciamento orientado dos objetos substanciais de conhecimento em cada etapa de ensino e a utilizar plataformas virtuais privadas para administrar seus ambientes de ensino, tendo ainda a Seduc-SP o apoio do CMSP para realização do telensino.

[465] Estabelecido pela Lei Estadual Complementar n.º 1.164/12, alterada pela Lei Estadual Complementar n.º 1.191/12 e atualizada pela Lei Estadual Complementar n.º 1.374/22, o *Programa Ensino Integral* (PEI) é uma proposta da Seduc-SP, que tem por objetivo aprimorar o Projeto *Escola de Tempo Integral*, também da Seduc-SP, implementado no ano de 2005 via Resolução Seduc-SP n.º 89/2005.
[466] Disponível em: https://abrir.link/dA57D
[467] Disponível em: https://abrir.link/BGUf3
[468] Para acessar a coleção *Priorização Curricular*, veja seção com o mesmo nome no acervo do Currículo da Cidade, da SME-SP, disponível em: https://abrir.link/NRAJr.

No IME-USP o cenário não foi diferente: houve uma transição do ambiente presencial para o ambiente virtual de aprendizagem no *e-Disciplinas*[469]/Moodle USP. Como consequência, a disciplina MAT1500 passou por um processo de reformulação com a finalidade de atender às demandas do IME-USP, da Seduc-SP, das escolas aderentes ao programa e dos/as participantes, buscando promover segurança das turmas ante às suposições de como ocorreria um possível retorno ao presencial dos noticiários eoferecer subsídios para validar as horas práticas de estágio. Especificamente às atividades práticas de estágio, essas precisaram passar por replanejamento e reavaliação periódicos por causa das variações que ocorriam quase que constantemente nas orientações da Seduc-SP e do IME-USP para essas atividades, as quais, algumas vezes, não convergiram entre si.

Durante a trajetória do MAT1500, constatou-se que muitos/as docentes supervisores/as dos grupos de estágio não estavam habilitados a coordenar as sequências didático-pedagógicas que previamente planejaram no início do ano letivo, pois ficavam à mercê do que se era disponibilizado pelo CMSP e pelos fascículos da coletânea *Aprender Sempre*. Isso ocorria pela tentativa emergencial dos/as responsáveis pela administração estadual de ensino em padronizar a educação em tempos de pandemia, enquanto não conseguiam achar soluções para se adequar às restrições sanitárias. Como essas ações foram chanceladas com poucas consultas aos/às docentes da rede pública estadual, concomitantemente ao tempo exíguo para gerenciar as novas funções e à escassez de recursos tecnológicos para elaborar um ambiente virtual de aprendizagem sustentável, muitos/as docentes e grupos de estágio ficaram impossibilitados de aprofundar os conteúdos trabalhados em aula, pois todas as atividades precisavam estar relacionadas com os materiais disponibilizados pelo CMSPe a ordem sequenciada nas unidades dos fascículos da coletânea *Aprender Sempre*.

Na esfera municipal a situação também não era distante da que se apresentava naesfera estadual. Mesmo com as orientações de gerenciamento dos objetos de aprendizagem e desenvolvimento, propiciadas por meio dos cadernos da coleção *Priorização Curricular*, poucas ações foram tomadas tanto para a formação tecnológica virtual dos/as docentes para administrar o modelo de ensino remoto quanto para subsidiar uma aparelhagem tecnológica suficiente para elaborar um *design* instrucional adequado para ministrar aulas nesse modelo de ensino. A isso se destaca o seguinte depoimento de uma das pessoas aderente ao curso de MAT1500: "A produção deconteúdo para o ensino remoto deve ser estudada para sempre.

[469] Disponível em: https://edisciplinas.usp.br/

Nunca saberemos quando teremos outra situação de distanciamento social, e mesmo que não haja, é essencial que o professor 'moderno' saiba trabalhar a linguagem do ensino remoto" (Acervo próprio dos autores).

Com a estabilização momentânea dos óbitos causados pela pandemia, os governos paulista e paulistano tentaram mobilizar algumas medidas[4700] para transição do modelo remoto de ensino para o híbrido e, de maneira quase que imediata, para o ensino presencial, especialmente a partir do mês de julho de 2021. Entretanto, as instituições deensino das redes públicas municipais e estaduais ainda não estavam preparadas o suficiente para acolher seus/suas funcionários/as administrativos, o corpo docente, os/as discentes e as atividades usuais. Com isso, muitos/as docentes cursistas da formação continuada optaram por aderir a movimentos de greve que ocorriam desde o início do ano de 2021, os quais reivindicavam o mínimo de segurança sanitária nas instituições deensino.

A disciplina necessitou passar, portanto, por um processo de flexibilização das atividades iniciais de estágio, para que os/as participantes pudessem realizar seus projetos de ensino de Matemática. A esses processos de flexibilização foram inclusas produções audiovisuais para atividades de reforço e de plantões de dúvidas, realização de oficinas extracurriculares remotas, elaboração de relatórios analítico-descritivos dos materiais disponibilizados pelo CMSP e pelo Currículo da Cidade, delineamento de planos de aulas adaptáveis ao modelo remoto emergencial, produção de coletânea de exercícios complementares aos do fascículo *Aprender Sempre*, entre outras atividades similares. Com isso, não se objetivava mais na disciplina desenvolver projetos nomodelo tradicional das sequências didático-pedagógica de ensino, geralmente concebidas em torno de um tema específico, como de costume ocorria nas outrasedições da disciplina, mas sim propiciar diferentes recursos, com a finalidade depromover um ensino de Matemática de qualidade adaptado para diversos contextos e ambientes.

O retorno obrigatório às aulas presenciais[471] fez com que a disciplina MAT1500 passasse por mais um processo de reformulação interna, a fim de garantir o funcionamento

---

[470] Cf. p. ex. Instrução normativa SME/CME n.º 26/2021 e o Decreto Municipal n.º 60.389/21, que estabelecem orientações normativas para a transição do teletrabalho para o modelo híbrido, em relação às atividades gerenciais educacionais nas instituições públicas paulistanas de ensino.

[471] Cf. Instrução normativa SME/CME n.º 40/2021, de 19/10/2021, que trata a respeito do retorno obrigatório às aulas no modelo presencial à toda rede pública paulistana de ensino, e as Resoluções Seduc-SP s./n., de 14/10/2021, e n.º 109/2021, de 28/10/2021, que estabeleceram as diretrizes específicas acerca da retomada das atividades presenciais normais às instituições públicas paulistas de ensino, para o segundo semestre letivo

adequado de suas atividades e de propiciar seguridade, no sentido lato, aos/às estudantes e professores/as supervisores/as nas três modalidades distintas de ensino que ocorriam simultaneamente: remoto emergencial, híbrido e presencial - sendoas duas últimas modalidades as mais praticadas nas instituições de ensino.

O contexto descrito nos ofereceu subsídios para a análise tanto das condições emque foi realizado o ensino de Matemática em diferentes escolas públicas, como também das práticas pedagógicas possíveis para o ensino dessa disciplina no contexto da pandemia. Destacaram-se, nesse sentido, as seguintes atividades realizadas de forma híbrida, colaborativamente, sobretudo a partir do segundo semestre: plantões de dúvidase acompanhamento especializado às turmas, elaboração de material digital complementar, produção audiovisual personalizada, desenvolvimento de planos de aulas (pontuais ou sequenciais), enfatizando situações investigativas e gamificadas, dentre outras.

Na qualidade das atividades produzidas e ante aos desafios encontrados por cadagrupo, cada um deles optou por desenvolver seus projetos de formas distintas: alguns efetivaram uma rede de plantões de dúvidas personalizada para recuperação de aprendizagem e apoio ao ensino-aprendizagem corrente; e outros resolveram promover cenários de investigação para aprofundamento dos conteúdos abordados em sala de aulae no CMSP, a partir da ideia de experimentação e modelagem em oficinas interativas, com base na teoria da Educação Matemática Crítica (SKOVSMOSE, 2000).

Em relação ao primeiro caso, foram desenvolvidos os seguintes projetos: "Sistema de numeração decimal e operações aritméticas usuais do conjunto dos números naturais" (3º ano do Ensino Fundamental - Área da BNCC: Números), "Os números e as olimpíadas" (Áreas da BNCC: Números, Álgebra, Geometria e Grandezas e Medidas), "Padrões geométricos" (7º ano do Ensino Fundamental - Área da BNCC: Geometria e Grandezas e Medidas), "Tangram, equidecomponibilidade e estudo das áreas" (7º e 8º anos do Ensino Fundamental - Área da BNCC: Geometria), "Estudo dos quadriláteros" (8º ano do Ensino Fundamental - Áreas da BNCC: Geometria e Grandezas e Medidas), "Origami, geometria plana e proporções" (8º ano do Ensino Fundamental - Área da BNCC: Geometria), "Equações Algébricas" (8º e 9º anos do Ensino Fundamental - Área da BNCC: Álgebra), "Teorema de Pitágoras: teoria, relações e aplicações" (9º ano do Ensino Fundamental - Área da BNCC: Geometria)

Já com relação ao segundo caso, os projetos desenvolvidos foram estes: "Sistema de numeração decimal e Educação Financeira" (3º ano do Ensino Fundamental - Área da BNCC:

Números), “Casas para que te quero” (4º e 5º anos do Ensino Fundamental - Áreas da BNCC: Geometria e Grandezas e Medidas), “Educação Financeira e Estatística” (4º e 5º anos do Ensino Fundamental - Áreas da BNCC: Números e Probabilidade e Estatística), “O número irracional π” (8º ano do Ensino Fundamental - Áreas da BNCC: Álgebra, Geometria e Grandezas e Medidas) e “Pesquisa amostral, pesquisa censitária e tratamento da informação” (7º, 8º e 9º anos do Ensino Fundamental - Área da BNCC: Probabilidade e Estatística).

Considerações preliminares

As ações de redução de danos disponibilizadas pelas Secretarias municipal e estadual da Educação, durante o ano de 2021, deviam ser paliativas enquanto não houvesse melhora em relação ao quadro pandêmico. Porém, com a escassez na oferta deferramentas tecnológicas, as módicas iniciativas gratuitas, aplicadas em grande escala para amparar a educação pública na oferta de formações e condições aos/às agentes educacionais, mudanças repentinas de um contexto analógico para um contexto digital, as contradições socioeconômicas regionais, os obstáculo no acesso às tecnologias de comunicação e informação remotas e as limitações no letramento digital na/da formaçãodocente, são alguns dos fatores que foram percebidos durante a realização da disciplina MAT1500 que fizeram com que as ações, que deviam ser paliativas, se tornassem perduráveis durante o ano letivo. Ainda que nossas análises sobre a realização da disciplina de estágio no contexto remoto ainda estejam em desenvolvimento, alguns elementos já podem ser evidenciados neste texto, dentre os quais destacamos ao menos dois nessas considerações preliminares.

O primeiro deles, presente desde a proposição e organização da disciplina,consiste no estreitamento da relação universidade-escola, porque muitas das transições vividas pela escola foram experimentadas também pela universidade no contexto do ensino remoto emergencial. Isso fez com que a universidade e as escolas públicas vinculadas se articulassem em torno de problemáticas comuns a ambas.

O segundo aspecto consiste na articulação promovida entre formação inicial e formação continuada de professores/as que ensinarão e que ensinam Matemática, respectivamente. Isso porque o desenvolvimento do curso permitiu que os/as licenciandos/as acompanhassem, efetivamente e em tempo real, as múltiplas transições vivenciadas pelos/as docentes da rede pública de ensino, um aspecto que foi certamente formativo em muitos sentidos. De modo correspondente, os/as docentes contaram com oapoio dos/as alunos/as dos grupos de estágio, trabalhando colaborativamente para elaborar soluções e experimentá-las junto aos/às docentes, primeiro, virtualmente, e, depois, de forma híbrida e/ou presencial.

Esse texto sintetiza, portanto, os primeiros aspectos decorrentes de nossa análise acerca do desenvolvimento da disciplina de estágio no contexto remoto. Espera-se, ainda, que a análise das atividades desenvolvidas colaborativamente entre professores/asque ensinam matemática e os/as licenciandos/as, bem como dos relatos dos/as docentese discentes coletados ao longo de seu desenvolvimento, evidencie outros elementos pertinentes e relevantes tanto para a formação inicial como para a formação continuada de professores/as, complementando os elementos sinalizados neste texto.

Referências

BONOMI, C.; DRUCK, I. de F.; JAHN, A. P. Prática como Componente Curricular no Curso de Licenciatura em Matemática do IME-USP. **Educação Matemática emRevista** , v. 49A, p. 17-25, 2016.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Educação é a Base. Brasília: MEC/SEB, 2018. Disponível em: https://abrir.link/ggNiA. Acesso em: 17 jul 2022.

CASTELLAR, S. M. V.; MACHADO, J. C. **Metodologias Ativas**, Sequências Didáticas. 1a. Edição. São Paulo: FTD, 2016. Disponível em: https://abrir.link/e3h4G. Acesso em 17 jun. 2022.

JAHN, A. P.; DIAS, D. P.; DRUCK, I. Mathematics teaching projects: an IME-USP's collaborative experience in pre and in-service teacher education. In: ICMI Study 25, 2020, Lisboa. **ICMI 25 Conference Proceedings** - Teachers of MathematicsWorking and Learning in Collaborative Groups. Athens: National and Kapodistrian University of Athens, 2020. v. 1. p. 356-363.

PIMENTA, S. G.; LIMA, M. S. L. Estágio e docência: diferentes concepções. **Poíesis Pedagógica**, Catalão/GO, v. 3, n. 3 e 4, p. 5-24, 2006. Disponível em: https://abrir.link/u57iI. Acesso em: 17 jun. 2022.

SÃO PAULO (ESTADO). **Aprender Sempre**. São Paulo: Seduc/SP, 2020. Disponívelem: https://abrir.link/pxHMl. Acesso em: 17 jun. 2022.

SÃO PAULO (ESTADO). **Currículo Paulista** – Ensino Infantil e Ensino FundamentalI e II. São Paulo: Seduc-SP, 2019. Disponível em: https://abrir.link/8BKdP. Acesso em: 17 jun. 2022.

SÃO PAULO (ESTADO). **Currículo Paulista** – Etapa Ensino Médio. São Paulo: Seduc-SP, 2020. Disponível em: https://abrir.link/WTwxy. Acesso em: 17 jun. 2022.

SÃO PAULO (ESTADO). **Diretrizes do Programa Ensino Integral:** Escola de Tempo Integral. São Paulo: Seduc-SP, 2013. Disponível em:https://abrir.link/eQFCF. Acesso em: 17 jun. 2022.

SÃO PAULO (PREFEITURA MUNICIPAL). **Currículo da Cidade**. São Paulo: SME-SP, 2019. Disponível em: https://abrir.link/NRAJr. Acesso em: 17 jun. 2022.

SÃO PAULO (PREFEITURA MUNICIPAL). **Priorização Curricular**. São Paulo/SP:SME-SP, 2021. Disponível em: https://abrir.link/NRAJr.Acesso em: 17 jun. 2022.

SKOVMOSE, O. Cenários para investigação. **Bolema**, Rio Claro, v. 13, n. 14, 2000. Disponível em: https://abrir.link/tE80F. Acesso em: 17 jul. 2022.

VALÉRIO, B. C.; VIEIRA, D. M. Projetos de Estágio: uma articulação entre formaçãoinicial e continuada de professores. **Textos FCC**, São Paulo, v. 55, p. 09-39, 2018. Disponível em: https://abrir.link/n9gTH. Acesso em: 17 jun. 2022.

VALÉRIO, B. C.; CÂNDIDO, C. C. Programa de Estágio Supervisionado: uma real integração entre Universidade e Escola da Educação Básica. 2019, **Anais XV Conferência Interamericana de Educação Matemática**, Medellín/Colômbia: Universidade de Medellín, 2019, p. 1-7. Disponível em: https://abrir.link/sISSd.Acesso em: 18 jul. 2022.

VALÉRIO, B. C. Formação inicial de professores: propiciando conexões significativas por meio de projetos de estágio . **Revista de Educação Matemática**, São Paulo, v. 17, p. 1-15, 21 nov. 2020. Disponível em: https://abrir.link/rCvC4. Acesso em:17 jul. 2022.

Potencialidades da Caixa Matemática Problematizadora na Formação de Professores e em Aulas de Matemática: o que Narram Participantes de Minicurso em Contexto *Online*

Potentialities of the Problem-solving Mathematics Box in Teacher Training and in Mathematics Classes: What Participants of a Mini-Course in Online Context Narrate

Potencialidades de la Caja Matemática de Resolución de Problemas en la Formación Docente y Clases de Matemática: lo que Narran Participantes de un Minicurso en Contexto Online

Sandra Alves de Oliveira[472]
Campus XII/UNEB, Guanambi, Bahia, Brasil; CMAJO, Candiba, Bahia, Brasil; PPGE/UFJF, Juiz de Fora, Minas Gerais, Brasil
0000-0002-7804-7197

Jane Maria Braga Silva[473]
SE/Juiz de Fora, Minas Gerais, Brasil
0000-0003-3193-567X

Neila Maria de Almeida Tomé[474]
SE/Juiz de Fora, Minas Gerais, Brasil
0000-0001-5427-2835

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam Matemática

Resumo

Neste artigo, compartilham-se os momentos dialógicos - Estabelecimento de contato; Escolha e compartilhamento de significados do recurso didático-pedagógico-brincante; Vivência dinamizadora e Registros dialógico-problematizadores -, criados pelas autoras deste texto para dinamizar a Caixa Matemática Problematizadora na formação de professores(as) e em aulas de matemática na educação básica e superior. O objetivo deste texto é apontar as potencialidades de cada momento dialógico entrelaçado na Caixa Matemática Problematizadora, narradas pelo grupo participante do minicurso "Caixa Matemática Problematizadora nas tessituras dos processos formativos na educação básica e superior" realizado no V Seminário de Educação da Universidade do Estado da Bahia (UNEB), *Campus* XII, Guanambi, Bahia, Brasil. Professores que ensinam (ensinarão) matemática participaram dessa atividade formativa vivenciada em contextos *online*, devido à pandemia da Covid-19, no dia 28 de setembro de 2021, com a carga horária de 4 horas. Nesse encontro formativo e dialógico, os(as) partícipes narraram as potencialidades da Caixa Matemática Problematizadora para os processos de ensino e aprendizagem dos conteúdos matemáticos. Destarte, salientaram nas narrativas orais que esse recurso metodológico oportuniza aos(às) estudantes aprender matemática de forma lúdica, prazerosa, desafiadora e problematizadora, por meio do compartilhamento de práticas

[472]saoliveira@uneb.br
[473]janebraga.jf@gmail.com
[474]neilatome2013@gmail.com

cotidianas na vivência dinamizadora de cada recurso colocado na caixa. Com efeito, a vivência desse recurso didático-pedagógico-brincante na formação de professores(as) propicia a apropriação de conceitos e conteúdos matemáticos em cada momento dialógico entrelaçado às ações do brincar, do jogar, do criar e do problematizar.
***Palavras-chave*:** Ensino e aprendizagem, conteúdos matemáticos, formação de professores(as), recurso metodológico, diálogo e problematização.

Abstract

In this article, we shared dialogic moments- Establishment of contact; Choice, and sharing of meanings of the didactic-pedagogical-playful resource; Energizing experience, and dialogical-problematizing records - created by the authors of this text to dynamize the Problem-solving Mathematics Box in teacher training and in mathematics classes in basic education and higher education. The objective of this text is to point out the potential of each dialogic moment intertwined in Problem-solving Mathematics Box, which was narrated by the group participating in the mini-course "Problem-solving Mathematics Box in the fabric of formative processes in basic education and higher education" held at the V Education Seminar of the State University of Bahia (UNEB), Campus XII, Guanambi, Bahia, Brazil. Teachers who teach (will teach) mathematics participated in this training activity experienced in online contexts, due to the Covid-19 pandemic, on September 28th, 2021, with a workload of 4 hours. In this formative and dialogic meeting, the participants narrated the potential of the Problem-solving Mathematics Box for the teaching and learning processes of mathematical content. Thus, they highlighted in the oral narratives that this methodological resource gives students the opportunity to learn mathematics in a playful, pleasant, challenging, and problematizing context, through the sharing of daily practices in the dynamic experience of each resource placed in the box. In fact, the experience of this didactic-pedagogical-playing resource in the training of teachers provides the appropriation of mathematical concepts and contents in each dialogic moment intertwined with the actions of playing, creating, and problematizing.

Keywords: Teaching and learning, mathematical content, teacher training, methodological resource, dialogue, and problematization.

Resumen

En este artículo se comparten momentos dialógicos - Establecimiento de contacto; Elección y puesta en común de significados del recurso didáctico-pedagógico-lúdico; Experiencia dinamizadora y registros dialógico-problematizantes-, creada por los autores de este texto para dinamizar la Caja Matemática Problematizadora en la formación docente y en las clases de matemática en la educación básica y superior. El objetivo de este texto es señalar la potencialidad de cada momento dialógico entrelazado en la Caja Matemática Problematizadora, narrada por el grupo participante del minicurso "La Caja Matemática Problematizadora en el tejido de los procesos formativos en la educación básica y superior" realizado en el V Seminario de Educación de la Universidad del Estado de la Bahia (UNEB), Campus XII, Guanambi, Bahia, Brasil. Docentes que enseñan (enseñaran) matemáticas participaron de esta actividad formativa vivida en contextos en línea, debido a la pandemia del Covid-19, el 28 de septiembre de 2021, con una carga horaria de 4 horas. En este encuentro formativo y dialógico, los participantes describieron las potencialidades de la Caja Problematizadora de las Matemáticas para los procesos de enseñanza y aprendizaje de contenidos matemáticos. Así, destacaron en las narraciones orales que este recurso metodológico brinda a los estudiantes la oportunidad de aprender matemáticas de forma lúdica, amena, desafiante y problematizadora, a través del

intercambio de prácticas cotidianas en la experiencia dinámica de cada recurso colocado en el recuadro. En efecto, la experiencia de este recurso didáctico-pedagógico-lúdico en la formación de docentes propicia la apropiación de conceptos y contenidos matemáticos en cada momento dialógico entrelazados con las acciones de jugar, crear y problematizar.
Palabras claves: Enseñanza y aprendizaje, contenidos matemáticos, formación docente, recurso metodológico, diálogo y problematización.

Introdução

Considerando "a experiência um encontro ou uma relação com algo que se experimenta, que se prova" (Larrosa, 2002, p. 25), compartilhamos neste artigo experiências formadoras vivenciadas na formação de professores(as) em contextos *online*, devido à pandemia da Covid-19 que impossibilitou o contato social com o outro em outros ambientes, além do familiar, durante os anos de 2020 e 2021. Com efeito, a interrupção das aulas presenciais acarretou uma "pausa" no mundo e interrompeu as atividades da Educação Matemática (Engelbrecht et al., 2020) e das outras áreas de conhecimento.

Assim, o contexto formativo narrado neste estudo aconteceu numa sala virtual da plataforma *Google Meet*, no segundo semestre de 2021, na qual, como mediadoras do minicurso "Caixa Matemática Problematizadora nas tessituras dos processos formativos na educação básica e superior" realizado no V Seminário de Educação "Por uma Pedagogia Freireana: Diálogos para Pensar a Formação de Pedagogas(os)" da Universidade do Estado da Bahia (UNEB), *Campus* XII, Guanambi, Bahia, Brasil, encontramos com professores(as) que ensinam (ensinarão) matemática para apresentar e vivenciar quatro momentos dialógicos entrelaçados na Caixa Matemática Problematizadora.

Criamos cada um dos momentos - *Estabelecimento de contato; Escolha e compartilhamento de significados do recurso didático-pedagógico-brincante; Vivência dinamizadora e Registros dialógico-problematizadores* - para dinamizar a Caixa Matemática Problematizadora na formação de professores(as) e em aulas de matemática na educação básica e superior.

Conceituamos esses momentos como dialógicos na perspectiva freiriana, que discute o diálogo como o "[...] encontro dos homens, mediatizados pelo mundo, para pronunciá-lo, não se esgotando, portanto, na relação eu-tu" (Freire, 2021, p. 109). Destarte, as relações interpessoais e as interações com o outro são imprescindíveis nas ações dialógicas, pois contribuem para os processos de ensino e aprendizagem.

A Caixa Matemática Problematizadora proposta por nós, autoras deste artigo, como recurso didático-pedagógico-brincante (Oliveira et al., 2021a), foi vivenciada *online* em oficinas e minicursos no âmbito de eventos da área de Educação e Educação Matemática, em encontros formativos de cursos de Especialização e projetos de extensão vinculados à universidade, dentre outros espaços de formação na universidade e na escola básica.

Este artigo tem como objetivo apontar as potencialidades de cada momento dialógico entrelaçado na Caixa Matemática Problematizadora, narradas pelo grupo participante do minicurso realizado no dia 28 de setembro de 2021, com a carga horária de 4 horas.

As experiências vivenciadas no minicurso possibilitaram "diálogo entre os saberes produzidos pela prática, entre os sujeitos ali implicados, que têm tanta coisa a dizer, numa atividade enunciativa que aguarda a voz do outro, em réplica à sua voz, na construção partilhada de discursos" (Garcia-Reis & Magalhães, 2018, p. 23) em contextos *online* de práticas pedagógicas colaborativas desenvolvidas numa "relação dialógica [...] a que os alunos assistem não como quem come o discurso, mas quem apreende sua intelecção" (Freire, 2001, p. 81) nos processos de aprendizagem dialógica (Freire, 2021; Alro & Skovsmose, 2006) construídos nas relações interpessoais.

Reflexões sobre as perspectivas teórico-metodológicas da Caixa Matemática Problematizadora nas práticas formativas

O Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC) como um programa de formação continuada de professores(as) ocorrido no período de 2012 a 2018 "consistiu em um pacto entre o Ministério da Educação (MEC), estados, municípios e universidades públicas, com grande abrangência, envolvendo professores(as) dos anos iniciais do ensino fundamental e, posteriormente, da educação infantil" (Oliveira et al., 2021b, p. 13). Esse processo formativo teve como desafio "assegurar que todas as crianças estejam alfabetizadas, até os oito anos de idade, ao final do 3º ano do ensino fundamental" (Ministério da Educação, 2012, p. 11).

A efetivação desse programa em diferentes espaços de formação, "[...] que priorizou o campo da alfabetização matemática no ano de 2014, representou uma possível mudança nesse quadro, uma vez que abordou os diferentes campos da matemática escolar nos anos iniciais [...]" (Grando, 2016, p. 2). Dessa forma, estudar os conteúdos matemáticos apresentados nos cadernos do PNAIC possibilitou-nos ressignificar os processos de ensino e aprendizagem do Sistema de Numeração Decimal, das Operações na Resolução de Problemas, da Geometria, das Grandezas e Medidas, da Educação Estatística, dentre outros.

Participar da formação matemática do PNAIC, durante o ano de 2014, oportunizou-nos conhecer e construir a Caixa Matemática a partir das sugestões compartilhadas no texto "Caixa

Matemática e situações lúdicas” (Muniz et al., 2014, pp. 19-23) do Caderno 3 “Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Construção do Sistema de Numeração Decimal”.

Esses autores ressaltam a importância da organização de uma Caixa Matemática com “materiais de contagem, agrupamento e registros para toda a turma [...], a partir das necessidades de uso, devendo conter materiais para representação e manipulação de quantidades numéricas” (Muniz et al., 2014, p. 19), dentre outras possibilidades pensadas pelo professor e pelos estudantes em aulas de matemática.

Na atuação no PNAIC como professoras-formadoras-pesquisadoras organizamos uma Caixa Matemática coletiva para ser utilizada nos encontros formativos desse projeto de formação de professores(as) e em aulas de matemática na educação básica e superior. A vivência desse recurso metodológico proporcionou-nos “[...] criar novos caminhos para conduzir o trabalho na sala de aula e tornar as aulas de matemática mais desafiadoras, significativas, dinâmicas e problematizadoras” (Silva, Almeida, & Oliveira, 2021, p. 460).

A partir da experimentação desse recurso metodológico em ambientes formativos diversificados, no período de 2014 a 2019, insubordinamos criativamente a Caixa Matemática experienciada nas nossas práticas pedagógicas, de forma criativa e ousada (D'Ambrosio & Lopes, 2015), para propiciar aos(às) participantes dos processos de ensino e aprendizagem, sentidos aos conceitos e conteúdos matemáticos estudados e vivenciados “[...] em interações consigo mesmo, com os outros, com o meio natural ou com as coisas, num ou em vários registros” (Josso, 2004, p. 56). Desse modo, inventamos criativamente quatro momentos dialógicos para vivenciar a Caixa Matemática Problematizadora na formação e na prática docente. Assim, foi possível adaptar e expandir esse recurso didático-pedagógico-brincante em contextos *online*.

Embora limitadas pela distância física entre os(as) participantes, o minicurso apresentado no V Seminário de Educação, com foco na Pedagogia Freiriana, possibilitou-lhes rememorar suas vivências matemáticas no contexto de cada momento dialógico - *Estabelecimento de contato; Escolha e compartilhamento de significados do recurso didático-pedagógico-brincante; Vivência dinamizadora e Registros dialógico-problematizadores* da Caixa Matemática Problematizadora. Na partilha desses momentos consideramos que “[...] ensinar e aprender não podem dar-se fora da procura, fora da boniteza e da alegria” (Freire, 1996, p. 160) para inovar com entusiasmo e dedicação nossas práticas pedagógicas em aulas de matemática.

O primeiro momento dialógico, “Estabelecimento de contato”, proporciona aos participantes da atividade formativa o contato, a interação, a indagação e a problematização dos recursos didáticos-pedagógicos-brincantes contidos na Caixa Matemática Problematizadora (Oliveira et al., 2021a), numa relação dialógica e de aprendizagem baseada no diálogo (Alrø & Skovsmose, 2006; Freire, 2021). Neste momento dialógico, os(as) professores(as) e os(as) estudantes participantes da formação são incentivados a observar esse recurso didático-pedagógico-brincante, imaginar e compartilhar o que há dentro dela a partir de alguns questionamentos: Vocês já vivenciaram na sua trajetória formativa e profissional o que há na Caixa? No dia a dia usamos os recursos incluídos na Caixa? Os materiais inseridos na Caixa são importantes?

As perguntas reflexivas propiciam ao grupo participante das ações de ensino e aprendizagem criar estratégias metodológicas diversificadas para experienciar cada momento dialógico da Caixa Matemática Problematizadora na formação de professores(as) e em aulas de matemática.

No segundo momento dialógico, “Escolha e compartilhamento de significados do recurso didático-pedagógico-brincante”, cada participante do encontro formativo escolherá um recurso da Caixa Matemática Problematizadora, dentre os que serão compartilhados ou outro de suas vivências cotidianas, que representa a matemática nos processos formativos na educação básica e superior. Os significados deste serão apresentados no minicurso ou outra atividade formativa (Oliveira et al., 2021a).

O terceiro momento dialógico, “Vivência dinamizadora”, oportuniza aos(às) professores(as) e estudantes brincar, jogar, dinamizar, criar e problematizar com cada recurso didático-pedagógico-brincante. No contexto formativo do minicurso vivenciado no V Seminário de Educação, numa relação dialógica e problematizadora, desenvolvemos o jogo “Trilha Matemática Desafiadora” através de diferentes estratégias criadas para matematizar as experiências da formação e prática docente (Oliveira et al., 2021a).

Por fim, no quarto momento dialógico, “Registros dialógico-problematizadores”, os(as) participantes registram situações compartilhadas com a vivência da Caixa Matemática Problematizadora em conexão com seus processos de ensino e aprendizagem da matemática na educação básica e superior (Oliveira et al., 2021a).

Inventamos criativamente esses momentos dialógicos porque possibilitam investigar matematicamente os conceitos e conteúdos entrelaçados em cada recurso didático-pedagógico-brincante que brinca, joga, cria, comunica e problematiza situações de ensino e aprendizagem da matemática.

Na criação de cada momento dialógico embasamos na teoria crítica de Paulo Freire que possibilita a construção do conhecimento por meio de indagações, perguntas, problematizações, numa relação pedagógica permeada pela interação dialógica e problematizadora entre os pares e pela práxis nos processos de ensino e aprendizagem. Também estão fundamentados na potencialidade da narrativa como autoformativa nas experiências formadoras vividas e contadas pelo outro nos processos formativos.

Aspectos metodológicos do contexto formativo

No minicurso vivenciado no V Seminário de Educação compartilhamos os momentos dialógicos criados nas tessituras do recurso didático-pedagógico-brincante - Caixa Matemática Problematizadora -, para dinamizar os conceitos e conteúdos matemáticos numa perspectiva dialógica, via plataforma *Google Meet,* no dia 28 de setembro de 2021. A escolha dessa atividade formativa se deu pela temática do evento contemplar a Pedagogia Freiriana, como também pela riqueza e diversidade do grupo ao produzir narrativas orais que foram transcritas pelas autoras do artigo.

As professoras-formadoras-pesquisadoras desse minicurso atuam na educação básica e superior, concomitantemente na formação inicial e continuada de professores(as), característica esta que proporciona a abordagem de diferentes aspectos que envolvem os processos da Educação Matemática, sejam crenças, práticas e possibilidades sobre seus modos de aprender e ensinar.

Nesse minicurso contamos com a participação de 25 participantes, tendo no grupo graduandos(as) em Pedagogia, professores(as) que ensinam matemática na educação infantil, no ensino fundamental, médio e superior, professoras universitárias e coordenadoras pedagógicas de lugares variados. Algumas de suas narrativas compartilharemos na seção 4, para indicar os sentidos construídos com essa experiência formadora.

No que se refere aos momentos dialógicos inventados criativamente pelas autoras deste artigo, apresentamos algumas atividades que foram vivenciadas nas tessituras da Caixa matemática Problematizadora no minicurso.

Para acolher os(as) partícipes da atividade formativa, dinamizamos a mensagem "Sejam bem-vindos(as) ao minicurso!!, convidando cada participante para abrir sua câmera e dinamizar

BOA TARDE com um gesto e uma palavra matemática de acolhida. Posteriormente, a leitura dinamizada da história "Caixinha de guardar o tempo", de Alessandra Roscoe, e respectiva pergunta reflexiva: Que experiências matemáticas da educação básica gostaria de guardar nesta Caixinha? Em seguida, exposição dialógica e interativa sobre a Caixa Matemática Problematizadora na formação e na prática docente das autoras do minicurso. Depois, vivência dos quatro momentos dialógicos da Caixa Matemática Problematizadora nas tessituras dos processos formativos na educação básica e superior. Algumas narrativas desses momentos serão partilhadas na seção a seguir, a partir da transcrição da gravação do minicurso.

Compartilhamento de narrativas no contexto formativo: múltiplas potencialidades da Caixa Matemática Problematizadora

Escolhemos algumas narrativas do segundo momento dialógico "Escolha e compartilhamento de significados do recurso didático-pedagógico-brincante" e do quarto momento dialógico "Registros dialógico-problematizadores", que indicam as potencialidades dos recursos didáticos-pedagógicos-brincantes da Caixa Matemática Problematizadora na interação com diferentes profissionais participantes do minicurso e seus contextos.

Dentre os recursos didáticos-pedagógicos-brincantes escolhidos e compartilhados pelo grupo participante do minicurso, destacamos sua potencialidade através de excertos das narrativas:

Joseane: *Escolheria o material dourado, pois com ele é possível trabalhar diversas atividades, tais como: contas, composição e decomposição de números, entre outras. É um material muito importante para tornar a aprendizagem matemática mais significativa.*

Sandra: *Joseane compartilha a potencialidade do material dourado em aulas de matemática.*

Paulo: *Já usei muito as barrinhas Cuisenaire para trabalhar com frações. Eu percebo que os alunos gostam muito da manipulação. Até para trabalhar a fração com elas torna o processo mais fácil para eles. No meu caso, o módulo já vem com o material didático, com o recurso pronto. Não precisei construir, mas é bem interessante. Podemos também construir nosso próprio material para ministrar as aulas.*

Eliane: *Ressalto a utilização dos dedos no trabalho com as operações. Diferentes possibilidades da contagem dos números usando os dedos das mãos.*

Jéssica: *Contagem dos números com desenhos de bolinhas, risquinhos.*

Eliane Fraga: *Eu sou apaixonada pela Educação do Campo. Minhas pesquisas são nessa área. Incluir os alunos do campo nas atividades é essencial. Estou na minha casa na zona rural. Peguei material do meu cotidiano, que tem no meu quintal. São coisas que tenho em casa: tomate, sementinhas, carocinhos de feijão... Dar para usar na matemática, para trabalhar fração. São recursos comuns ao aluno do campo. Ele pode não ter a tabuada, mas tem o feijão que poderá utilizar para aprender multiplicação,* *divisão. Por exemplo: Eu tenho aqui 100 feijões e seu eu dividi com mais 5 pessoas quanto ficará para cada um? Eu tenho 10 tomates. Se eu dividi com meu primo, quanto cada um ficará? Assim, são recursos simples que dão para serem usados, pois quem mora na cidade a mãe poderá comprar e quem mora no campo poderá não ter a possibilidade de comprar. Quem mora no campo poderá usar recursos de seu dia a dia.*

Sandra: *No contexto pandêmico, na proposta da Caixa Matemática Problematizadora, os estudantes colocaram na Caixa recursos de seu cotidiano, conforme você destacou.*

Tamara: *Dominó porque possibilita a organização de estratégias, comunicação, formação, raciocínio lógico, atenção, aprendizagem significativa...*

Jéssica: *Palitos de picolé porque é ótimo para contar os números, para colagem, para resolver subtrações e adições. Uso no reforço escolar com meus alunos. É um objeto simples que pode ser usado de várias formas.*

Na vivência desse momento dialógico, os excertos das narrativas ressaltam as potencialidades de cada recurso nos significados compartilhados, os quais evidenciam situações-problema que podem ser elaboradas no contexto dos recursos didáticos-pedagógicos-brincantes.

Os palitos contidos na Caixa Matemática Problematizadora e discutidos no quarto momento dialógico "Registros dialógico-problematizadores", através da "Vivência dinamizadora" do jogo "Trilha Matemática Desafiadora", ganham muitas possibilidades que vão desde a contagem com alunos da educação infantil até a exposição dialógica de ângulos no ensino fundamental e médio.

A motivação e o diálogo com os estudantes (seja de qualquer etapa da educação básica) conectados com a problematização são processos imprescindíveis para aprender e ensinar matemática. Assim, apresentamos alguns indícios apontados pelos(as) participantes do minicurso:

Jéssica: *Na adição poderá utilizar os palitos de picolé e perguntar: Dois palitinhos mais um palitinho, quanto dar? Na subtração utilizei o palito de picolé com meus alunos para aprender a contagem dos números.*

Sandra: *Poderei apresentar diferentes situações com os palitos. Retirar da caixa e indagar se há mais ou menos palitos em cada caixa compartilhada. Poderemos trabalhar o jogo "Nunca dez" para discutir o Sistema de Numeração Decimal e as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão.*

Paulo: *Utilizaria também os palitos porque eles são ótimos para a gente trabalhar a questão de ângulos. Qual seria a situação que colocaria para os alunos? Pediria para que eles posicionassem os palitos, no caso três palitos juntando as extremidades deles e perguntaria quantos ângulos poderiam ser formados por onde as retas se interceptam. A partir da manipulação dos palitos, poderia trabalhar as questões de ângulos: os que são colaterais, que são correspondentes, alternos e internos.*

Sandra: *No processo você envolveria a turma na construção dos ângulos. Várias discussões permeiam sua vivência, Paulo.*

Jane: *Sandra, também pensei nos palitos, pois depende do nosso objetivo e da nossa intencionalidade. Poderemos trabalhar a contagem, a comparação, a adição e a subtração, os ângulos, os números decimais, e outros. Você coloca um desafio, um palito a mais para dividir e discute como faz. Paulo destaca a versatilidade do material. Nesse sentido, de acordo com o que pretendo trabalhar vivenciarei o recurso. Poderíamos construir os sólidos geométricos com palitos, com massinha de modelar ou outro recurso para fazer a junção. Um objeto pode ser tratado de formas diferentes, de acordo com o que a gente deseja. Essa caixa pode ser utilizada ao logo do ensino fundamental, pois é versátil. Há diferentes possibilidades no trabalho com palitos.*

Cida: *Os palitos propiciam trabalhar de diferentes maneiras. Minha internet caiu e não vi se vocês compartilharam a experiência com o tapetinho que oportuniza vivenciar o Quadro Posicional com as crianças que têm a possibilidade de trabalhar o jogo para introduzir unidade, dezena e centena. A própria caixa pode ser um objeto que favorece a vivência de atividades diversificadas. Uma vez peguei minha caixa e solicitei que as crianças desenhassem o que estavam vendo. Alguns desenharam* retângulo. Tive um aluno que desenhou a caixa na mesa. Vocês salientam as diferentes possibilidades de registros dialógico-problematizadores.

Eliane: *Elaborei o problema: Pegue os palitos e divida com quatro colegas. Veja com quantos palitos cada um ficará.*

As narrativas revelam as potencialidades dos palitos nos processos de ensino e aprendizagem de conceitos e conteúdos matemáticos destacados pelos participantes do minicurso. Esse recurso didático-pedagógico-brincante propicia a elaboração de diferentes situações-problema envolvendo práticas cotidianas e escolares.

Considerações finais

As diferentes experiências com a Caixa Matemática Problematizadora na formação inicial e continuada têm contribuído para nossa atuação como professoras-formadoras-pesquisadoras que acreditam nas possibilidades dos encontros formativos para oportunizar aos(às) professores(as) e futuros(as) professores(as) aprendizagens da docência entrelaçadas às vivências numa perspectiva dialógica e desafiadora.

No minicurso experienciado no V Seminário de Educação discutimos e vivenciamos os momentos dialógicos da Caixa Matemática Problematizadora com a participação do grupo que evidenciou nas narrativas orais compartilhadas o processo de construção do conhecimento matemático e outros, sempre na dimensão dialógica. Esses momentos se entrelaçam e possibilitam aprender conceitos e conteúdos de forma motivadora, dinamizadora, brincante e problematizadora, no encontro com o outro que tem a oportunidade de comunicar saberes, experiências e aprendizagens de sua trajetória formativa e profissional.

A perspectiva freiriana permeou os momentos dialógicos evidenciados através das narrativas dos(as) participantes que reforçam nossa criatividade na dinamização da Caixa Matemática Problematizadora na formação de professores(as). Desse modo, corroboramos o que narra a professora Sirlene: *"Matemática é troca – a gente aprende na relação com o outro. A gente aprende na comunhão com o outro, na interação com o outro"*. Assim, nas tessituras dos processos de ensino e aprendizagem, das vivências e das experiências formadoras na educação básica e superior, esse recurso didático-pedagógico-brincante pode ser vivenciado nos encontros formativos com o outro que (re)inventa criativamente os recursos metodológicos utilizados na práxis pedagógica.

Referências

Alrø, H., & Skovsmose, O. (2006). *Diálogo e aprendizagem em educação matemática*. Belo Horizonte: Autêntica.

D'Ambrosio, B. S., & Lopes, C. E. (2015). Insubordinação criativa: um convite à reinvenção do educador matemático. *Bolema,* 29(51), 1-17.

Engelbrecht, J., Llinares, S., & Borba, M. C. (2020). Transformation of the mathematics classroom with the internet. *ZDM Mathematics Education*, 52, 825–841.

Freire, P. (1996). *Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa* (18a ed.). Rio de Janeiro: Paz e Terra.

Freire, P. (2001). *À sombra desta mangueira* (4a ed.). São Paulo: Olho d'Água.

Freire, P. (2021). *Pedagogia do oprimido* (77a ed.). Rio de Janeiro: Paz e Terra.

Garcia-Reis, A. R., Magalhães, T. G. (2018). O desenvolvimento profissional docente pelas experiências de escrita do gênero relato. In M. O. Venancio, & Q. A. Alcântara (Org.), *Escrita de docentes em formação: compartilhando saberes em relatos de experiência* (pp. 15-41). Campinas, SP: Pontes Editores.

Grando, R. C. (2016). Práticas de letramento matemático escolar na infância: chances, análises de dados e de possibilidades. *Em Teia: Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana*, 7(1), 1-23.

Josso, M.-C. (2004). *Experiências de vida e formação* (J. Cláudio, & J. Ferreira, Trad.). São Paulo: Cortez.

Larrosa, J. (2002). Notas sobre a experiência e o saber de experiência. Tradução de João Wanderley Geraldi. *Revista Brasileira de Educação*, (19), 20-28.

Ministério da Educação. (2012). *Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: o Brasil do futuro com o começo que ele merece*. Brasília, DF: MEC/SEB.

Ministério da Educação. (2014). Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. *Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Geometria*. Brasília: MEC/SEB.

Muniz, C. A., Santana, E. R. S., Magina, S. M. P., & Freitas, S. B. L. (2014). Caixa Matemática e situações lúdicas. In Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. *Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Construção do Sistema de Numeração Decimal* (pp. 19-23). Brasília, DF: MEC/SEB.

Oliveira, S. A., Silva, J. M. B., & Tomé, N. M. A. (2021a). Caixa Matemática Problematizadora nos processos de ensino-aprendizagem: dinamize e problematize as ações pedagógicas! *Anais do 9° Encontro Mineiro de Educação Matemática*, Pouso Alegre, MG. https://www.even3.com.br/anais/emem2021/393536-caixa-matematica-problematizadora-nos-processos-de-ensino-aprendizagem--dinamize-e-problematize-as-acoes-pedagogi/

Oliveira, S. A., Silva, J. M. B., & Tomé, N. M. A. (2021b). Vivências da Caixa Matemática Problematizadora na formação e na prática de professoras-formadoras-pesquisadoras. In R. P. Silveira (Org.), *Educação Matemática: formação, práticas e inclusão* (pp. 10-23). Formiga, MG: Editora Real Conhecer.

Roscoe, A. (2012). *Caixinha de guardar o tempo*. São Paulo: Gaivota.

Silva, J. M. B., Almeida, M. A., & Oliveira, S. A. (2021). Formação e prática de professores nos anos iniciais: o que pode uma Caixa Matemática? In E. R. Navarro, & M. C. Sousa (Org.), *Educação matemática em pesquisa: perspectivas e tendências*. Guarujá, SP: Científica Digital.

Movimentos para desenvolver o Estudo de Aula no contexto do estágio curricular supervisionado

Movements to develop Lesson Study in the context of supervised curricular internship

Movimientos para desarrollar el Estudio de Clases en el contexto de la pasantía curricular supervisada

Roselene Alves Amâncio[475]
Universidade Federal de Minas Gerais
0000-0001-9118-528X

Samira Zaidan[476]
Universidade Federal de Minas Gerais
0000-0001-7163-5546

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Formação de professores que ensinam Matemática

Resumo

Este texto busca apresentar e discutir os desafios vivenciados e as ações executadas para viabilizar a realização do processo formativo Estudo de Aula no contexto do estágio curricular supervisionado. Participaram da pesquisa, uma estudante e um estudante da licenciatura em Matemática; um professor que supervisionou o estágio desses estudantes da licenciatura; e a primeira autora deste texto, que atuou como pesquisadora e, também, como formadora. A pesquisa expõe a necessidade de haver políticas públicas que ofereçam condições aos docentes da educação básica de participarem de processos formativos, como o Estudo de Aula, ou mesmo disponibilidade de tempo para supervisionar estagiários de maneira adequada. Consideramos que o Estudo de Aula pode favorecer a formação dos/as futuros/as professores/as, contudo, para viabilizar o seu desenvolvimento, faz-se necessária uma articulação consistente e contínua entre escola básica e universidade.
Palavras-chave: Estudo de Aula, estágio, formação de professores, educação matemática.

Abstract

This paper seeks to present and discuss the challenges experienced and the actions taken to enable the realization of the formative process Lesson study in the context of supervised curricular internship. The research participants were two pre-services teachers; a professor who supervised the internship of these pre-services teachers; and the first author of this text, who acted as a researcher and also as a trainer. The research exposes the need for public policies that provide conditions for basic education teachers to participate in training processes such as Lesson Study, or even to have time to properly supervise trainees. Lesson Study can favor the formation of future students, but to make its development viable, a consistent and continuous articulation between basic school and university is necessary.
Keywords: Lesson study, Internship, teacher training, mathematics education.

[475] roseleneamancio@ufmg.br
[476] samira@fae.ufmg.br

Resumen

Este texto busca presentar y discutir los desafíos vividos y las acciones emprendidas para posibilitar la realización del proceso formativo Estudio de clases en el contexto de prácticas curriculares supervisadas. En la investigación participaron un estudiante y una estudiante de la carrera de Matemáticas; un profesor que supervisó la pasantía de los estudiantes de pregrado; y el primer autor de este texto, que actuó como investigador y también como formador. La investigación expone la necesidad de políticas públicas que brinden condiciones para que los docentes de educación básica participen en procesos de formación como el Estudio de Clases, o incluso tengan tiempo para supervisar adecuadamente a los aprendices. Consideramos que el Estudio de Clases puede favorecer la formación de los futuros estudiantes, pero para viabilizar su desarrollo es necesaria una articulación consistente y continuo entre la escuela básica y la universidad.
Palabras clave: Estudio de Clases, prácticas, formación de profesores, educación matemática.

Introdução

Este texto busca descrever e discutir desafios vivenciados e ações executadas para viabilizar a realização do processo formativo Estudo de Aula[477], no contexto do estágio curricular supervisionado. Para tanto, utilizamos um relato da primeira autora, como forma de descrever a experiência vivenciada que foi baseada no seu diário de campo; nas gravações em áudio: das entrevistas, das reuniões e das aulas que foram lecionadas pelo estagiário e pela estagiária. Porém, em algumas partes do texto, a narrativa ocorre na primeira pessoa do plural por se referir às vozes das duas autoras.

Sou professora de Matemática e, desde 2014, tenho atuado na supervisão de estágios. Por meio dessa experiência, pude constatar que, geralmente, os/as licenciandos/as precisam desenvolver a capacidade de selecionar ou elaborar tarefas, de dar explicações, de fornecer exemplos ou de elaborar perguntas condizentes com o nível de aprendizagem dos/as estudantes. Além disso, muitas vezes, usam termos matemáticos ou procedimentos que não são adequados ao nível de escolaridade dos/as estudantes do ensino fundamental. Nessas situações, percebi que costumam ter conhecimento dos conceitos e procedimentos envolvidos nas tarefas propostas, porém esses conhecimentos nem sempre eram suficientes para favorecer o processo de ensino e aprendizagem da matemática. Desse modo, as minhas vivências na supervisão de estágios apontam para a necessidade de a formação do/a professor/a de Matemática considerar as especificidades da Matemática Escolar, conforme destacam Moreira e David (2005). De acordo com os autores, a Matemática Escolar tem valores distintos da Matemática Acadêmica,

[477] Estudo de Aula é a denominação utilizada em língua portuguesa para um processo formativo originário do Japão que ficou conhecido no ocidente como *Lesson Study.*

pois deve priorizar a construção de conceitos pelos/as estudantes e a negociação de significados que ocorrem nos processos de ensino e de aprendizagem na escola.

Ao longo dos anos, fui constatando que era melhor receber dois ou três estagiários/as do que apenas um, em cada semestre, e propor o planejamento conjunto das aulas que eles/as lecionavam. Além disso, a cada ano, fui percebendo a importância de se iniciar o planejamento com mais tempo para que os/as estagiários/as pudessem refletir sobre várias questões que envolvem uma aula de matemática: o objetivo de aprendizagem dos/as estudantes, formas de abordar o conteúdo, as tarefas que seriam propostas, os recursos didáticos que poderiam ser utilizados, entre outros pontos. Assim, o processo de planejar a aula com mais detalhes foi se mostrando muito frutífero para pensar em vários aspectos do processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

Em 2019, li alguns textos sobre o Estudo de Aula e logo me interessei em aprofundar conhecimentos sobre esse processo formativo, principalmente por ser coletivo e voltado para a prática de sala de aula, articulando teoria e prática. Tal proposta parecia vir ao encontro das práticas que eu mesma já realizava, mas também continha elementos que eu ainda não havia considerado. Logo, comecei a pensar que o Estudo de Aula poderia favorecer a formação de futuros/as professores/as de Matemática.

De acordo com Isoda e Ofos (2009), o Estudo de Aula se originou no Japão no final do século XIX e é amplamente usado nesse país de forma institucionalizada, como forma de desenvolver conhecimentos para o ensino. Na década de 1980, ficou conhecido nos Estados Unidos e, a partir da década de 1990, passou a ser utilizado em outros países do Ocidente. Fujii (2014) explica que o Estudo de Aula teve início simultaneamente à introdução do ensino formal no Japão e é intrínseco à docência, sendo implementado em atividades escolares cotidianas que envolvem grupos de professores/as que planejam, ensinam, observam e analisam, de maneira colaborativa, uma aula com foco na aprendizagem dos/as estudantes.

Assim, no primeiro semestre de 2022, um Estudo de Aula foi desenvolvido por um grupo colaborativo, composto por um estudante e uma estudante de Licenciatura em Matemática, que realizaram o estágio curricular supervisionado em uma escola pública de ensino fundamental, e pela pesquisadora. Além disso, em alguns momentos, contamos com sugestões do professor a respeito do planejamento das aulas. Nesse processo, vivenciamos alguns desafios e fizemos movimentos com o cuidado de preservar os aspectos fundamentais desse processo formativo nas condições encontradas, pois, como destaca Souza (2022), a ideia de planejar uma aula, executá-la e analisar os resultados parece simples, entretanto o Estudo de

Aula é um processo complexo que requer atenção a muitos detalhes para que as adaptações, que são esperadas e necessárias para outras culturas escolares, não mudem sua essência.

O Estudo de Aula

De acordo com Fujji (2014), o Estudo de Aula é um processo formativo composto por quatro etapas, que são descritas a seguir.

A primeira etapa se destina à seleção do conteúdo a ser abordado, à formulação do objetivo da aula e a estudos acerca do tópico escolhido que visam a aprofundar o conhecimento sobre o conteúdo e sobre as diferentes maneiras de ensiná-lo.

Na segunda etapa, o grupo seleciona, adapta ou elabora as tarefas que serão propostas e as ações do/a professor/a ou futuro/a professor/a que irá lecionar a aula. Eles também selecionam materiais que possam favorecer a aprendizagem dos/as estudantes. Além disso, buscam antecipar possíveis respostas, dúvidas ou equívocos dos/as estudantes.

Na terceira etapa, um/a dos/as participantes leciona a aula para uma turma de alunos/as, enquanto os/as outros/as observam o que os/as estudantes estão fazendo, como resolvem os problemas, os argumentos que usaram nas discussões com seus colegas ou com o/a docente. Eles/as registram as informações que consideram relevantes, sem interferir no processo de ensino e aprendizagem. De acordo com Baptista *et al.* (2014), nesse momento, a observação é focada na aprendizagem e no progresso dos/as estudantes, e não no/a professor/a.

Na quarta etapa, ocorre a análise da aula e revisão do planejamento. Nesse momento, a pessoa que lecionou a aula pode refletir sobre o seu ensino, e os demais participantes discutem suas observações com foco na aprendizagem dos/as estudantes da Educação Básica. Diante disso, podem aprimorar o planejamento nos pontos que considerarem necessários.

Assim, tivemos a intenção de desenvolver o processo formativo Estudo de Aula, no contexto do estágio supervisionado, por considerá-lo propício para que os/as futuros/as professores/as de Matemática possam mobilizar conhecimentos que contribuam para a aprendizagem da docência, articulando teoria e prática. Pois, como afirmam Ponte *et al.* (2016, p. 870), o Estudo de Aula é "um processo formativo fortemente ligado à prática, que possibilita aprofundamentos teóricos em diversos domínios – matemático, didático, curricular, educacional e organizacional".

Convites, recusas e a disposição de um professor, uma estagiária e um estagiário para participar da pesquisa

Com o objetivo de, no primeiro semestre de 2022, compor um grupo colaborativo para o desenvolvimento do Estudo de Aula formado por dois/as estudantes da licenciatura em Matemática e um/a professor/a de Matemática da Educação Básica que iria supervisionar o estágio dos estudantes da licenciatura, conversei sobre a pesquisa que eu pretendia desenvolver com a professora da Universidade que, nos últimos anos, tem sido responsável pela orientação dos/as licenciandos/as da licenciatura em Matemática em estágio curricular supervisionado, no segundo semestre de 2021. Ela já tinha conhecimentos sobre o Estudo de Aula, achou a proposta da pesquisa interessante e me convidou para apresentar este processo formativo aos/às estagiários/as em uma de suas aulas nas turmas da manhã e da noite. Em março de 2022, a mesma professora me inseriu no grupo do *WhatsApp* dos/as professores/as que supervisionaram estágios recentemente, para que eu pudesse apresentar, a eles/as, a proposta da pesquisa que eu pretendia desenvolver. Porém, nesse espaço, nenhum/a professor/a demonstrou interesse em conhecer os detalhes da pesquisa para pensar na possibilidade de participar. Os dias foram passando e os/as docentes de escolas municipais e de estaduais da Cidade estavam em greve.

Por sugestão da orientadora desta pesquisa – segunda autora deste texto –, nessa mesma época, visitei uma escola municipal que, há anos, recebe estagiários/as da Universidade, com objetivo de convidar professores/as de Matemática para participar da pesquisa, supervisionando estagiários/as e participando de, pelo menos, uma reunião quinzenalmente. Assim, conversei com a Coordenadora Pedagógica que estabeleceria contato com uma das professoras de Matemática da escola que, segundo ela, poderia ter interesse em participar da pesquisa. Então, após uma semana, essa professora entrou em contato comigo, pelo celular, e conversamos sobre o trabalho que eu tinha a intenção de desenvolver. A Professora disse que achou a proposta interessante e que eu e os estagiários poderíamos acompanhar suas aulas, mas que não dispunha de tempo para participar de nenhuma reunião, pois lecionava em duas escolas e não tinha nenhum horário vago. Infelizmente, essa é a condição de trabalho da maioria dos professores brasileiros.

Também, entrei em contato com uma professora e um professor que haviam ingressado no mesmo programa de pós-graduação que eu estava cursando, o doutorado, e tinham experiência na supervisão de estagiários/as. Eles se mostraram interessados em conhecer a proposta. Então, estabeleci contato individual para explicar o objetivo da pesquisa e as atividades que seriam desenvolvidas, as possíveis contribuições para os/as participantes e, também, os cuidados éticos que teríamos no desenvolvimento e na divulgação do resultado da pesquisa. Então, ela disse que poderíamos acompanhar suas aulas, mas ficou receosa de conseguir conciliar as atividades de docente com as demandas do mestrado e a participação em reuniões para o desenvolvimento do processo formativo, então optou por não participar da pesquisa. O outro professor, Frederico, aceitou participar da pesquisa e relatou que havia supervisionado, remotamente, um estagiário e uma estagiária no semestre passado que lhes disseram ter interesse em realizar o segundo estágio também sob a supervisão dele, com o intuito de conhecer a escola e os/as alunos/as presencialmente. Desse modo, Frederico faria contato com eles e, caso concordassem, eu entraria em contato para convidá-los. Então, depois de um período de tanta preocupação em conseguir um professor supervisor e, pelo menos, dois/as estagiários/as que aceitassem participar da pesquisa, uma luz se acendeu!

Alguns dias depois, o professor Frederico me passou o contato dos estagiários: Peterson e Marília. Enviei mensagem e agendei um horário individual para apresentar, a cada um, a proposta da pesquisa. No segundo semestre de 2021, eles haviam participado da aula em que eu havia apresentado o Estudo de Aula, então recordaram-se de mim e já tinham ideia das características principais desse processo formativo. Então, Marília e Peterson se dispuseram a participar da pesquisa, fazendo o estágio nas turmas do professor Frederico e, também, concordaram em participar de reuniões para o desenvolvimento do Estudo de Aula.

Na semana seguinte, Frederico me informou que resolveu concorrer à direção da Escola e, caso fosse eleito, poderia conversar com Tiago, outro professor de Matemática da sua escola, para averiguar a sua disponibilidade de supervisionar os/as estagiários/as e participar da pesquisa. Contudo, disse que aguardaria o final da greve dos professores, que ainda ocorria, para estabelecer esse contato.

A greve da Rede Municipal continuou... O 1º semestre de 2022 da Universidade se iniciou, e a professora de estágio da turma da manhã e o professor da turma da noite começaram a alocar os estagiários de Matemática nas turmas dos/as professores/as supervisores/as da escola básica. Nesse ínterim, o professor Frederico foi eleito diretor. Diante disso, comecei a ficar muito tensa! Então conversei com a orientadora desta pesquisa sobre a possibilidade de realizar a investigação no próprio local onde eu trabalho, que não estava em greve, e todos/as os/as professores/as de Matemática recebem estagiários/as semestralmente, mesmo que, inicialmente, tivéssemos pensado em produzir os dados da investigação em outra escola pública. Assim, no dia 8 de abril, convidei uma professora da escola em que trabalho, e ela aceitou, prontamente, participar da pesquisa, inclusive realizando reuniões semanais com os/as estagiários/as. Porém, no dia 11 de abril, os/as professores/as da Rede Municipal da Cidade decidiram encerrar a greve. Dessa forma, resolvemos aguardar ainda alguns dias a fim de constatar a possibilidade de realizar a pesquisa na escola municipal em que Frederico atuava. Depois, Frederico conversou com o professor Tiago sobre a possibilidade de participar da pesquisa. No dia 14 de abril, consegui fazer o primeiro contato com o prof. Tiago e, no dia 18 de abril, expliquei, por telefone, os objetivos da pesquisa, bem como os cuidados éticos que teríamos no seu desenvolvimento, porém não mencionei a necessidade de participação em reuniões além do horário que ele ficava na Escola, para não dificultar a sua participação, pois já havia recebido a negativa de duas professoras por esse motivo, conforme relatei anteriormente. Ele aceitou participar, e entrei em contato com Marília e Peterson para lhes informar sobre o novo professor supervisor. Eles se dispuseram a realizar o estágio na turma do prof. Tiago e a participar da pesquisa, inclusive de uma reunião semanal.

Todas essas ações executadas em busca de condições para realizar um Estudo de Aula mostram como o sistema formativo está desarticulado na relação universidade-escola. Do ponto de vista da pesquisa, foi preciso buscar maneiras próprias, com tentativas, idas e vindas, para, finalmente, compor um grupo para desenvolver o Estudo de Aula.

O processo desenvolvido

O início do processo ocorreu com a realização de uma entrevista individual com os/as estagiários/as. Encontrei-me com Marília e Peterson separadamente, no mês de abril. No dia 19 de abril, Frederico, já como diretor, recebeu Peterson e Marília na escola, mostrou para eles o espaço físico e os apresentou ao prof. Tiago. Então, a partir do dia 24 de abril, começamos a acompanhar as aulas do professor Tiago em três turmas de oitavo ano e duas turmas do nono ano.

Além do acompanhamento das aulas do prof. Tiago, Peterson e Marília participaram de outras atividades durante o período de estágio: reuniões na escola com o professor supervisor, reuniões semanais realizadas com a pesquisadora em uma sala da Universidade, conversas em um grupo de *WhatsApp*, postagens de materiais em um arquivo compartilhado e produção de materiais para as aulas.

Foram realizadas quatro reuniões na Escola que contaram com a participação do professor supervisor, dos/as estagiários/as e da pesquisadora e ocorreram no 1º horário de terça-feira, de sete as oito horas, pois, nesse horário, os/as alunos/as da turma em que o Prof. Tiago iria lecionar matemática participavam de um projeto com estudantes de Psicologia de uma faculdade privada. Nesses momentos, o prof. Tiago compartilhou conosco informações sobre a comunidade escolar, sobre as turmas e, também, sobre alguns/as alunos/as específicos. Discutimos várias questões, como: relação professor/a-aluno/a, disciplina, mudança no perfil dos/as alunos/as ao longo dos anos, impactos da pandemia na aprendizagem dos/as alunos/as que demandava trabalhar conteúdos de anos anteriores. Nesses momentos, foram definidos os temas das aulas que os/as estagiários/as iriam lecionar e, também, ocorreram algumas discussões sobre planejamento, porém, a partir do dia 24 de maio, os horários das aulas foram alterados e não pudemos mais contar com esse tempo conjunto. Assim, o prof. Tiago se dispôs a discutir as questões do estágio durante os intervalos, mas nem sempre isso foi possível, pois o intervalo era de apenas vinte minutos e, muitas vezes, ele precisou resolver outros assuntos. Mesmo assim, os/as estagiários/as apresentaram os planejamentos das aulas para o professor supervisor e consideraram algumas recomendações feitas por ele para planejar as aulas.

Também, foram realizadas treze reuniões semanais que contaram com a presença da pesquisadora, do estagiário Peterson e da estagiária Marília, das quais sete ocorreram em uma sala na Universidade disponibilizada por uma professora da casa; três ocorreram de forma virtual; duas ocorreram na Escola em que a pesquisadora atua como professora, para que os estagiários pudessem utilizar uma lousa, possibilitando simular a aula antes de lecioná-la, e uma ocorreu na escola que era o campo do estágio após o horário das aulas. Nessas reuniões, foram realizados estudos de textos sobre educação matemática, analisados livros didáticos, foram elaborados os planejamentos e feitas as análises das aulas lecionadas pelos/as estagiários/as. Também, nesses momentos, foram discutidas algumas questões relacionadas ao processo de ensino-aprendizagem da Matemática que foram suscitadas com base no acompanhamento das aulas do prof. Tiago.

Além disso, Peterson e Marília participaram de aulas com o professor e a professora da Universidade que orientavam estagiários, mas essa atividade não fez parte dos dados que compõem a nossa pesquisa. Estávamos dispostos/as a considerar as sugestões desses/as professores/as acerca do planejamento das aulas, porém as aulas da Universidade não contemplaram a apresentação e discussão dos planos de aula dos/as estagiários/as.

Durante o estágio, Marília e Peterson tiveram a oportunidade de lecionar quatro aulas diferentes: as duas primeiras foram realizadas durante o mês de maio nas turmas de oitavo e novos anos, com a intenção de auxiliar os/as estudantes a desenvolverem estratégias para obter os resultados de algumas tabuadas da multiplicação; as duas últimas foram lecionadas no mês de julho, nas duas turmas dos nonos anos, e abordaram o Teorema de Pitágoras.

O planejamento das duas aulas referente às tabuadas foi feito quase que, totalmente, na Escola, com o desafio de buscar formas de tratar um assunto tão básico para alunos/as dos anos finais do Ensino Fundamental. O prof. Tiago acompanhou mais de perto o planejamento dessas aulas, inclusive indicou quais as multiplicações que deveriam ser abordadas e testou os jogos que foram propostos. Consideramos que o planejamento e a condução das duas aulas sobre as tabuadas foram importantes para que os/as estagiários/as tivessem mais oportunidades de planejarem e conduzirem aulas durante o estágio, mas elas não foram realizadas com todas as etapas e detalhes previstos no Estudo de Aula, pois o tempo de um semestre não seria suficiente para desenvolver esse processo sobre dois temas, tendo em vista que o estágio foi iniciado no dia 19 de abril e finalizado no dia 15 de julho.

Para subsidiar o planejamento das duas aulas sobre o Teorema de Pitágoras, foram realizados estudos de artigos e análises de livros didáticos, buscando considerar os conhecimentos prévios, possíveis dúvidas, equívocos e estratégias dos/as estudantes e, também, pensar nas ações dos/as estagiários/as nos vários momentos das aulas. O prof. Tiago teve pouca participação em relação ao planejamento dessas aulas, restringiu-se a solicitar que a fórmula que representa o Teorema deveria ser apresentada da seguinte maneira: $a^2 = b^2 + c^2$, e solicitou que fossem mostrados, no quadro, dois exemplos de utilização dessa fórmula, antes de os/as alunos/as resolverem as tarefas que seriam propostas. Não sugeriu nenhuma alteração nos planejamentos que lhe foram apresentados. Pareceu-nos que a opção do grupo em abordar a relação pitagórica por meio da composição de figuras, de forma que os/as próprios/as estudantes verificassem que a igualdade era válida apenas nos triângulos retângulos e, a partir disso, generalizar essa relação para chegar à representação algébrica do Teorema de Pitágoras, tratava-se de uma abordagem pouco comum àquela prática.

Em todas as quatro aulas que foram lecionadas pelos/as estagiários/as, o prof. Tiago fez algumas intervenções que não estavam planejadas, expressando um descolamento do processo proposto para o Estudo de Aula. Nas aulas referentes ao Teorema de Pitágoras, o professor fez inúmeras intervenções, tanto frisando o que os/as estagiários/as já haviam explicado ou solicitado, bem como, na segunda aula, resolveu fazer uma revisão sobre a classificação de triângulos quanto aos lados e aos ângulos, que desviou o objetivo da aula e ainda impossibilitou que o tempo fosse suficiente para que o planejamento fosse executado. Dessa forma, o prof.

Tiago permitiu que os/as estudantes continuassem a fazer a tarefa proposta na aula seguinte, mas sem dar espaço para que os/as estagiários/as conduzissem esse momento.

Ao final do estágio, realizamos uma entrevista individual com o professor Tiago, com Marília e com Peterson a fim de conhecer suas opiniões e sensibilidades acerca da experiência vivenciada.

Algumas considerações

Neste texto, procuramos apresentar e discutir o processo de realização de um Estudo de Aula no contexto do estágio curricular. Podemos constatar, pela descrição da experiência, que foram necessários vários movimentos para desenvolver esse processo formativo com um estagiário e uma estagiária da Licenciatura em Matemática, tendo em vista as circunstâncias em que ocorreu a pesquisa de campo. Considerando a proposta original, nossa prática com o Estudo de Aula tem especificidades relativas às condições existentes. Entre elas, destacamos a participação eventual do professor supervisor do estágio e a não institucionalização da prática, levando-nos a agir de modo a abrir espaços até criar meios para sua realização.

Consideramos que o Estudo de Aula representa uma possibilidade muito bem articulada de formar novos/as professores/as com ações voltadas para/na sala de aula, articulando teoria e prática. Contudo, ser um projeto institucional, assumido pela Universidade e Escola, torna-se essencial. Assim, uma aproximação entre Universidade e Escola que seja contínua, abrindo-se à participação de atividades "lá e cá", poderá construir uma confiança em propostas coletivas como esta, de forma que docentes da Universidade e professores/as da escola básica poderão vir a ser, coformadores de professores (ZEICKNER, 2010). Todos os participantes podem aprender com essa experiência, principalmente considerando que práticas formativas estão sempre se modificando conforme os sujeitos envolvidos e o contexto em que ocorrem (CALDEIRA e ZAIDAN, 2019).

Referências

BAPTISTA, M.; PONTE, J. P.; VELEZ, I; COSTA, E. Aprendizagens Profissionais de professores dos primeiros anos participantes num Estudo de Aula. Belo Horizonte, Educação em Revista, v.30, n. 04, p. 61-79, 2014.

CALDEIRA, A. M. S. e ZAIDAN, S. Sobre o conceito de prática pedagógica. *Em Prodoc: 20 anos de pesquisa sobre profissão, formação e condição docente.* Pereira, J. D., Diniz, M. e Souza, J. V. (org.). Belo Horizonte, Ed. Autêntica, 2019.

FUJII, T. Implementing Japanese lesson study in foreign countries: misconceptions revealed. *Mathematics Teacher Education and Development*, v. 16, n. 1, p. 65-83, 2014.

ISODA, M.; OLFOS, R. *El Enfoque de Resolución de Problemas: en la enseñanza de la matemática a partir del estudio de clas*es. Valparaíso-Chile: Ediciones Universitarias de Valparaíso, 2009.

PONTE, J. P.; QUARESMA, M.; MATA-PEREIRA, J.; BAPTISTA, M. O estudo de aula como processo de desenvolvimento profissional de professores de matemática. Rio Claro/SP. *Bolema*, n. 30, v. 56, p. 868-891, set/dez. 2016.

ZEICHNER, K. Repensando as conexões entre a formação na universidade e as experiências de campo na formação de professores em faculdades e universidades. *Educação*, Santa Maria-RS, v. 35, n. 3, 2010.

Uma abordagem ao conhecimento especializado em futuros professores na generalização de padrões.

Una aproximación al conocimiento especializado en futuros profesores en la generalización de patrones

An approach to specialized knowledge in future teachers in the generalization of patterns

Sara Tarisfeño-Vásquez[478]
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso
0000-0001-6072-7023

Macarena Reyes-Bravo[479]
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Modalidad: Comunicación
Núcleo Temático: Formación de profesores que enseñan Matemáticas

Resumen

El siguiente estudio tiene como objetivo caracterizar y comprender el conocimiento de futuros profesores de educación primaria en un tema del Álgebra Temprana. Utilizamos el modelo Mathematics Teacher’s Specialised Knowledge para analizar las producciones de los futuros profesores en la resolución de una actividad de generalización de patrones. Se fija la atención en uno de los subdominios del modelo buscando evidencias de las categorías del este en las resoluciones y los procedimientos utilizados. Se trata de un estudio de caso instrumental enfocado desde un paradigma interpretativo. Los resultados muestran la movilización de conocimientos y las conexiones entre estos cuando los futuros profesores utilizan diferentes formas de generalizar.

***Palabras clave*:** Conocimiento especializado, Futuros profesores, Álgebra Temprana, Patrones, generalización de patrones.

Abstract

The following study aims to characterize and understand the knowledge of future primary school teachers in a topic of Early Algebra. We use the Mathematics Teacher's Specialized Knowledge model to analyze the productions of future teachers in solving a pattern generalization activity. Attention is focused on one of the subdomains of the model looking for evidence of the categories of this in the resolutions and the procedures used. It is an instrumental case study focused from an interpretive paradigm. The results show the mobilization of knowledge and the connections between them when future teachers use different ways of generalizing.

***Keywords*:** Specialized knowledge, Future teachers, Early Algebra, Patterns, generalization of patterns.

[478] sara.tarisfeno.v@mail.pucv.cl
[479] maca.reyes.b@gmail.com

Resumo

O presente estudo tem como objetivo caracterizar e compreender o conhecimento de futuros professores do ensino básico numa temática de Álgebra Inicial. Utilizamos o modelo de Conhecimento Especializado do Professor de Matemática para analisar as produções de futuros professores na resolução de uma atividade de generalização de padrões. A atenção está voltada para um dos subdomínios do modelo buscando evidências das categorias deste nas resoluções e nos procedimentos utilizados. É um estudo de caso instrumental focado a partir de um paradigma interpretativo. Os resultados mostram a mobilização de saberes e as conexões entre eles quando os futuros professores utilizam diferentes formas de generalização.
Palavras chave: Conhecimento especializado, futuros professores, álgebra inicial, padrões, generalização de padrões.

Introducción

La investigación relativa al conocimiento especializado del profesor ha sido tema de estudio desde que Shulman (1986) dirigiera el interés a lo que deben conocer los profesores para una praxis eficaz en su tarea de enseñar. El autor señala que este conocimiento debe estar orientado desde dos perspectivas, por un lado, el conocimiento del contenido de los temas de la disciplina que enseña y por otro, el conocimiento de los contenidos de temas de la asignatura para la enseñanza. En particular, en educación matemática existen modelos que analizan este conocimiento, como los son el modelo del conocimiento profesional del profesor de matemáticas (Ball et al., 2008); y el cuarteto del conocimiento del profesor (Turner y Rowland, 2011). En este trabajo se considera el distintivo de especializado del conocimiento de los profesores de matemáticas o que enseñan matemáticas, en el sentido de Carrillo et al. (2018). Este modelo nos permite realizar una aproximación a la caracterización del conocimiento de temas específicos. Bajo esta mirada, esta comunicación breve tiene por objetivo caracterizar y comprender el conocimiento de los temas y de la estructura manifestado por un grupo de profesores de primaria en formación, al resolver una actividad que implica la generalización de patrones.

Marco conceptual

Enfocamos las directrices de este trabajo en torno a dos pilares; el primero, sobre aspectos asociados al Álgebra Temprana, la que contextualiza esta comunicación; y el segundo, expone como referente al modelo del Conocimiento especializado del profesor de matemáticas (*Mathematics Teacher's Specialised Knowledge* -MTSK), el que determina qué y cómo se observará en las evidencias recabadas para este trabajo.

Álgebra Temprana

La incorporación del enfoque del Álgebra Temprana al currículo escolar trae consigo la necesidad de modificar el trabajo de los profesores, esta propuesta, se asocia a la creación de oportunidades para integrar y cultivar hábitos de pensamiento, que presten atención a las estructuras fundamentales de las matemáticas (Molina, 2009). Lo anterior requiere de un conocimiento especializado no muy bien definido hasta ahora, en relación a este punto Pincheira y Alsina (2021) a través del análisis de propuestas curriculares (infantil y primaria) de cuatro países, establecieron categorías de contenidos que caracterizan el Álgebra Temprana, para primaria determinaron cuatro: 1) Comprensión de relaciones de orden, equivalencia y otras; 2) Patrones de crecimiento y decrecimiento; 3) uso de símbolos algebraicos y modelos matemáticos; 4) la comprensión del cambio y uso de variables para representar valores desconocidos, destacando el énfasis en la importancia del estudio de relaciones y patrones para acceder al pensamiento algebraico. Hohensee (2015) identifica diversos contenidos matemáticos asociados a la implementación de la propuesta de álgebra temprana, y los clasifica en tres grandes temas, a) Aritmética generalizada; b) Relaciones funcionales; y c) La interpretación relacional del signo igual. En esta clasificación de temas podemos situar el estudio de patrones en las relaciones funcionales.

La investigación de las últimas dos décadas ha reportado lo que los estudiantes de primaria pueden lograr en relación al pensamiento algebraico, sobre cómo emerge este pensamiento y qué actividades y tareas son pertinentes para ello. Se debe tener en cuenta que las intervenciones realizadas en los primeros grados escolares dan importancia no a los símbolos alfanuméricos, sino a las representaciones, utilizando para ello diagramas informales y rectas numéricas para representar incógnitas, variables, expresiones algebraicas, funciones y ecuaciones (Cai et al. 2011; Carraher et al., 2007), para posteriormente transitar al uso de estos elementos.

Sobre el estudio y generalización de patrones, encontramos investigaciones como Blanton y Kaput (2005), Cañadas, et al. (2008), Mason (2018), Zarzar et al. (2018), que centran su interés en los razonamientos manifestado durante el proceso de generalización, sus representaciones, estrategias utilizadas, con énfasis en la identificación de patrones como medular para la generalización, dado que este proceso es apreciado como una manera de acceder al pensamiento algebraico en los primeros años. Cañadas y Molina (2016) consideran distintas estrategias para generalizar, entre ellas: la identificación de un patrón, establecer ciertas relaciones entre cantidades variables y la construcción de sistemas de representación apropiados; otra forma de generalizar patrones es trabajar con casos particulares y organizarlos identificando algún patrón, formular hipótesis basado en esas particularidades y generalizar (Álvarez et al. 2014); Arbona et al. (2017) diferencian en niveles de generalización: aritmética, a través de la recursividad; algebraica factual, a través de una relación de números particulares; algebraica contextual, a través de la descripción verbal; y algebraica simbólica expresada a través de símbolos alfanuméricos.

Lo anterior implica que el profesor de primaria debe tener los conocimientos necesarios para la enseñanza de los temas matemáticos inmersos en el Álgebra Temprana, en particular los Patrones, ser capaz de diseñar y proponer actividades que cultiven el pensamiento algebraico en sus estudiantes, por lo que tener un conocimiento acabado de la matemática involucrada en ello, es primordial, es por eso que qué elementos caracterizan el conocimiento movilizado por los futuros profesores al generalizar.

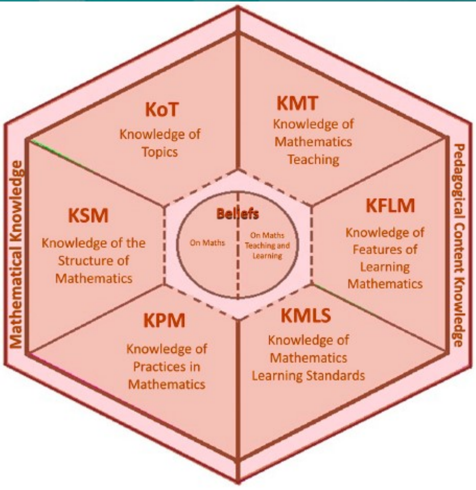
Conocimiento especializado del profesor de matemáticas

Se utiliza el modelo MTSK, pues supone un referente para la visualización sistemática de los conocimientos del profesor que enseña matemática, en la figura 1 se observan sus tres dominios: Conocimiento Matemático (MK); Conocimiento Didáctico del Contenido (PCK); y un dominio fundamentado en las Creencias que permea los dos dominios anteriores, estos últimos divididos en tres subdominios (Carrillo et al. 2018).

En el dominio MK se sitúan los subdominios: Conocimiento de los Temas (KoT), que se constituye por el conocimiento de la disciplina, en el que identificamos los procedimientos, definiciones y propiedades, registros de representación y fenomenología; Conocimiento de la Estructura de la Matemática (KSM), en este subdominio ubicamos las conexiones de los contenidos matemáticos, ya sean de simplificación o complejización, como las transversales (Escudero-Ávila, 2015); Conocimiento de las Prácticas Matemáticas (KPM), que abarca las formas de proceder en matemáticas como definir, ejemplificar, demostrar y validar.

Figura 1.

Modelo MTSK (Carrillo et al., 2018)



En el dominio (PCK) encontramos los subdominios: Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas (KMT), este contempla el conocimiento del profesor sobre cómo enseñar un determinado contenido, es decir, teorías de enseñanza, estrategias, técnicas, tareas y ejemplos, además de conocer características de recursos materiales o virtuales; Conocimiento de las Características del Aprendizaje (KFLM), referido a cómo se aprende un contenido matemático, teorías de aprendizaje, dificultades, errores y obstáculos, así como el conocimiento de las formas de interacción con un contenido matemático y los intereses de los estudiantes sobre el contenido matemático; y por último Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje (KMLS), que contiene el conocimiento del profesor sobre el currículo, estándares definidos por grupos de investigación o asociaciones profesionales de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas acerca de los niveles de conocimiento esperados por los estudiantes en un determinado nivel educativo, que conecta con los niveles de desarrollo conceptual o procedimental esperado, expectativas de aprendizaje y secuenciación con temas anteriores y posteriores (Escudero-Ávila, 2015).

Metodología

La investigación se enmarca en el enfoque cualitativo desde un paradigma interpretativo (Bisquerra, 2009), y en el contexto general de un estudio de caso de tipo instrumental (Stake, 1995). Los datos se recogieron a través de un cuestionario exploratorio que busca indagar en el conocimiento de profesores de primaria en formación sobre temas asociados al Álgebra Temprana, como lo es la generalización de patrones. El cuestionario se aplicó durante el desarrollo de una clase impartida a futuros profesores de primaria en una asignatura que aborda conceptos relacionados a la didáctica del álgebra, que en su formación inicial corresponde al último año. Las categorías consideradas para el análisis quedan determinadas por los subdominios del modelo teórico. Para esta comunicación, del dominio MK se consideran solo los subdominios KoT y KSM (Carrillo et al., 2018).

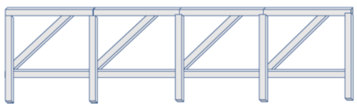
Este trabajo forma parte de un estudio mayor que busca caracterizar el conocimiento del futuro profesor de primaria en temas asociados al Álgebra Temprana a través del modelo MTSK.

Instrumento de recogida de datos

Se analiza el conocimiento manifestado por 10 estudiantes para profesor de primaria en el desarrollo de una actividad sobre generalización de patrones. Estos futuros profesores ya cursaron las asignaturas disciplinares incluida la referida al eje patrones y álgebra. En la Tabla 1 se muestra la actividad propuesta.

Tabla 1.

Actividad propuesta a los futuro profesores

Enunciado de la actividad y preguntas	
La reja que se muestra en la figura tiene una longitud de 4 metros. Cada uno de los fierros que la componen mide 1 metro.	
¿Cuántos fierros de 1 metro (en total) se necesitan para construir una reja de 9 metros de longitud? ¿Cuántos metros de reja se pueden construir con 317 de estos fierros?	¿Qué concepto de la matemática se pone en juego en el desarrollo de la actividad anterior? ¿Qué conocimientos matemáticos posees sobre ese concepto?

Análisis

Para resumir los elementos que nos interesa mostrar en esta comunicación sintetizamos en la Tabla 2 las categorías de conocimientos y la codificación realizada para los descriptores observados en correspondencia con el modelo MTSK. Las figuras 1, 2 y 3 muestran ejemplos de resoluciones de dos futuros profesores a quienes llamaremos Andrea y Bruno, en las que se puede observar evidencias de las categorías de conocimiento especializado del subdominio KoT movilizado en la resolución de la actividad. La elección de estos profesores se debe al tipo de generalización realizada, las que son representativas del grupo.

Tabla 2.

Categorías de conocimiento especializado

Categorías	Descriptores

Representaciones	R1_ Numérico, representando el número de fierros utilizados en la construcción de la reja dada su longitud, lo que permite relacionar la longitud con el número de fierros. R2_Tabular para organizar la información permitiendo una visualización global. R3_Lenguaje natural, en la explicación de la regla general. R4_ Algebraico, representando las particularidades de la situación, lo que permanece fijo y lo que varía en $4n+1$. R5_ Figural construyendo la reja hasta los 9 metros.
Procedimientos	P1_ Establecer regularidades, identificando el incremento del número de fierros P2_ Recursividad, sumando reiteradamente el número 4. P3_ Enunciar una regla, utilizando algún registro de representación, por ejemplo, lenguaje natural.
Definiciones y propiedades	D1_ Patrones, dando características particulares o generales. D2_ Secuencias, dando características particulares o ejemplificando.
Conexiones auxiliares	C1_ Descomposición aditiva, transformando el número fierros para establecer regularidades. C2_Multiplicación como suma iterada, como herramienta para facilitar la generalización. C3_ Ecuaciones y su resolución, para igualar la fórmula de la generalización, y determinar algún valor pedido.

Andrea realiza una generalización algebraica factual (Arbona et al., 2017), la Figura 1 muestra evidencias de conocimiento pertenecientes al KoT, en la que utiliza representaciones numéricas (R1) y el lenguaje natural (R3) para dar respuesta a la parte a. de la actividad lo que le permite en primera instancia enunciar la generalización. También utiliza un procedimiento recursivo (P2) el que le permite establecer la regularidad (P1) y enunciar una regla (P3). En su respuesta descompone aditivamente (C1) la representación figural entregada en el enunciado de la actividad, Para entregar la generalización que permite dar respuesta al ítem b utiliza explícitamente la multiplicación como suma iterada (D2), plantea y resuelve una ecuación (C3). Además, implícitamente utiliza el concepto de patrón y secuencia (D1) y (D2), lo que se evidencia en la respuesta entregada en c. y d. como muestra la Figura 2.

Figura 1.

Respuestas de Andrea ítems a. y b.

a) (1) 5+4+4+4=17
(2) Reja de 4 metros
para una reja de 9 metros, debemos sumar 5 veces más el conjunto de 4 fierros.
(3) 5+(4·8)
5+32
37//
(4) Por lo tanto, para construir una reja de 9 metros de longitud se necesita 37 fierros de 1 metro.

b) (317–5) :4 → Considerando la secuencia encontrada en el ejercicio anterior podemos determinar que con 317 fierros podemos construir una reja de 78 metros.
312:4 =78
32
0//

Figura 2.

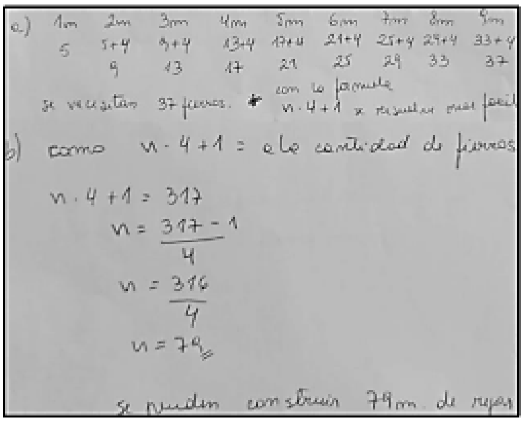
Respuestas de Andrea ítems c. y d.

En el desarrollo de la actividad podemos trabajar patrones y secuencias

En primer lugar existe una diferencia entre los conceptos nombrados anteriormente, puesto que estos no son sinónimos, le llamaremos patrón al conjunto de letras, números y/o formas, que se repiten dando así inicio a una secuencia; mientras que una secuencia es el orden que se da a un patrón

Bruno realiza una generalización algebraica simbólica (Arbona et al., 2017), pues utiliza números y letras en su generalización, la Figura 3 muestra el desarrollo de la actividad en el que se observan evidencias de conocimiento pertenecientes al KoT. Utiliza representaciones numéricas (R1) y algebraicas (R3) para dar respuesta a la parte a. generaliza numéricamente a través de la recursividad (P2). Además, utiliza implícitamente la representación tabular (R2) lo que le permite realizar el análisis global. Asimismo, descompone aditivamente (D1) para establecer la regularidad (P1) y lo que le permite enunciar la regla (P3). En su respuesta utiliza explícitamente la descomposición aditiva (C1) e implícitamente los conceptos de patrón y secuencia. Para entregar la generalización utiliza explícitamente la multiplicación como suma iterada (C2), para dar respuesta el ítem b plantea y resuelve una ecuación (C3). En la figura 4 se observa las respuestas de los ítems b y c, en los que se evidencia el conocimiento de concepto de patrón y la noción de secuencia está implícita en la construcción de la reja.

Figura 3.
Respuestas de Bruno ítems a. y b.



a)	1m	2m	3m	4m	5m	6m	7m	8m	9m
	5	5+4	9+4	13+4	17+4	21+4	25+4	29+4	33+4
	5	6	13	17	21	25	29	33	37

Se necesitan 37 fierros   * con la fórmula n·4+1 se resuelve más fácil

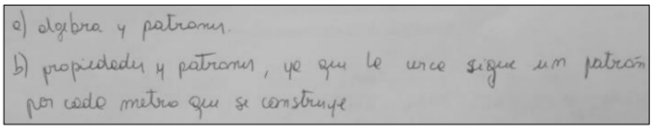
b) como n·4+1 = a la cantidad de fierros

$$n \cdot 4 + 1 = 317$$
$$n = \frac{317 - 1}{4}$$
$$n = \frac{316}{4}$$
$$n = 79$$

Se pueden construir 79 m de rejas

Figura 4.

Respuestas de Bruno ítems c. y d.



a) algebra y patrones

b) propiedades y patrones, ya que la cerca sigue un patrón por cada metro que se construye.

En el análisis de las producciones de los futuros profesores para la resolución de la actividad se observa que, aunque los futuros profesores han tenido, además de la recibida en la escuela secundaria, instrucción respecto al contenido de álgebra, todos responden correctamente al ítem a, pero solo la mitad responde de manera correcta al ítem b. y no todos llegan a la generalización algebraica simbólica, solo tres de ellos.

En general, los estudiantes para profesor no tuvieron dificultad describiendo la regularidad de manera verbal y pudieron dar respuesta al ítem a. Sin embargo, se evidencia dificultad en lograr generalización algebraica simbólica, lo que confirma los resultados de investigaciones previas (Alajmi, 2016; Demonty, et al., 2018; Trujillo, 2008; Wilkie, 2014). Aunque el grupo completo logra la generalización aritmética solo siete deducen la generalización contextual. En concordancia con lo anterior para el ítem b en el que era necesaria la generalización previa, cualquiera de ellas, siete dieron la respuesta correcta

Comentarios finales

En este trabajo se han identificado elementos de conocimiento especializado que los futuros profesores movilizan en la resolución de la actividad de generalización. Hemos obtenidos evidencias para categorías tres categorías del KoT y una del KSM. En la resolución de Andrea el uso de distintas representaciones, integrado con los procesos de naturaleza aritmética y la identificación regularidades, y las conexiones de simplificación se establece las relaciones entre los subdominios ya las categorías mismas. La resolución de Bruno, aunque más formal, permite igualmente establecer las relaciones en el conocimiento manifestado. Ambos desarrollos permiten ejemplificar las producciones del grupo y establecer los descriptores que caracterizan el conocimiento que poseen. En el contexto de las categorías de conocimiento y los descriptores propuestos para el tema Patrones propuestas para el subdominio del KoT y KSM sirven como un referente de lo que los estudiantes para profesor deberían o necesitan conocer para su futura práctica. Esto podría tener alcances en el diseño de tareas para la formación de profesores en el Álgebra Temprana, aumentando de forma gradual las categorías de conocimiento que se quieren desarrollar.

Referencias

Alajmi, A. H. (2016). Algebraic generalization strategies used by Kuwaiti pre-service teachers. *International journal of science and mathematics education*, *14*(8), 1517-1534.

Álvarez, I., Ángel, J. L., Vargas, E., y Soler, M. N. (2014). Actividades matemáticas: conjeturar y argumentar. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, *85*, 75-90.

Arbona, E., Beltrán, M. J., Gutiérrez, A., y Jaime, A. (2017). Los patrones geométricos como contexto para introducir a un estudiante de Educación Primaria con altas capacidades matemáticas en el álgebra. *Puig, L.(Coord), Arnau, D., Sánchez, MT, Montoro, AB, Carlos, J., Arnal, M. y Baeza, MA (Eds.), Investigación en pensamiento numérico y algebraico*, 38-47.

Ball, D. L., Thames, M. y Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special? Journal of Teacher Education, 59(5), 389-407.

Bizquerra, R., (2009). *Metodología de la Investigación Educativa*. Madrid, España: Editorial La Muralla S.A.

Blanton, M. L., y Kaput, J. J. (2005). Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. *Journal for research in mathematics education*, *36*(5), 412-446.

Cai, J., Ng, S. F., y Moyer, J. C. (2011). *Developing Students' Algebraic Thinking in Earlier Grades: Lessons from China and Singapore. Advances in Mathematics Education, 25–41.*doi:10.1007/978-3-642-17735-4_3

Cañadas, M. C., Castro E. y Castro, E. (2008). Patrones, generalización y estrategias inductivas de estudiantes de 3º y 4º de Educación Secundaria Obligatoria en el problema de las baldosas. PNA, 2(3), 137-151.

Cañadas, M. C., y Molina, M. (2016). Una aproximación al marco conceptual y principales antecedentes del pensamiento funcional en las primeras edades. http://funes.uniandes.edu.co/8379/

Carraher, D. W., Martinez, M. V., y Schliemann, A. D. (2007). *Early algebra and mathematical generalization. ZDM, 40(1), 3–22.*doi:10.1007/s11858-007-0067-7

Carrillo-Yañez, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L. C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., … Muñoz-Catalán, M. C. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. Research in Mathematics Education, 1–18.doi:10.1080/14794802.2018.14799

Climent, N., Escudero-Ávila, D., Rojas, N., Carrillo, J., Muñoz-Catalán, M. C., y Sosa, L. (2014). El conocimiento del profesor para la enseñanza de la matemática. Un marco teórico para el conocimiento especializado del profesor de matemáticas, el MTSK, 42.

Demonty, I., Vlassis, J., & Fagnant, A. (2018). *Algebraic thinking, pattern activities and knowledge for teaching at the transition between primary and secondary school. Educational Studies in Mathematics, 99(1), 1–19.*doi:10.1007/s10649-018-9820-9

Escudero Avila, D. I., Carrillo Yáñez, J., Flores Medrano, E., Climent Rodríguez, N., Contreras González, L. C., y Montes Navarro, M. Á. (2015). El conocimiento especializado del profesor de matemáticas detectado en la resolución del problema de las cuerdas. *PNA*.

Espinoza, G. (2020). Caracterización del conocimiento especializado del profesor de matemáticas de educación media sobre el concepto de función. [Tesis doctoral no publicada] Pontificia Universidad Católica de Valparaíso.

Hohensee, C. (2015). Preparing elementary prospective teachers to teach early algebra. Journal of Mathematics Teacher Education, 20(3), 231–257.doi:10.1007/s10857-015-9324-9

Mason, J. (2018). How Early Is Too Early for Thinking Algebraically?. In: Kieran, C. (eds) Teaching and Learning Algebraic Thinking with 5- to 12-Year-Olds. ICME-13 Monographs. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-319-68351-5_14

Molina, M. (2009). Una propuesta de cambio curricular: integración del pensamiento algebraico en educación primaria. *Pna*, *3*(3), 135-156. https://documat.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2887578

Pincheira Hauck, N., y Alsina, Á. (2021). Hacia una caracterización del álgebra temprana a partir del análisis de los currículos contemporáneos de Educación Infantil y Primaria. *Educación matemática*, *33*(1), 153-180.

Stake, R.E. (2005). Multiple Case Study Analysis. New York: Guilford Press.

Trujillo, P. A., Castro, E. y Molina, M. (2009). *El proceso de generalización: un estudio con futuros maestros de primaria.* Indivisa, Monografía XII, 73-90.

Turner, F., & Rowland, T. (2011). The knowledge quartet as an organising framework for developing and deepening teachers' mathematics knowledge. In Mathematical knowledge in teaching (pp. 195-212). Springer, Dordrecht.

Wilkie, K. J. (2014). Upper primary school teachers' mathematical knowledge for teaching functional thinking in algebra. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *17*(5), 397-428. DOI 10.1007/s13394-015-0151-1

Zarzar, C. M. B., Fernandez, J. D., y Ramirez, A. B. (2018). Procesos de generalización. *Horizontes Pedagógicos*, *20*(1), 25-36. https://revistas.iberoamericana.edu.co/index.php/rhpedagogicos/article/view/1269

História social da Educação Matemática na Iberoamérica

Una comunidad de experts en didáctica de la matemática, en Buenos Aires, nucleados bajo un mismo paradigma. Compatibilizando marcos teóricos en HEM

Uma comunidade de especialistas em didática da matemática, em Buenos Aires, unidos sob o mesmo paradigma. Compatibilizando quadros teóricos em HEM

A community of experts in didactics of mathematics, in Buenos Aires, united under the same paradigm. Making compatible theoretical frameworks in HEM

Alejandra Deriard[480]
Universidad Nacional de Tres de Febrero. Argentina
0000-0002-8201-3002

Modalidade: Comunicação Oral
Núcleo Temático: História social da Educação Matemática na Iberoamérica

Resumen

En este trabajo se muestran resultados parciales tendientes a la realización de una tesis doctoral en Filosofía de la Ciencia en complemento con la Historia de la Educación Matemática. Mediante la historiografía del currículo de la Ciudad de Buenos Aires (1992-2004), utilizando los referentes metodológicos kuhnianos y de la Historia cultural, se muestra como ambos marcos teóricos podrían compatibilizar y complementarse de acuerdo a la incorporación del constructo "comunidad de experts nucleados bajo un mismo paradigma" a la bibliografía existente de la Historia Cultural acerca de dicha temática, en concordancia a lo expresado por Kuhn cuando se refiere a comunidad de investigadores que comparten un paradigma.

Palabras claves: experts, paradigma, comunidad, curriculum, matemática

Introducción

En el presente escrito se muestran resultados parciales, tendientes a la realización de una tesis de doctorado en Filosofía e Historia de la Ciencia, en concordancia con la Historia de la Educación Matemática.

El objetivo de este trabajo ha sido compatibilizar y ampliar, en la medida de lo posible, el referencial teórico-metodológico de la Historia de la Educación Matemática (HEM), con el referencial teórico-metodológico de la Filosofía e Historia de la Ciencia, en particular con el marco teórico expresado por Kuhn en el texto *La estructura de las revoluciones científicas* en

480 aderiard@untref.edu.ar

la versión de 1969, momento en que el autor amplía el escrito con la escritura de la posdata (KUHN, 1971). Para ello se toma la trayectoria del grupo de investigación escriba de los documentos PTFD y del Diseño Curricular para la enseñanza básica de la Municipalidad/Ciudad de Buenos Aires de 2004 (liderado por Cecilia Parra), y se la analiza desde la Historia Cultural y desde la Historia de la Ciencia.

La HEM y su (s) método(s) de investigación, dos interrogantes:

La Historia de la educación matemática (HEM) es un área de investigación que está experimentando un desarrollo significativo en las últimas décadas.

Para dar cuenta de este desarrollo, basta con consultar las actas de los congresos internacionales o nacionales dedicados a esta disciplina. A modo de ejemplo, se citan las actas de las Conferencias Internacionales sobre Historia de la Educación Matemática (ICHEM)[481], cuya sexta edición fue realizada en Luminy, Francia, en 2019, las reuniones satélites del Congreso Internacional de Educación Matemática (ICME), habiéndose realizado la última durante su edición 14 en Shanghái, China en 2021; los Congresos Interamericanos de Historia de la Educación Matemática (CIHEM)482, realizados cada dos años, cuyo último congreso fue realizado en 2021 de manera remota en Venezuela; los Seminarios Internacionales del grupo de Historia de la Educación Matemática Brasil (GHEMAT) realizados anualmente483 y otros eventos zonales, que si bien son de menor magnitud, demuestran la manera en que esta disciplina emerge rápidamente, con una producción que se supera año tras año.

De la lectura de las Actas del VI ICHEM 2019 (BARBIN, y otros, 2020, pág. 3), se observa que la HEM compartió en su nacimiento los referentes metodológicos utilizados por la Historia de la Matemática, o sea, la metodología de investigación de la Historia. La afirmación de los autores puede atribuirse a que el método de pesquisa, en los inicios de la HEM, debía construirse, y ante esta urgente necesidad, no resultaba extraño que el método más adecuado, por lo cercano, fuese el mismo método de la Historia.

[481] Disponible la reunión numero 6 en https://www.researchgate.net/publication/347444953_Dig_where_You_Stand_6_Proceedings_of_the_Sixth_International_Conference_on_the_History_of_Mathematics_Education. Las reuniones 1 a 5 en repositorio GHEMAT.
[482] https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/135320
[483] http://anais.ghemat-brasil.com.br/index.php/STI

Avanzando en la lectura de los Libros de Actas de estos Congresos cronológicamente es posible observar que a medida que avanzaron los estudios de HEM en los diferentes espacios geográficos, se va conformado un universo de especialistas en el camino de la consolidación de la disciplina, y como consecuencia, el referencial teórico-metodológico de la HEM se amplia, porque se observa la utilización del método de origen, el de la Historia, por defecto, en menor o mayor medida, para luego incursionar en otras metodologías, ampliándolo con aquellos referidos a la Historia Presente (o Reciente), a la Historia Oral, al método referido al uso de las Biografías/ Narrativas, de la Historia Cultural, de la SocioHistoria.

Tal diversidad de enfoques podría atribuirse al carácter esencialmente social de la evolución de los sistemas escolares y su cultura (JULIA, 2001) además del valor atribuido a las disciplinas escolares específicas (CHERVEL, 1991).

La reflexión acerca de los diferentes referenciales teóricos- metodológicos encontrados en los trabajos estudiados, junto con mis estudios encaminados a la elaboración de una tesis doctoral en HEM, pero desde la perspectiva filosófica, me ubica en el estado de cuestionarme acerca de dos puntos importantes:

1- ¿Debería entenderse el proceso de la HEM como no lineal?

2- ¿Es posible compatibilizar distintos referenciales metodológicos para investigar en HEM, en especial aquel referido a la Filosofía de la Ciencia y el de la Historia Cultural?

De las respuestas a estas preguntas, se trata este trabajo.

Respondiendo cuestiones (1):

> Un rizoma no comienza y no termina, siempre está en el medio, entre las cosas, es un ser-entre, un intermezzo. El árbol es filiación, pero el rizoma es alianza, únicamente alianza. El árbol impone el verbo "ser", pero el rizoma tiene por tejido la conjunción "y … y …y…". En esta conjunción hay fuerza suficiente para desenraizar el verbo ser (….). Entre las cosas, no designa una relación localizable y que va de uno a otro, y recíprocamente, sino una dirección perpendicular, un movimiento transversal que lleva uno al otro, arroyo sin comienzo ni fin, que corroe sus orillas y toma velocidad entre las dos". (DELEUZE & GUATTARI, 1980, pág. 15).

La primera pregunta aparece como consecuencia de la observación de las actas de congresos pues pareciera mostrarse a la HEM como una línea de tiempo, sin embargo, coincido con Molina (MOLINA, 2021) en la metáfora de la *"Historia como una construcción rizomática"* y por lo tanto, coincido con la autora en que la HEM no debería entenderse como un proceso lineal. Avanzando sobre el escrito de Molina (2021), la metáfora del pensamiento rizomático nos permitiría ingresar a los temas de investigación de la HEM desde una multiplicidad de entradas (jerarquizadas o no), permitiendo realizar un mapeado del problema histórico educativo que se estudia. Entiéndase un mapeado, ya no como un simple rastreo, sino permitiendo la conexión con y de todas las dimensiones posibles, y por lo tanto suponiendo la posibilidad de poder modificarla. Esta forma de re-pensar la HEM supone detenerse en las continuidades y discontinuidades, así como la matemática misma, que es interesante por sus regularidades, pero lo es también por las excepcionalidades. La metáfora del rizoma como un multiverso (MOLINA, 2021) interconectado me lleva a reflexionar acerca del trabajo del Historiador de la Educación Matemática, siguiendo un camino no lineal, de avances y retrocesos, de escrituras y reescrituras en el camino de reconstrucción historiográfica, de acuerdo a las fuentes analizadas, releídas, verificadas, interpretadas y cuestionadas a lo largo del proceso investigativo.

Respondiendo cuestiones (2)

La reconstrucción e interpretación de la educación matemática pasada como construcción rizomática me introduce en la segunda cuestión que origina este artículo, en la inquietud de la posibilidad de pensar en, permítaseme el término, un "plurimétodo" para la investigación de los sucesos de la HEM.

Dado el carácter esencialmente social de la evolución de los sistemas escolares y del valor atribuido a las disciplinas escolares específicas (CHERVEL, 1991) (CHARTIER A. M., 2008), es evidente que el enfoque histórico lineal resulta incompleto para quien investigue en HEM. Es por ello que distintos enfoques, entrelazados lógicamente, podrían llegar a brindar una gama de concepciones que den solución al interrogante sobre cómo investigar en esta disciplina. En particular, me refiero a sumar otros modos de ingresar a investigar determinados hechos: el arsenal teórico-metodológico kuhniano (de la Historia y Filosofía de la Ciencia), en conjunto con otros referenciales teóricos con los que ya se la estudia, como por ejemplo aquellos de la Historia Reciente/Presente, de la Historia Oral, y de la Historia Cultural, entre otros. Esta suma de referentes teórico-metodológicos determinarían un análisis interpretativo con mayor detalle.

Como ejemplo se mostrará la situación de la escritura de documentos curriculares en Buenos Aires, identificando un equipo de investigación nucleado bajo el paradigma de la Teoría de Situaciones Didácticas de Guy Brousseau, partiendo desde el siguiente punto de origen:

-un grupo de didactas de la matemática, nucleados en un grupo de investigación (DERIARD , 2020b),

- los que serán autores de documentos curriculares que impactarán directamente en formadores de maestros y en maestros de matemática, en un cierto período de tiempo (1992-2004),

- y estarán unidos por el paradigma (en todo el sentido que ese término cobra en el Kuhn de la posdata (KUHN, 1971) de la Teoría de Situaciones Didácticas de Brousseau (BROUSSEAU, 1986),

- visibilizando en sus escritos oficiales los postulados comunes derivados del paradigma mencionado como generalizaciones simbólicas (DERIARD & FEDERICO, 2021), y los ejemplares o ejemplos compartidos de la TSD (DERIARD, 2022).

El grupo mencionado, liderado por Cecilia Parra, comparte sus valores, creencias, formatos de investigación y según las fuentes primaria, tienen al menos dos objetivos o emprendimientos propuestos por el Estado, Nacional y jurisdiccional: la escritura de los PTFD (1993-1995) (Ministerio de Educación de la Nación) y la escritura del Diseño Curricular de la Ciudad de Buenos Aires para el área de matemática, nivel primario (1992-2004). Tales objetivos serán cumplidos a lo largo de, al menos, 12 años (1992-2004) (DERIARD , 2020b)

Es interesante destacar que ambos objetivos son casi coincidentes en espacio y tiempo, habiendo sido encargados a equipos que tuvieron a Cecilia Parra como líder de los mismos. Los primeros documentos mencionados (PTFD) son encargados por el Ministerio de Educación de la Nación y los segundos por la Municipalidad/Ciudad de Buenos Aires. Las sedes de ambos organismos estaban situadas en la ciudad de Buenos Aires.

El primer objetivo del que se tiene acceso en las fuentes documentales se refiere a la escritura de los documentos curriculares pertenecientes al Programa para la Transformación de la Formación Docente (PTFD), en el área de matemática, destinado a formadores de maestros de enseñanza primaria , tiene como autoras a Cecilia Parra, Irma Saiz y Patricia Sadovsky. Tales documentos fueron escritos entre el año 1993 y el año 1995. (PARRA, SADOVSKY, & SAIZ, 1993) (PARRA, SADOVSKY, & SAIZ, 1994) (PARRA, SADOVSKY, & SAIZ, 1994b) (PARRA, SADOVSKY, & SAIZ, 1994c) (PARRA, SAIZ, & SADOVSKY, 1995) (PARRA, SAIZ, & SADOVSKY, 1994d) (PARRA, SAIZ, & SADOVSKY, 1994e). El segundo objetivo del cual se conservan fuentes documentales se refiere a la escritura del Diseño Curricular de la

Ciudad de Buenos Aires y todos los documentos que lo preceden desde 1992. El Diseño Curricular 2004 (PARRA, C; SADOSKY, P; BROITMAN, C; ITZCOVICH, H, 2004) sale a la luz luego de al menos 12 años de iniciado el proceso de escritura. En tales documentos se observan investigaciones en aulas de escuelas primarias (BROITMAN & ITZCOVICH, 1992) (PARRA, BROITMAN, & ITZCOVICH, 1995) (PARRA C. , BROITMAN, C. , ITZCOVICH, H. , 1996) (PARRA C. , BROITMAN, C. , ITZCOVICH, H. , & SADOVSKY, P., 1997) (PARRA C. , BROITMAN, C. , ITZCOVICH, H. , & SADOVSKY, P., 1998) (PARRA C. , BROITMAN, C., ITZCOVICH, H. , & SADOVSKY, P. , 1999)

En dos artículos anteriores de mi autoría, uno publicado y uno en estado de referato/evaluación, se detallan los procesos mencionados. El primero de estos artículos (DERIARD, 2020b), *"Llegada de las ideas de la didáctica de la matemática francesa a los documentos oficiales de la municipalidad de Buenos Aires"* detalla pormenorizadamente la Historia que lleva a la escritura de dichos documentos y a la conformación de un grupo de didactas de la matemática como grupo de investigación. Se analizan e interpretan en dicho artículo como fuentes historiográficas: entrevistas, videos en la web, documentos curriculares sin editorial comercial, libros editados por los investigadores mencionados, pero de circulación restringida, en fin, algunas fuentes que podríamos denominar como literatura gris. La interpretación de las mismas da cuenta del proceso de arribo de las ideas de la TSD a Buenos Aires por un proceso de triangulación Francia, México, Argentina y de la conformación de un equipo investigativo que tiene como insumo principal para sus investigaciones el paradigma de la TSD.

El segundo de los artículos al que me refiero intitulado *"Los procesos de transferencia educativa entre países y su impacto en el surgimiento de una comunidad de didactas de la matemática: el caso de la construcción del currículo para la enseñanza básica de la Ciudad de Buenos Aires"*[484], (DERIARD & FEDERICO, 2021) analiza, desde una mirada kuhniana, los postulados iniciales de la TSD, determinando por primera vez la generalización simbólica de la misma, como componente de dicho paradigma. Tal generalización simbólica será el insumo de trabajo del grupo escriba, liderado por Cecilia Parra, el cual será contratado por el Ministerio de Educación de la Nación Argentina y por la Secretaría de Educación de la Municipalidad/Ciudad de Buenos Aires, para cuestionar el Diseño Curricular de Matemática de

[484] aún en proceso de evaluación editorial

1987 (SAGGESSE, 1987), y para redactar el nuevo Diseño Curricular de la Ciudad de Buenos Aires de 2004 (PARRA, C; SADOSKY, P; BROITMAN, C; ITZCOVICH, H, 2004), así como también los documentos que lo preceden (1992-2004) y los documentos parte del Programa para la Transformación de la Formación Docente (PTFD), para la formación de formadores de maestros de matemática (1993-1995).

Según este artículo, se determina que el vínculo creado por académicos a partir de su paso por Francia, México y Argentina influye directamente en la creación de una comunidad de investigación formada por didactas de la matemática bajo el paradigma de la Teoría de Situaciones Didácticas, en el sentido de Kuhn.

Tomas Kuhn posee una mirada controversial de lo que es la Ciencia al incluir la idea de **comunidad científica** desde un punto de vista sociológico, **definiendo su composición por los profesionales de una determinada especialidad científica**. A su vez, la idea de comunidad está estrechamente relacionada con la de paradigma: "*un paradigma es lo que comparten los miembros de una comunidad científica y, a la inversa, una comunidad científica consta de personas que comparten un paradigma".* (KUHN, 1971, p. 348).

En los artículos mencionados de mi autoría se releva, el camino de la constitución de esta comunidad de didactas, además de identificarse la generalización simbólica de la TSD dentro de los documentos curriculares analizados, así como en el mismo documento curricular. Por último, se agrega como fuente para el presente artículo la disertación realizada por mi (2021) en el VI CIHEM, en cuyas actas se identifican los ejemplares compartidos de la TSD (rompecabezas, carrera a los 20).

Conceptualizando al expert y al "expert en educación":

El términco "experto", del latín "expertus", se define, según el diccionario de la Real Academia Española como "experimentado", "persona especializada o con grandes conocimientos en una materia. Si se refiere a un "sistema experto", lo define como un "programa con capacidad para dar respuestas semejantes a las que dar que daría un experto en una materia"485.

Si bien parecieran obvias las definiciones de experto (en adelante "expert") y de expertice, aún para ser utilizadas en educación, son constructos que han sido problematizados

[485] Disponible en https://www.rae.es/ consultado en enero 2022.

en los últimos años por grupos de investigación en Historia de la Educación, en general; y de la Historia de la Educación Matemática, en particular. En el primero de los casos podemos nombrar el Equipo de investigación en Historia Social de la Educación (ERHISE)[486], liderado por Rita Hofstetter, mientras que en el segundo de los casos identificamos al Grupo de Historia de la Educación Matemática Brasil, liderado por Wagner Rodrigues Valente.[487]

Según Morais (2017), los sujetos, denominados "experts" en educación participan de un modo sustancial en la producción de los saberes del campo pedagógico. La autora nos indica que estos temas, referidos a los saberes matemáticos, como tema central en la formación de docentes, no ha sido de abordaje frecuente en Brasil y en ello justifica la realización de estudios de investigación de esta naturaleza, desde una mirada historiográfica, poco explorada (MORAIS, 2017).

El concepto de expert en educación es trabajado en el texto de 2020 de autoría de Valente, Almeida y Silva. En él se expresan los orígenes de la conceptualización del "expert en educación":

> Un equipo de investigadores de la Universidad de Ginebra, en Suiza, coordinada por la profesora Rita Hofstetter estudió el surgimiento de los experts en educación y su institucionalización en un proceso que viene produciéndose desde el siglo XIX. Si en tiempos precedentes el expert emerge como contratado por los gobiernos para resolver problemas de la vida en sociedad, sobre todo en las ciudades: en tiempos de la constitución de los estados nacionales, en el siglo pasado, los gobiernos tuvieron la necesidad de nuevos saberes especializados, Ellos deberán tomar decisiones en el ámbito escolar relativos a la eficiencia de la enseñanza, a la gestión del flujo de alumnos, a las adecuaciones de la escuela a los diferentes públicos, a la organización de contenidos y etapas de la enseñanza, etc.[488] (VALENTE, ALMEIDA, & SILVA, 2020, p. 67).

Y más adelante:

> Los experts, cuando movilizan saberes existentes con el fin de solucionar problemas prácticos, promueven la producción de nuevos saberes, construidos por la necesidad de la respuesta a dichos problemas prácticos. En la movilización de dichos saberes confrontados a un contexto y a una expectativa de resolucion de un problema práctico, los experts en educación producen nuevos saberes para la enseñanza y para la formación de profesores[489]. (VALENTE, ALMEIDA, & SILVA, 2020, p. 68).

[486] **https://www.unige.ch/fapse/erhise/fr/accueil/**

[487] https://www.ghemat.com.br/

[488] Mi traducción

[489] Nota de autor: si bien los equipos fueron modificándose, siempre contaron con la dirección de Cecilia Parra e Irma Saiz, aunque en algunos de los documentos la autoría de Saiz no aparezca, pero si se visualice su asesoría dentro del texto de los mismos

Para finalizar este apartado, se extrae la definición textual del artículo mencionado, para evitar errores en la interpretación, obsérvese que refieren al expert como individuo o grupo de personas, el resaltado en negritas es mio:

> O expert em educação refere-se a um personagem ou **grupo de pessoas** que recebem atribuições das autoridades de ensino de modo a assessorá-las, com a produção de saberes que embasem uma decisão oficial, na resolução de um problema prático. (VALENTE, ALMEIDA, & SILVA, 2020, p. 67)

Compatibilizando y ampliando referenciales teóricos- metodológicos. Definiendo al expert en EM nucleado bajo un mismo paradigma:

Retomando lo escrito en apartados anteriores y habiendo trabajado con el referencial metodológico de la Filosofía e Historia de la Ciencia kuhniano, en especial, el Kuhn de la posdata, habiéndose reconstruido los postulados de la TSD historiográficamente (DERIARD & FEDERICO, 2021) definiendo a partir de ellos la generalización simbólica y los ejemplares principales (DERIARD , 2022) utilizados por la TDS (rompecabezas y carrera a los 20 de Guy Brousseau). Mostrándose el camino seguido por la TSD hacia Buenos Aires (DERIARD , 2020b), y el medio/instrumento por el cual llegan dichas generalizaciones simbólicas y ejemplares paradigmáticos a los documentos curriculares que confluirán en la escritura del Diseño Curricular para la Educación Primaria de la Ciudad de Buenos Aires en 2004, el cuál será la comunidad de investigadores en Didáctica de la Matemática compuesta primordialmente por Cecilia Parra, Irma Saiz, Patricia Sadovsky, Horacio Itzcovich y Claudia Broitman[490][491].

Ahora bien, es aquí donde intento responder la segunda cuestión y me permito presentar un concepto "nuevo": el concepto de **"experts en educación matemática, nucleados bajo un mismo paradigma"** (según el Kuhn de la posdata).

A los efectos de presentar este nuevo constructo considero pertinente la ampliación del referencial teórico-metodológico de la HEM, modificando la lente historiográfica original, para

[490] Nota de autor: si bien los equipos fueron modificándose, siempre contaron con la dirección de Cecilia Parra e Irma Saiz, aunque en algunos de los documentos la autoría de Saiz no aparezca, pero si se visualice su asesoría dentro del texto de los mismos

[491] Cabe la aclaración de que no hubo un proyecto universitario que los nucleara como grupo de investigación, sino que fueron contratados por el Estado Nacional y por el Municipio/Ciudad de Buenos Aires como especialistas para reformar la enseñanza de la matemática a nivel superior (formación de maestros) y a nivel primario.

ampliarla de modo de sustituir el constructo “comunidad de didactas de la matemática contratados por el Estado” por una “comunidad de experts en educación (matemática), pero que tienen la particularidad de estar nucleados bajo un mismo paradigma”, en nuestro caso el de la TSD.

Particularmente, estos dos constructos suenan complementarios, debido a que ambos referenciales teóricos metodológicos indican el recorrido rizomático que hizo la Didáctica de la Matemática para ingresar en Buenos Aires, de la mano de esta Comunidad de Investigadores en Didáctica de la Matemática.

Propongo entonces incorporar el constructo “comunidad de experts en educación matemática nucleados bajo un mismo paradigma”, el cual se definiría como:

Un equipo o grupo de expertos en educación matemática, que ha sido contratado por el Estado para la solución de problemas que requieran del conocimiento de tal expertice, pero que, además, tengan la particularidad de comportarse como una comunidad científica, nucleados bajo un mismo paradigma.

Tal vez los estudios comparativos estén en su inicio, pero resulta prometedor que los marcos teóricos puedan ser compatibilizables y que no trabajemos los marcos teóricos de la HEM como inconmensurables. Estoy convencida de la posibilidad de que la HEM y la Didáctica de la Matemática puedan ser estudiadas como disciplinas científicas, según la Filosofía e Historia de la Ciencia, y por ello, también le quepan los marcos teóricos de la epistemología, en este caso particular, el referencial kuhniano.

Todas y todos los académicos mencionados, además de la escritura de los documentos curriculares, han participado y lo siguen haciendo, en la escritura de artículos de revistas pedagógicas, han escrito libros de texto y para la formación de profesores, algunos de ellos dirigen actualmente especializaciones universitarias en educación matemática, todas estas tareas encuadran en las acepciones dadas al constructo expert.

Conclusión

En este escrito se presentó a la HEM como una construcción rizomática y se planteó la posibilidad de su abordaje por una suma de métodos de investigación, a modo de complementación entre uno y otro. En particular, en lo que se refiere a este escrito, se propone la complementariedad entre el referencial teórico- metodológico kuhniano y el referencial teórico-metodológico del grupo GHEMAT y el grupo ERHISE. Para ello se propone incorporar el constructo “comunidad de experts en educación matemática nucleados bajo un mismo paradigma”, el cual se definiría como:

Un equipo o grupo de expertos en educación matemática, que ha sido contratado por el Estado para la solución de problemas que requieran del conocimiento de tal expertice, pero que, además, tengan la particularidad de comportarse como una comunidad científica (según el Kuhn de la posdata), nucleados bajo un mismo paradigma.

Se concluye que una comunidad de experts en educación matemática, nucleados bajo el paradigma de la TSD, fue la responsable de la escritura de los documentos PTFD para la formación de maestros de matemática, a nivel nacional y de los documentos curriculares que fueron fuente del Diseño Curricular de la Ciudad de Buenos Aires para la educación primaria de matemática (PARRA, C; SADOSKY, P; BROITMAN, C; ITZCOVICH, H, 2004), habiéndo sido contratados por el estado para tal fin, comportándose como una comunidad de investigación que compartió el paradigma de la Teoría de Situaciones Didácticas de Guy Brousseau, según Kuhn, en el período 1992-2004. Se deja en claro que los estudios acerca de la complementariedad entre referenciales teórico-metodológicos de la HEM, se encuentren en sus inicios.

Referencias

BARBIN, E., BJARNADOTTIR, K., FURINGHETTI, F., KARP, A., MOUSSARD, G., & SCHUBRING, G. (2020). Dig where you stand” 6. Actas de la sexta Conferencia Internacional sobre Historia de la Educación Matemática, 19-22 de septiembre de 2019. Luminy, Francia: WTM-Verlag.

BROITMAN, C., & ITZCOVICH, H. (1992). Taller de Resolución de Problemas, Tercer Ciclo. Buenos Aires: Municipalidad de Buenos Aires- Secretaría de Educación. Dirección General de Planeamiento. Sirección de Currículo.

BROUSSEAU, G. (1986). Fundamentos y métodos de la Didáctica de la Matemática. Recherches en didactique des mathematiques, 7(2), 33-115.

CHARTIER, A. M. (2008). ¿Con qué Historia de la educación debemos formar a los docentes?. Historia de la educación - anuario, 9. Recuperado el 4 de enero de 2019, de http://www.scielo.org.ar/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2313-92772008000100002&

CHARTIER, R. (1992). El mundo como representación. París: Gedisa.

CHARTIER, R. (2007). La Historia o la lectura del tiempo. Barcelona: Gedisa.

CHERVEL, A. (1991). Historia de las disciplinas escolares. R.eflexiones sobre un campo de investigación. Revista de Educación nº 295, 59-11.

DELEUZE, G., & GUATTARI, F. (1980). Mille plateaux: Capitalisme et schizophrénie. Minuit.

DERIARD , A. (2020a). Llegada de las ideas de la Didáctica de la Matemática Francesa a los documentos oficiales de la Municipalidad de Buenos Aires. . (U. d. Salamanca, Ed.) Historia de la Educación (39), 157-175.

DERIARD , A. (2020b). Manuales en Buenos Aires (1967-1987) en la búsqueda de una “vulgata escolar”. Racconto de un proceso de iniciación a la investigación. . *História da Educação,* (24-99373).

DERIARD , A. (2022). VI CONGRESO IBEROAMERICANO DE HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA (CIHEM). En Prieto, Juan Luis, & R. Gutierrez Araujo (Ed.), *La Historia de la didáctica de la matemática en Argentina: una historiografía en construcción* (págs. 50-68). Venezuela: Aprender en Red. ISBN: 978-980-7839-02-0

DERIARD , A., & FEDERICO, L. (2021). *Los procesos de transferencia educativa entre países y su impacto en el surgimiento de una comunidad de didactas de la matemática: el caso de la construcción del currículo para la enseñanza básica de la ciudad de buenos aires.* En proceso de evaluación.

DÍAZ, E. M. (2018). La matriz disciplinar kuhniana: consideraciones acerca de los valores compartidos en los paradigmas psicoanalíticos de Freud y Winnicott. *Representaciones. Revista de Estudios sobre Representaciones en Arte, Ciencia y Filosofía. Vol 14, nº 1*, 111-124.

DIKER, G., & TERIGI, F. (. (1995). El PTFD: Un balance todavía provisorio pero ya necesario. *Revista del Instituto de Investigaciones en Ciencias de la Educación. UBA. Año IV*.

EDUCACIÓN, SECRERARÍA. (1999). Pre Diseño Curricular para la Enseñanza Primaria.Marco General. En C. Parra, C. Broitman, H. Itzcovich, & P. Sadovsky, *Pre Diseño Curricular para la Enseñanza Primaria. Area Matemática* (págs. 144-155). Buenos Aires: Secretaría de Educación Ciudad de Buenos Aires.

ITZCOVICH, H. (2020). Paso por 30 años de DMF en Argentina. (D. A., Entrevistador)

JULIA, D. (2001). *A cultura escolar como objeto historico.*

KUHN, T. (1971). *La estructura de las revoluciones científicas* (27 reimpresión ed.). (C. A., Trad.) Mexico: Fondo de Cultura Económica.

LORENZANO, C. (1995). Cinco tesis para la Historia de la Ciencias. En A. d. 24 (Ed.).

LORENZANO, C. (1999). La concepción de la Ciencia de Thomas Kuhn. (E. Scarano, Ed.) *Metodología de las Ciencias sociales*, 221-244.

MOLINA, M. A. (2021). Una breve Historia de la educación matemática. *Historia de la educación: Revista interuniversitaria*(40), 139-156.

MORAIS, R. (2017). *Experts em educação e a produção de saberes no campo pedagógico.* Recuperado el 18 de febrero de 2022, de Repositorio Institucional da UFSC: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/197223

PARRA, C., & BROITMAN, C. ITZCOVICH, . (1996). *Actualización Curricular Matemática. Documento 2.* . Buenos Aires: Dirección de Currícula. Secretaría de Educación Ciudad Buenos Aires.

PARRA, C., BROITMAN, C., & ITZCOVICH, H. (1995). *Matemática. Documento de trabajo Nº 1- Actualización Curricular.* Buenos Aires: Municipalidad de Buenos Aires. Secretaría de Educación. Direccion General de Planeamiento. Dirección de Currículo.

PARRA, C., BROITMAN, C., & ITZCOVICH, H. (1996). *Matemática. Documento de trabajo Nº 2- Matemática para el primer ciclo* . Buenos Aires: Municipalidad de Buenos Aires. Secretaría de Educación. Direccion General de Planeamiento. Dirección de Currículo.

PARRA, C., BROITMAN, C., ITZCOVICH, H., & SADOVSKY, P. (1997). *Matemática Documento de trabajo Nº 4- Operaciones-.* Buenos Aires: Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Secretaría de Educación. Direccion General de Planeamiento. Dirección de Currículo.

PARRA, C., BROITMAN, C., ITZCOVICH, H., & SADOVSKY, P. (1998). *Matemática. Documento de trabajo Nº 5- Geometría segundo ciclo.* Buenos Aires: Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Secretaría de Educación. Direccion General de Planeamiento. Dirección de Currículo.

PARRA, C., SADOVSKY, P., & SAIZ, I. (1993). *PTFD: Enseñanza de la matemática : planteamiento del problema : selección bibliográfica.* Buenos Aires: Ministerio de Cultura y Educación

PARRA, C., SADOVSKY, P., & SAIZ, I. (1994a). *PTFD Número y sistema de numeración : documento curricular* . Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Nación.

PARRA, C., SADOVSKY, P., & SAIZ, I. (1994b). *PTFD Enseñanza de matemática : documento curricular* . Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Nación.

PARRA, C., SADOVSKY, P., & SAIZ, I. (1994c). *PTFD: Número y sistema de numeración: selección bibliográfica* . Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Nación.

PARRA, C., SAIZ, I., & SADOVSKY, P. (1994d). *PTFD Número, espacio y medida: documento curricular.* Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Nación.

PARRA, C., SAIZ, I., & SADOVSKY, P. (1994e). *PTFD Didáctica de la Matemática, una disciplina que postula autonomía para abordar un objeto específico. Matemática y su enseñanza.* . Argentina: Ministerio de Cultura y Educación.

PARRA, C., SAIZ, I., & SADOVSKY, P. (1995). *PTFD Enseñanza de la matemática : selección bibliográfica : tema geometría Parra- Saiz- Sadovsky - Ministerio de Educación de la Nación.* Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Nación.

PARRA, C; SADOSKY, P; BROITMAN, C; ITZCOVICH, H.(1999). Pre-Diseño Curricular de Matemática para la educación primaria. Buenos Aires: Secretaria de Educación de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires.

PARRA, C; SADOSKY, P; BROITMAN, C; ITZCOVICH, H. (2004). Diseño Curricular de Matemática para la educación primaria. Buenos Aires: Secretaria de Educación de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires.

QUARANTA, C., & PONCE, H. (2019). *Diseño Curricular para la Enseñanza Primaria.* Buenos Aires: Secretaría de Educación de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires- Dirección de Currículo.

RAE. (18 de febrero de 2022). *Real Academia Española.* Recuperado el 18 de febrero de 2022, de Diccionario de la lengua española: https://dle.rae.es

SADOVSKY, P. (2015). Estado de la situación investigativa en Enseñanza de la Matemática 1985-2015. *Coloquio 30 años de Investigación Educativa en Argentina*. Recuperado el 12 de 2019, de https://youtu.be/eRvXTzGiPDg

SAGGESSE, N. (1987). *Diseño Curricular Ciudad de Buenos Aires-Nivel Primario-Matemática.* Municipalidad de Buenos Aires: Dirección de Planeamiento Curricular.

SENGER, M. (2015). Coloquio 30 años de Investigación Educativa en Argentina. *Entramados: educación y sociedad*, 142-143.

VALENTE, W. R., ALMEIDA, A. F., & SILVA, M. C. (2020). Saberes em (Trans) formação e o Papel dos Experts: currículos, ensino de matemática e formação de professores, 1920-2020. *Acta Scientiae. , 22(5)*, 65-83. Recuperado el 18 de noviembre de 2021, de https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/217026/Saberes%20em%20%28Trans%29forma%c3%a7%c3%a3o%20e%20o%20Papel%20dos%20Ex

Vestígios do ensino de geometria em um caderno de 1905 de uma aluna do Colégio São José de São Leopoldo/RS

Traces of geometry teaching in a 1905 notebook of a student at Colégio São José de São Leopoldo/RS

Rastros de la enseñanza de la geometría en un cuaderno de 1905 de una alumna del Colegio São José de São Leopoldo/RS

Malcus Cassiano Kuhn[492]
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Sul-rio-grandense - IFSul Campus Lajeado/RS/Brasil
0000-0002-6001-2324

Silvio Luiz Martins Britto[493]
Faculdades Integradas de Taquara – FACCAT/Taquara/RS/Brasil
0000-0001-5222-0126

Modalidade: Comunicação Oral
Núcleo Temático: História social da Educação Matemática na Ibero-américa

Resumo

A comunicação objetiva apresentar vestígios do ensino de geometria a partir de um caderno escolar do ano de 1905, de uma aluna do Colégio São José das Irmãs Franciscanas de São Leopoldo/RS, voltado para a formação feminina. Possui abordagem qualitativa, por meio de análise documental, sendo um caderno de geometria do início do século XX, a principal fonte primária desta pesquisa histórica. Com base em referenciais sobre cultura escolar, investigaram-se os problemas presentes no caderno, identificando-se os conteúdos envolvidos, os procedimentos de cálculo que emergem desses problemas e a associação com o cotidiano das alunas do Colégio. Os 60 problemas presentes no caderno abordam o cálculo de área de superfície e, principalmente, de volume de sólidos geométricos. Predomina a aplicação direta das fórmulas para cálculo da área de superfície e de volume de sólidos, em 42 problemas. Outros 18 problemas estão associados ao dia a dia das alunas do Colégio, envolvendo cálculo de volume de sólidos em forma de prisma, cilindro, cone e tronco de cone, como cuba, poço, cisterna, funil, telhado e balde. Os procedimentos de cálculo empregados seguem algumas descrições feitas no livro de Aritmética das Professoras do Colégio São José, do ano de 1900. Com base no exposto, verifica-se que esses problemas revelam traços de uma cultura escolar, que educava as gerações de alunas para solução de problemas do cotidiano, tanto no gerenciamento de atividades domésticas, quanto profissionais, a partir de um material didático próprio para as aulas de geometria no ensino primário.

Palavras-chave: História da Educação Matemática, Cultura Escolar, Colégio São José, Caderno Escolar. Protagonismo Feminino.

[492] malcuskuhn@ifsul.edu.br
[493] silviobritto@faccat.br

Abstract

The communication aims to present traces of the teaching of geometry from a school notebook from 1905, of a student at Colégio São José das Irmãs Franciscanas in São Leopoldo/RS, aimed at female education. It has a qualitative approach, through document analysis, being a geometry notebook from the beginning of the 20th century, the main primary source of this historical research. Based on references on school culture, the problems present in the notebook were investigated, identifying the contents involved, the calculation procedures that emerge from these problems and the association with the daily life of the students at the College. The 60 problems present in the notebook deal with the calculation of surface area and, mainly, the volume of geometric solids. The direct application of formulas for calculating the surface area and volume of solids in 42 problems. Another 18 problems are associated with the daily lives of students at the College, involving calculation of the volume of solids in the form of a prism, cylinder, cone and cone trunk, such as a tub, well, cistern, funnel, roof and bucket. The calculation procedures used follow some descriptions made in the book on Arithmetic of the Teachers of Colégio São José, from 1900. Based on the above, it appears that these problems reveal a school culture, which educated generations of students to solve everyday problems, both in the management of domestic and professional activities, based on teaching material suitable for geometry classes in primary education.

***Keywords*:** History of Mathematics Education, School Culture, Colégio São José, School Notebook, Female Protagonism.

Resumen

La comunicación tiene como objetivo presentar huellas de la enseñanza de la geometría a partir de un cuaderno escolar del año 1905, de una alumna del Colegio São José das Irmãs Franciscanas en São Leopoldo/RS, con foco en la educación femenina. Tiene un enfoque cualitativo, a través del análisis documental, siendo un cuaderno de geometría de principios del siglo XX, la principal fuente primaria de esta investigación histórica. Con base en referencias sobre la cultura escolar, se indagaron los problemas presentes en el cuaderno, identificando los contenidos involucrados, los procedimientos de cálculo que emergen de esos problemas y la asociación con el cotidiano de los estudiantes del Colegio. Los 60 problemas presentes en el cuaderno versan sobre el cálculo del área superficial y, principalmente, del volumen de sólidos geométricos. Predomina la aplicación directa de fórmulas para el cálculo de área superficial y volumen de sólidos, en 42 problemas. Otros 18 problemas están asociados a la vida cotidiana de los estudiantes del Colegio, involucrando el cálculo del volumen de sólidos en forma de prisma, cilindro, cono y tronco de cono, tales como tina, pozo, cisterna, embudo, techo y balde. Los procedimientos de cálculo utilizados siguen algunas descripciones hechas en el libro de Aritmética de los Profesores del Colegio São José, del año 1900. Con base en lo anterior, parece que estos problemas revelan huellas de una cultura escolar, que educó generaciones de estudiantes para resolver de problemas cotidianos, tanto en la gestión de las actividades domésticas como profesionales, a partir de un material didáctico apto para las clases de geometría en la educación primaria.

***Palabras clave*:** Historia de la Educación Matemática, Cultura Escolar, Colegio São José, Cuaderno Escolar, Protagonismo Femenino.

Introdução

O papel das mulheres na construção da sociedade e da história do Rio Grande do Sul (RS), na multiplicidade de talentos e áreas de atuação, merece ser resgatada e contada. Particularmente, o protagonismo feminino no ensino da Matemática no Colégio São José das Irmãs Franciscanas de São Leopoldo/RS nos séculos XIX e XX, constitui tema de uma investigação, financiada pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio Grande do Sul (FAPERGS), em execução pelos autores desta comunicação. Ressalta-se que a Congregação das Irmãs Franciscanas da Penitência e Caridade Cristã no Brasil completa 150 anos de missão religiosa e educacional no RS, em abril de 2022.

Entre os materiais que se encontram no Centro Histórico das Irmãs Franciscanas da Penitência e Caridade Cristã – Província do Sagrado Coração de Jesus – localizado em São Leopoldo/RS, encontra-se um caderno escolar, datado de 1905. Durante o processo de análise desse caderno, da aluna Elly Lucia Carolina Presser, observou-se a presença de uma série de problemas resolvidos, com o título "Medida dos volumes", o que chamou a atenção desses pesquisadores e os levou ao seguinte questionamento: O que os problemas encontrados no caderno de uma aluna do Colégio São José das Irmãs Franciscanas de São Leopoldo/RS, datado de 1905, revelam sobre a geometria ensinada nesse colégio, voltado para a formação feminina?

A partir desse problema de pesquisa, propõe-se a discutir o que os problemas encontrados no caderno do ano de 1905, de uma aluna do Colégio São José das Irmãs Franciscanas de São Leopoldo/RS, revelam sobre a geometria ensinada nesse colégio, voltado para a formação feminina. Nesse sentido, realiza-se uma investigação com abordagem qualitativa, por meio de análise documental, sendo um caderno escolar do início do século XX, a principal fonte primária desta pesquisa histórica.

Além desta introdução, a comunicação discorre sobre a cultura escolar expressa por meio de cadernos escolares, conta um pouco da história da Congregação das Irmãs Franciscanas da Penitência e Caridade Cristã no Brasil e do Colégio São José de São Leopoldo/RS, apresenta o percurso metodológico da investigação, a análise e discussão de problemas presentes no caderno escolar de 1905 e as considerações finais deste estudo.

Cultura escolar através de cadernos escolares

O tema desta investigação se insere na História da Educação Matemática do início do século XX, no RS. Entre as fontes primárias de pesquisas históricas em Educação Matemática, destacam-se os documentos textuais (documentos oficiais, livros, jornais, revistas, cadernos escolares, etc.), as fontes visuais (fotografias, gravuras, entre outros) e os registros orais (entrevistas, gravações, etc.).

Conforme Chartier (2007, p. 13), “os cadernos escolares são um material pouco utilizado nas pesquisas históricas, devido à sua extrema fragilidade. Eles fornecem, entretanto, testemunhos insubstituíveis a respeito dos exercícios escolares, das práticas pedagógicas e do desempenho dos alunos no contexto da sala de aula”. A mesma autora complementa que “os cadernos escolares podem nos ajudar a entender o funcionamento da escola de uma maneira diferente da veiculada pelos textos oficiais ou pelos discursos pedagógicos” (CHARTIER, 2007, p. 14).

O trabalho do historiador, de acordo com Certeau (1982), não se limita a produzir documentos, textos em uma nova linguagem, pois no seu fazer pesquisa há um diálogo constante do presente com o passado e o produto desse diálogo consiste na transformação de objetos naturais em cultura. Conforme Chartier (2007, p. 31), “os conteúdos da cultura escolar transformam-se ao longo do tempo, o que refletiu na modificação da hierarquia dos saberes e das práticas de escrita. Não é fácil apreender essa evolução nos textos nem nos programas oficiais, mas ela é visível nos cadernos dos alunos”. Nesse sentido, Julia (2001, p. 10) define a cultura escolar como:

> Um conjunto de normas que estabelecem conhecimentos a ensinar e condutas a inculcar, e um conjunto de práticas que permitem a transmissão desses conhecimentos e a incorporação desses comportamentos; normas e práticas coordenadas a finalidades que podem variar segundo às épocas.

Dessa forma, toma-se um caderno escolar como principal fonte documental desta pesquisa histórica, em busca de indícios de práticas de escrita, apropriações e usos, tornando-o mensageiro de sentidos, valores e representações das alunas do Colégio São José, de São Leopoldo/RS, no início do século XX.

Congregação das Irmãs Franciscanas e o Colégio São José de São Leopoldo/RS

As Irmãs Franciscanas da Penitência e Caridade Cristã chegaram ao Brasil, em 2 de abril de 1872, instalando-se no município de São Leopoldo, estado do RS, com o objetivo de contribuir para a educação de crianças e jovens, em sua maioria filhas de imigrantes alemãs.

A vinda das Irmãs foi demandada pelas comunidades de imigrantes alemães no estado gaúcho, que estavam desassistidas pela instrução pública (BOHNEN; ULLMANN, 1989).

Com a chegada a São Leopoldo/RS, as Irmãs fundaram o Colégio São José, sua primeira escola brasileira. "No dia 5 de abril, 1ª sexta feira do mês, começaram as aulas com 23 alunas de 7 a 13 anos, número que foi crescendo de dia para dia" (FLESCH, 1993, p. 45). De acordo com Bohnen e Ullmann (1989, p. 174), "além das aulas de costume, as Irmãs davam lições de tricô às adolescentes, algumas vezes por semana. Igualmente ensinavam música a quem desejassem". Complementa-se que:

> Inicialmente, as escolas franciscanas caracterizavam-se por um sistema tradicional, com rigor disciplinar, o regime de internato que, além, das disciplinas curriculares, pelo ensino de tempo integral, oferecia estudos complementares de teatro, música, canto, pintura. A maioria das escolas oferecia os cursos primário e ginasial e, nas localidades com maior número de habitantes, havia a formação de professoras primárias (RUPOLO, 2001, p. 91).

As Irmãs do Colégio São José também foram pioneiras na elaboração e compilação de livros didáticos para suas escolas e na formação de professoras. De acordo com Rupolo (2001, p. 92), "as escolas franciscanas possuíam uma prática experienciada do ensino vinculado à realidade, ou seja, uma educação para a vida". Isso já era evidenciado nos estudos realizados por Rambo (1994), quando afirmava que, na época, a função da escola era equipar os alunos com o ferramental mais indispensável para serem capazes de competir com êxito, no futuro, no meio social em que nasceram e cresceram.

Durante seus primeiros 50 anos, o Colégio São José funcionou às margens do rio dos Sinos, ao lado do Ginásio Nossa Senhora da Conceição, dos padres jesuítas. De acordo com Flesch (1993), em 1923, ocorreu a mudança das margens do rio dos Sinos para a Colina do Monte Alverne, onde o Colégio São José está localizado atualmente. Dessa forma, aos poucos, a construção foi sendo ampliada, com novos pavilhões, para acolher a juventude cada vez mais numerosa.

Atualmente, o Colégio São José recebe em torno de 500 alunos, desde a Educação Infantil ao Ensino Médio, com base na formação integral do ser humano e busca educar pessoas críticas, conscientes e atuantes capazes de conviver fraternamente em sociedade. Ressalta-se que, em 2022, a Congregação das Irmãs Franciscanas completa 150 anos de ação missionária e educacional no Brasil, sendo mais uma razão para se resgatar suas contribuições na formação de crianças e jovens, especialmente o público feminino.

Percurso da análise de um caderno escolar do início do século XX

Ao realizar pesquisas no Centro Histórico das Irmãs Franciscanas da Penitência e Caridade Cristã - Província do Sagrado Coração de Jesus – localizado em São Leopoldo/RS, localizaram-se dois cadernos escolares, que pertenciam à aluna Elly Lucia Carolina Presser[494], do início do século XX. Inicialmente, os cadernos foram digitalizados para posterior análise[495]. O caderno escolar, datado de 1905, possui 16 folhas com linhas, papel de celulose e escrita a lápis nos dois lados da folha (32 páginas), em língua portuguesa.

Durante o processo de análise desse caderno escolar de Elly Presser, observou-se a presença de uma série de problemas resolvidos e corrigidos, com o título "Medida dos volumes". Inicialmente, fez-se a compilação e análise dos 60 problemas presentes no caderno, os quais envolvem conteúdos de geometria espacial, conforme descrito no Quadro 1:

Quadro 1.

Quantitativo de problemas de geometria no caderno escolar de 1905 (Dos autores)

Sólido geométrico	**Superfície lateral/total**		**Volume**		**Total**
	Problemas com aplicação direta de fórmulas	**Problemas do dia a dia**	**Problemas com aplicação direta de fórmulas**	**Problemas do dia a dia**	
Prisma	-	-	6	6	12
Cubo	-	-	4	-	4
Pirâmide	-	-	5	-	5
Tronco de pirâmide	-	-	1	-	1
Cilindro	3	-	7	3	13
Cone	3	1	2	1	7

[494] Com base nos cadernos escolares e na Lembrança da Conclusão Solemne do Anno Escolar no Collegio São José, de 1906, em que recebeu menção honrosa em diversas disciplinas, bem como o prêmio de Caligrafia daquele ano, registra-se que Elly Lucia Carolina Presser estudou nesse Colégio, ao menos, no período de 1904 a 1906. Ressalta-se que não foram localizadas mais informações sobre trajetória escolar da aluna, pois só existem registros de matrículas dos alunos do Colégio São José, a partir do ano de 1936.

[495] Esta comunicação é exclusiva do caderno datado de 1905, que traz tópicos de geometria. O outro caderno apresenta exercícios resolvidos de aritmética e de álgebra.

Tronco de cone	-	-	4	7	11
Esfera	3	-	4	-	7
Total	9	1	33	17	60

No levantamento realizado, identificaram-se 60 problemas no caderno escolar, numerados em ordem crescente de 1 a 60, sempre apresentando o enunciado e a respectiva resolução. Esses problemas abordam o cálculo de área da superfície lateral e/ou total (10 problemas) e de volume (50 problemas) de sólidos geométricos, como prisma, cubo, pirâmide, tronco de pirâmide, cilindro, cone, tronco de cone e esfera. Ressalta-se que mais de 50% desses problemas estão relacionados com prismas, cilindros e troncos de cone. A maioria desses problemas, 70% são de aplicação direta da fórmula, enquanto 30% possuem alguma relação com o dia a dia das alunas do Colégio São José de São Leopoldo/RS, envolvendo, principalmente, cálculo de volume de sólidos em forma de prisma, cilindro, cone e tronco de cone. Não se tem informações sobre a origem desses problemas, ou seja, se eles foram elaborados pelas próprias professoras do Colégio ou copiados/adaptados de algum livro, uma vez que as obras de Matemática que circulavam na época, não trazem esses enunciados.

A partir da quantificação dos 60 problemas presentes no caderno, passou-se a identificar: os conteúdos envolvidos nos mesmos; os procedimentos de cálculo que emergem desses problemas; a associação com o cotidiano das alunas do Colégio São José. Os resultados dessa análise são apresentados na sequência.

Análise do caderno da aluna Elly Lucia Carolina Presser com data de 1905

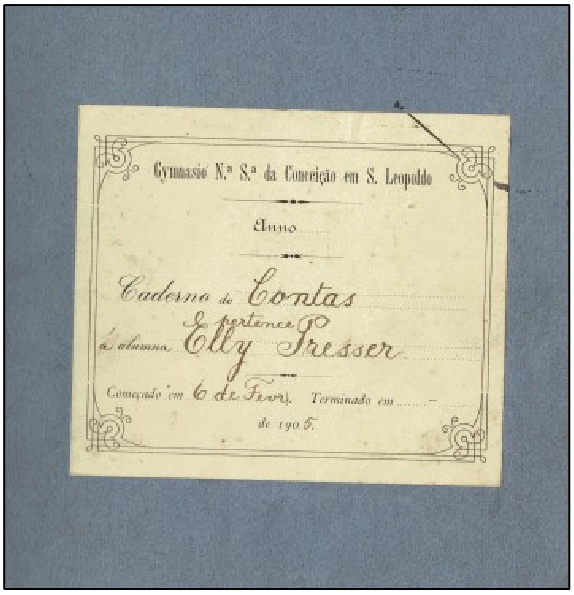
A capa do caderno escolar de Elly Lucia Carolina Presser, conforme a Figura 1, traz uma etiqueta, fazendo referência ao Ginásio Nossa Senhora da Conceição de São Leopoldo/RS, com identificação da aluna e informação de começo em 6 de fevereiro de 1905. Ressalta-se que o Colégio São José e o Ginásio Conceição[496] tinham localização próxima, separados apenas pela rua. Além disso, a carência de material escolar a baixo custo, na época, com predominância de

[496] Ressalta-se que o Ginásio Nossa Senhora da Conceição atendia, exclusivamente, o público masculino.

existência da lousa para os registros, leva a supor que o Ginásio Conceição poderia ter fornecido materiais para as alunas do Colégio São José.

Figura 1.

Capa do caderno escolar de Elly Presser (PRESSER, 1905)



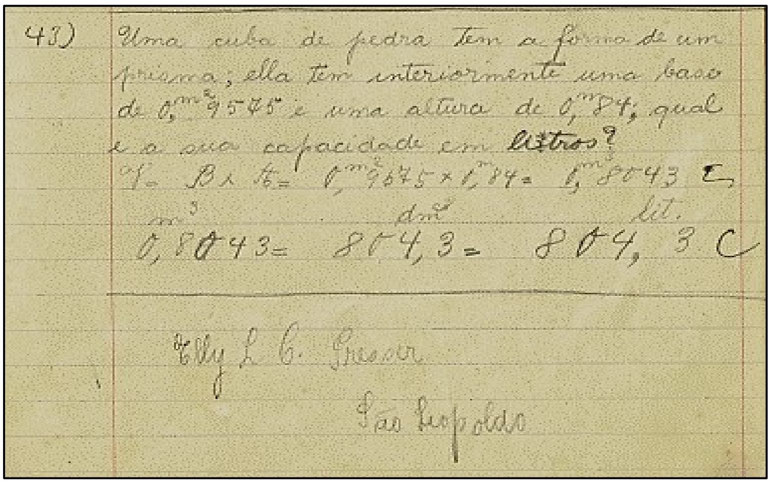
Apesar de constar, na capa do caderno, a data de 6 de fevereiro de 1905 (segunda-feira) como o seu início, na primeira página desse caderno se encontra registrado o dia 4 de fevereiro de 1905 (sábado) e, na sequência, o título “Medida dos volumes”. De acordo com Rambo (1994), esperava-se que os alunos assimilassem noções básicas de geometria nas escolas da época, além de conhecimentos corretos do sistema métrico.

Verificou-se que os primeiros 42 enunciados trazem aplicação direta das fórmulas de cálculo da área de superfície e do volume de sólidos geométricos. Sendo que os problemas de número 43 a 60 trazem enunciados relacionados ao dia a dia das alunas do Colégio São José de São Leopoldo/RS, do início do século XX. Constata-se que a proposta de ensino empregada começa por sólidos mais simples, dos quais derivam conceitos geométricos fundamentais, para aplicação no estudo de problemas envolvendo formas geométricas espaciais mais complexas. Apesar de ser um caderno voltado para o registro do estudo de conhecimentos geométricos, observou-se apenas um desenho de prisma em forma de paralelepípedo e de quatro figuras planas (trapézio, dois retângulos e círculo), representando superfícies, todos feitos à mão livre.

Dentre os problemas com aplicação prática, que envolvem o conteúdo de prismas, todos pedem o cálculo de volume, variando-se a forma de sua base, pois exploram-se prismas com base em forma de quadrado, retângulo, paralelogramo e trapézio. Destaca-se um desses problemas, conforme ilustrado na Figura 2:

Figura 2.

Problema 43 sobre volume de prisma (PRESSER, 1905, p. 21)


43) Uma cuba de pedra tem a forma de um prisma; ella tem interiormente uma base de $0,^{m^2}9575$ e uma altura de $0,^{m}84$; qual é a sua capacidade em litros?

$V = B \times A = 0,^{m^2}9575 \times 0,^{m}84 = 0,^{m^3}8043$ L

m^3 dm^3 lit.

0,8043 = 804,3 = 804,3 L

Elly L. C. Presser

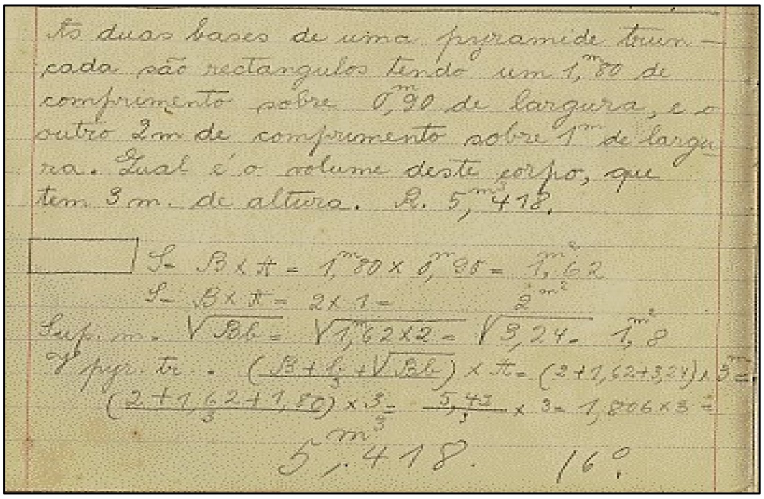
São Leopoldo

O problema apresentado na Figura 2 está relacionado com o cálculo da capacidade, em litros, de uma cuba com o formato de prisma, sem especificar a forma de sua base. São dados a área da base da cuba, em m², e sua altura, em metros. Logo, é feito o cálculo do volume, multiplicando-se a área da base da cuba pela sua altura, encontrando-se 0, 8043 m³. Em seguida, a aluna faz a transformação de unidades de medida, convertendo m³ em dm³ e, a partir da convenção de que 1 dm³ = 1 L, encontra a capacidade da cuba de 804,3 L. Observa-se o emprego de quatro casas decimais durante a resolução do problema, que envolve o cálculo da capacidade de um objeto real e de uso prático e diversificado no cotidiano das alunas do Colégio São José, conforme outros enunciados de problemas encontrados em materiais bibliográficos relacionados ao Colégio (BRITTO; BAYER; KUHN, 2020). Por fim, registra-se que aluna assina a página desse caderno e identifica sua localização.

Dentre os seis problemas que envolvem o conteúdo de pirâmides, todos pedem o cálculo de volume, variando-se a forma de sua base, pois exploram-se pirâmides de base retangular, quadrada, triangular, triangular equilátera, trapezoidal e, por fim, uma pirâmide truncada, conforme enunciado apresentado na Figura 3.

Figura 3.

Problema 16 sobre volume de tronco de pirâmide (PRESSER, 1905, p. 10)


As duas bases de uma pyramide trun-
cada são rectangulos tendo um 1,^{m}80 de
comprimento sobre 0,^{m}90 de largura, e o
outro 2m de comprimento sobre 1^{m} de largu-
ra. Qual é o volume deste corpo, que
tem 3m. de altura. R. 5,^{m3}418.

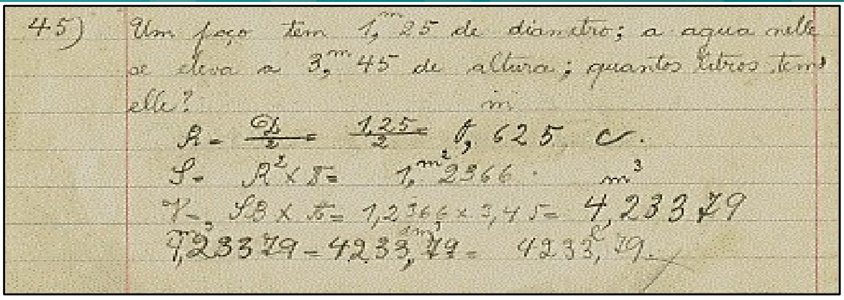
$S = B \times A = 1,^{m}80 \times 0,^{m}90 = 1,62^{m^2}$
$S = B \times A = 2 \times 1 = 2^{m^2}$
Sup. m. $\sqrt{Bb} = \sqrt{1,62 \times 2} = \sqrt{3,24} = 1,^{m}8$
V pyr. tr. $= \left(\frac{B+b+\sqrt{Bb}}{3}\right) \times A = \left(\frac{2+1,62+3,24}{3}\right) \times 3 =$
$\left(\frac{2+1,62+1,80}{3}\right) \times 3 = \frac{5,42}{3} \times 3 = 1,806 \times 3 =$
$5,^{m^3}418$. 16º.

O enunciado do problema 16 solicita o cálculo do volume de um tronco de pirâmide de bases retangulares, conhecendo-se suas medidas em m. Observa-se que a aluna faz a representação de um retângulo (base), à mão livre, e, a partir dessa, realiza os cálculos da área da superfície das duas bases do tronco de pirâmide. Em seguida, para encontrar a superfície da base média, multiplica as superfícies das bases e, desse produto, extrai a raiz quadrada. Finaliza o cálculo do volume da pirâmide truncada, somando as três superfícies, dividindo essa soma por 3 e multiplica o quociente pela altura. Verifica-se que a aluna esquece de usar o símbolo para raiz quadrada de 3,24 ao calcular o volume do tronco de pirâmide. Além disso, o procedimento de cálculo utilizado pela aluna está descrito no capítulo XI do livro de Arithmetica das Professoras do Collegio São José (1900), com a denominação de geometria prática.

Com relação aos cilindros, são encontrados 13 problemas no caderno. Os três primeiros abordam o cálculo direto da superfície lateral de cilindros e os demais exploram o cálculo de volume, conforme exemplo apresentado na Figura 4.

Figura 4.

Problema 45 sobre volume de cilindro (PRESSER, 1905, p. 22)


45) Um poço tem 1,m25 de diametro; a agua nelle se eleva a 3,m45 de altura; quantos litros tem elle?

$R = \frac{D}{2} = \frac{1,25}{2} = 0,625$ c.

$S = R^2 \times \pi = 1,{}^{m^2}2366$

$V = SB \times h = 1,2366 \times 3,45 = 4,23379 \ m^3$

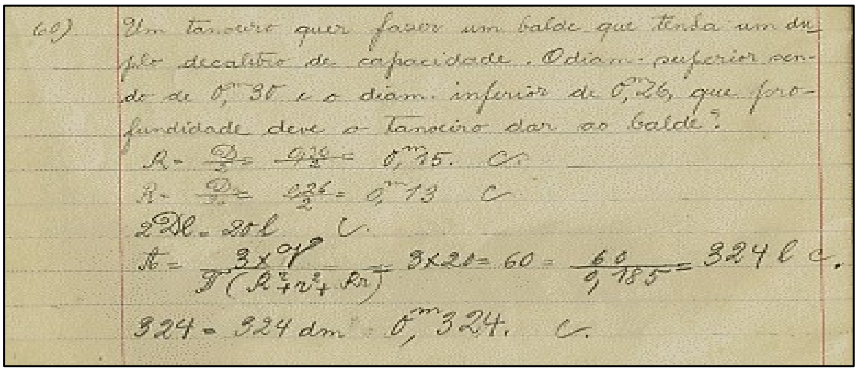
$4,23379 = 4233,79 \ dm^3 = 4233,79 \ l$

Entre os problemas de aplicação para a vida prática das alunas do Colégio São José, está o problema 45, que se refere ao cálculo do volume de um poço cilíndrico, em L. Observa-se que na resolução do problema, a aluna comete um erro ao calcular a área da superfície do poço, que deveria ser de 1,2272 m². Contudo, diante da constatação do erro, somente altera a resposta do volume, em m³ e em L, sem corrigir a medida da superfície do poço no procedimento do cálculo.

Com relação ao estudo do cone, o caderno apresenta quatro problemas associados ao cálculo de superfície lateral e/ou total e três problemas para o cálculo de volume. No estudo do tronco de cone ou cone truncado são encontrados 11 problemas no caderno, quatro com aplicação direta de fórmula e outros sete com aplicação prática. O problema de número 60, apresentado na Figura 5, pede a determinação da profundidade de um balde a ser construído por um tanoeiro (profissional que fabrica toneis, pipas, barris, etc.):

Figura 5.

Problema 60 sobre volume de tronco de cone (PRESSER, 1905, p. 30)


60) Um tanoeiro quer fazer um balde que tenha um duplo decalitro de capacidade. O diam. superior sendo de 0,m30 e o diam. inferior de 0,m26, que profundidade deve o tanoeiro dar ao balde?

$R = \frac{D}{2} = \frac{0,30}{2} = 0,{}^m15$ c.

$r = \frac{D}{2} = \frac{0,26}{2} = 0,{}^m13$ c

$2Dl = 20l$ c.

$h = \frac{3 \times V}{\pi(R^2 + r^2 + Rr)} = 3 \times 20 = 60 = \frac{60}{0,185} = 324 \ l$ c.

$324 = 324 \ dm = 0,{}^m324.$ c.

Nessa aplicação prática referente a um tronco de cone, são conhecidas as medidas dos diâmetros das bases do balde e a sua capacidade em decalitros (dal), sendo necessário calcular a altura do balde (profundidade). Observa-se que a aluna, inicialmente, determina a medida dos raios das extremidades do balde e o volume, em L. Em seguida, partindo da fórmula do cálculo do volume de um tronco de cone, destaca a medida da altura para o seu cálculo, em m, com base nos dados já determinados. Chama a atenção que no processo de resolução desse problema, a aluna foi corrigindo, passo a passo, cada etapa do desenvolvimento. Esse procedimento também é observado em outros problemas contidos no seu caderno, sendo que em alguns deles, inclusive, é escrita a palavra "certíssimo", evidenciando-se a expectativa de desempenho que se tinha dos alunos daquele período de escolarização, conforme apontado por Chartier (2007).

Considerações finais

As Irmãs Franciscanas da Penitência e Caridade Cristã chegaram ao Brasil, em abril de 1872, instalando-se no município de São Leopoldo/RS, com a finalidade de contribuir para a educação de crianças e jovens, em sua maioria filhas de imigrantes alemães. Sua primeira obra educacional foi a fundação do Colégio São José, no mesmo município, no dia 5 de abril de 1872. Em seus primeiros anos de atividades, o Colégio mantinha os cursos voltados para o público feminino, com regência das próprias Irmãs.

Com base em referenciais sobre cultura escolar, investigaram-se os problemas presentes em um caderno escolar, datado de 1905 e pertencente a aluna desse Colégio, Elly Lucia Carolina Presser, identificando-se os conteúdos envolvidos, os procedimentos de cálculo que emergem desses problemas e a associação com o dia a dia das alunas do Colégio São José, do início do século XX.

Os 60 problemas presentes nesse caderno abordam área de superfície e, principalmente, volume de sólidos geométricos – prisma, cubo, pirâmide, cilindro, cone, tronco de cone e esfera. Na resolução dos problemas encontrados no caderno, predomina a aplicação direta das fórmulas para cálculo da área de superfície – lateral e/ou total – e de volume de sólidos, em 42 enunciados. Outros 18 problemas estão associados com a prática diária das alunas do Colégio São José, envolvendo o cálculo de volume de sólidos em forma de prisma, cilindro, cone e tronco de cone, tais como cuba, poço, cisterna, funil, telhado e balde. Nesses problemas são exploradas as noções de grandezas e medidas, possibilitando uma melhor compreensão de conceitos relativos aos sólidos geométricos.

Os problemas presentes no caderno de geometria dessa aluna do Colégio São José de São Leopoldo/RS, no ano de 1905, revelam traços de uma cultura escolar marcada por um processo de ensino de geometria com um certo rigor, voltado para a compreensão de conceitos e aplicação desses, buscando uma sólida formação em conhecimentos geométricos. Dessa forma, desejava-se que as egressas do Colégio colocassem em prática os conhecimentos adquiridos e propagassem a tradição do Colégio São José, especialmente através de sua ação no magistério de escolas primárias em diferentes comunidades do RS.

Referências

BOHNEN, A.; ULLMANN, R. A. *A Atividade dos Jesuítas de São Leopoldo.* São Leopoldo: UNISINOS, 1989.

BRITTO, S. L. M.; BAYER, A.; KUHN, M. C. *A contribuição dos jesuítas no ensino da matemática no Rio Grande do Sul*. São Leopoldo, RS: Ed. UNISINOS, 2020.

CERTEAU, M. *A escrita da História.* Tradução Maria de Lourdes Menezes. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1982.

CHARTIER, A. M. Os cadernos escolares: organizar os saberes, escrevendo-os. *Revista de Educação Pública,* Cuiabá, MT, v. 16, n. 32, p. 13-33, set./dez. 2007. Disponível em: file:///C:/Users/Usuario/AppData/Local/Temp/542-Texto%20do%20Artigo-847-1-10-20121007.pdf Acesso em: 13 nov. 2021.

FLESCH, I. B. *História da Congregação das Irmãs Franciscanas da Penitência e Caridade Cristã no Brasil (1872-1951).* Porto Alegre: Metrópole, 1993. v. 1.

JULIA, D A cultura escolar como objeto histórico. *Revista Brasileira de História da Educação,* Campinas, SP, n. 1, p. 9-43, jan./jun. 2001.

PRESSER, E. L. C. *Caderno de contas.* São Leopoldo, RS: 1905.

PROFESSORAS DO COLLEGIO SÃO JOSÉ. *Arithmetica Elementar Pratica* – Collecção de regras, exercícios e problemas methodicamente compilados, III parte. 3. ed. correcta e augmentada. Porto Alegre: João Mayer Junior, 1900.

RAMBO, A. B. *A escola comunitária teuto-brasileira católica.* São Leopoldo: Ed. Unisinos, 1994.

RUPOLO, I. Irmãs Franciscanas no Rio Grande do Sul e compromisso educacional. *Revista Vidya,* Santa Maria, RS, Edição Especial – 50 anos, p. 83-98, jul. 2001. Disponível em: https://periodicos.ufn.edu.br/index.php/VIDYA/article/view/498/488 Acesso em: 8 fev. 2022.

A pesquisa ibero-americana se concentra no ensino de geometria. Uma revisão dos primeiros 20 anos do século XXI a partir da adequação didática

Ibero-American research focuses on geometry teaching. A review of the first 20 years of the 21st century from the didactic suitability

Focos investigativos Iberoamericanos en didáctica de la geometría. Una revisión a los primeros 20 años del siglo XXI desde la idoneidad didáctica

Juan Pablo Vargas Herrera[497]
Universitat de Barcelona
0000-0001-5127-4931

Joaquín Giménez Rodríguez[498]
Universitat de Barcelona
0000-0003-4609-1596

Yuly Vanegas Muñoz[499]
Universitat de Lleida
0000-0002-8365-1460

Modalidad: Comunicación
Núcleo Temático: História social da Educação Matemática na Ibero-américa.

Resumo

O pensamento geométrico atualmente possui diversas investigações e trabalhos em torno do desenvolvimento de estratégias, teorias e propostas para sua realização nos alunos, o que ajuda a explicar o mundo em que vivem. No entanto, após vários anos de pesquisa, mantemos propostas educacionais baseadas em um sistema axiomático, rotineiro que, em geral, não desenvolve os processos necessários para sua utilização na realidade. Portanto, o objetivo desta comunicação é divulgar os resultados de um mapeamento das investigações sobre didática da geometria, realizadas na Espanha e na América Latina durante os primeiros 20 anos do século XXI em espanhol ou português, analisando quais têm sido os interesses e linhas de pesquisa, por meio de revisão de publicações em revistas científicas e anais de eventos de divulgação científica com artigos revisados por pares. A partir da análise qualitativa dos dados, organizamos os resultados seguindo as seis adequações definidas a partir da Abordagem Ontossemiótica, que permitem caracterizar o saber profissional do professor de matemática e que, neste caso, serviram para detectar os focos investigativos. Como resultado inicial, constatamos que apenas 8% do total de pesquisas na Ibero-América está relacionado à geometria e destas, a maioria corresponde à adequação cognitiva e epistêmica, mantendo uma pesquisa voltada para o que ensinar, deixando de lado o como e os processos envolvidos; que, dada uma leitura rápida, poderia explicar em certa medida a distância entre as salas de aula e as pesquisas atuais.

[497] Jvargahe9@alumnes.ub.edu
[498] quimgimenez@ub.edu
[499] yuly.vanegas@udl.cat

Palabras clave: Pesquisa, Ensino, Aprendizagem, Geometria, Idoneidade.

Abstract

Geometric thinking currently has various investigations and works around the development of strategies, theories and proposals for its achievement in students, which helps explain the world in which they live. However, after several years of research, we maintain educational proposals based on an axiomatic, rote system that, in general, does not develop the necessary processes for its use in reality. Therefore, the objective of this communication is to disseminate the results of a mapping of the investigations on geometry didactics, carried out in Spain and Latin America during the first 20 years of the 21st century in Spanish or Portuguese, analyzing what have been the interests and lines of research, through a review of publications in scientific journals and proceedings of scientific dissemination events with peer-reviewed articles. Based on the qualitative analysis of the data, we organize the results following the six suitability defined from the Ontosemiotic Approach, which allow characterizing the professional knowledge of the mathematics teacher and which, in this case, served to detect the investigative focuses. As an initial result, we found that only 8% of the total research in Ibero-America is related to geometry and of these, the majority corresponds to cognitive and epistemic suitability, maintaining a research focused on what to teach, leaving aside the how and the processes involved; which, given a quick reading, could explain to a certain extent the distance between the classrooms and current research.

Keywords: Research, Teaching, Learning, Geometry, Suitability

Resumen

El pensamiento geométrico, posee actualmente diversas investigaciones y trabajos en torno al desarrollo de estrategias, teorías y propuestas para su logro en los estudiantes, que ayude a explicar el mundo en el que viven. Sin embargo, luego de varios años de investigación, mantenemos propuestas educativas basadas en un sistema axiomático, memorístico y que en general, no desarrolla procesos necesarios para su utilización en la realidad. Por tanto, el objetivo de esta comunicación es divulgar los resultados de un mapeo a las investigaciones sobre didáctica de la geometría, realizadas en España y Latinoamérica durante los primeros 20 años del siglo XXI en idioma español o portugués, analizando cuáles han sido los intereses y líneas de investigación, a través de una revisión a publicaciones en revistas científicas y actas de eventos de divulgación científica con artículos revisados por pares. Con base en el análisis cualitativo de los datos, organizamos los resultados siguiendo las seis idoneidades definidas desde el Enfoque Ontosemiótico, que permiten caracterizar el conocimiento profesional del profesor de matemáticas y que, en este caso, sirvieron para detectar los focos investigativos. Como resultado inicial, encontramos que sólo un 8% del total de las investigaciones en Iberoamérica, es relativo a la geometría y de éstas, la mayoría, corresponde a las idoneidades cognitiva y epistémica, manteniendo una investigación centrada en el que enseñar, dejando de lado el cómo y los procesos involucrados; lo que dada una rápida lectura, podría explicar en cierta medida la distancia entre las aulas y la investigación actual.

Palabras clave: Investigación, Enseñanza, Aprendizaje, Geometría, Idoneidad

Introducción

El análisis de publicaciones es una herramienta potente en la tarea investigativa, pues permite calificar la calidad del proceso generador de conocimiento y el impacto de este proceso en el entorno donde se desarrolla (Rueda et. al, 2005). El análisis de publicaciones posee diferentes formatos, pero dado su origen desde la bibliometría, permite valorar la actividad científica y el impacto de la investigación.

Dada la clara desconexión que existe actualmente (y durante los últimos años) de la investigación en didáctica de las matemáticas, sus líneas de desarrollo y principales preocupaciones, con los lugares en que debería impactar (Escuela – sociedad); los estudios de mapeo y descripción de la producción científica se hacen cada vez más relevantes, para poder determinar las herramientas con las que se cuenta actualmente y los posibles puntos de ensamble con aquellas instituciones. Godino (2010) indica que es posible reconocer las pocas conexiones de la cotidianidad con el componente científico-académico con evidencias como la existencia de sociedades profesionales independientes, de revistas de "profesores" y de "investigadores" y del desarrollo de currículos de matemáticas, por comisiones en cuya composición se ignora la existencia de los departamentos universitarios especializados.

Ahora bien, para la revisión de este tipo de elementos, existen diferentes métodos (revisión sistemática, meta-análisis, revisión sistemática exploratoria, informe técnico etc.), pero dado el particular interés de esta comunicación, se desarrollará a continuación una revisión sistemática exploratoria, en tanto entrega una síntesis de la evidencia sobre la investigación en didáctica de la geometría, describiendo el conocimiento existente sobre la misma y que, a su vez, permite generar hipótesis nuevas, establecer las líneas de desarrollo que se han seguido y abrir nuevos caminos de investigación.

Desde esta perspectiva, el objetivo de esta comunicación es develar los focos de investigación iberoamericana, en didáctica de la geometría, durante los primeros 20 años del siglo XXI y describir los objetos y procesos asociados a las investigaciones que componen los principales focos investigativos; de esta manera, se espera contribuir a que se produzcan enlaces y discusiones entre el mundo investigativo y la realidad de la enseñanza y aprendizaje de la geometría. Este documento, responde a uno de los objetivos específicos de una tesis doctoral enfocada en el desarrollo del pensamiento geométrico en futuros profesores de matemáticas, de allí, el interés por conocer la realidad investigativa en geometría.

Aspecto relativos al Enfoque Ontosemiótico

El Enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática (EOS) ha sido ampliamente estudiado y construido por diversos autores (Font et. al, 2013; Godino et. al, 2007) y se consolida como un sistema teórico inclusivo y articulador del conocimiento matemático. El EOS ha definido, entre otras cosas, una herramienta que permite el paso de una didáctica descriptiva – explicativa a una didáctica normativa, conocida como la idoneidad didáctica que se interpreta desde el modelo de Conocimientos y Competencias Didáctico Matemático (CCDM) (Godino et.al, 2016).

La noción de idoneidad didáctica es la herramienta que permite el paso desde los descriptivo hacia lo normativo, logrando de dicha manera una intervención efectiva en el aula de clase y describiendo en general o de forma global el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en general.

Godino et. al (2007) definen que, para lograr un proceso de instrucción efectivo, se debe velar por la articulación coherente y sistémica de las seis componentes de la idoneidad didáctica (Epistémica, Cognitiva, Interaccional, Mediacional, Afectiva, Ecológica). Dado que esta herramienta se constituye como una estructura para la caracterización y análisis del conocimiento profesional del profesor de matemáticas, se utilizará en este documento para asociar los diferentes tipos de investigaciones que se han desarrollado, de acuerdo con las siguientes categorías o facetas de la idoneidad:

- **Lo epistémico:** agrupa estudios que refieren a los objetos matemáticos, presentan qué significados y razonamientos matemáticos institucionales o personales se utilizan; abordan igualmente, el uso de nociones matemáticas específicas, el uso de conceptos geométricos específicos, así como tipos de razonamientos y/o procesos (Conjeturar, Demostrar, Argumentar, etc.)
- **Lo cognitivo:** Agrupa aquellas investigaciones que aluden a cómo los significados matemáticos implementados, logrados o pretendidos se obtienen; incluye aquellos trabajos que presentan

desarrollos o conflictos socioculturales y desarrollos sobre significados personales, o pretendidos.

- **Lo mediacional:** Considera estudios sobre el uso, disponibilidad, adecuación de los recursos materiales, tecnológicos y temporales necesarios para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje. Aquí se incluyen los estudios que analizan elementos semióticos (gestos, artefactos, corporeidad, etc.), procesos de tutorización, de forma específica.
- **Lo interaccional:** análisis sobre configuraciones y trayectorias didácticas, procesos de identificación y resolución de conflictos semióticos, análisis sobre los efectos de variables que explican los procesos de diálogo, indagación, investigaciones sobre implicaciones de lo lingüístico en las interacciones, el estudio de normas, etc.
- **Lo afectivo:** estudios sobre el grado de implicación del alumnado o profesorado con el proceso de estudio; incluye lo emocional, factores que dependen de la institución como del alumno y su historia escolar previa.
- **Lo ecológico:** Incluye los estudios en los que se analiza el grado en que el proceso de estudio se ajusta al proyecto educativo del centro, la escuela y la Sociedad. Se incluyen los estudios sobre análisis de las restricciones

Otros análisis de investigación

Las revisiones sistemáticas, tienen por objetivo, determinar focos investigativos, líneas de investigación, hipótesis y conocimientos logrados, a través de la revisión organizada de investigaciones publicadas en un periodo determinado de tiempo. Para ilustrar de mejor manera lo que se ha logrado y la actualidad de este tipo de herramientas, particularmente en geometría, es posible tener en cuenta los siguientes ejemplos.

En Gutiérrez (2006), se presenta una revisión de la investigación en didáctica de las matemáticas, estudiando los resultados destacados, los marcos teóricos más utilizados y los problemas de investigación que estaban abiertos. Se presentó como un constructo de cinco partes que agruparon las investigaciones más relevantes en torno a el modelo de razonamiento de Van Hiele, la enseñanza de la geometría en micro mundos informáticos, los procesos como prueba, justificación y demostraciones, la visualización en geometría y los conceptos básicos de geometría elemental. Tal como lo plantea su autor, no se trató de un estudio sistemático y se esperaba que fuera un análisis lo menos abstracto y teórico posible, que permitiera a profesores de diferentes niveles educativos obtener información relevante en cuanto a las metodologías de investigación y la información clave de varios estudios realizados a la fecha.

Posteriormente, se cuenta con el trabajo de Fernández (2013), en el cual se analiza la investigación realizada y lo que a la fecha se encontraba aún en discusión en torno al proceso de visualización y razonamiento espacial; en este documento, se utilizan las facetas epistémica, cognitiva, instruccional y ecológica desde el Enfoque Ontosemiótico, para tener una visión desde una perspectiva diferente a la habitual y a su vez, agrupar aquellas investigaciones que apuntan a los mismos o similares objetivos. El documento finaliza con la presentación de una investigación en curso que desde la perspectiva Ontosemiótica estudia la visualización y el razonamiento espacial.

Finalmente Sinclair et al. (2016), presentan un *survey* sobre la investigación en geometría, centrado mayoritariamente en trabajos de lengua inglesa y, por ende, no se consideran muchas investigaciones del ámbito iberoamericano; este documento, presenta una clasificación de las investigaciones a través de siete agrupaciones que incluye las tendencias en el uso de teorías, el razonamiento visuoespacial, el uso y el rol de los diagramas, avances en la comprensión del rol de la tecnología, avances en la comprensión de la enseñanza y el aprendizaje de las definiciones, los procesos de prueba y argumentación y algunos elementos más allá del enfoque tradicional Euclidiano. El *survey* concluye con la evidencia de intereses investigativos en torno a la geometría y los caminos que deberían seguirse en su didáctica.

Metodología

Dado el objetivo de la presente investigación, se realizó una revisión sistemática exploratoria, la cual difiere de una revisión tradicional en tanto tiene un potencial diferente para identificar las ideas principales o esenciales obteniéndolas de una serie de diversas evidencias (Davis et al. 2009). En este sentido el trabajo realizado se constituye como una revisión sistemática exploratoria, pues sintetiza el conocimiento de lo que se ha investigado a través del análisis de documentos seleccionados por su relevancia (Manchado et al., 2009).

La revisión realizada empezó con la selección de elementos de similar categoría e impacto investigativo (revistas y actas) en el espacio español y latinoamericano, de modo que se pudiera conocer una perspectiva global de lo que se hace.

En este sentido, se seleccionaron cuatro revistas especializadas incluidas en Scopus o emergentes en JCR: Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa (RELIME); el Boletín Latinoamericano de Educación Matemática (BOLEMA) ; Enseñanza de las Ciencias (EC) , EdMa 0-6 y Avances de Investigación en Educación Matemática (AIEM) así como dos contribuciones importantes en el ámbito iberoamericano como: las actas de la Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa (ALME), y las actas de los simposios de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM) porque tienen periodicidad anual.

La revisión de investigaciones empezó con la extracción de todos los títulos, resúmenes y palabras clave de las publicaciones en cada uno de los instrumentos seleccionados para el periodo del 2000 al 2020. De las 7291 publicaciones que se encuentran publicadas en todas las revistas y actas realizamos la selección inicial basados en el análisis de sus títulos, abstracts y palabras clave utilizando los siguientes criterios de inclusión: (1) Documentos que tuvieran relación con algún objeto geométrico, tópico, proceso o teoría relacionada directamente con geometría o didáctica de la geometría. (2) Estudios que contengan dentro de su abstract la descripción completa de un problema a investigar y una conclusión que se pueda analizar desde alguna de las idoneidades declaradas en el EOS. (3) Que se hayan incluido en algún nivel educativo, es decir que contenga una población de estudio de cualquier nivel. Y (4) Que estuvieran en español o Ingles.

Los criterios de exclusión fueron: (1) Documentos de divulgación de revisiones bibliográficas o desarrollo de un objeto geométrico de forma teórica. (2) Estudios que no llegaran a una conclusión relevante en el campo de la didáctica de la geometría o que afirmaran elementos que ya habían sido abordados de manera más específica en otros estudios.

Este procedimiento nos llevó a obtener en total 576 documentos. Estos documentos se empezaron a analizar nuevamente desde sus resúmenes y en ocasiones con alguna revisión rápida al contenido completo, para poder distinguir la categoría en que se podría clasificar utilizando las dimensiones de la idoneidad didáctica; de esta segunda revisión se seleccionaron únicamente 131 documentos que pertenecían a mínimo dos idoneidades, es decir que enfocaban sus análisis en más de una de las facetas caracterizadas en el marco teórico.

Finalmente, de estos documentos resultantes, y tras una segunda lectura, se seleccionaron 76 publicaciones que cumplen con todos los criterios de inclusión, además de pertenecer a mínimo dos idoneidades y los cuales presentan marcos teóricos y metodológicos lo suficientemente estructurados como para lograr una conclusión robusta en torno a la didáctica de la geometría. Dada la extensión del documento sólo se abordarán 57 de estas publicaciones, correspondientes a las categorías (epistémica, cognitiva y mediacional). Teniendo en cuenta los sistemas de referenciación y las reglas de presentación de estas investigaciones, se ha decidido generar una clasificación de las publicaciones en orden cronológico y alfabético, asignándole a cada una de ellas un número desde el 1 hasta el 57, antecedido de la letra A, de modo que A1 representará la primera investigación seleccionada del año 2000 y A57 la última que se ha seleccionado correspondiente al año 2020; en el anexo 1 de este documento encontrará la información completa de cada publicación.

Resultados

En lo epistémico consideramos estudios sobre las concepciones de los futuros profesores, concluyendo en que aparecen y se desarrollan durante la etapa escolar y son estables y resistentes a los cambios (A8, A45). Por otra parte, se abordan las concepciones de los estudiantes en cuanto a los significados de las ideas geométricas, relativas a las trasformaciones lineales en contextos geométricos (A26); sobre la ubicación espacial (A20); sobre las coordenadas de los puntos del plano cartesiano (A1); emergentes en tareas de construcción (A2); posicionamiento espacial y análisis de tareas (A56). Algunos otros trabajos, abordan tipos de razonamientos y esquemas o extensiones a esquemas existentes, el modelo de razonamiento configural (A53), las competencias de análisis epistémico en tareas de proporciones (A10), etc. Trabajos como (A11) muestran cómo la resolución de problemas atrae la atención del estudiante cuando se plantean situaciones de su cotidianidad; (A39) abordan elementos epistémicos sobre objetos geométricos que emergen al usar ambientes de geometría dinámica y (A13) muestran elementos físicos y geométricos que se pueden trabajar haciendo uso del asistente matemático Derive.

Otros trabajos abordan el desarrollo de procesos geométricos en su aprendizaje como la visualización y conceptualización de patrones como la simetría (A42), Visualización como resultado de la implementación de un software en (A24), visualización como herramienta en el entendimiento de lo tridimensional (A27), trabajos en los que se utiliza la geometría dinámica como herramienta para el paso de la visualización a la prueba (A16), la visualización espacial y la interacción de lo sociocultural en el aprendizaje de "lo geométrico" (A4), la perspectiva Ontosemiótica de la visualización (A17) entre otros; En algunos estudios se concreta el análisis sobre la abstracción, conjetura y prueba, a través de diferentes dispositivos (A28); habilidades en argumentación y clasificación en (A36), la organización del discurso de prueba en el contexto geométrico (A47) etc. O bien, abordan la idea de cómo se obtienen los significados matemáticos implementados, logrados o pretendidos; así, se propone un modelo holístico para la enseñanza y aprendizaje de la geometría en arquitectos (A38). Finalmente, se tienen todos aquellos trabajos que abordan las nociones de geometría desde la idea de conexiones Intra y extra-matemáticas, por ejemplo, el trabajo realizado con el arte y la geometría (A14, A40, A37) la música y la geometría (A48) y la unión con algunas otras disciplinas, como la biología (A57) o la física (A31).

En cuanto lo cognitivo, un gran porcentaje de las investigaciones se enfoca al estudio de modelo de Van Hiele y su implementación en las aulas de clase, determinando los niveles y las estrategias para su implementación (A6, A7, A9, A19, A21, A23, A25, A30, A35). Algunos otros trabajos, proponen modelos para caracterizar procesos cognitivos, que permiten interpretar las interacciones entre dichos procesos (A54); emergen diversos estudios de casos que buscan explicar o modelar el proceso de aprendizaje, trayectoria o ruta, que siguen los estudiantes para construir algún concepto geométrico: dependencia lineal (A5), longitud y su medida en futuros profesores (A43), ángulo (A12), Coordenadas y altura (A23), estimación de medida (A32).

Lo Mediacional: Se distinguen acá dos tipos de trabajo, la mayoría centrados en el uso de software o herramientas tecnológicas, particularmente el software Geogebra; En algunos de ellos se analiza (casi siempre de forma descriptiva) el papel del software en la construcción matemática (A3; A15, A49, A55). Emergen investigaciones que abordan el software mismo como objeto de investigación, evidenciando elementos para su uso en el aula de clase (A51), su posición dentro de los espacios de trabajo geométrico, el desarrollo de procesos y competencias geométricas y también, elementos de carácter afectivo-interaccional (A33; A41). Por otra parte, el uso de material manipulativo en cuanto favorece la exploración, permite la construcción de nociones que requieren de la abstracción y/o visualización (A45; A46; A52). De igual forma, hay varios trabajos que reportan sobre el uso de recursos poco utilizados como caleidoscopios y espejos para la comprensión y construcción de ideas geométricas como simetrías, rotaciones e incluso elementos de geometrías no Euclidianas como la geometría esférica (A18; A29; A34; A50).

Conclusiones

La mayoría de la investigación en ambos continentes (85 %) está centrada en las categorías Epistémica, Cognitiva y Mediacional, que se explican en este texto. En cuanto lo cognitivo, el principal foco investigativo apunta al uso del modelo de Van Hiele y los estudios sobre las concepciones de los estudiantes y/o futuros profesores de matemáticas en Secundaria, representados con un 35% de las investigaciones analizadas. No existen grandes focos de investigación orientados a desarrollo teóricos, mayoritariamente existen análisis de situación y propuestas de implementación en las aulas, lo cual difiere bastante de otros *surveys* analizados, en donde hay un amplio porcentaje de investigaciones enfocadas al desarrollo de nuevas teorías o elementos propios de teorías ya existentes. Aunque no se desarrolló en este escrito, es importante comentar que, en ambos continentes, lo ecológico es la categoría menos explorada (5%). Los estudios que tratan lo geométrico como modelo, y los tipos de procesos de conexiones, muestran más el desarrollo de prácticas que otro tipo de análisis. En lo epistémico, el estudio de conexiones Intra y extra-matemáticas, es uno de los tópicos menos estudiado.

Los trabajos revisados evidencian que dentro del universo de investigaciones relativas a la didáctica de las matemáticas, la geometría es uno de los campos menos explorados (8% del total), lo que probablemente puede ser una de las razones de los problemas que hemos declarado en otras publicaciones: la falta de conocimiento de procesos y elementos geométricos, por parte de estudiantes que acceden a la educación superior; las pocas conexiones entre elementos geométricos y las situaciones o elementos de su cotidianidad, etc.

Referencias

Davis, K., Drey, N., & Gould, D. (2009). What are scoping studies? A review of the nursing literature. *International Journal of Nursing Studies, 46*, 1386–1400.

Fernández, T. (2013). La investigación en visualización y razonamiento espacial. Pasado, presente y futuro. En A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa y N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVII* (pp. 19-42). Bilbao: SEIEM.

Font, V., Godino, J. & Gallardo, J. (2013). The emergence of objects from mathematical practices. *Educational Studies in Mathematics, 82,* 97-124.

Godino, J. D. (2010). Perspectiva de la Didáctica de las Matemáticas como disciplina tecnocientífica. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada.

Godino, J. D. Batanero, C. y Font, V. (2007). The ontosemiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education, 39* (1-2), 127-135.

Godino, J D., Batanero, C., Font, V y Giacomone, B. (2016). Articulando conocimientos y competencias del profesor de matemáticas: el modelo CCDM. En C. Fernández, J. L. González, F. J. Ruiz, T. Fernández y A. Berciano (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XX* (pp. 288-297). Málaga: SEIEM.

Gutiérrez, A. (2006): La investigación sobre enseñanza y aprendizaje de la geometría. En Flores, P.; Ruiz, F.; De la Fuente, M. (eds.), *Geometría para el siglo XXI* (pp. 13-58). Badajoz, España: Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas y Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.

Manchado, R., Tamames, S., López, M., Mohedano, L., D'Agostino, M., & Veiga, J. (2009). Revisiones sistemáticas exploratorias: Scoping review. *Medicina y Seguridad del Trabajo, 55*(216), 12–19.

Rueda-Clausen, C.F., Villa-Roel, C. y Rueda-Clausen, C.E. (2005). Indicadores bibliométricos: Origen, aplicación, contradicción y nuevas propuestas. *MedUNAB. 8*, 29-36.

Sinclair, N., Bartolini Bussi, M.G., de Villiers, M., Jones, K., Hortenkamp, U., Leung, A. & Owens, K. (2016) Recent research on geometry education: an ICME-13 survey team report. *ZDM Mathematics Education 48*, 691–719.

Contribuições para métodos de ensino de Matemática: Comenius e Jesuítas

Contributions to Mathematics Teaching Methods: Comenius and Jesuits

Aportes a los métodos de enseñanza de las matemáticas: Comenius y los Jesuitas

Rogério Joaquim Santana[500]
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
http://orcid.org/0000-0001-9286-6503[501]

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: História social da Educação Matemática na Ibero-américa

Resumo

Esta pesquisa tem como objetivo trazer subsídios para discussões sobre a história das organizações educacionais e sua relação entre a religiosidade e as ciências sobretudo a Matemática até meados do Século XVII. Atribuímos a esta pesquisa características exploratória de caráter qualitativo, baseada em analise documental, abordando as contribuições das filosofias cristãs protestantes e católica para a organização da educação até o Século XVII.

Palavras-chave: Organização educacional; Jesuítas; Comenius; Educação; Matemática.

Abstract

This research aims to bring subsidies to discussions about the history of educational organizations and their relationship between religiosity and science, especially Mathematics until the mid-17th century. We attribute to this research exploratory characteristics of a qualitative character, based on documental analysis, approaching the contributions of Protestant and Catholic Christian philosophies to the organization of education until the 17th century.

Keywords: Educational organization; Jesuits; Comenius; Education; Mat.

Resumen

Esta investigación tiene como objetivo traer subsidios a las discusiones sobre la historia de las organizaciones educativas y su relación entre la religiosidad y la ciencia, especialmente las Matemáticas hasta mediados del siglo XVII. Atribuimos a esta investigación características exploratorias de carácter cualitativo, basadas en el análisis documental, abordando los aportes

[500] santanarogeriojoaquim@gmail.com

de las filosofías cristianas protestantes y católicas a la organización de la educación hasta el siglo XVII.

Palabras clave: Organización educativa; Jesuitas; Comenio; Educación; Matemáticas.

Introdução

Em nossa pesquisa buscamos trazer elementos para discussões e reflexões sobre o percurso da organização da Educação e referências sobre o ensino de Matemática, como disciplina escolar, partindo das disputas religiosas acirradas, sobretudo entre as visões cristãs Protestante e do movimento católico cristão conhecido como Contrarreforma liderado na área educacional pela Companhia de Jesus que havia sido fundada em (1534) e as implicações dessas visões para o ensino.

Nossa pesquisa adota aspectos exploratório a fim de entender em que contexto o percurso da organização do ensino de Matemática seguiu até o início do século XVIII e como era entendida, levando-se em consideração aspectos econômicos e sociais de cada época para não incorrer em anacronismos. Por tanto atribuímos à pesquisa uma perspectiva exploratória e bibliográfica como a seguir se descreve pelos autores:

> **Pesquisa Exploratória:** objetiva a maior familiaridade com o problema, tornando-o explícito, ou à construção de hipóteses. Envolve levantamento bibliográfico; entrevistas com pessoas que tiveram experiências práticas com o problema pesquisado; análise de exemplos que estimulem a compreensão. Assume, em geral, as formas de Pesquisas Bibliográficas e Estudos de Caso. (Kauark, Mahães, & Medeiros, 2010, p. 30).

Não pretendemos, porém, esgotar o assunto, mas trazer subsídios a partir da análise de conteúdos seguindo os pressupostos de Bardin (1977), a fim de fomentar discussões segundo nossa interpretação dos documentos analisados, assumindo o caráter qualitativo da pesquisa por ter a clara finalidade de decifrar indícios das intenções expressas nesses documentos.

Como afirma Bardin (1977) qualquer meio de comunicação entre um emissor e um receptor pode ser objeto de análise de conteúdo, a fim de se apurar as descrições desse conteúdo de forma subjetiva com o propósito de pôr em evidência a natureza dos estímulos propostos na mensagem na visão do investigador.

A Educação, Métodos e Técnicas: Passado e Estruturação

A estruturação, definição ou conceituação do que seja a educação é discutida a muito tempo, igualmente a busca por métodos educacionais eficientes não é recente, não é simples e nem linear, pesquisas e livros abordam teorias sobre a educação por diversos aspectos como regionais, teóricos, filosóficos, sociológicos, psicológicos e até religiosos, alguns convergentes outros divergentes ao longo do tempo.

Nérici (1971) afirma que a educação do ponto de vista sociológico é o processo que visa preparar as novas gerações transmitindo um acervo funcional e eficaz para a convivência em sociedade, se tornando um fenômeno fundamentalmente humano e presente em diversas civilizações. Hubert (1976) relata que nos primórdios das civilizações a educação se constituía por intermédio de rituais ligados a religiosidade ou costumes "tribais" que inseriam a criança em seu meio social.

Nérici (1971) destaca que etimologicamente a palavra educação está ligada ao ato de conduzir ou extrair do indivíduo faculdades físicas, morais e intelectuais a fim de torna-lo apto ao convívio social. Santos (1964) corrobora com a conceituação etimológica de Nérici(1971) e destaca definições e conceitos[502] sobre os fins da educação registradas ao longo do tempo:

> [...] a educação deve ser preocupar em três coisas "bons pensamentos, boas palavras e boas ações". Já os druidas consideram que o papel da educação é levar a criança a obedecer às leis de Deus, fazer o homem de bem e cultivar em si a força moral. Para Platão, a educação deve visar a "dar o corpo e a alma toda a beleza e perfeição de que são suscetíveis" e, para Aristóteles, é preciso que desde nossa primeira infância, sejamos conduzidos de maneira a colocar nossas alegrias e nossas dores onde elas devem permanecer". Plutarco defendia que o fim da educação é "conduzir as crianças a virtude", Juvenal, "dar uma alma sã há um corpo são, Marco Aurélio "saber dirigir e conter todos os movimentos da alma de modo a realizar somente atos dignos de um ser racional". (SANTOS, 1964, p. 42)

Outros autores diferenciam as definições apresentadas pelos autores supracitados dos fins educacionais, e abordam que as definições não estavam alinhadas com os fins propostos para a educação nas diferentes épocas ou regiões. Cotrim e Parisi (1981), comparam as cidades da Grécia antiga Atenas e Esparta. Em Atenas a finalidade da educação era o aprimoramento da razão, o cultivo das artes ciências e filosofia, já em Esparta, o objetivo se voltava para o bom preparo físico e estratégias militares.

Em Roma, valorizava-se o cidadão, a coletividade e a servidão ao império não considerando seus anseios individuais. Com a expansão do Império Romano houve o patrocínio de construções de escolas em diversas localidades com o objetivo de romanizar os povos dominados, doutrinando esses povos a subserviência ao estado (COTRIM e PARISI, 1981). A organização educacional no Império foi registrada por Marco Fábio Quintiliano dividindo o

---

502 Em geral, todo processo que torne possível a descrição, a classificação e a previsão dos objetos cognoscíveis. Assim entendido, esse termo tem significado generalíssimo e pode incluir qualquer espécie de sinal ou procedimento semântico, seja qual for o objeto a que se refere, abstrato ou concreto, próximo ou distante, universal ou individual, etc. (ABBAGNANO, 2007, p. 164)

processo educacional em etapas distintas. A primeira etapa se limita a noções básicas no período em que a criança está sob a responsabilidade da família, a segundo em que a educação passa a ser ministrada por um tutor e a terceira para os que poderiam frequentar uma escola.

Essa organização Romana de educação, começou a mudar quando por volta do ano de 312 quando o imperador Constantino se converteu ao cristianismo, algumas comunidades cristãs começaram a se organizar formando assim a igreja católica, que por sua vez fundaram as escolas catequistas espalhadas por diversas partes do império, fixando-se em grande parte do mundo conhecido.

Os autores Hubert (1976) e Cotrim e Parise (1981) destacam alguns personagens e fatos que contribuíram nesse processo começando por Santo Agostinho (354-430) bispo cristão, que fundou em Hipona[503] a escola Episcopal, destinada a formação de sacerdotes e bispos. Por conta da organização elaborada por Santo Agostinha a escola se tornou referência e modelo nos estudos religiosos, porém com acesso restrito a poucos membros.

Pouco tempo depois com a invasão dos bárbaros, o Império Romano foi se desestruturando e perdendo espaço, entrando em decadência, esse período abrange o Século X e XV da nossa história e é denominado Idade Média. A Igreja Católica, porém, foi a instituição que se manteve forte e passou a ter grande influência em diversas áreas de atividade e uma delas a área educacional, impondo seus métodos e técnicas educacionais e mantendo o monopólio nessa área.

Legrand (1976) assevera que esse período foi marcado por mudanças socioculturais importantes até mesmo da igreja católica, grosso modo durante a Idade Média foram criadas pequenas comunidades que por vezes se tornavam mosteiros que em alguns casos davam origem a novos grupos denominados de ordens.

Um desses mosteiros foi o Monte Cassino fundado por São Bento (480-547), dando origem a ordem Beneditina que se expandiu por diversos pontos da Europa. Outras ordens religiosas como a dos franciscanos, dominicanos, agostinianos e carmelitas, foram formando seus mosteiros e recebendo crianças a partir dos seis anos de idade para ministrar-lhes educação baseada nas sagradas escrituras. Com isso na Idade Média a preocupação com a educação se estendia para o aspecto religioso, com menor preocupação com o desenvolvimento físico.

Com a Igreja Católica e suas ordens mantendo o monopólio da educação, sua influência junto aos governos vigentes na Idade Média também foi se mantendo e ou aumentando. Essa

[503] Antiga cidade no Norte da África, Atual cidade de Annaba, na Argélia.

condição sofreu impacto com a quebra da unidade do pensamento cristão, pela Reforma Protestante incentivada pelo também religioso Alemão Martinho Lutero (1483-1546).

Cotrim e Parise (1981) afirmam que Lutero encontrou apoio no religioso francês João Calvino (1509-1564) e em Henrique VIII (1491-1547) rei da Inglaterra. Esse apoio e a expansão da Reforma Protestante, exigiu providencias da igreja católica que reagiu com um movimento denominado de Contrarreforma.

O Papa Paulo III (1468-1549) dando início a Contrarreforma convocou um Concílio[504] (1545 a 1563) na cidade de Trento na Itália e instituiu providencias em diversas áreas inclusive no campo educacional. Por determinação de Paulo III houve a criação de seminários para a formação de sacerdotes, dando início a novas ordens religiosas com incumbências educacionais.

Entre essas ordens se destaca a Companhia de Jesus ou a Ordem dos Jesuítas, fundada em (1534) por Santo Inácio de Loyola (1491-1556), segundo Cotrim e Parise (1981) e Legrand (1976) essa ordem foi inspirada em estruturas militares, com rígida disciplina e obediência hierárquica com a incumbência de cristianizar a população em todas as regiões que a igreja católica estava presente.

Como não poderia deixar de ser, a disputa entre a Reforma Protestante e o movimento da Contrarreforma, gerou reflexos no campo educacional. O Movimento Protestante por meio de Lutero sugeria a criação de escolas públicas administradas pelo estado, contrapondo-se assim ao monopólio da educação até então sob o domínio da Igreja Católica.

A educação pública ou organizada pelo estado sugerida pela Reforma Protestante ganha espaço e concorre com a educação jesuítica na Alemanha, Escócia e Holanda, porém em outros países a educação católica se mantem com o monopólio dos Jesuítas ou com a criação de novas ordens religiosas como a dos "Irmãos das Escolas Cristãs" fundada por São João Batista em 1684 na França.

Com a divisão da unidade do pensamento cristão entre protestantes e católicos, sistemas, métodos ou técnicas de ensino começaram a ser desenvolvidas e aplicadas dependendo do tipo de educação que cada país se propunha a adotar.

Hubert (1976) indica que a igreja católica com o propósito de padronizar seus ensinamentos, organizou planos de estudos que começaram a ser instituídos de maneira incerta

[504] Reunião entre autoridades eclesiásticas para deliberar sobre as doutrinas e questões de fé.

a partir de 1558 por Inácio de Loyola e promulgado em sua versão final em 1599 no compendio *Ratio atque Institutio studiorum Societatis Jesu* (1586)[505].

No Século XVII Jan Amos Comenius (1592-1670), educador de formação religiosa protestante e com apreço ao que denominavam na época de espírito científico, sistematizou alguns princípios norteadores e publicou em sua obra *Didactica*[506] *magna*[507](2001), segundo o próprio autor o "tratado da arte universal de ensinar tudo a todos".

> Nós ousamos prometer uma Didática Magna, isto é, um método universal de ensinar tudo a todos. E de ensinar com tal certeza, que seja impossível não conseguir bons resultados. E de ensinar rapidamente, ou seja, sem nenhum enfado e sem nenhum aborrecimento para os alunos e para os professores, mas antes com sumo prazer para uns e para outros. E de ensinar solidamente, não superficialmente e apenas com palavras, mas encaminhando os alunos para uma verdadeira instrução, para os bons costumes e para a piedade sincera. (COMENIUS, 2001, p.2).

Mesmo não sendo a primeira obra que se preocupava com a sistematização do ensino é tida como ponto de referência por historiadores da educação quando se trata de sistematização ou método de ensino. Entre a apresentação de passagens bíblicas o que denota a influência religiosa da época no campo educacional o autor apresenta fundamentos que considera importante para ensinar tudo a todos.

O primeiro dos fundamentos tem o título de (Nada se faz fora do tempo), observa que o ensino deve ser realizado no tempo correto, na idade certa, não apresentando conteúdos que estivessem acima da compreensão do indivíduo:

> Concluímos, portanto: I. Que a formação do homem deve começar na primavera da vida, isto é, na puerícia. (Na verdade, a puerícia assemelha-se à primavera; a juventude, ao verão; a idade viril, ao outono; a velhice, ao inverno). II. Que as horas da manhã são as mais favoráveis aos estudos (porque, também aqui, a manhã corresponde à primavera; o meio dia, ao verão; a tarde, ao outono; a noite, ao inverno). III. Que tudo o que deve aprender-se deve dispor-se segundo a idade, de modo a não dar a aprender senão as coisas que os alunos sejam capazes de entender. (Comenius, 2001, p. 64).

Esse fundamento em nosso entendimento está relacionado atualmente com o momento propicio de matricular e alfabetizar uma criança por meio de uma instituição escolar e não tratar a criança como um adulto em miniatura. Essa percepção não era levada em consideração nem mesmo em tempos recentes em algumas culturas.

O segundo fundamento (II), (A Matéria Antes da Forma), Cotrim e Parisi (1981) externam que Comenius acreditava que os exemplos devem preceder às regras e primeiro deve se situar o problema e depois extrair deles as conclusões:

---

[505] Ano da obra que tivemos acesso 1586.
[506] Termo que designa o procedimento cujo objetivo é instruir pelo ensino. (Marques, 2000, p. 32)
[507] Primeira publicação estimada entre os anos de 1621-1657, estamos utilizando uma tradução de Gomes (2001)

> Resulta de tudo isto que, para corrigir radicalmente o método, é necessário: I. Ter à mão os livros e todo o restante material escolar; II. Formar a inteligência antes da língua; III. Não aprender nenhuma língua a partir da gramática, mas a partir de autores apropriados. IV. Colocar as disciplinas positivas (*reales disciplinas*) antes das disciplinas linguísticas e lógicas (*organicis*)[508] .V. Dar exemplos antes de ensinar as regras. (Comenius, 2001, p. 66)

Para o terceiro fundamento (A matéria deve ser tornada apta para receber a forma) é importante que o estudante esteja interessado em aprender, deve manter o comprometimento a fim de conseguir ter aprendizagem satisfatória.

> Consequentemente, daqui para o futuro: I. Todo aquele que for enviado à escola deverá ser assíduo. II. Deverá dispor-se a inteligência dos alunos para o estudo de qualquer matéria que comecem a estudar. (Deste assunto trataremos mais amplamente no capítulo seguinte, Fundamento II). III. Libertem-se os alunos de toda a espécie de impedimentos, porque, como diz Sêneca, «de nada serve fornecer regras, se primeiro se não suprime o que constitui obstáculo às regras». (Comenius, 2001, p. 66)

Os fundamentos I, II e III, nos parece encadeados de forma que pare educar existem condições de maturidade do indivíduo, métodos e recursos devem ser empregados para a máxima aprendizagem desse aluno.

Segundo Comenius o fundamento IV (Todas as coisas se formam distintamente e nenhuma confusamente.) deve haver um método para que o estudante não se perca em um estudo desorganizado de diversos assuntos ao mesmo tempo. Atualmente podemos entender essa lógica como a seriação ou as etapas em que cada disciplina é ensinada no decorrer de um ano letivo.

O quinto fundamento defendido por Comenius (Primeiro as coisas interiores) é interpretada por Contrim e Parise (1981) como a necessidade de primeiro se aprender e depois memorizar se necessário os assuntos estudados. Comenius classifica como aberração a atitude do professor impor a memorização como método de aprendizagem.

> Erram, portanto, aqueles professores que querem realizar a formação da juventude que lhes foi confiada, ditando muitas coisas e mandando-as aprender de cor, antes de as terem explicado devidamente. Erram também aqueles que as querem explicar, mas não sabem como, ou seja, não sabem como descobrir, pouco a pouco, a raiz, e nela enxertar os garfos das coisas ensinadas. E precisamente por isso estragam os alunos, como se alguém, para fazer uma fenda numa planta, em vez de uma faca, utilizasse uma bengala ou um bate-estacas. (Comenius, 2001, p. 67)

Sugere a solução (Comenius, 2001, p. 67) orientando que o professor deve .procurar meios para que “Em primeiro lugar, formar-se-á a inteligência para a compreensão das coisas; em segundo lugar, a memória” .Segundo Hubert (1976) essas sugestões eram inovadoras e

---

[508] *Reales disciplinas praemitti organicis*: A palavra «*organicis*» contém uma referência às obras lógicas de Aristóteles, o conjunto das quais é conhecido pelo nome de *Organon*

contrastava com ao orientações apresentadas no *Ratio atque Institutio studiorum Societatis Jesu* (1586) e de outras ordens religiosas responsáveis pela educação nos centros europeus.

No VI fundamento Comenius (2001) destaca a importância de partir do universal para o especifico, parcial(Primeiro as coisas gerais).

> Que qualquer língua, ciência e arte se ensine: primeiro, por meio de rudimentos muito simples, para que se apreenda o seu plano geral; depois, mais completamente, por meio de regras e exemplos; em terceiro lugar, por meio de sistemas completos, a que se acrescentam as irregularidades; finalmente, se isso for necessário, por meio de comentários. Efetivamente, quem aprende uma coisa a partir dos seus fundamentos, já não tem necessidade de comentários, pois poderá, pouco depois, comentá-la por si mesmo. (Comenius, 2001, p. 68)

Para o sétimo fundamento (Tudo gradualmente; nada por saltos.), Comenius defende que a educação deve ser ministrada seguindo uma sequência lógica em que todo ensinamento deve ser precedido de uma explicação anterior que ofereça suporte para o assunto apresentado e apresenta a sua crítica a métodos contrários a esse fundamento:

> Torna-se, portanto, evidente que não pode chegar-se a qualquer resultado válido, se os professores, no decurso do seu ensino e no decurso dos estudos dos seus alunos, não distribuem as matérias, não somente de maneira que a uma se suceda sempre outra, mas também de maneira que cada uma seja necessariamente estudada dentro dos limites fixados, pois, se não estabelecem as metas e os meios para atingir as metas e a ordem para aplicar os meios, facilmente alguma coisa fica para trás, facilmente alguma coisa se inverte, facilmente nasce a confusão e a desordem. (Comenius, 2001, p. 69).

Comenius sugere orientações para a aplicação desse fundamento:

> Daqui paia o futuro, portanto: I. Distribua-se cuidadosamente a totalidade dos estudos em classes, de modo que os primeiros abram e iluminem o caminho aos segundos, e assim sucessivamente. II. Distribua-se meticulosamente o tempo, de modo que a cada ano, mês, dia e hora seja atribuída a sua tarefa especial. III. Observe-se estritamente esse horário e essa distribuição das matérias escolares, de modo que nada seja deixado para trás e nada seja invertido na sua ordem. (Comenius, 2001, p. 69)

Respeitadas as condições sociais e culturais de cada época entendemos que esse seja um dos fundamentos que podem ter influenciado a disciplinarização ou seriação das matérias.

O fundamento VIII (Não se deve parar, a não ser depois de terminada a obra), versa sobre as boas condições do espaço físico e da assiduidade para se aprender, atribuindo a importância de ministrar a educação aos alunos em locais preparados para esse fim.

> I. Quem frequenta as escolas, que nelas permaneça até se tornar um homem instruído, honesto e religioso. II. A escola deve estar num local tranquilo, afastado dos ruídos e das distrações. III. Deve fazer-se tudo segundo o programa estabelecido, sem admitir qualquer hiato. IV. Não deve conceder-se a ninguém (seja sob o pretexto for) autorização para sair da escola e entregar-se a futilidades. (Comenius, 2001, p. 70).

Este fundamento em especifico era uma ideia inovadora e contrária a educação oferecida predominantemente em mosteiros e igrejas católicas.

Para o nono fundamento geral (é necessário evitar as coisas contrárias) Comenius considera errônea a prática de fomentar a dúvida no aluno, considerando que a escola deve apontar caminhos e não exibir labirintos em que o aluno possa se perder.

> Comete-se, portanto, uma imprudência todas as vezes que, logo no início do estudo de uma nova disciplina, se propõe aos alunos uma matéria controversa, isto é, sempre que se levanta uma dúvida acerca da matéria que devem ainda estudar. Efetivamente, a que equivale isso senão a dar fortes sacudidelas numa plantazinha desejosa de lançar as raízes? Hugo escreveu com razão: «Nunca chegará a atingir a verdade, aquele que começar a instruir-se com controvérsias» Comete-se também uma imprudência quando se não afasta a juventude dos livros torpes, cheios de erros e de confusões, assim como também das más companhias. (Comenius, 2001, p. 70)

E para reparar essa conduta equivocada de ensino sugere

> Pense-se, portanto, que é essencial: I. Não dar aos alunos nenhuns outros livros, além dos da sua classe. II. Que esses livros sejam tão cuidadosamente ilustrados que, justa e merecidamente, possam ser considerados verdadeiros inspiradores de sabedoria, de moralidade e de piedade. III. Não devem ser toleradas nas escolas, ou nas vizinhanças das escolas, companhias dissolutas. (Comenius, 2001, p. 71)

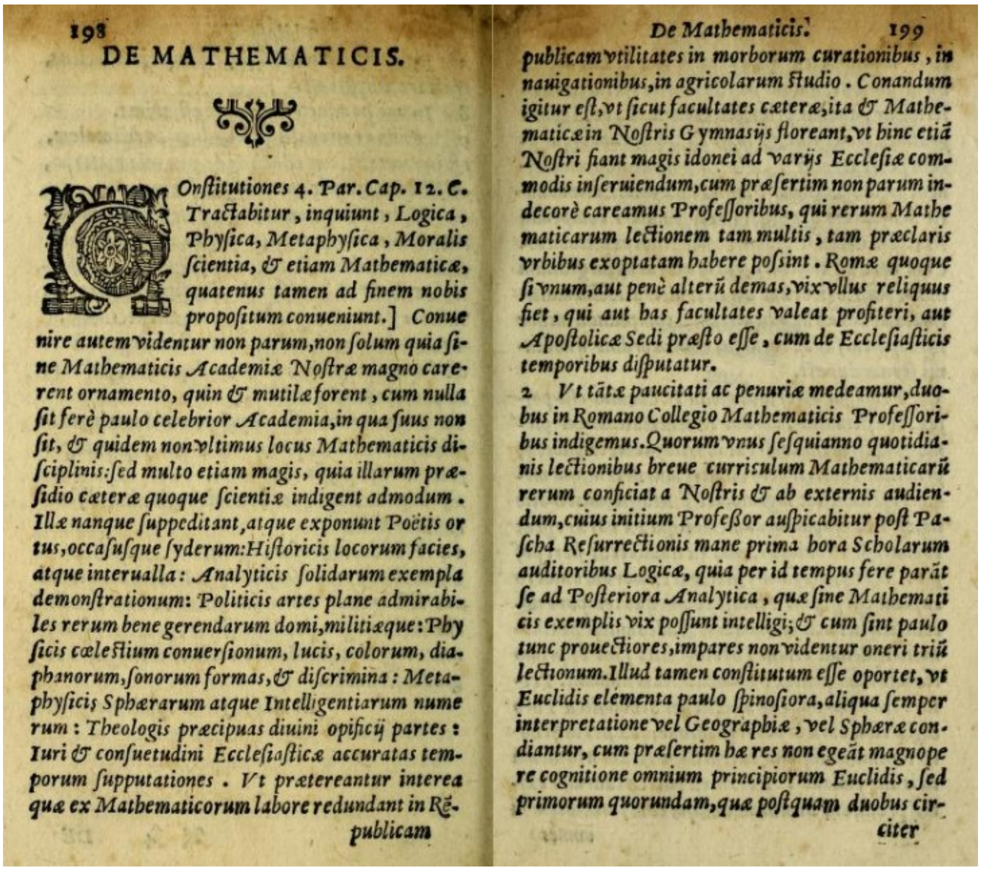
A preocupação da seleção do material (livros) a serem trabalhados com o aluno denota a intenção de ensinar o que não contrariasse as orientações das escrituras sagradas e de condutas pregadas pela igreja cristã protestante.

Desses fundamentos gerais se originam outros princípios expostos por Comenius (2001) a partir do capítulo XVII intitulado *Fundamentos para ensinar e aprender com facilidade*.

As idas e vindas e disputas do controle da educação, não são lineares, pacificas ou rápidas, em contraponto a concepção de Comenius o *Ratio Studiorum* (1586) como é mais comumente citado, norteou o que ficou conhecida como pedagogia dos Jesuítas e estão ligadas até os dias atuas no ideário pedagógico das escolas vinculadas a igreja católica ((Marques, 2000).

No atinente ao que se deveria ser ensinado o *Ratio Studiorum* (1586) apresenta em 4 páginas orientações sobre a disciplina de Matemática, como vemos representada na figura 1.

Figura 01



198

DE MATHEMATICIS.

Constitutiones 4. Par. Cap. 12. C. Tractabitur, inquiunt, Logica, Physica, Metaphysica, Moralis scientia, & etiam Mathematicæ, quatenus tamen ad finem nobis propositum conueniunt.] Conuenire autem videntur non parum, non solum quia sine Mathematicis Academiæ Nostræ magno carerent ornamento, quin & mutilæ forent, cum nulla sit ferè paulo celebrior Academia, in qua suus non sit, & quidem non vltimus locus Mathematicis disciplinis: sed multo etiam magis, quia illarum præsidio cæteræ quoque scientiæ indigent admodum. Illæ nanque suppeditant, atque exponunt Poëtis ortus, occasusque syderum: Historicis locorum facies, atque interualla: Analyticis solidarum exempla demonstrationum: Politicis artes plane admirabiles rerum bene gerendarum domi, militiæque: Physicis cœlestium conuersionum, lucis, colorum, diaphanorum, sonorum formas, & discrimina: Metaphysicis Sphærarum atque Intelligentiarum numerum: Theologis præcipuas diuini opificij partes: Iuri & consuetudini Ecclesiasticæ accuratas temporum supputationes. Vt prætereantur interea quæ ex Mathematicorum labore redundant in Rempublicam

De Mathematicis. 199

publicam vtilitates in morborum curationibus, in nauigationibus, in agricolarum studio. Conandum igitur est, vt sicut facultates cæteræ, ita & Mathematicæ in Nostris Gymnasijs floreant, vt hinc etiã Nostri fiant magis idonei ad varijs Ecclesiæ commodis inseruiendum, cum præsertim non parum indecorè careamus Professoribus, qui rerum Mathematicarum lectionem tam multis, tam præclaris vrbibus exoptatam habere possint. Romæ quoque si vnum, aut penè alterũ demas, vix vllus reliquus fiet, qui aut has facultates valeat profiteri, aut Apostolicæ Sedi præsto esse, cum de Ecclesiasticis temporibus disputatur.

2 Vt tãtæ paucitati ac penuriæ medeamur, duobus in Romano Collegio Mathematicis Professoribus indigemus. Quorum vnus sesquianno quotidianis lectionibus breue curriculum Mathematicarũ rerum conficiat a Nostris & ab externis audiendum, cuius initium Professor auspicabitur post Pascha Resurrectionis mane prima hora Scholarum auditoribus Logicæ, quia per id tempus fere parãt se ad Posteriora Analytica, quæ sine Mathematicis exemplis vix possunt intelligi; & cum sint paulo tunc prouectiores, impares non videntur oneri triũ lectionum. Illud tamen constitutum esse oportet, vt Euclidis elementa paulo spinosiora, aliqua semper interpretatione vel Geographiæ, vel Sphæræ condiantur, cum præsertim hæ res non egeãt magnopere cognitione omnium principiorum Euclidis, sed primorum quorundam, quæ postquam duobus circiter

Instruções sobre a disciplina de Matemática
Fonte: (IV, 1586, pp. 198-199)

As concepções de educação e ensino do Século XVII foram influenciadas por orientações contidas no *Ratio atque Institutio studiorum Societatis Jesu* (1586) ou na obra de Comenius (1657), inclusive ao que ser refere na organização dos conteúdos e disciplinas escolares.

Nesse sentido podemos inferir que as instruções do *Ratio Studiorum* (1586) podem ser descritas como cuidadosas reconhecendo a Matemática como uma ferramenta auxiliar da física, geografia, agricultura e demais ciências. Porém destaca a importância de que a Matemática aliada a ciências não interferissem nas questões religiosas.

A obra indicada para o ensino da Matemática era o livro *Euclidis elementorum libri XV* (1574), uma tradução comentada e seleção de tópicos do livro Elementos de Euclides, elabora por padres Jesuítas. As explicações dessa disciplina seriam reservadas a poucos alunos que tivessem inclinação ao estudo da Matemática e todos os professores deveriam ser treinados ou indicados pelo Padre Clavius[509].

> Outro Professor, só será nomeado pelo Padre Clavius, e contribuirá para o ensino da matemática de forma mais completa por três anos, e explicará em particular para cerca de dez, ou dez, que são de talento moderado[510]. (IV, 1586, p. 200). Tradução Nossa.

A preocupação era com o ensino de princípios fundamentais da aritmética e geometria relacionadas com outras disciplinas sem que esses ensinamentos questionassem as crenças religiosas da igreja Católica.

Considerações

Até o fim do Século XVII, pode-se notar dilemas e aproximações entre as ideias do sagrado e os avanços que as ciências acumulavam com o passar dos anos.

A Matemática passa a ter papel de destaque e suporte para outras ciências como a astronomia, também aparece com mais evidência em trabalhos essenciais para os novos modelos de práticas sociais como a agricultura e construção, a Matemática foi ganhando espaço e aos poucos sendo incorporada nas práticas educacionais, como objeto de estudo e aplicação.

Esse processo como visto no material estudado, não foi rápido e também não foi descuidado, pois algumas ciências começavam a questionar dogmas sugeridos pela doutrina cristã sendo ela Católica ou Protestante.

A partir do Século XVIII, período que não faz parte do escopo desse trabalho outras orientações, métodos, conteúdos e forma de se inserir a Matemática no contexto educacional foram surgindo. Porém o Reflexo da construção da disciplina no período anterior ao Século XVIII, parece ser consideravelmente relevante.

Referências

Abbagnano, N. (2007). *Dicionário de Filosofia.* (A. Bosi, Trad.) São Paulo: Martins Fontes.

Clavio, C. (1574). *Euclidis elementorum libri XV.* Roma: Societatis Iesu.

Comenius, I. A. (2001). *Didactica Magna.* (J. F. Gomes, Trad.) Lisboa - PT: Fundação Calouste Gulbenkain.

Cotrim, G., & Parisi, M. (1981). *Fundamentos da Educação* (4ª ed.). São Paulo: Saraiva.

[509] Christopher Clavius (1538-1612) matemático e astrônomo jesuíta alemão um dos responsáveis pela reforma gregoriana do calendário. Importante membro e administrador de padres responsáveis pela educação.

[510] Profeffor alter, qui modo V. Clavius effe poffet , constituatur , rerum Mathematicarum pleniore doctrinam conferat in triennium, explicetq\ priuatim T^oflris ofto circiter, aut decem, qui mediocri falttm fint ingenio.

IV, P. S. (1586). *Ratio atque Institutio studiorum Societatis Jesu.* Roma: In Collegio Societatis lefu. Cum Faculdade Superiorum.

Kauark, F. d., Mahães, F. C., & Medeiros, C. H. (2010). *Metodologia de Pesquisa: Um Guia Prático.* Bahia, BA: Via Litterarum.

Legrand, L. (1976). *A Didática da Reforma: Um metódo ativo para as escolas de hoje* (2ª ed.). Rio de Janeiro, RJ: Zahar Editores.

Marques, R. (2000). *Dicionário Breve de Pedagogia* (2ª ed.). Lisboa-Portugal: Editorial Presença.

Santos, T. M. (1964). *Noções de Filosofia da Educação* (10ª ed., Vol. 1). São Paulo: Companhia Editora Nacional.

IFRN - *campus* Macau: uma história do curso de especialização em ensino deciências naturais e matemática

IFRN - Macau *campus*: a history of the specialization course in teaching naturalsciences and mathematics

IFRN - *Campus* de Macau: una historia del curso de especialización en laenseñanza de ciencias naturales y matemática

Kaline Martins Araújo[511]
UFRN
https://orcid.org/0000-0002-1691-2368

Liliane dos Santos Gutierre[512]
UFRN
http://orcid.org/0000-0001-6124-7769

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: História social da Educação Matemática na Ibero-américa

Resumo

Esta pesquisa de mestrado acadêmico atrelado ao Programa de Pós-Graduação emEnsino de Ciências e Matemática (PPGECM) da Universidade Federal do Rio Grandedo Norte (UFRN) e aos estudos do Grupo Potiguar de Estudos e Pesquisa em Históriada Educação Matemática (GPEP), ainda em fase de projeto, se justifica pela importância de uma Especialização em Ensino de Ciências Naturais e Matemática (EECNM), do Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte (IFRN), na cidade de Macau, no estado do Rio Grande do Norte – RN/Brasil. Ela é voltada para a prática docente e a formação continuada de professores de matemática da cidade citadae municípios próximos, situados na região central potiguar e litoral norte do RN. A pesquisa está centrada no estudo da História da Educação Matemática (HEM) e História do Tempo Presente (HTP). O problema da pesquisa é: como e porquê se deu a implantação dessa especialização no IFRN - *campus* Macau - e quais contribuições e/ou limitações desta formação aos egressos deste curso? Objetiva-se fazer um registro histórico sobre a implantação, o funcionamento e suas contribuições e/ou limitações aos egressos do curso de EECNM, com ênfase no ensino de Matemática. De caráter qualitativo, combinará procedimentos metodológicos distintos para compor os dados a serem analisados; uma vez que se utilizará da pesquisa documental - fontes escritas - ede fontes orais advindas de entrevistas semiestruturadas, realizadas com professores egressos da EECNM, de Matemática do ensino básico, professores do IFRN que participaram da elaboração do Projeto

[511] kaline.martins.075@ufrn.edu.br
[512] liliane.gutierre@ufrn.br

Pedagógico do Curso (PPC) e professores que coordenaram a especialização. Entende-se, assim, que este registro histórico sobre a EECNM apontará uma compreensão de sua representatividade na região central potiguar e litoral norte, contribuindo também com a Educação Matemática brasileira.

Palavras-chave: Ensino de Matemática. História da Educação Matemática. Especialização em Ensino de Ciências Naturais e Matemática. IFRN.

Abstract

This academic master´s research coupled up to the Graduate Program in Science and Mathematics teaching of Federal University of Rio Grande do Norte and linked to the studies of the Potiguar Group of the studies and research in History of Mathematics Education. This work still beginning phase is justified by importance of a specialization in Mathematics and Natural Science teaching from Federal Instituite of Education Science and Technology of Rio Grande do Norte, located in the Macau city, in the state of Rio Grande do Norte, Brazil. This purpose that research is to show how to happen the teaching practice and also to show how to happen the continuous training of Mathematics teachers of the Macau city and another cities next to it, located in the Potiguar Central region and north Coast of Rio Grande do Norte. That work also purpose to show the studies of History of Mathematics Education and the History of Mathematics of the present. The purpose of the research is: Which the puporses that course of specialization in the Federal Instituite in Macau city and which benefits that continuous training offer to the traineers of the course? – The present work also intend to produce a hitorical record the benefits that course, emphasizing the teaching of Mathematics. The work has qualittive purpose, using different methodological procedures to analyze informations, it will use documents – oral and wrtitten recourses from semi- structured interviews, made with teachers who participated of elaboration of the Pedagogical Project of the Course, and professors who coordenated that course. Therefore, this historical record about the specialization in Mathematics and NaturalScience teaching will show a comprehension of the representativeness in the Potiguar Central Region and North Coast, thus contributing also with Brazilian Mathematics Education.

Keywords: Teaching Mathematics. History of Mathematics Education. Specialization in Teaching Natural Sciences and Mathematics. IFRN.

Resumen

Este estudio académico, en colaboración al Programa de Pós- Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECM) de la Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN) y a los estudios del Grupo Potiguar de Estudos e Pesquisas em História da Educação Matemática (GPEP), todavía en fase de proyecto, se justifica por la importancia de una Espacialización en la Enseñanza de Ciencias Naturales y Matemática (EECNM), del Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte (IFRN), en la ciudad de Macau, en el estado del Rio Grande do Norte - RN/ Brasil. El trabajo pone al centro la práctica docente y la formación continuada de profesores de matemática de la ciudad mencionada y sus municipios cercanos, ubicados en la región central potiguar y litoral norte del RN. La investigación se centra en el estudio de la Historia de la Educación Matemática (HEM) e Historia del tiempo Presente

(HTP). Se plantea una discusión alrededor de la siguiente cuestión: ¿cómo y por qué se implementó esa especialización en IFRN - Campus Macau - y cuáles fueron las contribuciones o limitaciones para los egresos de este curso? El objetivo es hacer un registro histórico de la implantación, el desarrollo y sus contribuciones o limitaciones a los egresos de este curso de EECNM, con énfasis en la enseñanza de Matemática. De uncarácter cualitativo, se utilizarán metodologías distintas para componer los datos que serán analizados, una vez que se valdrá de un estudio documental - basado en fuentes escritas y orales de entrevistas semi estructuradas hechas con los profesores egresos de la EECNM, de Matemática de la enseñanza básica, profesores del IFRN que han contribuido con la elaboración del Proyecto Pedagógico del Curso (PPC) y profesores que han ministrado clases en la especialización. Por esta razón, se comprende que este registro histórico sobre la EECNM señalará una comprensión de su representatividad en la región central potiguar y litoral norte, incluso colaborando con la Educación Matemática brasileña.

Palabras-clave: Enseñanza de Matemática. Historia de la Educación Matemática. Especialización en Enseñanza de las Ciencias Naturales y Matemáticas. IFRN.

Introdução

Nesta comunicação, apresentaremos nosso projeto de pesquisa, pois recentemente fomos selecionados em um curso de mestrado no Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECM) da Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN).

O ponto de partida deste estudo é a nossa prática pedagógica como professora de matemática da cidade de Macau, localizada no litoral norte do estado do Rio Grande do Norte (RN). Trabalhamos com turmas de ensino fundamental e médio, sempre incentivando os alunos a ingressarem em instituições federais, por serem centros de ensino de referência em formação profissional, de qualidade e promotora de significativas mudanças na realidade de vida deles.

Ter um Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Rio Grande do norte (IFRN) em nossa cidade é uma grande oportunidade tanto para os alunos quanto para os colegas professores, os quais têm a oportunidade de capacitar-se de forma continuada. É possível observar a presença do IFRN como uma instituição importante para o desenvolvimento tanto educacional quanto social para o município de Macau e cidades circunvizinhas. É claro que este é um sentimento pessoal, e em relação à pesquisa, uma hipótese.

O IFRN - *campus* Macau foi instalado em 2009, em um terreno de 290.770 m², desapropriado pela prefeitura, está situado na cidade-pólo da microrregião salineira[513], distando 176 km da capital, concentrando ao seu redor os municípios de Guamaré, Portodo Mangue, Galinhos, Alto do Rodrigues, Pendências e Afonso Bezerra, todos próximos em média 30 km de Macau. A construção do *campus* contou com a parceria da Prefeitura Municipal de Macau, por meio da doação do terreno e contribuição financeira para as obras do Laboratório de Recursos Pesqueiros, e da Petrobras, que arcou com recursos para a compra de equipamentos do Laboratório de Análise de Água (IFRN, 2021).

Uma das marcas do IFRN é a implantação de cursos necessários à região não somente nos aspectos econômicos, mas também nas questões de apoio ao desenvolvimento social como um todo e é nesse sentido que surgem os primeiros cursos do IFRN campus Macau: Técnico Integrado em Recursos Pesqueiros, Técnico Integrado em Química, Graduação em Licenciatura em Biologia e Especialização em Educação Ambiental e PROEJA (IFRN, 2021).

Este estudo pretende realizar um registro histórico do Curso de Especialização em Ensino de Ciências Naturais e Matemática (EECNM) do IFRN, *Campus* Macau, RN. Trata-se de uma pesquisa ainda não explorada, pois os que encontramos ao pesquisar nos repositórios identificaram apenas pesquisas voltadas ao Ensino de Matemática, muito se pesquisa sobre a temática educação, porém, nada relacionado à história do curso de Especialização no Ensino de Ciências Naturais e Matemática do IFRN, *Campus* Macau, RN. Podemos, dessa forma, pensar que se trata de uma pesquisa pioneira.

As pesquisas voltadas para a interpretação histórica permitem investigar ao longo dos tempos os acontecimentos pelos quais ocorreram determinados fatos, elas registram esses fatos tornando-se memórias vivas, dessa forma, segundo Dosse (2017, p.22) "a história do presente ou a história no presente exige uma reflexão sobre o ato de escrever a História, sobre a equação subjetiva do historiador". Para Dosse (2017) "a distância temporal que nos separa do passado se transforma, porque até então considerada uma desvantagem, ela se transforma em uma sedimentação de camadas sucessivas de sentido que expandem o seu alcance graças à maior profundidade".

Assim, pesquisas sobre a historicidade não devem se confundir com um jogo de espelhos, já que "é um jogo de lacunas em um entre-dois não estabilizado", considera Dosse (2017, p.25).

[513] Referem-se a cidades que seus solos chegam a formar desertos salinos, com pouca vegetação. https://colecaomossoroense.org.br/site/wp-content/uploads/2018/07/A-MICRORREGIAO-SALINEIRA-NORTE-RIOGRA NDENSE-NO-DOMINIO-DAS-CAATINGAS.pdf

Outro fator importante para a pesquisa será buscar entrevistar professores participantes da comissão de elaboração e sistematização, bem como a coordenação pedagógica do Projeto Pedagógico do Curso (PPC), por pensar que são conhecedoras dos processos de implantação do curso. Assim, através do PPC listamos os integrantes para posteriormente convidá-los a participar da pesquisa.

Desde sua implantação, segundo o PPC da EECNM do IFRN (2015), o curso vem formando professores com a perspectiva de instigá-lo à pesquisa investigativa com caráter prático, visto que essa preparação auxilia o estudante na construção e redação de pesquisas científicas impulsionando-o muitas vezes a Mestrados e futuramente doutorados.

De início, o curso era coordenado pela professora Maria Aparecida dos Santos Ferreira, integrante do quadro efetivo do IFRN, atualmente é coordenado pela professora Paula Ivani Medeiros dos Santos. O Curso está organizado por disciplinas, com uma carga horária total de 400 horas, sendo 360 horas destinadas às disciplinas e

40 horas a um trabalho de conclusão do curso, assim descrito na tabela abaixo, deacordo com o IFRN (2015).

Posto isto, nosso objetivo geral é fazer o registro de uma interpretação histórica no tempo presente sobre a implantação do curso de EECNM do IFRN/*Campus* Macau- RN, com ênfase no ensino de Matemática. E nossos objetivos específicos são: (1) Registrar a situação educacional da região antecedente a implantação e funcionamento do curso de EECNM do IFRN, no município de Macau-RN; (2) Identificar e analisar as contribuições e limitações da EECNM na atuação profissional de professores de matemática da região; (3) Verificar mudanças e permanências na ação do professor de Matemática - egresso da EECNM/IFRN-Macau; (4) Averiguar se houve impactos importantes da EECNM na realidade educacional, a partir das falas dos egressos.

Na próxima parte apresentaremos a metodologia de pesquisa proposta.

Aspectos metodológicos da pesquisa

Acerca da abordagem a pesquisa será qualitativa. De acordo com Silva e Menezes (2005) na abordagem qualitativa, pressupõe-se que há uma relação dinâmica entre o mundo real e o sujeito, isto é, um vínculo indissociável entre o mundo objetivo e a subjetividade do sujeito que não pode ser traduzido em números, sem uso de métodose técnicas estatísticas. Assim, a fonte direta será o ambiente natural para coleta de dadosonde o pesquisador será o instrumento-chave.

Quanto aos objetivos, a pesquisa será explicativa. De acordo com Gil (2008, p.28) "são aquelas pesquisas que têm como preocupação central identificar os fatores que determinam ou que contribuem para a ocorrência dos fenômenos", nessa pesquisa pretendemos observar através das declarações dos egressos e da comunidade quais as características contribuíram à atuação docente dos professores de matemática de Macaue região.

Segundo os procedimentos, a pesquisa será bibliográfica e documental. Para isso, consultaremos fontes tais como: Dosse (2017); Cavalcanti (2019); Lapuente (2017); Le Goff (1994); Lohn e Campos (2017); Montysuma (2019); Tardif (2012) dentre outros que contribuirão na pesquisa. Buscaremos consultar documentos tais como: Projeto Político Pedagógico do Curso, documentos acerca da implantação da instituição e do curso no município de Macau, dentre outros segundo necessidade do estudo.

Le Goff (1990), considera os documentos como materiais que podem ser aplicados aos estudos relacionados à memória coletiva e a sua forma científica, ou seja,a história, conforme nossa pesquisa requer. Já para Gil (2008, p.147), "são considerados documentos não apenas os escritos utilizados para esclarecer determinada coisa, mas qualquer objeto que possa contribuir para a investigação de determinado fato ou fenômeno". Assim, podemos analisá-los na perspectiva de Le Goff ao reconhecer que devemos nos ater aos textos dos documentos, sem adicionar nada.

Neste estudo, adotaremos o uso de fontes orais, ou seja, entrevistaremos pessoas envolvidas no processo de implantação do curso, as que atualmente tem ligação com o curso, alunos egressos e professores de matemática do município de Macau e região,que contribuirão relatando um pouco da História da formação e aperfeiçoamento de professores de Matemática no município de Macau e região.

Para realização das entrevistas utilizaremos de celulares e/ou gravadores para posteriormente transcrever e textualizar a gravação. Transcrever é o primeiro momento de transformação da oralidade em texto escrito e a textualização é uma edição feita a partir da transcrição, é o refinamento da escrita, como reprimir os vícios de linguagem, por exemplo. (GARNICA; SOUSA, 2012).

Assim, embasados nos autores do nosso referencial teórico, pretendemos mediante às falas dos egressos e dos demais professores, explorar as experiências e vivências dos entrevistados no Curso de Especialização em Ciências Naturais e Matemática do IFRN, *Campus* Macau/RN, bem como as observar as possíveis transformações ocorridas na prática pedagógica.

Referencial Teórico

De acordo com o PPC (IFRN, 2015) existe a necessidade quantitativa da formação continuada de professores da área de Ciências Naturais e Matemática, pressupondo a urgência em atender a demanda de professores dessas citadas áreas. Sendo uma das propostas de nossa pesquisa ouvir os relatos das pessoas que vivenciaram esse momento, professores de Matemática do Município de Macau, e região que sentiram no passado essa necessidade. Diante dessa perspectiva pretende-se na pesquisa promover um diálogo entre esses sujeitos revisitando o passado através de fontes orais, sem se desvincular do tempo presente.

Nessa mesma visão, Dosse (2017, p. 23) considera o tempo presente como "um meio de revisitação do passado e de suas possíveis certezas, como também as possíveis incertezas", visto que o distanciamento temporal que nos separa do passado se transforma ao longo do tempo.

Uma investigação histórica pode ser compreendida como um saber do passado que influencia a escrita da história do tempo presente, consideram Lapuente (2017), poisa história considera restabelecer o diálogo entre o passado e o presente, formando uma ponte para que se possa compreender as dimensões pertencentes ao tempo presente. Diante desse fato,

> entendemos que elaborar uma História do Tempo Presente requer, entre outras problemáticas ainda mais complexas, dar-se conta do desafio que subjaz à própria expressão que define esta nova dimensão historiográfica e explorá-la em termos ainda não suficientemente abordados (LOHN; CAMPOS, 2017, p.100).

Para se coletar informações do tempo passado e do tempo presente é necessárioa adoção de várias estratégias, tais como: consultas documentais, pesquisas em livros, em documentos disponibilizados pelos repositórios universitários, o uso de fontes orais por meio de entrevistas, ou relatos de memórias. Segundo Cavalcanti (2019, p.170) "a diversidade documental e, sobretudo, o uso dos relatos de memória, ou seja, das fontes orais, é também colocada como fator de diferenciação e constituição da história do tempo presente", conforme pretendemos nessa pesquisa.

Quando escrevemos ou buscamos registar uma história, deve-se tomar como referência a memória, essa se dá como um lastro através dos quais nos guiamos para compreender como a memória influencia o tempo presente, pois "a memória posta a serviço da escrita da história é um fragmento do que aconteceu, do que foi", Montysuma (2019, p. 46).

Na pesquisa, recorremos ao uso de fontes orais, e uso da memória como mecanismo de pesquisa na tentativa de conhecer as experiências e narrativas subjetivas dos sujeitos, analisá-las e posteriormente registrar uma história a partir de relatos,advindos das entrevistas com pessoas que vivenciaram fatos passados, pois "é essencial compreendermos que a memória não é apenas do passado, mas é o passado que se projeta no presente" (MONTYSUMA, 2019, p.60).

Assim, ao buscar entender o tempo passado versus tempo presente numa perspectiva histórica do curso, nos permitirá uma maior compreensão da representatividade do curso desde sua implantação e de que forma este influenciou o tempo presente.

Considerações finais

Era nosso desejo divulgarmos, neste evento renomado, este projeto de pesquisa, em nível de mestrado. Nesta etapa da pesquisa, ainda estamos no estudo bibliográfico, na seleção de materiais do arquivo, na identificação e procura dos participantes.

Os próximos passos da nossa pesquisa serão: apresentação do projeto a banca, ida à campo em busca de mais fontes documentais, submeteremos o nosso projeto ao conselho de ética da universidade, após sua aprovação poderemos iniciar a realização das entrevistas, em seguida será feita a análise dos dados, escrita da pesquisa, qualificação, revisão e defesa da dissertação.

Entendemos que na medida em que colocarmos nosso projeto em execução para cumprirmos os objetivos propostos, contribuiremos com a História do Ensino de Matemática do Rio Grande do Norte/Brasil.

Referências

Cavalcanti, E. (2019) O tempo passado ensinado no presente: história, ensino, tempo e formação docente. In: REIS, Tiago Siqueira et al. organizadores. *ColeçãoHistóriado tempoPresente.* Boa Vista: Editora da UFRR. https://itemnpo.unifesspa.edu.br/images/Coleo-Histria-do-Tempo-Presente--- Volume-I.pdf

Dosse, F. (2017) História do tempo presente e historiografia. In: Lapuente. R. S.; Ganster, R.; Orben, T. A.(Orgs.). *Diálogos do tempo presente:* historiografia e história. [recurso eletrônico]. Porto Alegre, RS: Editora Fi.

Garnica, A. V. M. e Souza, L. A. (2012) *Elementos de História da Educação Matemática.* São Paulo: Cultura Acadêmica.

Gil. A. C. (2008) *Métodos e técnicas de pesquisa social.* 6. ed. - São Paulo: Atlas.

IFRN. (2015) *Projeto Pedagógico do curso de especialização em ciências naturais e matemática na modalidade semipresencial.* Pós Graduação Latu Sensu. Natal: IF RN https://portal.ifrn.edu.br/campus/macau/alunos/cursos/arquivos/cursos/especializacao/planode-curso-da-especializacao-em-ensino-de-ciencias-naturais-e-matematica/at_download/file

________. (2021) *Histórico.* Macau, RN: IFRN. https://portal.ifrn.edu.br/campus/macau/institucional/historico.html

Lapuente, R. S. (2007) Como é possível escrevermos a história do nosso tempo. In: Lapuente, R. S; Ganster, R.; Orben, T. A. (Orgs.). *Diálogos do tempo presente:* historiografia e história. [recurso eletrônico]. Porto Alegre, RS: Editora Fi.

Le goff, J. (1990) *História e memória*. Campinas. Ed. Unicamp.

Lohn, R. L.; Campos, E. C. de. (2017) *Tempo Presente:* entre operações e tramas. História da Historiografia: International Journal of Theory and History of Historiography, Ouro Preto, v. 10, n. 24. https://www.historiadahistoriografia.com.br/revista/article/view/1176

Montysuma, M. (2019) Memória e esquecimento. In: REIS, Tiago Siqueira et al. organizadores. *Coleção História do tempo Presente.* Boa Vista: Editora da UFRR. https://itemnpo.unifesspa.edu.br/images/Coleo-Histria-do-Tempo- Presente Volume-I.pdf

Silva, E. L.; Menezes, E. M. (2005). *Metodologia da pesquisa e elaboração de dissertação.* 4. ed. rev. atual. Florianópolis, SC: UFSC.

O guia metodológico para cadernos MEC - MATEMÁTICA - 1977

The methodological guide for notebooks MEC - MATHEMATICS – 1977

La guía metodológica para cuadernos MEC - MATEMÁTICAS – 1977

Laura Silva Dias[514]
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
https://orcid.org/0000-0002-1961-8973

Kamila da Fonseca Veiga Cavalheiro Leite[515]
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
https://orcid.org/0000-0002-3030-7607

Diogo Ferreira Jandrey[516]
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
https://orcid.org/0000-0002-0823-8318

Edilene Simões Costa dos Santos[517]
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
https://orcid.org/0000-0002-0509-0098

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: História social da Educação Matemática na Iberoamérica.

Resumo

A proposta deste trabalho é responder o seguinte questionamento: quais são as orientações metodológicas propostas no "Guia metodológico para cadernos MEC de Matemática de 1977"? Este guia foi publicado pela FENAME que tinha como objetivo a realização da articulação entre os cadernos do MEC, direcionados a conteúdos de matemática publicados anteriormente, a saber: Cadernos de Álgebra, Aritmética e Geometria. Adotamos como aporte teórico-metodológico a História Cultural articulados a conceitos advindos de estudos sócio-históricos para os saberes profissionais, *saber a ensinar* e *saber para ensinar*. O Guia apresenta sugestões, aos professores, de condutas e de práticas a serem seguidas para solucionar problemas no ensino de matemática. Portanto, inferimos que este foi um material complementar cujo objetivo era auxiliar o professor a ensinar matemática.

Palavras-chave: Educação Matemática, Movimento da Matemática Moderna, Saberes, Professor, História Cultural.

Abstract

[514] silva.alaura@hotmail.com
[515] kamilaleeitee@hotmail.com
[516] diogojandrey@hotmail.com
[517] edilenesc@gmail.com

The proposal of this text is to answer the question: what are the methodological guidelines proposed in the "Methodological Guide for MEC-Mathematics notbook of 1977" ? This Guide was published by FENAME whose objective was the realization of the articulation between the MEC notebooks aimed at previously published mathematics contents: Algebra, Arithmetic and Geometry notebooks. We adopted Cultural History as a theoretical-methodological contribution, articulated to concepts arising from socio-historical studies for professional knowledge, mathematics to teach and mathematics for teaching. The Guide presents suggestions to teachers of conduct and practices to be followed to solve problems in mathematics teaching. Therefore, we infer this was the complementary material that aimed to help the teachers to teach mathematics.

Keywords: mathematics education, modern math movement, knowledge, teacher, cultural history.

Resumen

La propuesta de este trabajo es responder a la siguiente pregunta: ¿cuáles son las pautas metodológicas propuestas en la "Guía metodológica de los cuadernos MEC Matemáticas 1977"? Esta guía fue publicada por FENAME que tuvo como objetivo la realización de la articulación entre los cuadernos del MEC, dirigidos a contenidos de matemáticas publicados anteriormente, a saber: Cuadernos de Álgebra, Aritmética y Geometría. En este contexto, adoptamos la Historia Cultural como enfoque teórico y metodológico articulado con los conceptos de los estudios socio-históricos para el conocimiento profesional, el conocimiento para enseñar y el conocimiento para enseñar. La Guía presenta sugerencias, a los profesores, de conductas y prácticas a seguir para resolver problemas en la enseñanza de las matemáticas. Por lo tanto, deducimos que se trataba de un material complementario cuya finalidad era ayudar al profesor a enseñar matemáticas.

Palabras-clave: Educación Matemática, Movimiento Matemático Moderno, Conocimiento, Profesor, Historia Cultural.

Introdução

O Ministério da Educação (MEC) criou, em 1956, a partir do Decreto n° 38.556, a Campanha Nacional de Material de Ensino (CNME) visando melhorar a qualidade dos livros didáticos. Anos mais tarde, em 2 de outubro de 1967, seria transformada em Fundação Nacional de Material Escolar (FENAME), por meio da Lei n° 5.327. Essa campanha foi responsável por produzir e distribuir material didático, publicando, em 1962, os primeiros Cadernos MEC (Junior, 2018).

Com a ampliação da rede escolar, e a obrigatoriedade do ensino primário estabelecida pela *Lei n.º 4.024 de 20 de dezembro de 1961* - Fixa as Diretrizes e Bases da Educação Nacional, resultou no aumento da quantidade de crianças e adolescentes nas escolas. Nesse mesmo período, O alto preço dos livros didáticos era considerado um dos fatores que impulsionava a evasão escolar e, por esse motivo, tornou-se uma das principais questões tratadas no Congresso Nacional, na grande imprensa e no âmbito do Ministério da Educação. (Filgueiras, 2015, p. 89)

Além disso, buscava-se efetivar a difusão das “modernas normas pedagógicas e métodos de ensino”[518], por meio dos livros. Tendo em mente que os livros são “um instrumento pedagógico, na medida em que propõe métodos e técnicas de aprendizagem, que as instruções oficiais ou os prefácios não poderiam fornecer senão os objetivos ou os princípios orientadores” (Choppin, 2002, p. 14). O objetivo deste “Guia Metodológico para Cadernos MEC de 1977”, era facilitar a tarefa do professor no uso dos Cadernos MEC de Aritmética, Geometria e Álgebra.

Temos como objetivo, apresentar neste espaço, uma análise do “Guia metodológico para Cadernos MEC de 1977”. Para isso, utilizaremos como aporte teórico-metodológico a História Cultural articulados a conceitos advindos de estudos sócio-históricos com os autores Rita Hofstetter e Bernard Schneuwly (2017), que conceituam os *saberes a ensinar e saberes para ensinar*. Posteriormente sistematizados por Valente (2020) como *matemática a ensinar e matemática para ensinar,* constituindo-se na *matemática do ensino*.

Para responder a seguinte questão norteadora: quais são as orientações metodológicas propostas pelo “guia metodológico para cadernos MEC de matemática de 1977”? Estabelecemos alguns eixos de investigação. O primeiro deles, sustenta-se em compreender quais movimentos educacionais estavam acontecendo no país nesse período e de que maneira influenciaram na criação dos Cadernos MEC, sob qual narrativa foram instituídos e qual era o objetivo de circulação deste material em âmbito nacional.

A década de 1970 foi marcada por diversos acontecimentos na educação brasileira. Dentre eles, a promulgação da Lei n.º 5.692/71 de 11 de agosto de 1971 que fixou *as Diretrizes e Bases para o ensino de 1º e 2º graus* e, por consequência, trouxe mudanças quanto ao ensino de matemática, que vivenciou, nessa época, o Movimento da Matemática Moderna (MMM).

Para França (2012) a Lei n.º 5.692/71 enfatizou a linha tecnicista, Saviani (2011, p.381) aponta que a concepção pedagógica tecnicista favoreceu a reordenação do processo educativo

[518] Ofício n. 401, da Diretoria Executiva da CNME ao Ministro da Educação e Cultura, de 20/11/1962, localizados no Arquivo Geral e Histórico do Inep.

tornando-os objetivo e operacionais, pois teve como base o “pressuposto da neutralidade científica e inspirada nos princípios de racionalidade, eficiência e produtividade”. Logo, o sistema educacional após a promulgação da lei foi reorganizado de “forma racional capaz de minimizar as interferências subjetivas que pudessem pôr em risco sua eficiência”. (Saviani, 2011, p. 382)

Esses aspectos tecnicistas também foram notados no ensino de matemática, promovidos pelo Movimento da Matemática Moderna, havia uma “preocupação com a economia de pensamento e o raciocínio rápido demandados pela sociedade em pleno vapor de desenvolvimento. (Pinto, Felisberto& Berticelli, 2020, p.80)

A tendência tecnicista implantada pela Lei 5.692/1971 surge, então, com ênfase nas tecnologias do ensino, tirando o centro do processo de ensino-aprendizagem do professor e do aluno, focando-o nos objetivos instrucionais e nas técnicas de ensino, com divisão do trabalho pedagógico entre os especialistas da educação. (França, 2012, p.47)

Logo, o ensino de matemática também foi alterado influenciado pelo MMM, que corroboravam com os princípios da Lei n.º 5.692/71, que focou nas técnicas de ensino e colocando professores e alunos em segundo plano “relegados à condição de executores de um processo cuja concepção, planejamento, coordenação e controle ficam a cargo de especialistas” (Saviani, 2011, p. 382), assim, como a produção de materiais a serem seguidos amplamente divulgados e produzidos por alguns grupos de estudo[519].

Dessa forma, para compreendermos as metodologias propostas pelos autores do guia sobre o ensino da matemática nesse período, nos colocamos a realizar esta investigação e organizá-la da seguinte forma: a próxima seção apresentará o referencial teórico-metodológico utilizado para a análise do material, e a seção três, apontará em quais conteúdo do material foram identificados os aspectos dos *saberes a* e *para ensinar* matemática.

[519] Com o Movimento da Matemática Moderna, surgiram inúmeros grupos de estudos no Brasil, como, por exemplo: Grupo de Estudos do Ensino da Matemática (GEEM), o Núcleo de Estudos e Difusão do Ensino da Matemática (NEDEM), Grupo de Estudos sobre o Ensino de Matemática de Porto Alegre (GEEMPA), entre outros. Os grupos produziam palestras, materiais, livros didáticos e cursos, para auxiliar os professores como ensinar seguindo as características do movimento. Os professores que faziam parte destes grupos de estudos no MMM, produziram materiais para disseminar o movimento e auxiliar os professores, como no caso do *Guia metodológico para cadernos MEC - Matemática,* tendo como um de seus autores o professor Manoel Jairo Bezerra.

Referencial teórico-metodológico

Neste trabalho, interessam-nos os conteúdos deste guia metodológico, de modo a contribuir para a História da educação matemática no Brasil, a partir de uma caracterização da *matemática do ensino*.

Como mencionado no capítulo introdutório, a base teórica-metodológica utilizada neste artigo ampara-se nos estudos desenvolvidos pela Equipe de Recherche en Histoire Sociale de l'Education (ERHISE), da Université de Genève, coordenado pelos professores Rita Hofstetter e Bernard Schneuwly (2017), com os conceitos *saberes a ensinar e saberes para ensinar.*

Estes conceitos, embora sejam enunciados separados, são indissociáveis e constituem os saberes profissionais do professor. Segundo Hofstetter e Schneuwly (2017, p. 131-132), os *saberes a ensinar* são "os saberes que são os objetos do seu trabalho", um saber que advém do campo disciplinar; já os *saberes para ensinar* são "as ferramentas de trabalho", ou seja, um saber advindo do campo de atividade profissional. Cabe ressaltar, que estes saberes são saberes objetivados, ou seja, foram descorporificado, sistematizados, mobilizados e tem a capacidade de circular.

A partir dos estudos dos saberes, na perspectiva sócio-histórica, apontados anteriormente, adentrando na seara da matemática, temos como categorias a *matemática a ensinar* e a *matemática para ensinar*, o qual Valente (2020), enuncia: que a *matemática a ensinar* "expressa o objeto do trabalho docente, o que o professor precisa ensinar", e a *matemática para ensinar* como "um saber a constituir-se como ferramenta para a atividade docente" (Ibid, 2020, p. 197).

Desse modo, caracterizar os saberes profissionais dos professores que ensinam matemática, é estabelecer uma relação entre a formação e o ensino, ou seja, a *matemática do ensino*, que segundo Valente (2020, p. 197) "revela em cada época as articulações estabelecidas entre a *matemática a ensinar* e a *matemática para ensinar*".

Para representar o local em que este guia metodológico estava inserido, foi abordado também o conceito de *cultura escolar,* a partir dos estudos de Julia (2001). Para este autor, *cultura escolar* é definido como:

> [...] um conjunto de normas que definem conhecimentos a ensinar e condutas a inculcar, e um conjunto de práticas que permitem a transmissão desses conhecimentos e a incorporação desses comportamentos; normas e práticas

> coordenadas a finalidades que podem variar segundo as épocas (finalidades religiosas, sociopolíticas ou simplesmente de socialização). (Julia, 2001, p. 10)

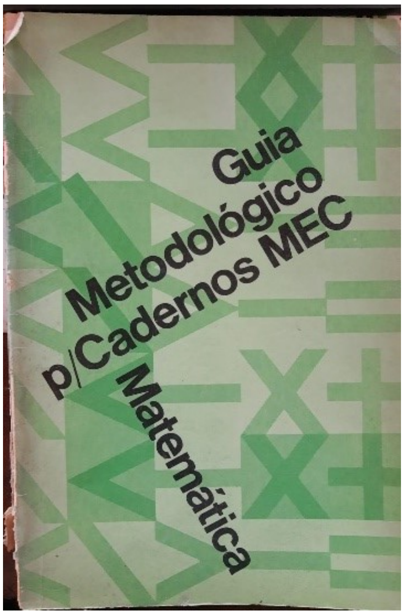
As concepções de *cultura escolar,* podem nos permitir responder alguns questionamentos, a saber: Como os saberes estavam sendo propostos no guia metodológico? Qual a finalidade deste guia? Qual a visão de aluno que o guia defendia?

A partir destas considerações teórico-metodológicas, tomamos como categorias de análises a *matemática a ensinar* e a *matemática para ensinar,* como constituinte da *matemática do ensino* e a *cultura escolar*. Neste artigo, buscamos responder o seguinte questionamento: quais são as orientações metodológicas propostas pelo "Guia metodológico para cadernos MEC de matemática de 1977"?

O "Guia metodológico para cadernos do MEC de MATEMÁTICA - 1977"

Figura 1.

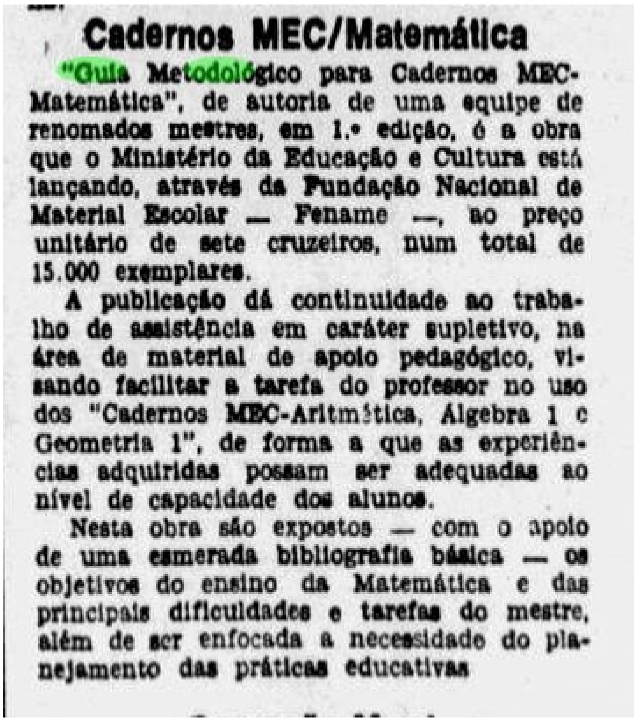
Capa do livro Guia metodológico para cadernos MEC de matemática



O livro "Guia metodológico para cadernos MEC de Matemática" (1977), escrito por Manoel Jairo Bezerra, Otto Schwarz, Roberto Zaremba Bezerra e Silvio Jupuriti Alves Drago, publicado pela FENAME, com preço único de Cr$7,00, foi um material complementar aos cadernos lançados anteriormente (aritmética, álgebra 1 e geometria 1). Publicado no ano de 1977, pelo Ministério da Educação e Cultura (MEC) por intermédio da FENAME, como mostra o Jornal do Commercio (RJ) de 1977.

Figura 2.

Notícia Guia metodológico para cadernos MEC de matemática



Cadernos MEC/Matemática

"Guia Metodológico para Cadernos MEC-Matemática", de autoria de uma equipe de renomados mestres, em 1.ª edição, é a obra que o Ministério da Educação e Cultura está lançando, através da Fundação Nacional de Material Escolar — Fename —, ao preço unitário de sete cruzeiros, num total de 15.000 exemplares.

A publicação dá continuidade ao trabalho de assistência em caráter supletivo, na área de material de apoio pedagógico, visando facilitar a tarefa do professor no uso dos "Cadernos MEC-Aritmética, Álgebra 1 e Geometria 1", de forma a que as experiências adquiridas possam ser adequadas ao nível de capacidade dos alunos.

Nesta obra são expostos — com o apoio de uma esmerada bibliografia básica — os objetivos do ensino da Matemática e das principais dificuldades e tarefas do mestre, além de ser enfocada a necessidade do planejamento das práticas educativas

Fonte: Jornal do Commercio (RJ), 1977, p. 14. (Hemeroteca Digital)

A FENAME, foi um órgão vinculado ao Ministério da Educação e Cultura (MEC) que tinha "por finalidade a produção e distribuição de material didático de modo a contribuir para a melhoria de sua qualidade, preço e utilização" (Lei nº 5.327, 1967). E, apesar de a sua distribuição não ser gratuita, a Fundação afirma, no texto da lei, que não teria fins lucrativos, distribuindo o material produzido a preço de custo e poderiam ser comprados nos postos de distribuição ou pelos correios.

Os autores se propuseram a fazer uma breve exposição sobre os objetivos do ensino da matemática, as dificuldades sobre o ensino, material didático, estudo dirigido e uma bibliografia complementar para os professores. Além disso, foram propostas sugestões de planos de aula, estudos dirigidos e orientações para utilização dos *cadernos do MEC - matemática.*

O livro possui 72 páginas divididos em sete capítulos, a saber: 1- Objetivos do ensino de Matemática; 2 - As principais dificuldades e tarefas do professor de Matemática; 3- A necessidade do planejamento das práticas educativas; 4- O emprego do material didático e das recreações no ensino da matemática; 5- O estudo dirigido; 6- O aproveitamento dos cadernos MEC - Matemática; 7- Bibliografia.

No capítulo 1, o qual se refere aos objetivos do ensino da matemática, podemos inferir a presença de uma *cultura escolar*, voltada à matemática, onde o objetivo era:

Em nossa opinião, o maior valor da Matemática na escola de 1º e 2º graus não está, como se pensa geralmente, na essência de seus conhecimentos, mas sim na sua contribuição para a formação de ideias e ideais, hábitos e atitudes, interesses e preferência do educando. Está no fato de que a Matemática contribui de forma efetiva e eficiente para o desenvolvimento do aluno e o seu ajustamento e adaptação. (Bezerra et.al, 1977, p. 8)

Os autores mencionam ainda, que o principal objetivo do ensino da matemática era tornar o aluno capaz de compreender e analisar as relações de quantidade e de espaço que são necessárias à introspecção e controle do meio; apreciar o processo de civilização nos seus vários aspectos; adquirir os hábitos de pensamento e ação que tornem essa sua capacidade efetiva em toda sua vida. (Bezerra et al., 1977, p. 8)

Quanto aos objetivos do ensino da matemática para o 1º e 2º graus, referente aos alunos, os autores mencionam que: os alunos devem tornar-se capazes de realizar as habilidades básicas e compreender os conceitos relativos aos números e às formas geométricas; compreender o pensamento intuitivo, analítico e crítico; saber raciocinar por meio de analogias; descobrir relações e propriedades; ter concisão e rigor na expressão; fazer generalizações; ler e usar a linguagem simbólica da Matemática; realizar autocrítica; ter independência intelectual. (Bezerra et al., 1977, p. 9-10)

No capítulo *2 - As principais dificuldades e tarefas do professor de Matemática* - os autores listam os principais problemas no ensino de matemática, assim como, as principais tarefas do professor:

> 1-Determinar os objetivos específicos; 2- ensinar a resolver problemas; 3- Saber como despertar e manter o interesse pela matemática; 4 - Conhecer bem a nova psicologia dos exercícios; 5 - Verificar convenientemente a aprendizagem. (Bezerra et al., 1977, p. 12)

Os autores consideravam importante o professor ter conhecimento da matéria a ser ensinada, assim como as técnicas de ensino. O professor precisava dominar os objetivos do ensino, saber como despertar e manter o interesse do aluno a resolver problemas de matemática e saber verificar a aprendizagem de seu aluno. Logo, *os saberes para ensinar matemática* não se limitavam apenas aos saberes matemáticos.

Ao final deste capítulo, os autores mencionam, que este livro ajudará a solucionar as dificuldades de aprendizagem apresentadas por eles: preparação do planejamento, técnicas de ensino, eficiência na direção dos trabalhos de classe, atendimento efetivo dos problemas psicológicos e avaliação dos resultados do ensino (Bezerra et al., 1977).

Capítulo 3- A necessidade do planejamento das práticas educativas - Para Bezerra et al. (1977), para ensinar matemática era necessário ter as seguintes habilidades:

1. Conhecer técnicas de ensinar cada unidade pedagógica ou aspecto da matéria; 2. Desenvolver os conceitos gerais; 3. Coordenar e articular as generalizações e suas aplicações; 4. Discernir o que é indispensável dentro da matéria a ser ensinada; 5. Saber a parte que deve ser acentuada e destacada. 6. Saber como ajudar seus alunos a evitarem ou aplanarem as dificuldades encontradas. (Bezerra et.al, 1977, p. 13)

Ao pensarmos em técnicas de ensino, primeiramente, devemos ter em mente as ideias pedagógicas disseminadas durante a década de 1970, visto que após a promulgação da Lei n.º 5.692/71, houve a reordenação do processo educativo tornando-os objetivo e operacionais, o professor e o aluno ocupavam uma posição secundária, “relegados à condição de executores de um processo cuja concepção, planejamento, coordenação e controle ficam a cargo de especialistas” (Saviani, 2011, p. 382). Ora, tendo isso em mente, o capítulo 3, vem corroborar com as ideias do período, pois, fornece uma metodologia para elaborar os planejamentos aulas, divididos em quatro passos gerais, a saber: I- Tema de aula: consiste no conteúdo matemático a ser ensinado; II - objetivos da aula - consiste nas capacidades a serem desenvolvidas no aluno; III- preparação - escolhas dos materiais didáticos a serem utilizados na aula; IV - Desenvolvimento metódico da aula - consiste na articulação dos passos anteriores onde o professor inicia a aula contando aos alunos o que será estudado, em seguida o professor deveria motivá-los mostrando a necessidade do que será estudado, seguido de uma associação com conteúdos anteriores e por último iniciar o conteúdo da aula.

Capítulo *4- O emprego do material didático e das recreações no ensino da matemática.* Bezerra et al. (1977, p.27) entendem como material didático “qualquer acessório usado pelo professor para realizar a aprendizagem”, tendo como função captar a atenção dos alunos tornando o ensino acessível facilitando a reflexão do aluno acerca do conteúdo levando os alunos a "estabelecer progressivamente, as operações que, interiorizadas, se coordenam em estruturas e preparam o rigor dedutivo ulterior" Bezerra et al. (1977, p.28), apontam para as limitações e cuidados a serem tomados em relação ao uso de material didáticos. Em relação às recreações:

> [...] uma citação curiosa, histórica ou não, relacionada com a Matemática ou com outras ciências, uma curiosidade geométrica ou uma singularidade de certos números, uma operação feita abreviada ou mentalmente, uma adivinhação ou uma apresentação de números cruzados apresentadas em momento oportuno pelo professor tornam o ensino agradável e atraem para a Matemática a simpatia do aluno. (Bezerra et. al, 1977, p. 29)

Podemos inferir que os materiais didáticos assim como as recreações foram ferramentas metodológicas para ensinar matemática, pois ajudavam o professor a ensinar a resolver problemas e despertar e manter o interesse pela matemática, visto que foram indicados pelos autores como problemas no ensino. Mas, os autores não fornecem exemplos de recreações, somente apresentam seus benefícios.

O Capítulo 5- *O estudo dirigido,* está dividido em oito partes, a saber: preliminares, finalidades do estudo dirigido; razões que justificam o emprego do estudo dirigido; objetivos imediatos; diferentes empregos do estudo dirigido; sugestões para conduzir um estudo dirigido de matemática; sugestões para os alunos estudarem matemática; observação importante.

O capítulo 6- *O aproveitamento dos cadernos MEC - Matemática* faz uma breve apresentação dos *cadernos MEC - aritmética, álgebra 1 e geometria 1,* orientando a como fazer estudos dirigidos articulando os *cadernos do ME*C e o capítulo 5- *O estudo dirigido.* Neste cenário podemos verificar a articulação entre a *matemática a ensinar*, presente nos cadernos MEC e a *matemática para ensinar*, utilizando o estudo dirigido com um saber para ensinar matemática, ou seja, a *matemática do ensino*.

No capítulo *7- Bibliografia,* Bezerra et. al (1977) elaboraram uma lista com diversos autores em conteúdos gerais, referentes à educação e a matemática, divididos em conteúdos: história da matemática, didática da matemática, matemática recreativa, aritmética, geometria, trigonometria, geometria analítica, álgebra e análise matemática exercícios e problemas.

Considerações Finais

Retomando nossa pergunta inicial: *Quais são as orientações metodológicas propostas pelo "guia metodológico para caderno MEC de matemática de 1977"?*

É possível considerar que o principal objetivo deste guia foi realizar articulação entre os cadernos do MEC publicados anteriormente. Ao longo do capítulo, que os autores perpassam por diversos temas retomando os objetivos do ensino de Matemática, se aproximam dos professores evidenciando as principais dificuldades e tarefas de matemática, mostrando métodos de como planejar as práticas educativas de modo a minimizar problemas na ministração das aulas. Ensinam utilizar o material didático e as recreações no ensino da matemática, apontam as finalidades do estudo dirigido assim como sua articulação com os cadernos MEC - Matemática e por último apresentam uma lista de livros para ajudar os professores em sala.

Assim, podemos inferir que o guia sugere práticas (recreação; estudo dirigido e planejamento de aula) a serem seguidas pelo professor para solucionar problemas no ensino em sala de aula, apresentando os conjuntos de metodologias munidos de modelos a serem seguidos ou alterados dependendo do contexto educacional do professor, ou seja, estas práticas nos levam a inferir que os *saberes para ensinar*, no guia, estão condicionados a repetição de um modelo. As orientações amparam-se em métodos para ensinar matemática e modelos a serem adotados.

Durante a análise do "Guia metodológico para cadernos MEC de matemática de 1977", percebemos que os autores buscavam articular os saberes presentes no guia e nos cadernos MEC - aritmética, álgebra 1 e geometria 1, o que nos leva a inferir que a *matemática a ensinar* e a *matemática para ensinar* estavam presentes e articuladas. Essa articulação nos refere à presença da *matemática do ensino* no guia analisado.

Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

Referências

Bezerra, M. J., Schwarz, O., Bezerra, R. Z., & Drago, S., J., A. (1977). Guia metodológico para cadernos MEC. Rio de Janeiro: FENAME.

Cadernos MEC/matemática; Jornal do commercio, Rio de janeiro, ano 150, n.229, 5 de julho de 1977. Nacional, pp.14.

http://memoria.bn.br/DocReader/DocReader.aspx?bib=364568_16&pesq=guia%20metodol%C3%B3gico&pasta=ano%20197&hf=memoria.bn.br&pagfis=49645

Choppin, A. (2002). O historiador e o livro escolar. *Revista História Da Educação*, 6(11), 5–24. https://seer.ufrgs.br/index.php/asphe/article/view/30596

França, D. M. A. (2012). Do primário ao primeiro grau: as transformações da matemática nas orientações das Secretarias de Educação de São Paulo (1961 - 1979). [Tese de Doutorado, Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo]. Biblioteca digital USP – teses e dissertações https://teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-14052013-103937/es.php

Hofstetter, R., & Schneuwly, B. (2017). Saberes: um tema central para as profissões do ensino e da formação. In: Hofstetter, R., & Valente, W., R. (Org.). *Saberes em (trans)formação: tema central a formação de professores*. (pp. 113-172). São Paulo: Editora Livraria da Física.

Julia, D. (2012). A Cultura Escolar como Objeto Histórico. *Revista Brasileira De História Da Educação*, 1(1), 9-43. https://periodicos.uem.br/ojs/index.php/rbhe/article/view/38749

Junior, O. R. (2018). "Aprender a aprender" história no tempo da ditadura militar no brasil: os manuais escolares da fundação nacional de material escolar (FENAME). In: Solé, G. & Barca I. (Org.). *O manual escolar no ensino da história: visões historiográficas e didáticas*. (pp. 67-82). Associação dos Professores de História. https://aph.pt/wp-content/uploads/E-BOOK-Manual-Escolar.pdf

Lei nº 5.327, de 2 de outubro de 1967. (1967). *Autoriza o Poder Executivo a instituir a Fundação Nacional de Material Escolar*. Brasília, DF, Brasil. https://www2.camara.leg.br/legin/fed/lei/1960-1969/lei-5327-2-outubro-1967-359134-publicacaooriginal-1-pl.html

Miranda Filgueiras, Brasil, J. (2014). As políticas para o livro didático durante a ditadura militar: a Colted e a Fename - Policies for the textbook during the military dictatorship: and the Colted Fename. *Revista História da Educação*, 19(45), 85–102. https://seer.ufrgs.br/index.php/asphe/article/view/44800

Pinto, N. B., Felisberto, L. G. S., & Berticelli, D. D. (2020). Métodos, processos e finalidades da aritmética na Escola Primária e as vagas Pedagógicas. In: Oliveira, M. C. A., & Pinto, N. B., & Valente, R. W. (Org.) *A aritmética, a geometria e o desenho: a matemática nos primeiros anos escolares* (pp. 57-88). São Paulo: Editora Livraria da Física.

Saviani, D. (2011). *História das ideias pedagógicas no Brasil*. (3ªed.). Campinas, SP: Autores Associados.

Valente, W. R. (2020). História e Cultura Em Educação Matemática: a produção da matemática do ensino. *REMATEC*, *15*(36), 164-174. https://doi.org/10.37084/REMATEC.1980-3141.2020.n16.p164-174.id307

A Origem do Estudo Dirigido no Brasil

The origin of the Directed Study in Brazil

El origen del Estudio Dirigido en Brasil

Rogério Joaquim Santana[520]
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
http://orcid.org/0000-0001-9286-6503

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: História social da Educação Matemática na Ibero-américa

Resumo

Esse artigo trata-se de uma pesquisa bibliográfica e exploratória sobre as origens da atividade pedagógica nomeada no Brasil como Estudo Dirigido (ED). Por meio de referências em artigos e livros brasileiros que tratam do ED, procuramos vestígios de suas origens e seus precursores a fim de fazer a reconstituição da sua origem no início dos anos 1900 até as sugestões dos autores e professores que defendiam sua aplicação nas formações de professores e nas salas de aula até meados de 1970.

***Palavras-chave*:** Estudo Dirigido; Método de Ensino; História da Educação Matemática.

Abstract

This article is a bibliographical and exploratory research on the origins of the pedagogical activity named in Brazil as Directed Study (ED). By means of references in Brazilian articles and books that deal with DE, we look for traces of its origins and its precursors in order to reconstitute its origin in the early 1900s to the suggestions of authors and teachers who defended its application in training courses. teachers and classrooms until the mid-1970s..

Keywords: Directed Study; Teaching method; History of Mathematics Education.

Resumen

Este artículo es una investigación bibliográfica y exploratoria sobre los orígenes de la actividad pedagógica denominada en Brasil como Estudio Dirigido (ED). Por medio de referencias en artículos y libros brasileños que tratan de la ED, buscamos rastros de sus orígenes y sus precursores para reconstituir su origen a principios del siglo XX a las sugerencias de autores y profesores que defendían su aplicación en cursos de formación de profesores. y aulas hasta mediados de la década de 1970.

Palabras Clave: Estudio Dirigido; Método de enseñanza; Historia de la Educación Matemática

[520] santanarogeriojoaquim@gmail.com

Introdução

Esse artigo trata-se de uma pesquisa bibliográfica e exploratória sobre as origens da atividade pedagógica nomeada no Brasil como Estudo Dirigido (ED).

Classificamos nossa pesquisa como bibliográfica e exploratória seguindo a concepção de (Gil, 2002, p. 41), em que afirma que essa categoria de pesquisa [...] “tem como objetivo proporcionar maior familiaridade com o problema, com vistas a torná-lo mais explícito ou a constituir hipóteses”. Em nossa pesquisa realizamos estudo bibliográfico a fim de coletar dados para a discussão sobre as origens, orientações, aplicações e conjecturas sobre a prática do Estudo Dirigido.

Esse artigo tem como referência inicial a dissertação de Santana (2021) intitulada A Campanha de Aperfeiçoamento e Difusão do Ensino Secundário (CADES): contribuições para a Educação Matemática, em que o autor aborda publicações realizadas pela referida campanha no início dos anos de 1950 até meados da década de 1970.

Santana (2021, p.6) descreve que a prática do Estudo Dirigido foi frequentemente sugerida[521] aos professores como um recurso eficiente para o ensino, como “[...] método de ensino que tinha por finalidade estimular a autonomia dos educandos”..

Autores como Mattos (1958) e Pentagna (1967) descrevem que essa prática teve seu início de desenvolvimento na idade média, porém afirmam (sem citar o nome da obra) que Charles Alexander McMurry[522] foi um dos precursores do Estudo Dirigido Moderno a partir da publicação de um tratado sobre o tema em 1909.

Ao realizarmos pesquisas sobre as publicações de Charles A. McMurry, para chegar até a obra que não foi citada, encontramos 127[523] publicações e republicações desse autor, porém as obras com publicação no ano de 1909, tratam de estudo da história grega para crianças e tópicos de geografia, não tendo referências sobre as técnicas de estudos. Esse fato nos sugeriu 2 hipóteses, a primeira seria que o ano de publicação (1909) poderia estar incorreto, ou o nome do autor foi confundido.

---

[521] Especialmente por Integrantes da Campanha de Aperfeiçoamento e Difusão do Ensino Secundário.

[522] Charles Alexander McMurry (1857–1929) Educador americano, nascido em Crawfordsville . McMurry foi professor na Illinois *State University* e na *University of Chicago*

[523] https://onlinebooks.library.upenn.edu/ acesso em 09/07/2022 às 13:51

Ao aprofundar as pesquisas procurando pontos que evidenciem o livro de origem sobre o Estudo Dirigido, encontramos como candidato o livro *The Elements of General Methodo: Based on the Principles of Herbart*, (McMurry C. A., 1893, p. 246), em que o autor realiza analogia da assimilação com o processo de digestão de alimentos, questionando porém até que ponto processo de assimilação de conhecimento é inconsciente? Analogia semelhante a utilizada por Mattos (1958, p. 19); afirmando que os conhecimentos devem ser dosados pelo professor para que haja tempo da digestão desse conhecimento, realizada pelo estudo do objeto de ensino.

A analogia é novamente encontrada no livro *The Method of Recitation* (McMURRY e McMURRY, 1910)[524],. em que os autores reforçam a importância da maturação da informação para que haja uma verdadeira digestão dos pensamentos. Essa publicação revela a existência de outro autor com o sobrenome McMurry, se trata de Frank Morton McMurry[525], irmão de Charles Alexander McMurry .

Pelo fato desse livro (*The Method of Recitation)* ter uma reimpressão em 1909, poderíamos inferir que talvez esse tenha sido o livro de referência utilizado por Mattos (1958) e o nome do coautor Frank M. McMurry tenha sido omitido. Porém ao pesquisar sobre o segundo autor encontramos 57 publicações referenciadas em seu nome. Uma das publicações tem como título *How To Study And Teaching How To Study*.[526] (McMurry F. M., 1909), o mesmo sobrenome e o ano citado por (Mattos, 1958). e novamente ao longo do texto existem analogias da digestão com o conhecimento, como a destacada a seguir:

> Na digestão dos alimentos nossos organismos se provêm, de modo que não precisamos nos preocupar muito com algum desconhecimento do processo. Mas nossa responsabilidade na assimilação do conhecimento é muito maior, pois isso não acontece ininterruptamente mesmo enquanto dormimos; ela só será levada até onde tivermos energia e discernimento para levá-la. (McMurry F. M., 1909). Tradução nossa.

Não é de se estranhar que os irmãos McMurry, educadores contemporâneos, com trajetória de formação idênticas e com publicações na área educacional pudessem compartilhar de algumas percepções semelhantes. Não é possível negar a participação de Charles McMurry

[524] Primeira publicação em 1897 e republicações em, Setembro, 1903 ; Janeiro, 1903. Março,1904 ; junho 1905; Março, Julho, 1906 ; April, Outubro, Dezembro, 1908; Julho de 1909 .
[525] Frank Morton McMurry (1862–1936) Educador americano e irmão de Charles Alexander McMurry
[526] Como Estudar e Ensinar Como Estudar (tradução nossa)

na divulgação ou introdução do estudo dirigido nos E.U.A, mas a análise das obras de Frank McMurry e as citações que outros autores adeptos do Estudo Dirigido fazem a ele, indicam que ele foi o irmão que mais contribuiu e se tornou referência no tema.

O livro *How To Study And Teaching How To Study* (McMurry F. M., 1909), apresenta maiores vestígios da defesa das técnicas de estudos, faz referência ao escasso número de publicações sobre a preocupação com o estudo, traz agradecimentos a Dr.ª Lida Belle Earhart[527], pelas obras *Sistematic Study In The Elementary Schools*[528] (Earhart, 1908) e *Teaching Children To Study*[529] (Earhart, 1909) que tratam da falta de instruções específicas para a prática eficiente de estudo.

Posteriormente os trabalhos dos autores Frank M. McMurry e Lida B. Earhart, são citados no livro *Directing Study Educating For Mastery Through Creative Thinking*[530] (Miller, 1922) e possivelmente seja o primeiro livro que apresente o termo que se aproxima de Estudo Dirigido (ED), no qual Mattos (1958) busca outras referências, como o Plano de Períodos Duplos conhecido e divulgado no Brasil também por Pentagna (1967),Nérici (1971) como plano de Batávia, uma das formas de aplicação do Estudo Dirigido .

O Problema Em Tentar Definir o Estudo Dirigido

Para Tahan (1962) a definição da atividade denominada de Estudo Dirigido, é um problema que cresce entre muitos outros relacionados com a didática, à medida que novas interpretações e formas de aplicação são empregadas. Alerta para três concepções de natureza complexa que estão implícitos no conceito[531] de Estudo Dirigido., são eles o conceito de ensino, conceito de estudo e conceito de aprendizagem. Tahan (1962) não entra no mérito desses conceitos porém indica que esse assunto delicado e fundamental para o entendimento do tema, são discutidos por D'Afonseca (1955) relatado no artigo com o título de Estudo Dirigido Na Matemática.

[527] Lida Belle Earhart (1864-????) Atuou como educadora com Phd, na Columbia University.]
[528] Estudo Sistemático nas Escolas Primárias (Tradução nossa)
[529] Ensinando as Crianças a Estudar (Tradução nossa)
[530] Dirigindo o Estudo do Educando Para o Domínio Através do Pensamento Criativo (Tradução nossa).
[531] Em geral, todo processo que torne possível a descrição, a classificação e a previsão dos objetos cognoscíveis. Assim entendido, esse termo tem significado generalíssimo e pode incluir qualquer espécie de sinal ou procedimento semântico, seja qual for o objeto a que se refere, abstrato ou concreto, próximo ou distante, universal ou individual, etc. (Abbagnano, 2007, p. 164)

(D'Afonseca, 1955, p. 214) entende o ensino (escolar) [...] “como uma atividade exercida por alguém (o professor) com o objetivo de conseguir que outrem (o aluno) realize o ato de aprender”, entendendo que o ensino deve ser mediado por um professor. Entende que toda atividade de ensino é por natureza uma atividade de orientação ou direção. Para Abu-Merhy (1953) os métodos de ensino e métodos de estudos carregam em si o mesmo objetivo que é a aprendizagem, mas são métodos distintos e frequentemente confundidos.

Para (D'Afonseca, 1955, p. 215) a aprendizagem é a “Aquisição ativa, eminentemente pessoal, integração de estímulos representados por novas formas de sentir, pensar e agir, que se traduzem em domínio de técnicas, noções, hábitos e atitudes.”, pensamento que é compartilhado por Lima (1971) quando considera que o professor não transmite conhecimento e sim ajuda o aluno a aprender, que aprendizagem decorre de uma assimilação ou acomodação de um objeto de ensino, por tanto uma atitude ativa do sujeito que aprende.

Para (Santos, 1967, p. 175) estudar não é apenas realizar leituras, entende ele que “Estudar é, portanto, dirigir o espírito no sentido da realização de um fim, de um propósito”. (Earhart, 1908, p. 7) salienta que o “Estudo em seu nível mais elevado é o processo de assimilação da matéria, de reorganização da experiência e elaboração do conhecimento[532]" McMurry F. M. (1909) alerta que frequentemente os professores e alunos mais maduros admitem (de forma errônea) que tem como sinônimo de estudo a memorização, quando este deveria ser relacionado ao pensamento.

Para Tahan (1962) e D'Afonseca (1955) o Estudo Dirigido é uma forma de ensino peculiar, definem o Estudo como “autoensino”, e determinam que por esse fato o ensino e o estudo combinados são fatores eficientes para a constituição da aprendizagem.

Observadas essas condições da percepção de como os autores da época entendiam os conceitos de ensino, aprendizagem e estudo, relacionados a prática do Estudo Dirigido, trazemos algumas definições sobre o ED na visão dos autores da época, como (Santos, 1955, p. 268) “ Um plano ou técnica para guiar e estimular o aluno nos métodos de estudos e pensamento reflexivo.”, para (D'Afonseca, 1955, p. 216) “Em particular, pelo ensino (Estudo Dirigido) deve o aluno libertar-se do professor, desenvolvendo a capacidade e a disposição para o estudo

[532] *Studying in its highest sense is the process of assimilating knowledge, of reorganizing experience*.(tradução nossa)

pessoal", porém descarta o caráter de autodidatismo que é atribuído ao método de Estudo Dirigido. Para (Tahan, 1962, p. 3) por meio do Estudo Dirigido "O professor ensina o aluno a estudar, a trabalhar com método, segurança e eficiência ...". (Lima, 1971, p. 231) adverte que na prática do ensino, sobretudo no Estudo Dirigido "O professor não ensina, ensina a melhor conduta de realizar estudos, para que o aluno adquira o conhecimento."

(Pentagna, 1967, p. 19) entende que o Estudo Dirigido "É uma técnica de fixação de aprendizagem que visa inculcar nos alunos melhores atitudes e hábitos de estudos...", e também pode ser considerado "Uma técnica que atendo ao aspecto suplementar do ensino, visando compensar diferenças individuais".

A dificuldade em definir o ED, trouxe distorções em entendimentos e aplicações como trazem (Lima, 1971, p. 231) que protesta contra as atividades de mera exercitação, questionários ou uma fila de problemas semelhantes que assumem a pomposa denominação de Estudo Dirigido. Tahan (1962, p. 2), também critica a frequente confusão que se faz do Estudo Dirigido com outras técnicas como o Estudo Vigiado (EV) técnica usual nos internatos e semi-internatos.

Para Tahan (1962) a aplicação do Estudo Dirigido deve respeitar três fases, a primeira etapa, é a preparatória, a segunda fase, a de ação, sendo a terceira a de verificação de aprendizagem. O autor alerta que o uso da 3ª fase, a de verificação é confundida com o Estudo Dirigido, que pode ser uma etapa do ED, mas não deve ser nomeado como tal.

Em (Lima, 1971, p. 234) o autor aponta que os testes objetivos, de lacuna, verdadeiro ou falso e de múltipla escolha que estão sendo nomeados como Estudos Dirigido, são uma praga pedagógica e "deveriam ser, sistematicamente proibidos", pois retiram qualquer possibilidade de atividade para a organização mental do aluno, privilegiando o processo de memorização.

A Necessidade do Estudo Dirigido

Os autores supracitados nos fazem inferir que o Estudo Dirigido, é uma técnica que busca levar ao aluno se utilizar de métodos de estudos orientados pelo professor como traz (Earhart, 1909, p. 3) de onde deduzimos que os autores subsequentes tratam esse método do estudo lógico e cientifico pautado por um determinado sistema, como Estudo Dirigido que deve ser apresentado aos alunos:

> A investigação mostra que nem as crianças nem os adultos estudam naturalmente como deveriam. O método correto deve ser aprendido de alguma forma, se é que é adquirido. Os indivíduos devem ou elaborar um método para si mesmos, mais ou menos conscientemente, ou devem ser ensinados a estudar por outros que já aprenderam.

Para Santos (1955) e Santos (1967), Chaves (1960), McMurry F. M (1909) as crianças e adolescentes não sabem estudar e carecem da orientação de professores.

Tahan (1962) ressalta que além de ser uma das finalidades do Estudo Dirigido é necessário que o professor ensine o aluno a estudar, com métodos, atenção, interesse e sempre se utilizando do pensamento reflexivo, com a finalidade de tornar o aluno em um ótimo estudante e não em um simples estudante.

Mattos (1958) assim como Tahan (1962) indicam que orientar a um método de estudo eficiente é uma tarefa direta do professor, sendo uma fase essencial do ensino, mesmo reconhecendo a complexidade dessa tarefa pois cada pessoa tem sua forma particular de estudar. Apesar dessa dificuldade (Mattos, 1958, p. 20) garante que; "Existem maneiras erradas e maneiras certas de estudar" e o professor deve mostrar métodos que auxiliem o aluno utilizar as maneiras corretas de estudos.

Os autores Mattos (1958), Chaves (1960) Tahan (1962) e Pentagna (1964) relatam que os planos de Estudo Dirigido são importantes e devem ser ministrados de acordo com as necessidades de cada grupo de alunos e apresentam vários modelos[533] como Plano das horas suplementares; Planos das aulas em dobro; Plano dos períodos divididos entre outros.

Organizadores e professores que fizeram parte da Campanha de Aperfeiçoamento e Difusão do Ensino Secundário (CADES)[534], indicavam o Estudo Dirigido como uma prática eficiente para diversas disciplinas, mas sobretudo para a disciplina de Matemática. Entre os 120 livros publicados em pela Campanha 7 deles são direcionadas a professores que ensinam Matemática, e 6 deles, explicam, defendem e orientam o uso do Estudo Dirigido.

A CADES, também produziu 19 números de uma revista voltada a professores e artigos como os de Barata (1957), Mattos (1958), Monnerat (1959) e Barbosa (1960), que discutiam

[533] Não discutimos neste artigo as formas de aplicação de cada plano, que deverá ser discutido em outros artigos.
[534] Campanha de âmbito nacional, que tinha entre outros objetivos habilitar professores para o ensino secundário e difundir práticas exitosas para a melhoria do ensino no Brasil. Vigorou entre 1953 até 1971.

ou apresentavam e experiencias de aplicação de alguma forma de Estudo Dirigido. Procuramos condensar as justificativas que esses autores apresentam como vantajosas da aplicação e objetivos do Estudo Dirigido:

Desenvolver uma atitude sadia, interessada e construtiva em relação ao tema estudado; Desenvolver no aluno o hábito do estudo; Desenvolver no aluno a hábito da leitura reflexiva; Desenvolver no aluno a habilidade de questionar quais são os pontos necessários para resolver um determinado problema; Criar o habito do aluno realizar anotações, pesquisas, comparações; Sínteses e quadros sinóticos do tema estudado.

Resultados e Considerações Sobre a Pesquisa

Este artigo teve como um dos seus objetivos trazer subsídios para a discussão sobre as origens do Estudo Dirigido. Por meio das publicações pesquisadas podemos inferir que esse movimento começou nos E.U.A fundamentados principalmente nos estudos de Lida Bell Earhart e Frank Morton McMurry. Sofreram muitas interpretações e alterações de aplicação na forma que são apresentadas nas orientações da CADES.

Podemos entender por meio dos textos pesquisados que os autores consideram o Estudo Dirigido como um plano ou técnica que o professor deve orientar, fomentando no seu aluno hábitos de estudos e pensamento reflexivo. Ainda podemos perceber vestígios de que esses objetivos foram confundidos com práticas de exercitação e memorização, que podem até fazer parte do processo do Estudo Dirigido, mas não devem ser confundidos e nem nomeados como ED.

Em nosso entendimento novas pesquisas que visam estudar as origens, formas de aplicações, as responsabilidades ou expectativas de atuação tanto do professor quanto do aluno dentro dessa prática do Estudo dirigido devam ser realizadas a fim de tomarmos mais familiaridade com o tema para abrirmos novas discussões sobre a prática do Estudo Dirigido.

Referências

Abbagnano, N. (2007). *Dicionário de Filosofia.* (A. Bosi, Trad.) São Paulo: Martins Fontes.

Abu-Merhy, N. F. (Julho- Setembro de 1953). A Importância do Estudo Dirigido no Curso Secundário. *Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos, XX*(51), pp. 76-89.

Averbuch, A. (03 de 1960). Exemplos de estudos digiridos em Matemática. *Escola Secundária, 12*, 82-83.

Barata, G. N. (Junho de 1957). O Estudo dirigido êsse esquecido. *Escola Secundária, 01*(01), 15-18.

Barbosa, S. (03 de 1960). Estudo Dirigido em Matemática. *Escola Secundária, 12*, 77-80.

Chaves, J. G. (1960). *Didática da Matemática.* Rio de Janeiro, RJ: Ministério da Educação e Cultura / Cades.

D'Afonseca, J. C. (Abril-Junho de 1955). Estudo Dirigido da Matemática. *Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos, XXIII*, pp. 214-220.

Earhart, L. B. (1908). *Systematic Study In The Elementary School.* New York: Techers College, Columbia university.

Earhart, L. B. (1909). *Teaching Children To Study.* New York and Chicago: Houghton Mifflin company.

Gil, A. C. (2002). *Como Elaborar Projetos de Pesquisa* (4ª ed.). São Paulo: Atlas.

Lima, L. O. (1971). *A Escola Secundária Moderna: Organização Métodos e Processos.* Petrópolis - RJ: Editora Vozes Limitadas.

Mattos, L. A. (1958). O Estudo Dirigido. *Escola Secundária*, 19-30.

McMurry, C. A. (1893). *The Elements of General Methodo: Based on the Principles of Herbart* (2ª ed.). Bloomington, Illinois: Public-School Publishing Co.

McMurry, C. A., & McMurry, F. M. (1910). *The Method of The Recitation.* Londres: The MacMillan Company.

McMurry, F. M. (1909). *How To Study And Teaching How to Study.* Bonston, New York, Chicago and San Francisco: Houghton Mifflin Company.

Miller, H. L. (1922). *Directing Study Educating For Mastery Through Creative Thinking.* New York, Chicago and Boston: Charles Scribner's Sons.

Monnerat, M. L. (12 de 1959). Uma experiência de Estudo Dirigido em Matemática. *Esola Secundária*(11).

Nérici, I. G. (1971). *Introdução à Didática Geral: Dinâmica da Escola* (10ª ed., Vol. 1). Bonsucesso,RJ: Editora Fundo de Cultura.

Pentagna, R. G. (1964). *Didática Geral.* São Paulo: Livraria Freitas Bastos.

Pentagna, R. G. (1967). *Estudo Dirigido* (1ª ed.). Rio de Janeiro e São Paulo: Livraria Freita Bastos.

Santana, R. J. (2021). *A Campanha de Aperfeiçoamento e Difusão do Ensino Secundário (CADES): contribuições para a Educação Matemática.* Dissertação (Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo - PUC/SP, São Paulo. Acesso em 10 de 07 de 2022, disponível em https://sapientia.pucsp.br/handle/handle/24645

Santos, T. M. (1955). *Noções de Didática Geral* (Vol. 6). São Paulo: Companhia Editora Nacional .

Santos, T. M. (1967). *Noções de Psicologia da Aprendizagem* (2ª ed., Vol. 18). São Paulo: Companhia Editora Nacional .

Silva, M. E. (1960). *Didática da Matemática no Ensino Secundário.* Rio de Janeiro, RJ: Ministério da Educação e Cultura / Cades.

Tahan, M. (1962). *Didática da Matemática* (Vol. 2). São Paulo: Saraiva.

IX CIBEM Congresso Iberoamericano de Educação Matemática 05 a 09 de dezembro de 2022

Uma abordagem histórico-epistemológica da geometria esférica nos seus primórdios

A historical-epistemological approach to spherical geometry in its early days

Un acercamiento histórico-epistemológico a la geometría esférica en sus inicios

Melvin Cruz-Amaya[535]
Centro de Investigación y de Estudios Avanzados (Cinvestav)
0000-0002-4063-0002

Gisela Montiel-Espinosa[536]
Centro de Investigación y de Estudios Avanzados (Cinvestav)
0000-0003-1670-9172

Modalidad: Comunicación

Núcleo Temático: História social da Educação Matemática na Ibero-américa

Resumo

A literatura questiona a falta de actualização e relevância da geometria escolar e, para resolver este problema, as geometrias não euclidianas foram incorporadas no currículo em alguns projectos educativos. As causas e consequências desta incorporação tornaram-se fenómenos de interesse para a investigação que expõem a necessidade de aprofundar a própria natureza destas geometrias. Assim, propomos os avanços de um estudo histórico-epistemológico a partir da sócio-epistemologia, procurando identificar e caracterizar as práticas que precedem e acompanham a emergência da geometria esférica na sua génese, cujos resultados servem de posicionamento epistemológico inicial para o desenho didáctico.
Palavras chave: História da Matemática, Epistemologia, Geometria Esférica.

Abstract

The literature questions the little actualization and relevance of school geometry, and in an interest to attend to this problem, in some educational projects, non-Euclidean geometries have been incorporated into the curriculum. The causes and consequences of this incorporation became phenomena of interest for researches that expose the need to deepen in the nature of these geometries. Thus, we propose the advances of a historical-epistemological study from the socio-epistemology, looking to identify and characterize the practices that precede and accompany the emergence of spherical geometry in its genesis, whose results serve as initial epistemological positioning for the didactic design.
Keywords: History of Mathematics, Epistemology, Spherical Geometry.

Resumen

[535] melvin.cruz@cinvestav.mx
[536] gmontiele@cinvestav.mx

Desde la literatura se cuestiona la poca actualización y pertinencia de la geometría escolar y buscando atender dicha problemática, en algunos proyectos educativos, se han incorporado las geometrías no euclidianas en el currículo. Las causas y consecuencias de esta incorporación se convirtieron en fenómenos de interés, de investigaciones que exponen la necesidad de profundizar en la naturaleza misma de esas geometrías. Así, proponemos los avances de un estudio histórico-epistemológico desde la socioepistemología, buscando identificar y caracterizar las prácticas que anteceden y acompañan la emergencia de la geometría esférica en su génesis, cuyos resultados sirvan de posicionamiento epistemológico inicial para el diseño didáctico.
Palabras clave: Historia de las matemáticas, Epistemología, Geometría esférica.

Introducción

Tanto el conocimiento geométrico como el conocimiento didáctico-geométrico atendido en la geometría escolar han tenido y tienen muy poca actualización (Silva y Tucci, 2011; Senior, 2013). De manera que también sus consecuencias se mantienen como problemáticas recurrentes, de las cuales se destacan las críticas que recibe la geometría escolar por las ciencias actuales, responsabilizándola de la poca pertenencia de sus contenidos al no cumplir con su razón de ser: la de “desarrollar un pensamiento que permite describir, comprender y representar el espacio en el que vivimos” (Cruz-Amaya y Montiel, 2019, p. 107); y la relegación de la geometría por el álgebra y la aritmética quedando al final de los programas y libros de texto (Barrantes y Blanco (2004).

Entre las causas de dicha problemática, destaca la permanencia única de la geometría euclidiana (GE) como conocimiento geométrico de la población actual y en la geometría escolar (Senior, 2013). Aunque se reconoce la funcionalidad de la GE en pequeñas porciones del espacio, Cruz-Amaya y Montiel (2019) exponen su esterilidad en porciones de mayor tamaño como en la cartografía y geografía, donde es perceptible la curvatura del globo terráqueo. La necesidad de nuevos conocimientos geométricos que favorezcan el tratamiento con nuestro espacio más allá del espacio local, el tratamiento atómico y astronómico (Bruce, Davis, Sinclair, MeGarvey, Hallowell, Drefs, y Woolcott, 2017) y el papel del estudio de nuevas geometrías para darle significado a la propia GE detonan reflexiones, estudios y propuestas de incorporación de las Geometrías No Euclidianas (GNE) en currículos para la formación básica.

Esta incorporación trajo consigo nuevos problemas: su enseñanza no se consideraba en la práctica y si se hacía era bajo un tratamiento abstracto, la insuficiente formación disciplinar y metodológica del profesorado, carencias de metodologías y, principalmente, el desconocimiento de las características y aplicaciones de las GNE (Silva y Tucci, 2011). Tales problemas reorientaron las investigaciones, entre otras líneas, al estudio de la consistencia de las GNE con el propósito final de una mayor comprensión de su tratamiento didáctico.

Revisión de literatura

Entre los acercamientos a la comprensión de la naturaleza de las GNE, centrando la revisión a la geometría esférica, en un contexto global destacan: (1) las propuestas comparativas entre la GE y la geometría esférica, que de acuerdo con Lénárt (1996) esto favorece la significación de la GE, dado que al pensar una idea geométrica en la esfera primero se reafirman sus características en el plano, lo cual hace que el aprendiz cuestione esas nociones y con ello robustece sus significados (Cruz-Amaya y Montiel 2019); (2) las experiencias didácticas en diferentes poblaciones, de las cuales se mencionan: la importancia de las analogías, la imaginación y los movimientos al darle sentido a nociones esféricas; el uso de tecnología en la caracterización de conjeturas; la caracterización de niveles de comprensión; y, el uso de material manipulable (Guven y Baki, 2010).

En Latinoamérica sobresalen las investigaciones sobre el aprendizaje de estas geometrías en diferentes poblaciones y las que estudian el papel de las GNE en la formación del profesorado. Entre los fenómenos más destacados se reportan el proceso de incorporación de las GNE en la formación de profesores y su ampliación, al reconocer la necesidad de incorporarlas en niveles superiores e inferiores al inicial (Lovis, Franco y Barros, 2014). En consecuencia, según Lovis, et al., (2014) se ponen en evidencia: carencias de conocimiento diciplinar y metodológico, así como de recursos y estrategias de enseñanza; la presencia de generalizaciones euclidianas, que son razonamientos euclidianos utilizados sin tomar en cuenta el papel de la superficie (por ejemplo, considerar que el triángulo es el polígono de menos lados); la inestabilidad de conocimientos euclidianos; entre otros.

Interesados en las causas de dichos problemas, Caldatto y Pavanello (2014) exponen opiniones del profesorado participante en la incorporación de estos contenidos en Paraná, Brasil. Los autores reportan el proceso como un convencimiento hacia el profesor, donde no se reflexionó sobre lo que son esas geometrías, sus características y sus implicaciones. Con base en lo anterior, identificamos que recuperar los significados y la naturaleza de estas geometrías, puede aportar en su incorporación y tratamiento en el escenario escolar. Para ello proponemos, como punto de partida un estudio histórico-epistemológico situado en la génesis de la geometría esférica.

Presentamos los avances de dicho estudio, el cual pretende identificar y caracterizar las prácticas que subyacen a la actividad matemática en la que emerge históricamente la geometría esférica, que sirvan de posicionamiento epistemológico inicial para el diseño didáctico; preguntándose: ¿qué caracteriza a la actividad matemática en la que emerge históricamente la geometría esférica?, ¿qué condiciones culturales y sociales la enmarcan?, y ¿qué consideraciones epistemológicas se derivan de su análisis?

Fundamentos teóricos

En un paradigma social, enmarcamos la investigación en la teoría socio-epistemológica (TS), que estudia a la actividad matemática como actividad humana —individual y social—, permeada por factores socioculturales. La TS reconoce la construcción social del conocimiento matemático y su difusión institucional como su objeto de estudio; y parte de una problematización del saber matemático (Cantoral, Montiel y Reyes-Gasperini, 2015). Es decir, hace del saber parte indisoluble del fenómeno didáctico, atendiendo la actividad humana y las prácticas que le anteceden y acompañan; lo que permite cuestionar el estatus del discurso escolar como lo que debe ser enseñado o aprendido.

Para explicar la construcción social de conocimiento matemático, en la teoría se han desarrollado modelos acordes a los escenarios y objetos de estudio de la investigación. Para el presente, haremos uso de los niveles: *acción, actividad y práctica socialmente compartida*, del Modelo de Anidación de Prácticas. Las *acciones*, se observan en la interacción del sujeto con el medio, una articulación de estas compone una *actividad* situada culturalmente, por su parte, las *prácticas socialmente compartidas* no son observables, a diferencia de las dos anteriores, estas son emergentes del contexto de estudio y se caracterizan por ser actividades reiteradas con intencionalidad (Cantoral et al., 2015).

El carácter social de la teoría permea su interpretación de la racionalidad y la construcción de significado. Se asume una racionalidad (contextualizada) que depende del contexto donde se actúa y construye significado matemático, al que se denomina *contexto de significación*. Para estudiarlo en la presente, se retoma el planteamiento de López-Acosta

(2019), quien lo dimensiona en tres niveles: *contexto cultural*, que trata las características e influencias dependientes de la pertenencia a grupos humanos específicos; *contexto situacional*, que comprende la influencia del tiempo, el lugar y las condiciones en que se construyó la matemática; y, *contexto de la situación específica*, asociado a las situaciones que conllevan la actividad matemática construida.

Por otro lado, reconociendo que el aprendizaje se da dentro y fuera de la escuela, en su interacción con diferentes contextos los significados construidos van a vivir procesos de *resignificación*. De esto deviene fundamental el significado como un emergente social, que se caracteriza como un derivado del *valor de uso* que se le da a los objetos matemáticos y a sus procesos asociados (Cantoral et al., 2015). El *uso*, en tanto *uso social*, refiere a la forma funcional, situacional y socialmente compartida en que es presentada, empleada o adoptada una noción matemática (Cabañas, 2011; Buendía, 2012; Torres-Corrales y Montiel, 2021). Estas formas dependen de la manera en la que el sujeto —individual, social e histórico— interactúa con ella y el contexto en el que lo hace (Buendía, 2012; Tuyub y Buen-día, 2017), de ahí que, son validados socialmente, están inmersos en prácticas y en constante desarrollo (Cantoral et al., 2015; Torres-Corrales y Montiel, 2021).

Las investigaciones socioepistemológicas tienen la tradición de iniciar problematizando el saber en escenarios históricos, en lo que Montiel y Buendía (2013) describen como:

“... una búsqueda del hacer del hombre en tanto sujeto social, generando y usando el saber matemático en cuestión en situaciones socioculturales específicas para mostrar que dicho conocimiento no está formado por conceptos aislados ni es producto de una estructuración conceptual, sino que es producto del desarrollo de ciertas prácticas” (p. 69)

Con un estudio histórico, enmarcado en la TS, además de dar respuesta a las preguntas de investigación, estaríamos aportando en la categoría de lo que Barbin y Tzanakis (2014) denominan contribuciones epistemológicas de los estudios históricos de la matemática en la educación. Esta contribución, en la TS se denomina hipótesis epistemológica, que en una fase posterior se integrará a la fundamentación de diseños de intervención didáctica para robustecerse con el análisis de la evidencia empírica e ir ampliando cada vez más las explicaciones a la construcción social del conocimiento matemático en cuestión.

Metodología

Éste es un estudio cualitativo documental, que en adelante denominaremos Estudio Histórico Epistemológico (EHE). Para ello, se pretende un análisis cualitativo de contenido que articule los desarrollos de Cruz-Márquez (2018), López-Acosta (2019) y Vargas-Zambrano (2020), quienes hacen análisis textuales y contextuales de obras históricas, acordes a sus objetos de estudio. Con el análisis contextual se busca reconocer la racionalidad dependiente del contexto y los factores socioculturales de la época que favorecieron la construcción y comunicación de la matemática estudiada, este se lleva a cabo caracterizando de manera estratificada el contexto de significación. El análisis textual se ocupa del estudio de la actividad matemática para reconocer en ella su naturaleza pragmática, a través de su reconstrucción organizada en prácticas; para lo cual se asocian las *acciones* a las preguntas *¿qué y cómo lo hace?* y las *actividades* a la pregunta *¿para qué lo hace?* (Cruz-Amaya y Montiel, 2019); por su parte las *prácticas socialmente compartidas* se infieren de un análisis transversal de las dos anteriores en la totalidad de los datos.

Se desarrolló una trayectoria metodológica para el EHE con los siguientes momentos: (1) determinación del propósito y texto de análisis; (2) recolección, selección y organización de las fuentes de datos, donde se clasificarán las fuentes; (3) preanálisis de los datos, también conocido como familiarización de los datos, a través de un acercamiento no histórico de la matemática tanto del texto como del contexto; (4) análisis de los datos, compuestos por el análisis textual y contextual descritos en el párrafo anterior; y por último, (5) interpretación e inferencia, donde se busca inferir una hipótesis epistemológica, que explica la construcción de dicha matemática.

Selección y primeros acercamientos a la obra histórica

Para la selección de la obra, se consideraron los elementos propuestos por Cruz-Márquez (2018): un propósito, un posicionamiento teórico y una revisión bibliográfica en textos históricos; y, los aspectos que destaca Wardhaugh (2010): los relativos a la investigación —en términos metodológicos—, los aspectos técnicos y los relativos a la pieza matemática. Para llevar a cabo la revisión bibliográfica en obras matemáticas históricas se consultó a dos doctores en matemáticas que investigan sobre GNE. De los textos recomendados se encontraron obras escritas desde el siglo XIX a la fecha, uno de ellos "*Experiencing geometry. Euclidean and non-*

euclidean with history” (Henderseon y Taimuna, 2004) reporta una historia temprana de la geometría esférica. Esta historia se sitúa en las obras: *Sobre las esferas giratorias* escrita por Autolycus (333 – 300 a.C.); *Los fenómenos* atribuida a Euclides (alrededor de 300 a.C.); *Esférica* de Teodosio (alrededor de 200 a.C.); y, la *Esférica* de Menelao (alrededor de 100 d.C.).

Dado nuestro interés por la génesis de ese conocimiento, nuestra selección se centró en estas cuatro obras. Para optar por una de ella, primero se describió la consistencia de cada una: las primeras dos obras, consideraban a la esfera como un sólido geométrico, con resultados de la geometría 3D. Por su parte, la *Esférica* de Teodosio es considerada la primera exposición sistemática de la geometría esférica, aunque al igual que las anteriores obras, en su mayoría se hizo tratamiento estereométrico, además, trata al círculo y sus elementos. Finalmente, la *Esférica* de Menelao, con tres libros, donde el libro I se entiende como una analogía del libro I de *los Elementos* de Euclides en la superficie de la esfera, se centra en el triángulo esférico y sus propiedades (Henderson y Taimina, 2004).

Después se consideraron los aspectos propuestos por Wardhaugh (2010) sobre la pieza matemática, a partir de lo cual la selección apuntó a la *Esférica* de Menelao. En ésta se hace un tratamiento intrínseco de la esfera —geometría sobre su superficie—, además, dados nuestros primeros acercamientos a la geometría esférica, en una investigación anterior (Cruz-Amaya y Montiel, 2019), tenemos conocimiento sobre el tratamiento de recta, ángulo, lúnula y triángulo esférico, lo cual favorece metodológicamente el acercamiento a esta obra. Finalmente, en términos técnicos, aunque no existe la obra original, se cuenta con la traducción al inglés de traducciones al árabe que se hicieron en el siglo IX y X.

Reflexiones finales

Con los primeros acercamientos a la *Esférica* de Menelao reconocemos en la construcción de ese conocimiento un elemento de funcionalidad: abordar problemas de astronomía, (por ejemplo, en el libro III). Este estudio además de reivindicar la consistencia y funcionalidad de la geometría esférica permitirá acercarnos a la razón de ser y significados de nociones geométricas esféricas en su contexto germinal, lo cual, representa un aporte fundamental en su incorporación y tratamiento en el escenario escolar.

Referencias

Barbin E., y Tzanakis C. (2014). History of Mathematics and Education. In: Lerman S. (eds) Encyclopedia of Mathematics Education. Springer, Dordrecht. https://doi.org/10.1007/978-94-007-4978-8_69

Barrantes, M., y Blanco, L. (2004). Recuerdos, Expectativas Y Concepciones De Los Estudiantes Para Maestro sobre la geometría escolar. Enseñanza de Las Ciencias, 22(2), 241–250.

Bruce, C., Davis, B., Sinclair, N., MeGarvey, L., Hallowell, D., Drefs, M., . . . Woolcott, G. (2017). Understanding gaps in research networks: using “spatial reasoning” as a window into the importance of networked educational research. Educ Stud Math, 95, 143-161. doi:10.1007/s10649-016-9743-2

Buendía, G. (2012). El uso de las gráficas cartesianas. Un estudio con profesores. *Revista Educación Matemática 24*(2), 9-35.

Cabañas, G. (2011). El papel de la noción de conservación del área en la resignificación de la integral definida. Un estudio socioepistemológico. [Tesis de doctorado]. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional.

Caldatto, M., y Pavanello, R. (2014). O Processo de Inserção das Geometrias Não Eucli-dianas no Currículo da Escola Paranaense: a visão dos professores participantes. *Bolema, 28*(48), 42-63. doi:10.1590/1980-4415v28n48a03

Cantoral, R., Montiel, G. y Reyes-Gasperini, D. (2015). El programa socioepistemológico de investigación en Matemática Educativa: el caso de Latinoamérica. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa, 18*(1), 5-17. doi: 10.12802/relime.13.1810

Cruz-Márquez, G. (2018). De Sirio a Ptolomeo: una problematización de las nociones trigonométricas (Tesis de Maestría no publicada). Cinvestav-IPN, México. doi: 10.13140/RG.2.2.18095.64166

Cruz-Amaya, M. y Montiel, G. (2019). Angularidad en la esfera. Una exploración didáctica. En C. Samper y L. Camargo (Eds.), Encuentro de Geometría y sus Aplicaciones, 24 (pp. 107-115). Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional. ISSN:2346-0539.

Guven, B., y Baki, A. (2010). Characterizing student mathematics teachers´levels of understanding in spherical geometry. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 41*(8), 991-1013. doi:10.1080/0020739X.2010.500692

Henderson, D., y Taimina, D. (2004). *Experiencing geometry. Euclidean and Non-Euclidean with History*. Prentice Hall. doi:10.3792/euclid/9781429799850

Lénárt, I. (1996). *Non-Euclidean Adventures on the Lénárt Sphere.* Investigations in Planar and Spherical Geometry. United States of America: Key Curriculum Press.

López-Acosta, L. (2019). Un acercamiento epistemológico y lingüístico para el estudio del Pensamiento y Lenguaje Algebraico. El caso del Análisis Algebraico de Viète y Descartes (Memoria predoctoral no publicada). Cinvestav-IPN, Ciudad de México.

Lovis, K., Franco, V., y Barros, R. (2014). Dificuldades e obstáculos apresentados por um grupo de professores de Matemática no estudo da geometria hiperbólica. *Zetetiké – FE/Unicamp, 22*(42), 11-29.

Montiel, G. y Buendía, G. (2013). Un esquema metodológico para la investigación socio-epistemológica: ejemplos e ilustraciones. En A. Rosas y A. Romo (Eds.), Metodología en Matemática Educativa: Visiones y Reflexiones, 61-88. México: Lectorum.

Senior, J. (2013). El Surgimiento de las Geometrías no Euclidianas y su Influencia en la Cosmología y en la Filosofía de la Matemática. *Revista Colombiana de Filosofía de la Ciencia, 2* (4 y 5), 45-63.

Silva, M., y Tucci, A. (2011). O ensino de geometria não euclidiana na educação básica. *Indicações para os trabalhos da XIII CIAEM*, (págs. 1-10). Obtenido de http://ciaemredumate.org/ocs/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/viewFile/2625/816

Torres-Corrales, D. y Montiel-Espinosa, G. (2021). Resignificación de la razón trigonométrica en estudiantes de primer año de Ingeniería. *Educación Matemática 33*(3), 202-232. https://doi.org/10.24844/EM3303.08

Tuyub, I., y Buendía, G. (2017). Gráficas lineales: un proceso de significación a partir de su uso en ingeniería. *IE Revista De Investigación Educativa De La REDIECH, 8*(15), 11 - 28. https://doi.org/10.33010/ie_rie_rediech.v8i15.44

Vargas-Zambrano, L. (2021). Un Estudio Histórico-Epistemológico sobre la Construcción Social de las Secciones Cónicas en Geometría del Espacio (Tesis de maestría inédita). Centro de Investigaciones y de Estudios Avanzados (Cinvestav), Ciudad de México, México. doi: 10.13140/RG.2.2.19308.69767

Wardhaugh, B. (2010). How to read Historical Mathematics. New Jersey, United States: Princeton University Press.

Livro “Programa de admissão”: uma análise dos saberes

Book “Admission Program”: an analysis of knowledge

Libro “Programa de Admisión”: un análisis del conocimiento

Tharine Antunes Lopes[537]
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
0000-0003-3913-9168

Adriano da Fonseca Melo[538]
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
0000-0001-8302-7580

Luana Vieira Ramalho[539]
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
0000-0002-8201-6828

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: História social da Educação Matemática na Ibero-américa.

Resumo

O presente artigo tem como objetivo realizar uma análise do livro “Programa de admissão” de 1966 em sua 14° edição e utilizado no ano de 1967 em um ginásio do Sul de Mato Grosso. Desse modo, abordou-se o panorama geral da educação no período de 1931 a 1966, a partir da “Reforma Francisco Campos”, Decreto n°19.890/31, que estabeleceu a obrigatoriedade dos exames de admissão até as normativas presentes no ano de 1966. Aliado ao referencial teórico da História Cultural, recorreu-se a Julia (2012), Chervel (1990) e Burke (2008). Para subsidiar nossas análises utilizamos os conceitos de *saber a ensinar* e *saber para ensinar* proposto por Hofstetter; Schneuwly (2017). Ao final, pode-se inferir que no livro é apresentado elementos que configuram indícios de uma pedagogia científica e são identificados implicitamente, em vários momentos do livro, saberes a ensinar referente ao objeto matemática e saberes para ensinar concernentes à prática do professor.

Palavras-chave: Exame de admissão, saber a ensinar, saber para ensinar, História da Educação Matemática.

Abstract

This article aims to carry out an analysis of the book "Admission Program" from 1966 in its 14th edition and used in 1967 in a gymnasium in the south of Mato Grosso. In this way, the general panorama of education in the period from 1931 to 1966 was approached, from the "Francisco Campos Reform", Decree n°19.890/31, which established the mandatory entrance exams until the regulations present in the year 1966 Allied to the theoretical framework of Cultural History, Julia (2012), Chervel (1990) and Burke (2008) were used. To support our

537 antunestharine@gmail.com
538 adriano060569@gmail.com
539 luana-ramalho@hotmail.com

analysis, we used the concepts of knowing how to teach and knowing how to teach proposed by Hofstetter; Schneuwly (2017). In the end, it can be inferred that in the book elements are presented that configure evidence of a scientific pedagogy and are implicitly identified, in several moments of the book, knowledge to teach referring to the mathematics object and knowledge to teach concerning the teacher's practice.

Keywords: Entrance exam, knowing how to teach, knowing how to teach, History of Mathematics Education

Resumen

Este artículo tiene como objetivo realizar un análisis del libro "Programa de Admisión" de 1966 en su 14ª edición y utilizado en 1967 en un gimnasio en el sur de Mato Grosso. De esta forma, se abordó el panorama general de la educación en el período de 1931 a 1966, desde la "Reforma Francisco Campos", Decreto n°19.890/31, que estableció los exámenes de ingreso obligatorios hasta la normativa vigente en el año 1966. Se utilizó el marco teórico de la Historia Cultural, Julia (2012), Chervel (1990) y Burke (2008). Para apoyar nuestro análisis, utilizamos los conceptos de saber enseñar y saber enseñar propuestos por Hofstetter; Schnewly (2017). Al final, se puede inferir que en el libro se presentan elementos que configuran evidencias de una pedagogía científica y se identifican implícitamente, en varios momentos del libro, saberes a enseñar referidos al objeto matemático y saberes a enseñar referentes a la práctica docente.

Palabras clave: Examen de ingreso, saber enseñar, saber enseñar, Historia de la Educación Matemática

Considerações Iniciais

Os exames de admissão surgem como uma forma de controlar o acesso ao ensino secundário, já que com a Reforma Rocha Vaz passa ser obrigatório o certificado dessa etapa para ingressar no ensino superior. Contudo, segundo Valente (2004), mesmo com a normatização da Lei que institui a reforma, ainda no final da década de 1920, pode-se encontrar os cursos preparatórios para as provas parceladas que continuavam a existir, mas essa existência tinha como norma a exigência de que o jovem teria que ter sido aprovado em alguma área exigida na prova parcelada anterior a promulgação da lei.

Desse modo, gradativamente os adolescentes que terminavam o ensino primário, após a aprovação da lei, precisavam fazer a prova do exame de admissão como forma de ingressar no ensino secundário, caso tivessem interesse de galgar o ensino superior. Nesse sentido, esse artigo objetiva realizar uma análise do livro “Programa de admissão” utilizado no ano de 1967 em um ginásio do Sul de Mato Grosso. A escolha do livro se deu a partir do acervo pessoal de um aluno do ginásio que realizou o curso preparatório para o exame de admissão no ano 1967.

Na próxima seção discorremos alguns elementos legislativos, vestígios de uma organização do ensino secundário a partir de uma concepção de sociedade e de formação de uma cultura social. Ainda, apresentaremos elementos do referencial teórico, as análises realizadas sobre os saberes para ensinar presentes no livro supracitado.

Contexto histórico

Os exames de admissão foram estabelecidos pela Reforma Francisco Campos, Decreto nº 19.890, de 18 de abril de 1931. De acordo com essa fonte, o aluno seria matriculado no 1° ano do estabelecimento de ensino secundário se tivesse aprovação no exame. Este aconteceria na segunda quinzena de fevereiro, sendo que para realizar a prova tinha que pagar, ainda o candidato deveria ter no mínimo 11 anos e no máximo 13 anos. Segundo o artigo 22 deste decreto:

> o exame de admissão constará de provas escritas, uma de português (redação e ditado) e outra de aritmética (cálculo elementar), e de provas orais sobre elementos dessas disciplinas e mais e mais sobre rudimentos de Geografia, História do Brasil e Ciências naturais (BRASIL, 1931).

O Colégio Pedro II era considerado uma referência, e os demais deveriam ser equiparados a ele. Neste decreto fica estabelecido que no Colégio Pedro II a banca examinadora seria constituída por três professores, e nos colégios com regime de inspeção permanente ou preliminar, por dois professores do quadro permanente e o inspetor geral de instrução. Lembrando que este exame era realizado no estabelecimento de ensino secundário em que o candidato pretendia ingressar.

A necessidade de pagar para fazer o exame admissional pode sinalizar que a educação tinha por finalidade atender uma classe dominante, reforçando a divisão da sociedade, em que os grupos dominantes continuariam ocupando seu espaço, e definindo quem poderia ter contato com os saberes sistematizados e produzidos pelas gerações anteriores. Esse aspecto já sinalizado por Burke (2016) ao comentar sobre as autoridades do “conhecimento”.

De acordo com Zuin (2018), os exames de admissão configuraram um instrumento de controle e de seleção, em que priorizava selecionar os melhores e consequentemente, pode-se inferir que contribuía com a separação social existente em que aqueles com melhor condição econômicas conseguiam obter acesso as instituições consideradas destaques naquele momento.

O uso do exame para definir os alunos que tinham condições de continuar o estudo, têm-se indício a partir das várias mudanças realizadas no exame de admissão no período de 1931 a 1966, ano de publicação do livro “Programa de Admissão”, como: forma de aplicação do exame (escrita e oral), quantidade de questões, disciplinas com caráter eliminatório, peso de cada disciplina.

A Portaria n. 142 de 1939, estabeleceu que a prova escrita de Aritmética passaria a conter no mínimo cinco problemas elementares e práticos, além das provas de Português e Matemática serem de caráter eliminatório, caso o aluno não obtivesse nota maior que 50 nas duas disciplinas, não poderia prestar o exame oral. Quanto a média final, anteriormente era estabelecida pela média aritmética das provas, a partir dessa portaria as provas de Português e Aritmética teriam peso 3, História peso 2, Geografia e Ciências com peso 1. Seria aprovado o candidato que obtivesse média igual ou superior que cinquenta.

Nesse artigo nos atentaremos para as legislações que vigorava no período de lançamento do livro, 1966 e pontuamos algumas informações relevantes quanto ao Curso instalado especialmente para esse exame. Em 1956, Decreto n° 27.017, dispõe sobre a instalação junto aos Ginásios, Colégios, mantidos ou a serem instalados pelo Estado em 1957, Cursos Intensivos de Preparatórios para candidatos aos exames de admissão. Estes cursos eram gratuitos, com funcionamento no período diurno ou noturno, iniciando suas atividades na segunda quinzena de dezembro do mesmo ano e destinados especialmente aos candidatos que realizarão o exame para matrícula na 1ª série ginasial no ano letivo de 1957. Os professores do quadro do estabelecimento de ensino não poderiam ministrar aulas nesses cursos. Assim era necessária a contratação de três professores (Português, Matemática, Geografia e História do Brasil) portando, no mínimo, de diploma de normalista.

A legislação que estava em vigor foi a Circular n° 973 de 1965 que trouxe a consolidação da legislação do Ensino Secundário após a lei n° 4.024 de 1961, a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN), onde todas as normativas referente ao exame de admissão seriam definidas no regimento do estabelecimento de ensino.

O Decreto n° 45.159 de 1965 aprova o regimento interno dos estabelecimentos de ensino secundário e normal do Estado de São Paulo. A média a ser alcançada no exame de admissão continua sendo cinco pontos por disciplina. A duração máxima da prova era de duas horas, o candidato faria apenas uma prova por dia, não tinha sorteio de pontos nem provas orais. Os exames constariam apenas de provas escritas. A prova de Matemática era dividida em duas partes: a primeira deveria conter cinco problemas e a segunda, cinco questões de caráter prático.

Quanto aos programas, cada estabelecimento de ensino, com a aprovação da Diretoria do Ensino Secundário, poderia elaborar o seu desde que contivessem, no caso de Matemática, cálculo elementar aritmético, a morfologia geométrica essencial às aplicações desse cálculo e as unidades de uso mais corrente do sistema métrico brasileiro. Assim, o livro atende as regulamentações desse decreto e ainda apresenta o programa proposto ao curso preparatório logo após o sumário.

Nesse período, essas propostas educacionais são pensadas e elaboradas no bojo de mudanças de pensamento sobre os processos de ensino e aprendizagem. O início da exigência de cursar o ensino secundário para que possa acessar o ensino superior, ocorre sobre a discussão de uma educação que tenha o aluno como centro do processo. Nesse sentido, os materiais de ensino deveriam ser norteados pelos interesses dos alunos, por meio da resolução de problemas que aproximassem os interesses das crianças dos conteúdos pertencentes aos programas de ensino.

O período em estudo perpassa por dois movimentos: a Escola Nova e a Matemática Moderna. Os ideários do movimento escolanovista iniciaram-se em meados de 1920 com a proposta de Escola Democrática, proclamada para todos, valorizando os conhecimentos que o aluno traz consigo de sua vivência fora da escola. O professor é um facilitador da aprendizagem, que auxilia o desenvolvimento espontâneo da criança, ele não deve ensinar, mas criar situações para que os alunos aprendam. O ensino é rudimentar: os saberes matemáticos deverão ser os rudimentos matemáticos que se prestam à melhor condução da vida comum.

O movimento da matemática moderna iniciou-se em meados de 1950, apresentava como característica um novo currículo para o ensino secundário, em que eram enfatizados os conteúdos de Teoria dos Conjuntos e as Estruturas Algébricas considerados elementares e unificadores da matemática, desse modo era apresentado uma abordagem axiomática e dedutiva da matemática, considerando formas alternativas de organização e apresentação de toda a grade curricular.

A seguir iremos apresentar o referencial teórico da História Cultural que nos dará aporte para discutir e analisar os indícios presentes no livro.

Referencial teórico

No estudo historiográfico deve-se lembrar que os indícios são símbolos que guardam significados de uma época, para tanto, faz chegar as gerações atuais conhecimentos e atitudes de vidas que foram incorporados no transcorrer do tempo pelos indivíduos, grupos sociais, nas diferentes relações sociais, dentre estas a relação educacional. Para Burke (2008), a cultura é um sistema de concepções herdadas historicamente e configuram um meio de comunicação utilizada pelos homens para perpetuar e desenvolver o conhecimento e suas atitudes em relação a vida.

Quando falamos de comunicação devemos recorrer a instituição que tem por finalidade a difusão dos saberes sistematizados por gerações. Nesse sentido, Julia (2012), apresenta a ideia de cultura escolar, para o qual é

> um conjunto de normas que definem conhecimentos a ensinar e condutas a inculcar, e um conjunto de práticas que permitem a transmissão desses conhecimentos e a incorporação desses comportamentos; normas e práticas coordenadas a finalidades que podem variar segundo as épocas (finalidades religiosas, sociopolíticas ou simplesmente de socialização) (JULIA, 2012, p. 10).

Um ambiente constituído a partir de algumas finalidades que buscam atender normas oficiais, mas também busca delinear elementos das expectativas da sociedade. Nesse sentido, Chervel (1990) pondera sobre a constituição das disciplinas escolares como resultado da construção da escola, para escola e pela escola.

Ainda, Julia (2012), comenta que essa constituição ocorrerá a partir de uma aproximação com as disciplinas científicas. Nesse sentido, Chervel (1990) aponta que a constituição das disciplinas pode ocorrer na busca, a partir de uma apropriação dos saberes do campo científico, representar saberes que atendam as orientações oficiais e ao mesmo tempo pode contribuir na sociedade.

Nesse sentido, os saberes, segundo Hofstetter; Schneuwly (2017), constituem o núcleo das instituições educacionais e, configuram atribuições dos profissionais que atuam nessas instituições. Dessa forma, os saberes podem ao mesmo tempo serem entendidos como objetos e instrumentos do trabalho de formação e do ensino.

Desse modo, os saberes como objeto guardam traços da disciplina científica, sem, no entanto, tentar reproduzir os saberes dessa disciplina, o que podemos chamar, segundo Hofstetter; Schneuwly (2017), de saberes a ensinar que são os objetos do ensino da docência. Ao mesmo tempo esses saberes assumem o papel de saberes para ensinar,

> que tratam [...] principalmente de saberes sobre "o objeto" do trabalho de ensino e de formação (sobre os saberes a ensinar e sobre o aluno, o adulto, seus conhecimentos, seu desenvolvimento, as maneiras de aprender etc.), sobre as práticas de ensino (métodos, procedimentos, dispositivos, escolha de saberes a ensinar, modalidades de organização e de gestão) e sobre a instituição que define o seu campo de atividade profissional(planos de estudos, instruções finalidades, estruturas administrativas e políticas etc.) (HOFSTETTER; SCHNEUWLY, 2017, P. 134).

Desse modo, ao reunir e analisar fontes como vestígios de um ensino em determinado período, o pesquisador deve-se atentar para os *modus operandi* proposto pelo autor do livro, no caso de cadernos de alunos traços de orientações dos professores, no caso de encontrar planejamento dos professores como pensava o ensino do conteúdo e que indicações de influências sofridas na época em relação a concepção de ensino.

Análise de elementos do livro

O livro *Programa de Admissão* de 14ª Edição publicado em 1966, assim como nas versões anteriores é apresentado em capa dura e tem dimensão aproximada entre 16 cm x 21 cm. Com 412 páginas, onde os autores discorrem sobre conteúdos relacionados às disciplinas de Português, Geografia, História do Brasil e Matemática.

Em particular, os conteúdos relacionados a matemática estão dispostos no decorrer das páginas 285 a 412 e estão divididos em quatro blocos e mais uma parte destinada a curiosidades sobre Matemática: 1. Números inteiros. Operações fundamentais. Problemas - Modelo. Divisibilidade. MDC. MMC; 2. Números fracionários. Operações Fundamentais. Números decimais; 3. Sistema legal de unidades de medir. Sistema métrico decimal. Sistema monetário brasileiro e 4. Morfologia geométrica aplicável ao cálculo elementar aritmético

Antes de adentrar na análise do livro traremos algumas características comuns a todos os capítulos de Matemática. Iniciam o capítulo com as definições, em seguida são apresentadas algumas atividades resolvidas que servirão de modelo para resolução dos exercícios propostos pelo autor, logo após é apresentado um questionário de caráter discursivo, cujas respostas podem ser encontradas no texto onde foi elaborado toda a teoria sobre assunto. Essa organização é identificada em cada capítulo. Além disso, nos dois primeiros capítulos o autor apresenta problemas-modelo resolvidos e propõe ao fim alguns para serem resolvidos. Também vale destacar que a todo momento o autor remete a definições anteriores presentes no livro, destacando a página ou o capítulo, fazendo assim uma conexão entre os conteúdos.

Segundo Silva (2019), a partir de 1960 os projetos tipográficos passaram a se preocupar com a aparência do livro, agora deveria ser mais atraente para o público ao qual se destinava. O uso de imagens coloridas, segundo esta mesma autora, passa a ser utilizado a partir de 1960 com o aperfeiçoamento do Offset. Desse modo, o livro Programa de Admissão foi publicado dentro dessa nova concepção em que o livro deve ter elementos que sejam atrativos para o público ao qual se direciona.

A partir da análise dos conteúdos de Matemática apresentaremos alguns indícios de saber a ensinar e saber para ensinar, verificados no livro objeto de estudo.

Na primeira página que demarca o espaço reservado para matemática está contido uma imagem que aparece a figura de um menino segurando um giz, sendo que na sua frente tem-se um quadro preto onde está escrito o cálculo de duas contas: uma conta de dividir e outra no formato de expressão numérica, além do desenho de um triângulo obtuso. Mostrando assim o protagonismo do aluno no processo de ensino, característica presente no movimento escolanovista.

No capítulo 1, o autor inicia explicando o que é aritmética a partir da necessidade do homem de contar e exprimir o tamanho de objetos. A partir disso, discorre sobre o zero, justificado pela ausência de um determinado elemento, e em seguida é definido o sucessor de um número e o sistema de numeração decimal. Dessa forma, faz-se presente indícios do saber a ensinar, uma vez que remete ao objeto matemático.

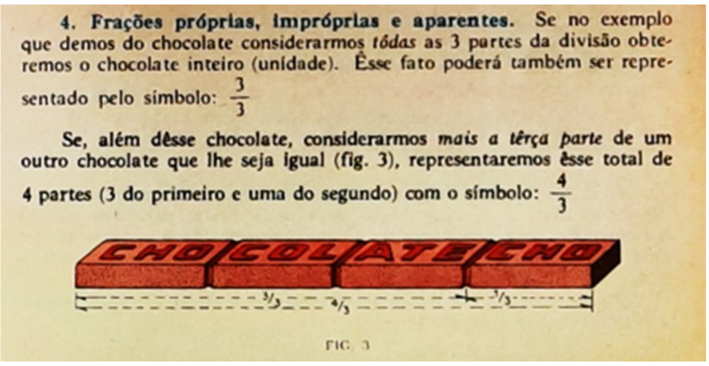
Nessa parte, verificamos uma tentativa do autor de aproximar essas explicações ao cotidiano do aluno, uma vez que relaciona os números inteiros a quantidade de pernas de um gato e a necessidade de contar ao tamanho do barbante utilizado para empinar uma pipa. Notamos então um saber para ensinar presente nessa contextualização do autor, que vai além do saber a ensinar.

Ao discorrer sobre a operação de soma, verifica-se que a mesma é relacionada a ideia de resolver problemas práticos de juntar e reunir objetos de uma mesma natureza caracterizando saberes a e para ensinar. E a operação de subtração é definido a partir da "operação que permite tirar todas as unidades de um número contidas em um outro” caracterizando uma cultura escolar. De modo semelhante, a operação de multiplicação é definida como “somar parcelas iguais” e a divisão como “operação que permite verificar quantas vezes um número está contido no outro”. Assim, verificamos a presença de saberes para ensinar, pois, dessa forma, o autor propõe a conexão entre os conteúdos.

Em cada explicação de uma operação tem-se o tópico “regra prática para efetuar...” em que é apresentado a disposição do cálculo da operação na vertical. Após isso, é explicado a prova real e a prova dos nove para cada operação. No livro também é apresentado uma seção sobre “erros mais comuns”, o que nos leva a inferir a presença do saber para ensinar.

No capítulo dois, a forma que está apresentada o conceito propicia, a partir de um objeto conhecido pelo aluno, a explicação e a compreensão das ideias matemática que se pretende desenvolver. Como pode ser visto na figura a seguir, referente a discussão sobre frações impróprias.

Figura 1.
Relacionando frações a um contexto (Azevedo, 1966, p. 337)



4. Frações próprias, impróprias e aparentes. Se no exemplo que demos do chocolate considerarmos *tôdas* as 3 partes da divisão obteremos o chocolate inteiro (unidade). Êsse fato poderá também ser representado pelo símbolo: $\frac{3}{3}$

Se, além dêsse chocolate, considerarmos *mais a têrça parte* de um outro chocolate que lhe seja igual (fig. 3), representaremos êsse total de 4 partes (3 do primeiro e uma do segundo) com o símbolo: $\frac{4}{3}$

FIG. 3

O autor discute sobre como reduzir duas ou mais frações de denominadores diferentes ao mesmo denominador, para tanto utiliza o m.m.c. como ferramenta para chegar ao novo valor do denominador e depois explica como proceder para encontrar os novos numeradores, como podemos ver na figura a seguir.

Figura 2.
Operação de multiplicação envolvendo frações (Azevedo, 1966, p. 344)

Reduzir ao *mínimo denominador comum* as frações:

$$\frac{2}{3}, \quad \frac{4}{5}, \quad \frac{1}{6}$$

Como as frações já estão sob a forma irredutível, podemos determinar o m.m.c: (3, 5, 6) que é igual a 30.

Dividimos 30 pelo denominador 3 e o quociente, que é 10, multiplicamos pelo numerador 2. Ou seja $\frac{2 \times 10}{30}$

Procedendo da mesma maneira com as frações $\frac{4}{5}$ e $\frac{1}{6}$, teremos:

$$\frac{4 \times 6}{30}, \quad \frac{1 \times 5}{30}$$

e, finalmente: $\frac{20}{30}, \quad \frac{24}{30}, \quad \frac{5}{30}$

A partir dessa organização, pode ser uma indicação de que o autor opta em iniciar pelo que, para ele, parece mais fácil para a aprendizagem e gradativamente inserir conteúdos que podem configurar uma maior complexidade para o aluno. Nota-se que diferente do trabalho com números inteiros o autor não inseriu um bloco de atividades em que os alunos devem resolver problemas envolvendo as definições apresentadas na seção.

Na apresentação da operação aditiva o autor já inicia exemplificando a adição de três parcelas fracionárias com denominadores iguais, ainda, reforça as propriedades estudadas anteriormente com números inteiros. Desse modo, o autor pode estar sinalizando a intenção de discutir a extensão dos conjuntos numéricos, visto que busca estabelecer relação entre as operações estudadas com números inteiros para o trabalho com os números fracionários.

O primeiro exemplo de operação com frações apresenta três frações próprias, conforme ele conceitua no início do capítulo, já no segundo exemplo, é apresentado três parcelas de frações, mas agora uma das parcelas é um número misto. Essa organização pode sinalizar então que o autor tem a preocupação em apresentar primeiro o que significaria o mais fácil para o aluno e depois uma operação com maior dificuldade para ser resolvida.

Essa hipótese parte da ideia apresentada por Valente (2015) ao citar as ideias de Lourenço Filho, visto que somar frações cujos denominadores são iguais representa uma operação mais simples que realizar a adição com denominadores diferentes, pois o aluno precisa utilizar m.m.c., bem como a adição com frações próprias e impróprias (na forma de número misto). Neste caso o aluno precisa transformar o número misto em fração imprópria para encontrar o m.m.c., encontrar as frações equivalentes para realizar a adição.

No quarto capítulo, para definir ângulo reto o autor propõe uma atividade prática dobrando uma folha de caderno, assim ele define não somente ângulo reto, mas retas perpendiculares entre si, ângulo agudo e obtuso. Podemos então perceber aqui um saber para ensinar, visto que essa atividade prática pretende facilitar o entendimento do aluno. E também percebemos indícios de saber a ensinar, ao abordar vários conteúdos utilizando a mesma atividade. Somente depois dessa noção rudimentar que é apresentado o transferidor e a orientação para utiliza-lo.

Considerações finais

O presente artigo visava realizar uma análise do livro "Programa de admissão" utilizado no ano de 1967 em um ginásio do Sul de Mato Grosso. Para tanto, a luz da cultura escolar e da disciplina escolar buscou-se elementos para analisar os saberes a e para ensinar presentes no livro, de forma a caracterizar as ideias metodológicas adotadas pelo autor.

Nesse sentido, pode-se inferir que alguns elementos remetem a inspirações da escolanovista, visto que o autor busca apresentar atividades que parte do que seria considerado simples do aluno compreender para atividades que exigem maior complexidade, ou seja, partindo de objetos do seu cotidiano para definições matemáticas. Configurando, desse modo, indícios de um saber a ensinar e ao mesmo tempo um saber para ensinar.

Contudo, mesmo o livro sendo publicado em 1966 e apresentando características de uma nova concepção de editoração para o livro didático, isto é, utilizar figuras coloridas para despertar o interesse do aluno, o livro não apresenta o estudo de teoria dos conjuntos e não recorre a elementos axiomáticos da matemática para explicar os conteúdos. Dessa forma, pode-se inferir que o livro não está coerente com o movimento da matemática moderna.

Por fim, deixamos para próximos artigos a questão "o livro apresenta características das quais podemos compreender como uma transição entre a escolanovista e a matemática moderna?", visto que configura um período profícuo para várias análises.

Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

Referências

AZEVEDO, A.; CEGALLA, D. P.; SILVA, J.; SANGIOGI, O. **Programa de Admissão**. 14ª ed. São Paulo: Cia Editora Nacional.1966.

BRASIL. **Decreto nº 19.890, de 18 de abril de 1931 – Republicação**. Dispõe sobre a organização do ensino secundário. 1931.

_______. Portaria n°142 de 24 de abril de 1939. Dispõe sobre a instruções do Departamento Nacional de Educação; relativas ao regime didático e escolar, dos estabelecimentos de ensino secundário e aos seus serviços de inspeção. 1939.

_______. Decreto n° 27.017 de 14 de dezembro de 1956. Dispõe sobre a instalação em estabelecimentos Oficiais Estaduais de Ensino Secundário de Cursos Intensivos de Preparatórios a Exames de Admissão e sua Regulamentação (Legislação do Estado de São Paulo). 1956.

_______. **Circular n° 973 de 25 de maio de 1965**. Dispõe sobre a consolidação da Legislação do Ensino Secundário, após a LDBEN. 1965.

_______. **Decreto n° 45.159 A de 19 de agosto de 1965**. Dispõe sobre aprovação do regimento interno dos estabelecimentos de ensino secundário e normal do Estado de São Paulo. 1965

BURKE, P. **O Que é História do Conhecimento?**. São Paulo: UNESP. 2011.

HOFSTETTER, R.; VALENTE, W. R. **Saberes em (trans)formação**: tema central da formação de professores. Livraria da Física. 2017.

JULIA, D. A cultura escolar como objeto histórico. **Revista Brasileira De História Da Educação**, *1*(1 [1]), 9-43. 2011. Disponível em https://periodicos.uem.br/ojs/index.php/rbhe/article/view/38749. Acesso em 11 jul. 2022.

MACHADO, R. C. G. **Uma análise dos Exames de Admissão ao Secundário (1930-1970)**: subsídios para a História da Educação Matemática no Brasil. [Dissertação Mestrado em Educação Matemática; Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo]. 2002.

SILVA, C. B. da. Era uma vez... uma editora, um livro: Admissão ao ginásio, Editora do Brasil (Décadas de 1940-1960). **Revista Brasileira de História da Educação**. v. 18, e032. 2018. Disponível em https://periodicos.uem.br/ojs/index.php/rbhe/article/view/42985. Acesso em 11 jul. 2022.

VALENTE, W. R. **O nascimento da matemática do ginásio**. Annablume, Fapesp, 2004.

VALENTE, W. R. Lourenço Filho e o moderno ensino de aritmética: produção e circulação de um modelo pedagógico. **Revista História Da Educação**, *18*(44), 61–77. 2014. Disponível em https://seer.ufrgs.br/index.php/asphe/article/view/46909. Acesso em 11 jul. 2022.

VALENTE, W. R. História da educação matemática nos anos iniciais: a passagem do simples/complexo para o fácil/difícil. **Cadernos De História Da Educação**. 2015. Disponível em https://seer.ufu.br/index.php/che/article/view/32131. Acesso em 11 jul. 2022.

ZUIN, E. de S. L. Exames de admissão do gymnasio da capital de são paulo sob a égide da Reforma Francisco Campos: as questões relativas ao sistema métrico decimal. **Revista De História Da Educação Matemática**,*4*(2). 2018. Recuperado de https://histemat.com.br/index.php/HISTEMAT/article/view/214

Histórias em foco: a história cultural, a história do tempo presente e a história da educação matemática

Histories in focus: cultural history, the history of the present time and the history of mathematics education

Historias en el foco: la historia cultural, la historia del tiempo presente y la historia de la educación matemática

Késia Ramires[540]
Universidade Federal da Grande Dourados
ORCID Id: 0000-0003-1528-5136

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: História social da Educação Matemática na Iberoamérica.

Resumo

Este trabalho apresenta duas abordagens inerentes ao campo da História, as quais podem servir para estudos de história da educação matemática. São elas: a *história cultural* e a *história do presente* ou *história do tempo presente*. A demanda dessa discussão advém de investigações recentes que têm problematizado a temporalidade, os tipos de objetos históricos, bem como a concepção de cultura, todos esses aspectos tendo em conta um contexto de aceleração do tempo e de vasta produção de fontes. Buscou-se então, na História, caminhos que ao mesmo tempo pudessem discutir a complexidade da cultura, da cronologia e dos meios de entender e contar a história em pesquisas historiográficas. Portanto, trata-se de um ensaio teórico-reflexivo que visa ampliar os referenciais para aqueles que investigam a/na História da educação matemática no Brasil e na América Latina, advogando pelo alargamento do debate científico.

Palavras-chave: História da educação matemática, História do tempo presente, história cultural, discussão científica.

Abstract

This paper presents two approaches inherent to the field of History, which can serve for studies of the history of mathematics education. They are: *cultural history* and the *history of the present* or the *history of the present time*. The demand for this discussion comes from recent investigations that have problematized temporality, the types of historical objects, as

[540] kesianeves@ufgd.edu.br

well as the conception of culture, all these aspects taking into account a context of time acceleration and vast production of sources. It was then sought, in History, waysthat at the same time could discuss the complexity of culture, chronology and the means of understanding and telling history in historiographical research. Therefore, it is a theoretical-reflective essay that aims to broaden the references for those who investigate the/in the History of Mathematics Education in Brazil and Latin America, advocating forthe expansion of the scientific debate.

Keywords: History of mathematics education, History of the present time, culturalhistory, scientific discussion.

Resumen

Este trabajo presenta dos enfoques inherentes al campo de la Historia, que pueden servirpara estudios de historia de la educación matemática. Ellos son: la *historia cultural* y la*historia del presente* o la *historia del tiempo presente*. La demanda de esta discusiónproviene de investigaciones recientes que han problematizado la temporalidad, los tipos de objetos históricos, así como la concepción de la cultura, todos estos aspectos teniendoen cuenta un contexto de aceleración del tiempo y vasta producción de fuentes. Se buscóentonces, en la Historia, caminos que al mismo tiempo pudieran discutir la complejidadde la cultura, la cronología y los medios de comprender y contar la historia en la investigación historiográfica. Por lo tanto, es un ensayo teórico-reflexivo que tiene comoobjetivo ampliar las referencias para quienes investigan la/en la Historia de la EducaciónMatemática en Brasil y América Latina, abogando por la expansión del debate científico.

Palabras clave: Historia de la educación matemática, Historia del tiempo presente, historia cultural, discusión científica.

Introdução

Este trabalho tem como objetivo apontar duas abordagens, inerentes à História,que podem servir para estudos no campo da História da educação matemática. São elas: a *história cultural* e a *história do presente*[541] (ou *história do tempo presente*). Coloca-se em evidência alguns conceitos discutidos por essas duas abordagens a fim de provocar reflexões que possam empregá-las, em conjunto, em pesquisas acadêmicas. Trata-se, portanto, de um ensaio teórico-reflexivo que visa ampliar os referenciais para aqueles que investigam a história da educação matemática. Questiona-se, de início, se é possível a História da educação matemática mobilizar essas duas vertentes.

[541] Quando tratarmos de denominações de campo científico, faremos referência usando a letra maiúscula. Exemplo: o campo da História, da História da Educação, da História Oral, da História da educação matemática, da História do Tempo Presente, etc. Quando nos referirmos à linha de estudos históricos, estaráescrito: história cultural, história do presente, história do tempo presente, história oral, história da educaçãomatemática, etc.

Como membro do Grupo Associado de Estudos e Pesquisas sobre História da Educação Matemática, o Ghemat-Brasil, é percebível a predominância do referencial teórico-metodológico da história cultural em trabalhos do Grupo, mobilizando autores como: Marc Bloch, Peter Burke, Jacques Le Goff, Roger Chartier, André Chervel, entre outros. Assim, é fato que alguns grupos do campo da História da educação matemática vêm se apropriando da história cultural há alguns anos. Por outro lado, constata-se, nesses grupos, pouquíssimos trabalhos relacionados à história do tempo presente[542].

Segundo Delgado e Ferreira (2013), no Brasil, a lei que instituiu a Comissão Nacional da Verdade (em 18/11/2011) e a Lei de Acesso a Informação (também promulgada em 18/11/2011), foram propulsoras para o campo de estudos da história do presente, pois ambas permitiram o revisitar e o recontar a história a partir de documentosque estavam em sigilo e que, agora, estão à disposição. Essas leis abriram "novas possibilidades para a emergência de temas ainda não explorados, funcionando como umestímulo para o reconhecimento e legitimidade da história do tempo presente, assim como permitirá o esclarecimento dos muitos pontos obscuros que a dificuldade de acesso às fontes impedia" (ibid., p. 20).

Trazendo fundamentos de Eric Hobsbawn (2005), Silva (2019) ressalta que pensar e narrar sobre o 'próprio tempo' (no sentido do tempo contemporâneo do historiador), sem dúvida constitui um grande desafio ao historiador, "pois ele não lida apenas com um conjunto de fontes, que meticulosamente seleciona no emaranhado de possibilidades, mas também com suas próprias inserções, sentimentos e impressões, e ainda, deve gerir os usos sociais e instrumentalizações da memória social" (pp. 190-191). Isso significa quetrazer a história do tempo presente para discussão, requer certo cuidado e experiência dopesquisador com a *historiografia a ser realizada.*

Quando se entende a aceleração do tempo e se reconhece a gama de informaçõesa que temos acesso ultimamente, é necessário rever os métodos historiográficos, o modode fazê-los, a temporalidade, o uso de novas fontes (produzidas a partir de entrevistas, vídeos compartilhados em canais da Internet, mídias, podcast, blogs, jornais online, entre outros meios de informações). Com a união dos preceitos da história cultural e da história do tempo presente,

542 "Em vários países do mundo, a História do Tempo Presente vem se consolidando desde o final dos anos de 1970. No Brasil, esta área vem ganhando cada vez mais espaço no âmbito acadêmico nos últimos anos"(Silva, 2019, p. 190).

tem-se a potencialidade de alargar o espaço temporal e a diversidade de fontes. Assim, empresta-se da História alguns caminhos teóricos e metodológicos que ao mesmo tempo problematizem a cronologia e os meios de entender e produzir história, bem como considere o emprego de fontes da nossa contemporaneidade.

De acordo com Cavalcanti (2019):

> Os limites cronológicos pertencentes e definidores da chamada história do tempo presente aparecem como ponto acirrado no debate. Que cronologia usar? Que evento-chave e reconhecido deve ser adotado como marco inicial da história do tempo presente? Nessa dimensão, acredito ser fundamental pensar o presente como noção complexa que permita estabelecer as devidas conexões de nosso pertencimento às múltiplas temporalidades, como ressaltou Guimarães Neto (2014a). Podemos conjecturar, portanto, por que um determinado objeto de investigação pode ser inserido como pertencente a uma história do tempo presente? Por que essa história? Onde, cronologicamente, pode ser demarcado o limite ou o espaço de distinção que separaria essa história, atribuindo-lhe o epíteto de história do tempo presente? Em que dimensões um dado objeto de estudo pode ser classificado como pertencente à história do tempo presente? E por quê? (p. 175).

Certamente, essas são questões provocativas e que demandam estudos aprofundados para quem atravessá-las. Há, de fato, certa subjetividade sobre a temporalidade do passado, isto é, o passado vai até quando? Quem determina isso? Todo esse contexto do fazer historiográfico exige posicionamentos dos pesquisadores, uma defesa do percurso metodológico, da escolha dos objetos de estudo, da coleta de documentos. Não seria diferente para os pesquisadores que mobilizam a perspectiva da história do presente (apoiados em François Hartog, Agnès Chauveau, Jean-Pierre Rioux, Alessandro Portelli, Edward Palmer Thompson, Eric Hobsbawm e François Bèdaridá, entre outros), os quais, dentre outras coisas, também precisam justificar o porquê do uso de fontes orais, jornalísticas, midiáticas, etc., além das *fontes tradicionais* (Rios, 2016).

A diversidade de materiais que temos acesso, hoje em dia, é um ponto a se pensar, pois o cotejamento de diferentes tipos de fontes, do passado e também do tempo presente, pode colaborar no aprofundamento de análises. Essa diversidade de materiais e a possibilidade de aprofundamento das análises científicas, levanta a reflexão sobre uma possível articulação entre a história cultural e a história do presente para investigações em História da educação matemática, aproveitando o que cada abordagem traz como conceitos-chave.

Além disso, trazer essas duas abordagens para o debate aos grupos de História da educação matemática surge não somente pela ausência de uma articulação entre elas, nesses grupos, mas também porque recentes trabalhos independentes, organizados pelo grupo de pesquisa no qual faço parte em Mato Grosso do Sul, têm demandado uma aproximação com a história do presente. Esses trabalhos, já assentados na história cultural, estão reclamando um aporte teórico-metodológico que dê conta de desenvolvê-los considerando a temporalidade do passado próximo, recente, contemporâneo. Entre alguns exemplos, estão: a investigação da produção pedagógica de professores/as fundadores/as de escolas existentes há poucos anos; o exame, histórico, de saberes docentes postos em livros didáticos e documentos oficiais das últimas décadas; a caracterização de saberes profissionais docentes sistematizados por sujeitos, que estão vivos, e foram e são importantes para a história da educação matemática; a análise histórica e crítica de pautas nacionais, atuais, colocadas à formação de professores, como a curricularização da extensão[543], o ensino híbrido[544] e a Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica[545], etc. Então, para esses exemplos de investigações, seria suficiente uma concepção de história de um passado longínquo? Como discutir a complexidade da temporalidade dessas investigações? Seria possível o distanciamento do pesquisador do seu objeto de estudo? Seria preciso distanciar o tempo passado do tempo presente? E não sendo, haveria um procedimento metodológico que não comprometesse a pesquisa?

Essas inquietações abrem uma janela para compreender o tempo e a cultura de modo diferente. Esta janela, ou interpretação, a qual se discute neste texto, tende a considerar a cultura em constante transformação, embora haja uma tradição que se mantenha, isto é, há um paradoxo da tradição (Burke, 2008). Isso quer dizer que ao mesmo tempo em que transformações constantes ocorrem à cultura, ela só transcende porque muito dela permanece, ou seja, a cultura carrega consigo passado (certa tradição) e presente (mudanças diárias). Admitindo esse paradoxo, é possível dizer que se se quer estudar a história cultural, entendendo a cultura em constate transformação, é importante considerar o tempo passado e presente como interlocutores da história cultural.

Desse modo, o que se propõe com a *história cultural* e a *história do presente*, para a História da educação matemática, é que se enxergue possibilidades que possam colaborar com este campo. Neste texto, discute-se a história cultural alicerçada, mais

[543] Resolução No 7, de 18 de Dezembro de 2018.
[544] Portaria No 2.117, de 6 de Dezembro de 2019.
[545] Resolução CNE/CP No 2, de 20 de Dezembro de 2019.

especificamente, em Peter Burke (2008), tendo como referência o livro *O que é história cultural?*. Também considera noções trazidas por Roger Chartier (1991), do texto *O mundo como representação* e do texto de José D'Assunção Barros (2005), *A história cultural e a contribuição de Roger Chartier*. A *história do presente* está amparada em Agnes Chauveau e Philippe Tétart (1999), especificamente pelo capítulo escrito por eles, intitulado *Questões para a história do presente,* e em Jean-Pierre Rioux (1999), com ocapítulo *Pode-se fazer uma história do presente?*. Os capítulos são parte da obra *Questões para a história do presente* (1999), organizado por Chauveau.

Esses autores são historiadores proeminentes de um círculo de estudiosos que atravessa o século XX e adentra o XXI. Burke (2008), assim como outros historiadoresda cultura, trata a história cultural como uma "nova história" – diferentemente da história clássica[546] – admitindo outras fontes além daquelas relacionadas a sujeitos ou práticas da classe elitizada. Burke se interessa pelas histórias de sujeitos ou de práticas de uma cultura qualquer. Chartier (1991) aprofunda os conceitos de apropriação, representação e práticas culturais. Chaveau e Tétart, ela especialista em história da mídia, ele em história social e cultural da mídia, são trazidos à discussão por terem organizado o livro *Questões para a história do presente,* sendo essa uma literatura que participa em diversos programas brasileiros de pós-graduação[547], o que, por sua vez, já ilustra a importância dos autores aose falar de história do presente ou história do tempo presente. Adiante, apresenta-se, brevemente, algumas noções da história cultural e da história do tempo presente.

Um pouco de história cultural e história do presente

Para a história cultural, representações e práticas[548] são essenciais no fazer historiográfico. Burke (2008) coloca alguns exemplos de história das práticas, como: "a história das práticas religiosas e não da teologia, a história da fala e não da linguística, a história do experimento e não da teoria científica" (ibid. p. 78). Com a valorização das

[546] Ver Burke (2008).

[547] O livro de Agnès Chaveau e o capítulo que ela escreve com Philippe Tétart, compõem a ementa de programa de pós-graduação em História e outras áreas na Universidade de Brasília, na Universidade Federal do Rio Grande do Sul, na Federal de Uberlândia, na de Juiz de Fora, na Universidade Estadual do Paraná, na Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, entre outras.

[548] Neste texto, discute-se apenas esses pontos, práticas e representações.

práticas, a história passa a olhar “subculturas” (Burke, 2008); desconstrói ideias da história clássica (positivista, neutra, imutável).

> São práticas culturais não apenas a feitura de um livro, uma técnica artística ou uma modalidade de ensino, mas também os modos como, [...], os homens falam e se calam, comem e bebem, sentam-se e andam, conversam ou discutem, solidarizam-se ou hostilizam-se, morrem ou adoecem, tratam seus loucos ou recebem os estrangeiros (Barros, 2005, p. 131).

Por outro ângulo, com a noção de representação, torna-se possível uma história das representações de professores sobre o trabalho, ou das mulheres sobre o trabalho, das “representações das mulheres como deusas, prostitutas, mães ou feiticeiras” (ibid., p. 85), etc.. Rompe-se, assim, com a história dos recortes sociais (Chartier, 1991), pois se aceita diferentes representações, o que significa romper, também, com a polaridade das culturas (cultura das elites versus a do povo, cultura dos dominantes versus a dos dominados, a dos homens versus a das mulheres, etc.). Segundo Barros (2005), reportando-se a Le Goff (1994): “o campo das representações ‘engloba todas e quaisquer traduções mentais de uma realidade exterior percebida’ (Le Goff, 1994, p. 11), e está ligado ao processo de abstração” (Barros, 2005, p. 135).

De modo geral, o estudo histórico das práticas e das representações deve partir de “um corpus de textos, uma classe de impressos, uma produção, ou uma norma culta. Partir assim de objetos, das formas, dos códigos, e não dos grupos” (Chartier, 1991, p. 180), e nem de recortes sociais – como vinha fazendo a história social da cultura. Além disso, não se pode esquecer do “processo pelo qual um texto, uma fórmula, uma norma fazem sentido para os que deles se apoderam ou os recebem” (ibid., p. 181), isto é, se se pensar o historiador no seu fazer historiográfico dando sentido aos textos e a outros materiais, mas nem sempre, ele, sendo parte do “tal recorte social” analisado, então, a noção de uma história contada admitindo o suposto recorte social, só por essa situação, já não faria sentido.

Assim, práticas e representações são alguns dos elementos que caracterizam a história cultural. Por sua vez, na história do presente, defende-se que “a história não é somente o estudo do passado, ela também pode ser, com um menor recuo e métodos particulares, o estudo do presente” (Chauveau & Tétart, 1999, p. 15). Para esta, os aspectos postos em cena são: a “presença física do historiador em seu tempo e no seu tema” (ibid.,

p. 16 – grifos dos autores) e a demanda social, acordando, obviamente, com a necessidade do “recuo e do desprendimento [do historiador] com relação ao fato” (ibid., p. 22).

Ainda, de acordo com os autores supracitados, a história do presente também trata das culturas (mais especificamente de explicações socioculturais), da elite, da sociedade, etc. Porém, estando o historiador falando de sua época, admite-se a subjetividade como participante desse processo, reconhecendo o próprio pertencimento do historiador à história. Esse reconhecimento da subjetividade e do historiador presente em seu tempo e em seu tema, não é tido como obstáculo ao trabalho de historiadores do tempo presente.

Mas ainda fica a pergunta aos estudos históricos do presente: “Se nosso presente é doravante uma sucessão de flashes, de delírios partidários e de jogos de espelho, como sair dele para erigi-lo, em objeto de investigação histórica?” (Rioux, 1999, p. 41). A resposta à questão não anula as dificuldades em transformar fatos presentes em objeto histórico, mas, segundo Rioux (1999), há uma demanda social que quer dar seu testemunho; essa demanda não pretende “deixar consumir suas forças e tornar insípidas suas lembranças aceitando privar de sentido sua experiência” (ibid., p. 43). O historiador do tempo presente, sensível a essa demanda, pode cumprir seu papel social e de cientista utilizando-se dessas fontes no desenvolvimento de sua pesquisa.

Para isso, Rioux (1999, p. 47) alerta: “A ambição científica constrói, a boa distância, o seu objeto de estudo, métodos de investigação histórica acertados desde Langlois e Seignobos anestesiam propriamente a carne de um presente alarmado, o questionamento rigoroso apazigua a desordem partidária”. Isso responde que: o pesquisador, com o rigor de um estudo adequado e boa problematização, saberá lidar com sua participação no tempo e no tema da sua pesquisa.

Em resumo, seja a história cultural, ou a história do presente, ou uma história cultural do tempo presente, representações, práticas, relatos, demandas sociais, subjetividade, passado presente ou presente passado, tudo isso cobrará uma experiência do investigador para o fazer historiográfico. Contudo, ainda que a tarefa seja complexa, quem se recusaria a pesquisa-narrar o retrocesso que as escolas estão vivendo ao deixar de discutir sobre gênero, ditadura ou política? Quem fecharia os olhos à história do “terraplanismo” em pleno século XXI? Como não historiografar sobre os saberes da docência sendo fragilizados, mais uma vez na história, com a suposta volta do notório saber nas normativas oficiais, como vimos na Reforma Curricular do Ensino Médio em 2017? Assim, as provocações deste ensaio se destinam aos professores-pesquisadores, e mais especificamente aos pesquisadores-historiadores da educação matemática, para que considerem historiografias do seu tempo, tão importantes quanto as de passados longínquos.

Primeiros levantamentos em acervos digitais com os descritores história do presente, história cultural e história da educação matemática

Em um primeiro levantamento realizado na base de dados Scielo, usando as palavras-chave história do tempo presente e, depois, história do presente, informara 15 resultados. Desses, 10 foram publicados entre 2012 e 2021, contudo, nenhum envolvendo a educação matemática ou a história da educação matemática.

Na Biblioteca Digital do Instituto Brasileiro de Direito Tributário (IBDT), nenhum resultado foi encontrado para o termo história do tempo presente ou história do presente. Na biblioteca Catálogo de Teses e Dissertações da Capes, constaram 324 resultados cruzando esses dois descritores, sendo, das teses[549]: 6 da área de concentração História do Tempo Presente voltadas à educação básica ou superior; 5 na área de Educação; 1 na área de Ensino. De 12 teses que poderiam se aproximar do escopo deste trabalho, nenhuma delas mencionavam a história cultural.

O rastreamento por textos científicos também foi apurado no Google Acadêmico, pois ainda que esta plataforma não seja institucionalizada como as citadas anteriormente, colabora para uma previsão dos resultados que se pode obter. Para um levantamento entre os anos de 2010 a 2022, usando os descritores história do tempo presente and história da educação matemática, foram obtidos 36 resultados, sendo 3 repetidos. Usando os descritores história do presente and história da educação matemática and história cultural, ou seja, colocando todos os focos históricos deste trabalho, obteve-se 10 resultados.

Como um último rastreamento para este *paper*, estabeleceu-se uma busca pelostrês grandes grupos de pesquisa do Brasil em história e educação matemática: o GHOEM, o GHEMAT e o HIFEM. Filtrando, primeiro, pelas palavras-chaves *HIFEM and história do presente*; encontrou-se 6 resultados. Em outra busca, foi inserido os descritores *GHEMAT*

[549] Filtramos pelas teses por serem consideradas pesquisas acadêmicas com resultados inéditos.

and história do presente. Por último, foi realizado o rastreio por *GHOEM andhistória do presente*. Os dois últimos levantamentos geraram, respectivamente, 15 e 13resultados. Por toda essa varredura no Google Acadêmico, foram obtidos 60 materiais diferentes e, desses, o único que se repetiu entre as buscas foi o de Wagner RodriguesValente (2013): *Oito temas sobre a história da educação matemática*, com 135 citações.Vale dizer que não nos coube discutir os trabalhos desse primeiro levantamento, visto nosso limite de laudas. Sobre isso, a intenção maior for mostrar, aos leitores interessados, que uma revisão de literatura é necessária para se discutir campos teóricos,como também não passa por um único banco de dados. Em outros trabalhos que temos discussões, temos uma revisão sistemática em periódicos de alto nível Qualis Capes (A1 e A2), bem como revisão organizada a partir de revistas internacionais.

Considerações para uma discussão ainda no início

Neste ensaio teórico, foi apresentada uma perspectiva teórica que considera a história cultural e a história do presente (ou história do tempo presente) duas abordagens que podem ser mobilizadas, conjuntamente, em investigações no campo da História da educação matemática. A demanda em discutir essas duas abordagens tem surgido de estudos recentes, que vimos realizando, nos quais problematiza-se a temporalidade histórica, os tipos de objetos históricos e a própria concepção de cultura em um contexto de aceleração do tempo e de vasta produção de documentos recentes.

Das proposições colocadas aqui, para uma reflexão e produção histórica, tem-se considerações para estudos do passado, mas também para estudos de história do tempo presente. Daquilo mencionado em seções anteriores, observa-se que a relação passado e presente não deve nada a ela mesma; a confusão se faz pelos homens, pela intepretação específica de cada um e, por isso, advoga-se pela continuidade de trabalhos que agreguem o repensar sobre o tempo, a cultura, as demandas sociais, nos trabalhos historiográficos, alargando, com isso, o debate científico da História da educação matemática.

Referências

Barros, J. D. (2005). A história cultural e a contribuição de Roger Chartier. Diálogos, 9(1), 125-141.

Burke, P. (2008). O que é história cultural? 2. ed. Rio de Janeiro: Zahar.

Cavalcanti, Erinaldo. (2019). O tempo passado ensinado no presente: história, ensino, tempo e formação docente. In Tiago Siqueira Reis et al. (org.): Coleção História do Tempo Presente, v. 1 (pp. 170-187). Boa Vista: Editora da UFRR.

Chartier, Roger. (1990). A História Cultural – entre práticas e representações. Lisboa: DIFEL.

_________. (1991). O mundo como representação. Estudos avançados, 5(11). São Paulo. jan./abr., 1991.

Chaveau, A., & Tétart, P. (1999). Questões para a história do presente. In Agnes Chaveau & Phillipe Tétart, Questões para a história do presente (pp. 07-28). EDUSC.

Delgado, L. A. N., & Ferreira, M. M. (2013). História do tempo presente e ensino de História. Revista História Hoje, 2(4), 19-34.

Hobsbawm, Eric. (2005). O Presente como história. In Eric Hobsbawm. Sobre História. São Paulo: Cia das Letras.

Le Goff, Jacques. (1994). O Imaginário Medieval. Lisboa: Estampa.

Rios, D. F. (2016). Memórias de Ex-alunos do Colégio de Aplicação da Bahia: contribuições para a História da Educação Matemática. (2016). Bolema, 30(56), p. 1223 - 1243, dez. 2016.

Rioux, J. P. (1999). Pode-se fazer uma história do presente? In: A. Chaveau & P. Tétart, Questões para a história do presente (pp. 39-50). EDUSC.

Silva, P. R. (2019). História: tempo presente, ensino e formação de professores de história. In Tiago Siqueira Reis et al. (org.): Coleção História do Tempo Presente, v. I (pp. 170-187). Boa Vista: Editora UFRR.

Valente, W. R. (2013). Oito temas sobre história da educação matemática. Revista de Matemática, Ensino e Cultura, Ano 8(12), jan./jun., 2013.

Proposições e práticas de uso da História da Matemática para ensinar Matemática

Propositions and practices of using the History of Mathematics to teach Mathematics

Proposiciones y prácticas de uso de la Historia de las Matemáticas para enseñar Matemáticas

Francisco Ronald Feitosa Moraes[550]
Universidade Regional do Cariri (URCA)
https://orcid.org/0000-0002-1301-1812

Lilia Santos Gonçalves[551]
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)
https://orcid.org/0000-0002-4795-2493

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: História social da Educação Matemática na Ibero-américa.

Resumo

Neste trabalho objetivamos realizar um levantamento bibliográfico de propostas didático-pedagógicas de uso da História da Matemática como recurso para o ensino de Matemática na formação de professores e na Educação Básica. Discutimos a respeito da História da Matemática e sua utilização como ferramenta para o ensino de Matemática e apresentamos três modelos didáticos e propostas práticas indicados nas obras de alguns autores, sendo: i) a escrita de verbetes, ii) a produção de um diagrama a partir da pesquisa histórica e epistemológica de um tema/conteúdo matemático e, iii) o uso das Histórias em Quadrinhos (HQ) aliadas à História da Matemática. A abordagem metodológica está fundada na pesquisa qualitativa de natureza bibliográfica exploratória mediante leitura e debates de artigos, livros e capítulos de livro, bem como teses e dissertações a respeito da temática. Identificamos que essas propostas estimulam a aprendizagem conceitual e a elaboração de competências profissionais de articulação dos conteúdos matemáticos com seus aspectos históricos e epistemológicos necessários para auxiliar na formação dos futuros professores e no processo de ensinar e aprender Matemática na Educação Básica.

Palavras-Chave: História da Matemática, Formação de Professores, Ensino de Matemática, Propostas didático-pedagógicas.

Abstract

In this work we aim to carry out a bibliographic survey of didactic-pedagogical proposals for the use of the History of Mathematics as a resource for teaching Mathematics in teacher training and in Basic Education. We discuss about the History of Mathematics and its use as a tool for teaching Mathematics and we present three didactic models and practical proposals indicated in the works of some authors, being: i) the writing of entries, ii) the production of a diagram

[550] Doutorando em Ensino de Ciências e Matemática (UFRN). Licenciado em Matemática (URCA). Professor de Educação Matemática (URCA). E-mail: ronaldfmoraes@gmail.com.
[551] Mestranda em Ensino de Ciências e Educação Matemática (UEPB). Licenciada em Matemática (IFCE). Professora de Matemática (UEPB). E-mail: lilia.goncalves@aluno.uepb.edu.br.

from the historical and epistemological research of a mathematical theme/content and, iii) the use of Comics (HQ) allied to the History of Mathematics. The methodological approach is based on qualitative research of an exploratory bibliographic nature through reading and debates on articles, books and book chapters, as well as theses and dissertations on the subject. We identified that these proposals stimulate conceptual learning and the development of professional skills to articulate mathematical content with its historical and epistemological aspects necessary to assist in the training of future teachers and in the process of teaching and learning Mathematics in Basic Education.
Keywords: History of Mathematics, Teacher training, Teaching Mathematics, Didactic-pedagogical proposals.

Resumen

En este trabajo nos proponemos realizar un levantamiento bibliográfico de propuestas didáctico-pedagógicas para el uso de la Historia de las Matemáticas como recurso para la enseñanza de las Matemáticas en la formación docente y en la Educación Básica. Discutimos la Historia de las Matemáticas y su uso como herramienta para la enseñanza de las Matemáticas y presentamos tres modelos didácticos y propuestas prácticas indicadas en los trabajos de algunos autores, siendo i) la redacción de entradas, ii) la producción de un diagrama a partir de la investigación aspectos históricos y epistemológicos de un tema/contenido matemático y, iii) el uso de Comics (HQ) aliados a la Historia de las Matemáticas. El enfoque metodológico se basa en la investigación cualitativa de carácter bibliográfico exploratorio a través de la lectura y debate de artículos, libros y capítulos de libros, así como tesis y disertaciones sobre el tema. Identificamos que estas propuestas estimulan el aprendizaje conceptual y el desarrollo de competencias profesionales para articular contenidos matemáticos con sus aspectos históricos y epistemológicos necesarios para auxiliar en la formación de los futuros docentes y en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas en la Educación Básica.
Palabras-clave: Historia de las Matemáticas; Formación de profesores; Enseñanza de las Matemáticas; Propuestas didáctico-pedagógicas.

Introdução

O desenvolvimento da História da Matemática se confunde com o desenvolvimento da história da humanidade, permitindo a elaboração do conhecimento na forma como o acessamos atualmente. No entanto, isso não ocorreu de forma linear, sem rupturas, se faz necessário compreender como esse conhecimento foi construído, as vezes que os estudiosos não conseguiram resolver determinados problemas deixando-os (não intencionalmente) para um próximo estudioso, quais as motivações que os levaram a elaborar esses conhecimentos, etc., para contribuir com o processo de ensino-aprendizagem de Matemática, fundamentando-a histórico-epistemologicamente.

Neste trabalho objetivamos realizar um levantamento bibliográfico de propostas didático-pedagógicas de uso da História da Matemática como recurso para o ensino de Matemática na formação inicial de professores e na Educação Básica. Para isso, realizamos uma pesquisa qualitativa bibliográfica exploratória, mediante leitura, estudo e debates de artigos, livros e capítulos de livro, bem como teses e dissertações a respeito da temática em questão para seleção e organização das propostas de práticas sugeridas por diferentes autores e adaptadas para apresentação nesse texto.

Iniciamos, apresentando a abordagem que adotamos sobre História da Matemática a partir de Mendes e Chaquiam (2016) e sobre a sua utilização como ferramenta para o ensino de Matemática fundamentados nas ideias de autores como D'Ambrosio (1999), Baroni, Teixeira e Nobre (2004), Miguel e Miorim (2011). Na sequência, indicamos nossas escolhas metodológicas e os trabalhos selecionados, sendo os textos de Nobre (2007; 2008) para abordagem da escrita de verbetes, a obra de Mendes e Chaquiam (2016) sobre a elaboração de um diagrama a partir da pesquisa histórica e epistemológica de um tema/conteúdo matemático, e as dissertações e produtos educacionais de Silva (2017) e Martins (2022) a respeito do uso das Histórias em Quadrinhos (HQ) aliadas à História da Matemática para o ensino de Matemática, destacando, separadamente, os modelos didáticos e propostas práticas adotados em cada obra selecionada e analisada.

História da Matemática para o Ensino de Matemática

A compreensão que adotamos sobre História da Matemática está relacionada com uma dinâmica cultural de explicações, compreensões e significações a respeito dos objetos/entes matemáticos existentes na cultura humana e por ela produzidos, como forma de explicar e compreender as realidades sociais dos diversos grupos nelas inseridos. (MENDES; CHAQUIAM, 2016). Nesse sentido, nos referimos a,

> [...] histórias no plural, pois estão conectadas, integradas ou mesmo tecidas em meio a outras histórias das mais diversas qualidades. Logo, podemos considerar que se trata de histórias sobre as produções de ideias matemáticas e suas materializações em múltiplas linguagens representativas [...] uma história que tem a vocação de explicar a organização conceitual das matemáticas produzidas no tempo e no espaço. (MENDES; CHAQUIAM, 2016, p. 16)

Mendes e Chaquiam (2016), discutem as potencialidades do uso da História da Matemática para o ensino da Matemática tanto na Educação Básica quanto na formação de professores, para mostrar o porquê de estudá-la, de conhecer como, aonde e por meio do trabalho de quem se originaram e se desenvolveram seus conteúdos, entender como se relacionam entre si e com as outras diversas áreas do conhecimento humano, motivar e tornar mais interessante a aprendizagem desses conteúdos, destacando ainda a História da Educação

Matemática, ajudando os estudantes a elaborar sentido de diversidade ao reconhecer a pluralidade de matemáticas produzidas em diferentes espaços-tempos.

> [...] a história da matemática permite que o professor dê acesso aos estudantes a uma visão mais ampla e contextualizada dos temas e, assim, instigue sua curiosidade, desmistifique narrativas distorcidas e humanize os personagens envolvidos nos episódios históricos. Desta forma, a história pode contribuir para se superar abordagens demasiado rígidas, lineares e descontextualizadas que, por vezes, são utilizadas no ensino escolar. (SANTOS; COSTA, 2020, p. 114-115).

De fato, estudos realizados por, Baroni, Teixeira e Nobre (2004, p. 165), sobre trabalhos que trazem como discussão a História da Matemática como ferramenta para o ensino mostram que ela "fornece uma boa oportunidade para desenvolver nossa visão "do que é Matemática" e [acrescentam ainda que ela], nos permite ter uma compreensão melhor dos conceitos e teorias", e das práticas realizadas nos diversos espaços-tempos.

O uso da História da Matemática para o ensino dessa Ciência tem o potencial de satisfazer o desejo de saber como se originaram e desenvolveram os assuntos em matemática, além de contribuir para uma postura investigativa e ajudar a compreender a nossa herança cultural. (D'AMBRÓSIO, 1999)

Quando o professor ensina os conteúdos de matemática abordando sua história, busca atingir objetivos pedagógicos que levem os alunos a perceberem a Matemática como uma criação humana, as razões para fazer Matemática, as necessidades práticas, sociais, econômicas e físicas para o desenvolvimento da Matemática e as conexões entre Matemática e filosofia, religião, lógica, etc. (MIGUEL E MIORIM, 2011).

Acreditamos que a História da Matemática pode tornar as aulas de Matemática mais dinâmicas e interessantes, permitindo mostrar o porquê de estudar seus conteúdos, e fugir das repetições mecânicas de algoritmos. Segundo Oliveira (2009, p. 13),

> Conhecer a história da matemática permite colocar em evidencia situações didáticas mais pertinentes para que o aluno consiga aprender sobre a formação do pensamento matemático, que fios condutores conduziram a sua constituição e como se deu a disseminação deste pensamento em diferentes contextos culturais.

O resgate da história dos saberes matemáticos, traz para a sala de aula a construção de um olhar crítico sobre o assunto em questão, proporcionando reflexões acerca das relações entre a Matemática e outras áreas de conhecimento.

Procedimentos metodológicos

Esta investigação qualitativa realizada mediante pesquisa bibliográfica, buscou fazer um levantamento de propostas práticas de uso da História da Matemática para o ensino dessa Ciência na formação de professores de Matemática e na Educação Básica.

O levantamento foi realizado mediante leitura, estudo e debates de artigos, livros e capítulos de livro, bem como teses e dissertações a respeito da temática em questão para seleção e organização de três propostas de práticas sugeridas por diferentes autores e adaptadas para apresentação nesse texto. Esse tipo de pesquisa é importante, pois como atesta Prodanov e Freitas (2013, p. 54) ajuda a “[...] colocar o pesquisador em contato direto com todo material já escrito sobre o assunto da pesquisa”.

Nesse sentido, o pesquisador terá a vantagem de ter uma cobertura mais ampla sobre o que pesquisa, e ter “essa vantagem torna-se particularmente importante quando o problema de pesquisa requer dados muito dispersos pelo espaço. (GIL, 2012, p. 45).

Iniciamos pelo estudo de dois textos de Nobre (2007; 2008), sobre a produção de verbetes biográficos de matemáticos brasileiros, aliado às orientações realizadas pelo autor para a produção de verbetes sobre temas matemáticos durante uma disciplina de História da Matemática que ministrou no mês de julho de 2021, ofertada pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECM) da Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN).

A partir de Miguel e Chaquiam (2016), apresentamos a pesquisa histórica e epistemológica de um tema/conteúdo matemático, considerando as influências sociais e culturais mundiais e locais dos diversos espaços-tempos em que se deram essas elaborações, destacando um personagem principal e sua contribuição para esse tema, e suas relações com outros personagens contemporâneos.

Por fim, propomos o uso de HQ como recurso para ensinar História da Matemática e a própria Matemática, a partir das pesquisas de Silva (2017) e Martins (2022).

Propostas e práticas de uso da história da matemática no ensino de matemática

Apresentamos a seguir algumas propostas e práticas a saber, i) o uso de verbetes (NOBRE, 2007; 2008), ii) a produção de um diagrama a partir da pesquisa histórico-epistemológica de um conteúdo matemático (MENDES; CHAQUIAM, 2016) e, iii) o uso de HQ (SILVA (2017); MARTINS (2022)).

Escrita de Verbetes

Nobre (2007; 2008) busca produzir um dicionário biográfico de matemáticos brasileiros, mediante a produção de verbetes, fundamentado nas pesquisas que realizou em uma grande enciclopédia Alemã do séc. XVIII, onde apresenta uma extensa lista de nomes de matemáticos, professores de matemática, autores de livro/texto matemático e de áreas afins, relevantes para o desenvolvimento da Matemática. No entanto, nessas obras, o autor não sugere como produzir um verbete.

A proposta de elaboração de verbetes histórico-conceituais foi sugerida pelo professor Sérgio Nobre, como trabalho da disciplina de História da Matemática ofertada pelo PPGECM/UFRN no mês de julho de 2021, na qual o primeiro autor desse texto participou como estudante durante as atividades do seu curso de doutoramento.

Nas orientações para a produção dos verbetes, o professor pode solicitar aos estudantes que elaborem o verbete, escrito em linguagem de enciclopédia, não devendo ultrapassar duas laudas, sobre um desses temas com informações da etimologia da palavra, significado a partir de dicionários, abordagem sucinta do conceito e de seu desenvolvimento histórico.

Os verbetes indicados anteriormente (NOBRE, 2007; 2008) podem ser utilizados como modelos para a produção de verbetes histórico-conceituais, pelos futuros professores ou estudantes da Educação Básica, usando termos matemáticos como algarismo, ângulo, combinação, congruência, demonstração, diagonal, diâmetro, equação, infinito, logaritmo, polígono, proporção, quadrante, raiz, simetria e zero, e, apresentação em forma de seminário, para auxiliar na sua definição e conceituação.

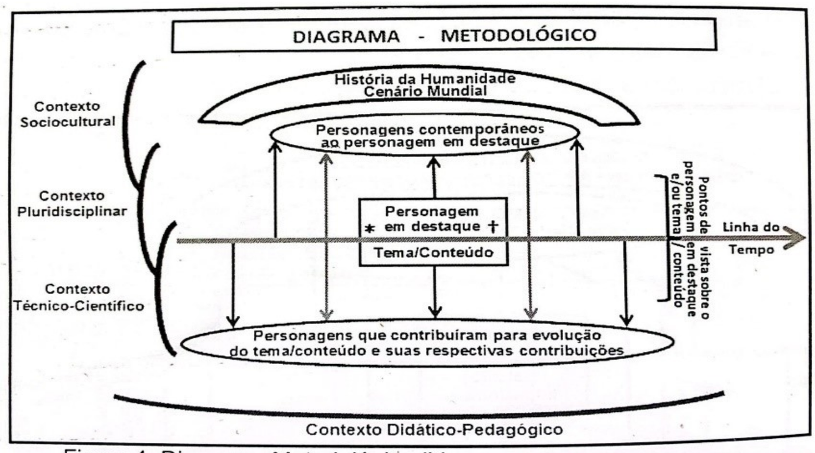
Pesquisa histórica e epistemológica de um tema/conteúdo matemático

Mendes e Chaquiam (2016) propõem a elaboração de um diagrama a partir da escrita de textos e realização de seminários sobre a história de conteúdos matemáticos com personagens selecionados que deram relevante contribuição para o desenvolvimento da Matemática ao longo do tempo, buscando construir uma visão crítica não-linear da evolução dessa Ciência. Essa produção requer tempo e dedicação para realizar as pesquisas necessárias e buscar, com a produção do texto, constituir um discurso didático-pedagógico relacionado aos conteúdos matemáticos escolhidos e sua inserção na história da Matemática e da Humanidade, devendo evitar a sobreposição do discurso técnico ao abordar os conteúdos específicos e a linguagem formalizada com a qual foram escritos, mas garantindo clareza e uso correto da linguagem adotada pelos personagens.

Depois de algumas reformulações, Mendes e Chaquiam (2016, p. 94) chegaram a quarta versão do diagrama-modelo (Figura 1) que destaca os elementos principais a serem abordados considerando os contextos “técnico-científico, pluridisciplinar, sociocultural e didático-pedagógico”.

Figura 1.

Diagrama-modelo IV (MENDES; CHAQUIAM, 2016)



A proposta de abordagem desse recurso requer uma visão unitária dos aspectos indicados no diagrama, agrupando-os de acordo com a ordem de prioridades a serem definidas na pesquisa, que podem ser alteradas na produção do texto de acordo com as necessidades e decisões pessoais, a saber,

> [...] inicia-se com a escolha de um tema/conteúdo matemático; segue-se com a composição da evolução do tema/conteúdo e identificação dos personagens que contribuíram para o tema/conteúdo; eleja um dos personagens para dar destaque no texto; identifique os contemporâneos do personagem evidenciado; faça um recorte da história da humanidade para descrever o cenário mundial e, por fim, identifique historiadores/pesquisadores que emitiram pontos de vista sobre o personagem destacado ou tema conteúdo. (MENDES; CHAQUIAM, 2016, p. 95).

Assim, destacamos algumas observações sobre as escolhas a serem tomadas no desenvolvimento dessa proposta, como, i) ao escolher o tema, dar preferência ao tema/conteúdo de Matemática da Educação Básica; ii) no estudo epistemológico, considerar o formalismo e o rigor matemático do tema; iii) ao escolher o personagem, construir seu perfil com nome completo e pseudônimo (se for o caso), árvore genealógica (ascendentes e descendentes, quando possível), traços biográficos pessoais, acadêmicos e profissionais, trabalhos produzidos, frases célebres, fotografias pessoais, familiares e com outras pessoas, de livros e trabalhos e, curiosidades, fatos ou anedotas; iv) indicar as contribuições dos personagens contemporâneos ao escolhido para as diversas áreas do conhecimento; e, v) no recorte espaço-temporal destacar os incentivos e/ou obstáculos para o desenvolvimento do tema. (MENDES; CHAQUIAM, 2016).

Essas orientações visam estruturar a escrita do texto final proporcionando uma visão geral do desenvolvimento do tema e contribuição dos personagens que pode, dentre outras possibilidades, ser organizado partindo do contexto sociocultural (recorte da história da humanidade), passando pelo contexto pluridisciplinar (personagens), chegando ao contexto técnico-científico (evolução do tema pela contribuição de cada personagem, ponto de vista de pesquisadores sobre o tema e o personagem principal).

Histórias em Quadrinhos – HQ

Nos últimos anos, diferentes estudos (Rama; Vergueiro (2020), Eisner (2001) e McCloud (1995)), com diversos olhares, foram realizados tendo como perspectiva o uso da HQ como recurso didático, mostrando excelente potencial educacional.

Como atestam Rama e Vergueiro, (2020, p. 21), “as histórias em quadrinhos aumentam a motivação dos estudantes para o conteúdo das aulas, aguçando sua curiosidade e desafiando o senso crítico”, e promove a desmistificação da ideia de subleituras, ou seja, leituras consideradas sem valor, sensibilizando e familiarizando-os com essa linguagem específica.

A prática com o uso dos quadrinhos pode ser desenvolvida nas aulas de Matemática, mais especificamente utilizando a História da Matemática, como podemos observar nos trabalhos de Silva (2017) e Martins (2022).

Silva (2017) propõe o ensino de equações do segundo grau por meio de HQ, mostrando, em seu produto educacional, diferentes formas de resolver uma equação do segundo grau, mostrando curiosidades sobre personagens que contribuíram para a elaboração desse conteúdo. (SILVA; VICTER, 2017).

Sua proposta didática, envolve as etapas de planejamento, execução e avaliação, conforme algumas fases, a saber: i) apresentação da proposta e seu objetivo; ii) escreve no quadro uma equação de segundo grau e a fórmula de Bhaskara; iii) distribui para os alunos e solicita a leitura do seu produto da pesquisa em nível de mestrado, a HQ intitulada "NEM TUDO É POR BHASKARA: UMA ABORDAGEM HISTÓRICA"; iv) solicita que reflitam sobre esse conteúdo da HQ; v) apresenta o conteúdo conforme abordagem do livro didático utilizado pela escola; vi) realiza uma discussão com os alunos buscando uma troca de significados dos conceitos adotados na HQ e no livro didático; vii) solicita aos alunos a resolução de alguns exercícios; e, viii) avalia a atividade aplicando um questionário. (SILVA, 2017).

Sugerimos para essa proposta, um retorno do professor para discutir as aprendizagens dos estudantes a partir dos exercícios resolvidos, permitindo um *feedback* sobre as suas aprendizagens do conteúdo em discussão.

O modelo didático de Martins (2022) foi pensado para ensinar os conjuntos numéricos utilizando uma coletânea de HQ produzidos pela autora[552] e aplicados com uma turma de 1º ano do Ensino Médio, que trazem "as aventuras de uma jovem chamada Alice que parte em uma viagem pelo mundo dos conjuntos numéricos." (MARTINS, 2022, p. 40). Assim, mostramos abaixo os momentos de aulas propostos.

Momento 1: Número e Números Naturais - apresentação do objetivo da atividade e breve discussão da ideia dos estudantes sobre número, numeral e número natural (conceitos, definições e a utilização destes pela humanidade), com leitura e discussão das HQs 01: A viagem de Alice pelos Números e Numerais e 02: Alice num passeio pelo mundo dos Naturais. **Momento 2:** Números Inteiros e Racionais – abordagem histórica desses números, sondagem do que os estudantes sabem e leitura e debate sobre as HQs 03 - Alice e o surgimento dos números negativos e 04 - Alice e os números "quebrados": A aparição dos números racionais.

[552] Utilizando a ferramenta Pixton, descrita em Martins (2022) e no site www.pixton.com.

Momento 03: Números Irracionais e Reais – conceituação, definição e fatos históricos desses números, conversa sobre o que os estudantes sabem e leitura e debate sobre as HQs 05 - Desvendando o mistério da irracionalidade dos números e 06 - A realeza dos números. **Momento 04:** História da Matemática – atividade com questões sobre a construção de conceitos e definições dos conjuntos numéricos estudados nos três primeiros momentos. (MARTINS; FOSSA, 2022).

Nessa proposta a autora procurou abordar aspectos e contextos históricos da formação dos conceitos, operações e definições dos conjuntos numéricos objetivando auxiliar no processo de ensino e aprendizagem desses conteúdos.

Considerações finais

As propostas pedagógicas indicadas consideram que, o ensino de Matemática que se proponha ser significativo para os futuros professores ou para os estudantes da Educação Básica, além de outras competências, deve abordar a Matemática por meio do estudo histórico e epistemológico dos seus conteúdos, destacando a contribuição de diversos personagens importantes em diferentes espaços-tempos e contextos socioculturais e auxiliando na compreensão das questões técnicas tão recorrentes no processo de ensinar e aprender essa ciência.

A escrita de verbetes feita pelos futuros professores de Matemática, ou pelos estudantes da Educação Básica, permite definir temas/conteúdos de Matemática fundamentados nas perspectivas dos matemáticos que os desenvolveram ao longo do tempo, incluindo as definições mais atuais, contribuindo assim para o entendimento epistemológico dos conteúdos estudados.

Na proposta que permite a construção do diagrama, além da possibilidade de compreender os aspectos histórico e epistemológico de um conteúdo, é possível perceber os principais acontecimentos históricos do período em que cada personagem famoso viveu, o contexto sociocultural ao qual estava inserido, suas relações pessoais familiares e profissionais, ressaltando o caráter mais humano a esses indivíduos considerados gênios inacessíveis, o que permite uma aproximação dos estudantes a estes e suas propostas, pois passam a enxergar os desafios e problemas que enfrentaram para elaborar suas ideias.

As HQ promovem uma dinamização das aulas de Matemática, motivando os estudantes a aprenderem seus conteúdos devido permitir uma aproximação da sua linguagem formalizada com a linguagem utilizada pelos estudantes, facilitando a compreensão dos conteúdos por eles, incentivados pela leitura desse gênero textual.

Essas propostas estimulam o processo de constituição de competências profissionais de articulação dos conteúdos matemáticos com os aspectos históricos de seu desenvolvimento necessárias para auxiliar os futuros professores a esclarecerem aos seus estudantes as frequentes perguntas que ainda hoje surgem nas aulas de Matemática devido ao uso excessivo de uma abordagem tecnicista e formalizada dos seus conteúdos.

Referências

Eisner, W. (2010). *Quadrinhos e arte sequencial*. 4. Ed. São Paulo: WMF Martins Fontes.

Gil, A. C. (2012). *Como elaborar projetos de pesquisa*. 5. ed. São Paulo: Atlas.

Martins, G. M. R. (2022). *Conjuntos Numéricos em Quadrinhos*: uma abordagem da História da Matemática na Educação Básica. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande-PB.

Martins, G. M. R.; Fossa, J. A. (2022). *Alice e os conjuntos numéricos.* Natal, RN: Ed. dos autores. Disponível em: https://pos-graduacao.uepb.edu.br/ppgecm/produtos-educacionais/. Aceso em: 30 jun. 2022.

McCloud, S. (1995). *Desvendando os quadrinhos*. São Paulo: Makron Books.

Mendes, I. A.; Chaquiam, M. (2016). *História nas aulas de Matemática*: fundamentos e sugestões didáticas para professores. Belém: SBHMat.

Nobre, S. (2020). Um “dicionário biográfico de matemáticos” dentre os verbetes da enciclopédia alemã do século XVIII. *Revista Brasileira De História Da Matemática*, 24. DOI: https://doi.org/10.47976/RBHM2007vn24

Nobre, S. (2008). Biografia de Matemáticos Brasileiros – Um projeto historiográfico. In: *Anais do VII Seminário Nacional de História da Matemática*. Guarapuava: Universidade Estadual do Centro-Oeste (UNICENTRO). Disponível em: https://www.sbhmat.org/conteudo/view?ID_CONTEUDO=372. Acesso em: 21 Jun. 2022.

Prodanov, C.C; Freitas, E.C. de. (2013). *Metodologia do trabalho científico*: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico. 2. ed. Novo Hamburgo: Feevale.

Santos, Z.; Costa, L. C.. (2020). A História da Matemática no ensino de trigonometria: uma proposta voltada para alunos de 9º ano do Ensino Fundamental. In: Oliveira, Z. V.; Alvim, M. H. *Propostas didáticas para o ensino de ciências e de matemática:* abordagens históricas. Santo André, SP: Universidade Federal do ABC. 113-124.

Silva, Telma F. F. da. (2017). “*Nem tudo é por Bhaskara”:* a aprendizagem significativa por meio da história em quadrinhos para o ensino da equação do segundo grau. Dissertação

(Mestrado Profissional em Ensino das Ciências na Educação Básica) - Unigranrio, Duque de Caxias-RJ.

Silva, T. F. F.; Victer, E. F. (2017). *Nem tudo é por Bhaskara*: Uma Abordagem Histórica. Duque de Caxias, RJ: Editora Unigranrio.

Vergueiro, W. (2020). A linguagem dos quadrinhos: uma "alfabetização" necessária. In: Rama, A. et al. (orgs.) *Como usar as histórias em quadrinhos na sala de aula.* São Paulo: Contexto, 4 ed. 31-64.

Adição de números naturais no livro Praticando Matemática

Adding natural numbers to the Practicing Mathematics book

Adición de números naturales en el libro Practicing Mathematics

Elton Morais Barbosa[553]
Universidade Federal do ABC
https://orcid.org/0000-0002-4716-0381

Reginaldo Guilhermino Cabral Liborio[554]
Universidade Federal do ABC
https://orcid.org/0000-0003-0929-5397

Virgínia Cardia Cardoso[555]
Universidade Federal do ABC
https://orcid.org/0000-0001-9639-9578

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: História social da Educação Matemática na Ibero-américa.

Resumo

Nesta pesquisa buscamos analisar os conhecimentos concernentes às concepções de ensino referente a edição da obra "Praticando Matemática", de Álvaro Andrini (2015) no que tange ao currículo presente, assim como a relevância desta coleção de livros didáticos. Entendemos que tal trabalho teve grande recepção por parte dos educadores em sua última oferta pelo PNLD (Programa Nacional do Livro Didático) no ano de 2019 e que se caracteriza pela proposição de resolução de situações problemas e com contextualizações do cotidiano. Dentro desta temática, surge a questão de pesquisa: Qual a importância que esta determinada obra teve no cenário educacional? A referida análise foi realizada a partir dos referenciais de Juan Ignacio Pozo e com bases teóricas em João Pedro da Ponte assim como Marcelo Cigales e Amurabi Oliveira. Conclui-se que o livro de Andrini (2015) expressa na forma de apresentar os conteúdos e de propor as situações de aprendizagens, um caráter contextualizado em que aborda situações cotidianas em suas atividades se diferenciando da proposição de exercícios de matemática, os quais remetem ao ensino tecnicista e de forma mais mecanizada.

Palavras-chave: Livros Didáticos, Análise de livros, Praticando Matemática, Álvaro Andrini.

[553] elton.morais@ufabc.edu.br
[554] reginaldo.liborio@ufabc.edu.br
[555] virginia.cardoso@ufabc.edu.br

Abstract

In this research we seek to analyze the knowledge concerning the teaching concepts regarding the edition of the book “Praticando Matemática”, by Álvaro Andrini (2015) regarding the present curriculum, as well as the relevance of this collection of textbooks. We understand that this work had a great reception by educators in its last offer by the PNLD (National Textbook Program) in 2019 and that it is characterized by the proposition of solving problem situations and with the contextualization of everyday life. Within this theme, the research question arises: What was the importance that this particular work had in the educational scenario? The referred analysis was carried out from the references of Juan Ignacio Pozo and with theoretical bases in João Pedro da Ponte as well as Marcelo Cigales and Amurabi Oliveira. It is concluded that the book by Andrini (2015) expresses, in the way of presenting the contents and proposing the learning situations, a contextualized character in which it addresses everyday situations in its activities, differentiating itself from the proposition of mathematics exercises, which refer to the technical teaching and in a more mechanized way.

Keywords: Textbooks, Book Analysis, Practicing Mathematics, Álvaro Andrini.

Resumen

En esta investigación buscamos analizar el conocimiento sobre los conceptos didácticos a partir de la edición del libro “Praticando Matemática”, de Álvaro Andrini (2015) respecto al currículo actual, así como la pertinencia de esta colección de libros de texto. Entendemos que esta obra tuvo una gran acogida por parte de los educadores en su última oferta del PNLD (Programa Nacional de Libros de Texto) en 2019 y que se caracteriza por la propuesta de resolución de situaciones problema y con la contextualización de la vida cotidiana. Dentro de este tema, surge la pregunta de investigación: ¿Cuál fue la importancia que tuvo esta obra en particular en el escenario educativo? El referido análisis se realizó a partir de los referentes de Juan Ignacio Pozo y con bases teóricas tanto en João Pedro da Ponte como en Marcelo Cigales y Amurabi Oliveira. Se concluye que el libro de Andrini (2015) expresa, en la forma de presentar los contenidos y proponer las situaciones de aprendizaje, un carácter contextualizado en el que aborda situaciones cotidianas en sus actividades, diferenciándose de la proposición de ejercicios matemáticos, que se refieren a la enseñanza técnica y de forma más mecanizada.

Palabras clave: Libros de texto, Análisis de libros, Práctica de las Matemáticas, Álvaro Andrini.

Introdução

O modo como as práticas educativas são concebidas historicamente está diretamente relacionado a diversos fatores, como por exemplo: educacionais, culturais, sociais, políticos e econômicos.

No tocante ao currículo, Apple (2013) salienta que ele é concebido a partir de intencionalidades:

> O currículo nunca é apenas um conjunto neutro de conhecimentos, que de algum modo aparece nos textos e nas salas de aula de uma nação. Ele é sempre parte de uma tradição seletiva, resultado da seleção de alguém, da visão de algum grupo acerca do que seja conhecimento legítimo. (APPLE, 2013, p. 71)

Com relação aos processos de ensino e aprendizagem da matemática, Moreira e David (2005) apresentam uma concepção de matemática escolar que supera o conceito de transposição didática de Chevallard (1991) como também o entendimento de que a construção do conhecimento matemático escolar é um processo totalmente intrínseco à escola (CHERVEL, 1990). Assim os autores compreendem que:

> [...] a matemática escolar constitui-se com base em disputas que se desenvolvem no plano das prescrições curriculares, mas resulta, em última instância, do processo pelo qual a prática escolar, valendo-se de sua lógica e de seus condicionantes, opera sobre as prescrições. Esse processo envolve elementos de produção, retradução, seleção, adaptação e também de carência de saberes. (MOREIRA e DAVID, 2005, p. 52)

Ponte (2020) defende que os estudos curriculares podem ser desenvolvidos, desde que se considere o que ele denomina de “níveis de currículo”:

> para além da evolução dos currículos ao longo do tempo, é necessário prestar atenção aos diversos níveis de currículos que coexistem em cada momento: o currículo oficial (o programa), o currículo disponibilizado nos manuais e outros materiais, o currículo interpretado pelos professores, o currículo implementado na sala de aula, o currículo aprendido pelos alunos e o currículo avaliado (ROBITAILLE, 1980). Existe naturalmente alguma relação entre estes níveis, mas muitas vezes verificam-se fenômenos de grande divergência que é interessante estudar. (PONTE, 2020, p. 811-812)

Sobre a relação entre o livro didático e a Educação Matemática, é importante considerar que se trata de um recurso de suma importância para compreender o desenvolvimento histórico do campo científico: “os livros didáticos constituem-se em elementos fundamentais para a pesquisa do trajeto histórico da educação matemática. Livro didático e educação matemática parecem ser elementos indissociáveis.” (VALENTE, 2008, p. 143)

Nesta perspectiva, consideramos relevante compreender o currículo presente nos livros didáticos de Matemática, dessa forma, o foco deste trabalho é a análise do livro “Praticando

Matemática", de Álvaro Andrini (2015), que foi redigido em conjunto com Maria José Vasconcellos, sendo todas suas edições publicadas pela Editora do Brasil. A primeira datada de 1989, já a reformulada ocorreu no ano de 2002. Nesta pesquisa, consideramos a versão que teve sua publicação em 2015, que compreende uma coleção de quatro livros voltados para os anos finais do Ensino Fundamental – compreendido do sexto ao nono ano.

O livro didático "Praticando Matemática" possui uma longa tradição no cenário educacional brasileiro, com as sucessivas edições em 1989, 2002, 2012 e 2015, de forma que sua última indicação pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) foi em 2017. A partir de 2020 a Editora do Brasil lançou a Coleção Apoema para os Anos Finais do Ensino Fundamental.

Faremos uma discussão sobre a obra reformulada "Praticando Matemática", nesse caso como uma análise sob o prisma da contextualização e da resolução de problemas. Selecionamos o capítulo que abarca a "Adição e Subtração de Números Naturais" tratado no primeiro volume da coleção, que corresponde ao sexto ano para a edição de 2015.

Outrossim, enquanto recorte de pesquisa, adotamos a análise micro de um manual escolar, que Cigales e Oliveira (2020) afirmam que pode ser tratada em três movimentos: análises micro, macro e uma que supera o conteúdo e o documental, podendo obter diversas técnicas e métodos de pesquisa. Assim, no estudo escolhido se faz a:

> descrição do manual propriamente dito. Autor(es); formato (número de páginas, tamanho, gráficos, princípios pedagógicos, figuras, gráficos, referências etc.); abordagem metodológica privilegiada; correntes teóricas abordadas; o não dito. A recepção dos manuais escolares nas instituições de ensino, as marcas dos alunos e professores nesses objetos. Nesta parte, talvez o elemento mais relevante também seja a leitura e resenha do seu conteúdo, destacando: os principais assuntos, a linguagem privilegiada, as transposições didáticas, o tratamento didático dado aos conteúdos, às críticas e a utilização de exercícios, proposições de atividades, iconografias etc. Todos esses elementos nos indicam os diversos sentidos atribuídos a esse manual, as disputas no campo educacional e um determinado projeto de sociedade, que se vincula diretamente ao grupo social do qual o manual advém. (CIGALES; OLIVEIRA, 2020, p. 12)

Não sendo possível esgotar todos os elementos da análise micro nesta pesquisa, baseamo-nos no estudo dos princípios pedagógicos, além da abordagem metodológica privilegiada e das correntes teóricas abordadas, no que se refere ao tratamento didático e utilização de exercícios.

A nova edição do livro Praticando Matemática e sua abordagem baseada em resolução de problemas

Tendo em vista a grande adesão à coleção de livros Praticando Matemática, pelo PNLD das escolas públicas, escolhemos a sua última edição (ANDRINI, 2015) para evidenciar as propostas metodológicas ali apresentadas.

Considerando-se os dados apresentados no site do PNLD, na Tabela 1, temos o somatório das vendas dos quatro volumes da obra Praticando Matemática, no ano de 2015. Portanto, podemos verificar que a obra Praticando Matemática ficou em primeiro lugar entre os 11 livros didáticos mais vendidos pelo PNLD, com aproximadamente um quarto das vendas efetuadas naquele ano.

Tabela 1.
Ranking dos livros didáticos mais vendidos em 2019. Adaptado de (PNLD, 2019)

Título	Editora	Total	Porcentagem
PRATICANDO MATEMÁTICA - EDIÇÃO RENOVADA	EDITORA DO BRASIL S.A.	598.662	26%
VONTADE DE SABER MATEMÁTICA	EDITORA FTD S.A.	457.547	20%
PROJETO TELÁRIS MATEMÁTICA	EDITORA ATICA S.A.	296.513	13%
MATEMÁTICA - COMPREENSÃO E PRÁTICA	EDITORA MODERNA LTDA	274.153	12%
MATEMÁTICA - BIANCHINI	EDITORA MODERNA LTDA	232.893	10%
CONVERGÊNCIAS MATEMÁTICA	EDICOES SM LTDA	129.332	6%
PROJETO ARARIBÁ - MATEMÁTICA	EDITORA MODERNA LTDA	141.802	6%
MATEMÁTICA NOS DIAS DE HOJE NA MEDIDA CERTA	LEYA EDITORA LTDA	92.092	4%
DESCOBRINDO E APLICANDO A MATEMÁTICA	EDITORA DIMENSAO LTDA	54.856	2%
MATEMÁTICA DO COTIDIANO	EDITORA SCIPIONE S.A.	28.595	1%
MATEMÁTICA: IDEIAS E DESAFIOS	SARAIVA EDUCAÇÃO LTDA	30.977	1%

As páginas finais de cada volume apresentam um manual do professor. Ao retratar algumas características dos seus objetivos podemos encontrar:

> Este manual tem diversos objetivos: revelar as ideias que nortearam a concepção desta coleção de Matemática e ***esclarecer sua proposta pedagógica***; contribuir para o processo de formação contínua do docente, apresentando textos e artigos que propiciam a reflexão ***sobre educação e práticas metodológicas***; fornecer subsídios para enriquecer as aulas por meio de orientações específicas para o trabalho com o Livro do Aluno, sugestões de textos, atividades voltadas para o desenvolvimento das ***habilidades de leitura, escrita e resolução de problemas***, propostas para avaliação e integração com outras áreas do conhecimento. (ANDRINI; 2015, p. 291, *grifo nosso*)

Já a crítica apresentada no Guia de Livros Didáticos do PNLD (2017) sobre esta edição de Andrini (2015) apresenta algumas informações que vão de encontro com nossa pesquisa:

> Os conceitos são abordados por meio de ***exemplos relacionados a situações cotidianas.*** Também com base nessas situações, os conteúdos são explorados e, em seguida, sistematizados. A proposição de ***problemas bem contextualizados*** pode contribuir para ampliar a compreensão dos estudantes. [...] Ao longo da coleção, o cálculo mental é valorizado, assim como a exploração da calculadora, com o intuito de acelerar os cálculos ou verificar respostas. [...] Em diversos momentos são feitas referências sobre as contribuições da Matemática para a ***resolução de problemas cotidianos*** e a importância das conexões com outras áreas do saber. Especialmente nas seções finais das unidades, encontram-se muitas atividades em que se buscam explorar esses aspectos. (GUIA DE LIVROS DIDÁTICOS, 2017, p. 62, *grifo nosso*)

Nesta nova abordagem a contextualização e as situações problemas têm uma preponderância bem maior que na primeira edição da obra, que conta com situações mais próximas da realidade do aluno, de situações das quais ele consegue, de forma mais concreta, associar com seus conhecimentos prévios. Na pedagogia de Paulo Freire:

> Dentre as diversas correntes educacionais críticas, desenvolvidas a partir de um processo histórico, por meio de diversos intelectuais, encontramos no Brasil a pedagogia crítica e libertadora de Paulo Freire. Sua teoria educacional desenvolve a ideia de que as formas tradicionais de educação funcionam basicamente para objetivar e alienar grupos oprimidos. Freire explorou a natureza reprodutora da cultura dominante, tendo analisado sistematicamente como ela funciona por meio de práticas sociais e textos específicos. (GIROUX, 1997 apud VICENTINI, 2015, p. 38)

Segundo Paulo Freire, o ensino tradicional também é marcado pela dicotomização do texto e contexto, de forma que em Andrini (2015) verifica-se não estar presente esta problemática, pois tanto os exemplos mostrados, como a resenha apresentada pelo PNLD possuem um formato contextualizado.

Na educação matemática atual, a resolução de problemas passou a ser uma estratégia de Ensino Fundamental dentro do processo de ensino e aprendizagem, o que contraria a forma com que tradicionalmente se desenvolveu a metodologia na matemática, sobretudo o que, segundo Dario Fiorentini (1995, p. 14), “seria a pedagogia oficial do regime militar pós-64, que pretendia inserir a escola nos modelos de racionalização do modelo capitalista”.

Importante para a fundamentação teórica para o ensino de matemática, a obra A Arte de Resolver Problemas, de George Polya (1995), em que se afirma a relevância das situações-problema, pois desenvolve inicialmente a capacidade de refletir e interpretar o enunciado da questão proposta.

> Qual a vantagem em assim proceder? É preciso compreender o problema, familiarizar-se com ele, gravar na mente o seu objetivo. A atenção concedida ao

> problema pode também estimular a memória e propiciar a recordação de pontos relevantes. (POLYA, 1995, p. 25)

Desse modo, os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática apontam esta característica importante que é a interpretação da situação-problema para sua compreensão e resolução. Sem que o aluno fortaleça esta habilidade de raciocinar sobre a questão proposta, não conseguirá desenvolver a sua resolução, pois:

> o problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada. (BRASIL, 1997, p.32)

Deve-se esta concepção de proposição de questões nos livros didáticos às mudanças da própria sociedade em sua forma de se relacionar com as situações cotidianas, que pedem outra forma de agir e resolver diversos problemas.

> Como Charlot em Tempos modernos, estaríamos sempre apertando a mesma porca com a mesma chave inglesa. Possivelmente foi assim em tempos nem tão modernos, durante muitos séculos, em que a cultura da aprendizagem era mais homogênea. Mas em nossos tempos pós-modernos, nós, alunos e professores, necessitamos adquirir muitas ferramentas diferentes para enfrentarmos tarefas bem diversas. A aprendizagem já não deveria ser uma atividade mecânica. De um simples exercício rotineiro passou a ser cada vez mais um verdadeiro problema, diante do qual é preciso tomar decisões e elaborar estratégias (PÉREZ ECHEVERRÍA e POZO, 1994 apud POZO, 2008, p.33)

Com base nessas informações, passaremos a tratar sobre as situações de aprendizagem da edição reformulada (ANDRINI, 2015), no que diz respeito à Adição de Números Naturais no sexto ano do Ensino Fundamental.

Abordagem do conteúdo de Adição de Números Naturais na edição de 2015

Nas páginas iniciais da obra, os autores apresentam a seguinte afirmação, citando Lobachevsky: “Não há ramo da Matemática, por mais abstrato que seja, que não possa um dia vir a ser aplicado aos fenômenos do mundo real.” (ANDRINI, 2015, p. 3). Esta é uma frase que mostra a proposta central da obra, desenvolvida em todos os conteúdos abordados.

Com uma proposta mais contextualizada, o conteúdo de adição e subtração de números naturais, que faz parte da unidade 3 da edição do ano 2015 tem algumas características a serem problematizadas dentro dos próximos parágrafos. Vejamos a situação de aprendizagem:

Figura 1.

Exemplo de Adição com Números Naturais (ANDRINI, 2015, p. 35)

A tabela a seguir apresenta o número de peças de roupa produzidas por uma fábrica nos meses de janeiro e fevereiro de 2016.

Peças	Janeiro	Fevereiro
calças	73	89
camisetas	130	110
bermudas	92	48
camisas	105	74

Para saber quantas calças foram confeccionadas no total, nos meses de janeiro e fevereiro, fazemos uma adição:

$73 + 89 = 162$

Esta abordagem, por meio de um exemplo palpável e concreto, apresenta uma situação em que se usa a operação de adição. Podemos verificar ainda mais exemplos, com alguns exercícios, tais como este:

Figura 2.

Exercício de Adição com Números Naturais. (ANDRINI, 2015, p. 38)

1. Considere os seguintes números:

7 700 | 7 001 | 7 707 | 7 077 | 7 770

Calcule e escreva os totais obtidos com:

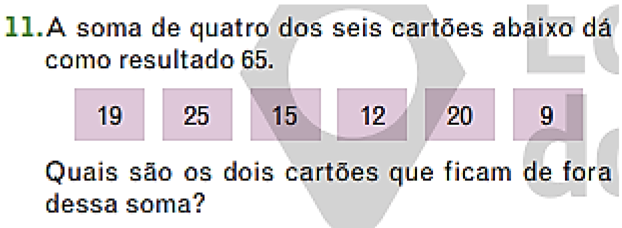
a) a soma dos dois números menores;
b) a soma dos dois números maiores;
c) a soma do número maior com o menor.

Nesses exercícios vemos que o aluno é desafiado a ler e interpretar cada situação em particular, o que não basta ter um modelo a seguir, pois não há procedimentos iguais entre exercícios, nem em boa parte dos propostos por Andrini (2015). O aluno precisa ser um leitor para realizar atividades deste tipo, não um mero repetidor.

Em outro exercício encontra-se:

Figura 3.

Exercício com Adição de Números Naturais. (ANDRINI, 2012, p. 39)


11. A soma de quatro dos seis cartões abaixo dá como resultado 65.

19	25	15	12	20	9

Quais são os dois cartões que ficam de fora dessa soma?

Este é outro exemplo de que não ocorre somente uma repetição de um algoritmo, pois o aluno é desafiado em sua criatividade para dar respostas, uma vez que precisa desenvolver estratégias para resolver estas situações de aprendizagem.

> As características dessa nova cultura da aprendizagem fazem com que as formas tradicionais da aprendizagem repetitiva sejam ainda mais limitadas que nunca. Em nossa cultura, a aprendizagem deveria estar direcionada não tanto para reproduzir ou repetir saberes que sabemos parcialmente, sem mesmo pô-los em dúvida, como para interpretar sua parcialidade, para compreender e dar sentido a esse conhecimento, duvidando dele. A cultura da aprendizagem direcionada para reproduzir saberes previamente estabelecidos deve dar passagem a uma cultura da compreensão, da análise crítica, da reflexão sobre o que fazemos e acreditamos e não só do consumo, mediado e acelerado pela tecnologia, de crenças e modos de fazer fabricados fora de nós. (POZO, 2008, p. 40)

Considerações Finais

Destarte, evidenciou-se, por meio deste estudo, que para as novas demandas educacionais, assim como as atuais exigências curriculares para as editoras, o livro de Andrini tem na forma de apresentar os conteúdos e de propor as situações de aprendizagens algumas características marcantes. No entanto, nem sempre foi assim, pois entre a sua primeira edição e sua reformulação há diferenças em sua abordagem.

Ademais, esta obra foi a mais adotada em 2019 pelos professores em suas indicações ao PNLD, aproximadamente 26% das vendas de livros didáticos de matemática para o Ensino Fundamental. Esses dados refletem a intencionalidade de ensino oficial selecionada para fazer parte da metodologia de matemática em sala de aula, de forma que salientamos duas características que marcam a obra:

A primeira característica da edição é o seu caráter contextualizado, em que aborda situações cotidianas em suas atividades, podendo, dessa forma, trazer proximidade aos estudantes e aliar texto e contexto. Já a segunda é a proposição de situações problemas, que se diferenciam da proposição de exercícios de matemática, os quais remetem ao ensino tecnicista e de forma mais mecanizada.

Referências

Andrini, A.; Vasconcellos, M. J. (2015). *Novo Praticando Matemática*. São Paulo: Editora do Brasil.

Apple, M. W. (2013). A política do conhecimento oficial: faz sentido a ideia de um currículo nacional? In: MOREIRA, A. F.; SILVA, T. T. (org.). *Currículo, cultura e sociedade*. 12. ed. São Paulo: Cortez.

Brasil. (1997). *Parâmetros Curriculares Nacionais*. Matemática. Terceiro e Quarto ciclos do Ensino Fundamental. Brasília: SEF.

Cigales, M.; OliveirA, A. (2019). Aspectos metodológicos na análise de manuais escolares. *Revista Brasileira de História da Educação*, v. 20, n. 1, p. e099, 17 dez.

Chervel, A. (1990). História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. *Teoria & Educação*, nº 2, p. 177-229.

Chevallard, Y. (1991). *La transposición didáctica*: del saber sabio al saber enseñado. Buenos Aires: Aique.

Fiorentini, D. (1995). Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil. *Zetetiké*, Campinas, n. 4, p. 1-37, nov.

Freitag, B. (1993). Aspectos filosóficos e socioantropológicos do construtivismo pós-piagetiano. In: Grossi, E.P., Bordim, J. *Construtivismo pós-piagetiano*: um novo paradigma de aprendizagem. Petrópolis: Vozes, p.26-34.

Guia de Livros Didáticos. Disponível em: http://www.fnde.gov.br/index.php/programas/programas-do-livro/pnld/guia-do-pnld?limitstart=0. Acesso em: 15 jul. 2022.

Moreira, P. C.; David, M. M. M. S. (2005). O conhecimento matemático do professor: formação e prática docente na escola básica. *Revista Brasileira de Educação [online]*. n. 28 [Acessado 11 Julho 2022] , pp. 50-61. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/S1413-24782005000100005>.

PNLD 2019. Disponível em: https://www.fnde.gov.br/index.php/programas/programas-do-livro/pnld/dados-estatisticos. Acesso em 15 jul. 2022.

Polya, G. (1995). *A arte de resolver problemas*: um novo aspecto do método matemático; tradução e adaptação Heitor Lisboa de Araújo, 2a reimpressão – Rio de Janeiro. Interciência, Ponte, J. P. (2020). A Didática da Matemática e o trabalho do professor. *Revista Brasileira de Ensino de Ciências e Matemática (RBECM)*, Passo Fundo, v. 3, n. 3, p. 809-826, ed. espec.,

Pozo, J. I. (1998). O condutismo como programa de pesquisa. Em: Pozo, J. I. *Teorias cognitivas da aprendizagem*. Porto Alegre: Artmed, p. 21-36

Pozo, J. I. (2008). *Aprendizes e mestres*: a nova cultura da aprendizagem. Porto Alegre: Artmed,

Valente, W. R. (2008). Livro didático e educação matemática: uma história inseparável. *ZETETIKÉ* – Cempem – FE – Unicamp – v. 16 – n. 30 – jul./dez.

Vicentini, D. A (2015). Pedagogia Crítica No Brasil: A Perspectiva De Paulo Freire. In: *XVI Semana da Educação e VI Simpósio de Pesquisa e Pós-graduação em Educação do Departamento de Educação*. Londrina: Uel. p. 36-46.

Um olhar sobre a história das práticas matemáticas escolares na Colômbia através da cartilha lacônica das quatro regras da aritmética prática (Agustín Joseph de Torres, 1797)

A look at the history of school mathematics practices in Colombia through the aconic primer of the four rules of practical arithmetic (Agustín Joseph de Torres, 1797)

Una mirada a la historia de las prácticas matemáticas escolares en Colombia a través de la cartilla lacónica de las cuatro reglas de la aritmética práctica (Agustín Joseph de Torres, 1797)

Alejandra Marín-Ríos[556]
Universidad de Antioquia
Orcid 0000-0003-2321-3247

Gilberto Obando-Zapata[557]
Universidad de Antioquia
Orcid 0000-0003-0397-2537

Modalidad: Comunicación
Núcleo Temático: Historia Social de la Educación Matemática en Iberoamérica.

Resumo

Avanços são apresentados no desenvolvimento de uma pesquisa de doutorado que visa caracterizar as práticas matemáticas escolares do nível primário na Colômbia durante o século XIX. Propõe-se uma abordagem histórica como possibilidade de compreensão das práticas matemáticas escolares no presente. Esta última é entendida como uma disciplina escolar, e elementos da perspectiva histórico-cultural e da filosofia da prática matemática são tomados para seu estudo. Nas notas metodológicas são descritas a delimitação espacial e temporal, a fonte privilegiada neste relatório e, grosso modo, um procedimento de análise de documentos históricos. Como resultados parciais, apresenta-se uma análise preliminar de um livro didático produzido por uma professora da rede pública de Santafé no início do século XIX.

Palavras-chave: prática matemática, história da educação matemática, história das práticas, história do ensino da matemática, ensino fundamental, aritmética.

Abstract

Advances are presented in the development of a doctoral research that aims to characterize the school mathematical practices of the primary level in Colombia during the nineteenth century. A historical approach is proposed as a possibility of understanding school mathematical practices in the present. The latter are understood as a school discipline, and elements of the

556 alejandra.marinr@udea.edu.co
557 gilberto.obando@udea.edu.co

historical-cultural perspective and the philosophy of mathematical practice are taken for their study. In the methodological notes, the spatial and temporal delimitation, the privileged source in this report and roughly, a procedure for the analysis of historical documents. As partial results, a preliminary analysis of a textbook produced by a public school teacher from Santafé at the dawn of the 19th century is presented.

Keywords**:** mathematical practice, history of mathematics education, history of practices, history of mathematics teaching, elementary education, arithmetic.

Resumen

Se presentan avances en el desarrollo de una investigación doctoral que tiene como objetivo caracterizar las prácticas matemáticas escolares del nivel primario en Colombia durante el siglo XIX. Se plantea un abordaje histórico como una posibilidad de comprensión sobre las prácticas matemáticas escolares en el presente. Se comprenden estas últimas como una disciplina escolar, y se toman elementos de la perspectiva histórico-cultural y de la filosofía de la práctica matemática para su estudio. En los apuntes metodológicos se describe la delimitación espacial y temporal, la fuente privilegiada en este reporte y *grosso modo*, un procedimiento para el análisis de los documentos históricos. Como resultados parciales se presenta un análisis preliminar de un texto escolar producido por un maestro de escuela pública de Santafé en los albores del siglo XIX.

Palabras clave**:** práctica matemática, historia de la educación matemática, historia de las prácticas, historia de la enseñanza de las matemáticas, educación primaria, aritmética.

Introducción

Entender la historia de la educación matemática como la historia de la enseñanza, el aprendizaje y en general, del currículo de matemáticas, remite a la historia de saberes, disciplinas y prácticas escolares que circularon en la escuela en una época determinada. En Europa han resonado tres versiones que aluden de alguna forma a la historia de las disciplinas escolares, cuyos representantes más visibles han sido (Viñao, 2006; Ríos, 2015): Ivor Goodson (Inglaterra) quien desarrolla estudios del currículo desde una historia social influenciado por la sociología de la educación; Antonio Viñao y Raimundo Cuesta (España) han estudiado la cultura material y la profesionalización docente; y André Chervel y Dominique Julia (Francia) se han posicionado desde la nueva historia cultural, cuyo objeto de estudio para el ámbito de la educación es la cultura escolar.

Las historias sobre las matemáticas escolares reconstruidas en Colombia se han producido principalmente en dos frentes de trabajo: una con énfasis en la enseñanza superior, y la otra proveniente de la historia de la pedagogía con foco en los saberes y disciplinas escolares en la educación básica y media.

En el primer frente de trabajo, de acuerdo con Arboleda y Guacaneme (2021), se ubican estudios como los de la profesora Clara Sánchez y el profesor Víctor Albis sobre la enseñanza de las matemáticas a los ingenieros, matemáticos y profesores entre los siglos XIX y XX, desde una perspectiva de la historia intelectual y la historia institucional (Rodríguez, 2011). Igualmente, en este frente se pueden localizar trabajos que analizan los procesos de apropiación del conocimiento y prácticas de enseñanza en la época colonial y comienzos de la república. Aquí se ubican algunas tesis doctorales y trabajos del profesor Luis Carlos Arboleda, desde una perspectiva de la historia social de la ciencia. Recientemente se han ampliado los estudios histórico-epistemológicos a otras épocas y con fines didácticos (Arboleda y Guacaneme, 2021).

El segundo frente de trabajo es desarrollado en una de las líneas del Grupo Historia de la Práctica Pedagógica (GHPP), relacionada con la historia de la enseñanza de los saberes y las disciplinas escolares a partir de la noción de saber pedagógico (Ríos, Zuluaga y Martínez, 2020) y el enfoque genealógico-arqueológico de Michel Foucault (Ríos, 2015). Específicamente para el siglo XIX se identifican el estudio de Parra (2011), una exploración sobre la aritmética y la geometría que se enseñaba en escuelas de Cundinamarca entre los años 1867 y 1894. En trabajos posteriores amplía el ámbito geográfico a Colombia en el periodo 1845-1906, considerando como fuentes documentales la legislación, artículos de periódicos, manuales y textos escolares (Parra, 2016; 2017; 2019).

En concordancia con la revisión realizada respecto a los estudios desarrollados a lo largo del siglo XIX y los planteamientos de Rodríguez (2011), se considera necesario continuar aportando a la construcción de historias que den cuenta de las transformaciones de la enseñanza de las matemáticas en Colombia. Particularmente, desde la primera mitad del siglo XIX, cuando se inició la expansión de la instrucción pública, una vez nos constituimos como república. No obstante, se reconoce que los procesos de independencia y las prácticas que pueden describirse para la época heredan estructuras de la época colonial y se hibridan con los nuevos propósitos republicanos. De ahí el interés por reportar algunos antecedentes que provienen desde finales de la época colonial y allí se localiza la obra en mención.

Referentes teóricos

La historia de la disciplina escolar matemáticas a través de la noción de práctica matemática

Desde la perspectiva de Goodson (1997), las disciplinas escolares son sistemas y prácticas institucionalizadas que proporcionan un marco para la acción, contienen un *discurso retórico*, unos *contenidos* y unas *formas de organización*, y a su vez forman parte de una estructura más amplia que define los objetivos sociales de la enseñanza a partir de prácticas de distribución y reproducción social. De manera similar, Viñao (2006) sugiere que las disciplinas escolares, contienen un código disciplinar integrado por tres elementos: unos *contenidos de enseñanza* (saberes, conocimientos, destrezas, técnicas, habilidades), un *discurso* sobre su valor formativo y su utilidad, y unas *prácticas*.

El estudio de las prácticas con una fuerte influencia de la sociología, en particular de Pierre Bourdieu, rescatan la importancia de considerar tanto las condiciones objetivas como subjetivas en el condicionamiento de la actuación en sociedad (Gutiérrez, 2005, p.16). Este planteamiento se complementa con elementos de la perspectiva histórico-cultural de la Educación Matemática y la filosofía de la práctica matemática, para combinar elementos culturales y cognitivos en una aproximación a la práctica matemática escolar. En correspondencia con lo anterior, se comprende la *práctica* como un tipo específico de actividad que puede ser enseñada y aprendida por agentes humanos, cuyo marco de actuación está delimitado por reglas (Ferreirós, 2016). Al estar situada en una institución específica proporciona recursos semióticos específicos que median en la actividad, y regula el uso del lenguaje y las técnicas en la comunidad (Obando, Arboleda y Vasco 2014).

La práctica se caracteriza por su sistematicidad y estructura que proporcionan un marco de sentido y significado para la actuación de los sujetos (Obando, 2021). Pero, además de presentarse como sistema de referencia para la participación en los sistemas culturales, da cabida al posicionamiento frente a la práctica misma, lo que posibilita que esta se transforme. Los cambios en las prácticas son posibles debido a la reflexión del sujeto sobre su acción, "en su orientación hacia el objeto de la actividad produciendo nuevos objetos/motivos para la acción, creando o transformando los instrumentos, produciendo nuevos sentidos y significados para el sistema de práctica" (Obando, 2015, p.61).

Específicamente la *práctica matemática*, como cualquier otra práctica, está asociada a las formas de acción del individuo empleando recursos e instrumentos que conjugados con sus habilidades cognitivas le posibilitan la resolución de problemas (Ferreirós, 2016). Más precisamente, resolver problemas motiva la acción de los individuos en procesos de objetivación y subjetivación relacionados con la cantidad, la forma y su variación (Obando, 2015). Esta noción de práctica matemática puede utilizarse en análisis históricos y no se restringe a los aspectos formales de las matemáticas, lo que posibilita una mirada más amplia de la actividad matemática, en el pasado o el presente (Obando, 2019; 2021).

Obando (2015) sugiere caracterizar las prácticas matemáticas a partir de los siguientes elementos: los objetos de conocimiento, los conceptos enunciados sobre los objetos, los instrumentos y procedimientos, los problemas que orientan la acción, las formas de discursividad, y la configuración epistémica. Estos elementos se conectan con el aparato propuesto por Ferreirós (2016) para el análisis de las prácticas matemáticas: marco teórico, marco simbólico y agencia. Estos elementos se configuran de manera particular en una época y lugar específico la acción matemática de los individuos y en las comunidades (Obando, 2019).

Aspectos metodológicos

Este trabajo hace parte de una investigación más amplia que se ocupa del estudio de las prácticas matemáticas en las escuelas primaras colombianas del siglo XIX. Dicha mirada hacia el pasado requiere del método histórico para su investigación. Como afirma Karp (2014), los métodos en la historia de la educación matemática son, ante todo, métodos históricos, los cuales se ocupan de la definición de técnicas para la recolección y tratamiento de los datos, su interpretación y divulgación. En este sentido, De Certeau (2006) caracteriza la historia como una práctica científica que requiere de una operación historiográfica: la delimitación de un lugar, unos procedimientos de análisis y la construcción de un texto (la escritura de la historia).

El estudio se ubica geográficamente en el territorio que hoy es Colombia. Si bien, la investigación está abarcando el periodo 1819-1902, en este documento se reporta un análisis que incluye elementos de finales del siglo XVIII e inicios del siglo XIX, como antecedentes al periodo republicano. En este caso se ha elegido un hecho que constituye en un hito en nuestra historia de la educación matemática: se trata del primer texto de carácter pedagógico escrito y publicado en este territorio por un maestro de escuela pública. De hecho, los libros de texto son especialmente importantes para hacer historia de una disciplina o saber escolar (Valente, 2007; Viñao, 2006), pero para captar de una mejor manera el espíritu de la época, Schubring (2006) sugiere superar el análisis internalista de los libros de texto e incluir otros libros. Pero, incluso deberían considerarse otras fuentes documentales.

Consecuente con el marco propuesto para el estudio de las prácticas presentado en la sección anterior, se realiza un análisis documental utilizando la técnica de análisis de contenido

(Krippendorff, 1990, citado en Maz, 2009, p. 8). La información es segmentada a través de los enunciados, unidad mínima de significado con intención comunicativa. El enunciado captura una parte de la actividad humana, un discurso enunciado sobre ella, por lo que puede dar cuenta de al menos un elemento constitutivo de la práctica (objetos de conocimiento, conceptos, instrumentos, procedimientos, problemas, formas de discursividad, agencia o la configuración epistémica). En este caso, cada enunciado puede estar compuesto por varias frases, o puede ser la combinación de frases y gráficos, esquemas, tablas, etc.

Análisis del texto escolar: algunos resultados.

Contexto de la publicación de la cartilla

En el último tercio del siglo XVIII los neogranadinos presenciaron acontecimientos que sacudieron su cotidianidad. Particularmente en el ámbito educativo, la expulsión de los jesuitas en 1767 dejó un vacío que, ante la solicitud de la misma población, los párrocos y sujetos que estaban dispuestos a dedicarse a la enseñanza de las primeras letras, impulsó a las autoridades españolas a tomar un mayor control de la educación pública, sobre todo para su vigilancia (Martínez-Boom, et al., 1989). El proyecto ilustrado promovido en las colonias españolas como parte de las reformas borbónicas incluía el apoyo a los estudios superiores, la publicación de periódicos y la exploración de los recursos en el territorio, por ejemplo, a través de la expedición botánica desde 1783 (Melo, 2018).

Respecto a las posibilidades de producción de texto escrito, si bien, en 1777 se fundó una Imprenta Real en Santafé, se presentaron dificultades económicas que le impidieron ponerse en funcionamiento. Fue solo hasta que se fusionó con la imprenta expropiada a los jesuitas después de su expulsión (que funcionaba desde 1741) y con otra imprenta privada que pertenecía al español Antonio Espinosa de los Monteros. En esta se publicaron “calendarios, reformas administrativas, carteles, informaciones sobre higiene y control de epidemias” (Guarín, s.f.). Y entre 1791 y 1797, en cabeza del virrey se publica el *Papel Periódico de Santafé*, en el cual escribieron algunos jóvenes eruditos, como Francisco José de Caldas, apoyando las reformas a los planes de estudio, la exploración de las riquezas del nuevo reino y discusiones en torno al significado de ser granadino, entre otros temas (Melo, 2018).

Cuatro años después de la traducción de la Declaración de los Derechos del Hombre y del Ciudadano realizada en 1793 por el criollo Antonio Nariño, en la imprenta patriótica, se coloca a la venta la Cartilla Lacónica de las cuatro reglas de la aritmética práctica por el precio de 2 reales (Martínez, et al., 1989). Un aviso sobre esta novedad, se lee en la segunda publicación del primer periódico privado *Correo curioso*, el día 24 de febrero de 1801, que solo duró en circulación un año. Estos datos pueden dar idea de la incipiente empresa de la impresión de libros en el nuevo reino. Las dificultades económicas, además de las restricciones impuestas por las autoridades para cierto tipo de escritos, hace aún más meritoria la aparición de esta cartilla (ver figura 1).

En Santafé, ciudad habitada por aproximadamente 20.000 almas, el autor de la cartilla, Don Agustín Joseph de Torres Patiño era maestro de escuela de primeras letras desde el año 1775 (Martínez, et al.,1989), "regentaba la única Escuela Pública de Santa Fe, la de San Carlos, localizada en la Plaza Mayor, en una habitación del Colegio de San Bartolomé, que había sido de los jesuitas expulsados" (Castro, 1997, p. 6). Esta escuela anexa, como las demás, en los colegios seminarios de Tunja, Popayán, Pamplona y Cartagena, tenían un grado mínimo de organización y su objetivo era enseñar rudimentos a los niños y prepararlos para ingresar a los estudios que les ordenarían como sacerdotes o abogados (Martínez 2015), "la instrucción era definitivamente un fenómeno de élites y el número de estudiantes por colegio era muy reducido." (p. 65-66).

Figura 1.
Portada de la cartilla (Torres, 1979)

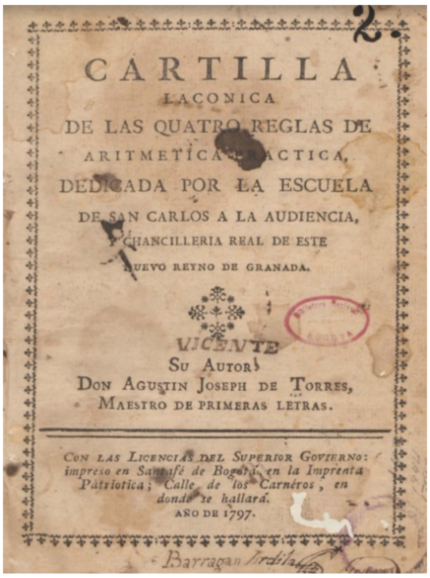
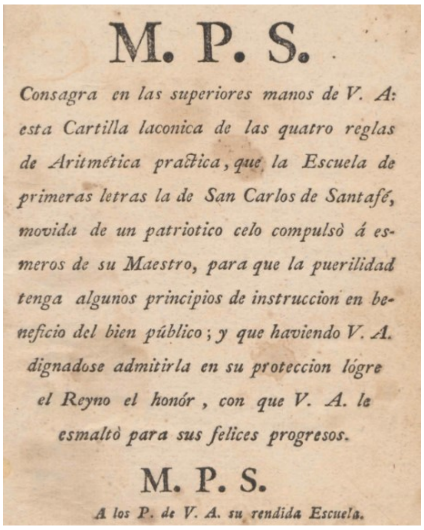

CARTILLA
LACONICA
DE LAS QUATRO REGLAS DE
ARITMETICA PRACTICA,
DEDICADA POR LA ESCUELA
DE SAN CARLOS A LA AUDIENCIA,
Y CHANCILLERIA REAL DE ESTE
NUEVO REYNO DE GRANADA.
SU AUTOR
DON AGUSTIN JOSEPH DE TORRES,
MAESTRO DE PRIMERAS LETRAS.
CON LAS LICENCIAS DEL SUPERIOR GOVIERNO: impreso en Santafé de Bogotá, en la Imprenta Patriotica; Calle de los Carneros, en donde se hallará.
AÑO DE 1797.

Figura 2.
Fragmento introductorio de la cartilla (Torres, 1979)


M. P. S.
Consagra en las superiores manos de V. A: esta Cartilla laconica de las quatro reglas de Aritmética practica, que la Escuela de primeras letras la de San Carlos de Santafé, movida de un patriotico celo compulsò á esmeros de su Maestro, para que la puerilidad tenga algunos principios de instruccion en beneficio del bien público; y que haviendo V. A. dignadose admitirla en su proteccion lógre el Reyno el honór, con que V. A. le esmaltò para sus felices progresos.
M. P. S.
A los P. de V. A. su rendida Escuela.

El lugar donde funcionaba la escuela fue descrito así: "[…]... cuatro ventanas, y de uno y de otro lado sus asientos de madera y bancos para escribir […] una alacena con su llave para guardar libros, cartones y cartillas: en la testera donde tiene su lugar el maestro se halla una mesa, con su cajón y llave, una silla […] un lienzo de San Casiano [patrono del primer gremio de “maestros de escuela de enseñar el arte de leer, escribir y contar” de Madrid], que tendrá vara y cuarto de alto y una de ancho, […] un atril, cuatro candeleros y unas parlamentarias de madera para el servicio de dicho altar” (Hernández de Alba, 1976, citado en Martínez, et al.,1989, p.44). Esta escuela, que bajo la orden de los jesuitas estuvo articulada al mecanismo de las donaciones para su sostenimiento, pasó a ser escuela pública al depender de las autoridades españolas y al expandir su público objetivo, de las clases beneméritas exclusivamente a atender también a españoles pobres.

Con el fondo de temporalidades les pagaban a los maestros. El maestro Torres recibía un estipendio de $400 anuales, aunque mucho mayor que el que recibían maestros de otros lugares del virreinato, era bajo respecto a lo que obtenían en promedio otros funcionarios de rango intermedio (entre $1.000 y $1.500) o que el arzobispo y el virrey ($40.000 anuales). Este salario no le permitía sostenerse adecuadamente y es la razón por la cual durante 16 años solicita piedad de los virreyes Caballero y Góngora, José Manuel de Ezpeleta y del monarca para un aumento de sueldo (Martínez, et al.,1989; Martínez, 2015).

Aun con sus dificultades económicas, el maestro en mención, cuando tuvo la oportunidad divulgó el texto pedagógico. Sus motivos son expresados en la dedicatoria del texto que se encuentra en la figura 2. El interés *patriótico* al que hace alusión ha de entenderse como una preocupación por el bien de la patria, el camino hacia su progreso y la prosperidad pública, lo que redundaba en la búsqueda de grandeza de la monarquía y de todos los reinos peninsulares y americanos fieles al rey (Biblioteca Nacional de Colombia, s.f.). Es decir, para la época, el patriotismo no necesariamente hacía referencia al movimiento independentista.

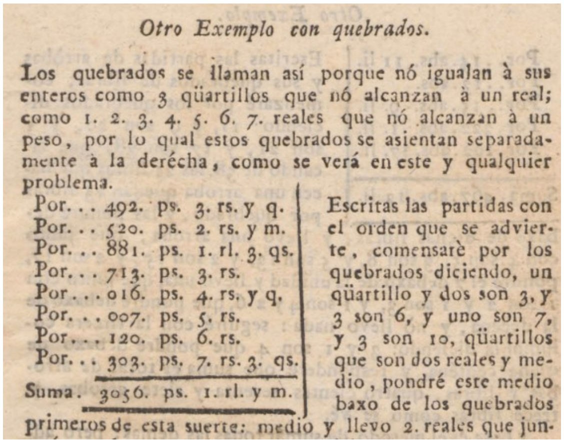
Estructura de la cartilla

La cartilla está compuesta por cuatro capítulos, cada uno se dedica a explicar una de las reglas de la aritmética: sumar, restar, multiplicar y partir; explica qué significa dicho proceso y brinda varios ejemplos. En la última página se encuentra un “Aviso pronto para sumar maravedises” en el que se halla una tabla de equivalencias entre reales y maravedís; también otras equivalencias como la vara en cuartas, la arroba en libras, la libra en onzas, la onza en adármes, el zurrón en millares, el millar en libra y el quintal en arrobas. Solo la correspondencia de libra y arroba es utilizada directamente en uno de los ejemplos de multiplicar, las demás no se utilizan en los ejemplos que se exponen.

En el capítulo de sumar se encuentran seis ejemplos, cuatro con enteros y dos con quebrados en los que están implicados entre tres y ocho cantidades y se utilizan números entre una y tres cifras, las cuales se van aumentando progresivamente tanto en el planteamiento del problema como en el resultado: en los dos primeros ejercicios resultan de dos cifras, el siguiente de tres y los restantes resultan ser números de cuatro cifras, pero los dos últimos contienen quebrados. No se presenta una narrativa "clásica" de problemas en los ejemplos. La mayoría tratan de "sumár pesos" una vez escritas las "partidas" (ver figura 3). El quinto ejemplo utiliza las *especies*: pesos, reales y qüartillos, mientras que en el último se usan las arrobas y las libras. Estas magnitudes, en las que se pueden descomponer otras son asumidas como quebrados y en ningún caso se hace una notación de números decimales.

Figura 3.

Fragmento del quinto ejemplo. Suma con quebrados. (Torres, 1979, p.7)



Otro Exemplo con quebrados.

Los quebrados se llaman así porque nó igualan à sus enteros como 3 qüartillos que nó alcanzan à un real; como 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. reales que nó alcanzan à un peso, por lo qual estos quebrados se asientan separadamente à la derécha, como se verá en este y qualquier problema.

Por. . . 492.	ps.	3. rs. y q.
Por. . . 520.	ps.	2. rs. y m.
Por. . . 881.	ps.	1. rl. 3. qs.
Por. . . 713.	ps.	3. rs.
Por. . . 016.	ps.	4. rs. y q.
Por. . . 007.	ps.	5. rs.
Por. . . 120.	ps.	6. rs.
Por. . . 303.	ps.	7. rs. 3. qs.
Suma. 3056.	ps.	1. rl. y m.

Escritas las partidas con el orden que se advierte, comensarè por los quebrados diciendo, un qüartillo y dos son 3, y 3 son 6, y uno son 7, y 3 son 10, qüartillos que son dos reales y medio, pondré este medio baxo de los quebrados primeros de esta suerte: medio y llevo 2. reales que jun-

El segundo capítulo, de restar, presenta el menor número de ejemplos de las cuatro reglas, cuatro en total, dos con enteros y dos con quebrados. En todos los ejemplos se utiliza la especie pesos y el contexto de los problemas son las deudas, con estructuras como las que siguen:

"Juan debe a Pedro... y pagò en varias ocasiones... Queda restando…"

"Pedro há pagado á Juan... El qual debia… Pagó demàs por exceso…"

"Pedro debe à Juan... Y pagó... Resta…"

En la mayoría de problemas, los números tienen tres cifras y el resultado también es una cantidad de tres cifras cuando se usan enteros y de una cifra con quebrados, excepto en el segundo de ellos que da un resultado entero. En todas se requería "añadir decenas" para que fuera posible la acción de "quitar un número de otro mayor" (Torres, 1979, p.7). Otro criterio para indicar el orden correcto en el que debían disponerse los números era considerar que primero se ubica la deuda y debajo de esta, la paga.

La sección de multiplicar es la que contiene más ejemplos, nueve en total, dos corresponden a números enteros y siete a quebrados, y en todos solo hay dos cantidades implicadas. En el primer ejercicio se involucran números de una y dos cifras y en los demás, de dos y tres cifras. En seis de los nueve problemas se relacionan las varas con los reales: varas de crea, tafetán o paño. Se trata entonces de problemas de compras, en algunos se indican las telas a adquirir, así como el precio según la razón de reales por cada vara. En el tercer y cuarto ejercicio el quebrado se presenta como media vara, y en el quinto, como un cuarto de vara.

Figura 4.

Ejemplo de multiplicar con varas y reales. (Torres, 1979, p.12)

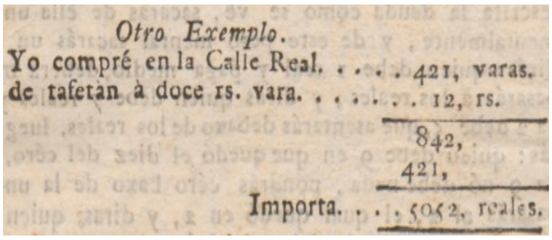
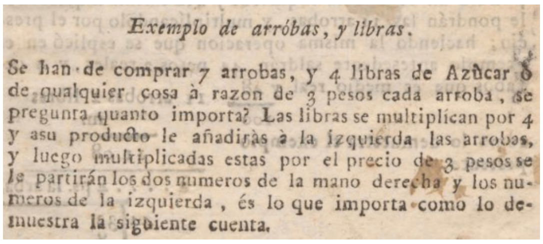

Otro Exemplo.
Yo compré en la Calle Real. . . . . 421, varas.
de tafetàn à doce rs. vara. . . . . . . 12, rs.
842,
421,
Importa. . . 5052, reales.

Figura 5.

Ejemplo de multiplicar con arrobas, libras y pesos. (Torres, 1979, p.15)


Exemplo de arróbas, y libras.
Se han de comprar 7 arrobas, y 4 libras de Azûcar ò de qualquier cosa à razon de 3 pesos cada arroba, se pregunta quanto importa? Las libras se multiplican por 4 y asu producto le añadiràs à la izquierda las arrobas, y luego multiplicadas estas por el precio de 3 pesos se le partirán los dos numeros de la mano derecha y los numeros de la izquierda, és lo que importa como lo demuestra la siguiente cuenta.

En tres de los ejemplos expuestos no se usan varas y reales, sino pesos, libras y quintales o arrobas y se emplean cifras más pequeñas que en los ejemplos anteriores. En estos casos los resultados son números de dos y tres cifras como máximo. También se trata de ejemplos de compras en las que se pregunta por el importe a pagar por la mercancía. A pesar de que gran parte de los problemas tienen un enunciado corto que refiere a este tipo de situaciones cotidianas, en las sumas se observó cómo los números no estaban referidos a cosas, no se sabía el género al que correspondían los valores ubicados en las partidas, pero se sabía que tenían un precio. En este caso, se explicita que puede tratarse de un producto como el azúcar, "qualquier cosa", de cualquier "género", y sin embargo la regla a usar sigue siendo la misma.

El último capítulo se dedica a la regla del partir. Se presentan seis ejemplos, todos con enteros, en los que se aumenta progresivamente el número de cifras de la cantidad por partir, hasta llegar a cuatro dígitos en los dos últimos ejemplos, en los cuales también se incrementó el divisor al orden de las decenas, mientras que, en los anteriores, el partidor solo era de un dígito. Todos los enunciados, excepto uno de ellos, refieren a la repartición de dinero entre cierta cantidad de personas (compañeros, soldados, herederos) y en cuanto al dinero, en dos ejercicios se utilizaron reales y en los otros tres, pesos. En tres de los ejercicios el resultado de la división es exacta, y en los otros tres, el sobrante se expresa en número fraccionario: “Las sobras de la particion toman la denominacion de su partidor”, por ejemplo, para dar el resultado de 727 reales entre 3 compañeros: “diré: que les cupo a doscientos quarenta y dos, y un tercio” (Torres, 1979, p.18).

En todos los enunciados, luego de mencionar el partidor se insiste en mostrar su expresión equivalente como “parte de”. En el ejemplo anterior, se dice “que és lo mismo que sacar la tercia parte de 727” y procede a mostrar el procedimiento. Ya en la descripción de lo que significa partir expresaba: es dividir una cantidad en ciertas partes, porque tantas unidades tienen esas partes. Finalmente, otro aspecto a resaltar es que, en uno de los ejemplos, complementa el enunciado dado con otro que también corresponde a la misma operación: “Se han de partir setecientos veinte y ocho reales entre 8 compañeros, que es lo mismo que sacar la octava parte, y que es lo mismo que reducir los reales à pesos.” (Torres, 1979, p.17).

Síntesis sobre algunos elementos de la práctica matemática y reflexión

Se rescata del análisis de esta cartilla la colocación intencionada de cada uno de los ejercicios en lo que respecta al aumento progresivo en el número de cifras empleadas, primero enteros y luego quebrados, primero los de una especie (al parecer de las más comunes o conocidas en el medio) como los pesos, los reales y las varas y luego usando otras equivalencias. Desde el inicio se insiste en la importancia de la homogeneidad de las partidas para sumar y restar, es decir, garantizar que sean de la misma especie para que aplicar la regla funcione.

Los problemas se relacionan con la actividad comercial de la época, y esto se constata no solamente por el contexto de compra y deudas, sino también por algunas palabras que al parecer fueron apropiadas de las prácticas de contabilidad o de teneduría de libros, tales como: *asentar o partidas*, y del comercio como el *importe*. Pero también se sospecha del lenguaje propio de la botánica, como la *especie* o el *género*. Adicionalmente, las prácticas matemáticas cristalizadas en este texto beben de las prácticas matemáticas de otros sujetos adscribiéndose a un marco de reglas comunes. Se evidencia que don Agustín estudió la obra de Euclides, Corachan y Puig, las dos últimas publicadas en la primera parte del siglo XVIII en España para la enseñanza, demás de la aritmética práctica, Corachan incluye la teórica y Puig la especulativa. Un estudio comparativo de estas obras podría informar sobre las reelaboraciones propias hechas por Torres a partir de ellas.

Una de las finalidades de las prácticas referidas a la cartilla y que se practicaba en la escuela de San Carlos, según se expresa en la misma cartilla, es probablemente que cada persona pudiera ocuparse de sus negocios. Pero, la otra finalidad, que supera la actividad individual, es la de instruir jóvenes que fueran útiles y contribuyeran a la prosperidad del reino (Martínez, 2015). En esto residía la necesidad de la educación en dicho momento histórico.

De este texto con gran valor histórico para los maestros del país, se podrían extraer algunas lecciones pedagógicas derivadas de los planteamientos expuestos y puede motivar la reflexión de profesores en formación y ejercicio. No obstante, quedan aspectos por enunciar y profundizar, por lo que se sugiere al lector revisar en detalle, por ejemplo, los procedimientos empleados para la ejecución de cada uno de los algoritmos y la correlación entre los precios señalados en los problemas y los que realmente se tenían en la ciudad de Santafé en ese momento. Además, queda por explorar el uso de la multiplicación dada una razón y la noción de quebrado, relativa a las especies usadas en cada caso, considerando que hasta el momento no se utilizaba el sistema métrico decimal.

Agradecimientos

Esta comunicación es producto del programa de investigación código 1115-852-70767, y el proyecto 71349 financiados por el Ministerio de Ciencia Tecnología e Innovación a través del PATRIMONIO AUTÓNOMO FONDO NACIONAL DE FINANCIAMIENTO PARA LA CIENCIA, LA TECNOLOGÍA Y LA INNOVACIÓN FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS, contrato CT 183-2021.

Referencias

Arboleda, L. y Guacaneme, E. (2021). La investigación en historia de la Educación Matemática en Colombia. VI Congreso Iberomericano de Historia de la Educación Matemática (CIHEM) 24, 25 y 26 de noviembre. Venezuela (virtual).

Biblioteca Nacional de Colombia (s.f.). Imprenta patriótica. ¿Por qué patriótica?

https://bibliotecanacional.gov.co/content/antonio-narino-la-imprenta-patriotica#imprenta2

Castro, J. (2016). El maestro público 200 años después. Magazín Aula Urbana, (1), 6–7. https://revistas.idep.edu.co/index.php/mau/article/view/1561

De Certeau, M. (2006) La operación historiográfica. En: *La escritura de la historia.* (Trad.). Universidad Iberoamericana, México, p.67-118.

Ferreirós, J. (2016). The web of practices. En: *Mathematical knowledge and the interplay of practices* (17-43). Princeton University Press.

Goodson I. (1997). A Construção Social do Currículo. Lisboa: EDUCA.

Guarín (s.f.). La imprenta y su desarrollo en la Nueva Granada y Colombia. Biblioteca Nacional de Colombia. https://cutt.ly/tNDHYsN

Gutiérrez, A. (2005). *Las prácticas sociales: una introducción a Pierre Bourdieu*. Ferreyra Editor.

Karp, A. (2014). The History of Mathematics Education:Developing a Research Methodology, En Schubring, G., y Karp, A. (Eds) *Handbook on the History of Mathematics Education* (9-25).

Martínez, A. (2015). *Verdades y mentiras sobre la escuela.* Editorial Aula de Humanidades.

Martínez, A.; Castro, J. & Noguera, C. (1989). *Crónica del desarraigo*. Cooperativa Editorial Magisterio.

Maz, A. (2009). Investigación histórica de conceptos en los libros de matemáticas. En González, María José; González, María Teresa; Murillo, Jesús (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 5-20). Santander: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.

Melo, O. (2018). *Historia mínima de Colombia*. El Colegio de México, AC.

Obando, G. (2015). *Sistema de prácticas matemáticas en relación con las Razones, las Proporciones y la Proporcionalidad en los grados 3 y 4 de una institución educativa de la Educación Básica* [Tesis Doctoral, Universidad del Valle].

Obando, G. (5-10 de mayo de 2019). Tratado de Aritmética Elemental (Indalecio Liévano, 1856): un texto con mucho que enseñarnos [Comunicación]. *Conferencia Interamericana de Educación Matemática, Medellín, Colombia*. 1028-1981-1-RV (GOZ) (ciaem-redumate.org)

Obando, G. (2021). *Número y Magnitud: lecciones del Tratado de Aritmética Elemental* (Indalecio Liévano, 1856). Documento no publicado.

Obando, G., Arboleda, L., y Vasco, C. (2014). Filosofía, matemáticas y educación: una perspectiva histórico-cultural en educación matemática. *Revista científica*, 20, 72-90.

Parra, G. (2011). *Enseñanza de la Aritmética y la Geometría en las escuelas de Cundinamarca durante la introducción de la Pedagogía Pestalozziana 1867-1894: un estudio exploratorio.* [Trabajo de grado, Universidad Pedagógica Nacional].

Parra, G. (2016). *Entre razón y utilidad: Matemáticas como saber escolar en Colombia 1845-1906.* [Tesis de maestría, Universidad Pedagógica Nacional].

Ríos, R. (2015). Historia de la enseñanza en Colombia: entre saberes y disciplinas escolares. *Pedagogía y Saberes,* (42), 9-20.

Ríos, R., Zuluaga, O., y Martínez, M. (2020). ¿Historia epistemológica de la ciencia o historia de la enseñanza de los saberes y las disciplinas escolares?: una lectura desde el saber pedagógico. *ETD-Educação Temática Digital,* 22(4), 856-872.

Rodríguez, L. (2011). *Las matemáticas en la escuela primaria colombiana: contribuciones a una historia sobre su enseñanza*. [Tesis de maestría, Universidad de Antioquia].

Schubring, G. (2006). Researching into the history of teaching and learning mathematics: The state of the art. *Paedagogica Historica*, 42(4-5), 665-677.

Torres, J. (1979). *Cartilla lacónica de las cuatro reglas de la aritmética práctica*. Imprenta patriótica. [Digitalizada por la Biblioteca Nacional de Colombia]

Valente, W. (2013). Oito temas sobre a história da educação matemática. *REMATEC, Natal* (RN), 8(12), 22-50.

Viñao F., A. (2006). La historia de las disciplinas escolares. *Historia de la educación: Revista interuniversitaria*, 25, pp. 243-269.

Pesquisa em Educação Matemática

IX CIBEM Congresso Iberoamericano de Educação Matemática 05 a 09 de dezembro de 2022

Conhecimentos didático-matemáticos de professores e futuros professores de Matemática para estruturação de sequências de atividades de Geometria

Didactic-mathematical knowledge of teachers and future Mathematics teachers for structuring sequences of Geometry activities

Conocimientos didáctico-matemáticos de docentes y futuros docentes de Matemáticas para la estructuración de secuencias de actividades de Geometría

Solange Fernandes Maia Pereira[558]
Universidade Luterana do Brasil
0000-0002-5634-8220

Carmen Teresa Kaiber[559]
Universidade Luterana do Brasil
0000-0003-1883-230X

Comunicação
Núcleo Temático: Pesquisa em Educação Matemática

Resumo

Apresentam-se, aqui, parte dos resultados de uma investigação desenvolvida no âmbito de uma tese de doutorado e que teve por objetivo investigar o desenvolvimento de conhecimentos e procedimentos referentes ao processo de ensino da Geometria junto a professores e futuros professores de Matemática da Educação Básica, do município brasileiro de Paulo Afonso-BA, a partir de um processo de formação de professores estruturado sob a perspectiva do Enfoque Ontossemiótico do Conhecimento e da Instrução Matemática (EOS). A pesquisa de base qualitativa, contou com a participação de seis professores em atuação e quarenta e oito futuros professores. Teoricamente buscou respaldo nos constructos teóricos do Enfoque Ontossemiótico e no modelo do desenvolvimento do pensamento geométrico de van Hiele, destacando-se, aqui, aspectosdo desenvolvimento da investigação referentes a organização de sequências de atividades de Geometria desenvolvidas no processo formativo. Nas análises qualitativas,referenciadas pelos indicadores do Guia de Análise Epistêmica do GAIDM do EOS, aponta-se média adequação no que se refere ao Conhecimento Matemático e alta adequação no que se refere aos Conhecimentos Cognitivo-Afetivo, Interacional Mediacional e Ecológico, com destaque para os ajustes dos níveis das questões às demandas cognitivas dos estudantes, as expectativas de aprendizagens propostos por documentos oficiais, aos materiais de ensino organizados, a utilização de recursostecnológicos e aos percursos didáticos traçados para o desenvolvimento do ensino.

Palavras-chave: Formação de Professores, Enfoque Ontossemiótico, Ensino de Geometria.

558 prosolangemaia@yahoo.com.br
559 carmen_kaiber@hotmail.com

Abstract

We present here part of the results of an investigation carried out within the scope of a doctoral thesis and which aimed to investigate the development of knowledge and procedures regarding the teaching process of Geometry with teachers and future teachers of Mathematics in Basic Education. , from the Brazilian municipality of Paulo Afonso-BA, based on a process of teacher education structured from the perspective of the Ontosemiotic Approach to Mathematical Knowledge and Instruction (EOS). The qualitative research had the participation of six active teachers and forty-eight future teachers. Theoretically, it sought support in the theoretical constructs of the Ontosemiotic Approach and in the development model of van Hiele's geometric thinking, highlighting, here, aspects of the research development regarding the organization of sequences of Geometry activities developed in the training process. In the qualitative analyses, referenced by the indicators of the Epistemic Analysis Guide of the GAIDM of the EOS, medium adequacy with regard to Mathematical Knowledge and high adequacy with regard to Cognitive-Affective, Interactional Mediational and Ecological Knowledge are pointed out, with emphasis on the adjustments of the levels of the questions to the cognitive demands of the students, the learning expectations proposed by official documents, the organized teaching materials, the use of technological resources and the didactic paths traced for the development of teaching.

Keywords: Teacher Education, Ontosemiotic Approach, Geometry Teaching.

Resumen

Presentamos aquí parte de los resultados de una investigación realizada en el marco de una tesis doctoral y que tuvo como objetivo indagar en el desarrollo de conocimientos y procedimientos en torno al proceso de enseñanza de la Geometría con docentes y futuros docentes de Matemática en la Educación Básica, de la Municipio brasileño de Paulo Afonso-BA, a partir de un proceso de formación docente estructurado desde la perspectiva del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática (EOS). La investigación cualitativa contó con la participación de seis docentes en activo y cuarenta y ocho futuros docentes. Teóricamente, buscó apoyo en los constructos teóricos del Enfoque Ontosemiótico y en el modelo de desarrollo del pensamiento geométrico de van Hiele, destacando, aquí, aspectos del desarrollo de la investigación sobre la organización de secuencias de actividades de Geometría desarrolladas en el proceso de formación. En los análisis cualitativos, referenciados por los indicadores de la Guía de Análisis Epistémico del GAIDM de la EOS, se señalan adecuación media en cuanto a Conocimiento Matemático y alta adecuación en cuanto a Conocimiento Cognitivo-Afectivo, Interaccional Mediacional y Ecológico, con énfasis en los ajustes de los niveles de las preguntas a las demandas cognitivas de los estudiantes, las expectativas de aprendizaje propuestas por los documentos oficiales, los materiales didácticos organizados, el uso de los recursos tecnológicos y los caminos didácticos trazados para el desarrollo de la docencia.

Palabras clave: Formación Docente, Enfoque Ontosemiótico, Enseñanza de la Geometría.

Introdução

Esta comunicação refere-se a um recorte de uma pesquisa estruturada paracompor uma tese de Doutorado que emergiu a partir da seguinte inquietação “Quais os conhecimentos que um professor deve mobilizar quando do planejamento de uma sequência de atividades de Geometria, com foco na aprendizagem dos estudantes?”. A investigação, de base qualitativa, ocorreu em um espaço formativo-investigativo de professores de Matemática, com apoio nos constructos teóricos do Enfoque Ontossemiótico do Conhecimento e a Instrução Matemática (EOS) (GODINO, 2008, 2009) e do chamado Conhecimentos Didáticos Matemáticos (CDM), modelados no âmbito desses constructos (GODINO; BATANERO; FONTE, 2008; PINO-FAN; GODINO, 2015).

Particularmente, se apresenta, aqui, parte da investigação que se refere a análise do desenvolvimento de conhecimentos didáticos matemáticos mobilizados por um grupo de 54 professores e futuros professores quando planejam 24 sequências de atividades (SA) para o trabalho com a Geometria nos Anos Finais do Ensino Fundamental. Para a implementação destas foram considerados os constructos teóricos do EOS, tal como já apontado, e do modelo do desenvolvimento do pensamento geométrico de van Hiele (VILLIERS, 2010; JUNQUEIRA, 1994). As tarefasmatemáticas foram idealizadas com a inserção dos saberes novos em conexão com os conhecimentos prévios dos estudantes, articulados aos referenciais propostos pelas habilidades[560] da Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2018) e descritores[561] do Sistema de Avaliação da Educação Básica - Saeb (BRASIL, 2020), os quais orientaram a tomada de decisão em um planejamento com foco nos direitos de aprendizagens dos alunos.

Destaca-se que a análise aqui apresentada tem como foco os CDM mobilizados pelos participantes da investigação, no que se refere a estruturação das sequências de atividades envolvendo conhecimentos geométricos e, foram efetivadas por meio dos componentes e indicadores da faceta epistêmica, a qual é apresentada como guia de análise nos protocolos que compõem o “Guia de Análise de Idoneidade Didático- Matemática (GAIDM)” do EOS (GODINO *et al.*, 2013). Assim, no que segue sedestacam aspectos dos constructos teóricos do EOS que foram tomados como referências para o desenvolvimento da investigação.

---

[560] http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/
[561] https://download.inep.gov.br/publicacoes/institucionais/avaliacoes_e_exames_da_educacao_basica/matriz_de_referencia_de_lingua_portuguesa_e_matematica_do_saeb.pdf.

Foi a partir de inquietações, como por exemplo, "De que forma ou com quais critérios se pode avaliar ou medir os conhecimentos? Como se pode ajudar aos professores a adquirir os distintos conhecimentos? Como se relacionam entre si, os distintos conhecimentos?" (PINO-FAN; GODINO, 2015, p. 93) que, no âmbito do EOS, constructo que "[..] busca construir ferramentas teóricas para analisar conjuntamente o pensamento matemático, os objetos matemáticos que o acompanham, as situações e os fatores que condicionam seu desenvolvimento" (KAIBER; LEMOS; PINO-FAN, 2017), foi se constituindo a modelização de um "[...] um sistema de categorias para analisar o conhecimento do professor de Matemática" (PINO-FAN; GODINO, 2015, p. 95), um modelo de Conhecimento Didático Matemático-CDM, que venha a se adequar e influenciar na práxis pedagógica do professor e, que foque na melhoria da qualidade dos processos de ensino e aprendizagem da Matemática.

Para tanto, além dos saberes matemáticos, o profissional professor necessita do domínio dos especializados, os quais intervêm no desenvolvimento de um conteúdo matemático para aplicação em sala de aula. E, o modelo do CDM é composto destes últimos conhecimentos a partir de três dimensões, a saber: dimensão matemática, dimensão didática e dimensão meta didático-matemática. Assim, será evidenciado apenas as características da dimensão didática, por ser esta a representação dos CDM, a qual instrui o professor no sentido de mobilizar os saberes especializados, os quais influenciam ações didáticas como: refletir sobre as dificuldades dos estudantes; prever edesenvolver possibilidades de interações que instiguem a participação dos alunos no processo; articular os conhecimentos do currículo às propostas de documentos oficiais; avaliar a pertinência das estratégias, metodologias e materiais de ensino quando do planejamento de aula que venha a potencializar a aprendizagem dos estudantes.

Assim, as categorias (facetas) que compõem a dimensão didática serão apresentadas através do Guia de Análise de Idoneidade Didático-Matemática (GAIDM), expostas pelo Quadro 1, o qual "[...] é aplicado a processos de instrução matemática conduzidos em qualquer nível educacional. Será, portanto, aplicável nos cursos de formação de professores [...]" (GODINO *et al*., 2013, 70) e, neste caso, adaptado para estudos dos CDM mobilizados pelos professores através da estruturação das sequências de atividades. Para tanto, o GAIDM "[...] se trata, na verdade, de uma família de instrumentos que sintetizam, em cada caso, os princípios didático-matemáticos [...]" (GODINO *et al*.,2013, p. 70) tomados para análises de processos instrucionais específicos que compõem a Idoneidade Didática[562] (Epistêmica, Cognitiva, Afetiva, Interacional, Mediacional e Ecológica) do EOS. No âmbito do EOS, a análise e avaliação do nível de adequação didática é qualitativa, a partir dos indicadores apontados no Guia de Análise e para o qual, de acordo com Godino *et al*. (2013), são atribuídos três graus de adequação didática (alta, média e baixa). Assim, a partir da identificação da presença (ainda que parcial) ou não dos indicadores são atribuídos os graus de idoneidade ou adequação.

Quadro 1.

Componentes do Guia de Análise da Idoneidade Didática-Matemática (GAIDM)

Fonte: Adaptado de Godino *et al.*, 2013

FACETA EPISTÊMICA (Análise da Estruturação da Sequência de Atividades)	OUTRAS FACETAS (Análises da Aplicação da Sequência de Atividades)
Conhecimento Matemático: As situações-problemas propõem variadas representações matemáticas, linguagem e procedimentos adequados a etapa de ensino.	FACETA COGNITIVA: Refere-se a seleção e adaptação da linguagem, dos conhecimentos prévios, variadas representações às situações-problemas de modo a dar sentido ao conhecimento matemático.
Conhecimento Cognitivo: As tarefas estão adequadas aos níveis cognitivos, explorações dos conhecimentos prévios e adaptações aos vários modos de avaliações.	FACETA AFETIVA: Ocupa-se do desenvolvimento de diálogos que devem promover boas interações, autoestima, participação e autonomia no estudo dos alunos, evitando rejeição, fobia ou medo da Matemática
Conhecimento Afetivo: As atividades e percursos didáticos sugeremo despertar do interesse, da participação edas emoções positivas dos estudantes.	FACETA INTERACIONAL: Relaciona-se a promoção de diferentes modos de interação na sala de aula e identifica conflitos de significados e dificuldades de aprendizagem.
Conhecimento Interacional: Atividades e percursos didáticos traçados instigam às variadas interações e autonomia do aluno.	FACETA MEDIACIONAL: Concerne-se a utilização de recursos manipulativos e tecnológicos no processo ensinar, desenvolvendo a competência de gestão do tempo de aula.
Conhecimento Mediacional: Relaciona-se a exploração dos variados recursos tecnológicos na implementação das atividades.	FACETA ECOLÓGICA: Refere-se às adequações ao currículo escolar, habilidades da BNCC, descritores do Saeb, inovação didáticae conexões interdisciplinares.
Conhecimento Ecológico: Vincula-se adaptações às habilidades da BNCC, descritores Saeb e Currículo escolar, sugerindo-se conexões interdisciplinares.	---

[562] "[...] sistema de indicadores empíricos identificados em cada uma das facetas que se constitui em um guia para análise e reflexão sistemática que contribui como critérios para a melhoria progressiva dos processos de ensino e aprendizagem" (GODINO *et al.*, 2017, p. 95, tradução do autor).

Porém, revela-se que a faceta epistêmica, que funciona como um instrumento de análises dos aspectos estruturais das sequências de atividades, se desdobra em seis componentes que avaliam os CDM mobilizados pelos professores quando daestruturação destas e, neste caso, englobam aspectos avaliativos do Conhecimento Matemático, Cognitivo, Afetivo, Mediacional e Ecológico. Destaca-se que se segue a inspiração de Pino Fan e Godino (2015), que no âmbito do CDM, apresentam a Idoneidade Didática organizada em quatro categorias (Epistêmica, Ecológica, Cognitiva-Afetiva e Interacional-Mediacional). No que segue, tratar-se-á do modelo de van Hiele, base teórica para o desenvolvimento das sequências.

Sobre o modelo de van Hiele

O modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de van Hiele consiste em trabalhar os conteúdos de Geometria com abordagens graduais e que são pautadas em cinco níveis de compreensão (Nível 1-visualização, Nível 2-análise, Nível 3- dedução informal, Nível 4-dedução formal e Nível 5-rigor) e estes descrevem características específicas do desenvolvimento do pensamento em Geometria (VILLIERS, 2010). No âmbito do desenvolvimento das atividades foram considerados os três primeiros níveis do modelo, os quais foram explorados nas atividades dassequências por se adequarem às habilidades da BNCC (BRASIL, 2018), considerando onível educativo a que se orientava, e são destacados e caracterizados no Quadro 2.

Quadro 2.

Características dos três primeiros níveis de van Hiele

Fonte: Adaptado das ideias de Villiers, 2010

Níveis	**Características**
Nível 1 Visualização	Reconhecimento das figuras geométricas por sua forma como um todo, ou seja, através de sua aparência e, assim, inicia-se a familiarização, ainda informal, com a nomenclatura e características do ente geométrico.
Nível 2Análise	Análise dos conceitos e características que descrevem os entes geométricos e, jáse identifica cada uma das figuras geométricas por suas respectivas propriedades. Reconhece-se, também, que as figuras geométricas têm partes e todo e abrangem grupos e subgrupos, porém, a inclusão de classes não é formalizada neste nível.
Nível 3 Dedução Informal	Estabelece-se uma ordenação lógica das propriedades de cada figura, por meio de curtas sequências de deduções, compreende-se que as figuras geométricas se correlacionam através de propriedades específicas, ou seja, já é possível se compreender os parâmetros da inclusão de classes.

O modelo de van Hiele inclui, também, uma proposta de percursos didáticos composta pelo sequenciamento de cinco etapas e cada uma destas destaca caminhos que devem ser percorridos na perspectiva de se facilitar a aprendizagem do estudante e, são estes: Informação (conhecer o conteúdo do domínio ou fazer levantamento de conhecimentos prévios); Orientação Guiada ou Direta (explicar as conexões entre os objetos que estão a manipular e os entes geométricos); Explicitação (compreender as relações e exprimi-las de acordo com os seus entendimentos); Orientação Livre (aplicar relações e resolver problemas) e Integração (sintetizar os conhecimentos e integrá-los numa rede coerente de fácil aplicação) (JUNQUEIRA, 1994).

O modelo de van Hiele pautou a organização e implementação das sequências de atividades considerando, também, as habilidades da BNCC (BRASIL, 2018) e os descritores do Saeb (BRASIL, 2020), no que se refere ao conteúdo de Geometria, e o entendimento que a transição de aprendizagem entre os níveis não é feita de modo natural, mas influenciado pelos percursos didáticos traçados pelo professor para a abordagem de um processo de ensino. Destaca-se, porém, que uma análise pautada no modelo de van Hiele não é apresentada nesse artigo.

No que segue se destacam os procedimentos metodológicos e caraterização dos sujeitos da pesquisa.

Procedimentos metodológicos

A investigação, de base qualitativa, no que se refere ao desenvolvimento do processo formativo, se processou nos moldes de uma pesquisa-ação que, segundo Prodanov e Freitas (2013), é concebida como um conjunto de ações postas em prática,de forma coletiva, na perspectiva de resolução de um problema. Para tanto, após a aprovação do projeto, respaldada pelo parecer[563] do Comitê de Ética (CCE) da Universidade do Estado da Bahia foi promovido um curso de formação-investigativo, com base nos constructos teóricos já apontados.

À vista disto, foi proposto um processo formativo-investigativo a um grupo de 54 professores de Matemática da Educação Básica, do município brasileiro de Paulo Afonso-BA, sendo seis destes atuantes da rede pública de ensino, os quais assumem asupervisão dos 48 futuros professores, estagiários do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade do

[563] Parecer consubstanciado de nº 4.442.096/2020 e CAAE 36285720.0.0000.0057 pelo CEP: https://plataformabrasil.saude.gov.br/visao/pesquisador/gerirPesquisa/gerirPesquisaAgrupador.jsf

Estado da Bahia. Contando com a participação da pesquisadora, os professores e futuros professores aceitaram participar e se constituíramem membros representativos, engajados de forma participativa e colaborativa na proposta de mobilizar saberes para se estruturar e implementar sequências de atividades de Geometria, com perspectivas de se potencializar a aprendizagem dos estudantes.

Nesse contexto foram organizados e implementadas 24 sequências de atividades de Geometria com propostas de ensino para alunos da Educação Básica, a partir das quais foi possível investigar os conhecimentos didático-matemáticos referenciados pelos componentes e indicadores da guia de análise epistêmica do modelo do EOS, disposto por Godino *et al.* (2013), sendo agrupados de acordo com as aproximações pertinentes (PINO FAN; GODINO, 2015) como Conhecimento Matemático, Conhecimento Cognitivo-Afetivo, Conhecimento Interacional-Mediacional e Conhecimento Ecológico, que serão destacados no que segue:

Análises e Resultados

Analisa-se as evidências do grau de adequação de 24 sequências de atividades (SA a partir de então) que foram estruturadas e implementadas pelas duplas/triplas de professores e futuros professores (generalizando para professor) que trabalharam no mesmo ciclo de ensino. Assim, em relação ao "Conhecimento Matemático" considerou- se a forma particular de como o professor propõe o conhecimento comum em articulação com o ampliado e com o do horizonte (curricular), contemplando-se as situações-problemas, questões contextualizadas, adequação ao nível cognitivo dos estudantes e os diferentes modos de representações dos entes geométricos.

A análise permitiu perceber que as questões estão propostas por representações de "coisas" e situações do mundo físico e, buscando permitir aos estudantes identificar, reconhecer e caracterizar os entes geométricos. Estas não se configuram como situações-problemas, mas, sim como problemáticas comuns (Figura 1), considerando-se que para Godino e Batanero (2009, p. 6) "Os problemas não podem ser excessivamente específicos/isolados, em vez disso, devem permitir a articulação das diferentes competências matemáticas [...] não basta ter "situações ricas", requer um movimento emdireção à organização de configurações e trajetórias didáticas [...]".

Figura 1.

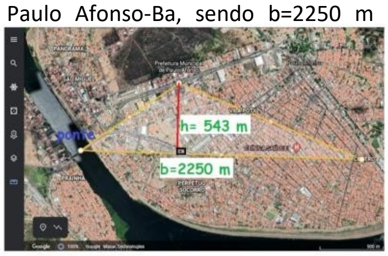
Exemplos de evidências de contextualização dos conteúdos

A - Questão da SA 12 (FP21 e FP22)

Gabriel ganhou uma caixinha de presente, cuja base tem o formato de um hexágono regular. Com ajuda de uma régua ele mediu um destes lados e a medida foi exatamente 3 cm. Qual a medida (em cm) do contorno da base inferior desta caixinha?

B - Questão da SA 7 (FP12 e FP13)

Calcular a área da região determinada pelos pontos que localizam a ponte, a prefeitura e o centro da cidade de Paulo Afonso-Ba, sendo b=2250 m e h=543 m.



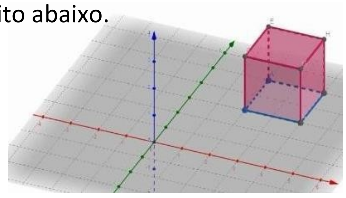
Também, apesar dos professores ajustarem a linguagem, definições e conceitos ao nível escolar dos estudantes, as evidências de abordagens contextualizadas aos diferentes modos de representações matemáticas apresenta-se fragilizado, assim como, os processos de conversões das representações e a identificação dos entes geométricos através de suas propriedades foram pouco explorados. Mas, é relevante apontar que a identificação das características do objeto matemático a partir da sua representação figural foi bastante trabalhada, como exemplificado na Figura 2.

Figura 2.

Exemplos de evidências de representações matemáticas

A - Questão da SA 15 (FP27 e FP28)

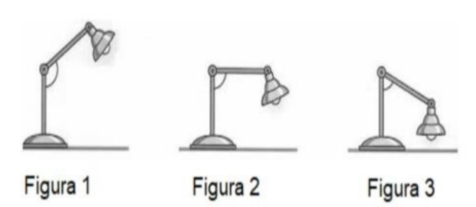
Descreva as características do sólido geométricodescrito abaixo.



Polígono da face?
Quantas faces?

B - Questão da SA 17 (FP29 e FP30)

Em qual das luminárias a seguir é possível identificar a curvatura de um ângulo agudo?



Assim, considera-se a análise da vertente "Conhecimento Matemático" com média adequação didática e concorda-se com Godino e Batanero (2009, p. 6) quando afirmam que "Uma das principais tarefas do professor de Matemática é a seleção e adaptação de situações-problema que promovem a contextualização do conteúdo matemático, sua aplicação e exercício” pois, esta ação didática exige do professor o desenvolvimento da habilidade de análise das conexões do objeto de ensino com outras áreas do conhecimento e com as situações reais, a fim de se promover a articulação entre as habilidades matemáticas e didáticas, considerando-se os aspectos do modelo didático do EOS.

Sobre a análise do componente “Conhecimento Cognitivo-Afetivo”, observa-se altas evidências de adaptações das atividades e materiais planejados aos níveis cognitivos dos alunos e as etapas de ensino que são conduzidos pelos percursos didáticos do modelo de van Hiele e, inclusive, observa-se que, de fato, os professores investiram na inserção de objetos de aprendizagem digital adequados as demandas dos moldes de aulas remotas e, também, visualiza-se tarefas com performances de jogos quepossibilitam a proposição de interatividade e de despertar interesse, motivações e emoções positivas aos alunos.

Ainda se destaca nas SA articulações dos conhecimentos prévios com o atual na perspectiva de facilitar a aprendizagem dos alunos. Se destaca, por exemplo, que para exploração das características e propriedades dos polígonos alguns grupos decidiram por elaborar vídeo aulas, as quais iniciavam, por exemplo, as noções primitivas da Geometria Plana e apresentavam as representações de entes geométricos por objetos presentes no cotidiano; já um outro grupo decidiu por rever, antecipadamente, atravésde vídeo do *Youtube*, conceitos que se referem as figuras planas para, em seguida, abordar as características dos sólidos geométricos. Toda essa tomada de decisão foi analisada, discutida e, muitas vezes, reelaborada.

Em se tratando do componente “Conhecimento Interacional-Mediacional” qualificado como de alta adequação, foi observado que as aulas remotas foram planejadas contando com aplicativos como o *Google* Apresentações, *Power Point* e o *Canva*, onde foi possível perceber a constante busca por melhor organizar os objetos deestudo, explorar maximamente diferentes formas de representações para facilitar a visualização dos objetos geométricos discutidos, por disponibilizar as tarefas (e avaliações) com performances atrativas aos olhos dos sujeitos aprendentes.

Para tanto, as atividades foram postas à disposição a partir da utilização do *Google Forms* e do *Liveworksheets,* plataformas digitais que transformam as atividades tradicionais em exercícios interativos e com autocorreção direta do próprio site. Outras tarefas foram transformadas em jogos, por meio das plataformas disponibilizadas para este fim, como o *Kahoot*, *Wordwal* e, ainda, outras foram disponibilizadas por intermédio de *softwares/*plataformas como o *Geoplan*, *Geogebra*, *Poly*, *Wingeom*.

Portanto, é relevante ponderar as ideias de Larios *et al*. (2012, p. 25) no que se refere a competência digital do professor, porquanto, "[...] O processo de integração desta tecnologia nas atividades profissionais do professor, não se restringe ao que é feitoem sala de aula [...]", pois esta influência vai muito além das atividades da sala de aula, já que o profissional professor "[...] precisa estabelecer mecanismos e estratégias para introduzir essas ferramentas nos processos educacionais e estudar as consequências dessa introdução."

E, em relação ao componente "Conhecimento Ecológico" configura-se com alta adequação didática das SA ao conteúdo do currículo, pois, foram apresentados com atividades e percursos didáticos pensados com adequações às habilidades da BNCC (BRASIL, 2018) e aos descritores do Saeb (BRASI, 2020), portanto, se qualificam as intenções dos professores em estabelecer conexões do conteúdo matemático com as propostas de documentos oficiais que sugerem relacionar o conhecimento escolar e os processos de instruções matemáticas as demandas de aprendizagens dos alunos.

Enfim, considera-se que as ações de análises didáticas sugeridas através do cursode formação docente para a elaboração das SA em Geometria, possibilitaram ao profissional professor fazer uso das habilidades de se planejar uma SA ou um plano de aula ou uma simples atividade levando em consideração o contexto do "[...] conhecimento do currículo de Matemática como elemento fundamental para compreender sua prática pedagógica [...] integrar teorias, metodologias e currículo no planejamento dos processos de ensino e reconhecer as implicações em sua práticaconsiderando os contextos institucionais" (LARIOS *et al*., 2012, p. 32).

Considerações

É relevante o investimento em formação de professor que possibilite a apropriação e ampliação de conhecimentos didático-matemáticos para se favorecer qualidade aos processos de instrução matemática em sala de aula, diversificando as atividades, estratégias e materiais de ensino, potencializando assim a aprendizagem dos estudantes, em favor por exemplo do letramento geométrico.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

_________. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). **Matrizes de referência de Língua Portuguesa e Matemática do SAEB: documento de referência do ano de 2001**. Brasília, DF: INEP, 2020.

GODINO, Juan Díaz; GIACOMONE, Belén; BATANERO, Carmen, FONT, Vicenç. **Enfoque Ontossemiótico de los Conocimientos y Competencias del Profesorde Matemáticas**. 2017. Bolema, Rio Claro (SP), v. 31, n. 57, p. 90 - 113, abr. 2017.

GODINO, J. D.; BATANERO, C; RIVAS, H; ARTEAGA, P. **Componentes e indicadores de idoneidad de programas de formación de profesores en didáctica de las matemáticas**. 2013. REVEMAT: Revista Eletrônica de Educação Matemática. Florianópolis, v. 08, n.1, p. 46-74, 2013.

__________, J. D. **Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas**. UNIÓN. Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 20,pp. 13-31, 2009.

__________, J. D.; BATANERO, C. **Formación de profesores de Matemáticas basadaen la reflexión guiada sobre la práctica**. Versão ampliada da Conferência Convidada da VI CIBEM, Puerto Montt (Chile), 4-9 de janeiro de 2009.

__________, J. D; BATANERO, C.; FONT, V. **Um enfoque Ontossemiótico do Conhecimento e a Instrução Matemática**. Acta Scientiae, Canoas, v. 10, n. 2,2008.

JUNQUEIRA, M. **Aprendizagem da Geometria em ambientes virtuais dinâmicos: Um estudo no 9º ano da escolaridade**. 306 p. Dissertação (Mestrado em Ciências de Educação) – Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa, Lisboa, 1994.

KAIBER, C. T.; LEMOS, A. V.; PINO-FAN, L. R. **Enfoque Ontossemiótico do Conhecimento e Instrução Matemática (EOS): um panorama das pesquisas na América Latina**. (2017). Perspectivas da Educação Matemática, v.10, n.23, 2017.

LARIOS, V.; FONT, V.; SPINDOLA, P.; SOSA, C.; GIMENEZ, J. **El perfil del docente de Matemáticas**. 2012. Revista Eureka, 27, p.p. 17-36.

PINO-FAN, L. R.; GODINO, J. D. Petiva estendida do conhecimento didático- matemático do professor. **Paradigma**, Maracay, v. 36, n. 1, p. 87-109, jun. 2015. Disponível em: <http://ve.scielo.org/scielo.php?script-sci_arttext&pid- S1011-22512015000100007&lng-en&nrm-iso>. Acessado em: 24/02/2022.

VILLIERS, M. Algumas reflexões sobre a Teoria de van Hiele. **Revista de Educação Matemática e Pesquisa.** São Paulo, v.12, n.3, pp. 400-431, 2010. Disponível em: http://revistas.pucsp.br/emp/article/view/5167/3696. Acessado em: 24/02/2022.

Emergência da modelagem matemática na educação matemática brasileira

Emergence of mathematical modeling in Brazilian mathematics education

Emergencia de la modelación matemática en la educación matemática brasileña

Maria Carolina Machado Magnus[564]
Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC)
0000-0002-2834-9293

Modalidade: Comunicação Oral
Núcleo Temático: Pesquisa em Educação Matemática.

Resumo

O presente artigo tem por objetivo analisar as condições de possibilidade para que o discurso da Modelagem Matemática emergisse na Educação Matemática brasileira. Os aportes teóricos-metodológicos vinculam-se às teorizações do filósofo Michel Foucault. O material analítico abrange teses e dissertações defendidas no Brasil, no período de 1970 à 1990, sobre Modelagem na Educação Matemática. A análise desses materiais evidenciou que a emergência do discurso da Modelagem ocorre em meio a uma crise no ensino de Matemática, constituída pelos seguintes enunciados: “os alunos têm dificuldade na aprendizagem da Matemática” e “a Matemática é distante da realidade”.

Palavras-chave: emergência, Modelagem Matemática, realidade, dificuldade, crise no ensino.

Introdução

Por que a Modelagem Matemática ganha visibilidade entre pesquisadores/as e professores/as, vinculados a Educação Matemática, em um determinado momento histórico? Quais embates de forças possibilitaram a emergência da Modelagem na Educação Matemática? Vale ressaltar que “os discursos emergem e se constroem exatamente na medida em que também rompem com uma determinada ordem dos saberes” (FONSECA, 2009, p. 1). Portanto, também, questiono: quais saberes foram/são rompidos por esse discurso? Que ordem a emergência da Modelagem pretende(u) instaurar? Para colocar em movimento essas problematizações, o presente artigo tem por objetivo analisar as condições de possibilidade para que o discurso da Modelagem Matemática emergisse na Educação Matemática brasileira.

[564] maria.carolina.magnus@ufsc.br

Aspectos metodológicos

Dos materiais

Para mobilizar meu pensamento, e compor o material analítico, selecionei teses e dissertações que tiveram como foco a Modelagem Matemática e foram defendidas no Brasil no período entre os anos de 1976 e 1999. O levantamento foi realizado no Catálogo de Teses e Dissertação da Capes.[565] Para o levantamento do material utilizei os seguintes descritores: Modelagem Matemática ensino; Modelagem Matemática Educação; Modelagem Matemática Aprendizagem; Modelagem Matemática pedagogia; Modelagem Matemática na Educação Matemática; Modelação Matemática Ensino; Modelação Matemática Educação; Modelação Matemática Aprendizagem; Modelos Matemáticos Educação; Modelagem Matemática em sala de aula. Ainda, no período de 1970 ocorreu a defesa das, consideradas, duas primeiras dissertações na área. Essas pesquisas, eu consegui a partir do meu contato com a PUC/Rio de Janeiro.

Dos enunciados

Mas, o que é enunciado? Em uma perspectiva foucaultiana, não há espaço para responder a essa pergunta, já que, para tal concepção, não há essência das coisas, não há algo em si. Ainda assim, Foucault assume o risco das definições e descreve o seu entendimento de enunciado.

Para Foucault o enunciado não é uma estrutura, ele é mais onipresente, mais tênue, menos carregado de determinações. Nessa conformidade, é preciso admitir que qualquer série de signos, de grafismos ou de traços é suficiente para constituir um enunciado. O enunciado é "uma função que cruza um domínio de estruturas e de unidades possíveis e que faz com que apareçam, com conteúdos concretos, no tempo e no espaço" (FOUCAULT, 2014, p. 105).

Essa função enunciativa possui suas condições de existência, regras que a controlam e um campo em que se realizam. Um enunciado para existir não tem diante de si um correlato ou uma ausência de correlato, por exemplo, "a montanha de ouro está na Califórnia" (FOUCAULT, 2014) não possui um referencial que possa ser encontrado em um mapa

---

565 https://catalogodeteses.capes.gov.br/

geográfico, ou em um manual de viagem, mas, pode ser encontrado em uma obra de ficção. Seu referencial não é constituído de "coisas", de "fatos", de "realidades" ou de "seres", mas de leis de possibilidade. O referencial do enunciado forma o lugar, a condição, o campo de emergência (FOUCAULT, 2014, p. 110). O enunciado é um espaço vazio que pode ser preenchido por diferentes sujeitos que "podem vir a tomar posição e, assim, ocupar esse lugar quando formulam o enunciado" (MACHADO, 2007, p. 151).

Um enunciado não existe "isoladamente, como pode existir uma frase ou uma proposição. Para que estas se tornem enunciados é preciso que sejam um elemento integrado a um conjunto de enunciados" (IBIDEM, p. 151). Além disso, outra condição de existência de um enunciado é a sua materialidade, que é de ordem institucional. "Uma frase dita na vida cotidiana, escrita em um romance, fazendo parte do texto de uma constituição ou integrando uma liturgia não constitui um mesmo enunciado. Sua identidade depende de sua localização em um campo institucional" (IBIDEM, p. 152).

Por fim, o que determina um enunciado, ou a função enunciativa, é "o fato de ele ser produzido por um sujeito, em um lugar institucional, determinado por regras sócio-históricas que definem e possibilitam que ele seja enunciado" (GREGOLIN, 2004, p. 26).

Os enunciados que analisei possuem suas condições de existência: um referencial (no caso deste artigo, teses e dissertações), posição de sujeito (os pesquisadores/autores dos materiais analisados), materialidade (o campo institucional é a Universidade – local de produção e socialização de saber acadêmico/científico) e o conjunto de enunciados (ou seja, os enunciados analisados se entrelaçam entre si – não existem isoladamente).

Uma vez que o enunciado é considerado a unidade elementar do discurso, em que consiste a enunciação? Para Foucault (2014), a enunciação é um acontecimento que não se repete, que possui singularidade situada e datada, que não se pode reduzir. Diremos que há enunciação cada vez que um conjunto de signos for emitido (FOUCAULT, 2014). A enunciação pode ser recomeçada e/ou reevocada enquanto o enunciado pode ser repetido.

Neste trabalho, considero enunciação o que os autores escreveram em suas pesquisas. Cada autor emite um conjunto de signos, que não se repete, mas existe regularidade entre eles. Considero que a enunciação é a unidade elementar do enunciado.

Dos Olhares

A análise do material tem por metodologia a análise do discurso foucaultiana. Ao escrutinar o material analítico tive o cuidado de "[...] analisar o *dictum* como um *monumento* e não como um *documento*. Isso significa que a leitura (ou escuta) do enunciado é feita pela exterioridade do texto, sem entrar propriamente na lógica interna que comanda a ordem dos enunciados" (VEIGA-NETO, 2007, p. 104, grifos do autor). Ou seja, olharei para as descontinuidades em sua exterioridade, por meio daquilo que o cerca e o sustenta. (FOUCAULT, 2013).

Ainda, a análise monumental não está atrás de uma suposta verdade, "nem mesmo busca uma essência original, remota, fundadora, tentando encontrar, nos não-ditos dos discursos sob análise, um já-dito ancestral e oculto" (VEIGA-NETO, 2007, p. 98). Isto é, analiso o dito, o que está escrito nas teses e dissertações e não a intenção que tiveram de dizer ou aquilo que poderia ser dito, que estaria oculto em sua escrita.

Nesta perspectiva, o olhar que lanço sobre o material empírico não busca "descobrir verdades ocultas, mas tornar visível exatamente o que já está visível" (ARTIÈRES, 2004, p. 15). É um visível que se torna opaco por sua proximidade. Dar visibilidade ao visível é lançar luzes a essa opacidade e mostrar aquilo que de tão próximo, tão ligado, indescritivelmente perto, não o conseguimos perceber.

Análises

A leitura, cuidadosa e minuciosa do material empírico, deu visibilidade a existência de uma crise no ensino de Matemática, no período que compreende as décadas de 1970 a 1990. Essa crise é evidenciada e constituída a partir de dois enunciados, que apesar de distintos, guardam entrelaçamentos entre si: "os alunos têm dificuldade na aprendizagem da Matemática" e "a Matemática é distante da realidade".

Os alunos têm dificuldade na aprendizagem da Matemática

As enunciações abaixo dão visibilidade ao primeiro enunciado, "os alunos têm dificuldade na aprendizagem da Matemática".

> As duas últimas décadas têm mostrado que o ensino de modo geral e, mais particularmente, **o ensino de matemática, está atravessando uma de suas crises mais sérias** com relação ao binômio **ensino-aprendizagem**. **A crise no ensino de**

> **matemática tem reflexos em todos os níveis de ensino** seja 1º, 2º ou 3º graus (BURAK, 1987, p. 12, grifos meus).

> **Professores de 5ª a 8ª séries reclamando do embasamento matemático dos alunos egressos de 1ª a 4ª séries**; **professores do 2º grau reclamando dos alunos oriundos do 1º grau** e, finalmente, professores dos cursos de licenciatura e bacharelado **descontentes com o nível de conhecimento matemático dos alunos de 2º grau** (BURAK, 1987, p. 12, grifos meus).

> Os professores desse curso perceberam que os alunos, embora fossem professores de Cálculo de instituições de ensino superior, praticamente de todo o país**, na sua grande maioria, não sabiam quase nada de Cálculo.** O que fazer? **Foi nascendo a ideia de se fazer uma mudança na estratégia de aprendizagem,** pois já haviam feito cursos de Cálculo e não haviam aprendido; **transmitir os mesmos conteúdos na esperança de que dessa vez aprendessem, não era uma estratégia racional** (GAZZETTA, 1989, p. 88, grifos meus).

> Tornou-se fato **corriqueiro professores de níveis mais avançados alertarem para o conhecimento matemático dos egressos dos níveis anteriores**, dizendo que **eles não possuem base suficiente para acompanharem determinada série** e, desse modo, ele, professor, perde muito tempo para "recuperá-los" (BURAK, 1987, p. 12, grifos meus).

> [...] embora já se possa perceber que os educadores estão conscientes **dos problemas que o aluno tem para atingir o domínio do conhecimento matemático**, e das **dificuldades que eles enfrentam para compreender e aplicar os conceitos matemáticos quando têm que resolver um problema**. E o mais grave é que esta situação parece ocorrer em **qualquer dos níveis de ensino** (SÁNCHEZ, 1979, p. 3, grifos meus).

O ensino de Matemática, está atravessando uma de suas crises mais sérias com relação ao binômio ensino-aprendizagem. Essas enunciações evidenciam que essa dificuldade de aprendizagem parecia *ocorrer em qualquer dos níveis de ensino*, e, havia sempre uma reclamação por parte dos professores sobre essa dificuldade e, também, uma busca por culpados, ou seja, *professores de 5ª a 8ª séries reclamando do embasamento matemático dos alunos egressos de 1ª a 4ª séries; professores do 2º grau reclamando dos alunos oriundos do 1º grau e, finalmente, professores dos cursos de licenciatura e bacharelado descontentes com o nível de conhecimento matemático dos alunos de 2º grau.* A partir disso, *foi nascendo a ideia de se fazer uma mudança na estratégia de aprendizagem,* pois *transmitir os mesmos conteúdos na esperança de que dessa vez aprendessem, não era uma estratégia racional.*

A partir dessas enunciações, posso inferir que justificava-se a dificuldade de aprendizagem de Matemática porque os alunos não tinham base, ou seja, não aprenderam os conteúdos ensinados nos anos anteriores. Desta maneira, os conteúdos não aprendidos acumulavam-se e como consequência os alunos encontravam dificuldade nos cursos subsequentes. Dito de outra forma, os alunos tinham dificuldade com a aprendizagem de Matemática porque estes não aprenderam os conteúdos que deveriam ter aprendido nas séries anteriores, culpando-se os professores dos anos antecedentes por essa situação.

Henriques (1998) argumenta que o currículo escolar foi formado de modo compatível ao modelo racional-positivista fundado nas noções de norma, sequência e disciplina. Referente a norma, o currículo apresenta-se de forma prescritiva, impondo obediência, sem possibilidade de desvios. A noção de sequência enfatiza que o currículo supõe uma ordenação de conteúdos em consonância com uma sequência pré-definida. E, a disciplina organiza os conteúdos dentro de matrizes disciplinares.

Tendo essas noções - norma, sequência e disciplina - contribuição para a dificuldade de aprendizagem dos alunos, a Modelagem poderia apresentar-se como uma forma para amenizar essa situação, pois, segundo Caldeira (1998) a Modelagem trabalharia com um currículo em espiral, onde os conteúdos das séries anteriores 'voltariam', caso necessário, para a discussão das atividades. Desta maneira, não haveria necessariamente uma forma linear e hierárquica para o ensino dos conteúdos.

> No nosso caso, **trabalhamos os números decimais juntamente com a geometria, sem antes termos trabalhado as frações**, isto tudo decorrente da necessidade de determinados conceitos para que pudéssemos responder a um questionamento que foi elaborado pelos alunos a partir dos fatos. **Aqui o currículo aparece em forma de espiral** (CALDEIRA, 1998, p. 177, grifos meus).

> É uma prática de ensino onde **não há a sequência rígida de conteúdo**, verificada no ensino tradicional, e cada tópico do programa estudado é tratado com profundidade devida ao nível e à série. (BURAK, 1987, p. 18, grifos meus).

As enunciações acima evidenciam que há um embate de forças entre o currículo fundado nas noções de norma, sequência e disciplina e o currículo apresentado em forma de espiral. Dito de outra forma, o uso de atividades envolvendo Modelagem traria para o ensino de Matemática uma nova prática, reconfigurando a forma como o ensino dos conteúdos matemáticos vinha sendo realizado. O currículo continuaria sendo cumprido, porém, a maneira como ele seria trabalhado romperia com a linearidade e os pré-requisitos, isso ocorreria porque nem sempre ao se trabalhar com fatos da realidade os conteúdos 'apareceriam' organizados sequencialmente. Seria a situação da realidade e o problema a ser resolvido que determinariam quais conteúdos seriam necessários para a resolução da atividade.

A Matemática é distante da realidade

O enunciado "a Matemática é distante da realidade", entrelaça-se ao enunciado "os alunos têm dificuldade na aprendizagem da Matemática". A falta de aplicação dos conceitos matemáticos na realidade pode ter tornado o seu ensino e aprendizagem difícil, acarretando dificuldades em sua aprendizagem.

As enunciações, extraídas do material analítico, evidenciam que o distanciamento entre a Matemática e realidade ocorreu em um momento histórico e tornou seu ensino destituído de significado. Os alunos não viam sentido em aprender Matemática se ela não servia para nada. Abaixo esboço as enunciações:

> Frequentemente os alunos perguntavam: **"para que serve tal conteúdo?" ou "onde vou usar isso?"**. As respostas, na época, não chegavam a provocar sérios sentimentos de culpa. Admite-se que não mentíamos aos alunos, mas, por outro lado, longe estávamos de trazer-lhes respostas mais dignas e condizentes com a sua real indagação (CORRÊA, 1992, p. 8, grifos meus).

> Porém, com esta abordagem podemos dar uma visão ampla do que é a matemática e teremos condições de responder às célebres perguntas: **"para que serve isto?" ou "onde vou utilizar isto?"** (MÜLLER, 1986, p. 125, grifos meus).

> O ensino tradicional pouco se tem preocupado com esse aspecto, mesmo para responder – **onde posso aplicar esse conteúdo? ou – para que serve isto na minha vida?** O estudo através da Modelagem Matemática parece vir ao encontro desta expectativa e necessidade dos alunos, pois procura favorecer a interação com o seu meio ambiente, uma vez que esta prática educativa está baseada fundamentalmente nos problemas "reais" do cotidiano do aluno, seja do lar, nos esportes, no trabalho ou nas diversões (BURAK, 1987, p. 36, grifos meus).

> O problema da plantação de batatas surgiu num curso de Cálculo Diferencial e Integral para alunos da Tecnologia de Alimentos da UNICAMP, ministrado pelo Prof. Rodney C. Bassanezi. Apesar de ser o primeiro contato que esses alunos teriam com a Matemática na Universidade, muitos já usavam a **camiseta-símbolo do curso com os dizeres "DETESTO CÁLCULO"**. Evidentemente isto traduzia o sentimento dos veteranos do curso, que não viam motivo satisfatório para estudarem três semestres seguidos de uma **disciplina "inútil"** e responsável pelo **maior índice de reprovação** de todos o curso (GAZZETTA, 1989, p. 36-37, grifos meus).

> Os alunos que procuram os cursos de Ciências Aplicadas de modo geral não estão motivados em relação à Matemática, principalmente **porque não conseguem ver o aparente relacionamento entre o conteúdo e a finalidade de sua área específica**, pois **a metodologia tradicional de ensino geralmente dissocia a Matemática da experiência de vida de cada sujeito e de sua escolha profissional**, fragmentando a sua formação fundamental. Este trabalho propõe a **Modelagem Matemática como caminho metodológico para sanar essas deficiências**, tendo em vista que o enfoque da mesma consiste exatamente em subsidiar-se de problemas da vida real para introduzir as diversas técnicas matemáticas especificas para as questões (ALMEIDA, 1993, p. 3, grifos meus).

As enunciações evidenciam que havia reclamações a respeito do processo de ensino e aprendizagem da Matemática. As estudantes nãos e sentiam motivados para prender porque a *metodologia tradicional de ensino geralmente dissocia a Matemática da experiência de vida de cada sujeito,* o que acabava tornando a Matemática uma *disciplina inútil e responsável pelo maior índice de reprovação.* Esse contexto proporcionou os seguintes questionamentos, *"para que serve tal conteúdo?", "onde vou usar isso?"*, *"onde posso aplicar esse conteúdo?", "para que serve isto na* *minha vida?".* Não havia sentido aprender Matemática se esta não tinha utilidade fora dos muros escolares.

Essa destituição da realidade no ensino de Matemática está entrelaçada por relações de poder/saber que em determinado momento histórico inserem nas escolas uma pedagogia tecnicista e, junto com essa pedagogia, "a proposta do ensino de matemática para uso em situações extraescolares foi dando lugar, durante a década de 1960, a do ensino da matemática pela matemática, principalmente devido ao Movimento da Matemática Moderna" (BRITO, 2008, p. 16). Esse Movimento propunha uma modernização no ensino de Matemática e sua entrada no ensino, segundo pesquisas, está relacionada a outros acontecimentos – econômicos, educacionais, científicos, tecnológicos, ... – que estavam sendo vivenciados aquele mesmo momento, e que também buscavam modernização.

A partir desse Movimento, o ensino passou a se preocupar com abstrações excessivas internas à própria Matemática "mais voltadas à teoria do que à prática. A linguagem da teoria dos conjuntos, por exemplo, foi introduzida com tal ênfase que a aprendizagem de símbolos e de uma terminologia interminável comprometia o ensino do cálculo, da geometria e das medidas" (BRASIL, 1997, p. 20).

Esse Movimento pode ter constituído um terreno fértil para que a Modelagem emergisse na Educação Matemática. Isso foi possível porque a Modelagem lança mão de uma outra lógica, de uma outra engrenagem que não a da abstração. Uma nova prática entra em jogo reconfigurando o ensino de Matemática a partir da realidade do aluno e de um currículo em espiral. Haveria, desta maneira, uma "[...] relação de forças que se inverte, um poder confiscado, um vocabulário retomado e voltado contra seus utilizadores, uma dominação que se enfraquece, se distende, se envenena e uma outra que faz sua entrada, mascarada" (FOUCAULT, 2011, p. 28). Assim, o alto grau de abstração proporcionado pela Matemática Moderna se enfraquece e um outro discurso faz sua entrada enquanto acontecimento, retomando e reconfigurando o ensino de Matemática

Conclusões

Para finalizar, referente ao primeiro enunciado, o discurso da Modelagem rompe (ou tenta romper) com a estrutura do currículo hierárquico, linear e sequencial. A lógica curricular que guiaria as atividades de Modelagem seria a imprevisibilidade, a casualidade, a eventualidade, a contingência, o caos. A emergência da Modelagem se dá nesse deslocamento, da ordem para a desordem curricular. A desordem penetra, perpassa e modifica a ordem, mas, não significa que a apaga.

Referente ao segundo enunciado, a ordem do discurso da Modelagem rompe com o Movimento da Matemática Moderna. O MMM priorizava a linguagem, a simbologia, as estruturas, o formalismo e, consequentemente, tornaria o ensino de Matemática separado da realidade. Esse Movimento possibilitou que a Modelagem fosse pensada como uma forma de enfrenta-lo, pois, esta proporcionaria um trabalho interdisciplinar – minimizando o distanciamento entre a Matemática e a realidade – e, logo, traria significado para o ensino e aprendizagem de Matemática – amenizando as dificuldades dos alunos pela sua aprendizagem.

Em efeito, o discurso da Modelagem retoma e reconfigura o ensino de Matemática, fazendo com que as práticas abstratas fossem repensadas a partir de práticas da realidade.

Referências

ALMEIDA, G. C. E. de. **A Matemática nas Ciências Aplicadas:** uma proposta metodológica. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Santa Úrsula. Rio de Janeiro, RJ: 1993.

ARTIÈRES, P. Dizer a Atualidade: O trabalho de diagnóstico em Michel Foucault. In: GROS, Frédéric (org). **Foucault: a coragem da verdade**. São Paulo, Parábola Editorial, 2004.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: matemática. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997b.

BRITO, A. de J. A USAID e o Ensino de Matemática no Rio Grande do Norte. **Bolema**,Rio Claro, SP, ano 21, n. 30, 2008, p. 1 a 25.

BURAK, D. **Modelagem Matemática:** uma metodologia alternativa para o ensino de matemática na 5ª série. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. Universidade Estadual Paulista Júlio Mesquita Filho, Rio Claro, 1987.

CALDEIRA, A. D. **Educação Matemática e Ambiental:** um contexto de mudança. Tese (Doutorado em Educação). Programa de Pós-Graduação em Educação. Universidade de Campinas, Campinas, 1998.

CORREA, R. de A. **A Modelagem:** o Texto e a História Inspirando Estratégias na Educação Matemática. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1992.

FONSECA, M. de S.. Sobre a Matematização do Mundo. **Revista Iberoamericana de Educación.** 2009. Disponível em: http://www.rieoei.org/deloslectores/918Souza.PDF Acesso em: 18 fev. 2016.

FOUCAULT, M.. Nietzsche, a genealogia e a história. In: FOUCAULT, M. **Microfísica do poder.** Rio de Janeiro, Graal, 2011.

______. Michel Foucault explica seu último livro. In: ______. **Arqueologia das ciências e história dos sistemas de pensamento.** Ditos e Escritos II. Organização e seleção de textos Manoel Barros da Motta: tradução Elisa Monteiro. 3 ed. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2013.

______. **A Arqueologia do Saber**. Trad. Luiz Felipe Baeta Neves. 8ª ed. 3ª tiragem. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2014.

GAZZETTA, M.. **A Modelagem como Estratégia de Aprendizagem da Matemática em Cursos de Aperfeiçoamento de Professores.** Dissertação (Mestrado em Educação

Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1989.

GREGOLIN, M. do R. V. O enunciado e o arquivo: Foucault (entre)vistas. In: SARGENTINI, V.; NAVARRO-BARBOSA, P. (org). **Foucault e os domínios da linguagem:** discurso, poder, subjetividade. São Carlos: Claraluz, 2004.

HENRIQUES, M. S.. **O pensamento complexo e a construção de um currículo não-linear.** 21ª Reunião Anual da ANPEd (Caxambu, MG, setembro de 1998), no GT Currículo, 1998.

MACHADO, R. **Foucault, a ciência e o saber.** 3ª ed. ver. e ampliada. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2007.

MAGNUS, M. C. M. Modelagem matemática na educação matemática brasileira: histórias em movimento. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2018. Disponível em: https://repositorio.ufscar.br/handle/ufscar/9332.

MÜLLER, M. C.. **Modelos matemáticos no ensino da matemática**. 140 f. Dissertação (Mestrado em Educação). Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1986.

SÁNCHEZ, J. E. P. **Estratégia combinada de módulos instrucionais e modelos matemáticos interdisciplinares para ensino-aprendizagem de matemática a nível de segundo grau**: um estudo exploratório. 305 f. Dissertação (Mestrado em Educação). Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1979.

VEIGA-NETO, A. **Foucault e a Educação.** 2 ed. 1 reimp. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

Etnomodelagem e conversão do conhecimento: percepções de membros de um Grupo de Pesquisa

Ethnomodelling and Knowledge Conversion: Perceptions of Members of a Research Group

Etnomodelación y conversión de conocimiento: percepciones de miembros de un grupo de investigación

Zulma Elizabete de Freitas Madruga[566]
Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (UFRB)
https://orcid.org/0000-0003-1674-0479

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Pesquisa em Educação Matemática

Resumo

Este artigo apresenta uma pesquisa que tem como objetivo compreender as percepções dos membros do Grupo de Estudos e Pesquisas sobre Tendências da Educação Matemática e Cultura (GEPTEMaC) sobre a Etnomodelagem, como possível potencializadora da valorização de conhecimentos de grupos culturais distintos. Na busca por responder a seguinte questão de pesquisa: como os membros do GEPTEMaC percebem as potencialidades da Etnomodelagem para a Educação Básica? Trata-se de uma pesquisa qualitativa, onde foram analisados 15 depoimentos de membros do grupo sobre suas percepções acerca da Etnomodelagem. Como metodologia de análise dos dados foi utilizada a Análise Textual Discursiva. Os resultados mostraram que a Etnomodelagem pode auxiliar no processo de conversão do conhecimento, corroborando para a aprendizagem, ao contribuir para que os estudantes acionem seus conhecimentos tácitos e os transformem em explícito, perpassando por etapas espirais (socialização, externalização, combinação e internalização), por meio das interações sociais que ocorrem durante o processo.

Palavras-chave: Educação Matemática, Etnomodelagem, Conversão do conhecimento, Valorização da cultura.

Abstract

This article presents a research that aims to understand the perceptions of the members of the Group of Studies and Research on Trends in Mathematics Education and Culture (GEPTEMaC) on Ethnomodelling, as a possible potentiator of the appreciation of knowledge from different cultural groups. In the quest to answer the following research question: how do GEPTEMaC members perceive the potential of Ethnomodelling for Basic Education? This is a qualitative research, where 15 testimonies of members of the group about their perceptions about

566 betemadruga@ufrb.edu.br

Ethnomodelling were analyzed. As a data analysis methodology, Discursive Textual Analysis was used. The results showed that Ethnomodeling can help in the knowledge conversion process, supporting learning, by helping students to activate their tacit knowledge and transform it into explicit knowledge, going through spiral stages (socialization, externalization, combination and internalization), through the social interactions that occur during the process.

Keywords: Mathematics Education, Ethnomodelling, Conversion of knowledge, Valuing culture.

Resumen

Este artículo presenta una investigación que tiene como objetivo comprender las percepciones de los integrantes del Grupo de Estudios e Investigaciones sobre Tendencias en Educación y Cultura Matemática (GEPTEMAC) sobre la Etnomodelación, como posible potenciador de la valorización de saberes de diferentes grupos culturales. En la búsqueda de dar respuesta a la siguiente pregunta de investigación: ¿cómo perciben los miembros de GEPTEMaC el potencial de la Etnomodelación para la Educación Básica? Se trata de una investigación cualitativa, donde se analizaron 15 testimonios de integrantes del grupo sobre sus percepciones sobre la Etnomodelación. Como metodología de análisis de datos se utilizó el Análisis Textual Discursivo. Los resultados mostraron que la Etnomodelación puede ayudar en el proceso de conversión del conocimiento, apoyando el aprendizaje, al ayudar a los estudiantes a activar su conocimiento tácito y transformarlo en conocimiento explícito, pasando por etapas en espiral (socialización, exteriorización, combinación e interiorización), a través de las interacciones sociales que ocurren durante el proceso.

Palabras clave: Educación Matemática, Etnomodelación, Conversión de saberes, Valoración de la cultura.

Introdução

A Etnomodelagem é entendida aqui conforme a visão de Madruga (2022), a qual define como uma proposta metodológica que se utiliza dos conceitos de diversidade e cultura *(etno)* em consonância com a modelagem matemática *(ticas)* com o objetivo de potencializar a aprendizagem *(matema)* nos diferentes níveis de escolaridade. Com vistas a sugerir um caminho para o ensino e aprendizagem de Matemática, com intuito de proporcionar um espaço de interação e reflexão, na elaboração e aprofundamento de conhecimentos oriundos das mais diversas culturas, em um permanente movimento que se volta às práticas educativas.

Nessa direção, a Etnomodelagem indica as relações entre a Etnomatemática e a Modelagem Matemática. A Etnomatemática, definida como a arte ou técnica de conhecer, explicar e entender os diversos contextos culturais (D’Ambrosio, 2013). Ambiente natural, social, cultural e imaginário (etno) de explicar, aprender, conhecer e lidar (matema) com modos, estilos, artes e técnicas (tica). Trata-se de um programa que visa explicar os processos de geração, organização e transmissão de conhecimento em diversos sistemas culturais. Estuda as relações e conexões entre noções matemáticas e outros elementos culturais, os saberes e o saber-fazer matemático adquiridos no desenvolvimento de uma atividade profissional (D'Ambrosio, 2013).

Ao passo que a Modelagem Matemática (MM), possibilita a ligação entre as representações e o mundo (Bassanezi, 2010), definida como um processo dinâmico, utilizado para obter e validar modelos (matemáticos). Para Bassanezi (2010), a modelagem é uma forma de abstração e generalização com intuito de prever tendências. "A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual" (Bassanezi, 2010, p. 24).

Alguns pesquisadores publicaram pesquisas que corroboram com essas relações, como por exemplo: Madruga (2012); Albanese & Perales (2014); Biembengut (2016); Madruga & Biembengut (2016), Pradhan (2020), entre outros. No entanto, a principal referência sobre Etnomodelagem até o momento, são os autores Rosa & Orey (2014, 2017, 2018).

A Etnomodelagem busca valorizar e compreender o conhecimento matemático local, traduzindo-o para uma linguagem acadêmica (global), expandindo a abrangência desse conhecimento para pessoas de outras culturas ou espaço geográfico (glocal) (ROSA & OREY, 2017). Para os autores, a Etnomodelagem pode ser compreendida como o estudo das práticas matemáticas que os membros dos mais diversos grupos culturais desenvolvem, por meio da Modelagem Matemática. Assim, os procedimentos da Etnomodelagem envolvem práticas matemáticas utilizadas e desenvolvidas em diversas situações-problemas enfrentados no cotidiano desse grupo.

Para Rosa e Orey (2017) é preciso compreender os conhecimentos matemáticos oriundos das práticas sociais que estão enraizadas nas relações culturais. Nesse sentido, a Etnomodelagem estuda esse conhecimento matemático por meio de um "processo de interação que influencia os aspectos locais (êmico) e global (ético) de uma determinada cultura" (ROSA & OREY, 2017, p. 18).

A abordagem êmica procura compreender o comportamento dos indivíduos de determinada cultura e os seus costumes, e compreender, ainda, como essas pessoas mobilizam o conhecimento para realizar suas tarefas cotidianas; enquanto o aspecto ético procura analisar esse comportamento na busca por universalizá-lo por meio de um padrão. Nesse sentido, a visão ética é a dos observadores externos de determinada cultura e possuem um ponto de vista considerado como culturalmente universal; e a visão êmica são dos indivíduos que estão imersos em um grupo cultural e possuem um ponto de vista culturalmente específico (ROSA & OREY, 2017).

Para Rosa & Orey (2018), é fundamental que haja um diálogo entre as abordagens êmica e ética, denominada abordagem dialógica (glocal), por meio da qual se pode compreender as influências culturais na elaboração dos modelos, evidenciando a interdependência e a complementaridade entre o 'êmico' e o 'ético', por meio do dinamismo cultural.

A Etnomodelagem é uma das temáticas estudadas no Grupo de Estudos e Pesquisas sobre Tendências da Educação Matemática e Cutura (GEPTEMaC)[567], vinculado ao Centro de Formação de Professores (CFP) da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (UFRB). Compõem a equipe deste projeto, professores de Ensino Superior; estudantes de Licenciatura em Matemática, sendo dois bolsistas PIBIC[568]; mestrandos em Educação em Ciências e Matemática; e professores atuantes na Educação Básica. As reuniões do grupo propiciam estudos e pesquisas, e se constituem, principalmente, momentos para compartilhar conhecimentos.

Nesse âmbito, este artigo apresenta recorte de uma pesquisa que buscou analisar as percepções dos membros do GEPTEMaC com relação a Etnomodelagem. Objetivando neste artigo, compreender as percepções dos membros do GEPTEMaC sobre a Etnomodelagem, como possível potencializadora da valorização de conhecimentos de grupos culturais distintos.

Caminhos metodológicos

Este artigo apresenta uma pesquisa de cunho qualitativo, conforme Bogdan e Biklen (2010). Utilizou-se como instrumento de produção de dados o depoimento de 15 pessoas, membros do GEPTEMaC, entre eles: oito estudantes do curso de Licenciatura em Matemática; dois mestrandos do curso de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática; cinco professores da Educação Básica, sendo um licenciado, dois especialistas e dois mestres. Tais

[567] Registrado no Diretórios de Grupos do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq. Disponível em http://dgp.cnpq.br/dgp/espelhogrupo/720033 Acesso em 23 de out. de 2022.
[568] Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica.

depoimentos são oriundos de um questionário aberto com duas questões: 1) Qual é o conceito de Etnomodelagem? 2) Como você percebe as potencialidades da Etnomodelagem para a Educação Básica? Esta última, destacada neste artigo.

Na busca por entender de que forma os participantes do GEPTEMaC percebem a Etnomodelagem no que tange à valorização de conhecimentos e culturas, foram analisados 15 depoimentos desses participantes, que consistiram nas repostas a um questionário aberto. Esses participantes serão chamados de colaboradores da pesquisa, e suas respostas codificadas como C1, C2, ..., C15[569]. As questões foram direcionadas em dois blocos: i) a importância do grupo para suas formações acadêmica e profissional; ii) sobre o conceito de Etnomodelagem e suas potencialidades para a Educação Básica; sendo este último bloco, apresentado nesse artigo.

Para processamento dos dados, e no intuito de atingir o objetivo de compreender as percepções dos participantes sobre Etnomodelagem, foi utilizada a Análise Textual Discursiva (ATD). De acordo com Moraes & Galiazzi (2013), a análise foi realizada em três etapas: a) desconstrução e unitarização (unidades de sentido); b) categorização (relações entre o que foi unitarizado); c) construção dos metatextos, a partir das interpretações do investigador. Apresenta-se a seguir, uma síntese do que consiste em cada uma dessas etapas, apontando os aspectos fundamentais.

a) *Desconstrução e unitarização*: Essa etapa inicial, após constituição do *corpus* de análise (seleção e organização do material a ser submetido à investigação, com base nos objetivos da pesquisa), fragmentou-se o texto em 88 unidades de significado, com vistas a atingir o objetivo da pesquisa.

b) *Categorização:* Essa etapa resulta do processo de organização e agrupamento das unidades de significado, podendo surgir de duas situações: forma objetiva e dedutiva -chamada de categoria *a priori*; e forma indutiva e subjetiva - denominada de categorias emergentes (MORAES & GALIAZZI, 2013). Esse processo exige potencial criativo, atento e organizado do investigador. As unidades de significados foram organizadas em 12 categorias preliminares, logo após, agrupadas em três categorias finais, explicitadas a seguir. Optou-se pelo emprego de

[569] Cabe destacar que neste recorte não são apresentados depoimentos de todos os colabores, apenas de alguns, que representam as ideias dos demais, por serem excertos semelhantes.

categorias emergentes. Cabe salientar que nesse artigo, será apresentada apenas uma das categorias que emergiram da análise.

c) *Metatextos:* A escrita de metatextos enuncia a compreensão do pesquisador sobre o fenômeno de investigação, baseada nas categorias elegidas no estágio anterior. Nesta etapa, o processo de escrita trama a descrição do fenômeno, a interpretação realizada pelo pesquisador e, dessa forma, há o surgimento do novo (MORAES & GALIAZZI, 2013).

A seguir, apresenta-se o metatexto de uma das categorias que emergiu das respostas dos participantes do grupo, a saber: valorização de conhecimentos e culturas.

Análise dos resultados

A Etnomodelagem na percepção dos membros do GEPTEMaC: a valorização de conhecimentos e culturas

A Etnomodelagem objetiva proporcionar um ensino de Matemática que dialogue com o contexto cultural no qual o estudante está inserido, contribuindo com a valorização do entorno e aspectos sociais, culturais e econômicos. Na busca por valorizar e compreender o conhecimento matemático local, traduzindo-o para uma linguagem acadêmica (global) e expandindo a abrangência desse conhecimento para pessoas de outras culturas ou espaços geográficos (glocal), (ROSA & OREY, 2017).

Assim, os procedimentos da Etnomodelagem envolvem práticas matemáticas utilizadas e desenvolvidas em diversas situações-problema enfrentadas no cotidiano desses grupos (ROSA & OREY, 2018), propiciando *"uma valorização dos conhecimentos matemáticos produzidos por diferentes povos" (C2).* Além disso *"permite a valorização de diferentes saberes matemáticos culturais, que por vezes são utilizadas pelos estudantes de forma implícita" (C7).*

Nesse sentido, a Etnomodelagem *"oportuniza aos alunos da Educação Básica, assim como os professores perceberem nos diferentes contextos os saberes e fazeres locais para serem aplicados no ensino da matemática" (C7),* valorizando os *"conhecimentos (tácitos) sejam de certa forma um "facilitador" para a aprendizagem dos conhecimentos acadêmicos" (C2).*

Os conhecimentos tácitos (êmicos) são aqueles oriundos da experiência que cada pessoa teve durante a vida. Assim, ele é subjetivo, pois decorre dos valores e da vivência de cada indivíduo. Este tipo de conhecimento é difícil de ser transferido para a linguagem formal, escrita. Pode ser considerado como o saber-fazer, é contextualizado e análogo (NONAKA & TAKEUCHI 1997). No desenvolvimento da Etnomodelagem ocorre *"a valorização dos conhecimentos que os estudantes trazem consigo" (C2), "considerando todo conhecimento que a pessoa já possui" (C13).*

Corroborando com as ideias de Rosa & Orey (2012), acredita-se que a Etnomodelagem, assim como a Modelagem Matemática, também pode facilitar uma estrutura pedagógica que promova a identificação e a disseminação dos conhecimentos – tácitos e explícitos (ROSA & OREY, 2012). Entende-se conhecimento explícito (ético) como aquele que já foi transformado para a linguagem formal. Assim sendo, foi passado para a forma de manuais, normas, textos, equações matemáticas, etc.

Dessa forma *"é possível valorizar as vivências de diferentes povos, inclusive dos nossos próprios educandos nas práticas em sala de aula" (C8),* no intuito de *"contribuir para que as novas gerações conheçam e reconheçam uma matemática muito mais cultural, ligada ao cotidiano de diversos grupos" (C4).*

Pode-se inferir, por meio dos depoimentos dos colaboradores, que estes percebem que a Etnomodelagem possui um papel importante para a construção do conhecimento, não apenas matemático; e pode facilitar a comunicação entre os professores e estudantes, propiciando a conversão entre os conhecimentos matemáticos tácito (êmico) e explícito (ético), por meio da elaboração de etnomodelos dialógicos. Gerando um ambiente *"onde a vivência, a realidade e o conhecimento social do estudante são priorizados, proporcionando que a aprendizagem seja construída de forma conjunta, entre professor e estudantes" (C1).*

Nonaka & Takeuchi (1997) sugerem que o processo de conversão entre os conhecimentos explícito e tácito seja espiralado, pois é um processo contínuo e dinâmico que evolui por meio das interações sociais. Os conhecimentos tácitos e explícitos são complementares, e a interação entre eles resultará em mais conhecimento. No que tange à dimensão epistemológica da Teoria do Conhecimento, segundo Nonaka & Takeuchi (1997), esta é dividida em quatro modos, não independentes entre si, são eles: socialização, externalização, combinação e internalização.

A *socialização* compreende a conversão de conhecimento tácito em outro também tácito. Este processo ocorre a partir da interação entre as pessoas (NONAKA & TAKEUCHI, 1997). Entende-se que esses conhecimentos tácitos podem ser considerados como os conhecimentos locais (êmicos) destacados por Rosa & Orey (2017, 2018). No desenvolvimento da Etnomodelagem, essa socialização pode ocorrer por meio de visitas à determinados locais (Pimentel, 2019; Santos, 2020), ou conversas com pessoas experientes em determinados assuntos. É aprender por meio da experiência, *"valorizando a cultura e os saberes advindos dos estudantes" (C8).* Onde "o professor e os alunos compartilham o conhecimento tácito através das experiências, das ideias, dos modelos mentais e das habilidades técnicas através da elaboração de atividades interativas, cooperativas e contextualizadas" (ROSA & OREY, 2012, p. 277).

A *externalização* é um processo de articulação do conhecimento tácito em conceitos explícitos (NONAKA & TAKEUCHI, 1997). Pode ser definido também como um processo de início da criação de um conhecimento global (ético), na medida em que o conhecimento tácito se torna explícito, expresso na forma de metáforas, analogias, conceitos, hipóteses, modelos ou etnomodelos. A Etnomodelagem pode facilitar esse processo de extenalização, na medida em que *"proporciona a valorização dos conhecimentos que os estudantes trazem consigo, permitindo que esses conhecimentos sejam de certa forma um "facilitador" para a aprendizagem dos conhecimentos acadêmicos" (C2).*

A *combinação* ocorre quando se transforma conhecimento explícito em outro conhecimento explícito (NONAKA & TAKEUCHI, 1997). Desta forma, ao mudar o contexto, há uma recategorização ou aumento de um conhecimento explícito, de certa forma, transformando este conhecimento.

> Os diferentes tipos de conhecimento explícito que os alunos possuem são combinados e convertidos em um novo conhecimento explícito, que contém um nível mais elevado de complexidade. Esse processo permite que os conhecimentos explícitos, que são combinados, sejam reorganizados, reestruturados, sistematizados e refinados (ROSA & OREY, 2012, p. 278).

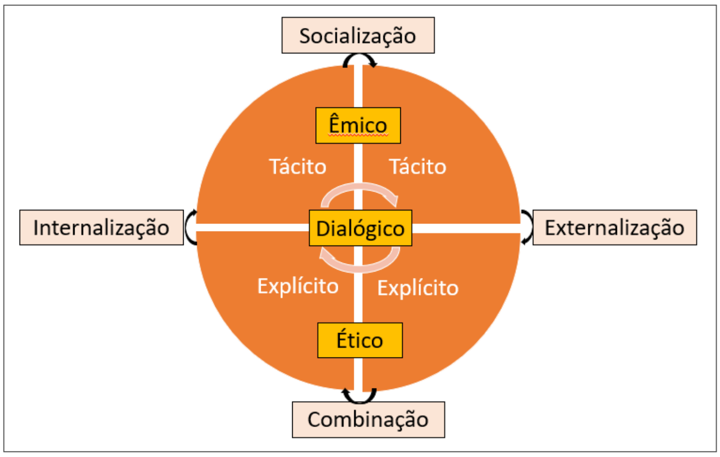
Compreende-se que na Etnomodelagem essa combinação no momento que os estudantes conseguem articular o que foi aprendido, quando compartilham diferentes conhecimentos explícitos, com base em aprendizagem anterior, integrando-os em um novo conhecimento explícito. Este poderia ser relacionado com o conhecimento ético (global), propriamente dito.

A *internalização* é o processo de transformação de conhecimento explícito em conhecimento tácito (NONAKA & TAKEUCHI,1997). De certo modo, identifica-se com o conceito comum de aprender fazendo. A Etnomodelagem pode contribuir com esse processo de internalização ao passo que *"auxilia os estudantes, ao verem a aplicação da matemática em diferentes contextos e situações do dia-a-dia, de forma a compreender que esta não é apenas explicação e reprodução de cálculos e fórmulas, mas que para além dessas teorias, esta podem ser vista e utilizada para resolver situações problemas" (C7).* Para Rosa & Orey (2012, p. 277) "a reflexão interna e a troca de informações entre o professor e os alunos e entre os alunos e os alunos favorecem a internalização do conhecimento, facilitando o desenvolvimento da consciência crítica através dos relacionamentos sociais". Acredita-se que esse processo de internalização gera a aprendizagem, ou seja, um conhecimento dialógico (glocal)

Nessa direção, Nonaka & Takeuchi (1997) afirmam que a conversão do conhecimento, na dimensão epistemológica, pode ser desdobrada nesses quatro modos de se criar conhecimento, conforme apresentado na Figura 1.

Figura 1.

Conversão do conhecimento e relações com a Etnomodelagem. (Madruga, 2022)



Com base em Nonaka & Takeuchi (1997) ao tratar sobre a conversão do conhecimento, que segundo os autores pode ser um movimento em espiral; relacionando com as ideias de Rosa

& Orey (2017) sobre a Etnomodelagem, considera-se que esse processo de espiral é um movimento dialógico o qual relaciona os conhecimentos êmicos dos estudantes (tácitos) com os conhecimentos éticos (explícitos), efetivando-se com o apoio de etnomodelos e consequentemente, gerando a aprendizagem, na busca por *"agregar os conhecimentos culturais de um povo com os saberes acadêmicos (escolares) bem como a busca por (etno)modelos matemáticos que estejam relacionados a um problema de estudos oriundo de questões culturais" (C5).*

Quando se elaboram modelos que resultem da compreensão de situações matemáticas praticadas por um grupo cultural, esses são denominados etnomodelos. Para Rosa e Orey (2017) etnomodelos são artefatos culturais, que podem ser considerados como instrumentos pedagógicos, e serem usados para facilitar a compreensão de práticas e sistemas da realidade de grupos culturais distintos. Um etnomodelo é uma forma clara e objetiva de explicitar o conhecimento matemático oriundo de um grupo cultural (externalização).

Considerações finais

Este artigo teve como objetivo compreender as percepções dos membros do GEPTEMaC sobre a Etnomodelagem, como possível potencializadora da valorização de conhecimentos de grupos culturais distintos. Para isso, por meio de questionários respondidos por 15 membros do grupo, foi possível relacionar suas percepções sobre a Etnomodelagem, no que tange à valorização de conhecimentos e culturas, com a teoria da criação do conhecimento, mais especificamente, a dimensão epistemológica da conversão do conhecimento, segundo Nonaka & Takeuchi (1997).

Os resultados mostraram que os colaboradores da pesquisa, membros do GEPTEMaC, percebem a Etnomodelagem como uma conexão entre a Etnomatemática e Modelagem Matemática, que busca a valorização e a compreensão de um conhecimento matemático local, traduzindo-o para uma linguagem acadêmica (global), expandindo a abrangência desse conhecimento para pessoas de outras culturas ou espaço geográfico (glocal), conforme destacam Rosa & Orey (2017, 2018).

Para Rosa e Orey (2017) é preciso compreender os conhecimentos matemáticos oriundos das práticas sociais que estão enraizadas nas relações culturais. Nesse sentido, a

Etnomodelagem estuda esse conhecimento matemático por meio de um "processo de interação que influencia os aspectos locais (êmico) e global (ético) de uma determinada cultura" (ROSA & OREY, 2017, p. 18).

Os dados levaram a compreensão de que a Etnomodelagem pode auxiliar no processo de conversão do conhecimento e para a aprendizagem, ao contribuir para que os estudantes acionem seus conhecimentos tácitos e os transformem em explícito, perpassando por etapas espirais (socialização, externalização, combinação e internalização), por meio das interações sociais que ocorrem durante o processo.

Referências

Albanese, V. & Perales, F. J. (2014). Pensar matematicamente: una visión etnomatemática de la práctica artesanal soguera. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 17(3), 261-288.

Bassanezi, R. C. (2010). *Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática*. 3 ed. 2ª reimpressão. São Paulo: Contexto.

Biembengut, M. S. (2016). *Modelagem na Educação Matemática e na Ciência*. São Paulo: Editora Livraria da Física.

Bogdan, R. & Biklen, S. (2010). *Investigação Qualitativa em Educação*. Porto, Portugal: Editora Porto.

D'Ambrosio, U. (2013). *Etnomatemática:* Elo entre as tradições e a modernidade. 5 ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora.

Madruga, Z. E. F. (2012). *A criação de alegorias de carnaval:* das relações entre modelagem matemática, etnomatemática e cognição. Dissertação de Mestrado. Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, RS.

Madruga, Z. E. F. (2022). Ethnomodelling as a Methodological Alternative to Basic Education: Perceptions of Members of a Research Group. In: Rosa, M., Cordero, F., Orey, D.C. & Carranza, P. (eds) Mathematical Modelling Programs in Latin America. Springer, Cham.

Madruga, Z. E. F., & Biembengut, M. S. (2016). *Modelagem & Aleg(o)rias:* um enredo entre cultura e educação. Curitiba: Appris.

Moraes, R., & Galiazzi, M. C. (2013). *Análise Textual Discursiva*. 2ª ed. Ijuí: Editora Unijuí.

Nonaka, I., & Takeuchi, H. (1997). *Criação de conhecimento na empresa*: como as empresas japonesas geram a dinâmica da inovação. Rio de Janeiro: Editora Campus.

Pimentel, C. C. (2019). *Etnomodelagem:* uma abordagem de conceitos geométricos no cemitério de Arraias – TO. 2019. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal do Tocantins, Programa de Pós-Graduação em Matemática, Arraias.

Pradhan, J. B. (2020). Artefatos culturais como uma metáfora para comunicação de ideias matemáticas. *Revemop*, v. 2.

Rosa, M., & Orey, D. (2012). A Modelagem como um Ambiente de Aprendizagem para a Conversão do Conhecimento Matemático. *Bolema*, Rio Claro (SP), v. 26, n. 42A, p. 261-290.

Rosa, M., & Orey, D. (2014). Interlocuções Polissêmicas entre a Etnomatemática e os Distintos Campos de Conhecimento Etno-x. In: *Educação em Revista*, 03(30), 63-97.

Rosa, M., & Orey, D. (2017). *Etnomodelagem:* a arte de traduzir práticas matemática locais. São Paulo: Editora Livraria da Física.

Rosa, M., & Orey, D. (2018). Etnomatemática: investigações em etnomodelagem. *Revista de investigação e divulgação em Educação Matemática*, Juiz de Fora, v. 2, n. 1, p. 111-136, jan./jun.

Santos, J. (2020). *Produção Artesanal de Chocolate e Etnomodelagem*: construção do conceito de função por estudantes do Ensino Fundamental. 2020. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual de Santa Cruz.

Docência em Matemática nos Anos Iniciais durante a Sindemia Covídica

Teaching in Mathematics in the Elementary School during the Covid Syndemic

Enseñanza de las Matemáticas en los Primeros Años durante la Sindemia del Covid

Fernanda Longo[570]
Universidade Federal do Rio Grande do Sul
https://orcid.org/0000-0002-0925-1303

Fernanda Wanderer[571]
Universidade Federal do Rio Grande do Sul
https://orcid.org/0000-0002-8198-7104

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Pesquisa em Educação Matemática.

Resumo

A presente investigação é fruto de uma Tese de Doutorado em Educação, ainda em desenvolvimento, que se configura a partir da seguinte questão: Quais os efeitos que as aulas na modalidade remota/bimodalidade operaram nos modos de ensinar Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental de escolas privadas de Porto Alegre (RS)? O objetivo geral da pesquisa é: descrever efeitos que as aulas na modalidade remota/bimodalidade operaram nos modos de ensinar Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental de escolas privadas da cidade de Porto Alegre (RS). As bases teóricas do estudo encontram-se na perspectiva pós-estruturalista, em sua vertente associada ao pensamento de Michel Foucault. A metodologia caracteriza-se como pós-crítica, amparada nas discussões de Foucault sobre a análise do discurso. Os materiais empíricos reunidos consistem em narrativas de educadoras que lecionam nos Anos Iniciais de escolas privadas de Porto Alegre (RS) sobre suas formas de ensinar matemática durante a pandemia. O resultado encontrado diz respeito à forte presença de elementos do neoliberalismo nas ações das professoras, como a privatização do indivíduo e a necessidade de aprender a aprender. Em especial, nas aulas de matemática, as educadoras mobilizaram métodos que pudessem diminuir o abismo entre o formato remoto e o presencial, dando um forte caráter conteudista à disciplina.

***Palavras-chave*:** Docência, Matemática, Anos Iniciais, Sindemia covídica.

Abstract

The present investigation is the result of a Doctoral Thesis in Education, still under development, which is based on the following question: What are the effects that remote/bimodality classes have had on the ways of teaching Mathematics in the Initial Years of Elementary School of private schools in Porto Alegre (RS)? The general objective of the research is: to describe the effects that remote/bimodality classes had on the ways of teaching

570 fernandalongo25@gmail.com
571 fernandawanderer@gmail.com

Mathematics in the Initial Years of Elementary School in private schools in the city of Porto Alegre (RS). The theoretical bases of the study are found in the post-structuralist perspective, in its aspect associated with the thought of Michel Foucault. The methodology is characterized as post-critical, supported by Foucault's discussions on discourse analysis. The empirical materials gathered consist of narratives by educators who teach in the Initial Years of private schools in Porto Alegre (RS) about their ways of teaching mathematics during the pandemic. The result found concerns the strong presence of neoliberalism elements in the teachers' actions, such as the privatization of the individual and the need to learn to learn. In particular, in mathematics classes, the educators mobilized methods that could reduce the gap between the remote and the face-to-face format, giving a strong content character to the discipline.

Keywords: Teaching, Mathematics, Elementary School, Covid syndemic.

Resumen

La presente investigación es el resultado de una Tesis Doctoral en Educación, aún en desarrollo, que parte de la siguiente interrogante: ¿Cuáles son los efectos que han tenido las clases a distancia/bimodalidad en las formas de enseñanza de las Matemáticas en los Años Iniciales de la Enseñanza Básica en escuelas privadas en Porto Alegre (RS)? El objetivo general de la investigación es: describir los efectos que las clases a distancia/bimodalidad tuvieron en los modos de enseñanza de las Matemáticas en los Años Iniciales de la Enseñanza Fundamental en escuelas privadas de la ciudad de Porto Alegre (RS). Las bases teóricas del estudio se encuentran en la perspectiva postestructuralista, en su vertiente asociada al pensamiento de Michel Foucault. La metodología se caracteriza como poscrítica, sustentada en las discusiones de Foucault sobre el análisis del discurso. Los materiales empíricos reunidos consisten en relatos de educadores que enseñan en los Años Iniciales de escuelas privadas de Porto Alegre (RS) sobre sus formas de enseñar matemáticas durante la pandemia. El resultado encontrado se refiere a la fuerte presencia de elementos del neoliberalismo en las acciones de los docentes, como la privatización del individuo y la necesidad de aprender a aprender. En particular, en las clases de matemáticas, los educadores movilizaron métodos que podrían reducir la brecha entre el formato remoto y el presencial, dando un fuerte carácter de contenido a la disciplina.

Palabras clave: Maestros, Matemáticas, Anos Iniciales, Sindemia de Covid.

Introdução

O presente trabalho apresenta resultados parciais de uma pesquisa de Doutorado que vem sendo realizada com professoras que atuam em escolas privadas da cidade de Porto Alegre, capital do Estado do Rio Grande do Sul. De um modo mais específico, o estudo busca analisar os efeitos que as aulas na modalidade remota/bimodalidade[572] operaram nos modos de ensinar Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental da rede privada de ensino de Porto Alegre. A pergunta de pesquisa é: Quais os efeitos que as aulas na modalidade

[572] A expressão remota/bimodalidade está sendo usada, pois o *corpus* da pesquisa constituiu-se enquanto as participantes ministravam aulas remotas em que uma parte dos estudantes se encontrava de forma presencial na escola, e outra parte participava de forma remota.

remota/bimodalidade operaram nos modos de ensinar Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental de escolas privadas de Porto Alegre (RS)? As bases teóricas encontram-se na perspectiva pós-estruturalista, em sua vertente associada ao pensamento de Michel Foucault.

Ao escrever o ensaio "A Crise na Educação", Arendt (2011, p. 493) afirma que "em toda crise é destruída uma parte do mundo, alguma coisa comum a todos nós". É importante percebermos que as sociedades, a partir de 2020, passaram a ter um mesmo objetivo: vencer a pandemia, mesmo que isso significasse não mais viver como antes. Arendt (2011) continua seu argumento explicando que os momentos de crise exigem uma resposta, seja esta nova ou antiga, mas que ao tentarmos responder às questões que a crise nos coloca com aquilo que já sabíamos, perdemos a oportunidade de suspeitar das naturalidades que o momento nos proporciona.

Foi pensando nesta provocação de Arendt (2011) que nos sentimos convidadas a pensar sobre a disciplina Matemática[573], as docências e os atores que constituem o discurso educacional produzido ao longo da pandemia. Em uma sociedade de aprendizagem (Simons & Masschelein, 2011), o aprender é tomado como um imperativo, colocando os sujeitos como responsáveis e desejosos pelo investimento nos saberes que lhes darão um retorno futuro. Nesse sentido, percebe-se que durante o afastamento, mesmo que longe do espaço físico da escola, a escolarização não podia parar.

No Rio Grande do Sul não foi diferente. No dia 16 de março de 2020, o então governador do estado Eduardo Leite decreta a suspensão das atividades escolares presenciais e, no mesmo dia, a prefeitura de Porto Alegre/RS paralisa as atividades no município. Dois dias depois, novos decretos são assinados, autorizando as atividades domiciliares em caráter de excepcionalidade, até então não regulamentadas no Brasil. Ainda em 2020, novos pareceres e resoluções publicadas pelo Conselho Nacional de Educação e do Ministério da Educação e Cultura vão dar força a este formato de escola.

Podemos afirmar que as restrições impostas pelos governantes no momento da crise da Covid-19 refletem as técnicas disciplinares descritas por Foucault (2014), já que a vida das populações nunca foi tão interessante para facilitar os controles do Estado sobre elas. Ainda, as pandemias deslocam as técnicas biopolíticas de controle das populações para os corpos

[573] Neste texto, o conjunto de saberes acadêmicos que constituem a disciplina Matemática será referenciado com letra maiúscula. Já a palavra matemática(s), com letra minúscula, refere-se a todos os saberes mobilizados pelos jogos de linguagem matemáticos gerados em diferentes formas de vida.

individuais, o que faz com que, além de ficar em casa, fazer o uso de máscaras e da sanitização constante, os sujeitos da educação – interesse da nossa investigação – colocam em funcionamento condutas que impactam tanto no seu próprio modo de vida quanto da população (Foucault, 2008).

Sindemia covídica: impactos na pesquisa e na cultura escolar

Pensando em todas as facetas exploradas até aqui a respeito da pandemia da Covid-19 e da forma que as sociedades foram se constituindo a partir deste período, faz sentido tratar estes tempos como uma *sindemia covídica* (Veiga-Neto, 2020). Este neologismo não tem a ver apenas com um detalhe técnico de classificação dos eventos, mas de uma forma mais potente para enxergar este conjunto de práticas discursivas que se combinaram de forma sinergica "entre a saúde de uma população e os respectivos contextos sociais, econômicos e culturais, aí incluídos os recursos disponíveis (hospitais, ambulatórios, medicamentos, especialistas etc.)" (Veiga-Neto, 2020, s.p.).

Compreender a ideia de sindemia[574] passa a ser bastante potente "na medida em que acentua o seu caráter extremamente polimórfico e complexo" (Veiga-Neto, 2020, s.p.). Vejamos a situação das aulas: a partir do afastamento das aulas presenciais, os sujeitos da educação precisaram acionar mecanismos de controle não só dos corpos que o espaço escolar exigia, mas, mais ainda, dos saberes envolvidos nos processos educativos. Se em tempos comuns, a disciplina-corpo e a disciplina-saber, definidas por Veiga-Neto (1996), tinham um espaço compartilhado, no 'novo normal', a disciplina-saber ganha terreno. Segundo o autor, "a disciplinaridade — enquanto modo de ser 'ou estado daquilo que é' disciplinar — compreende dois eixos: o cognitivo (da disciplina-saber) e o corporal (da disciplina-corpo)" (Veiga-Neto, 1996, p. 16). É nesse contexto que emerge a pesquisa aqui apresentada.

Metodologia

Em termos metodológicos, o trabalho sustenta-se nas perspectivas pós-críticas, como discutido por Paraíso (2004). Segundo a autora, estas pesquisas "[...] não gostam de explicações universais, nem de totalidades, nem de completudes ou plenitudes." (Paraíso, 2004, p. 286).

---

[574] "[...] essa nova palavra encerra um conceito poderoso para uma compreensão mais abrangente e refinada dos problemas criados pelo novo vírus e, consequentemente, para um enfrentamento mais efetivo de tais problemas, em termos de reorientar tanto os tradicionais enfoques e procedimentos da medicina clínica, quanto os tradicionais programas de saúde coletiva" (Veiga-Neto, 2020, s.p.).

Com o intuito de examinar os efeitos que as aulas na modalidade remota/bimodalidade operaram nos modos de ensinar Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental da rede privada de ensino de Porto Alegre, inicialmente convidamos educadoras que lecionam nas escolas em que a primeira autora do trabalho atua como docente. Solicitamos a elas que escrevessem um texto sobre a experiência de ministrar aulas na modalidade remota/bimodalidade, indicando as facilidades e os desafios, além de relatarem algumas práticas envolvendo o ensino de Matemática.

Esses textos geraram narrativas, as quais foram examinadas buscando suas recorrências e dispersões. Ao utilizarmos narrativas, nos apoiamos no estudo de Nacarato e Passeggi (2014, p.290) que também fizeram uso de narrativas de futuras professoras (alunas de um Curso de Pedagogia) sobre suas experiências com a matemática escolar. Para as autoras, "as narrativas produzidas trazem não apenas os sentidos que cada uma atribuiu ao vivido, mas também a história de uma comunidade, as ideias de uma coletividade", como "o coletivo dos atores educativos, em especial dos professores" (Nacarato & Passeggi, 2014, p.290).

O convite para a participação da pesquisa foi enviado a 54 professoras, professores e equipes diretivas de duas escolas da rede privada de Porto Alegra. Para a elaboração deste trabalho foram examinados nove textos escritos, sendo alguns recebidos por correio eletrônico e outros por aplicativo de mensagem de celular, por "assim ser mais fácil", segundo elas. Já neste ponto da pesquisa, percebemos a forte presença das tecnologias de informação e comunicação tanto na escola quanto fora dela, potencializada pelo isolamento social.

Como dito anteriormente, as professoras que fazem parte do estudo foram convidadas a escrever um texto sobre as formas de ensinar durante a pandemia, sobre seus modos de encarar este novo momento de suas vidas, de que forma estavam se organizando em suas casas com suas famílias e com as aulas remotas. Dentre as respondentes, estão, em sua maioria, docentes do 4º ano dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, que ensinam todas as áreas do conhecimento previstas nos currículos, inclusive a Matemática. Duas das nove professoras possuem a formação para trabalhar com Anos Iniciais advindas dos cursos de Magistério de nível médio, mas suas licenciaturas são em Matemática e Letras. Ambas possuem mestrado e atuam nos Anos Iniciais há mais de dois anos. As demais são graduadas em Pedagogia e atuam nessa faixa etária há mais de dois anos.

Neste texto, seguindo os princípios éticos das pesquisas em Educação, as participantes do estudo serão identificadas por P1, P2, P3, P4, P5, P6, P7, P8 e P9, sendo P a sigla referente à professora e o número vincula-se à ordem do recebimento de seu texto. Com este critério, P1 é a primeira educadora que nos enviou sua escrita, P2 é a segunda educadora e, assim, sucessivamente. Todas as educadoras assinaram o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido.

O tempo que as professoras estão em sala de aula deve ser considerado para que possamos perceber que elas vivenciaram, além da pandemia, anos na rede privada considerados 'comuns' e já possuem marcas deste contexto. Importa deixarmos claro que não é objetivo do trabalho avaliar a qualidade das aulas on-line e das práticas pedagógicas adotadas pelas escolas, mas de analisar as marcas que a sindemia covídica imprimiu nos processos escolares.

A estratégia analítica que vem sendo posta em operação sobre os materiais é a análise do discurso, na perspectiva de Michel Foucault, bastante explorada na obra Arqueologia do Saber (Foucault, 2012). Ao mencionarmos o discurso, estamos considerando a relação direta que existe entre os sujeitos pesquisados e as condições de possibilidade que os fazem expressar ou escrever algo sobre a escola, a pandemia e o ensino de matemática.

Analisar o discurso é trazer para a superfície os saberes que constituem as verdades, compreender que relações de poder existem(iram) para que determinadas coisas possam ser enunciadas enquanto outras não; perceber aquilo que se repete e aquilo que se apresenta como uma descontinuidade. Seguindo os entendimentos de Foucault sobre o discurso, brevemente apresentados, examinamos as narrativas das professoras buscando descrever que saberes do discurso da Educação Matemática encontraram terreno fértil para proliferarem e entrarem na ordem discursiva contemporânea.

Solo teórico: a Educação Matemática sob a perspectiva de Foucault

O campo da Educação Matemática vem se constituindo enquanto solo teórico de pesquisa há bastante tempo, sendo constantemente problematizado. A suspensão das verdades que marcam o discurso da Educação Matemática abre possibilidades para que as regras que regem as vidas dos sujeitos imbricados neste discurso possam ser substituídas ou até mesmo reforçadas. A compreensão da Educação Matemática como um discurso que forma os objetos de que fala, constantemente atualizado e servindo como campo de luta, reside nos sistemas de significação que a linguagem proporciona. Pais e Valero (2012), ao analisarem as investigações contemporâneas da Educação Matemática publicadas em âmbito internacional, identificaram três grandes tópicos pelos quais caminham tais investigações.

O primeiro tópico diz respeito às práticas de aprendizagem e, por consequência, do ensino da matemática. Nas pesquisas analisadas, os autores perceberam a constituição do enunciado que diz “o aprendizado da matemática é fundamental” (Pais & Valero, 2012, p. 4). Esse enunciado está presente principalmente em estudos que adotam uma perspectiva psicológica, porém trazem a influência de outros campos, como sociais, políticos e culturais. O segundo tópico está relacionado com as formas de melhoria dos processos de ensino da matemática na escola. Segundo eles, assume-se que “a pesquisa em Educação Matemática deve funcionar como um elemento de crucial força na batalha eterna de garantir “matemática para todos”, para que uma sociedade melhor possa ser possível.” (Pais & Valero, 2012, p.5, tradução nossa).

Já o terceiro tópico diz respeito à especificidade de a matemática ser utilizada como uma forma de diferenciar a Educação Matemática de outros campos investigativos. Isso significa que a valoração da “matemática” como campo de saber e conhecimento vem sendo tomada como um importante mecanismo biopolítico, permeado por regras e pelo papel discursivo que desempenha a matemática em nossa sociedade. Nesse sentido, Silva (2016) afirma que o discurso da Educação Matemática passa a assumir um papel político estratégico, pois pode-se promover discussões sobre gênero, etnia, capitalismo, entre outros. A partir de suas recorrências e suas dispersões, é possível problematizar a lógica neoliberal e as regras que conduzem os modos de ser professor que ensina matemática.

Resultados parciais

Tomando as ideias até aqui apresentadas como solo teórico, partimos para o exame dos textos escritos pelas educadoras que atuavam nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental em escolas privadas de Porto Alegre/RS durante a pandemia. Neles encontramos vários elementos passíveis de serem problematizados. Nesse trabalho, por se tratar de uma pesquisa ainda em andamento, enfatizaremos um resultado: os vínculos entre as aulas remotas/bimodalidade e a lógica neoliberal que passou a constituir modos de ser docente. Os excetos abaixo nos ajudam a mostrar essa ideia:

Sobre esses novos aprendizados: fico pensando... talvez o maior desconforto que tenhamos vivido tem a ver com a falta de amparo e suporte interno pois ao buscar na nossa caixa de ferramentas, as habilidades necessárias para viver a pandemia não encontramos nenhuma situação prévia que nos preparasse para esse momento. Eu e você e todos os outros vivemos pela primeira vez tudo isso, o que nos desafiou a conhecer outros recursos. E te confesso: algumas vezes me surpreendi comigo mesma (P1).

Reconheço que o trabalho virtual não é o mesmo que o trabalho presencial, que especialmente as crianças precisam da escola presencial, mas senti a presença delas no modo virtual e vi que são capazes de aprender sozinhas os conteúdos escolares. (P5).

Ser professora durante a pandemia foi e está sendo muito desafiador. A distância e a falta de contato próximo/físico com os estudantes dificultaram meu processo de ensinar, mas me provocou a buscar formas e estratégias diferentes que enriqueceram muito as práticas educativas. (P6).

Não é tão simples! O que se impõe nesse momento para a educação, ainda não tinha sido vivenciado, estudado, analisado, concluído. Mas eu acho que funciona e funcionará, para mim e para todos, pela capacidade dos professores em saberem aprender. (P7).

Pode-se perceber nas enunciações que algumas linhas de força do neoliberalismo se colocaram em funcionamento, como a necessidade de o próprio sujeito buscar pela sua aprendizagem. As expressões: “me surpreendi comigo mesma”, “crianças são capazes de aprender sozinhas os conteúdos escolares”, “me provocou a buscar formas e estratégias diferentes”, “capacidade dos professores em saberem aprender” reforçam essa noção neoliberal de que somos capazes de “aprender a aprender”, tanto alunos quanto docentes.

O neoliberalismo, para Ball (2014), corresponde a um *ethos*, uma forma de governar novas subjetividades por meio de um rearranjo das relações entre capital e Estado. Ao conceituar o neoliberalismo enquanto uma razão que coloca a concorrência como uma das normativas para que os sujeitos sigam fazendo parte do jogo, Dardot e Laval (2016) recorrem a Foucault para definir esta racionalidade enquanto um “conjunto de discursos, práticas e dispositivos que determinam um novo modo de governo dos homens segundo o princípio universal da concorrência” (Dardot & Laval, 2016, p. 17). Dessa forma, essa racionalidade produz sujeitos privativos, mercantis e competitivos, sendo a escola um lugar relevante para garantir essa produção.

Veiga-Neto (2000), ao defender que a educação das massas seria condição *sine qua non* para a manutenção da racionalidade neoliberal, afirma que os esforços para tornar a escola mais parecida com uma empresa e expandir o acesso e permanência dos estudantes “são iniciativas que confirmam o quanto a escola é ainda considerada importante” (Veiga-Neto, 2000, p.206).

O momento pandêmico tem sido de grande desafio para a sociedade que precisa que as pessoas pensem de forma coletiva, a fim de vencer as adversidades por ele imposto. No entanto, como efeito do neoliberalismo, há a produção de um indivíduo privativo, endossado pelo Estado, enfraquecendo a ideia de coletivo.

Dardot e Laval (2016) corroboram nosso argumento ao afirmar que a proposta do neoliberalismo é justamente que cada um deve "cuidar de si mesmo". O homem produtivo do neoliberalismo não deixa de existir durante a pandemia, traduzido sob o imperativo de seguir os decretos publicados pelos governos. Por outro lado, pode-se considerar que alguns dos rastros do neoliberalismo entraram em xeque na realidade pandêmica, já que o Estado precisou tomar conta da população a fim de mantê-la em segurança e garantir que a economia continuasse cumprindo seu curso. A livre concorrência e a gestão do preço regida pela lei da oferta e da procura de determinados produtos – como do álcool gel e das máscaras, por exemplo – não podem mais acontecer, já que a venda desses produtos passa a ser de interesse de toda a sociedade.

O empresariamento de si toma espaço na racionalidade neoliberal valendo-se da regra da não exclusão, onde ninguém fica fora. Por conseguinte, todos devem ser capturados para fazer parte do jogo. Incluir a todos significa dizer que os sujeitos viram alvo da estratégia educativa, recebendo investimentos do capital humano e produzindo este sujeito empresário de si que é capaz de governar a si mesmo. Sibilia (2012) pontua que se na modernidade a ordem era a formação de mão de obra trabalhadora que realizasse as contingências daquele tempo, atualmente, a ordem refere-se à "distinção individual e as vantagens da singularização do indivíduo como uma marca, explorando a própria criatividade para poder ser sempre o primeiro a ganhar dos outros" (Sibilia, 2012, p. 46). Além disso, as condutas são "parâmetros exclusivamente mercadológicos, que enfatizam a capacidade de diferenciação de cada indivíduo na concorrência com os demais" (Sibilia, 2012, p. 46).

Essa dimensão da exploração da própria criatividade com vistas a ganhar ou conseguir realizar suas ações esteve presente nas escritas das professoras quando mencionaram suas formas de ensinar Matemática durante a pandemia. Os fragmentos abaixo mostram essa questão:

Antes de comprar uma mesa digitalizadora, me deparei com este conteúdo [adição] e de como eu poderia trabalhá-lo nesse formato remoto se o material de contagem é tão importante nesse momento *e não teríamos como...então comprei um quadrinho branco e duas canetas para que durante a explicação eu pudesse mostrar o cálculo. A ideia simples e aparentemente sem graça, foi muito útil e pude perceber que haviam entendido o conteúdo com a utilização do meu singelo quadrinho (P3).*

O que eu tinha em mente, era fazer o máximo possível parecido ao que eu faria em aula e como não dominava, e nem domino até hoje, as ferramentas que são possíveis usar, meu quadro de aula eram folhas, onde resolvia operações matemáticas, explicando como se fosse em aula presencial. Além disso, não são todos os alunos que se adaptam a este formato de aula, então com esses, meu contato era menor ainda, pois não participam das aulas e eu só via o rendimento deles através das atividades avaliativas realizadas. Isso me deixou bastante frustrada, entretanto, aprendi que tenho meu limite como professora (P5).

O meu maior problema era técnico, pois eu só tinha meu computador em casa como recurso para as aulas. Como uma professora de matemática vai resolver um exercício se ela não tem como escrever no "quadro"? Eu tinha que digitar `caaaada` passo da conta e ia colocando em animações do powerpoint para eles surgirem à medida que eu ia resolvendo. Ficou ótimo, mas trabalhoso. Futuramente consegui melhorar essa estratégia ao comprar uma mesa digitalizadora (P8).

O mais difícil para mim, durante a pandemia, foi me adaptar dentro de um contexto inseguro de sociedade. Sem previsão de quando tudo voltaria e se voltaria ao normal. [...] Na matemática, percebo que foi possível atingir os objetivos. Mas pra mim, ficou notória a necessidade da presença do professor para o processo de aprendizagem, ainda mais nas questões que envolve raciocínio lógico (P9).

A realidade que a crise pandêmica mobilizou permite problematizar uma ideia que vem sendo repetida por comerciantes, empresários e que ganha força entre os discursos escolares – a da reinvenção. Neste contexto pandêmico, muitos educadores de instituições privadas de ensino viram-se, de certa forma, obrigados a "reinventar-se" pelas lógicas de competitividade, investindo em si para que não ficassem de fora do mercado. As falas "melhorei minha estratégia ao comprar uma mesa digitalizadora", "meu quadro de aula eram folhas" e "comprei um quadrinho branco", mostram que as educadoras não ficaram esperando que as soluções aparecessem ou fossem terceirizadas. Cada uma, em sua casa, inventou um jeito de fazer o que já era sabido: dar aula de Matemática indicando exemplos no quadro, reforçando cada vez mais o caráter conteudista desta disciplina.

Em efeito, quando as educadoras mencionam especificamente as aulas de Matemática, expressam a relevância do conteúdo e a preocupação em desenvolvê-lo de uma forma satisfatória para garantir a aprendizagem dos alunos. Como escreveram as docentes: "me deparei com este conteúdo [adição] e de como eu poderia trabalhá-lo nesse formato remoto se o material de contagem é tão importante nesse momento e não teríamos como"; "comprei um quadrinho branco e duas canetas para que durante a explicação eu pudesse mostrar o cálculo"; "o que eu tinha em mente, era fazer o máximo possível parecido ao que eu faria em aula, onde resolvia operações matemáticas, explicando como se fosse em aula presencial"; "como uma professora de matemática vai resolver um exercício se ela não tem como escrever no 'quadro'?". Ou seja, a inovação e a atualização, ressonâncias da racionalidade neoliberal, apareceram nos excertos subordinadas à necessidade de trabalhar aqueles conteúdos matemáticos presentes no currículo escolar, os quais não foram questionados em momento algum.

Conclusões (sempre parciais e provisórias)

A pesquisa realizada até aqui permitiu identificar que as educadoras estavam subjugadas pela necessidade de se reinventar, buscando formas de seguir com os processos educativos, mesmo que isso dependesse unicamente de sua vontade e disposição para aprender. Essas ideias conduzem a conduta dos sujeitos-professores, ou seja, faz com que tentem alcançar sempre novas aprendizagens, nunca cessando seus estudos, mesmo fora do espaço escolar formal. Finalizando, pode-se dizer que a pesquisa nos permite perceber o quanto as docências em Matemática ao longo da pandemia estão amalgamadas às regras das formas de vida neoliberais.

Referências

Arendt, H. (2011). *Entre o passado e o futuro*. São Paulo: Perspectiva.

Ball, S. (2014) *Educação Global S. A.:* novas redes políticas e o imaginário neoliberal. Ponta Grossa: UEPG.

Dardot, P. & Laval, C. (2016). *A nova razão do mundo*. São Paulo: Boitempo.

Foucault, M. (2008). *Nascimento da Biopolítica*: curso dado no Collège de France (1978-1979). São Paulo: Martins Fontes.

Foucault, M. (2012). *Arqueologia do saber*. Rio de Janeiro: Forense Universitária.

Foucault, M. (2014). *Vigiar e Punir*. São Paulo: Vozes.

Nacarato, A. M., & Passeggi, M. da C. (2014). Narrativas autobiográficas produzidas por futuras professoras: representações sobre a matemática escolar. *Revista De Educação PUC-Campinas*, *18*(3), 287–299.

Pais, A. & Valero, P. (2012). *Researching research: mathematics education in the Political. Educational Studies in Mathematics*, 80(2), 9-24. https://sfx.aub.aau.dk/sfxaub?sid=pureportal&doi=10.1007/s10649-012-9399-5.

Paraíso, M.A. (2004). Pesquisas pós-críticas em educação no Brasil: esboço de um mapa. *Cadernos de Pesquisa*, 34(122), 283-303. https://doi.org/10.1590/S0100-15742004000200002

Sibilia, P. (2012). *Redes ou paredes:* a escola em tempos de dispersão. Rio de Janeiro: Contraponto.

Silva, M. A. (2016). Problematizando o uso das expressões "responsabilidades sociais" e "implicações para a sala de aula". *Revista Eletrônica de Educação Matemática*, 11(2), 328-342. https://doi.org/10.5007/1981-1322.2016v11n2p328.

Simons, M. & Masschelein, J. (2011). Sociedade da Aprendizagem e Governamentalidade: uma introdução. *Currículo Sem Fronteiras*, 11(1), 121-136. https://www.curriculosemfronteiras.org/vol11iss1articles/simons-masschelein.htm.

Veiga-Neto, A. (1996) *A ordem das disciplinas*. [Tese de Doutorado em Educação]. Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Veiga-Neto, A. (2000). Educação e governamentalidade neoliberal: novos dispositivos, novas subjetivações In: Portocarrero, V. & Castelo Branco, G [ed.]. *Retratos de Foucault.* Rio de Janeiro, Nau Editora, (pp. 179-217).

Veiga-Neto, A. (2020). Mais uma Lição: sindemia covídica e educação. *Educação & Realidade*, 45(4). https://doi.org/10.1590/2175-6236109337

IX CIBEM Congresso Iberoamericano de Educação Matemática
05 a 09 de dezembro de 2022

Relações entre a cultura das rezadeiras e a Etnomodelagem: um olhar para além das rezas

Relations between the culture of prayers and Ethnomodelling: a look beyond prayers

Relaciones entre la cultura de las rezaderas y la Etnomodelación: una mirada más allá de las oraciones

Jailda da Silva dos Santos[575]
Universidade Federal do Recôncavo da Bahia
https://orcid.org/0000-0002-2061-0178

Zulma Elizabete de Freitas Madruga[576]
Universidade Federal do Recôncavo da Bahia
https://orcid.org/0000-0003-1674-0479

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Pesquisa em Educação Matemática

Resumo

Este artigo apresenta um recorte de uma pesquisa, e tem como objetivo discutir sobre a cultura das rezadeiras e suas possíveis contribuições para o ensino de Matemática, sob a óptica da Etnomodelagem, a partir de pesquisas científicas. A Etnomodelagem é entendida aqui como uma proposta metodológica que relaciona os conhecimentos culturais de determinado grupo social (Etnomatemática) com os saberes acadêmicos, por meio da Modelagem Matemática. Para tanto, foi realizada uma pesquisa bibliográfica utilizando-se do mapeamento na pesquisa educacional para produção e análise dos dados. Foram realizadas buscas no Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD), encontrando-se um total de 11 pesquisas que abordam a Etnomodelagem, mas nenhuma relacionada a cultura das rezadeiras. Os resultados apontaram que estudos que versam sobre a perspectiva da Etnomodelagem permitem, além dessas conexões entre diferentes saberes e matemáticas, o resgate histórico e cultural de grupos invisibilizados que contribuem para o desenvolvimento da sociedade, instigando à reflexão e algumas possibilidades de utilização dessa cultura específica – rezadeiras – em aulas de Matemática, por meio da Etnomodelagem.

Palavras-chave: Cultura, Diversidade, Etnomatemática.

Abstract

This article presents an excerpt from a research, and aims to discuss the culture of the mourners and their possible contributions to the teaching of Mathematics, from the perspective of

[575] E-mail: jaildasylva@hotmail.com.
[576] E-mail: betemadruga@ufrb.edu.br.

Ethnomodelling, from scientific research. Ethnomodelling is understood here as a methodological proposal that relates the cultural knowledge of a certain social group (Ethnomathematics) with academic knowledge, through Mathematical Modelling. Therefore, a bibliographic research was carried out using mapping in educational research for data production and analysis. Searches were carried out in the Catalog of Theses and Dissertations of the Coordination for the Improvement of Higher Education Personnel (CAPES) and Digital Library of Theses and Dissertations (BDTD), finding a total of 11 researches that address Ethnomodelling, but none related to culture. of the mourners. The results showed that studies that deal with the perspective of Ethnomodelling allow, in addition to these connections between different knowledge and mathematics, the historical and cultural rescue of invisible groups that contribute to the development of society, instigating reflection and some possibilities of using this specific culture. – mourners – in Mathematics classes, through Ethnomodelling.

Keywords: Culture, Diversity, Ethnomathematics.

Resumen

Este artículo presenta un extracto de una investigación y tiene como objetivo discutir la cultura de los dolientes y sus posibles contribuciones a la enseñanza de las Matemáticas, en la perspectiva de la Etnomodelación, de la investigación científica. La etnomodelación se entiende aquí como una propuesta metodológica que relaciona el conocimiento cultural de un determinado grupo social (Etnomatemáticas) con el conocimiento académico, a través de la Modelación Matemática. Por lo tanto, se realizó una investigación bibliográfica utilizando el mapeo en la investigación educativa para la producción y análisis de datos. Se realizaron búsquedas en el Catálogo de Tesis y Disertaciones de la Coordinación para el Perfeccionamiento del Personal de Educación Superior (CAPES) y Biblioteca Digital de Tesis y Disertaciones (BDTD), encontrando un total de 11 investigaciones que abordan la Etnomodelación, pero ninguna relacionada con la cultura de los dolientes. Los resultados mostraron que los estudios que abordan la perspectiva de la Etnomodelación permiten, además de estas conexiones entre los diferentes saberes y las matemáticas, el rescate histórico y cultural de grupos invisibles que contribuyen al desarrollo de la sociedad, incitando a la reflexión y algunas posibilidades de uso de este específico. Cultura - rezaderas- en las clases de Matemáticas, a través de la Etnomodelación.

Palabras clave: Cultura, Diversidad, Etnomatemáticas.

Introdução

A Matemática está presente nas diversas ações e práticas culturais dos grupos que compõem a sociedade. Cada grupo desenvolveu suas formas de resolver e lidar com situações-problemas no dia a dia. O resgate dessas culturas e de suas práticas contribui para disseminação de saberes variados e que não se centram apenas em um, como é o caso da Matemática ensinada nas salas de aulas, que em sua maioria adota um caráter de aprendizado focado nos saberes eurocêntricos (Gerdes, 1996).

Consoante a isso, acredita-se que as práticas de ensino que visam a valorização dos saberes históricos e a cultura dos diferentes grupos possibilitam aos estudantes maior interesse em participar das aulas, bem como formar conhecimentos e conceitos que corroborem para o desenvolvimento da sociedade a partir das práticas acadêmicas atreladas às situações apresentadas no cotidiano. Nessa direção pode-se citar a Etnomodelagem.

De acordo com Rosa e Orey (2017), a Etnomodelagem visa estudar e investigar as práticas matemáticas de grupos culturais distintos e como estes resolvem as situações-problemas do seu cotidiano, a partir dos seus saberes matemáticos. Ao encontro dessa afirmação, a primeira competência da Base Nacional Comum Curricular – BNCC refere-se a "valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva" (Brasil, 2017, p. 11). Sendo assim, espera-se que a utilização da Etnomodelagem em sala de aula possa colaborar com a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.

As rezadeiras, por exemplo, possuem um saber próprio, no qual, independente da comunidade ou local, as práticas e condições de rezas são as mesmas. Há horários específicos para rezar, para cada enfermidade há um tipo de reza a ser falada, há cuidados e chás a serem indicados. Diante disso, sob o olhar da Etnomodelagem, entende-se que a Matemática também se faz presente dessa cultura peculiar e rica, e esta é utilizada sem nenhum conhecimento prévio e de forma implícita por parte de seus praticantes.

As rezadeiras utilizam a benzedura para curar males e enfermidade. Isto é um saber popular passado de geração para geração (Santos, 2012), o qual envolve a utilização de plantas e ervas medicinais. Por muito tempo essas ações não foram aceitas, por questões religiosas, e em muitas das vezes, não eram consideradas verídicas por não se tratar de uma medicina científica. Porém, de acordo com Di Stasi (2009, p. 17):

> [...] A arte dos benzedores, curandeiros e xamãs, herdada dos magos e feiticeiros de outrora, pode ser vista hoje, em teste, nos laboratórios científicos, os quais passaram a avaliar experimentalmente a veracidade destas informações, tendo em vista a descoberta de novos medicamentos, com base justamente nos conhecimentos que foram adquiridos durante milhares de anos e repassados de geração em geração por aqueles que são os ancestrais da ciência moderna.

Corroborando com essas afirmações, Fratelis (2020) afirma que os conhecimentos populares com relação a chás e utilização de ervas para cura de alguma enfermidade nem sempre eram suficientes e, portanto, era comum as pessoas recorrerem à prática da benzedura, indo até a casa de uma rezadeira para se livrar da enfermidade acometida.

Para Santos (2022), a partir do olhar para a cultura das rezadeiras, podem emergir implicações e propostas pedagógicas que propiciem aos estudantes uma aprendizagem com significado do conteúdo a ser trabalhado, além da divulgação da contribuição da valorização da cultura das rezadeiras, pois, como afirma Borges (2017, p. 7): "[...] no contexto da historiografia brasileira, os estudos sobre os saberes e práticas de rezadeiras e benzedeiras é recente", e repensar questões como os "[...] saberes populares de cura, especificamente a reza e a benzeção, permite que questões silenciadas desse contexto venham à tona, reforçando e fortalecendo o debate sobre tais saberes na sociedade contemporânea" (Borges, 2017, p. 9).

Assim, vislumbra-se a importância que as rezadeiras possuem e podem possuir para muitos, não apenas no sentido de cura de enfermidades, mas como aquisição de diversos saberes, tais como o matemático. Nesse sentido, este artigo tem como objetivo discutir sobre a cultura das rezadeiras e suas possíveis contribuições para o ensino de Matemática, sob a óptica da Etnomodelagem, a partir de pesquisas científicas.

Sobre as pesquisas científicas: caminhos metodológicos

Com vistas a obter pesquisas que utilizaram a Etnomodelagem como abordagem metodológica de ensino, realizou-se um mapeamento que, de acordo com Biembengut (2008), consiste na busca de trabalhos publicados que versam sobre um mesmo assunto, interesse e objetivos do pesquisador. Nesse sentido, após a busca, foi realizada uma análise e descrição de padrões e pontos convergentes que auxiliem na compreensão de como estão sendo abordados os assuntos a serem estudados nos trabalhos científicos.

Utilizando-se das orientações de Biembengut (2008), e tendo como foco de pesquisa a Etnomodelagem e a Cultura das rezadeiras, foram realizadas buscas por pesquisas acadêmicas que ocorreram em dois momentos: o primeiro consistiu na procura de trabalhos correlatos sobre Etnomodelagem e sua aplicação em sala de aula; e o segundo com olhar voltado para o ensino, em particular de Matemática, atrelado à cultura das rezadeiras, visando compreender como essa temática vem sendo abordada em atividades educacionais.

No primeiro momento, utilizou-se duas bases eletrônicas: a Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD) e o Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES. A escolha dessas bases se deu pelo fato destas possuírem os maiores números de pesquisas desenvolvidas por diferentes Instituições de Ensino Superior (IES) e programas de pós-graduação.

Utilizou-se nas duas bases a expressão-chave “etnomodelagem”. Ao realizar a busca na BDTD, foram encontradas cinco (5) pesquisas, porém, uma delas não trazia discussões acerca da Etnomodelagem, sendo então descartada, resultando na escolha das pesquisas de Sonego (2009), Cortes (2017), Pimentel (2019) e Martins (2020). Em seguida, foi feita a busca no Catálogo da CAPES, onde foram encontradas doze (12) pesquisas, mas de igual forma, uma delas foi descartada, pois se tratava de modelagem etnoecológica, restando então onze (11) pesquisas. Dentre elas, as quatro (4) encontradas na BDTD também estavam registradas.

Com isso, obteve-se como resultado desse primeiro momento do mapeamento, onze (11) pesquisas: Sonego (2009), Cortes (2017), Pimentel (2019), Martins (2020), Eça (2020), Dutra (2020), Mesquita (2020), Reges (2013), Santos (2020), Barreto (2021) e Rodrigues (2021). Essas pesquisas foram identificadas como D1, D2, ..., D11, como mostra o Quadro 1, a seguir:

Quadro 1.

Trabalhos selecionados sobre Etnomodelagem. (As autoras)

Identifi-cação	**Títulos**	**Autor(a)/Ano**	**Bases Eletrônicas**
D1	As contribuições da Etnomodelagem matemática no estudo da geometria espacial	Gisele Verginia Sonego, 2009	BDTD/ Catálogo da CAPES
D2	Re-Significando os conceitos de função: um estudo misto para entender as contribuições da abordagem dialógica da Etnomodelagem	Diego Pereira de Oliveira Cortes, 2017	BDTD/ Catálogo da CAPES
D3	Etnomodelagem: uma abordagem de conceitos geométricos no cemitério de Arraias – TO	Cristiane Castro Pimentel, 2019	BDTD/ Catálogo da CAPES
D4	Etnomodelagem: modelagem matemática no interior de uma comunidade rural sustentável	Rafael Bida Guabiraba Martins	BDTD/ Catálogo da CAPES

D5	Formação continuada à luz da Etnomodelagem: implicações para o desenvolvimento profissional do professor que ensina matemática	José Lucas Matias de Eça, 2020	Catálogo da CAPES
D6	Etnomodelagem e café: propondo uma ação pedagógica para a sala de aula	Érika Dagnoni Ruggiero Dutra, 2020	Catálogo da CAPES
D7	Uma análise sociocrítica da etnomodelagem como uma ação pedagógica para o desenvolvimento de conteúdos matemáticos em uma comunidade periférica	Ana Paula Santos de Sousa Mesquita, 2020	Catálogo da CAPES
D8	O ensino da geometria com enfoque na etnomodelagem	Adriano Marcos Maia Reges, 2013	Catálogo da CAPES
D9	Produção artesanal de chocolate e Etnomodelagem: compreensão do conceito de função por estudantes do ensino fundamental	Jonas dos Santos, 2020	Catálogo da CAPES
D10	Um estudo qualitativo para entender a ação pedagógica da etnomodelagem com alunos de comunidades rurais e urbanas	Fabrício Mendes Barreto, 2021	Catálogo da CAPES
D11	Explorando a perspectiva de pesquisadores e participantes de trilhas de matemática sobre a (re)descoberta do conhecimento matemático fora da escola: um estudo qualitativo em etnomodelagem	Jessica Rodrigues, 2021	Catálogo da CAPES

No segundo momento, buscou-se na BDTD e Catálogo da CAPES pesquisas que apresentassem discussões sobre a utilização da cultura da rezadeira e o ensino, em particular de Matemática.

Para esse mapeamento, utilizou-se três expressões-chaves: I) “rezadeira e ensino de matemática”; II) “rezadeira e ensino”; e III) “práticas de rezas e o ensino”, mas nenhuma dessas buscas apresentou resultados. Mesmo a cultura das rezadeiras sendo um assunto comumente abordado no âmbito da História e Antropologia, a ausência de resultados nas buscas que independem da área da Matemática, como poderiam ser apresentados ao utilizar as expressões II e III, evidencia a importância da utilização dessa temática para o desenvolvimento de propostas educacionais a serem desenvolvidas em sala de aula.

Dessa forma, a partir dos resultados encontrados sobre Etnomodelagem, foi feita a leitura completa dessas pesquisas, visando compreender como esta pode ser utilizada nas práticas em sala de aula, bem como estabelecer relações entre os resultados por elas apresentados e a temática abordada nessa pesquisa.

E o que as pesquisas revelam?

No tocante aos trabalhos desenvolvidos por meio da Etnomodelagem, observou-se que o interesse em aproximar os estudantes da sua realidade cultural é muito presente nas pesquisas destacadas, o que elucida a potencialidade que o estudo de culturas tem para apresentar e contextualizar conteúdos de diversas áreas do conhecimento, como a Matemática.

Para tanto, compreende-se que a utilização de narrativas contribui para o desenvolvimento de atividades que versam sobre a Etnomodelagem, uma vez que, na abordagem êmica, busca-se entender como o grupo ou pessoa investigada utiliza e interpreta seus conhecimentos matemáticos no dia a dia. Para Rosa e Orey (2020, p. 265), a abordagem êmica é a "visão dos membros de grupos culturais distintos sobre a própria cultura e crenças e, também, sobre os próprios costumes e conhecimento matemático".

De tal forma, destaca-se que D3 valeu-se das histórias narradas por uma pessoa que não teve acesso aos estudos para compreender quais elementos e conhecimentos foram utilizados para a construção dos muros do cemitério de Arraias - TO. De posse desses dados, com o seu olhar externo – visão ética[577], pôde observar a utilização de conceitos geométricos que poderiam ser estudados e apresentados em sala de aula. Isso vai ao encontro da proposta desta pesquisa, uma vez que as rezadeiras, em sua maioria, não tiveram acesso à escola, mas carregam consigo uma bagagem de conhecimentos que, ao serem explorados, podem ser utilizados para a compreensão de conteúdos matemáticos.

Em suma, os pesquisadores se valeram de entrevistas e visitas de campo nos locais onde os respectivos grupos culturais investigados desenvolvem suas atividades, o que pode possibilitar aos estudantes levantarem hipóteses e elementos que podem ser expressos por meio de conteúdos abordados em sala, compreendendo que há outras matemáticas, para além da acadêmica, e que essas são utilizadas sem a necessidade de compreensão de fórmulas e conceitos.

Destaca-se que as visitas de campo contribuíram para a elaboração de etnomodelos[578], os quais foram expressos por meio de fórmulas, maquetes e resolução de situações-problemas,

[577] É "a visão dos observadores externos, de fora, sobre as crenças, os costumes e o conhecimento matemático desenvolvido pelos membros de grupos culturais distintos". (Rosa & Orey, 2020, p. 265).

[578] De acordo com Rosa e Orey (2020, p. 262), etnomodelos "são unidades de informação que compõem a representação dos sistemas retirados da realidade desses membros para representar os fenômenos cotidianos que traduzem as práticas matemáticas culturais locais". Assim, os etnomodelos podem ser construídos a partir da

como se pode observar em D1, D8 e D9. Ademais, a interação e interesse dos estudantes com o desenvolvimento das referidas pesquisas demonstram a importância de se trabalhar com alternativas de ensino que atrelem as vivências e o entorno deles com o que lhes é apresentado em sala de aula.

D3 e D4 são pesquisas que não foram desenvolvidas com a participação de estudantes no processo de construção de dados; D3 apresenta etnomodelos desenvolvidos pela pesquisadora, e D4 ainda destaca que, ao longo dos diálogos trocados com a entrevistada, pôde conectar os saberes locais com a matemática acadêmica – isso corrobora com o que propõe a visão glocal[579] (global – local), para além de evidenciar que ao desenvolver pesquisas em Etnomodelagem pode-se emergir propostas de atividades com outras disciplinas, além da Matemática.

Em D2, D6, D7, D10 e D11, além dos etnomodelos apresentados pelos estudantes, foram desenvolvidos pelos autores produtos educacionais, divididos em blocos que refletem características das visões global, local e glocal, mediante ao contexto em que foi realizada cada pesquisa. Acredita-se que estas podem auxiliar outros professores a utilizarem tais estratégias no ensino de Matemática. Ressalta-se que D10 foi desenvolvida num período de pandemia, portanto, o contato que o pesquisador teve com os estudantes seguiu os protocolos da Organização Mundial da Saúde (OMS) e as ações por ele pensadas foram adaptadas para um contexto remoto.

Entende-se a importância desses produtos, pois, a partir deles, o professor pode sentir-se mais seguro em inovar suas práticas de ensino, bem como conhecer e ter a possibilidade de desenvolver com seus estudantes novas abordagens em sala de aula. Abordagens estas que têm relação e aproximação com a realidade dos estudantes, de forma a propiciar aos mesmos uma maior interação na aula e trocas mútuas de conhecimento.

D5 é uma dissertação que, diferente das demais, busca apresentar a perspectiva da utilização da Etnomodelagem para professores que já atuam na Educação Básica. Nesse sentido, o pesquisador desenvolve uma formação com professores e, ao longo desta, desenvolve

reconstituição de uma situação-problema ou contexto existente na cultura investigada para a linguagem Matemática desenvolvida nas aulas.

[579] A glocalização representa uma interação contínua entre a globalização e a localização, pois oferece a perspectiva de que ambas as abordagens são elementos importantes de um mesmo fenômeno (Rosa & Orey, 2020, p. 265).

atividades com os mesmos, visando aproximá-los de abordagens metodológicas de ensino que conectam os saberes locais em que os estudantes estão inseridos e conteúdos que podem ser abordados em sala de aula.

As dissertações apresentam como resultados, de forma geral, a boa participação dos estudantes e demais envolvidos, como professores, uma vez que eles se sentiram protagonistas no desenvolvimento das atividades, o que consequentemente despertou maior interesse em participar e compreender o assunto trabalhado. Ainda para os professores foram apresentadas novas alternativas de ensino que aproximam os estudantes de suas vivências. As temáticas abordadas nas pesquisas: plantação de arroz (Sonego, 2009); feira livre (Cortes, 2017); produção de café (Dutra, 2020); produção artesanal de chocolate (Santos, 2020); entre outras temáticas, corroboram com a valorização de diferentes culturas, e indicam que é possível utilizar a Etnomodegem abordando temáticas diversas, como por exemplo, a cultura das rezadeiras.

Desta forma, evidencia-se a potencialidade que a utilização da Etnomodelagem pode ter ao ser utilizada nas aulas, haja vista que colabora para o resgate histórico e cultural de grupos que têm sua contribuição na sociedade e áreas do conhecimento, além de contribuir para a compreensão de conteúdos matemáticos que, por muitas vezes, são só decorados e/ou apresentados sem relação alguma com as práticas cotidianas dos estudantes e seu entorno.

Algumas considerações

Este artigo teve como objetivo discutir sobre a cultura das rezadeiras e suas possíveis contribuições para o ensino de Matemática, sob a óptica da Etnomodelagem, a partir de pesquisas científicas. Foram realizados estudos acerca da cultura das rezadeiras e da Etnomodelagem. A Etnomodelagem, que pode ser vista como a junção entre a Etnomatemática e Modelagem Matemática, e, partindo das abordagens êmica (local), ética (global), e dialógica (glocal), pôde-se estabelecer algumas conexões entre os saberes locais da cultura investigada com o saber matemático acadêmico.

A Matemática se faz presente em diferentes culturas, inclusive, na das rezadeiras. No entanto, não é uma questão evidente para as pessoas dessa cultura. Nota-se que apesar de quantificar, medir e expressar suas ideias com elementos matemáticos, este ofício não se apoia nesses saberes e, portanto, as representantes dessa cultura não visualizam tal relação. Assim, destaca-se que podem ser abordados por meio dessa cultura, por exemplo, conceitos de simetria, medida de tempo e o estudo de conjuntos – conteúdos matemáticos que podem ser apresentados em sala de aula, por uma nova perspectiva.

Nesse sentido, a visão global da pesquisadora apresenta-se como fonte para estabelecer tais conexões, pois entende-se que as suas vivências e estudos direcionam-se para um saber matemático acadêmico. Por isso, quando em contato com situações oriundas de grupos culturais, pode-se aflorar conexões com conceitos matemáticos, por meio da abordagem glocal.

Além disso, vislumbra-se que é possível estabelecer relações matemáticas com diversos elementos inerentes a essa cultura, o que reverbera o fato de que é possível verificar e validar outros (etno)modelos que corroborem com a prática de ensino de Matemática, apesar de os pesquisadores, por vezes, ao trabalhar com a Etnomodelagem, já idealizarem um (etno)modelo referente à prática do grupo cultural investigado durante o diálogo entre as abordagens locais e globais.

Por conseguinte, revela-se a possibilidade de se trabalhar sob o viés da contextualização, propiciando aos estudantes o contato com a Matemática desenvolvida no entorno de sua comunidade, bem como contribuindo para a formação de cidadãos críticos e reflexivos perante a sociedade, de tal forma a reconhecer e resolver problemas presentes no seu dia a dia por meio da Matemática. Nesse ínterim, salienta-se que os estudantes têm autonomia para investigar e construir seu próprio conhecimento, valorizando as culturas locais onde estão inseridos.

Por fim, destaca-se que estudos que versam sobre a perspectiva da Etnomodelagem permitem, além dessas conexões entre diferentes saberes e matemáticas, o resgate histórico e cultural de grupos invisibilizados que contribuem para o desenvolvimento da sociedade. Além disso, permitem o reconhecimento de que não há um único saber matemático a ser ensinado aos estudantes, devendo-se possibilitar aos mesmos o contato com diferentes vertentes, percebendo que aquele saber oriundo da sua cultura deve ser respeitado, e é apenas diferente do que comumente é apresentado em sala de aula.

Referências

Barreto, F. M. (2021). *Um estudo qualitativo para entender a ação pedagógica da etnomodelagem com alunos de comunidades rurais e urbanas*. Dissertação (Mestrado

Profissional em Educação Matemática) – Instituto de Ciências Exatas e Biológicas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto.

Biembengut, M. S. (2008). *Mapeamento na Pesquisa Educacional*. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna.

Borges, M. A. V. (2017). *Saberes e práticas de rezadeiras e benzedeiras em comunidades de Camaçari*: diálogos entre saberes populares e educação formal. Disponível em: encurtador.com.br/FR178 Acesso em: 29 de novembro de 2020.

Brasil. (2017). *Base Nacional Comum Curricular* (BNCC) Ensino Fundamental, MEC. Brasília.

Cortes, D. P. O. (2017). *Re-significando os conceitos de função:* um estudo misto para entender as contribuições da abordagem dialógica da etnomodelagem. 2017. 226 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) - Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto.

Di Stasi, L. C. (2009). *Plantas medicinais*: arte e ciência - um guia de estudo interdisciplinar. São Paulo: Editora Unesp, 1ª ed.

Dutra, É. D. R. (2020). *Etnomodelagem e café:* propondo uma ação pedagógica para a sala de aula. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Ciências Exatas e Biológicas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto.

Eça, J. L. M. (2020). *Formação continuada à luz da etnomodelagem*: implicações para o desenvolvimento profissional do professor que ensina matemática. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática. Universidade Estadual de Santa Cruz. Ilhéus, BA.

Fratelis, Â. T. S. (2018). *Entre o altar e o congá:* ações sociais de mulheres religiosas em Governador Mangabeira (1970- 1997). Dissertação (Pós-Graduação em História). Universidade Estadual de Feira de Santana. Feira de Santana.

Gerdes, P. (1996). *Etnomatemática e educação matemática:* uma panorâmica geral. Quadrante, Lisboa, v. 5 [2], 105-138.

Martins, R. B. G. (2020). *Etnomodelagem:* modelagem matemática no interior de uma comunidade rural sustentável. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos.

Mesquita, A. P. S. S. (2020). *Uma análise sociocrítica da etnomodelagem como uma ação pedagógica para o desenvolvimento de conteúdos matemáticos em uma comunidade periférica*. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Ciências Exatas e Biológicas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto.

Pimentel, C. C. (2019). *Etnomodelagem*: uma abordagem de conceitos geométricos no cemitério de Arraias - TO. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal do Tocantins, Programa de Pós-Graduação em Matemática, Arraias.

Reges, A. M. M. (2013). *O ensino da geometria com o enfoque na etnomodelagem*. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal Rural do Semi-árido, Rio de Janeiro.

Rodrigues, J. (2021). *Explorando a perspectiva de pesquisadores e participantes de trilhas de matemática sobre a (re)descoberta do conhecimento matemático fora da escola:* um estudo qualitativo em etnomodelagem. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Instituto de Ciências Exatas e Biológicas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto.

Rosa, M. & Orey, D. (2017). *Etnomodelagem:* a arte de traduzir práticas matemáticas locais. São Paulo: Livraria Editora da Física.

Rosa, M. & Orey, D. (2020). Etnomodelagem como um movimento de globalização nos contextos da Etnomatemática e da Modelagem. *Com a Palavra o Professor*, v. 5, [11], p. 258–283.

Santos, É. O. (2012). Rezas, Crenças e Saberes de Práticas de Curas e Lagoa da Rosa – Governador Mangabeira – Recôncavo Sul da Bahia (1950-2011). *TEXTURA.* v.1 [1].

Santos, J. (2020). *Produção artesanal de chocolate e Etnomodelagem*: compreensão do conceito de função por estudantes do Ensino Fundamental. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, BA.

Santos, J. S. (2022). *Etnomodelagem e a cultura das rezadeiras*: o uso dos chás como alternativa para o ensino de matemática. Trabalho de conclusão de curso (Licenciatura em Matemática) – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia, Amargosa, BA. Trabalho não publicado.

Sonego, G. V. (2009). *As contribuições da etnomodelagem matemática no estudo da geometria espacial*. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Franciscana, Santa Maria.

IX CIBEM Congresso Iberoamericano de Educação Matemática 05 a 09 de dezembro de 2022

Etnomodelagem e a percepção dos saberes matemáticos de Educandos Campesinos

Ethnomodelling and the perception of the mathematical knowledge of Peasant Students

La Etnomodelación y la percepción del conocimiento matemático de Estudiantes Campesinos

Luana Oliveira Moreira de Jesus[580]
Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC)
Orcid: https://orcid.org/0000-0003-0789-3393

Zulma Elizabete Freitas Madruga[581]
Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (UFRB)
Orcid: https://orcid.org/0000-0003-1674-047

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Pesquisa em Educação Matemática

Resumo

O presente artigo é parte dos resultados de uma dissertação. A comunicação objetiva investigar as percepções das relações de educandos do 3° ano do Ensino Médio de uma Escola do Campo sobre saberes locais e globais da Matemática e suas percepções quanto a identidade Campesina. Os sujeitos da pesquisa são 22 estudantes do 3° ano do Ensino Médio, de uma Escola da Rede Estadual da Bahia, localizada em Laje-BA, caracterizada como Escola do Campo. A análise dos dados se deu por meio da Análise de Conteúdo, considerando as categorias emergentes: Reconhecendo o Campo; Identidade Camponesa; Percepções dos saberes locais e a Matemática Escolar. Identificou-se que importante parcela dos estudantes não se identifica com o campo, não conseguem relacionar os saberes locais com a matemática escolar. Indicando a necessidade de propor ações que favoreça o reconhecimento dos conhecimentos provenientes dos saberes informais dos membros dos grupos dos quais os estudantes fazem parte, sendo fundamental para a construção da identidade camponesa. Dessa forma, a Etnomodelagem é apresentada como uma possibilidade para o Ensino de Matemática em Escolas do Campo.

Palavras-Chave: Etnomodelagem; Educação do Campo; Saberes locais.

Abstract

This article is part of the results of a dissertation. The communication aims to investigate the perceptions of the relationships of students in the 3rd year of High School at a Rural School about local and global knowledge of Mathematics and their perceptions of peasant identity. The research subjects are 22 students of the 3rd year of High School, from a School of the State

580 E-mail: lomjesus@uesc.br
581 E-mail: betemadruga@ufrb.edu.br.

Network of Bahia, located in Laje-BA, characterized as a Rural School. Data analysis took place through Content Analysis, considering the emerging categories: Recognizing the Field; Peasant Identity; Perceptions of local knowledge and School Mathematics. It was identified that an important part of the students does not identify with the field, they cannot relate local knowledge with school mathematics. Indicating the need to propose actions that favor the recognition of knowledge from the informal knowledge of the members of the groups of which the students are part, being fundamental for the construction of the peasant identity. In this way, Ethnomodelling is presented as a possibility for Teaching Mathematics in Rural Schools.
Keywords: Ethnomodelling; Field Education; Local knowledge.

Resumen

Este artículo es parte de los resultados de una disertación. La comunicación tiene como objetivo investigar las percepciones de las relaciones de estudiantes del 3º año de Enseñanza Media de una Escuela Rural sobre el conocimiento local y global de las Matemáticas y sus percepciones de identidad campesina. Los sujetos de investigación son 22 alumnos del 3º año de Enseñanza Media, de una Escuela de la Red Estadual de Bahia, ubicada en Laje-BA, caracterizada como Escuela Rural. El análisis de los datos se realizó a través del Análisis de Contenido, considerando las categorías emergentes: Reconocimiento del Campo; Identidad Campesina; Percepciones del saber local y la Matemática Escolar. Se identificó que una parte importante de los estudiantes no se identifica con el campo, no pueden relacionar los saberes locales con las matemáticas escolares. Indicando la necesidad de proponer acciones que favorezcan el reconocimiento de saberes desde los saberes informales de los integrantes de los grupos de los que forman parte los estudiantes, siendo fundamentales para la construcción de la identidad campesina. De esta forma, la Etnomodelación se presenta como una posibilidad para la Enseñanza de las Matemáticas en las Escuelas Rurales.

Palabras clave: Etnomodelación; Educación de Campo; Conocimiento local.

Introdução

A Educação Matemática vem buscando debater possibilidades que favoreçam o processo ensino e aprendizagem de Matemática. A Etnomodelagem configura-se então como uma ação pedagógica que vem se apresentando com potencialidades no cenário educacional, no contexto que perpassa a Etnomatemática e a Modelagem. Para Rosa e Orey (2017), a Etnomodelagem pode ser definida como o estudo dos fenômenos matemáticos que ocorrem em determinado grupo cultural, por meio da modelagem, pois as práticas matemáticas são construções sociais e culturalmente enraizadas.

Nesse direcionamento, a Etnomodelagem também apresenta possibilidades ao contexto campesino. Desse modo, é imprescindível entender o tipo de Educação que está sendo proposta para o Campo, se esta visa o desenvolvimento do território Camponês, por meio de uma concepção educacional que atenda a sua diversidade e respeite a identidade Camponesa, tornando-se indispensável a pesquisa em Educação do Campo para contribuir com o desenvolvimento desta realidade (FERNANDES, 2005).

No estudo realizado por Silva (2019), foi investigado sobre as possíveis articulações entre Educação do Campo e Educação Matemática, buscando identificar os conhecimentos matemáticos presentes na cultura, e em situações vivenciadas pelos moradores de uma comunidade do Campo, estabelecendo possíveis relações entre os conhecimentos matemáticos escolares e aqueles adquiridos no cotidiano da realidade Camponesa. Na pesquisa, Silva (2019) constatou que os estudantes observados não relacionam a Matemática escolar com os conhecimentos matemáticos envolvidos no cotidiano, apontando uma fragilidade nessa prática educativa.

Tal fragilidade decorreu possivelmente da dicotomia existente entre os saberes da Matemática formal (denominado na Etnomodelagem como saberes éticos ou globais) e os conhecimentos próprios das práticas do Campo (denominado na Etnomodelagem como saberes êmicos ou locais). Estes saberes locais por vezes não são reconhecidos como conhecimentos matemáticos, pois, para esses educandos, Matemática é aquela ensinada na escola.

Com isso, a pesquisa aqui retratada é parte dos resultados de uma dissertação de mestrado que buscou desenvolver uma proposta de ensino em uma Escola do Campo, embasada na Etnomodelagem, na qual tem como temática o cultivo do milho.

Inicialmente, foi desenvolvido um questionário com os educandos. A análise apresentada nesse artigo se deu por meio dos dados produzidos nesse questionário. Assim sendo, o objetivo dessa comunicação é investigar as percepções das relações de educandos do 3° ano do Ensino Médio de uma Escola do Campo sobre saberes locais e globais da Matemática e suas percepções quanto a identidade Campesina.

Educação do Campo em diálogo com a Etnomodelagem

A Educação do Campo foi sendo construída a partir de conquistas dos movimentos sociais que almejam uma educação de acordo com os interesses e necessidades da população Camponesa, estando, portanto, em constante dinâmica.

A construção da identidade enquanto sujeitos do Campo pode ser favorecida ao ser considerado o contexto do educando dentro da sala de aula. Silva (2019) revela o enfraquecimento das raízes culturais e do sentimento de pertencimento, evidenciando o mito existente que para viver no Campo não é preciso estudar. Tendo nos estudos uma forma de conseguir sair do Campo, colocando-o como lugar de atraso ou de insucesso, o que Caldart (2003) chama de bloqueio cultural, causado pela situação social de exclusão dos moradores dessas comunidades. Caldart (2002) defende que a Escola do Campo precisa ser um lugar na qual os educandos possam sentir orgulho da sua origem.

Ensinar Matemática, em particular com base nos princípios da Educação do Campo, requer analisar os saberes produzidos pelos sujeitos do Campo, para que possa tomar como ponto de partida no fazer pedagógico. Lima e Lima (2016) apresentam como exemplo as experiências de produção, podendo compor um cenário de investigação que pressupõe a problematização e a criticidade. Ao problematizar uma situação da realidade no ensino da Matemática, oportuniza ao educando estabelecer uma ligação entre a escola e o Campo, saberes local e formal.

A Etnomodelagem apresenta-se como uma possibilidade para a Educação do Campo, por reconhecer a pluralidade de saberes matemáticos presentes em diferentes grupos culturais, por meio da abordagem êmica. Rosa e Orey (2017, 2020) definem essa abordagem como sendo os saberes locais dos membros de um determinado grupo cultural sobre os próprios costumes, crenças e tradições, relacionadas com os conhecimentos matemáticos, englobando as habilidades, competências, experiências - local. Portanto, é possível, por meio do estudo etnográfico, investigar os saberes e fazeres desenvolvidos pelos membros de uma comunidade do Campo, identificando os conhecimentos matemáticos empregados em suas práticas cotidianas, viabilizando a valorização desses conhecimentos provindos do Campo.

Enquanto que os saberes formais, relacionados a matemática escolar é tratado a partir da abordagem ética, que se trata de uma visão externa à cultura, uma visão global, sobre as crenças, os costumes e os conhecimentos científico e matemático (ROSA & OREY, 2017). Na busca por uma correlação entre essas abordagens, de forma a respeitar as diferentes maneiras de conceber os saberes matemáticos, surge então a abordagem dialógica, que se constitui na comunicação entre as abordagens ética e a êmica, ou seja, possibilita a comunicação entre os membros de grupos culturais distintos por meio da realização de diálogos para aprimorá-las em um direcionamento de respeito e valorização mútua. Essa interação dialógica utiliza as abordagens êmica e ética para a obtenção de uma compreensão ampla e abrangente do conhecimento matemático desenvolvido local e globalmente (glocal) em culturas distintas (ROSA & OREY, 2017).

Caminhos metodológicos

Nesse estudo é realizada uma investigação de abordagem qualitativa. Os participantes da pesquisa são 22 estudantes do 3° ano do Ensino Médio, de uma Escola da Rede Estadual da Bahia, localizado em Laje-BA. A escola apesar de se localizar em uma área urbana, tem em sua predominância estudantes provenientes do Campo, e os poucos que residem na cidade, em grande parte, possuem a renda familiar proveniente do Campo, assim sendo, caracteriza-se como uma Escola do Campo.

A escolha por desenvolver a pesquisa em uma turma do 3° ano do Ensino Médio se deu por esse ser o último estágio da formação na Educação Básica desses educandos, assim alguns irão prosseguir os estudos, outros irão ingressar no mercado de trabalho, portanto é interessante analisar como esses estudantes saem da escola no que se referem as suas identidades enquanto sujeitos do Campo, e como reconhecem os saberes matemáticos presentes nas práticas cotidianas do Campo.

Os dados foram produzidos por meio de um questionário, com um total de 27 perguntas. O questionário foi composto por quatro partes, inicialmente buscou identificar o perfil geral dos participantes (idade, gênero, renda familiar, trabalho dos pais), e onde residem. Na sequência, as questões buscaram (re)conhecer as relações estabelecidas entre o Campo e a cidade, se esses se identificam quantos sujeitos campesinos. Na terceira parte, investigou os produtos agrícolas cultivados em suas comunidades, como ocorre o consumo e a venda. Por fim, e os saberes prévios dos educandos e suas percepções entre essa prática locais e a Matemática.

A análise dos dados foi fundamentada na Análise de Conteúdo, proposta por Bardin (1977) e Moraes (2003). Consiste, em uma modalidade de (re)interpretação de textos, atingindo compreensão que vai além de uma leitura comum, havendo assim uma procura de traduzir em outra linguagem.

O *corpus* de análise, que segundo Bardin (1977), são os documentos selecionados para serem submetidos aos procedimentos de análise, foi constituído pelos 22 questionários. Por meio da análise dos dados, foram selecionados os elementos pertinentes, a partir das leituras do material, foram geradas categorias emergentes, de acordo algumas características, essas denominadas: Reconhecendo o Campo; Identidade Camponesa; Percepções dos saberes locais e a Matemática Escolar**.**

Análise dos dados

Foram empregados pseudônimos para cada estudante (A1, A2, A3, ..., A22.), primando pela não identificação dos participantes da pesquisa em todo o processo[582]. Assim, identificou-se inicialmente que os 22 sujeitos têm faixa etária que varia entre 16 e 20 anos, sendo que três estudantes possuem 16 anos, 12 desses educandos possuem 17 anos, quatro estudantes possuem 18 anos e dois possuem 20 anos. Sendo 15 do sexo feminino e 7 do sexo masculino.

Em relação a atividade remunerada exercida pelos pais/responsáveis, 18 estudantes apontaram que seus pais/responsáveis são agricultores, desenvolvendo atividades relacionadas com o plantio e colheita de produtos agrícolas. Um estudante identificou que o pai é motorista, dois educandos apontaram que os pais são pedreiros, e um estudante que a mãe é cozinheira.

Todos residem na zona rural do município de Laje – BA, precisando se deslocar por meio do ônibus escolar até o colégio que fica na cidade, demorando um tempo entre 15 min até 1h 30min de suas residências até a escola. Nessa direção, Nogueira, Corrêa e Sachs (2019) também apresentam realidade semelhante, ao apontarem a realidade do município de Cornélio Procópio – PR, que não possui escolas no Campo. Crianças e adolescentes se deslocam de diversas áreas rurais para escolas urbanas, diariamente, percorrendo distâncias de até 19 km para irem estudar em escolas urbanas, dificultando as ações para efetivar práticas de uma Educação do Campo.

Além do desgaste físico por terem que locomover por grandes distâncias, reforça por vezes o modelo de Educação Rural, no qual o Campo é tratado como o lugar de fracasso, atraso e pobreza, contrapondo-se aos centros urbanos, que se caracterizariam com o avanço e modernização (LIMA & LIMA, 2016).

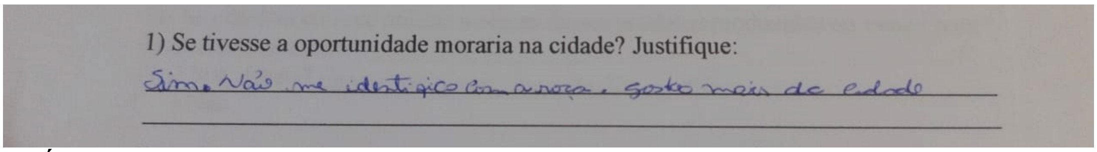
Parte dessa afirmativa pode ser observada nas respostas apresentadas para a pergunta: “Se tivesse oportunidade moraria na cidade? Justifique.”. 14 dos 22 educandos responderam que que morariam na cidade, dentre as justificativas as que prevaleceram foram as que indicaram que na cidade teriam mais oportunidade de trabalho. O estudante A1 afirma: - *Sim. Porque na cidade a pessoa arruma algum trabalho, também procura algum curso ou faculdade*

[582] Pesquisa aprovada pelo Comitê de Ética em Pesquisa – CEP, conforme CAAE n° 52932221.5.0000.5526.

e na roça as coisas é mais difícil. Na fala de A1 é possível identificar que em sua percepção o Campo não apresenta possibilidades de crescimento profissional, sendo necessário, ir para o espaço urbano. A2 também apresenta uma resposta que reforça esse pensamento, conforme Figura 1:

Figura 1.

Resposta A2: Identificação com o Campo


1) Se tivesse a oportunidade moraria na cidade? Justifique:
Sim. Não me identifico com a roça, gosto mais da cidade

É possível averiguar que A2 não se identifica com o espaço camponês, preferindo o espaço urbano, mesmo residindo em uma comunidade campesina e seus pais serem agricultores. Retoma-se aqui o que colocado por Silva (2019), no qual debate sobre esse enfraquecimento das raízes culturais e do sentimento de pertencimento dos estudantes campesinos, que entendem os estudos uma forma de migrar do Campo para a cidade.

Articular Educação do Campo e a Educação Matemática é pensar em aproximações possíveis dos temas nos seus aspectos teóricos e práticos, nas características próprias da instituição escolar, e entender o papel exercido pelo professor e o educando, pois ele exerce forte influência sobre o projeto educacional que se realiza nesse contexto (SILVA, 2019, p. 47).

Nesse sentido, uma forma de contribuir nesse processo de identificação com o Campo é valorizando o trabalho camponês e refletindo sobre os saberes locais, sendo esses acumulados pela humanidade, assim inicialmente precisa-se (re)conhecer as práticas desenvolvidas nas comunidades na qual os educandos pertencem.

Reconhecendo o Campo

Os participantes da presente pesquisa residem em comunidades do Campo, localizada em Laje – BA, uma pequena cidade no Vale do Rio Jiquiriçá, de acordo os dados do IBGE (2021), possui 24.214 habitantes, em uma área de 449.834 km², tendo a Mata Atlântica como Bioma, situando-se a 233 Km da capital do estado, Salvador. O município tem uma grande área rural, a maior parte da população é campesina, fazendo com que diferentes atividades agrícolas sejam desenvolvidas nas comunidades.

Quando questionados sobre quais produtos agrícolas são cultivados na comunidade em que reside o educando, apresentaram: Cacau, banana, mandioca, laranja, amendoim, abóbora, feijão, milho, cravo, açaí, guaraná, maracujá, caju, hortaliças.

Todos os estudantes apresentaram que suas famílias cultivam no campo, inclusive os quatro educandos que afirmaram que os seus pais/responsáveis possuem outras atividades (pedreiro, motorista, cozinheira). Portanto, todos tem relações com a forma de produção agrícola.

A criação de animais para consumo e venda não é tão majoritária, 12 estudantes afirmaram sobre essa criação, sendo principalmente galinhas para própria alimentação familiar, também havendo criação de bois e porcos.

Em relação a comercialização desses produtos (cultivados e os animais para abate), todos os estudantes afirmaram que a comercialização ocorre, as vendas acontecem na cidade, tanto em Laje quanto em cidades circunvizinhas (Valença, Santo Antônio de Jesus, Mutuípe). A comercialização dentro da própria comunidade não é expressiva, indicando a necessidade de um fortalecimento dessas comunidades, por exemplo por meio de cooperativa que auxiliem o pequeno produtor rural a valorizar e comercializar seus produtos no próprio espaço que eles vivem.

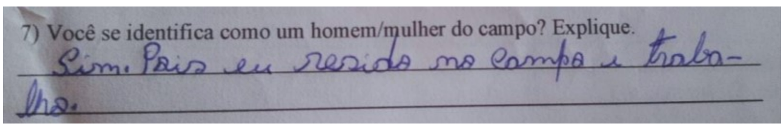
Identidade Camponesa

A relação de pertencimento ao grupo cultural em que está inserido é de ímpar importância na constituição do educando nos princípios da Educação do Campo, como sugere Fernandes (2005), buscando por uma relação entre escola e comunidade.

De forma mais direta, foi perguntado: “Você se identifica como um homem/mulher do campo? Explique.”, tendo como finalidade compreender como se dá essa relação de auto identificação dentro do contexto campesino. Esse questionamento mostrou dividir opiniões, 16 educandos afirmaram que sim, se identificam, dentre as argumentações apresenta-se a de A3, Figura 2:

Figura 2.

Resposta A3: Identificação como Homem/mulher do campo

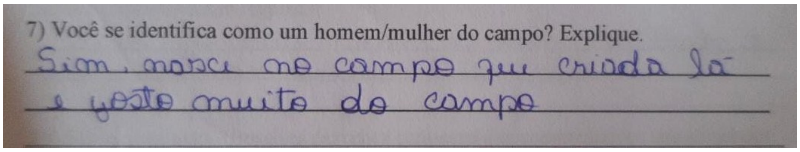

7) Você se identifica como um homem/mulher do campo? Explique.
Sim. Pois eu resido no campo e trabalho.

A maior parte dos estudantes que responderam sim justificam que pelo fato de morar e trabalhar no campo se identificam como campesinos, como foi apresentado por A3. Por outro lado, dois educandos responderam *"às vezes"*, afirmando que nem sempre praticam atividades do campo. Outros cinco sujeitos afirmaram não se identificarem como homem/mulher do campo, esses usaram argumentos semelhantes, que não gostam de exercer trabalhos no campo, conforme a fala de A4: *"Não, porque moro no campo, mas não gosto das atividades do campo"*.

O recorte apresenta um elemento importante em relação a essa identidade, a razão de morar ou exercer uma atividade do Campo não é apenas o que constrói essa identidade, se identificar quanto campesino vai além de morar e/ou trabalhar na colheita, plantio e criação de animais. Nessa perspectiva, segue o posicionamento de A5 (Figura 3):

Figura 3.

Resposta A5: Identificação como Homem/mulher do campo


7) Você se identifica como um homem/mulher do campo? Explique.

Sim, nasci no campo fui criada lá e gosto muito do campo

Essa identidade está mais associada a afetividade e sentimento de pertencimento com o local em que vive e trabalha, do as atividades desenvolvidas. Assim, ensinar nas Escolas do Campo, qualquer que seja a área de conhecimento, requer refletir e construir abordagens que possibilitem aos educandos vivenciarem um processo emancipatório e (re)significarem seu lugar dentro do Campo, exigindo adotar prática docente específicas.

Assim, para essa construção de identidade e valorização do trabalho do campo, é preciso inicialmente conceber o Campo como espaço desenvolvem saberes, tendo uma concepção de ensino fundada na emancipação humana, rompendo com a dicotomia Campo/cidade que considera a cidade superior ao Campo e o urbano melhor que o rural (LIMA & LIMA, 2013).

Percepções dos saberes locais e a Matemática Escolar

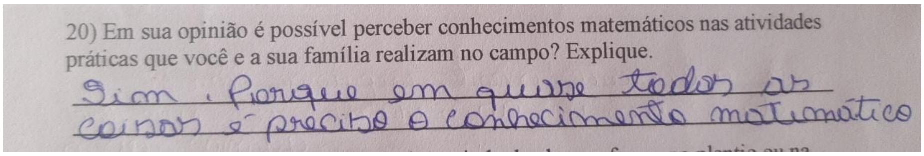
Há 10000 anos quando a agricultura surgiu, foi dado início ao desenvolvimento de instrumentos intelectuais para o planejamento do plantio, colheita, armazenamento, fundando inclusive a estrutura de poder e economia. Havendo por seguinte a necessidade de saber onde (espaço) e quando (tempo) plantar, desdobrando para o desenvolvimento de saberes geométricos e dos calendários, sendo apresentado por D'Ambrosio (2005) como excelentes exemplos de Etnomatemática, associados ao sistema de produção. Ainda nos tempos atuais, a agricultura continua sendo importante para o propósito da alimentação, seja em grande ou pequena escala.

Nesse sentido são inúmeros os saberes êmicos que podem provir do Campo, sendo as diversas relações que podem ser estabelecidas entre a Matemática Escolar e a Matemática desenvolvida nos fazes e saberes pelos educandos e seus familiares. Dessa forma, o questionário tratou de buscar identificar se esses estudantes conseguem perceber essas relações, “Em sua opinião é possível perceber conhecimentos matemáticos nas atividades práticas que você e a sua família realizam no Campo? Explique.”.

Dois estudantes não responderam, três afirmaram não saber responder por não realizarem nenhuma atividade no campo, como foi o caso de A4. Portanto a maior parte (17 educandos) respondeu que é possível perceber esses conhecimentos matemáticos, apesar que nas justificativas as respostas foram evasivas, a exemplo de A6 (Figura 4):

Figura 4.

Resposta A6:Articulando com a matemática


20) Em sua opinião é possível perceber conhecimentos matemáticos nas atividades práticas que você e a sua família realizam no campo? Explique.
Sim. Porque em quase todas as coisas é preciso o conhecimento matemático

Entende-se que esses estudantes apesar de acreditarem que a matemática está presente em diferentes espaços, não conseguem de fato fazer relações com suas atividades diárias. Sendo que 3 estudantes não justificaram, respondendo apenas “sim”. Por outro lado, outros educandos conseguem perceber em suas práticas elementos matemáticos que emanam, A3 apresenta como justificava o exemplo retirado da colheita de laranjas: - *Sim. Na contagem de laranja por exemplo que conta em cinco em cinco e se chega em 200 mãos de 5 laranjas completa mil laranjas (uma tara).*

A3 articula com o a contagem das laranjas que se dá a partir de uma unidade de medida utilizada em seu meio, que é a tara, em suas palavras uma tara corresponde a 1000 unidades. No dia seguinte em que o questionário foi aplicado, A3 chamou atenção da professora/pesquisadora, ele corrigiu o quantitativo que corresponde a tara: - *Professora, desculpa! Ontem falei uma coisa errada para a senhora! Uma tara são 500 laranjas, eu perguntei para meu avô, ele disse que são 500 (A3).*

O avô de A3 é agricultor e realiza em sua comunidade diferentes atividades relacionadas ao Campo, o estudante recorre aos saberes desse seu ente sobre a unidade de medida utilizada em sua comunidade, apontando para saberes êmicos existentes.

A7 também apresenta uma articulação com a matemática: *- Sim, na venda do cacau que mede quantas arrobas e quilos pesa.* Aqui é apresentada a matemática presente nesse processo de comercialização de produtos agrícolas, no caso o cacau, que é comercializado sua amêndoa seca, por meio da unidade de medida a arroba (1 arroba corresponde a 15kg). Essa relação da matemática com a comercialização também foi apresentada por outros 6 educandos.

Ao serem questionados: "A matemática aprendida na escola te ajuda de alguma forma no plantio ou na criação de animais?", seis estudantes não responderam, dois afirmaram que a matemática escolar não ajuda. Os demais afirmaram que sim, dentre esses seis educandos não argumentaram, responderam apenas "sim". Os que apresentaram justificativas, não detalharam de quais formas essa matemática escolar contribui, afirmaram ser por meio da venda dos produtos, no plantio, A8 pontuou: *"tem que ter matemática para não perder dinheiro"*, mas sem explicitar essas correlações.

Caldart (2003) enfatiza que a Escola do Campo precisa reconhecer e ajudando fortalecer os povos do Campo, possuindo um poder social e libertador, em que os sujeitos campesinos precisam serem valorizados, os colocando como centro do processo, levantando o debate sobre como a Matemática pode contribuir com esse processo de humanização e fortalecendo os povos do Campo.

Considerações finais

Este artigo teve como objetivo investigar as percepções das relações de educandos do 3° ano do Ensino Médio de uma Escola do Campo sobre saberes locais e globais da Matemática e suas percepções quanto a identidade Campesina. Cada Comunidade Campesina tem características culturais própria, com costumes e meios de produção específicos, se faz imprescindível (re)conhecer o contexto campesino e realizar esse levantamento cultural, inclusive por meio de estudos etnográficos, como uma maneira de reconhecer os saberes êmicos da cultura campesina. Dessa forma o questionário contribuiu para reconhecimentos do contexto em que os educandos estão inseridos, as características próprias do Campo.

Ao desenvolver uma proposta de ensino fundamentada na Etnomodelagem, a cultura considerada não precisa ser necessariamente a que os estudantes fazem parte, entretanto, é uma possibilidade interessante considerar o contexto no qual a turma está inserida, por ser uma forma de valorização cultural destes sujeitos.

Dessa forma, os saberes êmicos foram emergindo durante as discussões, dentre esses, pode-se destacar a unidade de medida típica da comunidade, no caso a tara. Ao buscar uma relação entre a Matemática escolar (visão ética) e as práticas cotidianas do Campo (visão êmica), observa-se que os educandos entendem que a Matemática está presente, mas por vezes não sabem como se relacionam esses saberes. Nessa direção, é preciso abordar com os saberes glocais, buscando um diálogo entre os fazeres do Campo e a Matemática formal.

No que se refere ao Campo, surgiram discussões que precisam fazer parte do currículo escolar, sendo preciso avançar na concepção curricular que diferencia entre Educação do Campo e Educação Urbana, como aponta Feyh (2013), o trabalho desenvolvido na disciplina de Matemática "não encontra-se voltado para atender as expectativas da população rural, sendo o conhecimento ensinado, uma mera formalização dos currículos urbanos" (FEYH, 2013, p. 33).

Portanto, essas considerações voltam-se para apresentar os possíveis desdobramentos que podem serem apresentados em estudos que seguiram a partir desse ponto. Salienta-se mais uma vez que a Etnomodelagem pode apresenta-se como um recurso que traz para a sala de aula os saberes êmicos de diferentes culturas, a partir de uma perspectiva global, que culmina em uma tradução dialógica entre a conversação entre esses dois tipos de saberes.

Referências

BARDIN, L. (1977). *Análise de Conteúdo.* Lisboa: Edições70.

CALDART, R. S. (2002). *Por uma Educação do Campo:* traços de uma identidade em construção. In: KOLLING, Edgar Jorge; CERIOLI, Paulo Ricardo; CALDART, Roseli Salete. Educação do Campo: Identidade e Políticas Públicas. Brasília, p. 18-25.

CALDART, R. S. (2003). A Escola do Campo em movimento. *Currículo sem Fronteiras*, v. 3, n. 1, p. 60-81, jan./jun.

D'AMBROSIO, U. (2008). O Programa Etnomatemática: uma síntese. *Acta Scientiae*. V. 10, n. 1, p. 7 – 16, jan. – jun.

FERNANDES, B. M. (2005). Os Campos da pesquisa em educação do Campo: Espaço e território como categorias essenciais. *I Encontro Nacional de Pesquisa em Educação do Campo*. Brasília, 19 a 22 de setembro.

FEYH, C. R. N. (2013). *Modelagem Matemática na Educação do Campo*. 144 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática), Universidade Regional de Blumenau, Blumenau.

LIMA, A. S., & LIMA, I. M. S. (2013). Educação Matemática e Educação do Campo: desafios e possibilidades de uma articulação. *Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana*. vol. 4. N. 3.

LIMA, A. S., & LIMA, I. M. S. (2016). Os conteúdos matemáticos e as realidades dos alunos Camponeses: que articulações são realizadas pelos professores que atuam em escolas do Campo? *Perspectivas da Educação Matemática:* Revista do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS), v. 9, n. 19, p. 124-141.

MORAES, R. (2003). Uma Tempestade de Luz: a compreensão possibilitada pela Análise Textual Discursiva. *Ciência e Educação,* v.0 9, n. 02, p. 191-211.

NOGUEIRA, A. A. C., CORRÊA, L. G., & SACHS, L. (2019). A (não) Educação do Campo em um município Paranaense. In: XIII Encontro Nacional de Educação Matemática ENEM, 13. Cuiabá. *Anais Eletrônicos.* Mato Grosso, Cuiabá, 2019. Disponível em: https://www.sbemmatogrosso.com.br/xiiienem/anais.php .Acesso em 16 fev. 2022.

ROSA, M. & OREY, D. C. (2017). *Etnomodelagem:* a arte de traduzir práticas matemáticas locais. São Paulo, SP: Editora Livraria da Física.

SILVA, G. M. L. L. (2019). *Educação do Campo e Educação Matemática: Uma articulação possível?* 248 f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas), Universidade Federal do Rio Grande, Santo Antônio da Patrulha.

IX CIBEM Congresso Iberoamericano de Educação Matemática 05 a 09 de dezembro de 2022

O movimento lógico-histórico nas pesquisas em Educação Matemática: confluência entre historiografias e didática

The logical-historical movement in research in Mathematics Education: confluence between historiography and didactics

El movimiento lógico-histórico en la investigación en Educación Matemática: confluencia entre historiografía y didáctica

Maria do Carmo de Sousa
Universidade Federal de São Carlos
Id orcid: 0000-0002-5523-757X

Marisa da Silva Dias
Universidade Estadual Paulista
Id orcid 0000-0002-4501-2625

Maria Lucia Panossian
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Id orcid 0000-0001-5847-4485

Wania Tedeschi
Instituto Federal de São Paulo
Id orcid 0000-0001-7188-3574

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Pesquisa em Educação Matemática

Resumo

Esta comunicação diz respeito à pesquisa, de cunho qualitativo que se fundamenta na teoria histórico-cultural e que está em desenvolvimento. Tem como objetivo analisar o papel que o movimento lógico-histórico tem assumido em pesquisas que estão sendo desenvolvidas na área da Educação Matemática, considerando-se que utilizam o movimento lógico-histórico como referencial teórico-metodológico com contribuições tanto para se pensar as historiografias, quanto a didática. As análises feitas até aqui, indicam que-há pelo menos três inquietações, que embora interligadas, se configuram nas questões das pesquisas. A primeira trata da influência das historiografias da Matemática na formação de professores da Educação Básica e na organização do ensino que ministram. Nesse sentido, o papel que o movimento lógico-histórico pode assumir está diretamente relacionado à didática para o ensino de conceitos e conteúdos matemáticos. A outra inquietação diz respeito aos elementos e direcionamentos das próprias historiografias, uma vez que, cada autor estudado possui uma visão de mundo, educação e matemática. Neste contexto o papel do movimento lógico-histórico pode indicar a visão dialética internalista-externalista da matemática e sua relação com a realidade e a terceira, indica o reflexo das historiografias no movimento lógico-histórico dos conceitos matemáticos. Aqui, o movimento lógico-histórico pode ser entendido enquanto indicador para as discussões e pesquisas que se relacionam aos conceitos que passam a integrar tanto os currículos escolares, quanto livros didáticos de diferentes áreas do conhecimento. É por este motivo que o movimento lógico-histórico na Educação Matemática está diretamente relacionado à confluência entre historiografias e didática.

Palavras-chave: movimento lógico-histórico, historiografias, formação de professores, situações desencadeadoras de aprendizagem, teoria histórico-cultural.

Abstract

This communication concerns qualitative research, which is based on historical-cultural theory and is under development. It aims to analyze the role that the logical-historical movement has assumed in research that is being developed in the area of Mathematics Education, considering that they use the logical-historical movement as a theoretical-methodological framework with contributions to both historiography and didactics. The analyses made so far indicate that there are at least three concerns that are configured in research questions, which are interconnected. The first deals with the influence of the historiography of Mathematics on the training of teachers of Basic Education and in the organization of the teaching they teach. In this sense, the role that the logical-historical movement can assume is directly related to didactics for the teaching of mathematical concepts and contents. The other concern concerns the elements and directions of the historiography themselves, since each author studied has a worldview, education and mathematics. In this context, the role of logical-historical movement can indicate the internalist-externalist dialectical view of mathematics and its relationship with reality and the third, indicates the reflection of historiography in the logical-historical movement of mathematical concepts. Here, the logical-historical movement can be understood as an indicator for discussions and research that relate to concepts that become part of both school curricula and textbooks from different areas of knowledge. It is for this reason that the logical-historical movement in Mathematics Education is directly related to the confluence between historiography and didactics.

Keywords: logical-historical movement, historiography, teacher education, learning triggering situations, historical-cultural theory.

Resumen

Esta comunicación se refiere a la investigación cualitativa, que se basa en la teoría histórico-cultural y está en desarrollo. Se pretende analizar el papel que el movimiento lógico-histórico ha asumido en la investigación que se está desarrollando en el área de la Educación Matemática, considerando que utilizan el movimiento lógico-histórico como marco teórico-metodológico con aportes tanto a la historiografía como a la didáctica. Los análisis realizados hasta ahora indican que hay al menos tres preocupaciones que se configuran en las preguntas de investigación, que están interconectadas. El primero trata de la influencia de la historiografía de las Matemáticas en la formación de los profesores de Educación Básica y en la organización de la enseñanza que imparten. En este sentido, el papel que puede asumir el movimiento lógico-histórico está directamente relacionado con la didáctica para la enseñanza de conceptos y contenidos matemáticos. La otra preocupación se refiere a los elementos y direcciones de la historiografía en sí, ya que cada autor estudiado tiene una cosmovisión, educación y matemáticas. En este contexto, el papel del movimiento lógico-histórico puede indicar la visión dialéctica internalista-externalista de las matemáticas y su relación con la realidad y el tercero, indica el reflejo de la historiografía en el movimiento lógico-histórico de los conceptos matemáticos. Aquí, el movimiento lógico-histórico puede entenderse como un indicador de discusiones e investigaciones que se relacionan con conceptos que pasan a formar parte tanto de los currículos escolares como de los libros de texto de diferentes áreas del conocimiento. Es por esta razón que el movimiento lógico-histórico en la Educación Matemática está directamente relacionado con la confluencia entre historiografía y didáctica.

Palabras clave: movimiento lógico-histórico, historiografía, formación docente, situaciones desencadenantes del aprendizaje, teoría histórico-cultural.

Introdução

Ao relacionarmos duas áreas de conhecimento História da Matemática e Ensino defendemos que se faz necessário considerar as tendências internalista e externalista da Matemática, em seus movimentos, de forma que possamos construir

Uma interface entre estas duas áreas de conhecimento se privilegiarmos o processo histórico do desenvolvimento da Matemática com a formação do conceito no ensino e aprendizagem. Isso pode ser alcançado se uma ênfase maior for dada ao contexto no qual esses conceitos são desenvolvidos. Além disso, buscamos uma abordagem metodológica, que permita captar o movimento do pensamento no contexto em que os conceitos matemáticos foram concebidos (Dias & Saito, 2009, p. 7).

Tal abordagem metodológica está diretamente relacionada às histórias dos conhecimentos dos conceitos matemáticos, elaborados pelas diversas civilizações e narrada em diversas versões nas historiografias de Matemática e, por este motivo, está presente na pesquisa em desenvolvimento intitulada: A História da Matemática na formação de professores da Educação Básica, a qual conta com financiamento do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico CNPq).

Uma das ações relacionadas à pesquisa foi a criação do programa História da Matemática e formação de professores em rede, o qual conta com a participação de pesquisadores de cinco universidades públicas: Instituto Federal de São Paulo (UFSP), Universidade Federal de São Carlos (UFSCar), Universidade Federal de Jataí (UFJ), Universidade Estadual Paulista (UNESP) e Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), bem como, pós-graduandos, licenciandos e professores da Educação Básica que participam de grupos de pesquisas dessas universidades.

A segunda ação foi a configuração do seminário intitulado "O papel da história da matemática no ensino: historiografias e movimento lógico-histórico", ocorrido em três momentos: agosto/2021, setembro/2021 e agosto/2022. Assim, a partir do segundo semestre de 2021, por meio de encontros mensais e de dois momentos distintos que compuseram o seminário, analisamos o movimento lógico-histórico/histórico-lógico nas pesquisas desenvolvidas no Grupo de Estudos e Pesquisas sobre a Atividade Pedagógica (GEPAPe). Enquanto integrantes da rede, passamos a estudar os pressupostos teóricos e as pesquisas que se fundamentam no movimento lógico-histórico ou também denominado histórico-lógico. A questão que conduz o estudo foi assim definida: qual é o papel do movimento lógico-histórico/histórico-lógico no desenvolvimento das pesquisas? É sobre a primeira análise feita no material empírico que trata esta comunicação. No próximo item trataremos dos fundamentos metodológicos da pesquisa.

Materiais e métodos

A pesquisa é qualitativa, de cunho teórico e caracterizada, segundo Fiorentini e Lorenzato (2007), como bibliográfica ou histórico-bibliográfica. "Esse tipo de pesquisa é também chamado de *estudo documental*", com ênfase nos "estudos tipicamente históricos", uma vez que, são utilizadas "fontes primárias", tais como: teses, dissertações, artigos e projetos políticos pedagógicos como forma de coletar as informações. (pp. 102-103)

A metodologia do estudo se compõe dos seguintes momentos e estratégias:

1) A realização da análise lógica do conteúdo. Essa consiste em um estudo teórico sobre o movimento lógico-histórico de conceitos tratados tanto na Educação Básica, quanto nas pesquisas desenvolvidas em cinco universidades públicas: IFSP, UFSCar, UFJ, UNESP e UTFPR. O estudo remete, necessariamente, a uma pesquisa bibliográfica que envolve tanto historiografias da Matemática, quanto as relações que envolvem as historiografias da Matemática e o movimento lógico-histórico.

2) A proposição de situações desencadeadoras de aprendizagem (SDA) de Matemática. Essa consiste em um estudo teórico sobre o movimento lógico-histórico e análise e elaboração

de SDA de Matemática que tratem de conteúdos da Educação Básica. A elaboração das situações conta tanto com a participação de licenciandos do curso de Matemática da UFSCar, quanto com a participação dos professores da Educação Básica que desenvolvem pesquisas, em programas de pós-graduação em Educação (Acadêmico e Profissional), em nível de Mestrado e Doutorado que estejam inseridos do Grupo de Pesquisa Formação Compartilhada de professores – Escola e Universidade (GPEFCom).

3) Aprofundamento teórico sobre como a História da Matemática vem sendo inserida nos cursos de licenciatura de Matemática das universidades públicas federais brasileiras. Essa consiste em um estudo sobre projetos pedagógicos dos cursos de Matemática de universidades públicas federais brasileiras, bem como, do levantamento e análise de teses, dissertações e artigos publicados em periódicos que tratem da mesma temática.

Esta comunicação está diretamente relacionada ao primeiro momento, uma vez que trata da análise de pesquisas que estão sendo desenvolvidas no âmbito do GEPAPe.

Considera-se ainda o fato de que, apesar dos cursos de licenciaturas de Matemática brasileiros virem inserindo em seus currículos, as disciplinas de História da Matemática, há quase vinte anos, conforme os estudos de Stamato (2003), o levantamento bibliográfico que fizemos até aqui (Sousa, 2021), mostra que o foco das disciplinas não está na análise de historiografias que tenham como principal objetivo que licenciandos e professores de Matemática da Educação Básica possam aprender a analisar nexos conceituais (internos e externos), presentes em historiografias, de forma a elaborar com certa autonomia e desenvolver SDA, em suas salas de aula, a partir dos princípios didáticos indicados por Sforni (2015). Ou seja, ao que parece, na maioria das disciplinas, o movimento lógico-histórico dos conceitos não é objeto de estudo.

Concordamos com Lanner de Moura (1995) que, para atingir resultados que promovam o avanço da área de conhecimento em que se insere o problema, é necessário haver uma estreita articulação entre conteúdo da pesquisa e metodologia.

Dessa forma, concebemos que, se a teoria for sendo construída no processo da pesquisa, movimento idêntico deverá acontecer com a metodologia. Por esses motivos, nos detemos a traçar os aspectos metodológicos possíveis de serem previstos antes de desencadear o processo de investigação. Destacamos dois tipos de instrumentos a serem usados na pesquisa, aqueles que estão contribuindo para a construção dos fatos: os textos teóricos já produzidos como teses e dissertações e as SDA de Matemática que se fundamentam na teoria histórico-cultural elaboradas, por pesquisadores, professores da Educação Básica e licenciandos. Esses instrumentos possibilitam considerar o movimento mais geral da pesquisa.

As SDA abrangem duas características essenciais para cumprir os objetivos da pesquisa: 1) Constituir-se num instrumento de ensino e de pesquisa, isto é, ser planejada pela pesquisadora com ou sem a participação de licenciandos do curso de Matemática, da UFSCar e professores de Matemática da Educação Básica, tendo por meta a obtenção de dados reveladores da relação que podem envolver a organização do ensino na sala de aula. 2) Ser instrumento de formação dos professores, especialmente, nos cursos de licenciaturas, ao proporcionar-lhes a aprendizagem de como se elaboram SDA, a partir do movimento lógico-histórico.

A análise dos dados segue uma linha interpretativa cuja característica é a particularização, ao invés da generalização de resultados. A busca não é de universais abstratos, aos quais se chega, segundo Moreira (1990), através de generalizações estatísticas, mas sim de universais concretos, que se atinge através do estudo detalhado de um caso específico, localizado culturalmente. Para tanto, estamos construindo categorias que representem, por exemplo, os diferentes papéis que o movimento lógico-histórico pode assumir, a partir das pesquisas que foram desenvolvidas no âmbito do Gepape, nos últimos 20 anos.

O movimento lógico-histórico nas pesquisas em Educação Matemática

O movimento lógico-histórico apresenta-se como referencial teórico em diversas pesquisas da área de Educação Matemática. Como uma forma de compreender o movimento do pensamento na formação de conceitos, conforme Kopnin (1978), a pesquisa de Dias (2007) direcionou-se a investigar o processo de formação da imagem conceitual do professor, na inter-relação indivíduo-coletividade, com a finalidade de compreender a relação dessa imagem com o desenvolvimento da reta real na perspectiva lógico-histórica, cuja constituição foi obtida a partir da análise das historiografias de Bourbaki (1994), Boyer (1993), Eves (1995), Guillen (1987), Hogben (1970), Ifrah (1998), Kline (1992), Lintz (1999), Ríbnikov (1987). Na linha de formação de professores observa-se o distanciamento da compreensão do citado conceito pelos sujeitos em relação ao seu desenvolvimento histórico.

Outras produções nessa perspectiva têm sido desenvolvidas e articuladas com a educação escolar. Na organização do ensino com o propósito de apropriação de conceitos, o lógico-histórico tem se configurado como elemento teórico e recurso metodológico para se pensar o ensino de conceitos matemáticos na produção didática (Amaral, 2020; Dias, 2015, 2016; Dias & Moretti, 2011).

Sobre ensino de conceitos, as pesquisas de Amaral (2018) e Moraes (2018) abordam o movimento lógico-histórico de área e de tempo, respectivamente, com o propósito de compor elementos para elaboração e organização do ensino em nível do Ensino Fundamental. Ambos consideram o contexto social e histórico apresentado pelas historiografias consultadas na elaboração, priorizando as histórias virtuais (Amaral, 2018) e situações-problemas (Moraes, 2018). Amaral (2018) reflete na prática didática a delimitação de terras e a criação de instrumento de medida de área a partir, sobretudo, dos estudos de Hogben (1970), Childe (1978) e, Moraes (2018), analisando principalmente a historiografia de Whitrow (1993) sobre o tempo, desenvolve com os estudantes uma prática com protótipos de clepsidras.

No caso do primeiro momento do seminário ocorrido em 2021 foram apresentadas as seguintes pesquisas:

Quadro 1.

Pesquisas apresentadas nos seminários "O movimento lógico-histórico/ histórico- lógico nas pesquisas do GEPAPe"

Pesquisadores	Títulos	Universidades	Ano de finalização
Covre	Uma análise da construção do pensamento científico do conceito de ditadura militar no ensino de história	UFSCar	2022
Fabri	O movimento histórico-lógico da Estatística: algumas implicações para o ensino	UTFPR	em andamento
Gosmatti	Análise das metodologias ativas a partir do seu movimento lógico-histórico e da Atividade Pedagógica de Matemática Escolar	UTFPR	em andamento
Navarro	O movimento lógico-histórico do termo pensamento computacional	UFSCar	2021
Panossian	O movimento histórico e lógico dos conceitos algébricos e o objeto de ensino da álgebra	USP	2014
Sousa	História da matemática na formação de professores da educação básica	UFSCar	em andamento
Oliveira	O movimento histórico e lógico e o conceito de função: alguns caminhos para a formação inicial de professores de matemática.	UTFPR	em andamento
Silva	Um estudo sobre o movimento lógico-histórico do conceito de continuidade	UFJ	2019

Dessa forma, surge a partir das reflexões sobre as pesquisas analisadas três inquietações interligadas, uma em relação à influência das historiografias da Matemática na formação do professor de matemática e na organização do ensino, outra dos elementos e direcionamentos das próprias historiografias e uma terceira, o reflexo das historiografias no movimento lógico-histórico dos conceitos matemáticos.

Um primeiro direcionamento a partir dessas inquietações foi abordado por Dias e Saito (2009) ao iniciarem uma discussão sobre a interface entre história da matemática e ensino vislumbrando uma aproximação entre historiadores e educadores para pensarem as historiografias e a perspectiva lógico-histórica. Os estudos iniciais culminaram para uma interface que visa contemplar o movimento do pensamento na formação dos conceitos e o contexto no qual os conceitos são desenvolvidos (Dias & Saito, 2013a, 2013b, 2014). As pesquisas decorrentes da interface têm articulado esses aspectos com o estudo de documentos antigos a fim de produzir um diálogo entre história e ensino da matemática (Dias & Silva, 2022; Moraes, 2017). As pesquisas de Moraes (2017) e Silva (2019) refletem possibilidades dessa interface na abordagem didática com instrumentos de medida *trigonall sector* e *quadrante geometrico*, respectivamente, e seus tratados produzidos nos séculos XVI e XVII. Ambas as pesquisas levam para prática educativa elementos históricos sintetizados na confecção e uso dos instrumentos aliados a práticas humanas situadas historicamente.

A pesquisa de Panossian (2014), por sua vez, tem por objetivo investigar as relações entre o movimento histórico e lógico dos conceitos algébricos e o objeto de ensino da álgebra. Neste sentido ressalta a necessária relação entre os estudos e aprofundamentos sobre o objeto de conhecimento científico por meio de seu movimento histórico e lógico (no caso os estudos sobre conceitos algébricos) e a sua organização como objeto de ensino, e, portanto, em sua compreensão didática.

Acompanham esta direção as pesquisas em andamento apresentadas no seminário por Fabri e Oliveira. A pesquisa de Fabri intitulada: O movimento histórico-lógico da Estatística: algumas implicações para o ensino, apresentou como objetivo reconhecer os nexos conceituais da Estatística manifestados por integrantes da Oficina Pedagógica de Matemática (OPM), que se trata de um projeto de extensão que visa a formação continuada de professores. Nesta pesquisa o movimento histórico e lógico dos conceitos estatísticos é tomado como orientação teórica e metodológica de estudo e compreensão dos nexos conceituais desta forma de conhecimento a serem destacados no processo de formação continuada de professores. Por sua vez, a pesquisa de Oliveira, se pauta no estudo do movimento histórico e lógico do conceito de função para organizar o ensino deste tópico para alunos de um curso de licenciatura em Matemática, e, portanto, em formação inicial da docência. O estudo sobre o movimento histórico e lógico do conceito de função é apropriado para a elaboração de SDA. Compreende-se que estas pesquisas têm adotado o movimento histórico e lógico dos conceitos matemáticos como fundamento teórico para a compreensão dos nexos conceituais e como fundamento metodológico para o processo de organização do ensino, e, portanto, elemento imprescindível no processo didático.

Convém ressaltar que estes estudos não se assemelham à compreensão por exemplo de transposição didática proposto por Chevallard (2013), mas assumem que é necessário ao professor em atividade de ensino se apropriar dos nexos conceituais e da relação essencial do objeto de conhecimento que está sendo ensinado para compor e organizar seu objeto de ensino. Neste sentido, os estudos sobre o movimento histórico e lógico dos conceitos é compreendido como princípio para constituição do objeto de ensino, e se torna instrumento, no sentido psíquico, de acordo com Vigotsky (1991).Por outro lado, o movimento lógico-histórico também é reconhecido como fundamento metodológico das pesquisas sobre ensino. É o caso por exemplo da pesquisa de Gosmatti, que intitulada Análise das metodologias ativas a partir do seu movimento lógico-histórico e da Atividade Pedagógica de Matemática Escolar, adota o movimento histórico e lógico como elemento teórico, mas principalmente metodológico para o estudo e aprofundamento sobre a gênese e as relações essenciais reveladas no movimento das metodologias ativas no processo de ensino de Matemática para a educação Básica. Numa nova área de conhecimento, a pesquisa de Covre (2022) se aprofunda no estudo do movimento lógico-histórico do conceito de ditadura militar (1964-1985) desenvolvido em livros didáticos de história adotados no Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) no ensino fundamental. Nesse contexto, o movimento lógico-histórico é adotado como método e metodologia da pesquisa.

A próxima fase da pesquisa está prevista para ser desenvolvida em 2023. Terá como objetivos: 1) ampliar a rede de pesquisadores que estudam o movimento lógico-histórico, 2) aprofundar os estudos teóricos que temos feito sobre o conceito de historiografias da Matemática, com especial atenção para aquelas que não são eurocêntricas, de forma a ampliar nosso entendimento teórico sobre o movimento lógico-histórico e 3) configurar SDA com foco no movimento lógico-histórico para a Educação Básica.

Considerações finais

Ao analisarmos as pesquisas, podemos afirmar que um dos papéis que o movimento lógico-histórico pode assumir é a confluência entre historiografias e didática para o ensino de Matemática. Dessa forma, é possível romper com a didática tradicional que frequenta boa parte das escolas brasileiras e, consequentemente, com a organização do ensino de Matemática que desconsidera, que ignora a história dos conceitos matemáticos. Chama-nos a atenção ainda para o fato de que pesquisas de outras áreas de conhecimento, como por exemplo, a História, também estão apontando nexos conceituais que possam promover a integração entre História e Ensino.

Referências

Amaral, C. C. F. (2018). *A significação do conceito matemático de área expressa por estudantes proveniente de uma Atividade Orientadora de Ensino*. [Dissertação de Mestrado em docência para educação básica, Universidade Estadual Paulista]. https://repositorio.unesp.br/handle/11449/153739.

Bourbaki, N. (1994). *Elements of history of mathematics*. Springer-Verlag.

Boyer, C. B. (1993). *História da Matemática*. Edgar Blucher.

Chevallard, Y (2013). Sobre a teoria da Transposição Didática: algumas considerações introdutórias. *Revista de Educação, Ciências e Matemática*, 3(2), 1-14

Childe, V. G. A (1978). *A evolução cultural do homem*. (4ª. ed.). Zahar.

Dias, M. S. (2007). *Formação da imagem conceitual da reta real*: um estudo do desenvolvimento do conceito na perspectiva lógico-histórica. [Tese de doutorado em Educação], Universidade de São Paulo.

Dias, M. S. A (2015). Atividade e o lógico-histórico como princípios norteadores para formação da imagem conceitual In: M. Jorge, M. L. Reis & M. G. M. Magnoni, (orgs.), *Cadernos de Docência na Educação Básica* IV (1 ed., vol. 4, pp. 9-18). Cultura Acadêmica.

Dias, M. S. at al. (2016). Matemática. In: Secretaria Municipal da Educação/Bauru (Ed). *Currículo Comum para o Ensino Fundamental Municipal,* (1 ed., 1, pp. 833-921), Prefeitura Municipal de Bauru - Secretaria Municipal da Educação/Departamento de Planejamento.

Dias, M. S., & Amaral, C. C. F. (2020). O conceito matemático de área na Atividade Orientadora de Ensino. *Revista Obutchénie*, 4, 460-482.

Dias, M. S., & Moretti, V. D. (2011). *Números e operações*: *elementos lógico-históricos para atividade de ensino*. IBPEX.

Dias, M. S., & Saito, F. (2009). Interface entre História da matemática e ensino: uma aproximação entre historiografia e perspectiva lógico-histórica In: *Anais… IV SIPEM - Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática* (pp. 179-181)*,* Universidade Católica de Brasília.

Dias, M. S., & Saito, F. (2013a). Interface entre história da matemática e ensino: uma atividade desenvolvida com base num documento do século XVI. *Ciência & Educação*, 19, 89-111. https://doi.org/10.1590/S1516-73132013000100007.

Dias, M. S., & Saito, F. (2013b). A interface entre história e ensino de matemática In: *Actas do VII Congresso Iberoamericano de Educação Matemática* (pp. 7483–7490). Sociedad de Educación Matemática Uruguaya.

Dias, M. S., & Saito, F. (2014). Algumas potencialidades didáticas do 'setor trigonal' na interface entre história e ensino de matemática. *Educação Matemática Pesquisa*, 16, 1227-1253.

Dias, M. S., & Silva, A. P. M. (2022). O quadrante geométrico na situação desencadeadora de aprendizagem sob uma interface entre história e ensino. *Ciência & Educação,* 28, e22008. https://doi.org/10.1590/1516-731320220008.

Eves, H. (1995). *Introdução à história da matemática*. Editora da UNICAMP.

Guillen, M. (1987). *Pontes para o Infinito: o lado humano das matemáticas*. Gradiva.

Hogben, L. (1970). *Maravilhas da matemática*. Globo.

Ifrah, G. (1998). *Os números: a história de uma grande invenção* (9ª. ed.). Editora Globo.

Kopnin, P. V. (1978). *A dialética como lógica e teoria do conhecimento*. Civilização Brasileira.

Kline, M. (1992). *El pensamiento matemático de la antiguidad a nuestro días*. Alianza Editorial S. A.

Lintz, R. G. (1999). História da Matemátca. Ed. da Fundação Universidade Regional de Blumenau.

Moraes, M. S. (2017). *Setor trigonal: contribuições de uma atividade didática na formação de conceitos matemáticos na interface entre história e ensino de matemática* [Dissertação de Mestrado em Docência para Educação Básica], Universidade Estadual Paulista.

Moraes, A. E. (2018). *Interface entre história e ensino de matemática: um movimento lógico-histórico da medição do tempo e a atividade orientadora de ensino*. [Dissertação de Mestrado em Docência para Educação Básica], Universidade Estadual Paulista.

Panossian, M. L. (2014). *O movimento histórico e lógico dos conceitos algébricos e a constituição do objeto de ensino da álgebra*. [Tese de doutorado], Universidade de São Paulo.

Ríbnikov, K. (1987). *Historia de las matemáticas*. Editorial Mir.

Silva, A. P. M. (2019). *Uma interface entre história e ensino de matemática: contribuições na formação de conceitos de estudantes na construção e utilização de um instrumento de medida do século XVI – o quadrante geométrico*. [Dissertação de Mestrado em Docência para Educação Básica], Universidade Estadual Paulista.

Vygotsky, L. S. (1991). *A Formação Social da Mente*: *o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores* (4 edição). Martins Fontes.

Whitrow, G. J. (1993). *O tempo na história: concepções de tempo da pré-história aos nossos dias.* Jorge Zahar Ed.

Justiça curricular: contribuições para a pesquisa em educação matemática

Curricular justice: implications for research in mathematics education

Justicia curricular: implicaciones para la investigación en educación matemática

Elisabete Zardo Búrigo[583]
Universidade Federal do Rio Grande do Sul
https://orcid.org/0000-0003-1532-7586

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Pesquisa em Educação Matemática

Resumo

A pesquisa em educação matemática é atravessada pelas diferentes perspectivas dos pesquisadores sobre a educação e as políticas educacionais, que orientam ou delimitam as escolhas e construções dos objetos e caminhos de investigação. Em meio às inevitáveis tensões que cercam a formulação e implementação das políticas e, especialmente das políticas curriculares, educadores matemáticos têm buscado, em diferentes momentos, construir consensos ou acordos em torno de valores. O texto argumenta sobre a necessidade de um debate atualizado sobre esses valores, considerando os novos significados que têm sido atribuídos a expressões antes incontroversas como democracia, igualdade, diversidade e autonomia. Apresenta a noção de justiça curricular e algumas de suas possíveis contribuições para esse debate.
Palavras-chave: Políticas curriculares; justiça curricular; educação matemática.

Abstract

Research in mathematics education is crossed by researchers' different perspectives about education and educational policies, which guide or delimit the choices and constructions of objects and paths of investigation. Amidst the inevitable tensions that surround the formulation and implementation of policies, and especially curriculum policies, mathematics educators have sought, at different moments, to build consensus or agreements around values. The text argues about the need for an updated debate about these values, considering the new meanings that have been given to previously uncontroversial expressions such as democracy, equality, diversity and autonomy. It presents the notion of curricular justice and some of its possible contributions to this debate.
Keywords: Curriculum policy; curriculum justice; mathematics education.

Resumen

La investigación en educación matemática está atravesada por diferentes perspectivas de los investigadores sobre la educación y las políticas educativas, que orientan o limitan las elecciones y construcciones de objetos y vías de investigación. En medio de las inevitables tensiones que rodean la formulación y aplicación de las políticas, y especialmente de las

[583] Elisabete.burigo@ufrgs.br.

políticas curriculares, los educadores matemáticos han buscado, en diferentes momentos, construir consensos o acuerdos en torno a los valores. El texto argumenta sobre la necesidad de un debate actualizado sobre estos valores, teniendo en cuenta los nuevos significados que se han atribuido a expresiones antes no controvertidas como democracia, igualdad, diversidad y autonomía. Presenta la noción de justicia curricular y algunas de sus posibles aportaciones a este debate.
Palabras clave: Política curricular; justicia curricular; educación matemática.

Introdução

As pesquisas em educação matemática, tendo como objeto e como suporte práticas sociais de educar, ensinar, estudar e aprender, são inevitavelmente atravessadas por diferentes visões sobre as finalidades e possibilidades da educação escolar e os variados problemas que a constrangem. Vivências de diferentes lugares – formulação, implementação, contestação – frente às políticas educacionais incidem sobre a escolha e delimitação dos temas e enfoques de pesquisa, sobre aquilo que é problematizado, tomado como objeto de investigação, considerado dado ou eventualmente ignorado quando a educação escolar é cenário de pesquisa.

Valores éticos estão usualmente implícitos nas pesquisas em educação matemática: o direito à educação escolar é tomado como um pressuposto, bem como os direitos das crianças e dos adolescentes, ou a liberdade de credo e de orientação sexual. Entretanto, as mudanças no cenário político, com a ascensão de correntes antiescolares, impõem novos dilemas: por exemplo, se o Projeto de Lei n. 3179/12, que autoriza o ensino domiciliar no Brasil, for aprovado pelo Congresso Nacional e sancionado, será legítimo pesquisarmos essas experiências? Se sim, com que perspectiva?

Políticas curriculares incentivadas pelo Banco Mundial, Unesco e outras agências internacionais vêm atribuindo novos significados a noções e valores partilhados pela comunidade de educadores matemáticos. No Brasil, as avaliações em larga escala, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e a chamada Reforma do Ensino Médio, estabelecida pela Lei n. 13.415/2017, impactam fortemente o trabalho docente e os currículos praticados nas escolas, inclusive o ensino de matemática e suas articulações com outras áreas do conhecimento. Nos discursos oficiais, essas políticas são apresentadas como promotoras da autonomia, da igualdade e da diversidade. No sentido inverso, muitos de nós as consideramos restritivas ou cerceadoras do direito à educação.

A defesa, a aceitação, a adesão, o questionamento ou a oposição ao discurso oficial repercutem na construção das investigações em educação matemática. No desenho de muitas delas está implícita a escolha de tratar as políticas como dadas, isto é, as políticas currriculares compõem um cenário, mas não um tema em discussão; essa escolha também tem consequências nos olhares construídos sobre os objetos de pesquisa.

Reciprocamente, as diferentes perspectivas adotadas pelos pesquisadores têm efeitos sobre as políticas, sejam eles os de provocar reflexões ou a de legitimá-las, pela naturalização. Por exemplo, quando as pesquisas tratam os resultados das avaliações em larga escala como um pressuposto, validam o discurso oficial a respeito desses resultados, que são objeto de interrogação por outras investigações. Investigações que tratam da eficácia de uma abordagem de ensino de um conteúdo prescrito pela BNCC podem contribuir para o empoderamento dos professores, sugerindo novas possibilidades de práticas docentes, mas também podem ter efeito de desempoderamento, ao corroborarem o discurso oficial que impõe as listas de "objetos de conhecimento" e compara o desempenho de estudantes e de escolas a partir dessa prescrição.

Parafraseando Skovsmose (2011), e considerando esses possíveis efeitos, podemos pensar que a pesquisa em educação matemática é indeterminada: promove empoderamento e desempoderamento. Nessa perspectiva, argumentamos sobre a relevância do debate, na comunidade de educadores matemáticos, sobre as políticas curriculares e suas implicações para a pesquisa no campo, e vice-versa.

A pluralidade dos pontos de vista é pressuposto do debate e um valor intrínseco à própria constituição da comunidade de pesquisadores. Acreditamos que, sem a pretensão de buscar consensos acerca de um tema tão complexo como o dos currículos escolares, o debate pode propiciar novos entendimentos sobre os dilemas vivenciados pelos sujeitos da educação escolar – estudantes, professores, comunidades – e sobre os lugares que têm sido atribuídos ao ensino de matemática nos processos de escolarização. Pode também nos ajudar a desembaralhar ou desembaçar deslizamentos de sentido que hoje impregnam noções antes tão incontroversas como as de democracia, igualdade, autonomia e diversidade.

Argumentamos, neste texto, que a noção de justiça curricular pode contribuir para esse debate.

Educação matemática para todos, ou o mesmo ensino de matemática para todos?

Se consideramos os debates no âmbito da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (Sbem), é possível identificar, em diferentes momentos, esforços de reconhecimento de valores compartilhados pela comunidade. "Educação matemática para todos" é uma expressão enfatizada nos anos 1980 e 1990, evocando, ao mesmo tempo, uma rejeição dos educadores matemáticos aos processos de exclusão da escola – pelas reprovações, abandonos, mecanismos de seleção -, uma aproximação com os movimentos de educação popular, um afastamento da perspectiva orientada para a identificação de "novos talentos" ou futuros matemáticos, e uma aderência aos discursos das agências internacionais que promoveram a Conferência Mundial de Jontiem, em 1990 (Pereira, 2005; Búrigo, 2019, 2021).

A pluralidade também é um valor que sobressai dos anais de encontros da Sbem nos anos 1990. Em uma certa medida, é formulada como alternativa à unanimidade forjada ou ao hegemonismo que teria caracterizado os tempos do movimento da matemática moderna (Búrigo, 2017). Está em sintonia com a emergência, no âmbito local e internacional, de diferentes tendências na Educação Matemática, cada qual com seus referenciais e enfoques próprios. Ainda, a defesa da pluralidade converge com os movimentos educacionais que reivindicam a valorização da diversidade, autonomia para as escolas e a participação das comunidades na definição dos projetos pedagógicos, um princípio validado pela Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN, Lei n. 9394), aprovada em 1996.

A ideia de "melhoria do ensino", aos poucos reformulada como promoção da "qualidade", perpassa diferentes momentos do diálogo entre educadores matemáticos. Nos anais dos encontros dos anos 1990 e 2000, essas expressões são frequentes; em contrapartida, há poucos registros de uma problematização do que seria essa "melhoria" ou essa "qualidade" (Búrigo, 2021; Miguel, 2016). Pode-se cogitar que, no imaginário da comunidade, "melhoria" ou "qualidade" estariam associadas à pluralidade já mencionada, portanto abarcando a diversidade curricular. Essa é uma explicação possível para o não posicionamento da Sbem face aos Parâmetros Curriculares Nacionais, mesmo após persistentes apelos de algumas lideranças históricas da comunidade (Búrigo, 2019; Pires, 2004; 2012). Enfim, haveria diferentes ou até mesmo infinitos caminhos para se promover a "melhoria" ou a "qualidade".

As políticas curriculares implementadas no país desde os anos 1990, entretanto, tensionam a autonomia, a diversidade e a pluralidade, na direção da padronização e do cerceamento, contrariando a própria LDBEN recentemente aprovada. As avaliações em larga escala foram uma das principais forças motrizes dessa padronização. Em 1995, as provas do Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb) foram organizadas segundo matrizes organizadas pela Fundação Carlos Chagas e pela Fundação Cesgranrio. A partir de 1997, a elaboração das matrizes de referência foi centralizada pelo Instituto Nacional de Estudos Pedagógicos (Inep) (Bonamino & Franco, 1999; Ortigão, 2000). No mesmo ano, a Câmara de Educação Básica do Conselho Nacional de Educação emitiu o Parecer n. 3/97, que enfatizava o caráter de não obrigatoriedade dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), em consonância com os dispositivos da LDBEN que outorgam às escolas autonomia na elaboração de seus projetos pedagógicos. Entretanto, a partir de 2001 os PCNs foram tomados como base para as matrizes do Saeb; em 2005, foi instituída a Prova Brasil, de caráter censitário, pretendendo avaliar todas as escolas públicas de ensino fundamental; e, a partir de 2007, os resultados da Prova Brasil ganham um novo estatuto, compondo o cálculo do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (Ideb), que orienta uma ampla variedade de políticas. Desse modo, as avaliações em larga escala pressionam as escolas e os docentes para a adoção dos currículos propostos pelos PCNs.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) estabelece um novo patamar de padronização curricular, ao enunciar "o conjunto de aprendizagens essenciais aos estudantes brasileiros" (Ministério da Educação, 2017, p. 5). O grau de arbitrariedade envolvido na produção do texto, descrito por Bigode (2019), fica evidente quando se cotejam as competências específicas de Matemática para o Ensino Fundamental com as habilidades a serem desenvolvidas. O texto não traz nenhuma justificativa para o desdobramento das oito competências em 247 habilidades a serem desenvolvidas ao longo de nove anos. Poderiam ser muitas outras, ou muitas menos, conforme o projeto pedagógico de cada escola; entretanto a Resolução n. 2/2017 do Conselho Pleno do Conselho Nacional de Educação determina que na organização curricular das instituições e redes sejam "atendidos **todos** os direitos e objetivos de aprendizagem instituídos na BNCC" (Conselho Nacional de Educação, 2017, p. 1, grifo nosso).

Nesse cenário, a ideia de uma "Educação Matemática para todos", com o sentido de fazer frente à exclusão, e amparada no direito universal à educação, fica transmutada em "um mesmo ensino de matemática para todos". A igualdade nas condições de acesso e de oferta de ensino é substituída pela padronização na prescrição – irrealizável – das aprendizagens. Essa homogeneidade curricular, como explicam Peroni, Caetano e Arelaro (2019), interessa ao setor empresarial que disputa fundos públicos vendendo pacotes de materiais, programas de formação de professores e assessorias pedagógicas.

Itinerários formativos, ressignificando a diversidade curricular

A chamada reforma do ensino médio, instituída pela Lei n. 13.415/2017, caminha em direção aparentemente oposta à padronização estabelecida pela BNCC do Ensino Fundamental. O discurso oficial enfatiza a possibilidade de escolhas por parte de cada estudante: do itinerário formativo e de uma ou mais trilhas de aprofundamento (Brasil, 2022). O texto sugere, então, que o estudante estaria participando da construção do currículo a ser percorrido. Mais ainda, essa construção seria uma consequência do "protagonismo" do jovem na construção do seu "projeto de vida". A promessa da flexibilidade é contestada por autores como Lopes (2019): a reforma, "pelo contrário, tende a ser restritiva de possibilidades de integração curricular por tentar controlar o projeto de vida dos jovens estudantes por meio de metas fixadas a priori" (p. 63).

A viabilidade da implementação da reforma também tem sido contestada por autores e professores das redes. Em muitas escolas públicas, faltam salas e professores para atender o "itinerário único" estabelecido no projeto pedagógico vigente até a reforma; a oferta de duas ou mais trilhas curriculares já seria impraticável, na suposição de uma oferta presencial, quanto mais a oferta de diferentes itinerários, cada um deles comportando quatro ou oito trilhas diversas. A imposição dessa oferta, portanto, pressiona para a adoção de modalidades de ensino remoto e acarreta uma precarização assemelhada àquela resultante da profissionalização obrigatória no ensino de segundo grau, estabelecida pela Lei n. 5.692/71. Ainda, a reforma retroage em relação a uma das grandes conquistas da LDBEN de 1996, segundo Cury (2002): a oferta de formação geral para todos, possibilitando a continuidade de estudos e o avanço da formação nas diferentes áreas do conhecimento que compõem o currículo. As 2.400 horas estabelecidas como mínimo para a formação geral, na versão original da LDBEN, ficam convertidas em um máximo de 1.800 horas.

O Novo Ensino Médio traz de volta, então, elementos do ensino profissionalizante estabelecido pela Lei n. 5.692/71. A precarização incide sobre as redes públicas, especialmente sobre as redes estaduais, e amplia as desigualdades que vinham sendo reduzidas com a ampliação e progressiva universalização do ensino médio. Mas, o Novo Ensino Médio não é uma reedição do ensino profissionalizante dos anos 1970. Não há uma pretensão ou promessa de profissionalização que possibilitaria melhor inserção no mundo do trabalho ou, nos termos da Organização Internacional do Trabalho, o acesso ao trabalho decente (OIT, 2022). Em um cenário de redução do emprego e de direitos trabalhistas, a perspectiva oferecida pelos itinerários formativos do ensino médio é a do empreendedorismo: assim, a "individualização de riscos direciona para o âmbito do esforço pessoal a chave para se adaptar às oportunidades existentes" (Santos & Rodrigues, 2021, p. 134) e promove, além da competição entre os mais fragilizados, a autorresponsabilização de cada um pelo seu próprio êxito ou fracasso.

Em 2016, quando foi editada a Medida Provisória que deu origem à Lei n. 13.415/2017, a Sbem já apontava "que a proposta da BNCC para o Ensino Médio é bastante conservadora e muito distante da possibilidade de atrair o interesse dos jovens estudantes por essa disciplina [Matemática]" (Sbem, 2016, p. 2). Em junho de 2022, a Sbem subscreve uma Carta Aberta que denuncia:

> A Reforma está serviço de um projeto autoritário de desmonte do Direito à Educação como preconizado na Constituição de 1988. De fato, os primeiros impactos concretos da implementação da Reforma nos estados vão mostrando que a Lei 13.415/2017 vincula-se a um projeto de educação avesso à democracia, à equidade e ao combate das desigualdades educacionais (Sbem, 2022, p. 1).

Justiça curricular como uma referência para a pesquisa em educação matemática

O ensino de matemática ocupa um lugar de destaque nas políticas dos governos e das agências internacionais. Competências e habilidades matemáticas têm sido avaliadas em todas as edições do Saeb, desde os anos 1990; desempenhos dos alunos em testes de matemática compõem o Ideb e orientam decisões sobre aportes de verbas e, inclusive, remunerações de professores, impactando fortemente o trabalho docente (Ivo & Hypolito, 2015). Na flexibilização imposta pela Reforma do Ensino Médio, a matemática é preservada como disciplina obrigatória ao longo de três anos, enquanto outras são descartadas. Que sentido, que finalidades tem essa prioridade atribuída à matemática?

O discurso oficial sobre o Saeb enfatiza a resolução de problemas, argumentando que o "conhecimento matemático ganha significado quando os alunos têm situações desafiadoras para resolver e trabalham para desenvolver estratégias de resolução" (Inep, 2008, p. 106). Analogamente, as provas de letramento matemático do *Programme for International Student Assessment* (Pisa) avaliariam, segundo especialistas envolvidos na sua elaboração, a capacidade dos estudantes de usar matemática na resolução de problemas que emergem de problemas autênticos da vida real (Stacey & Turner, 2015).

Entretanto, a desarticulação entre a matemática e outras disciplinas que promovem a leitura do mundo já é um indicador de que a vida real não é o foco das avaliações em larga escala. Meyer (2014) explica que a lógica da OCDE e do Pisa é orientada para a formação de jovens competentes e produtivos. O engajamento do empresariado no Movimento pela Base indica que essa é a lógica preponderante também na produção da BNCC e do Novo Ensino Médio (Macedo, 2015).

Na perspectiva da justiça social, que pressupõe o reconhecimento e a superação das desigualdades, a formação para o trabalho não se confunde com a preparação para a inserção em um mercado de trabalho competitivo e excludente. A justiça curricular, alinhada com a ideia de uma educação escolar emancipatória, é enunciada como "construção cotidiana de justiça por meio do currículo escolar" (Ponce, 2018, p. 796).

> Por justiça curricular, toma-se uma concepção de currículo que reconheça as diversidades humanas; que se interesse por superar as várias desigualdades mantendo a valorização das diferenças; que promova um pensar crítico sobre o mundo; que valorize os diversos saberes das diferentes culturas; que se comprometa com um mundo inclusivo, justo e democrático; que não aceite como versão de qualquer fato, uma "história única". Ter na vida escolar uma experiência de respeito à dignidade e de construção de identidades democráticas é uma busca urgente (Ponce & Leite, 2019, p. 795.

A noção de justiça curricular, enunciada desse modo, sintoniza-se com a reivindicação de uma "educação matemática para todos" e com o empoderamento dos estudantes, mencionado por Skovsmose (2011) como uma possibilidade. E, assim como propõe Skovsmose (2001), pressupõe a criação coletiva do currículo, bem como a valorização "das experiências exitosas da educação escolar democrática e a confiança nos sujeitos da educação" (Ponce, 2018, p. 797).

As implicações dessa noção para a educação matemática não são imediatas. Por exemplo, a resolução de problemas pode promover o pensamento crítico, a autonomia e a criatividade. Também pode promover o treinamento para a resposta rápida em acordo com o gabarito das provas, a crença na existência de uma única resposta correta para cada problema e a ideia meritocrática e reducionista de que a qualidade de ensino pode ser aferida segundo desempenho em testes de múltipla escolha. O sentido que atribuímos à resolução de problemas será, então, decisivo para o desenho e a avaliação das práticas curriculares, na direção de uma adequação às demandas da esfera produtiva ou de uma educação emancipatória.

A noção de justiça curricular não oferece, portanto, uma indicação sobre que matemática deve ser ensinada, mas nos ajuda a pensar caminhos para tecer os currículos. Em especial, nos ajuda a retomar o sentido de igualdade defendido nos anos 1980, como igualdade de direitos, indissociável da pluralidade e diversidade que caracterizam as salas de aula e que precisam ser contempladas nos projetos pedagógicos das escolas.

Referências

Bigode, A. J. L. Base, que base? O caso da Matemática. In F. Cássio & Roberto Catelli Jr. (Orgs.). *Educação é a Base?* 24 educadores discutem a BNCC (pp. 139-159). São Paulo: Ação Educativa.

Bonamino, A., & Franco, C. (1999). Avaliação e política educacional: o processo de institucionalização do SAEB. *Cadernos de pesquisa*, (108), 101-132.

Búrigo, E. Z. (2017). Revisitações do passado: contribuições da História Cultural à crítica da pesquisa. *Revista de História da Educação Matemática*, *3*(2), 56-76.

Búrigo, E. Z. (2019). A Sociedade Brasileira de Educação Matemática e as Políticas Educacionais. *Bolema*: Boletim de Educação Matemática, 33, 7-26.

Búrigo, E. Z. (2021). Quando os números falam mais alto: imposições, consentimentos e contestações ao reducionismo curricular. *Revista e-Curriculum*, 19(4), 1513-1541.

Conselho Nacional de Educação (2017). *Resolução CNE/CP nº 2, de 22 de dezembro de 2017*. http://portal.mec.gov.br/conselho-nacional-de-educacao/.

Cury, C. R. J. (2002). Políticas atuais para o ensino médio e a educação profissional de nível técnico: problemas e perspectivas. In D. M. L. Zibas, M. Â. S. Aguiar, & M. S. S. Bueno (Eds.). *O ensino médio e a reforma da educação básica* (pp. 15-32). Brasília: Plano.

Instituto Nacional de Estudos Pedagógicos (Inep) (2008). *Prova Brasil*: ensino fundamental: matrizes de referência, tópicos e descritores. Brasília: Inep. http://portal.mec.gov.br/dmdocuments/prova%20brasil_matriz2.pdf.

Ivo, A. A., & Hypolito, Á. M. (2015). Políticas gerenciais em educação: efeitos sobre o trabalho docente. *Currículo sem Fronteiras*, 15(2), 365-379.

Lopes, A. C. (2019). Itinerários formativos na BNCC do Ensino Médio: identificações docentes e projetos de vida juvenis. *Retratos da escola*, 13(25), 59-75.

Macedo, E. (2015). Base Nacional Comum para Currículos: direitos de aprendizagem e desenvolvimento para quem? *Educação & Sociedade*, 36, 891-908.

Meyer, H. D. (2014). The OECD as pivot of the emerging global educational accountability regime: how accountable are the accountants? *Teachers College Record*, 9(116), 1–20.

Miguel, A. (2016). Entre jogos de luzes e de sombras: uma agenda contemporânea para a educação matemática brasileira. *Perspectivas da educação matemática*, 9(20), 323-265.

Ministério da Educação (2017). *Base Nacional Comum Curricular*: educação é a base. Brasília: MEC. http://basenacionalcomum.mec.gov.br/.

Ministério da Educação (2022). *Novo Ensino Médio*. https://www.gov.br/mec/pt-br/novo-ensino-medio/.

Ortigão, M. I. R. (2000). O SAEB e a matriz curricular de referência em matemática. *Anais da 23ª Reunião Anual da ANPEd* (pp. 1-18). Caxambu: Associação Nacional de Pós-Graduação. http://23reuniao.anped.org.br/textos/1916T.PDF.

Organização Internacional do Trabalho (OIT) (2022). *Trabalho decente*. https://www.ilo.org/brasilia/temas/trabalho-decente/lang--pt/index.htm.

Pereira, D. J. R. (2005). *História do movimento democrático que criou a Sociedade Brasileira de Educação Matemática - SBEM* [Tese de Doutorado em Educação, Universidade Estadual de Campinas].

Peroni, V. M. V., Caetano, M. R., & Arelaro, L. R. G. (2019). BNCC: disputa pela qualidade ou submissão da educação? *Revista Brasileira de Política e Administração da Educação*, 35(1), 35-56.

Pires, C. M. C. (2004). Orientações Curriculares para a Educação Básica. Qual o caminho? *Anais do VIII Encontro Nacional De Educação Matemática* (pp. 1-13). Recife: Sbem. http://www.sbembrasil.org.br/files/viii/Index.htm.

Pires, C. M. C. (2012). Pela criação de um Grupo de Trabalho sobre Currículos de Matemática, no SIPEM. *Anais do V Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática* (p. 1-11). Petrópolis: Sbem. http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/files/v_sipem/?page=presentation&language=br.

Ponce, B. J. (2018). O currículo e seus desafios na escola pública brasileira: em busca da justiça curricular. *Currículo sem fronteiras*, 18(3), 785-800.

Ponce, B. J., & Leite, C. (2019). Em busca da justiça curricular: as possibilidades do currículo escolar na construção da justiça social. *Revista e-Curriculum*, 17(3), 794-803.

Santos, M. I., & Rodrigues, R. O. (2021). Reformas da educação e precarização do trabalho no Brasil. In V. M. V. Peroni, A. J. Rossi, & P. V. Lima (Eds.), *Diálogos sobre a relação entre o público e o privado no Brasil e América Latina* (pp. 125-143). São Paulo: Livraria da Física.

Sociedade Brasileira de Educação Matemática (2017). *Manifesto sobre a Reforma do Ensino Médio e a Pec 241*. Brasília: Sbem. http://www.sbembrasil.org.br/files /manifesto.pdf.

Sociedade Brasileira de Educação Matemática (2022). *Carta aberta pela revogação da reforma do ensino médio* (Lei 13.415/2017). Brasília: Sbem. http://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/index.php/noticias/1059-carta-aberta-pela-revogacao-da-reforma-do-ensino-medio-lei-13-415-2017.

Skovsmose, O. (2001). *Educação Matemática Crítica*: a questão da democracia. Campinas: Papirus.

Skovsmose, O. (2011). *An invitation to critical mathematics education*. Rotterdam: Sense Publishers.

Stacey, K., & Turner, R. (2015). The evolution and key concepts of the PISA mathematics frameworks. In K. Stacey & R. Turner (Eds.). *Assessing Mathematical Literacy*. The PISA Experience (pp. 5-33). Cham: Springer.

Principais teorias da Educação Matemática: um guia documental

Main theories of Mathematics Education: a documentary guide

Principales teorías de la Educación Matemática: una guía documental

Diogo Meurer de Souza Castro[584]
Instituto Federal de Alagoas
0000-0001-5725-2274

Enaldo Vieira de Melo[585]
Instituto Federal de Alagoas
0000-0002-9314-4331

Douglas Floering Breda Gonçalves[586]
Instituto Federal de Alagoas
0000-0001-7094-6246

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Pesquisa em Educação Matemática

Resumo

Um trabalho acadêmico-científico precisa estar fundamentado em alguma(s) teoria(s) da área da pesquisa. Na Educação Matemática, desde a sua formação, vários campos do conhecimento foram sendo desenvolvidos e teorias surgiram desses campos. Dessa forma, torna-se importante para o licenciando em Matemática e pesquisadores na área terem conhecimento desses campos/teorias. Este trabalho tem como objetivo apresentar os resultados de uma pesquisa desenvolvida no Instituto Federal de Alagoas que buscou responder às seguintes perguntas: quais as principais linhas teóricas da Educação Matemática? Quais seus campos de conhecimento? Quais os principais textos norteadores para estudarmos essas teorias/campos? Para responder a essas perguntas, realizamos uma pesquisa bibliográfica em dois momentos: o primeiro buscou trabalhos que analisassem a história e a formação do que vem a ser a Educação Matemática; o segundo momento, a partir das leituras iniciais e de nossas experiências como pesquisadores, selecionamos alguns campos e teorias para pesquisarmos por trabalhos que abordassem essas temáticas. Como resultado desse levantamento, desenvolvemos um *site* que ficará disponível para licenciandos e pesquisadores por acreditarmos que se pode contribuir tanto para licenciandos dos cursos de licenciatura em Matemática quanto para professores

[584] diogo.castro@ifal.edu.br
[585] enaldo.melo@ifal.edu.br
[586] dfbg1@aluno.ifal.edu.br

pesquisadores da área da Educação Matemática conhecerem os campos de pesquisa da área e as teorias desenvolvidas.

Palavras-chave**:** Educação Matemática, pesquisa, teorias.

Abstract

An academic-scientific work needs to be based on some theory(s) in the research area. In Mathematics Education, since its formation, several fields of knowledge have been developed and theories emerged from these fields. Thus, it becomes important for Mathematics undergraduates and researchers in the area to have knowledge of these fields/theories. This work aims to present the results of a research developed at the Federal Institute of Alagoas that sought to answer the following questions: what are the main theoretical lines of Mathematics Education? What are your fields of knowledge? What are the main guiding texts to study these theories/fields? To answer these questions, we carried out bibliographical research in two moments: the first one looked for works that analyzed the history and formation of what comes to be Mathematics Education; the second moment, from the initial readings and our experiences as researchers, we selected some fields and theories to search for works that approached these themes. As a result of this survey, we have developed a website that will be available to undergraduates and researchers, as we believe that it can contribute both to undergraduates in Mathematics degree courses and to research professors in Mathematics Education to know the fields of research in the area and the theories developed.

Keywords: Mathematics Education, research, theories.

Resumen

Un trabajo académico-científico necesita estar basado en alguna(s) teoría(s) en el área de investigación. En la Educación Matemática, desde su formación, se han desarrollado varios campos de conocimiento y de estos campos han surgido teorías. Por lo tanto, se vuelve importante que los estudiantes de licenciatura en Matemáticas y los investigadores del área tengan conocimiento de estos campos/teorías. Este trabajo tiene como objetivo presentar los resultados de una investigación desarrollada en el Instituto Federal de Alagoas que buscó responder a las siguientes preguntas: ¿cuáles son las principales líneas teóricas de la Educación Matemática? ¿Cuáles son sus campos de conocimiento? ¿Cuáles son los principales textos orientadores para estudiar estas teorías/campos? Para responder a estas preguntas, realizamos una búsqueda bibliográfica en dos momentos: el primero buscó obras que analizaran la historia y formación de lo que viene a ser la Educación Matemática; el segundo momento, a partir de las lecturas iniciales y de nuestras experiencias como investigadoras, seleccionamos algunos campos y teorías para buscar obras que abordaran estos temas. Como resultado de esta encuesta, hemos desarrollado un sitio web que estará disponible para estudiantes de pregrado e investigadores, ya que creemos que puede contribuir tanto a estudiantes de pregrado en carreras de grado en Matemáticas como a profesores investigadores en el área de Educación Matemática a conocer los campos de investigación en el área y las teorías desarrolladas.

Palabras clave: Matemáticas Educación, investigación, teorias.

Introdução

Ao entrar num Curso Superior, o estudante se depara com um mundo que não é trabalhado com mais rigor no Ensino Básico: as pesquisas acadêmicas. À medida que ele vai pagando as disciplinas, vão surgindo oportunidades de serem desenvolvidos trabalhos acadêmico-científicos e os alunos vão encontrando teorias da área que servem para embasar esses trabalhos. Pensando especificamente no estudante de um Curso de Licenciatura em Matemática, aos alunos são apresentadas diversas teorias e muitas delas formam o que consideramos como a Educação Matemática. Sejam teorias de cunho didático, filosófico, metodológico etc., elas são de extrema importância à medida que o estudante vai produzindo pesquisa.

Por exemplo, Almeida (2017), em sua tese de doutorado, desenvolveu um material composto por sete atividades voltado para o Ensino de Cálculo Diferencial e Integral. No seu trabalho, o autor utilizou "(...) as noções de organizador genérico, raiz cognitiva e Três Mundos da Matemática de Tall e colaboradores, e a noção de recurso da Gênese Documental de Gueudet e Trouche." (ALMEIDA, 2017, p.2). Para ele, esse quadro teórico auxiliou a escolha de todos os elementos que foram utilizados e na confecção do material. Ou seja, não foi feito um material de forma aleatória ou a partir de pressuposições pessoais. O autor construiu sua pesquisa a partir de teorias já existentes.

Concordamos com Almouloud (2007) quando o mesmo asserta que devemos, como pesquisadores, conhecer bem as ideias principais das diversas teorias que têm dentro da área de estudo do trabalho. Assim, podemos escolher a(s) melhor(es) que se encaixa(m) para referenciarmos teoricamente a pesquisa. Para Hiebert e Grouws,

> Teorias são úteis porque elas direcionam a atenção dos pesquisadores para relações particulares, provendo significado para o fenômeno que está sendo estudado, avaliam a relativa importância das questões da pesquisa que estão sendo respondidas, e põe as descobertas de estudos individuais dentro de um contexto mais amplo. As teorias sugerem para onde olhar quando formulamos os próximos problemas de pesquisa e fornece um esquema organizacional, ou um enredo, dentro do qual resultados individuais são acumulados e encaixados. (HIEBERT, GROUWS, 2007, p. 373, tradução nossa)

Diante da importância dos estudantes (e por que não, nós, docentes/pesquisadores?) terem esse conhecimento das principais ideias das teorias que constituem a Educação Matemática, algumas questões foram nos inquietando: quais as principais linhas teóricas da Educação Matemática? Quais seus campos de conhecimento? Quais os principais textos norteadores para estudarmos essas teorias/campos?

Então, a partir disso, sentimos falta de um ambiente onde se apresente algumas dessas teorias que são utilizadas na Educação Matemática e, também, os principais textos (sejam livros ou artigos científicos) que possam servir de ponto de partida para os discentes começarem a estudar/revisitar determinada teoria. Este trabalho tem como principal objetivo apresentar os resultados obtidos de uma pesquisa desenvolvida cujo objetivo foi reunir textos das principais teorias da Educação Matemática e disponibilizá-los em um *site*.

Na próxima seção do texto comentaremos a metodologia utilizada para a realização da pesquisa. Após ela, apresentaremos os principais resultados que encontramos. E, na última seção, abordaremos nossas considerações finais.

Metodologia

A pesquisa assumiu o caráter exploratório e o procedimento técnico utilizado foi a pesquisa bibliográfica. Gil (2002, p. 41) diz que "embora o planejamento da pesquisa exploratória seja bastante flexível, na maioria dos casos assume a forma de pesquisa bibliográfica ou de estudo de caso". A pesquisa bibliográfica é feita

> (...) a partir do levantamento de referências teóricas já analisadas, e publicadas por meios escritos e eletrônicos, como livros, artigos científicos, páginas de web sites. Qualquer trabalho científico inicia-se com uma pesquisa bibliográfica, que permite ao pesquisador conhecer o que já se estudou sobre o assunto. Existem porém pesquisas científicas que se baseiam unicamente na pesquisa bibliográfica, procurando referências teóricas publicadas com o objetivo de recolher informações ou conhecimentos prévios sobre o problema a respeito do qual se procura a resposta (FONSECA, 2002, p. 32).

A partir disso, a pesquisa bibliográfica foi realizada em dois momentos: o primeiro com o objetivo de buscar trabalhos que analisassem a história e a formação do que vem a ser a Educação Matemática; o segundo momento, teve como objetivo a escolha dos textos para compor o site. Toda a busca foi realizada no Catálogo de Teses da CAPES, no Portal de Periódicos da CAPES e no Google Acadêmico sem termos como filtro um período temporal estabelecido.

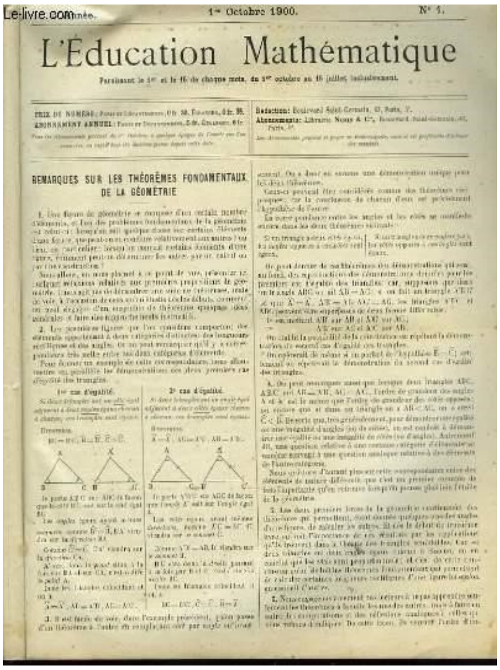
Para o primeiro momento, utilizamos o descritor "educação matemática" com o filtro para trabalhos escritos na língua portuguesa e inglesa. A partir do título e do resumo, sete trabalhos que atingiam o objetivo proposto para esse momento foram escolhidos. No segundo momento, a partir de nossas experiências como pesquisadores, escolhemos algumas teorias para iniciarmos a busca. Nos bancos de dados bibliográficos citados acima, utilizamos como descritores as teorias escolhidas e filtramos por trabalhos escritos em língua portuguesa. A escolha dos trabalhos para esse momento deu-se a partir de alguns critérios escolhidos pelos pesquisadores: dissertações, teses ou artigos científicos publicados em revistas/eventos da área; livros dos autores que desenvolveram a teoria; trabalhos que continham capítulos/seção abordando a fundamentação teórica; e a clareza no entendimento do texto. Até o momento, 8 teorias e 22 trabalhos foram selecionados.

Educação Matemática como campo do conhecimento

A Educação e a Matemática sempre caminharam em seus universos desenvolvendo suas teorias e, algumas vezes, eles se colidiam. Em meados do século XIX, os professores de Matemática da Escola Básica foram tendo uma maior importância e relevância na sociedade com a modernização das nações e, a partir disso, iniciou-se a preocupação no desenvolvimento de um currículo para a disciplina, na produção de materiais didáticos específicos e com a preocupação na aprendizagem do estudante. Para Furinghetti, Matos e Menghini (2012), é a partir deste quadro que começa a transição da Matemática e da Educação antes vistas separadamente para a Educação Matemática.

Figura 1.

Revista francesa fundada em 1898



Em meados dos anos 1900, foram fundadas as associações para os professores de Matemática. Essas associações deram força para moldar a identidade do professor de

Matemática e as reformas que ocorreriam naquele período para se adequar a nova era industrial e tecnológica. Além das associações e das revistas especializadas no tema (Figura 1), começaram a surgir os congressos. Tudo isso fez com que a carreira de docente de matemática se distanciasse da carreira de matemático.

Com o passar do tempo, novos conhecimentos foram sendo incorporados a esse novo campo do saber, como, por exemplo, conhecimentos vindos da pedagogia, psicologia, antropologia, sociologia e, obviamente, da própria educação. Em 1969, é publicado o documento *Resolutions of the First International Congress on Mathematical Education* onde é dito que "a teoria da educação matemática está se tornando uma ciência por si só, com seus próprios problemas tanto de conteúdo matemático quanto pedagógico." (RESOLUTIONS, 1969, p. 1, tradução nossa)

No Brasil, para Miguel *et al* (2004), o reconhecimento da área da Educação Matemática começa a partir do início das publicações de duas revistas especializadas: Bolema e Zetetiké. Paralelo a isso, foram surgindo núcleos de pesquisa da área nos programas de pós-graduação em Educação, além de programas específicos. Em 1988 é fundada a Sociedade Brasileira de Educação Matemática e, em 1999, o Grupo de Trabalho em Educação Matemática foi aceito na Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação (ANPEd).

Mas o que vem a ser a Educação Matemática? Que tipos de pesquisas são realizadas nessa área? Bicudo e Venturin consideram a Educação Matemática como sendo

> uma ação educadora que ocorre, tendo como conteúdo ou como enredo a Matemática, cabendo ao professor educador contextualizar alunos e conteúdos ensinados, de um ponto de vista psicológico, histórico e, também, social, considerando a realidade do aluno e da escola, pelo menos. (...) Acolhe teorias, procedimentos de pesquisa e didático-pedagógicos diferenciados e que explicitam concepções de mundo e de conhecimento diversas. (2016, p. 279 e 282)

Os autores realizaram uma pesquisa em que um dos objetivos foi buscar as concepções de pesquisadores brasileiros a respeito da Educação Matemática. Diante das falas dos entrevistados, percebeu-se que o entendimento de que as pesquisas da Educação Matemática devem visar:

> à formação inicial do professor de Matemática que atuará na escola; à formação do professor na pós-graduação; à ampliação do conhecimento matemático das pessoas e o modo de elas lidarem com esse conhecimento em diferentes situações; à formação do pesquisador em Educação Matemática; à importância de a Educação Matemática

> engajar-se em políticas públicas; à necessidade de terem-se políticas públicas explícitas para os cursos de licenciatura que formam professores de Matemática; e à formação Matemática das pessoas. (BICUDO, VENTURINI, 2016, p. 288)

Na visão de Bicudo (1993), os núcleos de preocupação dessa área de pesquisa são em compreender e em como fazer a Matemática, além das interpretações que são feitas com a visão dos significados sociais, culturais e históricos que a Matemática produz. Ademais, a autora acredita que a Educação Matemática coopera tanto a Matemática quanto a Educação por ser um auxílio nas ações político-pedagógicas.

Como já dito anteriormente, a Educação Matemática beneficia-se de diferentes áreas do conhecimento e, para Bicudo e Venturini (2016), essa diversidade fez com que a Educação Matemática fosse se fragmentando em campos de pesquisas como a Etnomatemática, História da Educação Matemática, Filosofia da Matemática, Didática da Matemática e tantos outros. São nesses campos de pesquisa e nas teorias que são criadas dentro de cada campo que nos concentramos.

Um importante campo de pesquisa da Educação Matemática é a Didática da Matemática. De origem francesa, dela saem diversas teorias que fundamentam pesquisas na área. Para Almouloud (2017), a Didática da Matemática é

> a ciência da educação cujo propósito é o estudo de fenômenos de ensino e de aprendizagem, mais especificamente, é o estudo de situações que visam à aquisição de conhecimentos/saberes matemáticos pelos alunos ou adultos em formação, tanto do ponto de vista das características dessas situações, bem como do tipo de aprendizagem que elas possibilitam. (ALMOULOUD, 2017, p.14)

O autor, em seu texto, apresenta algumas teorias que foram desenvolvidas dentro desse campo de pesquisa como, por exemplo, a Teoria das Situações Didáticas e a Teoria Antropológica do Didático. A própria Teoria das Situações Didáticas foi uma teoria que escolhemos para selecionar os textos. Após as leituras que fizemos de vários trabalhos, selecionamos os textos completos de TEIXEIRA e PASSOS (2013) e SILVA, FERREIRA e TOZETTI (2015), o terceiro capítulo da dissertação de ALMEIDA (2019) e o sexto capítulo do livro de PAIS (2016).

A Construção do *site*

Diante de todo o vasto material que nos debruçamos, construímos um *site*[587] onde disponibilizamos os principais textos que escolhemos para servir aos estudantes e professores como base inicial para aprofundamento de cada teoria. Na página inicial fornecemos uma breve informação sobre o objetivo da página, além dos contatos dos pesquisadores.

Figura 2.

Página inicial do site

Ao escolher uma das teorias no menu lateral esquerdo, o usuário é levado para a página específica da teoria (Figura 2) onde é apresentado um breve resumo da mesma e os textos que foram selecionados com as seguintes informações: qual parte do texto sugere-se ser lida (texto completo ou capítulo específico) e autor(es). Ao clicar no título do texto, o usuário é levado ao trabalho ou, se for um livro, ele será direcionado para a página da Google Shopping com as principais lojas que vendem o produto.

Figura 3.

Página destinada a Modelagem Matemática

[587] https://sites.google.com/view/teoriasedmat/home

Considerações Finais

Este trabalho teve como objetivo apresentar os resultados de uma pesquisa desenvolvida no Instituto Federal de Alagoas que buscou responder aos seguintes questionamentos: quais as principais linhas teóricas/metodológicas da Educação Matemática? Quais seus campos de pesquisa? Quais os principais textos norteadores para estudarmos essas teorias? Para isso, foi realizada uma pesquisa bibliográfica em que buscou-se analisar historicamente a formação do que vem a ser a Educação Matemática e, a partir das leituras dos diversos trabalhos encontrados, selecionar alguns dos campos de pesquisas e teorias que surgem desses campos.

Concordamos com Almouloud (2017) quando o mesmo asserta que "o pesquisador deve procurar conhecer bem as ideias principais das diversas teorias, de modo a poder identificar quais delas poderá usar para referenciar teoricamente sua pesquisa." (ALMOULOUD, 2017, p.5). Logo, é de extrema importância que tenhamos conhecimento das principais teorias que são utilizadas na Educação Matemática para termos um trabalho científico bem fundamentado.

Com o material que foi disponibilizado no *site* do projeto, acreditamos que se pode contribuir tanto para licenciandos dos cursos de licenciatura em Matemática quanto para professores pesquisadores da área. Contribuição essa que permitirá aos alunos e professores terem um espaço de consulta para identificar possibilidades teóricas e metodológicas que melhor se encaixe para suas pesquisas científicas. Por mais que poucos textos foram escolhidos para cada teoria e que essa seleção parte das escolhas dos integrantes do projeto, não tivemos a intenção de criar um acervo cânone. Esses trabalhos servem como ponto de partida e, a partir das referências que constam em cada um deles, novos trabalhos vão surgindo para os usuários. Dessa forma, Tínhamos a consciência de que não conseguiríamos, ao final do projeto, inserir todas as teorias que existem dentro do campo da Educação Matemática. Esse é um espaço que não finda com a conclusão da pesquisa, pois podemos conhecer novos textos e novas teorias que serão incorporados ao *site*. Para nós, pesquisadores neste projeto, ele foi um ótimo e importante momento para revisitarmos algumas teorias que não tínhamos mais contato e nos possibilitou a conhecer novas, abrindo um leque enriquecedor para nossos futuros trabalhos acadêmicos.

Referências

ALMEIDA, Franciane Alves de. Sequência didática da proposição a aplicação: uma análise das interações em sala de aula sob o ponto de vista das situações adidáticas. 2019. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Pernambuco.

ALMEIDA, Márcio Vieira de. **Material para o ensino do cálculo diferencial e integral**: referências de Tall, Gueudet e Trouche. 2017. 261 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Doutorado Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2017.

ALMOULOUD, Saddo Ag. Fundamentos norteadores das teorias da Educação Matemática: perspectivas e diversidade. **Amazônia**: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas, v. 13, n. 27, p. 5-35, 2017.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. Pesquisa em educação matemática. **Pró-posições**, v. 4, n. 1, p. 18-23, 1993.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; VENTURIN, Jamur Andre. Filosofando sobre Educação Matemática. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 9, n. 20, 2016.

FONSECA, J. J. S. Metodologia da pesquisa científica. Fortaleza: UEC, 2002. Apostila.

FURINGHETTI, Fulvia; MATOS, José Manuel; MENGHINI, Marta. From mathematics and education, to mathematics education. **Third international handbook of mathematics education**. Springer, New York, NY, 2012. p. 273-302.

GIL, A. C. Como Elaborar Projetos de Pesquisa. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

HIEBERT, James; GROUWS, Douglas A. The effects of classroom mathematics teaching on students' learning. **Second handbook of research on mathematics teaching and learning**, v. 1, n. 1, p. 371-404, 2007.

MIGUEL, Antonio *et al*. A educação matemática: breve histórico, ações implementadas e questões sobre sua disciplinarização. **Revista Brasileira de Educação**, p. 70-93, 2004.

PAIS, Luiz Carlos. **Didática da Matemática**: uma análise da influência francesa. Autêntica, 2016.

Resolutions of the First International Congress on Mathematical Education. **Educational Studies in Mathematics**, v. 2, n. 416, 1969. Disponível em: https://link.springer.com/content/pdf/10.1007/BF00303473.pdf

SILVA, Nilson Alves; FERREIRA, Marcos Vinícius Vieira; TOZETTI, Karla Dubberstein. Um estudo sobre a situação didática de Guy Brousseau. *In:* **Anais do XII Congresso Nacional de Educação**, 2015, Curitiba

TEIXEIRA, Paulo Jorge Magalhães; PASSOS, Claudio Cesar Manso. Um pouco da teoria das situações didáticas (tsd) de Guy Brousseau. Zetetiké, v. 21, n. 1, p. 155-168, 2013.

Uma análise do conceito de área em livros didáticos por meio da teoria de Jogo de Quadros.

An analysis of the concept of area in textbooks through the Game of Frames theory.

Un análisis del concepto de área en los libros de texto a través de la teoría del Juego de Cuadros.

Lorena Gomes Bueno
email: lorena_bueno10@yahoo.com.br
Id orcid: 0000-0002-7634-5182

João Debastiani Neto
email: neto@uenp.edu.br
Id orcid: 0000-0003-4402-1682

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Pesquisa em Educação Matemática

Resumo

A teoria da Dialética Ferramenta-Objeto, proposta por Régine Douady, permite o estudo acerca do conhecimento matemático e de como este deve apresentar uma diversidade de representações, sendo possível a discussão, análise e resolução em distintos quadros teóricos. Nesta perspectiva, o presente trabalho tem por objetivo identificar os quadros e a maneira como ocorre a mudança dos mesmos em tarefas que envolvem o conceito de área em Livros Didáticos dos anos finais do Ensino Fundamental do Estado do Paraná. O entendimento é de que ao analisar tarefas de Geometrias, em particular sobre o conceito de área, pode-se identificar os quadros existentes e possíveis mudanças deles, possibilitando a superação de eventuais obstáculos no processo de ensino e de aprendizagem deste conteúdo, além de viabilizar melhor compreensão das possibilidades que tais tarefas oportunizam. Para tanto, foi adotado como procedimento metodológico a categorização da Análise de Conteúdo proposta por Bardin. Foi constatado, mediante a análise realizada, que as tarefas oportunizam a mudança entre os quadros algébrico, aritmético e geométrico de maneira que as ferramentas que podem ser utilizadas para a construção do novo objeto alternam entre a memorização e a concepção de um novo saber, fundamentado nos princípios construtivistas.

Palavras-chave: Dialética ferramenta-objeto, Mudança de quadros, Área.

Abstract

The theory of Dialect Tool-object proposed by Régine Douady allows us to study mathematical knowledge and how it should present a diversity of representations, making it possible to discuss, analyze and solve it in different theoretical frameworks. In this perspective, the present work aims to identify the frameworks and the way in which they change in tasks that involve the concept of area in Textbooks of the final years of Elementary School in the State of Paraná. We understand that when analyzing Geometry tasks, in particular on the concept of area, we will be able to identify the existing frameworks and possible changes in them, making it possible to overcome eventual obstacles in the teaching and learning process of this content, in

addition to enabling a better understanding of the possibilities that such tasks provide. Therefore, the categorization of Content Analysis proposed by Bardin was adopted as a methodological procedure. Through the analysis carried out, we found that the tasks provide an opportunity to change between the algebraic, arithmetic and geometric tables, so that the tools that can be used for the construction of the new object alternate between memorization and the conception of a new knowledge based on the constructivist principles.
Keywords: Dialect Tool-object, Changes of frames, Area.

Resumen

La teoría de la Dialéctica Herramienta-Objeto propuesta por Régine Douady nos permite estudiar el conocimiento matemático y cómo debe presentar una diversidad de representaciones, posibilitando discutirlo, analizarlo y resolverlo en diferentes marcos teóricos. En esta perspectiva, el presente trabajo tiene como objetivo identificar los marcos y la forma en que se modifican en las tareas que involucran el concepto de área en los libros de texto de los últimos años de la Enseñanza Fundamental en el Estado de Paraná. Entendemos que al analizar las tareas de Geometría, en particular sobre el concepto de área, podremos identificar los marcos existentes y los posibles cambios en los mismos, posibilitando la superación de eventuales obstáculos en el proceso de enseñanza y aprendizaje de este contenido, además a permitir una mejor comprensión de las posibilidades que brindan tales tareas. Por lo tanto, se adoptó como procedimiento metodológico la categorización del Análisis de Contenido propuesta por Bardin. A través del análisis realizado, encontramos que las tareas brindan la oportunidad de cambiar entre las tablas algebraicas, aritméticas y geométricas, de modo que las herramientas que se pueden utilizar para la construcción del nuevo objeto se alternan entre la memorización y la concepción de un nuevo conocimiento basado en los principios constructivistas.
Palabras clave: Dialéctica herramienta-objeto, Cambio de marcos, Área.

Introdução

Reportando ao estudo das Geometrias para o Ensino Básico, estudos de diversos autores, como de Pavanello (1993) e Lorenzato (1995), indicam que a referida área, ficou durante um longo período em segundo plano no processo de ensino e de aprendizagem. Diversos foram os fatores que convergiram para tal situação, destacando-se, especialmente, à falta de conhecimento de professores no que se refere a Geometrias (inclusive às não euclidianas), além de incoerências em Livros Didáticos (LD) por apresentarem conteúdos geométricos fundamentados em fórmulas e números que valorizavam um transformismo algébrico sem a construção do pensamento geométrico dos conceitos apresentados. Soma-se a tais fatos, a característica de que, estruturalmente, o conteúdo de Geometrias encontrava-se no fim dos LD, proporcionando a não apresentação destes conteúdos devido ao pouco tempo letivo (LORENZATO, 1995).

No entanto essa situação vem se modificando ao longo dos últimos anos. Segundo Rezende (2015) o ensino de Geometrias está mais presente nos documentos oficiais de

Matemática e nos livros didáticos, embora muitas vezes atrelado a conteúdo de outras áreas, como a Álgebra e a Aritmética. Com vistas a preencher lacunas deixadas na formação inicial docente do professor de Matemática, além de apresentar novas discussões sobre o processo de ensino e de aprendizagem de Geometrias, diversas pesquisas buscam colaborar com a literatura já existente dessa temática, propondo alternativas metodológicas para o ensino de conteúdos desta área.

Tal observação vem ao encontro dos pressupostos da teoria da Dialética ferramenta-objeto (DFO) e de Jogo de Quadros (JQ), proposta por Régine Douady (1986), onde um conhecimento matemático, em particular um geométrico, deve apresentar uma diversidade de representações, sendo possível a discussão, análise e resolução em distintos quadros teóricos.

Nesse sentido, ao acontecer a alternância entre os quadros teóricos, temos formulações dessemelhantes para um problema que permitem ao sujeito um olhar distinto para os eventuais obstáculos encontrados. Desta maneira, podemos utilizar de outras ferramentas e técnicas que podem não ser triviais em um determinado quadro para resolver uma situação problema proposta (DOUADY, 1986).

Com fundamentação nos pressupostos supracitados, entende-se que ao analisar tarefas de Geometrias, em particular sobre o conceito área, para identificar os quadros existentes e possíveis mudanças dos mesmos, pode-se superar eventuais obstáculos no processo de ensino e de aprendizagem destes conteúdos, além de viabilizar melhor compreensão das possibilidades que tais tarefas oportunizam. Nesta perspectiva, este trabalho objetiva identificar os quadros e a maneira como ocorre a mudança em tarefas que envolvem o conceito de área em Livros Didáticos dos anos finais do Ensino Fundamental do Estado do Paraná.

Sobre o Jogo de Quadros

Com o atual cenário do ensino de Matemática em nosso país, as noções de ferramenta, de objeto e de suas respectivas relações dialéticas propostas por Régine Douady (1986), revelam-se como um valoroso meio de esperança para melhorar o processo de ensino e de aprendizagem de Matemática. De acordo com a autora, uma noção ou um conceito possui status de ferramenta quando influi na resolução de um determinado problema e de objeto quando é identificado como conteúdo da aprendizagem.

Nas palavras da autora:

> Assim, digamos que um conceito é ferramenta quando nos interessamos no uso que está sendo feito dele para resolver um problema. Uma mesma ferramenta pode ser adaptada para diferentes problemas. Por objeto, entendemos o objeto cultural colocado num edifício mais amplo, que é o do saber sábio num dado momento reconhecido socialmente (DOUADY, 1986, p.9, tradução nossa).

Desse modo, é notório que na perspectiva da referida teoria um mesmo conceito matemático pode ser concebido ora como objeto, ora como ferramenta. Essa dicotomia será feita pelo sujeito no momento de estruturação do conceito. Assim, Douady (1993) se refere à ferramenta quando é considerado o caráter operatório de um conceito, isto é, foca-se em utilizá-lo para a resolução do problema. Não obstante, reporta-se a objeto quando é ponderado o caráter cultural de um conceito, em sua definição descontextualizada, sendo este assumido como instrumento de estudo em um problema.

Complementando a teoria em tela, Douady introduz a noção de janela conceitual. Tal denominação é concebida como o conjunto de objetos, de ferramentas e relações, os quais são mobilizados pelo sujeito, em um determinado contexto, visando analisar o enunciado de um problema ou para elaborar estratégias de resolução em um eventual quadro que possa estar associado ao estudo (ALMOULOUD, 2007).

Nesse sentido, considerando os pressupostos da teoria da dialética ferramenta-objeto, a autora argumenta que o meio para a construção de um ensino distinto do tradicional é estabelecer um sentido para os instrumentos de ensino e de aprendizagem presentes no cotidiano escolar dos alunos. Em outras palavras, os objetos de estudo devem ser trabalhados considerando sua pluralidade de aplicações nos diversos campos científicos, visando um sistema educacional interacionista/construtivista.

Sob essa ótica Douady (1992) pondera que a MQ é um meio diferenciado para que possa ser encontrada uma nova estratégia para obtenção da resolução de um problema, já que ela pode ser efetuada espontaneamente pelo aluno (sujeito epistêmico) ou estimulada pelo professor.

No que concerne às imagens mentais, de acordo com a autora elas desempenham papel essencial no funcionamento como ferramenta dos objetos do quadro, uma vez que dois quadros podem ser distintos, embora comportem os mesmos objetos e ferramentas. Segundo ela, justifica-se tal diferença pelas imagens mentais e a problemática associada a cada um dos respectivos quadros. Pode-se exprimir como exemplos o quadro algébrico, o quadro aritmético, o quadro numérico, o quadro geométrico, o quadro gráfico, o quadro das funções, entre outros.

Complementando a teoria, Douady (1992) apresenta a MQ como sendo a passagem de um quadro para outro com o intuito de conseguir diferentes formulações para a resolução de um problema. Tal mudança pode propiciar que as dificuldades encontradas para a formulação do problema sejam investigadas sob outra perspectiva, de modo que a aplicação de ferramentas e técnicas não adequadas para a primeira formulação possam ser utilizadas em momento posterior.

Nesse sentido, com fundamentação nos pressupostos supracitados e objetivando colaborar com a literatura existente, há o entendimento de que ao analisar tarefas de Geometrias, em particular sobre área, para identificar os quadros existentes e suas possíveis mudanças, pode-se superar eventuais obstáculos no processo de ensino e de aprendizagem destes conteúdos, além de viabilizar melhor compreensão das possibilidades que tais tarefas oportunizam, à luz de MQs, envolvendo o conceito de área em Livros Didáticos dos anos finais do Ensino Fundamental do Estado do Paraná.

Metodologia – Caminhos da pesquisa

Neste trabalho será utilizada uma pesquisa de cunho qualitativo, uma vez que sua finalidade é explicar e descrever uma determinada situação, não se preocupando com seus aspectos mensuráveis (KENSKI, 2003). Nesse sentido, em consonância com o objetivo da pesquisa, foi realizada uma análise sob a luz da teoria de mudança de quadros em livros didáticos dos anos finais do Ensino Fundamental do Estado do Paraná, em tarefas que envolvem o conceito de área.

Para tanto, foi utilizada a categorização proposta pela Análise de Conteúdo de Bardin (1977), visando investigar as atividades e os quadros e se ocorrem as MQs. Salienta-se que os livros didáticos selecionados que deram direcionamento à investigação proposta por esta pesquisa foram escolhidos em razão de estarem na lista de livros aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) e devido à coleção investigada ter sido adotada e disponibilizada para as escolas estaduais do Ensino Fundamental em um dos municípios localizado no norte do Paraná.

De posse deste material, realizou-se uma leitura minuciosa nas seções destinadas às Geometrias, em particular às tarefas direcionadas para área, atentando-se, especialmente, para os quadros correspondentes às respectivas tarefas, bem como se estas proporcionavam a mudança dos mesmos. Com base na estruturação das questões analisadas e de como favoreciam a construção do pensamento geométrico, foram observados aspectos fundamentais em cada tarefa, dentre os quais destaca-se particularidades relacionadas à mudança de quadros.

Com relação à análise das atividades selecionadas, a presente pesquisa pautou-se na Análise de Conteúdo de Bardin (1977); em particular na categorização de dados proposta pela mesma autora. Sob a ótica desta teoria, no que se refere à exploração dos materiais os dados obtidos foram organizados segundo duas categorias, a saber: C1 – Tarefas com estruturação conceitual básicas para a Mudança de Quadros e C2 – Tarefas com estruturação conceitual significativas para a Mudança de Quadros.

Ressalta-se, ainda, que este trabalho é um recorte de uma pesquisa que vem sendo desenvolvida em um projeto proposto por uma instituição de Ensino Superior do Norte do Paraná. Nesse sentido, devido à limitação de páginas determinada pelo evento serão apresentadas duas atividades para a análise das categorias supramencionadas.

Análise e Discussão

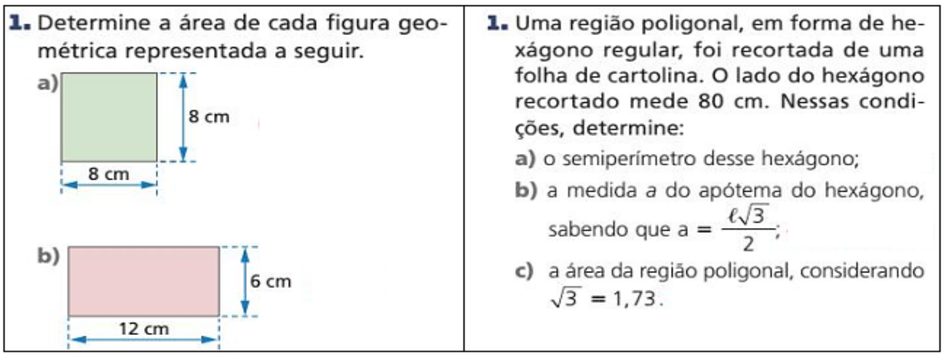
Dadas as considerações e procedimentos expostos até o momento no trabalho em tela, iniciar-se-á a discussão das categorias do trabalho.

Categoria 1: Tarefas com estruturação conceitual básicas para a Mudança de Quadros.

A problemática exposta pelas tarefas contidas nessa categoria é limitada em sua resolução, uma vez que está atrelada fundamentalmente ao uso de fórmulas geométricas para o cálculo de área dos objetos, sem significação em sua apresentação. Por conseguinte, sob a ótica da teoria de Mudança de Quadro de Douady (1992), fundamento dessa pesquisa, tarefas como as que serão expostas nessa categoria são caracterizadas pela pouca ou a inexistente estrutura conceitual de objetos do conhecimento matemático na MQ. Em outras palavras, o sujeito epistêmico realiza a solução da tarefa sem que haja aprofundamento nas estruturas cognitivas dos conceitos abordados; apenas aplicando a fórmula mais conveniente para o contexto. A seguir, as tarefas presentes na Figura 1 que respaldam o exposto.

Figura 1.

Tarefas presentes no livro didático do 7º e 9º anos com breve desenvolvimento da MQ atrelada ao uso de fórmula da área (Giovanni Júnior; Castrucci, p.233 e 264, 2018).



1. Determine a área de cada figura geométrica representada a seguir.

a) 8 cm; 8 cm

b) 6 cm; 12 cm

1. Uma região poligonal, em forma de hexágono regular, foi recortada de uma folha de cartolina. O lado do hexágono recortado mede 80 cm. Nessas condições, determine:

a) o semiperímetro desse hexágono;

b) a medida *a* do apótema do hexágono, sabendo que $a = \frac{\ell\sqrt{3}}{2}$;

c) a área da região poligonal, considerando $\sqrt{3} = 1{,}73$.

Na atividade à esquerda da Figura 1, o livro didático solicita que o aluno calcule a área de cada figura geométrica ilustrada e para isso exibe os valores das medidas dos lados de cada uma delas. Logo, o aluno deve realizar o reconhecimento das figuras apresentadas e, consequentemente, atentar-se à fórmula mais propícia para o cálculo da área. Nesse sentido, atividades com essa natureza limitam-se basicamente a dois quadros: o quadro geométrico para que o aluno faça o reconhecimento da figura e, o quadro algébrico no qual acontecerá a substituição dos números na fórmula da área e, consequentemente, efetue operações triviais matemáticas. No entanto, o raciocínio que promove a mudança nos citados quadros, bem como na utilização das ferramentas contidas em cada um deles, é altamente rudimentar quando trabalha-se com o conceito de área, uma vez que ele estará preso justamente à concepção de que área é fórmula.

Dessarte, embora a atividade proposta detenha dois quadros que permitem ao estudante alternar do quadro geométrico para o algébrico, favorecendo o processo da construção do conhecimento, percebe-se que esta não possui um aprimoramento no que diz respeito ao desenvolvimento do pensamento geométrico; especialmente pelo modesto uso de ferramentas e objetos em ambos os quadros.

Já na atividade apresentada à direita da Figura 1, o estudante deve determinar o semiperímetro, a medida da apótema e a área da região poligonal do hexágono. Logo, para a solução de cada item requisitado é necessário que o estudante esteja familiarizado com os respectivos conceitos geométricos. Percebe-se que diferentemente da tarefa apresentada anteriormente, há a possibilidade da existência de três quadros distintos, a saber o algébrico, o aritmético e o geométrico.

O quadro algébrico consiste no momento em que o aluno recorre ao uso das fórmulas que ou é apresentada no enunciado do exercício, ou está na página anterior do livro supracitado. Já o quadro aritmético é observado quando o aluno poderá realizar as operações de soma, multiplicação ou divisão para obter o semiperímetro da figura geométrica desejada.

Contudo, o quadro geométrico parece apresentar uma variedade maior de ferramentas quando comparado aos quadros anteriores. Isso se justifica uma vez que para a resolução da tarefa, o aluno deverá realizar uma representação de um hexágono (mesmo que mental) e compreender os conceitos de semiperímetro, da apótema e de área.

Sob a ótica da análise ostentada nessa categoria, observa-se que a tarefa presente no livro didático do 7º ano (atividade à esquerda na Figura 1) mobiliza ferramentas básicas para sua solução, uma vez que a atividade está intimamente ligada à aplicação da fórmula da área para que seja logrado êxito.

Equivalentemente, embora a tarefa exposta no LD do 9º ano (atividade à direita na Figura 1) envolva mais conceitos geométricos, tais como apótema, semiperímetro, área e a representação da figura geométrica, todos esses conceitos são exibidos na explicação do livro didático, onde são informadas as fórmulas para o respectivo cálculo.

Portanto, a atividade apresentada do 9º ano é fundamentalmente similar à atividade proposta do 7º ano. Ainda que haja a mudança de quadros, observa-se o escasso uso de ferramentas. A atividade é puramente vinculada às fórmulas para a sua solução.

Em síntese, as atividades apresentadas nessa categoria são exemplos de tarefas propostas pelos livros didáticos aos alunos com uma natureza puramente de cunho memorístico, ou seja, apresentam um ferramental bastante simples, com escassos momentos para a introdução de objetos novos ou diferentes a serem explorados.

Categoria 2: Tarefas com estruturação conceitual significativas para a Mudança de Quadros.

Nesta categoria a problemática envolvida nas tarefas podem oferecer diferentes formulações para a resolução do problema, propiciando que o sujeito epistêmico/aluno necessite alternar de um quadro para outro para a conclusão da tarefa, construindo, assim, esquemas cognitivos mais robustos.

Na perspectiva da teoria de Douady (1992), a citada necessidade do aluno mudar de quadro é compreendida como uma mudança do contexto em que a problemática é apresentada. Logo, tal alteração permitirá ao sujeito acessar ferramentas matemáticas contidas em quadros distintos e viabilizar a resolução do problema.

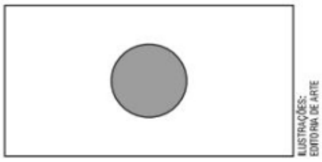
A seguir é apresentada a Figura 2, que corrobora o exposto.

Figura 2.

Tarefas apresentadas nos livros didáticos dos 8º e 9º anos com significativo desenvolvimento da MQ (Giovanni Júnior; Castrucci, p. 223 e 233, 2018).

6. O comprimento do raio de uma circunferência corresponde, em centímetro, a uma das raízes da equação $x^2 - 16x - 720 = 0$. Qual é o comprimento dessa circunferência? (Use: $\pi = 3{,}14$)

7. Uma pessoa pretende colocar um tapete circular no centro de uma sala retangular, conforme mostra a figura.



As dimensões da sala são 4,5 m (largura) e 8 m (comprimento), e o diâmetro do tapete equivale a $\frac{1}{4}$ do comprimento da sala. Nessas condições, qual é a área da superfície da sala que não ficará coberta pelo tapete?

Note-se que para a solução da tarefa proposta pelo livro didático do 8º ano (atividade a esquerda da Figura 2) o aluno deve determinar o valor do comprimento de uma circunferência a partir do desenvolvimento de uma equação do 2º grau. Dessa maneira, fundamentados na leitura da tarefa pressupõem-se que o estudante possa iniciar a sua resolução a partir do quadro geométrico, representando o desenho de uma circunferência.

Ademais, ainda no mesmo quadro, o aluno precisa ter bem estabelecido em suas estruturas internas cognitivas que o raio é um segmento cujas extremidades são o centro e o um ponto sobre a circunferência, dado que tais conceitos implicará no desenvolvimento da resolução.

Com relação ao cálculo das raízes da equação, o aluno, a partir do quadro algébrico, pode se deparar com diferentes maneiras para resolver a equação quadrática e, consequentemente, obter suas respectivas raízes. Nesse sentido realizar a soma e produto, completar o quadrado, usar a fórmula quadrática são alguns dos diferentes caminhos que o aluno pode optar por seguir e com isso obter o resultado desejado.

A título de exemplo, considerar-se-á o uso da fórmula quadrática para o cálculo das raízes. O sujeito epistêmico/aluno poderá mudar do quadro algébrico para o aritmético a fim de recorrer ao uso da fórmula quadrática e efetuar as operações necessárias. No quadro algébrico o aluno pode calcular as raízes e mobilizar conhecimentos necessários acerca das mesmas.

Em razão de que uma das raízes será negativa e que a problemática da tarefa envolve encontrar a medida do raio da circunferência, cuja unidade proposta está em centímetros, o aluno deverá ser capaz de compreender que a raiz com valor negativo deve ser desconsiderada por não haver medida negativa.

Desta forma, com as principais solicitações da problemática calculadas, resta calcular o comprimento da circunferência. Para isso, no quadro algébrico, mediante a fórmula do conceito citado, o aluno deve substituir o valor da constante *pi* e o valor da raiz calculada e, mudando para o quadro aritmético, efetuar as operações necessárias, encontrando, assim, o valor da medida do comprimento da circunferência.

Importante notar que a problemática da tarefa exposta pelo LD do 9º ano (atividade a direita da Figura 2) solicita o cálculo da área da superfície da sala (retângulo) que não ficará coberta pelo tapete (círculo). Para tanto, inicialmente percebe-se que não se trata de uma atividade em que a sua resolução está intimamente atrelada ao uso de uma fórmula da área, mas sim de uma atividade que promove em sua resolução o uso de conceitos matemáticos – objetos/ferramentas – pertencentes a distintos quadros.

Exemplificando, para a respectiva solução espera-se que o aluno ao analisar a representação disposta no livro didático, bem como das informações apresentadas, conceba, a partir do quadro geométrico, a identificação das figuras geométricas planas (retângulo e círculo) e, consequentemente, associe a largura e comprimento como sendo a altura e a base do retângulo, respectivamente.

Em síntese, pode-se observar nesta tarefa uma relevante distinção quando comparada com as atividades da categoria 1. Isso se justifica uma vez que esta atividade pode promover a alternância entre três quadros distintos (quadros algébrico, aritmético e geométrico) visando à sua resolução.

Para mais, também é possível constatar a diversidade de ferramentas matemáticas intrínsecas na tarefa, tais como a identificação da figura geométrica, compreensão sobre raio e diâmetro, fórmula para o cálculo da área, sobreposição de figuras geométricas e a área do todo dividido em duas partes.

Nesse sentido, sob a perspectiva da análise exposta nessa categoria, percebe-se que as tarefas presentes nos LDs do 8º ano e do 9º ano são similares em sua natureza, isto é, promovem, a partir de suas problemáticas, a MQ em um nível aprimorado, envolvendo conceitos matemáticos que implicam na mobilização de ferramentas distintas para cada resolução. Ademais, tarefas como as expostas na Figura 2 podem ser utilizadas por docentes de Matemática com o intento de promover a dialética ferramenta-objeto.

As atividades apresentadas nessa categoria são exemplos de tarefas propostas pelos livros didáticos aos alunos que possibilitam a utilização de um ferramental matemático mais robusto quando é realizada a mudança de quadros, bem como oportunos contextos para a introdução de objetos novos ou diferentes a serem explorados – dialética ferramenta-objeto.

Considerações Finais

A motivação pelo objetivo proposto no presente trabalho, embora tenha sido observada uma disparidade nas possibilidades do uso de ferramentas para a resolução das tarefas consideradas, trouxe à luz a constatação de diversas possiblidades para a mudança de quadros quando considera-se as atividades que compuseram ambas as categorias.

No que tange à primeira categoria, as atividades apresentaram poucos momentos propícios para MQ (embora existisse possibilidade para estas mudanças) e estas possuíam um ferramental pouco significativo, de maneira que as tarefas não possibilitaram uma pluralidade de situações didáticas quando são consideradas as tarefas presentes nos livros didáticos.

Dessarte, com uma única ferramenta o sujeito epistêmico/aluno poderia responder à problemática. Logo, não seria necessário recorrer ao uso de outras ferramentas complementares para obter a solução desejada.

Por outro lado, destaca-se que as atividades presentes na segunda categoria oportunizam ao aluno uma quantidade maior de alternâncias entre os quadros teóricos, bem como mobilizam um ferramental mais robusto atrelado a distintos conceitos matemáticos. Assim, de posse de uma única ferramenta o estudante poderia não ser capaz de resolver o problema proposto pela tarefa, o que implicaria ao aluno transitar entre quadros e manipular maior quantidade de ferramentas para atingir o objeto final – solução do problema.

Nesse sentido, por meio da reflexão dos dados analisados, conclui-se ser fundamental que professores concebam, em seu fazer docente, atividades com um alto nível de mobilização de ferramentas cognitivas visando à alternância de quadros teóricos.

Esse fato é preponderante para a construção do conhecimento matemático, em particular do conhecimento geométrico, uma vez que, além de fazer com que o aluno seja um sujeito ativo no processo de construção do conhecimento, seja oportunizada a retomada de conceitos prévios estabelecidos pelos discentes, já que estes são o ferramental a ser utilizado na resolução de um problema, visando à construção de novos conceitos que tornar-se-ão ferramentais para conhecimentos futuros.

Referências

ALMOULOUD, S. A. (2007). *Fundamentos da didática da matemática*. Curitiba: Editora UFPR, p.218.

BARDIN, L. (1977). *Análise de conteúdo*. Lisboa: Edições 70.

DOUADY, R. (1986.). Jeux de cadre et dialectique outil-objet. *Recherche em Didactique des Mathématiques*. Grenoble: La Pensée Sauvage Éditions, v. 7.2, p. 5-31. https://revue-rdm.com/1986/jeux-de-cadres-et-dialectique/

___________. (1992). *Repères* – IREM. Nº 6 – Janvier

___________. (1993). *L'ingénierie didactique: un moyen pour l'enseignant d'organiser les rapports entre l'enseignement et l'apprentissage.* Cahier DIDIREM Université de Paris VII, 1993. V.191. https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02140855/

KENSKI, V. (2003). Aprendizagem mediada pela tecnologia. *Revista Diálogo Educacional*, Curitiba, v. 4, n. 10, p. 47-56. www2.pucpr.br/reol/index.php/dialogo?dd99=pdf&dd1=786

LORENZATO, S. A. (1995). Por que ensinar Geometria? *A Educação Matemática em Revista* – Sociedade Brasileira de Educação Matemática. Rio de Janeiro, p. 5.

PAVANELLO, R. (1993). O abandono do ensino da Geometria no Brasil: causas e consequências. *Revista Zetetiké*, Ano 1, número 1, CEMPEM/F.E. UNICAMP.

REZENDE, D. P. L. (2015). Ensino e aprendizagem de geometria: uma proposta para o estudo de polígonos nos anos finais do Ensino Fundamental. *EBRAPEM 2015*. https://www.ufjf.br/ebrapem2015/files/2015/10/gd2_dayselane_rezende-A1.pdf

RUY GIOVANNI JÚNIOR, J.; CASTRUCCI, B. (2018). *A Conquista da Matemática.* 4ª. ed. São Paulo: FTD. 324 p. v. 7º ano. ISBN 978859601916-3. https://issuu.com/editoraftd/docs/a-conquista-da-matematica-mp-7_divulgacao

_______________________________________. (2018). *A Conquista da Matemática*. 4ª. ed. São Paulo: FTD, 2018. 324 p. v. 8º ano. ISBN 978-85-96-01918-7. https://issuu.com/editoraftd/docs/a-conquista-da-matematica-mp-8_divulgacao.

_____________. (2018). *A Conquista da Matemática*. 4ª. ed. São Paulo: FTD, 2018. 328 p. v. 9º ano. ISBN 978-8596-01920-0. https://issuu.com/editoraftd/docs/a-conquista-da-matematica-mp-9_divulgacao.

Mapeamento de artigos científicos de revisão no campo da Educação Matemática

Mapping of scientific review articles in the field of Mathematics Education

Mapeo de artículos de revisión científica en el campo de la Educación Matemática

Eliane Matesco Cristovão[588]
Universidade Federal de Itajubá
https://orcid.org/0000-0002-3070-1030

Marisol Vieira Melo[589]
Universidade Federal da Fronteira Sul
https://orcid.org/0000-0001-9168-2016

Renata Prenstteter Gama[590]
Universidade Federal de São Carlos
https://orcid.org/0000-0001-6338-4345

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Pesquisa em Educação Matemática

Resumo

Este trabalho apresenta um mapeamento de artigos científicos de revisão de estudos no campo da Educação Matemática, identificando as temáticas investigadas, as denominações adotadas e seus principais fundamentos e métodos. Por meio de uma busca avançada no portal de periódicos da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), utilizando os descritores "Educação Matemática" e "Revisão", em periódicos revisados por pares e em Português, obteve-se 144 artigos, publicados de 2006 a 2022. Os 30 selecionados tiveram seus dados tabulados. Osresultados descrevem estudos pertencentes a diversas linhas de pesquisa no campo da Educação Matemática e as temáticas abordam metodologias e/ou processos de ensino e de pesquisa, incluindo temáticas emergentes como os processos de inclusão e estudos teóricos integrando Educação em Ciências e Matemática. Os artigos de revisão apresentaram uma variedade de denominações de tipos de pesquisa, sendo revisão de literatura, revisão bibliográfica, revisão sistemática e estado da arte os mais citados. As revisões sistemáticas e suas variações semânticas apresentaram uma explicitação metodológica mais detalhada e convergente, entretanto o mapeamento indicou a necessidade de aprofundamento do estudo, com foco em procedimentos e fundamentos teórico-metodológicos, para compreender aproximações e distanciamentos.

Palavras-chave: Pesquisa em Educação Matemática; Metodologia de pesquisa;Revisão.

[588] limatesco@unifei.edu.br
[589] marisol.melo@uffs.edu.br
[590] rpgama@ufscar.br

Abstract

This work presents a mapping of scientific articles from reviewing studies in the field of Mathematics Education, identifying the themes investigated, the denominations adoptedand their main fundamentals and methods. Through an advanced search on the journals portal of the Coordination for the Improvement of Higher Education Personnel (CAPES), using the descriptors “Educação Matemática” [Mathematical Education] and “Revisão” [Review], in peer-reviewed journals and in Portuguese, 144 articles were obtained, published from 2006 to 2022. The 30 selected had their data tabulated. The results describe studies belonging to different lines of research in the field of Mathematics Education and the themes approaches methodologies and/or teaching and research processes, including emerging themes such as inclusion processes and theoretical studies integrating Science and Mathematics Education. The review articles presented a variety of denominations of research types, being literature review, literature review, systematic review and state of the art being the most cited. Systematic reviews and their semantic variations presented a more detailed and convergent methodological explanation, however the mapping indicated the need to deepen the study, focusing on procedures and theoretical-methodological fundamentals, to understand approximations and distances.

Keywords: Research in Mathematics Education; Research methodology; Revision.

Resumen

Este trabajo presenta un mapeo de artículos científicos que revisan estudios en el campode la Educación Matemática, identificando los temas investigados, las denominaciones adoptadas y sus principales fundamentos y métodos. A través de una búsqueda avanzada en el portal de revistas de la Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), utilizando los descriptores “Educação Matemática” [Educación Matemática] y “Revisão” [Revisión], en revistas arbitradas y en portugués, se obtuvieron 144 artículos, publicados en 2006 a 2022. Los 30 seleccionados tenían susdatos tabulados. Los resultados describen estudios pertenecientes a diferentes líneas de investigación en el campo de la Educación Matemática y los temas abordan metodologías y/o procesos de enseñanza e investigación, incluyendo temas emergentes como los procesos de inclusión y los estudios teóricos integrando Ciencias y Educación Matemática. Los artículos de revisión presentaron una variedad de denominaciones de tipos de investigación, siendo los más citados revisión de literatura, revisión sistemática y estado del arte. Las revisiones sistemáticas y sus variaciones semánticas presentaron una explicación metodológica más detallada y convergente, sin embargo el mapeo indicó la necesidad de profundizar el estudio, enfocándose en procedimientos y fundamentos teórico-metodológicos, para comprender aproximaciones y distancias.

Palabras clave: Investigación en Educación Matemática; Metodología de la investigación; Revisión.

Introdução

O crescente número de pesquisas no campo da Educação Matemática tem levadomuitos pesquisadores a realizarem estudos de revisão, os quais têm sido indicados com diversas denominações e apoiados em diferentes referenciais teóricos e metodológicos. Esta dispersão levou as autoras a proporem um projeto de pesquisa que visa analisar os aspectos que diferenciam e/ou aproximam estes estudos, além de identificar seus principais fundamentos e métodos, com o intuito de contribuir com a discussão sobre a relevância desses estudos para a sistematização de resultados das pesquisas produzidas epara a consolidação dos processos investigativos desenvolvidos na área.

A primeira fase da pesquisa consistiu no mapeamento de artigos científicos, publicados no Portal de Periódicos da Capes, utilizando os termos "Educação Matemática" e "revisão", com o objetivo de identificar as temáticas investigadas, as denominações adotadas e seus principais fundamentos e métodos, os quais são apresentados neste artigo.

Procedimentos metodológicos

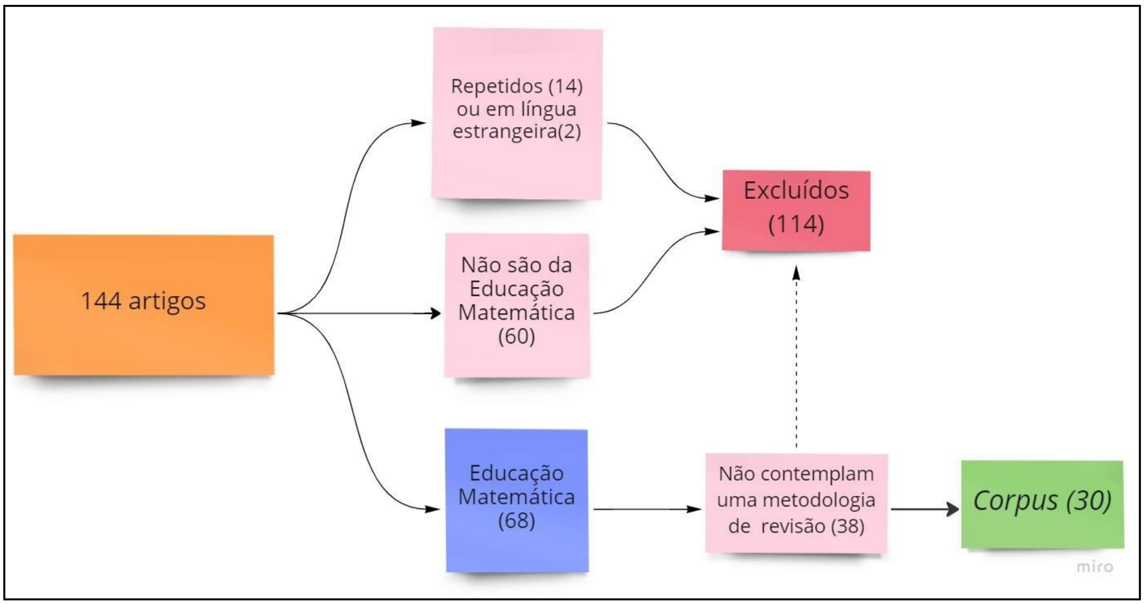
Esta fase da pesquisa se configurou de natureza qualitativa e de cunho teórico, e pôde ser caracterizado como um mapeamento, definido por Biembengut (2008, p. 79) como

> [...] um esforço inicial não apenas para evitarmos o levantamento de dados desnecessários, mas principalmente, para vermos emergir um primeiro mapa, uma estrutura não linear que indique relações, hierarquias, proporções entre múltiplos elementos: teorias, pessoas direta e indiretamente envolvidas, dados empíricos, dentre outros.

Nesse sentido, para este mapeamento, foi realizada uma consulta paralevantamento de artigos científicos brasileiros no Portal de periódicos da Capes em maio de 2022. Nessa consulta foram utilizados dois descritores: "**Educação Matemática**" e "**Revisão**". Foram acrescidos os critérios de artigos em língua portuguesa revisados por pares, totalizando 144 artigos analisados. Desses foram excluídos 114 artigos, resultando em 30 que constituíram o *corpus* de análise. Oscritérios de exclusão utilizados foram: trabalhos que não contemplam o campo daEducação Matemática (60) e artigos do campo da Educação Matemática que não contemplam metodologia de revisão (38). Além disso, foram excluídos 14 artigosrepetidos e 2 artigos em língua estrangeira. Conforme o diagrama a seguir.

Figura 1.

Temáticas identificadas nos artigos selecionados



Fonte: Autoras (2022)

Os 30 artigos selecionados, ente os quais 26 pertencem à área da Educação Matemática e quatro à área de Educação em Ciências e Matemática, se caracterizam como estudo de revisão e tiveram seus principais dados organizados em uma planilha eletrônica (*Excel*).

Na análise dos dados os trabalhos foram separados de acordo com estas duas áreas e, entre os 26 da área de Educação Matemática sistematizou-se uma classificação temática com base nos objetivos dos artigos (Quadro 1). Em seguida, elaborou-se um agrupamento das denominações utilizadas pelos autores para indicar o tipo de revisão (Quadro 2). A partir destes quadros foram apresentados os principais fundamentos e métodos evidenciados pelos autores dos artigos.

Temáticas investigadas nos artigos de revisão selecionados

No Quadro 1, a seguir, apresenta-se uma classificação temática dos artigosselecionados, identificada e elaborada pelas autoras deste artigo a partir dos objetivos.

Quadro 1.

Temáticas identificadas nos artigos selecionadas[591]

Temáticas	Autores
Metodologias de ensino (8)	Bertotti Junior; Souza; Possamai (2021); Borba; Oechsler (2018); Costa (2021); Nunes; Andrade (2017); Pereira *et al.* (2018); Possamai; Allevato (2022); Rezende; Silva-Salse (2021); Souza; Silva (2021)
Inclusão (5)	Barbosa *et al*. (2020); Coelho; Góes (2021); Dessbesel; Silva; Shimazaki (2018); Prado; Arias-Gago (2021); Santana; Muniz; Peixoto (2018)
História (3)	Moreira; Silva; Lima (2019); Pereira; Alves; Batista (2020); Trentin (2017)
Processos deensino (3)	Cunha; Pinto (2021); Freitas; Pires (2015); Valle (2021)
Processos de pesquisa (2)	Soares; Pigatto; Bisognin (2019); Wichnoski (2018)
Conteúdos de ensino de matemática (5)	Duro; Dorneles (2019); Medeiros; Curi (2022); Pinto; Silva (2019); Sarto;Ciríaco (2020); Severo (2018)
Educação em Ciências e Matemática (4)	Costa *et al.* (2021); Halmenschlager *et al.* (2018); Oliveira; Locatelli; Sato(2021); Schnorr; Pietrocola (2020)

Fonte: Autoras (2022)

Nos 26 primeiros, do campo da Educação Matemática, foi possível identificar a predominância de artigos de revisão que analisam pesquisas sobre **metodologias de ensino**, com oito trabalhos. Estes trabalhos abordam pesquisas sobre a Criação (1), a Resolução (2) ou a Abordagem Baseada em Problemas (1); o uso de vídeos (1), de tecnologias digitais, (1) de Metodologias ativas (1) ou da Modelagem (1).

Ainda relativos ao ensino temos cinco artigos que fazem revisões de pesquisas que investigam questões relativas à **inclusão** (dois deficiência visual, dois surdez e um geral) e três que abordam autores da **história** da Matemática (2) e a relação da história da Matemática com os saberes docentes na formação de professores (1).

Há três artigos que investigam pesquisas sobre **processos de ensino** e dois sobre **processos de pesquisa**, no campo da Educação Matemática, bem como cinco artigoscom foco principal em algum **conteúdo de ensino de Matemática** (estimativa, estatística, pensamento algébrico, números fracionários e medidas de tendência central).

Os quatro artigos da área de **Educação em Ciências e Matemática** se dividem em dois grupos, um com dois trabalhos de cunho mais teórico, que investigam apresença do pensamento

[591] Devido ao limite de páginas para esse trabalho, optou-se por disponibilizar o *link* de acesso para cadaartigo, em lugar das referências. O mesmo procedimento foi adotado na tabela e ao longo do texto.

crítico nas pesquisas e a influência dos trabalhos de Foucault no campo. Outros dois apresentam revisões de pesquisas sobre a abordagem de temasna educação do campo e a influência das cores no contexto educacional.

Estudos de revisão: denominações e principais fundamentos e métodos

Nos artigos analisados foi encontrada uma variedade de denominações utilizadaspelos autores para indicar o tipo de revisão, apresentadas no Quadro 2 a seguir.

Quadro 2.
Denominações para indicar os tipos de revisão[592]

TIPO DE REVISÃO	AUTORES	
Revisão de literatura (10)	Borba; Oechsler (2018) Costa (2021) Halmenschlager *et al.* (2018) Oliveira; Locatelli; Sato (2021) Pinto; Silva (2019)	Prado; Arias-Gago (2021) Rezende; Silva-Salse (2021) Santana; Muniz; Peixoto (2018) Sarto; Ciríaco (2020) Souza; Silva (2021)
Revisão bibliográfica (9)	Coelho; Góes (2021) Cunha; Pinto (2021) Duro; Dorneles (2019) Medeiros; Curi (2022) Nunes; Andrade (2017)	Pinto; Silva (2019) Santana; Muniz; Peixoto (2018) Severo (2018) Valle (2021)
Levantamento bibliográfico (2)	Borba; Oechsler (2018)	Severo (2018)
Revisão teórica: revisão bibliográfica / análise documental (2)	Rezende; Silva-Salse (2021)	Valle (2021)
Revisão historiográfica (1)	Trentin (2017)	
Revisão sistemática (7)	Bertotti Junior; Souza; Possamai (2021) Costa *et al.* (2021) Cunha; Pinto (2021)	Dessbesel; Silva; Shimazaki(2018) Moreira; Silva; Lima (2019) Possamai; Allevato (2022) Prado; Arias-Gago (2021)
Revisão sistemática de literatura (3)	Cunha; Pinto (2021) Pereira; Alves; Batista (2020)	Soares; Pigatto; Bisognin (2019)
Revisão sistemática descritiva de literatura (1)	Dessbesel; Silva; Shimazaki (2018)	
Revisão bibliográfica sistemática (1)	Costa *et al.* (2021)	
Revisão sistem. exploratória de literatura (1)	Barbosa *et al.* (2020)	
Revisão integrativa (1)	Pereira *et al.* (2018)	
Estado da arte (5)	Cunha; Pinto (2021) Freitas; Pires (2015) Medeiros; Curi (2022)	Sarto; Ciríaco (2020) Wichnoski (2018)
Estado do conhecimento (1)	Medeiros; Curi (2022)	
Mapeamento (2)	Freitas; Pires (2015)	Schnorr; Pietrocola (2020)

592 As cores do Quadro 2 representam uma aproximação semântica dos termos e que serão descritasna sequência.

Fonte: Autoras (2022)

Conforme se pode observar no quadro, há muitos tipos de revisão entre as pesquisas, além de duas pesquisas cujos autores chegam a citar mais de três tipos de revisão em sua descrição metodológica (recorrentes em três ou quatro tipos no Quadro 2). Nos tipos mais evidenciados (**revisão de literatura, revisão bibliográfica, revisão sistemática, estado da arte e revisão sistemática de literatura** e variações de **revisão sistemática**), percebe-se uma variedade de referenciais teóricos citados, assim, para buscar compreender os conceitos utilizados, apresenta-se uma breve descrição destes para cada tipo.

Entre os dez artigos de pesquisas que citam a **revisão de literatura**, vários autores utilizam outras nomenclaturas associadas e nenhum deles a define. Um deles cita outras revisões, relativas ao tema investigado, porém não utiliza autores para embasar a metodologia utilizada. Seus autores, entretanto, descrevem o passo a passo de forma detalhada (OLIVEIRA; LOCATELLI; SATO, 2021). Outro artigo que cita este tipo explica que se utiliza dos resultados de um "**levantamento bibliográfico**" realizado em outra pesquisa, sem explicitar o conceito, entretanto também retoma e descreve a metodologia utilizada (BORBA; OECHSLER, 2018).

Nas nove pesquisas que citam a **revisão bibliográfica** os autores não a definem. Alguns apresentam outras definições como de levantamento bibliográfico ou de estado da arte, e/ou citam autores de mapeamento (caso de pesquisas que citam mais de um tipo). Além das denominações já citadas, há estudos de **revisão teórica**, compreendendo em revisão bibliográfica e análise documental (REZENDE; SILVA-SALSE, 2021; VALLE; 2021). O artigo de Trentin (2017), realiza uma **revisão historiográfica** e tem a sua especificidade metodológica ancorada na historiografia.

O termo **revisão sistemática** é utilizado em sete artigos, entre os quais seis apresentam com bastante rigor o conceito e defendem a necessidade de utilização de guias ou protocolos com etapas bem definidas. Costa *et al.* (2021), embora utilizem duas nomenclaturas diferentes (revisão sistemática e **revisão bibliográfica sistemática**), definem a revisão sistemática, com base em Fink (2005) e Okoli (2015). Este último defende a necessidade de se utilizar uma guia detalhada, com oito etapas para assegurar uma revisão bibliográfica rigorosa, capaz de resumir e discutir de forma abrangente a literatura existente.

Moreira; Silva; Lima (2019, p. 380) também definem a revisão sistemática, apresentando-a como uma

> [...] proposta metodológica que identifica os estudos sobre um tema determinado, aplica métodos explícitos e sistematizados de busca para uma avaliação e/ou validade de estudos, define algumas perguntas de pesquisa e, a partir destas, define o arcabouço teórico bem como o levantamento de informações capazes ou não de respondê-las.

Com base em vários referenciais, os mesmos autores defendem a necessidade deum protocolo de pesquisa para a realização de revisões sistemáticas, assim como destacam o potencial destas revisões para a compreensão dos avanços no campo e para arealização de pesquisas futuras.

Outro artigo, de Prado; Arias-Gago (2021), caracteriza a pesquisa como uma revisão sistemática e acrescenta apenas em suas palavras chaves o termo revisão de literatura. Os autores também apresentam o conceito e utilizam o modelo PRISMA (Principais Itens para Relatar revisões Sistemáticas e Meta-análises), com base em duas referências internacionais (Moher *et. al*., 2009; Munn *et. al*., 2018), do campo da saúde.

Possamai; Allevato (2022), também utilizam um protocolo, adaptado de Ramos,Faria e Faria (2014) e explicam que essa modalidade se distingue de outras investigações que mapeiam pesquisas — estado da arte, estado da questão, estudobibliométrico — por ser constituída pela revisão, análise e síntese, que busca sistematizar um meta estudo que proporcione uma visão ampla do objeto de estudo. Bertotti Junior; Souza; Possamai (2021), seguindo procedimento análogo, complementam que a revisão sistemática possibilita sintetizar os resultados de diversos estudos. Vale destacar, ainda, o artigo de Dessbesel; Silva; Shimazaki (2018), que com base em diversos autores, definem a revisão e elencam as etapas seguidas para o seu desenvolvimento.

Três autores caracterizam suas pesquisas como uma **revisão sistemática de literatura** e aproximam suas descrições metodológicas daqueles que utilizam a revisão sistemática, citando inclusive referenciais da revisão sistemática, entretanto, nem todos apresentam protocolos com etapas bem definidas. Novamente, vale ressaltar que um dosartigos, no caso o primeiro, citou vários tipos de revisão, é o único que não define seu entendimento sobre este tipo de revisão, e nem cita etapas.

Há artigos, cujas denominações se aproximam das anteriores, ditas **revisãosistemática** [descritiva ou exploratória] **de literatura,** ou ainda, **revisão bibliográfica sistemática.** Dessbesel; Silva; Shimazaki (2018, p. 485) compreendem a **revisão sistemática descritiva de literatura** baseadas em Sampaio e Mancini (2007) como "uma forma de pesquisa que faz uso de dados da literatura sobre um determinado tema, constituindo um conjunto de estudos que podem expor pontos convergentes e/ou coincidentes e lacunas existentes para pesquisas futuras". E ainda trazem as sete etapas da revisão preconizadas por Galvão *et al.* (2004) *apud* Dessbesel; Silva; Shimazaki (2018, p. 485): construção do protocolo, definição da pergunta, busca dos estudos, seleção dos estudos, avaliação crítica, coleta dos dados e síntese dos dados. Barbosa *et al*. (2020, p. 6) chamam de **revisão sistemática exploratória de literatura,** ao afirmarem que a pesquisa foi desenvolvida nesses moldes, "buscando identificar ecategorizar o atual estado da arte em relação à produção científica de novas estratégias eferramentas para o ensino de matemática a alunos cegos ou com baixa visão".

O coletivo de Pereira *et al.* (2018) realizam uma **revisão integrativa** de teses e dissertações, com temáticas voltadas para a Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática, defendidas no período de 2010 a 2016, nos programas de pós- graduação avaliados na área de Ensino, com notas 5, 6 e 7. Baseados em Roman; Friedlander (1998, p. 109) entendem que a revisão integrativa tem como finalidade "sintetizar resultados obtidos em pesquisas sobre um delimitado tema ou questão, de maneira sistemática e ordenada, com o objetivo de contribuir para o conhecimento desse tema ou questão". Fundamentados em Mendes; Silveira; Galvão (2008, p. 761-763) que o método da revisão integrativa possibilita ao pesquisador realizar uma síntese dediversos estudos publicados e realizar generalizações sobre um tema específico. Ainda apoiados nesses autores, apresentam seis etapas consecutivas, constituídas no diálogo com vários autores da literatura internacional: (i) identificação do tema e seleção da hipótese ou questão de pesquisa para a elaboração da revisão integrativa; (ii) estabelecimento de critérios para inclusão e exclusão de estudos/amostragem ou busca na literatura; (iii) definição das informações a serem extraídas dos estudos selecionados/categorização dos estudos; (iv) avaliação dos estudos incluídos na revisão integrativa; (v) interpretação dos resultados e, (vi) apresentação da revisão/síntese do conhecimento.

Tanto nos trabalhos que utilizam a denominação Revisão sistemática, como neste agrupamento que se aproxima semanticamente do termo ou que utiliza o termo revisão integrativa, percebe-se um maior cuidado metodológico, o que indica umaconvergência na forma de conduzir essas pesquisas. Entretanto, para analisaraproximações e distanciamentos entre os referenciais metodológicos destas pesquisas, novos estudos se fazem necessários e fogem ao escopo deste artigo.

Vale ressaltar a pesquisa de Mendes e Pereira (2020) que buscou contribuir paraa organização de pesquisas do tipo revisões sistemáticas, por meio da identificação de como e se os trabalhos que propõem etapas para o desenvolvimento de revisões sistemáticas contemplam as pesquisas voltadas para a área de Ensino e Educação Matemática. Os autores não localizaram trabalhos do campo com propostas de etapas, porém, com base em sete artigos de outras áreas, sistematizaram cinco etapas para desenvolver uma revisão sistemática voltadas para a área de Ensino e Educação Matemática: (i) Objetivo e pergunta; (ii) Busca dos trabalhos; (iii) Seleção dos estudos; (iv) Análise das produções; (v) Apresentação da revisão sistemática, as quais se aproximam das utilizadas pelos autores dos artigos desse estudo

Embora o termo de busca tenha sido "revisão", foram localizados cinco artigos que caracterizam sua pesquisa como **estado da arte.** Entre estes, há dois artigos cujos autores citam vários tipos de revisão, inclusive Estado da arte (CUNHA; PINTO, 2021;MEDEIROS; CURI, 2022) e, no caso deste último, também traz a denominação **estado do conhecimento,** que, baseados em Romanowski e Ens (2006), definem estado da arte ou do conhecimento como um estudo descritivo, pois produz uma situação com condição específica, de amostra aleatória e, também, é analítica. Nos três artigos que optam de forma explícita pelo estado da arte, não se percebe uma convergência metodológica. Sarto; Ciríaco (2020), assim como Wichnoski (2018), descrevem etapas edefinem estado da arte. Ainda, Freitas; Pires (2015) também associam ao estado da arte, o **mapeamento** das pesquisas sobre o processo de ensino/aprendizagem da matemática dos alunos da EJA, de modo que as produções existentes orientem a comunidade de educadores matemáticos em suas investigações sobre o tema. Contudo, os autores não definem nem citam etapas.

No caso dos autores Schnorr; Pietrocola (2020) denominam mapeamento**,** baseados em Silva (2002) no sentido de mapear a produção educacional devido aorganização em diferentes áreas do saber e, assim buscam a partir de periódicos científicos brasileiros, mapear as pesquisas em educação em ciências e matemática que desenvolvem os conceitos de Michel Foucault e descrever como o trabalho do autor temsido utilizado na área.

Considerações finais

Ao realizar o mapeamento de artigos de revisão foi possível identificar uma variedade de estudos que buscam sistematizar e contribuir com temáticas pertencentes a diversas linhas de pesquisa no campo da Educação Matemática. Essas temáticas abordam metodologias e/ou processos de ensino e de pesquisa. Cabe ressaltar as temáticas emergentes como os processos de inclusão e os estudos teóricos de área integrada de Educação em Ciências e Matemática.

No processo de mapear foram identificadas quinze denominações adotadas pelosautores nos artigos. Esse fato indica a necessidade de um aprimoramento metodológico dos estudos de revisão, em especial quando se apresentam com diferentes finalidades, ou seja, como estudos exploratórios de uma temática para desenvolvimento de uma pesquisa ou como estudos que utilizam a revisão como metodologia de pesquisa para a sistematização do campo temático.

Para além das denominações apresentadas no Quadro 2 e considerando as aproximações semânticas, temos a revisão de literatura, a revisão bibliográfica, a revisão sistemática e o estado da arte como os tipos de estudos mais citados nos artigos científicos. As revisões sistemáticas e suas variações semânticas apresentaram uma explicitação metodológica mais detalhada e convergente, entretanto o mapeamento indicou a necessidade de continuidade do estudo, com foco em procedimentos e fundamentos teórico-metodológicos, para compreender aproximações e distanciamentos. Assim, as próximas fases consistem num aprofundamento das buscas com base nos termos utilizados pelos autores dos artigos de revisão, e das análises, para atingir os objetivos propostos na pesquisa mais ampla.

Referências

Biembengut, M. S. (2008) *Mapeamento na Pesquisa Educacional*. Rio de Janeiro: Ciência Moderna.

Fink, A. (2005). *Conducting research literature reviews:* From the Internet to paper(2nd ed.). Thousand Oaks, CA: Sage.

Galvão, C. M. *et al.* (2004). Revisão sistemática: recurso que proporciona a incorporação das evidências na prática da enfermagem. *Revista Latino- Americana de Enfermagem [online]*. 2004, 12/3, 549-556. Disponível em: https://doi.org/10.1590/S0104-11692004000300014

Mendes, K. S.; Silveira, R. C. C. P.; Galvão, C. M. (2008) Revisão integrativa: método de pesquisa para a incorporação de evidências na saúde e na enfermagem. *Texto & Contexto - Enfermagem [online]*. 2008, 17/4, 758-764. Disponível em: https://doi.org/10.1590/S0104-07072008000400018

Mendes, L. O. R., & Pereira, A. L. (2020). Revisão sistemática na área de Ensino e Educação Matemática: análise do processo e proposição de etapas. *Educação Matemática Pesquisa*, 22(3).

Moher, D.; Liberati, A. & Tetzlaff, J.; Altman, D. G (2009). Preferred reporting items for systematic reviews and meta-analyses: the PRISMA statement. *PLoS Medicine*,San Francisco, 6/7, e1000097. DOI: https://doi.org/10.1371/journal.pmed.1000097

Munn, Z. *et al.* (2018). Systematic review or scoping review?: guidance for authors when choosing between a systematic or scoping review approach. *BMC MedicalResearch Methodology*, London, 18/1, 143-150.

Okoli, C. (2015). A guide to conducting a standalone systematic literature review. *Communications of the Association for Information Systems*. 37(43), 879-910. https://doi.org/10.17705/1CAIS.03743

Ramos, A.; Faria, P. M. & Faria, A. (2014) Revisão sistemática de literatura: contributoà inovação na investigação em ciências da educação. *Diálogo Educacional*,Curitiba, 14/41, 17-36. Disponível em: http://educa.fcc.org.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1981-416x2014000100002&lng=pt&tlng=pt.

Roman, A. R. & Friedlander, M. R. (1998). Revisão integrativa de pesquisa aplicada à Enfermagem. *Cogitare Enfermagem*, Curitiba, 3/2, 109-112. Disponível em: https://revistas.ufpr.br/cogitare/article/view/44358

Romanowski, J. P. & Ens, R. T. (2006). As pesquisas denominadas do tipo “estado da arte” em Educação. *Diálogo Educacional*, Curitiba, 6/19, 37-50. Disponível em: https://periodicos.pucpr.br/dialogoeducacional/article/view/24176/0

Sampaio, R. F. & Mancini, M. C. (2007) Estudos de revisão sistemática: um guia para síntese criteriosa da evidência científica. *Brazilian Journal of Physical Therapy [online]*. 2007, 11/1, 83-89. Disponível em: https://doi.org/10.1590/S1413- 35552007000100013.

Silva, T. T. (2002). Mapeando a [Complexa] Produção Teórica Educacional. *Currículo sem Fronteiras*, 2(1), 5-14. Disponível em: http://www.curriculosemfronteiras.org/vol2iss1articles/tomaz.pdf.

A Educação Matemática nos cursos de mestrado do Estado do Paraná: primeiros resultados

Mathematics Education in master's course of Paraná State: first results

Educación matemática em cursos de maestria em el estado de Paraná: primeros resultados

Marceli Behm Goulart[593]
Universidade Estadual de Ponta Grossa
0000-0001-8776-596X

Maria Tereza Carneiro Soares[594]
Universidade Federal do Paraná
0000-0003-4645-8124

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Pesquisa em Educação Matemática

Resumo

O presente trabalho tem como objetivo apresentar os primeiros resultados de um projeto de pesquisa em andamento, que visa identificar a presença da Educação Matemática nos cursos de mestrado do Paraná. A pesquisa é de natureza qualitativa, do tipo exploratória e documental. A análise dos coletados da Plataforma Sucupira e das páginas dos programas de Pós-graduação, indicam que: a Área 46 da CAPES concentra todos os cursos de mestrado com foco no Ensino de Matemática ou Educação Matemática, mas há um predomínio da expressão Educação Matemática nos títulos dos cursos. Percebe-se um crescimento mais acelerado de cursos nos últimos anos, bem como de cursos mais focados na Educação Matemática. Além disso, as áreas de concentração pouco se diferenciam do título dos cursos, e há um equilíbrio no número de cursos considerando: as diferentes modalidades, os programas com e sem doutorado, com destaque à exclusividade da esfera pública quanto a dependência administrativa. A realização desta pesquisa, que esteve circunscrita ao estado Paraná, ratificou afirmações referentes a grande variação da pós-graduação em Educação Matemática ao redor do mundo e no Brasil.

Palavras-chave: Educação Matemática, mestrados, Paraná, estrutura curricular.

Abstract

This paper aims to present the first results of an ongoing research project, which objectives to identify the presence of Mathematics Education in the master's courses in Paraná. The research is of a qualitative nature, exploratory and documental. The analysis of the data collected from the Sucupira Plataform and the web pages of graduate programs indicate that Area 46 of CAPES concentrates all master's courses with a focus on Mathematics Teaching or Mathematics Education, but there is a predominance of the expression Mathematics Education in the course titles. A faster growth of courses in recent years is perceived, as well as more focused courses

[593] mgoulart@uepg.br
[594] mariteufpr@gmail.com

on Mathematics Education. Furthermore, the areas of concentration differ little from the course titles, and there is a balance in the number of courses considering: the different modalities, the programs with and without doctorates, with emphasis on the exclusivity of the public sphere as to administrative dependence. The accomplishment of this research, which was circumscribed to the state of Paraná, ratified statements regarding the great variation of post-graduation courses in Mathematics Education around the world and in Brazil.

Keywords: Mathematics Education, master's degrees, Paraná, curriculum structure.

Resumen

El presente trabajo tiene como objetivo presentar los primeros resultados de un proyecto de investigación en curso, que pretende identificar la presencia de la Educación Matemática en los cursos de maestría em el estado de Paraná. La investigación és de carácter cualitativo, de tipo exploratório y documental. El análisis de los datos recogidos en la Plataforma Sucupira y en las páginas de web de los programas de postgrado indica que: el Área 46 de la CAPES concentra todos los cursos de maestría centrados en la Enseñanza de la Matemática o en la Educación Matemática, pero hay un predominio de la expresión Educación Matemática en los títulos de los cursos. Se le nota um crecimiento más acelerado de los cursos en los últimos años, así como cursos más centrados en la Educación Matemática. Además, las áreas de concentración se distinguen poco de los títulos de los cursos, y hay un equilibrio en el número de cursos considerando: las diferentes modalidades, los programas con y sin doctorado, com énfasis en la exclusividad del ámbito público en cuanto a la dependencia administrativa. Esta investigación, que se limitó al estado de Paraná, ratificó las afirmaciones sobre la grán variación de los cursos de postgrado en Educación Matemática al rededor del mundo y en Brasil.

Palabras clave: Educación Matemática, maestrías, Paraná, estructura curricular.

Historicamente, a presença da Educação Matemática na pós-graduação no Brasil, se entrelaça com os primeiros programas de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática, e tem suas bases a partir da mobilização de um grupo de pesquisadores alocados na Área de Educação (Fiorentini & Lorenzato, 2006).

O processo de expansão de cursos de pós-graduação *stricto sensu* da área de Ensino de Ciências e Matemática foi bastante acentuado, passando de 7, em 2000, para 78 no final de 2009 (Nardi, 2015). Assim, a partir de 2010, a CAPES - Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - ampliou a Área 46, passando a ser chamada de Área de Ensino.

Assim, o objetivo deste trabalho é apresentar os primeiros resultados de um projeto de pesquisa em andamento, que visa identificar a apresentar a presença da Educação Matemática nos cursos de mestrado do Paraná.

Alguns aportes teóricos

No Brasil, a pós-graduação foi criada com objetivos básicos de formar professores para o ensino superior, preparar adequadamente pesquisadores de alto nível e assegurar o treinamento de profissionais (CFE, 1965; Cury, 2005).

No contexto da CAPES, a Área de Ensino e da Área de Educação não só pertencem a grandes áreas distintas, como também não pertencem ao mesmo colégio. Nesta organização da CAPES, as áreas são agregadas por critérios de afinidade formando as grandes áreas, e um grupo de grandes áreas compõe um colégio. Enquanto a Área de Ensino pertence a Grande Área Multidisciplinar do Colégio de Ciências Exatas, Tecnológicas e Multidisciplinar, a Área de Educação pertence à Grande Área de Ciências Humanas do Colégio de Humanidades.

Se na organização da CAPES ambas as áreas se configuram como muito distintas, a compreensão das suas relações e especificidades ocupou parte do Documento de Área de Ensino de 2016. Segundo o documento a Área da Educação “inclui o estudo e a pesquisa das instituições escolares, das atividades educacionais fora da escola, dos sistemas educativos e dos processos sociais e políticos que significam o ato de educar, os saberes educacionais e os sujeitos educativos das mais diferentes formas” (CAPES, 2016b, p.3). Já na Área de Ensino, “o foco está na integração entre conteúdo disciplinar e conhecimento pedagógico ou o que se denomina 'pedagogias do conteúdo' (CAPES, 2016b, p.4), sendo assim, a Educação compreende o ensino, mas o transcende como projeto de formação.

Os cursos podem se diferenciar também quanto a sua modalidade. Se o mestrado acadêmico visa, primordialmente, o preparo de profissionais para atuação na docência superior e na pesquisa acadêmica, o mestrado profissional é voltado para a capacitação[595] de profissionais, nas diversas áreas do conhecimento, mediante o estudo de técnicas, processos ou temáticas que atendam a alguma demanda do mercado de trabalho. Consequentemente, as

[595] Este termo não reflete a opinião da autora, já que o mesmo pode ser associado com a ideia de que os professores sejam incapazes de desenvolver suas atividades profissionais.

propostas de cursos novos, na modalidade Mestrado Profissional, devem apresentar uma estrutura curricular que enfatize a articulação entre conhecimento atualizado, domínio da metodologia pertinente e aplicação orientada para o campo de atuação profissional específico. O trabalho final do curso deve ser sempre vinculado a problemas reais da área de atuação do profissional-aluno e de acordo com a natureza da área e a finalidade do curso, podendo ser apresentado em diversos formatos (CAPES, 2017b).

A pós-graduação no Brasil conta com um sistema de avaliação próprio, que é composto por dois processos distintos: Entrada – que é a Avaliação das Propostas de Cursos Novos (APCN); e Permanência – que é a Avaliação Periódica dos Cursos de Pós-Graduação. Considerando que os documentos orientadores de APCN[596] instruem que as propostas de cursos novos na Área de Ensino, acadêmicos e profissionais, devem mostrar clareza e coerência em seus objetivos, título, área(s) de concentração, linha(s) de pesquisa, projetos de pesquisa e disciplinas do curso (CAPES, 2012, 2016a, 2017a, 2019a, 2022).

Enquanto o Parecer 977/65 do CFE define 'área de concentração' como um campo específico de conhecimento, que constituirá o objeto de estudos escolhido pelo candidato à pós-graduação, no Tutorial do Coleta da Plataforma Sucupira da CAPES, 'linha de pesquisa' é definida como "um domínio ou núcleo temático da atividade de pesquisa do programa que encerra o desenvolvimento sistemático de trabalho com objetos ou metodologias comuns" (CAPES, s.d).

Metodologia

A pesquisa é de natureza qualitativa, do tipo exploratória, pois busca “proporcionar maior familiaridade com o problema, com vistas a torná-lo mais explícito ou a constituir hipóteses” (Gil, 2002, p. 41).

Considerando o desenvolvimento histórico da Educação Matemática no contexto da pós-graduação, fez-se uma consulta sobre oferta de programas de pós-graduação pertencentes à área de Ensino (Área 46 da CAPES) e à área de Educação (Área 38 da CAPES) na Plataforma Sucupira, no estado do Paraná.

[596] A abertura de cursos de pós-graduação *stricto sensu* no Brasil é realizada à partir da submissão de proposta à avaliação da CAPES, por meio do Aplicativo para Avaliação de Propostas de Cursos Novos.

Quanto ao procedimento técnico se configura como uma pesquisa documental, utilizando-se de documentos como fonte de dados, informações e evidências (Martins & Theóphilo, 2009). A pesquisa documental recorre a fontes mais diversificadas e dispersas, sem tratamento analítico, e segue duas etapas principais: seleção dos documentos e análise (Fonseca, 2002).

A seleção dos documentos deu-se pela identificação dos cursos na Plataforma Sucupira e, posteriormente, coletou-se as informações referentes às áreas de concentração e linhas de pesquisa, da página dos programas, no período de março a abril de 2022, mas referentes ao Quadriênio 2017 – 2020.

Resultados

Além de características inerentes a qualquer curso de mestrado, emergiram do processo de análise, categorias que proporcionaram uma melhor compreensão da relação destes cursos com a Educação Matemática e da estrutura curricular dos mesmos, e que seguem descritas.

A consulta à Área 46 (Área de Ensino da CAPES) no estado do Paraná, resultou em 18 programas, sendo que apenas dois foram imediatamente excluídos: um por tratar-se de um programa com foco no ensino nas Ciências da Saúde, e o outro por ter apenas o curso de doutorado. A consulta aos cursos de mestrado da Área 38 (Área de Educação da CAPES), no estado do Paraná, resultou em 12 cursos.

Percebendo, a partir da análise dos títulos, a existência de cursos com foco totalmente voltados ao Ensino de Matemática ou à Educação Matemática, os mesmos foram categorizados como cursos com 'aderência total', enquanto aqueles que compartilham o foco com outras áreas de conhecimento, principalmente as Ciências, foram categorizados como cursos com 'aderência compartilhada'. Quando o título não explicitava nenhuma relação com a área, passou-se a analisar uma possível 'aderência pela(s) linha(s) de pesquisa'. Quando as linhas não fizeram referência ao Ensino de Matemática ou à Educação Matemática, fez-se a consulta das temáticas de interesse dos docentes na página do próprio programa, ou então a consulta ao Currículo Lattes dos docentes permanentes, analisando a formação e temas de interesse declarados (denominada 'aderência pelos docentes'). Quando não foi possível perceber, a partir das análises anteriores, alguma relação do curso com o Ensino de Matemática ou a Educação Matemática, o mesmo foi categorizado como sendo um curso 'sem aderência aparente', lembrando que a presente investigação não teve como objetivo a análise das produções científicas dos programas, o que possivelmente ampliaria a presença no contexto dos referidos programas do Paraná.

Com esta análise foram identificados 3 cursos da Área 46 e 6 da Área 38, todos em cursos com 'aderência por docentes'. Cursos que não possuem nenhuma aderência aparente, foram identificados 6 cursos da Área 38.

Nesta pesquisa, optou-se em analisar apenas os cursos com aderência total, compartilhada ou por linha(s) de pesquisa, excluindo-se, assim, da análise, os cursos que possuem aderência por docentes ou nenhuma aderência aparente com o Ensino de Matemática ou a Educação Matemática. Atendento a esses critérios, permaneceram para a análise, 13 cursos de mestrado, todos pertencentes à Área de Ensino da CAPES (Área 46), conforme Quadro 1.

Quadro 1.

Mestrados da Área 46 da CAPES no Paraná, referentes ao Quadriênio 2017-2020

Título do Curso de Mestrado (ano de início)	**IES (Campus)**	**Modalidade**	
		ME	**MP**
Ed. em Ciências, Educação Matemática e Tecnologias Educativas (2021)	UFPR (Palotina)	S/D	-
Educação Matemática (2019)	UNESPAR (C. Mourão e U. Vitória)	S/D	-
Ensino de Ciência e Educação Matemática (2017)	UEPG (Ponta Grossa)	S/D	-
Ed. em Ciências e Educação Matemática (2017)	UNIOESTE (Cascavel)	C/D	-
Ensino (2016)	UENP (C. Procópio)	-	S/D
Ensino de Matemática (2015)	UTFPR (C. Procópio e Londrina)	-	S/D
Ensino de Ciências Naturais e Matemática (2014)	UNICENTRO (Guarapuava)	-	S/D
Ensino (2014)	UNIOESTE (Foz do Iguaçu)	S/D	-
Formação Científica, Educacional e Tecnológica (2011)	UTFPR (Curitiba)	-	C/D
Educação em Ciências e em Matemática (2010)	UFPR (Curitiba)	C/D	-
Ensino de Ciência e Tecnologia (2008)	UTFPR (Ponta Grossa)	-	C/D (*)
Educação para a Ciência e a Matemática (2004)	UEM (Maringá)	C/D	-
Ensino de Ciência e Educação Matemática (2002)	UEL (Londrina)	C/D	-

Aderência total	ME - Mestrado Acadêmico
Aderência compartilhada	MP – Mestrado Profissional
Aderência pela(s) linha(s) de pesquisa	C/D - Cursos em programas com doutorado
	S/D – Cursos em programas sem doutorado

Fonte: a autora

(*) A instituição possui um programa com um curso de doutorado na modalidade acadêmico, e outro programa com o curso de mestrado descrito neste quadro. Nesta pesquisa, o curso de mestrado é considerado como pertencente a um programa com doutorado, considerando as estreitas relações da organização curricular de ambos os cursos.

No Quadro 1 são apresentados os cursos em ordem decrescente de criação, num período que inicia em 2002 e vai até 2021. É possível observar que na primeira década (2002 a 2012), existiam apenas 5 cursos, enquanto que na segunda década outros 8 foram criados.

Além disso, nota-se uma tendência de aderência maior ao Ensino de Matemática ou à Educação Matemática ao longo do tempo. Esta afirmação se evidencia no fato de que: (a) dos 7 cursos que iniciaram suas atividades até 2014, 3 possuem aderência pela(s) linha(s) de pesquisa, e todos os demais com aderência compartilhada; (b) dos 6 cursos de mestrado criados a partir de 2015, apenas 1 curso possui aderência pela(s) de pesquisa(s) e 2 são totalmente aderentes.

Quanto à dependência administrativa, tem-se 5 cursos em instituições federais e 8 em instituições estaduais. Quanto à modalidade, há 5 cursos profissionais e 8 acadêmicos. É notável também, um equilíbrio entre o número de cursos com e sem doutorado.

Analisando os cursos com aderência total, é possível identificar que o título de um deles prevê o Ensino de Matemática e outro a Educação Matemática. Dentre os 7 cursos que compartilham o foco com, pelo menos, o ensino de uma outra área597, aqui denominada 'aderência compartilhada', 6 mencionam no título do curso a Educação Matemática. Esta

[597] No caso desta pesquisa foram identificados o Ensino de Ciências ou Educação em Ciências como focos compartilhados pelos cursos com a Educação Matemática ou Ensino de Matemática. No entanto, Ciências é um campo composto por diferentes áreas, tais como: Biologia, Física e Química, sendo que não há unanimidade quanto à inclusão de outras áreas (Megid Neto, 2014).

análise não é possível de ser realizada nos cursos cuja aderência se dá pela(s) linha(s) de pesquisa, e que totalizam 4 cursos.

Quanto às áreas de concentração dos 13 cursos de mestrado, 11 cursos apresentam apenas uma área de concentração e apenas 2 cursos apresentam duas áreas de concentração. No que se refere às áreas de concentração, constituintes importantes para a concepção dos programas e cursos (Feres & Nardi, 2014), em 8 cursos as denominações das mesmas são réplicas (ou muito idênticas) dos nomes dados aos cursos, todos com aderência total ou compartilhada. Estas similaridades, justificam a não análise mais refinada das áreas de concentração, já que não trazem informações adicionais. Esta tendência não é verificada nos cursos com aderência por linha(s) de pesquisa, em que o título do curso é bastante amplo, e a área de concentração informa consideravelmente sobre o foco do curso.

Os 13 cursos analisados oferecem, juntos, 39 linhas de pesquisa. Nos cursos com aderência compartilhada, pode-se perceber duas formas distintas de proposição das linhas de pesquisa: linhas específicas por área ou campo, ou linhas comuns às áreas, conforme Quadro 2.

Quadro 2.

Estrutura curricular dos cursos de mestrado e sua relação com a Educação Matemática

ADERÊNCIA POR LINHA(S) DE PESQUISA				**ADERÊNCIA COMPARTILHADA**							**ADERÊNCIA TOTAL**	
				L. P. específicas por campo/área		**L. P. comuns entre as áreas**						
UTFPR	**UTFPR**	**UNIOESTE (Foz)**	**UENP**	**UNICENTRO**	**UNIOESTE**	**UEPG**	**UFPR**	**UFPR (Curitiba)**	**UEM**	**UEL**	**UNESPAR (C. Mourão e U. Vitória)**	**UTFPR (C. P. e**

Os outros cursos com aderência compartilhada, que totalizam 5 cursos, possuem linhas de pesquisa comuns entre a área que compartilham o foco do curso.

Discussões e considerações finais

No Paraná, a Área 46 da CAPES, concentra todos os cursos de mestrado com aderência total, compartilhada ou por linha(s) de pesquisa, com o Ensino de Matemática ou com a Educação Matemática.

A preocupação com o ensino da Matemática, historicamente, antecede à Educação Matemática (Miguel et al, 2004), que assumiu a impossibilidade de se pensar em ensino de Matemática, sem a compreensão dos processos de aprendizagem de Matemática (Baldino, 1991; Bicudo, 1991; Carvalho, 1991).

Ou seja, 'Ensino' e 'Educação' estão imbricados um no outro, porque "a Educação é sempre cuidado com o vir-a-ser do outro, qualquer que seja esse outro, e o ensino organiza atividades que viabilizam a efetivação daquele cuidado, traduzido em formas, conteúdos e direções trabalhadas" (Bicudo, 1999, p.5).

Analisando a presença da Educação Matemática nos cursos de mestrado do Paraná, se verifica um predomínio da expressão 'Educação Matemática' nos títulos dos cursos de mestrado analisados, considerando os que possuem aderência total ou compartilhada. No entanto, não é possível fazer afirmações sobre possíveis distinções decorrentes do uso de 'Ensino de Matemática' ou 'Educação Matemática' no título dos cursos, uma vez que esta distinção se define mais ou menos conforme a perspectiva assumida pelo grupo de professores pesquisadores e de alunos que trabalham no programa (Bicudo, 1999), o que exigiria pesquisas de outra natureza.

Pode-se observar um equilíbrio entre o número de cursos: da modalidade profissional e da modalidade acadêmica; pertencentes à programas com e sem doutorado; com dependência administrativa estadual e dependência administrativa federal.

Numa breve análise longitudinal é possível observar um crescimento mais acelerado de cursos nos últimos anos do período analisado, bem como, uma tendência de maior aderência a Educação Matemática. Esta aderência se manifesta na estrutura curricular, que vai desde a exclusividade do curso, no caso dos cursos com aderência total, até os cursos com aderência por meio de uma linha específica de pesquisa.

Estes extremos levantam a discussão sobre a conveniência de uma formação geral versus a homogeneidade temática de um programa de pós-graduação. Segundo Carvalho (2001), se por um lado a heterogeneidade temática pode representar incoerência ou descontinuidade na formação ou pode também representar abertura para novos temas e enfoques, por outro a homogeneidade pode se refletir na produção mais rápida e focalizada ou menos inovadora.

A realização desta pesquisa, que esteve circunscrita ao estado Paraná, ratificou afirmações referentes a grande variação da pós-graduação em Educação Matemática ao redor do mundo (Shih, Reys & Engledowl, 2016) e no Brasil (D'Ambrósio, 2008).

Referências

Baldino, R. R. (1991). Ensino da Matemática ou Educação Matemática? *Temas & Debates*, IV (3), 51-60. http://sbemrevista.kinghost.net/revista/index.php/td/issue/view/166

Bicudo, I. (1991). Educação Matemática e Ensino de Matemática. *Temas & Debates*, IV (3), 31-42. http://sbemrevista.kinghost.net/revista/index.php/td/issue/view/166

Bicudo, M. A. V. (1999). Ensino de Matemática e Educação Matemática: algumas considerações sobre seus significados. *Bolema,* 12 (13), 1-11. https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/1063816

Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). (s.d.). *Tutorial Sucupira – Coleta*, s.d. https://sites.google.com/view/tutorialsucupira/programa/linhas-de-pesquisa

Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). (2012). *Orientações para Novos Cursos APCN*. https://www.gov.br/capes/pt-br/centrais-de-conteudo/Criterios_APCNs_Ensino.pdf

Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). (2016a). *Orientações para APCN- Área 46: Ensino*. https://www.gov.br/capes/pt-br/centrais-de-conteudo/documentos/avaliacao/Criterios_APCN_Ensino_2016.pdf

Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). (2016b). *Documento de Área: Ensino*. https://www.gov.br/capes/pt-br/centrais-de-conteudo/DOCUMENTO_AREA_ENSINO_24_MAIO.pdf

Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). (2017a). *Requisitos para a Apresentação de Propostas de Cursos Novos (APCN) – Área 46: Ensino*. https://www.gov.br/capes/pt-br/centrais-de-conteudo/documentos/avaliacao/Critrios_de_APCN_2017_Ensino.pdf

Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). (2017b). *Portaria nº 389, de 23 de março de 2017*. Dispõe sobre o mestrado e doutorado profissional no âmbito da pós-graduação stricto sensu. https://www.gov.br/capes/pt-br/centrais-de-conteudo/24032017-portaria-no-389-de-23-de-marco-de-2017-pdf

Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). (2019a). *Documento Orientador de APCN Área 46: Ensino*. https://www.gov.br/capes/pt-br/centrais-de-conteudo/ensino.pdf

Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). (2019b). *Relatório Técnico DAV: Avaliação multidimensional de Programas de Pós-Graduação*. https://www.gov.br/capes/pt-br/centrais-de-conteudo/23072020-dav-multi-pdf

Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). (2022). *Documento Orientador de APCN – 2022*. https://www.gov.br/capes/pt-br/centrais-de-conteudo/documentos/avaliacao/ENSINO_ORIENTACOESAPCN_publicar.pdf

Carvalho, A. M. A. (2001). Monitoramento e avaliação da pós-graduação: algumas reflexões sobre requisitos e critérios. *Psicologia USP*, 12 (1), 203 – 221. https://www.scielo.br/j/pusp/a/GrT6qPH5YGPqXdm3cTTmnFM/?lang=pt#

Carvalho, J. B. P. de. (1991). O que é Educação Matemática? *Temas & Debates*, IV (3), 17-26. http://sbemrevista.kinghost.net/revista/index.php/td/issue/view/166

Conselho Federal de Educação (CFE). (1965). *Parecer nº 977/65, de 20 de janeiro de 1966* . Diário Oficial da União. https://www.capes.gov.br/images/stories/download/legislacao/Parecer_CESU_977_1965.pdf

D'Ambrósio, B. (2008). Doctoral Studies in Mathematics Education: Unique Features of Brazilian Programs. In R. E. REYS & J. A. DOSSEY. *U.S. doctorates in mathematics education: developing steward of the discipline* (pp. 181- 189). American Mathematical Society e Mathematical Association of America.

Feres, G. G. & Nardi, R. A pós-graduação em Ensino de Ciências no Brasil: contribuições teórico-analíticas sobre o panorama histórico e o perfil dos cursos. In R. NARDI & T. V. O. GONÇALVES (org). *A Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática no Brasil: memórias, programas e consolidação da pesquisa na área*. (pp. 205-266). Editora Livraria da Física.

Fiorentini, D. & Lorenzato, S. (2006). *Investigação em Educação Matemática*. Autores associados.

Fonseca, J. J. S. (2002). *Metodologia da pesquisa científica*. UEC.

Gil, A. C. (2002). *Como elaborar projetos de pesquisa*. 4. ed. Editora Atlas.

Martins, G. de A. & Theóphilo, C. R. (2009). *Metodologia da investigação científica para ciências sociais aplicadas*. 2. ed. Atlas.

Megid Neto, J. (2014). Origens e desenvolvimento do campo de pesquisa em educação em ciências no Brasil. In R. NARDI, T. V. GONÇALVES (org). *A pós-graduação em ensino de ciências e matemática no Brasil: origens, características, programas e consolidação da pesquisa na área* (pp. 98-139). Livraria da Física.

Miguel, A., Garnica, A. V. M., Igliori, S. B. C. & D'Ambrósio, U. (2004). A educação matemática: breve histórico, ações implementadas e questões sobre sua disciplinarização. *Revista Brasileira de Educação*, 27, 70-93. https://www.scielo.br/j/rbedu/a/qHNhYPrDsjNSbGwhWHKPywt/?format=pdf&lang=pt

Nardi, R. (2015). A pesquisa em Ensino de Ciências e Matemática no Brasil. *Ciência& Educação*, 21 (2), i-v. https://www.scielo.br/j/ciedu/a/LPyGt4zhrDnjqSj9jqSmfXr/?lang=pt&format=pdf

Shih, J. C., Reys, R. E. & Engledowl, C. (2016) Profiles of research preparation of doctorates in Mathematics Education in the United States. *Far East Journal of Mathematical Education*, 16 (2), 135 – 148.

Os estudantes como agência no desenvolvimento curricular em Matemática

Students as an agency in curriculum development in Mathematics

Los estudiantes como agencia en el desarrollo curricular en Matemáticas

Marilene Caitano Reis Almeida Soares[598]
Secretaria Municipal de Educação de Rubim
orcid.org/0000-0002-7388-5490

Fabrício Mendes Antunes[599]
Escola Municipal Santa Maria
orcid.org/0000-0002-1267-2918

Gilberto Januario[600]
Universidade Federal de Ouro Preto
orcid.org/0000-0003-0024-2096

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Pesquisa em Educação Matemática

Resumo

Este trabalho orienta-se pelo objetivo de discutir aspectos que caracterizam os estudantes como agência no desenvolvimento curricular em Matemática. A discussão aqui apresentada é recorte de duas pesquisas de mestrado que têm os materiais curriculares e a relação deles com os professores como foco de estudo. Sete professores que ensinam Matemática no Ensino Fundamental, em três cidades do estado de Minas Gerais, são os colaboradores da pesquisa, os quais concederam entrevistas semiestruturadas sobre o modo como lêem, interpretam, avaliam e selecionam materiais curriculares. Como resultados, esses professores apresentam elementos em suas narrativas sobre os estudantes, o perfil da classe, e o que demandam como necessidade e capacidade para aprendizagem como aspectos que operam o desenvolvimento curricular em Matemática, o que teorizamos como agência.

Palavras-chave: Currículos de Matemática. Relação Professor-Materiais Curriculares. Agência.

Abstract

[598] marilenecras1@gmail.com
[599] fabricioantunesm5@gmail.com
[600] gilberto.januario@unimontes.br

This paper is guided by the objective of discussing aspects that characterize students as an agency in curriculum development in Mathematics. The discussion presented here is an excerpt from two master's research studies that have curriculum materials and their relationship with teachers as the focus of study. Seven teachers who teach Mathematics in Elementary School, in three cities in the state of Minas Gerais, are the research collaborators, who granted semi-structured interviews about the way they read, interpret, evaluate and select curriculum materials. As a result, these teachers present elements in their narratives about the students, the class profile, and what they demand as a need and capacity for learning as aspects that operate the curriculum development in Mathematics, which we theorize as an agency.

Keywords: Mathematics Curriculum. Teacher-Curriculum Materials Relationship. Agency.

Resumen

Este trabajo está orientado por el objetivo de discutir aspectos que caracterizan a los estudiantes como una agencia en el desarrollo del currículo en Matemáticas. La discusión que aquí se presenta es un extracto de dos investigaciones de maestría que tienen como foco de estudio los materiales curriculares y su relación con los docentes. Siete profesores que enseñan Matemática en la Enseñanza Básica, en tres ciudades del estado de Minas Gerais, son los colaboradores de la investigación, que concedieron entrevistas semiestructuradas sobre la forma en que leen, interpretan, evalúan y seleccionan los materiales curriculares. Como resultado, estos docentes presentan elementos en sus narrativas sobre los estudiantes, el perfil de la clase y lo que demandan como necesidad y capacidad de aprendizaje como aspectos que operan el desarrollo curricular en Matemática, que teorizamos como agencia.

Palabras clave: Currículos de Matemáticas. Relación Profesor-Materiales Curriculares. Agencia.

Para iniciar a discussão

Este estudo está voltado para a relação professor-materiais curriculares no que se refere ao trabalho dos professores na utilização desses materiais ao planejar e realizar aulas; centra-se na compreensão dessa relação a partir da discussão do conceito de agência, caracterizando os estudantes e o perfil da classe como autoridade sobre o desenvolvimento curricular. A partir dos estudos de Collopy (2003) e Remillard e Kim (2017), sabemos que, ao planejar e realizar aulas a partir dos materiais, os professores que ensinam Matemática também constroem aprendizagem com a manipulação e usos desses materiais.

Aos professores que ensinam Matemática cabe a tarefa de coordenar os processos de ensino e de aprendizagem, criando condições favoráveis à ampliação dos conhecimentos dos estudantes e considerando os conhecimentos matemáticos como ferramentas para construção de ideias e críticas às questões cotidianas.

Nesse sentido, umas das principais tarefas dos professores é planejar aulas, atividade que requer, dentre outros, o conhecimento do currículo e da Matemática e seu ensino (JANUARIO, 2020, 2022). Envolve, ainda, a seleção e avaliação de materiais curriculares, com o propósito de escolher aqueles que melhor correspondam aos objetivos de ensino propostos no planejamento (SOARES, 2020; ANTUNES, 2022).

Desta feita, Collopy (2003) e Remillard e Kim (2017) discutem que os professores não podem ser considerados como meros implementadores do currículo, mas agentes que constroem currículo cotidianamente. Nessa relação dinâmica, existente entre professor e materiais curriculares, evidenciamos um ponto relevante, qual seja, a avaliação que o professor realiza dos materiais curriculares. A forma como esta avaliação acontece reverbera nos modos de planejamento, desenvolvimento das práticas de ensinar e aprender Matemática e, ainda, nos usos dos materiais curriculares.

Em se tratando da tarefa dos professores de avaliar materiais curriculares de Matemática, ela se dá em uma relação ativa, na qual professores e materiais curriculares trazem seus recursos com o propósito de (re)contextualizar as propostas de ensino e, consequentemente, modificar o processo de aprendizagem de modo a oferecer, durante as aulas, situações de aprendizagens que possam contribuir com o objetivo proposto, sendo assim significativas para os estudantes (SOARES, 2020; ANTUNES, 2022).

Desse modo, entendemos por materiais curriculares os recursos disponíveis aos professores para apoiar o ensino e a aprendizagem da Matemática. Pode-se dizer, também, que são aqueles materiais que expressam de modo mais prático as proposições do currículo oficial, prescrito em documentos de orientação. Para este fim, existe uma variedade desses materiais com características específicas e que, portanto, sua utilização acontece de forma distinta e em diferentes momentos da aula.

Os materiais curriculares representam outras possibilidades para a abordagem de temas e conteúdos pelo professor em sala de aula, mas não garantem, por si só, que o ensino e a aprendizagem sejam profícuos. Os impactos, positivos ou negativos, dos usos dos materiais na prática tem mais relação com as condições em que o ensino se realiza do que propriamente com a presença dos materiais. Por isso, destacamos a importância de estudos que tenham como finalidade o entendimento dessa relação e de suas contribuições para o ensino e, consequentemente, para este campo de estudo da Educação Matemática.

Vale destacar que este trabalho — orientado pelo objetivo de discutir aspectos que caracterizam os estudantes como agência no desenvolvimento curricular em Matemática — emerge de duas pesquisas de mestrado (SOARES, 2020; ANTUNES, 2022), desenvolvidas no Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Estadual de Montes Claros (PPGE/Unimontes), no âmbito do Grupo de Pesquisa Currículos em Educação Matemática (GPCEEM). Na seção a seguir, apresentamos o conceito de agência no âmbito da relação professor-materiais curriculares; na sequência, apresentamos os aspectos metodológicos; posteriormente, discutimos os estudantes como agência a partir da narrativa de professores e professoras participantes das pesquisas; e, finalmente, tecemos as considerações finais.

Agência e seu conceito

Para entendermos mais sobre a relação entre materiais curriculares e professores que ensinam Matemática, especialmente com o intuito de investigar e compreender os modos que podem potencializar o desenvolvimento curricular em Matemática, trazemos o conceito de agência.

Sobre esse conceito, as discussões feitas em Soares (2020) e em Antunes (2022) convergem para “a forma pela qual material curricular ou professores exercem poder sobre a Matemática e seu ensino, transformando sentidos e significados das atividades e implicando os processos de ensino e de aprendizagem” (JANUARIO, 2020, p. 1063). Dito de outro modo, a agência implica as decisões tomadas pelos professores ao analisar, avaliar e selecionar os materiais curriculares para decidir como conduzir os processos de ensino. Assim, os professores têm a decisão de realizar a reprodução ou a adaptação dos materiais a fim de cumprir com os objetivos propostos para o ensino.

O termo agência é cunhado no campo da Sociologia, e diz respeito a uma competência que pertence ao agente, aquele que age e que detém o poder. Assim sendo, a habilidade daquele que age sobre algo por meio de crenças ou recursos, proporcionando tomadas de decisão; é mais que planejar algo; é a capacidade para realizar, agir.

Utilizando destas reflexões, compreendemos os professores como sendo os agentes, enquanto o material é a ferramenta que apresenta aos estudantes possíveis respostas para seus questionamentos sobre o ensino na construção de aprendizagens. Dito isso, retornamos ao conceito de agência que é o poder de decisão, poder conferido tanto ao material quanto ao professor ou a ambos simultaneamente. Desta forma, vale destacar que agência pode se descolar, ou seja, ora pode estar localizada nos materiais e ora pode estar no professor (JANUARIO, 2020).

Ao oferecer situações de aprendizagem aos estudantes, mesmo que estas estejam organizadas em materiais curriculares, é necessário que os professores tomem decisões ao desenvolver o currículo. O ato de ensinar demanda dos professores a sistematização de princípios e especificidades advindas da realidade de seus estudantes (SOARES, 2020). Essa atitude pode balizar o aprendizado dos estudantes, especialmente no desenvolvimento de um currículo de Matemática que seja contextualizado e significativo e, para além disso, a realidade dos estudantes pode se caracterizar também como agente (SOARES, 2020).

O contexto da pesquisa

As pesquisas aqui apresentadas foram desenvolvidas em uma abordagem qualitativa. A primeira (SOARES, 2020) debruçou sobre o objetivo de *investigar a relação que os professores estabelecem com os materiais curriculares e os recursos que ambos os agentes trazem para essa relação*; a segunda (ANTUNES, 2022) objetivou *investigar a avaliação de materiais curriculares por professores que ensinam Matemática nos Anos Iniciais da Educação do Campo.*

Para a primeira (SOARES, 2020), reuniu-se cinco professores que ensinavam Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental de uma escola municipal, situada na cidade de Rubim (MG); mas em virtude de questões técnicas, participaram somente quatro professores. Eles concederam e participaram de uma entrevista em grupo sobre aspectos relativos à Matemática e seu ensino. Para a segunda pesquisa (ANTUNES, 2022), entrevistou-se três professoras que ensinavam Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, sendo uma atuante no município de Brasília de Minas e as outras duas, no município de São Francisco, ambos em Minas Gerais.

As duas pesquisas intencionavam realizar seus estudos com instrumentos de coleta de informações para a análise de dados de maneira presencial, no entanto, o contexto da pandemia provocada pelo Coronavírus[601], redirecionou os trabalhos presenciais para procedimentos remotos, cumprindo com o isolamento social exigido na época.

Para a primeira pesquisa (SOARES, 2020) foram realizados três encontros remotos viabilizados pela plataforma digital Google Meet; para a segunda (ANTUNES, 2022), também intencionou-se utilizar essa mesma plataforma, mas devido a problemas de agenda das professoras colaboradoras, as entrevistas foram realizadas por escrito e subsidiadas pelo aplicativo WhatsApp. Ambas as pesquisas utilizaram roteiros previamente planejados e construídos com perguntas flexíveis para melhor compreensão dos entrevistados e que respondessem aos seus respectivos objetivos de pesquisas.

Agência como uma competência dos estudantes

Na primeira pesquisa (SOARES, 2020), considera-se que a apreensão de sentidos acerca dos dados e informações obtidos durante as entrevistas realizadas em grupo não pode ser considerada como uma tarefa simples; fato que levou à tomada de três procedimentos para assimilação dos sentidos e significados das narrativas: *pré- indicadores, indicadores* e os *núcleos de significação*, a partir das contribuições de Aguiar e Ozella (2006). A união dos *pré-indicadores* e *indicadores* tornou possível a identificação do *núcleo de significação*, intitulado de *Os estudantes como agência no desenvolvimento curricular em Matemática*.

A partir do material qualitativo obtido com as respostas às entrevistas realizadas com os professores participantes, articulamos as falas aos contextos sócio-históricos. Para a constituição do núcleo de significação, aglutinamos os indicadores referentes a expressões e palavras que apresentam sentidos como "a realidade da turma"; "nível geral da turma"; "realidade que a turma apresenta"; "dificuldades dos estudantes"; "a turma está aquém às propostas do material curricular", entre outras.

[601] Epidemia causada pelo vírus SARS-CoV-2, que rapidamente se alastrou pelo mundo, configurando-se em uma pandemia. Em março de 2020, as autoridades brasileiras adotaram medidas sanitárias, como o isolamento social.

Desse modo, as narrativas deste núcleo nos direcionam para a compreensão do perfil dos estudantes como fatores determinantes para a condução, pelos professores, dos processos de ensino, à organização curricular e à escolha do material ou parte dele para planejamento e desenvolvimento do currículo em sala de aula. Essas proposições nos direcionam para a questão dos *estudantes como agência no desenvolvimento curricular em Matemática.*

De acordo com as narrativas dos professores, podemos inferir que as situações em que eles precisam selecionar o material curricular ou mesmo parte dele para subsidiar as aulas de Matemática são sempre apoiados nas necessidades dos estudantes. Essas necessidades de que falamos estão relacionadas aos conhecimentos sobre a Matemática, seu ensino, a realidade cotidiana da sala de aula e, principalmente, o perfil dos estudantes.

Nesse contexto, podemos afirmar que, no caso que discutimos, os estudantes assumem o papel de agência no desenvolvimento curricular da Matemática. Dito em outras palavras, as necessidades de aprendizagem, as dificuldades de compreensão de determinado conteúdo ou mesmo a ausência de conhecimentos basilares para aprender Matemática são elementos considerados como importantes pelos professores.

Trazemos para dialogar com nosso *corpus* textual as teorizações de Ball e colaboradores (BALL, HILL e BASS, 2005; BALL, THAMES e PHELPS, 2008), que

caminham paralelamente para este mesmo ponto, quer seja, o *conhecimento do conteúdo e dos estudantes.* Neste caso, tão importante quanto o conhecimento que o profissional docente precisa apreender para ministrar aulas de Matemática, é relevante para o grupo de professores participantes da pesquisa a identificação e reconhecimento das necessidades de aprendizagem dos estudantes que estão sob sua tutela. Vejamos que os excertos a seguir coadunam com essas assertivas:

> Mônica: *A gente procura na escolha do material didático, do livro didático utilizar todos os recursos que a gente tem, no sentido de bagagem de conhecimento, até mesmo sobre a vida do aluno.*
>
> Hélder: *Primeiramente, eu vou de acordo com o "desenrolar" da turma para ver onde eu tenho que focar para absorver mais o conhecimento deles. Óbvio que uso as referências bibliográficas dos livros, mas na maioria das vezes, eu uso mais minha experiência de todos esses anos que eu trabalho eu conheço o dia a dia do aluno para focar mais onde eles têm a dificuldade.*

Glaucimária: *Para complementar o que os colegas já falaram, a escola já vem com os documentos curriculares. Esse ano foi a BNCC e uma vez que a escola tem que seguir, a escolha do livro didático muitas vezes, tem que olhar a realidade da turma. Se eu estou na turma de 8º ano e o livro não vale mais para o próximo ano, eu vou trabalhar com essa turma no nono ano. Mas, qual é a realidade dela?*

Rogério: *A gente segue também o livro porque a gente tem que utilizá-lo, pois eles estão sendo distribuídos para os alunos. Mas, também, a gente trabalha também, mas foge do livro com complementações no dia a dia. Como você sabe, há anos fazendo isso... tem aquela clientela que a gente sabe das dificuldades. Por um outro lado, segue o livro, mas, também, adaptando ao cotidiano.*

Ao observarmos atentamente os excertos podemos perceber a importância dada ao ensino da Matemática por esse grupo de professoras e professores mas, sobretudo, seus discursos revelam a agência como competência dos estudantes. Vejamos que as habilidades de capacidade de *design* pedagógico, teorizada por Brown (2002) e que fora, posteriormente, tomada por Ball e colaboradores (BALL, HILL e BASS, 2005; BALL, THAMES e PHELPS, 2008) por meio das diferentes categorias de conhecimento, é evidenciada por meio de atitudes, procedimentos e práticas dos professores. Eles narram que a forma como os estudantes aprendem, as questões que dificultam esta aprendizagem e como eles constroem as aprendizagens matemáticas são aspectos a serem considerados quando se relacionam com materiais curricular para ler, interpretar, avaliar e selecionar atividades.

Em suas narrativas, as professoras e os professores dão ênfase à capacidade de *design* pedagógico proposto por Brown (2002) mas, também, considera primordiais as necessidades de aprendizagens dos estudantes. Para este grupo de professores participantes, a agência também é deslocada para os estudantes no desenvolvimento curricular da Matemática. As narrativas transcritas a seguir fortalecem esse entendimento:

Rogério: *Acho que este é o ponto principal ao tratar das dificuldades que a gente enfrenta quando trabalhamos com livro didático que é a questão de o livro estar muito além dos conhecimentos que os alunos possuem. Os meninos estão muito aquém do livro didático e a gente acaba tendo que fazer diariamente, além de buscar outros recursos, a gente tem que, praticamente fazer uma tradução da linguagem apresentada no livro.*

Glaucimária: *A gente sabe que existem livros mais complexos, que abordam os conteúdos de maneira mais complexa, então, na hora de buscar esses materiais para trabalhar ou de buscar outros meios para complementar a minha aula, o meu planejamento, como eu vou executar semanal ou quinzenalmente, eu sempre tenho que ter um olhar para o perfil da minha turma.*

Hélder: *Eu não fico muito preso ao livro. Óbvio que eu tenho que saber o que eu tenho que passar de acordo com o Novo Currículo e com a BNCC, mas eu procuro adequar à realidade da minha turma.*

Mônica *Eu volto sempre a bater na tecla, muitas vezes de acordo com a realidade da turma, você não vai conseguir trabalhar todos os conteúdos que estão dispostos dentro do planejamento anual, bimestral ou semestral.*

De modo similar, as professoras participantes da segunda pesquisa (ANTUNES, 2022) evidenciam em suas narrativas aspectos que convergem para o entendimento que seus estudantes — no que se refere ao perfil da turma, as dificuldades de aprendizagem, os modos como se comportam diante das atividades, o que indicam como necessidade de aprendizagem e a capacidade para aprender — é o que determina os modos como lêem, interpretam, avaliam e selecionam materiais curriculares ou parte deles para desenvolver o currículo de Matemática, como ilustram os excertos seguintes:

Amélia: *Pude observar que principalmente os livros didáticos especificamente o de Matemática, pouco aborda atividades voltadas a essa realidade, sendo necessário pesquisas e até mesmo interdisciplinar com outros conteúdos para que os alunos pudessem de fato, ter algum aprendizado próximo a realidade.*

Margarete: *O livro didático é avaliado e adaptado por mim, conforme prescrito pelo currículo, os objetivos das aulas, e de acordo com a realidade da escola e dos alunos.*

Estela: *Procuro observar aquilo que considero mais importante para a aprendizagem da turma, levando em consideração suas necessidades.*

As narrativas dessas três professoras indicam o quanto o *conhecimento do conteúdo e dos estudantes*, discutido por Ball e colaboradores (BALL, HILL e BASS, 2005; BALL, THAMES e PHELPS, 2008), é mobilizado para planejar e selecionar atividades para o ensino. Particularmente, evidencia o conhecimento dos estudantes no que se refere àquilo que, do ponto de vista das professoras, é indicativo para conteúdos a serem abordados, níveis de demandas cognitivas subjacentes às atividades, e formas de organizar tempos e espaços para as aprendizagens.

Como agência, os estudantes e o perfil da turma operam os modos como as professoras e os professores se relacionam com os materiais curriculares; lêem e interpretam as orientações de ensino; avaliam e selecionam atividades para se promover processos de aprendizagem. Dito de outra forma, embora os materiais possam apresentar inovações pedagógicas (JANUARIO, 2022) e modos diferenciados de se pensar a organização e abordagem dos conteúdos, são os estudantes, como agência, que operam o currículo a ser materializado em forma de processos de aprendizagem.

Considerações

Os estudos que vimos realizando sobre a relação professor-materiais curriculares, no âmbito do Grupo de Pesquisa Currículos em Educação Matemática (GPCEEM), têm sinalizado para como os professores atribuem aos estudantes e o perfil da classe os fatores que operam sobre o uso de materiais ao desenvolver o currículo de Matemática e ao criar oportunidades para que as aprendizagens sejam construídas.

Considerar esse aspecto como o que determina as escolhas feitas a partir dos materiais curriculares é considerar os estudantes e o perfil da classe como agência, ou seja, os estudantes e a suas competências para operar autoridade sobre as decisões curriculares. Isso implica dizer que, para os professores que desenvolvem o currículo a partir dessa posição da agência, o processo de ensino oportunizado aos estudantes é fruto do que eles demandam nos contextos de sala de aula.

Se por um lado pode parecer interessante partir do contexto de sala de aula para se planejar os processos de ensino e de aprendizagem, por outro lado pode ser limitante no que se refere à apresentação aos estudantes de novas abordagens metodológicas dos conteúdos, de organização diferenciada dos conteúdos e de inovações pedagógicas.

A pesquisa sobre a relação professor-materiais curriculares, a partir do conceito de agência, tem indicado que professores, estudantes, materiais e o contexto institucional podem operar os modos como os materiais são usados pelos professores e os modos como o currículo de Matemática é desenvolvido. Isso tem implicações para o que é ofertado aos estudantes como processo de aprendizagem, bem como as professoras e os professores podem desenvolver o seu conhecimento profissional a partir da relação com os materiais curriculares.

Referências

AGUIAR, Wanda Maria Junqueira; OZELLA, Sérgio. Núcleos de significação como instrumento para a apreensão da constituição dos sentidos. *Psicologia: Ciência e Profissão*, Brasília, v. 26, n. 2, p. 222-246, jun. 2006.

ANTUNES, Fabricio Mendes. *Avaliação de materiais curriculares por professores que ensinam Matemática em escolas da Educação do Campo*. 2022. 101f. Dissertação (Mestrado em Educação) — Centro de Ciências Humanas. Universidade Estadual de Montes Claros. Montes Claros.

BALL, Deborah Loewenberg; HILL, Heather C.; BASS, Hyman. Knowing Mathematics for teaching: who knows mathematics well enough to teach third grand, and how can we decide? *American Educator,* Washington, v. 29, n. 1, p. 14-17, 20-22, 43-46, 2005.

BALL, Deborah Loewenberg; THAMES, Mark Hoover; PHELPS, Geoffrey. Content knowledge for teaching: what makes it special? *Journal of Teacher Education,* Washington, v. 59, n. 5, p. 389-407, nov./dec. 2008.

BROWN, Matthew William. *Teaching by design*: understanding the interaction between teacher practice and the design of curricular innovations. 2002. 543f. Tese (Doutorado em Ciências da Aprendizagem) — School of Education & Social Policy, Northwestern University, Evanston, Illinois (EUA).

COLLOPY, Rachel. Curriculum materials as a professional development tool: how a Mathematics textbook affected two teachers' learning. *The Elementary School Journal,* Chicago, v. 103, n. 3, p. 287-311, jan. 2003.

JANUARIO, Gilberto. Agência, affordance e a relação professor-materiais curriculares em Educação Matemática. *Ensino em Re-Vista*, Uberlândia, v. 27, n. 3, p. 1055-1076, set./dez. 2020.

JANUARIO, Gilberto. Desenvolvimento curricular em matemática a partir de projetos integradores: estudo com professoras em formação inicial. *Boletim online de Educação Matemática*, Florianópolis, v. 10, n. 19, p. 44-62, jul. 2022.

REMILLARD, Janine T.; KIM, Ok-Kyeong. Knowledge of curriculum embedded mathematics: exploring a critical domain of teaching. *Educational Studies in Mathematics,* v. 96, p. 65-81, mar. 2017.

SOARES, Marilene Caitano Reis Almeida. *A relação professor-materiais curriculares de Matemática*: análise na perspectiva dos conceitos de *affordance* e agência. 2020. 143f. Dissertação (Mestrado em Educação) — Centro de Ciências Humanas. Universidade Estadual de Montes Claros. Montes Claros.

Para além das disciplinas

Beyond the disciplines

Además de las disciplinas

Lilian de Campos Marinho Cruz[602]
Universidade Federal de Goiás
https://orcid.org/0000-0003-4462-4934

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Pesquisa em Educação Matemática

Resumo

A prática pedagógica não poderia desenvolver-se de outra forma do que aquela voltada ao saber/fazer produzidos no seio das necessidades humanas. Que práxis poderia ser denominada de Pedagogia Etnomatemática? Objetivando assim apresentar caminhos que respaldassem uma pedagogia voltada à etnomatemática mediante a decolonialidade e a dialogicidade, ao diálogo entre o saber/fazer social e os conteúdos curriculares. Metodologicamente refere-se a uma pesquisa bibliográfica que esteve voltada a colher e analisar as principais características das duas temáticas pontuadas e construir uma concepção de pedagogia etnomatemática que Ubiratan D'Ambrósio já vinha tecendo em suas obras. Os principais referenciais teóricos utilizados são Ubiratan D'Ambrósio, idealizador do Programa Etnomatemática, Paulo Freire diante a pedagogia freiriana, a dialogicidade e da emancipação e Catherine Walsh com a temática decolonialidade, em forma de resistência aos paradigmas impostos pela colonialidade. Os resultados se deram mediante aos percursos necessários à práxis, constituindo-se por caminhos envolvendo o "conhecer/compreender", "planejar/prever", "desenvolver" e "avaliar". Percursos construídos pela flexibilidade necessária ao reconhecimento plural dos saberes e fazeres dos sujeitos que adentram o espaço escolar. Reverberam a importância a presença da autonomia e capacidade que cada educando possui para criar as suas próprias conclusões, o próprio conhecimento, mediante a exposição e aprofundamento durante o compartilhamento de saberes e fazeres e os conteúdos curriculares.

Palavras-chave: Saber/fazer, Etnomatemática, Dialogicidade, Decolonialidade.

Abstract

Pedagogical practice could not be developed in any other way than that focused on knowing/doing produced within human needs. What praxis could be called Ethnomathematical Pedagogy? Thus aiming to present paths that support a pedagogy focused on ethnomathematics through decoloniality and dialogicity, to the dialogue between social know-how and curricular contents. Methodologically, it refers to a bibliographical research that was aimed at collecting and analyzing the main characteristics of the two punctuated themes and building a conception

[602] liliancmcruz@gmail.com

of ethnomathematics pedagogy that Ubiratan D'Ambrósio had already been weaving in his works. The main theoretical references used are Ubiratan D'Ambrósio, creator of the Ethnomathematics Program, Paulo Freire in face of Freirean pedagogy, dialogicity and emancipation and Catherine Walsh with the theme of decoloniality, in the form of resistance to the paradigms imposed by coloniality. The results were given through the paths necessary for praxis, consisting of paths involving "knowing/understanding", "planning/predicting", "developing" and "evaluating". Paths built by the flexibility necessary for the plural recognition of the knowledge and actions of the subjects who enter the school space. The importance of the presence of autonomy and ability that each student has to create their own conclusions, their own knowledge, through exposure and deepening during the sharing of knowledge and practices and curricular contents reverberate.

Keywords: Knowing/doing, Ethnomathematics, Dialogicity, Decoloniality.

Resumen

La práctica pedagógica no podría desarrollarse de otra manera que aquella centrada en el saber/hacer producido dentro de las necesidades humanas. ¿Qué praxis podría llamarse Pedagogía Etnomatemática? Con el objetivo de presentar caminos que apoyen una pedagogía centrada en las etnomatemáticas a través de la decolonialidad y la dialogicidad, para el diálogo entre saberes sociales y contenidos curriculares. Metodológicamente, se refiere a una investigación bibliográfica que tuvo como objetivo recopilar y analizar las principales características de los dos temas puntuados y construir una concepción de pedagogía etnomatemática que Ubiratan D'Ambrósio ya venía tejiendo en sus obras. Los principales referentes teóricos utilizados son Ubiratan D'Ambrósio, creador del Programa de Etnomatemáticas, Paulo Freire frente a la pedagogía freireana, la dialogicidad y la emancipación y Catherine Walsh con el tema de la decolonialidad, en la forma de resistencia a los paradigmas impuestos por la colonialidad. Los resultados fueron dados a través de los caminos necesarios para la praxis, constituidos por caminos que involucran "saber/comprender", "planificar/predecir", "desarrollar" y "evaluar". Caminos construidos por la flexibilidad necesaria para el reconocimiento plural de los saberes y acciones de los sujetos que ingresan al espacio escolar. Reverbera la importancia de la presencia de la autonomía y la capacidad que tiene cada alumno para crear sus propias conclusiones, su propio conocimiento, a través de la exposición y profundización durante la puesta en común de conocimientos y prácticas y contenidos curriculares.

***Palabras clave*:** Saber/hacer, Etnomatemática, Dialogicidad, Decolonialidad.

Introdução

Este trabalho se refere ao percurso teórico mediante a pesquisa que está em andamento, vinculada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática pela Universidade Federal de Goiás, provisoriamente intitulada "As atividades matemáticas como estratégias pedagógicas para a materialização e compreensão do saber/fazer de alunos do sexto ano de uma escola do campo". A pesquisa tem percorrido se problematizando pela necessidade da presença dos saberes e fazeres específicos, locais desses alunos, compreendendo que são necessários ao aprender, ao ensinar, ao estar no mundo.

A pesquisa tem sido justificada pelo cenário escolar que fora desenvolvido mediante a COVID-19. De forma remota a educação básica foi desenvolvida, porém alunos sem acesso à internet que residem na zona rural tiveram que se conter simplesmente com atividades impressas e disponibilizadas semanal ou quinzenalmente. Questionamos como esse material impresso poderia substituir a mediação do professor, o dialogar, a busca pela apreensão do saber/fazer acadêmico.

O contexto da pesquisa refere-se a uma escola do campo, situada no município de Itaberaí-GO, Escola Municipalizada de São Benedito, atendendo mais de 90% alunos oriundos da zona rural. Nesse sentido, caminhamos na busca por estruturar atividades matemáticas que possibilitem/influenciem que esses alunos possam compartilhar os seus saberes e fazeres, para além disso, reconhecerem a existência destes e poder perceber sua importância tanto nas suas lidas diárias quanto no espaço escolar.

Nesse percurso, nos mobilizamos quanto à necessidade de compreender a existência de uma pedagogia etnomatemática, para que então pudéssemos pensar em tarefas matemáticas. Esse processo de reflexão e imersão teórica é exposto de forma breve neste trabalho.

Acredita-se que refletir sobre a possibilidade de uma Pedagogia Etnomatemática estaria se sustentando tanto na dialogicidade, respaldando em Paulo Freire (1976; 1979; 2001), quanto na decolonialidade, respaldando em Catherine Walsh (2009; 2017). Sendo assim, constrói-se um percurso que possui tais princípios: compreendendo e reconhecendo a diversidade e a importância dessa diversidade que existe dentro e fora dos muros escolares é preciso que se dê lugar a ela, mobilizando mediante o diálogo, a criticidade, a autonomia e a liberdade que todos os sujeitos tenham a consciência do lugar que ocupam, dos seus anseios e perspectivas e que no contato com o plural construam ou não novos saberes e fazeres.

Nesse sentido, fora questionado - Que práxis poderiam ser denominadas de Pedagogia Etnomatemática? Objetivando assim apresentar caminhos que respaldassem uma pedagogia voltada à etnomatemática mediante a decolonialidade e a dialogicidade. Metodologicamente, nos debruçamos pelo contato teórico às temáticas, mediante leituras sobre o Programa Etnomatemática, a educação libertadora freiriana e a decolonialidade (interculturalidade).

Referencial Teórico

Reconhecer os princípios, as dimensões que o Programa Etnomatemática se estrutura, permite refletir sobre a existência de uma pedagogia etnomatemática, sendo: histórica, política, cognitiva, conceitual, epistemológica e educacional. A reciprocidade entre as dimensões do Programa Etnomatemática evidencia o caráter pluriepistêmico que se move em direção à emancipação dos sujeitos por meio do reconhecimento do diferente e de ações na busca pela transformação.

Nesse sentido, compreende-se que as principais vertentes teóricas que poderiam sustentar uma pedagogia etnomatemática se sustentariam nos estudos sobre a decolonialidade enquanto alteridade, resistência e ação, e a pedagogia libertadora de Paulo Freire, atribuindo destaque à dialogicidade, ao anúncio e a emancipação.

A etnomatemática

É necessário compreender que a etnomatemática não se resume a compreensão de uma matemática identificável ou traduzida, pois essa compreensão não pode estar delimitada pelo olhar de um observador imerso no estereótipo de uma matemática eurocêntrica. De acordo com D'Ambrósio (2002), etnomatemática se refere aos instrumentos materiais e imateriais criados por comunidades (etnos) para a compreensão do que está à sua volta e como forma de poder sobreviver. Esse corpo de saberes e fazeres podem não fazer sentido para os sujeitos que não participam do grupo no qual foram criados.

Autores como Cruz e Daúde (2021) destacam as diversas formas de produção do saber/fazer sob uma perspectiva etnomatemática, assegurando a existência de saberes e fazeres específicos de grupos/comunidades, na qual sua existência e transcendência se refere a sua difusão que por vezes pode ser considerada como um processo educativo, ou presente nos processos de ensino e aprendizagem desde que resgatem esses saberes e fazeres específicos. Para D'Ambrósio (1990), existe uma diversidade de grupos culturais em que se pode perceber uma matemática própria, dentre eles comunidades rurais, grupos de trabalhadores, sociedades indígenas, classes profissionais, entre tantos outros.

Existe, portanto, uma direta relação entre "plural", "cultural" e "sobreviver/transcender". Ao considerar a existência de saberes e fazeres outros, subentende-se a valorização e transcendência desses grupos ao decorrer dos tempos. A sala de aula se torna mais um espaço que permite a difusão e transcendência, bem como o reconhecimento dessa existência que não pode se dar somente por menções de culturas ou curiosidades étnicas trazidas pelo professor, mas a condução do diálogo e investigação precisa envolver-se no contexto dos estudantes e trazer à tona esses saberes e fazeres que se multiplicarão nesse cenário.

A decolonialidade

O corpo de conhecimento vigente que perpetua na sociedade refere-se a um conjunto de saberes e fazeres que são específicos de uma comunidade, mas que são considerados únicos e universais. Estudos pautados na decolonialidade problematizam esse processo apontando uma ruptura necessária, pois a decolonialidade não se estrutura teoricamente na intenção de "apagar" o processo de colonização ocorrido, mas a partir dele discutir a consecução de novos saberes e fazeres diversos e existentes que são tidos como "outros" fugindo da "lógica colonial" (BOZZANO, 2018).

Constitui uma epistemologia que busca mais do que universalizar seus conhecimentos, mas invisibilizar/silenciar conhecimentos "outros", processo estruturado pela colonialidade. Muller e Ferreira (2018) pontuam que, sob um viés colonial, as identidades dos sujeitos ou comunidades poderiam ser mensuradas e classificadas diante uma lógica padronizada pela sociedade dominante. Soria (2017) descreve que a colonialidade representa a codificação das relações sociais em termos de raça, bem como a subsunção de todas as formas de trabalho e da formação de capital. Para Catherine Walsh (2017), a decolonialidade refere-se à construção de outros modos de fazeres e saberes imbricados pela colonialidade que é irreversível.

Walsh (2009) destaca o multiculturalismo neoliberal como uma união entre interculturalidade e neoliberalismo, configurando formas outras de dominação eurocêntrica, influenciando a crença de que "o reconhecimento da diversidade e a promoção da sua inclusão, o projeto hegemônico de antes está dissolvido" (WALSH, 2009, p. 14), mas o que de fato está "dissolvido" é o controle social. A criticidade diante esse cenário de influências estrutura-se tanto na decolonialidade quanto na interculturalidade. Para Walsh (2009) é preciso uma "pedagogia e práxis orientadas ao questionamento, transformação, intervenção, ação e criação de condições radicalmente distintas de sociedade, humanidade, conhecimento e vida" (WALSH, 2009, p. 14).

A decolonialidade se estrutura na visibilidade necessária às resistências sociais, políticas e epistemológicas fortificadas pela construção de estratégias que ressignificam esses saberes e fazeres por tempos silenciados.

A pedagogia libertadora

A pedagogia libertadora a qual nos referimos faz menção aos trabalhos de Paulo Freire, educador brasileiro que contribui para que se pudesse perceber os processos de ensino e aprendizagem de uma nova forma, um processo que reconhece os saberes e fazeres populares na medida que os considera como basilares para se pensar estratégias pedagógicas, nos mais diversos níveis de ensino. Questões como a libertação do oprimido, da necessidade de ética, estética e programas que subsidiem a permanência de educandas e educandos são necessários para que, então, haja educação. Segundo Freire (1979), um sistema precário de educação que se desenvolve mediante uma busca a manter o *status quo*, convivendo com o analfabetismo em larga escala como reflexo de doenças, fome, miséria, criminalidade e mortalidade.

Para Freire (1967), a pedagogia libertadora somente se efetiva mediante a participação livre e crítica do educando. Liberdade para o diálogo e para o silêncio. Uma pedagogia pautada na experiência do educando, que dela se motive a descobrir o que ainda não sabe, por descoberta encontrar o mundo e nele se fazer gente de direitos, gente que cunhada pelo colonialismo busca por resistência, mas uma resistência consciente, conscientizadora, que mobiliza pela aversão à dominação, à violência moral e física.

Freire (2001, p. 39), contudo indica uma resistência fecunda na escola, na qual um "ranço autoritário" não permite pressentir, de um diálogo entre saberes com a presença popular na escola, mediante uma concepção de deterioração da democracia subsidiada pela presença das classes populares nas escolas, ruas e praças, "[...] denunciando a feiúra do mundo e anunciando um mundo mais bonito." O anúncio de algo não estático, de uma luta coletiva pela democracia, esta última corporificada pela própria luta.

Metodologia de Pesquisa

Metodologicamente, realizou-se uma pesquisa de cunho bibliográfico e descritivo, estruturando uma base teórica para a construção de um possível percurso a uma pedagogia etnomatemática.

Descrição e Análise de Dados

Pedagogia etnomatemática? Não como método de ensino mas como um olhar "outro" sobre o ensino e a aprendizagem. Não como causa-efeito, preocupando-se com os contextos sociais que adentram a sala de aula e que não podem continuar a serem silenciados. Por vezes, as próprias estratégias pedagógicas selecionadas pelos professores estruturam-se na predominância de uma matemática acadêmica, ou na sua substituição por outras matemáticas, ou ainda, a crença de que essas outras matemáticas apenas ganhem presença na sala de aula como conhecimentos que serão substituídos posteriormente ou utilizados como facilitadores.

Por entender a necessidade de uma pedagogia (ofício do ensino) que reconsidere a pluralidade que compõe o espaço escolar e considerando que as diversas culturas ou grupos/comunidades produzem formas outras de compreender e estar no mundo, produzindo artefatos e mentefatos inerentes a sua sobrevivência e transcendência, acredita-se que o espaço escolar precisa considerar esse saber/fazer, planejando e criando mecanismos estratégias para que aporte intelectual ganhe presença, não em uma tentativa que esse saber/fazer substitua, mas que ganhe espaço como forma de compreender essa pluralidade.

Uma práxis que considere o saber/fazer de cada educando e que permita a relação com novas informações, já que esse todo se constrói mediante a transformação, não estático, uma fluidez que somente assim se faz se houver sentido, uma criticidade que é permeada pelo questionamento, reconhecimento e descobrimento, reconhecendo-se a si próprio como sujeito produtor de saberes e fazeres e por isso mais do que capaz da compreensão, imersão, transformação ao se deparar com saberes outros. De certo modo, uma ação emancipadora.

De acordo com D'Ambrósio (2008, p. 4), "A etnomatemática propõe uma pedagogia viva, dinâmica, de fazer o novo em resposta a necessidades ambientais, sociais, culturais, dando espaço para a imaginação e para a criatividade." Se justifica pelo semeio de uma quebra de paradigmas, de uma ideologia pautada na existência de um único corpo de conhecimento – o vigente. Práticas que impulsionem a criatividade, a curiosidade pela descoberta, investigando a "normalidade" que estrutura o sujeito social, mesmo que para isso burle crenças ou mitos inegáveis e busque nos saberes e fazeres marginalizados fundamentos para compreenderem a existência de uma sociedade plural. Encontrar caminhos que levem os estudantes a repensarem suas condições sociais, de vida. Reconhecer as limitações impostas, que torna consequentes suas expectativas de vida, permitem desvencilhar-se da dominação.

Uma pedagogia etnomatemática precisa estar amparada na pluralidade. Estruturar-se nas subjetividades e ser tão específica quanto os anseios e perspectivas que se envolvem no universo de um educando. Conforme a visão de D'Ambrósio (2001, p. 43), "Conhecer e assimilar a cultura do dominador se torna positivo desde que as raízes do dominado sejam fortes. Na educação matemática, a etnomatemática pode fortalecer essas raízes."

Conhecer/compreender - reconhecer

Pode ser que só refletir sobre a realidade da educação básica, levando em conta aos desafios que são impostos ao educador, do tempo que possui para "ensinar" e dos fins que a sociedade espera obter mediante tal ofício, resulta numa racionalidade que distancia essa realidade a uma proposta de compreensão dos educandos, devido a diversos fatores, o mais emplacar - o tempo!

Se já é tão curto ministrar dezenas de conteúdos de forma superficial, como então os professores teriam tempo para desenvolver todo esse processo diariamente.

O conhecer/compreender é um "tempo" bem gasto, realizado nos primeiros contatos com a comunidade escolar e com a turma. Aos poucos, esse compreender irá se aperfeiçoando com o convívio escolar. O processo de reconhecer se faz de forma consciente em um "pré" momento escolar e após, inconscientemente, o professor vai se apoderando de características outras de seus alunos, na medida em que compartilham seus saberes e fazeres, que se sentem à vontade para descrever seus anseios e perspectivas.

O professor irá cultuar essa reciprocidade em sala, pela fala e pelo exemplo, fazendo do espaço escolar o compartilhamento das suas vivências enquanto sujeito social e professor, lembrando que ambas implicam sua performance.

Os alunos, ao perceberem a forma como o professor se sente à vontade no partilhar e possibilita essa abertura, aos poucos, espera-se que também tenham a intenção de fazer o mesmo.

A sala de aula, dentro ou fora das quatro paredes, se torna um espaço de partilha, da busca coletiva na solução de problemas, no desvendar de curiosidades, na busca pela aprendizagem, na busca pela compreensão de concepções matemáticas, na compreensão das necessidades da matemática acadêmica. No reconhecimento da importância dos conteúdos curriculares e do saber/fazer, cada qual compreendendo o seu papel na busca por uma vida digna em sociedade.

Planejar/não prever

O professor se depara com um universo pluri que estrutura os sujeitos que estarão COM ele em busca da partilha e de outro lado conteúdos curriculares que evidenciam mais uma estrutura "eurocentrada" de encaixar-se e ser reconhecido enquanto sujeito social, do que a compreensão de conhecimentos acadêmicos sistematizados em diversas áreas.

Estabelecer um link entre esses dois cenários, que inicialmente se mostram distintos, faz com que o professor repense a prática pedagógica, estruturando assim uma prática que resista aos estereótipos de "aula", mas que se torne um real e ativo momento de compartilhamento e compatibilização de comportamentos.

O professor já não consegue prever e apontar de forma linear suas ações. O professor aprende a sair dessa zona de conforto que se desenvolve mediante um planejamento rigoroso. Aprende a se desafiar. É desafiado nos questionamentos, na mediação, na busca por soluções. O momento JUNTOS se torna mais uma discussão em busca da vida plena do que a memorização de conteúdos.

A mobilização mediada pelo professor se desenvolve na busca por reconhecer a si próprio, compreender as causas que silenciam sua forma de estar no mundo, as causas que desconfiguram a sua forma de ver o mundo. Causas estruturadas em uma forma padronizada, hegemônica, epistêmica que seleciona os "aptos" a serem aceitos socialmente. Torna-se necessário reconhecer-se na resistência às opressões sociais, religiosas, raciais, econômicas etc. que vão se apoderando dos conhecimentos acadêmicos como forma de entender esse outro "eurocentrado", que compreendendo-o e resistindo à opressão. Por isso, os conhecimentos acadêmicos são tão importantes quanto os saberes e fazeres de cada sujeito. Uns estruturam sua visão de mundo e o outro os auxilia a compreender e se blindar frente à opressão.

O professor só consegue se envolver nesse enxergar a si próprio, de ser antes de ensinar a ser, mediante uma concepção de mundo outra, que compreende a opressão e por compreender os seus resultados, busca rompê-la do ideal social, que por vezes seus alunos anseiam.

Desenvolver

Antes de tudo, o “desenvolver” é estar com o outro, em busca da paz, da alegria, mesmo que seja em meio a luta e resistência.

Esse momento se baseia no diálogo, numa discussão que visa compreender o mundo e juntos criarem formas de ser e estar, pautadas nas especificidades de cada sujeito que faz presença.

O ouvir se torna o principal motivador daquele momento. Ouvir o que cada um traz, a forma como considera relevante, seus anseios e perspectivas. O compartilhar permite que o professor encontre possibilidades de problematização, essa problematização permite que o professor também contribua com as suas experiências, com os seus saberes e fazeres, com a forma como compreende o mundo. A partir dessa partilha de experiências e saberes, o professor estabelece relações com os conteúdos curriculares, por exemplo, ao modelar um problema.

Caso os alunos não tragam situações a serem exploradas, o professor pode propor situações gerais a serem tratadas pelos alunos. As situações gerais permitem que os alunos possam procurar soluções mediante os saberes e fazeres, mediante seus anseios e perspectivas, pois a “resolução” dessas situações são livres.

Ao final dos momentos, ao final do diálogo, das impressões que cada sujeito obteve mediante a partilha de saberes e fazeres, cada um transformado pelo contato com o outro, transformará ou não o seu modo de compreender o mundo. Caso perceba necessário aperfeiçoará seus saberes e fazeres. Ambos com autonomia e criticidade construirão seus conhecimentos.

Avaliar

O professor precisa mobilizar os alunos a serem fiéis a eles mesmos, a não submeterem a si próprios a enganações na busca por status. No mesmo sentido em que aprendem a aprender, aprendem também a serem éticos e críticos, observando e vivenciando de forma racional. O avaliar representa um olhar crítico diante a si próprio, ao outro, aos momentos, às aprendizagens, aos saberes e fazeres, ao estar no mundo e buscando uma vivência digna.

Algumas considerações

Compreende-se que a etnomatemática representa uma nova visão de mundo, que antes de tudo busca a consolidação da paz, respeito, o bem ao outro, independente das diferenças.

Somente pode-se pensar em desenvolver uma pedagogia respaldada nos princípios da etnomatemática, os professores que acreditam nessa visão outra de se estar no mundo com o outro.

A etnomatemática supera a contextualização, a menção a outras culturas, o modo como podemos identificar a matemática acadêmica nas particularidades e tradições culturais de vários povos, ela ultrapassa. Ultrapassa porque acredita que a consciência do lugar que ocupa representa o reconhecer enquanto sujeito. Somente partindo dessa consciência de si próprio é que o aluno poderá almejar outros saberes e fazeres. Reconhecendo a existência que os seus costumes representam saberes e fazeres específicos da sua família/comunidade e sensibilizar sobre a importância do aprender, um aprender que vai muito além da compreensão e domínio da matemática acadêmica, mas a constituição de uma escola como espaço para o compartilhar da vida.

Ao partilhar essa vida, vidas, juntos!

Referências

Bozzano, C. B. Feminismos transnacionais descoloniais: algumas questões em torno da colonialidade nos feminismos. *Revista Estudos Feministas*, Florianópolis, 27(1): e58972, 2018. DOI: 10.1590/1806-9584-2019v27n158972.

Cruz, L. de C. M.; Daúde, R. B. Etnomatemática e o Assentamento Rural Che-Guevara: pulsões de sobrevivência e transcendência no saber/fazer do assentado. *REMAT: Revista Eletrônica da Matemática*, v. 7, n. 1, p. e2004, 25 fev. 2021.

D'Ambrosio, U. *Etnomatemática*: Arte ou técnica de explicar e conhecer. São Paulo: Ática, 1990.

_______________. *Etnomatemática*: um programa. Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática. Educação matemática em Revista. São Paulo. Ano 9, n. 1, reedição, 2002, p. 07- 12.

_______________. *O programa Etnomatemático:* Uma síntese. Acta Scientía, v.10, n.1, Jan/jun.2008.

Freire, P. *Educação como prática da liberdade*. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1967.

_______________ *Conscientização*: teoria e prática da libertação. [tradução de Kátia de Mello e silva; revisão técnica de Benedito Eliseu Leite Cintra]. – São Paulo: Cortez & Moraes, 1979.

_______________ *Política e educação*: ensaios. – 5. ed - São Paulo, Cortez, 2001. (Coleção Questões de Nossa Época; v.23).

Soria, S. *Crítica, política y pedagogía decolonial*. Una lectura a contrapelo. Estudios de Filosofía Práctica e História de las Ideas / issn en línea 1851-9490 / Vol. 19 www.estudiosdefilosofia.com.ar / Mendoza / 2017.

Walsh, C. Interculturalidade crítica e pedagogia decolonial: in-surgir, re-existir e re-viver. In: CANDAU, V. M. (org.). *Educação intercultural na América Latina*: entre concepções, tensões e propostas. Rio de Janeiro: 7 Letras, 2009.

___________. Pedagogías decoloniales: Gritos, grietas y siembras de vida: Entretejeres de lo pedagógico y lo decolonial. In WALSH, Catherine. *Prácticas insurgentes de resistir, (re)existir y (re)vivir.* TOMO II. Ediciones Abya-Yala, Serie Pensamiento decolonial, 2017.

Probabilidade e uso de jogos na Escola Básica: mapeamento de pesquisas realizadas no mestrado profissional

Probability and use of games in Basic School: mapping of research carried out in the professional master's

Probabilidad y uso de juegos en la Escuela Básica: levantamiento de investigaciones realizadas en maestrías profesionales

Iuly Kristina Silva Avelar[603]
Universidade Federal de Minas Gerais – UFMG
https://orcid.org/ 0000-0001-8899-8044

Keli Cristina Conti[604]
Universidade Federal de Minas Gerais – UFMG
https://orcid.org/0000-0001-5662-2923

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Pesquisa em Educação Matemática

Resumo

Este trabalho tem como objetivo apresentar um mapeamento de pesquisas de Programas de Pós-Graduação de Mestrado Profissional que possuem como objeto de estudo a aprendizagem da Probabilidade por meio do uso de jogos na Educação Básica. É apresentada uma breve discussão teórica a respeito do ensino de Estatística e de Probabilidade no currículo brasileiro, observando as indicações realizadas na Base Nacional Comum Curricular, que incentiva os docentes a utilizarem novas estratégias e metodologias. O mapeamento das pesquisas foi realizado via internet, na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD). A partir de uma leitura exploratória, foram identificadas 13 dissertações de mestrados profissionais que estavam em consonância com o objetivo aqui desejado. Concluiu-se que existe uma escassez de pesquisas com essa temática nos mestrados profissionais brasileiros, principalmente, com foco nos estudantes dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Além disto, obtivemos um número significativo de pesquisas que abordam a Probabilidade atrelada a jogos de azar e poucas pesquisas que indicam o uso de algum recurso tecnológico. Entretanto, os 13 trabalhos identificados possuem diversos exemplos de jogos, dentre outros recursos, que podem ser utilizados de inspiração para os professores nas salas de aulas.

Palavras-chave: Educação Matemática, Ensino de Probabilidade, Jogos de Probabilidade, Mestrado Profissional.

Abstract

[603] iulyksavelar@gmail.com
[604] keli.conti@gmail.com

This work aims to is to map research from Professional Master's Graduate Programs that have as their object of study the learning of Probability through the use of games in Basic Education. A brief theoretical debate about the teaching of Statistics and Probability in the Brazilian curriculum is presented, observing the indications made in the National Curricular Common Base, which encourages teachers to use new strategies and methodologies. The mapping of the research was carried out via the internet, at the Brazilian Digital Library of Theses and Dissertations (BDTD). From an exploratory reading, 13 professional master's dissertations were identified that were in agreement with the desired objective of this study. It was concluded that there is an absence of research on this subject in Brazilian professional masters, mainly focusing on students in the Initial Years of Elementary School. In addition, we obtained a significant number of researches that approach the Probability linked to games of chance and few researches that indicate the use of some technological resource. However, the 13 works identified have several examples of games, among other resources, that can be used as inspiration for teachers in classrooms.

Keywords: Mathematics Education, Probability Teaching, Probability Games, Professional Master's.

Resumen

Este trabajo tiene el objetivo de presentar un levantamiento de investigaciones de Programas de Posgrado de Maestría Profesional que tienen como objeto de estudio el aprendizaje de la Probabilidad en la Educación Básica a través del uso de juegos. Se presenta una breve discusión teórica sobre la enseñanza de Estadística y Probabilidad en el currículo brasileño, observando las indicaciones de la Base Curricular Común Nacional, que incentiva a los profesores a utilizar nuevas estrategias y metodologías. El levantamiento de la investigación se realizó por internet, en la Biblioteca Digital Brasileña de Tesis y Disertaciones (BDTD). A partir de una lectura exploratoria, se identificaron 13 trabajos de maestría profesional afines al objetivo aquí buscado. Se concluyó que existe una escasez de investigaciones sobre este tema en las maestrías profesionales brasileñas, principalmente con foco en estudiantes de los Años Iniciales de la Enseñanza Fundamental. Asimismo, obtuvimos un número importante de investigaciones que abordan la Probabilidad relacionada a los juegos de azar y pocas investigaciones que señalen el uso de algún recurso tecnológico. Sin embargo, las 13 obras identificadas tienen varios ejemplos de juegos, entre otros recursos, que pueden servir de inspiración a los docentes en las aulas.

Palabras clave: Matemáticas, Enseñanza de Probabilidad, Juegos de Probabilidad, Maestría Profesional.

Introdução

O interesse por essa temática e a motivação por pesquisá-la surgiram a partir do desenvolvimento do projeto de pesquisa que está sendo realizado no Mestrado Profissional em Educação e Docência (PROMESTRE) da Faculdade de Educação da Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG), sob orientação da professora Dra. Keli Cristina Conti.

Durante a construção do projeto de pesquisa, que possui como objetivo geral analisar a aprendizagem de Probabilidade no 5º ano do Ensino Fundamental por meio de um jogo digital, foi realizado, como uma parte do trabalho, um mapeamento das pesquisas já realizadas, a fim de entender o que os pesquisadores têm feito na área a que se destina este projeto de pesquisa.

Portanto, para o mapeamento, foi realizada uma pesquisa, na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), com a finalidade de conhecer como a aprendizagem de Probabilidade com uso de jogos tem sido abordada nas dissertações realizadas em Programas de Pós-Graduação de Mestrado Profissional.

O objetivo do artigo é apresentar um mapeamento de pesquisas de Programas de Pós-Graduação de Mestrado Profissional que possuem como objeto de estudo a aprendizagem da Probabilidade por meio do uso de jogos na Educação Básica. A partir desse objetivo, queremos responder a alguns questionamentos, como: as pesquisas de dissertações têm utilizado os jogos para auxiliar na aprendizagem da Probabilidade? As pesquisas utilizam jogos que não são de azar? Recursos tecnológicos estão sendo utilizados nesses estudos?

O presente trabalho foi dividido em 4 partes: o referencial teórico, no qual apresentamos uma breve discussão teórica a respeito do ensino de Estatística e de Probabilidade no currículo brasileiro; a metodologia de pesquisa; a sistematização dos dados obtidos e, por fim, as conclusões.

Referencial teórico

O ensino de Estatística e de Probabilidade foi incluído na década de 80 como tópico no currículo nacional do Ensino Fundamental em diversos países. Já no Brasil, essa preocupação só se deu em 1997, com a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (Borba, Monteiro, Guimarães, Coutinho & Kataoka, 2011).

Os PCN (BRASIL, 1997) é um documento que tem como função orientar os conhecimentos comuns que devem ser abordados nos currículos das escolas em todo território nacional. Com a criação desses parâmetros, foi incluído como um dos eixos de ensino de Matemática na Educação Básica um bloco de conteúdo denominado Tratamento da Informação, sendo este bloco composto por estudos em torno das noções da Estatística, da Probabilidade e da Combinatória. Entretanto, inserir a Estatística e a Probabilidade no currículo por meio dos PCN não fez com que esse bloco de conteúdos se tornasse prioridade nas escolas do país.

Em 2017, tivemos a publicação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), sendo este um documento normativo “que define o conjunto de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica.” (Brasil, 2017, p. 9). Agora, na área da Matemática e suas Tecnologias, este conteúdo passou a fazer parte da unidade temática denominada Probabilidade e Estatística.

Assim, temos um currículo que preconiza que os conceitos estatísticos e probabilísticos devem ser inseridos na realidade escolar desde os Anos Iniciais. O que vai em consonância com Lopes (2008), que defende que esses conteúdos devem ser trabalhados desde os Anos Iniciais "para não privar o estudante de um entendimento mais amplo dos problemas ocorrentes em sua realidade social". (Lopes, 2008, p. 61). A autora ainda afirma que não é possível esperar que os estudantes iniciem o Ensino Médio para que esses assuntos sejam inseridos nas aulas de Matemática. É necessário que esses estudantes cresçam desenvolvendo as competências exigidas para se tornar um adulto crítico, com a capacidade de ler, entender e compreender gráficos, dados e análises estatísticas. Além de desenvolver o poder de tomar decisões, saber usar os conceitos probabilísticos em nosso cotidiano é essencial para que façamos análises mais assertivas em nossas tomadas de decisões e, assim, conseguirmos efetuar previsões úteis em eventos do nosso cotidiano.

Com a implementação da BNCC nas escolas, surge a necessidade de os professores utilizarem novas estratégias e metodologias para que, além de seguir o recomendado, consigam atingir os seus estudantes de forma significativa. Com esse olhar, a BNCC busca instigar os professores a desenvolver novas possibilidades de atividades, como no caso da Probabilidade, no qual ocorre o reforço de se trabalhar com os estudantes os eventos que envolvam acaso por meio de atividades que proporcionem a realização de experimentos aleatórios e simulações.

Dentre as novas estratégias, a BNCC também indica o uso de jogos com o intuito de despertar o interesse dos alunos com uma atividade mais prazerosa. Além disto, o trabalho com jogos em sala de aula "auxilia o desenvolvimento de habilidades como observação, análise, levantamento de hipóteses, busca de suposições, reflexão, tomada de decisão, argumentação e organização" (Smole, Diniz & Milani, 2007, p. 09).

Ainda na BNCC, temos a demanda de garantir aos estudantes o desenvolvimento de dez competências gerais, entre as quais duas estão relacionadas ao uso da tecnologia digital: a competência 4, que tematiza o uso das linguagens digitais, e a competência 5, que nos diz que devemos:

> Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva. (Brasil, 2017, p. 11).

Assim, um dos pilares da BNCC é a cultura digital, o que nos leva a observar que a compreensão e o uso dos recursos tecnológicos são de suma importância, devendo então ser inseridos no processo de ensino e aprendizagem da Educação Básica.

Metodologia de pesquisa

Este artigo foi elaborado sob a metodologia de mapeamento, com base em uma abordagem denominada Estado da Arte, que, de acordo com Ferreira (2002), contém um caráter bibliográfico, em que temos como intuito mapear um repertório de pesquisas que já tenham sido finalizadas. Assim, segundo o autor, esse tipo de pesquisa enfrenta como desafio mapear e discutir "uma certa produção acadêmica em diferentes campos do conhecimento, tentando responder que aspectos e dimensões vêm sendo destacados e privilegiados em diferentes épocas e lugares, de que formas e em que condições têm sido produzidas" (Ferreira, 2002, p. 258).

O mapeamento das pesquisas de dissertações foi realizado via Internet, pelo acesso ao resumo disponível na Biblioteca de Teses e Dissertações (BDTD). O intuito foi mapear as dissertações defendidas em Mestrados Profissionais brasileiros que possuem como objeto de estudo a aprendizagem da Probabilidade por meio do uso de jogos na Educação Básica. As palavras-chave utilizadas na busca foram: "Mestrado Profissional", "Jogos de Probabilidade", "Ensino Fundamental", "Anos Iniciais", "Crianças" e "Tecnologia". Não foi necessário delimitar um intervalo de tempo, pois os mestrados profissionais tiveram início no Brasil na década de 1990. Esse campo de pesquisa (Mestrado profissional) foi escolhido devido à pesquisa que originou este trabalho ser desenvolvida em programa de Mestrado Profissional.

Para alcançar o objetivo desejado neste trabalho, foi realizada uma catalogação das pesquisas mapeadas. Essa catalogação foi estruturada em torno de categorias de interesse por meio das quais obtivemos informações como: o programa e a instituição de Pós-Graduação onde a pesquisa foi realizada, o ano de defesa, o autor, o título do trabalho, os sujeitos da pesquisa e o objeto de estudo.

Descrição e análise dos dados

Com o intuito de mapear as pesquisas de Programas de Pós-Graduação de Mestrado Profissional que possuem como objeto de estudo a aprendizagem da Probabilidade por meio do uso de jogos na Educação Básica, realizamos uma pesquisa, no primeiro trimestre de 2022, na BDTD, com algumas palavras-chave605.

Inicialmente, colocamos na busca da BDTD as palavras-chave “Mestrado Profissional” e “Jogos de Probabilidade”, obtendo assim um total de 37 dissertações. Vale ressaltar que, dentre estas, 34 foram realizadas no Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT.

Ao realizarmos uma leitura exploratória desses 37 trabalhos, percebemos que oito não se enquadravam no que esperávamos ao realizar a busca. Um deles possuía como foco de estudo a Estatística, outro o estudo da Combinatória, e três trabalhos tratam sobre a inserção da Teoria dos Jogos no Ensino Médio. Da mesma forma, foram encontrados um trabalho que tinha como objeto de pesquisa o ensino de Astronomia e um outro trabalho que utilizava a Probabilidade na inteligência artificial com o intuito de gerar conteúdo adaptado para os estudantes. Por fim, um dos trabalhos encontrados tratava sobre a Probabilidade Geométrica, mas não possuía nenhuma relação com o uso de jogos.

Dentre os 29 trabalhos restantes, dez possuem como objeto de estudo o Ensino de Probabilidade somente por meio de jogos de azar, abordando os diversos jogos de loteria e seus funcionamentos, lançamentos de moedas e dados, modelos de urnas e jogos de baralho. Destaca-se que nenhum desses dez trabalhos aborda esses jogos com a intenção de os estudantes os jogarem, mas, sim, com o intuito de utilizar situações-problema oriundas do funcionamento deles em sala de aula, o que se contrapões ao que é abordado pela BNCC, que indica a realização de experimentos aleatórios e simulações para conseguir observar padrões e, assim, estabelecer as fórmulas necessárias.

A busca também resultou em seis trabalhos que analisaram a Probabilidade em jogos já existentes como exemplos a serem abordados em sala de aula para proporcionar aos estudantes uma melhor compreensão do conteúdo. Nesses casos, surgiram situações-problema em torno de jogos como: Campeonato Brasileiro de Futebol, Dados de Mozart, Monty Hall, Monopoly, Poker, entre outros.

Por fim, os 13 trabalhos restantes estavam compatíveis com o objetivo desta pesquisa. Porém, dentre eles, sete possuíam como sujeitos da pesquisa os estudantes do Ensino Médio, enquanto três estavam voltados para os estudantes dos Anos Finais do Ensino Fundamental e três contemplavam ambos os públicos. Com isso, pudemos perceber que nenhum dos trabalhos

[605] Foi realizado a busca, na BDTD, de todas as palavras-chave no singular e no plural, a fim de observar se os resultados encontrados seriam os mesmos.

encontrados possuía como público-alvo os estudantes dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Dessa maneira uma nova pesquisa foi realizada.

Assim, inserimos na busca, na BDTD, uma terceira palavra-chave, "Ensino Fundamental", obtendo assim mais 13 dissertações. Contudo, ao realizar a leitura dos títulos e resumos, percebemos se tratar dos mesmos trabalhos encontrados na busca realizada anteriormente. Realizamos duas novas buscas, agora com a terceira palavra-chave sendo "Anos Iniciais" e, em sequência, "Crianças". Em ambas as buscas foram encontrados dois trabalhos e, de maneira análoga à anterior, tratavam-se de trabalhos já encontrados. Então, nenhuma das pesquisas encontradas possui como sujeitos estudantes dos Anos Iniciais. Esse fato também vai contra o que é abordado pela BNCC e por Lopes (2008), afinal, é necessário iniciar o ensino de Probabilidade desde os Anos Iniciais.

Com intuito de encontrar mais pesquisas que abordem a tecnologia na sala de aula atrelada ao ensino de Probabilidade por meio do uso de jogos na Educação Básica, realizamos a última busca, agora com a palavra-chave "Tecnologias". Foram encontrados nove trabalhos, mas, novamente, todos já estavam entre os 37 primeiros.

Com tudo isso, selecionamos as treze pesquisas de dissertações de Mestrado Profissional que tinham relação com o objeto de estudo da pesquisa aqui presente e organizamos conforme o Quadro 1.

Quadro 1.
Pesquisas na BDTD: aprendizagem de Probabilidade por meio do uso de jogos (BDTD, 2022)

Sujeitos da pesquisa: Estudantes do Ensino Médio				
Nº	Ano	Autor	Título	Jogos mencionados
01	2013	Silva, Fabrício Menezes Netto da	Jogos no processo de ensino-aprendizagem em probabilidade	Jogo de perguntas e respostas
02	2013	Dantas, Emanuel Adriano	Probabilidade: uma reflexão teórico-prática no ensino da matemática	Mega Sena, urna da liberdade, jogo dos Discos e o relógio das probabilidades
03	2014	Borges, Pablo dos Santos	Jogo do par ou ímpar	Par ou ímpar
04	2014	Moraes, Luís Cláudio Longo	Ensino de Probabilidade: historicidade e interdisciplinaridade	A soma da sorte, Geoplano e o jogo de dardos, jogo das três portas.
05	2015	Albuquerque, Rodrigo Ricardo Cavalcanti de	O jogo dos discos: o uso da experimentação como suporte para o ensino da probabilidade	Com origem na França, ao lançar a moeda ela precisa cair no tabuleiro sem atingir as bordas do ladrilho

06	2016	Struminski, Luciane Aparecida de Freitas	Uso de jogos no ensino de matemática: uma proposta didática para o ensino de probabilidade	Bingo, lançamento de dois dados, cor exata e chances no jogo. Jogos retirados do caderno do professor do Estado de São Paulo
07	2017	Laureano, Sidomar Barbosa	Um jogo de cartas no ensino de Análise Combinatória e Probabilidade	Jogo de tabuleiro Cartas Matemáticas
Sujeitos da pesquisa: Estudantes do Ensino Fundamental Anos Finais				
08	2016	Canavezi, Leandro Souza	Uma proposta lúdica com utilização do GeoGebra para o estudo de funções quadráticas e probabilidade geométrica	Jogo de dardos adaptado: união do jogo dos discos com o jogo de dardos.
09	2016	Ciabotti, Valéria	Elaboração de livro paradidático para o Ensino de Probabilidade: o trilhar de uma proposta para os anos finais do Ensino Fundamental	Jogo do Rapa, batalha no trânsito e bingo das probabilidades
10	2018	Jesus, Marco Antônio de	Probabilidade geométrica com abordagem na esperança Matemática	Girou ganhou
Sujeitos da pesquisa: Estudantes do Ensino Fundamental Anos Finais e do Ensino Médio				
11	2015	Borges, Robinson	Resolvendo os cubos prisioneiros	Jogo dos cubos prisioneiros
12	2017	Cerizza, Talles Eduardo Nazar	Resto zero	Jogo de cartaz onde se divide uma carta da mão por uma da mesa com intuito de obter resto zero
13	2017	Nascimento, Júlio Cesar Pires do	Um estudo sobre a valorização e as dificuldades do ensino de probabilidade na educação básica	Par ou ímpar, jogo do máximo e jogo dos três dados

Com exceção da pesquisa 09 (Quadro 1), que foi realizada no Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal do Triângulo Mineiro, todas as outras foram realizadas no Programa de Pós-Graduação PROFMAT.

Gostaríamos de ressaltar que, dentre as pesquisas mapeadas, apenas quatro abordaram ou indicaram o uso de algum recurso tecnológico para uso com os estudantes. Essas dissertações podem contribuir com o surgimento de um ambiente escolar com novas possibilidades e dinâmicas, o que além de ser indicado na BNCC é foco de estudo da pesquisa de mestrado que motivou o interesse pela temática aqui pesquisada.

Ao mapear essas quatro pesquisas, temos que: a pesquisa 06 (Quadro 1) aborda a utilização de vídeos para auxiliar na compreensão do conteúdo/jogos; na pesquisa 08 (Quadro 1) o jogo utilizado foi criado dentro do software Geogebra; a pesquisa 10 (Quadro 1) utiliza o software computacional R para plotar o gráfico de convergência ao lançar dois dados e adiciona os resultados; e, por último, a pesquisa 11 (Quadro 1) utilizou planilhas eletrônicas com o intuito de determinar e manipular o espaço amostral encontrado pelos estudantes. Essas pesquisas possuem grande potencial de inspiração para outros professores, possibilitando também o alcance da cultura digital, indicada na BNCC.

Conclusões

A partir da pesquisa realizada, mapeamos estudos de Programas de Pós-Graduação de Mestrado Profissional que possuem como objeto de estudo a aprendizagem da Probabilidade por meio do uso de jogos na Educação Básica. Para isso, algumas questões foram levantadas, como: as pesquisas de dissertações têm utilizado os jogos para auxiliar na aprendizagem da Probabilidade? As pesquisas utilizam jogos que não sejam de azar? Recursos tecnológicos têm sido utilizados nesses estudos? Após as análises conseguimos indicar alguns apontamentos.

No decorrer dos trabalhos mapeados, encontramos 13 pesquisas que utilizam os jogos com o intuito de auxiliar na aprendizagem da Probabilidade na Educação Básica. Consideramos pouca a quantidade de pesquisas, ainda mais ao considerarmos que doze delas são de um único Programa de Pós-Graduação.

Tendo em vista que o estudo de Probabilidade surgiu com o intuito de estudar os jogos de azar e são, normalmente, abordados dessa maneira em livros didáticos, consideramos alta a quantidade de pesquisas encontradas que abordam jogos de azar. Precisamos levar em consideração que a pesquisa mais antiga encontrada foi publicada em 2013.

Pensando em utilizar os jogos em sala de aula, para além da problematização das situações-problema oportunizadas por eles, apenas seis das pesquisas encontradas, que utilizavam jogos, não possuíam esse olhar. Acreditamos ser um bom indicativo, afinal a maioria dos trabalhos estão com foco na prática desenvolvida com o estudante.

Avaliamos que a quantidade de pesquisas que utilizam recursos tecnológicos ainda é pouca, apenas quatro. O ensino de Probabilidade possibilita o uso desses recursos e pode sinalizar que o tema carece de mais pesquisas que possam contribuir com a melhoria da educação brasileira, em especial a educação pública, além de levar em conta a essência do mestrado profissional, da produção de conhecimentos e do aprimoramento de profissionais de educação.

Ainda que a quantidade de pesquisas que abordem o tema desejado tenha sido baixa, elas não foram irrelevantes. Os trabalhos possuem diversos exemplos de jogos, dentre outros recursos, que podemos utilizar de inspiração para os professores nas salas de aulas. É importante ressaltar que faltam pesquisas em que o público seja as turmas do Ensino Fundamental, principalmente, Anos Iniciais. Acreditamos que, ao dar continuidade à nossa pesquisa, com esse foco, podemos auxiliar de maneira direta a prática e a inserção desse conteúdo nas salas de aulas desde os primeiros anos escolares.

Referências

Albuquerque, R. R. C. de. (2015) *O jogo dos discos: o uso da experimentação como suporte para o ensino da probabilidade.* [Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal do Rio Grande do Norte]

Borba, R. E. de S.; Monteiro, C. E.; Guimarães, G. L.; Coutinho, C.; Kataoka, V. Y. (2011). Educação Estatística no ensino básico: currículo, pesquisa e prática em sala de aula. *EM TEIA - Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana, 2(2).*

Brasil. (2017). Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular (BNCC).* Educação é a Base. Secretaria da Educação Fundamental. Brasília.

Brasil. (1997). Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática.* Brasília.

Borges, P. dos S. (2014). *Jogo do par ou ímpar.* [Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal de Goiás].

Borges, R. (2015). *Resolvendo os cubos prisioneiros.* [Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal de Goiás].

Canavezi, L. S. (2016). *Uma proposta lúdica com utilização do Geogebra para o estudo de funções quadráticas e probabilidade geométrica.* [Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal de São Carlos]

Cerizza, T. E. N. (2017). Resto zero. [Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade de São Paulo].

Ciabotti, V. (2016*). Elaboração de livro paradidático para o Ensino de Probabilidade: o trilhar de uma proposta para os anos finais do Ensino Fundamental.* [Dissertação de Mestrado em Educação, Universidade Federal do Triângulo Mineiro].

Dantas, E. A. (2013). *Probabilidade: uma reflexão teórico-prática no ensino da matemática.* [Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática, Universidade Federal de Campina Grande].

Ferreira, N. S. A. (2022). As pesquisas denominadas "estado da arte". Educação & Sociedade, 23(79), p. 257-272.

Jesus, M. A. de. (2018). Probabilidade geométrica com abordagem na esperança Matemática. [Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática, Universidade Federal do Tocantins].

Laureano, S. B. (2017). *Um jogo de cartas no ensino de Análise Combinatória e Probabilidade.* [Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática, Universidade Federal do Tocantins].

Lopes, C. E. (2008). O Ensino da Estatística e da Probabilidade na Educação Básica e a formação dos professores. Cad. Cedes, 28(74), 57-73.

Moraes, L. C. L. (2014). Ensino de probabilidade: historicidade e interdisciplinaridade. [Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro].

Nascimento, J. C. P. do. (2017). Um estudo sobre a valorização e as dificuldades do ensino de probabilidade na educação básica. [Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro].

Silva, F. M. N. da. (2013). Jogos no processo de ensino-aprendizagem em probabilidade. [Dissertação de Mestrado em Ciências Exatas e da Terra, Universidade Federal de São Carlos].

Smole, K. S.; Diniz, M. I.; Milani, E. (2007). *Cadernos do Mathema: Jogos de Matemática de* 6º ao 9º ano. Porto Alegre, RS: Artmed.

Struminski, L, A, de F. (2016). *Uso de jogos no ensino de matemática: uma proposta didática para o ensino de probabilidade.* [Dissertação de Mestrado em Matemática, Universidade Estadual de Ponta Grossa].

O ver e o visualizar na geometria: alguns exemplos em livros didáticos

Seeing and visualizing in geometry: some examples in textbooks

Ver y visualizar en geometría: algunos ejemplos en libros de texto

Cleide R. M. Arinos[606]
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS – MS)
https://orcid.org/0000-0001-9510-5590 2

José L. M. de Freitas [607]
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS)
Universidade Anhanguera Uniderp (UNIDERP – MS)
https://orcid.org/0000-0001-5536-837X

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Pesquisa em Educação Matemática

Resumo

Neste artigo examinamos duas atividades de geometria presentes em um livro didático dos anos iniciais do Ensino Fundamental e trazemos uma possibilidade de atividade para ser desenvolvida no GeoGebra 3D. Examinamos como a percepção dos alunos sobre os desenhos na geometria pode evoluir da visualização icônica a não icônica para a aprendizagem de geometria. Mostramos que a desconstrução dimensional e instrumental possui um papel central nesta evolução. Apresentamos uma análise com base num referencial teórico em relação a estes três exemplos de atividades e mostramos como a transição entre diferentes representações pode contribuir com a aprendizagem da geometria.

Palavras-chave: Desenho, Figura, Geometria Dedutiva, Ensino Fundamental.

Abstract

In this article we examine two geometry activities present in a textbook from the early years of Elementary School and we bring a possibility of activity to be developed in GeoGebra 3D. We examine how students' perception of drawings in geometry can evolve from iconic to non-iconic viewing to geometry learning. We show that dimensional and instrumental deconstruction plays a central role in this evolution. We present an analysis based on a theoretical framework in relation to these three examples of activities and show how the transition between different representations can contribute to the learning of geometry.

Keywords: Drawing, Figure, Deductive Geometry, Elementary School.

[606] cleide.arinos@ufms.br
[607] joseluizufms2@gmail.com

Resumen

En este artículo examinamos dos actividades de geometría presentes en un libro de texto de los primeros años de la Enseñanza Primaria y traemos una posibilidad de actividad para ser desarrollada en GeoGebra 3D. Examinamos cómo la percepción de los estudiantes de los dibujos en geometría puede evolucionar desde la visualización icónica a la no icónica hasta el aprendizaje de la geometría. Mostramos que la deconstrucción dimensional e instrumental juega un papel central en esta evolución. Presentamos un análisis basado en un marco teórico en relación con estos tres ejemplos de actividades y mostramos cómo la transición entre diferentes representaciones puede contribuir al aprendizaje de la geometría.

Palabras clave: Dibujo, Figura, Geometría Deductiva, Escuela Primaria.

Introdução

Este artigo traz alguns resultados teóricos de uma tese de doutorado, em construção, desta pesquisadora com seu orientador. Assim, iremos mostrar como os desenhos na geometria possuem um papel central para a aprendizagem, mas podem se tornar um obstáculo (DUVAL, 2005; MITHALAL & BALACHEFF, 2019).

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2017, p.271) ressalta que a geometria abrange o estudo de uma gama de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas de diferentes áreas do conhecimento e do mundo físico. Assim, investigar relações entre as diferentes representações semióticas pode contribuir para desenvolver o pensamento geométrico dos alunos. Esse pensamento, segundo a BNCC, é necessário para fazer conjecturas, investigar propriedades e construir argumentos geométricos pertinentes, os quais contribuem para a prova matemática. Além disso, a geometria dedutiva faz parte das competências e habilidades exigidas para o Ensino Médio (BNCC, 2017).

Para atingir um nível esperado de aprendizagem geométrica é necessário iniciar a abordagem da geometria por meio de atividades específicas, de acordo com o nível de escolaridade, que envolvam a manipulação de objetos concretos e, posteriormente, o aprofundamento de conceitos. Nesse processo devem ser considerados tanto aspectos práticos quanto teóricos. Questionamentos, experimentações, justificativas, conjecturas, verificações e provas devem ser também considerados (BNCC, 2017; BELLEMAIN & LIMA, 2010).

No estudo de geometria é preciso valorizar atividades de visualização e manipulação de objetos do mundo físico, como as representações de desenhos ou imagens (BELLEMAIN; LIMA, 2010).

Os livros didáticos possuem um papel fundamental nesse caminhar, pois é por meio dos desenhos que os alunos devem descobrir e compreender as propriedades e as relações entre os conceitos geométricos. Para isso, é imprescindível distinguir desenho de figura[608] (MITHALAL; BALACHEFF, 2019). Isso será mais detalhado neste artigo.

Pensar nisso é importante pois há um desempenho insatisfatório dos alunos em questões relativas a geometria. Talvez, esse desempenho insatisfatório esteja relacionado a complexidade dos conceitos matemáticos envolvidos (BELLEMAIN; LIMA, 2010).

Para Souza (2018) a ausência de atividades nos livros didáticos que abordem a desconstrução dimensional possa explicar alguns bloqueios que os alunos encontram ao resolver problemas geométricos (SOUZA, 2018). Estudos sobre a desconstrução dimensional são recentes e atividades com essa intencionalidade ainda não integram os livros didáticos. Existem poucas pesquisas que abordam a desconstrução dimensional das formas geométricas considerando a aprendizagem de conceitos com alunos do Ensino Básico no Brasil (SOUZA, 2018). Contudo, iremos mostrar que essa desconstrução é exigida ao resolver alguns problemas em geometria.

Analisaremos algumas possíveis tensões entre: desenho e figura; ver e visualização. Acreditamos que as diferentes representações, incluindo as manipulações no *GeoGebra 3D*, podem reduzir essa tensão, bem como contribuir para a aprendizagem da geometria dedutiva. Para isso nos apoiamos em Duval (2005), Mithalal & Balacheff (2019) e em Mithalal (2011).

A visualização na geometria

Para a aprendizagem de geometria Duval (2005), distingue duas maneiras de compreender um desenho, designado pelo termo "*visualização*[609]". Para Duval (2005), existem dois modos de visualizar um desenho: o *icônico* (*botanista* e *agrimensor*) e o *não-icônico* (*construtor* e *inventor*). Essas modalidades orientam a exploração e a interpretação em um desenho.

O termo *botânico* é usado para reconhecer e nomear as figuras[610]. O *agrimensor* é usado quando se realizam medidas em um terreno ou superfície e se consegue representar essas

[608] O termo figura é designado para figura geométrica.

[609] Para Mithalal e Balacheff (2019) *visualização* significa ver uma figura e interpretar o que é percebido. Essa interpretação depende de definições, conceitos, teoremas, ...

[610] "Segundo Laborde e Capponi, uma figura é uma associação de um referente teórico definido por uma conjunção de propriedades geométricas, o objeto geométrico, e um conjunto de desenhos, suas representações. Assim, um desenho pode ser considerado por si só, como um objeto gráfico, ou como uma das possíveis representações de

medidas no papel. O *construtor* é requerido quando se constroem figuras, por exemplo com régua e compasso ou algum *software* como o geogebra. O *inventor* é mobilizado quando se adicionam traços à figura de partida para descobrir um procedimento de resolução por meio de operações e modificações nela, como a decomposição e a reconfiguração.

Para Duval (2005), a visualização icônica é a abordagem mais espontânea de um desenho. É por isso que, dependendo da posição de um quadrado, alguns alunos o identificam como um losango, mas não como um quadrado (MITHALAL; BALACHEFF, 2019). A visualização icônica é o modo mais usual de visualização usada no ensino (DUVAL, 2005).

Essa percepção imediata que se tem sobre os desenhos na geometria pode gerar bloqueios e comprometer aprendizagens de outros conteúdos. Permanecer neste tipo de visualização pode se tornar um obstáculo para mobilizar a geometria dedutiva, pois envolve um trabalho tanto experimental quanto analítico dos desenhos.

Na visualização não-icônica o desenho é uma das representações do objeto geométrico. A forma e aparência não são os aspectos mais relevantes. Pois,

> O desenho é visto como a montagem de componentes de menor dimensão, as unidades figurais (pontos, linhas, segmentos, círculos). Portanto não há contradição entre modificar um desenho e considerar que ele permanece sendo uma representação do mesmo objeto (MITHALAL; BALACHEFF, 2019, p.164, tradução nossa).

Contudo, passar da visualização icônica para a não icônica não é fácil, nem natural. Para Duval (2005) passar da visualização icônica a não-icônica "constitui uma mudança profunda de olhar, que frequentemente é ignorada no ensino" (DUVAL, 2005, p. 9).

Duval (2005), explica que o uso de desenhos em geometria envolve três operações distintas: desconstrução mereológica, desconstrução instrumental e desconstrução dimensional, as quais iremos utilizar nas desconstruções instrumental e dimensional, relacionando desenho e figura.

Na visualização não-icônica o desenho é uma das representações do objeto geométrico, constituído de objetos de dimensões inferiores (retas. pontos, ...). Esses termos são designados por unidades figurais.

A desconstrução instrumental permite construir um objeto usando instrumentos dados como régua e compasso ou o *GeoGebra*. Isso requer a habilidade de ver o objeto como resultado de um processo construtivo, apoiado necessariamente nas propriedades geométricas. Esse

---

um objeto geométrico. Então resolver problemas de geometria nunca é puramente dedutivo, mas envolve ir e voltar entre ambos (PARZYSZ, 2006, p. 128)." (MITHALAL; BALACHEFF, 2019, p.163, tradução nossa).

processo tem início pelas unidades figurais de dimensões menores. A percepção serve de controle para a construção (MITHALAL, 2011).

A desconstrução dimensional, para Mithalal (2011), consiste em olhar o objeto como um conjunto de unidades figurais por meio de propriedades geométricas. Essa desconstrução requer separar em unidades figurais e organizá-las geometricamente de acordo com o papel que cada propriedade geométrica designa. Assim, um quadrado é visto formado por quatro segmentos de mesma medida, ortogonais, ou como quatro vértices A, B, C e D, tal que: AB=BC=CD=DA. Essas formulações são duas desconstruções dimensionais diferentes do quadrado (MITHALAL, 2011).

Permanecer na visualização icônica no ensino pode gerar entraves e bloqueios para a aprendizagem de geometria, pois a evidência visual que se tem sobre os desenhos pode se tornar um obstáculo (DUVAL, 2005). Segundo Duval (2005) passar da visualização icônica a não-icônica são condições cognitivas para a aprendizagem de geometria.

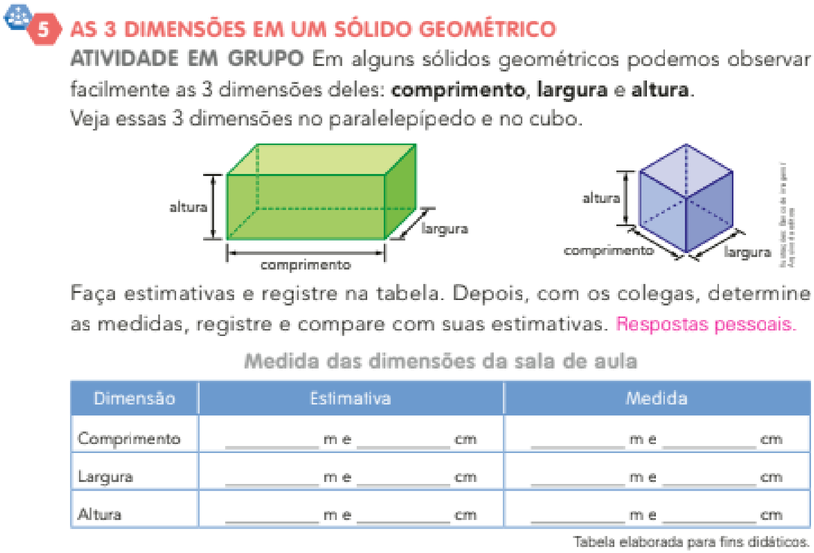
Mostramos como se opera a visualização icônico e a não-icônica em dois exemplos de atividades de um livro didático de matemática do 4º ano do Ensino Fundamental. Essas visualizações estão presentes no ensino da geometria. No entanto, para a aprendizagem de geometria é importante considerar a desconstrução dimensional. Para Duval (2005) essa operação tem um papel central para a aprendizagem.

Discussão de duas atividades no livro didático

Nesta atividade (figura 1) o paralelepípedo e o cubo (3D) estão representados em 2D. Nesta representação o paralelepípedo possui as três dimensões distintas e o cubo as três dimensões com a mesma medida. Um modo de validar isso é inscrevendo o cubo numa circunferência com compasso. O cubo, dependendo da percepção do estudante, também pode ser visto como um hexágono.

Figura 1.

Visualização icônica (Dante, 2017, p.41)


5 AS 3 DIMENSÕES EM UM SÓLIDO GEOMÉTRICO

ATIVIDADE EM GRUPO Em alguns sólidos geométricos podemos observar facilmente as 3 dimensões deles: **comprimento**, **largura** e **altura**.
Veja essas 3 dimensões no paralelepípedo e no cubo.

Faça estimativas e registre na tabela. Depois, com os colegas, determine as medidas, registre e compare com suas estimativas. Respostas pessoais.

Medida das dimensões da sala de aula

Dimensão	Estimativa	Medida
Comprimento	______ m e ______ cm	______ m e ______ cm
Largura	______ m e ______ cm	______ m e ______ cm
Altura	______ m e ______ cm	______ m e ______ cm

Tabela elaborada para fins didáticos.

A resolução dessa atividade é baseada nas formas dessas figuras e nas suas características perceptivas. A percepção serve de controle para validar a resposta. Com a régua é possível verificar as medidas de cada aresta.

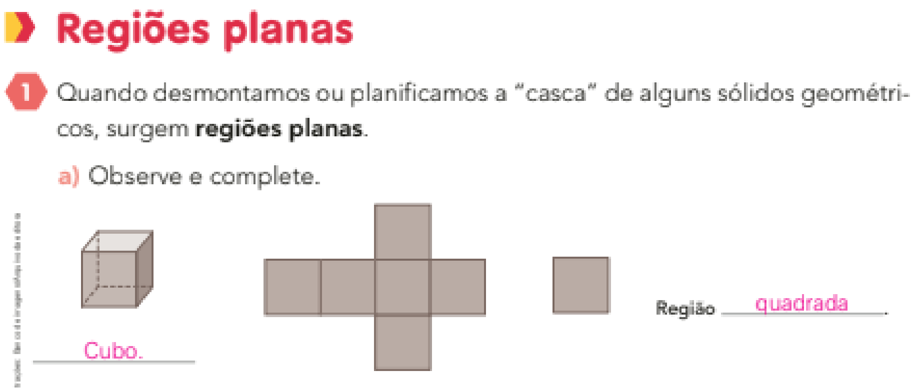
Na segunda atividade (figura 2) o cubo (3D) está representado em 2D. Esta representação está em perspectiva. O tamanho e a posição do cubo não importam nesta representação. Neste caso, a percepção que se tem do cubo não serve de controle. A visualização icônica não é suficiente para resolver esta atividade. A resolução desta atividade exige a desconstrução dimensional (3D/2D).

Na representação deste cubo os segmentos paralelos são congruentes. Para compreender esta atividade este cubo e a sua planificação requerem uma abordagem mais teórica e o uso das propriedades.

A resolução desta atividade (figura 2) exige a desconstrução dimensional (3D/2D). A visualização não-icônica é necessária para essa desconstrução. Para Mithalal e Balacheff (2019) esse processo é inevitável para a construção de provas na geometria dedutiva.

Figura 2.

Visualização não-icônica (Dante, 2017, p.45)



Na primeira atividade (figura 1) a visualização icônica é suficiente para a resolução. Na segunda atividade (figura 2) essa visualização é insuficiente, a percepção visual não serve de controle. A visualização não-icônica é requerida.

Considerar esses tipos de visualização, transitando por meio de diferentes representações pode conferir à figura seu papel de representação, não a confundindo com o objeto geométrico. São condições necessárias para a aprendizagem que não podem ser ignoradas no ensino (DUVAL, 2005).

A representação do cubo no *GeoGebra* 3D[611] pode desestabilizar a visualização icônica adentrando na não-icônica. Assim como, a construção do cubo neste software permite relações com a desconstrução instrumental e a desconstrução dimensional.

Uma possibilidade de desestabilizar o olhar icônico no *GeoGebra* 3D

No *GeoGebra* 3D é possível construir o cubo, rotacioná-lo, medir as arestas e os ângulos de cada face e ver sua planificação. Este software permite a desconstrução instrumental para construir o cubo. Neste processo é possível verificar as propriedades desse objeto geométrico por meios dos instrumentos disponibilizados.

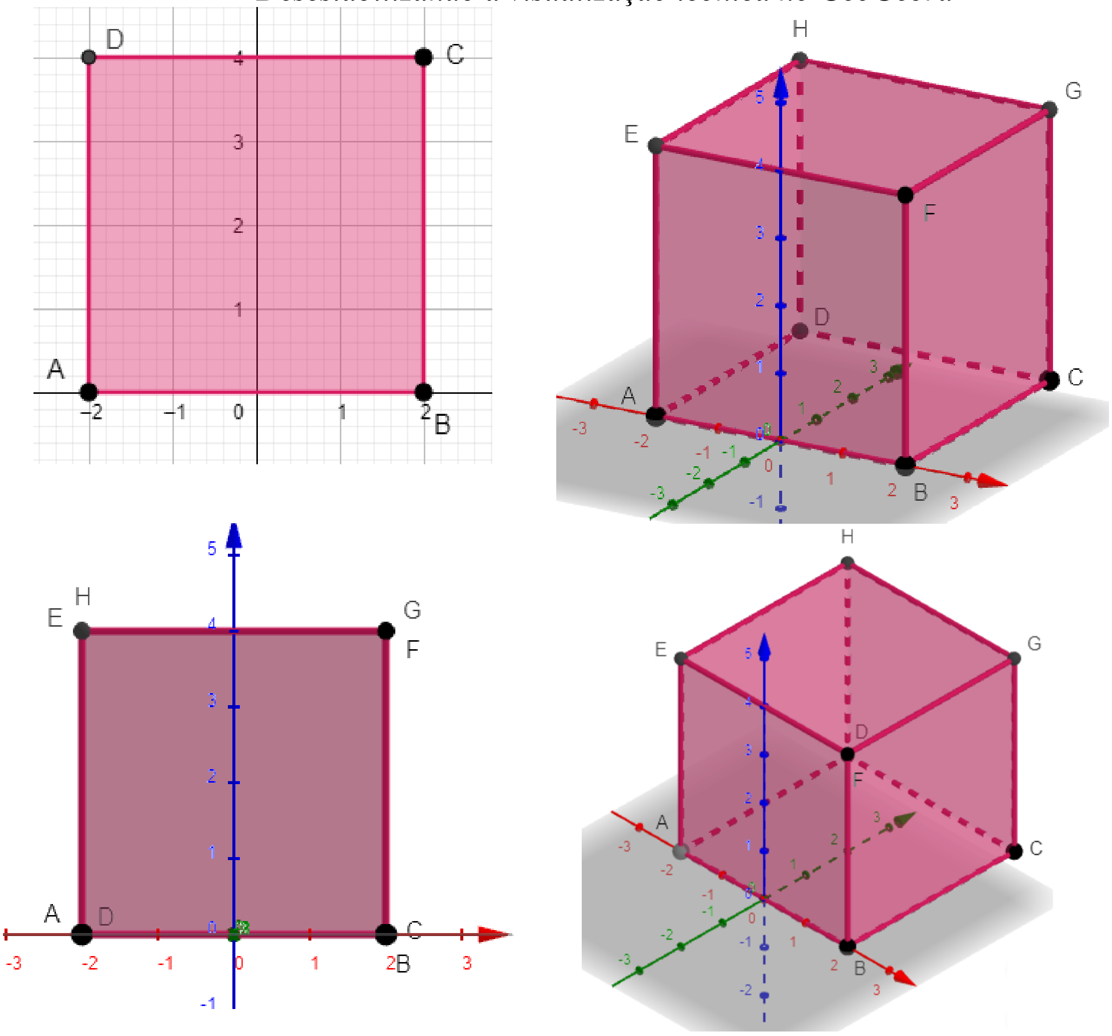
Nesta atividade é possível trabalhar a desconstrução instrumental e a dimensional. Ao visualizar as diferentes posições do cubo os alunos recorrem a visualização não-icônica, pois a visualização icônica não dá mais conta. A visualização icônica pode não contribuir para a resolução desta atividade. Essas construções não requerem muitos conhecimentos geométricos, o que torna propício essa construção.

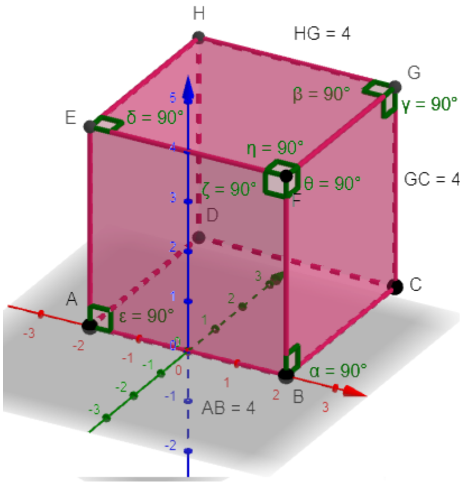
[611] Disponível em:< https://www.geogebra.org/3d> Acesso em Julho de 2022

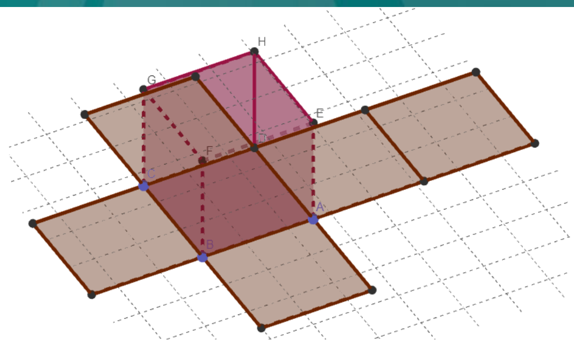
Os cubos representados no *GeoGebra* 3D são imagens em 2D que simulam o cubo em 3D. É possível manipular essa representação em 2D, que quando manipulada se concebe com as propriedades tridimensionais.

Figura 3.

Desestabilizando a visualização icônica no GeoGebra







No cubo (figura 3) é possível medir as arestas (FB=FE=2,14). Porém, visualmente essas arestas não possuem a mesma medida. O mesmo procedimento, com as ferramentas adequadas, pode ser feito para verificar os ângulos retos de cada face. Aparentemente esses ângulos também não são retos. Assim como, nem todas as faces são quadradas visualmente. O *GeoGebra* fornece percepções de informações confiáveis onde a visualização icônica é insuficiente.

Para realizar essas medições percebemos que a desconstrução instrumental provoca o uso da desconstrução dimensional. O *GeoGebra* pode contribuir para elaborar essas representações distintas do cubo, onde se pode usar a visualização icônica, mas apenas as desconstruções dimensionais e instrumentais podem validar o conhecimento geométrico. Desconstruções estas da visualização nâo-icônica.

Algumas considerações

Para a aprendizagem em geometria é necessário passar da visualização icônica a não icônica. Para este processo é importante considerar os tratamentos nos desenhos.

A visualização e a desconstrução dimensional e instrumental diferem por natureza, no entanto possuem relações. A visualização contribui com a percepção nos desenhos.

As desconstruções dimensionais expostas neste trabalho podem conectar esses desenhos ao objeto geométrico cubo. A desconstrução instrumental do cubo no *GeoGebra* pode fornecer possibilidades para resolver atividades semelhantes.

O *GeoGebra* permite outras informações visuais, que seriam difíceis num ambiente de papel e lápis. O *GeoGebra* permite a construção e manipulação de desenhos simulando objetos geométricos tridimensionais. Nesse software é possível trabalhar as desconstruções dimensionais: 3D/2D/1D/0D. É também um ambiente propício a experimentações, conjecturas e validações.

As diferentes visualizações do cubo no *GeoGebra* permitem detectar percepções que podem ser enganosas em outras representações, por exemplo, as representações no livro didático. Isso pode reduzir o risco de atribuir propriedades errôneas a objetos geométricos.

Considerando que na matemática temos acesso somente às representações dos objetos geométricos, as figuras geométricas também podem possuir o status de desenho. O que difere desenho de figura é o modo como visualizamos. Quando recorremos aos desenhos na geometria por meio de definições, teoremas, propriedades etc, concedemos a estes o papel de figura geométrica. Esse modo de olhar e explorar os desenhos/figuras podem gerar entraves para a aprendizagem de geometria. Por isso, acreditamos ser fundamental propor situações que minimizem esses riscos.

Duval (2005) considera que a passagem da geometria dos desenhos para a geometria das figuras é necessária para a aprendizagem geométrica. Principalmente para as provas que requerem a dupla transição da visualização icônica para a não-icônica.

Referências

Brasil. (2017). Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Brasília, DF: MEC. http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf

Bellemain, P.M.B, & Lima, P. F. (2010). *Coleção explorando o ensino de matemática.* Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica.

Dante, L. R. (2017). Ápis matemática, 4º ano: ensino fundamental, anos iniciais. Ed. Ática, São Paulo.

Duval, R. (2005). Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie: développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leurs fonctionnements. *Annales de Didactique e de Sciences Cognitives*, nº10, (pp. 5-53).

_____. (2011). Ver e ensinar matemática de outra forma, entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas. (Org): *Tânia M. M. de Campos*. Tradução: Marlene Alves Dias. Editora PROEM, 1ª Ed. São Paulo.

_____.(2022). As condições cognitivas da aprendizagem da geometria: desenvolvimento da visualização, diferenciação dos raciocínios e coordenação de seus funcionamentos. *Revemat*, V.17, p 1-52. Tradução: Cleide R. M. Arinos, José L. M. de Freitas e Méricles T. Moretti. Florianópolis.

Mithalal, J., & Balacheff, N. (2019). The instrumental deconstruction as a link between drawing and geometrical figure. *Educational Studies in Mathematics, 100*(2), (pp.161–176).

Mithalal, J. (2011). Vers la mobilisation d'une géométrie axiomatique et de la déconstruction dimensionnelle: intérêt de la géométrie dynamique tridimensionelle. *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques, (*pp. 113-126).

Souza, R. N. S. de. *Desconstrução dimensional das formas: gesto intelectual necessário à aprendizagem de geometria* [Tese de Doutorado em Educação Científica e Tecnológica, Universidade Federal de Santa Catarina]. https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/198939/PECT0369-T.pdf

Mapeando as relações de força na Educação Matemática pela cartografia

Mapping the relations of strength in Mathematics Education by cartography

Mapeo de las relaciones de fuerza en Educación Matemática por cartografia

OLIVEIRA, Isis Maria de Paula[612]
Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo
Id orcid: 0000-0003-0341-3946

LUZ, Evellim do Nascimento[613]
Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo
Id orcid: 0000-0002-7383-3367

TUCHAPESK, Michela[614]
Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo
Id Orcid: 0000-0002-6298-1137

Modalidade: Comunicação Oral
Núcleo Temático: Pesquisa em Educação Matemática.

Resumo

O presente relato tem como objetivo trazer a transversalidade da Educação Matemática com a Filosofia da Diferença, visto que ambas propõem como fundamento a problematização, a pluralidade e singularidade do aprender a partir da linha tênue entre o saber e o não saber, que possibilita a criação. Assim sendo, nos colocamos sensíveis aos signos das práticas da sala de aula de matemática de um terceiro ano do Ensino Fundamental I de uma escola privada, por meio do estudo cartográfico, olhando para as aprendizagens que muitas vezes são naturalizadas, desapercebidas. A opção pela cartografia como modo de pesquisa permite o exercício de uma prática que nos coloca diferente dos outros processos de pesquisa, uma vez que ela não busca a reafirmação de hipóteses e não se limita à resolução das questões cartografadas, mas, sim promove pensamentos e problematizações a partir das práticas e táticas de sala de aula que envolvem o processo de ensinar e aprender matemática.

Palavras-chave: Aprender, Problematização, Cartografia.

Abstract

This paper aims to bring the transversality of Mathematics Education with the Philosophy of Difference, since both bring as a foundation the problematization, the plurality and singularity

[612] isismaria@usp.br
[613] enluz@usp.br
[614] michelat@usp.br

of learning from the fine line between knowing and not knowing, which enables the creation. Therefore, we are sensitive to the signs of the practices of the mathematics classroom of a third year of Elementary School of a private school, through the cartographic study, looking at the learning that is often naturalized, unnoticed. The option for cartography as a research method allows the exercise of a practice that makes us different from other research processes, since it does not seek to reaffirm hypotheses and is not limited to the resolution of the mapped questions but rather promotes thoughts and problematizations from the classroom practices and tactics that involve the process of teaching and learning mathematics.

Keywords: Learning, Problematization, Cartography.

Resumen

Este informe pretende acercar la transversalidad de la Educación Matemática con la Filosofía de la Diferencia, ya que ambas proponen como fundamento la problematización, la pluralidad y singularidad del aprendizaje desde la delgada línea entre el saber y el no saber, que posibilita la creación. Por lo tanto, somos sensibles a los signos de las prácticas del aula de matemáticas del tercer año del primario de una escuela privada, a través del estudio cartográfico, mirando los aprendizajes que muchas veces se naturalizan, pasan desapercibidos. La opción por la cartografía como método de investigación permite el ejercicio de una práctica que nos sitúa de forma diferente a otros procesos de investigación, ya que no busca la reafirmación de hipótesis y no se limita a la resolución de las cuestiones cartografiadas, sino que promueve reflexiones y problematizaciones desde las prácticas y tácticas de aula que implican el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

***Palabras clave*:** Aprendizaje, Problematización, Cartografía.

Introdução

A experimentação apresentada e movimentada teoricamente neste texto foi realizada junto a um trabalho de iniciação científica financiado pelo Programa Unificado de Bolsas (PUB)[615], a partir do desenvolvimento de um projeto[616] que buscou estudar o encontro com signos para pensar o aprender na sala de aula de matemática, a partir dos fundamentos teóricos da Filosofia da Diferença, enquanto uma teoria que permite caminhos outros para pensar a

[615] O Programa Unificado de Bolsas de Estudos para Apoio à Permanência e Formação de Estudantes de Graduação (PUB-USP) é uma ação da Universidade de São Paulo que integra a Política de Apoio à Permanência e Formação Estudantil. O Programa visa o engajamento do corpo discente em atividades de investigação científica ou projetos associados às atividades-fim da USP, de forma a contribuir para a formação acadêmica e profissional dos alunos regularmente matriculados. No caso, a aluna bolsista que desenvolveu essa pesquisa é aluna do curso de Pedagogia da FEUSP.

[616] Título do projeto "Encontro com signos para pensar o aprender matemática", que ocorreu de setembro de 2021 a setembro de 2022, desenvolvido pela aluna Isis e orientado pela Profa Dra Michela Tuchapesk da Silva.

escola, meios que abrem margem para outras formas de entender o conhecer, vinculado ao pensar como ação e não como recognição (Deleuze, 2006).

Tais conceitos foram movimentados com a Educação Matemática e produzidos com a cartografia de Deleuze e Guattari (1995), a partir de experimentações ocorridas no terceiro ano do Ensino Fundamental I de uma escola privada. O trabalho buscou problematizar o aprender matemático diante de alguns conceitos de Gilles Deleuze, como aponta Ross (2004).

> Pode haver diferentes tipos de aprendizado, implicados com vários sentidos, e *aprender,* no plano deste texto, está diretamente ligado com uma plenitude de sentido, com um puro acontecimento, com uma afirmação da diferença, com uma criação do pensar no pensamento, do sentir no sentimento, do imaginar na imaginação... (ROOS, 2004, p.5, grifos da autora)

Deleuze (2006), defende a ideia de um aprender que não é recognição, mas sim criação de algo novo. O autor enfatiza o aprender como processo, como passagem, como acontecimento, discute o aprender enquanto um acontecimento da ordem do problemático, acontecimento singular no pensamento “E se o que importa é o processo, vale mais viver o acontecimento do que efetivamente aquilo que se adquire com essa passagem” (GALLO, 2012, p. 5).

Assim, buscando mapear esses processos do aprender na aula de matemática, nos apropriamos da cartografia (Deleuze, 2006), enquanto modo de pesquisa, que permite uma intervenção que provoca as linhas de forças (relações de saber e poder) que circulam nas relações entre professores e alunos. Cartografia, entendida como processo de produzir com o outro, enquanto um movimento do sujeito pensar suas próprias subjetivações pela matemática, de produzir uma aula de matemática em que os alunos possam inventar, criar, decidir sobre si mesmos

Assim, este estudo busca mobilizar a Educação Matemática, problematizando na Educação Básica o aprender matemática enquanto modelo de recognição, vislumbrando a escola como espaço de criação de problemas outros, ideias outras, matemáticas outras.

Experimentações na aula de matemática

Entendendo o processo cartográfico como mapeamento das relações de forças (Foucault, 1979), este relato tem como objetivo trazer esse movimento dado pela cartografia e as experimentações na aula de matemática de um terceiro ano do Ensino Fundamental I. Para Passos e Barros (2010), a cartografia é uma pesquisa de intervenção, um caminho através, traçado a partir desse plano da experiência, "[...] acompanhando os efeitos (sobre o objeto, o pesquisador e a produção do conhecimento) do próprio percurso da investigação" (PASSOS & BARROS, 2010, p. 17-18). Para estes autores a intervenção sempre se realiza por um mergulho na experiência que agencia pesquisadores e pesquisados, teoria e prática, num mesmo processo de produção-com-o-outro que é inventado nos movimentos do plano da imanência, que consiste em:

> traçar um mapa, cartografar, percorrer terras desconhecidas, é o que Foucault chama de "trabalho em terreno". É preciso instalar mo-nos sobre as próprias linhas, que não se contentam apenas em compor um dispositivo, mas atravessam-no, arrastam-no, de norte a sul, de leste a oeste ou em diagonal (DELEUZE, 1990, p. 1).

Em vista disso, vale ressaltar que a cartografia é fundamentada por produzir problematizações que, neste caso, permitem colocar sobre as situações que ocorrem na aula de matemática, um olhar questionador, para além dos processos descritivos.

> O pesquisador é convocado não só a aprender as regras que regem uma determinada situação, como também a criar normas de funcionamento para as situações sempre singulares, enfrentando o que emerge em situação de irregularidade. (ATHAYDE, BRITTO, 2010, p. 340).

O cartógrafo exercita seu olhar para uma situação sem interferir nos fatos, ou muito menos tirar conclusões e pressupostos, e sim colocar problematizações, a partir de uma postura questionadora, que desnaturaliza tudo o que é passado despercebidamente. Portanto, percebe-se que a cartografia se coloca diferente dos outros processos de pesquisa, uma vez que ela não busca a reafirmação de hipóteses, e muito menos se limita à resolução de problemas, como ressaltam Barros e Silva (2013).

Esse processo de investigação procura pistas a partir das ações dos sujeitos nas situações investigadas, averiguando tudo o que não é visto a partir das ações e reações, atentos às relações invisíveis e subjetivas que influenciam e criam as situações como: o real da atividade que atravessa a aula; a escolha de um autor e não de outro; a escolha de um texto e não de outro; a escolha de certo roteiro e não de outros; inúmeras microdecisões que povoam uma aula (BARROS; SILVA, 2013). Assim, a cartografia de que falamos:

> É um método formulado por Gilles Deleuze e Félix Guattari (Deleuze e Guattari, 1995; Guattari, 1986), um caminho que nos ajuda no estudo da subjetividade dadas algumas de suas características [...] não comparece como um método pronto [...]. A cartografia é um procedimento ad hoc, a ser construído caso a caso. [...] Um método processual vai se fazendo no acompanhamento dos movimentos das subjetividades e dos territórios (KASTRUP, 2010, p. 76).

Deste modo, a cartografia permite um pesquisador sensível a essas relações invisíveis, que também podem ser chamadas de signos, a considerar que o aprender envolve os signos. De acordo com Piquet e Machado (2003), a cartografia possibilita tornar-se sensível aos signos, decifrando-os e interpretando-os. Logo, a pesquisa cartográfica se encontra em um plano de inseparabilidade entre formas e forças, não restritas à perspectiva dicotômica entre “quali” e “quanti” como destacam César, Silva e Bicalho (2013), possibilitando, portanto, a imersão das realidades que não são dadas.

> Considerando que cartografia é um método de pesquisa-intervenção (PASSOS; BENEVIDES DE BARROS, 2009) e está ligada ao acompanhamento de processos (POZZANA; KASTRUP, 2009) e à dissolução do ponto de vista do observador (PASSOS; EIRADO, 2009), torna-se imprescindível esclarecer em que sentido se compreende um dado cartográfico. (BARROS, 2013, p. 374)

Assim, neste estudo, a cartografia se coloca como um processo que permite a multiplicação de sentidos inauguradores de novos problemas e perguntas, a partir da decomposição dos elementos que regem uma determinada situação, no caso, a aula de matemática nos anos iniciais, dissolvendo o que está oculto, vivenciando a experiência enquanto formadora de processos de aprendizagem de matemática.

Cartografando uma aula de matemática do 3º ano do Ensino Fundamental I

Buscando acessar experiências vivenciadas pelos envolvidos neste estudo, no caso, os participantes de uma sala de aula de matemática do 3º ano do Ensino Fundamental I de uma escola privada, apresentamos um exercício prático da cartografia desenvolvida neste projeto de pesquisa PUB. Nestes momentos de produção de dados com a cartografia, percebemos que o registro dos alunos, sejam eles registros fotográficos ou escritos, são ferramentas carregadas de significados e linhas de força.

Deste modo, apresentamos os registros dos alunos do 3º ano do Ensino Fundamental I, durante a resolução em sala de aula de matemática, da seguinte questão:

Uma loja de chocolates artesanais vende bombons em caixas de diferentes tamanhos. Escreva que cálculos podem servir para calcular quantos bombons cabem em cada tipo de caixa. Se quiser pode desenhar para te ajudar nos cálculos.

Caixa de 6 fileiras com 5 bombons em cada uma.

Caixa de 4 colunas e 5 bombons em cada uma

Caixa de 7 colunas com 4 bombons em cada uma.

Figura 1.

Aluna A

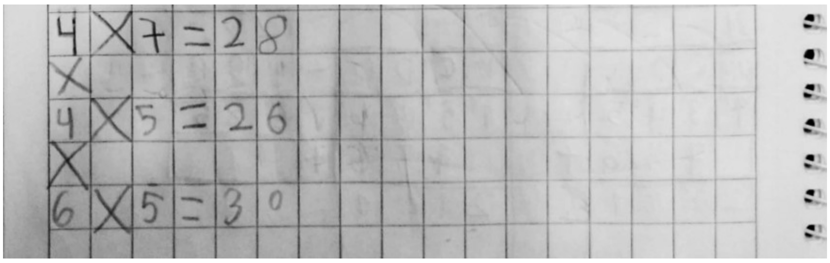


Figura 2.

Aluno B

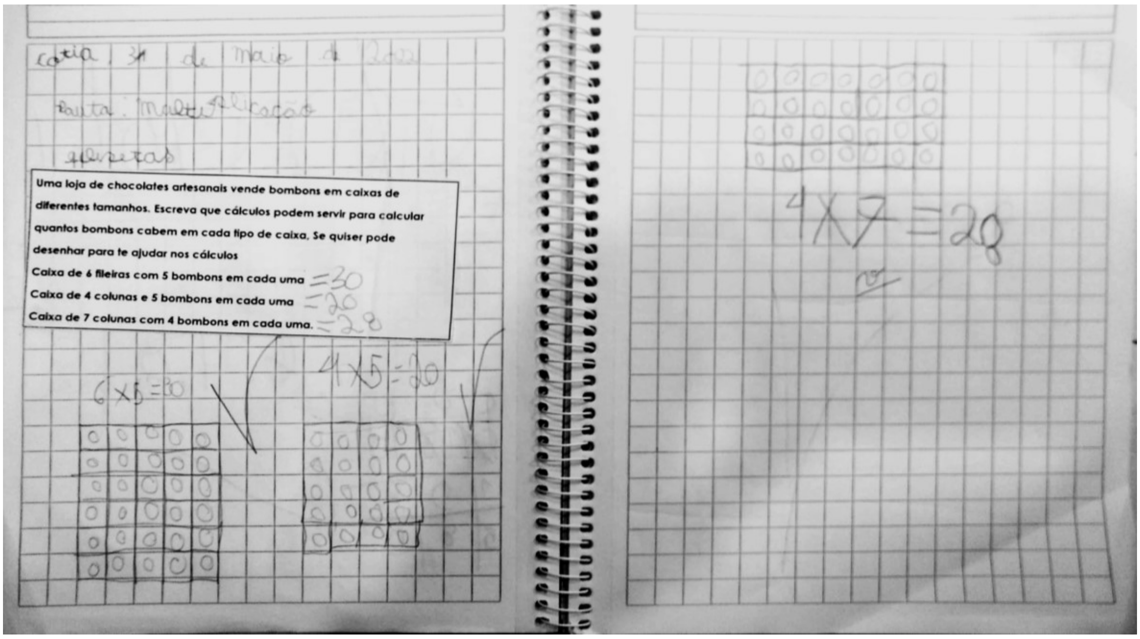
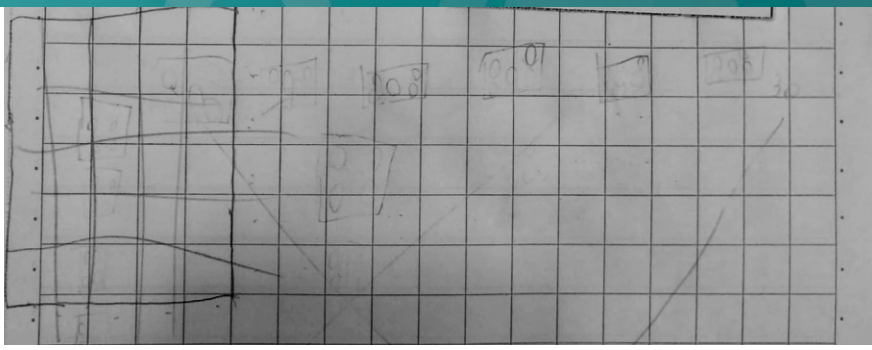


Figura 3.

Aluno C



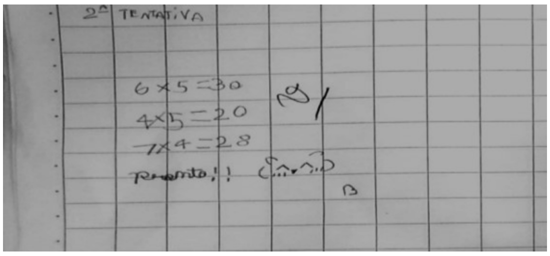


Figura 4.

Aluno D

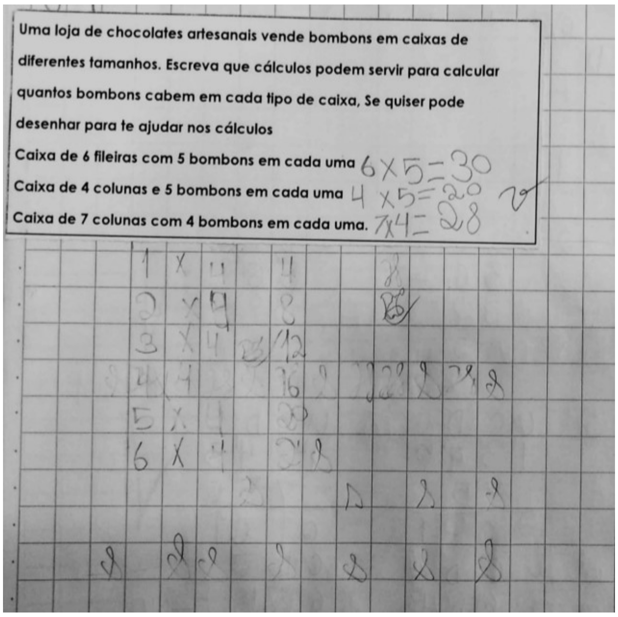


Figura 5.

Aluno E

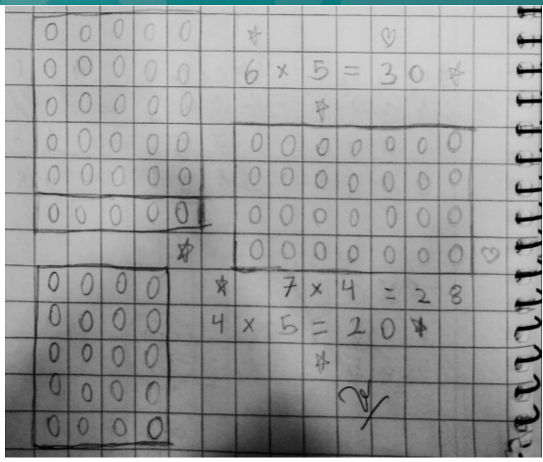


Figura 6.

Aluno F

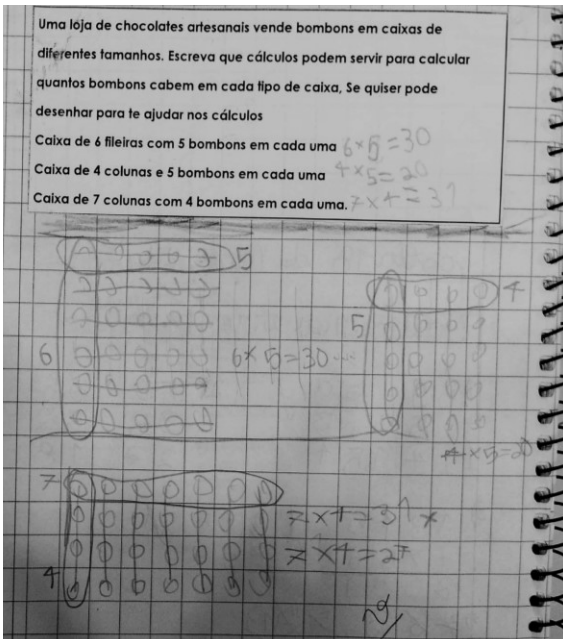
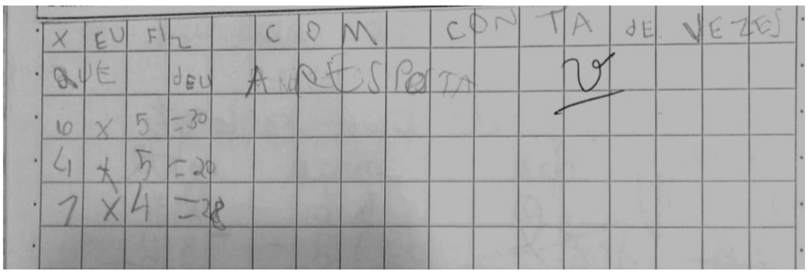


Figura 7.

Aluno G



As resoluções dos alunos foram individuais, contudo, durante e após o desenvolvimento da atividade, os alunos recorreram uns aos outros para conferir se os resultados estavam certos, ou melhor, se as formas de se chegar ao resultado estava exatamente igual ao do colega, como podemos observar nos registros do aluno C (Figura 3), que logo ao observar que a maioria dos seus colegas estavam resolvendo o problema pela multiplicação, voltou para a sua mesa, apagou tudo o que havia registrado (mesmo tendo chegado aos mesmos resultados), e refez toda a atividade usando a multiplicação. Esse processo do aluno nos levou a pensar: o que valida a solução de uma atividade de matemática? A solução do professor? A solução da maioria dos alunos? A resposta do livro didático? Há possibilidade de diferentes soluções na aula de matemática? Onde eu aprendo validar as minhas ideias?

Ao observarmos as atividades expostas anteriormente, notamos a multiplicidade de respostas que os alunos apresentaram como: o registro a partir das operações com os números, realizando as contas (Figuras 1, 3 e 7); o desenho de bombons representados por bolinhas (Figuras 2, 5 e 6); quadriculados representando a caixa de bombons (Figura 3); riscos (Figuras 3 e 6) ; grifos (Figura 6); e até estrelas, corações (Figura 5); e treinos de caligrafia (Figura 4). Previstos e imprevistos que podemos observar nas imagens acima. O imprevisto previsto que mescla-se a uma jornada que repele a rotina e que, por isso mesmo, pode carregar em si certa insegurança. De acordo com Larrosa (2002), nenhum de nós sabe o que as crianças podem fazer e aprender. Só teremos certeza de quais serão os desenvolvimentos que as aulas tomarão abandonando a resposta automática que damos diante daquilo que supomos conhecer.

> Se a experiência é o que nos acontece, e se o sujeito da experiência é um território de passagem, então a experiência é uma paixão. Não se pode captar a experiência a partir de uma lógica da ação, a partir de uma reflexão do sujeito sobre si mesmo enquanto sujeito agente, a partir de uma teoria das condições de possibilidade da ação, mas a partir de uma lógica da paixão. (LARROSA, 2002, p. 26).

Ao nos propormos falar sobre o encontro com signos para pensar o aprender na sala de aula de matemática, a partir dos fundamentos teóricos da Filosofia da Diferença, ressaltamos a importância de explorar essas experiências plurais e singulares que acontecem na sala de aula.

Assim, outro ponto que nos incomodou durante as resoluções foram as marcas de borracha em quase todas as atividades. Fortemente representada em um dos registros do aluno C (Figura 3). O que tentamos apagar com a borracha? A resposta errada? A resposta diferente? A resposta que difere da maioria? A minha resposta? Eu posso errar na aula de matemática? Eu posso pensar na aula de matemática? Eu aprendo a pensar? A escola me ensina a copiar. Com esses registros e, ainda, em outros momentos da aula de matemática do 3º ano, notamos que a maioria dos alunos não se permite pensar sozinhos, compartilhar suas ideias com a matemática, com os colegas, com o professor. A maioria dos alunos não se permite experienciar com as atividades propostas na aula de matemática, e prefere seguir o caminho da cópia "correta" da solução da atividade. Na escola, resolver de modo diferente quase sempre é errado. Errar na escola é sinônimo de não saber. Não ser inteligente. Ser "burro". Porém, há como aprender sem escutar meus pensamentos? Sem dar voz às minhas ideias? Entendemos que os estudos com a Filosofia da Diferença podem contribuir com a mudança desse processo, buscando colocarmos em prática exercícios de valorização das diferenças, das pluralidades e das singularidades.

Sendo assim, a partir da Filosofia da Diferença entendemos o aprender como um processo perguntador, de uma busca, de uma trajetória com inquietações, que valoriza caminhos desconhecidos. Uma linha tênue entre o saber e o não saber, algo para além do currículo (de matemática) e intenção de aprendizagem como os professores.

> Algo que nos leva a juntar, ligar, interpretar, relacionar, ... e ... e ... e ... Um aprendizado é uma experiência, onde alguma coisa novamente pode acontecer, um traspasse. *Aprender* como aquilo que nos passa de uma maneira *transversal*. *Aprender como acontecimento*. Acontecimento sem local ou hora previstos, sem um caminho determinado. Sentido que se desenvolve no que ocorre *entre*, no *meio* das vivências e experimentações. Transversal. Conjunções. Combinações. Um encontro, ao acaso, com algo que nos assola e inquieta, que deflagra os limites do já pensado e do já sabido, à espreita de um pensamento novo. (ROOS, 2004, p. 5, grifos da autora)

Assim, como anuncia Gallo (2012), nunca se sabe como alguém aprende, contudo, o aprender ocorre por intermédio dos signos, e não pela assimilação de conteúdos objetivos.

(In)conclusões

Tomamos que o aprender, bem como os processos que movimentam a Educação Matemática, se dão de formas plurais e singulares, uma vez que cada sujeito, envolvido nessas experiências, por meio de seus interesses, aprende de forma diferente. Isto ocorre, pois a aprendizagem se dá por intermédio dos signos, que é movimentador e criador das perguntas, problematizações e aprendizagens despercebidas, objetos esses, centrais da cartografia.

Esta forma de movimentar o conceito de signos possibilita problematizar as formas tradicionais de ensino, que por sua vez traz como correto uma única resposta, reforçando e legitimando que o conhecimento (verdadeiro) está estabelecido pela matemática curricular. Neste processo, as ideias que não constam no currículo, acompanhadas pelo desconhecido e pela exploração e problematização, se mostram desconfortáveis, contribuindo, assim, para a produção de uma educação recognitiva, em que a repetição (o apagar do próprio raciocínio e reproduzir o do colega) e memorização (decorar o que é estabelecido como correto) prevalecem, reforçando a recorrente pergunta da sala de aula de matemática: "está certo, professora?".

Gallo (2012) discute acerca da importância da problematização como movimentadora e criadora da aprendizagem, que se dá a partir da necessidade que move o pensamento. Portanto, o processo de ensino e aprendizagem devem fazer sentido para todos os sujeitos envolvidos nessa prática, considerando o aprender como: "um acontecimento da ordem do problemático. E é essa noção de problema que faz Deleuze defender a noção de um aprender que não é recognição, mas criação de algo novo, um acontecimento singular no pensamento" (GALLO, 2012, p. 4).

Sendo assim, partimos de alguns pressupostos da Filosofia da Diferença para pensar o ensinar e o aprender na sala de aula de matemática junto a problematização, buscando movimentar o aprender, como diria Tomaz Tadeu (2002), enquanto uma "auto-desconstrução", como possibilidade de outra ação de um professor, de uma professora, como possibilidade e chance, de "botar um currículo para dançar", de realizar a dança de um aprendizado". Movimentos que busquem pelo diferente, que considerem os múltiplos processos de criação como condições importantes para o aprender (matemática) e para que estejamos atentos aos acontecimentos que ocorrem na escola, na sala de aula de matemática, nos registros das atividades dos alunos, nas suas falas, nos seus corpos, buscando colocar em prática exercícios contrários ao da recognição.

Referências:

BARROS, Maria Elizabeth Barros de; SILVA, Fabio Hebert da. **O trabalho do cartógrafo do ponto de vista da atividade**. Dossiê Cartografia: Pistas do Método da Cartografia - Vol. II. Fractal, Rev. Psicol. 25 (2). Ago 2013.

CÉSAR, Janaína Mariano; SILVA, Fabio Hebert da; BICALHO, Pedro Paulo Gastalho de.**O lugar do quantitativo na pesquisa cartográfica. Pistas do Método da Cartografia** - Vol. II .Fractal, Rev. Psicol. 25 (2) .Ago 2013.

DELEUZE, Gilles; GUATTARI, Felix. **Mil Platôs**. Vol. 1. Rio de Janeiro: Editora, v.34, 1995.

DELEUZE, Gilles. **O que é um dispositivo?**. In: Michel Foucault, filósofo. Barcelona:Gedisa, 1990.

DELEUZE, Gilles. **Diferença e Repetição**. 2a ed. Rio de Janeiro: Graal, 2006.

FOUCAULT, Michel. **Microfísica do poder Organização**. tradução de Roberto Machado. Rio de Janeiro: Edições Graal, 1979.

GALLO, Sílvio. **As múltiplas dimensões do aprender…** COEB- Congresso de Educação Básica: Aprendizagem e Currículo. FE - UNICAMP, 2012.

LARROSA, Jorge B. **Notas sobre a experiência e o saber de experiência**. Revista Brasileira de Educação. UNICAMP, Campinas/SP, n.19, jan./abr, 2002. Disponível em: http://www.scielo.br/pdf/rbedu/n19/n19a02.pdf. Acesso em: 10 de mai. 2022.

PASSOS, E; KASTRUP, V; ESCÓSSIA, L. (org.). **Pistas do método da cartografia**: pesquisa intervenção e produção de subjetividade. Porto Alegre: Sulina, 2010.

ROOS, Ana Paula. **Nunca se sabe como alguém aprende....** In: Anais II Colóquio Franco-brasileiro de Filosofia da Educação - O Devir-mestre: entre Deleuze e a Educação, 2004, Rio de Janeiro. CD-ROM, 2004.

TADEU, Tomaz. **A arte do encontro e da composição**: Spinoza + currículo + Deleuze. Educação & Realidade, Porto Alegre, v. 27, n. 2, p. 51-52, jul/dez. 2002.

Uma revisão bibliográfica sobre Educação Matemática junto com a temática gênero

Una revisión de la literatura sobre la Educación Matemática junto con el tema del género

A literature review on Mathematics Education along with the topic of gender

Luiza Batista Borges times[617]
UFOP
0000-0002-3945-6852

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Pesquisa em Educação Matemática

Resumo

Este trabalho é fruto de um capítulo da minha dissertação, ainda está em andamento. Consiste em uma revisão bibliográfica a respeito de dissertações e teses que estão no banco da CAPES. Assim podendo analisar essas pesquisas que foram produzidas dentro da Educação Matemática junto com a temática gênero, observando o que estão abordando, quais autores estão sendo utilizados e quais metodologias estão sendo usadas. O objetivo principal é observar/ analisar quais temáticas estão sendo mais pesquisadas dentro das universidades; quais autores estão sendo mais abordados; quais regiões do Brasil estão desenvolvendo mais estudos sobre esse tema; quais metodologias estão sendo mais utilizadas no ensino de matemática; e quais são os públicos-alvo estudados. Foram analisadas onze pesquisas. As pesquisas mostram que essa temática ainda é pouco explorada e que mais recentemente passou a ser objeto de estudo da educação matemática.

Palavras-chave: gênero; Matemática; revisão bibliográfica.

Resumen

Este trabajo es el resultado de un capítulo de mi investigación que actualmente está en processo, dicha investigación consiste en una revisión bibliográfica sobre artículos y tesis que se encuentran en la base de datos de la CAPES. Con el fin de poder analizarlar dichas investigaciones que se produjeron dentro de la Educación Matemática en relación a la temática, se consideró autores y metodologías utilizadas. El objetivo principal es observar y analizar qué temas están siendo más investigados dentro de las universidades, cuales son los autores más abordados, regiones de Brasil están desarrollando más estudios sobre este tema, metodologías están siendo más utilizadas en la enseñanza de las matemáticas y cuáles son las poblaciones estudiados. En total se analizaron once estudios y las investigaciones muestran que este tema es aún poco explorado y recientemente se ha convertido en objeto de estudio en la educación matemática.

[617] E-mail do autor 1. luizaborges84@gmail.com

Palabras-clave: género, Matemáticas, revisión bibliográfica.

Abstract

This work is the result of a chapter of my dissertation, which is still in progress. It consists of a bibliographic review of dissertations and thesis that are in the CAPES database. Thus, we can analyze the research that has been produced within Mathematics Education along with the gender theme, observing what is being addressed, which authors are being used, and which methodologies are being used. The main objective is to observe/analyze which themes are being more researched within universities; which authors are being more approached; which regions in Brazil are developing more studies on this theme; which methodologies are being more used in math teaching; and which are the target audiences studied. Eleven studies were analyzed. The research shows that this theme is still little explored and that more recently it has become an object of study in mathematics education.

Keywords: gender; mathematics; literature review.

Introdução

Esse presente trabalho é fruto de um capítulo da minha dissertação. Nesse capítulo fazemos uma revisão bibliográfica de gênero na Educação Matemática. A minha dissertação ainda está em andamento.

Na educação matemática os trabalhos acadêmicos que têm como o objeto de análise as relações de gênero acabam tendo pouca visibilidade, especialmente no Brasil. Para Souza e Fonseca (2010, p.11) discutir as relações entre gênero e matemática constitui, de certa forma, uma novidade no campo da Educação Matemática no Brasil". Há necessidade de estes dois universos, educação matemática e gênero se mesclarem para mostrar a importância de problematizar algumas concepções, como a afirmação sexista de que homens são naturalmente melhores do que mulheres na matemática. Apresentar referências entre essas intersecções de questões de gênero e educação matemática, para discussão mais abrangente e crítica. No que se refere à relação entre gênero e matemática, o principal problema é o de atravessar a educação matemática com os estudos de gênero, mostrando como estes campos podem contribuir um com o outro.

A perspectiva de gênero estrutura a Matemática em diferentes níveis, como, na proporção entre mulheres e homens atuantes em Matemática; como a matemática investiga suas prioridades de estudo.

As mulheres na matemática foram historicamente invisibilizadas. Segundo Souza (2006, p. 01), "durante séculos as mulheres foram desencorajadas, discriminadas e até proibidas de estudar, ou não tinha uma formação apropriada, tinham dificuldades para acessar bibliotecas e até mesmo escolas e faculdades, essas problemáticas acabam afetando até hoje em nossos dias, como o pensamento que meninos aprendem mais facilmente matemática que as meninas; a "superioridade" masculina em relação à matemática. É percebível que esse pensamento é fixo na mente das pessoas. Para Barrosa (2016, p. 35), "compreensão se transforma em verdade – uma verdade construída". Além disso, é compreensível pensar que este fato pode estar contribuindo para que meninas e mulheres não se sintam motivadas/estimuladas pelas Ciências Exatas. Diante disso, proponho alguns questionamentos: Será que mulheres não são suficientes boas na matemática? A Matemática, sendo uma ciência tão antiga, por que somente homens são reconhecidos? Será que a pensamento matemático é compreensível só aos homens?

Para Souza e Fonseca (2010), adotar como objetivo de análise das relações de gênero "Adotar o Gênero como categoria de análise na Educação Matemática requer e aguça, ainda, nossa atenção para o fato de que o gênero é produzido em práticas sociais, que se convertem em práticas masculinizantes e feminilizantes". Dessa forma, SILVA (2018, p.2012) mostra como as "subjetividades e as multiplicidades culturais são apagadas, ou melhor, ignoradas pelos textos curriculares", acaba gerando as identidades masculinas e femininas (identidade de gênero) se forma nas relações e práticas do currículo da educação matemática.

Metodologia

Esse levantamento consiste na seguinte metodologia: Primeira etapa, acessar o Catálogo de Teses e Dissertações da Capes, utilizando palavras chaves que fosse de acordo com o meu tema, educação matemática e gênero. As palavras-chaves utilizadas foram: "educação matemática" AND gênero. Onde o que fica entre aspas significa uma pesquisa mais seletiva. Esse levantamento foi realizado nos dias 28 e 29 de abril de 2021. A partir dessa busca foi encontrado 64 trabalhos com essas características colocada.

A segunda etapa, é fazer a leitura dos resumos desses 64 trabalhos. A partir dessas leituras apenas onze foram selecionados, utilizando os seguintes critérios: i) foco na problematização de gênero; e ii) na educação matemática.

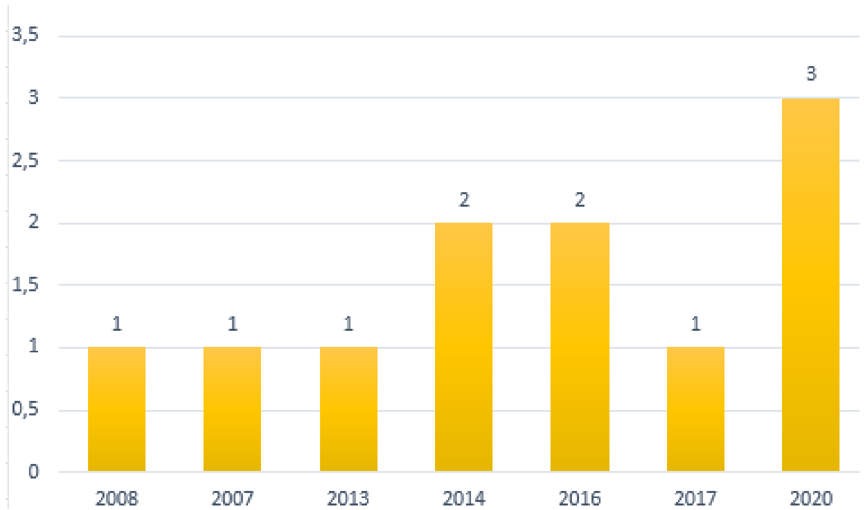
A terceira etapa, foi organizar em uma tabela todos os dados coletados dessas 11 pesquisas, como: autor, título, ano, orientador, instituição, nível, palavras-chave, propósito da pesquisa, referenciais teóricos utilizados, metodologia adotada, participantes, conclusões.

Resultados

A pesquisa mais antiga foi de 2008. Dos onze trabalhos selecionadas, quatro são teses de doutorado, seis dissertações de mestrado acadêmico e uma dissertação de mestrado profissional. Abaixo, no gráfico 1, apresentamos essas produções. Cabe informar, antecipadamente, que, com o passar dos anos, não notamos uma alteração que sugira que o tema tenha sido mais ou menos abordado.

Gráfico 1.

Número de produções por ano



Fonte: Dados da pesquisa

Destacamos ainda que dentre essas investigações, dez foram realizadas por mulheres e apenas uma por homem. No entanto, seis foram orientadas por mulheres e cinco por homens.

Ainda sobre esses trabalhos, nove dos onze foram realizados em programa de pós-graduação de instituições públicas (estaduais e federais). Apenas dois trabalhos foram realizados em instituições particulares. A maior parte de trabalhos (quatro) são da região Sudeste do Brasil. Como podemos observar na figura 1:

Figura 1.

Localização das instituições e número de produções defendidas em cada uma

Fonte: Dados da pesquisa (2021)

A seguir, apresentamos os estudos de cada autora e de cada autor, com vistas a dar relevo aos objetivos do estudo, à abordagem teórica evidenciada e aos principais resultados encontrados pelo/pela autor/autora do trabalho.

As pesquisas em questão (SOUZA 2008; MACHADO, 2014; HEERDT, 2014; MALTA, 2016; GARCIA, 2017; FREIRE, 2020), de modo geral, centralizaram a problemática do gênero na reflexão de questões relacionadas com o desempenho de meninas (mulheres) e meninos (homens) nas atividades matemáticas propostas. Também foram encontradas pesquisas que problematizaram sobre como os espaços e saberes dentro da educação matemática são demarcados pelo gênero (CAVALARI, 2007; SOUZA, 2013; CORREA, 2013). Essas pesquisas mostraram também, como os campos das Ciências e da Educação Matemática ainda são de predominância masculina, abordando a problematização de que a Ciência ainda é em grande medida androcêntrica e ressaltando que as mulheres só são "aceitas" em determinados lugares estabelecidos por essa sociedade patriarcal.

Os trabalhos (SOUZA, 2008; SUAREZ, 2020; SOUZA, 2013) fundamentaram-se teoricamente em um mesmo autor valendo-se de conceitos utilizados por ele (discurso, poder, saber e sujeito) como ferramenta analítica. Essas pesquisadoras ancoraram suas ideias na visão pós-estruturalista de Michel Foucault. Nesse autor, elas buscaram não só mostrar a relação entre o feminino e masculino dentro da educação matemática como também dar relevo ao fato de que essa relação acaba construindo saberes diferentes na educação matemática.

As autoras (FREIRE, 2002; MACHADO, 2014) optaram por uma abordagem qualitativa e quantitativa, tendo como sujeitas e sujeitos estudantes da educação básica. A pesquisa foi realizada em escolas públicas e particulares e tiveram resultados semelhantes. Elas perceberam relações significativas entre matemática, desempenho escolar e gênero.

Por sua vez, as autoras (HEERDT, 2014; GARCIA, 2017) tiveram como objetivo mostrar como o conhecimento matemático e o gênero podem promover a inclusão social e o exercício da cidadania de forma crítica na nossa sociedade. Participaram desses estudos docentes da rede estadual e docentes em formação continuada.

Em outro trabalho (MALTA 2016), a autora utiliza jogos eletrônicos para a formação e sensibilidade sobre a identidade de gênero no curso de Graduação de Pedagogia. A pesquisa do único autor homem (SILVA, 2020), faz crítica de como a Educação Matemática ainda tem domínios do Brasil colônia, e como isso determina o racismo, o sexismo, o heterossexismo no contexto escolar e no ensino de matemática.

Resultados

Dentre essas onze pesquisas, percebemos que algumas pesquisadoras comumente associadas ao paradigma pós-estruturalista são recorrentemente utilizadas como referencial teórico. Destacamos, à guisa de exemplo: Judith Butler, Heleieth Saffioti, Joan Scott e Guacira Lopes.

Dentre os trabalhos identificados, destacamos ainda a presença das seguintes temáticas: desempenho de meninas (mulheres) e meninos (homens) no ensino de matemática; o ensino-aprendizagem de meninas e meninos; a inserção de mulheres nas ciências; a presença feminina nos cursos de licenciatura e bacharelado em Matemática; a análise da contribuição de jogos para a identidade de gênero.

Vale destacar que algumas pesquisas buscaram compreender o que ocasiona tanto o desempenho na escola de meninos e meninas. E, também, compreender o que leva as mulheres a escolherem o curso de Graduação em bacharelado ou licenciatura em Matemática. Cavalari (2007), em particular, mostrou que tanto o desempenho quanto a escolha, estão relacionados a fatores sociais.

Além de abordarem gênero na educação matemática, esses trabalhos trazem também outros aspectos, como: sexualidade, racismo e sexismo.

Do nosso ponto de vista, tendo como base o fato de que a pesquisa mais antiga identificada data de 2008, podemos afirmar que essa temática no Brasil, em pesquisas de Mestrado e Doutorado, na Educação Matemática, ainda tem sido pouco explorada.

As pesquisas localizadas evidenciam que se, de um lado, a maioria das pesquisadoras/es utilizou uma abordagem qualitativa para a produção do material empírico, de outro, foram empregadas diferentes técnicas para a produção desse material, tais como: elaboração de narrativas, análise bibliográfica e análise documental. Além disso, elas evidenciam que os instrumentos mais utilizados foram questionários e entrevistas. Cabe explicitar que a maioria das pesquisas utilizou mais de um instrumento para produção do material empírico. Apenas duas pesquisas (MACHADO, 2014 e FREIRE, 2002) utilizaram simultaneamente a abordagem quali e quantitativa. As conclusões dos trabalhos sugerem que não só os comportamentos de meninas e meninos sofrem influências da sociedade, como também a escolha de cursos.

Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio da Universidade Federal de Ouro Preto - UFOP e da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

Referências

CAVALARI, M. (2007). *A Matemática é Feminina?* Um Estudo Histórico da Presença da Mulher em Institutos de Pesquisa em Matemática do Estado de São Paulo . Mestrado em Educação Matemática, Rio Claro Biblioteca Depositária: IGCE/UNESP/Rio Claro (SP).

CORREA, M. (2016). *Uma intervenção pedagógica na educação básica com potencial de ampliar a visibilidade da produção científica feminina*. Doutorado em Ensino De Ciências E Educação Matemática, Londrina Biblioteca Depositária: UEL

GARCIA, L. (2017). *Matemática no Programa Mulheres Sim: Inclusão e Cidadania, Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Naturais e Matemática*, Blumenau Biblioteca Depositária: FURB

FREIRE, L. (2002). *Desvendando Desigualdades De Oportunidades Em Matemática Relacionadas Ao Gênero Do Aluno: Modelagem Multínivel Aplicada Aos Dados Do Saeb*, Mestrado em Matemática, Rio de Janeiro Biblioteca Depositária: Biblioteca Central - PUC-Rio

MACHADO, M. (2014). *Gênero e desempenho em itens da prova de matemática do exame nacional do ensino médio (ENEM): relações com as atitudes e crenças de autoeficácia matemática*. Doutorado em Educação, Campinas Biblioteca Depositária: Biblioteca Central da Unicamp

MALTA, A. (2016). *Games e Gêmero: As Contribuições De Jogos Eletrônicos Na Formação De Pedagogos. Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica*, Recife Biblioteca Depositária: Biblioteca Central da UFPE

HEERDT, B. (2014). *Saberes docentes: Gênero, Natureza da Ciência e Educação Científica. Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática*, Londrina Biblioteca Depositária: Biblioteca Digital da Universidade Estadual de Londrina

SILVA, E. (2020). *Para uma epistemologia outra na educação matemática: entre sussurros e navalhas na carne, a porta do armário se abriu***.** Mestrado em Educação Matemática, Campo Grande Biblioteca Depositária: Fundação Universidade

SOUZA, M. (2008). *Gênero e matemática(s) - dos jogos de verdade nas práticas de numeramento de alunas e alunos da educação de pessoas jovens e adultas*. Doutorado em Educação, Biblioteca Depositária: Faculdade de Educação

SOUZA, L. (2013). *Quem Calculava? Representações de Gênero na Relação Mulher Matemática na obra o Homem que Calculava de Malba Tahan.* Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Londrina Biblioteca Depositária: Biblioteca Digital da Universidade Estadual de Londrina

SUAREZ, J. (2020). *Denúncias e anunciações sobre camadas de vulnerabilidade social e Educação Matemática junto a um grupo de mulheres pretxs que assumiram empoderar-se por meio da tecnologia*. Mestrado em Educação Matemática, Rio Claro Biblioteca Depositária: UNESP - Rio Claro

Conhecimento matemático especializado identificado no manual do professor comfoco no tópico de área

Specialized knowledge identified in the teacher's manual focusing on the topic area

Conocimiento especializado identificado en el manual del maestro que se enfoca enel área temática

Núbia Simone Ribeiro[618]
UNICAMP
0000-0003-0965-6607

Adilson Dalben[619]
UNICAMP
0000-0002-5539-5498

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Pesquisa em Educação Matemática

Resumo

Considerando que o ensino do tópico área é frequentemente pautado em regras e procedimentos sem atribuição de significado e que o livro didático constitui um dos principais influenciadores de ensino e de aprendizagem, torna-se necessário compreendercomo esse tópico é apresentado nesse recurso. Uma pesquisa de mestrado, ainda em desenvolvimento no Grupo de Pesquisa e Formação CIEspMat, fundamentada na conceitualização do *Mathematics Teacher's Specialized Knowledge* (MTSK), buscaidentificar e descrever o conteúdo do conhecimento matemático especializado sobre o tópico área registrado no manual do professor da coleção de livros didáticos mais distribuídos pelo PNLD em 2019 e 2020 no Ensino Fundamental, com foco no subdomínio *Knowledge of Topics* (KoT), categorias procedimentos, definição, propriedades, fundamentos e registros de representação. O objetivo deste texto é apresentar o percurso metodológico desenvolvido por essa pesquisa, que vem se mostrando potente para o cumprimento do propósito pretendido. Espera-se que essa metodologia possa ser replicada em diversos contextos e em distintos tópicos matemáticos que envolvam a análise do conhecimento matemático especializado registrado no manual do livro didático de matemática.

[618] nubiasimone2017@gmail.com
[619] adilson.dalben@gmail.com

***Palavras-chave*:** Conhecimento especializado; MTSK; área; Livro didático.

Abstract

Considering that the teaching of the topic area is often guided by rules and procedures without attribution of meaning and that the textbook is one of the main influencers of teaching and learning, it is necessary to understand how this topic is presented in this resource. A master's research, still under development at the CIEspMat Research andTraining Group, based on the conceptualization of the Mathematics Teacher's Specialized Knowledge (MTSK), seeks to identify and describe the content of specialized mathematical knowledge on the topic area recorded in the teacher's manual of the collection of textbooks most distributed by the PNLD in 2019 and 2020 in Elementary School, focusing on the Knowledge of Topics (KoT) subdomain, procedures, definition,properties, fundamentals and representation records. The objective of this text is to present the methodological course developed by this research, which has proved to be potent for the fulfillment of the intended purpose. It is expected that this methodology can be replicated in different contexts and in different mathematical topics that involve the analysis of specialized mathematical knowledge recorded in the manual of the mathematics textbook.

Keywords: Specialized knowledge; MTSK; area; Textbook.

Resumen

Teniendo en cuenta que la enseñanza del área temática a menudo se guía por reglas y procedimientos sin atribución de significado y que el libro de texto es uno de los principales influenciadores de la enseñanza y el aprendizaje, es necesario comprender cómo se presenta este tema en este recurso. Una investigación de maestría, aún en desarrollo en el Grupo de Investigación y Formación CIEspMat, basada en la conceptualización del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemática (MTSK),busca identificar y describir el contenido del conocimiento matemático especializado en el área temática registrado en el manual del profesor de la colección de libros de texto más distribuida por el PNLD en 2019 y 2020 en la Enseñanza Básica, con foco en el subdominio Conocimiento de los Tópicos (KoT), procedimientos, definición, propiedades, fundamentos y registros de representación. El objetivo de este texto es presentar el recorrido metodológico desarrollado por esta investigación, que se ha mostrado potente para el cumplimiento del propósito planteado. Se espera que esta metodología pueda ser replicada en diferentes contextos y en diferentes temas matemáticos que involucren el análisis de conocimientos matemáticos especializados registrados en el manual del libro de texto de matemáticas[620].

***Palabras clave*:** Conocimiento especializado; MTSK; área; Libro de texto.

Introdução

O conhecimento do professor assume um papel central na aprendizagem e nos resultados dos alunos, alicerçando sua prática e os objetivos de ensino que sustentarão as discussões matemáticas em sala de aula (Nye, Konstantopoulos & Hedges, 2004). Outrofator influenciador dos resultados de aprendizagem é o livro didático, que reflete diretamente nas decisões dos professores sobre os conteúdos e estratégias de ensino adotados em sua prática (Wijaya, Van Den Heuvel-Panhuizen & Doorman, 2015). Frentea esse potencial de influenciar o ensino e a aprendizagem, é necessário compreender como os tópicos matemáticos apresentados nesse recurso didático propiciam o desenvolvimentodo conhecimento especializado do professor para estruturar e dar significado à sua prática.

Para colaborar com a ampliação do entendimento sobre esse conhecimento registrado no livro didático, essa investigação seleciona o tópico área, considerado conceitualmente crítico e apontado como particularmente importante na aprendizagem matemática por se tratar de um dos domínios de medição mais comumente usados na vidacotidiana (Outhred & Mitchelmore, 2000). Essa criticidade se sustenta na escassaformação dos professores sobre o tópico, o que resulta em um ensino pautado no uso de expressões de cálculo, sem atribuição de significado (Smith & Barret, 2017).

Com efeito, a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (2018) apresenta pouca contribuição para o ensino do tópico área, trazendo-o como objeto de estudo apenas a partir do 3.º ano do Ensino Fundamental (Brasil, 2018), enquanto os currículos internacionais o destacam desde a pré-escola (NCTM, 2010). O documento curricular brasileiro propõe um conjunto de habilidades para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, como comparar áreas por superposição de figuras, medir e estimar área de figuras planas desenhadas em malha quadriculada a partir da contagem dos quadradinhosou da metade deles. Já nos Anos Finais, é

[620] Agradecimento a Miguel Ribeiro pela revisão crítica, comentários e sugestões de melhoria nas versões prévias deste trabalho.

proposto que os cálculos de área sejam introduzidos por meio das expressões de cálculo de área de quadriláteros, triângulos e círculos.

Considerando a ênfase dada ao uso do livro didático pelos professores, a formaçãodocente deficitária ofertada no contexto brasileiro e, por conseguinte, a lacuna no ensinodo tópico área, justifica a relevância do presente trabalho, que objetiva apresentar o percurso metodológico desenvolvido por uma pesquisa de mestrado no Grupo de Pesquisa e Formação CIEspMat[621]. Essa pesquisa se fundamenta na conceitualização *Mathematics Teacher's Specialized Knowledge* (MTSK)[622] proposto por Carrillo *et al*. (2018) com foco no subdomínio KoT, nas categorias procedimentos, definição, propriedades, fundamentos e registros de representação. Levando-se em conta a limitaçãode espaço, optou-se por discutir aqui apenas a categoria procedimentos.

Dessa forma, com o propósito de identificar e descrever o conteúdo do conhecimento matemático especializado registrado no manual do professor (MP)[623] da coleção de livros didáticos mais distribuídos pelo PNLD em 2019 e 2020, busca-se aqui responder a seguinte questão: Que conhecimento matemático especializado é identificadono MP com foco no tópico área?

Compreendendo o tópico área

A área pode ser entendida como a quantidade de uma região bidimensional contida por uma fronteira, enquanto o conceito de medição de área pode ser pensado comoum conjunto de procedimentos que resulta na determinação dessa área. Três componentesessenciais formam os conceitos de medição de área: aquisição de formas, medida e cálculo (Huang & Witz, 2013). Sendo assim, os conceitos de área e medição de área devem ser definitivamente diferenciados.

[621] O CIEspMat é um grupo de Pesquisa e Formação que desenvolve trabalhos focados no desenvolvimentodo Conhecimento Interpretativo e Especializado do professor e do futuro professor de e que ensina matemática – desde a Educação Infantil ao Ensino Médio. https://ciespmat.com.br
[622] Optamos por utilizar a nomenclatura em inglês por ser esta uma conceitualização já reconhecida internacionalmente e para evitar alguma ressignificação dos termos associados a cada um dos domínios e subdomínios presentes nessa teoria.
[623] Manual do professor é uma obra didática que traz a reprodução do livro do aluno na íntegra contendo emsuas faixas laterais e inferiores informações exclusivas ao professor, como orientação, respostas das atividades, objetivos e habilidades da BNCC. A partir deste momento no texto o manual do professor da coleção estudada na pesquisa será citada como MP.

Em um processo de medição de área é necessário obedecer a duas condições necessárias: deve-se adotar uma unidade de medida de mesma característica, ou seja, umaunidade de medida bidimensional e deve-se atribuir um valor numérico a essa medição, quantificando o total de vezes que essa unidade de medida recobriu toda região a ser medida, sem lacunas ou sobreposição (Clements & Stephan, 2004). Além do mais, paralelamente a isso, é preciso considerar os princípios que fundamentam a compreensãodessa medição: particionamento, iteração de unidades, transitividade, conservação e estruturação espacial.

O particionamento se refere a uma ação mental de subdividir o espaço bidimensional com uma unidade de mesma característica ou subdividir essa unidade de medida quando o espaço bidimensional a ser medido for menor. A iteração de unidades diz respeito ao processo de recobrimento de todo o espaço bidimensional com a unidadede medida de área, sem deixar espaço entre elas ou sobrepô-las. A transitividade compreende o processo de estimativa ou comparação, no qual se pode obter uma relaçãode igualdade ou desigualdade entre a área de dois objetos distintos, em um terceiro objeto.A conservação se relaciona ao entendimento de que, mesmo quando uma determinada região é dividida e suas partes são reorganizadas, a área permanece a mesma. Por sua vez, a estruturação espacial, corresponde ao processo de recobrimento da região com unidadesde medida bidimensionais, que se alinham em linhas e colunas (CLEMENTS; SARAMA,2009). Esse princípio diz respeito à organização do espaço bidimensional retangular em forma de uma matriz, o qual permite estabelecer uma relação entre a área dessa região e as medidas lineares de seus lados, (Battista *et al*., 1998). O entendimento desse último princípio forma a origem experiencial da expressão de cálculo da área do retângulo, ou seja, compreender a estruturação espacial envolve reconhecer que a multiplicação dos comprimentos constitui as unidades de área (Outhred & Mitchelmore, 2000).

Todavia, esses princípios geram dificuldades na compreensão tanto dos alunos, como dos professores (Smith & Barret, 2017). Tais dificuldades evidenciam a relevância do conhecimento especializado no tópico área, para que os professores tenham condiçõesde superar suas dificuldades e progridam no processo de ensino. Caso contrário, o foco das discussões matemáticas continuará de forma superficial, não avançando para além disso (Baturo & Nason, 1996).

Mathematics Teacher's Specialized Knowledge - MTSK

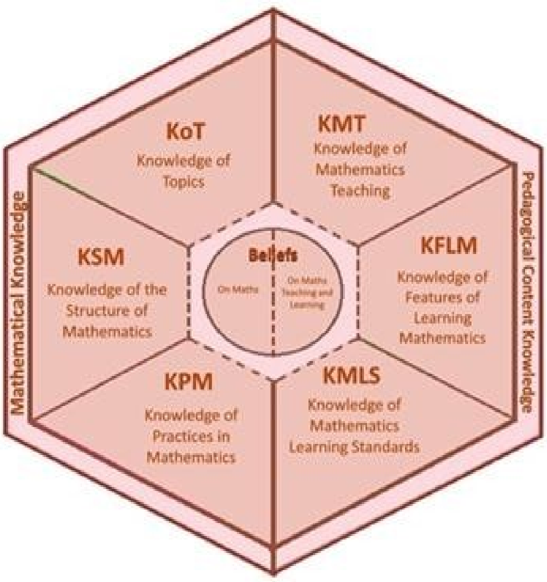
Com o propósito de compreender as especificidades do conhecimento especializado do professor de matemática, tanto do conteúdo, quanto do aspecto pedagógico envolvido nele, Carrillo e seus colaboradores (2018), propõem o modelo MTSK que possibilita entender não só as limitações e potencialidades dos professores emsua prática ou em momentos de formação, mas também analisar informações provenientes de distintas fontes, como orientações curriculares e livros didáticos (Ribeiro*et al*., 2021).

O modelo é constituído por três domínios: O *Mathematical Knowledge* (MK), quese refere ao domínio do conhecimento matemático, o *Pedagogical Content Knowledge* (PCK), que diz respeito domínio pedagógico para o ensino da matemática e o domínio das crenças do professor a respeito da matemática e do seu ensino. O MK é subdivididoem três subdomínios: *Knowledge of Topics (KoT)*; *Knowledge of the Structure of Mathematics* (KSM) e *Knowledge of the Practices of Mathematics* (KPM). Por sua vez, o domínio PCK é constituído pelos subdomínios: *Knowledge of Features of Learning*

Mathematics (KFLM); *Knowledge of Mathematics Teaching* (KMT) e *Knowledge of Mathematics Learning Standards* (KMLS).

Figura 1.

Modelo MTSK (Carrillo et al., 2018, p. 241)



O KoT, foco dessa investigação, se refere ao conhecimento do professor associadoa cada um dos tópicos matemáticos a serem ensinados, porém com nível de aprofundamento, organização e estruturação superior ao que os alunos vão receber. Alémdisso, são considerados para esse subdomínio seis categorias (Policastro & Ribeiro, 2021): procedimentos, definições, propriedades, fundamentos, registros de representação e fenomenologia. Essas categorias abarcam os conceitos, proposições, propriedades, classificações, exemplos, fórmulas e algoritmos com seus respectivos significados e demonstrações, além das conexões que se estabelecem entre os diferentes conceitos dentro do mesmo tópico (Liñán, Contreras & Barrera, 2016).

Considerando o escopo desse trabalho, foca-se aqui apenas na categoria procedimentos, que engloba o conhecimento dos algoritmos convencionais e alternativos,seus fundamentos, quando podem ser feitos ou usados, como e porque são feitos ou usados de determinada maneira (Liñán, Contreras & Barrera, 2016). No que se refere ao tópico de área, inclui-se como exemplos: conhecer que para realizar a medição de uma área é necessário adotar uma unidade de medida também bidimensional (Clements & Stephan, 2004); conhecer que em uma medição de área o recobrimento da região bidimensional deve ser feito sem lacunas ou sobreposição das unidades (Clements & Stephan, 2004) e conhecer que medição e cálculo de área são procedimentos diferentes, sendo que o segundo se sustenta no entendimento da primeira (Outhred & Mitchelmore, 2000).

Contexto e trajetória metodológica para análise

Este estudo integra parte de uma pesquisa mais ampla, que adota como processo metodológico a incorporação de referenciais teóricos para compor um conjunto de descritores do conteúdo do conhecimento matemático especializado sobre o tópico área.Essa investigação, ainda em desenvolvimento, no âmbito de mestrado, é também fundamentada pela conceitualização *Mathematics Teacher's Specialized Knowledge* – MTSK (Carrillo *et al*., 2018) e visa responder à questão norteadora: Que conhecimento matemático especializado é identificado no MP com foco no tópico área?

De maneira análoga às pesquisas realizadas no grupo CIEspMat em contextos de formação, onde o conhecimento especializado do professor é o objeto de estudo, nesta assume-se o contexto estático do manual do professor no qual se encontra registrado o conteúdo do conhecimento que poderá subsidiar a prática do professor. Assim, para responder à pergunta da pesquisa, adotou-se uma abordagem qualitativa interpretativa associada a um estudo de análise documental, desenvolvida em cinco etapas metodológicas: (i) exploratória do campo de pesquisa, (ii) exploratória do manual do professor, (iii) coleta e tratamento das informações, (iv) análise e discussão e (v) síntese dos resultados.

A primeira etapa consistiu na busca de pesquisas que adotaram o modelo MTSK na análise do conhecimento especializado em livros didáticos em repositórios nacionais e internacionais nos idiomas português, espanhol e inglês, empregando como parâmetrospalavras como MTSK, Conhecimento Especializado e Livro Didático. O resultado dessabusca apontou para quatro dissertações, porém todas elas com objetivos distintos do pretendido aqui, ou seja, não apresentavam uma metodologia aplicável às pesquisas que vêm sendo desenvolvidas no grupo CIEspMat.

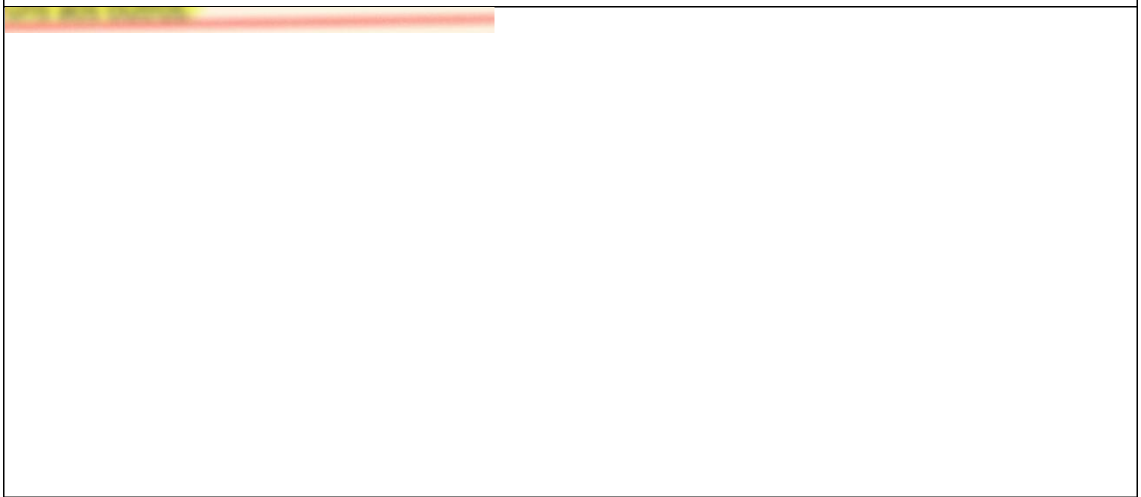
A etapa de exploração do manual do professor se deu em duas fases. Na primeira,buscou-se a descrição geral do material e, simultaneamente, a localização das partes do MP nas quais se encontrava algum registro relacionado ao tópico área, resultando em um mapeamento dessas partes. Na segunda fase, realizou-se uma revisão minuciosa de cada uma dessas partes com o intuito de identificar e destacar em amarelo os trechos desse manual que poderiam trazer as evidências do conteúdo do conhecimento do tópico área registrado no material.

Na etapa de coleta e tratamento das informações, optou-se por organizar essas partes do manual que traziam os trechos destacados, sistematizando-os em um quadro. Para essa sistematização, cada parte do MP com esses trechos destacados foi recortada einserida em um quadro específico. Nesse ponto, atribuiu-se a cada quadro, que contém orecorte, um código de identificação de dois componentes separados por um ponto, sendo:letra “V”, acompanhada de um número de 1 a 9, indicando o volume da coleção; letra “P”, acompanhada dos números da página onde começa e termina o trecho destacado do manual do professor. Por exemplo: V5.P118-119 indica que a parte do manual recortadacorresponde ao volume 5 (referente ao 5.º ano do Ensino Fundamental), retirada das páginas 118 e 119.

Após inserir todos os recortes do MP nos seus respectivos quadros, devidamente identificados com sua codificação, iniciou-se o processo de tratamento das informações.Esse tratamento consistiu na busca da presença de evidências de conteúdo do conhecimento matemático especializado do tópico área nestes trechos dos recortes. Confirmada essa presença, o trecho ou conjunto de trechos foram contornados de vermelho e identificados com uma numeração sequencial, explicitando-se assim uma evidência do conteúdo do conhecimento pertencente ao recorte.

Para cada uma dessas evidências, elaborou-se a descrição do conteúdo do conhecimento nela presente, inserida em uma linha abaixo de cada recorte. Nessa descrição, considerou-se o que estava efetivamente registrado na evidência, independentemente se estava completo ou incompleto, correto, parcialmente correto ou incorreto. Por fim, atribuiu-se a essas descrições o código do recorte ao qual sua evidênciapertencia, acrescido do número sequencial dos seus trechos identificados nos recortes. Para exemplo: V5.P118-119–3, corresponde à terceira descrição evidenciada no recorte,o Quadro 1 ilustra essa situação.

Quadro 1.
Exemplo de catalogação e identificação das evidências[624]

V5.P112-112

V5.P112-112-1: A área retangular é determinada pela quantidade de quadradinhos que a cobrem totalmente, não podendo se sobrepor. *(área ou medida de área?)*
V5.P112-112-2: Quadrados de 1cm de lado podem ser usados para medir superfície. (*No entanto não explicita que esses quadrados se referem às unidades de medida adotadaspara essa medição).*
V5.P112-112-3: Ao cobrir uma região, como a capa de um livro, com quadrados não podehaver sobreposição e toda região deve ser recoberta.

Finalizado o processo de reconhecimento, identificação, destaque, recorte e organização nos diversos quadros (com as descrições das evidências) de todo o MP, iniciou-se a quarta etapa metodológica, análise e discussão. Nesta etapa, as descrições realizadas em todos os quadros foram devidamente separadas do quadro e entre si, a fimde favorecer o processo de

[624] Para manter o sigilo da coleção adotada na investigação, optou-se por desfocar a imagem.

categorização. Nessa categorização, as descrições do conteúdodo conhecimento presentes nas evidências das diferentes partes do manual foram agrupadas, desagrupadas e reagrupadas de acordo com a conceitualização MTSK, nas categorias do subdomínio KoT. Ou seja, ao final desse processo, as descrições foram reunidas em função das categorias do KoT a que pertenciam: procedimentos, definições, propriedades, fundamentos ou registros de representação.

Em seguida, uma nova categorização foi realizada separadamente, a partir das descrições reunidas em cada um dos cinco agrupamentos obtidos na fase anterior. Essas descrições presentes em cada um dos agrupamentos foram categorizadas em função do conhecimento matemático especializado nelas presentes, fundamentado agora, também, pelo referencial teórico sobre o tópico. A seguir, ilustra-se um agrupamento de descriçõesassociadas ao conteúdo do conhecimento das condições necessárias para efetuar uma medição de área.

Quadro 2.

Exemplo do agrupamento das evidências de mesma característica

V5.P112-112-1: A área retangular é determinada pela quantidade de quadradinhos que a cobrem totalmente, não podendo se sobrepor.
V5.P112-112-2: Quadrados de 1*cm* de lado podem ser usados para medir superfície.
V5.P112-112-3: Ao cobrir uma região, como a capa de um livro, com quadrados, não podehaver sobreposição e toda região deve ser recoberta.
V5.P118-118-1: Recobrir uma superfície com uma unidade de área e contar quantas vezes essa unidade cabe na superfície se refere a medida dessa superfície.

Apresenta-se neste quadro um agrupamento de descrições do conhecimento oriundas de diferentes recortes do MP. A V5.P112-112-2 apresenta que uma unidade de medida bidimensional deve ser adotada, usualmente pequenos quadrados, já a V5.P112- 112-1 descreve o conhecimento de que a quantidade de unidades de medida determina uma área. Além disso, V5.P112-112-1 e V5.P112-112-3 consideram que estas unidades de medida devem ser posicionadas em toda a região, sem sobreposição e V5.P118-118-1descreve que o recobrimento dessa região com essa unidade de medida e a contagem dessas unidades fazem parte do procedimento da medição de área. De acordo com Caraça(1951), medir uma área é comparar uma unidade de medida, tomada como referência, com o todo e quantificar essas unidades de medida atribuindo um valor numérico ao resultado dessa medição. Para Clements e Stephan (2004), medir uma área vai além da comparação e atribuição de um valor numérico, posto que inicialmente é preciso adotar uma unidade de medida de mesma natureza e depois posicionar essas unidades em toda aregião, sem lacunas ou sobreposição. No entanto, a informação de que não deve haver lacunas entre as unidades de medida é ausente no MP, o que indica a incompletude das evidências em relação ao referencial teórico sobre o tópico.

Na quinta e última etapa metodológica, ainda em fase de desenvolvimento, buscou-se, por meio dos agrupamentos das descrições das evidências de mesma característica, verificar a emersão dos descritores do conteúdo do conhecimento que são alicerçados pelos referenciais teóricos adotados. A título de exemplificação, apresenta-se o descritor emergente da análise realizada na quarta etapa deste trabalho, o qual está associado ao subdomínio KoT, categoria procedimentos do volume 5 da coleção adotada:*KoT - procedimentos: Conhecimento de que medir a área de uma região envolve, inicialmente adotar uma unidade de medida adequada, como um quadrado, depois posicionar essa unidade de medida lado a lado, sem lacunas ou sobreposição até que toda essa região seja preenchida e, finalmente contar quantas vezes essa unidade de medida coube nessa região atribuindo assim um valor numérico a essa medição.*

Percebe-se, portanto, por meio da trajetória dessas etapas metodológicas, associadas a alguns exemplos, a emergência de descritores do conteúdo do conhecimento matemático especializado identificado no manual de uma coleção de livros didáticos.

Considerações finais

Com foco nas especificidades do conhecimento matemático do professor relacionadas às suas práticas e, em particular, no que diz respeito ao conteúdo do tópico área registrado no manual do professor, esse trabalho buscou apresentar as etapas metodológicas de uma pesquisa de mestrado, ainda em andamento, com o intuito de aprimorar a qualidade das discussões por ela realizadas e refletir sobre seu desenvolvimento em busca de sua validação. Esse estudo buscou ainda revelar a importância de identificar e utilizar metodologias potentes que possam embasar investigações com foco no conteúdo do conhecimento especializado registrado em materiais didáticos, visto que compreender esse conteúdo pode colaborar com o aperfeiçoamento e elaboração de livros didáticos de melhor qualidade, fomentando o aprimoramento da prática do professor e consequentemente dos resultados de aprendizagens dos alunos. Da experiência acumulada até o momento no desenvolvimento da pesquisa, o percurso metodológico desenvolvido se mostrou viável, podendo ser aplicado em diversos tópicos.

Agradecimento: O presente trabalho forma parte do projeto de pesquisa financiado pelo CNPq "*Desenvolvimento do Conhecimento Interpretativo e Especializado do professor e suas relações com as Tarefas para a Formação no âmbito da Medida, e do Pensamento Algébrico, Geométrico e Estatístico*" (404959/2021-0).

Referências

Battista, M. *et al*. (1998). Students' Spatial Structuring of 2D Arrays of Squares. *Journalfor Research in Mathematics Education*, 29(5), 503-532.

Baturo, A., & Nason, R. (1996). Student teachers' subject matter knowledge within the domain of area measurement. *Educational studies in mathematics*, 31(3), 235- 268.

Brasil, (2018). Ministério da Educação. Secretaria da educação Básica. *Base Nacional Comum Curricular.* Brasília: DF.

Caraça, B.D.J. (1951). *Conceitos fundamentais da matemática*. Lisboa: Tipografia Matemática, 107-1.

Carrillo, J. *et al*. (2018). The mathematics teacher's specialized knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education*, 20(3), 236–256.

Clements, D. H.; Sarama, J. (2009). *Learning and Teaching Early Math: The Learning Trajectories Approach*. (Ed. 1). Nova York: Routledge.

Clements, D.H., & Stephan, M. (2004). Measurement in pre-K to grade 2 mathematics. In: D. Clements, J. Sarama e A.-M. DiBiase (Eds*.), Engaging young children in mathematics: Standards for early childhood mathematics education*, Mahwah, NJ: Erlbaum, 299–317.

Huang, H.M., & Witz, K.G. (2013). Children's Conceptions of Area Measurement and Their Strategies for Solving Area Measurement Problems. *Journal of Curriculum and Teaching*, 2(1), 10-26.

Liñán, M.M., Contreras, L.C., & Barrera, V. (2016). Conocimiento de los Temas (KoT).En J. Carrillo, L.C. Contreras y M. Montes (Eds.), Reflexionando sobre el conocimiento del profesor. *Actas de las II Jornadas del Seminario de Investigación de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Huelva*, SGSF:Huelva, 12-20.

National Governors Association Center for Best Practices and Council of Chief State School Officers. (2010). *Common Core State Standards for Mathematics.* Washington, DC: Authors.

Nye, B., Konstantopoulos, S., & Hedges, L.V. (2004). How large are teacher effects? *Educational evaluation and policy analysis*, *26*(3), 237-257.

Outhred, L.N., & Mitchelmore, M.C. (2000). Young Children's Intuitive Understandingof Rectangular Area Measurement. *Journal for Research in Mathematics Education,* 31(2), 144-167.

Policastro, M.S., & Ribeiro, M. (2021). Conhecimento Especializado do professor que ensina matemática relativo ao tópico de divisão. *Zetetiké*, Campinas, 29(2), 1-23.

Ribeiro, N. S. *et al*. (2021). O uso do modelo MTSK para análise do livro didático: algumas problemáticas. *V CIMTSK*.

Smith, J.P., & Barrett, J.E. (2017). Learning and Teaching Measurement: Coordinating Quantity and Number, *Research in Mathematical Process and Content*, 355-385.

Wijaya, A., Van Den Heuvel-Panhuizen, M., & Doorma, M. (2015). Opportunity-to-learn contexto-based tasks provided by mathematics textbooks. This articile is published with open acess at Springerlink.com. *Educ Stud Math*, 89(4), 1-65.

Algumas Considerações a Respeito do Pensamento Matemático-Computacional: Refinamento.

Some Considerations Regarding Mathematical-Computational Thinking:Refinement.

Algunas Consideraciones sobre el Pensamiento Matemático-Computacional: Refinamiento

Christian James de Castro Bussmann
Universidade Estadual do Norte do Paraná – UENP
0000-0002-4327-5093

Angela Marta Pereira das Dores Savioli
Universidade Estadual de Londrina - UEL0000-0002-5624-6398

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Pesquisa em Educação Matemática

Resumo

O objetivo deste artigo é apresentar uma das considerações a respeito da Construção Mental, o Refinamento, parte de uma teorização, denominada Pensamento Matemático- Computacional, que adveio da união de processos do Pensamento Matemático Avançado e concepções do Pensamento Computacional e formada por declarações teóricas de outrasdeclarações, como na pesquisa Especulativa. Além disso, detalhar esse Refinamento, que envolve observação de padrões, reflexões, diálogo e arguição, conexão entre os assuntos de uma disciplina, experienciação da evolução do pensamento científico e representante genérico.

Palavras-chave: Educação Matemática; Pensamento Matemático Avançado; Pensamento Computacional; Pensamento Matemático - Computacional; Construção Mental.

Abstract

The goal of this article is to present one of the considerations regarding Mental Construction, Refinement, part of a theorization called Mathematical-Computational Thinking, which came from the union of processes of Advanced Mathematical Thinking and conceptions of Computational Thinking and formed by theoretical statements of other statements, as in Speculative research. In addition, detail this Refinement, which involvesobservation of patterns, reflections, dialogue and argument, connection between the subjects of a discipline, experiencing the evolution of scientific thinking and generic representative.

Keywords: Mathematics Education; Advanced Mathematical Thinking; Computational Thinking; Mathematical - Computational Thinking; Mental Construction.

Resumen

El propósito de este artículo es presentar una de las consideraciones sobre Construcción Mental, Refinamiento, parte de una teorización denominada Pensamiento Matemático- Computacional, que surgió de la unión de procesos de Pensamiento Matemático Avanzadoy concepciones de Pensamiento Computacional y formada por enunciados teóricos de otras declaraciones, como en la investigación especulativa. Además, detallaremos este Refinamiento, que implica observación de patrones, reflexiones, diálogo y argumentación,conexión entre los sujetos de una disciplina, vivencia de la evolución del pensamiento científico representativo y genérico.

Palabras clave: Educación Matemática; Pensamiento Matemático Avanzado; Pensamiento Computacional; Matemática - Pensamiento Computacional; Construcción mental.

Introdução

Este artigo é parte de uma tese a respeito do Pensamento Matemático- Computacional, que surgiu a partir de algumas leituras a respeito do Pensamento Matemático Avançado e do Pensamento Computacional sendo que, em algumas discussões encontradas em alguns textos científicos sobre esse assunto, os autoresargumentavam da possibilidade de contribuição para o ensino de Matemática.

A partir de algumas inquietações surgiu a ideia do Pensamento Matemático-Computacional e o seu desenvolvimento se deu com base nos processos do Pensamento Matemático Avançado apresentados por Dreyfus (2002) e nas concepções do Pensamento Computacional (2010) discutidos em um Workshop (2010). E essas considerações,trazemos para esse artigo a Construção Mental, em que destacamos o Refinamento, bemcomo algumas considerações a respeito do Pensamento Matemático-Computacional.

Discussões teóricas

Segundo Dreyfus (2002, p.35) o processo de generalização é uma “[...] derivaçãoou indução de particularidades, identificando os pontos comuns e expandido seus domínios de validade.

Harel e Tall (1989) em seu artigo intitulado “O Geral, o Abstrato e o Genérico em Matemática Avançada” apresentam três tipos de Generalizações, sendo essas: Generalização Expansiva, Reconstrutiva e Disjuntivas.

Faremos uma breve apresentação de cada uma, a Generalização Expansiva ocorrequando o sujeito expande o intervalo de aplicabilidade sem reconstruí-lo; a GeneralizaçãoReconstrutiva ocorre na reconstrução do esquema existente para ampliar seu alcance de aplicabilidade e; a Generalização Disjuntiva ocorre quando existe um movimento de umcontexto familiar para outro, construindo um novo esquema para lidar com esse novo contexto.

Nessa perspectiva, enquanto a Generalização Expansiva se utiliza de esquemas eà medida que novas situações são incluídas, essas são consideradas como casos especiais,já para a Generalização Reconstrutiva a alteração do esquema antigo em vários momentosenriquecendo-o para posteriormente ser acoplado ao esquema geral. Na Generalização Disjuntiva o indivíduo não consegue enxergar a relação entre os conteúdos, mas sim comosituações diferentes e isso pode levar ao fracasso, pois à medida que vai aumentando o número de procedimentos novos esquemas são construídos.

Harel e Tall (1989) nesse mesmo artigo consideram que o conceito de generalização é difícil para os estudantes, mas afirmam que deve estar presente no cotidiano dos discentes, contribuindo para uma formação sólida.

Esses movimentos de Generalização Reconstrutiva e Expansiva em muitos momentos é contrário ao que acontece na sala de aula, onde o professor apresenta a definição, alguns exemplos e depois alguns exercícios, pois dá a oportunidade ao estudante participar da construção do conhecimento.

Nesse movimento, a Sintetização apresentada por Dreyfus (2002) pode contribuirpois ela dá oportunidade ao estudante estabelecer algumas regras unificadoras em conteúdos que podem ser estudados de forma isolada.

A Sintetização é o processo que faz a combinação, a junção das partes de um determinado conteúdo, ou seja, o estudante pode deixar de ver o conceito como operaçõese sim começa a olhar de forma detalhada para o assunto, construindo algumas conexões.De acordo com Dreyfus (2002) é nesse movimento que o estudante pode evidenciar a evolução do pensamento matemático.

Faremos agora uma breve explanação de alguns elementos do Pensamento Computacional, que compõe partes do Pensamento Matemático-Computacional.

Em meados de 2006 a pesquisadora Jannete Wing usou o termo Pensamento Computacional como uma maneira de resolver problemas, projetar sistemas e compreender o comportamento humano, elementos esses considerados fundamentais à ciência da computação. Alguns pesquisadores entendem que essa foi a primeira vez queo termo foi utilizado. No entanto, a própria Wing em 2010 redefiniu esse conceito inserindo novos elementos:

> [...] à medida que a computação, as comunicações e a informação se tornam cada vez mais proeminentes ao longo da vida diária, o Pensamento Computacional torna-se mais útil para o bem-estar econômico, intelectual e social de todos.60 (WING, 2010, p. 8, tradução nossa)

Assim, entendemos que a primeira definição apresentada pela autora estavavoltada mais para os profissionais da ciência da computação e já na sua redefinição entendeu-se que o Pensamento Computacional pode contribuir para outras áreas do conhecimento.

Em meados de 2009 diversos pesquisadores se reuniram em um workshop para discutir sobre o Pensamento Computacional e dentre as várias definições apresentadas assumiremos a de Constable (2010) aonde ele defende que o Pensamento Computacionalé algo ainda em aberto que aumenta a cada dia os conceitos que refletem a natureza da tecnologia e a aprendizagem humana combinando elementos para “automatizar” e para “estudar” os processos de informação.

Ainda sobre essa discussão, o Pensamento Computacional pode ter algumas vertentes que são complementares, tais como: a linguagem, a automação de processos deabstração, ferramentas cognitivas e Pensamento Computacional sem o uso decomputadores. Faremos uma breve apresentação de alguns deles.

Pesquisadores tais como Lee (2010), que defendem o Pensamento Computacionalcomo Automação de Abstração, acreditam que o Pensamento Computacional vai além deser uma ferramenta que ajuda na solução de problemas, pois o estudante ao construir umprograma computacional está automatizando um processo, e nessa perspectiva saber somente programar não é suficiente, ele tem que compreender outros conceitos tais comoa modelagem e simulação.

De acordo com Khan (2010) o Pensamento Computacional contribui no processode concretização de assuntos que são predominantes abstratos. O autor usa como exemploos jogos computacionais, que são virtuais, mas apresentam características concretas.

Entendemos que a próxima vertente do Pensamento Computacional se apresenta como uma atividade humana e que pode contribuir na resolução de diversos problemas. Moursound

(2010) apresenta uma visão diferente a respeito do Pensamento Computacional, para ele, o pensar a respeito das ferramentas tecnológicas pode contribuirnas atividades diárias.

As ferramentas tecnológicas referidas por Moursound (2010) são as que seencontram dentro dos programas, por exemplo, um editor de texto possui pincel de formatação, tamanho, estilo, entre outras ferramentas que auxiliam no desenvolvimento de uma atividade.

Morsound (2010, p.17) observa que:

> [...]a utilização de recursos depende da educação, treinamento e experiência dousuário, bem como o design da ferramenta. Algumas ferramentas, como um processador de texto, requerem treinamento e habilidades mais formais para acessar os recursos oferecidos

O que se pode notar é que essa concepção do Pensamento Computacional traz o usuário como elemento central para o desenvolvimento das atividades, ou seja, começa aser visto como uma atividade humana. Além disso, Moursound (2010, p. 18) ainda argumenta que o quanto melhor for a ferramenta, problemas mais complexos também podem ser resolvidos, para ele se:

> [...] você tem uma vara e você pode usá-la em suas primeiras colheitas. Se você conseguir uma enxada, é uma ferramenta muito melhor. Mas, com melhores ferramentas, movemo-nos para além do aumento ou amplificação de baixo nível, como geralmente se chama. Se você conseguir ferramentas boas o suficiente, então você pode ir para a Lua e outros lugares.

Assim como Wing (2010) argumentou que o Pensamento Computacional é uma atividade que pode ser usada por outros além dos cientistas da computação, Moursound (2010) também defende essa ideia, ou seja, esse pensar pode ser utilizado pela comunidade em geral. Nesse sentido, podemos entender que as ferramentas também podem contribuir para a educação.

Ainda nos dias de hoje não existe muita clareza sobre o que é o Pensamento Computacional. De acordo com Denning e Tedre (2020) a [...] “comunidade continua a luta com o que parece uma névoa impenetrável de conceitos inter-relacionados”, em nosso entendimento algo ainda em construção contribuindo tanto em nível profissional quanto em nível educacional.

Pensamento matemático-computacional: refinamento

Para o desenvolvimento do Pensamento Matemático-Computacional fomos buscar elementos teóricos nas concepções que Dreyfus (2002) apresenta a respeito do Pensamento

Matemático Avançado e das discussões que ocorreram em um Workshop (2010) a respeito do Pensamento Computacional.

Conforme íamos evoluindo nas discussões a respeito dessa teorização, entendemos que o Pensamento Matemático-Computacional é uma atividade humana e como tal não existe uma verdade absoluta, mas sim diversas formas de pensar; em que vários aspectos estão relacionados ao contexto.

Assim, o Pensamento Matemático-Computacional apresenta algumas características, a Construção Mental e a Construção Simbólica, Bussmann e Savioli (2020) entendem que a Construção Simbólica está ligada a construção dos símbolos, da relação entre o símbolo e o conceito e outros tipos de representação de um conceito (algébrico, geométrico, etc.), sendo essas construídas por meio das ideias deRepresentação Simbólica Dreyfus (2002) e a Linguagem e sua Importância para aComputação Resnick e Kay (2010), ou seja um processo criativo, e nesta comunicação faremos considerações a respeito da Construção Mental que também o consideraremos com criativo.

A Construção Mental está baseada em um sistema de representações, dessa maneira pode-se construir uma representação concreta e por meio dessa fazer interaçõese observações. Suas ideias surgiram a partir das reflexões dos processos de Representação Mental (Dreyfus 2002) e Automação que envolvem Processos de Abstração (Khan,2010).

Notamos que esse é um ponto complexo, pois não é possível mensurar, visto quecada indivíduo tem sua própria Construção Mental. Mas acreditamos que é possível fazeralgumas análises a partir do momento que o estudante externaliza o seu pensamento.

Faremos agora algumas considerações sobre o Refinamento processo que contribui para o desenvolvimento da Construção Mental e em vários momentos o leitor pode ter a impressão que estamos evidenciando a implementação do Pensamento Matemático-Computacional, no entanto, ao fazê-lo estamos apresentando resultados que podem contribuir para sua sistematização.

Ao adotarmos o termo refinamento, que de acordo com o dicionário de sinônimos significa aprimorar, tornar puro, tornar mais forte e intenso, estamos entendendo que o Pensamento Matemático-Computacional tem como elemento não só a identificação de padrões, mas mostrar uma perspectiva de como pode ser evidenciado.

A concepção do Refinamento do Pensamento Matemático-Computacional segue as mesmas linhas apresentadas pela Generalização do Pensamento Matemático Avançado apresentado por Dreyfus, ou seja, parte de problemas específicos e conforme as discussões vão surgindo inicia-se a generalização de um determinando conteúdo, nessa perspectiva entendemos que estamos deixando o assunto mais forte, mais puro.

Partindo dessa ideia o Refinamento está intrinsicamente ligado ao processo de Generalização deixando de lado o particular, partindo para discussões mais gerais, é nesse movimento que se inicia o processo de abstração, ou seja, deixamos de olhar para o conteúdo como sendo um objeto matemático e passamos a observá-lo como um ente.

Para o processo de Refinamento assumiremos o conceito da Generalização Reconstrutiva, pois permite ao estudante a cada nova etapa fazer uma reelaboração do esquema envolvido na aprendizagem de um conteúdo e ao optarmos por esse conceito podemos agora observar dentro dos elementos do Pensamento Computacional quais seriam os elementos que podem contribuir para o desenvolvimento dessa etapa doPensamento Matemático-Computacional.

Dentre os elementos do Pensamento Computacional destacamos: O Pensamento Computacional como uma Ferramenta Cognitiva e como Automação de Abstrações, poisesse último apresenta como elemento essencial a observação de padrões. Além disso, namesma linha que diSessa e Astrachan (2010) ao discutir sobre essa busca por padrões estamos iniciando uma discussão sobre tecnologias.

À medida que esse processo vai ocorrendo isso não só contribui para o desenvolvimento do pensar, mas também para o diálogo elementos que consideramos importantes não só para a formação profissional bem como a cidadã.

Outra questão apresentada por Dreyfus (2002) que também assumimos para o Pensamento Matemático-Computacional é a discussão sobre o domínio da validade e paraessa o conceito de Generalização Reconstrutiva contribui pois a cada nova discussões o domínio pode aumentar, ou seja, o conteúdo fica mais enriquecido.

Nessa linha de pensamento algumas características computacionais podem contribuir para essa discussão, sendo elas: Depuração, Testes e Paralelismo, sendo esse último, na perspectiva de como um conceito se mantém até a introdução de novos elementos e assim reconstruindo o esquema estudado até o momento.

Em linhas gerais a depuração permite que sejam realizadas análises cuidadosas dos passos envolvidos no desenvolvimento de um programa, assim ela pode contribuir noprocesso de Refinamento pois ao fazermos uma análise podemos observar até aonde se dá o domínio de validade atua.

A partir do momento em que agregamos novas atividades esperamos com o processo de reconstrução agregar o novo esquema já construído ao construído anteriormente. Nessa perspectiva, o conceito de teste permite uma discussão entre o antigo esquema e o novo e como a inserção de novos elementos altera o raio de atuação dessa nova estrutura matemática.

Com essa base teórica, entendemos que o processo de Refinamento está além de somente buscar os padrões e partir de uma situação para algo geral, mas também uma reflexão sobre o mesmo pois à medida que desenvolvemos atividades que permitam o desenvolvimento desse processo, estamos reconstruindo-o e também permitindo que elepossa ser revisado e se necessário reformulado.

Em (2018), Bussmann, Savioli e Polegati, apresentam algumas ideias de correlacionar o Pensamento Matemático Avançado e o Pensamento Computacional e paratal utilizaram como proposta o ensino de funções. Acreditamos que neste artigo existem as primeiras evidências do Pensamento Matemático-Computacional.

Nele os autores mostram uma possibilidade de busca por padrões partindo de um processo investigativo e avançado além da busca por padrões mas também permite umareflexão e uma reconstrução sobre as atividades apresentadas pois à medida que o estudante observa o comportamento de uma função em especial o conceito de coeficiente linear e emite seu conhecimentos, e isso se reconstrói quando mudamos para o coeficienteangular, ou seja, o conhecimento de acordo com as ideias do Pensamento Matemático- Computacional foi reconstruído por meio de reflexões e observações de padrões.

Conclusão

Para este trabalho apresentamos as considerações a respeito do Refinamento processo que faz parte do Pensamento Matemático-Computacional, e seudesenvolvimento foi baseado no processo de Generalização de Dreyfus (2002) e algumascaracterísticas do Pensamento Computacional, entre elas destacamos: o Pensamento Computacional como uma Ferramenta Cognitiva e como Automação de Processos Abstrato.

Dessa maneira, acreditamos que a forma para se observar o desenvolvimento do Pensamento Matemático-Computacional encontra-se principalmente no diálogo. Esperamos que esse movimento do Pensamento Matemático-Computacional possa contribuir na aprendizagem, no entanto, o fato de ser um assunto novo pode ainda ter outras considerações, sugestões e críticas. Acreditamos que, com este trabalho, outros pesquisadores das diversas áreas do conhecimento possam dar sua contribuição para queesse tema seja consolidado.

Mesmo sendo algo novo acreditamos que o Pensamento Matemático- Computacional deve ser entendido como uma atividade mental e cultural. Logo não existeuma verdade absoluta, mas sim diversas formas de pensar; em que vários aspectos estão relacionados ao contexto.

Referências

ASTRACHAN, O. Computational Thinking as Language and the Importance of Programing. . In: Comitee for the Worshop on Computational Thinking; NationalResearch Council. **Report of a Workshop on the Scope and Nature of Computational Thinking**, National Academies Press, Washignton – DC, 2010, p. 14.

BUSSMANN, C. J. C. & SAVIOLI, A. M. P. D & POLEGATTI, G. A. Contribuição Para

o Desenvolvimento de Representações Mentais: Uma proposta de atividade de ensino. Anais SIPEMAT, Belém do Pará, 2018.

BUSSMANN, C. J. C.& SAVIOLI, A. M. P. das D. Pensamento Matemático-Computacional. Cadernos UniFOA, Volta Redonda, v. 15, n. 42. Disponível em:https://revistas.unifoa.edu.br/cadernos/article/view/3035. Acesso em: 16 jul. 2022.

BUSSMANN, C. J. C. Pensamento Matemático-Computacional: Uma Teorização, 2019. Tese. Ensino de Ciências e Educação Matemática. Universidade Estadual de Londrina. Londrina, 2019.

COMITEE FOR THE WORSHOP ON COMPUTATIONAL THINKING; NATIONAL RESEARCH COUNCIL. Motivation — Why Should Anyone Care About Computational Thinking ?; Report of a Workshop on the Scope and Nature of Computational Thinking, Washington DC, 2010.

CONSTABLE, R. Computational Thinking as Language and the Importance of Programing. . In: Comitee for the Worshop on Computational Thinking; NationalResearch Council. **Report of a Workshop on the Scope and Nature of Computational Thinking**, National Academies Press, Washignton – DC, 2010, p. 12.

DENNING, P. J & TEDRE M. Computational Thinking: A Disciplinary Perspective, Informatics Education, 2021, Vol. 20, nº 1, 361-390. Disponível em https://www.researchgate.net/publication/353089784_Computational_Thinking_A_Disciplinary_Perspective. Acesso em 17 jul 2022.

diSessa, A. Computational Thinking as Language and the Importance of Programing. . In: Comitee for the Worshop on Computational Thinking; NationalResearch Council. **Report of a Workshop on the Scope and Nature of Computational Thinking**, National Academies Press, Washignton – DC, 2010, p. 14.

DREYFUS, T. Advanced Mathematical Thinking. In: TALL, D. Advanced Mathematical Thinking; Kluwer Academic, New York, Dordecht, London, Moscow, 2002, p. 25 – 40.

HAREL, G. & TALL, D. The General, the Abstract, and the Generic in Advanced Mathematics. For the Learning of Mathematics. 11, 1991.

KAY, A. Computational Thinking as Language and the Importance of Programing. In: Comitee for the Worshop on Computational Thinking; National Research Council. Report of a Workshop on the Scope and Nature of Computational Thinking, National Academies Press, Washignton – DC, 2010, p. 13 – 16.

KHAN, K. Computational Thinking as the Automation of Abstractions. In: Comitee for the Worshop on Computational Thinking; National Research Council. Report of a Workshop on the Scope and Nature of Computational Thinking, National Academies Press, Washignton – DC, 2010, p. 16 – 17.

LEE, P. Computational Thinking as Language and the Importance of Programing. In: Comitee for the Worshop on Computational Thinking; NationalResearch Council. **Report of a Workshop on the Scope and Nature of Computational Thinking**, National Academies Press, Washignton – DC, 2010, p. 11.

MOURSUND, D; Computational Thinking as a Cognitive Tool. In: Comitee for the Worshop on Computational Thinking; National Research Council. Report of a Workshop on the Scope and Nature of Computational Thinking, National Academies Press, Washington – DC, 2010, p. 16 – 17.

RESNICK, M. Computational Thinking as Language and the Importance of Programing. . In: Comitee for the Worshop on Computational Thinking; NationalResearch Council. **Report of a Workshop on the Scope and Nature of Computational Thinking**, National Academies Press, Washignton – DC, 2010, p. 13 – 16.

WING, J. M. Computational Thinking. In: Communications of the ACM. New York: vol49, nº 3, march 2006, p 33 – 35.

WING, J. M. The Landscape of Computational Thinking. In: Comitee for the Worshop on Computational Thinking; National Research Council. Report of a Workshop on the Scope and Nature of Computational Thinking, National Academies Press,Washignton – DC, 2010, p. 8 – 10.

IX CIBEM Congresso Iberoamericano de Educação Matemática 05 a 09 de dezembro de 2022

Pensamento algébrico na BNCC da educação infantil: é possível o seu desenvolvimento?

El pensamiento algebraico em la BCCN de la educación infantil: ¿es posible tu desarrollo?

Algebraic thinking in the NCCB of early childhood education: is your development possible?

José Roberto de Campos Lima[625]
Pontifícia Universidade Católica – PUC-SP
https://orcid.org/0000-0002-4474-9027

Barbara Lutaif Bianchini[626]
Pontifícia Universidade Católica – PUC-SP
https://orcid.org/0000-0003-0388-1985

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Pesquisa em Educação Matemática

Resumo

O presente artigo tem como objetivo investigar, por meio de uma pesquisa qualitativa, documental, com uma análise de conteúdo em um documento curricular, a Base Nacional Curricular Comum (BNCC), a potencialidade de se desenvolver na educação infantil, primeira etapa da Educação Básica, o pensamento algébrico. Na perspectiva da *Early Algebra*, o pensamento algébrico pode ser desenvolvido desde as primeiras experiências escolares, por meio de atividades com padrões e regularidades, conduzindo as crianças a observarem, levantarem hipóteses e generalizar. Essa perspectiva é contemplada no Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Algébrica – GPEA - da PUC-SP. Assim, temos que o papel do educador é de grande importância, pois, com intencionalidade educativa, após analisar os direitos de aprendizagem e os objetivos de aprendizagem e desenvolvimento, destacando alguns nesse estudo, percebemos que o documento traz em seu contexto potencialidades para o desenvolvimento do pensamento algébrico, mas também, a necessidade de um olhar atento a formação de professores, seja ela, inicial ou continuada.

Palavras-chave: Pensamento Algébrico, Educação Infantil, BNCC, Educação Matemática.

Abstract

This article aims to investigate through a qualitative research, documentary research, with a content analysis in a curricular document, the National Common Curricular Base (NCCB), the potential to develop in early childhood education, the first stage of Basic Education, algebraic thinking. From the perspective of Early Algebra, algebraic thinking can be developed from the first school experiences, through activities with patterns and regularities, leading children to

[625] ra00162643@pucsp.edu.br
[626] barbaralb@pucsp.br

observe, hypothesize and generalize. This perspective is contemplated in the Group of Studies and Research in Algebraic Education (GPEA) at PUC-SP. Thus, we have that the role of the educator is of great importance, because, with educational intention, after analyzing the learning rights and the learning and development objectives, highlighting some in this study, we realize that the document brings in its context potential for development of algebraic thinking, but also, the need for an attentive look at teacher training, whether initial or continuing.

Keywords: Algebraic Thinking, Early Childhood Education, BNCC, Mathematics Education.

Resumen

Este artículo tiene como objetivo investigar, a través de una investigación cualitativa, documental, con un análisis de contenido en un documento curricular, la Base Curricular Común Nacional (BCCN), el potencial para desarrollar en la educación infantil, la primera etapa de la Educación Básica, el pensamiento algebraico. Desde la perspectiva del Álgebra Temprana, el pensamiento algebraico puede desarrollarse desde las primeras experiencias escolares, a través de actividades con patrones y regularidades, llevando a los niños a observar, hipotetizar y generalizar. Esa perspectiva está contemplada en el Grupo de Estudios e Investigaciones en Educación Algebraica (GPEA) de la PUC-SP. Así, tenemos que el papel del educador es de gran importancia, pues, con intención educativa, luego de analizar los derechos de aprendizaje y los objetivos de aprendizaje y desarrollo, destacando algunos en este estudio, percibimos que el documento trae en su contexto potencialidades para desarrollo del pensamiento algebraico, pero también, la necesidad de una mirada atenta a la formación docente, ya sea inicial o continua.

Palabras-clave: Pensamiento Algebraico, Educación Infantil, BNCC, Educación Matemática.

Introdução

Um dos avanços da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) n° 9394, de 20 de novembro de 1996, foi a inserção da Educação Infantil (crianças de 0 a 6 anos incompletos) na Educação Básica, deixando de pertencer ao âmbito apenas social. Desta forma, percebemos que esta etapa da Educação Básica nos remete à necessidade de discussões sobre ensino e aprendizagem, principalmente, quando nos reportamos ao âmbito da Matemática.

Cabe ressaltar, para melhor compreendermos a importância de estudos como este, que a Educação Infantil, assim que passou a pertencer a Educação Básica era voltada a crianças de 0 a 7 anos incompletos, tendo sido alterada em 2006 para crianças de 0 a 6 incompletos, ou seja, a criança com 6 anos já frequentaria o Ensino Fundamental e por consequência seria obrigatoriamente alfabetizada. Esta consideração é importante, pois, envolve questões de aprendizagem e desenvolvimento cognitivo da criança, que não é o papel deste artigo discutir, porém, ajudará no entendimento do objetivo estabelecido.

Mais adiante, temos que em dezembro de 2017 foi lançada a Base Nacional Curricular Comum (BNCC), que como inovação também traz uma base curricular para Educação Infantil. A BNCC para esta modalidade traz Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento divididos em Campos de Experiências.

> [...] a BNCC estabelece cinco campos de experiências, nos quais as crianças podem aprender e se desenvolver.
> - O eu, o outro e o nós
> - Corpo, gestos e movimentos
> - Traços, sons, cores e formas
> - Escuta, fala, pensamento e imaginação
> - Espaços, tempos, quantidades, relações e transformações (BRASIL, 2018, p. 25)

O fato da BNCC já trazer a Etapa da Educação Infantil, mostra a importância dela para as demais etapas da Educação Básica. Assim, sendo de igual importância estudos de seus documentos.

> No Ensino Fundamental – Anos Iniciais, deve-se retomar as vivências cotidianas das crianças com números, formas e espaço, e também as experiências desenvolvidas na Educação Infantil, para iniciar uma sistematização dessas noções. (BRASIL, 2018, p. 276)

Contudo, este artigo tem por objetivo trazer um recorte de um estudo sobre a potencialidade do desenvolvimento do pensamento algébrico na Educação Infantil, devido sua importância para o desenvolvimento da criança na etapa seguinte que é o Ensino Fundamental.

> A transição entre essas duas etapas da Educação Básica requer muita atenção, para que haja equilíbrio entre as mudanças introduzidas, garantindo integração e continuidade dos processos de aprendizagens das crianças, respeitando suas singularidades e as diferentes relações que elas estabelecem com os conhecimentos, assim como a natureza das mediações de cada etapa. (BRASIL, 2018, p. 53)

Neste caso, discutiremos mais especificamente alguns pontos trazidos na BNCC, que podem favorecer, ou seja, possuem potencial, para desenvolver o pensamento algébrico na perspectiva da *Early Algebra*, também chamada de Álgebra Inicial ou Álgebra Precoce.

Destarte, considerando pressupostos de uma pesquisa de âmbito documental e qualitativa, sob o olhar do que nos aponta a *Early Algebra*, destacaremos alguns aspectos da BNCC, que em nosso entendimento, poderá favorecer o desenvolvimento do pensamento algébrico, mas que possui como mediador deste, o importante papel do adulto, neste caso, o professor, uma vez que a intencionalidade educativa, assim denominada na BNCC, é que fará com esse desenvolvimento possa acontecer.

> Essa intencionalidade consiste na organização e proposição, pelo educador, de experiências que permitam às crianças conhecer a si e ao outro e de conhecer e compreender as relações com a natureza, com a cultura e com a produção científica, que se traduzem nas práticas de cuidados pessoais (alimentar-se, vestir-se, higienizar-se), nas brincadeiras, nas experimentações com materiais variados, na aproximação com a literatura e no encontro com as pessoas. (BRASIL, 2018, p. 39)

Assim, o presente artigo, discute alguns pontos de um estudo sobre potencialidade de se desenvolver o pensamento algébrico na Educação Infantil do Brasil, na perspectiva da *Early Algebra*.

Discorrendo sobre pensamento algébrico

Quando tratamos do desenvolvimento do pensamento algébrico na Educação Infantil, pode em um primeiro momento, assustar, ainda mais, quando estamos focando na primeira infância (crianças de 0 a 6 anos), na qual o brincar representa um papel muito importante para seu desenvolvimento. Nesse sentido, reforçamos que o conhecimento que aqui será descrito, serve à formação do professor, seja ela inicial ou continuada, que com a intencionalidade educativa, já mencionada, respeitando o desenvolvimento cognitivo de cada criança, propiciará ricas experiências que beneficiará toda produção de conhecimento.

A *Early Algebra,* é considerada uma área de pesquisa, recente, e nos remete à discussão do desenvolvimento do pensamento algébrico desde os primeiros anos escolares, ou podemos também dizer, desde a mais tenra idade. Sendo assim, podemos considerar desde as crianças na fase da creche (0 a 3 anos) e temos nesta forma de pensar, um pensamento transdisciplinar, respeitando o desenvolvimento cognitivo de cada bebê ou criança.

> Um pensamento transdisciplinar tende a remeter a uma auto-reflexão mais aprofundada. É uma atitude, que implica uma lógica própria, complexa e mais apurada de perceber e pensar os fenômenos da realidade. É uma nova forma de conceber a construção do conhecimento, a partir, da junção dos diversos saberes. A percepção do todo nos leva a observação de situações e relações que normalmente escapariam a observação comum, isto é, a partir de um único ponto de vista. (FARIAS DE OLIVEIRA, 2013, p. 7)

Ainda com relação a *Early Algebra,* temos que algumas pesquisas nesta área (CARRAHER et al., 2006; KAPUT, 2008; MASON, STEPHENS E WATSON, 2009) nos apontam que podemos desenvolver o pensamento algébrico por meio de observações de padrões e regularidades. Temos também que segundo Ponte e Branco (2013, p. 136), “para promoção deste modo de pensar, é essencial proporcionar experiências que envolvem conjecturar, generalizar e justificar usando uma variedade de representações e linguagens”.

Para Threlfall (1999) a construção de padrões na educação infantil, etapa pré-escolar, tem continuidade nos demais anos escolares.

Contribuindo também para entendermos melhor este estudo, segundo Borralho, Cabrita, Palhares e Vale (2006), de forma mais genérica, "padrão é usado quando nos referimos a uma disposição ou arranjo de números, formas, cores ou sons onde se detectam regularidades". E ainda dizem que "os padrões e as regularidades desempenham um papel importante no ensino da matemática, sobretudo a partir do trabalho de Lynn Steen (1988) quando chamou à matemática a ciência dos padrões".

Pincheira Hauck e Alsina (2021, p. 172-173), no intuito de caracterizar a *Early Algebra*, também chamada de Álgebra Inicial, em relação à Educação Infantil, estabeleceram categorias de conteúdo, entre elas a de experenciar elementos ou objetos com base no reconhecimento de atributos para estabelecer relações (classificações, ordens, correspondências, etc.) e de seriação a partir de padrões de repetição.

Assim, na Educação Infantil, consideraremos que para o desenvolvimento do pensamento algébrico, partiremos de experiências que proporcionem um olhar além da simples observação, mas que levem os bebês e crianças a perceberem padrões e regularidades e generalizar a partir da experiência proporcionada, utilizando como registro as diversas formas de manifestações, como símbolos, entre outros, isto é, deixando o bebê e a criança livres para manifestar o saber, o conhecimento adquirido.

A pesquisa

A pesquisa aqui apresentada, é qualitativa e trata-se de uma análise documental e do conteúdo da BNCC, orientados pelos pressupostos da *Early Algebra*.

Consideramos qualitativa, com base no que apontam Bogdan e Biklen (1994), pois apresenta algumas características apresentada por esses autores, como ter uma fonte direta de dados e será descritiva.

Como a BNCC é um documento oficial, publicado por órgão governamental, considera-se que o mesmo não sofreu tratamento de suas informações e assim, a coleta de dados será realizada a partir de uma análise documental, que Segundo Silva *et al.* (2009) temos que:

> no âmbito da abordagem qualitativa, diversos métodos são utilizados de forma a se aproximar da realidade social, sendo o método da pesquisa documental aquele que busca compreendê-la de forma indireta por meio da análise dos inúmeros tipos de documentos produzidos pelo homem. (SILVA *et al*, 2009, p. 4555)

Segundo Lüdke e André (1986, p. 38), a análise documental "pode se constituir como uma técnica valiosa de abordagem de dados, seja complementando as informações obtidas por outras técnicas, seja desvendando aspectos novos de um tema ou problema". O propósito dessa pesquisa é se constituir em um recurso que possam gerar novas reflexões, contribuindo com novos aspectos ainda não considerados.

Para complementar a pesquisa nos referenciamos em pressupostos da técnica de análise de conteúdo, justamente por se tratar da análise de um documento. Este tipo de análise favorece visualizar e compreender melhor o conteúdo do documento já citado, atendendo assim o objetivo, proporcionando um melhor processo de interpretação, codificação e inferências sobre o conteúdo analisado, podendo voltar os olhares para aspectos explícitos ou implícitos que contribuam para destacarmos as potencialidades do desenvolvimento do pensamento algébrico na Educação Infantil.

Bardin (2011) nos apresenta a análise de conteúdo como

> um conjunto de técnicas de análise das comunicações visando obter por procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis indeferidas) dessas mensagens. (BARDIN, 2011, p. 48)

A escolha deste documento e este tipo de análise, parte da abrangência que o mesmo possui por ser uma referência nacional, que obrigatoriamente, norteará, a criação de outros documentos curriculares em todo território nacional.

Destarte, destacar e apresentar uma compreensão das potencialidades do desenvolvimento do pensamento algébrico na Educação Infantil, auxiliará não somente para esta etapa, mas também para a seguinte, o Ensino Fundamental que traz em seu cerne como um dos eixos estruturantes de conteúdos e objetivos da Matemática a Álgebra.

A BNCC, a educação infantil e pensamento algébrico

A Educação Infantil, no próprio documento curricular, já nos remonta a uma ideia de transdisciplinaridade, sendo assim, nas práticas, atividades, brincadeiras desenvolvidas no ambiente escolar podemos proporcionar experiências que possam desenvolver o pensamento algébrico, respeitando o desenvolvimento cognitivo de cada bebê ou criança.

Ao analisarmos a BNCC, voltada a esta etapa da Educação Básica, a Educação Infantil, temos como direitos de aprendizagem e desenvolvimento: conviver, brincar, participar, explorar, expressar e conhecer-se.

Neste artigo, dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento, destacaremos explorar e expressar:

> - Explorar movimentos, gestos, sons, formas, texturas, cores, palavras, emoções, transformações, relacionamentos, histórias, objetos, elementos da natureza, na escola e fora dela, ampliando seus saberes sobre a cultura, em suas diversas modalidades: as artes, a escrita, a ciência e a tecnologia.
> - Expressar, como sujeito dialógico, criativo e sensível, suas necessidades, emoções, sentimentos, dúvidas, hipóteses, descobertas, opiniões, questionamentos, por meio de diferentes linguagens. (BRASIL, 2018, p. 38)

Os direitos acima citados, já trazem em seus textos aportes necessários para o desenvolvimento do pensamento algébrico uma vez que explorar e expressar hipóteses, descobertas, por meio de diferentes linguagens, assim, ao utilizar atividades com padrões as crianças poderão conjecturar e generalizar, como nos apontam Ponte e Branco (2013).

Assim, o papel do educador, segundo a BNCC (BRASIL, 2018, p. 39), "é refletir, selecionar, organizar, planejar, mediar e monitorar o conjunto das práticas e interações, garantindo a pluralidade de situações que promovam o desenvolvimento pleno das crianças" e com isso, compreendendo o que é o pensamento algébrico e destacando a importância da intencionalidade educativa, poderá ser desenvolvido.

Como citado anteriormente, a BNCC da Educação Infantil está estruturada em 5 (cinco) campos de experiência, mas para este estudo, considerando ser apenas um recorte, abordaremos apenas o "Espaço, tempos, quantidades, relações e transformações". Neste Campo de Experiência, o conhecimento matemático se apresenta de forma clara e direta, em que a experiências proporcionem seu desenvolvimento.

> Além disso, nessas experiências e em muitas outras, as crianças também se deparam, frequentemente, com conhecimentos matemáticos (contagem, ordenação, relações entre quantidades, dimensões, medidas, comparação de pesos e de comprimentos, avaliação de distâncias, reconhecimento de formas geométricas, conhecimento e reconhecimento de numerais cardinais e ordinais etc.) que igualmente aguçam a

> curiosidade. Portanto, a Educação Infantil precisa promover experiências nas quais as crianças possam fazer observações, manipular objetos, investigar e explorar seu entorno, levantar hipóteses e consultar fontes de informação para buscar respostas às suas curiosidades e indagações. (BRASIL, 2018, p. 43)

Ao promover experiências que as crianças possam fazer observações, investigar, explorar, levantar hipóteses, poderá estabelecer padrões e regularidades, e assim, generalizar, transportando o conhecimento adquirido para outras situações, mesmo sem abordar o conteúdo de forma disciplinar como conhecemos no ambiente escolar.

Neste campo de experiência, temos alguns objetivos de desenvolvimento e aprendizagem, que traduzem, implicitamente, a possibilidade de desenvolvimento do pensamento algébrico, pois, podemos identificar regularidades:

> (EI01ET05) Manipular materiais diversos e variados para comparar as diferenças e semelhanças entre eles.
> (EI02ET01) Explorar e descrever semelhanças e diferenças entre as características e propriedades dos objetos (textura, massa, tamanho)
> (EI02ET07) Contar oralmente objetos, pessoas, livros etc., em contextos diversos.
> (EI03ET01) Estabelecer relações de comparação entre objetos, observando suas propriedades.
> (BRASIL, 2018, p. 51-52)

Assim, podemos dizer, que a BNCC, apesar de não abordar explicitamente o desenvolvimento do pensamento algébrico, na perspectiva da *Ealry Algebra* e do que apontam as pesquisas nesta área, assim como ocorre no Ensino Fundamental, traz em seu contexto alguns objetivos que apontam potencialidades de desenvolver o pensamento algébrico na perspectiva da *Early Algebra*, reforçando a importância da intencionalidade educativa.

Considerações

A abordagem dada no documento curricular escolhido, a BNCC, para a Educação Infantil, proporciona experiências que contribuem para o desenvolvimento do pensamento matemático e mais especificamente, dado esse estudo, para o pensamento algébrico.

O presente artigo, trata apenas de alguns aspectos e da importância de outros olhares sobre os documentos curriculares para o desenvolvimento cognitivo na Educação Infantil.

Ainda, podemos perceber a importância da formação de professores, seja ela inicial ou continuada, que proporcionará os saberes necessários para que possam ter a intencionalidade educativa e realmente seja um conhecimento transdisciplinar nas experiências propostas nesta etapa da Educação Básica.

Referências

Bardin, L. (2011). Análise de conteúdo. São Paulo: Edições 70.

Borralho, A., Cabrita, I., Palhares, P. & Vale, I. (2006). Os padrões no ensino e aprendizagem da álgebra. Em I. Vale, T. Pimental, A. Barbosa, Fonseca, L. Santos & P. Canavarro (Orgs.), Números e álgebra (pp 193-211). Lisboa: SEM-SPCE.

Brasil (2018). Base Nacional Curricular Comum. Brasília:MEC

Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto Editora.

Carraher, D. W., Schliemann, A. D., Brizuela, B. M., & Earnest, D. (2006). Arithmetic and algebra in early mathematics education. *Journal for Research in Mathematics education*, *37*(2), 87-115.

Farias de Oliveira, G. (2013). Por uma Educação Transdisciplinar. *ID on line. Revista de psicologia, 7*(21), 7-9. doi: https://doi.org/10.14295/idonline.v7i21.244

Presidência da República (PR). (1996). Lei n° 9394 de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Diário Oficial da República Federativa do Brasil, Brasília.

Kaput, J. J. (2008). 1 What Is Algebra? What Is Algebraic Reasoning?. In *Algebra in the early grades* (pp. 5-18). Routledge.

Lüdke, M., Andre, M. E.D.A. (1986). A Pesquisa em educação: abordagens qualitativas, 2, Rio de Janeiro: E.P.U.

Mason, J., Stephens, M., & Watson, A. (2009). Appreciating mathematical structure for all. *Mathematics Education Research Journal*, *21*(2), 10-32.

Pincheira Hauck, N., & Alsina, Á. (2021). Hacia una caracterización del álgebra temprana a partir del análisis de los currículos contemporáneos de Educación Infantil y Primaria. *Educación matemática*, *33*(1), 153-180.

Ponte, J. P. D., & Branco, N. (2013). Pensamento algébrico na formação inicial de professores. *Educar em Revista*, 135-155.

Threlfall, J. (1999) Repeating patterns in the primary years. In A. Orton (Ed.), Patterns in the teaching and learning of mathematics (pp. 18-30). London: Cassell.

Silva, L. R. C. D., DAMACENO, A. D., MARTINS, M. D. C. R., Sobral, K. M., & Farias, I. M. S. D. (2009, October). Pesquisa documental: alternativa investigativa na formação docente. In *Congresso Nacional de Educação* (Vol. 9, pp. 4554-4566).

Steen, L. A. (1988). The science of patterns. *Science*, *240*(4852), 611-616.

Análise dos obstáculos na aprendizagem de aplicações de integrais: uma abordagem à luz da metodologia da autoanálise de erros

Analysis of obstacles in the learning of applications of integrals: an approach in the light of the methodology of error self-analysis

Análisis de obstáculos en el aprendizaje de aplicaciones de integrales: una aproximación a la luz de la metodología del autoanálisis de errores

Lucas Martins Almeida[627]
IFBA, campus Eunápolis
0000-0001-8485-510X

Celso Eduardo Brito[628]
IFBA, campus Eunápolis
0000-0001-6535-4860

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Pesquisa em Educação Matemática

Resumo

Na presente pesquisa é colocado em voga discussões em torno da presença dos obstáculos na aprendizagem, especificamente no estudo das aplicações de integrais. Para tanto é sugerido no decorrer do trabalho uma proposta metodológica pautada no uso da autoanálise de erros, sugestão de metodologia essa que coloca o estudante em uma posição de destaque no processo de ensino e aprendizagem, pois o mesmo deve verificar e analisar seus erros. Além disso, eles tiram conclusões acerca do seu desenvolvimento, descrevendo com detalhes as dificuldades e entraves na resolução dos instrumentos avaliativos. A análise dos resultados obtidos foi ancorada em duas teorias da área da Didática da Matemática. No mais, foi constatado que analisar os obstáculos presentes na aprendizagem, a partir da autoanálise de erros, é uma atitude muito valorosa que viabiliza uma melhora na prática docente, bem como colabora para facilitação da aprendizagem por parte dos estudantes.

Palavras-chave: Obstáculos, Aplicações de Integrais, Autoanálise de Erros.

Abstract

In the present research, discussions around the presence of obstacles in learning are brought into vogue, specifically in the study of applications of integrals. In order to do so, a methodological proposal based on the use of self-analysis of errors is suggested in the course of the work, a suggestion of a methodology that places the student in a prominent position in the teaching and learning process, as he must verify and analyze his errors. In addition, they draw conclusions about their development, describing in detail the difficulties and obstacles in

[627] pracontatoluc@gmail.com
[628] celsoedu@ifba.edu.br

solving the evaluation instruments. The analysis of the results obtained was anchored in two theories in the area of Didactics of Mathematics. In addition, it was found that analyzing the obstacles present in learning, from the self-analysis of errors, is a very valuable attitude that enables an improvement in teaching practice, as well as collaborates to facilitate learning by students.

Keywords: Obstacles, Applications of Integrals, Self-Error Analysis.

Resumen

En la presente investigación se ponen de moda las discusiones en torno a la presencia de obstáculos en el aprendizaje, específicamente en el estudio de las aplicaciones de las integrales. Para ello, se sugiere en el transcurso del trabajo una propuesta metodológica basada en el uso del autoanálisis de errores, sugerencia de una metodología que coloca al estudiante en un lugar destacado en el proceso de enseñanza y aprendizaje, ya que debe verificar y analizar sus errores. Además, extraen conclusiones sobre su desarrollo, describiendo en detalle las dificultades y obstáculos en la resolución de los instrumentos de evaluación. El análisis de los resultados obtenidos se ancló en dos teorías en el área de Didáctica de las Matemáticas. Además, se encontró que analizar los obstáculos presentes en el aprendizaje, a partir del autoanálisis de los errores, es una actitud muy valiosa que posibilita una mejora en la práctica docente, así como colabora para facilitar el aprendizaje de los estudiantes.

Palabras clave: Obstáculos, Aplicaciones de Integrales, Análisis de Auto-Errores.

Introdução

Durante os processos de ensino e de aprendizagem é pertinente que conceitos provisórios sejam formados pelo indivíduo, contudo, posteriormente tais conceitos irão resistir às mudanças quando este mesmo indivíduo se sujeitar a conhecer um novo conceito que o supere, e esta resistência é apresentada como obstáculo.

Diversas pesquisas no campo da Didática da Matemática se apoiam na noção de obstáculo desenvolvida por Bachelard (1938), assim como, Guy Brousseau (1976) que elaborou uma classificação dos obstáculos, que tem significativa importância para metodologia de pesquisa e ensino da análise de obstáculos.

Nos estudos do Cálculo Diferencial e Integral, em cursos superiores, é comum acontecerem os “obstáculos” e esses são tratados sem muita atenção pelos docentes. Porém, essas inconsistências podem dar suporte para a avaliação da prática do professor e contribuir para uma mudança substancial nos processos de ensino e de aprendizagem dos conteúdos dessa disciplina.

Diante disso, necessita-se fazer uma interferência nesses processos na sala de aula, em especial no Cálculo Diferencial e Integral, verificando e analisando os erros em torno de objetos matemáticos, ligados a esse componente curricular, podendo gerar contribuições futuras para a implementação de novas práticas, que podem propiciar diversos pontos positivos para a aprendizagem do discente e em alguns casos com a permanência desses nos cursos institucionais de exatas que frequentemente sofrem com os altos índices de evasão e repetência.

Logo, fizemos, através de uma pesquisa quanti-qualitativa, vinculada a um projeto de iniciação científica – PIBIC, do IFBA – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia, com alicerce nas teorias em Didática da Matemática, Teoria Antropológica do Didático (TAD) e Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS), levantamentos acerca dos obstáculos encontrados durante a aprendizagem dos estudantes, nos cursos de Engenharia Civil e Licenciatura em Matemática, em turmas de Cálculo Diferencial e Integral, ligados ao objeto do saber, aplicações de integrais simples.

Além disso, a pesquisa proposta por nós, abarcou os erros presentes nas produções dos discentes, inclusive os observados do ponto de vista desses indivíduos, mediante suas autoanálises de erros e obstáculos, nos diversos momentos de avaliações da componente curricular citada.

Uma análise acerca da TAD

A TAD foi criada por Yves Chevallard, segundo ele (1999, p.1) a TAD estuda o homem perante o saber matemático, e mais especificamente, perante situações matemáticas. Assim, o estudo da matemática deve ser realizado segundo um modelo que permite descrever a atividade matemática e o saber que dela emerge. Frente ao saber matemático, encontram-se todos aqueles cujo trabalho humano nos é consagrado, por exemplo, os autores de livros didáticos de matemática, professores de matemática e outros que partilham seus conhecimentos de diversos modos. Portanto, a TAD permite estudar as estratégias empregadas no desenvolvimento de uma atividade matemática.

Na TAD é apresentada a noção de praxeologia como a generalização de diferentes noções culturais comuns – a de saber e de saber-fazer, ou seja, essa praxeologia é tida como o "coração" da TAD, pois ela deve permitir designar toda estrutura de conhecimento possível. O postulado básico da TAD consiste em admitir, efetivamente, que toda atividade humana regularmente realizada pode descrever-se com um modelo único que se resume pela palavra Praxeologia (CHEVALLARD, 1999).

A praxeologia é definida, portanto, a partir de quatro parâmetros:

- Tarefa - é uma proposição exposta para ser resolvida; o tipo de tarefa associado reflete o que se quer resolver dentro da tarefa.
- Técnica - para realizar um tipo de tarefa T requerem-se uma maneira de fazê-lo, procedimentos que devemos seguir para saber a resposta, desse modo, surge o conceito de técnica.
- Tecnologia - é um discurso racional (o logos) tendo por objetivo justificar a técnica, garantindo que esta permite realizar as tarefas. Uma segunda função da tecnologia é a de explicar, tornar compreensível a técnica.
- Teoria – também pode ser definida como um discurso racional, mas que tem como intuito justiçar a tecnologia, tornando-a compreensível.

Além disso qualquer objeto ostensivo (aquele que é tangível, sendo o não-ostensivo o intangível) na execução da atividade matemática é necessário ser representado a fim de que os indivíduos consigam mobilizá-lo e realizar ações cognitivas para que o mesmo seja apreendido. Daí, o entendimento da Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) torna-se essencial.

Uma análise acerca da TRRS

A TRRS desenvolvida por Raymond Duval (1999) tem como principal foco estudar os tipos de representações dos objetos e suas manipulações nos diferentes registros semióticos.

Todo objeto matemático ao ser evocado por uma pessoa é necessário que ele faça uso de representações semióticas a fim de que o objeto do saber seja exteriorizado. Nesse sentido Duval (1999, p.38) salienta que é apenas por meio das representações semióticas que uma atividade matemática é possível.

Ressalta-se que os diferentes objetos de saberes existentes só são representados mediante registros os quais, por sua vez, podem ser entendidos, resumidamente, como sistemas semióticos dotados de signos que permitem identificar uma representação de um objeto de saber. Na atividade matemática, desde a educação básica até o ensino superior, quatro registros de representação são preponderantes, a saber: língua materna, registro algébrico, registro gráfico e registro numérico.

Sendo que signos são sinais mobilizados por alguém através dos quais é possível reconhecer um registro de representação. Conforme Duval assevera (1999) um sistema semiótico só se torna um registro de representação a partir do momento que lhe são intrínsecas três atividades cognitivas. Henriques e Almouloud (2016) explicitam essas atividades.

> A formação de uma representação semiótica é baseada na aplicação de regras de conformidade e na seleção de certas características do conteúdo envolvido. Por exemplo, a composição de um texto, construir uma figura geométrica, elaborar um esquema, escrever uma fórmula, descrever o domínio de uma função, etc.
> O tratamento de uma representação é a transformação desta em outra representação no mesmo registro no qual foi formada. O tratamento é, portanto, uma transformação interna num registro. Por exemplo, o cálculo é uma forma de tratamento próprio das escritas simbólicas (cálculo numérico, cálculo algébrico, cálculo de limite de uma função, cálculo integral de uma função, cálculo proposicional...).
> A conversão de uma representação é a transformação desta representação em uma representação de outro registro. Por exemplo, a tradução de um texto em uma ou mais expressões algébricas correspondentes é uma conversão da representação destas expressões da língua materna para o registro algébrico. A conversão é, portanto, uma atividade cognitiva diferente e independente do tratamento. (HENRIQUES; ALMOULOUD, 2016, p. 469).

Desse modo, depreende-se que quanto mais dispomos de registros de representação e quanto mais atividades cognitivas como as descritas acima são realizadas melhor é para o andamento do processo de ensino e aprendizagem.

Tipos de obstáculos

São apresentados a seguir, o conceito dos diferentes tipos de obstáculos presentes de forma preponderante no ensino da Matemática:

Obstáculos Didáticos: ocorrem quando uma determinada metodologia que foi escolhida pelo docente concebe conhecimentos incompletos que, mais tarde, revela-se como obstáculo.

Obstáculos Psicológicos: esses obstáculos reagem de acordo com a evolução individual de cada um.

Obstáculos Ontogenéticos: são caracterizados pelas limitações neurofisiológicas (dentre outras) que o sujeito adquire durante o seu desenvolvimento.

Obstáculos Epistemológicos: são verdadeiramente constitutivos do conhecimento, são aqueles nos quais não se pode escapar e que se pode em princípio encontrar na história do conhecimento.

Outros Obstáculos: indicamos os obstáculos culturais, relacionados a maneiras de pensar próprias dos estudantes e os obstáculos técnicos, que surgem quando a complexidade da tarefa está acima da capacidade de atenção do aluno.

Metodologia

Os materiais utilizados na pesquisa foram adquiridos do professor pesquisador, um dos autores, mediante a metodologia aplicada por tal docente em suas turmas de Cálculo Diferencial e Integral. Esses materiais são referentes a manuscritos intitulados autoanálises de erros, aplicados aos estudantes após avalições sobre diversos objetos matemáticos durante os semestres letivos, dos anos de 2016 e 2017.

As autoanálises continham uma estrutura pré-estabelecida pelo professor pesquisador, que contemplava classificar os erros obtidos durante os processos avaliativos escritos, em erros de conhecimento prévio, atual, de atenção e outros erros, ligados aos registros de representação semiótica: numérico, algébrico, gráfico e de língua materna. Além disso os estudantes discorriam nesses materiais, sobre suas angústias e obstáculos e avaliavam o docente continuamente. Aqui nos interessa relatar apenas sobre os obstáculos que estavam presentes nesses relatos.

Vale destacar que essa recolha de dados e posterior pesquisa é autorizada pelo Comitê de Ética em Pesquisa da Instituição – CEP/IFBA, para o projeto que sustenta essa pesquisa, intitulado "Erros e Obstáculos relativos a saberes matemáticos: Uma análise à luz de Teorias em Didática da Matemática", com a disponibilização dos devidos TCLE – Termos de Consentimento Livre e Esclarecido para os participantes.

Antes de iniciarmos a análise dos dados recolhidos, destacamos que foram realizados encontros formativos, entre os pesquisadores, a fim de melhor direcionar o andamento de toda a pesquisa. Todas as reuniões realizadas foram feitas com o Google Meet, sendo que as mesmas eram gravadas e colocadas em um ambiente virtual de aprendizagem para posterior consulta em caso de dúvidas. Esses momentos estavam ligados ao projeto de iniciação cientifica – PIBIC do IFBA.

Ademais para a efetivação das investigações acerca da análise dos obstáculos referentes ao objeto matemático aplicações de integral simples, a luz de teorias em Didática da Matemática, na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral II, nos cursos de Engenharia Civil e da Licenciatura em Matemática do IFBA, campus Eunápolis, foram realizados alguns momentos formativos e de direcionamentos.

Houveram reuniões de caráter formativo a fim de nortear o trabalho a ser realizado ao longo do projeto. Além disso, houve reuniões para discutir o quadro teórico utilizado, bem como para analisar os resultados que estavam sendo colhidos de forma gradativa.

Resultados e discussões

Após a etapa de discussões teóricas, como foi supracitado, foi dado início às análises dos obstáculos das avaliações e autoanálises feitas pelos discentes das diversas turmas do curso de Engenharia Civil e Licenciatura Matemática. Destacaremos aqui alguns dos resultados encontrado durante as investigações do projeto.

Uma das tarefas presentes nas avaliações aplicadas, na turma da Engenharia Civil de 2016 que contemplava um total de 24 discentes, é trazida a seguir:

> Considere a curva de equações paramétricas $\begin{cases} x = t^2 + 2t \\ y = t^2 - 2t \end{cases}$, t ϵ [-2, 2]. Faça o esboço da curva, e:
>
> a) Calcule a área limitada pela curva dada e o eixo das abscissas.
>
> b) Determine o comprimento da curva.

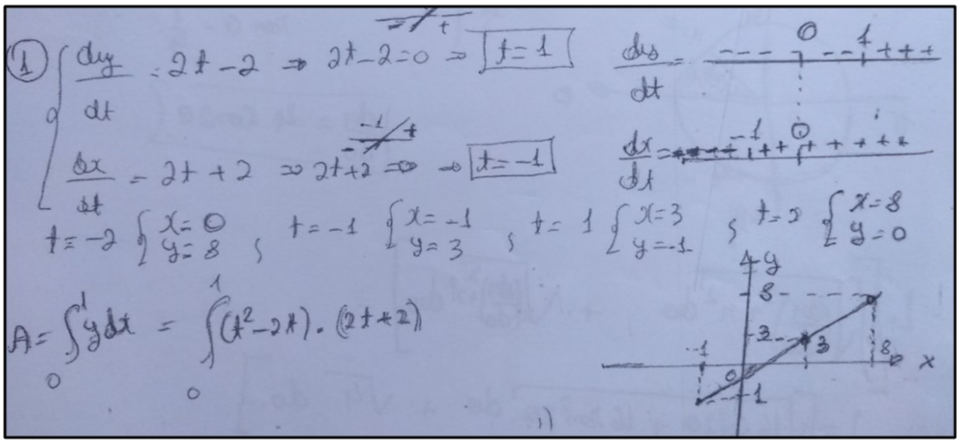
Para solucionar essa tarefa, os estudantes deveriam primeiramente fazer a conversão do registro algébrico para o gráfico. Após isso, diversos tratamentos deveriam ser feitos, dentro do registro algébrico, amparados nas técnicas fornecidas previamente a fim de encontrar as outras informações pedidas.

Diante dessa tarefa, a maior parte dos estudantes, na turma, não conseguiram realizar a conversão do registro algébrico para o registro gráfico corretamente. Esses entraves se devem a presença de obstáculos epistemológicos, já que como o objeto ostensivo trabalhado é o de curvas paramétricas, isso altera a técnica a ser utilizada no momento da conversão. Uma vez que para cada valor de t considerado ter-se-á um par coordenado (x, y) que deverá ser marcado no esboço do gráfico, ao passo que quando a conversão é feita com curvas não paramétricas essa marcação é direta.

O Estudante J mostrou ter essa dificuldade no momento de fazer o esboço da curva em estudo, conforme podemos ver na Figura 1.

Vemos que o estudante realiza a mobilização do ostensivo escrito no registro algébrico de maneira adequada. Para cada t tomado ele chega no par ordenado (x, y) certo, no entanto no momento de converter para o registro gráfico ele não marca os pontos corretamente.

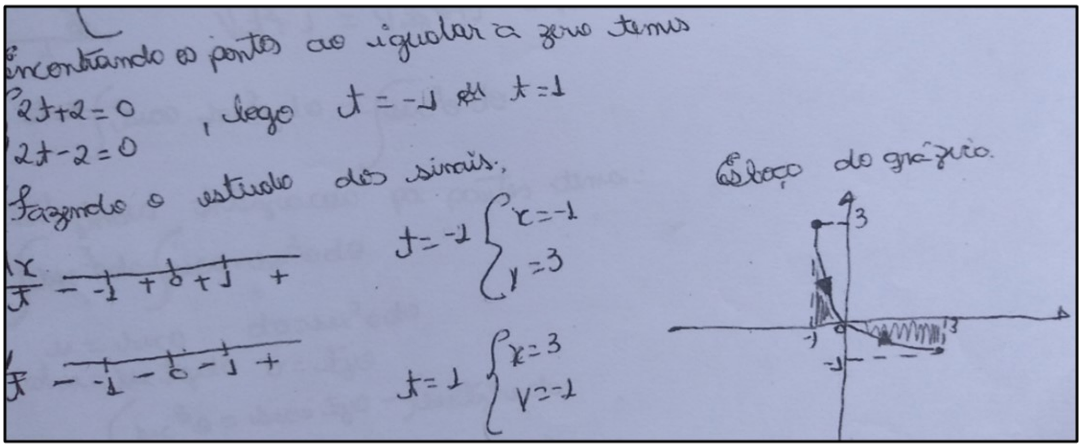
Figura 2.
Resolução do Estudante J.



Fonte: Gabarito do Estudante J.

Ademais o Estudante S, de acordo com a Figura 2, marca os pontos no esboço corretamente, porém, ele não considera os parâmetros t = - 2 e t = 2, que são os limitantes do intervalo dado. Por isso, o desenho da curva fica incompleto, o que mostra a presença de obstáculos epistemológicos, porque se trata de um procedimento pouco vivenciado na construção de esboços gráficos.

Figura 3.
Resolução do Estudante S.

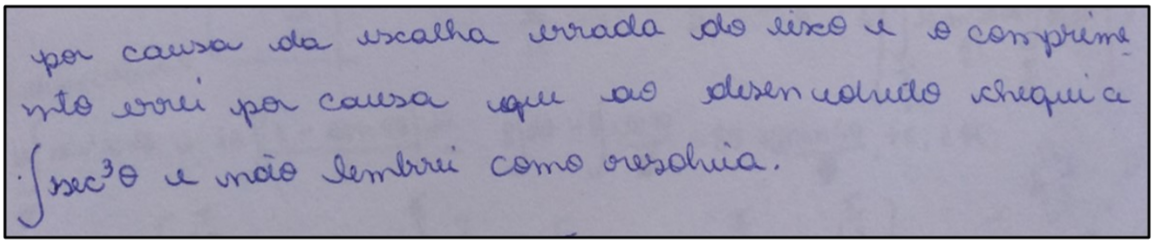


Fonte: Gabarito do Estudante S.

Uma pequena parte dos discentes conseguiram fazer a conversão requerida. Entretanto, no momento de calcular a área houveram educandos que cometeram alguns erros. Os estudantes conseguem fazer a conversão pedida, mas ao calcular a área utilizando as técnicas estudadas dentro do registro algébrico não se atém a um detalhe importante: a curva forma duas sub-regiões com o eixo das abscissas, uma delas abaixo do eixo, logo era necessário calcular duas integrais.

Ademais, era solicitado que os discentes calculassem o comprimento da curva paramétrica em estudo. Na Figura 3, o Estudante C, por exemplo, relata que nessa parte da tarefa ele chegou na $\int sec^3\theta d\theta$, no entanto não conseguiu solucionar. Esse entrave ocorreu, pois o nicho de integrais desse tipo são as relações fundamentais trigonométricas, objetos matemáticos com os quais os obstáculos epistemológicos estão constantemente atrelados.

Figura 3.
Autoanálise do Estudante C.


por causa da escolha errada do eixo e o comprimento errei por causa que ao desenvolvido cheguei a $\int sec^3\theta$ e não lembrei como resolvia.

Fonte: Autoanálise do Estudante C.

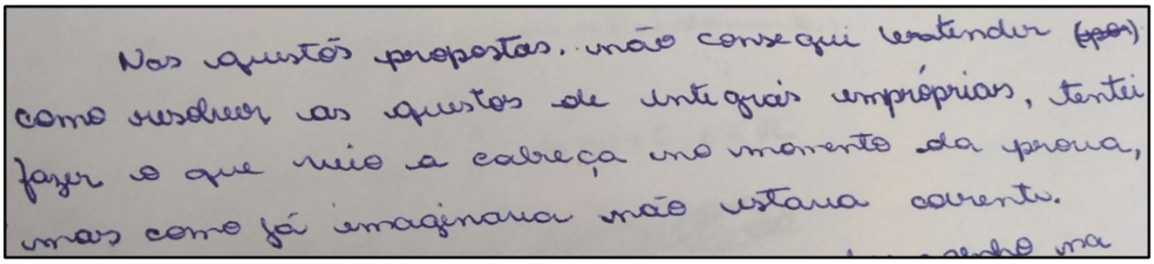
Uma outra tarefa presente nas avaliações, agora na turma de 2017 da Licenciatura em Matemática, classe que continha 17 estudantes, é explicitada abaixo:

> Determine os valores de n para os quais a seguinte integral imprópria é convergente: $\int_e^{+\infty} \frac{dx}{x(lnx)^n}$.

Nesta questão, os discentes deveriam ter um bom domínio do conhecimento prévio limites de funções reais de uma variável, para uma melhor resolução do que era requerido. A maior parte dos discentes não conseguiram chegar à resposta corretamente.

Por conta de obstáculos técnicos o Estudante E, por exemplo, não consegue solucionar a referida tarefa. Ele descreve em sua autoanálise que, como imaginava, não conseguiu fazer as mobilizações corretas, de acordo com a Figura 4.

Figura 4.
Resolução do Estudante E.


Nos questões propostas, não consegui entender (por) como resolver as questões de integrais impróprias, tentei fazer o que veio a cabeça no momento da prova, mas como já imaginava não estava correto.

Fonte: Autoanálise do Estudante E.

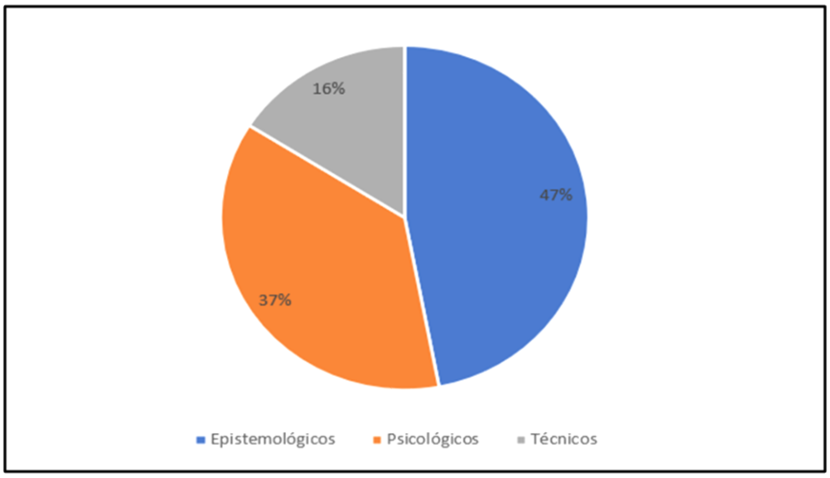
Uma outra tarefa associada a uma avaliação final, presente na turma da Engenharia Civil de 2017, com 24 estudantes, trazia o seguinte texto:

> Determine, caso seja possível, um número que representa o volume do sólido formado pela rotação, em torno do eixo x, da região a direita da reta x = 1 e limitada pela curva cuja equação é y = $x^{-\frac{3}{2}}$ e pelo eixo x. Esboce a região e o sólido.

Perante essa tarefa, os educandos, para realizá-la de forma cabal, necessitariam ter um bom conhecimento de integral indefinida e limites, nicho do objeto matemático trabalhado nessa questão, o de integrais impróprias. Menos da metade dos discentes não conseguiram realizar as mobilizações corretas, assim acabaram chegando a uma resposta errada.

A seguir, na Figura 5 é explicitado um gráfico realizado pelos pesquisadores que resume o quanto os obstáculos se fizeram presentes nas resoluções da turma de Engenharia Civil em 2017.

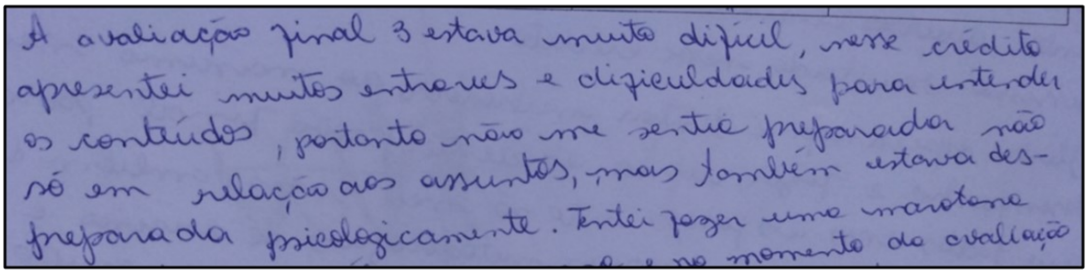
Figura 5.
Obstáculos enfrentados pelos discentes, turma Engenharia Civil 2017.



Fonte: Dados da pesquisa.

Portanto, percebeu-se uma presença incomum dos obstáculos psicológicos, isso pode se justificar por se tratar de uma avaliação que findou o semestre, um momento da disciplina onde as angústias dos discentes são maximizadas. O Estudante I, descreve sua apreensão no início de sua autoanálise como podemos observar na Figura 6.

Figura 6.
Autoanálise do Estudante I.


A avaliação final 3 estava muito difícil, nesse crédito
apresentei muitos entraves e dificuldades para entender
os conteúdos, portanto não me sentia preparada não
só em relação aos assuntos, mas também estava des-
preparada psicologicamente. Tentei fazer uma maratona
no momento da avaliação

Fonte: Autoanálise do Estudante I.

Vale lembrar que os discentes mostraram em suas respectivas autoanálises uma busca e uma vontade em diminuir os erros e, cada vez mais, superar suas dificuldades, mostrando uma aceitação frente a metodologia empregada.

Conclusão

Portanto, a oportunidade para os estudantes refletirem acerca de seus entraves, durante seu processo de aprendizagem em cálculo, favoreceu ao entendimento dos objetos matemáticos trabalhados. Além disso, à medida que o docente conhece as diferentes expectativas, entraves e ansiedades que os discentes enfrentam isso também o oportuniza a uma reflexão sobre suas práticas. Por isso, a metodologia da análise de erros foi uma experiência tão enriquecedora, visto que ela possibilita esse novo olhar para o processo de ensino e de aprendizagem.

Notou-se também que a aplicação constante de avaliações parciais atreladas à confecção de autoanálise de erros, mostrou ser uma estratégia de grande eficácia. Tendo em vista que dessa maneira o educando está constantemente pondo os conhecimentos adquiridos em prática, o que consequentemente, com as autoanálises de erros, é uma oportunidade de reconhecer e buscar superar seus principais entraves e obstáculos.

No que concerne aos obstáculos encontrados no decorrer da pesquisa percebeu-se uma preponderância maior dos obstáculos psicológicos e epistemológicos. Os psicológicos tinham causas bastante diversas, desde problemas externos a situações de planejamento por parte do estudante, não podendo este se preparar para as avaliações do modo adequado. Já os epistemológicos eram muito presentes no estudo de alguns objetos específicos, como: curvas paramétricas, coordenadas polares e figuras tridimensionais, por exemplo.

Diante disso, o docente pesquisador, após esse tipo de aplicação metodológica, buscou sempre facilitar e contribuir para a compreensão desses objetos para os educandos. Por exemplo, a implementação continua e bem direcionada de softwares matemáticos, como o GeoGebra[629], o trabalho com monitorias e atendimentos aos discentes, atacando melhor os pontos de dificuldades dos estudantes, etc, estão corroborando para avanços e sucessos nesses cursos superiores.

Referências

BACHELARD, G. A formação do espírito científico: contribuição para uma psicanálise do conhecimento. 3ª. ed. São Paulo: Contraponto, 1938.

BROUSSEAU, G. A Teoria das Situações Didáticas e a Formação do Professor. Palestra. São Paulo: PUC, 1976.

CHEVALLARD, Yves. (1999): L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. Recherches en Didactique des Mathématiques, vol. 19, n. 2, p. 111-128. Tradução em espanhol de Ricardo Barroso Campos.

DUVAL, R. Semiósis e pensamento humano: Registros semióticos e aprendizagens intelectuais. Trad. Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu Silveira. São Paulo: Editora Livraria da Física, 1999.

HENRIQUES, A; Almouloud, S. Ag. Teoria dos Registros de Representação Semiótica em Pesquisas na Educação Matemática no Ensino Superior: Uma análise de superfícies e funções de duas variáveis com intervenção do software Maple. Revista Ciência &Educação da UNES, Bauru (SP), 2016.

[629] Software de matemática dinâmica gratuito e multiplataforma para todos os níveis de ensino, que combina geometria, álgebra, tabelas, gráficos, estatística e cálculo numa única aplicação. *Fonte*: https://www.pucsp.br/geogebrasp/geogebra.html.

IX CIBEM
Congresso Iberoamericano de Educação Matemática
05 a 09 de dezembro de 2022

A emergência do pensamento proporcional durante a atividade matemática de alunos do quinto ano em uma sala de aula mediada por uma ética orientada para a comunidade. Progresso da Pesquisa

The emergence of proportional thinking during the mathematical activity of fifth grade students in a classroom mediated by a community-oriented ethic. Research Progress

La emergencia del pensamiento proporcional durante la actividad matemática de estudiantes de quinto grado en un aula mediada por una ética de orientación comunitaria. Avance de la investigación

Rafael Moreno León[630]
Doctorado Interinstitucional en Educación-Bogotá-Colombia
https://orcid.org/0000-0002-1597-6677

Modalidad: (Comunicación)
Núcleo Temático: Investigación en Educación Matemática

Resumo

São apresentados avanços de uma pesquisa de doutorado que visa caracterizar as relações que vinculam a emergência do pensamento proporcional e as formas de interação social de alunos do quinto ano do Ensino Fundamental, em uma sala de aula mediada por uma ética comunitária. Investiga em duas salas de aula da quinta série do ensino fundamental sob a modalidade do estudo de caso, a articulação entre as formas de produção do conhecimento e as formas de relacionamento dos sujeitos. Para isso, foram fornecidos dois tipos de ferramentas analíticas: os estratos de generalidade de Radford e os vetores de ética comunitária, a partir de uma perspectiva multimodal da cognição humana enunciada por Arzarrello. Após uma aproximação ao estado da arte de nossa pesquisa, concluímos preliminarmente que os estudos sobre o pensamento proporcional surgem da influência de Piaget e o conhecimento é visto como uma entidade psicológica do sujeito, mas isso se mostra de forma ahistórica e acultural. Da mesma forma, vemos que a aprendizagem e o conhecimento não surgem ou são fruto de estruturas de tipo epistêmico que esquecem a cultura para sua consolidação. Por fim, observamos que a atividade humana não pode ser desvinculada do conhecimento, nem deve ser considerada como um simples catalisador, deve ser um elemento central na sala de aula.

Palabras clave: Pensamento algébrico, Pensamento proporcional, Teoria cultural da objetivação, Mediação semiótica, Ética comunitária.

Abstract

Advances of a doctoral research are presented that aims to characterize the relationships that link the emergence of proportional thinking and the forms of social interaction of students in the fifth year of Primary Education, in a classroom mediated by a community ethic. It is investigated in two classrooms, under the case study modality, the articulation between the forms of production of knowledge and the forms of relationship of the subjects. For this, two types of analysis tools were considered: Radford's strata of generality and the vectors of

[630] rmorenol@correo.udistrital.edu.co

community ethics, from a multimodal perspective of human cognition enunciated by Arzarrello. After an approach to the state of the art of our research, we preliminarily conclude that studies on proportional thinking arise from the influence of Piaget and knowledge is seen as a psychological entity of the subject, but it is shown in an ahistorical and acultural way. In the same way, we see that learning and knowledge do not arise or are the result of epistemic-type structures that forget culture for their consolidation. Finally, we observe that human activity cannot be separated from knowledge, nor should it be considered as a simple catalyst, it must be a central element in classroom research.

Keywords: Algebraic thinking, Proportional thinking, Cultural theory of objectivation, Semiotic mediation, Community ethics.

Resumen

Se presentan avances de una investigación doctoral que tiene por objeto caracterizar las relaciones que vinculan el surgimiento del pensamiento proporcional y las formas de interacción social de los estudiantes del quinto año de la Educación Primaria, en un aula mediada por una ética comunitaria. Se investiga en dos aulas, bajo la modalidad de estudio de caso, la articulación entre las formas de producción de conocimiento y las formas de relación de los sujetos. Para ello se consideraron dos tipos de herramientas de análisis: los estratos de generalidad de Radford y los vectores de la ética comunitaria, desde una perspectiva multimodal de la cognición humana enunciada por Arzarrello. Luego de un acercamiento al estado del arte de nuestra investigación, concluimos preliminarmente que los estudios sobre el pensamiento proporcional surgen de la influencia de Piaget y el conocimiento es visto como una entidad psicológica del sujeto, pero este se muestra de manera ahistórica y acultural. Del mismo modo, vemos que el aprendizaje y el conocimiento no surgen ni son el resultado de estructuras de tipo epistémico que olvidan la cultura para su consolidación. Finalmente, observamos que la actividad humana no puede desligarse del saber, ni debe considerarse como un simple catalizador, debe ser un elemento central en la investigación del aula.

Palabras clave: Pensamiento algebraico, Pensamiento proporcional, Teoría cultural de la objetivación, Mediación semiótica, Ética comunitaria.

Introducción

En esta ponencia queremos mostrar algunos avances de la investigación doctoral: “La emergencia del pensamiento proporcional durante la actividad matemática de estudiantes de quinto grado en un aula mediada por una ética de orientación comunitaria”. Este estudio se viene desarrollando desde el marco de la Teoría de la objetivación (TO), perspectiva de investigación fundamentada principalmente desde el materialismo dialéctico desarrollado en la Escuela sociocultural de Vygotsky y la Teoría de la actividad de Leóntiev (Gobara & Radford, 2020; Radford, 2006a, 2018a).

Desde los años 80´s se viene investigando sobre la enseñanza del álgebra. Durante este tiempo se ha discutido principalmente sobre la adecuada transición entre la aritmética y el álgebra que deben tener los estudiantes, dadas las dificultades observadas en el aprendizaje de los escolares. Nuestra investigación se enmarca dentro del enfoque del Early Algebra, el cual tiene su origen en autores como Kaput y Blanton (2001), quienes plantean una algebrización del currículo escolar de primaria.

Una de las rutas hacía el álgebra en la educación primaria es la promoción del pensamiento proporcional (Butto & Rojano, 2010; Lim, 2009; Mason et al., 2014; Vergel & Rojas, 2018). Estudios mas recientes, como el de Lundberg (2022), muestran el trabajo de un grupo de estudiantes, cuando usan sus estrategias de solución de manera espontánea, al desarrollar tareas de patrones numéricos asociados a la proporcionalidad por primera vez en un ambiente colaborativo.

Desde este panorama nos preguntamos: ¿Cuáles son las relaciones que vinculan la emergencia del pensamiento proporcional y las formas de interacción social en un aula de quinto grado de la Educación Primaria mediada por una ética de orientación comunitaria? En este escrito mostraremos algunos antecedentes de nuestra investigación doctoral que son la base de nuestro estudio, así como ciertos referentes teóricos y metodológicos necesarios para comprender la perspectiva de nuestra propuesta. Para finalmente mostrar el avance general de nuestro trabajo, a partir de ciertos elementos que generan unos resultados preliminares.

Antecedentes

En lo respecta a nuestra revisión de investigaciones previas, enfocadas en el pensamiento proporcional en general, hemos tomado como guía el documento propuesto por Obando et al. (2014): "Enseñanza y aprendizaje de la razón, la proporción y la proporcionalidad[631]: un estado del arte". Pero hemos usado los aspectos ontológicos y epistemológicos que brindan los lentes de la TO, para discutir la perspectiva existente sobre las formas de producción de saber y las formas de interacción de los sujetos en el aula.

a) El primer momento, los procesos cognitivos

Los trabajos de Piaget sobre el desarrollo del pensamiento lógico han incidido en las investigaciones de este periodo, comprendido entre 1958 y finales de los 80´s. En particular, el pensamiento proporcional (razonamiento)[632] es un elemento que constituye la consolidación de

[631] En adelante RPP

[632] En palabras de Obando et al. (2014), en este primer momento no hay mucha distinción entre razonamiento o pensamiento proporcional.

las operaciones formales del individuo, en el cambio del estadio desde las operaciones concretas (Obando et al., 2014).

Posteriormente, al revisar la literatura sobre el tema, Polus y Tourniaire (1985) en su estado del arte en los años 80 muestran cuatro aspectos interesantes que constituyen la estructura de su revisión documental: i) Las metodologías utilizadas en los estudios de razonamiento proporcional; ii) Las estrategias utilizadas para resolver problemas de proporción, incluidas estrategias erróneas; iii) Los factores que influyen en el desempeño en problemas de proporción, tanto los relacionados con la tarea como los relacionados con los estudiantes; y iv) El impacto de estas consideraciones en los estudios de formación (Polus y Tourniaire, 1985).

b) El segundo momento, la estructura matemática

A la par del desarrollo de la Didáctica de las matemáticas alcanzado en los años 90, se produce un cambio en las investigaciones sobre RPP, se pasa de las variables de tipo cognitivo y de contexto en la resolución de problemas de este tipo, a asuntos de orden epistemológico relativos a la estructura, organización y naturaleza del conocimiento matemático (Obando et al., 2014). Este conocimiento se convierte en un aspecto central para analizar, en particular los análisis didácticos sobre el aprendizaje y enseñanza de las RPP se centran en asuntos epistemológicos, para abordar las investigaciones de una forma más integral. (Obando et al., 2014).

c) El tercer momento, lo antropológico y lo semiótico

En este tercer momento, a inicios de los 90´s, surgen dos nuevos enfoques para la Didáctica de las matemáticas y en particular para las investigaciones sobre la enseñanza y aprendizaje de las RPP. Desde la *Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD)* las razones, las proporciones, la proporcionalidad y los números racionales se aprecian en "términos de Organizaciones Matemáticas (OM) complejas, definidas por tipos de situaciones, prácticas matemáticas, técnicas, tecnologías y teorías, estructuradas alrededor de praxeologías institucionalmente situadas"(Obando et al., 2014, p. 70).

Desde la perspectiva de *las representaciones semióticas*, Obando et al. (2014) señala que en cuanto a las investigaciones en este periodo surgen dos consideraciones importantes referidas a la naturaleza de los objetos razón y proporción matemática. La atención de los estudios pasó de las magnitudes que representaban a centralizarse en los aspectos numéricos de estos objetos; y la crítica hecha en estos trabajos a la clasificación realizada por Kieran en los años 80, en lo que respecta a las diferentes concepciones de los números racionales (cociente, medida, número racional y operador multiplicativo), porque utilizaba una mezcla de los aspectos matemáticos y los contextos en los cuales estos objetos emergen (Obando et al., 2014).

En este período de las investigaciones sobre las RPP emergen nuevos enfoques en el campo de la Didáctica de las matemáticas, ante la ausencia de las variables contextuales de los enfoques cognitivos.

Marco teórico

Desde la TO existen unas categorías fundantes que cimientan el andamiaje conceptual para el desarrollo de la investigación desde esta perspectiva. Por lo cual poseen un enfoque filosófico particular del sujeto y de la forma como se implementa la actividad que este desarrolla en el aula.

a) El saber

Desde la TO se entiende el saber de cierta forma, no como una construcción mental del individuo, como entidad psicológica; tampoco estamos interesados en su difusión como eje central del aprendizaje. Desde nuestra perspectiva de investigación el saber y el devenir ocurren a la vez y están entrelazados (Radford, 2020b). Dentro de la TO, el *saber* se define como: “un sistema codificado de procesos corpóreos, sensibles y materiales de acción y de reflexión, constituidos histórica y culturalmente” (Radford, 2017b, p. 101). El saber se transforma de cultura a cultura al paso del tiempo, “se produce en la actividad humana y es más que una tecnología para hacer algo. El saber, en efecto, se considera altamente estético, ético, simbólico y político” (Radford, 2020b, p. 34).

b) El aprendizaje

Para estudiar la forma cómo el *aprendizaje* emerge, debemos considerar que desde cualquier cultura y nuestra perspectiva de sujeto, el saber aparece como una capacidad generativa histórico-cultural (Radford, 2020b, 2020a). En nuestra cultura ya están presentes ciertos sistemas de pensamiento, inicialmente nos objetan o presentan oposición, aparecen como algo que no somos, se presentan como una forma de alteridad; la objetivación es nuestro encuentro con ellos (Radford, 2020b). En la TO se prefiere hablar de procesos de objetivación: “Los procesos de objetivación son aquellos procesos sociales, colectivos de toma de conciencia progresiva, de sistemas de pensamiento y acción cultural e históricamente constituidos, un sistema que gradualmente notamos y al mismo tiempo dotamos de significado." (Radford, 2020b, p. 36).

No obstante, la TO no se enfoca sólo en las formas de producción de saber, como en otras teorías dentro del campo de la Educación Matemática, también en la formación de subjetividades dentro del aula. Es a partir del *Otro* dónde comprendemos nuestras formas de conocer y de relación; no desde nuestro interior (el yo), sino desde el exterior, desde la acogida por el *Otro* que no soy yo, para permitirle entrar a nuestra morada; hemos vivido siempre en la totalidad del ser y no nos permitimos ir hacía el infinito, a partir de la respuesta que damos a los demás es que surge el verdadero sentido de la responsabilidad (Lévinas, 2002).

Es por eso que, los procesos de subjetivación son los procesos de creación interminable del sujeto, de creación ininterrumpida de un sujeto histórico y cultural singular (único) (Radford, 2018a). Para estudiar los procesos de subjetivación en el aula se consideran las formas como los sujetos de posicionan en el aula, tanto docente como estudiantes (Radford, 2020b).

Desde esta perspectiva, el aprendizaje se define como el producto de procesos de objetivación y subjetivación (Radford, 2006b, 2017a). Dado que estos procesos son interminables, así mismo lo es el aprendizaje (Radford, 2020b).

c) La ética comunitaria

Existen diversas interpretaciones y acepciones del término ética a lo largo de la historia de la filosofía, pero elegimos inicialmente la siguiente:

> El termino *ética* puede ser interpretado como el conjunto de normas y valores sobre el cuál se fundamentan las reglas de comportamiento humano en una sociedad de la cual uno hace parte. Pero, puede también ser considerado un criterio de juicio relativo a los comportamientos tanto propios como de otros (D'Amore en Radford y Silva, 2021, p. IX).

Esta noción está considerada desde los tres sentidos de relación de los actos éticos propuestos por Bajtín: El *yo* consigo mismo, el *otro* hacía el *yo* y el *yo* hacía el *otro* (Bubnova, 1997). Es muy usual ver la ética sólo desde los dos primeros sentidos, excluyendo el papel de los otros en el desarrollo de los sujetos.

Ahora bien, en el ámbito educativo Radford y Lasprilla (2020) identifican al menos dos tipos de éticas presentes en el aula: la de la obediencia y la de la autonomía. La primera está relacionada con la creación de sujetos sumisos, heredados de la educación tradicional, dado que sobre el docente residen la administración de ciertas normas culturales para el desarrollo del trabajo. La segunda está fundamentada sobre el buen uso que se le debe dar a la libertad y la autonomía del sujeto, en concordancia con un proyecto de individuo fundamentado desde hace siglos (desde la política, la filosofía, etc.), en la consolidación de su desarrollo.

Sin embargo, para la la clase de matemáticas, Radford y Lasprilla Herrera (2020) proponen una la ética distinta, desde el tercera forma de relación posible que propone Bajtin, del *Yo* hacia los *otros.* A esta forma de relación la llamaremos *ética comunitaria*.

Esta perspectiva de la ética comunitaria desde la TO se funda en una forma de responsabilidad por el otro, en la solidaridad y la realización humana, tanto del sujeto como de los demás (Lasprilla et al., 2021). Los mismos autores sugieren una forma de evidenciar este tipo de ética presente en la actividad de los sujetos en el aula de clases, para ello proponen tres "vectores": *la responsabilidad, el cuidado del otro y el compromiso en el trabajo conjunto*. Estos indicadores denotan las formas de colaboración humana y de trato entre los individuos.

d) El pensamiento

Desde el punto de vista de la psicológica, el *pensamiento* es un proceso cognitivo destinado a organizar la realidad que nos rodea, que recolecta y organiza la información que el sujeto percibe (Rodríguez, 2003). De igual manera, el individuo a partir de la percepción, la lógica y el lenguaje, establece un conjunto de procesos que estructuran su cognición y asignan un significado a los hechos sociales, y en especial, a los culturales.

Sin embargo, la TO redefine el término, para Radford (2006a, 2014) *el pensamiento* se conceptualiza como una actividad reflexiva, sensible, mediada por los signos, por tal razón, se refleja y se materializa en acciones corporales como: gestos, en cierto tipo de lenguaje y en general, por diversos medios semióticos.

Metodología

La investigación reportada es de corte cualitativo, desarrollada bajo la modalidad del estudio de caso. El propósito del estudio es caracterizar las relaciones que vinculan la emergencia del pensamiento proporcional y las formas de interacción social de alumnos del quinto grado de la Educación Primaria, en un aula mediada por una ética de orientación comunitaria.

Se ha venido trabajando con dos cursos completos de quinto de primaria en un ambiente natural de clase. Se ha contemplado la aplicación de cuatro tipos de tareas asociadas al pensamiento proporcional, a lo largo de 8 a 12 sesiones de trabajo. Para el desarrollo del proyecto se han enunciado las siguientes etapas, acordes a cada uno de los objetivos específicos de investigación: *i) Implementación de tareas y ambiente de aula*, *ii) Análisis de los episodios de clase* y iii)

Caracterización de las relaciones entre saber y devenir.

Las tareas diseñadas para esta investigación tienen actividades sobre proporcionalidad directa en diferentes contextos de enseñanza como:

- Problemas de multiplicación y división, con números naturales y racionales positivos.
- Problemas de variación en tablas de proporcionalidad.
- Dibujo a escala de diferentes figuras que impliquen la noción de semejanza geométrica y
- Problemas que busquen el reconocimiento de patrones figurales asociados con la proporcionalidad

Para poder responder nuestra pregunta de investigación y así establecer las relaciones que vinculan la emergencia del pensamiento proporcional y las formas de interacción social, en un aula de quinto de primaria mediada por una ética de orientación comunitaria, hemos dispuesto dos tipos de herramientas analíticas: Para las formas de pensamiento proporcional que emerjan de la actividad de los estudiantes al resolver estas tareas, proponemos *los estratos de generalidad* de Radford (2018b) y para las formas de interacción humana consideramos *los vectores de la ética comunitaria* de Lasprilla et al. (2021).

Luego de la recolección de la información proponemos un análisis multimodal del pensamiento humano. Este contempla "el reconocimiento de todas aquellas situaciones discursivas —orales y escritas—, gestuales y procedimentales que evidencien en los estudiantes intentos de construir explicaciones y argumentos sobre estructuras generales y modos de pensar, así sus argumentaciones y explicaciones se apoyen en situaciones particulares, o en acciones concretas" (Vergel, 2015, p. 194). Esto debido a la *naturaleza multimodal de la cognición humana*, como lo denomina Arzarello (2006). El individuo no es solamente un sujeto cognitivo, está también lo kinestésico, lo perceptual, lo táctil, etc.

Resultados parciales y avances en la investigación

En lo que respecta a la revisión de antecedentes, en la consolidación o aproximación a un estado del arte de nuestra investigación, debemos referir las siguientes reflexiones preliminares a partir del enfoque que provee la TO.

Tabla 1.
Revisión de antecedentes sobre investigaciones referidas a el pensamiento proporcional (Construcción propia)

Momentos de Obando et al. (2014)	**Interpretación**
Los procesos cognitivos	El saber sobre las RPP se presenta como una elaboración mental (construcción); y el aprendizaje se muestra como la modificación cognitiva o especialización de dichos esquemas (adaptación)
La estructura matemática	• Esta adaptación se logra mediante unos mecanismos universalistas del conocimiento. El saber se presenta como ahistorico y acultural. • El saber y el conocimiento no surgen o son el resultado de estructuras de tipo epistémico que olvidan la cultura para su consolidación. • La estructura, organización y naturaleza del conocimiento sobre las RPP (no puede ser acultural). El proceso natural de cada individuo al consolidarlas e incorporarlas a su pensamiento, a partir de signos y artefactos culturales (no puede ser ahistórico).
Lo antropológico y lo semiótico	• La actividad o praxeología se encuentra desligada del sujeto y produce varios tipos de alienación en el sentido de Marx. Los estudiantes sienten alienación por el producto de su trabajo (conocimiento) y por la actividad desarrollada. • Los procesos mentales de los individuos no surgen de forma universal y genérica (no son aculturales) y son el resultado de ciertas trasformaciones y tensiones a lo largo de distintos periodos de tiempo dentro de los diversos grupos sociales (no son ahistóricos).

Luego de esta aproximación al estado del arte, se elaboró el correspondiente diseño didáctico experimental que contemplaba la consideración de las diferentes tareas relacionadas con las RPP, aplicables al grado quinto de primaria. Al reflexionar sobre la forma como se diseñan las tareas, encontramos que la actividad y el saber no pueden estar desligados como en otras aproximaciones teóricas. Por tanto, a partir de ella (como labor conjunta) se vinculan tanto el saber como el devenir.

Luego de estas consideraciones teóricas, se establecieron los elementos metodológicos que fueron nombrados anteriormente en este escrito. Recientemente, el proyecto de tesis ha sido aprobado por los tres jurados evaluadores, uno internacional, otro nacional y el otro interno perteneciente a la universidad.

Conclusiones

En cuanto a la aproximación al estado del arte en nuestra investigación, debemos señalar que en el primer momento marcado por Obando et al. (2014) es cuando se hace claridad y foco sobre la categoría de pensamiento proporcional, como una forma de razonamiento o esquema mental, el cual se dispone como herramienta para la solución de este tipo de problemas. Esto influenciado por las consideraciones mostradas por Piaget e Inhelder (1958), que muestran la consolidación del lenguaje y el pensamiento, a partir de las acciones que el sujeto ejecuta a lo largo de su desarrollo cognitivo.

Ya para el segundo momento, el punto de atención son los aspectos epistemológicos relacionados con la estructura, organización y naturaleza del conocimiento de las RPP. Mientras que en el tercer momento de investigaciones, la actividad matemática es mostrada en forma de organización escolar y los significados asociados a este tipo de objetos fueron analizados em virtud de comprender mejor su naturaleza al disponerlos para la enseñanza y el aprendizaje.

Agradecimientos: Un especial reconocimiento al director de mi proyecto de tesis doctoral, Doctor Rodolfo Vergel Causado, y al programa del Doctorado Interinstitucional de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas de Bogotá.

Referencias

Bubnova, T. (1997). El principio ético como fundamento del dialogismo en Mijaíl Bajtín. Escritos, *Revista Del Centro de Ciencias Del Lenguaje*, 15–16, 259–273.

Butto, C., & Rojano, T. (2010). Pensamiento algebraico temprano: El papel del entorno Logo. *Educación Matemática*, 22(3), 55–86.

Gobara, S. T., & Radford, L. (2020). TEORIA DA OBJETIVAÇÃO: Fundamentos e *Aplicações para o Ensino e Aprendizagem de Ciências e Matemática*.

Kaput, J., & Blanton, M. (2001). Algebrafying the elementary mathematics experience. In *The Future of the Teaching and Learning of Algebra*, 344–352.

Lasprilla, A., Radford, L., & León, O. (2021). La labor conjunta en actividades de enseñanza-aprendizaje a partir del estudio de los vectores de la ética comunitaria. *Revista de Matemática, Ensino e Cultura - REMATEC*, Belém/PA, 16(39), 228–245. https://doi.org/10.37084/REMATEC.1980-3141.2021.n39.p228-245.id498

Lévinas, E. (2002). *Totalidad e infinito: ensayo sobre la exterioridad* (Sexta Ed.). Ediciones Sígueme.

Lim, K. (2009). Burning the candle at just one end: Using nonproportional examples helps students determine when proportional strategies apply. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 14(8), 492–500. https://works.bepress.com/kien_lim/11/

Mason, J., Graham, A., & Pimm, D. (2014). *Rutas hacia el álgebra/Raíces del álgebra* (Colors Editores (ed.); Traducción).

Obando, G., Vasco, C. E., & Arboleda, L. C. (2014). Enseñanza y aprendizaje de la razón, la proporción y la proporcionalidad: Un estado del arte. *Revista Latinoamericana de Investigacion En Matematica Educativa*, 17(1), 59–81. https://doi.org/10.12802/relime.13.1713

Piaget, J., & Inhelder, B. (1958). *The growth of logical thinking from childhood to adolescence: An essay on the construction of formal operational structures* (Psychology Press (ed.)).

Polus, S., & Tourniaire, F. (1985). Proportional Reasoning: A review of the literature. *Educational Studies in Mathematics. Educational Studies in Mathematics*, 2(16), 181–204.

Radford, L. (2006a). Elementos de una teoría cultural de la objetivación. *Revista Latinoamericana de Investigación En Matemática Educativa*, Número Especial Sobre Semiótica, Cultura y Pensamiento Matemático, (editores invitados: L. Radford & B. D'Amore), p.

Radford, L. (2006b). Introducción semiótica y educación matemática. *Relime*, 7–21.

Radford, L. (2017a). Aprendizaje desde la perspectiva de la Teoría de la Objetivación. In D'Amore y L. Radford (Eds.). *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: problemas semióticos, epistemológicos y prácticos* (pp. 113–134).

Radford, L. (2017b). Saber y conocimiento desde la perspectiva de la Teoría de la Objetivación. In B. D'Amore y L. Radford (Eds.). *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: problemas semióticos, epistemológicos y prácticos* (pp. 95–112).

Radford, L. (2018). Algunos desafíos encontrados en la elaboración de la teoría de la objetivación. *PNA*, 12(2018), 61–79.

Radford, L. (2020a). ¿Cómo sería una actividad de enseñanza-aprendizaje que busca ser emancipadora? La labor conjunta en la teoría de la objetivación. *Revista Colombiana de Matemática Educativa*, 5(2), 14–30.

Radford, L. (2020b). El aprendizaje visto como saber y devenir: una mirada desde la teoría de la objetivación. *Rematec*, 15(36), 27–42. https://doi.org/10.37084/rematec.1980-3141.2020.n16.p27-42.id306

Radford, L., & Lasprilla Herrera, A. (2020). De por qué la ética es ineludible de considerar en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. *La Matematica e La Sua Didattica*, 28(1), 107–128.

Radford, L., & Silva, M. (2021). *Ética: entre educación y filosofía* (Universidad de los Andes (ed.); Primera edición).

Vergel, R., & Rojas, P. J. (2018). *Álgebra escolar y pensamiento algebraico: aportes para el trabajo en el aula* (DIE (ed.); Primera). Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Tratamentos de representações semióticas nos livros didáticos do 6° ano do ensino fundamental aprovados pelo PNLD 2020

Treatments of semiotic representations in 6th grade elementary school textbooks approved by PNLD 2020

Tratamientos de las representaciones semióticas en los libros de texto de sexto grado de primaria aprobados por el PNLD 2020

Valéria Santos[633]
Universidade Federal de Pernambuco - UFPE
0000-0002-8135-7639

Alan Ferreira[634]
Universidade Federal de Pernambuco - UFPE
0000-0001-9366-695X

Franklin Pacheco[635]
Universidade Federal de Pernambuco - UFPE
0000-0002-4600-2103

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Pesquisa em Educação Matemática

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Pesquisa em Educação Matemática

Resumo

Essa pesquisa tem por objetivo analisar os tratamentos de representações semióticas nas atividades propostas para o ensino dos prismas nos livros didáticos do 6° ano do ensino fundamental. Para realização desta análise utilizamos a Teoria dos Registros de Representação Semiótica desenvolvida por Duval que nos permitiu delimitar os critérios para analisar a transformação semiótica de tratamento. Para produzir os dados realizamos uma pesquisa qualitativa do tipo estudo de caso nos onze livros didáticos de matemática do 6° ano aprovados pelo PNLD/2020. Os resultados da pesquisa mostram que a transformação de tratamento foi observada quatorze vezes. Em suma, ressaltamos a pertinência dos resultados obtidos com a realização desta pesquisa na medida em que nos permitiu acessar aos tratamentos de representações semióticas, mobilizados nas atividades propostas para o ensino dos prismas nos onze livros de matemática do 6° ano aprovados pelo PNLD/2020.
Palavras-chave: Tratamento de representação, prismas, ensino fundamental.

Abstract

This research aims to analyze the treatments of semiotic representations in the activities designed for teaching of prisms in textbooks for the 6th grade of elementary school. To make

633 valeriassantos22@hotmail.com.
634 alan.gustavo@hotmail.com.
635 pacheco.franklin9@gmail.com.

this analysis, we used the Theory of registers of semiotic representation developed by Duval, which allowed us to delimit the criteria for analyzing the semiotic transformation of treatment. To produce the data, we did qualitative research of the case study type in the eleven school books of Mathematics in the 6th grade approved by the National Textbook Program (PNLD/2020). Research results show that the treatment transformation was observed fourteen times. To sum it up, we emphasize the relevance of the results obtained from carrying out this research insofar as it allowed us to access the treatments of semiotic representations mobilized in the activities proposed for the teaching of prisms in the eleven 6th grade mathematics books approved by the PNLD/2020.

Keywords: Treatment of representation, prisms, elementary education.

Resumen

Esta recherche tiene como objetivo analizar los tratamientos de las representaciones semióticas en las actividades diseñadas para la enseñanza de los prismas en los libros de texto para el 6to grado de la escuela primaria. Para realizar este análisis utilizamos la Teoría de los registros de representación semiótica desarrollada por Duval, que nos permitió delimitar los criterios para analizar la transformación semiótica del tratamiento. Para producir los datos, se realizó una investigación cualitativa del tipo estudio de caso en los once libros escolares de Matemática en el 6º grado aprobados por el Programa Nacional de Libros de Texto (PNLD/2020). Los resultados de la investigación muestran que la transformación del tratamiento se observó catorce veces. En resumen, destacamos la relevancia de los resultados obtenidos al realizar esta investigación en la medida en que nos permitió acceder a los tratamientos de las representaciones semióticas movilizadas en las actividades propuestas para la enseñanza de los prismas en los once libros de matemáticas de sexto grado aprobados por la PNLD/2020.

Palabras clave: Tratamiento de la representación, prismas, enseñanza fundamental.

Introdução

Essa pesquisa tem por objetivo analisar os tratamentos de representações semióticas nas atividades propostas para o ensino dos prismas nos 11 livros didáticos do 6° ano do ensino fundamental aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD/2020). Para realização desta análise utilizamos a Teoria dos Registros de Representação Semiótica desenvolvida por Duval (1993) que se interessa pelo papel que as representações dos objetos matemáticos exercem nos processos de ensino e de aprendizagem.

O livro didático se constitui um dos recursos didáticos mais importantes e utilizados nos dias atuais no processo de ensino e aprendizagem, principalmente porque é fornecido aos alunos das escolas públicas gratuitamente. Uma de suas principais funções, segundo Pavão (2011) é a de orientar os professores na preparação das aulas, considerando a falta de tempo desses profissionais, de condições financeiras, de formação para utilizarem outros materiais de pesquisa e a falta de atualização em relação a seu campo profissional.

Atualmente, o PNLD é responsável pela análise dos livros didáticos destinados à Educação Básica no Brasil. Após avaliações das obras, “o Ministério da Educação (MEC) publica o Guia de Livros Didáticos - GLD com resenhas das coleções aprovadas. O GLD é encaminhado às escolas, que escolhem, entre os títulos disponíveis, aqueles que melhor atendem ao seu projeto político pedagógico” (BRASIL, 2012, p.2). Essa análise acontece de três em três anos para cada ciclo de ensino.

Vale ressaltar que um dos motivos do abandono da geometria na sala de aula por anos, especificamente em meados das décadas de 80 e 90, se deu porque este conteúdo constava no final dos livros, de modo que se os professores não cumprissem todo o conteúdo do livro, ele não seria estudado. No entanto, há alguns anos ações para reverter essa realidade começaram a eclodir. A Geometria hoje não se encontra mais no final dos livros didáticos, ela está presente no início. Porém, como consequência desse abandono, o ensino geométrico se encontra deficitário.

Olhando para a Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2018), observamos que o ensino dos Sólidos Geométricos é recomendado desde os anos iniciais do Ensino Fundamental até o ensino médio. Sendo este conteúdo, basicamente, dividido em dois tipos: poliedros (os primas, as pirâmides e os regulares) e corpos redondos (cilindros, os cones e a esfera). Quanto aos prismas, evidenciamos que seu ensino é recomendado com essa nomenclatura a partir do quarto ano do ensino fundamental, sendo consolidado no sexto ano do ensino fundamental.

Com relação aos prismas, pesquisas como as de Girotto (2012), Utimura e Curi (2016) e Feltes e Puhl (2017) evidenciam que o seu ensino é pautado na visualização, planificação e na construção de materiais concretos manipulativo. E apontam para a dificuldade de alunos e professores com os conceitos que o estudo dos prismas envolve. Com relação a essas dificuldades, Duval (1993) defende que um ensino geométrico pautado na mobilização e coordenação de registros representações semióticas é uma maneira superar algumas dificuldades encontradas no ensino desse objeto matemático, tais como: dificuldades associadas as representações dos sólidos e seus elementos, a linguagem, a dificuldade em planificar prismas como o paralelepípedo, dentre outras. Primeiro porque as representações são o modo de acesso aos objetos matemáticos, e segundo porque a coordenação de diferentes representações leva a compreensão do conteúdo.

Assim, partindo do pressuposto de que as representações mobilizadas sobre o conteúdo ensinado exercem papel central no processo de compreensão do objeto matemático, realizamos uma pesquisa qualitativa do tipo estudo de caso, nos 11 livros didáticos de matemática do 6° ano aprovados pelo PNLD/2020.

Fundamentação teórica

Esse artigo se fundamenta na Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Reymond Duval. Para Duval (2009) as representações semióticas são o meio de que o indivíduo dispõe para exteriorizar suas representações mentais. Considerado que o modo de acesso aos objetos de conhecimento matemático é diferente daquele conduzido por outras disciplinas e, por essa característica, as representações semióticas em Matemática são indispensáveis não apenas para fins de comunicação, mas também para o seu desenvolvimento.

A necessidade de uso das representações semióticas no conhecimento matemático, segundo Duval (2011), abrange dois problemas distintos: o epistemológico de acesso aos objetos matemáticos e o cognitivo. Segundo o autor, o acesso ao conhecimento matemático não é direto, passando obrigatoriamente por representações e, em alguns casos, elas são variadas e ao passar por essas representações ainda devem ter o cuidado de não confundir uma representação com o objeto representado e, assim, incorrer no risco de não considerar duas representações diferentes de um mesmo objeto por dois objetos diferentes ou, ao contrário, considerar duas representações de um mesmo objeto porque seus conteúdos guardam alguma semelhança.

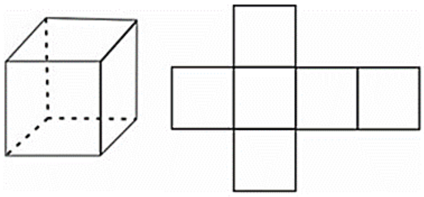
Para não confundir um objeto matemático com sua representação e, consequentemente, para saber quando passamos de uma representação a outra ou quando as diferentes representações são de um mesmo objeto, ou até mesmo de outro objeto, é necessário dispor de uma segunda representação cujo conteúdo seja diferente da primeira.

O problema de reconhecer um mesmo objeto matemático com diferentes representações semióticas é evidenciado pelo que Duval (2011) denomina de paradoxo cognitivo do pensamento matemático, segundo o autor, para dissociar o objeto de sua representação, o sujeito deve mobilizar diferentes registros de representação semiótica. Duval utiliza o termo registro para designar os diferentes tipos de representações utilizadas em matemática, tais como algébrico, gráfico, língua natural e figural. Um registro de representação semiótica permite três atividades cognitivas: formação, tratamento e conversão. Nesta comunicação, vamos nos concentrar na atividade de tratamento.

O Tratamento de uma representação corresponde a uma transformação de representação interna a um registro de representação ou a um sistema. Um exemplo dessa transformação é a reconfiguração, uma forma de tratamento aplicada, particularmente, nas figuras geométricas.

Figura 1.

Exemplo de reconfiguração: representação da superfície do hexaedro e sua planificação



A movimentação permitida por este tratamento possibilita diversas maneiras de visualizar uma representação, o que implica que o observador poderá visualizar em diferentes posições as propriedades inerentes ao objeto.

Uma figura geométrica permite diferentes tratamentos figurais, porém existem regras de tratamento próprio a cada registro. Cabe ao observador, respeitar essas regras, as quais permite que a representação terminal resulte dentro do mesmo registro que a de partida.

Metodologia

Para alcançarmos o objetivo proposto, realizamos uma pesquisa qualitativa do tipo estudo de caso nos 11 livros didáticos de matemática do 6° ano aprovados pelo PNLD/2020. A escolha deste nível de escolaridade se justifica porque segundo a BNCC este é o ano de consolidação do ensino dos Prismas. O quadro 01, mostra a relação dos livros analisados.

Quadro 1.

Relação dos livros analisados

	TÍTULO DA COLEÇAO	CÓDIGO VOLUME	EDITORA	AUTOR
1	Geração alpha matemática	0018P20022006IL	SM	Carlos N. C. de Oliveira. Felipe Fugita.
2	Convergências matemática	0312P20022006IL	SM	Eduardo Chavante.
3	Matemática essencial	0017P20022006IL	EDITORA SCIPIONE	Patricia M. Pataro. Rodrigo D. Balestri.
4	Trilhas da matemática	0022P20022006IL	SARAIVA EDUCAÇAO	Fausto A. Sampaio.
5	Apoema - Matemática	0373P20022006IL	EDITORA DO BRASIL	Adilson Longen.
6	A conquista da matemática	0377P20022006IL	FTD	José R. Givanni Júnior. Benedito Castrucci.
7	Matemática realidade & tecnologia	0386P20022006IL	FTD	Joamir Souza.
8	Teláris matemática	0300P20022006IL	EDITORA ÁTICA	Luiz R. Dante.
9	Matemática - Bianchini	0028P20022006IL	MODERNA	Edwaldo Bianchini.
10	Araribá mais - Matemática	0302P20022006IL	MODERNA	Obra coletiva.
11	Matemática - Compreensão e prática	0303P20022006IL	MODERNA	Ênio Silveira.

Para analisar os livros seguimos os seguintes critérios: pré-análise da obra, pré-análise do capítulo que contém o conteúdo prisma, exploração do material e por fim a análise das questões propostas sobre o conteúdo prisma. Na pré-análise do livro identificamos o título da obra, sua autoria e editorial conforme apresentado no quadro 01. Na pré-análise do capítulo exploramos a sistematização do conteúdo, bem como a identificação do total de questões sobre os prismas.

Na análise das questões propostas sobre o conteúdo prisma, identificamos quatro tipos de tratamentos de uma representação, todas dentro do registro de representação semiótica figural: 1) Transformação da representação planificada para a representação em perspectiva; 2) Transformação da representação em perspectiva para a representação planificada; 3) Transformação da representação planificada para a representação manipulável; 4) Transformação da representação manipulável para a representação planificada.

Para determinar os tipos de representação semiótica figural (planificada, perspectiva, manipulável), seguimos a nomenclatura defendida por Santos (2020).

Resultados e discussão

As análises dos tratamentos semióticos ocorreram, como já mencionado, no capítulo do livro destinado ao conteúdo prisma. Sendo analisadas apenas as atividades propostas para o ensino do conteúdo supracitado. No quadro 02, vemos o quantitativo de atividades sobre os prismas *versus* quantitativos de atividades que envolve a transformação de tratamento de uma representação.

Quadro 2.

Relação quantitativo de atividades sobre os prismas

Livro	Atividades sobre os prismas	Atividades envolvendo tratamento de uma representação	Percentual
Geração alpha matemática	3	0	0%
Convergências matemática	9	1	11,1%
Matemática essencial	6	1	16,6%
Trilhas da matemática	10	2	20%

Apoema - Matemática	7	2	28,6%
A conquista da matemática	5	2	40%
Matemática realidade & tecnologia	7	2	28,6%
Teláris matemática	4	0	0%
Matemática - Bianchini	2	0	0%
Araribá mais - Matemática	4	3	75%
Matemática - Compreensão e prática	9	1	11,1%

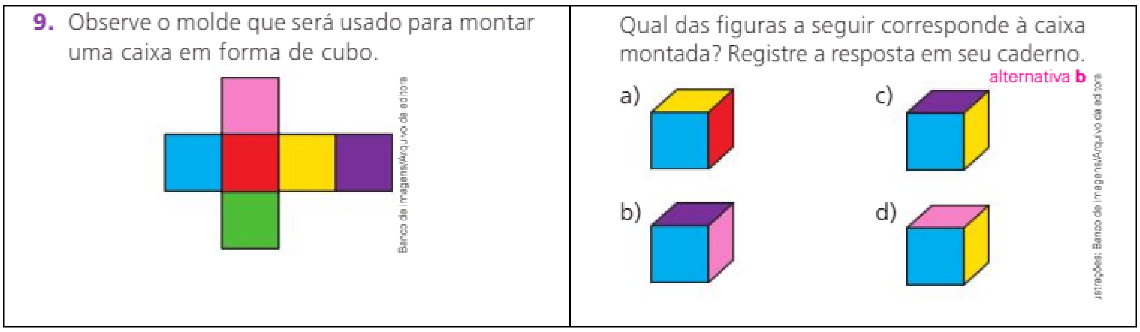
Diante dos dados expostos no quadro 02, observamos que o livro Araribá mais – Matemática é o que contém um quantitativo maior de atividades (75%) que fazem o uso do tratamento de uma representação semiótica, em contrapartida três livros de matemática de três coleções aprovadas pelo PNLD/2020 não trazem nenhuma atividade envolvendo esse tipo de transformação semiótica para o ensino dos primas no 6° do ensino fundamental.

Em seguida apresentamos as análises dos quatro tipos de transformações de tratamentos de uma representação, observados para o ensino dos prismas nos onze livros analisados.

1) Transformação da representação planificada para a representação em perspectiva

Figura 2.

Transformação da representação planificada para a representação em perspetiva (Trilhas da matemática, 2018, p. 82)



Transformações deste tipo foram observadas 6 vezes em cinco dos onze livros analisados, conforme mostra o quadro 03.

Quadro 3.

Livros versus Representação planificada → Representação em perspectiva

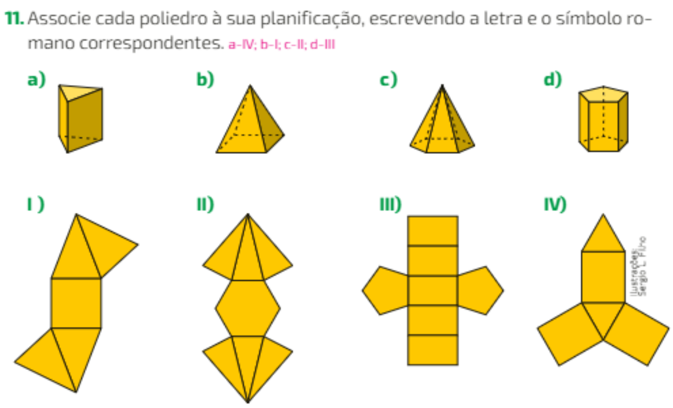
Livros	Representação planificada → Representação em perspectiva
Trilhas da matemática	2
Matemática - Compreensão e prática	1
Araribá mais - Matemática	1
A conquista da matemática	1
Apoema - Matemática	1

Esse tipo de tratamento recebe o nome de reconfiguração e é utilizado particularmente nas figuras geométricas. Como já mencionado, a movimentação permitida por este tratamento possibilita diversas maneiras de visualizar uma representação, o que implica que o observador poderá visualizar em diferentes posições as propriedades inerentes ao objeto.

2) Transformação da representação em perspectiva para a representação planificada

Figura 3.

Transformação da representação em perspectiva para a representação planificada (Matemática essencial, 2018, p.20)



Transformações deste tipo foram observadas 5 vezes em quatro dos onze livros analisados, conforme mostra o quadro 4.

Quadro 4.

Livros versus Representação em perspectiva → Representação planificada

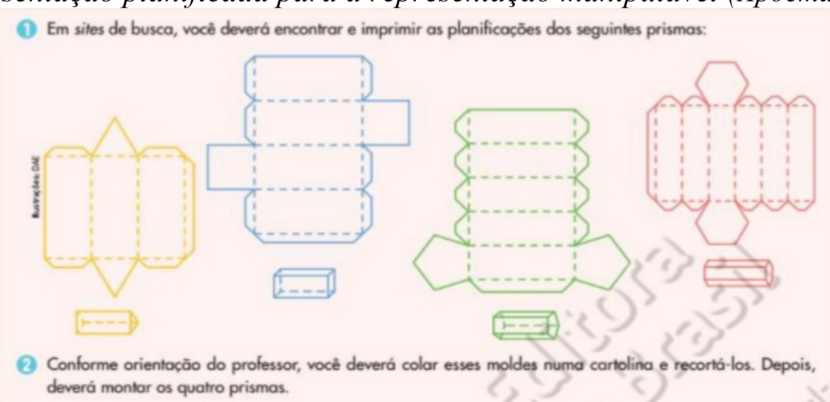
Livros	Representação em perspectiva → Representação planificada
Convergências matemática	1
Matemática realidade & tecnologia	2
A conquista da matemática	1
Matemática essencial	1

Assim como no primeiro tipo de transformação apresentado, esse tratamento também é uma reconfiguração. Mas, diferente do primeiro a representação de partida aqui estar em perspectiva e a representação de chegada é a planificada.

3) Transformação da representação planificada para a representação manipulável

Figura 4.

Transformação da representação planificada para a representação manipulável (Apoema – Matemática, 2018, p.53)



As transformações da representação planificada para a representação manipulável foram observadas em dois livros, como mostra o quadro 05. As duas questões solicitam a montagem dos prismas a partir de suas planificações.

Quadro 5.

Livros versus Representação planificada → Representação manipulável

Livros	Representação planificada → Representação manipulável

Araribá mais - Matemática	1
Apoema - Matemática	1

Segundo Moran (2015), a construção instrumental é usada pelos alunos com a finalidade de conservar as características e propriedades de uma determinada figura geométrica. Além de apresentar as seguintes potencialidades: retratar as reais dimensões e posições dos lados e faces dos objetos, não camuflar o perpendicularismo e o paralelismo lateral.

4) Transformação da representação manipulável para a representação planificada

Figura 5.

Transformação da representação manipulável para a representação planificada (Araribá mais – Matemática, 2018, p.84)

1 Use os sólidos montados na atividade 2 da página 82 para fazer o que se pede a seguir.

a) Apoie os modelos de prismas sobre uma folha de papel, contorne todas as faces deles pinte a parte interna de cada um.

Transformação da representação manipulável para a representação planificada foi observada em apenas um livro dentre os onze analisados, como mostra o quadro 06. A questão pede para os alunos desenharem as planificações na folha de papel a partir dos moldes confecionados por eles mesmo.

Quadro 6.

Livros versus Representação manipulável → Representação planificada

Livro	Representação manipulável → Representação planificada
Araribá mais - Matemática	1

Assim, como no terceiro tipo de transformação apresentado, esse tratamento também faz uso do material manipulável, um dos recursos recomendados pela BNCC (2018) para o ensino dos prismas. E diferente do terceiro tipo de transformação a representação de partida é a manipulável e a representação de chegada é a planificada.

Conclusões

A capacidade de efetuar tratamentos de uma representação é uma das atividades cognitivas fundamentais ligadas a semiose, ou seja, ligadas a apreensão ou a produção de uma representação semiótica, e sem a semiose a apreensão conceitual de um objeto, que chamamos de noesis, não existe. Assim, fica evidente a importância desta atividade no ensino dos prismas.

No entanto, nos onze livros analisados a transformação de tratamento foi observada apenas 14 vezes, as quais ocorreram: 1) da representação planificada para a representação em perspectiva, 6 vezes; 2) da representação em perspectiva para a representação planificada, 5 vezes; 3) da representação planificada para a representação manipulável, 2 vezes e 4) da representação manipulável para a representação planificada, 1 vez. Não sendo observadas transformações da representação em perspectivas para manipulável ou vice-versa.

Em três destes livros, o tratamento de uma representação não apareceu em nenhuma atividade proposta, em outros três livros, o tratamento foi visto apenas uma única vez. Dos quatorze tratamentos observados, apenas três envolve construção de figura, sobre isso Duval (2012) pontua que as atividades de construção de figura são atividades que privilegiam a formação de representação de um objeto matemático no registro figurativo. O quantitativo baixo de atividades que fazem o uso do tratamento de uma representação, assim como sua ausência em alguns livros, evidencia lacunas existentes na elaboração das atividades propostas para o ensino dos prismas em mais da metade dos livros analisados.

Em suma, ressaltamos a pertinência dos resultados obtidos com a realização desta pesquisa na medida em que nos permitiu acessar aos tratamentos de representações semióticas, mobilizados nas atividades propostas para o ensino dos prismas nos onze livros de matemática do 6° ano aprovados pelo PNLD/2020. Porém, destacamos a importância de os livros agregarem em suas atividades propostas, atividades que envolvam o tratamento de representações semióticas, visando contribuir para a compreensão dos objetos matemáticos, neste caso em específico para a compreensão dos Prismas.

Referências

BRASIL. Ministério da educação, **Base Nacional Comum Curricular:** Matemática. Brasília: MEC, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **PNLD 2020:** matemática – Ensino fundamental anos finais / Ministério da Educação – Secretária de Educação Básica SEB – Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação. Brasília, DF: Ministério da Educação, Secretária de Educação Básica.

DUVAL, R. **Registres de représentation sémiotique e fonctionnement cognitif de la pensé.** Annales de didactique et de sciences cognitives. Strasbourg, IREM-ULP, volume 5, 1993.

DUVAL, R. **Semiósis e pensamento humano.** Editora: Livraria da Física. C. contextos da ciência. Edição: 1/2009. Tradução: Lênio Abreu Farias e Marisa Rosâni Abreu da Silveira.

DUVAL, R. **Ver e ensinar matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar os registros de representação semiótica**. In: CAMPOS, T. M. M. (Org.). Tradução de Marlene Alves Dias. São Paulo: Proem, 2011.

DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. **Revemat**. Florianópolis, v. 07, n. 2, p.266-297, 2012.

FELTES. C. M. PUHL. C. S. **Estudo dos Prismas: compreendendo por meio de modelos matemáticos**. Scientia cum industria, V. 5, N. 3, PP. 151 — 155, 2017.

PAVÃO, A. C. Proposta pedagógica. **O livro didático em questão**. Boletim 05/2006. Ministério da educação. Disponível em: https://docplayer.com.br/22719497-O-livro-didatico-em-questao.html. Acesso em: 14 de setembro de 2020.

GIROTTO, N. Construindo poliedros e prismas com o apoio de softwares matemáticos. **Remat**, Caxias do Sul, v. 1, n. 2, 2015.

MORAN, M. **As apreensões em geometria: um estudo com professores da Educação Básica acerca de Registros Figurais**. 248p. Tese - Universidade Estadual de Maringá – UEM, PR, Brasil, 2015.

SANTOS, V. S. **Registros de representações semióticas mobilizados por professores de matemática no ensino dos prismas.** 241p. Dissertação – Universidade Federal de Pernambuco – UFPE, Recife, Brasil, 2020.0000

UTIMURA, G. Z.; CURI, E. Aprendizagens dos alunos no âmbito do projeto docência compartilhada e de estudos de aula (lesson study): um trabalho com as figuras geométricas espaciais no 5º ano. **Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v.18, n.2, pp. 1015-1037, 2016.

Análise de Conteúdo Automatizada como metodologia em pesquisas na área da Educação Matemática

Automated Content Analysis as a research methodology in Mathematics Education

El Análisis de Contenido Automatizado como metodología en la investigación en el área de Educación Matemática

Leonardo Martins[636]
Universidade Anhanguera de São Paulo
orcid.org/0000-0002-7591-5083

Karla Jocelya Nonato[637]
Universidade Anhanguera de São Paulo
orcid.org/0000-0002-6206-2042

Nielce Meneguelo Lobo da Costa[638]
Universidade Anhanguera de São Paulo
orcid.org/0000-0003-4391-9730

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Pesquisa em Educação Matemática

Resumo

A análise de conteúdo é uma das metodologias empregadas nas pesquisas qualitativas e, comumente, os dados coletados ao longo do processo investigativo são analisados manualmente, porém, com os avanços tecnológicos foi possível o desenvolvimento de *software* computacionais com capacidade de auxiliar esta tarefa do pesquisador. Este texto visa responder ao seguinte questionamento: que lacuna as pesquisas em Educação Matemática possuem acerca Análise de Conteúdo Automatizada? que termos são utilizados nas pesquisas em Educação Matemática para se referir a Análise de Conteúdo Automatizada? Este texto tem por objetivo desvendar como a análise de conteúdo automatizada é empregada metodologicamente nas pesquisas em Educação Matemática. Os procedimentos metodológicos constituíram na busca por quatro conjunto de termos relacionados ao estudo, com operadores booleanos, no programa *Harzing's Publish or Perish*, na base do *Google Scholar,* exportando os resultados das consultas para o *software* VOSViewer a fim de relacionar as citações entre autores. Aferimos que Educação Matemática e Formação de Professores foram as palavras-chave utilizada com maior frequência pelos pesquisadores, no qual, também se destacaram a metodologia de pesquisa, Matemática, ensino de Ciências e Representação Social. O *software* Iramuteq aparece como o mais citado nas palavras-chave, seguido do *software* CHIC e foi nulo acerca do Nvivo. Inferimos que o termo "Análise de Conteúdo Automatizada" é inutilizado nas pesquisas em Educação Matemática, mesmo quando utilizada a Análise de Conteúdo combinada com utilização de *Software* de apoio para análise dos dados.

636 professor@leomartins.net
637 karlanonato@yahoo.com.br
638 nielce.lobo@gmail.com

Palavras-chave: Procedimentos; Recursos Tecnológicos; *Software* para análise de dados qualitativos; Iramuteq; VOSViewer.

Abstract

Content analysis is a methodologie for qualitative research and, commonly, the data collected during the investigative process are manually analyzed, however, with technological advances it was possible to develop computer software capable of assisting this task of the researcher. This text aims to answer the following question: what gap does research in Mathematics Education have about Automated Content Analysis? What terms are used in Mathematics Education research to refer to Automated Content Analysis? This text aims to reveal how automated content analysis is methodologically employed in research in Mathematics Education. The methodological procedures consisted of the search for four sets of terms related to the study, with Boolean operators, in the program Harzing's Publish or Perish, based on Google Scholar, exporting the results of the queries to the VOSViewer software in order to relate the citations between authors. We verified that Mathematics Education and Teacher Training were the keywords most frequently used by researchers, in which the research methodology, Mathematics, Science teaching and Social Representation also stood out. The Iramuteq software appears as the most cited in the keywords, followed by the CHIC software and was null about Nvivo. We infer that the term "Automated Content Analysis" is unused in Mathematics Education research, even when using Content Analysis combined with the use of support software for data analysis.

Keywords: Procedures; Technological Resources; Support *software* for data analysis; Iramuteq; VOSViewer.

Resumen

El análisis de contenido es una de las metodologías utilizadas en la investigación cualitativa y, comúnmente, los datos recolectados durante el proceso investigativo son analizados manualmente, sin embargo, con los avances tecnológicos fue posible desarrollar software informático capaces de auxiliar esta tarea del investigador. Este texto pretende responder a la siguiente pregunta: ¿qué vacío tiene la investigación en Educación Matemática sobre el Análisis Automatizado de Contenido? ¿Qué términos se utilizan en la investigación de Educación Matemática para referirse al Análisis de Contenido Automatizado? Este texto tiene como objetivo revelar cómo se emplea metodológicamente el análisis de contenido automatizado en la investigación en Educación Matemática. Los procedimientos metodológicos consistieron en la búsqueda de cuatro conjuntos de términos relacionados con el estudio, con operadores booleanos, en el programa Publish or Perish de Harzing, basado en Google Scholar, exportando los resultados de las consultas al software VOSViewer para relacionar las citas. entre autores. Verificamos que Educación Matemática y Formación Docente fueron las palabras clave más utilizadas por los investigadores, en las que también se destacaron Metodología de la investigación, Matemática, Enseñanza de las Ciencias y Representación Social. El software Iramuteq aparece como el más citado en las palabras clave, seguido del software CHIC y fue nulo sobre Nvivo. Inferimos que el término "Análisis de Contenido Automatizado" no se usa en la investigación de Educación Matemática, incluso cuando se usa el Análisis de Contenido combinado con el uso de software de soporte para el análisis de datos.

Palabras clave: Procedimientos; Recursos Tecnológicos; *Software* de soporte para análisis de datos; Iramuteq; VOSViewer.

Introdução

Iniciamos com uma pergunta: Por que a vacina contra a COVID-19 causou controvérsia para ser aceita pela população como eficaz?

A população em geral não acreditava que seria confiável uma vacina concebida de maneira tão rápida e como ela teria cumprido todos os procedimentos e testes necessários para ser aprovada pelas agências de Saúde. A indagação era como o conhecimento sobre o vírus, recém sequenciado, validou uma vacina quase instantaneamente.

Para a descoberta da vacina contra a COVID-19 foram utilizados métodos científicos a partir de conhecimentos pré-existentes. É desta forma que inúmeras pesquisas, nas diversas áreas do conhecimento, são realizadas. Desta forma, não há uma receita de bolo pronta para seguir e se fazer uma pesquisa, mas há estratégias e métodos científicos que guiam a investigação, atribuindo confiabilidade, coerência e rigor aos procedimentos.

Os procedimentos são definidos a partir da questão, do objetivo e das características contextuais da pesquisa que se deseja realizar. Assim sendo, os procedimentos científicos metodológicos de uma pesquisa na área de Saúde são diferentes dos desenhados empara uma pesquisa na área de Educação Matemática, mas, o referencial metodológico utilizado, em alguns casos, pode até ser o mesmo.

A Análise de Conteúdo (AC) (Bardin 1977) é um referencial metodológico para a análise de dados amplamente utilizado em pesquisas cientificas, incluindo a área da Educação Matemática. O desenvolvimento das Tecnologias Digitais, colaborou com a celeridade da AC, a partir da qual foi desenvolvida a Análise de Conteúdo Automatizada (Grimmer e Stewart, 2013). A Análise de Conteúdo Automatizada (ACA) é a AC realizada com recursos tecnológicos.

Neste texto, a proposta é desvendar como a Análise de Conteúdo Automatizada (ACA) tem sido empregada metodologicamente em pesquisas, particularmente as qualitativas, na área da Educação Matemática.

Análise de Conteúdo Automatizada

Não tão jovem quanto a COVID-19 e suas vacinas, a Análise de Conteúdo (AC) remonta aos tempos da 1º Guerra Mundial, como método para analisar propagandas políticas. Na 2º Guerra Mundial foi utilizada com intuito político, para detectar indícios de propagandas subliminares nazistas em jornais norte-americanos (Costa & Amado, 2018).

A AC foi reconhecida como tendência metodológica de análise de dados a partir do Congresso de Alberton House, em 1995, passando a ser amplamente utilizada em diversas áreas do conhecimento. A Análise do Conteúdo

> pode ser considerada como um conjunto de técnicas de análises de comunicações, que utiliza procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens [...] A intenção da análise de conteúdo é a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção e de recepção das mensagens, inferência esta que recorre a indicadores (Bardin, 1977, p. 38).

Neste cenário a AC é um método qualitativo que busca investigar discursos, literatura, publicações, indicadores sobre o comportamento, demandas e preferências sociais de determinado grupo humano (Cervi, 2009). Atualmente a AC tem sido utilizada como metodologia única da pesquisa ou combinada com outros procedimentos de análise de dados. Este processo colaborou para a evolução da AC, juntamente com os avanços tecnológicos, fazendo surgir a ACA.

Bardin (1977) pontuou que a ACA surge na década de 1970 e é amplamente utilizada na área da Ciências Políticas, diante do alto fluxo de textos digitais gerados diariamente. Um dos pontos positivos desse tipo de análise é a possibilidade de manipular maior quantidade de texto em relação à investigação desenvolvida manualmente, viabilizando visão integral dos dados coletados e auxiliando o pesquisador a realizar inferências a partir do tratamento dos dados.

Na era da informação, com documentos digitais disponíveis, a ACA torna o processo de tabulação dos dados mais rápida, no entanto, “não eliminarão a necessidade de uma análise cuidadosa por parte dos pesquisadores nem removerão a necessidade de ler os textos” (Grimmer e Stewart, 2013, p. 270).

A ACA é um método de síntese qualitativa e quantitativa para dados expressos em forma de texto. Esta ferramenta, ao minerar o texto, utiliza aprendizagem de máquina e análise de texto. O aprendizado de máquina é uma área da Ciência da Computação “que se concentra no reconhecimento de padrões e em fazer previsões a partir de dados, para identificar e definir conceitos/tópicos [...] dentro de um corpo” (Nunez-Mir *et al,* 2016, p. 1263).

Com os dados expressos em forma de textos, as entrevistas e os questionários – dentre outros instrumentos que viabilizam a transcrição textual dos dados – podem ser analisados com ferramentas computacionais (*software* de apoio para análise de dados), desde que sejam transcritos e organizados de acordo com o *software* que será utilizado para o tratamento.

A ACA é a AC realizada com o auxílio de recursos tecnológicos apesar de existir uma gama de *software* disponíveis para a ACA, a seleção e organização dos dados, a interpretação e as conclusões são realizadas pelo pesquisador. Os programas computacionais que se utilizam de ferramentas de estatística, para inferência os dados, vieram possibilitar ao pesquisador o ganho de tempo e a visualização de relações entre os dados, ao evidenciar Classes Hierárquicas e demais relações nem sempre simples de perceber manualmente, contudo esses programas não substituem o pesquisador, que deve interpretar os dados, estabelecer as relações entre as categorias e concluir as análises.

Isto acontece, pois, mesmo a ACA otimizando os processos da AC, existem diferenças entre elas. A ACA examina a palavra, enquanto a AC considera os sentidos das permutas comunicativas nas unidades de análise. Conjectura-se que os tratamentos dos dados realizado com *software* são por análises matemáticas em relação ao verbete, tratadas estatisticamente, contempladas isoladas e em contexto (Cúrcio, 2006), sendo compatível com a AC, mas não idênticas.

Na ACA, os *software* estabelecem as classificações e repartições dos textos a partir do *corpus* textual e parâmetros estabelecidos pelo pesquisador. É essencial ter atenção ao preparar o *corpus* textual, pois a sequência das letras que juntas formam as variações dos léxicos (primeiro ponto de organização do *corpus*) pode alterar o resultado. Os vocábulos são reduzidos aos seus radicais (menor forma completa), substantivo no plural irá para o singular, verbos em diferentes tempos irão para o infinitivo. Este processo é realizado para criar um parâmetro de contagem e serem agrupadas pelos radicais (lematização).

Na ACA quando a lematização é realizada, a inferência sobre a frequência dos vocábulos é alicerçada em teorias linguísticas. Desta forma, as palavras que se destacam num léxico podem não ser as mais frequentes, ou ausentes, e sim aquelas que estão no ponto médio de uma distribuição estatística normal.

É essencial ao pesquisador compreender os resultados apresentados pelos *software* e a importância das classes das palavras: substantivos e verbos, por exemplo, em relação às preposições. A definição dos parâmetros de classificação dos textos é realizada a partir das classes de palavras relevantes para a pesquisa, somente o pesquisador é capaz de identificar quais classes de palavras são importantes para o seu objetivo, ou seja, não há receita, há procedimentos.

Procedimentos Metodológicos

De modo a atingir o objetivo da pesquisa, qual seja o de desvendar como a ACA tem sido empregada metodologicamente nas pesquisas em Educação Matemática, foi desenhada uma pesquisa bibliográfica do tipo Revisão Sistemática de Literatura (Kitchenham, 2004).

A identificação e consulta bibliográfica foi realizada no banco de dados do *Google Scholar,* em julho de 2022, via *software* "*Harzing's Publish or Perish*" versão 8.2.3944.8118 nos s. Vale ressaltar que não houve delimitação temporal e nem relativa a país ou idioma do texto.

Foram realizadas cinco (05) combinações de termos de busca (palavras-chave) utilizando os operadores booleanos AND e OR para a consulta, a saber: I) "Análise de conteúdo automatizada" AND "Educação Matemática"; II) "Análise de Conteúdo" AND "Educação Matemática" AND "Iramuteq"; III) "Análise de Conteúdo" AND "Educação Matemática" AND "Nvivo"; IV) "Análise de conteúdo" AND "Educação Matemática" AND "CHIC"; e V) "Iramuteq" OR "Nvivo" OR "CHIC" AND "Análise de Conteúdo" AND "Educação Matemática".

Cada consulta foi exportada em arquivo com extensão RIS para, posteriormente, ser tratada no *software VOSViewer* a fim de analisar a relação de citações entre os autores. Realizamos a tabulação das palavras-chave de todos os textos disponibilizados, pois o *software Harzing's Publish or Perish* não o faz, gerando um *corpus* textual, processado pelo *software Iramuteq.* Dos resultados disponibilizados, optados pela Nuvem de Palavras.

O próximo tópico se refere às análises, fase em que os dados coletados são organizados e tratados, o que permite "a construção de significados para interpretação dos fenômenos estudados" (Brito & Sá, 2022, p. 50).

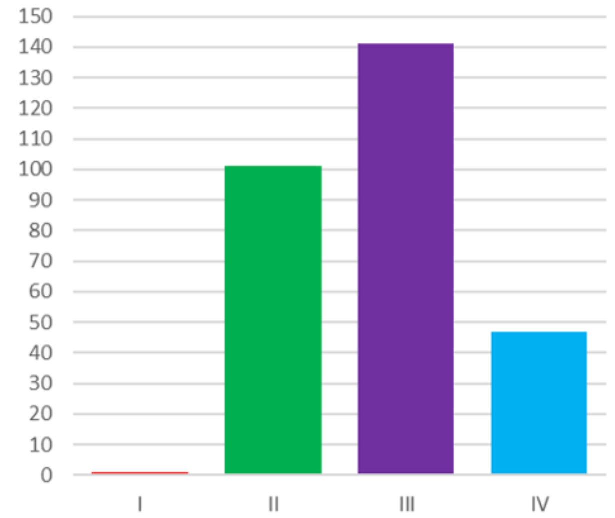
Resultados: uma Análise Automatizada dos Dados

Conforme já mencionamos, não há uma receita, como a de bolo, para se realizar pesquisa, mas há procedimentos a seguir para garantir a confiabilidade e validade dos resultados obtidos. Os procedimentos são definidos de acordo com as características da pesquisa, desta forma, a AC não se aplica a toda pesquisa qualitativa realizada em Educação Matemática, como também a ACA não atende integralmente às características de todas as pesquisas em que a AC é aplicada.

A pesquisa teve por intuito desvendar como a ACA tem sido empregada nas pesquisas em Educação Matemática, por meio de uma Revisão Sistemática de Literatura. A partir do *software Harzing's Publish or Perish*, no banco de dados *Google Scholar* obtivemos o resultado apresentado no Gráfico 1.

Gráfico 1.

Frequência de pesquisas obtidas nas consultas no *Google Scholar*



I	"Análise de Conteúdo Automatizada" AND "Educação Matemática"
II	"Análise de Conteúdo" AND "Educação Matemática" AND "Iramuteq"
III	"Análise de Conteúdo" AND "Educação Matemática" AND "Nvivo"
IV	"Análise de Conteúdo" AND "Educação Matemática" AND "CHIC"

No Gráfico 1 está representada a frequência de pesquisas obtidas nas consultas I a IV no banco de dados do Google Scholar. Foram identificadas 3 pesquisas na consulta I, 101 na II, 141 na III e 47 na IV.

Observamos a identificação, na consulta I, de três (03) pesquisas com as palavras-chave: Análise de Conteúdo Automatizada AND Educação Matemática. Entretanto, após leitura flutuante dos textos, constatamos que as pesquisas eram de outras áreas do conhecimento, quais sejam: ensino de química, ensino de ciências e ensino de física. Portanto concluímos que não foi localizado no banco de dados qualquer pesquisa relativa a ACA e Educação Matemática.

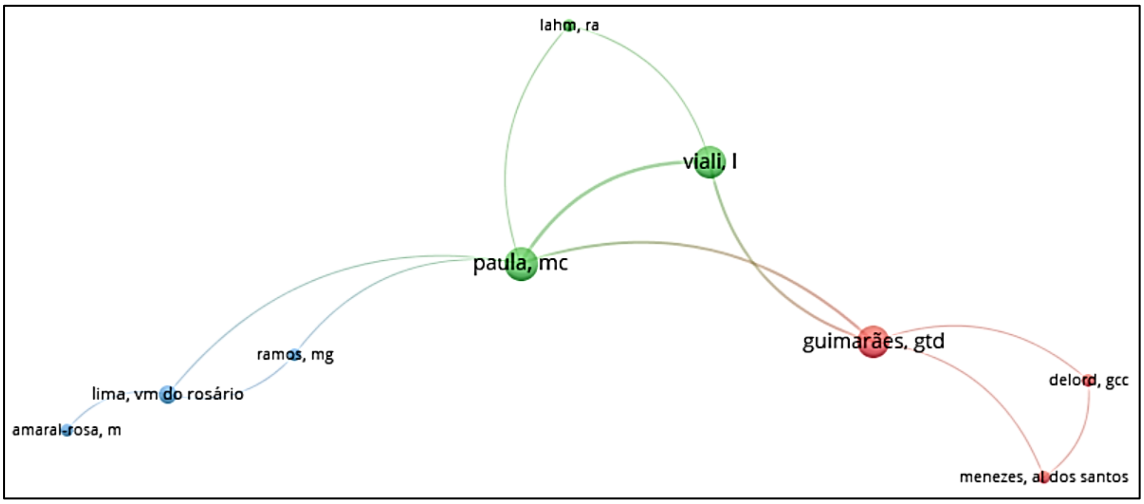
Nas consultas seguintes (II, III e IV) foi substituída a palavra-chave Análise de Conteúdo Automatizada por Análise de Conteúdo e aí foi possível identificar o número de pesquisas indicadas.

Constatamos a hegemonia do *software* Nvivo entre os *software* de apoio para análise de dados, quando comparado ao Iramuteq e CHIC nos estudos desenvolvidos em Educação Matemática. A leitura flutuante permitiu verificar em alguns textos o uso combinado de *software*, como o CHIC e o NVivo, ou o Iramuteq e o CHIC. Tais resultados apontam que apesar das pesquisas com AC serem realizadas com *software* de apoio para análise de dados, preceito característico da ACA, nem sempre os pesquisadores utilizam tal termo, mesmo discorrendo sobre aspectos metodológicos no qual inferimos a existência da Análise de Conteúdo Automatizada.

Diante deste resultado, realizamos a consulta V, a qual incluía como termos de busca as palavras-chave IraMuTeq, Nvivo, CHIC, Educação Matemática e Análise de Conteúdo, localizando 271 artigos, salvos na extensão RIS e tratados no *software* VOSviewer. O resultado das redes locais de autores e co-autores está apresentado na Figura 1.

Figura 1.

Redes locais de autores e co-autores com duas ou mais publicações.



A hipótese era de que houvesse pesquisas nas quais se constatasse relações e conexões entre as autorias obtidas nas buscas I, II, III e IV. Todos os autores e co-autores que aparecem na rede gerada pelo *software* VOSviewer (consulta V) são os mesmos da relação gerada na busca III (*software* NVivo). Logo, a hipótese acerca da análise da consulta V foi refutada, na qual é inexistente a relação entre os autores que citam IraMuTeq, Nvivo e CHIC em suas pesquisas em Educação Matemática de Análise de Conteúdo.

Analisando a rede de autorias, observamos três (03) redes principais, interligadas por dois (02) autores: Paula e Guimarães. A primeira rede (em vermelho) é formada por três autores. A professora Gleny TD Guimarães da PUC-RS a qual orientou os autores Delord e Menezes. Tais publicações são resultados das teses de ambos na área de Educação Matemática, de 2015 a 2017.

A segunda rede (em verde) é composta por Paula, Viali e Lahm. Novamente, a rede se forma na PUC-RS. A professora Lori Viali foi orientadora da M.C. Paula, que por sua vez foi coorientada por Guimarães. O professor Regis A. Lahm, também da PUC-RS publicou com

Viali e Paula entre 2015 e 2017. Frisamos que a rede foi estabelecida devido à co-autoria desses três (03) autores, em pelo menos duas (02) publicações.

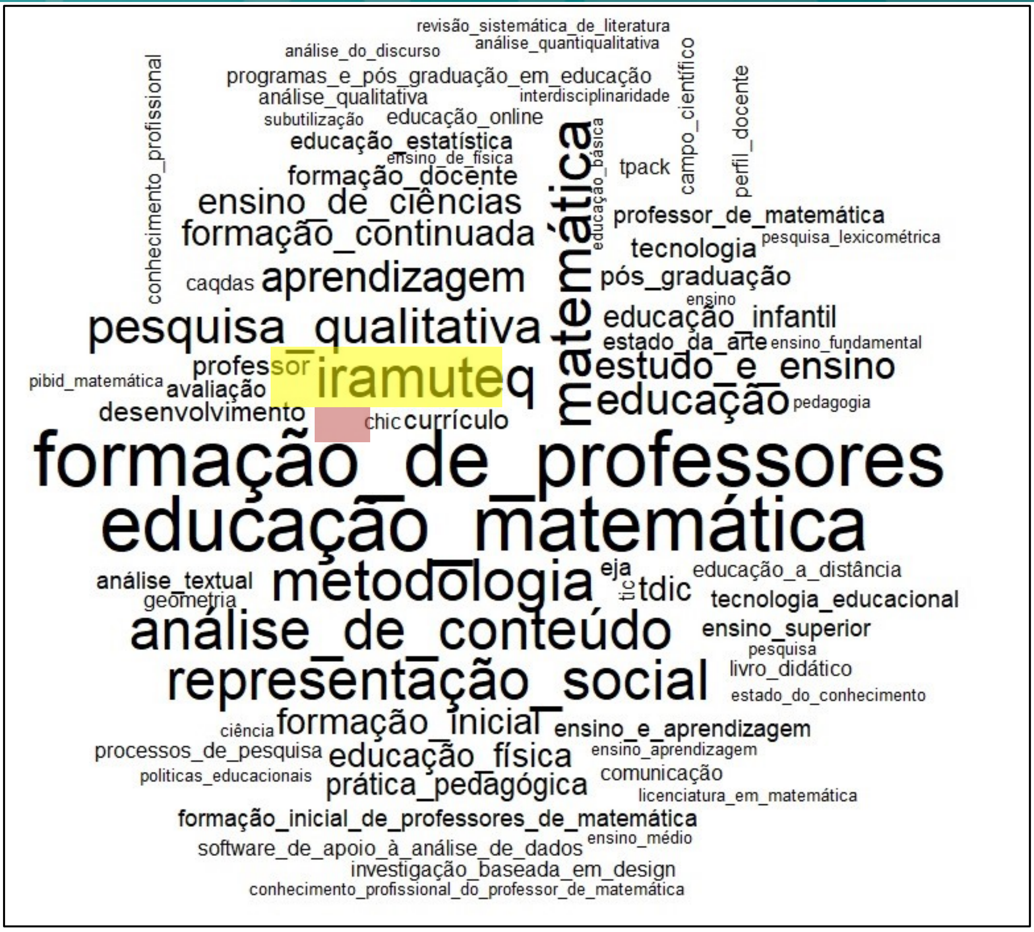
A terceira rede (em azul) tem uma clara ligação com Paula e um comportamento distinto das demais devido a comunicação de Amaral-Rosa. Além desses autores, a rede ainda é composta por Lima e Ramos. Os autores que formam as redes mais fortes de publicações utilizando o Nvivo continuam na PUC-RS, mas são ex-orientandos e agora colegas de docência do professor Roque Moraes, apesar do seu nome não aparecer na rede local. Os pesquisadores Ramos e Limas foram seus orientandos e hoje pesquisam em parceria no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática da instituição. Amaral-Rosa foi orientando de pós-doutoramento do professor Maurivan Ramos. Essas redes se formaram no período de 2018 a 2020.

Caso o *software Harzing's Publish or Perish* apresentasse a função palavras-chave, o *software* VOSviewer seria capaz de gerar a relação entre elas, a partir do arquivo em formato RIS. Como *software Harzing's Publish or Perish* não fornece tal opção, identificamos, manualmente, após leitura flutuante, 909 palavras-chave nos textos encontrados pelo *software.*

Organizamos tais palavras-chave de acordo com *corpus* textual, conforme o *software Iramuteq*. Gerenciamos os parâmetros para conceber o tratamento dos dados, no qual selecionamos a nuvem de palavras apresentada na Figura 2. As palavras com mais destaque no tamanho, representam os verbetes que foram manifestos maior número de vezes como palavras-chave, por sua vez as que possuem fontes menores são os verbetes que os pesquisadores selecionaram menos vezes.

Figura 2.

Nuvem de palavras-chave geradas pelo software Iramuteq



Aferimos que Educação Matemática e Formação de Professores foram as palavras-chave utilizadas com maior frequência pelos pesquisadores. Também se destacam, além das palavras relacionadas à metodologia de pesquisa, as seguintes: Matemática, Ensino de Ciências e Representação Social. Tais vocábulos, ou são área de conhecimento (Matemática, Educação Matemática e Ensino de Ciências) ou linha de pesquisa (Formação de Professores e Representação Social).

Em relação ao software analisados: Iramuteq, CHIC e Nvivo, apesar de o maior número de pesquisas encontradas utilizar o *software* Nvivo e os seus autores se destacarem na representação gerada pelo *software Harzing's Publish or Perish*, é o *software* Iramuteq o que os pesquisadores registraram como palavra-chave um maior número de vezes, seguido pelo *software* CHIC. O *software* Nvivo não apareceu na Nuvem de Palavras.

Os pesquisadores selecionaram o termo "Análise de Conteúdo" como palavra-chave algumas vezes, tanto que se destaca na nuvem de palavras. Mas, mesmo em segundo plano, deixaram de evidenciar o termo "Análise de Conteúdo Automatizada". Tal fato indica que apesar dos pesquisadores usarem a ACA, não a indicam nas pesquisas, acreditamos que por falta de referenciais na área.

Considerações Finais

Algumas etapas do desenvolvimento da vacina da COVID-19 só foram possíveis e rápidas graças às pesquisas anteriores (ou seja, ao conhecimento já construído pelos diversos grupos de cientistas) e aos avanços das tecnologias digitais que possibilitaram novas formas de composições. Fazendo um paralelo ao tema abordado neste texto, afirmamos que, no caso da AC, mesmo sendo possível a realização manual do tratamento dos dados, as tecnologias digitais podem viabilizar novas relações entre os dados com maior nível de complexidade, celeridade no processo e, por sua vez, proporcionando confiabilidade nos resultados.

Como em todo processo metodológico, a ACA possui pontos positivos e pontos negativos. Se, devido ao objetivo da pesquisa, existe a necessidade de considerar a linguagem não verbal, como a visual, vocal (entonação de voz), gestual, musical, entre outras, ela deixa de ser suficiente. Para este tipo de questão, caso o pesquisador preferir, pode combinar a Análise de Conteúdo manual e a Automatizada.

O objetivo deste texto foi desvendar como a Análise de Conteúdo Automatizada tem sido empregada nas pesquisas em Educação Matemática. Apesar da lacuna na consulta com os termos de busca "Análise de Conteúdo Automatizada" e "Educação Matemática", averiguamos que os pesquisadores realizam pesquisas utilizando ACA em Educação Matemática.

Consideramos a Análise de Conteúdo Automatizada, em Educação Matemática, uma técnica de análise que objetiva a descrição imparcial, metódica e quantitativa do conteúdo manifestado na mensagem, com a colaboração de *software* para o tratamento dos dados. A interpretação dos resultados disponibilizados pelos *software* é realizada pelos pesquisadores, a luz dos referenciais teóricos utilizados

Desta forma, as pesquisas que utilizaram *software* como Iramuteq, NVivo e CHIC, podem não assumir que realizaram a ACA, mas a partir do momento que a metodologia utilizada foi a AC, combinada ou não com outra, e o *software* utilizado colaborou na Análise de Conteúdo, então ela foi automatizada.

A ACA é amplamente utilizada na área de Saúde, Ciências da Natureza e Ciências Políticas, mas na Educação Matemática parece que há uma lacuna no emprego do termo, apesar de pesquisas utilizarem a metodologia. Apontamos a inexistência de referenciais para tal, na área de Educação Matemática.

Por fim, concluímos que a ACA na área da Educação Matemática carece de definições teóricas mais precisas, bem como, a sua difusão.

Agradecimentos

A pesquisa que subsidia este artigo tem o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001 à qual agradecemos, pela concessão de bolsa de estudos.

Referências

Bardin, L. (1977). *Análise de conteúdo*. Lisboa. Editora 70.

Cervi, E. U. (2009). *Métodos quantitativos nas ciências sociais*: uma abordagem alternativa ao fetichismo dos números e ao debate com qualitativistas. In Pesquisa social: reflexões teóricas e metodológicas / Jussara Ayres Bourguignon, organizadora. -- Ponta Grossa, PR: TODAPALAVRA, 2009. https://www.todapalavraeditora.com.br/wp-content/uploads/2019/04/E-Book-Pesquisa-Social.pdf.

Cúrcio, V. R. (2006). Estudos estatísticos de textos literário. *Revista Texto Digital*, (2).

Grimmer, J., & Stewart, B. M. (2013). Text as Data: The Promise and Pitfalls of Automatic Content Analysis Methods for Political Texts. *Political Analysis,* (pp. 1–31).

Brito, C. A. F., & Sá, I. R. (2022). *Pesquisa qualitativa e a análise de conhecimento de conteúdo automatizada*: usando o Iramuteq, (pp. 133). https://even3.blob.core.windows.net/even3publicacoes-assets/book/559507-grupo-pesquisas-publicacoes--gps-pesquisas-interdisciplinare.pdf.

Costa, A. P., & Amado, J. (2018). *Análise de conteúdo suportada por software.* https://ludomedia.org/publicacoes/e-book-analise-de-conteudo-suportada-por-*software*-2a-ed.

Nunez-Mir *et al.* Automated content analysis: addressing the big literature challenge in ecology and evolution. *Methods in Ecology and Evolution* (pp. 1262-1272). https://besjournals.onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/2041-210X.12602.

Kitchenham, B. (2004). Procedures for performing systematic reviews. Keele, UK, Keele University, 33(2004), (pp. 1-26). https://www.researchgate.net/profile/Barbara-Kitchenham/publication/228756057_Procedures_for_Performing_Systematic_Reviews/links/618cfae961f09877207f8471/Procedures-for-Performing-Systematic-Reviews.pdf

Ensino de Estatística e Aprendizagem Baseada em Projetos: Uma experiência no Ensino Médio

Teaching statistics and Project-based learning: a high school experiment

Enseñanza de la estadística y aprendizage basado em proyectos: uma experiencia de bachillerato

Leonardo Pospichil Lima Neto[639]
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul
0000-0002-7813-1022

Ednei Luis Becher[640]
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul
0000-0001-8770-2424

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Pesquisa em Educação Matemática.

Resumo

O presente trabalho apresenta um recorte de uma investigação realizada para a elaboração de um Trabalho de Conclusão de Curso e tem por objetivo analisar os desdobramentos e a viabilidade da utilização da metodologia de Aprendizado Baseada em Projetos para o Ensino de Estatística. A sequência didática apresentada foi desenvolvida em uma turma de 2º ano do Ensino Médio de uma escola estadual do litoral norte do estado do Rio Grande do Sul. A pesquisa apresenta cunho qualitativo e se caracteriza como pesquisa participante, uma vez que esta busca o envolvimento da comunidade pesquisada na análise da realidade onde está inserida. Pode-se evidenciar como resultados principais a maior participação e engajamento dos alunos, bem como o fomento da criticidade dos alunos no desenvolvimento de sugestões de políticas e ações para a direção escolar.

Palavras-chave: Ensino de Estatística, Aprendizagem Baseada em Projetos, Pesquisa Amostral

Abstract

The present work presents an excerpt of an investigation carried out for the elaboration of a Course Completion Work and aims to analyze the consequences and feasibility of using the Project-Based Learning methodology for the Teaching of Statistics. The didactic sequence presented was developed in a 2nd year high school class of a state school on the north coast of the state of Rio Grande do Sul. The research has a qualitative nature and is characterized as participatory research, since it seeks the involvement of the researched community in the analysis of the reality where it is inserted. It can be evidenced as main results the greater participation and engagement of the students, as well as the promotion of the criticality of the students in the development of suggestions of policies and actions for the school administration.

639 leonetors1@gmail.com
640 ednei.becher@osorio.ifrs.edu.br

Keywords: Teaching statistics; Project-based learning; Sample Research.

Resumem

El presente trabajo presenta un extracto de una investigación realizada para la elaboración de un Trabajo de Finalización de Curso y tiene como objetivo analizar las consecuencias y factibilidad del uso de la metodología de Aprendizaje Basado en Proyectos para la Enseñanza de la Estadística. La secuencia didáctica presentada fue desarrollada en una clase de 2º año de enseñanza media de una escuela estatal en la costa norte del estado de Rio Grande do Sul. La investigación tiene una naturaleza cualitativa y se caracteriza como investigación participativa, una vez que busca la participación de la comunidad investigada en el análisis de la realidad donde se inserta. Se puede evidenciar como principales resultados la mayor participación y compromiso de los estudiantes, así como la promoción de la criticidad de los estudiantes en el desarrollo de sugerencias de políticas y acciones para la gestión escolar.

Palabras clave: Enseñanza de la estadística; aprendizage basado em proyectos; investigación de muestra

Introdução

A Estatística é frequentemente evidenciada em diversos meios de comunicação, como mídias sociais, programas televisivos, jornais e revistas, através da apresentação de informações estatísticas em forma de tabelas e gráficos. Tal fato sugere que o estudo de tais conteúdos na escola pode auxiliar os alunos a compreendê-los em seu cotidiano (DINIZ, 2016).

Juntamente a isto, Lopes (2008) destaca a necessidade de que os alunos tenham capacidade de coletar, organizar, interpretar e comparar dados, a fim de que tenham subsídios para uma tomada de decisões crítica e fundamentada. Tal necessidade advém do desenvolvimento da sociedade, que gera cada vez mais dados e informações a todo momento, fazendo com que a capacidade de interpretação destes dados se torne fundamental para a compreensão da realidade onde os alunos estão inseridos.

Na educação básica, a Estatística é abordada como parte integrante da disciplina de Matemática e suas tecnologias. Tendo esta área sido incorporado com mais amplitude ao currículo da disciplina de Matemática, nos níveis fundamental e médio a partir de 1997, com a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) (BRASIL, 1997). Segundo os PCNs, o desenvolvimento dos conceitos de Estatística deve se pautar no levantamento, organização e análises de dados referentes ao cotidiano dos alunos. A promulgação da Base Nacional Curricular Comum (BNCC) (BRASIL, 2017, 2018), reafirma as indicações dos Parâmetros Curriculares Nacionais, indicando o estudo de conceitos estatísticos desde o 1º ano do Ensino Fundamental.

Contudo ainda é uma realidade, na maioria das escolas de Ensino Fundamental e médio do país, a presença de um ensino fragmentado (PIRES, 2021), com o aprendizado baseado na memorização de fórmulas e conceitos, fortemente pautado na repetição para o aprendizado. Juntamente a isto, surge outra problemática no ensino de Estatística, onde Campos e Coutinho (2019) indicam que os professores, geralmente, dão mais ênfase no quesito operacional do conteúdo, apresentando problemas repetitivos e descontextualizados da realidade do aluno.

Frente a esta situação, evidencia-se a necessidade de buscar estratégias para o ensino de Estatística a partir de situações de ensino que partam da realidade do alunos, fazendo assim com que este consiga visualizar os conceitos e aplicações no seu cotidiano, aproximando o conhecimento estatístico a sua vida.

Tendo isto em vista, o presente trabalho apresenta um recorte dos resultados de uma investigação realizada a partir da aplicação de uma sequência didática, desenvolvida em uma turma de 2º ano do Ensino Médio, de uma escola da zona urbana de uma cidade do litoral norte do Rio Grande do Sul, objetivando o desenvolvimento de competências estatísticas através da elaboração e aplicação de uma pesquisa amostral com a temática saúde dos adolescentes.

Educação Estatística

O Ensino de Estatística busca desenvolver as competências necessárias para que os alunos consigam analisar criticamente aspectos da realidade em que estão inseridos, bem como utilizar argumentos bem construídos a partir da análise de dados do seu cotidiano. Nesta ótica, A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) recomenda que é necessário desenvolver no aluno "o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo". (BRASIL, 2018. p. 267)

Segundo Mello (2017), a Educação Estatística deve fazer parte da vida dos alunos desde os anos iniciais do Ensino Básico. Tal recomendação é corroborada pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC), do Ensino Fundamental e do Ensino Médio (2017, 2018), que indicam o Ensino de Estatística desde os primeiros do Ensino Fundamental.

Lopes (2008), ainda indica que é necessário que o cidadão, além de entender as porcentagens e taxas expostas em índices, tenha a capacidade de analisar criticamente os dados apresentados. Nesta ótica, Silva e Figueiredo apontam para a estatística como uma ciência indispensável para a formação cidadã, uma vez que:

> Estatística é uma ciência de natureza multidisciplinar, indispensável para a formação de cidadãos críticos em uma sociedade democrática em que estão envolvidos, cotidianamente, em acontecimentos que exigem habilidades e competências para entender dados estatísticos. (SILVA, FIGUEIREDO, 2019. p. 3)

Segundo Lopes (2013, p. 905), a estatística "[...] fornece meios para lidar com dados que levam em conta a onipresença da variabilidade, o que a diferencia, significativamente, da matemática e outras ciências [...]", contudo, para Damin, Junior e Pereira (2019), a Educação Matemática e a Educação Estatística são próximas em termos metodológicos, mas afastam-se em seus conceitos e aplicações.

Sob esta perspectiva, Campos e Coutinho (2019) destacam a problemática quanto ao Ensino de Estatística em que apontam que, de forma geral, os professores que ensinam estatística possuem formação em matemática, o que implica em um Ensino de Estatística focado em procedimentos, apresentando problemas descontextualizados da realidade dos alunos e muitas vezes repetitivos. Os autores ainda apontam que este movimento é contrário aos preceitos do Ensino de Estatística, em que:

> Educação Estatística preconiza um olhar voltado especialmente para questões envolvidas no processo de ensino e aprendizagem, valorizando um ambiente no qual se destacam a investigação e a reflexão como elementos primordiais para a construção do conhecimento. Assim, de acordo com os preceitos básicos da Educação Estatística, o trabalho em sala de aula para o ensino/aprendizagem eficiente dessa disciplina deve sempre ser pautado por assuntos relevantes, de interesse dos alunos e que façam parte de sua realidade (CAMPOS; COUTINHO, 2019, p.2)

Junto a isto cabe destacar as vantagens do uso de Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC's) focadas na utilização de planilhas eletrônicas para o Ensino de Estatística, tais como a possibilidade de manipulação de uma grande quantidade de dados, a articulação entre diversas representações, lógicas e estatísticas. (GIRALDO; CAETANO; MATTOS. 2013)

Aprendizagem Baseada em Projetos

As metodologias ativas podem ser caracterizadas como estratégias para (re)estruturação das práticas didáticas-metodológicas dos docentes, visando a viabilização do desenvolvimento e o fomento da autonomia dos alunos, preconizando a participação do discente no processo de aquisição do saber. (CAVALCANTE FILHO, 2019)

Desta forma, as metodologias ativas buscam gerar situações que coloquem o aluno como o elemento principal no processo de aquisição de saberes, através de atividades que possibilitem aos alunos o trabalho em equipe, processos investigativos, momentos de reflexão, auto avaliação e avaliação de seus pares, a utilização de tecnologias digitais, o desenvolvimento de materiais. Segundo Bacich e Moran (2018), as atividades envolvendo metodologias ativas buscam criar práticas a fim de gerar engajamento dos alunos, tornando-os protagonistas na sua aquisição de saberes.

> O fato de elas [as metodologias] serem ativas está relacionado com a realização de práticas pedagógicas para envolver os alunos, engajá-los em atividades práticas nas quais eles sejam protagonistas da sua aprendizagem (BACICH; MORAN, 2018, p. 28).

Dentre as metodologias ativas, pode-se destacar a Project-Based Learning, ou Aprendizagem Baseada em Projetos (ABP), que se caracteriza como uma metodologia de ensino, que tem ênfase na utilização de projetos, pelos quais serão desenvolvidos o ensino-aprendizagem dos conteúdos (BENDER. 2014). Esta metodologia se destaca pelo caráter colaborativo em que sua principal característica é a construção coletiva do conhecimento, de forma interdisciplinar e centrada no aluno, abordando temas transversais, o que possibilita aos alunos uma visão holística do conhecimento (CAVALCANTE FILHO, 2019).

Segundo o autor:

> A ABP se apresenta como uma solução possível e eficaz no processo de ensino aprendizagem significativo para o alunado. A Aprendizagem Baseada em Projetos pode auxiliar o professor a criar espaços de aprendizagem mais práticos, comunicativos, sociáveis e envolventes, fatores esses que diferem e superam a teoria tradicionalista. (CAVALCANTE FILHO, 2020, p. 32)

A ABP busca o desenvolvimento de atividades que possibilitem o trabalho em equipe, a geração de momentos de reflexão, a utilização de questões altamente engajadoras e a utilização do processo investigativo, possibilitando aos alunos a construção do seu saber e posterior comunicação deste, com seus pares e sua comunidade. Para isto, Bender define a ABP como:

> A ABP pode ser definida pela utilização de projetos autênticos e realistas baseados em uma questão, tarefa ou problema altamente motivador e envolvente, para ensinar conteúdos acadêmicos aos alunos no contexto do trabalho cooperativo para a resolução de problemas. (BENDER, 2014, p. 16).

Contudo para o bom desempenho da ABP, é necessário que os papéis de alunos e professores em sala de aula sejam alterados, sendo o professor um orientador, facilitador, mediador, motivador dos alunos durante o desenvolvimento do projeto, auxiliando de dando feedbacks a cada etapa do projeto, oferecendo espaço para que os alunos se tornem os protagonistas do seu processo de ensino aprendizagem. (CAVALCANTE FILHO, 2019).

As características apresentadas por Bender (2014) e Cavalcante Filho (2020), se alinham a visão de Jacobini (2004), Giordano, Araújo e Coutinho (2019), uma vez que através do processo de investigação cientifica, fomentam a criticidade, criatividade e protagonismo do aluno, além de realizar a interação de conteúdos distintos com situações do cotidiano do aluno, atribuindo autonomia e voz aos alunos, tanto no desenvolvimento quanto na comunicação de seus resultados.

Projeto Desenvolvido com os estudantes e a Investigação

A atividade apresentada neste trabalho e que foi fonte dos dados analisados foi desenvolvida a partir da ABP, buscando o desenvolvimento de competência estatísticas com 22 alunos de uma turma de 2º ano do Ensino Médio regular de uma escola estadual, localizada no litoral norte do Rio Grande do Sul. Cabe o destaque que o estudante pesquisador era o professor titular da turma e os conceitos desenvolvidos observaram a BNCC (2018) e matriz curricular da escola. A sequência didática desenvolvida buscou propôs aos estudantes a realização de uma pesquisa dentro de sua comunidade escolar, focada na investigação de aspectos relacionados a saúde dos alunos de 6º a 9º ano do Ensino Fundamental e 1º a 3º ano do Ensino Médio. Ela teve como objetivo identificar quais aspectos possibilitam o desenvolvimento das competências estatísticas e avaliar a viabilidade do Ensino de Estatística através da metodologia da Aprendizagem Baseada em Projetos.

A pesquisa teve cunho qualitativo e se caracterizou como uma pesquisa participante, uma vez que buscou o envolvimento da comunidade pesquisada na análise da realidade onde está inserida (GROSSI, 1981). Ainda cabe o destaque ao fato de que na pesquisa participante, diversas situações são desencadeadas pela interação entre o pesquisador e o público a ser pesquisado.

Tomou-se por base a Pesquisa Nacional da Saúde do Escolar (PeNSE), desenvolvida pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), que visa traçar um panorama sobre a saúde dos alunos do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental e do 1º ao 3º ano do Ensino Médio, com idades entre 13 a 17 anos, das redes pública e privada de ensino de todo o país.

Os alunos adaptaram a pesquisa PeNSEe a replicaram na escola, buscando traçar um panorama da saúde dos alunos, a fim de realizar um comparativo entre os resultados obtidos dentro da escola com os da PeNSE. Para isto, foram aplicados questionários de múltipla escolha sobre o tema de saúde dos alunos, focadas em: Saúde Alimentar; Imagem Corporal; Saúde Psicológica e Educação Sexual. Tais questionários foram adaptados e aplicados pelos alunos nas turmas com estudantes na faixa etária investigada. Posteriormente, os dados foram tabulados, analisados e seus resultados foram apresentados para a comunidade escolar em uma exposição que ocorreu na escola. Todos as aspectos relativos ao sigilo dos alunos que participaram da pesquisa foram garantidos, tais como o anonimado, sendo a coleta realizada através de um envelope lacrado, que somente foi aberto no momento da tabulação dos dados.

O planejamento do projeto foi desenvolvido em etapas e orientados pelas características essenciais da ABP, descritas por Bender (2014), em que foram observados todos os aspectos considerados essenciais para o aprendizado e integrados as etapas desenvolvidas, tais como Questão Motivadora; Desafio Proposto; Pesquisa e Conteúdo; Organização dos Dados e Resposta à Pergunta Inicial e Exposição dos resultados.

Como apoio à compreensão do fenômeno investigado, foram utilizadas as observações do professor pesquisador, registradas em seu caderno de campo, bem como nos resultados que um questionário respondidos pelos alunos ao final da sequência didática, que foi aplicado com o objetivo de investigar as percepções dos alunos frente à mesma.

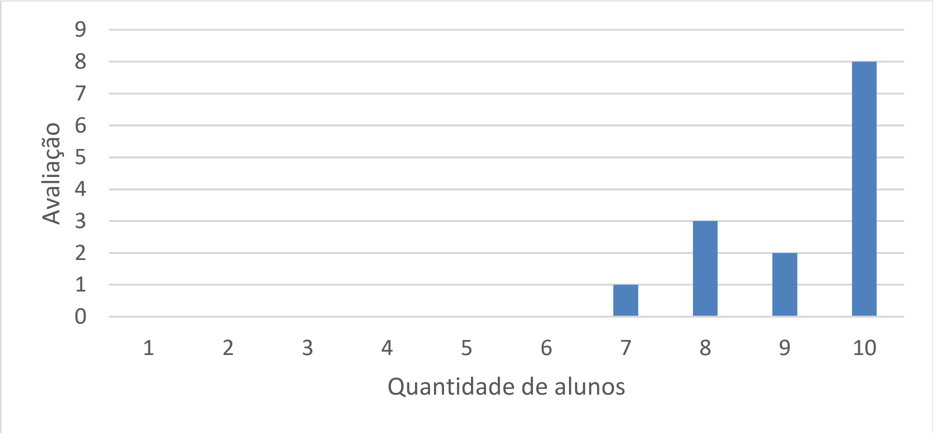
Resultados

Os resultados sintetizados a partir das informações coletadas através de um questionário, com 12 questões referentes ao desenvolvimento da atividade e as percepções dos alunos sobre a mesma. A primeira questão proposta questionava os alunos se a sequência didática contribuiu para sua aprendizagem. Podemos observar a partir das notas atribuídas pelos alunos, conforme Gráfico 1, que eles consideraram que a atividade baseada em ABP contribuiu para seus aprendizados, uma vez que todos os alunos atribuíram uma nota maior que 7. Ainda é possível observar que 57,14% dos alunos ($n = 8$) atribuiu nota máxima para o método proposto.

Um ponto a ser destacado é o aumento da participação e do empenho dos alunos, conforme relatado no caderno de campo do professor pesquisador, que se mostraram comprometidos com o desenvolvimento das atividades. Todos os alunos demonstraram atitudes proativas, engajadas e motivadas para a atividade. Este fato pode ser observado quando alunos poucos participativos buscaram soluções e respostas para os questionamentos que vinham surgindo no decorrer da atividade. Juntamente a isto, o professor pesquisador pode evidenciar um aumento na cooperação dos alunos.

Gráfico 1.

Você considera que a sequência didática contribuiu para seu aprendizado? Que nota você dá de 0 a 10



Fonte: O autor

Como exposto, os alunos apresentaram mais interesse nas aulas, o que foi constatado, além das observações do pesquisador, pelas respostas apresentadas na segunda pergunta do questionário, na qual todos os alunos deram respostas positivas quando questionados se a metodologia apresentada tornou as aulas mais interessantes.

Tal fato pode ser percebido em respostas como:

Aluno 3: Com certeza, muito melhor que fazer esse tipo de trabalho do que ficar só na frente do quadro e copiar.

Aluno 7: Sim, o jeito que foi feito a atividade mudou bastante para melhor as aulas.

Aluno 8: Sim, tornou mais interessante as aulas de matemática porque muitos de nós estamos acostumados só com prova de matemática e isso quebra a nossa rotina na escola sobre a matemática.

Outro ponto importante a se ressaltar é a importância que os alunos deram para a possibilidade de escolha das questões dentro do tema escolhido como questão motivadora, como exposto nos relatos abaixo. Junto a isto, 64,28% dos alunos ($n = 9$) atribuíram nota máxima neste quesito, indicando a importância para os alunos da possibilidade de escolha do tema.

Aluno 3: Muito, aprendi e entendi assuntos que não tinha conhecimento antes.

Aluno 6: Sim, dou 9,5 pelos temas serem sobre saúde e me fez ter um conhecimento mais amplo.

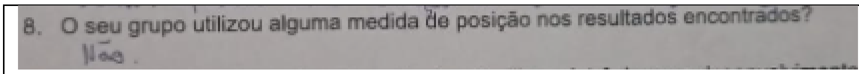
Aluno 8: Sim, contribuiu para nosso aprendizado tanto para a matemática quanto para os temas abordados [...]

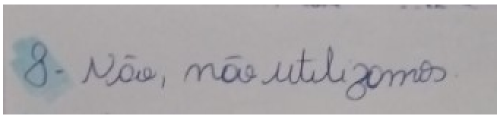
Desta forma, pode-se perceber vantagens na utilização de projetos no Ensino de Estatística e os aspectos apresentados acima levam a concluir que a utilização deste tipo de abordagem seja de grande valia para o aprendizado dos alunos. Entretanto é importante apontar para o fato que a utilização de projetos demanda mais tempo para seu desenvolvimento.

Cabe destacar que ao final do desenvolvimento da sequência didática, não foi possível verificar um ganho significativo no aprendizado de conceitos estatístico em relação a uma aula tradicional. O que tomou como referência a experiência na docência do professor pesquisador e dois momentos em particular. O primeiro se deu quando o pesquisador solicitou que os alunos realizassem uma produção textual sintetizando os resultados encontrados, fazendo a utilização de alguma medida de posição. Durante a entrega e as análises destas produções, não foi possível identificar nenhuma utilização das medidas de posição nas produções textuais.

O segundo destes momentos ocorreu durante a aplicação de um questionário, quando os alunos puderam expressar suas percepções sobre a sequência didática. Neste momento, o professor questionou os alunos quanto a utilização de medidas posição no desenvolvimento das atividades. Diversos alunos responderam que não utilizaram ou não sabiam o que eram sugerindo uma dissociação entre a compreensão conceitual e a procedimental (relacionado somente ao cálculo).

Quadro 1
Excertos dos alunos.


8. O seu grupo utilizou alguma medida de posição nos resultados encontrados?
Não.


8- Não, não utilizamos

Fonte: Dados da pesquisa

Considerações Finais

Conforme apresentado, pode-se ressaltar como vantagem na utilização da ABP como metodologia de Ensino de Estatística o grande aumento no interesse dos alunos no desenvolvimento das atividades, uma vez que esta metodologia rompe o pragmatismo das aulas tradicionais. Tal fato foi observado pelo professor pesquisador, uma vez que diversos alunos que não eram ativos nas aula de matemática foram atuantes e participativos durante o desenvolvimento da sequência didática.

Ainda cabe ressaltar que o caráter acadêmico e não experimental das aulas tradicionais de matemática não atrai mais os alunos, que anseiam por novidades, uma vez que eles estão cada vez mais imersos em um mundo digital (MORAIS, 2016; PEREIRA, 2018), e a utilização da ABP possibilita uma nova experiência para os alunos, gerando momentos de cooperação, com envolvimento e comprometimento no desenvolvimento do projeto, despertando a motivação pelo estudo.

Estes momentos de cooperação foram recorrentes no desenvolvimento do projeto, levando a debates na sala de aula, onde os alunos apresentaram suas conclusões para os demais grupos e estes, de maneira cooperativa, complementaram as conclusões apresentadas, apontaram relações entre os temas pesquisados e seus resultados.

Aliado a isto, foi possível observar o desenvolvimento na capacidade dos alunos expressarem resultados e conclusões, uma vez que se fez necessário para a mostra de resultados desenvolvida ao final do projeto. Através da observação do professor pesquisador durante as apresentações da mostra dos trabalhos, pode-se notar alunos que tinham dificuldades em expressar suas hipóteses e resultados, apresentando conclusões baseadas nos dados obtidos na pesquisa, de forma clara e articulada, levando a indicações de ações em relação a temática tratada para a direção escolar.

Desta forma, a utilização de um tema motivador para o desenvolvimento da investigação essencial, pois através deste, os alunos foram colocados frente a questões que não seriam usuais em uma aula tradicional, permitindo a utilização dos conceitos de estatística, como medidas de posição (média, moda e mediana), frequência absoluta e relativa, construção e interpretação e gráficos e tabelas, para entender e modificar sua realidade.

Contudo, cabe reiterar que, não foi possível evidenciar ganhos significativos no aprendizado de estatística com a utilização da ABP, além daquilo que já é observado com uma abordagem tradicional de ensino. Salvo casos pontuais, onde alunos apresentaram indícios de uma compreensão mais ampla e fundamentada sobre os conceitos estatísticos apresentados, o que pode ser evidenciado por um grupo de alunos que questionou o professor quanto ao resultado da média estar presente entre o intervalo onde os dados estão contidos e se valores muito maiores ou menores que a maioria fariam com que a média não fosse muito confiável.

Logo, ponderando as potencialidades e resultados positivos quanto a participação e engajamento dos alunos no seu desenvolvimento crítico e cooperativo, bem como no desenvolvimento das capacidades comunicativas e de articulação, ao final acredita-se que a utilização da ABP pode ser um forma de poderosa de estruturar as aulas visando o ensino de Estatística.

Referências

BACICH, L; MORAN, J. (2018). Metodologias ativas para uma educação inovadora. Porto Alegre: Editora Penso.

BENDER, William N. (2014). Aprendizagem Baseada em Projetos: educação diferenciada para o século XXI. Porto Alegre: Penso.

BRASIL, MEC, (2017). Base Nacional Comum Curricular – BNCC. Disponível em: < http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/#fundamental/a-area-de-matematica> Acesso em: outubro de 2022.

BRASIL, MEC, (2018). Base Nacional Comum Curricular – BNCC, versão aprovada pelo CNE, dezembro de 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf> Acesso em: junho de 2022.

BRASIL, MEC/SEF, (1997). Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos: Matemática. Disponível em: < http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf> Acesso em: outubro de 2022.

CAMPOS, C. R; COUTINHO, C. Q. S. (2019). A Modelagem Matemática e o Letramento Estatístico no Ensino de Gráficos. Revista Eletrônica de Educação Matemática (REVEMAT). V. 14. Florianópolis.

CAVALCANTE FILHO, S. M. C. (2019). Metodologias ativas no programa de residência pedagógica: uma abordagem da Aprendizagem Baseada em Projetos para o Ensino de Matemática. Dissertação. Universidade Estadual Da Paraíba.

DAMIM, W; JUNIOR, G. S; PEREIRA, R. S. G. (2019). Constituição Dos Saberes Da Formação Profissional No Curso De Licenciatura Em Matemática Para O Ensino De Estatística. REVEMAT – Revista Eletrônica de Educação Matemática, v.14, Edição Especial Educação Estatística. Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2019.e62793/40956. Acessado junho de 2022

DINIZ, L. N. (2016). Leitura, construção e interpretação de gráficos estatísticos em projetos de modelagem matemática com uso das Tecnologias de Informação e Comunicação. Disponível em: < https://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/54635/1/Leandro%20do%20Nascimento%20Diniz.pdf>. Acessado em: junho de 2022

GIORDANO, C. C; ARAÚJO, J. R. A; COUTINHO, C. Q. S. (2019) Educação estatística e a base nacional comum curricular: o incentivo aos projetos. Revista Eletrônica de Educação Matemática.

GIRALDO, V; CAETANO, P; MATTOS, F. (2013). Recursos Computacionais no Ensino de Matemática. Rio de Janeiro: SBM

GROSSI, I. S. (1981). Mina de Morro Velho: a extração do homem, uma história, uma experiência operária. São Paulo: Paz e Terra.

JACOBINI, O. R. (2004). A Modelagem Matemática Como Instrumento De Ação Política Na Sala De Aula. Tese de doutorado. Universidade Estadual Paulista. Rio Claro, 2004

LOPES, C. E. (2008). O Ensino da Estatística e da Probabilidade na Educação Básica e a Formação dos Professores. Caderno Cedes, Campinas, 28 (74), janeiro/abril, 57-73. Disponível em: https://www.scielo.br/j/ccedes/a/gwfKW9py5dMccvmbqyPP8bk/?format=pdf&lang=pt Acessado em: junho de 2022

LOPES, C. E. (2013). Educação Estatística no Curso de Licenciatura em Matemática. Bolema, 27(47), 901-915

MORAIS, S. C. D. (2016). EXCEL: uma alternativa para o ensino de probabilidade e estatística. **Dissertação de Mestrado** do Programa de Mestrado em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT/UFG. https://repositorio.bc.ufg.br/tede/bitstream/tede/6381/5/Dissertação%20-%20Silvia%20Cristina%20Dorneles%20de%20Morais%20-%202016.pdf. Acessado em: junho de 2022

MELLO, L. I. P. (2017) O aprendizado de conceitos de estatística através de um estudo sobre os óbitos dos escravos do Rio Grande do Sul no Séc. XIX: uma experiência interdisciplinar. Dissertação de Mestrado do Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. https://lume.ufrgs.br/handle/10183/173581. Acessado em junho de 2022.

PEREIRA, M. B. (2018). Distribuição Amostral No Ensino Médio. **Dissertação de Mestrado** do Programa de Mestrado Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT/UNIFESP. https://repositorio.unifesp.br/bitstream/handle/11600/52913/2018-0857.pdf?sequence=1&isAllowed=y. Acessado em: junho de 2022.

PIRES, C. D. M. F. (2021) Contextualização No Ensino De Ciências/Física: Energia X Reciclagem Do Papel E Suas Relações Com A Termodinâmica. Dissertação de Mestrado da Pós Graduação do curso de Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física em Educação Matemática e Tecnológica. https://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/230674. Acessado em junho de 2022.

O ensino de matemática via tema gerador a partir de um levantamentobibliográfico em periódicos brasileiros

Mathematics teaching via generative theme from a bibliographic survey inBrazilian journals

Enseñanza de las matemáticas a través de tema generador a partir de unlevantamiento bibliográfico en revistas brasileñas

Maria Luiza Rocha Bueno[641]
Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo2-6696-2371

Júlio César Augusto do Valle[642]
Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo2-7971-0405

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Pesquisa em Educação Matemática

Resumo

Esse texto sintetiza a revisão de literatura feita dentro de um projeto no âmbito da disciplina Projetos de Ensino, da Licenciatura em Matemática da Universidade de São Paulo. O projeto em questão tem como objetivo geral realizar uma experiência de ensino de Matemática organizada curricularmente via tema gerador. Para isso, a primeira ação realizada foi uma revisão de literatura do que se tem produzido academicamente acerca da temática de temas geradores, e da articulação do referencial de Paulo Freire para o ensino da Matemática. O levantamento bibliográfico realizado para subsidiar a revisão de literatura foi feito no Portal de Periódicos da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), buscando três combinações distintas de termos. Os dados obtidos foram tabelados, incluindo a aplicação de filtros e da categoria 'resultados relevantes', definida pelos autores como os resultados em queos termos de busca apareciam ambos no título ou no resumo. Os resultados relevantes foram fichados e discutidos. Por fim, indicamos como a revisão bibliográfica aponta uma lacuna de trabalhos e pesquisas que se dediquem a pensar e colocar em ação práticas pedagógicas pautadas na via do tema gerador, calcadas no conceito freireano. Essa lacuna nos aponta a necessidade da análise do caderno de Relatos de Prática de Matemática elaborado durante o Movimento de Reorientação Curricular na gestão de Freire no período de 1989 a 1992, o qual foi pautado na ação pedagógica via tema gerador.

***Palavras-chave**:* Ensino de Matemática, Tema Gerador, Paulo Freire, Revisão de Literatura.

Abstract

This text synthesizes a literature review carried out within a project in the Teaching Projects course as a requirement of the Mathematics Teaching Degree at the University of São Paulo. The project in question has the general objective of carrying out an experience of teaching mathematics curricularly organized via a generative theme. For this, the first action we took was a literature review of what was academically produced on themes of generative themes, and the articulation of Paulo Freire's reference for the teaching of mathematics. The

[641] mlrochabueno@usp.br
[642] julio.valle@ime.usp.br

bibliographic survey carried out to support a literature review was made on the Periodical Portal of the Coordination of Superior Level Staff Improvement (CAPES), searching three different selected terms. The results were tabulated, including the application of filters and the category “relevant results”, definedby the authors as the results in which the search terms appeared both in the title or in theabstract. The relevant results were studied and discussed. Finally, we indicate how the bibliographic review points out a gap in works and research that are dedicated to think and produce pedagogical actions guided by generative themes, based on the Freirean concept. This gap points us to the need to analyze the Mathematics Practices notebook produced during the Curricular Reorientation Movement in Freire's administration from 1989 to 1992, which was based on pedagogical action via a generative theme.

Keywords: Mathematics teaching, Generative Theme, Paulo Freire, Literature Review.

Resumen

Este texto sintetiza la revisión bibliográfica realizada en el marco de un proyecto en el ámbito de la disciplina Proyectos de Enseñanza, de la Licenciatura en Matemáticas de laUniversidad de São Paulo. El proyecto en mención tiene como objetivo general realizar una experiencia de enseñanza de las Matemáticas organizada curricularmente a travésde un tema generador. Para ello, la primera acción realizada fue una revisión bibliográfica de lo producido académicamente sobre tema generadores, y la articulación del referente de Paulo Freire para la enseñanza de las Matemáticas. El levantamiento bibliográfico realizado para sustentar la revisión bibliográfica se realizó en el Portal de Publicaciones Periódicas de la Coordinación de Mejora de Personal de Nivel Superior (CAPES), buscando tres combinaciones diferentes de términos. Los datos obtenidos fueron tabulados, incluyendo la aplicación de filtros y la categoría 'resultados relevantes', definida por los autores como los resultados donde ambos términos de búsqueda aparecen en el título o resumen. Los resultados relevantes fueron registrados y discutidos. Finalmente, indicamos cómo la revisión bibliográfica apunta un vacío en trabajos e investigaciones que se dedican a pensar y poner en acción prácticas pedagógicas guiadas por el tema generador, a partir de la concepción freireana. Este vacío nos señala la necesidad de analizar el cuaderno de Informes de Prácticas Matemáticas elaborado durante el Movimiento de Reorientación Curricular en la administración de Freire en el período de 1989 a 1992, que se basó en la acción pedagógica a través de tema generador.

Palabras clave: Enseñanza de las Matemáticas, Tema Generador, Paulo Freire, Revisión de Literatura.

Introdução

O livro Pedagogia do Oprimido, escrito por Paulo Freire, foi publicado pela primeira vez em 1968. Em seu terceiro capítulo, o autor desenvolve sistematicamente a questão da dialogicidade e dos “temas geradores”. Na visão do educador:

Se, na etapa da alfabetização, a educação problematizadora e da comunicação busca e investiga a “palavra geradora”, na pós-alfabetização, busca e investiga o “tema gerador”. Numa visão libertadora, não mais “bancária” da educação, o seu conteúdo programático já não involucra finalidades a serem impostas ao povo, mas, pelo contrário, porque parte e nasce dele, em diálogo com os educadores, reflete seus anseios e esperanças. Daí a investigação da temática como ponto de partida do processo educativo, como ponto de partida de sua dialogicidade. (FREIRE, 1975, p. 120-121)

Mais de vinte anos depois desta publicação, enquanto secretário da educação da cidade de São Paulo (1989-1992), Freire iniciou o Movimento de Reorientação Curricular, que se apoiou nesse conceito na medida em que optou por uma proposta de ação pedagógica via Tema Gerador. Em um dos documentos oficiais publicados na época, o conceito de “tema gerador” é explicado da seguinte maneira:

> Podemos entender o tema gerador como um objeto de estudo que compreende o fazer e o pensar, o agir e o refletir, a teoria e a prática. Neste sentido, pressupõe um estudo da realidade, da qual emergirão uma rede de relações entre situações significativas (significativas numa dimensão individual, social e histórica) e uma rede de relações que orientarão a discussão da interpretação e representação dessa realidade, Por sua natureza otema gerador pressupõe, também, uma visão de totalidade e abrangência dessa realidade e a ruptura do conhecimento no nível do senso comum, uma vez apontado o limite de compreensão que a comunidade tem sobre sua realidade. O tema gerador pressupõe, pois, a superação desse limite. Tambémpodemos falar de uma metodologia de trabalho que tenha o diálogo como suaessência, e que peça ao educador uma postura crítica, de problematização constante, de distanciamento, de estar na ação e de se observar e se criticar nessa ação; uma metodologia de trabalho que aponte na direção da participação, na discussão do coletivo e que, por isso, exija uma certa disponibilidade de cada educador. (PMSP/SME, 1991, p. 8)

Nesse período foram produzidos os cadernos de “Relatos de Prática”, separados por matéria. Esses cadernos reúnem relatos que “resgatam algumas práticas de educadores que vêm empreendendo a reorientação curricular através da sua ação cotidiana na sala de aula” (PMSP/SME, 1992a, p. 1). O objetivo da divulgação desses relatos não era criar modelos a serem seguidos, mas sim incentivar a reflexão dos educadores a partir de experiências já ocorridas. Conforme consta no documento:

> Cada relato vem acompanhado de algumas reflexões e referências nas quais as equipes dos NAEs, DOT e Assessoria das Universidades enfatizam alguns aspectos fundamentais das concepções delineadas nos Documentos de Visão de Área. Não foi nossa intenção elaborar um" "caderno de receitas", ou divulgar "aulas modelo" nas várias áreas do conhecimento, mas divulgar algumas experiências, dentre as muitas que existem na Rede, que auxiliem oseducadores a refletir, pesquisar e criar seus próprios caminhos a partir do que outros já percorreram. (PMSP/SME, 1992b, p. 1)

Nesse sentido, este trabalho pretende realizar uma experiência de ensino de Matemática organizada curricularmente via tema gerador. Para isso, primeiro foi feita uma revisão bibliográfica do que se tem produzido academicamente acerca da temática de temas geradores e posteriormente será realizada uma análise documental do caderno de Relatos de Prática de Matemática elaborado durante o Movimento de Reorientação Curricular na gestão de Freire no período de 1989 a 1992. Essas análises subsidiarão a elaboração de uma intervenção pedagógica via tema gerador. Esse trabalho está sendo desenvolvido no âmbito da disciplina de Projetos de Ensino, do curso de Licenciatura em Matemática na Universidade de São Paulo. Dessa maneira, pretendemos apresentaro escopo do trabalho, assim como os resultados obtidos até o presente momento.

Objetivos

O objetivo geral deste projeto é realizar uma experiência de ensino de Matemática organizada curricularmente via tema gerador. Como objetivos específicos, demandados para o alcance do objetivo geral, temos:

- Revisão de literatura do que se tem produzido academicamente acerca da temática de temas geradores, e da articulação do referencial de Paulo Freire para o ensino da Matemática
- Leitura do documento “Matemática Relatos de Prática”, e de outros documentos que sejam relevantes para compreensão do Movimento de Reorientação Curricular, produzidos entre 1989 e 1992, durante a gestão Freire.
- Levantamento bibliográfico de referenciais teóricos que auxiliem na análisedocumental.
- Elaboração de uma sequência didática estruturada pela via do tema gerador.
- Proposta de intervenção em uma escola de São Paulo com a sequência didática elaborada.

Metodologia e procedimentos metodológicos

Apresentaremos neste item a metodologia escolhida para direcionar nosso projeto, assim como os procedimentos metodológicos.

Para alcançar os objetivos deste projeto estão previstas as seguintes ações: (1) Revisão de literatura do que se tem produzido academicamente acerca da temática de temas geradores, e da articulação do referencial de Paulo Freire para o ensino daMatemática; (2) Leitura do caderno de Relatos de Prática de Matemática; (3) Levantamento bibliográfico de referenciais teóricos que auxiliem a análise do documento; (4) Revisão bibliográfica dos referenciais obtidos a partir do levantamento prévio; (5) Consolidação das categorias de análise; (6) Análise dos resultados obtidos; (7) Elaboração e desenvolvimento da sequência didática; (8) Registro da experiência pedagógica realizada. Neste texto nos dedicaremos a descrever e refletir o escopo da primeira ação.

Para alcançar todas as ações previstas, o projeto se valerá das metodologias de levantamento bibliográfico, análise documental e pesquisa-ação. Neste texto, descrevemos a primeira etapa do desenvolvimento do trabalho, em que nos valemos dasmetodologias relativas ao levantamento bibliográfico para identificar como a literatura em Educação Matemática tem incorporado as reflexões de Freire.

Galvão (2011) sinaliza a importância da realização do levantamento bibliográfico, afirmando que “a pesquisa científica inovadora, diferenciada do que foiaté então produzido, requer prévio levantamento bibliográfico de qualidade”. Também afirma que o levantamento bibliográfico é capaz de

> potencializar intelectualmente com o conhecimento coletivo, para se ir além. É munir-se com condições cognitivas melhores, a fim de: evitar a duplicação de pesquisas, ou quando for de interesse, reaproveitar e replicar pesquisas em diferentes escalas e contextos; observar possíveis falhas nos estudos realizados; conhecer os recursos necessários para a construção de um estudo com características específicas; desenvolver estudos que cubram lacunas na literatura trazendo real contribuição para a área de conhecimento (...) (GALVÃO, 2011, p. 1)

Sendo assim, primeiramente delimitamos o tema ensino de matemática via tema gerador para realização do levantamento bibliográfico. Depois, definimos o Portal de Periódicos da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) como a base bibliográfica a ser consultada, por se tratar de um acervo gratuito, com grande número de acessos e contando com uma quantidade alta de produções brasileiras. Depois, definimos os termos de busca, sendo eles: tema gerador E matemática, temas geradores E matemática, Paulo Freire E matemática. O conectivo“E” busca por trabalhos que contenham os dois termos de busca, não importando a posição ou o campo em que apareçam. Posteriormente, aplicamos dois filtros para a busca: revistas com avaliação por pares, e publicações em português. Tanto a escolha pelo Portal de Periódicos da CAPES e pela aplicação do filtro de revistas com avaliação por pares se justifica pela fidedignidade e institucionalidade dos dados mapeados. Além disso, criamos a categoria de “resultados relevantes”, o critério a ser atendido para entrar na categoria é que apareça os dois termos de busca ou no título ou no resumo. Depois desse mapeamento, foram realizados os fichamentos dos textos selecionados como “resultados relevantes”. As tabelas a seguir sintetizam os resultados das buscasrealizadas no Portal de Periódicos da CAPES no dia 05 de maio de 2022.

Tabela 1.
Síntese das buscas realizadas no Portal de Periódicos da CAPES com as expressões escolhidas

Expressões de busca	**Resultados totais**	**Revistas com avaliação por pares em português**	**Resultados relevantes**
"Tema gerador" E "Matemática"	78	33	2
"Temas geradores" E "Matemática"	81	36	2
"Paulo Freire" E "Matemática	707	179	4

Vale notar que apesar de as buscas “temas geradores” E “matemática” e “tema gerador” E “matemática” terem produzido um número de resultados diferentes, produziram os mesmos resultados relevantes. Além disso, observamos que não sabemosqual a interseção de trabalhos entre esses resultados, de modo que não temos umnúmero total de trabalhos encontrados. Entretanto, vale ressaltar que foram classificadosseis trabalhos enquanto resultados relevantes, sendo eles Alcoforado (2020), De Paiva e Pereira (2011), Forner, Oechsler e Honorato (2017), Medeiros et al. (2020), Meneghetti,Netto e Zuffi (2021) e Monteiro (2018).

Discussão

Descreveremos nesta seção os trabalhos categorizados como resultados relevantes. Todos esses textos selecionados como relevantes foram fichados e estudados. O artigo de Monteiro (2018) mobiliza como a etnomatemática pode contribuir na formação de alunos-professores do curso de Magistério Indígena do Estado do Tocantins, sendo um caminho de mediação entre elementos da cultura e matemática escolar. Nenhuma obra de Paulo Freire é citada pelo autor, e não é mobilizada nenhuma definição para tema gerador. Isto é, neste artigo o termo “tema gerador” é utilizado como sinônimo de elementos motivadores, sem menção ao conceitofreiriano.

Temos o artigo de Meneghetti, Netto e Zuffi (2021), que visa contribuir com propostas metodológicas alternativas para o processo de ensino e aprendizagem de Matemática no contexto escolar da Educação Básica. Este trabalho tem como objetivo investigar a possibilidade de implementação de uma proposta de ensino de Matemática baseada na metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação através da resolução deproblemas, agregada aos princípios da Etnomatemática. O artigo cita a obra "Pedagogia do Oprimido" de Freire, e mobiliza a seguinte concepção para "tema gerador":

> De acordo com Freire (1987), um tema gerador deve ser gerado a partir da problematização da prática de vida dos educandos e deverá sero ponto inicial do processo educativo. No caso focado neste artigo, o tema gerador, trata-se de uma problemática, ou preocupação, eleita pelos alunos participantes da pesquisa, como socialmente relevante para ser desenvolvida, a partir da qual a sequência didática seria proposta, com vistas a gerar novos conhecimentos matemáticos e sociais, articulando-os na contextualização das principais atividades de ensino propostas nesta sequência, relativamente a aspectos da realidade cultural em que os alunos estavam inseridos. Como já citado anteriormente, a questão da origem, tratamento e descarte da água consumida localmentefoi considerada, pelos alunos, a mais relevante a ser estudada. (MENEGHETTI.; NETTO; ZUFFI, 2021, p. 6)

O artigo de Medeiros et al. traz um relato de experiência de uma atividade realizada em uma turma do 5° ano de uma escola municipal de Foz do Iguaçu. Tal atividade foi elaborada utilizando ideias freirianas, principalmente as presentes no livro "Pedagogia da Autonomia". O texto cita três obras de Freire, a saber, "Pedagogia da Autonomia", "Pedagogia do Oprimido" e "Educação como prática da liberdade". O conceito de "tema gerador" mobilizado está associado a "palavras geradoras". Assim, a atividade realizada utilizou palavras para gerar uma discussão do tema e associá-lo à matemática.

> Participaram da aula, nesse dia, 20 alunos, sendo 11 meninos e 9 meninas. Dos 20 alunos, 13 responderam que gostam de Matemática, 3 responderam que não gostam e 4 responderam que gostam mais ou menos de Matemática. Ao escreverem os lugares ou situações em que a usam no seu dia a dia, as palavras mais citadas foram as seguintes: dinheiro, padaria, pizzaria, comida, bebida, mercado, feira, shopping, carro, loja, sorveteria. Essas palavras remetem a compras e, consequentemente, uma relação com o cupom fiscal. No caso, corroborou a sugestão da palavra norteadora proposta inicialmente, em que se propôs o uso do cupom fiscal como meio articulador de conteúdos matemáticos escolares e contextualização com algo da realidade do aluno. Além disso, outras palavras citadas foram: casa, banco, futebol, jogos, celular, casa de parentes, receitas, conta de luz e água, entre outras. Quanto àsdez palavras do questionário, foi solicitado que destacassem as que não sabiam o significado, sendo que as palavras mais destacadas foram: sonegar, imposto indireto, Constituição Federal, patrimônio público, Programa Nota Paraná, imposto direto e proporção. Essas palavras geradoras não foram reunidas necessariamente para alfabetizar os educandos. pois eles já estão adiantados no processo de alfabetização, mas para conscientizá-los e para problematizar a sua realidade. (MEDEIROS; LUBECK; LINS; ANDRETTI, p. 267)

Alcoforado (2020) trata-se de uma entrevista, em que não há referência para "tema gerador", e apesar de mencionar Freire algumas vezes, não o articula com matemática ou ensino de matemática.

O trabalho de Forner, Oechsler e Honorato (2017) tem por objetivo identificar possíveis sinergias entre o legado de Paulo Freire e algumas tendências em Educação Matemática. Não há menção ao conceito de "tema gerador", e cita-se uma entrevista com Freire, Ubiratan D'Ambrosio e Maria do Carmo Domite. Por fim, o trabalho de De Paiva e Pereira (2011), trata-se de consonâncias entre a Educação Matemática Crítica deOle Skovsmose e a perspectiva freireana, sem menção a "tema gerador" e citando "Pedagogia da Autonomia" de Freire.

Sendo assim, podemos perceber que dentre os seis trabalhos categorizados como resultados relevantes, apenas dois mobilizam o conceito de tema gerador. Nesses, avaliamos que o conceito não é tão bem explorado, inclusive por não relacionar outros conceitos freireanos relevantes como situação-limite. Ainda nesses dois textos, não fica claro como foram construídos os temas geradores e como foram mobilizados conceitos matemáticos para subsidiar a exploração do tema gerador. Sendo assim, fica evidente a lacuna de trabalhos que possam inspirar e subsidiar a construção de uma ação pedagógica via tema gerador.

Considerações finais

Temos um trabalho em curso, que está sendo desenvolvido no âmbito da disciplina de Projetos de Ensino da Licenciatura em Matemática da Universidade de São Paulo. Pudemos discutir os objetivos do trabalho, assim como a metodologiaproposta para tal. Além disso, exploramos os resultados parciais do projeto, obtidos pela revisão bibliográfica. Assim, observamos que a revisão bibliográfica nos aponta uma lacuna de trabalhos e pesquisas que se dediquem a pensar e colocar em ação práticas pedagógicas pautadas na via do tema gerador, calcadas no conceito freireano.

Dessa maneira, faz-se importante a execução da próxima ação do projeto, isto é, a análise dos documentos produzidos na gestão de Freire enquanto secretário da educação de São Paulo. Essa análise será importante para apontar caminhos de se fazer uma ação pedagógica via tema gerador, mostrando como os professores e professoras daépoca pensaram e produziram essa articulação. Sendo assim, como próximo passo desseprojeto teremos a análise documental do caderno de Relatos de Prática de Matemática elaborado durante o Movimento de

Reorientação Curricular na gestão de Freire no período de 1989 a 1992. A escolha do documento a ser analisado, posteriormente, se justifica pelo fato de sua elaboração ter sido pautada na ação pedagógica via tema gerador. Espera-se, portanto, que essa análise contemple as lacunas observadas na etapa descrita neste texto, oferecendo-nos subsídios para a prática pedagógica orientada pelo conceito freireano.

Até o presente momento do estudo, evidenciaram-se, como contribuições, além do exercício do levantamento bibliográfico e do estudo dos textos mapeados, usos distintos da expressão “tema gerador”, incluindo casos em que tais usos não estão necessariamente referenciados na obra de Freire. O levantamento bibliográfico nos mostra, enfim, como a expressão “tema gerador” é compreendida, apropriada e recontextualizada em cada trabalho analisado, indicando diferentes possibilidades para sua mobilização, conforme elucidamos neste texto.

Referências

Alcoforado, J. L. M. (2020). O papel da universidade é ensinar a pensar bem. *Trabalho & Educação*, *29*(1), 171–180. https://doi.org/10.17648/2238-037X-trabedu-v29n1-20620

de Paiva, A. M. S., & Pereira, I. (2011). Educação matemática crítica e práticas pedagógicas. *Revista Iberoamericana de Educación*, *55*(2), 1-7.

Forner, R., Oechsler, V., & Honorato, A. H. A. (2017). Educação matemática e paulo freire: entre vestígios e imbricações. *Revista Inter Ação*, *42*(3), 744–763. https://doi.org/10.5216/ia.v42i3.43887

Freire, P. (1975). *Pedagogia do Oprimido* (3a ed.). Rio de Janeiro: Paz e Terra.

Galvão, M. C. B. (2010). O levantamento bibliográfico e a pesquisa científica. *Fundamentos de epidemiologia. 2ed. A*, *398*, 1-377.

Medeiros, J., Lübeck, M., Lins, G., & Andretti, F. (2020). A Pedagogia da Autonomia eo ensino de Matemática. *Revista De Educação Popular*, 19(2), 258-274.

Meneghetti, R. C. G., Lamim Netto, M. D. S., & Zuffi, E. M. (2021). Etnomatemática e resolução de problemas como proposta metodológica para o Ensino Fundamental. *ZETETIKÉ. Revista de Educação Matemática*, *29*, 1-17.

Rodrigues Monteiro, H. S. (2018). Contribuições da Etnomatemática para formação dos Professores Indígenas do Estado do Tocantins. *ZETETIKÉ. Revista de Educação Matemática*, *26*(1), 206-220.

Prefeitura Municipal De São Paulo (PMSP/SME). (1991). Cadernos de formação (03) Tema gerador e a construção do programa - Série: Ação Pedagógica pela via da Interdisciplinaridade. São Paulo.

Prefeitura Municipal De São Paulo (PMSP/SME). (1992a). O Movimento de Reorientação Curricular na Secretaria Municipal de Educação de São Paulo. Documento 5 - Visão de Área (Matemática). São Paulo.

Prefeitura Municipal De São Paulo (PMSP/SME). (1992b). O Movimento de Reorientação Curricular na Secretaria Municipal de Educação de São Paulo: Documento 6 - Relatos de prática (Matemática). São Paulo.

Níveis de compreensão do conceito de função

Levels of understanding of the concept of function

Niveles de comprensión del concepto de función

Farabello, Sergio Pablo[643]
Facultad de Bromatología- Universidad Nacional de Entre Ríos
0001-9870-2753

Fusse, Carina Aljendra[644]
Facultad de Bromatología- Universidad Nacional de Entre Ríos

Mostto, MaríaFlorencia[645]
Facultad de Bromatología- Universidad Nacional de Entre Ríos

Morales, Yanina Macarena[646]
Facultad de Bromatología- Universidad Nacional de Entre Ríos

Modalidad: Comunicación

Núcleo Temático: Investigación en Educación Matemática

Resumo

Foi realizada uma pesquisa com 25 universitários de um curso de Cálculo para identificar qual concepção os alunos evidenciam sobre o conceito de função no marco da Teoria APOE. Foi realizada uma oficina de acordo com a metodologia proposta pela APOE —Ciclo de Ensino ACE—. Uma decomposição genética inicial (DGI) foi construída e validada por meio da aplicação de um instrumento desenvolvido para esse fim. O trabalho constitui uma ferramenta para desenvolver sequências de ensino que permitem refinar o DGI para se aproximar ainda mais dos mecanismos de construção por meio dos quais os alunos se apropriam do conceito de função.

Palabras clave: função, decomposição genética, ações, processos.

Abstract

A study was carried out with 25 university students of a Calculus course in order to identify students' conception of function in the framework of the APOE Theory. A workshop was held according to the methodology proposed by APOE —ACE Teaching Cycle—. An initial genetic decomposition (DGI) was constructed and validated by applying an instrument designed for this purpose. The work constitutes a tool to develop teaching sequences that allow refining the

643 sergio.farabello@uner.edu.ar
644 carina.fusse@uner.edu.ar
645 florencia.mostto@uner.edu.ar
646 macarena.morales@uner.edu.ar

DGI to get even closer to the construction mechanisms through which students build the concept of function.

Keywords: function, genetic decomposition, actions, processes.

Resumen

Se realizó una investigación con 25 estudiantes universitarios de un curso de Cálculo con el fin de identificar qué concepción ponen en evidencia los estudiantes sobre concepto de función en el marco de la Teoría APOE. Se realizó un taller según la metodología propuesta por APOE —Ciclo de Enseñanza ACE—. Se construyó una descomposición genética inicial (DGI) que se validó mediante la aplicación de un instrumento diseñado para tal fin. El trabajo constituye una herramienta para elaborar secuencias de enseñanza que permitan refinar la DGI para aproximarnos aún más a los mecanismos de construcción mediante los cuales los estudiantes se apropian del concepto de función.

Palabras clave: Función, descomposición genética, acciones, procesos

Introducción

La planificación de una clase de Matemática implica una serie de factores que el docente debe tener en cuenta como, por ejemplo: el tema a enseñar, la guía de estudio, la guía de ejercitación, el material audiovisual a emplear, los recursos TIC a incorporar, el tiempo de exposición, el diseño de actividades para resolver en grupo, etc. El objetivo principal de la planificación es, aunque no se lo manifieste explícitamente, lograr que el alumno aprenda. Por ello se habla comúnmente de estrategias de enseñanza y aprendizaje.

Pero son pocos los profesores que se preguntan cómo se genera el aprendizaje de un determinado tema de Matemática en sus estudiantes, qué procesos llevan a cabo para lograrlo, o cómo influye en ellos el entorno del aula (López Acosta, 2011).

La falta de aprehensión conceptual de los conocimientos matemáticos por parte de los estudiantes se ha puesto de manifiesto porque en las prácticas docentes se favorecen aspectos relacionados con la memorización de definiciones, fórmulas y algoritmos, la automatización de procesos y la enseñanza de técnicas de resolución que, según López Acosta (2011), han favorecido que los estudiantes se limiten a imitar técnicas y procedimientos que el profesor muestra durante su clase como si se tratara de "seguir una receta".

Para poder comprender el aprendizaje matemático, es necesario tener en cuenta cómo se conforman los sistemas conceptuales de las personas. Resulta importante —para cualquier proceso educativo que se pretenda encarar— explicar, por ejemplo, por qué los estudiantes se diferencian unos de otros en la forma en que actúan o aprenden. Contar con esa información implicaría estar en mejores condiciones para diseñar estrategias didácticas orientadas al aprendizaje matemático en forma orgánica, tendientes a abandonar paulatinamente las ideas simplistas que reducen la complejidad del aprendizaje a formas de “trasmisión matemática”.

Weinstein, Husman y Dierking (2000) definieron el concepto de estrategias de aprendizaje como pensamientos, acciones, comportamientos, creencias e incluso emociones, que permiten adquirir nueva información e integrarla a la que ya se encuentra en las estructuras cognitivas, que más adelante se traducen en nuevos conocimientos y habilidades.

Fundamentación del problema

En un estudio preliminar sobre las dificultades que tienen los estudiantes a la hora de trabajar con las transformaciones de funciones (Farabello y Trigueros, 2020) se encontró que tanto las transformaciones rígidas como las no rígidas presentaban dificultades similares.

Para poder caracterizar esas dificultades, es necesario indagar aún más en el concepto de transformación de funciones, para lo cual se planteó una investigación, actualmente en proceso, en el marco de la Teoría APOE, con el fin de dar respuesta a cómo los estudiantes construyen el concepto de transformación de funciones.

Para la construcción de la descomposición genética inicial, se definió que es necesario que los estudiantes tengan conocimientos previos sobre el concepto de función, distinguiendo las concepciones Acción, Proceso y Objeto que tengan sobre él (López Acosta, 2011).

En este trabajo se pretende dar respuesta a la pregunta ¿qué concepción ponen en evidencia los estudiantes sobre concepto de función en el marco de la Teoría APOE?

Marco teórico

Se adopta como marco teórico la Teoría APOE (Acción, Proceso, Objeto, Esquema) desarrollada por Dubinsky y un grupo de colaboradores del Research in Undergraduate Mathematics Education Community (RUMEC).

Dubinsky y Lewin (1986) proponen la "abstracción reflexiva" de Piaget como base teórica para el análisis de la comprensión de los conceptos matemáticos y, plantea que el origen de la teoría APOE se encuentra en la reformulación de la teoría Piagetiana de la Abstracción Reflexiva para ser aplicada al Pensamiento Matemático Avanzado (PMA).

En la teoría APOE se define un ciclo de investigación que consta de tres componentes: 1) análisis teórico; 2) diseño e implementación de enseñanza, y 3) observación, análisis y verificación de datos.

Para construir un concepto matemático, el individuo comienza ejerciendo Acciones sobre objetos previamente construidos. Estas acciones responden a un estímulo externo y generalmente son realizadas paso a paso por el individuo. La concepción Acción se encuentra limitada por la aplicación de algoritmos mecánicos y no se ejerce mucho control sobre los elementos involucrados.

Una vez que el individuo reitera una acción y reflexiona sobre ella, pero no tiene la necesidad de ejecutarla en forma explícita, puede interiorizarla en un Proceso. A veces es necesario que, una vez construido un proceso, éste tenga que coordinarse con otros para generar nuevos procesos.

Cuando un individuo logra reflexionar sobre las operaciones aplicadas a un proceso en particular, toma consciencia del proceso como un todo, realiza transformaciones sobre él —ya sean acciones o procesos— y puede construir esas transformaciones, entonces el proceso ha sido encapsulado por el individuo en un Objeto.

Cuando el individuo ha logrado construir un objeto, puede ser capaz de regresar sobre los procesos que lo generaron a través del mecanismo de desencapsulación. De esta manera, podrá ir y venir entre el objeto y el proceso cada vez que sea necesario.

La descripción idealizada de las Acciones, Procesos, Objetos y Esquemas esperados Matemáticamente, y asociados al concepto estudiado, recibe el nombre de Descomposición Genética (DG).

Metodología

La implementación de este estudio se llevó a cabo entre los meses de setiembre y noviembre de 2020 con los alumnos que cursaban Matemática II, asignatura correspondiente al segundo semestre del primer año del Ciclo de Cursado Común de la Facultad de Bromatología de la Universidad Nacional de Entre Ríos, Argentina, con los estudiantes que habían terminado exitosamente un curso de Cálculo Diferencial en el semestre anterior, cuyo contenido incluía el tema de transformación de funciones.

Los estudiantes fueron invitados a participar del Taller y se les informó que en el mismo tenían que realizar actividades que no tenían carácter evaluativo, sino que formaban parte de una investigación en Enseñanza de la Matemática. Se aclaró que la participación en el Taller era voluntaria, pero quienes lo realizaran y enviaran todas las actividades tendrían un certificado para agregar a su currículo.

El Taller se estructuró de acuerdo con método de diseño de la enseñanza sugerido por la Teoría APOE, a través del Ciclo de Enseñanza ACE, compuesto por tres etapas: A) actividades, C) discusión en clase y E) ejercicios (Arnon et al., 2014).

Los estudiantes realizaron en total dos actividades prácticas que tuvieron que subir al Aula Virtual del Taller. La primera actividad –etapa A– fue entregada al finalizar el Tema 1. Luego se desarrolló el Tema 2 –etapa C– y al finalizar esa etapa realizaron la segunda entrega –etapa E–. La tercera actividad se realizó al finalizar el Taller y no forma parte de esta publicación.

Las dos primeras entregas de actividades fueron completadas por 25 estudiantes, y contaron con un tiempo de 5 días para resolverlas.

Las producciones de los estudiantes fueron analizadas en base a los criterios definidos en este trabajo, con el fin de clasificar a los alumnos según hubiesen evidenciado la construcción del nivel de Acción o el de Proceso conforme al marco teórico adoptado.

De las 25 evaluaciones completadas se descartaron 8 por no haber cumplimentado más del 30% de la actividad, quedando en total un conjunto de 17 instrumentos resueltos —en 2 instancias cada uno— para analizar.

Diseño del instrumento

Para la primera actividad se aplicó un instrumento diseñado en base a la tesis de Quintanilla Cóndor (2009), adaptado en función de los objetivos de la investigación. Consta de 22 situaciones, numeradas desde S01 hasta S22, y clasificadas en 7 categorías: expresiones algebraicas, gráficas, tablas, proposiciones, ecuaciones, pares ordenados y sucesiones. El presente trabajo da cuenta de los resultados obtenidos en las situaciones correspondientes a gráficas de funciones.

La presentación de una gráfica busca que el estudiante pueda reconocer si corresponde o no una función. En caso de no corresponder a una función, el estudiante tiene que expresar qué condiciones deberían darse para que efectivamente la gráfica dada corresponda a una función.

Para resolver estas situaciones, el estudiante tiene que ir más allá de su memoria, deberá tener una mente creativa. En una investigación reportada por Dubinsky y Harel (1992) algunos estudiantes reconocieron una gráfica como una función solamente a través de la memoria. No fueron capaces de expresar con ejemplos, y analizaron el dominio basándose siempre en el eje horizontal, aun cuando era necesario hacer uso del eje vertical para identificar al dominio.

Un estudiante puede evidenciar una estructura mental de Proceso si logra:

- identificar el dominio y el rango;
- obtener la expresión algebraica —S02 y S11—;
- modificar la gráfica para transformarla en una función —S02 y S07—.

Descomposición Genética Inicial

Las construcciones que se describieron en la DG no siguen necesariamente un orden progresivo o lineal, porque el estudiante puede regresar del Proceso a la Acción o hacer las Acciones en un orden distinto al que se elige para escribir la DG. Sólo para facilitar el análisis de los resultados se realizó una lista de las construcciones descritas en la DG y se las numeró en forma correlativa (Tabla 1), pero debe tenerse en cuenta que ese número asignado no tiene necesariamente ninguna relación con un orden de aparición de esas construcciones en los estudiantes.

Tabla 1.

Estructuras mentales que conforman la descomposición genética inicial (elaboración propia)

ACCIONES	
A1	Reconocer la pertenencia de determinados elementos en cada uno de los conjuntos
A2	Establecer relaciones entre ambos conjuntos, construir un diagrama de Venn, una gráfica en un plano cartesiano, o una tabla con la intención de representarlos
A3	Tomar un elemento de un conjunto aplicando estrictamente la regla definida por la relación entre los dos conjuntos, para asignarle un elemento del segundo conjunto
A4	Conociendo una expresión algebraica que defina la relación entre ellos, sustituir la variable en la expresión y realizar algún tipo de manipulación
A5	Evaluar numéricamente la expresión de la relación dada
A6	Reconocer las variables que intervienen, sin identificar cuál es la independiente y cuál la dependiente
PROCESOS	
P1	Identificar todos los elementos que en general pertenecen a cada conjunto, mediante alguna característica que tengan en común dentro del conjunto
P2	Reconocer la relación entre dos conjuntos, expresando esa relación a través de una representación de cualquier tipo que indique una correspondencia entre ellos
P3	Evaluar en una variable general la expresión de la relación dada, sin realizarlo en números específicos
P4	Explicar el comportamiento de una variable en función de la otra, aún sin darle valores específicos a la segunda
P5	Ubicar en el plano cartesiano diferentes puntos correspondientes a la gráfica de una función sin tener que realizar las Acciones de reemplazar en la expresión algebraica los valores de la variable de entrada
P6	Establecer la relación entre dos conjuntos identificando las variables independientes y dependientes sin recurrir a Acciones específicas
P7	Obtener los valores de entrada a partir de la aplicación, a los valores de salida, de una relación invertida definida entre dos conjuntos

P8	Modificar la expresión —analítica o gráfica— de una relación para transformarla en una función
OBJETOS	
O1	Reconocer funciones inyectivas, biyectivas y sobreyectivas
O2	Aplicar operaciones algebraicas a las funciones (suma, resta, producto y cociente)
O3	Determinar la continuidad y discontinuidad de una función
O4	Analizar la derivabilidad de una función

Para validar la DGI propuesta, se procedió a realizar el análisis de los datos empíricos y compararlos con el teórico, con el objeto de realizar un análisis fino y veraz sobre la manera como los estudiantes pueden construir el concepto de función.

Todas las Acciones, Procesos y Objetos definidos en la DGI aparecieron, en mayor o menor medida en las producciones de los estudiantes.

Análisis de los resultados

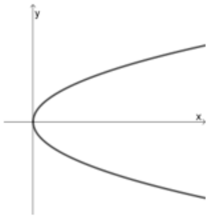
Para poder realizar este análisis se seleccionaron las actividades realizadas por tres estudiantes, denominados E05, E06 y E09. El fundamento de tal selección obedece a que esos estudiantes fueron los que mostraron la estructura Proceso en la mayor cantidad de actividades realizadas.

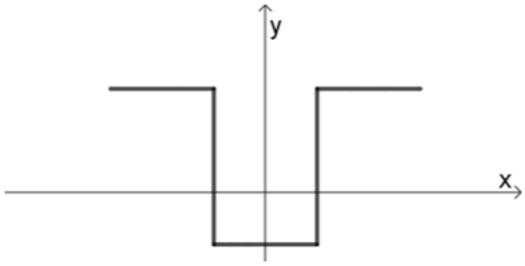
Para cada conjunto de situaciones planteadas, se consideró el conjunto de respuestas dadas por cada estudiante con la intención de poner en evidencia la construcción de un nivel Acción, Proceso u Objeto, lo cual suministra información acerca de cuáles tipos de situaciones resultan presentar una mayor dificultad para los estudiantes.

Figura 1.

Situaciones planteadas a través de representaciones gráficas (elaboración propia)

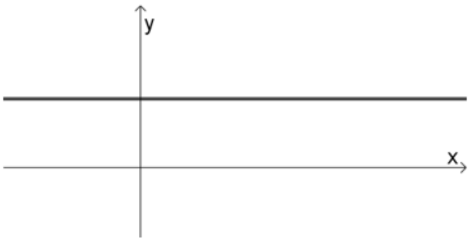
Situación 02	Situación 06

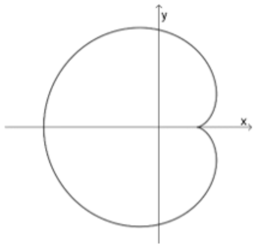




Situación 11

Situación 21





Situación 16

Electrocardiograma

En la situación S02, los estudiantes E05 y E06 expresaron —correctamente— que la gráfica dada no correspondía a una función por no cumplir con la condición de unicidad, pero no pudieron avanzar más.

El estudiante E09 en la primera entrega expresó lo mismo que los otros estudiantes, pero indicó que la gráfica pertenecía a una curva paramétrica. En la segunda entrega advirtió que podría tratarse de una función de “y en x” pero no aclaró nada al respecto.

En la situación S06, el estudiante E05 propuso eliminar los dos tramos verticales, transformando la función en una definida por partes (P8).

El estudiante E09 en su primera entrega expresó que no se trataba de una función por no cumplir la condición de unicidad en los tramos rectos verticales, pero no propuso ninguna modificación. En su segunda entrega propuso convertir los dos tramos rectos en una curva, pero sin eliminar los tres tramos horizontales (P8). Al no realizar la representación gráfica de la modificación propuesta, no advirtió que seguiría sin cumplirse la condición de unicidad.

El estudiante E06, en su primera entrega de la situación S11, no justificó por qué se trataba de una función, a pesar de haber identificado que se trataba de una función constante y definir su dominio e imagen. Pero en la segunda entrega apareció la idea del cumplimiento de las condiciones de existencia y unicidad. Los tres estudiantes analizaron la continuidad de la función propuesta (O3).

Para resolver la situación S16, los tres estudiantes realizaron una búsqueda para informarse qué variables se encuentran presentes en la gráfica de un electrocardiograma, e indicaron el dominio e imagen teniendo en cuenta el contexto (P1, P4, P6).

En la situación S21, el estudiante E05, en su primera entrega, indicó que no correspondía con una función por no cumplirse la condición de unicidad, sin profundizar un poco más. Pero en la segunda entrega advirtió que se trataba de una curva paramétrica y pudo definir la función como el par ordenado $(x = f(t); y = g(t))$, indicando que el dominio es $\{t/t \in R\}$ (P4).

El estudiante E09 propuso eliminar la parte de la gráfica que se encuentra por debajo del eje "x" para que se cumpla la condición de unicidad. Advierte que se trata de una curva paramétrica pero no logra identificarla como función. En la segunda entrega la compara con la gráfica de una circunferencia y propone eliminar una parte para que pueda definirse como función.

Los tres estudiantes evidenciaron la construcción de una concepción Proceso para este tipo de situaciones.

Conclusiones

En general, más del 76% (n = 13) de los estudiantes evidenció la construcción de una concepción Proceso para este tipo de situaciones.

Las situaciones S16 y S21, correspondientes a la gráfica un electrocardiograma y de una curva paramétrica respectivamente, fueron las que más dificultades presentaron para la identificación de la presencia de una relación funcional, lo que no ocurrió en cambio para las situaciones S02, S06 y S11.

Es decir, cuando los estudiantes se enfrentaron a situaciones habituales, que les resultaban más cercanas, pudieron dar cuenta de haber construido un nivel de comprensión de Proceso. Cuando resolvieron situaciones menos habituales o poco conocidas, los estudiantes dieron cuenta de haber construido un nivel de Acción.

Esta apreciación se condice con un estudio sobre la concepción de función por parte de estudiantes universitarios (Evangelidou, Spyrou, Elia & Gagatsis, 2004) en el que los autores afirman que la mayoría de los estudiantes parecen identificar como funciones las formas estereotipadas que les son familiares desde la escuela secundaria.

La realización del Taller en el cual se desarrollaron, en el Tema 2, conceptos teóricos y prácticos sobre relaciones y funciones posibilitó una mejora general en el nivel de comprensión del concepto de función por parte de los estudiantes.

Creemos necesario entonces, de cara a nuevos procesos de enseñanza y aprendizaje que se lleven a cabo, incluir en las planificaciones situaciones que no resulten habituales para los estudiantes e incluso poco conocidas o desconocidas para ellos, con el fin de darles una mayor oportunidad de construcción del concepto de función.

Además, de acuerdo con los resultados obtenidos en esta investigación, podemos sugerir la implementación del Ciclo ACE, lo cual posibilitará que los estudiantes puedan mejorar el nivel de comprensión del concepto de función.

Esto contribuirá también a mantener "vivo" en los estudiantes el concepto de función, para tratar de lograr que a medida que avancen en sus estudios, los conceptos se consoliden satisfactoriamente en lugar de que tiendan a olvidarse (Vivas, 2009).

El trabajo realizado con los estudiantes posibilitó que ellos pudieran construir estructuras más sólidas del concepto de función, lo que permitirá avanzar con la investigación sobre la construcción del concepto de transformación de funciones.

La DGI diseñada, puede servir como herramienta para describir y predecir el conocimiento matemático de un estudiante genérico que reúna las características generales del grupo en el que se desarrolló este trabajo, y puede constituir también una herramienta para elaborar secuencias de enseñanza que, tras ser analizadas a la luz de la teoría APOE permitan realizar un refinamiento de la DGI para obtener una nueva DG que nos aproxime aún más a los mecanismos de construcción mediante los cuales los estudiantes se apropian del concepto de función.

Referencias

Arnon, I., Cottril, J., Dubinsky, E., Oktac, A., Fuentes, S. R., Trigueros, M., & Weller, K. (2014). *APOS theory: A framework for research and curriculum development in mathematics education*. New York, NY: Springer.

Asiala, M., Brown, A., DeVries, D., Dubinsky, E., Mathews, D. & Thomas, K. (1996). A Framework for Research and Curriculum Development in Undergraduate Mathematics Education. In J. Kaput, A. H. Schoenfeld & E. Dubinsky (Eds.), *Research in Collegiate Mathematics Education II*, 6, 1–32.

Dubinsky, E. y Lewin, P. (1986). Reflective abstraction and Mathematics education: the genetic decomposition of induction and compactness. *The Journal of Mathematical Behavior, 5*, 55-92.

Dubinsky, E. y Harel, G. (1992). The nature of the process conception of function. In G. Harel and E. Dubinsky (Eds.), *The concept of function: Aspects of epistemology and pedagogy*, 85-06. MAA Notes N° 25. Washington DC: Mathematical Association of America.

Evangelidou, A., Spyrou, P., Elia, I. & Gagatsis, A. (2004). University students' conceptions of function. *Proceedings of the 28th Conference of the International. Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2, 351-358

Farabello, S.P., Trigueros, M. (2020). La Transformación de Funciones en el aula de Física. *UNIÓN - Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 16*(58), 25-47. ISSN: 1815-0640. Disponible en: https://union.fespm.es/index.php/UNION/article/view/82/23

López Acosta, L.A. (2011). *Etapas de aprendizaje asociadas al concepto función. Un estudio socioepistemológico*. (Tesis inédita de licenciatura). Facultad de Matemáticas, Universidad Autónoma de Yucatán, Mérida, Yucatán, México.

Quintanilla Cóndor, C.N. (2009). *Un estudio sobre las concepciones del concepto de función desde la perspectiva de la Teoría APOS*. (Tesis inédita de maestría). Escuela de Posgrado, Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima, Perú. Disponible en: https://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/handle/20.500.12404/1194

Vivas, V. (2009). La comprensión de conceptos básicos del cálculo, de estudiantes de la UNELLEZ – San Carlos. *Revista Memoralia, 6*, 9-14. ISSN 1690-8070. Disponible en: https://lenguharas.jimdofree.com/app/download/1982579418/ MEMORALIA.2009-01.pdf?t=1258304021

Weinstein, C.; Husman, J. y Dierking, D. (2000) Self regulation interventions with a focus on learning strategies. En M. Boekaerts, P. Pintrich y M. Zeidner, *Handbook of Selfregulation*. San Diego: Academic Press. *Capítulo 22*, 727-747.

As categorias principais da álgebra desde a perspectiva da Teoria da Objetivação. Análise do caso de um estudante, professor e uma aula virtual.

Main categories of algebra from the perspective of the Theory of Objectification. Case study of a student, a teacher, and a virtual classroom.

Categorías principales del álgebra desde la perspectiva de la Teoría de la Objetivación. Análisis del caso de un estudiante, un profesor y una clase virtual.

Sindy Paola Joya Cruz[647]
Universidad Distrital Francisco José de Caldas – Secretaría de Educación Distrital
https://orcid.org/0000-0002-5863-8328

Modalidad: Comunicación
Núcleo Temático: Investigación en Educación Matemática

Resumo

Este trabalho visa identificar ideias algébricas sob a ótica da Teoria da Objetivação – TO– através da implementação de uma tarefa em que são reconhecidos aspectos evolutivos de formas de pensar algebricamente sobre padrões. Faz parte de um estudo de doutorado realizado na Universidade Distrital Francisco José de Caldas (Bogotá, Colômbia). Para efeitos deste documento, o estudo é desenvolvido com um aluno do sexto ano, uma professora de matemática do ensino fundamental e médio e uma classe online do oitavo ano, de modo que se pretende identificar quais são as principais categorias relacionadas à álgebra do Teoria da Objetivação? A metodologia implementada refere-se a uma análise multimodal em que intervêm a linguagem, os gestos, a produção escrita, entre outros. Os principais resultados indicam que a identificação da característica comum em uma sequência de padrões possibilita conhecer a estrutura espacial; a produção dos sujeitos é apresentada em diferentes sistemas semióticos que expressam generalidade, destacando a ideia da evolução do pensamento algébrico sem a necessidade exclusiva de usar termos alfanuméricos; alguns dos sujeitos operam sobre números concretos, o que posteriormente permite passar à enunciação e ao reconhecimento da indeterminação. Finalmente, reconhece-se que o estudo da álgebra a partir de outras perspectivas teóricas fomenta a pesquisa na área e abre possibilidades de interpretação e análise.

***Palavras clave*:** Teoria da Objetivação TO, álgebra, generalização é semiótica.

Abstract

This work aims to identify algebraic ideas from the perspective of the Theory of Objectification - TO - through the implementation of a task in which evolutionary aspects of the ways of thinking algebraically about patterns are recognized. It is part of a doctoral study being carried out at the Universidad Distrital Francisco José de Caldas (Bogotá, Colombia). For the purposes of this article, the study is developed with a sixth-grade student, a mathematics teacher of elementary and middle school and an eighth-grade virtual class, to identify which are the main

[647] sindy.joya@gmail.com

categories related to algebra from Theory of Objectification? The methodology implemented refers to a multimodal analysis involving language, gestures, written production, among others. The main results indicate that the identification of the common characteristic in a sequence of patterns makes possible the awareness of the spatial structure. The production of the subjects is presented in different semiotic systems that express generality, highlighting the idea of the evolution of algebraic thinking without the exclusive need of the use of alphanumeric terms; some of the subjects operate on concrete numbers, which later makes possible the passage to enunciation and the recognition of indeterminacy. Finally, it is recognized that the study of algebra from other theoretical perspectives encourages research in the field and opens possibilities of interpretation and analysis.
Keywords: Theory of objectification TO, algebra, generalization and semiotic.

Resumen

Este trabajo tiene como objetivo identificar ideas algebraicas desde la perspectiva de la Teoría de la Objetivación – TO – a través de la implementación de una tarea en la que se reconocen aspectos evolutivos de las formas de pensar algebraicamente acerca de patrones. Hace parte de un estudio doctoral que se adelanta en la Universidad Distrital Francisco José de Caldas (Bogotá, Colombia). Para los fines de este documento, el estudio se desarrolla con un estudiante de grado sexto, un profesor de matemáticas de básica y media y una clase virtual de grado octavo, de manera que se pretende identificar ¿Cuáles son las principales categorías relacionadas con el álgebra desde la TO? La metodología implementada refiere a un análisis multimodal en el que interviene el lenguaje, los gestos, la producción escrita, entre otros. Los principales resultados señalan que la identificación de la característica común en una secuencia de patrones posibilita la toma de conciencia de la estructura espacial; la producción de los sujetos se presenta en diferentes sistemas semióticos que expresan la generalidad, resaltando la idea de la evolución del pensamiento algebraico sin la necesidad exclusiva del uso de términos alfanuméricos; algunos de los sujetos operan sobre números concretos, lo que posteriormente posibilita el paso a la enunciación y el reconocimiento de la indeterminancia. Finalmente, se reconoce que el estudio del álgebra desde otras perspectivas teóricas fomenta la investigación en el campo y abre posibilidades de interpretación y análisis.
***Palabras clave*:** Teoría de la Objetivación TO, álgebra, generalización y semiótica.

Álgebra y Pensamiento algebraico

En Colombia el Ministerio de Educación Nacional – MEN – refiere el *pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos* (MEN, 2006), desde la importancia de reconocer, percibir, identificar y caracterizar la variación en diferentes situaciones y contextos, de manera que este pensamiento, se interesa por describir, modelar y representar en distintos sistemas semióticos. Desde la perspectiva de la Teoría de la Objetivación -TO-, el *álgebra* presenta características evolutivas, por tanto, no es un cuerpo de conocimiento estático invariable en el tiempo; en este sentido, el sujeto que la moviliza se encuentra inmerso en condiciones históricas, sociales y culturales que son muy específicas. Por tanto, la enseñanza del álgebra no puede referirse al seguimiento de temas, la resolución de problemas ficticios y mucho menos a la ejecución de pasos que lleven a modelar situaciones. Bajo las consideraciones del trabajo doctoral que se adelanta en la Universidad Distrital Francisco José de Caldas (Bogotá, Colombia), se destaca que el *álgebra temprana* es vista como una iniciativa para introducir formas de pensamiento algebraico en la educación primaria (Kaput, 2000; Kaput, Carraher & Blanton, 2008); en las que algebrizar la matemática refiere a capacitar a los estudiantes mediante el fomento de un mayor grado de generalidad en su pensamiento y una mayor capacidad de comunicar dicha generalidad. De manera que, el pensamiento algebraico es caracterizado por Rojas y Vergel (2018) como *un tipo de reflexión y acción cultural muy sofisticado, un modo de pensamiento que fue refinado sucesivamente a lo largo de siglos antes que alcanzara su forma actual*; pensamiento en el que las formas no están caracterizadas por el uso de simbolismos alfanuméricos (Vergel, 2019), ya que como señala Kaput (2008), el aspecto central es la generalización y la manera como es expresada. Desde la perspectiva la Teoría de la Objetivación TO, el pensamiento algebraico considera tres elementos (Radford, 2021): los objetos del razonamiento, la manera en que los objetos son simbolizados y cómo se razona sobre los objetos del razonamiento. En la TO lo que distingue el pensamiento algebraico es el hecho de que se traten cantidades indeterminadas de manera analítica (Radford, 2013). Ver Tabla 1.

Tabla 1.

Pensamiento algebraico en la Teoría de la Objetivación

Sentido de indeterminancia	**Analiticidad**	**Designación simbólica o expresión semiótica**
Los objetos del razonamiento	La manera de razonar sobre los objetos	La manera en que los objetos son simbolizados
Objetos básicos como incógnitas, variables y parámetro.	La forma de trabajar los objetos indeterminados	La manera específica de nombrar los objetos
Lo opuesto a la determinancia numérica	Reconocer el carácter operatorio de los objetos	Expresiones semióticas que no refieren solo a lo alfanumérico

Estas tres características han sido descritas por Radford (2010, 2018) y Vergel (2015b, 2019), destacando que se encuentran estrechamente relacionadas. En este sentido, en el pensamiento algebraico están presentes procesos corporizados de acción y de reflexión que han sido constituidos histórica y culturalmente (Vergel, 2015b), toda vez que los sujetos son considerados desde una perspectiva dialectico materialista que los reconoce como seres naturales en constante transformación y en búsqueda de la satisfacción de sus necesidades (Joya, 2022).

Generalización algebraica de patrones

Una de las maneras de llegar a tratar las cantidades indeterminadas de manera analítica ha sido a través de la generalización de patrones, siendo esta, como destacan Rojas y Vergel (2018), una de las formas más importantes de introducir el álgebra en la escuela. Se reconoce la generalización como aquello que permite dar cuenta de la manera en la que llegamos a notar lo *mismo* de lo *diferente* (Radford, 2008, 2013). La generalización se constituye a través de tres problemas fundamentales que se encuentran mutuamente relacionados: [1] El *problema fenomenológico* que reconoce la manera en la que se realiza la elección de determinaciones sensibles, a través de la intuición, atención, intención y sensibilidad. En él están presentes dos estructuras, una numérica que responde a preguntas relacionadas con la cantidad de elementos y una espacial que atiende a cuestiones respecto a la ubicación de dichos elementos (Radford, 2013; Vergel, 2016). [2] El *problema epistemológico* que consiste en la propia generalización o la obtención de las determinaciones sensibles pensadas en otras condiciones o elementos, llegando a la producción de un nuevo objeto (Radford, 2013). Para ello, el sujeto debe proponer un procedimiento en el que se indique de manera detallada las etapas que debe seguir para caracterizar los elementos que serán generalizables. [3] El *problema semiótico* en donde se toma conciencia de la estructura de la secuencia, identificando la generalización a través de diferentes sistemas semióticos, dando paso a la actividad multimodal en la que se reconoce la percepción, los gestos, los símbolos matemáticos y el lenguaje natural como mecanismo para expresar generalizaciones. De acuerdo con Radford (2013) la *generalización algebraica de patrones* está caracterizada por la transición entre lo concreto perceptivo y aquello que no es existente en la percepción. Para ello, Radford (2013, p. 7) propone la siguiente estructura:

Figura 1.

Estructura de la generalización algebraica de secuencias figurales. Tomada de Radford (2013, p. 7)

Al observar la estructura, se reconoce la existencia de caminos bidireccionales, debido a que se puede ir y volver entre los diferentes elementos. Inicia en la parte superior izquierda con el reconocimiento y observación de los términos dados. Posteriormente, el sujeto identifica determinaciones sensibles que lo conducen al reconocimiento de elementos cercanos, de características comunes que pueden llegar a ser generalizables. Este reconocimiento, bajo la perspectiva de la TO, es señalado en la idea de *comunalidad* ya que implica observar lo común entre los términos que son perceptibles, para idear una estrategia que dé cuenta de la generalización en los siguientes términos de la secuencia. Es importante reconocer la idea de abducción de manera analítica, dado que el sujeto convierte la característica común (C) en hipótesis (H), es decir reconoce lo común y busca la manera de generalizar a otros términos de la secuencia, estableciendo una expresión semiótica que lleva al sujeto a la capacidad de indicar cualquier término de la secuencia.

Estratos de generalidad

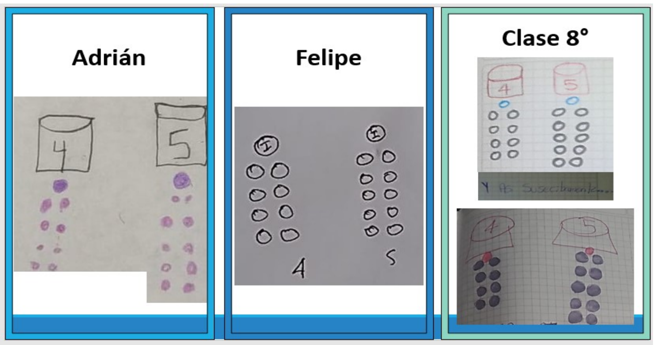
La expresión semiótica no lleva a la obligatoriedad de presentar registros alfanuméricos, lo cual abre nuevas posibilidades de pensar el álgebra. En la TO se reconocen tres formas de pensamiento algebraico o estratos de generalidad (Radford, 2001; Vergel, 2016). [1] *Generalizaciones factuales* son aquellas generalizaciones algebraicas que no están basadas en el simbolismo alfanumérico (Radford, 2018), por tanto las variables y su relación son implícitas, ya que la fórmula se expresa a través de instancias particulares, de la acción y de la operatividad entre números concretos. La regla que ha sido generalizada a través de esta operatividad le permite al sujeto tratar cualquier término de la secuencia. [2] *Generalizaciones contextuales* refieren a generalizaciones algebraicas basadas en una fórmula que relaciona términos espaciales y deícticos (este, ese, aquí, arriba, el siguiente, ahora, etc.) de forma explícita (Radford, 2018). Los números y las operaciones con ellos pasan a segundo plano y las variables y su relación se vuelven objeto del discurso del sujeto. [3] *Generalizaciones simbólicas* indican generalizaciones algébricas en las que se introduce el simbolismo, de manera que el sujeto es consciente de la necesidad que tiene de usar diferentes signos para representar cantidades desiguales, identificando los términos y variables en las fórmulas. Es de anotar que, lo que caracteriza cada uno de estos estratos de generalidad es la idea que se enmarca en el adjetivo *analítico,* una concepción desde la cual el análisis es reconocido como el movimiento desde lo que se da a lo que se busca, como señalaba el matemático Pappus (Rideout, 2008); además se trabaja a partir de lo que se admite como posibilidad y con las consecuencias que genera dicha suposición (Viète, 2006).

Recolección de datos y análisis

Los datos provienen de un seminario doctoral en el que se indagó sobre la idea del álgebra desde la perspectiva de la TO, usando como problema central la propuesta de Radford (2018) "La hormiga incansable". Los sujetos a quienes fue presentado este problema son: Adrián, un estudiante de grado sexto; Felipe, un profesor de matemáticas; y una clase virtual de grado octavo. El problema está acompañado de una representación gráfica de los días 1, 2 y 3, señalando lo siguiente: "Una hormiga encuentra un recipiente con una miga de pan dentro. La hormiga recoge dos migas cada día, de modo que al final del día 1 la hormiga tiene 3 migas en el recipiente; al final del día 2, tiene 5 migas; al final del día 3, tiene 7 migas, etc.". La primera parte del problema solicita "*Dibujar los recipientes para los días 4 y 5*", con lo cual pretende investigar la conciencia evolutiva sobre la estructura matemática de la secuencia y los medios semióticos a los que recurren los sujetos para hacer evidente la estructura. Se destacan los siguientes recursos semióticos utilizados. Adrián utiliza dos colores diferentes, uno para diferenciar la miga inicial y otro para reconocer las migas que trae a diario la hormiga; Felipe utiliza la letra mayúscula I, como signo de la miga inicial y no requiere realizar ninguna otra marca para las demás migas. Dos estudiantes de la clase de octavo realizan la representación utilizando colores diferentes, al igual que Adrián; llama la atención, sin embargo, que uno de ellos escribe "*y así sucesivamente…*", dando indicios del reconocimiento de alguna propiedad o característica común identificada. Ver Figura 2.

Figura 2.

Representación del recipiente para los días 4 y 5 realizada por Adrián (estudiante), Felipe (profesor) y dos estudiantes de la clase de grado octavo

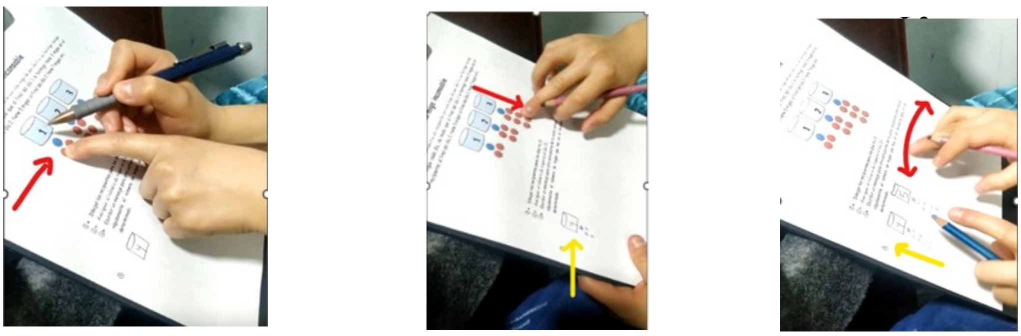


Las imágenes por si solas dan indicios de la estructura que identifican los sujetos. Sin embargo, reconociendo una perspectiva multimodal en la que intervienen la percepción, los gestos, los símbolos matemáticos y el lenguaje natural (Radford, 2013; Vergel, 2015a), se identifica la necesidad de considerar otros recursos semióticos que son movilizados. Se reconoce que los sujetos recurren a los signos, al cuerpo, a las herramientas, en definitiva, a todo tipo de artefactos como dígitos, expresiones numéricas, gestos de señalar, términos lingüísticos y ritmo (Radford, 2008). Ver el diálogo de Adrián.

Tabla 2.

Adrián hablando de cómo representar los Días 4 y 5 de la secuencia

Diálogo de Adrián
L1. Adrián: […] *entonces nosotros vamos a coger y vamos a hacer los recipientes número cuatro* [dibuja el recipiente escribiendo el número cuatro en él, de manera similar a la representación dada en el problema], *y de una vez hacemos. Entonces nosotros qué vamos a hacer aquí*; *en el Día 1, este, el que está de color azul* [señala la miga azul de la representación del Día 1] *es el que estaba dentro del recipiente, porque si acordamos de la lectura dice: 2 migas cada día*. […] *Entonces si recolecta 2 migas cada día, entonces si en el Día 1 recolectó 3 es porque ya una estaba dentro del recipiente y ella lo que hizo fue traer 2 para que completara las 3*. *Con el Día 2 es lo mismo* [señala la representación del Dia 2] *aquí había una que estaba dentro del recipiente* [miga azul] *y ya lo que hizo qué fue, ella no se comió las 2 del* [Día] *1* [Mueve el dedo índice de lado a lado, indicando la negación] *¡No!, ella las dejó para sumarle* 2 […] *2 que fue y trajo* […] *y así le dio 5 migas*. *Y en el día 3 qué* [señala las migas de ese día] *7 migas ¿Ella qué hizo? Pues ella cogió y dejó las 4 del Día 1 y el Día 2* [refiere a las 4 migas que ha traído en los primeros días] *¿Y ella qué hizo? Pues les sumó otras 2. Y el azul fue el que estaba dentro y ahí nos da 7*.
L2. Adrián: *Y nosotros para el Día 4 ¿Qué vamos a hacer? Pues ya miramos acá que* [señalando los 3 primeros días] *toca sumar para que nos dé. Entonces si está el* [Día] *4, pues hacemos una, hacemos una,* [dibuja con color morado una miga] *que es la que estaba dentro y el resto* […] *que son las que* [dibuja migas con color rojo manteniendo la estructura de columnas], *las que digamos, son las que ella juntó en el Día 3*. *En el Día 3 juntó 7, pues nosotros lo que vamos a hacer es* [continúa dibujando migas y hace una pausa cuando el dibujo es igual al del Día 3], *aquí nosotros hicimos 6* [migas] *como si fuese el Día 3 ¡Pero no! Ahí lo que toca es sumarle qué* […] *2* [migas] *¿Para qué? Para que ahí si nos dé* [dibuja 2 migas más] *8, listo, estuvo.*
L3. Adrián: *Entonces, para hacerlo en el Día 5 ¿Uno qué va a hacer? Pues hace lo mismo* [dibuja el recipiente y escribe en él el número 5]. *Entonces ¿En el Día 5 qué hacemos? Pues miramos otra vez. Ésta es la que estaba dentro de la, del recipiente* [dibuja una miga de color azul] *dentro de la cajita y ella qué hizo, pues fue y trajo más migajas de pan* [comienza a dibujar migas rojas hasta que la representación es igual a la del Día 4] *y será así ¿No? Porque sin el Día 4, ella recogió 8* [migas] *pues aquí toca qué, pues sumarle 2* [migas]. *¿Por qué? Porque ella no se las comió, si no las está es como recolectando. Listo, ahí* [dibuja 2 migas para completar su representación].

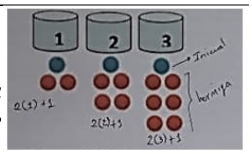
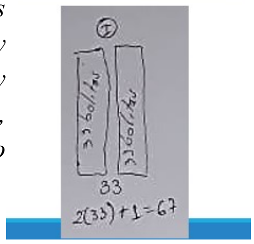


Adrián utiliza dos colores diferentes: morado y rojo. El color morado se usa como signo para distinguir la miga inicial de las migas que la hormiga trae diariamente. Él mismo dice "*el color azul se perdió*"; lo que evidencia su intención por mantener el registro en un formato similar al de la situación presentada. El color rojo se usa para reconocer las migas que trae a diario la hormiga. En el registro que realiza Adrián se observa que conserva la estructura de doble columna. Observe también que, en los gestos de señalar, Adrián mantiene presente la información de la miga inicial. Para realizar el dibujo del Día 4, Adrián requiere completar la representación del Día 3; retomando lo que dice en L2, se observa que ha identificado una estructura similar en cada uno de los días, de manera que, puede adicionar las migas correspondientes al día que requiere para completar dicha representación. Para realizar el dibujo del Día 5, procede de manera similar; completa la representación del día inmediatamente anterior y añade 2 migas. La característica sensible que ha identificado. Se evidencia en los señalamientos que desplaza los dedos sobre las columnas volviéndolas signo de la estructura.

La segunda pregunta pide "*Averiguar el número de migas en el Día 33*", esto con la intención de revelar el proceso de generalización real que están utilizando los sujetos. Para este caso, se solicitó al profesor Felipe que indique las acciones que realiza al abordar el problema y así comprender cómo determina la cantidad de migas. Ver Tabla 3.

Tabla 3.

El profesor Felipe hablando de cómo calcular la cantidad de migas en el Día 33

Diálogo del Profesor Felipe	
L4. Profesor Felipe: […] *eso quiere decir que, pues en el Día 1, ella agrega 2; en el Día 2 agrega 4, entonces esos son números pares. Entonces uno podría suponer que en la 33 van a haber dos columnas* [dibuja las columnas] *aquí van a haber dos columnas de bolitas y van a haber 33 bolitas* [escribe "33 bolitas" en la columna de la izquierda] *o 33 migas y aquí van a ver otras 33 migas* [escribe "33 bolitas" en la columna de la derecha]. *Listo, y aquí va a estar la inicial* [dibuja una miga sobre las columnas con la letra I en ella]. *Listo, eso quiere decir que aquí hay 2 por 33 más 1 y eso son 67. Listo* […] *creería yo que es eso es lo que pasa ahí.*	 

El Profesor Felipe realiza una representación de dos columnas señalando en cada una la existencia de 33 migas. En esta representación se reconoce gráficamente una determinación sensible en la que se da sentido a la posición de la miga inicial y a la cantidad de migas que son traídas a diario. Proporciona una regla directa para calcular la cantidad de términos o elementos de la secuencia, indicando la expresión numérica $2(33) + 1 = 67$. Esta expresión considera la existencia de dos unidades que son añadidas a diario, la cantidad de días y la miga inicial. Finalmente se observa cómo el Profesor Felipe utiliza esta expresión para comprobar los resultados en los Días 1, 2 y 3. La respuesta expresión numérica dada corresponde a una contracción semiótica en la que se hace una elección entre lo *común* y lo *relevante.* Se reconocen dos tipos de contracción dentro de un mismo conjunto de sistemas semióticos (Radford, 2008): el primero, hace parte del sistema semiótico de la lengua y los gestos, de manera que se presenta un enunciado más breve, con menos palabras, mejor articuladas, acompañado de gestos más cortos o precisos. Y el segundo, el uso de fórmulas simbólicas que son producidas para dar cuenta de la situación.

La última pregunta pide "*Escribir un mensaje para otro estudiante indicándole cómo calcular rápidamente el número de migas que hay en el recipiente para un día determinado*"; con ella se pretende observar si la atención de los sujetos se desplaza hacia las variables y su relación, dando cuenta de un nivel más sofisticado de generalización algebraica. En este caso, se presenta la producción de los estudiantes durante la clase virtual de matemáticas de grado octavo. Debido a la dificultad que presentan los estudiantes para abordar la situación, el docente solicita que ejemplifiquen para mostrar a algún compañero que no estuvo en la clase cómo calcular la cantidad de migas que tiene la hormiga en un día determinado y si es posible que den la orientación para que el compañero pueda por sí mismo encontrar la cantidad en un día cualquiera. Ver Tabla 4.

Tabla 4.
Clase de grado 8° enviando un mensaje a un amigo para que sepa cómo calcular rápidamente la cantidad de migas

Diálogo de la clase
L5. Yeimy: […] Bueno profe, para decirle *al compañero, bueno para que calcule rápidamente, pues como en el primer día trajo 2 migas, o sea un par, entonces* […] *en el Día 33 o así, yo le diría que ponga el número de pares del día. Digamos 33 por 2 igual 66, entonces daría ese.* [En el chat de la video llamada se reciben algunas respuestas de otros estudiantes].
L6. Profesor: *Listo, perfecto. Gracias Yeimy. Bien, Dianita, una pregunta. Dianita nos escribe en el chat.* [El profesor hace lectura de los mensajes]. "*A las 2 migas multiplique el número de días, ejemplo 2 * 55: 110 y a eso súmale 1*". […] *Dianita una pregunta ¿Por qué tú dices a las 2 migas? O sea, esas 2 migas ¿Qué es?*
L7. Diana: *Pues las 2 migas que se iban incrementando en cada día.*
L8. Profesor: *Ok, perfecto. O sea, cada día 2 migas. Listo, perfecto.* [El profesor inicia la lectura del mensaje enviado por otro estudiante]. *Kevin dice "Multiplicar el número de día por 2 y al resultado sumarle 1, por ejemplo, en el día 100 tendría 201 migas de pan*". Sería algo muy similar a lo que está diciendo Diana respecto a cómo se calcula.

Para responder a esta pregunta la clase de grado octavo conversa respecto a la cantidad de migas en un día cualquiera. El profesor da a los estudiantes la posibilidad de ejemplificar con un día especifico y así comenzar a pensar en elementos generales. Se espera realizar la generalización a través de la indeterminancia. Se observa lo escrito por Diana y Kevin en L6 y L8, utilizando días diferentes para ejemplificar el mensaje que enviaran al compañero. Diana utiliza el Día 55 y Kevin el Día 100. Los estudiantes han formulado un esquema que permite determinar la cantidad de migas en días específicos. Finalmente, la característica en común se convierte en la garantía para deducir expresiones de elementos de la secuencia que permanecen más allá del campo perceptivo.

Resultados

Este documento presentó teóricamente categorías relacionadas con el álgebra desde la perspectiva de la TO. Con los casos se evidencia que el reconocimiento de la característica común en una secuencia de patrones posibilita la toma de conciencia de la estructura espacial, de manera que los sujetos identifican la distribución en columnas y el patrón de agregar dos unidades. Esto posibilita que puedan alcanzar el sentido de indeterminancia. La producción de los sujetos se presenta en diferentes sistemas semióticos que expresan la generalidad, resaltando la idea de la evolución del pensamiento algebraico sin la necesidad exclusiva del uso de términos alfanuméricos; en este sentido, expresan la generalidad en un lenguaje cotidiano, en una estructura gráfica y en la contracción semiótica que logran determinar para resumir las acciones a seguir para encontrar resultados. Operan sobre números concretos o sobre casos específicos de los días del problema, lo que posteriormente posibilita el paso a la enunciación y el reconocimiento de la indeterminancia, ya que pueden encontrar la cantidad de migas en cualquier día, siguiendo la analiticidad alcanzada. Se reconoce que el estudio del álgebra desde otras perspectivas teóricas fomenta la investigación en el campo y abre posibilidades de interpretación y análisis; en este caso, por la consideración de diferentes recursos semióticos que ejemplifican maneras de conocer y acercarse al álgebra. Finalmente, el estudio del álgebra temprana permite a los estudiantes el reconocimiento de un objeto, caracterizando el modo, profundidad e intensidad con que aparece en la conciencia, particularmente por el uso de los medios semióticos.

Agradecimientos

Al programa del Doctorado Interinstitucional en Educación de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas (Bogotá, Colombia) y al Dr. Rodolfo Vergel Causado por sus apreciaciones, acompañamiento y discusión en torno al álgebra, lo cual ha posibilitado la puesta en marcha del proyecto doctoral.

Referencias

Joya, S. (2022). Actividad como labor conjunta en la clase de matemáticas. *CIEG Revista Arbitrada del Centro de Investigación y Estudios Gerenciales*, *56*, 69-83.

Kaput, J. (2000). *Transforming Algebra from an Engine of Inequity to an Engine of Mathematical Power by «Algebrafying» the K-12 Curriculum* (National Center for Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science (ed.)). https://eric.ed.gov/?id=ED441664

Kaput, J. (2008). What Is Algebra? What Is Algebraic Reasoning? En J. Kaput, D. Carraher, & M. Blanton (Eds.), *Algebra in the Early Grades* (pp. 5-18). Lawrence Erlbaum Associates & NCTM.

Kaput, J., Carraher, D., & Blanton, M. (2008). *Algebra in the Early Grades*. Lawrence Erlbaum Associates & NCTM.

MEN. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas*. 46-95. https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf2.pdf

Radford, L. (2001). Factual, Contextual and Symbolic Generalizations in Algebra. En Marja van den Hueuvel-Panhuizen (Ed.), *25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 81-89). http://www.luisradford.ca/pub/94_PME25.pdf

Radford, L. (2008). Iconicity and contraction: a semiotic investigation of forms of algebraic generalizations of patterns in different contexts. *ZDM - International Journal on Mathematics Education*, *40*(1), 83-96. https://doi.org/10.1007/s11858-007-0061-0

Radford, L. (2010). Layers of Generality and Types of Generalization in Pattern Activities. *PNA*, *4*(2), 37-62. https://doi.org/10.30827/pna.v4i2.6169

Radford, L. (2013). En torno a tres problemas de la generalización. En L. Rico, M. Cañadas, J. Gutiérrez, M. Molina, & I. Segovia (Eds.), *Investigación en Didáctica de la Matemática. Homenaje a Encarnación Castro* (Editorial, pp. 3-12). http://www.sinewton.org/numeros/numeros/43-44/Articulo93.pdf

Radford, L. (2018). The Emergence of Symbolic Algebraic Thinking in Primary School. En C. Kieran (Ed.), *Teaching and learning algebraic thinking with 5- to 12-year-olds: The global evolution of an emerging field of research and practice* (pp. 3-25). https://doi.org/10.1007/978-3-319-68351-5_1

Radford, L. (2021). O ensino-aprendizagem da ágebra na teoria da objetivação. In V. Moretti & L. Radford (Eds.),. En V. Moretti & L. Radford (Eds.), *Pensamento algébrico nos anos iniciais: Diálogos e complementaridades entre a teoria da objetivação e a teoria histórico-cultural* (pp. 171-195). Livraria da Física.

Rideout, B. (2008). Pappus reborn. Pappus of Alexandria and the changing face of analysis and synthesis in late antiquity. En *Master of Arts in History and Philosophy of Science Thesis*. University of Canterbury.

Rojas, P., & Vergel, R. (2018). Iniciación al álgebra y pensamiento algebraico temprano: actividades para orientar el trabajo en el aula. *RECME - Revista Colombiana de Matemática Educativa*, *3*(1), 19-30. http://ojs.asocolme.org/index.php/RECME

Vergel, R. (2015a). Cómo emerge el pensamiento algebraico. El caso del pensamiento algebraico factual. *Uno Revista de Didáctica de las Matemática*, *68*, 9-17.

Vergel, R. (2015b). Generalización de patrones y formas de pensamiento algebraico temprano. *PNA*, *9*(3), 193-215. https://doi.org/10.30827/pna.v9i3.6220

Vergel, R. (2016). *Sobre la emergencia del pensamiento algebraico temprano y su desarrollo en la educación primaria*.

Vergel, R. (2019). Una posible zona conceptual de formas de pensamiento aritmético «sofisticado» y proto-formas de pensamiento algebraico. *XV CIAME - IACME*.

Viète, F. (2006). *The Analytic Art* (Translated by T. Richard Witmer (ed.); Original w). Dover.

Processos de ensino e aprendizagem da Matemática em diferentes modalidades e níveis educacionais

Poliedros Platônicos “puxe para cima”: análise de uma tarefa utilizando osIndicadores de Desenho de Tarefas

Platonic “pull up” polyhedra: analysis of a task using the Task Design Indicators

Poliedros platónicos “pull up”: análisis de una tarea usando los Indicadores deDiseño de Tareas

Vinicyus Alves da Silva Paz[648]
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia
0000-0003-1882-8036

Tânia Cristina R S Gusmão[649]
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia
0000-0001-6253-0435

Adriana Santos Sousa[650]
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia
0000-0002-2472-8587

Daniele dos Santos Silva[651]
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia
0000-0002-0914-1681

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Processos de ensino e aprendizagem da Matemática em diferentes modalidades e níveis educacionais

Resumo

Esta comunicação científica tem por objetivo expor e analisar a realização de uma tarefanão *standard* intitulada por nós como Poliedros “puxe para cima”, com estudantes do sexto ano do ensino fundamental, em uma instituição escolar no interior da Bahia, Brasil.A pesquisa é de natureza qualitativa, exploratória, intentando averiguar os resultados dessa tarefa no processo de aprendizagens dos alunos, utilizando para isso os Indicadoresdo Desenho de Tarefas, à luz dos Critérios de Idoneidade Didática. Na revisão de literatura, fazemos uma breve reflexão sobre o ensino de Geometria no contexto do Movimento da Matemática Moderna e o tratamento na Base Nacional Comum Curricular,também apresentamos os indicadores e critérios para o desenho de tarefas. Os resultadosdesse estudo apontam que uma tarefa planejada com critérios propicia aos estudantes um aprendizado significativo, cumprindo as intenções educativas previstas. Os efeitos, até omomento, produzidos com tarefas não *standard* respaldada em

648 vinicyuspaz@gmail.com
649 tania.gusmao@uesb.edu.br
650 cjccadriana@gmail.com
651 daniele.silva@ufma.br

critérios validados cientificamente têm nos mostrado que este tipo de tarefas tem trazido os alunos para maisperto da matemática e, que, portanto, estamos no caminho certo.

Palavras-chave: poliedros, geometria, indicadores de desenhos de tarefas, critérios de idoneidade didática.

Abstract

This scientific communication aims to expose and analyze the performance of a non- standard task entitled by us as Polyhedra "pull up", with students of the sixth grade of elementary school, in a school institution in the interior of Bahia, Brazil. The research isqualitative, exploratory, trying to ascertain the results of this task in the learning processof students, using for this the Indicators of Task Design, in the light of the Criteria of Didactic Suitability. In the literature review, we make a brief reflection on the teaching of Geometry in the context of the Movement of Modern Mathematics and the treatment in the National Common Curricular Base, we also present the indicators and criteria for the design of tasks. The results of this study indicate that a planned task with criteria provides students with meaningful learning, fulfilling the planned educational intentions. The effects, so far, produced with non-standard tasks supported by scientifically validatedcriteria have shown us that this type of tasks has brought students closer to mathematics and, therefore, we are on the right track

Keywords: polyhedra, geometry, indicators of task designs, criteria of didacticsuitability.

Resumen

Esta comunicación científica tiene como objetivo exponer y analizar el desempeño de unatarea no estándar denominada por nosotros como “levantar” poliedros, con estudiantes del sexto año de la enseñanza fundamental, en una institución escolar del interior de Bahía, Brasil. La investigación es cualitativa, exploratoria, tratando de conocer los resultados de esta tarea en el proceso de aprendizaje de los estudiantes, utilizando los Indicadores de Diseño de Tareas, a la luz de los Criterios de Idoneidad Didáctica. En la revisión bibliográfica hacemos una breve reflexión sobre la enseñanza de la Geometría en el contexto del Movimiento Matemático Moderno y el tratamiento en la Base ComúnCurricular Nacional, además presentamos los indicadores y criterios para el diseño de tareas. Los resultados de este estudio indican que una tarea planificada con criterio proporciona a los estudiantes una experiencia de aprendizaje significativa, cumpliendo con las intenciones educativas esperadas. Los efectos, hasta el momento, producidos contareas no estándar apoyadas en criterios validados científicamente nos han demostrado que este tipo de tareas ha acercado a los estudiantes a las matemáticas y, por tanto, que vamos por el buen camino.

Palabras clave: poliedros, geometría, indicadores de dibujos de tareas, criterios deidoneidad didáctica.

Introdução

O ensino de geometria nas escolas brasileiras sofreu uma profunda modificação nas décadas de 60 e 70 do século passado, devido ao Movimento da Matemática Moderna, "algebrizando" os elementos geométricos, tirando dela seu caráter experimental (RÊGO,RÊGO e VIEIRA, 2012). Infelizmente, mesmo após 50 anos, os reflexos desse "abandono" do pensamento geométrico ainda são sentidos. Os livros didáticos, as provasde vestibulares e os exames nacionais ainda são formados, em sua maioria, por questõesde geometria que priorizam equações e fórmulas. Diversos estudos de educadores matemáticos (D'AMBROSIO, 2012; LORENZATO, 2012; MONDINI, MOCROSKY e SANTOS, 2010; RÊGO, RÊGO e VIEIRA, 2012; entre outros) ressaltam a importânciada volta do ensino de uma geometria mais concreta e manipulativa, na qual o professor retire do quadro branco as figuras geométricas e as coloquem nas mãos dos seus alunos. Para Rêgo, Rêgo e Vieira (2012), a falta de envolvimento dos alunos em atividades práticas nas aulas de geometria é um fator complicador para o aprendizado dosconteúdos dessa área da matemática. A geometria é, decerto, um dos primeiros campos da matemática os quais o ser humano interage, analisa e compreende. Segundo Mondini, Mocrosky e Santos (2010, p.149), "as necessidades práticas e o vislumbre de padrões ematividades cotidianas deram origem à Geometria".

Uma interessante forma de ensinar geometria é utilizar tarefas bem planejadas que, de acordo Gusmão (2020), poderão contribuir para o trabalho do professor e para asaprendizagens dos alunos. Conforme a autora, as tarefas agregam diversas propostas, que vão além de exercícios, empregando projetos, jogos, experimentações, entre outros.

A atividade, a qual exporemos nesse artigo, trata-se de um estudo piloto de um projeto maior sobre tarefas matemáticas não padronizadas e tarefas de alta demanda cognitiva, desenvolvido junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB) e vinculado ao Grupo do qual fazemos parte, denominado Grupo de Estudos e Pesquisas Museu Pedagógico: Didática das Ciências Experimentais e da Matemática (GDICEM).

Evidenciamos a aplicação de uma tarefa denominada "Pull-up Patterned Polyhedra: Platonic Solids for the Classroom", desenvolvidas por E. B. Meenan e B. G. Thomas, pesquisadores vinculados à Universidade de Leeds, Inglaterra. Em nossa versão intitulamos Poliedros "puxe para cima": sólidos platônicos para a sala de aula. Analisamos a tarefa à luz dos Critérios de Desenho de Tarefas (GUSMÃO; FONT, 2020).

Esta tarefa foi aplicada a 150 (cento e cinquenta) alunos do sexto ano do ensino fundamental de uma instituição escolar situada no interior da Bahia. Destes, 143 (cento e quarenta e três) responderam a um questionário com o intuito de avaliá-la.

Este texto está organizado por esta introdução, em seguida trazemos uma breve abordagem sobre o ensino de geometria, depois tecemos comentários sobre os critérios de desenho de tarefas, apresentamos o itinerário metodológico do estudo, as discussões eresultados da tarefa desenvolvida e, ao final, apresentamos nossas conclusões.

O ensino de geometria no Brasil: breve reflexão do Movimento Matemática Moderna e da BNCC

No início do século passado o ensino de geometria acontecia de maneira independente, fazendo parte do rol das chamadas matemáticas: álgebra, aritmética e geometria.

Após algumas reformas curriculares, a disciplina matemática foi instituída, reunindo as matemáticas em uma só. Infelizmente, sem o devido cuidado em conceber um currículo mínimo que desse aos estudantes o direito de estudar geometria, essa parte da matemática foi colocada de lado, sendo trabalhada se a escola e o professor quisessem,como destacado por Pavanello (1993), ao afirmar que grande parte dos professores não dominavam tal área, ocasionando na retirada da geometria da relação dos conteúdos a serem ministrados em sala de aula ou o reordenamento dos assuntos com o intuito de deixá-la para o final do ano letivo e, assim, ter a possibilidade de não lecioná-la. Para corroborar a análise de Pavanello (1993), podemos evidenciar a Lei de Diretrizes e Bases,nº 5.692/71, a qual fixa Diretrizes e Bases para o ensino de 1° e 2º graus. O Capítulo I, Artigo 5º afirma

> Os currículos plenos de cada grau de ensino, constituídos por matérias tratadas sob a forma de atividades, áreas de estudo e disciplinas, com asdisposições necessárias ao seu relacionamento, ordenação e sequência,serão *estruturados pelos estabelecimentos de ensino* (grifo nosso).(BRASIL, 1971)

Conforme Pavanello (1993), o Movimento Matemática Moderna (MMM), difundido no Brasil no início dos anos 60, teve como foco adequar o ensino de matemáticaà teoria dos conjuntos e às estruturas algébricas. A geometria também passou por essa adaptação, tanto que, conforme Matos e da Silva (2011), aos pontos, retas e planos foramdados novos tratamentos – pertinência e inclusão - ou seja, o ponto pertence ($\in$) à reta e a reta está contida ($\subset$) em um plano, por exemplo. O autor de livros de matemática, OsvaldoSangiorgi, adepto do MMM, se torna o maior expoente na produção de livros didáticos no Brasil, utilizando a topologia como base para as transformações das figuras geométricas.

Cabe ressaltar que a geometria dada nas escolas brasileiras no período anterior a 1960 já não tinha o caráter tão experimental. A Reforma Campos, ocorrida em 1931, alémde realizar amplas mudanças na estrutura educacional brasileira, influenciada pelo movimento Escola Nova tentou trazer a geometria para um campo mais empírico. Conforme Miorin (1998), observava-se uma inquietação na forma a qual a geometria estava sendo ministrada nas escolas, pois o que se tentou foi realizar uma abordagem maispróxima ao aluno, através de noções básicas e intuitivas. Porém, de acordo com Caldattoe Pavanello (2015), tal proposta encontrou bastantes dificuldades e inúmeras críticas quevinham de diversos segmentos da educação, dos defensores da escola tradicional aos que se inspiravam nas obras de Euclides, os quais não estavam conseguindo adaptar sua formade trabalho a essa nova concepção, haja vista a falta de cursos de formação.

Ao trazer a discussão para os dias atuais, temos na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), a geometria contemplada em uma das 5 (cinco) unidades temáticas de matemática do ensino fundamental, logo, aprender "posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolvero pensamento geométrico dos alunos. Esse pensamento é necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes". (BRASIL, 2017, p. 271).

As formas geométricas, objeto desse nosso estudo, estão presentes na BNCC, a qual tem por expectativa "que os alunos indiquem características das formas geométricastridimensionais e bidimensionais, associem figuras espaciais a suas planificações e vice-versa" (BRASIL, 2017, p. 272). Ainda neste documento é ressaltado a necessidade de garantir por meio dos diversos campos de conhecimento, como é o caso da geometria, que os estudantes "relacionem observações empíricas do mundo real" a representações da matemática, reconhecendo assim a presença dessa disciplina no dia a dia. A esse respeito, Pires, Curi e Campos (2000, p. 15), afirmam:

> a geometria é considerada importante por pesquisadores e curriculistasporque, por meio dela, a criança desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive, além de ser um campo fértilpara se trabalhar com situações-problema.

Ao acreditar no potencial das tarefas para ajudar os estudantes a alcançar habilidades e competências necessárias para lidar com a temática no dia a dia, observamosa importância de as tarefas serem bem planejadas e desenvolvidas com critérios. No tópico seguinte abordaremos sobre os Indicadores do Desenho de Tarefas, tomando comoreferência para seleção e análise de tarefas.

Indicadores do Desenho de Tarefas (IDT)

Os Indicadores do Desenho de Tarefas (IDT) são uma conjunção de orientações que visam ao desenho de tarefas. Tais indicadores estão alicerçados nos Critérios de Idoneidade Didática (CID), instrumento de análise do Enfoque Ontossemiótico (EOS), de autoria de Godino e colaboradores (2006), que orienta e examina processos de ensinoe de aprendizagens. Para mais detalhes, remetemos aos autores.

Tabela 2: Indicadores do Desenho de Tarefas à luz dos Critérios de Idoneidade Didática

Fonte: Gusmão e Font (2020, p. 686-687), identificação numérica nossa

Indicadores do Desenho de Tarefas /Idoneidade Epistêmica
IDT-E1. O enunciado se apresenta com linguagem clara, correta e adequada ao nível de ensino? IDT-E2. Utilizam diferentes linguagens e formas de expressão matemática (verbal, gráfica, simbólica, pictórica etc.)? IDT-E3. A seleção de tarefas é representativa e variada, contempla tarefas de naturezas fechada e aberta? IDT-E4. As tarefas são de diferentes tipos? IDT-E5. Promovem o levantamento de hipóteses, a abertura de pensamento (pensamento reversível, flexível, descentrado) e incentivam o uso de processos de argumentação e justificativas?
Indicadores do Desenho de Tarefas /Idoneidade Cognitiva
IDT-C1. Partem dos conhecimentos prévios dos alunos? IDT-C2. Ampliam, reforçam e sistematizam conhecimentos? IDT-C3. Respeitam o nível de desenvolvimento cognitivo dos alunos? IDT-C4. Incentivam o uso de estratégias de resolução diferentes, criativas e originais? IDT-C5. Atendem a diferentes objetivos de aprendizagem e levam o resolvedor a desenvolver diferentes competências cognitivas e metacognitivas?
Indicadores do Desenho de Tarefas /Idoneidade Interacional
IDT-I1. Prevê momentos de diálogo e de argumentação entre os alunos ou entre professor e alunos? IDT-I2. Incentivam a resolução de forma individual, em dupla ou em grupo? IDT-I3. Permitem gerar o conflito cognitivo (no sentido piagetiano) e a negociação de significados? IDT-I4. Incentivam a responsabilidade pelo estudo (exploração, formulação e validação)?
Indicadores do Desenho de Tarefas /Idoneidade Mediacional
IDT-M1. Fornecem ou indicam o uso de materiais manipuláveis e/ou tecnológicos para auxiliar na realização? IDT-M2. Preveem tempo suficiente para a sua realização e a manutenção da concentração e interesse? IDT-M3. Os tempos são adequados aos tipos de tarefas (reprodução, conexão, reflexão etc.)? IDT-M4. Preveem espaços adequados para a sua realização? IDT-M5. Preveem momentos de experimentação prática para auxiliar na compreensão de conceitos e sua aplicabilidade?
Indicadores do Desenho de Tarefas /Idoneidade Emocional

IDT-Em1. Promovem a interatividade, atração, diversão e inclusão, elevando a autoestima, o sentimento de inclusão, a abertura da subjetividade e o gosto pela Matemática? IDT-Em2. Valorizam os diferentes tipos de raciocínio e respostas? IDT-Em3. Incentivam a participação e interesse? IDT-Em4. Promovem a percepção da utilidade da Matemática na vida e no trabalho? IDT-Em5. Promovem a implicação do aluno na resolução das tarefas (devolução da aprendizagem no sentido de Brousseau)? IDT-Em6. Apresentam desafios possíveis de serem alcançados, desencadeando níveis de pensamento cada vez mais complexo? IDT-Em7. Apresentam a aplicação e beleza da Matemática?
Indicadores do Desenho de Tarefas /Idoneidade Ecológica
IDT-Ec1. Contemplam os documentos curriculares oficiais (nacional e local)? IDT-Ec2. Buscam articulação entre diferentes conteúdos da Matemática e entre áreas de conhecimento? IDT-Ec3. As tarefas estão contextualizadas com o entorno social e cultural? IDT-Ec4. Os conteúdos das tarefas são úteis para a vida social e laboral?

Os indicadores supramencionados foram de grande importância para a preparação, aplicação, observação e análise da tarefa Poliedros Platônicos “puxe para cima”.

Itinerário Metodológico

A pesquisa se enquadra em uma abordagem qualitativa, de objetivo exploratório que, de acordo com Silveira e Córdova (2009), visa proporcionar maior intimidade com o problema, a fim de evidenciá-lo. Em nosso caso, intentamos uma maior familiaridade com o desenho de tarefas não-padronizadas, que fogem das atividades habituais.

Utilizamos uma tarefa criada a partir do trabalho de Meenan e Thomas (2008), designado “Pull-up Patterned Polyhedra: Platonic Solids for the Classroom”. Refere-se auma nova abordagem para o ensino de sólidos geométricos, fazendo com que o aluno enxergue a transição entre a planificação (figura bidimensional) e o poliedro montado (figura tridimensional), figuras 1 e 2, respectivamente.

Figura 1 – Figura planificada

Fonte: arquivo pessoal do primeiro autor

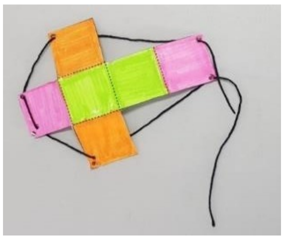
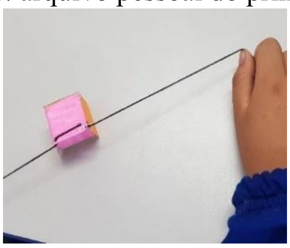


Figura 2- Sólido montado

Fonte: arquivo pessoal do primeiro autor



A figura 3, a seguir, corresponde à atividade original formulada por Meenan e Thomas que contava com moldes dos 5 (cinco) sólidos platônicos, quais sejam: tetraedro,hexaedro, octaedro, dodecaedro e icosaedro. Mas, devido à complexidade na montagem das duas últimas para alunos do 6º ano, optamos por utilizar apenas os 3 (três) primeirosmodelos (figura 4).

Figura 3 – Modelos originais

Fonte: Meenan e Thomas (2008)

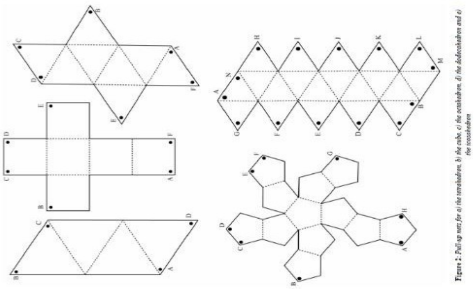
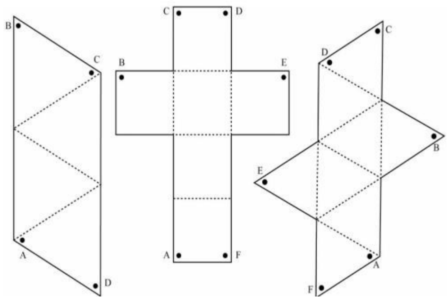


Figura 4 – Modelos utilizados

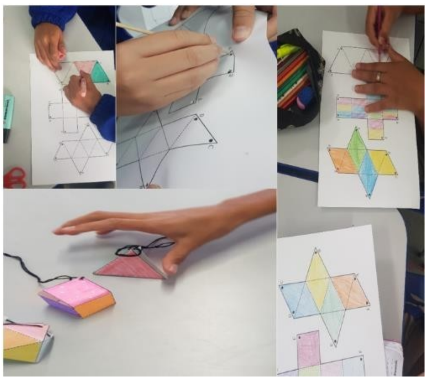
Fonte: Meenan e Thomas (2008)



Aplicamos a tarefa a todos os 150 (cento e cinquenta) alunos do 6º ano do ensino fundamental de uma escola pública da rede estadual de ensino de Vitória da Conquista, interior da Bahia. Antes da aplicação, foi feita uma breve explanação, a modo de revisão,acerca da importância do conteúdo sólidos geométricos no cotidiano e do conceito de poliedros. Os estudantes formaram duplas. As observações atinentes à pesquisa foram registradas em um diário de bordo. Além disso, 143 (cento e quarenta e três) estudantes responderam a um questionário de avaliação, contendo 8 questões, realizado uma semanaapós a tarefa, com o intuito de avaliá-la. Os dados produzidos na feitura da atividade e das respostas do questionário constituíram um corpus bastante expressivo.

Sob a mediação do professor, os estudantes pintaram as figuras, fizeram os furos nos pontos estabelecidos, as dobras nos pontilhados e receberam pedaços de linha para montarem seus sólidos (Figura 5). A tarefa foi desenvolvida num período de 2 horas e 15minutos (3 horas-aula). Destacamos que o conteúdo “sólidos geométricos” foi ministradoàs turmas no mês de abril de 2022, totalizando 3 horas e 45 minutos (5 horas-aula). Comisso, a tarefa serviu como uma atividade de fixação do conteúdo previamente trabalhado.

Figura 5 – A tarefa sendo executada pelos estudantesFonte: arquivo pessoal do primeiro autor



Análise dos dados

Iniciamos a análise da tarefa escolhida pelos **Indicadores do Desenho de Tarefas/Idoneidade Ecológica**. Observamos que a tarefa cumpre o indicador IDT-Ec1, estando o conteúdo da tarefa contemplado nos documentos curriculares oficiais, tanto em nível nacional como local, valendo ressaltar que o mesmo está presente na Unidade 3 do livrodidático do aluno. Antes e durante a realização da tarefa foi destacado e discutido a presença dos sólidos geométricos no entorno social do aluno, incentivando-os a dar exemplos da presença desses sólidos em seu cotidiano, atestando assim que a tarefa cumpre o indicador IDT-Ec3. Com respeito ao indicador IDT-Ec4, convém considerar que o conteúdo abordado na tarefa é amplamente utilizado na vida social e laboral e, para corroborar a utilidade do assunto, evidenciamos, abaixo, uma das respostas de um aluno: *"Na minha opinião esse trabalho realmente foi interessante e legal, isso me motivou para**perceber mais a geometria no nosso dia a dia**."* (Resposta ao questionário, estudante 54.Grifo nosso).

O fragmento de fala do estudante nos remete as reflexões de Pires et. al (2000, p.15) sobre a importância da geometria para desenvolver "um tipo especial de pensamento"para melhor compreender o mundo em que vive.

Enxergamos presentes, também, os **Indicadores do Desenho de tarefas/Idoneidade Epistêmica**, especificamente o indicador IDT-E1, haja vista a formaa qual a atividade foi apresentada aos alunos, com enunciado claro e adequado ao nível de ensino.

Ademais, os **Indicadores do Desenho de Tarefas/Idoneidade Cognitiva** são facilmente observados nos resultados das perguntas 2 (dois) e 6 (seis) do questionário, figuras 6 e 7, respectivamente:

Figura 6 – Questão 2 do Formulário aplicado aos alunos (Fonte: dados da pesquisa)

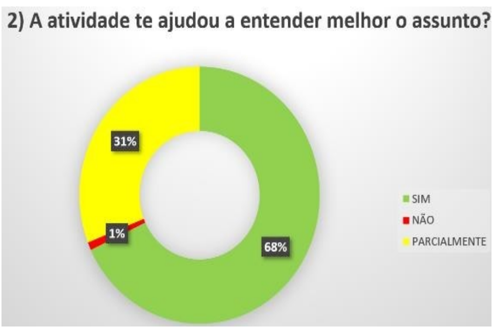


Figura 7 – Questão 6 do Formulário aplicado aos alunos (Fonte: dados da pesquisa)

Percebemos que os resultados acima atestam a importância das tarefas na buscade ampliar ou sistematizar os conhecimentos dos alunos, IDT-C2, além de incentivar ouso de estratégias de resoluções diferentes, criativas e originais, precisamente o IDT-C4. Para evidenciar os indicadores de desenhos de tarefas ligados às **Idoneidades Emocional**, **Interacional** e **Mediacional**, transcrevemos a resposta do estudante 108:"*Eu gostei da atividade, foi muito* ***interessante e desafiadora****. Eu gostei de* ***fazer asfiguras sólidos geométricos****. E também* ***gostei que foi uma atividade coletiva.****"* (Resposta

ao questionário, estudante 108. Grifo nosso).

Ao relatar a atividade como "interessante e desafiadora" ¸ observamos presentes os indicadores IDT-Em3 e IDT-Em6, dado que incentivam a participação e interesse e apresentam desafio possíveis de serem alcançados, ao passo que a expressão "fazer as figuras geométricas" relaciona-se com o indicador IDT-M1**,** porque fornecemos o uso dematериais manipuláveis. Por fim, a afirmação "gostei que foi uma atividade coletiva" remete-se ao indicador IDT-I2, já que incentivamos a resolução da tarefa em grupos**.**

Acerca das outras perguntas do questionário, temos que: 89% dos estudantes afirmaram que houve incentivo para resoluções individuais, em dupla ou em grupo (indicador IDT-I2); 74% declararam ver os conceitos geométricos no seu cotidiano (indicador IDT-Ec3); 87% confirmaram a ocorrência de diálogos e argumentações entresos alunos e entre professor e alunos (indicador IDT-I1); 76% alegaram que houve temposuficiente para realizar a tarefa (indicador IDT-M2**)**, além de 67% afirmarem ter realizadoa tarefa com motivação (indicador IDT-Em1).

Além do exposto, um depoimento de um dos estudantes permeia por vários critérios de idoneidade, afirmando: "*Eu gostei muito da atividade* ***em dupla*** *(IDT-I2), foi****muito interessante*** *(IDT-Em3) e* ***diferente*** *(IDT-C5). Outra coisa que gostei foi que* ***o professor nos ajudou na***

atividade** (IDT-I1)* *deixou a gente* ***soltar nossa criatividade *(IDT-Em1) na hora da pintura. Eu achei* ***formas diferentes e interessantes que eu nuncavi*** *(IDT-C4), eu quero muito que tenha mais atividade como esta que realizamos nesse dia,* ***essa atividade foi incrível*** *(IDT-Em1).”* (Resposta ao questionário, estudante 13. Grifo nosso, com os indicadores).

Reflexões finais

Após a aplicação dessa tarefa nos sentimos muito mais motivados em selecionar e criar tarefas para serem apresentadas à comunidade escolar, tendo em vista os resultados promissores. Sentimos que o caminho a ser trilhado é esse, o da busca da inovação, de ouvir o que os alunos querem aprender e de adequar, sempre que possível, as atividades a esses interesses. Não podemos perder de vista que nossas aulas não são para nós. Não podemos querer educar a nova geração como fomos educados. Nas respostas dos questionários, o **critério de idoneidade emocional** foi, decerto, o mais citado pelos alunos aos falarem sobre essa tarefa, fazendo-nos perceber que eles têm se aproximado mais da matemática. Diuturnamente, temos pensado nesses tipos de tarefas, não *standard*, tendo como foco nossa pesquisa em desenvolvimento. Sentimos estar no caminho certo quando lemos um comentário de um participante (estudante 57) o qual afirma: *“aprendimuito, pois saímos do padrão que era só ficar no quadro branco”*.

Referências

BRASIL. Lei nº 5.692/1971, de 11 de agosto de 1971, que fixa Diretrizes e Bases para oensino de 1° e 2º graus, e dá outras providências. 1971. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/L5692impressao.htm. Acesso em: 13 jun. 2022.

BRASIL. MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. Base Nacional Comum Curricular. 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/. Acesso em: 13 de jun. 2022.

CALDATTO, Marlova; PAVANELLO, Regina. Um panorama histórico do ensino de geometria no Brasil: de 1500 até os dias atuais. Quadrante, v. 24, n. 1, p. 103-128, 2015.

D'AMBROSIO, Ubiratan. Educação Matemática: da teoria à prática. – 23ª ed. - PapirusEditora, 2012.

GUSMÃO, Tania Cristina Rocha Silva; FONT, Vicenç Moll. Ciclo de estudo e desenhode tarefas. Educação Matemática Pesquisa, v.22, n.3, p.666-697, 2020.

LORENZATO, Sergio (Ed.). O laboratório de ensino de matemática na formação de professores. Autores Associados, 2012.

MATOS, José Manuel; DA SILVA, Maria Célia Leme. O Movimento da Matemática Moderna e diferentes propostas curriculares para o ensino de geometria no Brasile em Portugal. Boletim de Educação Matemática, v. 24, n. 38, p. 171-196, 2011.

MEENAN, EB; THOMAS, BG. Poliedros Padronizados Pull-up: Sólidos Platônicos paraa Sala de Aula. In: Bridges Leeuwarden: Matemática, Música, Arte, Arquitetura, Cultura . 2008. pág. 109-116.

MIORIM, Maria Ângela (1998). Introdução à História da Educação Matemática. São Paulo: Atual.

MONDINI, Fabiane; MOCROSKY, Luciane Ferreira; SANTOS, Marli Regina dos. Geometria e Fenomenologia. In: Bicudo, Maria Aparecida Viggiani (Org.). Filosofia da educação matemática: fenomenologia, concepções, possibilidades didático-pedagógicas. São Paulo, SP: Editora UNESP, 2010.

PAVANELLO, Regina Maria. O abandono do ensino de geometria no Brasil: causas e consequências. Etiké, v.1, n.1, 1993.

PIRES, Célia Maria Carolino; CURI, Edda; CAMPOS, Tânia Maria Mendonça. Espaço e forma: a construção de noções geométricas pelas crianças das quatro séries iniciais do Ensino Fundamental. São Paulo: PROEM, 2000.

RÊGO, Rogéria Gaudencio do; RÊGO, Rômulo Marinho do; VIEIRA, Kleber Mendes. Laboratório de ensino de geometria. Campinas, SP: Autores Associados, 2012.

SILVEIRA, Denise Tolfo; CÓRDOVA, Fernanda Peixoto. In: GERHARDT, Tatiana Engel (org); SILVEIRA, Denise Tolfo (org). Métodos de pesquisa. UniversidadeAberta do Brasil–UAB/UFRGS e Curso de Graduação Tecnológica– Planejamento e Gestão para o Desenvolvimento Rural da SEAD/UFRGS. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009.derativa do Brasil, Brasília.

Competência de observar com sentido a prática docente com o tema equações

Ability to meaningfully observe teaching practice with the theme of equations

Habilidad para observar significativamente la práctica docente con el tema de las ecuaciones

Fabiana Caldeira Damasco[652]
EMEF Pref. Edgar Fontoura
0000-0003-4713-8894

Claudia Lisete Oliveira Groenwald[653]
PPGECIM/ULBRA
0000-0001-7345-8205

Modalidade: Comunicação Oral
Núcleo Temático: Processos de Ensino e aprendizagem da Matemática em diferentes modalidades e níveis educacionais.

Resumo

Esta comunicação é um recorte de uma tese de doutorado com o problema: como os professores de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental, ao participarem de um grupo colaborativo, qualificam a competência de Observar com Sentido situações de ensino e aprendizagem e aperfeiçoam seu planejamento didático quando identificam e discutem as dificuldades apresentadas pelos alunos ao desenvolverem uma Trajetória Hipotética de Aprendizagem com equações na perspectiva da Base Nacional Comum Curricular - BNCC? O percurso metodológico realizou uma formação continuada por meio de um grupo colaborativo, investigando o processo de ensino e aprendizagem do tema Equações. Os resultados indicam indícios do desenvolvimento e ou a qualificação da competência de Observar com Sentido a prática profissional.

Palavras-chave: Educação Matemática; Anos Finais do Ensino Fundamental; Equações no Ensino Fundamental.

[652] fabianadamasco@rede.ulbra.br
[653] claudiag@ulbra.br

Introdução

Apresenta-se nesta comunicação um recorte da tese de doutorado "Formação Continuada de professores de Matemática e o desenvolvimento da competência deObservar com Sentido", onde foram realizadas formações em um grupo colaborativo de professores de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental do município de Canoas, com o tema Equações de acordo com as habilidades descritas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2018). De acordo com a BNCC a temática de equações é para ser desenvolvida do 6º aos 9º anos do Ensino Fundamental, são desenvolvidas equações, utilizando o princípio aditivo e multiplicativo, com os resultados de acordo com os respectivos conjuntos numéricos trabalhos em cada ano letivo.

O problema de pesquisa foi: como os professores de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental, ao participarem de um grupo colaborativo, qualificam a competência de Observar com Sentido situações de ensino e aprendizagem e aperfeiçoam seu planejamento didático quando identificam e discutem as dificuldades apresentadas pelos alunos ao desenvolverem uma Trajetória Hipotética de Aprendizagem com equações na perspectiva da Base Nacional Comum Curricular? O objetivo geral foi investigar a qualificação da competência de *Observar com Sentido* a temática Equações nos anos finais do Ensino Fundamental, na perspectiva da BNCC emum grupo de formação continuada de professores de Matemática no Município deCanoas.

Neste sentido apresenta-se a perspectiva do desenvolvimento e/ou qualificação da competência de Observar com Sentido.

Competência de observar com sentido

A competência de *Observar com Sentido* pode ser caracterizada como a relação entre três habilidades: *identificar* os aspectos relevantes da situação; *interpretar* o conhecimento sobre o contexto para pensar sobre as interações em sala de aula; *tomar decisões de ação.* Caracteriza-se pelo fato do professor ser capaz de reconhecer os aspectos que podem ser relevantes, na sala de aula, para explicar a aprendizagem da Matemática (Fernández, Llinares & Valls, 2013, 2012, 2011; Fortuny & Rodríguez, 2012, Mason, 2002; Zapatera & Callejo, 2013; Llinares, Ivars, Buforn & Groenwald, 2019).

Tais habilidades permitem ao professor gerar informação contextual para apoiara tomada de decisões relacionadas a uma dada situação que está sendo analisada, com o objetivo de favorecer a aprendizagem de seus estudantes. A partir dessas três habilidades, destaca-se, também, a importância de se realizar conexões entre os acontecimentos da situação dada com os princípios, ideias e conceitos mais gerais sobre o ensino e aprendizagem.

A competência docente de *Observar com Sentido* as situações de ensino e aprendizagem da Matemática, entendida dessa forma, tem se revelado uma competênciacomplexa, pois exige mobilizar diferentes domínios de conhecimentos em situações nas quais o professor deve tomar decisões, que levam, muitas vezes, a gerenciar *dilemas de ensino*[654] (Llinares, 2013; Sánchez-Matamoros, Fernández & Llinares, 2014). Nessa perspectiva, a ideia de *conhecimento em uso* permite ao professor identificar os elementos matemáticos que intervêm nas respostas dos estudantes, reconhecer a legitimidade das respostas quando eles resolvem as tarefas matemáticas, quando os procedimentos utilizados não os usuais, ou quando é necessário reconhecer o progresso na compreensão das ideias matemáticas dos estudantes.

Nessa perspectiva, a competência de *Observar com Sentido*, implica ir além de reconhecer se os estudantes respondem certo ou errado às tarefas propostas. Significa identificar os elementos matemáticos que intervêm nas respostas dos estudantes e considerá-los integrantes de uma trajetória de aprendizagem do conceito matemático, visto da perspectiva da aprendizagem e não somente da Matemática.

Para Llinares (2011), a identificação de conhecimentos e habilidades específicas, necessárias para ensinar Matemática, envolve a análise do sistema de atividades que compõem a prática de ensino da Matemática, possibilitando identificar três conjuntos deatividades que articulam os componentes do conhecimento profissional que permitem: executar, analisar, diagnosticar e dar sentido às produções matemáticas dos estudantes, comparando essas produções com os objetivos pretendidos; planejar e organizar oconteúdo matemático para ensiná-lo, determinando os planos de ação; dotar de sentido e administrar a comunicação matemática na sala de aula.

[654] Gerenciar dilemas de ensino por parte dos professores significa tomar decisões entre duas ou mais situações conflitantes referentes ao desenvolvimento do ensino e aprendizagem de seus alunos, podendo ser: metodologia de ensino; objetivos a serem desenvolvidos; conteúdos a serem desenvolvidos e atividades didáticas (Llinares, 2013; Sánchez-Matamoros, Fernandez & Llinares, 2014).

A atividade de ensinar Matemática é composta pelos seguintes sistemas de atividade, segundo Llinares (2009): organizar o conteúdo matemático para ensiná-lo; analisar e interpretar as produções matemáticas dos alunos; administrar o conteúdo matemático em sala de aula.

Percurso metodológico

A escolha metodológica desta investigação é qualitativa com foco em um estudo de caso. Buscou-se este caminho metodológico com o objetivo de investigar as evidências do desenvolvimento da competência de *Observar com Sentido*, assim como, investigar quais aspectos contribuem para o desenvolvimento e/ou qualificação dessa competência para atingir os objetivos almejados com um grupo de professores deMatemática do Ensino Fundamental no município de Canoas/RS.

Foi realizada uma Formação Continuada por meio de um grupo colaborativo, com 18 professores de Matemática que atuam nos anos finais do Ensino Fundamentalno município de Canoas do estado do Rio Grande do Sul e 2 professoras formadoras (pesquisadora e orientadora)

As formações com o grupo colaborativo ocorreram no PPGECIM/ULBRA, no turno da noite, onde discutiram, refletiram e desenvolveram uma sequência de atividades com a temática Equações nos anos finais do Ensino Fundamental, totalizando 112 horas. Os professores aplicaram as atividades com seus estudantes do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental e analisaram as dificuldades apresentadas pelos estudantes na resolução das mesmas, refletindo e reorganizando a sequência.

Análises dos resultados

Para Damasco e Groenwald (2019) o professor, ao escolher atividades de diferentes níveis de demanda cognitiva, qualifica seu planejamento e amplia seu conhecimento relativo aos conteúdos matemáticos a serem desenvolvidos. Neste sentido, observou-se que os professores adquiriram mais segurança no seu planejamento didático e na tomada de decisões quando identificaram as dificuldades que os estudantesapresentaram.

Na figura 1 apresenta-se a resolução da atividade envolvendo situações- problema, desenvolvida por alguns alunos do 7º ano, onde o objetivo era descobrir o valor da variável. As atividades foram disponibilizadas pelo P6. Os comentários foram desenvolvidos pelos professores participantes do grupo colaborativo, em um dos encontros da formação continuada.

Figura 1 – Tarefa sobre equações do 1º grau aplicada a alunos do 7º ano do E.F.

Tarefa sobre equações do 1º grau	Obstáculos Identificados pelos professores do grupo colaborativo
4) (Coleção Convergências – 2018, Ed. SM, pág. 198 – exercício 8) Escreva no caderno uma equação que represente a situação a seguir. Depois, calcule a quantia que Otávio tem. • O triplo da quantia que Otávio tem mais R$ 12,00 é igual a R$ 264,00. $3x+12=264$ $3x=-12+264$ $\frac{3x}{3}=\frac{+252}{3}$ $x=+756$	Observou-se que o aluno escreveu corretamente a equação, aplicou os princípios aditivo e multiplicativo, porém ao determinar a raiz da equação em vez de "dividir por 3" ele "multiplicou por 3". O aluno apresenta bom entendimento do conteúdo contudo teve falta de atenção ao determinar o resultado.
$3x+12=260$ $3x\ 248$ $\frac{3x}{3}=\frac{248}{3}$ $\boxed{x=[illegible]}$	Observou-se que o aluno escreveu a equação de acordo, porém no segundo membro em vez de "264" ele escreveu "260" o que ocasionou uma sucessão de erros em sequência.
4) (Coleção Convergências – 2018, Ed. SM, pág. 198 – exercício 8) Escreva no caderno uma equação que represente a situação a seguir. Depois, calcule a quantia que Otávio tem. • O triplo da quantia que Otávio tem mais R$ 12,00 é igual a R$ 264,00. Otávio tem R$ 84,00 $3x+12=264$ $3x=+264-12$ $\frac{3x}{3}=\frac{+252}{3}$	Observa-se que o aluno seguiu corretamente todos os passos para a resolução da equação, aplicou os princípios aditivo e multiplicativo e encontrou a raiz da equação e finalizou respondendo à questão do enunciado.

4) $3X+12=264$ $3X = -12+264$ $\frac{3X}{3}$ $\frac{252}{3}$ $x=84$	Observou-se que o aluno desenvolveu corretamente a equação, aplicou os princípios aditivo e multiplicativo e encontrou a raiz da equação.
4) $3x+12=264$ $-12+264$ $x=126$ $\frac{252}{3}$	Observou-se que o aluno escreveu corretamente a equação, porém ao determinar o valor da raiz errou na divisão.
4) (Coleção Convergências – 2018, Ed. SM, pág. 198 – exercício 8) Escreva no caderno uma equação que represente a situação a seguir. Depois, calcule a quantia que Otávio tem. • O triplo da quantia que Otávio tem mais R$ 12,00 é igual a R$ 264,00. $3+12,00 = 264,00$	Observou-se que o aluno apenas escreveu a equação e com erro na representação, em vez de escrever "o triplo da quantia" ele escreveu somente o número "3".
Notou-se que a maioria dos alunos apresentou falta de atenção na organização e resolução da equação, também que poucos, ao encontrarem as respostas, finalizam o exercício respondendo a questão do enunciado.	

Fonte: Tarefas matemáticas aplicadas na THA, aplicada pelo P6.

Pretende-se com o estudo dessas análises que os professores possam utilizar esses erros como um caminho para a aprendizagem e não como algo com que o aluno deva se sentir intimidado e sim como a possibilidade de construção e superação ao longo do processo.

Com a aplicação das tarefas matemáticas nos anos finais do Ensino Fundamentalcom a temática equações e com graus de dificuldades diferenciados conforme as demandas cognitivas, pode-se constatar os mais diversos tipos de erros.

Frente aos erros cometidos pelos alunos durante a aplicação da THA na resolução de equações do 1º grau nos anos finais do Ensino Fundamental, o referido trabalho teve a intenção de identificar os obstáculos que levam os alunos a cometê-los e,auxiliar os professores a encontrarem metodologias que auxilie na superação desses e assim subsidiar a tomada de decisões.

Entende-se que as tarefas matemáticas por si só não são suficientes para gerar uma atividade matemática mais significativa, e que não basta propor boas tarefas matemáticas para transformar o ensino, no entanto, se reconhece a necessidade de o professor refletir a respeito delas para que possa fazer escolhas e proposições que sejam adequadas à aprendizagem dos estudantes. Corrobora-se a ideia de Penalva e Llinares quando afirmam: “A escolha de tarefas, quando inseridas em um contexto de observação das manifestações de raciocínio matemático dos estudantes, está caracterizada pela aquisição da competência docente de olhar profissionalmente (Penalva & Llinares, 2011).

Conclusão

Evidenciou-se que os professores quando atuam em um grupo colaborativopassam a refletir em conjunto sobre as práticas pedagógicas, despindo-se de suas dificuldades e mostrando-se acessíveis às metodologias que amparem a ampliação de seu conhecimento.

O professor, ao inserir-se em um grupo de formação continuada de forma colaborativa, passa a desenvolver a capacidade e habilidade de cooperação, integração ereflexão, fazendo conexões entre os princípios, as ideias e os conceitos sobre o ensino e aprendizagem do aluno.

O professor, ao refletir sobre suas ações e práticas educativas, faz com que estejaem um processo constante de autoavaliação, aperfeiçoando o processo de ensino, possibilitando que o aluno compreenda a Matemática.

Concluiu-se que o professor ao analisar, diagnosticar e dotar de significado as produções Matemáticas dos alunos, e quando gerencia a comunicação em sala de aula, formulando perguntas que permitam vincular conhecimentos prévios, está na verdade desenvolvendo a competência de *Observar com Sentido*.

Agradecimentos

Esta investigação recebeu apoio da CAPES com a bolsa de produtividade Nível 2 para Claudia Lisete Oliveira Groenwald e com a bolsa taxa de doutorado para FabianaCaldeira Damasco.

Referências

Brasil. Ministério da Educação (MEC). (2018) Base Nacional Comum Curricular – Versão final. Brasília: MEC. Disponível em:

http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf Acesso em: 03 maio de 2018.

Damasco, F. C. & Groenwald, C. L. O. (2019). Demanda Cognitiva de tarefas matemáticas – Equações no Ensino Fundamental. I Congreso Internacional de Ciencias Exactas y Naturales Universidad Nacional. Costa Rica, 2019.

Fernández, C., Llinares, S. & Valls, J. (2011). Características del desarrollo de una mirada profesional en estudiantes para profesor de matemáticas en un contexto blearning. Acta Scientiae, Canoas, v. 13, n. 1, p. 9-30.

Fernández, C., Llinares, S. & Valls, J. (2012). Learning to notice students'mathematical thinking through online discussions. ZDM. Mathematics Education, p. 747-759.

Fernández, C., Llinares, S. & Valls, J. (2013). Primary Teacher's Professional Noticing of Students' Mathematical Thinking. The Mathematics Enthusiast. Special Issue: International Perspectives on Problem Solving Research in Mathematics Education, p. 441-468.

Fortuny, J.M. & Rodríguez, R. (2012). Aprender a mirar con sentido: facilitar la interpretación de las interacciones en el aula. AIEM. Avances de Investigación en Educación Matemática, p. 23-37, 2012.

Llinares, S. (2009). La formación del profesorado de matemáticas. Uno Revista de Didáctica de las Matemáticas, n. 51.

Llinares, S. (2011). Formación de Profesores de Matemáticas: caracterización y desarrollo de competencias docentes. XIII Conferencia Interamericana de Educación Matematica. Recife: [s.n.].

Llinares, S. (2013). Professional Noticing: a component of the Mathematics teachers' professional practice. SISYPHUS. Journal of Education, p. 76-93.

Llinares, S., Ivars, P., Buforn, A. & Xxx,X. (2020). "Mirar Profesionalmente" lassituaciones de enseñanza: Una competencia basada en el conocimiento. En E. Badillo, N. Climent, C. Fernández y M. T. González (Eds.), *Investigación sobre el profesor de matemáticas: formación, práctica de aula, conocimiento y competencia profesional* (pp. 177-192). Salamanca: Ediciones Universidad Salamanca, España

Mason, J. (2002). Researching your own practice. The discipline of noticing. Routledge Falmer: Londres.

Penalva, M. C. & Llinares, S. (2011). Tareas Matemáticas en la Educación Secundaria. In: GOÑI, Jesus María (coord) et al. Didáctica de las Matemáticas. Colección: Formación del Profesorado. Educación Secundaria. Barcelona: Editora GRAÓ. 12, 27-51.

Sánchez-Matamoros, G., Fernandez, C. & Llinares, S. (2014). Developing pre-service Teachers' noticing of students' understanding of the derivatieve concept. International Journal of Science and Mathematics Education, DOI: 10.1007/s10763-014-9544-y.

Zapatera, A. & Callejo, M. L. (2013). Cómo interpretan los estudiantes para maestro el pensamiento matemático de los alumnos sobre el proceso de generalización. En Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa y N. Climent (eds.), Investigación enEducación Matemática XVII, Bilbao: SEIEM, p.535-544.

Gráficos veiculados na mídia: análise das dimensões críticas do letramento estatístico no Ensino Médio brasileiro

Graphics published in the media: analysis of the critical dimensions of statistical literacy in Brazilian high school

Gráficos publicados en la prensa: análisis de las dimensiones críticas de la alfabetización estadística en la Enseñanza Media brasileña

Elisabete Rambo Braga[655]
Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul
0000-0003-0807-8729

Clarissa Coragem Ballejo[656]
Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul
0000-0003-4140-9550

Lori Viali[657]
Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul
0000-0001-9944-3845

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Processos de ensino e aprendizagem da Matemática em diferentes modalidades e níveis educacionais.

Resumo

A mídia é uma das principais fontes de dados que os cidadãos têm acesso. Muitas vezes, essas informações vêm apresentadas em gráficos, por isso, surge à necessidade de formar cidadãos que saibam ler e interpretar tais representações. Este artigo teve por objetivo investigar que dimensões críticas do letramento estatístico surgem na análise de gráficos veiculados na mídia. Participaram do estudo 23 alunos do Ensino Médio de uma escola privada brasileira (com idades entre 15 e 18 anos), que registraram suas análises diante de três gráficos com problemas. Constatou-se que a maioria dos registros feitos pelos estudantes identificou inconsistências nos gráficos, tanto pela ausência de informações relevantes, quanto pela presença de alguns itens que poderiam gerar interpretações tendenciosas. Em menor número, aparecerem apontamentos que revelaram um posicionamento crítico mais proeminente, em relação as informações contidas nos gráficos.

Palavras-chave: Letramento estatístico, gráficos estatísticos, criticidade.

[655] beterambobraga@gmail.com
[656]clarissa.ballejo@acad.pucrs.br
[657]viali@pucrs.br

Abstract

The media is one of the main sources of information that citizens have access to. Often, this makes citizens understand and interpret data. This article aims to show that the critical dimensions of statistical literacies are used in the analysis of graphs in media. Twenty-three high school students from a Brazilian private school participated in the study (ages between 15 and 18 years old), which have recorded their findings about three problems. Records are presented for all information, and for most items that are distinguished by their appearance. In smaller numbers, manifest themselves in revealed numbers as more revealed clarifications, informed in numbers.

Keywords: Statistical literacy, statistical graphics, criticality.

Resumen

Los medios de comunicación son una de las principales fuentes de datos a las que tienen acceso los ciudadanos. A menudo, esta información se presenta en gráficos, por lo que es necesario formar ciudadanos que sepan leer e interpretar dichas representaciones. Este artículo tuvo como objetivo investigar qué dimensiones críticas de la alfabetización estadística surgen en el análisis de gráficos publicados en la prensa. En el estudio participaron 23 estudiantes (entre 15 y 18 años), quienes registraron sus análisis frente a tres gráficos con problemas. Se encontró que la mayoría de los registros realizados por los estudiantes identificaron inconsistencias en los gráficos, tanto por la ausencia de información relevante como por la presencia de algunos ítems que podrían generar interpretaciones sesgadas. En menor número, hubo notas que revelaron una posición crítica más destacada, en relación a la información contenida en las gráficas.

Palabras clave: Alfabetización estadística, gráficos estadísticos, criticidad.

Introdução

Atualmente são compartilhadas estatísticas abrangendo múltiplos contextos sobre diferentes campos, como na educação, saúde, economia, política, nos esportes, entre outros. Tais informações podem influenciar na tomada de decisões tanto individuais, quanto coletivas e, consequentemente, a capacidade de processar essas mensagens torna-se substancial para o exercício da cidadania.

Sobre esse aspecto, Ballejo, Braga e Viali (2021) afirmam que as habilidades de interpretação, análise e compreensão de informações estatísticas apresentadas na forma de índices, tabelas e gráficos, disponibilizados na mídia ou em estudos científicos, necessitam ser desenvolvidas no decorrer do processo de escolarização. À vista disso, a Estatística visa compreender a complexidade da sociedade contemporânea e contribuir com a tomada de decisões em situações de variabilidade de dados. E, para Costa Júnior, Monteiro e Cavalcante

(2021, p. 17), “o letramento estatístico contribui para que as decisões tomadas sejam conscientes”.

Diante desta realidade, este estudo visa responder ao seguinte questionamento: *De que forma pode-se avaliar as dimensões críticas do letramento estatístico na análise de gráficos veiculados na mídia por estudantes do Ensino Médio?* Tendo como finalidade responder a essa problemática, inicialmente, discorre-se sobre o modelo de letramento estatístico proposto por Gal (2002; 2019), mais especificamente sobre as habilidades e atitudes críticas, estabelecendo relação com a Base Comum Curricular (BNCC, 2018). Na sequência, descreve-se a análise dos protocolos de registros, obtidos mediante a aplicação de um questionário, com uma questão aberta, sobre três gráficos.

Referencial teórico

Letramento estatístico e a Estatística na BNCC

De acordo com Gal (2002; 2004), o letramento estatístico é composto por dois componentes inter-relacionados, denominados elementos do conhecimento e de disposição. O primeiro refere-se à capacidade do indivíduo de interpretar e de avaliar, de modo crítico, dados que são encontrados em contextos diversificados e, o segundo relaciona-se a comunicação do entendimento sobre o significado dessas informações quantitativas, bem como a exposição da opinião a respeito das implicações decorrentes.

Tal modelo visa o desenvolvimento simultâneo de cinco componentes do conhecimento: habilidade de letramento, conhecimento estatístico e matemático, contexto e questões críticas, além de dois elementos comportamentais: postura crítica e crenças e atitudes (Gal, 2002). Conforme já ressaltado, neste estudo enfatizam-se as habilidades críticas e o posicionamento crítico, sem haver prejuízo para os demais.

As questões críticas referem-se à capacidade de entendimento e discernimento do conteúdo estatístico da representação dos dados. Costa Júnior e Monteiro (2020) afirmam que esse elemento cognitivo se vincula ao questionamento quanto à adequação do procedimento empregado para análise dos dados, da medida de resumo utilizada e da forma escolhida para a representação desses dados agregados.

Enquanto a postura crítica remete ao comportamento questionador frente às mensagens quantitativas, as quais podem ser, inadvertidamente, manipuladas, apresentando resultados unilaterais, tendenciosos ou incompletos. Os adultos devem ser capazes de elaborar questionamentos sobre os resultados apresentados em relatórios de pesquisas de natureza quantitativa (Gal, 2002).

Consoante às ideias de Gal (2002), a Base Comum Curricular - BNCC (Brasil, 2018) preconiza o desenvolvimento de habilidades que propiciem o letramento estatístico no decorrer da Educação Básica. Nesse cenário, é contundente que os estudantes sejam capazes de ler, interpretar e comunicar dados organizados sobre distintos tipos de registros, como tabelas, gráficos, textos e diagramas. No Quadro 1 apresentam-se tais habilidades no Ensino Médio (15 a 18 anos) na área da Matemática.

Quadro 1.

Habilidades relacionadas ao letramento estatístico no Ensino Médio na área da Matemática e suas Tecnologias (BNCC, 2018)

Habilidades de letramento estatístico na BNCC
(EM13MAT101) Interpretar criticamente situações econômicas, sociais e fatos relativos às Ciências da Natureza que envolvam a variação de grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação, com ou sem apoio de tecnologias digitais. (EM13MAT102) Analisar gráficos e métodos de amostragem de pesquisas estatísticas apresentadas em relatórios divulgados por diferentes meios de comunicação, identificando, quando for o caso, inadequações que possam induzir a erros de interpretação, como escalas e amostras não apropriadas. (EM13MAT104) Interpretar taxas e índices de natureza socioeconômica (índice de desenvolvimento humano, taxas de inflação, entre outros), investigando os processos de cálculo desses números, para analisar criticamente a realidade e produzir argumentos. (EM13MAT202) Planejar e executar pesquisa amostral sobre questões relevantes, usando dados coletados diretamente ou em diferentes fontes, e comunicar os resultados por meio de relatório contendo gráficos e interpretação das medidas de tendência central e das medidas de dispersão (amplitude e desvio padrão), utilizando ou não recursos tecnológicos. (EM13MAT406) Construir e interpretar tabelas e gráficos de frequências com base em dados obtidos em pesquisas por amostras estatísticas, incluindo ou não o uso de softwares que inter-relacionem estatística, geometria e álgebra.

Observa-se que o letramento estatístico perpassa distintas esferas de conhecimento, o que implica em uma ampla versatilidade de contextos possíveis de serem abordados em sala de aula. Contudo, nem sempre é uma tarefa simples para o professor, uma vez que, segundo Sharma (2017), um dos desafios no ensino da Estatística reside na elaboração de atividades que propiciem a compreensão conceitual, evitando concentrarem-se, apenas, nos aspectos processuais e computacionais.

Procedimentos Metodológicos

Esta investigação é predominantemente qualitativa e busca a compreensão do fenômeno estudado no contexto escolar, contemplando os conhecimentos e práticas dos estudantes, conforme recomendam Bogdan e Biklen (1994). Neste cenário, o pesquisador está em contato com a realidade a ser pesquisada, buscando o entendimento do fenômeno mediante a perspectiva dos sujeitos envolvidos. Além disso, de modo complementar, serão apresentados alguns dados quantitativos.

Em consonância com as dimensões críticas do letramento estatístico de Gal (2002) e com a BNCC (2018), propôs-se a 23 estudantes do Ensino Médio, de uma escola particular de Porto Alegre, no Rio Grande do Sul, uma pergunta a ser respondida individualmente a respeito de três gráficos disponibilizados na mídia. Cada uma dessas representações continha equívocos em suas construções, seja pela ausência de informações ou presença de elementos que poderiam gerar interpretações tendenciosas.

A referida proposta foi aplicada por dois autores no segundo semestre de 2021, enquanto os discentes cursavam a disciplina eletiva denominada Estatística aplicada à pesquisa. Destes estudantes, 11 estavam na 1ª série e 12 na 2ª série do Ensino Médio.

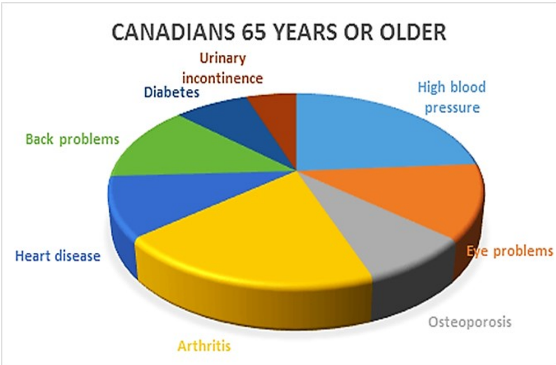
Descrição e análise dos dados

Tendo em vista a centralidade da decodificação visual e da compreensão do contexto para o entendimento de uma representação gráfica de dados estatísticos (Friel, Curcio & Bright, 2001), propôs-se aos estudantes a análise de três gráficos, apresentados nas Figuras 1 itens (a), (b) e (c). Para tanto, foi feita formulada a seguinte pergunta em uma atividade escrita: "Quais questionamentos e análises você pode fazer sobre as conclusões apresentadas nestes gráficos?"

Os discentes responderam individualmente a esse questionamento, para cada um dos gráficos, sem auxílio das pesquisadoras. É pertinente destacar, ainda, que tais estudantes têm domínio suficiente da língua inglesa expressa nos gráficos, não apresentando dificuldades quanto à compreensão do vocabulário. Os dados foram coletados mediante os protocolos de registros elaborados pelos estudantes.

Figura 1.
Gráficos analisado pelos estudantes

(a)

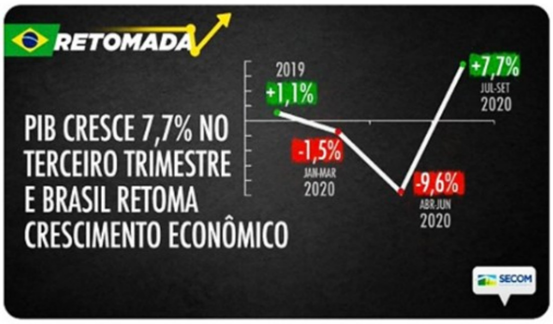


Fonte: https://medium.com/knowledgenudge/

(b)

Fonte: https://www.instagram.com/p/BlrtJxQgNdy

(c)



Fonte: a/secom-deleta-grafico-que-representava-enganosamente-crescimento-economico

Ressalta-se que, para cada uma das tabelas apresentadas a seguir, o total supera o número de participantes, pois ele corresponde à quantidade de tópicos registrados. Desse modo, algumas respostas foram fragmentadas em mais de uma categoria. Em relação ao Gráfico (a), as respostas dadas pelos discentes estão organizadas na Tabela 1.

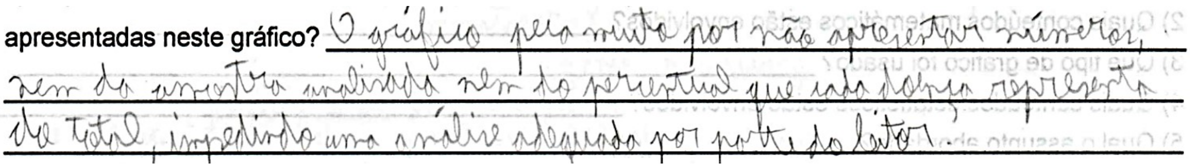
Tabela 1.
Distribuição das respostas sobre o Gráfico (a)

Quais questionamentos e análises você pode fazer sobre as conclusões apresentadas neste gráfico?	Respostas
A - Identificou a falta de elementos no gráfico	33
B - Percebeu as doenças com maior e/ou menor incidência	4
C - Apontou inconsistência entre o título e o contexto	2
D - Considerou que as cores eram muito parecidas	1
E - Identificou que poderia haver ou não pessoas com mais de uma doença	1
F - Apontou falta de elementos que explicitam o contexto do gráfico	1
Total	42

Na categoria A encontram-se as respostas que identificaram a falta de elementos no gráfico, tais como porcentagens e/ou quantidades de cada setor circular, bem como o total de elementos da amostra. Esses aspectos também foram destacados por Friel, Curcio e Bright (2001), ao sinalizarem que, para o entendimento de um gráfico de setores, é preciso ter uma compreensão visual sobre as áreas, a partir do conhecimento matemático. Essa categoria é exemplificada na Figura 2.

Figura 2.

Protocolo de registo de estudante – Gráfico (a)


apresentadas neste gráfico? O gráfico peca muito por não apresentar números, nem da amostra analisada nem da percentual que cada doença representa do total, impedindo uma análise adequada por parte do leitor.

As respostas agrupadas na categoria B correspondem à tentativa de reconhecimento das doenças de maior e menor incidência, por meio da comparação visual entre as áreas dos setores circulares. Enquanto, na Categoria C, os registros identificam dificuldade no entendimento do contexto, devido à incompletude do título.

Na categoria D, encontra-se a resposta que sinalizou a utilização de algumas cores com tonalidades muito parecidas, o que pode dificultar a interpretação do leitor. A categoria E contempla uma única resposta que identificou o fato de o gráfico não estar claro quanto ao número de pessoas envolvidas ou ao número de doenças. Assim, prejudica o entendimento do total, uma vez que questiona se os sujeitos envolvidos poderiam apresentar mais de uma doença. Na categoria F a resposta faz referência à dificuldade de compreensão do contexto em função da falta de elementos.

Santos e Branches (2019) consideram a ausência de informações complementares nas representações gráficas, como por exemplo, o processo de amostragem, o tamanho da amostra e o nível de confiança adotado, um aspecto complicador, gerando maiores demandas em relação às habilidades de letramento. Para os autores, "a ausência desses elementos de referência deve ser o primeiro fator observado pelo leitor ao interpretar um gráfico estatístico.” (ibid., p. 215).

A respeito do Gráfico (b), as respostas foram categorizadas de acordo com a Tabela 2.

Tabela 2.

Distribuição das respostas sobre o Gráfico (b)

Quais questionamentos e análises você pode fazer sobre as conclusões apresentadas neste gráfico?	Respostas
A - Reconheceu que o somatório dos percentuais não totaliza 100%.	17
B - Apontou falhas visuais.	10
C - Identificou a falta do número de sujeitos envolvidos.	6
D - Reconheceu que a pesquisa foi realizada com uma amostra específica.	6
E - Considerou a amostra como população.	2
F - Não respondeu.	1
Total	42

As argumentações reunidas na categoria A perceberam à necessidade de o gráfico totalizar 100% e a falta de um especificador (barra) para os 3% restantes. As respostas da categoria B, por sua vez, reconheceram que o especificador da rejeição ao presidente não existe, dificultando o seu entendimento e, consequentemente, sua interpretação. Posto isso, essa representação não pode ser considerada um gráfico de barras, visto que o referencial (100%) é desconhecido e não existem, de fato, barras.

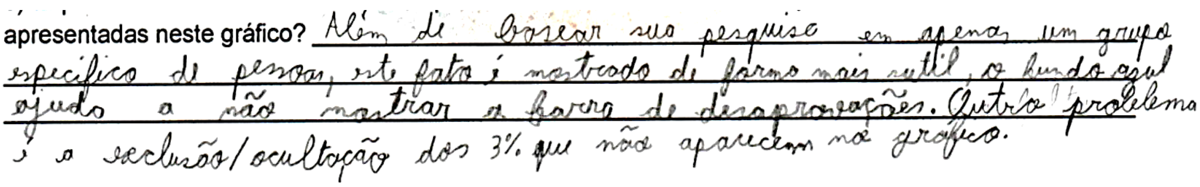
Na categoria C as respostas detectaram que o gráfico não especifica a quantidade de entrevistados, isto é, o total não está indicado. Ainda sobre os sujeitos envolvidos, a categoria D constatou que a pesquisa foi realizada apenas com uma amostra que se identifica com o partido político, ora representado por este presidente.

Em contrapartida, nas respostas da categoria E, não reconheceram a amostra escolhida, uma vez que consideraram tal pesquisa como censitária, visto que julgaram, erroneamente, a amostra como sendo a população. Essas respostas fizeram referência à totalidade dos habitantes dos Estados Unidos. A relevância da representatividade da amostra não está em seu tamanho, mas no fato dela ser aleatória, o que possibilita estabelecer algumas considerações sobre a utilização da probabilidade na estatística.

A Figura 3 exemplifica com uma resposta que contempla as dimensões críticas de conhecimento e de disposição. Observa-se que foi feita uma análise sobre a necessidade de adequação dos elementos do gráfico e sobre o contexto.

Figura 3.

Protocolo de registo de estudante – Gráfico (b)


apresentadas neste gráfico? Além de basear sua pesquisa em apenas um grupo específico de pessoas, este fato é mostrado de forma mais sutil, o fundo azul ajuda a não mostrar a barra de desaprovações. Outro problema é a exclusão/ocultação dos 3% que não aparecem no gráfico.

Nesse cenário, verifica-se que a ausência de elementos no gráfico gerou questionamentos quanto à confiabilidade da pesquisa. Segundo Cazorla (2002), para que tais representações sejam compreendidas, é necessário que sejam explicitados conceitos subjacentes à construção de um gráfico, além de seus componentes, posto que a representação gráfica visa comunicar um conjunto de informações ao leitor. Destaca-se que, neste gráfico, fez-se um recorte de tempo, limitado, dificultando o entendimento do leitor sobre o contexto. Assim, como houve uma queda grande em um trimestre e uma subida, também, grande em outro, estas podem ser variações ocasionais e para analisá-lo seria necessário um período maior de tempo. Sobre o último gráfico (c), as categorias estabelecidas estão dispostas na Tabela 3.

Tabela 3.

Distribuição das respostas sobre o Gráfico (c)

Quais questionamentos e análises você pode fazer sobre as conclusões apresentadas neste gráfico?	Respostas
A - Argumentou sobre a incompatibilidade entre a frase e os dados representados no gráfico	17
B - Reconheceu a falta de elementos no gráfico	4
C - Não identificou elementos incorretos no gráfico	2
D - Não respondeu	2
Total	25

A categoria A da Tabela 3 é composta pelas respostas que expressam que a frase destacada não é coerente com o gráfico, por meio da identificação de que, se há um crescimento de 7,7% no último trimestre de 2020, a linha deveria ficar abaixo do eixo x, ou então o crescimento deveria ser maior do que está explicitado. A Figura 4 apresenta uma destas respostas.

Figura 4.

Protocolo de registo de estudante - Gráfico 3

apresentadas neste gráfico? O gráfico representa de forma enganosa o crescimento econômico, já que mostra como se no período de JUL-SET 2020 o país tivesse se recuperado da queda de -9,6% e tivesse crescido +7,7%.

Na categoria B, as respostas se concentraram em citar elementos faltantes no gráfico, tais como os rótulos, os títulos dos eixos e a escala adotada. De acordo com Santos e Branches (2019), o fato de omitir tais componentes pode propiciar interpretações equivocadas, por parte do leitor.

As respostas da categoria C detiveram-se, apenas, à informação textual, sem buscar relações com o gráfico, não identificando a incompatibilidade entre as informações contidas no texto e no gráfico. Sobre isso, Coutinho, Santos e Giordano (2019) defendem a ideia de que é indispensável que os cidadãos sejam capazes de ler, interpretar e avaliar, com criticidade, as informações estatísticas que são apresentadas nos mais variados contextos. Os autores alertam, ainda, para a exposição de “todo tipo de tentativa de manipulação, para influenciar a compra de um determinado produto, optar por um dado tipo de financiamento bancário” (ibid., p. 6), entre outras situações.

Verifica-se que a maioria das respostas apresentadas identificaram inconsistências nos gráficos em relação aos conhecimentos matemáticos e estatísticos. As considerações se concentraram no âmbito das habilidades críticas (Gal, 2002), pois fazem referência ao conteúdo estatístico da representação dos dados. Houve um pequeno número de respostas que apresentaram um posicionamento crítico frente ao contexto representado pelos dados levantados.

Considerações finais

Este estudo descreve os resultados obtidos a partir de uma investigação sobre a interpretação de gráficos, tendo por finalidade construir argumentos para responder à seguinte problemática: *De que forma pode-se avaliar as dimensões críticas do letramento estatístico na análise de gráficos veiculados na mídia por estudantes do Ensino Médio?*

Para tanto, propôs-se a 23 estudantes do Ensino Médio, que cursaram a disciplina eletiva denominada de Estatística aplicada à pesquisa, que respondessem quais questionamentos e análises poderiam ser feitos sobre as conclusões apresentadas em três gráficos, que continham equívocos em suas construções. Tal proposta esteve alinhada à BNCC e ao modelo de letramento estatístico proposto por Gal (2002; 2019), com maior enfoque nas habilidades críticas e no posicionamento crítico, pertencentes aos componentes cognitivos e de disposição, respectivamente.

Mediante os protocolos de registro feitos pelos estudantes, constatou-se que a maior parte das respostas identificou inconsistências nos gráficos, tanto pela ausência de informações relevantes, quanto pela presença de alguns itens que poderiam gerar interpretações tendenciosas. Essas análises realizadas contemplam elementos de conhecimento de Gal (2002), cujos conhecimentos matemáticos, estatísticos e as habilidades críticas estão implicados. Embora em menor número, também houve registros que demonstraram posicionamento crítico mais acentuado, ponderando, com critérios rigorosos, as informações contidas nos gráficos.

Considera-se relevante que, ao longo de todo o processo de escolarização, os estudantes vivenciem distintas abordagens pedagógicas que promovam o letramento estatístico. Para que ele possa ser potencializado, deve-se oportunizar, constantemente, um ensino de Estatística sob os mais variados contextos, oportunizando o desenvolvimento das capacidades de questionar, investigar, avaliar e explicar mensagens estatísticas apresentadas nas formas de textos, gráficos, tabelas e índices.

Referências

Ballejo, C. C., Braga, E. R., & Viali, L. (2021). Estatística aplicada à pesquisa: desenvolvendo o letramento estatístico no Ensino Médio. *Anais do II Encontro Nacional Online de Professores que Ensinam Matemática*, UNEMAT.

Bogdan. R. C. y Biklen, S. K. (1994). *Investigação qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto.

Brasil. (2018). *Base Nacional Comum Curricular: A área de Matemática*: Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental

Cazorla, I. M. (2002). *A relação entre a habilidades viso-pictóricas e o domínio de conceitos estatísticos na leitura de gráficos*. [Tese de Doutorado. Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, Brasil].

Costa Júnior, J. R., & Monteiro, C. E. F. (2020). A importância do letramento estatístico na licenciatura em matemática. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, *9*(19), 624–646. https://doi.org/10.33871/22385800.2020.9.19.624-646

Costa Júnior, J. R., Monteiro, C. E. F., & Cavalcante, N. I. S. (2021). *Letramento estatístico: explorando dimensões críticas com licenciandos em matemática*. Campina Grande: EDUFCG.

Coutinho, C. Q. S., Santos, A. A., & Giordano, C. C. (2019). Educação Estatística, cidadania e livros didáticos: o papel do letramento estatístico. *Revista Eletrônica de Educação Matemática*, *14*(1), 1-15. DOI: http:// doi.org/105007/1981-1322.2019.e58951

Friel, S., Curcio, F. y Bright, G. (2001). Making Sense of Graphs: Critical Factors Influencing Comprehension and Instructional Implications. *Journal for Research in Mathematics Education*, *32*(2), 124-158.

Gal, I (2002). Adult's statistical literacy. Meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review*, *70*(1), 1-25.

Gal, I (2004). Statistical literacy: meanings, components, responsibilities. In: D. Ben-Zvi & J. Garfield (eds.). *The challenge of developing statistical literacy, reasoning, and thinking*. Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic Publishers (pp. 47-78).

Gal, I. (2019). Understanding statistical literacy: About knowledge of contexts and models. In: J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín y E. Molina-Portillo (eds.), *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística*, Universidad de Granada.

Sharma, S. (2017). Definitions and models of statistical literacy: a literature review, *Open Review of Educational Research*, *4*(1), 118-133. Doi: 10.1080/23265507.2017.1354313

IX CIBEM Congresso Iberoamericano de Educação Matemática 05 a 09 de dezembro de 2022

A utilização da linguagem probabilística no processo ensino e aprendizagem para os anos iniciais do ensino fundamental no Brasil

The use of probabilistic language in the teaching and learning process for the early years of elementary school in Brazil

El uso del lenguaje probabilístico en el proceso de enseñanza y aprendizaje para los primeros años de la escuela primaria en Brasil

Ailton Paulo de Oliveira Júnior[658]
Universidade Federal do ABC
https://orcid.org/0000-0002-2721-7192

Fátima Aparecida Kian[659]
Universidade Federal do ABC
https://orcid.org/0000-0003-0105-7335

Luzia Roseli da Silva Santos[660]
Universidade Federal do ABC
https://orcid.org/0000-0001-6930-9215

Anneliese de Oliveira Lozada[661]
Universidade Federal do ABC
https://orcid.org/0000-0002-1350-8546

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Processos de ensino e aprendizagem da Matemática em diferentes modalidades e níveis educacionais

Resumo

Analisamos sistematicamente a literatura no Brasil, por meio de artigos científicos, dissertações e teses de pós-graduações stricto sensu, que utilizaram a linguagem probabilística no processo ensino e aprendizagem para os anos iniciais do ensino fundamental. Sete estudos foram considerados como resultados, no período de 2007 até 2021, e o software IRaMuTeQ foi utilizado para a análise multidimensional a partir da organização em textos (corpus), considerando o que foi enfatizado na pesquisa, a metodologia, o contexto e tipo de estudo em que foi desenvolvido e os principais resultados e conclusões. As pesquisas sobre o uso da linguagem probabilística nos anos iniciais do ensino fundamental ainda são incipientes,

[658] ailton.junior@ufabc.edu.br
[659] fatima.kian@ufabc.edu.br
[660] luziaroselidasilvasantos@gmail.com
[661] ans.lozada@gmail.com

evidenciando a preocupação com o perfil do aluno e suas relações com o conhecimento experiencial e com o cotidiano, contribuindo para formação de cidadãos conscientes no desenvolvimento da probabilidade.

***Palavras-chave*:** Linguagem Probabilística, Ensino Probabilidade, Publicações Científicas, Revisão Sistemática de Literatura.

Abstract

We systematically analyzed the literature in Brazil, through scientific articles, dissertations and stricto sensu postgraduate theses, which used probabilistic language in the teaching and learning process for the early years of elementary school. Seven studies were considered as results, from 2007 to 2021, and the IRaMuTeQ software was used for the multidimensional analysis from the organization in texts (corpus), considering what was emphasized in the research, the methodology, the context and type of study in which it was developed and the main results and conclusions. Research on the use of probabilistic language in the early years of elementary school is still incipient, evidencing the concern with the student's profile and its relations with experiential knowledge and everyday life, contributing to the formation of conscientious citizens in the development of probability.

Keywords: Probabilistic Language, Probability Teaching, Scientific Publications, Systematic Literature Review.

Resumen

Analizamos sistemáticamente la literatura en Brasil, a través de artículos científicos, disertaciones y tesis de posgrado stricto sensu, que utilizaron el lenguaje probabilístico en el proceso de enseñanza y aprendizaje para los primeros años de la escuela primaria. Se consideraron como resultados siete estudios, del 2007 al 2021, y se utilizó el software IRaMuTeQ para el análisis multidimensional a partir de la organización en textos (corpus), considerando lo enfatizado en la investigación, la metodología, el contexto y tipo de estudio en el que se realizó. se desarrolló y los principales resultados y conclusiones. Las investigaciones sobre el uso del lenguaje probabilístico en los primeros años de la enseñanza fundamental son aún incipientes, evidenciando la preocupación por el perfil del alumno y sus relaciones con el conocimiento experiencial y la vida cotidiana, contribuyendo a la formación de ciudadanos conscientes en el desarrollo de la probabilidad.

Palabras clave: Lenguaje Probabilístico, Enseñanza de la Probabilidad, Publicaciones Científicas, Revisión Sistemática de Literatura.

Consideramos que o estudo de conceitos probabilísticos a partir dos anos iniciais é essencial à formação da criança, visto que no mundo atual, diariamente, recebemos uma grande quantidade de informações, necessitando inclusive, compreender fenômenos aleatórios ou não aleatórios. Além disso, segundo a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (Ministério da

Educação, 2018), a formação de conceitos de natureza probabilística deve ser estimulada desde os anos iniciais do Ensino Fundamental.

Em relação à linguagem probabilística, Vásquez (2018) considera que essa tem uma ligação muito próxima com a linguagem cotidiana, alegando que os primeiros elementos linguísticos que fazem parte do idioma acabam sendo um elemento fundamental para as pesquisas relacionadas ao ensino de probabilidade, principalmente nos primeiros anos do ensino fundamental.

Portanto, neste estudo nos concentraremos em descrever e analisar como emergem elementos linguísticos no processo de ensino e aprendizagem de probabilidade, entendida como uma linguagem especializada.

Marco Teórico

Gal (2005) considera que no letramento probabilístico os elementos cognitivos vinculam-se a cálculos probabilísticos, linguagem, contextos e perguntas críticas, enquanto os elementos da disposição envolvem crenças, atitudes e hábitos. Há necessidade de as pessoas passarem pela alfabetização probabilística para lidar com a gama de situações do mundo real que envolvem geração ou interpretação de mensagens probabilísticas, bem como a tomada de decisão sobre fenômenos que apareçam.

Sobre a linguagem probabilística em livros didáticos na educação primária Batanero et al. (2013) destacam a riqueza e diversidade de expressões verbais e linguagem coloquial que prevalece sobre a linguagem formal. Ainda indica que o idioma está ligado a vários significados de probabilidade, seja ele intuitivo, clássico, frequência e subjetivo, e da linguagem numérica que é desenvolvida de acordo com a introdução de diferentes sistemas numéricos no ensino.

Vásquez (2014) diz que em razão da ligação entre as expressões e uso comum e a linguagem probabilística é que os primeiros elementos linguísticos que suportam a língua natural falada no cotidiano acabam sendo um elemento importante para os estudos probabilísticos, sendo importante que os alunos tenham experiência que os ajudem a apreciar o poder preciso da linguagem probabilística, evitando que se force prematuramente o aluno com a linguagem matemática formal.

Metodologia

Trata-se de uma Revisão Sistemática de Literatura (RSL) que é uma forma de estudo secundário utilizando uma metodologia bem definida para identificar, analisar e interpretar todas as evidências relacionadas a uma questão de pesquisa (Kitchenham e Charters, 2007). Para complementar o mapeamento sistemático com a técnica RSL, e que se caracteriza por oferecer uma ampla revisão de estudos preliminares sobre um tema específico, tem-se como objetivo identificar as evidências disponíveis à utilização a linguagem probabilística no processo ensino e aprendizagem para os anos iniciais do ensino fundamental no Brasil.

A consulta foi realizada *online* nos bancos de dados, especificamente nessa ordem: (1) Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (*BDTD*); (2) Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES; (3) Google acadêmico. As palavras-chaves foram utilizadas de maneira conjugada: Linguagem Probabilística como primeira opção (E) Ensino (E) Educação.

O critério adotado para compor o *corpus* foi: (a) teses e dissertações publicadas no Brasil; (b) artigos publicados em periódicos e eventos científicos publicados no Brasil; que investigaram ou responderam indagações relativas à utilização de abordagens para avaliação da linguagem probabilística nos anos iniciais do ensino fundamental.

Após retorno dos estudos com a busca por meio do sistema de palavras-chave, foi feita a leitura do título e resumo de cada trabalho. O critério de inclusão adotado foi o linguístico, ou seja, textos em língua portuguesa que mencionasse no título ou resumo o tema da utilização de abordagens para avaliação da linguagem probabilística nos anos iniciais do ensino fundamental. Como critérios de exclusão foram adotados os estudos que não correspondessem à temática citada no critério de inclusão, assim como aqueles repetidos, já identificados na busca em outro banco de dados e publicados em outra língua. Por último foi feita a leitura dos textos completos considerados como resultados.

Na busca, especificamente na BDTD foram recuperados 6 trabalhos, sendo que quatro deles foram descartados por se referir ao uso da linguagem probabilística em ciclos diferentes do foco desse trabalho, ou seja, não foram focados nos anos iniciais do ensino fundamental. No Catálogo da CAPES foram identificados 20 trabalhos, sendo que 18 foram excluídos pois não estavam relacionados aos mesmos aspectos identificados na BDTD, dentre outros aspectos, exceto um dos trabalhos já selecionado. No Google Acadêmico foram recuperados 62 trabalhos, dentro os quais, 4 (quatro) deles atendiam ao critério de inclusão (utilização de abordagens para avaliação da linguagem probabilística) ou foram eliminados em função dos critérios de exclusão (uso da linguagem probabilística nos anos finais do ensino fundamental, médio e superior).

Portanto, essa busca retornou 7 resultados (2007 a 2021) e foi realizada leitura de todos os títulos, resumos e o texto para identificar propostas utilizando abordagens para avaliação da linguagem probabilística nos anos iniciais do ensino fundamental no Brasil, quais sejam: Amaral (2007), Silva (2016), Assis (2018), Cavalcanti e Guimarães (2018), Cavalcanti (2018), Paim (2019) e Kian (2021).

Os estudos foram categorizados de modo a responder às questões de pesquisa, a destacar: Como a pesquisa utilizando abordagens didáticas voltadas à utilização da linguagem probabilística nos anos iniciais do ensino fundamental tem contribuído para o ensino de probabilidade no Brasil?

Para tanto foi utilizado o software IRaMuTeQ (Interface R para Texto Multidimensional e Análise de Questionário), utilizado com o objetivo de aperfeiçoar o trabalho da pesquisa, por se valer da otimização do processo de organização e a delimitação mais específica dos textos selecionados, que possibilite o levantamento dos elementos constituintes das representações socialmente compartilhadas, que destacam vestígios de mundos mentais por meio de mundos lexicais por ele esquematizados e, posteriormente, inferidos à técnica de análise de conteúdo (Mutombo, 2013).

Foram propostas questões específicas (QE), que coletam, organizam e apresentam informações relevantes sobre o desenvolvimento de pesquisas voltadas à utilização de abordagens históricas no ensino de estatística, no Brasil, quais sejam: QE_1: O que foi enfatizado? QE_2: Qual é a metodologia ou enfoque metodológico utilizados? QE_3: Qual é o contexto em que é desenvolvido? QE_4: Quais são os tipos de estudos e as áreas envolvidas? QE_5: Quais são os principais resultados e conclusões?

Na sequência, realizamos uma Classificação Hierárquica Descendente (CHD) de modo a dar origem a classes lexicais caracterizadas pelo vocabulário e por segmentos de textos que compartilham o mesmo vocabulário (Camargo & Justo, 2013). Neste sentido as diferentes classes que emergem do *corpus* do texto representam o espaço de sentido das palavras narradas e podem sugerir elementos pertencentes ao estudo.

O conjunto de cada um dos trabalhos selecionados foi organizado em um único texto (corpus), sendo que cada um deles foi definido pelo programa IRaMuTeQ como "segmento de texto". O corpus foi organizado por linhas de comando denominadas de "linhas de asteriscos", nas quais são informados os números de identificação do texto, seguido de algumas variáveis indispensáveis para a realização da análise textual. O procedimento de organização das linhas de comando, para inserção das produções científicas, pode ser observado no exemplo de parte do fragmento do primeiro texto:

**** *texto_01 *pubTipo_01 *anoPub_01 *publicoensino_02 *focotrabalho_02 *PubRegiao_02

> O objetivo desta pesquisa foi investigar o processo de construção de conhecimentos básicos de Estatística por parte dos alunos de um curso de Pedagogia. Este trabalho responde a seguinte questão de pesquisa, que tipo de sequência favorece a construção de significados de conceitos estatísticos de base pelo aluno da pedagogia, particularmente os referentes à articulação entre registros gráficos e tabulares?

Para melhor entender, as variáveis foram codificadas da seguinte forma: (1) Texto: text_01 e assim sucessivamente até text_7; (2) Tipo de publicação: pubType_01, teses e dissertações; pubType_02, artigos publicados em periódicos científicos; (3) Ano de publicação do texto: yearPub_01, publicado em 2007; yearPub_02, publicado em 2016; yearPub_03, publicado em 2018; yearPub_04, publicado em 2019; yearPub_05, publicado em 2021; (4) Público a qual se destina o trabalho: publicTeaching_01, aluno dos anos iniciais do Ensino Fundamental; publicTeaching_01, aluno dos anos iniciais do Ensino Fundamental e do curso de Pedagogia; publicTeaching_03, professor; (5) Foco do trabalho: workFocus_01, ensino de probabilidade; workFocus_02, ensino de estatística e probabilidade; (6) Região brasileira em que foi desenvolvido o trabalho: PubRegion_01, região Nordeste; PubRegion_02, região Sudeste.

Assim, utilizamos o método de Reinert que propõe uma CHD segundo o método descrito por Reinert (1998) que visa obter classes de segmentos de texto (ST) que, ao mesmo tempo, apresentam vocabulário semelhante entre si e vocabulário diferente das ST das outras classes. Enfatizamos que a escolha pela utilização de uma ou outra técnica de análise depende das características do problema e dos objetivos da pesquisa (Leblanc, 2015). Nessa direção, o referencial teórico-metodológico do pesquisador, acrescido do suporte de *softwares* de análise lexicométrica, podem conferir maior confiabilidade às inferências realizadas em pesquisas qualitativas (Santos *et al.*, 2017).

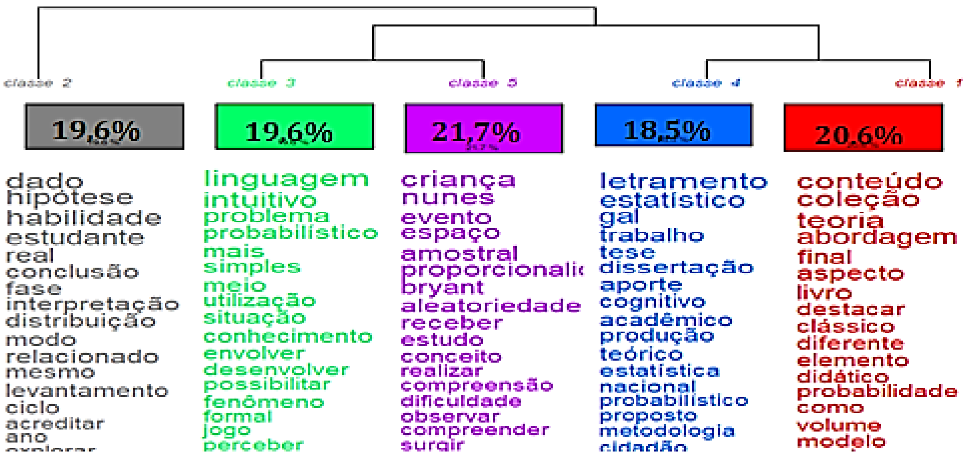
Resultados e Discussões

Salientamos inicialmente que as análises do tipo CHD, para serem úteis à classificação de qualquer material textual, requerem uma retenção mínima de 75% dos segmentos de texto, quando uma análise é inferior a este valor, não é considerada uma análise adequada, pois oferece apenas uma classificação parcial (Camargo & Justo, 2013). Nesse sentido, o corpus textual utilizado para a análise do presente estudo é considerado representativa e útil, pois o aproveitamento foi de 81,32%.

No resultado da Classificação pelo Método de Reinert: Filograma, Figura 1, num primeiro momento, o *corpus* “Corpo" foi dividido (1ª partição ou iteração) em dois *subcorpus*, separando a classe 2 a qual representa 19,6% do corpus textual. Na segunda partição o *subcorpus* foi dividido, podendo observar as Classes 3 e 5 que indicam, respectivamente, 19,6% e 21,7% do total e as Classes 1 e 4 que indicam, respectivamente, 20,6% e 18,5% do total.

Figura 1

Resultado da Classificação pelo Método de Reinert: Filograma



Portanto, as cinco classes contêm as formas ativas ou palavras organizadas que apresentaram maior frequência, em ordem decrescente, e que foram significativas para representar cada um dos s*ubcorpus* por meio do teste de associação quiquadrado gerado nos relatórios do IRaMuTeQ, ou seja, a maior aderência delas na classe e entre as classes e que pode ser observado no Filograma, que é mais um dos resultados da Classificação pelo Método de Reinert (Figura 1).

Tomando o Filograma apresentado na Figura 1, denominamos as cinco classes, individualmente ou em conjunto e que as descreveremos a seguir. Na utilização de estudos bibliográficos como estado da arte e análises de livros didáticos (Classe 2), as palavras desta classe com maiores valores de quiquadrado apoia-se em um estudo bibliográfico (estado da arte) e indicando também a realização de análises de livros didáticos, indicando aspectos do

Letramento Probabilístico segundo Gal (2005) quando propôs um modelo composto por elementos cognitivos e de disposição (atitudes do estudante em relação ao conhecimento: criticidade, crenças e atitudes e sentimentos pessoais). Os elementos cognitivos são formados por grandes ideias (variação, aleatoriedade, independência, previsibilidade e incerteza), cálculos probabilísticos, linguagem, contexto e questões críticas.

Foca-se no texto de Assis (2018) que avaliou uma coleção de livros do Ensino Fundamental na qual foi observado que é proposta abordagem limitada de elementos da Teoria das Probabilidades, recorrendo apenas aos contextos clássicos, o que pode implicar no surgimento de dificuldades de aprendizagem, obstaculizando o desenvolvimento do pensamento probabilístico dos alunos. Por esta razão, é sugerido ao professor a aplicação de atividades que envolvam a utilização de roletas, que são ferramentas que possibilitam uma abordagem bem mais ampla com relação ao ensino de Probabilidade por meio do estudo de fenômenos probabilísticos não equiprováveis, bem como contextualizar os problemas probabilísticos numa perspectiva mais próxima da realidade, lançando-se mão de situações presentes no cotidiano.

Também indica o texto de Paim (2019) que apresentou um Estado da Arte, expondo uma análise descritiva e qualitativa dos dados relativo ao letramento estatístico e/ou probabilístico, presentes em teses e dissertações brasileiras, no período de 2013 até 2018, desenvolvidas em contextos de Ensino Fundamental, Ensino Médio, formação inicial e/ou continuada de professores que ensinam matemática.

Referente à utilização de conhecimentos probabilísticos de crianças em situações de jogos e atividades probabilísticas com situações cotidianas trazendo à tona uma linguagem natural, baseada em crenças e opiniões (Classes 3 e 5), as formas ativas com maiores valores de quiquadrado desta classe revelam o foco nos conceitos e linguagem associada a noção de aleatório, fenômenos aleatórios e determinísticos, espaço amostral, eventos aleatórios e a concepção intuitiva de chance. Ainda indica que as crianças utilizam uma linguagem intuitiva para relacionar aos conceitos apresentados. Tem como suporte estudos de Bryant e Nunes (2012), a BNCC em Ministério da Educação (2018), os PCN em Ministério da Educação (1997).

Foca-se no texto de Amaral (2007) na qual foi utilizado como metodologia os pressupostos da Engenharia Didática, em que participaram das atividades onze alunos do quarto e sextos semestres do curso de Pedagogia de uma faculdade privada de Jacareí/São Paulo, Brasil. Os dados foram analisados à luz de referenciais teóricos sobre a formação do pensamento estatístico, sobre níveis de alfabetização estatística e probabilística e sobre raciocínio estatístico.

Também o texto de Silva (2016) que observou estudou que o significado intuitivo da probabilidade foi evidenciado pelas crianças, que trouxeram à tona uma linguagem natural, relacionando a aleatoriedade à sorte ou ao azar, justificando as respostas a partir de parâmetros particulares e demonstraram melhor compreensão em eventos pouco prováveis e impossíveis.

Além de Kian (2021) que realizou análises textuais, por meio do *software* IRaMuTeQ para identificar e explicar a multiplicidade de termos, expressões orais e escritas, símbolos e representações utilizadas quando se pretende que os alunos aprendam o conceito de forma gradual e adquiram os respectivos conceitos básicos em probabilidade. Os resultados mostram a predominância de palavras e expressões verbais da língua comum relacionado principalmente ao significado intuitivo de probabilidade. Percebe-se também que, com a resolução da sequência das atividades, os alunos começam a se apropriar de uma linguagem menos intuitiva e caminham para a utilização de uma linguagem mais formal de termos probabilísticos, necessário para a apropriação dos conceitos probabilísticos.

Para a utilização de habilidades relacionadas ao levantamento de hipóteses, à interpretação de dados reais univariados e bivariados, ao confronto entre hipótese e dados, à avaliação de conclusões e ao uso de linguagem probabilística em predições (Classes 1 e 4), estas classes estão fortemente articuladas com a Classe 5, pois apresentam outra vertente do estudo de Bryant e Nunes (2012) que alerta para as demandas do raciocínio correlacional, que surgem do entendimento de dois esquemas, a probabilidade e a proporcionalidade.

Focam-se especificamente nos textos de Cavalcanti (2019) e Cavalcanti e Guimarães (2018) que indicam, respectivamente, compreensões demonstradas por estudantes do ensino fundamental ao levantarem hipóteses, analisarem dados reais e tomarem decisões e a aprendizagem de estudantes desse mesmo ciclo de ensino sobre levantamento de hipóteses, análise de dados e conclusões a partir de dados estatísticos.

Considerações Finais

Neste texto, apresentamos análise das produções científicas no contexto brasileiro sobre a utilização de abordagens para avaliação da linguagem probabilística nos anos iniciais do ensino fundamental. Os trabalhos inventariados oferecem elementos importantes para compreender a produção de conhecimento e evidenciar as contribuições e lacunas nessa área de pesquisa, e ao mesmo tempo possibilitar que esse campo possa ser ainda explorado pelos pesquisadores.

Durante o período de 2007 a 2021 foram encontrados 7 trabalhos voltados à utilização de abordagens para avaliação da linguagem probabilística nos anos iniciais do ensino fundamental. Buscamos relatar uma Revisão Sistemática de Literatura (RSL) com o objetivo de fornecer uma visão geral do desenvolvimento da pesquisa em relação a essa temática, no Brasil. O conjunto de trabalhos analisados revelam que:

1. As pesquisas realizadas no período 2007-2021 concentram-se na região Sudeste e Nordeste, com nenhuma investigação nas demais regiões brasileiras (Sul, Norte e Centro-Oeste);
2. A maioria das pesquisas é voltada basicamente aos alunos dos anos iniciais do ensino fundamental e em formação inicial (Pedagogia), faltando trabalhos mais voltados aos professores em efetivo exercício de sua profissão e focada no ensino de probabilidade ou conjugando elementos da estatística e da probabilidade;
3. A grande maioria dos trabalhos foi desenvolvido em programas de pós-graduação, sendo quatro Dissertações e uma tese de Doutorado e um artigo científico fruto de resultados parciais da tese;
4. As pesquisas ainda são incipientes, considerando que o ensino de probabilidade foi inserido na estrutura curricular brasileira, principalmente na Educação Básica com os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN, a partir de 1997 (1º e 2º ciclos) e reforçado na Base Nacional Comum Curricular – BNCC em Ministério da Educação (2018), a partir dos 6 anos abordando aspectos à noção de azar;
5. Na árvore máxima gerada no IRaMuTeQ sobre o conjunto dos trabalhos evidencia-se a preocupação nas pesquisas com o perfil do aluno e suas relações com o conhecimento experiencial e com o cotidiano, contribuindo para formação de cidadãos conscientes do desenvolvimento da probabilidade.

Indicamos que, apesar de ainda ser incipiente a pesquisa no Brasil em relação à utilização de abordagens para avaliação da linguagem probabilística nos anos iniciais do ensino fundamental, os trabalhos selecionados para esse estudo, mostram que a Probabilidade pode influenciar a formação de opinião dos cidadãos, sendo imprescindível que seja construído o conhecimento por meio das informações que se dispõe.

No entanto, há necessidade da realização de mais pesquisas abordando a utilização de abordagens para avaliação da linguagem probabilística nos anos iniciais do ensino fundamental no contexto brasileiro. Por fim, é percebido nos trabalhos o reconhecimento de que a informação probabilística está sempre à disposição da sociedade através dos meios de comunicação e, partindo desse pressuposto, considera-se que os alunos já possuem algum conhecimento sobre a matéria e, portanto, a busca da avaliação da apropriação de uma linguagem probabilística pode auxiliar os alunos na construção de um novo saber crítico e autônomo por meio da disponibilização de novos conhecimentos.

Referências

Amaral, M. H. (2007). *A estatística e a formação inicial com alunos de um curso de pedagogia*: reflexões sobre uma sequência didática. Dissertação de Mestrado em Educação, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, Brasil.

Assis, J. L. (2018). *Ensino de probabilidade:* análise de uma proposta para os anos finais do ensino fundamental. Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Estadual da Paraíba – UEPB, Campinas Grande, Paraíba, Brasil.

Batanero, C., Haro, J. J. O., Contreras, J. M., & Torres, E. G. (2013). El lenguaje de Probabilidad en los libros de texto de educación primaria. *Revista Iberoamericana de Educação Matemática*, 35, 75-91.

Bryant, P., & Nunes, T. (2012). *Children's understanding of probability*: a literature review. Nuffield Foundation. http://www.nuffieldfoundation.org/sites/default/files/files/Nuffield_CuP_FULL_REPORTv_F INAL.pdf.

Camargo, B. V., & Justo, A. M. (2013). IRaMuTeQ: Um software gratuito para análise de dados textuais. *Temas em Psicologia*, 21(2), 513-518.

Cavalcanti, E. M. S. (2019). *Aprendizagem de estudantes do ensino fundamental sobre levantamento de hipóteses, análise de dados e conclusões a partir de dados estatísticos*. Tese de Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal de Pernambuco – Centro de Educação, Recife, Brasil.

Cavalcanti, E. M. S., & Guimarães, G. (2018). Compreensões demonstradas por estudantes do ensino fundamental ao levantarem hipóteses, analisarem dados reais e tomadas de decisões. *ReBECEM*, 2(2), 194-216.

Gal, I. (2005). Towards probability literacy for all citizens: Building blocks and instructional dilemmas (pp. 39-63). In Jones, G., (ed.). *Exploring probability in school*. Springer US.

Kian, F. A. (2021). *A Linguagem probabilística no final dos anos iniciais do ensino fundamental: um caminho para o desenvolvimento da alfabetização probabilística*. Dissertação de Mestrado em Ensino e História das Ciências e da Matemática, Universidade Federal do ABC, Santo André, São Paulo.

Kitchenham, B., & Charters, S. Guidelines for performing systematic literature reviews in software engineering. Technical Report EBSE 2007-001, Keele University and Durham University Joint Report. 2007.

Leblanc, J.-M. (2015). Proposition de protocole pour l'analyse des données textuelles: Pour une démarche expérimentale en lexicométrie. Nouvelles perspectives en sciences sociales (NPSS), 11(1), 25–63.

Ministério da educação. (1997). Brasil. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais: Matemática, v. 3 (Ensino Fundamental)*. Brasília: MEC.

Ministério da educação. (2018). Brasil. *Base Nacional Comum Curricular*: Educação é a base. Brasília. http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf

Mutombo, E. (2013). A bird's-eye view on the EC environmental policy framing. 10 years of Impact assessment at the commission: The Case of DG ENV: ICPP 2013. 1st International Conference on Public Policy; Grenoble, 26-28.

Paim, S. A. O. C. (2019). *O estado da arte das pesquisas brasileiras sobre o letramento estatístico e probabilístico*. Dissertação de Mestrado em Ciências Exatas, Universidade Federal de São Carlos – UFSCar, Centro de Ciências Exatas e Tecnologia, São Carlos, São Paulo, Brasil.

Reinert, M. (1998). Alceste: Analyse de données textuelles. Manuel d'utilisateur. Toulouse: IMAGE.

Santos, V., Salvador, P., Gomes A., Rodrigues, C., Tavares, F., Alves, K., & Bezerril, M. (2017). IRaMuTeQ *nas pesquisas qualitativas brasileiras da área da saúde: scoping review*. 6º Congresso Ibero-Americano em Investigação Qualitativa, pp. 392-401.

Silva, R. C. B. (2016). *É a moeda que fiz, não é a gene que quer não:* conhecimentos probabilísticos de crianças em situações de jogos. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal de Pernambuco, Centro de Educação, Recife, Brasil.

Vásquez, C. A. O. (2014). *Evaluación de los conocimientos didáctico-matemáticos para la enseñanza de la probabilidad de los profesores de educación primaria em activo*. Tesis Doctoral en Educación, Programa de Doctorado em Educación, Universitat de Girona, Espanha.

Vásquez, C. A. O. (2018). Surgimiento del lenguaje probabilístico en el aula de educación primaria. *REnCiMa*, 9(2), 374-389.

Conhecimento de estudantes do ensino médio brasileiro sobre população, amostra e amostragem

Knowledge of Brazilian high school students about population, sample and sampling

Conocimiento de estudiantes brasileños de secundaria sobre población, muestra y muestreo

Luan Costa de Luna[662]
Universidade Federal de Pernambuco
https://orcid.org/0000-0002-2990-253X

André Fellipe Queiroz Araújo[663]
Universidade Federal de Pernambuco
https://orcid.org/0000-0002-7060-0621

Gilda Lisbôa Guimarães[664]
Universidade Federal de Pernambuco
https://orcid.org/0000-0002-1463-1626

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Processos de ensino e aprendizagem da Matemática em diferentes modalidades e níveis educacionais

Resumo

No presente texto, são discutidos os resultados de um estudo que teve o objetivo de investigar os conhecimentos de estudantes do 3º ano do Ensino Médio brasileiro (17 - 18 anos de idade) sobre os conceitos de população, amostra e amostragem. Em termos metodológicos, essa pesquisa possui abordagem qualitativa. O universo de participantes foi de 72 estudantes, os quais responderam 7 itens de um teste diagnóstico. Os resultados apontam um baixo desempenho, evidenciando fragilidades na compreensão da relação entre população e amostra, bem como, nas características dos métodos de amostragem. Independente do contexto de pesquisa apresentado (pessoas, animais e objetos) os estudantes tendem a associar o conceito de população a pessoas, ou até mesmo, quantificá-la. Quanto à amostragem, eles não conseguem perceber o viés de seleção nas amostras por conveniência e por resposta voluntária. Em contrapartida, aceitam bem a amostra estratificada, contudo, desconfiam da aleatória simples devido a crença de que não terão controle da variabilidade. Além disso, costumam utilizar o termo aleatório no sentido coloquial, comprometendo o julgamento das amostras.

[662] luancluna@gmail.com
[663] andrefellipeq93@gmail.com
[664] gilda.lguimaraes@gmail.com

Assim, se faz necessária a implementação urgente de práticas pedagógicas em sala de aula que possibilitem aos estudantes do ensino básico, a apropriação e ampliação desses conceitos, favorecendo o desenvolvimento do letramento estatístico.

Palavras-chave: Educação Estatística, Letramento Estatístico, Amostra, Amostragem, Ensino Médio.

Introdução

A Estatística é definida como uma ciência que se ocupa da coleta, da organização, da análise, da representação e da conclusão de dados para a tomada de decisões (Carzola, Magina, Gitirana & Guimarães, 2017). Diante disso, acreditamos que a educação básica tem um papel imprescindível para o desenvolvimento do letramento estatístico (Gal, 2002) dos estudantes. O qual pode favorecer a apropriação de conceitos dessa importante área do conhecimento, como também, a promoção da autonomia, da investigação e da criticidade.

Nesse ínterim, Gal (2002) sinaliza que a maioria dos indivíduos são consumidores de dados, os quais estão inseridos em contexto de leitura, e, portanto, necessitam dispor de uma postura crítica face à fidedignidade ou não de informações que lhes são apresentadas.

Assim, no contexto de leitura, é fundamental compreender o que é população, amostra e amostragem, e consequentemente, avaliar amostras: Como os dados foram coletados? Os critérios utilizados para a seleção da amostra são adequados? A amostra é representativa? Há algum viés?

Diante disso, compreender o papel da pesquisa censitária e da seleção de amostras representativas da população são aspectos centrais que contribuem para a formação de um cidadão crítico e atuante. Por tais razões, nosso estudo possui o objetivo de investigar o conhecimento de estudantes do 3º ano do Ensino Médio sobre população, amostra e amostragem.

A amostragem e estudos antecedentes sobre o seu ensino e aprendizagem

A amostragem é definida como a área responsável pelo desenvolvimento de “técnicas para seleção das unidades populacionais que formarão a amostra, de maneira que as mesmas sejam representativas de suas respectivas populações” (Bayer, Secheveste, Bittencourt &

Rocha, 2005, p.2). Assim, com amostras bem selecionadas é possível obter conclusões seguras que possam caracterizar e representar as suas respectivas populações.

Diante dessas definições, é pertinente, também, compreendermos mais a fundo os conceitos de população e amostra. No âmbito da Estatística, a população se refere ao conjunto de todos os elementos (indivíduos, objetos, animais) que possuem ao menos uma característica em comum (Triola, 2008), como por exemplo, a população de brasileiros, a população de felinos de uma cidade e a população de livros de uma biblioteca.

Logo, ao se realizar uma pesquisa com toda a população de interesse, a classificamos como censitária ou simplesmente censo. No entanto, quando o tamanho da população é grande, por conta do custo e tempo, torna-se mais viável realizar pesquisas com uma parte representativa dessa população, ou seja, uma pesquisa amostral. E, portanto, a amostra é definida como um subconjunto da população (Triola, 2008).

Nesse contexto, no processo de seleção de uma amostra é imprescindível que ela seja representativa para que sejam garantidas generalizações adequadas e confiáveis para a população. Logo, a representatividade está ligada ao quanto às características da população estão contempladas na amostra. Em uma pesquisa com a população brasileira, por exemplo, a amostra deve levar em conta algumas características, como o sexo, classe social, nível de escolarização, idade, dentre outros, para que de fato ela seja representativa.

Nesse viés, a representatividade de uma amostra ainda depende de outros aspectos, tais como: a variabilidade, o tamanho da amostra e o método de amostragem. A variabilidade está associada à quantidade de fatores para caracterizar uma população. Em um lote de peças automobilísticas produzidas em uma fábrica, por exemplo, é comum termos uma variabilidade pequena, ou seja, suas características são mais homogêneas do que heterogêneas, o que nos permite a seleção de poucas peças para caracterizarmos toda a população. Dessa forma, podemos inferir que o tamanho da amostra está estritamente relacionado com a variabilidade dessa população.

Quanto mais homogênea for a população, ou seja, que tenha uma menor variabilidade (lote de peças), menor o tamanho necessário da amostra para representá-la. Do contrário, quanto maior a variabilidade da população (população brasileira), maior será a amostra, pois será necessário conter todas as características da população na amostra para que ela seja, de fato, representativa. Diante disso, a representatividade, a variabilidade e o tamanho da amostra são conceitos interligados no processo de amostragem.

Os métodos de amostragem referem-se ao processo de seleção dos elementos que irão compor a amostra. Eles são divididos em dois grupos: não-probabilísticos (não-aleatórios) e probabilísticos (aleatórios). Os métodos não-probabilísticos são aqueles em que os elementos da população não têm a mesma probabilidade de ser escolhido para participar da amostra ou essa probabilidade é desconhecida (Moore, 1995). Logo, a seleção desses elementos fica a critério e julgamento do pesquisador. Por conta disso, não é possível, através dos métodos não-probabilísticos, se obter representatividade para a população. Porém, eles têm suas utilidades por serem mais baratos e convenientes, sendo bastante úteis para pesquisas exploratórias e de geração de hipóteses. Os métodos não-probabilísticos são classificados em: amostragem por conveniência, amostragem por quotas e amostragem por resposta voluntária.

Os métodos probabilísticos, por sua vez, são aqueles em que a probabilidade de cada elemento da população pertencer a amostra é conhecida e diferente de zero (Moore, 1995). Nesses, o pesquisador tem a listagem de todos os elementos da população e os elementos que irão compor a amostra são selecionados de modo aleatório e imparcial. Consequentemente, garantem a representatividade e generalizações para a população. Isto significa que podemos associar aos resultados uma certa probabilidade de que estejam, de fato, corretos, indicando um grau de confiabilidade das conclusões obtidas. Os métodos probabilísticos são: amostragem aleatória simples, amostragem sistemática, amostragem estratificada e amostragem por conglomerados.

No que diz respeito a estudos antecedentes sobre o ensino e a aprendizagem de amostragem na Educação Básica, destacamos que Jacobs (1997) já apontava a importância de desenvolver o estudo de amostragem na Educação Básica. Nessa pesquisa, a autora verificou que estudantes americanos do ensino fundamental (9 - 11 anos de idade) apresentavam dificuldades de identificar a amostragem aleatória como um método probabilístico. Além disso, constatou-se que uma parte desses estudantes, apresentaram suas próprias opiniões e julgamentos afetivos sobre os resultados da pesquisa, ignorando os dados e as conclusões estatísticas.

Para além desses resultados, Gomes (2013) constatou que estudantes brasileiros do 5º e 9º ano do Ensino Fundamental (10 - 11 e 14 - 15 anos de idade), independentemente do ano escolar, são capazes de compreender a finalidade de uma amostra. Entretanto, foi observado que esses apresentaram dificuldades na compreensão dos conceitos subjacentes à amostragem, como aleatoriedade, representatividade e realização de inferências.

Nessa direção, o estudo de Reyes e Garcia (2021) constatou que estudantes do Ensino Fundamental e Médio do Chile (entre 13 e 18 anos de idade) conseguem distinguir o conceito de população e amostra apenas em situações com contextos próximos às suas realidades. Quando confrontados com diferentes métodos de amostragem, eles foram incapazes de identificar os vieses associados à seleção das amostras. Consequentemente, também apresentaram fragilidades para identificar quando uma amostra é representativa.

Metodologia

No presente estudo, buscamos compreender o que estudantes brasileiros do 3º ano do Ensino Médio (17-18 anos de idade) de uma escola pública do interior de Pernambuco - Brasil sabem sobre população, amostra e amostragem. A amostra deste estudo foi por conveniência, constituída de 72 estudantes, identificados por E1, E2, ..., E71, E72. Realizamos a coleta de dados a partir das respostas produzidas por meio de um teste diagnóstico que continha 7 itens, os quais tinham por objetivo, estabelecer a relação entre população e amostra e julgar a adequação de métodos de amostragem.

Nos itens 1, 2 e 3, classificamos as respostas dadas pelos estudantes como correta, quando estabeleciam adequadamente a população e a amostra (Figura 1). Para os itens 4, 5, 6 e 7, atribuímos como correto, ao determinarem adequadamente com a devida justificação, se o método de amostragem estava apropriado (Figura 2). Para cada acerto, foi atribuído um ponto. Portanto, a pontuação final do teste diagnóstico poderia variar entre 0 e 7 pontos.

Figura 1 - Itens 1, 2 e 3: Estabelecer a relação entre população e amostra

Pesquisa A	Qual é a população?	Qual é a amostra?
Para descobrir o comportamento do consumidor de café, entrevistou-se 2.021 pessoas que tomam essa bebida.		

Pesquisa B	Qual é a população?	Qual é a amostra?
77 gatos participaram de uma pesquisa que tinha por objetivo saber se eles reconheciam o próprio nome mesmo quando chamados por um estranho.		

Pesquisa C	Qual é a população?	Qual é a amostra?
Foram testados 8 modelos de carros populares para avaliar a segurança desses veículos.		

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 2 - Itens 4, 5, 6 e 7: Julgar a adequação de métodos de amostragem

Donos de uma escola de idiomas (inglês e espanhol) desejam ampliar os serviços oferecidos e querem saber o percentual de seus estudantes que possuem o interesse em se matricular em aulas de francês.

Para isso, quatro pesquisadores entrevistaram 80 estudantes de um total de 800 da escola de idiomas, porém, cada pesquisador selecionou uma amostra diferente.

Julgue cada uma das amostras a seguir em adequada ou inadequada para representar o resultado da pesquisa em questão. Além disso, não esqueça de justificar sua resposta.

Amostras	Adequada ou Inadequada?	Por quê?
Amostra 1: Eduardo entrevistou 80 estudantes que estavam passando no refeitório.		
Amostra 2: Luana entrevistou 40 homens e 40 mulheres, de cada curso de idiomas que a escola possui atualmente (inglês e espanhol), totalizando 80 estudantes.		
Amostra 3: Natália tinha o nome de todos os 800 estudantes anotados em um papel, colocou-os em um chapéu e então tirou 80 deles para realizar a entrevista.		
Amostra 4: Renato entregou um questionário para todos os 800 estudantes e usou os 80 primeiros que foram devolvidos a ele.		

Fonte: Dados da pesquisa

Na seção a seguir, apresentaremos as categorizações emergentes das respostas dos estudantes e a discussão dos resultados.

Resultados

A média de acertos dos estudantes no teste diagnóstico foi de 2,21 pontos (pontuação máxima de 7 pontos). Esse dado nos revela um desempenho muito baixo e conduz a levantar hipóteses de que os conceitos de população, amostra e amostragem foram poucos explorados em sala de aula ou não foram explorados durante a educação básica da amostra de estudantes de nosso estudo. Podemos supor, ainda, que a experiência de vida não tem sido suficiente para essa aprendizagem também.

Com a finalidade de compreender melhor tal desempenho, passamos a analisar de forma mais qualitativa os resultados dos estudantes em cada item. Os itens 1, 2 e 3, como já pontuado, tinham por objetivo perceber se eles estabeleciam adequadamente a relação entre população e amostra (Tabela 1). Para isso, foram apresentadas situações de pesquisa com pessoas, animais e objetos.

Tabela 1 - Percentual de acertos nos itens 1, 2 e 3

	Identifica a população	Identifica a amostra
Pessoas	51,4	48,6
Animais	44,4	45,8
Objetos	45,8	52,8

Fonte: Dados da pesquisa

A partir dos dados da Tabela 1, percebemos que o contexto (pessoas - animais - objetos) não foi um fator determinante no desempenho dos estudantes tanto para identificar a população como amostra. Porém, chama atenção que apenas a metade dos alunos consigam responder de forma correta.

E2: População: Consumidores de café. Amostra: 2.021 consumidores de café.

E21: População: Gatos. Amostra: 77 gatos.

E62: Carros populares. Amostra: 8 modelos de carros populares.

Ressaltamos a importância dos conceitos de população e amostra serem explorados em diferentes contextos, pois, quando as populações se referiam a animais e objetos, alguns estudantes buscavam associar a pessoas que podiam estar relacionadas ao contexto, como nos exemplos a seguir:

E17: População: Estranhos.

E53: População: Donos de gatos.

E10: População: Motoristas.

E59: População: Segurança de carros populares.

Resultados semelhantes foram encontrados em Luna e Guimarães (2022), no qual estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental, 6º ao 9º ano (11 a 15 anos de idade), associavam o conceito de população a pessoas independente do contexto de pesquisa apresentado. Esse cenário reforça a importância de um trabalho sistematizado do conceito de população em sala de aula.

Outra estratégia utilizada pelos estudantes foi a busca de algum número na situação proposta para se referir a população, isto é, eles sentem a necessidade de quantificar quando são solicitados a identificar a população. O que corrobora com os achados de Luna e Guimarães (2022).

E36: População: 2.021 pessoas.

E42: População: 77 gatos.

E51: População: 8 modelos de carros.

Até o momento, apresentamos o percentual isolado de estudantes que identificaram a população e a amostra corretamente. No entanto, é importante realizarmos uma análise que verifique quantos estabeleceram adequadamente a relação entre população-amostra, ou seja, aqueles que identificaram simultaneamente de maneira correta a população e a amostra (Tabela 2).

Tabela 2 - Percentual de acerto nos itens 1, 2 e 3 - Estabelece adequadamente população e amostra

pessoas	**animais**	**estabelecimentos**
38,9	34,7	36,1

Fonte: Dados da pesquisa

Os resultados revelam que estabelecer adequadamente a relação entre população e amostra se mostrou difícil para os estudantes, independentemente do contexto, indicando que é uma habilidade que necessita ser desenvolvida em sala de aula.

Os itens 4, 5, 6 e 7 tinham por objetivo levantar se os estudantes julgavam corretamente os métodos de amostragem e, sobretudo, quais justificativas apresentavam (Tabela 3).

Tabela 3: Percentual de acertos nos itens 4, 5, 6 e 7

Item 4 - Amostra por conveniência	6,9
Item 5 - Amostra Estratificada	55,6
Item 6 - Amostra Aleatória Simples	30.6
Item 7 - Amostra de resposta voluntária	18,1

Fonte: Dados da pesquisa

Podemos observar que julgar a adequação de métodos de amostragem foi também uma habilidade difícil para os estudantes, em especial, a amostra por conveniência e a de resposta voluntária. Ambas são tendenciosas, o que aponta que estudantes possuem bastante dificuldade em perceber amostras não representativas da população de interesse. Estudos antecedentes (Jacbos, 1997; Reyes & García, 2021) reforçam esses resultados. Para entendermos melhor esses resultados, discutiremos cada item isoladamente.

No item 4, respostas classificadas como corretas foram aquelas que argumentaram que a amostra era inadequada, pois, entrevistar apenas os estudantes que estavam no refeitório, é muito restrito e configura-se em uma amostra por conveniência. Diz respeito a um método não probabilístico, isto é, não se dá a mesma chance de todos os elementos da população participarem da seleção (Moore, 1995).

E9: Amostra inadequada. Pessoas diferentes costumam frequentar lugares diferentes. Seria mais adequado considerar outras pessoas. A amostra de Eduardo está restringindo muito.

E32: Amostra inadequada. Não está representando a população, porque as pessoas que estão no refeitório podem ser do mesmo grupo. É um público muito restrito.

No entanto, alguns estudantes afirmaram que seria uma amostra adequada para representar a população de interesse, uma vez que, é uma parte do todo. Ou então, apenas conceberam por um método prático, sem se atentar pelo viés. Além desses, há os que utilizaram o conceito de aleatoriedade no sentido coloquial - como sinônimo de "sem ordem pré-estabelecida", e disseram tanto que o "aleatório" é importante e necessário para a seleção de uma amostra, quanto que o "aleatório" não é um método eficaz.

E25: Amostra adequada. Porque é uma parte do total de estudantes.

E69: Amostra adequada. Rápida e fácil de ser adquirida.

E31: Amostra adequada. Os entrevistados foram escolhidos aleatoriamente.

E53: Amostra inadequada. Escolher de forma aleatória não é uma boa opção.

A partir das justificativas apresentadas pela amostra de estudantes de nosso estudo, fica claro o senso de urgência de se explorar em sala de aula o conceito de aleatoriedade no âmbito da Estatística, e sobretudo, de explicar que a amostra por conveniência não é representativa da população.

Para o item 5, respostas corretas referem-se aquelas que explicitaram que a amostra era adequada, visto que, nela considerou-se características importantes da população de interesse (sexo e curso de idiomas que cursava), as quais são chamadas de estratos. Além do que, deu-se a mesma chance de todos os elementos da população participarem da amostra (método probabilístico). Portanto, denomina-se por amostra estratificada.

E59: Amostra adequada. Possui equilíbrio na quantidade de homens e mulheres e pega pessoas dos dois cursos.

E62: Amostra adequada. Porque ela pegou indivíduos de diferentes cursos (inglês e espanhol) e com variação no sexo (mulheres e homens).

Dos estudantes que deram respostas inadequadas, têm-se aqueles que apontaram a necessidade da realização da pesquisa com toda a população. As justificativas desses estudantes revelam a incompreensão acerca do papel da amostragem.

E1: Amostra inadequada. Porque a pesquisa não foi realizada com todos.

E27: Amostra inadequada. O certo seria entrevistar os 800 estudantes.

Quanto ao item 6, atribuímos como resposta correta, aquelas que julgaram a amostra por adequada, pois concerne a uma amostra aleatória simples, e como o nome sugere, é um método probabilístico.

E37: Amostra adequada. Pois foi por meio de um sorteio.

E39: Amostra adequada. Chances mínimas de um único grupo ser entrevistado, dando chance para todos igualmente.

Porém, encontramos respostas inadequadas que se pautaram que em um método aleatório onde não há controle da variabilidade.

E9: Amostra inadequada. Pois coincidentemente por ser que saiam alunos do mesmo curso de idiomas e ter falta de diversidade nas pessoas.

E32: Amostra inadequada. Pois pode está sorteando pessoas do mesmo grupo.

E71: Amostra inadequada. Possibilita grande variabilidade, entretanto, a sorte pode causar resultados inesperados.

Justificativas semelhantes foram encontradas no estudo de Reyes e García (2021), em que estudantes desconfiam da amostra aleatória simples e preferem o método estratificado, pela crença de que não há controle na seleção da amostra em termos da variabilidade. O que endossa a pertinência de intervenções pedagógicas que possibilitem os estudantes, a partir de experimentações com moedas/baralhos ou planilhas eletrônicas, perceberem que o tamanho da amostra assume papel importante nas medidas de variabilidade.

O item 7, apresentava uma amostra de resposta voluntária, já que "os respondentes decidem por eles mesmos, se serão ou não incluídos" (Triola, 2008, p.7). Assim, respostas corretas foram as que argumentaram por tais razões que a amostra seria inadequada para representar a população.

E9: Amostra inadequada. Se os estudantes forem da mesma língua/sala haverá problemas.

E52: Amostra inadequada. Não necessariamente as pessoas interessadas em se matricular no curso de francês responderão primeiro. O processo de Renato não foi bom.

Assim como nos demais itens, os estudantes apresentaram equívocos ao responderem o item 7: considerar que é uma amostra representativa, pois faz parte da população e de que é método prático.

E5: Amostra adequada. Pois os 80 primeiros estudantes são uma parte dos 800 estudantes (população).

E17: Amostra adequada. Pois, seria uma rápida e boa ideia para entrevistar os 80 estudantes.

Diante das justificativas, percebe-se que os estudantes apresentaram justificativas ingênuas e, portanto, não conseguiram identificar o viés de seleção na amostragem de resposta voluntária. Isto é, que as pessoas que entregaram mais rápido o questionário, podem ter um posicionamento mais forte, e não quer dizer com certeza de que essas queriam se matricular em aulas de francês.

Considerações Finais

Pesquisas de compreensão de população, amostra e amostragem por estudantes ainda são incipientes a nível nacional e internacional. Além disso, no Brasil, tais conceitos foram mais evidenciados em habilidades de aprendizagem nos currículos estaduais e municipais a partir da publicação da BNCC em 2018.

Os resultados desse estudo mostram um baixo desempenho dos estudantes, os quais estão concluindo o último ano escolar da educação básica brasileira (17 -18 anos de idade), o que não é nada animador. Esses estudantes ainda creem que o termo população se refere sempre a um grupo de pessoas, o que corrobora com os resultados de Luna e Guimarães (2022).

No que concerne aos métodos de amostragem, os estudantes tiveram muita dificuldade, os quais apresentaram um pequeno percentual de acerto em situações de julgamento de amostras não probabilísticas, o que indica não possuírem o senso crítico de perceber vieses na seleção de amostras. Resultados similares foram encontrados em Jacobs (1997) e Reyes & García (2021), com estudantes de contextos escolares e sociais diferentes. Constatamos também, que esses apresentam inconsistências em suas justificativas na adequação ou inadequação das amostras.

Ressaltamos, ainda, que os estudantes nesse nível de ensino ainda não compreendem o significado da aleatoriedade quando se referindo a estatística. Esses interpretam no sentido coloquial, ou seja, como sinônimo de "sem ordem pré-estabelecida".

Diante dessas evidências, é pertinente que na escolarização básica sejam trabalhadas metodologias que propiciem aos estudantes a compreensão do conceito de população, amostra e amostragem, favorecendo a construção do letramento estatístico.

Referências

Bayer, A., Echeveste, S., Bittencourt, H. R. & Rocha, J. (2005). Preparação do formando em Matemática-licenciatura plena para lecionar estatística no Ensino Fundamental e Médio. *In: Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências*. Bauru, Brasil.

Brasil (2018). Ministério da Educação e da Secretaria de Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, Brasil.

Gal, I. (2002). Adult's Statistical Literacy: Meanings, Components, Responsibilities – Appeared, *Internacional Statistical Review Australia*, v. 70 1 -33.

Gomes, T. M. (2013). *O todo é a soma das partes, mas uma parte representa o todo? Compreensão de Estudantes do 5º e 9º ano sobre Amostragem.* [Dissertação de Mestrado em. Centro de Educação - Universidade Federal de Pernambuco].

Jacobs, V. R. (1997). Children's Understanding of Sampling in Surveys. In *American Educational Research Association Annual Meeting*.

Luna, L. & Guimarães, G. (no prelo). Compreensão de amostra e amostragem por estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental. Revista de Educación Estadística, v.1, n.1.

Moore, D. S. (1995) *A Estatística básica e sua prática*. 3ª ed. New York: W. H. Freeman and Company.

Reyes, K. R. & Garcia, J. M. (2021). Compreensão de Amostra por estudantes chilenos da escola secundária. *Statistics Education Research Journal,* 20(2), Article 11. International Association for Statistical Education (IASE/ISI).

Triola, M. F. (2008). *Introdução à estatística: atualização da tecnologia*. (Tradução e revisão técnica: Ana Farias e Vera Flores). 10 ed. Rio de Janeiro: LTC.

Elementos de teorias com abordagem semiótica em uma situação do contexto da *Early* Álgebra

Elements of theories with a semiotic approach in a situation in the context of Early Algebra

Elementos de teorías con enfoque semiótico en una situación en el contexto del Álgebra Temprana

Renata Aparecida de Faria[665]
https://orcid.org/0000-0003-4249-3993

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Processos de ensino e aprendizagem da Matemática em diferentes modalidades e níveis educacionais

Resumo

Considerando como pressupostos teóricos a Teoria da Objetivação (TO) e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS), nesse trabalho indicamos um recorte de uma pesquisa de doutorado, cujo objetivo é investigar como elementos de duas teorias com abordagens semióticas emergem em uma situação do contexto da *Early* Álgebra. A situação denominada “Quantos telefonemas”? foi desenvolvida com estudantes do 6◦ ano do Ensino Fundamental de uma escola do norte do Paraná no ano de 2019. Apresentamos as resoluções de dois (2) grupos denominados G2 e G4. A característica do pensamento algébrico - a covariação - entre a quantidade de pessoas e telefonemas permitiu a mobilização de diferentes meios semióticos: artefatos, gestos e representações em vários registros. A análise das informações ocorreu em dois momentos: primeiro sob as lentes teóricas da TRRS, em seguida da TO. Verificamos que apesar das teorias apresentarem distinções ontológicas e epistemológicas nos seus princípios, os elementos – objetivação e subjetivação-, quanto à Teoria da Objetivação e as atividades cognitivas de tratamento e conversão sob o enfoque da Teoria dos Registros de Representações Semióticas emergem de modo síncrono.

Palavras- chave: Covariação, Meios Semióticos, Teoria da Objetivação e Teoria dos Registros de Representação Semiótica.

Abstract

Considering the Theory of Objectification (TO) and the Theory of Registers of Semiotic Representation (TRRS) as theoretical assumptions, in this work we indicate an excerpt from a doctoral research, whose objective is to investigate how elements of two theories with semiotic approaches emerge in a situation from the context of Early Algebra. The situation called “How

[665]rafrenata73@gmail.com.br

many phone calls"? was developed with students from the 6th grade of Elementary School of a school in the north of Paraná in the year 2019. We present the resolutions of two (2) groups called G2 and G4. The characteristic of algebraic thinking - the covariation - between the amount of people and phone calls allowed the mobilization of different semiotic media: artifacts, gestures and representations in various registers. The analysis of the information took place in two moments: first under the theoretical lens of TRRS, then of TO. We verified that although the theories present ontological and epistemological distinctions in their principles, the elements – objectification and subjectivation-, regarding the Theory of Objectification and the cognitive activities of treatment and conversion under the approach of the Theory of Registers of Semiotic Representations emerge synchronously**.**

Keywords: Covariation, Semiotic Means, Theory of Objectification and Theory of Registers of Semiotic Representation.

Resumen

Considerando la Teoría de la Objetivación (TO) y la Teoría de los Registros de Representación Semiótica (TRRS) como supuestos teóricos, en este trabajo indicamos un extracto de una investigación doctoral, cuyo objetivo es indagar cómo elementos de dos teorías con enfoques semióticos emergen en una situación del contexto del Álgebra Temprana. La situación llamada "¿Cuántas llamadas telefónicas"? fue desarrollado con alumnos del 6º grado de la Enseñanza Fundamental de una escuela del norte de Paraná en el año 2019. Presentamos las resoluciones de dos (2) grupos denominados G2 y G4.La característica del pensamiento algebraico - la covariación - entre el cantidad de personas y llamadas telefónicas permitieron la movilización de diferentes medios semióticos: artefactos, gestos y representaciones en diversos registros. El análisis de la información se dio en dos momentos: primero bajo el lente teórico de TRRS, luego de TO. Verificamos que si bien las teorías presentan distinciones ontológicas y epistemológicas en sus principios, los elementos -objetivación y subjetivación-, respecto a la Teoría de la Objetivación y las actividades cognitivas de tratamiento y conversión bajo el enfoque de la Teoría de los Registros de Representaciones Semióticas emergen sincrónicamente.

Palabras clave: Covariación, Medios Semióticos, Teoría de la Objetivación y Teoría de los Registros de Representación Semiótica.

Introdução

No âmbito da Educação Matemática a discussão a respeito das teorias presentes nos trabalhos de Prediger et al (2008) , Bikner-Ahsbahset al (2010), Drijvers et al (2013) indicam que a diversidade de construtos teóricos evidenciam a complexidade de um tema . As distinções entre as teorias podem ser frutíferas no sentido em que exigem um aprofundamento dos conceitos e "(...) forçam os pesquisadores a serem mais explícitos sobre os pressupostos centrais, o que está implícito em cada teoria, seus valores, pontos fortes e fracos" (PREDIGER, BIKNER- AHSBAHS AND ARZARELLO, 2008, p.14).

Para fundamentar esse trabalho optamos por duas teorias que se constituem sob bases semióticas. A relevância dessas teorias com abordagens semióticas em relação a outras teorias do campo da Educação Matemática reside no fato de que diferente de outras áreas do conhecimento, o objeto matemático não pode ser apreendido diretamente pelos sentidos (GODINO, 2018, p.7).

Nesse trabalho escolhemos entre duas teorias da Educação Matemática caracterizadas pelo viés semiótico que baseiam seus princípios ontológicos e epistemológicos em enfoques distintos: a Teoria da Objetivação apresenta um enfoque sociocultural, enquanto a Teoria dos Registros de Representação Semióticas um enfoque cognitivo.

Para ilustrar esta investigação apresentamos uma situação do contexto da *Early* Álgebra, na qual justificamos a importância de discussões a respeito do Pensamento Algébrico desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, conforme documentos oficiais Base Nacional Curricular Comum (BNCC) e Currículo da Rede Estadual Paranaense (CREP).

Desse modo, considerando a presença da Semiótica no processo de ensino aprendizagem de Matemática, das abordagens semióticas da Teoria da Objetivação, da Teoria dos Registros de Representação Semióticas e da relevância de investigações a respeito do Pensamento Algébrico, investigamos as informações coletadas em uma turma do 6º ano , a partir da situação " Quantos telefonemas" ?. A questão investigativa que nos orienta é *Como os elementos de teorias da Educação Matemática de abordagem semiótica, com enfoques socioculturais e cognitivos, emergem de uma situação do contexto da Early Álgebra com estudantes do Ensino Fundamental?*

Apresentamos a seguir a fundamentação teórica, metodologia, análise, considerações finais e referências bibliográficas.

Referencial Teórico

Nesse tópico indicamos uma breve apresentação dos pressupostos da Teoria da Objetivação (TO), da Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) e considerações quanto à *Early* Álgebra.

Teoria da Objetivação

A Teoria da Objetivação proposta por Luís Radford apresenta em seus princípios um enfoque sociocultural. Nesse referencial teórico, a mobilização dos meios semióticos é fundamental para os processos de objetivação e subjetivação, o que resulta na aprendizagem. Esses processos são simultâneos e indissociáveis. A TO pressupõe que o conhecimento é uma construção humana que deriva das relações dialéticas legitimadas de maneira social, histórica e culturalmente constituída.

Uma das questões que Radford suscita é o papel do professor e do estudante em uma relação dinâmica, única, constante denominada de Labor Comum. Durante o Labor Comum, o acesso aos objetos matemáticos ocorre mediante a mobilização dos meios semióticos que possibilitam a atualização do saber (objetivação) e formas de colaboração humana (subjetivação).

Quais os meios semióticos utilizados que permitem a materialização do saber (potencial) em conhecimento? Radford assevera que os meios semióticos de objetivação podem incluir: fórmulas algébricas, gráficos, objetos, gestos, atividade perceptiva, linguagem escrita, fala posição corporal dos alunos e do professor. Todos os recursos semióticos que os estudantes mobilizam para tomar consciência de tais formas históricas de pensamento e ações são denominadas *meios semióticos de objetivação* (RADFORD, 2003).

Teoria dos Registros de Representação Semiótica

O Paradoxo Cognitivo que "emerge como inevitável devido à ubiquidade dos signos na matemática", (Morey, 2020, p.45) em que dois requisitos fundamentais e opostos decorrem do modo de acesso dos objetos matemáticos: para realizar qualquer atividade matemática, as representações semióticas são imprescindíveis e, no entanto os objetos matemáticos não devem ser confundidos com suas representações semióticas. Ou seja, a distinção ontológica preconizada por Raymond Duval, de que a *noésis* (apreensão conceitual) é indissociável da *semiósis* (produção de representações).

A Teoria dos Registros de Representação Semióticas de Raymond Duval possui enfoque cognitivo, situando os registros de representação enquanto ferramentas para apreensão conceitual e modos de representar um objeto matemático.

Para a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, os pressupostos que orientam a teoria não consideram o aspecto social, e sim o cognitivo. A TRRS procura responder questões do tipo Qual a importância da utilização de diferentes registros de representação semiótica, no ensino e aprendizagem de matemática? Como a análise cognitiva da produção dos estudantes auxilia no entendimento das dificuldades de aprendizagem em matemática?

A TRRS foi desenvolvida como ferramenta de análises considerando as representações em distintos registros. Desse modo, considera as atividades cognitivas de formação-identificação de um sistema semiótico-, tratamento que é a resolução da situação no mesmo registro de saída, e a conversão que consiste na mobilização de diferentes registros diferentes do registro de saída, como essenciais ao processo de ensino e aprendizagem em Matemática.

Early Álgebra

O desenvolvimento do Pensamento Algébrico é profícuo na produção de significados, o que reforça a escolha de teorias da Educação Matemática pautadas em perspectivas semióticas. A definição do que é o Pensamento Algébrico e suas possíveis caracterizações, não encontra respostas similares dentre os investigadores do tema, pois depende do que o pesquisador considera relevante para o ensino e aprendizagem da Álgebra escolar. Várias são as características que podem constituí-lo: generalização, relações, funções, cálculos aritméticos.

Nessa investigação, a característica do Pensamento Algébrico presente na situação da *Early* Álgebra é a **covariação**, ou seja, a relação entre duas variáveis. A *Early* Álgebra é uma maneira de pensar que dá significado, profundidade e coerência para a compreensão matemática das crianças, aprofundando os conceitos já ensinados, de modo que haja oportunidade de generalizar relacionamentos e propriedades na matemática (BLANTON et al., 2018, p. 7).

Carraher et al. (2008) ressaltam que a *Early* Álgebra não significa simplesmente o ensino da Álgebra mais cedo, é antes uma nova abordagem que envolve uma mudança conceptual. Situações do contexto da *Early* Álgebra diferenciam-se de uma ideia de Álgebra escolar como um processo de manipulação de símbolos. Nessa perspectiva, algumas dimensões do trabalho com a Álgebra estão presentes nos processos de ensino e de aprendizagem, desde os anos iniciais, como as ideias de regularidade, de generalização e de equivalência. (BRASIL 2016, p. 278)

Procedimentos Metodológicos

A investigação apresentada situa-se nos pressupostos da pesquisa qualitativa-descritiva segundo Bogdan e Biklen (1994). Nesse tipo de abordagem, a análise e interpretação dos dados coletados ocorrem de modo mais profundo e proporcionam novas perspectivas a respeito de um determinado fenômeno.

A coleta de informações ocorreu durante três (3) aulas de cinquenta (50) minutos em um estabelecimento de ensino em uma cidade do Norte do Paraná, na segunda quinzena de novembro de 2019. Os estudantes do 6º ano foram divididos em grupos, dos quais aqui apresentamos os grupos denominados grupo G2 e grupo G4 . Os instrumentos utilizados para as coletas de informações foram gravações de áudio em aparelhos *smartphones*, fotos, anotações diários de campo da pesquisadora e protocolos dos grupos. A nominação dos estudantes de cada grupo está indicada com as duas primeiras letras de seus nomes e a pesquisadora indicada pela letra P.

Apresentamos a análise das informações dos grupos G2 e G4 em dois (2) momentos: no primeiro as inferências quanto às atividades cognitivas de tratamento e conversão conforme os pressupostos teóricos da TRRS. Em seguida, temos as inferências dos processos de objetivação - a atualização do saber-, e da subjetivação a partir das formas de colaboração humana, segundo o referencial da TO.

Após a definição dos grupos foi entregue uma folha de sulfite contendo a seguinte proposta:

Quadro 1**.**

Situação "Quantos telefonemas?" Fonte:Adaptado Canavarro (2007,p.82)

Considere que cinco (5) amigos desejam ligar uns para os outros para desejar Feliz Ano Novo. Quantas ligações podem ser feitas?

Descrição da resolução da situação "Quantos telefonemas'? pelos G2 e G4

A estudante Ga (do grupo G2) se aproxima da pesquisadora e diz que o grupo dela está com dúvidas do que fazer com o material que trouxeram. A pesquisadora se afasta e vai em direção ao grupo, onde há um papelão revestido de folhas coloridas com copinhos em cima, indica na Figura 1

P: Olha só ... qual ideia de vocês?

Estudante Ga: Ahhh... a gente pensou nos nomes dos amigos e fez as cores e os copinhos pra cada um e no primeiro copo são quatro (4) fichas , depois vai diminuindo -e faz um gesto indicando que em cada copinho teria a quantidade de fichas demostrando quantas ligações cada um realizaria.

A estudante Na olha para a pesquisadora e pergunta se podem fazer mais coisas para ver a resposta e a estudante Es pergunta se é para fazer alguma " conta". Prontamente, a pesquisadora responde que podem indicar de quantas maneiras quiserem, inclusive com algoritmos. .

A nova resolução -Figura 2- era composta de desenhos nominados , legenda colorida para cada pessoa e um algoritmo de adição .

Figura 1.

Artefato grupo G2

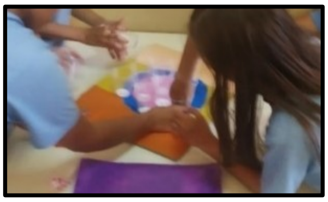


Figura 2.

Representação G2

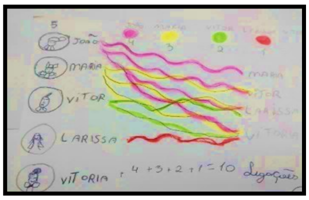


Figura 3.

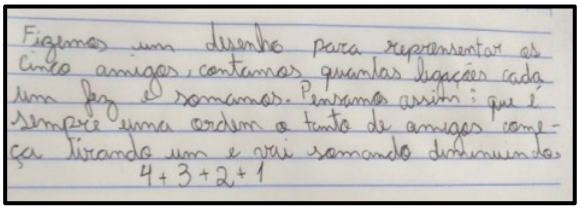
Representação G4

Em seguida, a pesquisadora é solicitada por uma dupla composta pelas integantes do grupo G4, estudantes So e Ca. Ao se aproximar, percebe folhas de sulfite com desenhos nominados - Figura 3- indicando cada pessoa da situação "Quantos telefonemas"?

*P:Vocês fizeram desenhos? Descobriam quantas ligações?.*As integrantes do grupo se entreolham e a estudante So diz - *A gente sabe que vai dar dez (10) ligações .*

Figura 4.

Representação G4


Fizemos um desenho para representar os cinco amigos, contamos quantas ligações cada um faz e somamos. Pensamos assim: que é sempre uma ordem a tanto de amigos começa tirando um e vai somando diminuindo.
4+3+2+1

Estudante Ca: A gente foi explicando uma pra outra que Alice liga pra Ana, depois pro João, a Camila e o Pedro ...e daí dá quatro (4) ligações...(Ana liga pra três (3) João , Camila e Pedro , João liga duas vezes: Camila e Pedro , a Camila só uma vez pro Pedro e o Pedro não precisa ligar pra ninguém , porque já falou com todo mundo!! Em seguida , escrevem a explicação conforme a Figura 4.

Análise e Discussões

As relações inferidas na análise das informações na situação "Quantos telefonemas?" a partir das lentes teóricas da Teoria da Objetivação e da Teoria dos Registros e Representação Semiótica com destaque para as considerações dos elementos constituintes de cada uma.

Primeiro momento: análise dos elementos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica

Iniciamos pela indicação da atividade cognitiva tratamento no Grupo G4.O tratamento consiste na transformação de representações dentro de um mesmo registro , o que corresponde a uma expansão informacional (Duval,2009). Como ressalta Duval (2011, p.45) , a escolha de um determinado registro "(...) depende das possibilidades de tratamento que ele oferece " .

O grupo G4 foi o único apresentou a atividade cognitiva de tratamento ao mobilizar o registro descritivo escrito – o mesmo em que a situação "Quantos telefonemas"? foi apresentada no registro de saída – Figura 4 . As integrantes do grupo G4 comentam que *Quase não escreve em matemática...* seguida da indagação *(...) mas, pode escrever ?* , e em seguida, recorrem ao registro descritivo escritivo . Quando a estudante So diz que" escrever" em Matemática não é recorrente , se deve ao fato de que o registro descritivo escritivo pode demandar mais tempo na resolução das situações propostas.

Entretanto, consideramos que estimular a mobilização desse registro no ensino de Matemática contribui para a apreensão conceitual - *noésis* -, e com os demais campos do conhecimento, visto que o mesmo é multifuncional. Nesse sentido, a escolha do registro descritivo escrito pelo grupo G4 vem ao encontro da afirmação de Duval (2009, p.37) de que os Registros constituem um grau de liberdade de que um sujeito pode dispor para(...) explorar informações ou simplesmente para poder comunicá-las a um interlocutor.

Quanto à atividade cognitiva de conversão, a mobilização de dois ou mais registros de representação do objeto matemático **covariação** entre as quantidades de pessoas e telefonemas, na situação da *Early* Álgebra pelos estudantes indica que para a atividade cognitiva da conversão é necessário a utilização de registros diferentes, em relação ao registro inicial.

Os grupos analisados G2 e G4 realizaram a atividade de conversão ao considerarmos o registro de saída – descritivo escrito. O grupo G2 se valeu dos registros imagético e aritmético Figura 2 e 3, sendo que esse último foi mobilizado para indicar a explicação verbal dos integrantes do grupo , quanto ao algoritmo na determinação de ligações.

O desenho de 5 (cinco) pessoas com linhas coloridas (Figura 2) representando a quantidade de ligações individuais- ao mesmo tempo, o total de ligações realizadas – foi apresentado pelo grupo G2. Inferimos a atividade cognitiva de conversão no grupo G4 em diferentes momentos. Primeiramente na produção do desenho nominado para indicar a proposta feita no registro descritivo escrito. Em seguida, o registro descritivo oral como explicação do desenho e identificação do total de ligações. As estudantes do grupo finalizaram com o registro descritivo escrito, enquanto uma validação dos registros descritivo oral e imagético (Figura 4).

Segundo momento: análise dos elementos da Teoria da Objetivação

Na análise do grupo G2 observamos que a objetivação no sentido destacado por Radford (2015) - *objectare* - estar frente a- foi se constituindo à medida que os meios semióticos foram mobilizados como a confecção do artefato composto pelos copos plásticos e fichas coloridas, interações entre pesquisadora e estudantes, elaboração do desenho com linhas coloridas e o algoritmo .

Os indícios de atualização do saber do grupo G2 em que a noção de covariação foi segundo os pressupostos da TO -, materializado pelo meios semióticos: gestos indicativos , desenho nominados em que para cada pessoa soma-se o resultado da quantidade anterior mais a nova pessoa. Na afirmativa da estudante E de que não é somente o “ somar 1” , indicamos que materialiazção do saber está em curso em que uma possível generalização da situação seria t (p)= $(\mathrm{p}-4+\mathrm{p}-3+\mathrm{p}-2+\mathrm{p}-1)$. As estudantes do grupo G4 mobilizaram diferentes meios semióticos de acordo com as Figuras 3 e 4.

Durante a produção de saberes, o labor comum entre estudantes e pesquisadora ocorreu progressivamente. A estudante So de modo inseguro, diz inicialmente que “elas” sabem que o total de telefonemas seria 10. Ao perceber a insegurança das estudantes, a pesquisadora estimula o diálogo, em seguida a estudante Ca indica o desenho nominado, descrevendo as etapas de ligações entre as pessoas.

A pesquisadora tem noção do saber potencial – **covariação** - se dispõe e instiga as estudantes para desvendar esse saber. Cada situação proposta aos estudantes traz consigo a potencialidade de algo geral, ocasionando o particular por diferentes meios semióticos mobilizados, materializando o saber em conhecimento.

De acordo com Radford (2018) durante o processo de objetivação, a aprendizagem não consiste em construir ou reconstruir um conhecimento, mas sim na significação e ressignificação dos objetos matemáticos. A estudante Ga do grupo G2 demonstra dúvidas em relação ao artefato com os copos plásticos e fichas coloridas. Há explanação dos integrantes do grupo em relação às fichas coloridas indicar a quantidade de telefonemas, porém a estudante N pergunta se podem fazer mais representações ,como desenhos e/ou algoritmos.

Nesse instante, a pesquisadora poderia dizer ao grupo que o artefato produzido com os copos plásticos e as fichas coloridas já era suficiente para indicar a quantidade de telefonemas. No entanto, a pesquisadora diz que fica a critério do grupo ao perceber a insegurança dos integrantes do grupo G2 e a necessidade de utilizarem outros meios semióticos. Ao expor suas dúvidas e serem ouvidos, os estudantes do G2 e pesquisadora estão em Labor Comum colaborando uns com os outros com compromisso e responsabilidade, seja no compartilhamento das dúvidas ou na resolução das mesmas. As subjetividades dos envolvidos são contínuas, singulares, inacabadas.

> Cada subjetividade é diferente de outras subjetividades (...) mas todas as subjetividades são a transformação de algo (ou seja, Ser) que nunca é totalmente dado, mas sempre em processo de mudança, algo indefinido, potencial (RADFORD, 2018, p.25).

As integrantes do grupo G2 demonstraram engajamento na resolução da proposta. Inicialmente ao serem questionadas pela pesquisadora, demonstraram insegurança em relação à quantidade de telefonemas. A estudante So de modo tímido olha para a colega, como se solicitasse um auxílio. A estudante Ca responde a esse “olhar” e justifica que uma foi explicando uma para outra a covariação, a partir do desenho. Começa a dizer de modo ritmado a quantidade de ligações, ou seja, age com responsabilidade ao “atender ao apelo do outro”. (RADFORD, 2018, p.34)

A pesquisadora sugere às estudantes indicarem outras resoluções da situação "Quantos telefonemas"?(...) *E se fossem mais pessoas na situação?* . Nesse momento, estudantes e pesquisadora estão "ombro a ombro", em um esforço comum para verificar a quantidade de telefonemas - além da situação inicial -, demonstrando empatia e compromisso com o grupo G4 ao legitimar as respostas e elogiar a iniciativa das estudantes em indicar a resolução descritiva e os algoritmos para (cinco) 5 e (dez) 10 pessoas.

As estudantes aceitam a sugestão da pesquisadora, e pouco a pouco ficam mais desenvoltas ao compartilharem suas resoluções. Enquanto a estudante So escreve a explicação de como determinar a quantidade de telefonemas para (cinco) 5 pessoas , a estudante Ca indica o algoritmo com o total de ligações para (dez) 10 pessoas , demonstrando compromisso para com a colega So. Compromisso esse que, segundo Radford (2020, p.35) é (...) "fazer todo o possível, na realização do trabalho comum".

Concordamos com os pressupostos da TO de que não é somente dispor os estudantes em pequenos grupos e dar "voz" aos mesmos, e sim questionar qual tipo de "voz" propiciar, estimular.

Considerações Finais

Os elementos constituintes da TO e TRRS que emergem de uma situação do contexto da *Early* Álgebra denominada "Quantos telefonemas"? em dois (2) grupos com estudante do 6 ano foi o objetivo desse trabalho. Ambas as teorias recorrem à Semiótica de modos distintos para responder acerca dos aspectos do ensino e aprendizagem da matemática.

Conforme indicamos os princípios, metodologia e questões investigativas da TO e da TRRS diferem entre si, ou seja, ontológica e epistemologicamente as teorias são distintas. A abordagem semiótica é fundamental para ambas e desse modo inferimos que os elementos da Teoria da Objetivação e da Teoria dos Registros de Representação Semiótica emergem de modo síncrono, ao mesmo tempo.

Ressaltamos que a situação do contexto da *Early* Álgebra denota a covariação enquanto característica do Pensamento Algébrico e reforça o emprego de meios semióticos. A mobilização e/ou produção de representações considerando a multiplicidade de registros, denota a significação de cada grupo diante da situação "Quantos telefonemas"? Duval (2009,

2011) salienta que analisar uma situação sob as lentes dos registros- e não somente enquanto atividade matemática-, permite identificar o que o estudante não entendeu conceitualmente.

A utilização de diversos aos meios semióticos propiciou indícios dos processos de objetivação na atualização do saber – a covariação entre a quantidade pessoas e telefonemas - e de subjetivação, resultantes da inferência do Labor Comum entre os estudantes dentro do seu grupo, com estudantes de outros grupos e com a pesquisadora.

Referências

Bogdan, R.; Biklen, S. (1994). Características da investigação qualitativa. *Investigação qualitativa em educação uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto, pp. 47-51.

Brasil. (2018). Base Nacional Curricular Comum. Brasília: MEC. http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf acesso em 18/08/2019.

Canavarro, A. P. (2007). O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos. Portugal, *Quadrante*, 16(2), pp. 81-118.

Carraher, D.W.; Martinez, M.; Schliemann V. (2008) Early álgebra and mathematical generalization. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 40, pp.3-22.

Duval, R.(2009) Semiósis e pensamento humano registros semióticos e aprendizagens intelectuais. *Fascículo I*. São Paulo: Livraria da Física

Duval, R. (2011). Ver e ensinar a Matemática de outra forma.Entrar no modo matemático de pensar os registros de representações semióticas.São Paulo:Proem

Morey, B.(2020) Abordagem semiótica na Teria da Objetivação. In: Gobara, S.; Radford, L. *Teoria da Objetivação: Fundamentos e Aplicações para o Ensino de Ciências e Matemática*. São Paulo: Livraria da Física, pp.43-67.

Prediger, S., Bikner-Ahsbahs, A., Arzarello, F.(2008) Networking strategies and methods for connecting theoretical approaches – First steps towards a conceptual framework. ZDM – *The International Journal on Mathematics Education* 39(2),pp.1-18

Radford, L. (2015). Introduction: The phenomenological, epistemological, and semiotic components of generalization. *PNA,* 9(3), pp.129-141.

Radford, L. (2015). Methodological aspects of the theory of objectification . *Revista Perspectiva da Educação Matemática*, 8,pp. 547-567.

Radford, L. (2020). Un recorrido a traves de la Teoria de La Objetivación. In: Gobara, S.; Radford, L. *Teoria da Objetivação: Fundamentos e Aplicações para o Ensino de Ciências e Matemática*. São Paulo: Livraria da Física, pp.15-42.

Letramento estatístico e competência crítica em um ambiente de aprendizagem criativa

Statistical literacy and critical competence in a creative learning environment

Alfabetización estadística y competencia crítica en un entorno de aprendizaje creativo

Andréa Pavan Perin[666]
Faculdade de Tecnologia de Itapetininga
Id orcid 0000-0002-2791-7682

Celso Ribeiro Campos[667]
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
Id orcid 0000-0001-7371-2437

Ana Paula Gonçalves Pita[668]
Faculdade de Tecnologia de São Vicente
Id orcid 0000-0003-2139-0194

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Processos de ensino e aprendizagem da Matemática em diferentes modalidades e níveis educacionais

Resumo

Este artigo, de cunho qualitativo, tem como objetivo analisar o desenvolvimento do letramento estatístico no que se refere a leitura, interpretação e análise crítica de tabelas e gráficos estatísticos em alunos do 1º ano do Ensino Médio. Buscamos um espaço o qual julgamos ideal para esse desenvolvimento e encontramos nos preceitos da aprendizagem criativa amparo para essa abordagem pedagógica. Para análise do material nos apoiamos na Análise Narrativa por entender que ela dá, aos estudantes, a oportunidade de contemplar o conteúdo a partir dos saberes do próprio aluno, fazendo associações com sua vivência de maneira torná-lo interessante e compreensível. A análise dos dados mostrou que os grupos de estudantes transitaram pelos três níveis mais elevados de letramento estatístico, segundo a classificação que empregamos neste estudo. Afirmamos que a leitura residiu nos níveis mais elevados, pois os estudantes buscaram fazer leitura entre os dados, ou sejam compararam resultados, estabeleceram relações matemáticas e formularam questionamentos para além dos dados existentes. Além do mencionado, os estudantes também se mostraram preocupados com os

[666] andreapavanperin@gmail.com
[667] crcampos@pucsp.br
[668] anapaulagpita@gmail.com

aspectos da sociedade retratado nas representações gráficas, mostrando desigualdades sociais ali apresentadas, ou seja, construíram críticas sociopolíticas.

Palavras-chave: letramento estatístico, competência crítica, aprendizagem criativa, análise narrativa.

Abstract

This qualitative article aims to analyze the development of statistical literacy in terms of reading, interpreting and critically analyzing statistical tables and graphs in 1st year high school students. We seek a space that we consider ideal for this development, and we find support for the pedagogical approach in the precepts of creative learning. To analyze the material, we rely on Narrative Analysis because we understand that it gives students the opportunity to contemplate the content from the student's own knowledge, making associations with their experience so that the content becomes interesting because it is understandable. Data analysis showed that the groups of students passed through the three highest levels of statistical literacy, according to the classification used in this study. We affirm that reading stand at the highest levels, as the students sought to read among the data, that is, they compared results, established mathematical relationships, and formulated questions beyond the existing data. In addition to the aforementioned, the students were also concerned about the aspects of society portrayed in the graphic representations, showing social inequalities presented there, that is, they constructed sociopolitical criticisms.

Keywords: statistical literacy, critical competence, creative learning, narrative analysis.

Resumen

Este artículo cualitativo tiene como objetivo analizar el desarrollo de la alfabetización estadística en términos de lectura, interpretación y análisis crítico de tablas y gráficos estadísticos en estudiantes de primer año de secundaria. Buscamos un espacio que pensamos es ideal para este desarrollo y encontramos en los preceptos del aprendizaje creativo apoyo para el enfoque pedagógico. Para el análisis del material nos apoyamos en el Análisis Narrativo porque entendemos que da la oportunidad a los estudiantes de contemplar el contenido desde sus propios conocimientos, haciendo asociaciones con su experiencia para que el contenido se vuelva interesante porque es comprensible. El análisis de los datos mostró que los grupos de estudiantes pasaron por los tres niveles más altos de alfabetización estadística, según la clasificación utilizada en este estudio. Afirmamos que la lectura quedó en los niveles más altos, pues los estudiantes buscaban leer entre los datos, es decir, comparaban resultados, establecían relaciones matemáticas y formulaban preguntas más allá de los datos existentes. Además de lo mencionado anteriormente, los estudiantes también estaban preocupados por los aspectos de la sociedad retratados en las representaciones gráficas, mostrando las desigualdades sociales allí presentadas, es decir, construyeron críticas sociopolíticas.

Palabras clave: alfabetización estadística, competencia crítica, aprendizaje creativo, análisis narrativo

Introdução

Este artigo, de cunho qualitativo, tem como objetivo analisar o desenvolvimento do letramento estatístico no que se refere a leitura, interpretação e análise crítica de tabelas e gráficos estatísticos em alunos do 1º ano do Ensino Médio.

A abordagem pedagógica foi organizada segundo os preceitos da Aprendizagem Criativa, a qual argumenta que os significados construídos pelos estudantes se dão por meio da experiência, caracterizada pelo pensar, criar, inventar e refletir criticamente.

A Aprendizagem Criativa entende que o processo de aprendizagem criativa inicia com uma atividade por meio de objetivos e ferramentas simples, mas acredita que essa mesma atividade dá a possibilidade que o projeto cresça e seja ampliado para aplicações mais complexas e entendimentos mais amplos. Além disso, a Aprendizagem Criativa vê a possibilidade de vários caminhos a serem abordados na criação de um projeto, ou seja, ela aborda uma diversidade de metodologias criativas no processo de aprendizagem (Papert, 2008).

Paulo Freire (1993) reiterou a importância de o estudante perceber que estudar requer esforço e comprometimento, mas que também pode ser agradável e intelectualmente responsável, corroborando certas pedagogias que exacerbam o divertido e a afetividade. Skovsmose (2006) explicou como a Educação Matemática pode contribuir como o defendido por Freire (op.cit) e assim, desenvolver a criatividade, o raciocínio lógico e a capacidade de análise. Para o autor, isso se torna possível quando os problemas tratados em sala de aula têm importância para os estudantes. Isto é, tem relevância subjetiva para eles, está ligado com suas experiências no mundo e têm engajamento político e social.

Assim, apoiados em Papert (2008), o qual explica que há multiplicidade de abordagens pedagógicas que possuem conexões com a Aprendizagem Criativa, para a elaboração da atividade aqui descrita apoiamos no conceito de aprendizagem criativa que têm com referenciais teóricos as ideias de aprendizagem defendidas pelo educador Paulo Freire (2011). Criatividade aqui não é entendida habilidade "especial" do indivíduo, tem relações com o assegurado com Winnicott (2011) sobre criatividade no processo de ensino e aprendizagem. Para esse autor, a criatividade está associada ao viver criativo, no sentido da existência, deve fazer parte da experiência de vida de cada um. Para ser criativa uma pessoa tem que existir, ter um sentimento de existência e um posicionamento para a realidade que ela está olhando ou analisando.

Na sequência apresentamos brevemente o referencial teórico no qual nos apoiamos para a análise dos dados.

Letramento Estatístico e a competência Crítica

Campos, Wodewotzki e Jacobini (2011) definem letramento, como o estudo dos argumentos que usam a estatística como referência, ou seja, a habilidade de argumentar usando corretamente a terminologia estatística. Incluem também as habilidades básicas para o entendimento de informações, as quais requerem capacidade de organizar dados, construir tabelas, entender símbolos, vocabulários, conceitos e probabilidade como medida de incerteza.

Dessas definições de literacia estatística depreende-se que para compreender uma informação estatística não bastam apenas habilidades de cálculo matemático, é necessário observar o contexto em que os dados estão inseridos, bem como fazer uma leitura crítica deles. Não se trata apenas do saber-fazer, mas de compreender o quê, como e por que fazer de determinada forma em um contexto específico, e ao fazê-lo ter ciência das implicações do que se faz. Está associada a uma postura do sujeito frente a situações em que há o uso do conhecimento estatístico para comunicar uma mensagem sobre um assunto, mas para isso é preciso ter conhecimento das ferramentas estatísticas, bem como de suas potencialidades e fragilidades.

Watson e Callingham (2003) explicam que o desenvolvimento dessa competência desenvolvimento é composta por seis níveis, como representado a seguir.

Quadro 1.

Níveis de letramento estatístico e características (Watson e Callingham, 2003, p.24)

Níveis de letramento	**Caraterísticas**
IDIOSSINCRÁTICO	O aluno demonstra uma habilidade matemática básica associada com a leitura e a contagem (um a um) de valores em uma tabela, mas não consegue usar uma terminologia simples.
INFORMAL	O aluno demonstra conseguir usar elementos simples da terminologia, faz cálculos básicos a partir de tabelas e gráficos
INCONSISTENTE	O aluno demonstra usar as ideias de estatística e conseguir obter algumas conclusões sem justificativas
CONSISTENTE NÃO CRÍTICO	O aluno demonstra possuir habilidade estatística associada com a média, probabilidade simples, variação e interpretação gráfica
CRÍTICO	O aluno demonstra conseguir desenvolver uma opinião crítica, fazer questionamentos em alguns contextos, usar a terminologia apropriada e interpretar quantitativamente.
MATEMATICAMENTE CRÍTICO	O aluno demonstra possuir habilidade matemática sofisticada para realizar muitas tarefas, desenvolver uma postura crítica, fazer interpretações e questionamentos.

Campos e Perin (2020) explicam que o letramento Estatístico tem relações com a competência crítica. Esta competência foi apresentada por Skovsmose (2014), que a distingue baseada em diversas características, tais como o diálogo, a democracia, o conhecimento reflexivo, entre outras. Segundo o autor, a competência crítica é exercida somente se no ambiente educacional se trabalhar o diálogo entre os alunos e com o professor, se houver atitudes democráticas em sala de aula, se o conhecimento inspirar reflexão. Outro aspecto fundamental para se desenvolver a competência crítica é trazer para a aula problemas do cotidiano da comunidade e problemáticas sociais que envolvam a Matemática em sua argumentação.

Campos e Perin (2020) observou que a competência crítica é construída com base em duas vertentes distintas: a sociopolítica e a epistemológica. A vertente sociopolítica refere-se a questionamentos e análises de experiências e situações cotidianas do indivíduo. A epistemológica representa uma crítica ao próprio conhecimento e está ligada ao reconhecimento de algumas fragilidades das ferramentas matemáticas/estatísticas.

Encaminhamentos Metodológicos

Inicialmente tínhamos a seguinte preocupação: Como colaborar para que os estudantes avancem na leitura de dados expressos em gráficos e tabelas? Foi com base nessa preocupação e nas concepções de criatividades que vínhamos estudando que desenvolvemos a abordagem pedagógica aqui apresentada.

Essa atividade foi desenvolvida numa turma de 1º Ano do Ensino Médio de 32 alunos, na qual a primeira autora deste artigo atua como professora de Matemática. Para o desenvolvimento dessa atividade foram formados 8 grupos de 4 estudantes. Solicitou-se que cada grupo trouxesse para a aula gráficos de assuntos que julgassem relevante, interessante e atual. Na data combinada os estudantes trouxeram os gráficos, a professora os projetou na lousa e lançou os seguintes questionamentos: Quais assuntos são tratados nesses gráficos? O que esses dados nos dizem?

Num primeiro momento a leitura ficou nível 1, pois as análises ficaram restritas a comentar o fato mais ou menos predominante. A partir disso, foram questionados sobre como poderíamos avançar no nível de leitura dessas informações. Nesse momento, uma estudante falou: "*é dizer alguma coisa que não está escrito aí.* Isso desencadeou outras discussões de informações que poderiam ser extraídas dos outros gráficos em análise.

Na aula seguinte, os alunos foram interrogados sobre como poderiam analisar os gráficos que eles haviam selecionado. Vários alunos sugeriram: "*Podemos fazer perguntas aos nossos gráficos*[669]". Como base nessas sugestões, os alunos foram orientados a formar grupos, elaborar e responder de 5 a 6 questões de níveis diferentes mediante a exploração de seus gráficos. Faz-se necessário uma explicação: quando nos referimos aos diferentes níveis de leitura de gráficos e tabela com os estudantes, tomamos como base os argumentos dos alunos que, segundo eles, avançar no nível de leitura é buscar informações que não estão explícitas no gráfico.

Ao serem questionados sobre como poderiam expor/apresentar suas análises, deram a sugestão de escrever um texto jornalístico para ser publicado no jornal da escola. Ficou combinado, portanto, que cada grupo deveria produzir um texto baseado em suas análises dos gráficos.

Como material de análise do desenvolvimento do letramento e da competência crítica, tomamos a produção textual de cada um dos grupos denominado aqui como: G1 – Grupo 1; G2 – Grupo 2 e, desse modo, até G8 – Grupo 8.

Para análise dos dados optamos pela metodologia de *Análise Narrativa* por entender que é adequada e conveniente para o reconhecimento e análise de diferentes perspectivas das resoluções dos estudantes e, ainda, porque pode ser compreendida como uma subárea dentro do amplo espectro da pesquisa qualitativa. De acordo com Bolívar, Domingo e Fernández (2001) as narrativas podem empregar o sentido de investigação, como forma de discutir e analisar os fenômenos narrativos.

Para Bruner (2001) é por meio de narrativas que uma pessoa conhece a si mesma e ao outro, quando há a interpretação de situações ou novas informações, as pessoas a fazem por meio de uma narrativa, que vai além de ser um modo de pensamento, é a estrutura para a organização de conhecimento e um veículo no processo de educação. É por meio da narrativa que, provavelmente, um indivíduo organiza os próprios conhecimentos e experiências.

Compreendemos que a narrativa colabora para que estudantes criem conjecturas sobre coisas que estão prontas por meio de experiências já vividas, aproveitando muito do pouco que sabe a respeito de algo, aprendendo a pensar a partir do que já é conhecido. Assim,

[669] Diário de campo da professora.

argumentando com ele mesmo, o indivíduo faz conjecturas a partir do que já sabe, chegando a conclusões e ampliando o saber.

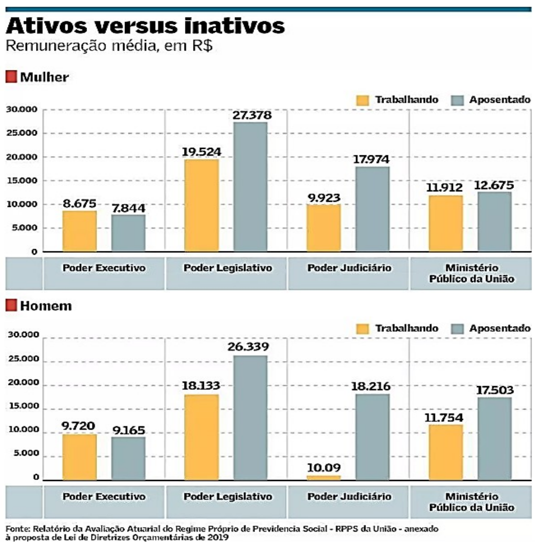
Análise Narrativa o objetivo é produzir uma narrativa que apresenta sutilezas, singularidades dos dados que são produzidos (e não mais coletados e descritos) por meio de um relato que oferece detalhes e peculiaridades do modo como os alunos produzem significados e constituem objetos.

Apresentação e discussão dos resultados

Por delimitação de espaço, trazemos os gráficos analisados por cada um dos quatro grupos selecionados, cuja escolha se deu de forma aleatória. Será possível observar que os gráficos não são atuais, conforme solicitado e remetem a publicações de 2017, 2018 e 2019. No entanto, os estudantes demonstraram engajamento com o tema e por isso, optamos por permitir o trabalho com eles.

Primeiramente trazemos o gráfico analisado pelo Grupo 3, um recorte da narrativa no que se refere à leitura, análise e interpretação e na sequência fazemos uma discussão à luz do referencial teórico adotado sobre os níveis de leitura de tabelas e gráficos e o desenvolvimento da competência crítica. Da mesma forma portamo-nos com as narrativas dos demais grupos.

Quadro 2.
Gráfico analisado e narrativa do grupo 3 (material da professora pesquisadora)



fonte: https://valor.globo.com/brasil/noticia/2018/06/04/

Grupo 3 - Neste gráfico temos a remuneração média de trabalhadores ativos e aposentados dos poderes Executivo, Legislativo e Judiciário separados por gênero. Este gráfico mostra que em praticamente todas as situações uma pessoa aposentada ganha mais que alguém que está trabalhando. Por exemplo, uma mulher aposentada no poder legislativo ganha aproximadamente 40% a mais do que em está trabalhando. (...). Essa diferença também é grande para os homens do poder Judiciário, mas como parece que este gráfico tem um erro, preferimos não comentar. (...). Nosso grupo entende que isso mostra uma certa desigualdade social, pois a maioria dos trabalhadores brasileiros ganham menos

aposentados-do-legislativo-mp-e-judiciario-ganham-mais-que-ativos.ghtml	depois de aposentados e seus salários não chegam nem perto disso.

Por meio da narrativa produzida pelo grupo 3 ao analisar o gráfico da remuneração dos trabalhadores dos diferentes poderes percebe-se que o grupo estabeleceu uma comparação entre as colunas, trabalhando e aposentado, buscando comparar as diferenças salariais médias entre esses dois grupos. Ao afirmarem "*uma mulher aposentada no poder legislativo ganha aproximadamente 40% a mais do que em está trabalhando*", entende-se que eles determinaram a diferença percentual entre os salários R $19.524,00 e 27.378,00. Por meio da narrativa "*Essa diferença também é grande para os homens do poder Judiciário, mas como parece que este gráfico tem um erro, preferimos não comentar*", entendemos que essas escolhas se deram pelo fato de acreditarem que nesses grupos residiam a maior diferença percentual entre os salários. Além disso, esse trecho mostra que eles foram capazes de identificar um erro na escala da coluna que indica o salário dos homens do poder Judiciário que estão na ativa.

Assim, inferimos que o nível de letramento estatístico atingido pelos estudantes nessa atividade transita entre o que Watson e Callingham (2003) denominam de Crítico e Matemática Crítico, isto porque, usaram a terminologia apropriada a fim de interpretar quantitativamente os dados apresentados no gráfico e matematicamente crítico por indicarem visualizar um erro no gráfico e pontuá-lo.

Além disso, salientamos que esses alunos foram capazes de construir uma crítica que Campos e Perin (2020) denominam de sociopolítica ao construírem a seguinte narrativa: "*entende que isso mostra uma certa desigualdade social, pois a maioria dos trabalhadores brasileiros ganham menos depois de aposentados e seus salários não chegam nem perto disso*".

Quadro 3.

Gráfico analisado e narrativa do grupo 7 (material da professora pesquisadora)

<table>
<tr>
<td>


fonte: https://www.aosfatos.org/noticias/a-situacao-da-previdencia-social-em-6-graficos/
</td>
<td>
Grupo 7 - Neste gráfico é mostrado quanto ganham os aposentados brasileiros.(...)dá para perceber que a diferença é grande entre as classes de trabalhadores. Também sabemos que é a grande maioria dos trabalhadores pertencem a classe se aposentados do INSS, ou seja, um número grande pessoas ganham muito pouco, achamos que nem é suficiente para os gastos da casa, enquanto que poucas pessoas ganham bastante dinheiro todo mês.
</td>
</tr>
</table>

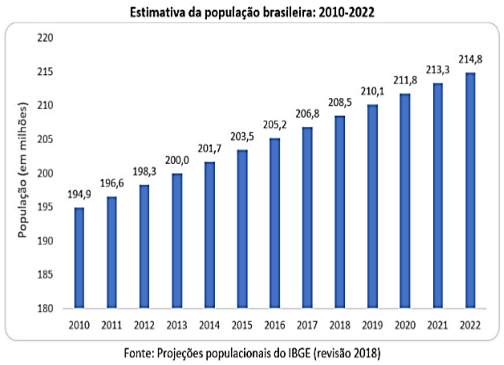
Esse grupo, por meio de suas narrativas, também demonstram o intuito de estabelecer uma comparação entre os salários das diferentes classes de trabalhadores, mas faz isso sem usar a terminologia adequada, "*dá para perceber que a diferença é grande entre as classes de trabalhadores*". Eles afirmam que a diferença é grande, mas não explicam como, quais argumentos utilizaram para chegar a essa conclusão. Por essa razão, dizemos o argumento expresso na narrativa está no nível informal, pois utilizaram elementos significativa simples para construir um argumento, o tamanho, a diferença entre o tamanho das barras e não uma diferença percentual, ou proporcional entre os salários.

Da mesma maneira fizeram no seguinte argumento "*Também sabemos que é a grande maioria dos trabalhadores pertencem a classe de aposentados do INSS, ou seja, um número grande pessoas ganham muito pouco",* e não usaram conceitos mais apropriados, como a moda dos salários é de R$ 1600,00. Embora não tenham usado conceitos estatísticos consistentes, entendemos que o grupo explorou a representação gráfica que tinham em mãos ao olharem para as diferenças salarias, bem como pontuar aquilo que é mais predominante.

Assim como o grupo 3, o grupo 7 também foi capaz de fazer uma crítica sociopolítica aos dados apresentados, discutindo uma desigualdade social ali expressa. Segundo eles, poucas pessoas ganhando um salário consideravelmente alto, enquanto outras recebem um salário que julgam não ser suficiente para despesas pessoais.

Quadro 3.

Gráfico analisado e narrativa do grupo 1 (material da professora pesquisadora)

 Fonte: https://www.ecodebate.com.br/2021/08/25/qual-o-tamanho-da-populacao-brasileira-atual/	**Grupo 1 -** Neste gráfico temos a estimativa de crescimento da população brasileira. Olhando para ele podemos dizer que é esperado que a população aumente ao longo de todos esses anos. (...). Outra coisa a se dizer é que esse crescimento é linear, ou seja, cresce todo ano aproximadamente o mesmo número de pessoas. (...). Pensando nesse aumento do número de pessoas, nosso grupo ficou pensando: O Brasil está preparado para atender as necessidades de todas essas pessoas? Como estão os investimentos em saúde e educação para atender essa população?

O grupo 1 ao analisar o gráfico da estimativa da população brasileira fez uso de terminologias adequadas para expressar suas interpretações: "*esse crescimento é linear, ou seja, cresce todo ano aproximadamente o mesmo número de pessoas*". Esses estudantes usaram a expressão crescimento linear e explicaram o seu significado, em função disse afiramos que o nível de leitura desse grupo para essa representação gráfica é o consistente não crítico. Para Watson e Callingham (2003) esse nível de leitura é caracterizado pela habilidade de realizar a interpretação gráfica sem que se estabeleça uma crítica ao conceito ali expresso. Na compreensão de Campos e Perin (2020) sem que se construa uma crítica epistemológica.

Vale destacar que esse grupo não olhou para o crescimento da população brasileiro sem levar em consideração as necessidades de um indivíduo como, educação, saúde se segurança. Sendo assim, afirmamos que esse grupo também foi capaz de construir uma crítica sociopolítica, ao questionar se o poder público está preparado para atender às necessidades dessa população.

Atentando-nos a à definição de letramento estatístico de Campos, Wodewotzki e Jacobini (2011) vimos que os estudantes desenvolveram habilidades básicas para o entendimento de informações ali expressas, fazendo uso do conhecimento estatístico para comunicar uma mensagem sobre um assunto estudado

Com base na análise das narrativas dos estudantes podemos afirmar que os níveis de letramentos estatístico no que se refere à leitura e interpretação de gráficos esteve nos níveis consistente não crítico, crítico e matematicamente crítico segundo a classificação de Watson e Callingham (2003). Além disso, afirmamos que todos os grupos não olharam para os dados de forma isolada, mas buscaram compreender, apontar e discutir aspectos sociais ali expressos, o que nos permite afirmar todos os grupos construíram críticas sociopolíticas por meio das leituras que realizaram.

Considerações finais

Este trabalho teve como objetivo analisar os níveis de letramento estatístico e o desenvolvimento da competência crítica no que se refere a leitura de gráficos e tabelas.

Com base na apresentação e discussão dos resultados mostramos que os grupos de estudantes transitaram pelos três níveis mais elevados de letramento estatístico, segundo a classificação que empregamos neste estudo. Afirmamos que a leitura residiu nos níveis mais elevados, pois os estudantes buscaram fazer leitura entre os dados, ou sejam compararam resultados, estabeleceram relações matemáticas e formularam questionamentos para além dos dados existentes.

Além disso, os alunos também se mostraram preocupados com os aspectos da sociedade retratado nas representações gráficas, mostrando desigualdades sociais ali apresentadas.

Por fim, entendemos que a metodologia empregada, a Aprendizagem Criativa, favoreceu esse desenvolvimento, pois os alunos trabalharam em grupos e buscaram, por meio de questionamentos críticos, expressar possíveis interpretações e conclusões dos gráficos analisados e que construção dos textos narrativos colaborou para a organização do pensamento, compreensão dos conceitos estatísticos e o avanço nos níveis de leitura de gráficos e tabelas.

Referências Bibliográficas

Bolívar, A.; Domingo, J.; Fernández, M. (2001). *La investigacción biográfico-narrativa en educación*. Madrid: Editorial La Muralla.

Bruner, J. A. (2001). *Cultura da Educação*. Porto Alegre: Editora Artmed.

Campos, C. R.; Perin, A. P. Sobre as competências crítica e comportamental na Educação Estatística. *Zetetiké*, Campinas, SP, v. 28, p. e020003, 2020. DOI: 10.20396/zet.v28i0.8656795. Disponível em: https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8656795. Acesso em: 28 jun. 2022.

Campos, C. R.; Wodewotzki, M. L. L.; Jacobini, O. R. (2011). *Educação Estatística: teoria e prática em ambientes de Modelagem Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica.

Freire, P. (2011). *Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa*. São Paulo: Paz e Terra.

Freire, P. (1993). Pedagogia da cidade. New York: Continuum.

Papert, S. (2008). *A máquina das crianças: repensando a escola na era informática*. Porto Alegre: Artes Médicas.

Skovsmose, O. (2014). *Um convite à Educação Matemática Crítica*. Campinas: Papirus.

Skovsmose, O. (2006). *Educação Matemática Crítica*. 3. ed. Campinas: Papirus.

Watson, J.; Callingham, A. R. (2003). Statistical literacy: a complex hierarchical construct. *Statistical Education Research Journal*, New Zeland, v. 2, n. 2, p. 3-46.

Winnicott, D. W. (2011). Tudo começa em casa. In: 5a. ed. [S.l.]: WMF Martins Fontes. cap. *Vivendo de modo criativo*, p. 23–39.

Tarefas de Porcentagem na perspectiva da Criatividade: uma análise à luz dosCritérios de Desenho de Tarefas

Percentage Tasks from the perspective of Creativity: an analysis in the light ofTask Design Criteria

Tareas Porcentuales desde la perspectiva de la Creatividad: un análisis a la luz delos Criterios de Diseño de Tareas

Adriana Santos Sousa[670]
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB)
https://orcid.org/0000-0002-2472-8587

Tânia Cristina Rocha Silva Gusmão[671]
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB)
https://orcid.org/0000-0001-6253-0435

Vinicyus Alves da Silva Paz[672]
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB)
https://orcid.org/0000-0003-1882-8036

Daniele dos Santos Silva[673]
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB)
https://orcid.org/0000-0002-0914-1681

Modalidade: Comunicação Oral
Núcleo Temático: Processos de ensino e aprendizagem da Matemática em diferentes modalidades e níveis educacionais.

Resumo

Este trabalho apresenta e discute três tarefas sobre cálculos de porcentagens realizadas por estudantes de Ensino Médio, em uma escola pública de formação complementar de Vitória da Conquista, Bahia, Brasil. A pesquisa, de abordagem qualitativa, tem como objetivo analisar indícios da criatividade de estudantes sob a ótica dos Indicadores do Desenho de Tarefas. Os dados foram obtidos por meio de observação participante em encontros realizados na plataforma *Google Meet.* Foram utilizados os instrumentos: questionário, diário, relatos e tarefas realizadas pelos estudantes. Os resultados indicam a implicação dos estudantes nas tarefas por suas características, sobretudo de entretenimento, entretanto os indícios de criatividade ficaram mais evidentes nas tarefas com mais exigência de processos de pensamento inverso (envolvendo operações inversas)e de fluência.

Palavras-chave: Criatividade, Porcentagem, Ciclo de Estudo e Desenho de Tarefas, Critérios de Idoneidade Didática.

[670] cjccadriana@gmail.com
[671] professorataniagusmao@gmail.com
[672] vinicyuspaz@gmail.com
[673] daniele.silva@ufma.br

Abstract

This paper presents and discusses three tasks on percentage calculations performed by high school students in a public school of complementary education in Vitória daConquista, Bahia, Brazil. The research, with a qualitative approach, aims to analyze evidence of students' creativity from the perspective of Task Design Indicators. The datawere obtained through participant observation in meetings held on the Google Meet platform. The following instruments were used: questionnaire, diary, reports and tasks performed by students. The results indicate the involvement of students in the tasks due to their characteristics, especially entertainment, however the signs of creativity were more evident in tasks with more demand for inverse thinking processes (involving inverseoperations) and fluency.

Keywords: Creativity, Percentage, Study Cycle and Task Design, Didactic Suitability Criteria.

Resumen

Este artículo presenta y discute tres tareas de cálculo de porcentajes realizadas por estudiantes de secundaria en una escuela pública de educación superior en Vitória da Conquista, Bahía, Brasil. La investigación, con un enfoque cualitativo, tiene comoobjetivo analizar las evidencias de la creatividad de los estudiantes desde la perspectiva de los Indicadores de Diseño de Tareas. Los datos se obtuvieron a través de la observaciónparticipante en reuniones realizadas en la plataforma Google Meet. Se utilizaron los siguientes instrumentos: cuestionario, diario, informes y tareas realizadas por los estudiantes. Los resultados indican la implicación de los estudiantes en las tareas por suscaracterísticas, especialmente de entretenimiento, sin embargo los signos de creatividad fueron más evidentes en las tareas con mayor demanda de procesos de pensamiento inverso (que involucran operaciones inversas) y fluidez.

Palabras Clave: Creatividad, Porcentaje, Ciclo de Estudio y Diseño de Tareas, Criteriosde Idoneidad Didáctica.

Introdução

O desenvolvimento de tarefas criativas e instigantes se apresenta como um dos desafios do processo de ensino-aprendizagem de Matemática. Essas tarefas[674] devem permitir desenvolver a imaginação e a produção de ideias úteis para os aspectos pessoal e social (VALE, 2012). Alguns pesquisadores (GONTIJO, 2007; ALENCAR, 1995; FONSECA, 2019; GUSMÃO, 2006; entre outros) indicam a importância da inserção destes tipos de tarefas na prática de sala de aula para o desenvolvimento do pensamento criativo e pensamento criativo matemático dos estudantes.

[674] Tarefas são compreendidas como "conjunto amplo de propostas, que englobam problemas, atividades, exercícios, projetos, jogos, experiências, investigações etc. que o professor leva para a sala de aula visandoa aprendizagem matemática de seus alunos" (GUSMÃO, 2019, p.1).

A relevância de habilidades criativas é evidenciada em documentos oficiais internacionais e nacionais. O *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM), Conselho Nacional dos Professores de Matemática, destaca que as atividades propostas em classe devem aliar a curiosidade e o pensamento matemático (NCTM, 1998). O Programa Internacional para Avaliação do Estudante (PISA[675]) incluiu a partir de 2021 a avaliação da competência criativa, isto é, "a competência de participar produtivamente dageração, avaliação e melhoria de ideias, que pode resultar em soluções originais e eficazes, avanços no conhecimento e expressões impactantes da imaginação" (BRASIL, 2021, p.17) a ser desenvolvida pelo estudante. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) elenca como uma das competências gerais da Educação Básica que os estudantes exercitem a curiosidade intelectual por meio da imaginação e criatividade para "investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções" (BRASIL, 2018, p.9).

Alencar (1995) aponta que o desenvolvimento do pensamento criativo é caracterizado pela fluência (grande quantidade de ideias apresentadas); a flexibilidade (adaptação do pensamento a diferentes categorias de respostas); originalidade (respostas incomuns, infrequentes); elaboração (detalhamento de uma ideia) e avaliação (escolha deuma ou mais ideias apresentadas). Csikszentmihaly (2014) menciona que a construção criativa é um processo sistêmico em que a pessoa (experiências pessoais); o Domínio (Produção cultural e científica) e o Campo (sistema social) interagem entre si.

Atentos a estes e outros estudos sobre a criatividade, às indicações documentais, às necessidades da sociedade atual e a importância da inserção da criatividade em sala deaula, tomaremos como referência para avaliar a criatividade dos estudantes, alguns Indicadores do Desenho de Tarefas (GUSMÃO; FONT, 2020) que fazem parte do Ciclode Estudos e Desenho de Tarefas (CEDT) alicerçado nos aspectos teóricos-metodológicosdos Critérios de Idoneidade Didática (CID).

É nesse contexto que, a seguir, relatamos a experiência da aplicação de três tarefassobre porcentagem com estudantes, a fim de perceber indícios de criatividade. Vale ressaltar que este estudo faz parte de uma pesquisa mais ampla sobre a competência criativa em professores e estudantes, desenvolvida junto ao Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e

[675] O PISA é promovido pela Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) queavalia a performance de jovens de 15 anos nas áreas de leitura, conhecimentos matemáticos e ciência.

Formação de Professores (PPG-ECFP) da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB).

Indicadores do CEDT e a Criatividade

A mudança na perspectiva que os estudantes veem a Matemática podem ser intensificadas pela inserção de tarefas que valorizem a criatividade no processo da aprendizagem matemática (GUSMÃO, 2019). Estas tarefas se caracterizam pelo estímulo à discussão, argumentação, troca de ideias entre os participantes.

Para escolher e utilizar tarefas matemáticas que evidenciem estas características nos estudantes, tomamos como base de análise, os referenciais relacionados à criatividade considerando os Indicadores do Ciclo de Estudos e Desenho de Tarefas (CEDT) destacados no Quadro 1. O CEDT é definido como "método de pesquisa dirigido ao estudo e desenho de tarefas próprias, originais ou modificadas, para lograr melhorias de processos de ensino e de aprendizagem de Matemática" (GUSMÃO; FONT, 2020, p.678) e está fundamentado nos aspectos teóricos-metodológicos dos Critérios de Idoneidade Didática (CID) (GODINO; BATANERO; FONT, 2008).

Quadro 1.

Indicadores do Desenho de Tarefas à luz dos Critérios de Idoneidade Didática(GUSMÃO, FONT, 2020, p. 686-687, identificação numérica nossa)

INDICADORES DO DESENHO DE TAREFAS /IDONEIDADE EPISTÊMICA
IDT-E1. O enunciado se apresenta com linguagem clara, correta e adequada ao nível de ensino?
IDT-E2. Utilizam diferentes linguagens e formas de expressão matemática (verbal, gráfica, simbólica, pictórica etc.)?
IDT-E3. A seleção de tarefas é representativa e variada, contempla tarefas de naturezas fechada e aberta?IDT-E4. As tarefas são de diferentes tipos?
IDT-E5. Promovem o levantamento de hipóteses, a abertura de pensamento (pensamento reversível, flexível, descentrado) e incentivam o uso de processos de argumentação e justificativas?
INDICADORES DO DESENHO DE TAREFAS /IDONEIDADE COGNITIVA
IDT-C1. Partem dos conhecimentos prévios dos alunos? IDT-C2. Ampliam, reforçam e sistematizam conhecimentos?
IDT-C3. Respeitam o nível de desenvolvimento cognitivo dos alunos?
IDT-C4. Incentivam o uso de estratégias de resolução diferentes, criativas e originais?
IDT-C5. Atendem a diferentes objetivos de aprendizagem e levam o resolvedor a desenvolver diferentes competências cognitivas e metacognitivas?
INDICADORES DO DESENHO DE TAREFAS /IDONEIDADE INTERACIONAL
IDT-I1. Prevê momentos de diálogo e de argumentação entre os alunos ou entre professor e alunos?IDT-I2. Incentivam a resolução de forma individual, em dupla ou em grupo?
IDT-I3. Permitem gerar o conflito cognitivo (no sentido piagetiano) e a negociação de significados?
IDT-I4. Incentivam a responsabilidade pelo estudo (exploração, formulação e validação)?
INDICADORES DO DESENHO DE TAREFAS /IDONEIDADE MEDIACIONAL

IDT-M1. Fornecem ou indicam o uso de materiais manipuláveis e/ou tecnológicos para auxiliar na realização?
IDT-M2. Preveem tempo suficiente para a sua realização e a manutenção da concentração e interesse?
IDT-M3. Os tempos são adequados aos tipos de tarefas (reprodução, conexão, reflexão etc.)?IDT-M4. Preveem espaços adequados para a sua realização?
IDT-M5. Preveem momentos de experimentação prática para auxiliar na compreensão de conceitos e sua aplicabilidade?
INDICADORES DO DESENHO DE TAREFAS /IDONEIDADE EMOCIONAL
IDT-Em1. Promovem a interatividade, atração, diversão e inclusão, elevando a autoestima, o sentimento de inclusão, a abertura da subjetividade e o gosto pela Matemática?
IDT-Em2. Valorizam os diferentes tipos de raciocínio e respostas?
IDT-Em3. Incentivam a participação e interesse?
IDT-Em4. Promovem a percepção da utilidade da Matemática na vida e no trabalho?
IDT-Em5. Promovem a implicação do aluno na resolução das tarefas (devolução da aprendizagem no sentido de Brousseau)?
IDT-Em6. Apresentam desafios possíveis de serem alcançados, desencadeando níveis de pensamento cada vez mais complexo?
IDT-Em7. Apresentam a aplicação e beleza da Matemática?
INDICADORES DO DESENHO DE TAREFAS /IDONEIDADE ECOLÓGICA
IDT-Ec1. Contemplam os documentos curriculares oficiais (nacional e local)?
IDT-Ec2. Buscam articulação entre diferentes conteúdos da Matemática e entre áreas de conhecimento?
IDT-Ec3. As tarefas estão contextualizadas com o entorno social e cultural?
IDT-Ec4. Os conteúdos das tarefas são úteis para a vida social e laboral?

Estes indicadores, divididos em seis facetas (Epistêmica, Cognitiva, Interacional, Mediacional, Emocional e Ecológica), destacam um conjunto de critérios relacionados ao desenvolvimento de tarefas matemáticas em sala de aula levando em consideração o ensino institucional da Matemática, à aprendizagem, aos recursos e tempo utilizados, à forma de interação entre os envolvidos, à emoção, satisfação e a articulação dos conteúdosmatemáticos com outras áreas do conhecimento, Neste artigo, levamos em consideraçãoestes indicadores enviesados pela criatividade.

Kattou et al. (2016) indica que uma pessoa, para ser considerada criativa matematicamente, precisa ter conhecimento do conteúdo, habilidades criativas gerais e inteligência fluída. Para Alencar (1995), para desenvolver o pensamento criativo crítico matemático, o estudante precisa aliar o conhecimento do conteúdo às ideias incomuns de diferentes categorias de respostas para que possa avaliar e escolher a que melhor se adeque ao problema apresentado. Neste processo de construção criativa a experimentação prática é utilizada para auxiliar na compreensão de conceitos por meio da exploração, a formulação e a validação de ideias.

Vale ressaltar que o desenvolvimento da criatividade não é um ato isolado. Csikszentmihaly (2014) menciona que o processo criativo é sistêmico, que leva em consideração a interação e trocas entre as pessoas, a cultura, a ciência e a sociedade. Ele relata que para fomentar a criatividade é necessário mais que transferir informações do professor para os estudantes, é uma oportunidade de os professores destacarem o protagonismo dos estudantes sem perder de vista a proposta de aprenderem uns com os outros propondo a extrapolação dos conteúdos formais adquirindo novos conhecimentose exercendo o pensamento criativo para investigar e encontrar soluções inéditas para problemas diversos.

No entanto, para que haja o desenvolvimento do potencial criativo do indivíduo, Alencar e Fleith (2003, p. 7) apontam que "para estimular a expressão criativa na escola,no trabalho ou em outro contexto, é necessário preparar o indivíduo para pensar e agir deforma criativa, bem como planejar intervenções nesses contextos a fim de estabelecer condições favoráveis ao desenvolvimento da criatividade". Desta forma, para que o processo criativo aconteça, é preciso estarmos abertos às inovações, à escolha e elaboração de tarefas criativas e que o espaço da sala de aula favoreça o diálogo, ao respeito às diferenças e à expressão criativa.

O lócus, os participantes e as tarefas

Este estudo tem caráter qualitativo, por se tratar de uma investigação na qual o pesquisador, se faz presente nas interações sociais e interpessoais dos participantes da pesquisa, registra, analisa (CHIZOTTI, 2011), no nosso caso, a criatividade dos estudantes nas tarefas envolvendo o cálculo de porcentagens.

As tarefas, foco deste relato, foram respondidas por estudantes matriculados em uma escola pública de Vitória da Conquista, Bahia, Brasil. Esta instituição é de formação complementar que atende aos estudantes do Ensino Médio matriculados nas escolas regulares vinculadas à Secretaria de Educação do Estado da Bahia e visa ampliar o acessodos jovens baianos a temas atuais (BAHIA, 2011) por meio de propostas "mão na massa"e/ou com uso de tecnologias digitais funcionando como laboratórios pedagógicos de educação engajadora, reflexiva, criativa e divertida. Os pilares que fundamentam esta escola, estão em consonância com Moran quando observa que "as aprendizagens por experimentações, por design e a aprendizagem *maker* são expressões atuais da aprendizagem ativa, personalizada, compartilhada" (MORAN, 2018, p. 3, grifo no original) evidenciando o vínculo com a aprendizagem reflexiva para a construção de conhecimentos e competências em cada atividade.

A participação nas ações nesta unidade escolar não é obrigatória, desta forma, o estudante assume o papel de protagonista da sua aprendizagem ao escolher livremente o curso/oficina que deseja participar. Com o advento da pandemia, os cursos e oficinas originalmente presenciais, foram ressignificadas, reorganizadas e oferecidos no formato *online* para estudantes de toda Bahia.

Dentre as ações ofertadas no formato *online*, está o curso de educação financeira“É da $ua Conta?!” que foi elaborado pela primeira autora para atender às necessidades dos estudantes no que tange à mobilização de conhecimentos matemáticos (porcentagem, juros simples e compostos, descontos etc.) na administração financeira pessoal/familiar ena conscientização do papel de consumidor responsável e consciente dos estudantes (e seus familiares) perante a sociedade na qual estamos imersos. O curso aconteceu de 14 de março a 31 de maio de 2022, tendo carga horária de 30 (trinta) horas divididas em 10(dez) semanas. A cada semana, os encontros tinham 2 (duas) horas *online* pela plataforma *Google Meet* e 1 (uma) hora pela participação no Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA)[676]. Todas as informações foram registradas por meio de observação participante nosencontros online (relatos[677] dos estudantes durante a realização das tarefas), no diário do AVA além da aplicação de questionários após a realização das tarefas, contendo nove questões com o intuito de avaliar o quanto de criatividade foi usado na feitura das tarefas. Vinte e dois estudantes responderam ao questionário e 23 (vinte e três estudantes) concluíram o curso com êxito e foram certificados.

As tarefas, descritas abaixo, foram realizadas durante os encontros *online* e conduzidas pela primeira autora. Esta projetava as telas no *Google Meet* orientando os estudantes, que indicavam os caminhos a seguir para resolver as tarefas. Os estudantes, de forma individual e coletiva, respondiam, questionavam, argumentavam as suas respostas e as apresentadas pelos colegas.

Tarefa 1. “Calcular porcentagens”

Figura 1.

Interfaces da Tarefa Calcular Porcentagem (https://escola.britannica.com.br/jogos/GM_6_25/index.html, 2022)

[676] http://cjccvc.org

[677] Os dados foram identificados pela letra do instrumento seguido por *underline* e a letra que identifica o estudante. Exemplo: Relato do estudante X: R_X; Questionário do estudante Y: Q_Y etc.

Estas figuras ilustram, progressivamente, algumas partes da tarefa sendo resolvida.

Tabela 1.

Características da Tarefa Calcular Porcentagem(Organização da primeira autora, 2022)

Tarefa 1: Calcular Porcentagens	Trata-se de um jogo virtual para calcular porcentagens, podendo-se usar das operações de multiplicação e divisão. A resolução das porcentagens revela a peça do quebra-cabeçaa qual deve ser colocada no resultado correto correspondente para revelar a imagem escondida. O jogo tem intenção de ser divertido e apresenta três níveis de dificuldade para que o jogador escolha o mais adequado ao seu nível cognitivo. A cada rodada, umaimagem diferente é gerada para ser descoberta. Fonte: https://www.coquinhos.com/calcular-porcentagens/play/
Objetivos	Calcular o valor das porcentagens indicadas; Relacionar o valor encontrado com as peças do quebra-cabeça; Descobrir a imagem escondida; Representar a porcentagem por meio de frações e números decimais; Exercitar o pensamento direto e flexível.
Expectativa	Realizar os cálculos de forma mental e/ou por meio de representações numéricas. Aumentar o nível de dificuldade a cada quebra-cabeça solucionado. Compartilhar as estratégias utilizadas no jogo.

Tarefa 2. “Porcentagens: Encontre o número escondido”

Figura 2.

Interfaces da Tarefa Porcentagens: Encontre o número escondido (https://escola.britannica.com.br/jogos/GM_6_25/index.html, 2022)

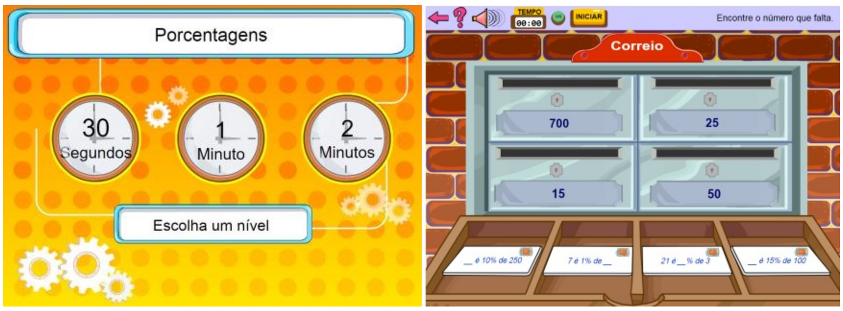


Tabela 2.

Características da Tarefa Porcentagens: Encontre o número escondido (Organizaçãoda primeira autora, 2022)

Tarefa 2: Porcentagens: Encontre o número escondido	Trata-se de um jogo virtual para calcular porcentagens que estão indicadas nos envelopes de cartas. Ao descobrir o número omitido no envelope, este precisa ser enviado/depositado na caixa postal correspondente ao resultado encontrado. Existe umcontador de tempo para que o jogador decida/escolha o tempo para ser resolvida a tarefa. Fonte: https://escola.britannica.com.br/jogos/GM_6_25/index.html
Objetivos	Calcular o valor das porcentagens indicadas; Descobrir o número que torna a porcentagem correta; Relacionar a solução encontrada levando o envelope até o resultado correto; Representar a porcentagem por meio de frações e números decimais; Exercitar o pensamento inverso e flexível.
Expectativa	Realizar os cálculos das porcentagens de forma mental e/ou por meio representações numéricas no menor tempo possível. Compartilhar as estratégias utilizadas na tarefa.

Tarefa 3. “Tarefa de Percentuais”

Figura 3.

Tarefa Original solucionada (Swan, 2008) e a tarefa traduzida aplicada com osestudantes do curso É da $ua Conta?!

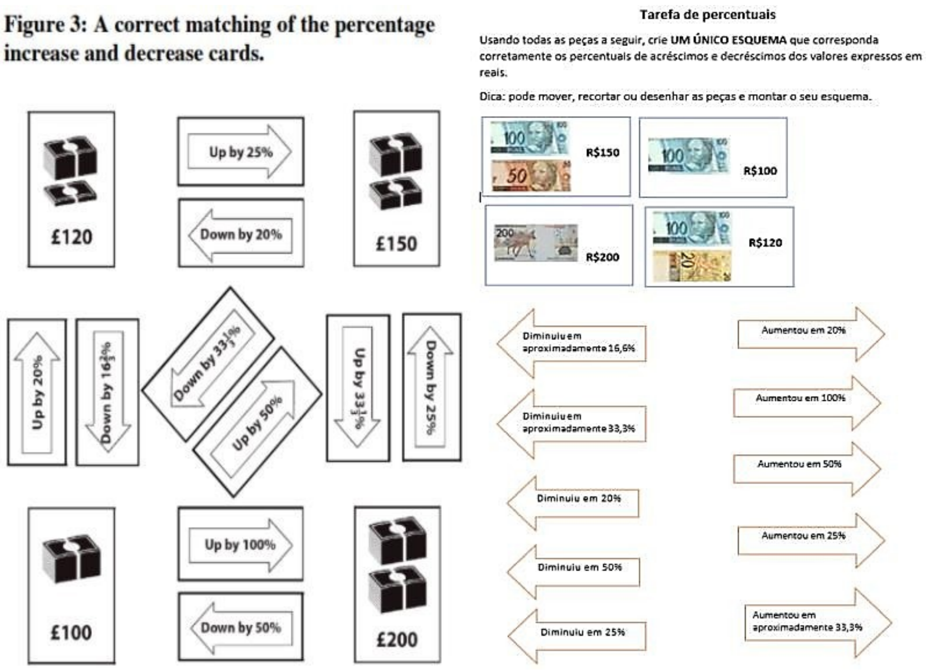


Tabela 3.

Características da Tarefa de Percentuais (Organização da primeira autora, 2022)

Tarefa 3: Tarefas de Percentuais	Trata-se de um conjunto de cartas: quatro representando valores monetários 100, 120, 150e 200 e dez setas indicando acréscimos e decréscimos percentuais para serem organizadasem um único esquema. Esta tarefa foi traduzida pela segunda autora, adaptando-a para valores em reais. Fonte: Swam (2008)

Objetivos	Calcular o valor das porcentagens indicadas; Organizar todas as cartas em um único esquema; Testar hipóteses para resolver o problema; Analisar se taxas percentuais iguais funcionam no acréscimo e decréscimo; Representar a porcentagem por meio de frações e números decimais; Exercitar o pensamento inverso e flexível.
Expectativa	Realizar os cálculos das porcentagens, testar hipóteses, argumentação por meio de representações numéricas, gráficas, compartilhando estratégias de raciocínio erelacionando a tarefa com situações reais.

As tarefas escolhidas atendem aos aspectos descritos na classificação de Swan (2008) quando indica que devem criar oportunidades para a compreensão conceitual (proporcionando a interpretação e mostrando diferentes representações da mesma ideia matemática), a comparação de diferentes maneiras usadas para resolver um problema e oreconhecimento de caminhos alternativos expressos nas suas ideias/raciocínio.

As três tarefas apresentam diferentes linguagens sobre um mesmo conteúdo, níveis de exigência cognitiva distintos (para a primeira tarefa um pensamento mais diretoe para as duas últimas um pensamento inverso), têm a intenção de provocar o interesse e implicação do estudante para a sua realização. Nas resoluções dos estudantes, buscaremos indícios de criatividade.

Vale ressaltar que os estudantes foram identificados com a palavra "Estudante" seguida de uma letra maiúscula do alfabeto para garantir o anonimato dos participantes.

Análise das Tarefas

A Tarefa 1 foi respondida pelos estudantes em um tempo aproximado de 1(uma) hora. Os estudantes testaram algumas hipóteses (resolução da porcentagem por meio da regra de três; multiplicação e divisão de frações, resultados das porcentagens etc.)compartilhando a estratégia com os colegas. Foi uma tarefa considerada relativamente fácil pelos estudantes, conforme relatou a Estudante P para o exemplo 50% de 800: "*professora, tá fácil! Para saber o resultado basta multiplicar o 5x8, acrescentar os zerose 'cortar' dois zeros da porcentagem. Dá 400! Basta fazer isso que conseguimosencontrar todos os resultados!*" (R_P, 2022). Outros estudantes disseram que resolverampor meio de regra de três, mas da forma a qual a Estudante P explicou, eles considerarammais simples e rápido, chamando a atenção para a expressão "*o 'de' significa 'vezes'[multiplicação], né*?". Embora esta tarefa apresente a possibilidade de alterar o nível de dificuldade variando as taxas percentuais, implica na direção de uma só linha deraciocínio, nesse caso direto. Parece ser a tarefa mais habitual entre os estudantes.

Em princípio, não consideramos que esta tarefa despertasse a criatividade dos estudantes. Entretanto a forma como ela foi elaborada (níveis de dificuldade), conduzidapela professora permitindo o diálogo dos estudantes sobre suas estratégias e trocando conhecimentos, estimulou processos de fluência e de criatividade nos estudantes.

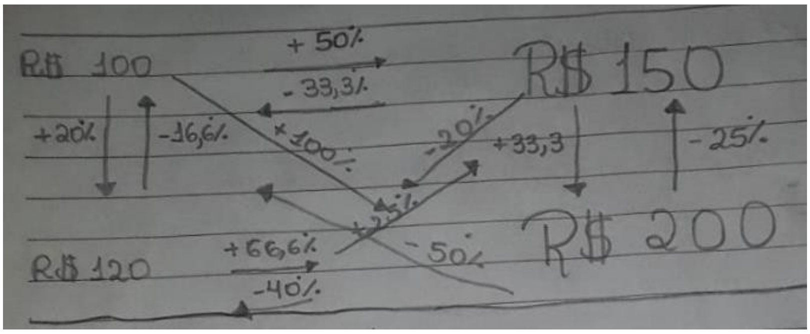
No mesmo encontro online, logo após a realização da primeira tarefa, quando apresentados à Tarefa 2, os estudantes perceberam maior dificuldade, uma vez que nos envelopes havia exemplos diferentes dos apresentados anteriormente, ou seja, a Tarefa 2,exigia, em algumas ocasiões, o uso de um raciocínio inverso, de traz para frente, voltar ao princípio de uma operação (por exemplo, "_é 10% de 250" ou "7 é 1% de_"). Na solução de "7 é 1% de_", a Estudante F encontrando o resultado 700 fez a seguinte reflexão: "*qual é o número que 1% dele resulta 7? Se 1% do número desconhecido (x) éigual a 7, então x=7.100 => x=700. Basta fazer o contrário do exemplo anterior*" (R_F,2022). Percebe-se que a estudante fez uso da operação inversa e justifica a sua linha de raciocínio. Esta estudante acrescentou que realizou alguns testes até encontrar a respostacorreta. Identificamos no seu processo argumentativo o indicador IDT-E5, fazendo uso de levantamento de hipóteses, do pensamento reversível (inverso) e pautado em justificativa. Desse modo, a tarefa incentiva o uso de processos inversos de pensamento,a aplicação dos conhecimentos permitindo-nos perceber indícios de criatividade por partede alguns estudantes em consonância com os indicativos de Kattou et al (2006), quando se refere que, a habilidade criativa é desenvolvida a partir de conhecimentos prévios.

A Tarefa 3 foi realizada uma semana após as duas primeiras, utilizando, também,da plataforma *Google Meet*, com duração de 2 (duas) horas. Cerca de 54,5% dosestudantes indicaram esta tarefa como a que mais exigiu o raciocínio e a criatividade paraencontrar a solução correta. O Estudante B, relacionou a situação proposta com descontos/aumentos de roupas, usando a regra de três e "*algumas noções básicas de matemática como, por exemplo, de R$ 100,00 para R$ 120,00 aumentou obviamente 20%"* (R_B, 2022). Quando interrogado se a recíproca seria verdadeira, inicialmente elerespondeu que sim, mas refletindo sobre o questionamento e relacionando com as tarefasanteriores, respondeu 96. Explicou que 20% de 120 resulta 24 e que teria que fazer a subtração 120 – 24 = 96. Na Tarefa 3, fica evidenciado o indicador IDT-E2 quando a tarefa explora diferentes linguagens e formas de expressão matemática.

Ademais, destacamos nesta tarefa o indicador IDT-C4, quando o Estudante B, apresentou uma estratégia de resolução diferente e criativa, não prevista na descrição da tarefa original. Este estudante relata que testou as possibilidades e acrescentou duas cartas (setas) indicando um acréscimo e um decréscimo não previstos na tarefa (Figura 4), extrapolando o enunciado, afirmou que: *"Gostei bastante desta atividade, foi um pouco desafiadora para mim, mas achei bastante interessante. Pude criar situações diferentes para resolvê-la*" (Q_B, 2022).

Figura 4.

Tarefa solucionada pelo Estudante B (Registros dos autores, 2022)



A linha de raciocínio do Estudante B apresenta características de criatividade, podendo identificar que ele fez uso da fluência (ALENCAR, 1995), de processos depensamento inversos, divergentes e convergentes, estando em consonância com o identificador IDT-I4 dirigido à exploração, formulação e validação das soluções de um problema. Os relatos no questionário dos estudantes H e F acerca da Tarefa 3, respectivamente, corroboram com o indicador supracitado: "*desafiadora, gostei muito, pois ajudou a testar as respostas até encontrar a solução mais adequada e entender porcentagem*" (Q_H, 2022) e "*Foi interessante, testei soluções, aprendi com meus erros,aprimorei meus conhecimentos*" (Q_F, 2022). Os depoimentos dos estudantes indicam oquanto é importante proporcionar um ambiente favorável ao desenvolvimento da criatividade nas tarefas desenvolvidas em sala de aula. (ALENCAR; FLEITH, 2006).

Entre outras coisas, as três tarefas, estimulam a fluência (ALENCAR,1995)incentivam o uso de estratégias de resolução diferentes (IDT-C4), preveem momentos deexperimentação prática para auxiliar na compreensão de conceitos (IDT-M5), promovema implicação do aluno na resolução das tarefas (IDT-Em5) e apresentam desafios possíveis de serem alcançados (IDT-Em6). Embora todas as tarefas permitissem aexperimentação prática (IDT-M5), 82% dos estudantes apontaram a Tarefa 3 com mais potencialidade no desenvolvimento da criatividade.

De acordo com Csikszentmihaly (2014), a criatividade se apresenta na resoluçãode problemas a partir da interação entre a pessoa (aluno), o domínio (conhecimento) e o Campo (professor, sociedade). Desta maneira, por meio da realização das tarefas e das trocas realizadas e aprendizagens adquiridas, a Estudante A constatou que está conseguindo conectar os conhecimentos adquiridos sobre porcentagens à sua vida encontrando soluções para os problemas vivenciados no seu dia a dia. Ela afirma que *"estou vendo meus gastos e consumos de modo diferente, aprendendo a valorizar mais os bens que tenho, pensando 10 vezes antes de gastar com coisas que, talvez eu nem precise tanto"* (D_A, 2022), em conformidade com o indicador IDT-Ec2. A estudante Zcompartilha da mesma ideia, admitindo: *"espero poder aprender mais e que esseaprendizado não seja só para mim, mas que eu posso levar os meus conhecimentos para outras pessoas também😊❤️"* (Q_Z, 2022), evidenciando o indicador IDT-Ec4.

Embora 95,5% dos estudantes tenham considerado que as tarefas ampliaram, reforçaram e sistematizaram seus conhecimentos totalmente ou em parte, alguns estudantes tiveram dificuldades e, somente depois de esclarecimento de dúvidas, conseguiram resolver a Tarefa 3, conforme depoimento da Estudante A: *"De início fiquei um pouco confusa, mas, ao realizar com as orientações e em conjunto ficou tudo bem claro. Gostei muito. Por mais atividades como esta!"* (Q_A, 2022).

Considerações Finais

Validados pelos Indicadores do Desenho de Tarefas, os resultados do trabalho realizado indicam que estudantes consideraram as tarefas desafiadoras, envolventes, divertidas, provocadoras de curiosidades e sobretudo exigem muito do raciocínio. Inicialmente, estes tipos de tarefas geram, nos alunos, estranhamento e um certo incômodo por não estarem acostumados, porém, com a apropriação dos conteúdos, diálogo, testagem de hipóteses e argumentação entre os participantes, ocasionou satisfação e alegria quando conseguiram resolver os problemas apresentados.

Sobre o desenvolvimento da criatividade, este estudo ainda está em fase inicial, de modo que consideramos os achados como indícios de criatividade, sabendo que necessitamos aprofundar mais na literatura sobre uma temática considerada por nós aindacomplexa. Embora os resultados apontem que houve uma implicação dos estudantes em ambas as tarefas por suas características, sobretudo de entretenimento, os indícios de criatividade ficaram mais evidentes nas tarefas com mais exigência de processos de pensamento inverso (envolvendo operações inversas) e de fluência.

Referências

ALENCAR, E. S. de. Como desenvolver o potencial criador: um guia para a liberação da criatividade em sala de aula. – 3 ed. Vozes. Petrópolis, 1995.

ALENCAR, E. M. L. S., FLEITH, D. S. (2003). Criatividade. Múltiplas perspectivas. Brasília: Editora UnB.

BRASIL. Base Nacional Curricular Comum (BNCC). Brasília, 2018.

BRASIL. Brasil no PISA 2021 – Matriz de referência para pensamento criativo (recurso eletrônico), - Brasília: INEP, 2021.

CSIKSZENTMIHALYI, M. The Systems Model of Creativity: The Collected Works of Mihaly Csikszentmihalyi. Dordrecht: Springer, 2014.

CHIZZOTI, A. Pesquisa qualitativa em ciências humanas e sociais. 4ª Ed. Petrópolis, RJ:Vozes, 2011.

FONSECA, M. G. Aulas baseadas em técnicas de criatividade: efeitos na criatividade, motivação e desempenho em matemática com estudantes do Ensino Médio. 175 f., il. Tese (Doutorado em Educação) UnB, Brasília, 2019. Acesso em 17/06/2022.Disponível em: ttps://www.repositorio.unb.br/bitstream/10482/20203/1/2015_MateusGianniFonseca.pdf .

GODINO, J. D.; BATANERO, C.; FONT, V. Um enfoque onto-semiótico do conhecimento e a instrução matemática. Acta Scientiae - Revista de Ensino de Ciências e Matemática, Canoas, v. 10, n.2, jul./dez., 2008. p. 07- 37. Disponível em: http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/62. Acesso em 25/09/2022.

GONTIJO, C. H.. Relações entre criatividade, criatividade em matemática e motivação em matemática de alunos do ensino médio. 2007. 194 f. Tese (Doutorado em Psicologia) - UnB, Brasília, 2007. Acesso em 17/06/2022.Disponível https://repositorio.unb.br/bitstream/10482/2528/1/2007_CleytonHerculesGontijo.PDF

GUSMÃO, T. C. R. S. Do desenho à gestão de tarefas no ensino e na aprendizagem da matemática. In: ENCONTRO BAIANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 18.,

2019. Anais [...] Ilhéus, Bahia, 2019. Disponível em: https://casilhero.com.br/ebem/mini/uploads/periodico/files/2019/PA2.pdf Acesso em 25/09/2022.

GUSMÃO, T. C. R. S. Los procesos metacognitivos en la comprensión de las prácticas de los estudiantes cuando resuelven problemas matemáticos: una perspectiva ontossemiótica. 2006. 366p. Tese (Doutorado em Didáctica de las Matemáticas). Faculdade de Ciências da Educação, Universidade de Santiago de Compostela, Espanha, 2006. Acesso em 17/06/2022. Disponível em: http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/documentos/Tesis_doctoral_Tania_Gusmao.pdf

GUSMÃO, T. C. R. S. FONT, V. M. Ciclo de estudo e desenho de tarefas. Educação Matemática Pesquisa - São Paulo, v. 22, n. 3, p.666-697, 2020. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/50704/pdf_1 Acesso em 17/06/2022

KATTOU, Maria; CHRISTOU, Constantinos; PITTA-PANTAZI, Demetra.Characteristics of the Creative Person in Mathematics. In: MONETA, Giovanni; ROGATEN, Jekaterina (Edts.). Psychology of creativity: Cognitive, emotional, and social processes (Chapter 6). New York: Nova Science Publishers, 2016.

MORAN, J. Metodologias Ativas para uma aprendizagem mais profunda. In: BACICH, L.; MORAN, J. (org.). Metodologias ativas para uma educação inovadora: uma abordagem teórico-prática. Porto Alegre: Penso, 2018.

VALE, I. (2012). As tarefas de padrões na aula de Matemática: um desafio para professores e alunos. Interações, 20, 181-207.

SWAN, M. O desenho de múltiplas tarefas de representação para fomentar o desenvolvimento conceitual. In: Tramitação do 11º Congresso Internacional de Educação Matemática (ICME 11), México. Acesso em 13/06/2022 http://tsg.icme11.org./document/get/289, 2008.

La constitución del concepto de promedio en la escuela primaria

A constituição do conceito de média na escola primária.

The constitution of the concept of average in primary school

Ana María Martínez Blancarte[678]
Benemérita Escuela Nacional de Maestros
0000-0002-2089-7834

Ana María Ojeda Salazar[679]
Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional
0000-0001-7918-7557

Modalidad: Comunicación
Núcleo Temático: Procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en las diferentes modalidades y niveles educativos

Resumen

La presente investigación cualitativa parte de una investigación mayor en la que se consideró la revisión documental de las propuestas vigentes en primaria y en la licenciatura en educación primaria, la observación de la práctica de normalistas en formación para la educación y la aplicación de entrevistas semiestructuradas a los docentes en formación y a niños a quienes impartieron enseñanza de estocásticos. En esta ocasión sólo daremos a conocer los resultados obtenidos en la interacción en el aula para constituir un término de estocásticos (promedio). Es necesario considerar el triángulo epistemológico propuesto por Steinbring (1991) para la constitución de un concepto matemático, profundizando sobre todo el significado, el significante y el significador ya que estos dos últimos al ser expresados de manera oral o escrita por el individuo, permiten identificar el pensamiento y la adquisición de los conceptos por los sujetos.

Palabras clave: constitución, concepto, promedio, educación primaria.

Introducción

Hace más de veinte años, Mokros y Russell (1995) sugirieron que se sabía muy poco sobre el desarrollo del pensamiento estadístico sin escolarización estadística, situación que en la actualidad sigue presente. En la educación primaria de la Ciudad de México, las propuestas instituciones han sufrido cambios en los que se ha considerado (SEP, 1993 y SEP, 2018) o no (SEP, 2011) el tratamiento de la estadística y la probabilidad desde este nivel educativo. Además de que algunos docentes presentan dificultades de dominio de los contenidos de estadística per se y de su enseñanza, lo que le genera aprensión; es decir, “un sentimiento de

678 ana.mblancarte@aefcm.gob.mx
679 amojeda@cinvestav.mx

inseguridad, debido no tanto a la falta de preparación en Estadística, sino también en su enseñanza” (Gattuso y Pannonne (2002), citado en Gattuso, 2006, p. 1).

Por lo general, el tratamiento de los contenidos estadísticos “se relega [n] al final del año escolar, si es que no llegan a ser completamente olvidadas, porque el tiempo disponible es insuficiente” (Aksu (1990) citado en Gattuso, 2006, p. 1) o se les limita a algunos grados de educación primaria, como lo es el caso de los contenidos de probabilidad.

En la reforma 2012 en la curricula de la normal de primaria (SEP, 2012), se incluyó el tema de estocásticos para todo un semestre; sin embargo, el tiempo es insuficiente para tratar todos sus contenidos por diversos factores, como el tiempo, la preparación de las clases para las jornadas de práctica, entre otros. Por lo anterior, los futuros docentes llevan a cabo sus prácticas de enseñanza de contenidos estocásticos con los conocimientos adquiridos en el bachillerato, ya que no han tratado aún todo el contenido de las unidades 1 y 2 de la asignatura Procesamiento de Información Estadística antes de asistir a las aulas de primaria.

En las escuelas primarias públicas de la Ciudad de México, por lo general, los docentes únicamente contestan los libros de texto, en algunas ocasiones por falta de tiempo debido a cuestiones administrativas que deben cubrir. Por tanto, pretendemos profundizar en la interacción (docente-alumno, alumno-docente, alumno-alumno o alumno-libro de texto) entre el objeto, el signo y el concepto, que se lleva en el aula de primaria para que los niños constituyan un contenido estocástico.

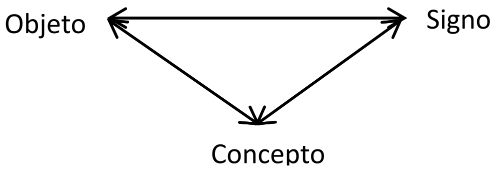
Sustento teórico

El sustento teórico de la investigación está integrado en tres ejes:

Eje epistemológico. Steinbring (1991) propone un triángulo epistemológico (véase la Figura 1) para la constitución del concepto matemático que requiere un balance e interacción entre el objeto, el signo y el concepto. El autor describe cada uno de los vértices del triángulo de la siguiente manera: el objeto “se construye como nuevo conocimiento en una relación matemática” (Steinbring, 1989, p. 155). El signo matemático tiene dos funciones: en la semiótica se le considera como “algo que representa algo más” y “en la epistemológica es un marco de la constitución epistemológica del conocimiento matemático” (Steinbring, 1989, p.

134). El concepto es perfectible, dado que va de las nociones a ideas o conceptos en estrecha interrelación entre el objeto y el signo.

Figura 1. *Triángulo epistemológico (Steinbring, 1991, p. 506)*.



Eje Cognitivo. En su investigación sobre la comprensión de la media por alumnos de primaria y secundaria, Mokros y Russell (1995) declaran que aprender el concepto de promedio es uno de los primeros encuentros de un estudiante con una construcción matemática que expresa una relación entre números particulares. Esta relación es una construcción matemática abstracta que no tiene referente específico en el mundo real. Aunque la mayoría de la gente conoce el procedimiento para calcular el promedio de un conjunto de datos, la relación matemática sigue siendo opaca.

Estos autores identificaron cinco enfoques del promedio: I). como moda, II) por su algoritmo (estos dos primeros enfoques no consideran la noción de representatividad del conjunto de datos), III. como algo razonable, IV. como punto medio y V. como punto de equilibrio (estos tres enfoques sí consideran la representatividad del conjunto de los datos).

Bakker (2003) señaló que conocer la historia de los valores promedios es un punto de partida para la enseñanza de esas medidas y que la media aritmética no tiene una interpretación estadística única, por lo que los estudiantes de entre 12 a 13 años de edad no la comprenden; no distinguen entre nociones de centro, valores mínimo y máximo, valor medio y centro de gravedad. Este autor identificó tres tipos de aproximaciones al valor de la media:

1) Estimar la suma de todos los datos o su total a menudo tiene que ver con encontrar el número total al multiplicar la media por el número de datos.

2) Comparar equitativamente para responder la pregunta de cuánto corresponde a cada uno después de una redistribución justa.

3) Estimar o calcular el número total de datos es una variante del primer caso.

Eje social. De acuerdo con Wittrock (1986) el

> aula se concibe como un sistema social complejo en el que operan influencias tanto directas como indirectas (…) el docente debe tener la capacidad de reflexionar críticamente sobre la propia práctica y de enunciar esas reflexiones para uno mismo y para otros. (pp.: 290-291)

Steinbring (1991) señala que "la interacción entre los docentes y los alumnos durante la enseñanza diaria produce una comprensión específica del escolar del estatus de conceptos matemáticos" (Steinbring, 1991; traducido por Garnica y Ojeda, p. 503).

El intercambio en la interacción (comunicación) puede ser de manera escrita, a través de signos que se conforman por un "significado (idea, concepto) y un significador (imagen acústica)" (Nöth, 2000, p. 74, citado en Steinbring, 2005, p. 53). El significado es identificado del recurso semiótico seleccionado por el docente o elaborado por el alumno y el significador se revela en el discurso del alumno al expresar de manera escrita o verbal la aprehensión o comprensión del significado.

Todo alumno/estudiante debe aprender, ya que "el aprender implica un contenido y unas reglas. Por contenido se entiende lo que se aprende; por reglas se entiende cómo se aprende lo que se aprende" (Hogarth, 2001, pp.: 281-282); "los aprendices aprenden a trabajar junto con sus maestros y al observar lo que éstos hacen" (p. 284); lo anterior, permitirá fortalecer el conocimiento matemático de los docentes y de los alumnos.

Metodología

La investigación de corte cualitativo se llevó a cabo durante la observación de la práctica docente de dos normalistas con la enseñanza de estocásticos (medidas de tendencia central), además de que se realizó una entrevista semiestructurada a los niños seleccionados para profundizar sobre la enseñanza recibida.

En esta ocasión presentamos un ejemplo de la constitución del concepto de promedio por un niño de 10 años de edad que recibió enseñanza sobre medidas de tendencia central; y un ejemplo de dos niños, uno de quinto grado y otro de cuarto año, quienes además de recibir enseñanza sobre medidas de tendencia central, también fueron entrevistados con un guión semiestructurado por la investigadora para profundizar o aclarar la enseñanza recibida. Denominaremos a los normalistas con la letra $E^{\#}_{\#}$ en donde el superíndice indica la temporalidad de la enseñanza de medidas de tendencia central y el subíndice el número de lista de cada estudiante.

A los niños los identificaremos con $A^{\#}_{\#}$ en donde el superíndice indica la temporalidad en la que recibieron enseñanza y el superíndice el grado de primaria que cursaban, y con la letra I se identificará a la investigadora que realizó las entrevistas semiestructuradas.

Discusión de resultados

E1 presento el referente: α Tengo cinco sobrinos. Un día llegaron y me mostraron las calificaciones de tres asignaturas: matemáticas, español e inglés. Observa la tabla (véase la Figura 2) y determina: ¿quién tuvo el mejor promedio? Durante la interacción entre A^{1}_{5} (10 años de edad), surgió la estrategia de compensación (Bakker, 2003) para estimar la media aritmética y su enfoque como punto de equilibrio (Mokros y Russel, 1995).

La estrategia de compensación fue utilizada por A^{1}_{5} para que tanto Luis como Adolfo tuvieran las mismas calificaciones; compensó las calificaciones de un conjunto de datos (calificaciones de Luis) para igualarlas a las calificaciones de otro conjunto (calificaciones de Adolfo). Sin embargo, no obtuvimos evidencia (explícita) de que considerara que la media aritmética fuera la misma (7.3) para ambos sobrinos. Lo significante (lo relevante) del significado para A^{1}_{5} fueron las calificaciones de Adolfo y Luis.

Figura 2. *Tabla propuesta por E_1 y estrategia de compensación usada por A^1_5*

Alumno	Asignatura		
	E	M	I
Úrsula	8	10	10
Adolfo	6	8	8
Luis	9	8	5
Rosario	7	9	10
Karla	8	10	7

Significado

Significador

A^1_5	Sí, porque Luis, ahí [señala la tabla], en lugar de un 6 tiene un 5, en lugar de un 9 tiene un 8 [se refiere a la calificación de Adolfo].
E^1_{28}	¡Ajá! Eso entonces, ¿qué quiere decir?
A^1_5	Que si el 9 le presta uno al 5, es la misma calificación porque van a ser dos 8 [cada quien] y dos 6 [uno de Luis y otro de Adolfo].

E^1_{28} evidenció su desconocimiento de la estrategia de compensación y del enfoque de la media aritmética como punto de equilibrio (véase la Figura 3) dado que pareció no comprender lo que A^1_5 estaba diciendo y lo interpretó como "buscar un punto de equilibrio para representar los datos" (Mokros y Russel, 1995; p. 26) de un conjunto; sin embargo, E^1_{28} los dejó de lado sin advertir la aportación de A^1_5:

Figura 3. *Enfoque de la media aritmética como punto de equilibrio por* E^1_{28}

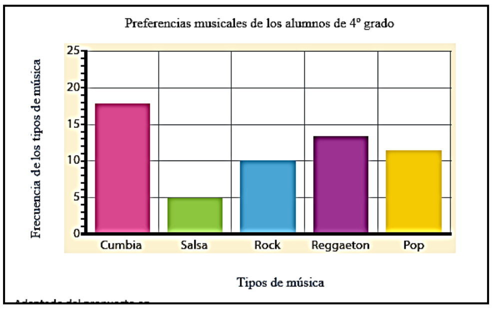
Alumno	Asignatura		
	E	M	I
Úrsula	8	10	10
Adolfo	6	8	8
Luis	9	8	5
Rosario	7	9	10
Karla	8	10	7

Significado

Significador

E^1_{28} Ok. Se equilibran, ¿tú, lo (…)? A ver, vamos a ver. Te entiendo esto: tú, a la hora de sumar estás diciendo que [señala el 6 de Adolfo] tanto Luis como Adolfo tienen las mismas calificaciones, ¿sí? Entonces, ¿cómo podríamos saber quién tiene mejor rendimiento escolar? Cuando nos referimos a rendimiento escolar, son las mejores calificaciones. ¿Quién tiene entonces mejor rendimiento escolar? ¿Úrsula?

En la entrevista semiestructurada realizada a A^1_4 (niño de 8 años de edad) se presentó el referente K. Los alumnos de 4° grado hicieron una encuesta para saber qué música es la más popular y registraron los resultados en el siguiente gráfico.



I) ¿A cuántos alumnos se les encuestó?

II) ¿Cómo son los datos?

III) ¿Qué música prefieren los alumnos?

IV) ¿Qué música es la que menos escuchan?

V) ¿Cuál es la moda del conjunto de datos?

VI) Señala la moda en la gráfica del conjunto de datos.

A A^2_5 (10 años de edad), I presentó el referente L. Observa el siguiente estado del tiempo.

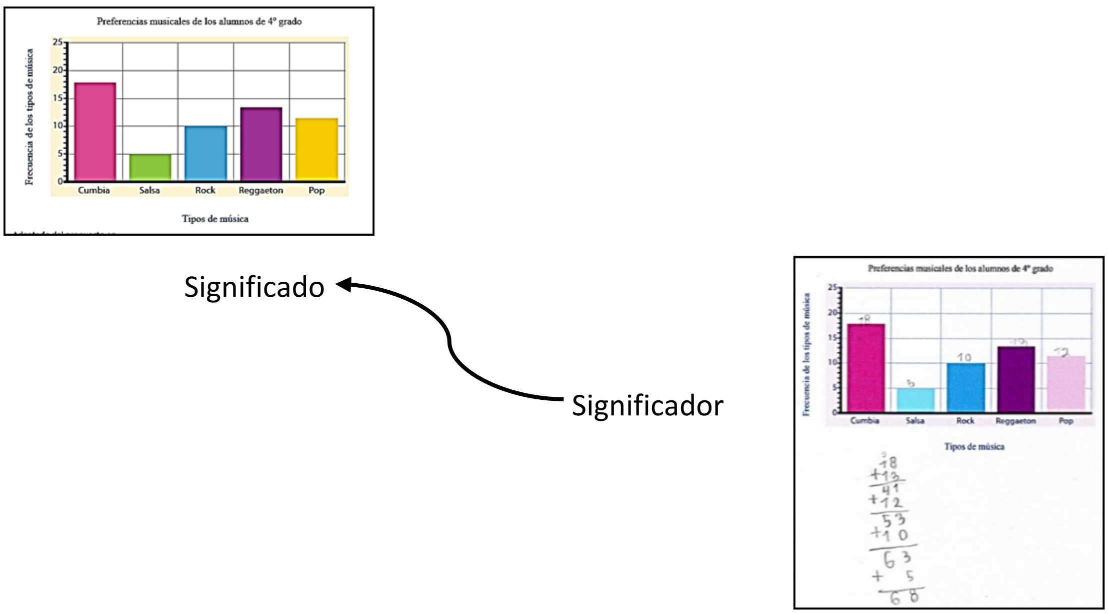
México City	14°C | 26°C	Guadalajara	17°C | 34°C	Monterrey	24°C | 32°C
Puebla	15°C | 22°C	Toluca	10°C | 21°C	Torreon	24°C | 33°C
Acapulco	26°C | 32°C	Veracruz	26°C | 30°C	Palenque	23°C | 30°C
Puerto Vallarta	26°C | 32°C	Puerto Escondi...	28°C | 31°C	San Cristobal d...	14°C | 16°C
Culiacán	19°C | 35°C	Chihuahua	17°C | 31°C	Zacatecas	16°C | 30°C
Hermosillo	24°C | 39°C	Guanajuato	17°C | 32°C	San Miguel de A...	14°C | 31°C
Morelia	15°C | 31°C	Taxco	16°C | 25°C	Mazatlán	23°C | 30°C
Oaxaca	18°C | 24°C	Piedras Negras	25°C | 30°C		

a) ¿Cuál es la moda de las temperaturas para el día y para la noche?

b) ¿Cuál es la media de las temperaturas durante el día?

A^1_4 presentó dificultad al leer el objeto (gráfica de barras) pues no identificó el producto cartesiano de los últimos dos tipos de música con su frecuencia (véase la Figura 4); es decir, asignó 13 alumnos al reguetón y 12 a la de pop 12; además, consideró dos veces a los sujetos que eligieron rock.

Figura 4. *Identificación incorrecta del producto cartesiano por A^1_4 en el reactivo K*



Lo significante para el alumno fueron los tipos de música y su frecuencia, pero al no ser identificados correctamente, le impidieron llegar a la respuesta correcta de algunas de las preguntas que se le planteron como lo fue el tamaño de la muestra entrevistada, sin embargo, la moda la identificó correctamente pues le fue significante la altura de las barras.

$A^2{}_5$ identificó correctamente la media y la moda (s) de cada uno de los conjuntos de datos (temperaturas altas y temperaturas bajas, véase la Figura 5).

Figura 5. *Media y moda determinada correctamente por $A^2{}_5$*

I	Hasta ahí. Entonces, ¿cuál fue la moda de este conjunto de datos de las temperaturas de la mañana [durante el día]?
$A^2{}_5$	14, 24, 26 y 27.
I	¡Ajá!, y ¿cuál fue su media?
$A^2{}_5$	Este [señala el cociente de la división], 19.6.
I	Ese conjunto tiene varias modas. ¿Cuántas modas en total encontraste?
$A^2{}_5$	Cuatro.

Para $A^2{}_5$ lo significante en el referente fueron las temperaturas que se distinguían por el color (azul para las temperaturas de noche y rojo para las temperaturas durante el día), además de la frecuencia de cada una de las temperaturas para poder determinar correctamente las medidas de tendencia central solicitadas.

Conclusiones

Para que los docentes identifiquen cómo constituyen el concepto de media y de moda, los alumnos de primaria, es necesario que identifiquen el significador que de manera oral o escrita da a conocer el niño y considerante el significante, que es lo relevante para dar significado al referente que se les planteó.

Los alumnos de quinto grado constituyeron el concepto de media y de moda dando significado a los diferentes recursos usados por la docente (tabla con calificaciones) y por la investigadora (tabla con temperaturas altas y bajas).

Resulta necesario usar diferentes recursos para presentar el objeto para los niños identifiquen y lean correctamente lo relevante de cada referente para dar una respuesta correcta.

Referencias

Bakker, A. (2003). The Early History of Average Values and Implications for Education. Journal of Statics Education. 11 (1). Bakker, A. (2003). The Early History of Average Values and Implications for Education. *Journal of Statics Education*. 11 (1). http://www.amstat.org/publications/jse/v11n1/bakker.html.

Gattuso, L. (2006). Statistics and mathematics: Is it possible to create fruitful links? In Rossman, A. & Chance, B. (Eds.), *Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics* (ICOTS7). International Association for Statistical Education (IASE): International Statistical Institute (ISI). http://iase-web.org/documents/papers/icots7/1C2_GATT.pdf.

Hogarth, R. M. (2001). Marco para el desarrollo de la intuición. En *Educar la intuición. El desarrollo del sexto sentido* (pp. 281-320). Barcelona: Paidós.

Mokros, J. & Russell, S. J. (1995). Children's concepts of average and representativeness. *Journal for Research in Mathematics Education*. 26 (1), 20-39.

SEP. (1993). *Planes y programas de estudio 1993*. Educación Básica. México.

SEP. (2011). *Planes y programas de estudio 2009*. Educación Básica. México.

SEP (2012). *Planes y programas de la Licenciatura en Educación Primaria 2012.* México.

SEP (2018). *Orientaciones curriculares para la Formación Inicial*. México. https://www.dgespe.sep.gob.mx/public/estrategia_fortalecimiento/Orientaciones cu-rriculares.pdf.

Steinbring, H. (1989). The interaction between teaching practice and theoretical conceptions. A cooperative model of in-service training in stochastics for mathematics teachers (Grades 5-10). En R. Morris, (Ed.), *Studies in Mathematics.* Paris.

Steinbring, H. (1991). The Concept of Chance in Everyday Teaching: Aspects of a Social Epistemology of Mathematical Knowledge. *Educational Studies in Mathematics*, Vol. 22, 503-522.

Steinbring, H. (2005). *The Construction of new Mathematical Knowledge in Classroom Interaction*. USA: Springer.

Wittrock, M. (1986). *La investigación de la enseñanza II*. Barcelona: Paidós.

Zazkis, R. y Hazzan, O. (1999). Interviewing in Mathematics Education Research: Choosing the Questions. *Journal of Mathematical Behavior*, 17 (4), 429-439. ISSN 0364-0213.

Múltiplos e divisores: uma proposta que envolve representações semióticas,raciocínio e prova

Multiples and divisors: a proposal that involves semiotic representations, reasoningand proof

Múltiplos y divisores: una propuesta que relaciona representaciones semióticas, razonamiento y prueba

Érica Vitória Machado da Silva[680]
Universidade Federal do Rio Grande do Sul Id orcid:
https://orcid.org/0000-0002-2400-5354

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Processos de ensino e aprendizagem da Matemática em diferentes modalidades e níveis educacionais.

Resumo

Este texto tece reflexões sobre potenciais matemáticos e pedagógicos do processo de construção de demonstrações principalmente à luz dos autores Gabriel Stylianides,Andreas Stylianides, Gila Hanna e Raymond Duval. Além disso, apresenta uma proposta para os anos finais do Ensino Fundamental com atividades que trabalham com a interpretação da multiplicação de dois números naturais via arranjos retangulares e com duas propriedades da adição de múltiplos e divisores, buscando desenvolver partes do processo de demonstração e representações semióticas distintas para um mesmo objeto matemático.

Palavras-chave: Argumentação, Prova, Múltiplos, Divisores, Ensino Fundamental.

Abstract

This text weaves reflections on mathematical and pedagogical potentials of the demonstration construction process mainly in the light of the authors Gabriel Stylianides, Andreas Stylianides, Gila Hanna and Raymond Duval. In addition, it presents a proposal for the final years of Elementary School with activities that work with the interpretation of the multiplication of two natural numbers via rectangular arrangements and with two properties of the addition of multiples and divisors, seeking to develop parts of the demonstration process and different semiotic representations for the same mathematical object.

Keywords: Argumentation, Proof, Multiples, Divisors, Elementary School.

Resumen

[680] erica-vitoria-855@hotmail.com

Este texto teje reflexiones sobre los potenciales matemáticos y pedagógicos del proceso de construcción de demostraciones principalmente a la luz de los autores Gabriel Stylianides, Andreas Stylianides, Gila Hanna y Raymond Duval. Además, presenta una propuesta para los años finales de la Escuela Primaria con actividades que trabajan con la interpretación de la multiplicación de dos números naturales vía arreglos rectangulares y con dos propiedades de la suma de múltiplos y divisores, buscando desarrollar partes del proceso de demostración y representaciones semióticas distintas para un mismo objeto matemático.

Palabras clave: Argumentación, Prueba, Múltiplos, Divisores, Escuela Primaria.

Introdução

Na minha prática docente e discente, notei que, muitas vezes, os alunos memorizam fórmulas, propriedades e resultados matemáticos sem questionar, argumentar e entender a sua validade. Deste modo, não vivenciam, partes importantes do desenvolvimento de conhecimentos matemáticos como a identificação de padrão, a formulação de uma conjectura, a realização de argumentos válidos e a construção de uma prova. (STYLIANIDES, 2008).

Estudos mostram que as minhas constatações são recorrentes no ensino e aprendizagem de Matemática na Educação Básica. De acordo com Hanna (1995, 2000), Stylianides e Stylianides (2009) e Harel e Sowder (1998), embora as etapas do desenvolvimento de uma prova sejam o centro de fazer e conhecer matemática, elas muitas vezes são trabalhadas apenas nos níveis mais superiores de escolaridade. No Brasil, "o processo de demonstrações no ensino de Matemática fica restrito, quase que completamente, aos cursos superiores de Matemática – os cursos de Licenciatura e de Bacharelado". (SOARES, *et. a*l, 2015, p. 3).

Neste trabalho apontamos para o potencial pedagógico das argumentações e prova, com o intuito de propor reflexão e debate sobre o assunto. Para isso, traremos algumas pesquisas da área e uma proposta de atividades que contempla a interpretação da multiplicação via arranjo retangular no estudo de duas propriedades da adição de múltiplos e divisores. Este artigo é parte da minha dissertação de mestrado em Ensinode Matemática, e também se apoia nas abordagens do *Reasoning-and-Proving* (RP) (STYLIANIDES, 2008), nas provas explicativas (HANNA, 1990) e na Teoria dosRegistros de Representações Semióticas (DUVAL, 1993).

Potencial matemático e pedagógico do processo de demonstrações

As demonstrações ou provas matemáticas (utilizadas como sinônimos nestetrabalho), segundo Hanna (1995), têm como uma de suas principais funções justificar ou verificar novos ou já conhecidos resultados na Matemática. Stylianides (2009) destaca que, por causa disso, elas são importantes para o avanço dos conhecimentos matemáticos. Ambos os autores abordam outros papéis das demonstrações, explicamque elas podem mostrar a carência de melhores definições, gerar novos conhecimentos, produzir um algoritmo útil, etc. Sendo assim, defendem o incentivo de argumentação, raciocínio e prova no ambiente escolar com o intuito de gerar uma base sólida para os alunos se apoiarem, prosseguirem e avançarem com seus conhecimentos matemáticos.

Stylianides (2008) denomina *Reasoning-and-Proving* (RP) as abordagens(práticas pedagógicas, atividades em livros didático, etc.) que possibilitem desenvolver raciocínio e prova, isto é, que geram possibilidades para o aluno identificar padrões, formular conjecturas, fornecer argumentações matemáticas e construir provas. A utilização da expressão hifenada é utilizada para ressaltar que o processo de demonstrar é maior do que a demonstração em si, pois engloba a exploração empírica, a generalização, o refinamento, a explicação e a prova em si.

Hanna (2016) analisa as provas por uma percepção pedagógica, afirma que no ensino de Matemática, explicação e compreensão andam juntas, assim, toda explicaçãoé oferecida com o objetivo de que alguém entenda o porquê de uma afirmação ser verdadeira. Para a autora, uma prova, para ser útil na sala de aula, deve conter uma explicação. Hanna (1990, 2016) explica que existem provas que podem oportunizar raciocínios fundamentais para uma maior compreensão do conteúdo estudado. Assim, denomina de "provas explicativas" aquelas que mostram uma explicação explícita do porquê de determinadas afirmações matemáticas serem verdadeiras.

De acordo com a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval (1993, 1995, 2006), uma única representação sobre determinado objeto matemático não garante aprendizagens sobre este. Assim, para a compreensão desse objeto é necessário, pelo menos, duas representações dele, e com transformações entre elas. Além disso,para Hanna (1990), uma mesma afirmação matemática pode ter provas distintas (algébrica, geométrica, combinatória, sem simbologia matemática, etc). Deste modo, podemos relacionar a Teoria dos Registros de Representação Semiótica e as provas, visto que diferentes demonstrações podem usar diferentes registros de representações semióticas, possibilitando tratamentos (transformações de representação que ocorrem dentro de um mesmo registro) e conversões (transformações que mudam de registro semiótico de representação) de um mesmo objeto, aumentando as possibilidades de compreensão sobre o conteúdo estudado. (DUVAL 2002, 2006).

Esclarecemos que nem todos os resultados trabalhados na Escola Básica devem e/ou podem ser demonstrados na sala de aula. A existência e a irracionalidade de π são exemplos disso, pois a complexidade dessas demonstrações vai além do conhecimento de Matemática que os alunos dessa etapa escolar possuem. Então, defendemos que os professores desenvolvam e fomentem a construção de provas explicativas, quandopossível, e incentivem a argumentação por parte dos alunos.

Múltiplos e divisores: a proposta

O modelo de atividade apresentado nessa seção é parte da proposta didática que está sendo planejada para minha dissertação no mestrado em Ensino de Matemática. A atividade foi pensada para os anos finais do Ensino Fundamental, com o intuito de proporcionar o desenvolvimento de argumentação, raciocínio e prova no conteúdo de múltiplos e divisores de um número natural. Ser múltiplo de um número é equivalente a ser divisível por esse mesmo número, o que será evidenciado aos alunos. Entretanto, a partir desse momento, na escrita, iremos utilizar apenas a primeira nomenclatura.

Pretendemos desenvolver esta atividade em grupos com cerca de três alunos, tendo em vista que, de acordo com Marques (2009), a comunicação em contextos grupais, se fluida, livre e espontânea entre os membros do grupo, contribui para aumentar a coesão de pensamento e ação. Além disso, o autor aponta que discussõesque surgem de maneira paralela à reflexão grupal podem permitir que alguns integrantes do próprio grupo externem um pensamento divergente que pode gerar polêmica e debatetrazendo mais contribuições que possibilitem uma maior consistência nas conclusões.

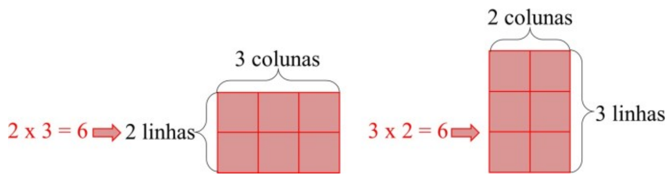
Essa atividade segue as orientações apresentadas em Stylianides e Stylianides (2010), propondo assim, um equilíbrio entre argumentos empíricos e provas. Em nossa proposta, os argumentos empíricos serão utilizados como suporte inicial na exploração eserão abandonados aos poucos para dar espaço aos argumentos matemáticos e às provasexplicativas, buscando instigar o aluno a desenvolver raciocínio matemático.

Interpretação da multiplicação via arranjos retangulares

Um arranjo retangular é uma interpretação da multiplicação entre dois números naturais, na qual se escolhe uma unidade, por exemplo, forma geométrica ou objeto (Figura 1 e Figura 2); as unidades são distribuídas de forma que o número de unidades nas linhas seja igual a um dos fatores e o número de coluna ao do outro fator, com o aspecto de um retângulo. A Figura 1 apresenta uma interpretação da multiplicação do número 2 pelo número 3 e do número 3 pelo número 2 via arranjo retangular, cuja unidade é um quadrado, essa unidade também será utilizada no decorrer deste trabalho.

Figura 1.

2 x 3 e 3 x 2 via arranjo retangular



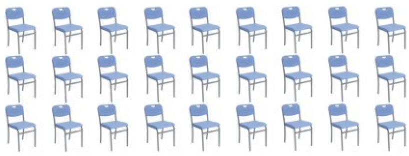
De acordo com Souza (2020), essa disposição permite uma contagem maisrápida de objetos e a visualização de certas propriedades da multiplicação. Devido a essas potencialidades, escolhemos utilizar os arranjos retangulares em nossa atividade. Então, a primeira etapa proposta é destinada a familiarizar e/ou relembrar a interpretação da multiplicação de números naturais via arranjos retangulares.

Os estudantes serão apresentados a essa forma de representação por meio da seguinte questão: como contar o número de cadeiras na sala de aula de maneira rápida? A primeira tarefa para os grupos será escolher e escrever uma estratégia, já vista ou não,para a contagem das cadeiras. Para isso, os alunos podem dispor de diversas maneiras ascadeiras na sala, com o intuito de auxiliar na resolução da pergunta proposta.

Na sequência, os alunos irão mostrar as suas estratégias em plenária. Caso os arranjos retangulares não sejam mencionados nessa discussão, vamos lhes apresentar essa forma de disposição. Supomos que a sala possua 30 cadeiras e as organizamos como na Figura 2. Assim, para saber o número de cadeiras, basta contar a quantidade destas nas linhas e multiplicar pelo número das mesmas nas colunas ou vice-versa, mencionando que essa estratégia pode ser utilizada para a contagem de outros objetos.

Figura 2.

Disposição via arranjo retangular de 30 cadeiras



Iremos definir que para representar o arranjo retangular simbolicamente multiplicaremos o número de linhas pelo número de colunas, assim, 3 x 15 é a expressão aritmética que representa a Figura 2. Os grupos terão que criar duas situações para as quais o arranjo retangular seja útil e apresentar pelo menos um arranjo retangular para as seguintes multiplicações: 3 x 2, 8 x 6, 1 x 6, 5 x 1, 7 x 1 e 10 x 4.

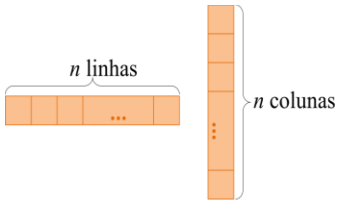
Questionaremos: o que ocorre quando giramos os arranjos retangulares em 90°? A aplicação desse processo tanto na Figura 1 como na Figura 2, por exemplo, resulta emum novo arranjo retangular que tem o mesmo número de unidades, a saber, 6 e 30 respectivamente. Com as constatações, esperamos que os alunos percebam a propriedade comutativa da multiplicação.

A seguir, perguntaremos se para cada número natural existe apenas um único arranjo retangular que o represente. É esperado que após terem visto distintas representações para o número 6, os alunos respondam que há mais de uma representação. Em seguida, solicitaremos que os grupos representem mais de umamaneira os números de 1 a 10 via arranjos retangulares. Serão questionados se há uma forma de disposição que podemos utilizar para todos esses números. É esperado que os alunos conjecturem que há pelo menos duas representações para cada número natural maior que 1: um arranjo retangular com uma linha e o número em questão de colunas e esse arranjo girado em 90º.

Vamos perguntar se há uma maneira de representar um número natural qualquer.Para isso, solicitaremos que os alunos escolham uma letra ou símbolo como representante desse número genérico. Supomos que a turma tenha escolhido a letra n,em consequência da discussão anterior, os alunos podem concluir que para representar um número natural n qualquer basta distribuí-lo em um arranjo retangular com n linhase uma coluna ou uma linha e n colunas. Neste contexto, será discutido como representaras n linhas ou n colunas, esperando alguma proposta por parte dos alunos ou apresentando o modelo na Figura 3 e esclarecendo que, como não sabemos a quantidadeexata de linhas ou colunas, as reticências servem para expressar o número de unidades que faltam para chegar a n.

Figura 3.

Representação de um número qualquer n em arranjo retangular

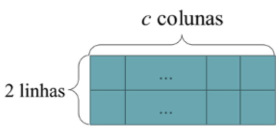


Em seguida, vamos levantar a seguinte reflexão: qualquer número natural maior que 1 possui pelo menos duas representações em arranjo retangular, há números que só possuem essas duas representações e existem números que apresentam, além dessas, outras representações. Os alunos serão convidados a analisar os casos particulares dos números 6 e 7. Serão questionados sobre o motivo que leva um ter mais representações que o outro. Após responderem, vamos estender a discussão para os números que possuem apenas duas representações. O intuito é levar os alunos a perceberem que um número primo *p* qualquer possui apenas duas representações em arranjos retangulares (1linha e *p* colunas ou *p* linhas e 1 coluna) e os números compostos possuem pelo menos quatro representações.

Sequencialmente, os alunos serão questionados como representar um númeropar, ou seja, um múltiplo de 2 em um arranjo retangular. A discussão será mediada com o objetivo de chegar à conclusão que esse número pode ser representado via um arranjo retangular com duas linhas. Nesse momento, será levantado uma reflexão sobre aquantidade de colunas que o arranjo precisa ter para representar um número múltiplo ou divisível por 2. É esperado que os alunos identifiquem que independentemente donúmero de colunas, se o arranjo possui duas linhas, o número representado por ele é par.Os alunos deverão escolher uma letra do alfabeto para representar a quantidade de colunas no arranjo retangular. Supondo que os alunos tenham escolhido a letra *c*, a Figura 4 é uma possível construção dos alunos.

Figura 4.

Arranjo retangular de 2 x c



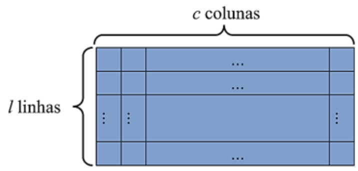
Os alunos serão relembrados que, por exemplo, um arranjo retangular com duas linhas e três colunas é a interpretação da multiplicação de 2 por 3 que também pode ser escrita como: 2 x 3. Outros exemplos semelhantes serão levantados e, por fim, será questionado como representar algebricamente um arranjo retangular de duas linhas e *c* colunas. Caso os grupos não apresentem a expressão 2 x *c* como resposta, ela será mostrada como sendo uma forma de representar um número par qualquer.

Em seguida, iremos repetir a tarefa e as reflexões anteriores para os números múltiplos de 3, 4 e 5. Na sequência, os alunos serão incentivados a concluir que se um número natural é múltiplo de um número natural *l*, então esse número pode ser representado em um arranjo retangular com *l* linhas e se tivermos um arranjo retangular com *l* linhas então esse número é um múltiplo de *l*.

Nos grupos, os alunos terão que construir um arranjo retangular que represente um número qualquer múltiplo de *l*. Os alunos serão lembrados que podem representar o outro fator também com uma letra e utilizar as reticências na representação das linhas e colunas. A Figura 5 apresenta um exemplo de arranjo retangular que pode ser desenvolvido pelos grupos nessa parte da atividade.

Figura 5.

Arranjo retangular de l x c



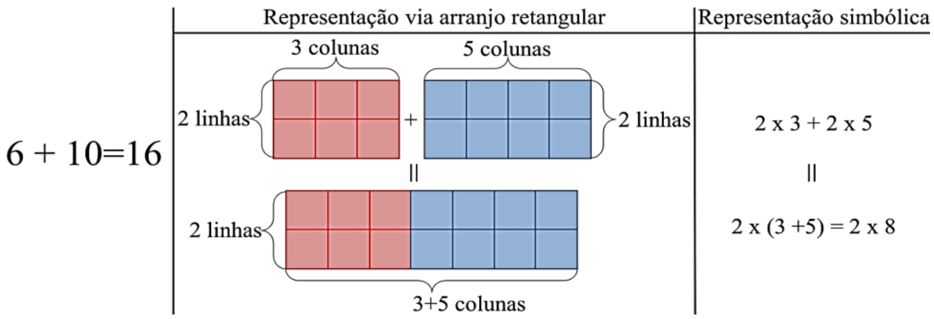
Os alunos serão questionados novamente sobre o que acontece quando giramos em 90° a Figura 4. O intuito de apresentar uma nova representação para a propriedade comutativa da multiplicação.

Iniciando propriedades da adição de múltiplos

O intuito dessa etapa é investigar a soma de múltiplos de um mesmo número. Primeiramente, será perguntado aos alunos o que acontece quando somamos dois números pares quaisquer. Nos seus grupos poderão testar para alguns casos particulares, como, por exemplo, para 6 + 10, e elaborar conjecturas. Posteriormente, deverão criar uma representação em arranjo retangular que represente a soma em questão e evidenciea paridade. Acreditamos que os alunos naturalmente irão associar "somar" com "unir" e "juntar", portanto, irão unir dois arranjos retangulares. Para explicitar a paridade, deverão construir arranjos retangulares com 2 linhas. Por fim, devem apresentar uma expressão algébrica para a situação como já realizado em tarefas anteriores. Os alunos deverão organizar as representações de cada um dos casos particulares escolhidos em uma tabela como a representada na Figura 6. A organização em formato de tabela pode incentivar a formulação de conjecturas que os auxiliem na resposta da pergunta.

Figura 6.

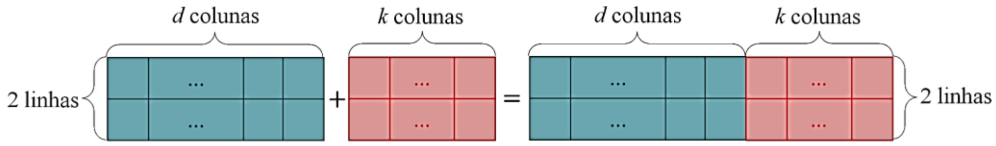
Tabela de representações para o caso 2 x 3 + 2 x 5



Os alunos serão incentivados a justificar suas respostas e irem deixando aos poucos a argumentação empírica. Em seus grupos, irão revisitar o arranjo retangular criado para representar um número múltiplo de 2 qualquer para conseguirem representarde forma genérica a soma de dois números pares quaisquer. Acreditamos que uma das construções possíveis será a de dois arranjos retangulares com duas linhas e de mesmo número de colunas, o que representa a soma de dois números pares iguais. Caso ocorra essa situação, os alunos serão informados que ela não representa a soma de dois números pares quaisquer. Para atender o que é solicitado, é necessário criar dois arranjos retangulares de duas linhas e com símbolo para a quantidade de colunasdiferentes. Nesse sentido, os alunos deverão voltar a construir um arranjo retangular queexpresse a soma de dois números pares quaisquer. Suponhamos que um dos grupos escolha *c* e *k* para representar as colunas, a Figura 7 é uma resposta possível.

Figura 7.

Representação via arranjo retangular da soma de dois números pares quaisquer

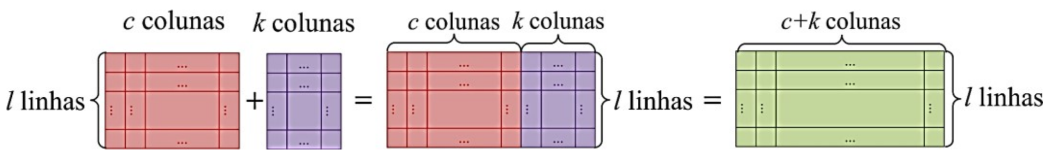


Os alunos serão questionados se há alguma semelhança entre o arranjo retangular que representa o resultado da soma e os que representam as parcelas. Esperamos que os alunos apontem para a quantidade de linhas, perguntaremos se isso sempre ocorrerá e esperamos que a resposta seja sim, visto que estamos unindo arranjos retangulares que possuem duas linhas. Posteriormente, nos seus grupos, os alunos deverão apresentar uma representação simbólica da soma de dois números pares quaisquer na tabela de representação, podendo utilizar como suporte os arranjos retangulares criados anteriormente. Esperamos que a expressão 2 x *c* + 2 x *k* como resposta. Em seguida, os alunos deverão analisar o arranjo retangular mais a direita da Figura 7 e dizer quantas colunas existem. Acreditamos que os alunos irão dizer que há *c*+*k*. Em seguida, pediremos que representem de forma simbólica esse arranjo retangular, com o intuito que cheguem em 2 x (*d*+*k*) como resposta para completarem a tabela.

Ampliaremos os questionamentos a essa tarefa para os números múltiplos de 3 e por 5. Sequencialmente, a seguinte pergunta será lançada para os alunos: o que acontece quando somamos dois números múltiplos de um número qualquer? Esperamos que devido às reflexões anteriores os alunos digam que resulta em um número também múltiplo desse um número qualquer, que podem denominar por alguma letra do alfabeto. Os alunos serão questionados se sabem o porquê dessa propriedade ser verdadeira, caso não apresentem uma resposta correta, serão apresentados a uma prova explicativa (Figura 8).

Figura 8.

Representação via arranjo retangular da soma de dois números múltiplos de c



Voltaremos aos casos específicos para analisar a volta dessa propriedade. Para isso, os alunos serão questionados: se temos um múltiplo de dois maior que dois, será que podemos escrevê-lo como soma de dois múltiplos de dois? Novamente, em seus grupos, os alunos irão iniciar a investigação através de exemplos e representações em arranjos retangulares, por fim, deverão desenvolver uma argumentação que justifique talpropriedade. A investigação será conduzida para que os alunos percebam que podem realizar cortes verticais no arranjo retangular de duas linhas, formando dois novos arranjos retangulares com a mesma quantidade de linhas e que, se o número de colunas for maior que dois, há pelo menos dois cortes possíveis, portanto, para esses casos há mais de uma soma possível. Os mesmos questionamentos e tarefas serão realizados paraos múltiplos de 3 e de 5. Por fim, os alunos serão questionados se um múltiplo de c maior que c sempre pode ser escrito como soma dois múltiplos de c. Espera-se que os alunos utilizem a estratégia de cortes na vertical para responder a essa pergunta.

Considerações finais

Acreditamos que a atividade apresentada nessa proposta possui potencial para o ensino e aprendizagem de Matemática, pois em diversas tarefas, solicita a exploração empírica por meio de casos específicos e exemplos para que seja possível identificar padrões e elaborar conjecturas. Além disso, incentiva a generalização, quando, por exemplo, pede para representar a soma de dois números pares quaisquer através de arranjos retangulares e incentiva a argumentação no momento que requisita a justificativa de determinadas propriedades. Tendo esses fatos em vista, a atividadedesenvolve diversas partes do processo de demonstração, por isso, pode ser englobada no RP.

Acreditamos que algumas argumentações desenvolvidas na atividade, como a apresentada na Figura 8, podem ser consideradas provas explicativas, uma vez que mostram o porquê de certas propriedades de múltiplos e divisores serem válidas. Além disso, as tarefas que solicitam a representação simbólica e em arranjos retangulares de múltiplos, o que permite tanto tratamentos como conversões de representações semióticas, podendo aumentar as capacidades de compreensão do fenômeno estudado. Devido às potencialidades para o aprendizado de Matemática do tipo de atividadeapresentada nesse artigo, acreditamos que possa ser realizada para outros conteúdos tanto do Ensino Fundamental como Ensino Médio.

Referências

DUVAL, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitifde la pensée. Annales de Didactique et de Sciences Cognitives. Tradução de Méricles Thadeu Moretti, *Strasbourg*, 37- 64.

DUVAL, R. (1995). *Sémiosis et penseé humaine. Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Berne: Peter Lang.

DUVAL, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 103-131.

HANNA, G. (1990). Some pedagogical aspects of proof. *Interchange*, 21(1), 6-13.

HANNA, G. (1995). Challenges to the Importance of Proof. *For the Learning ofMathematics*, 15(3), 42-49.

HANNA, G. (2016). Reflections on proof as explanation, *Ontario Institute for Studies in Education*, University of Toronto.

HAREL, G., & SOWDER, L. (1998). Students' proof schemes: Results from exploratory studies. In A. H. Schoenfeld, J. Kaput, & E. Dubinsky (Eds.), *Research in collegiate mathematics education*, 234-283.

MARQUES, J. C. (2009). Pensamento de grupo: o risco de decisões equivocadas e adiversidade de perspectivas na solução de problemas. *Psicologia Argumento*, 27(57), 141-149. https://periodicos.pucpr.br/index.php/psicologiaargumento/article/view/19889

SOARES, L. H.; AFRO, J. C. N. ; BRITO, L. L.; SOUZA, P. C. (2015) Demonstrações matemáticas na educação básica: com a palavra os professores de matemática. *SIPEMAT*, 1-12.

SOUZA, F. H. T. (2020). *Multiplicação, contando objetos dispostos em modo retangular*. Realização IMPA. Facebook: @obmep. https://ar-ar.facebook.com/obmep/videos/hoje-tem-aula-para-os-obmepinhos-do- 6%C2%BA-ano-sim-no-v%C3%ADdeo-o-professor-fabio-henriq/11951625675 37234/

Stylianides, A. J.; Stylianides, G. J. (2009). Proof constructions and evaluations. *Educational Studies In Mathematics*, 72(2), 237-253.

Stylianides, G. J. (2008). An Analytic Framework of Reasoning-and-Proving. *For theLearning of Mathematics*, 28(1), 9-16.

Stylianides, G. J. (2009). Reasoning-and-Proving in School Mathematics Textbooks. *Mathematical Thinking And Learning*, 11(4), 258-288.

Stylianides, G. J.; Stylianides, A. J. (2010). Mathematics for teaching: a form of applied mathematics. *Teaching And Teacher Education*, 26(2), 161-172.

Dificuldades com a linguagem matemática em aulas de álgebra no Ensino Superior

Difficulties with mathematical language in algebra classes in Higher Education

Dificultades con el lenguaje matemático en las clases de álgebra en la Educación Superior

Elisabete Marcon Mello [681]
Universidade Federal do ABC (UFABC)
0000-0001-8090-3987

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático Processos de Ensino e aprendizagem da Matemática em diferentes modalidades e níveis educacionais.

Resumo

Será relatada a experiência relacionada a uma atividade aplicada em aulas de Fundamentos de Álgebra, no curso de Licenciatura em Matemática, na qual foi constatada a dificuldade desses alunos com a linguagem matemática. As atividades tinham como objetivo introduzir o conceito da estrutura algébrica Anéis. Foi observado que muitos dos alunos que participaram das atividades têm dificuldades com a leitura e interpretação de textos que possuem muitos símbolos matemáticos e essa dificuldade pode ser associada ao fato de grande parte desses alunos não terem tido, ou tido insuficiente, acesso a essa linguagem durante a escola básica.

Palavras-chave: Linguagem matemática, álgebra, símbolos matemáticos.

Abstract

It will be reported the experience related to an activity applied in Fundamentals of Algebra classes, in the Licentiate in Mathematics course, in which the difficulty of these students with the mathematical language was verified. The activities aimed to introduce the concept of the algebraic structure Rings. It was observed that many of the students who participated in the activities have difficulties with reading and interpreting texts that have many mathematical symbols and this difficulty can be associated with the fact that most of these students did not have, or had insufficient, access to this language during the elementary school.

Keywords: Mathematical language, algebra, mathematical symbols.

[681] marcon.elisabete@gmail.com

Resumen

Se relatará la experiencia relacionada con una actividad aplicada en las clases de Fundamentos de Álgebra, en el curso de Licenciatura en Matemáticas, en la que se constató la dificultad de estos estudiantes con el lenguaje matemático. Las actividades tuvieron como objetivo introducir el concepto de la estructura algebraica Anillos. Se observó que muchos de los estudiantes que participaron de las actividades tienen dificultades para leer e interpretar textos que tienen muchos símbolos matemáticos y esta dificultad puede estar asociada con el hecho de que la mayoría de estos estudiantes no tenían o tenían insuficiente acceso a esta lengua durante la escuela primaria.

Palabras clave: Lenguaje matemático, álgebra, símbolos matemáticos.

Introdução

Os conhecimentos matemáticos são cada vez mais necessários em uma sociedade em que o uso da tecnologia é constante. Frequentemente é possível se deparar com situações que exigem cálculos matemáticos, dos mais simples aos mais complexos, além da necessidade do conhecimento dos registros de representações matemáticas para interpretar notícias e informações estatísticas ou financeiras.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN):

> Em nossa sociedade, o conhecimento matemático é necessário em uma grande diversidade de situações, como apoio a outras áreas do conhecimento, como instrumento para lidar com situações da vida cotidiana ou, ainda, como forma de desenvolver habilidades de pensamento (BRASIL, 2002, p. 111).

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) afirma que:

> O conhecimento matemático é necessário para todos os alunos da Educação Básica, seja por sua grande aplicação na sociedade contemporânea, seja pelas suas potencialidades na formação de cidadãos críticos, cientes de suas responsabilidades sociais (BRASIL, 2017, p. 111).

Isso levaria a concluir que a matemática seria um assunto usual, de fácil aplicação, mas não é o que se observa e nem o que mostram as avaliações oficiais, tanto nacionais quanto internacionais.

O resultado do Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA) de 2018 mostra que os estudantes brasileiros estão entre os últimos dez colocados na prova de **matemática.** O exame, realizado pela Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), teve participação de 79 países e o Brasil ficou na posição 71 em matemática.

Para Gravemeijer (2005), geralmente aprender é entendido como o estabelecimento de conexões entre o que já se sabe e o que se tem a saber e, em matemática, o que se tem a aprender é um corpo de conhecimentos abstratos e formais. Segundo o autor, esta noção popular de aprendizado da matemática, que pede aos alunos que estabeleçam conexões com um corpo de conhecimentos que eles não podem alcançar, é que a torna tão difícil.

Segundo Ponte (1994), o insucesso nesta disciplina pode ser reconhecido não só pelos maus resultados dos alunos em testes e exames, mas também pelas dificuldades na resolução de problemas, no raciocínio matemático e, sobretudo, no desinteresse crescente em relação à Matemática. Para ele, o insucesso em Matemática não depende apenas das características da disciplina nem das concepções dominantes acerca da sua aprendizagem, mas, em boa parte, resulta do insucesso escolar como um todo.

Apesar de todas as dificuldades, é possível encontrar alunos que têm facilidade com a matemática, gostam desse conteúdo curricular e ingressam na universidade em cursos na área das ciências exatas. Muitos desses alunos, que tinham boas notas em matemática durante o ensino básico, sentem dificuldade nas disciplinas relacionadas a ela na universidade. Sentem como se houvesse uma ruptura entre a Matemática do Ensino Médio e a do Ensino Superior.

Rissi e Marcondes (2009) afirmam que, nas universidades, os cursos da área de exatas apresentam um índice elevado de evasão e de retenção, e uma das causas pode ser o descompasso entre o que se aprende sobre matemática no Ensino Médio e o conteúdo ofertado nas universidades. Este descompasso é observado especialmente no uso da linguagem formal da matemática. Segundo Granell (2003), a apropriação da linguagem matemática é indispensável no processo de construção do conhecimento matemático, pois esse procedimento compreende um processo de "tradução" da linguagem natural para uma linguagem formalizada, específica da matemática.

Será descrita a experiência de uma atividade realizada em aulas de Fundamentos de Álgebra para alunos da Licenciatura em Matemática, onde foi observada a dificuldade de alunos com a linguagem matemática e analisado como isso pode influenciar na compreensão do conteúdo abordado.

Desenvolvimento do trabalho

As atividades foram realizadas na Universidade Federal do ABC (UFABC) que tem como um dos fundamentos básicos a interdisciplinaridade. As disciplinas são compartilhadas por todos os cursos, compondo assim um Catálogo Geral de disciplinas, para as quais é definida a categoria obrigatória, opção limitada ou livre em cada curso. Desse modo, uma mesma disciplina poderá ser obrigatória para um curso e de opção limitada para outro curso, por exemplo. Disciplinas consideradas livres são aquelas que não são classificadas como obrigatórias ou de opção limitada de um determinado curso (UFABC, 2017).

Neste modelo, é fundamental que as disciplinas sejam projetadas e ministradas de forma integrada e compartilhada com todos os cursos. Esse processo visa enriquecer os conteúdos das disciplinas, graças à contribuição de professores de várias áreas, e também à otimização de recursos físicos e humanos, já que a mesma disciplina poderá atender as demandas dos alunos de vários cursos, de forma interdisciplinar. Dessa forma, é necessário ressaltar que, para garantir a flexibilidade e individualização da matriz curricular de cada aluno, sem incorrer em demasiada complexidade operacional, os pré-requisitos, restrições usadas comumente nas universidades tradicionais com cursos cujas grades curriculares são fixas, não são aplicados nessa universidade (UFABC, 2017). Sendo assim, apesar da disciplina de Fundamentos de Álgebra ser oferecida pelo curso de Licenciatura em Matemática, pode haver alunos dos outros cursos oferecidos pela universidade, como das demais licenciaturas, dos bacharelados ou das engenharias.

As atividades foram realizadas em duplas e tinham como objetivo introduzir o conceito da estrutura algébrica Anéis.

Inicialmente, foi solicitado aos alunos que analisassem as definições de Anéis apresentadas em dois livros de álgebra:

- Introdução à Álgebra (GONÇALVES, 2006, p. 34)
- Álgebra Moderna (DOMINGUES, IEZZI, 2003, p. 129)

E respondessem as questões:

1) Houve alguma dificuldade para a leitura dos textos? Qual?

2) Qual texto foi mais fácil de compreender? Por quê?

3) Você teve contato com essa linguagem matemática no ensino básico?

4) Como professor, como você escreveria a definição de anel para ensinar ao seu aluno?

A definição apresentada em cada livro pode ser observada na figura 1, este relato será focado nas respostas das três primeiras questões.

Figura 4.

Definição de Anel em livros de álgebra (GONÇALVES, 2006 e DOMINGUES, IEZZI, 2003)

Definição do livro: Introdução à Álgebra página 34

§1 Definição e exemplos

Seja A um conjunto não vazio onde estejam definidas duas operações, as quais chamaremos de *soma* e *produto* em A e denotaremos (como em $\mathbb{Z}$) por $+$ e $\cdot$

Assim,

$$+ : A \times A \to A \qquad \text{e} \qquad \cdot : A \times A \to A$$
$$(a, b) \rightsquigarrow a + b \qquad\qquad (a, b) \rightsquigarrow a \cdot b$$

Chamaremos $A, +, \cdot$ *um anel* se as seguintes 6 propriedades são verificadas quaisquer que sejam $a, b, c \in A$.

A1) $(a + b) + c = a + (b + c)$ (associatividade da soma)
A2) $\exists\, 0 \in A$ tal que $a + 0 = 0 + a = a$ (existência de elemento neutro para a soma)
A3) $\forall\, x \in A$ existe um único $y \in A$, denotado por $y = -x$, tal que $x + y = y + x = 0$ (existência de inverso aditivo).
A4) $a + b = b + a$ (comutatividade da soma)
A5) $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$ (associatividade do produto).
A6) $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$; $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$ (distributividade à esquerda e à direita).

Se um anel $A, +, \cdot$ satisfaz a propriedade:

A7) $\exists\, 1 \in A$, $0 \neq 1$, tal que $x \cdot 1 = 1 \cdot x = x \;\; \forall x \in A$ dizemos que $A, +, \cdot$ é *um anel com unidade* 1.

Definição do livro: Álgebra Moderna página 129

§ 1º — ANÉIS

1. CONCEITO DE ANEL

Sejam $(x, y) \longmapsto x + y$ e $(x, y) \longmapsto xy$ leis de composição internas num conjunto $A \neq \phi$. Suponhamos que

I) O conjunto A é um grupo abeliano em relação à primeira dessas leis (adição), isto é:

(a) $(\forall\, a, b, c \in A)(a + (b + c) = (a + b) + c)$

(b) $(\forall\, a, b \in A)(a + b = b + a)$

(c) Existe elemento neutro para essa adição. Será ele indicado por 0_A ou apenas 0, quando não houver possibilidade de confusão: é o *zero* do anel. Portanto, para todo $a \in A$, temos: $a + 0 = a$;

(d) Todo elemento de A admite um simétrico aditivo. Ou seja, para todo $a \in A$ existe um elemento em A, indicado por $(-a)$, de forma que $a + (-a) = 0$;

II) A segunda das leis consideradas (multiplicação) é associativa:

$$(\forall\, a, b, c \in A)(a(bc) = (ab)c);$$

III) A multiplicação é distributiva em relação à adição: $(\forall\, a, b, c \in A)$ $(a(b + c) = ab + ac$ e $(a + b)c = ac + bc)$.

Definição 1: Nas condições expostas dizemos que o conjunto A é um *anel* em relação à adição e à multiplicação consideradas. Ou ainda, que a terna ordenada formada pelo conjunto A, a adição e a multiplicação (resumidamente $(A, +, \cdot)$) é um *anel*. Às vezes diremos apenas "A é um anel" ou falaremos do "anel A", por simplificação de linguagem, mas isso pressupõe, naturalmente, um par de leis de composição internas em A (com as propriedades citadas) sobre as quais não há nenhuma dúvida.

Foi disponibilizado aos alunos um tempo para leitura e discussão em dupla. Após a discussão, eles deveriam entregar as respostas escritas e discutir novamente, mas agora com toda a sala. Durante a discussão a professora pôde identificar as dúvidas dos alunos em relação às definições e as interpretações equivocadas dos conceitos abordados.

Na primeira questão, grande parte dos alunos respondeu que teve dificuldades com a leitura e interpretação das definições pela grande quantidade de símbolos matemáticos. Um dos alunos citou que: "foi necessário reler as frases substituindo os símbolos pelo equivalente em português, como se fosse feita uma tradução". Vários alunos citaram não conhecer grande parte dos símbolos utilizados, em especial o símbolo $\rightsquigarrow$, que aparece na primeira definição, de Gonçalves (2006). Os alunos que responderam que não tiveram dificuldades com o texto, já haviam cursado alguma outra disciplina da graduação que utilizava formalmente a linguagem matemática.

Na questão 2, a maioria dos alunos apontou a definição do livro Introdução à álgebra (GONÇALVES, 2006), como sendo a mais fácil de entender. Uma das respostas indicou que, nesta definição, o fato de as informações estarem organizadas em uma única lista facilitou a compreensão. Outro ponto citado como positivo foi o fato de nomear as propriedades, o que teria possibilitado a conexão com conteúdos já abordados nas aulas anteriores. É possível observar que na segunda definição (DOMINGUES, IEZZI, 2003) os autores utilizam o conceito de Grupo Abeliano para definir Anel, o que pode ter prejudicado a compreensão de alunos que ainda não conheciam esse conceito.

Apesar de terem apontado a primeira definição como sendo mais fácil de compreender, vários alunos não perceberam que $A \times A \rightarrow A$ indicava que a operação deveria ser fechada no conjunto. Ainda em relação à primeira definição, muitos alunos tiveram dúvidas em relação à definição de anel com unidade, quando em A7 determina que 0 deve ser diferente de 1. Para os alunos isso seria uma condição lógica, pois não perceberam que essa restrição se referia ao fato de o elemento neutro da primeira operação deveria ser diferente do elemento neutro da segunda operação.

Observando as duas definições, verifica-se que o elemento que na primeira definição é chamado de inverso aditivo, na segunda é nomeado de simétrico aditivo, o que também poderia gerar dúvidas para os alunos.

Em relação à questão 3, poucos alunos afirmaram ter tido contato com a linguagem matemática na escola básica, a grande maioria afirmou ter tido pouco contato com essa linguagem, e ter conhecimentos de poucos símbolos matemáticos. Algumas respostas dos alunos à questão "você teve contato com essa linguagem matemática no ensino básico?":

- *"Muito pouco, a maior parte da linguagem, como $A \times A \rightarrow A$, apenas vi no ensino superior".*
- *"Não, só na parte de conjuntos resumidamente".*
- *"Bem pouco".*
- *"Eu tive contato com essa linguagem matemática no ensino básico, porém alguns símbolos utilizados eu desconhecia".*
- *"Não que me recorde. Acredito que apenas na faculdade pude me aprofundar na linguagem matemática".*
- *"De jeito nenhum. No ensino básico, quando raramente havia uma definição matemática, ela era feita na linguagem o menos formal possível. Por um lado, acho positivo, pois aproxima o aluno desse universo de definições, desmistificando-as. Por outro lado, é ruim, pois te afasta de um aprofundamento na linguagem".*

Após essa atividade, a definição de anéis foi apresentada pela professora, esclarecendo as dúvidas que ainda restavam. Foi observado que a explicação funciona como uma tradução da linguagem apresentada pelo livro para a linguagem a ser entendida pelo aluno. Essa falta de conhecimento da linguagem formal matemática pode limitar o acesso autônomo dos alunos aos conteúdos apresentados nos livros de matemática utilizados no ensino superior.

Considerações finais

Foi observado que muitos dos alunos que participaram das atividades têm dificuldades com a leitura e interpretação de textos que possuem muitos símbolos matemáticos. Essa dificuldade pode ser associada ao fato de grande parte desses alunos não terem tido acesso a essa linguagem durante a escola básica. Alguns disseram se sentir como se estivessem lendo um livro escrito em uma língua estrangeira.

Acredita-se necessário um trabalho que aproxime os alunos da linguagem matemática, a fim de tornar os conteúdos matemáticos mais acessíveis a eles.

Referências

Brasil. (2002). *PCN+ Ensino Médio: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais*. Vol. Linguagens, códigos e suas tecnologias. Brasília: MEC/ SEMTEC.

Brasil. (2017). *Base Nacional Comum Curricular (BNCC)*. Brasília: MEC. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/a-base - Acesso em 30/06/2020.

Domingues, H., & Iezzi,G. (2003) *Álgebra Moderna*. Atual Editora, 367 p.

Granell, C. G. (2003). A aquisição da linguagem matemática: símbolo e significado. In: Teberosky, A; Tolchinsky, L. (Org.). *Além da alfabetização: a aprendizagem fonológica, ortográfica, textual e matemática*. Ática.

Gravemeijer, K. P. E. (2005). What makes mathematics so difficult, and what can we do about it? In L. Santos, A. P. Canavarro, & J. Brocardo (Eds.), *Educação matemática: Caminhos e encruzilhadas* (pp. 83- 101). Lisboa: APM.

Gonçalves, A.(2006). *Introdução à Álgebra*. Rio de Janeiro: Instituto de Matemática Pura e Aplicada, 5. Ed.

Ponte, J. P. (1994). *Matemática: Uma disciplina condenada ao insucesso*. Disponível em: https://matematicanaei20191.blogspot.com/2019/03/matematica-uma-disciplina-condenada-ao.html.

Rissi, M. C. & Marcondes, M. A. S. (org.).(2011) *Estudo sobre a reprovação e retenção nos Cursos de Graduação – 2009*. 163 p.: il. Disponível em: http://www.uel.br/proplan/LIVRO_CD_COMPLETO_Retencao_reprovacao.pdf

UFABC – Universidade Federal do ABC. (2017) . *Projeto Pedagógico Institucional*.

IX CIBEM Congresso Iberoamericano de Educação Matemática 05 a 09 de dezembro de 2022

Potencialidades do GeoGebra e do processo de demonstração matemática: reflexões e uma proposta de atividade para o Programa de Iniciação Científica Jr.

Potentialities of GeoGebra and the process of mathematical demonstration: reflections and an activity proposal for the Programa de Iniciação Científica Jr.

Potencialidades de GeoGebra y el proceso de demostración matemática: reflexiones y una propuesta de actividades para el Programa de Iniciación Científica Jr.

Érica Vitória Machado da Silva [682]
Universidade Federal do Rio Grande do Sul
https://orcid.org/0000-0002-2400-5354

Hérika Nalú Alencastro Rodrigues [683]
Universidade Federal do Rio Grande do Sul
https://orcid.org/0000-0002-6421-0491

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Processos de ensino e aprendizagem da Matemática em diferentes modalidades e níveis educacionais.

Resumo

Neste artigo apresentamos uma reflexão sobre as potencialidades de *softwares* de geometria dinâmica no ensino e aprendizagem de Matemática, a partir dos autores Notare, Basso, Stormoski, Gravina e De Villiers. Além disso, abordamos o papel matemático e pedagógico do processo de demonstração a partir do referencial de Hanna e Stylianides, G.. Tendo em vista esse referencial teórico, buscamos analisar as questões do Programa de Iniciação Científica Jr. (PIC), identificando aquelas que possibilitem o desenvolvimento de uma demonstração matemática. Analisamos 448 questões do programa, identificamos que 32 delas solicitaram uma demonstração matemática e destas, metade estava concentrada no conteúdo de Geometria. Propomos uma atividade que relaciona o *software* de geometria dinâmica GeoGebra e o processo de demonstração no ensino de propriedades do paralelogramo, direcionada a alunos do PIC. A atividade busca promover o processo de demonstração que engloba a identificação de padrão, elaboração de conjecturas, argumentação e a construção de provas, utilizando o GeoGebra em todo o processo de investigação e manipulação. As reflexões sobre a proposta de atividade nos conduziram a inferir que ela pode ser aplicada para outros conteúdos matemáticos e também para distintas etapas escolares.

Palavras-chave: processo de demonstração, geometria dinâmica, paralelogramo.

Abstract

[682] erica-vitoria-855@hotmail.com
[683] herikanalurodrigues@gmail.com

In this article we present a reflection on the potential of dynamic geometry software in the teaching and learning of Mathematics, based on the authors Notare, Basso, Stormoski, Gravina and De Villiers. It addresses the mathematical and pedagogical role of the demonstration process from the framework of Hanna and Stylianides, G. Throughout this theoretical framework, we seek to analyze the questions of the Programa de Iniciação Científica Jr. (PIC), identifying those that enable the development of a mathematical demonstration. We analyzed 448 questions of the program, identified that 32 of them requested a mathematical demonstration and half of these were concentrated on geometry. We propose an activity that relates the GeoGebra's dynamic geometry software and the demonstration process in the teaching of parallelogram's properties, aimed at PIC students. The activity seeks to promote the demonstration process that includes the identification of pattern, elaboration of conjectures, argumentation and the construction of evidence, using GeoGebra throughout the investigation and manipulation process. The reflections on the activity proposal led us to infer that it can be applied to other mathematical contents and also to different school stages.

Keywords: demonstration process, dynamic geometry, parallelogram.

Resumen

En este artículo presentamos una reflexión sobre el potencial del software de geometría dinámica en la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas, a partir de los autores Notare, Basso, Stormoski, Gravina y De Villiers. Aborda el papel matemático y pedagógico del proceso de demostración a partir del referencial de Hanna y Stylianides, G.. Con este referencial teórico, buscamos analizar las cuestiones del Programa de Iniciação Científica Jr. (PIC), identificando aquellas que posibiliten el desarrollo de una demostración matemática. Analizamos 448 preguntas del programa, identificamos que 32 de ellas solicitaban una demostración matemática y la mitad de ellas se concentraban en geometría. Proponemos una actividad que relaciona el software de geometría dinámica GeoGebra y el proceso de demostración en la enseñanza de las propiedades del paralelogramo, dirigida a estudiantes del PIC. La actividad busca promover el proceso de demostración que incluye la identificación de patrones, la elaboración de conjeturas, la argumentación y la construcción de pruebas, utilizando el GeoGebra a lo largo del proceso de investigación y manipulación. Las reflexiones sobre la actividad propuesta nos llevaron a inferir que se puede aplicar a otros contenidos matemáticos y también a diferentes etapas escolares.

Palabras clave: proceso de demostración, geometría dinámica, paralelogramo.

Introdução

Este artigo origina-se na interseção de assuntos presentes nos projetos de pesquisas de dissertação de mestrado e de conclusão de graduação das autoras: desenvolvimento de atividades que insiram o processo de demonstração nos conteúdos de matemática e reflexões sobre as práticas docentes no Programa de Iniciação Científica Jr. (PIC). Este trabalho analisa questões propostas pelo PIC que proporcionam o desenvolvimento de demonstrações; a partir de uma delas, propor uma atividade que utiliza recursos digitais, que serão futuramente aplicadas em aulas do programa e refletir sobre as possíveis contribuições na solução de problemas que exigem argumentar e provar.

Os estudos de Hanna (1990, 1995, 2016) e Stylianides (2008, 2009) explicam que a prova é um elemento central para o estudo e desenvolvimento da Matemática, visto que ela justifica e verifica novos ou já conhecidos resultados. Além disso, o processo de demonstrar é muito maior do que a demonstração em si, pois também abrange a exploração, a formulação de conjectura, a generalização e a argumentação. Stylianides (2008) denomina *Reasoning-and-Proving* (RP) as abordagens que possibilitem desenvolver esse processo de demonstração.

Notare e Basso (2012, 2018) relacionam o processo de demonstração com os ambientes de geometria dinâmica, uma vez que a experimentação permitida por *softwares* dessa área possibilita a visualização, classificação, conjectura, generalização, abstração e formalização, etapas necessárias para o desenvolvimento do pensamento matemático. Além disso, essas etapas fazem parte do processo de demonstração em Matemática e são proporcionadas em atividades com geometria dinâmica, colaborando para o resgate das discussões sobre a importância da prova nas aulas de Matemática.

Iniciamos a fundamentação teórica abordando o processo das demonstrações e seu papel pedagógico no ensino e na aprendizagem de Matemática. Posteriormente, tratamos do potencial dos *softwares* de geometria dinâmica no desenvolvimento do pensamento matemático. Em seguida, explicamos o que é o Programa de Iniciação Científica Jr. (PIC) e como ele é estruturado. Após isso, apresentamos os procedimentos metodológicos para a escolha e análise de questões do PIC. Apresentamos também uma proposta de atividade englobada no RP e que utiliza o *software* de geometria dinâmica GeoGebra. Por fim, concluímos o trabalho trazendo reflexões sobre as potencialidades e limitações da proposta de atividade no ensino de Matemática.

O processo das demonstrações e seu papel pedagógico

A Matemática só reconhece a validade de uma afirmação quando a ela é apresentada uma prova ou demonstração (utilizadas aqui como sinônimos). Dessa forma, a prova é um elemento central para o estudo desta ciência e, portanto, aprender Matemática também envolve compreender e desenvolver demonstrações. Neste artigo, consideramos a definição de prova desenvolvida por Doering, Ripoll e Silva (2022) que baseia-se nas percepções de Hanna (1990) e Stylianides (2008):

> [...] é utilizado como conceito de demonstração para uma afirmação matemática todo conjunto de argumentos capazes de estabelecer a veracidade dessa afirmação em todos os possíveis casos por ela contemplados. Por exemplo, uma prova do tipo direta de uma afirmação expressa na forma de implicação (se...então..., ou seja, se for verdade que... então é verdade que....) consiste de uma sequência finita de afirmações, de modo que a primeira delas (chamada hipótese) é suposta verdadeira e cada uma das afirmações seguintes é derivada de afirmações anteriores ou de outras já demonstradas verdadeiras, sendo a última afirmação aquela que queríamos provar (chamada tese). (DOERING; RIPOLL; SILVA, 2022, p. 4)

Para compreender uma prova é necessário entender previamente os conceitos nela utilizados, como por exemplo, padrões de argumentação e alguns termos como hipótese, conjectura, exemplo, contra-exemplo, refutação e generalização. Além disso, é necessário partir de métodos não formais, passar pela heurística[684], reestruturar determinados argumentos, para enfim, chegar à prova em si. (HANNA, 1995). Tais etapas descritas pela autora no processo de compreensão de uma prova são abordadas também por Stylianides (2008) como parte essencial para o desenvolvimento de novos conhecimentos matemáticos e compreensão do contexto associado ao fenômeno estudado, desenvolvendo, assim, o pensamento matemático.

Hanna (1990, 1995, 2016), Stylianides (2008, 2009), De Villiers (2004), afirmam que as provas possuem um papel pedagógico, pois podem mostrar carência de melhores definições, produzir um algoritmo útil, contribuir para a sistematização de resultados e explicitar o raciocínio para chegar em determinada ideia.

Os trabalhos de Hanna (1990, 2016) dividem as demonstrações em dois tipos: “provas que explicam” e “provas que provam”. No primeiro tipo, se encaixam demonstrações que mostram, em seu desenvolvimento, uma explicação explícita do porquê de determinada sentença ser verdadeira ou falsa. A autora afirma que essas provas têm aspectos pedagógicos, pois oportunizam uma maior compreensão da sentença estudada. Por sua vez, no segundo tipo, situam-se as provas que não possuem tal aspecto, uma vez que seu intuito é apenas demonstrar o enunciado.

[684] Kahneman (2012, p.110) define heurística como “um procedimento simples que ajuda a encontrar respostas adequadas, ainda que geralmente imperfeitas, para perguntas difíceis. A palavra vem da mesma raiz que *heureca*”.

O potencial de *softwares* de geometria dinâmica no desenvolvimento do pensamento matemático

O surgimento das tecnologias digitais e dos ambientes dinâmicos impulsionou evoluções na Matemática, segundo Basso e Notare (2015), pois fomentou descobertas e novos campos. Além disso, proporcionou discussões e reflexões sobre o fazer, o ensinar e o aprender Matemática, por tornar alguns problemas e concepções mais acessíveis com a utilização de novas formas de representação e manipulação de objetos matemáticos.

De acordo com Hanna (2016) e Stormowski (2018), a potencialidade das tecnologias digitais está no modo como são utilizadas em sala de aula e salientam que, além de dispor desses dispositivos tecnológicos, é importante saber aplicá-los em atividades que estimulem a intuição e a investigação de problemas matemáticos. Para Basso e Notare (2015), o ensino e a aprendizagem de funções de segundo grau com tecnologias, por exemplo, oferece a manipulação de coeficientes e observação das alterações gráficas causadas de forma dinâmica, enquanto que tal dinamismo não é possível quando se utiliza apenas quadro-giz (ou caderno-lápis) que permite apenas representações estáticas.

Gravina (2001) afirma que duas das primeiras ações mentais características do pensar matemático são o estabelecimento de relações e a elaboração de conjecturas. Essas ações, segundo a autora, podem ser desencadeadas em atividades com *softwares* de matemática dinâmica. Para Notare e Basso (2012), a visualização, a classificação, a conjectura, a generalização, a abstração e a formalização (etapas presentes e importantes no processo de demonstração) também são ações necessárias ao pensamento matemático que podem ser desenvolvidas na experimentação e observação em *softwares* de geometria dinâmica.

Relativamente à geometria, Notare e Basso (2018) e De Villiers (2004) explicam que *softwares* de geometria dinâmica permitem fazer construções de figuras geométricas a partir de suas características e definições. Portanto, essas construções quando manipuladas preservam as suas propriedades, ou seja, são figuras que possuem uma estabilidade mesmo com ação do movimento sobre elas. Os ambientes proporcionados por esses *softwares* "permitem aos estudantes explorar, testar, analisar e conjecturar hipóteses sobre uma dada situação geométrica" (Notare e Basso, 2018, p. 2).

Notare e Basso (2012) evidenciam o GeoGebra como um exemplo de *software* de geometria dinâmica, que permite construir objetos geométricos utilizando ferramentas como pontos, retas, polígonos, cônicas e ângulos. Tais autores entendem o GeoGebra como "um importante recurso para ser utilizado como um espaço de exploração e manipulação pelos alunos, pois valoriza a ação do aluno, tanto no processo de construção, quanto no processo de exploração." (Notare e Basso, 2012, p. 6). Esse *software* permite que o aluno relacione a sua manipulação no GeoGebra com a resposta visual que o programa oferece. Esse processo não linear, que contempla diversas idas e vindas, possibilita uma melhor compreensão dos conceitos matemáticos adjacentes ao problema estudado.

O Programa de Iniciação Científica Jr. (PIC)

Os alunos que foram premiados com uma medalha na Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas e Privadas (OBMEP) e alguns que receberam Menção Honrosa pelo bom desempenho nessa olimpíada são convidados a participar do Programa de Iniciação Científica Jr. (PIC). O programa aborda resoluções de diferentes problemas matemáticos, com o intuito de ampliar o conhecimento científico dos estudantes com um olhar mais rigoroso para a leitura e escrita de soluções e resultados.

O programa divide os participantes de acordo com a etapa escolar em que se encontram na Educação Básica. Em 2021, a divisão foi feita da seguinte forma: o Grupo 1 foi destinado aos alunos do Ensino Fundamental, o Grupo 2 para os estudantes 1º e 2º ano do Ensino Médio e o Grupo 3 para os concluintes do 3º ano do Ensino Médio.

O PIC desenvolve as atividades por meio de ciclos, cada um deles compreende duas aulas de aproximadamente 4 horas, abordando conteúdos matemáticos distintos. Os roteiros de aulas são desenvolvidos pelos organizadores do programa e servem como modelo norteador para os professores e suas aulas. As aulas são ministradas por licenciandos em Matemática e esses professores têm autonomia para fazer alterações no roteiro de aula e adaptá-lo à sua prática como, por exemplo, utilizar *softwares*, plataformas, *websites*, vídeos, entre outros. No entanto, alguns problemas matemáticos propostos nos roteiros são obrigatórios e devem ser abordados no ciclo.

Procedimentos Metodológicos

Stylianides (2008) denomina *Reasoning-and-Proving* (RP) as abordagens que permitam desenvolver raciocínio e prova, ou seja, que geram possibilidades para que os alunos sejam capazes de identificar padrões, formular conjecturas, fornecer argumentos que não sejam provas e construir provas. As abordagens mencionadas englobam desde questões em livros didáticos, tarefas de aula até práticas pedagógicas de professores. Em Stylianides (2009), o autor define *Reasoning-and-Proving Tasks* (RPTs) as tarefas que permitam aos alunos desenvolver o RP. Assim, consideramos que este artigo se encaixa nessa área de pesquisa, visto que pretendemos identificar as RPTs nas questões propostas pelo PIC, mais especificamente, as que solicitam explicitamente uma demonstração, e propor uma atividade englobada no RP.

Analisamos todas as questões disponíveis no portal para os professores do PIC referentes aos 7 ciclos do Grupo 1 e 5 ciclos dos Grupos 2 e 3. Dentre elas, destacamos as que continham, em seu enunciado, as seguintes expressões: “demonstre”, “prove”, “mostre”, entre outras que solicitavam ao aluno que apresentasse uma demonstração para um resultado matemático. O Quadro 1 apresenta os números de questões avaliadas e classificadas como RPTs, ou seja, que se enquadram no critério mencionado anteriormente.

Quadro 1
Análise e classificação das questões do PIC

	Questões por Grupo	**RPTs**
Grupo 1	**201**	**8**
Grupo 2	**120**	**18**
Grupo 3	**127**	**6**
Total	**448**	**32**

As questões englobadas no RPTs estão distribuídas ao longo dos ciclos e grupos, contemplando os seguintes conteúdos: geometria plana, geometria analítica, trigonometria, números racionais e irracionais, paridade, equação de primeiro grau, álgebra, progressões aritmética e geométrica e combinatória. Ressaltamos que algumas questões relacionam mais de um assunto, o que possibilita distintas resoluções que podem envolver mais de uma área da Matemática. Dentre as 32 questões de RPTs, 16 delas compreendiam os assuntos de geometria, ou seja, metade do total de questões que possibilitaram raciocínio e prova abordavam o mesmo tema.

Das questões classificadas como RPTs selecionamos uma delas para desenvolver uma proposta de atividade com o uso de tecnologias digitais, englobadas no RP e que possibilitam o desenvolvimento de provas que explicam, no sentido de Hanna (1990). A questão que norteia a proposta foi retirada do roteiro de atividades previstas para o primeiro encontro do ciclo 1 do Grupo 2, e está apresentada a seguir:

Problema 1. Definição de paralelogramo: Paralelogramo é um quadrilátero plano convexo cujos lados opostos são paralelos.

Demonstre as seguintes propriedades sobre paralelogramo:

1. lados opostos congruentes;
2. ângulos opostos congruentes;
3. suas diagonais interceptam-se nos seus respectivos pontos médios;
4. ângulos colaterais suplementares;
5. a soma dos ângulos internos igual a 360°;
6. a soma dos ângulos externos igual a 360°.

Na seção a seguir apresentamos detalhadamente a proposta de atividade supramencionada, explicitando os processos que consideramos relevantes para o ensino e aprendizagem dos conteúdos matemáticos do problema e destacando os pontos que caracterizam essa abordagem como RP.

Proposta de Atividade

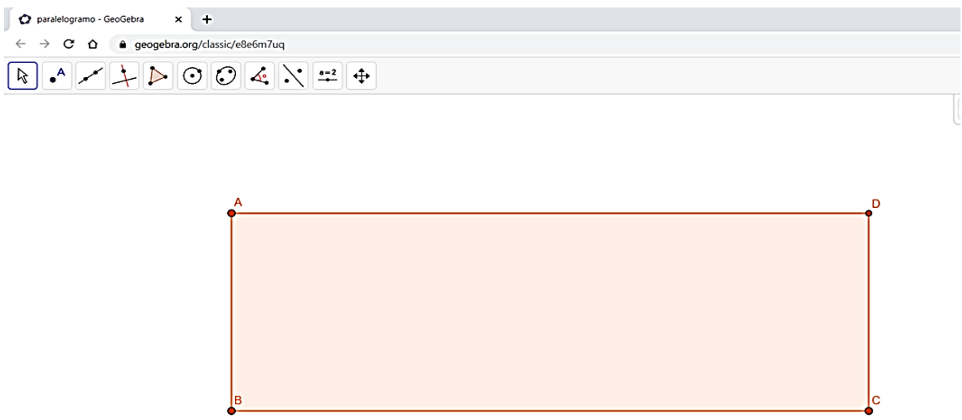
Esta proposta de atividade mantém o público alvo da questão norteadora, a saber, os alunos do Grupo 2 do PIC, e requer que cada um deles tenha acesso a um computador com *internet*. Entretanto, sugere uma nova abordagem e acrescenta novos objetivos. A finalidade da questão orientadora desta proposta é demonstrar algumas propriedades do paralelogramo. Além disso, buscamos desenvolver a identificação de padrões, formulação de conjecturas e argumentação. A proposta foi dividida em quatro etapas e cada uma delas está descrita a seguir.

Etapa 1: Manipulação no *software* GeoGebra.

Inicialmente os alunos irão abrir, no site do GeoGebra, o *applet* desenvolvido por nós para essa proposta (Figura 1) e manipular o quadrilátero, movimentando os pontos A, B e C, a fim de identificar qual polígono está sendo apresentado.

Figura 1

Interface do applet no GeoGebra[685]



Propositalmente, a figura geométrica inicial assemelha-se a um retângulo, que se deforma com a movimentação dos pontos A, B e C, mas se mantém um paralelogramo. Os alunos poderão compartilhar suas suspeitas acerca do quadrilátero mostrado e toda a turma poderá debater sobre as respostas. Ainda nesta etapa, o professor irá formalizar a definição de paralelogramo.

Etapa 2: Investigação de propriedades

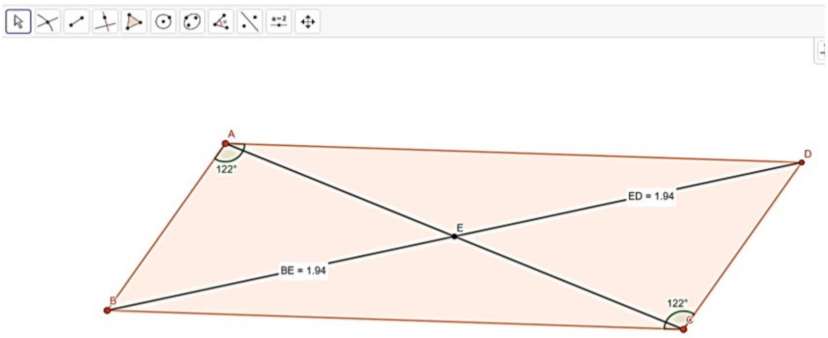
A manipulação no *software* continua, porém com o objetivo de identificar as propriedades do paralelogramo. Para isso, os alunos poderão utilizar qualquer ferramenta do GeoGebra, como traçar segmento, medir distância entre pontos, definir ângulos, etc.

A Figura 2 apresenta uma possível construção que pode ser realizada pelos alunos para ajudá-los na identificação das seguintes propriedades: ângulos opostos congruentes e diagonais interceptam-se nos seus respectivos pontos médios.

[685] Disponível em: https://www.geogebra.org/classic/e8e6m7uq

Figura 2

Exemplo de construção no applet no GeoGebra



Esta etapa possibilitará a identificação de padrões e a formulação de conjecturas que poderão ou não ser validadas na etapa seguinte.

Etapa 3: Argumentação e prova

Nesta etapa os alunos irão buscar argumentos que validem as conjecturas feitas na etapa anterior e registrá-los no caderno, no GeoGebra ou qualquer documento de texto. A argumentação utilizada pelos estudantes pode ser a própria demonstração, parte dela, um argumento inválido ou um argumento irrelevante para tal. Além disso, os contraexemplos poderão surgir como forma de mostrar a falsidade de determinadas conjecturas levantadas na etapa anterior. A finalização desta etapa se dará na construção de uma demonstração de alguma propriedade do paralelogramo ou na invalidação da conjectura. A partir de então o aluno irá retornar à etapa anterior e formular ou reformular as conjecturas, até que o aluno considere que todas as propriedades foram encontradas e demonstradas.

Etapa 4: Apresentação de resultados e sistematização

A realização desta etapa ocorrerá quando todas as propriedades previstas para a questão, apresentadas na seção anterior, forem demonstradas ou quando o tempo destinado à tarefa for encerrado. Os alunos serão convidados a apresentar para a turma alguma das propriedades encontradas e demonstradas na etapa 3. Nesta apresentação, todas as propriedades deverão ser contempladas e caso alguma delas não tenha sido identificada ou demonstrada pelos alunos, o professor irá apresentá-la e demonstrá-la.

Considerações Finais

A proposta de atividade apresentada neste artigo proporciona ao aluno a experimentação por meio da manipulação de um *applet* do GeoGebra. Com isso, o aluno pode interagir com o *software*, conjecturando e investigando propriedades na figura geométrica. A estrutura da atividade permite que o aluno transite pelo processo de demonstração, possibilitando identificação de padrão, elaboração de conjecturas e argumentos que validem ou refutem esses resultados, e construção de provas que explicam, ou seja, a atividade gera oportunidades do RP.

Stynianides (2009) afirma que a relação entre padrões, conjecturas e provas pode não ser linear, por isso, é possível que hajam muitas idas e vindas entre as etapas 2 e 3 da proposta de atividade, pelo fato do aluno ter que identificar e demonstrar mais de uma propriedade ou por constatar a falsidade da conjectura formulada. Além disso, a mediação do professor é importante em todo o desenvolvimento da proposta, visto que irá auxiliar o aluno na utilização do *software*; direcioná-lo na realização das tarefas de cada etapa por meio de perguntas, dicas ou explicações; conduzir as discussões e plenárias, entre outros.

Para essa proposta escolhemos utilizar o GeoGebra, pois o consideramos um *software* de fácil interação com o usuário, intuitivo e que apresenta funcionalidades como instruções para as construções de objetos matemáticos. Entretanto, evidenciamos que existem outros *softwares* de geometria dinâmica que podem ser utilizados com a mesma finalidade, por exemplo o Desmos[686], que pode pode ser utilizado de forma online em celulares, sem a necessidade de fazer download.

O PIC objetiva proporcionar o aprofundamento dos conhecimentos matemáticos por meio da resolução de problemas. Tendo em vista esse fato, a atividade que propomos remodela a metodologia das questões, adicionando o uso de tecnologias digitais em seu desenvolvimento e proporcionando mais etapas do RP.

A proposta de atividade contempla as propriedades do paralelogramo, exclusivamente, mas essa proposta de investigação e de manipulação pode ser utilizada para abordar propriedades de outros quadriláteros como losango ou trapézio, por exemplo. Além disso, o público alvo da proposta de atividade são alunos do PIC, mas acreditamos que ela possa ser

[686] Disponível em: <https://desmos.com/> Acesso em: 17 set. 2021

desenvolvida com estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio, visto que os conteúdos contemplados na atividade são assuntos previstos para a Educação Básica.

Referências

BASSO, M. V. A.; NOTARE, M. R. (2015). Pensar-com Tecnologias Digitais de Matemática Dinâmica*.* ***Novas Tecnologias na Educação***, Porto Alegre, 13(2), 1-10.

DE VILLIERS, M. (2004) Using dynamic geometry to expand mathematics teachers' understanding of proof. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology.* Taylor & Francis, 35(5), 703–724.

DOERING, L. R.; RIPOLL, C. C.; SILVA, É. V. M. (2022). Construções e Percepções de alguns alunos de Licenciatura em Matemática sobre demonstrações. *REVEMAT*, 17(1), 01-22.

GRAVINA, M. A. (2001). *Os ambientes de geometria dinâmica e o pensamento hipotético dedutivo.* Tese de Doutorado (Informática na Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

HANNA, G. (1990). Some pedagogical aspects of proof. *Interchange*, 21(1), 6-13.

HANNA, G. (1995). Challenges to the Importance of Proof. *For the Learning of Mathematics*, 15(3), 42-49.

HANNA, G. (2016). Reflections on proof as explanation, *Ontario Institute for Studies in Education*, University of Toronto.

KAHNEMAN, D. (2012). *Rápido e devagar: duas formas de pensar* (p. 607). Rio de Janeiro: Objetiva.

NOTARE, M. R.; BASSO, M. V. A. (2012). Tecnologia na Educação Matemática: Trilhando o Caminho do Fazer ao Compreender. *Novas Tecnologias na Educação*, Porto Alegre, 10(3), 1-11.

NOTARE, M. R.; BASSO, M. V. A. (2018). Argumentação e Prova Matemática com Geometria Dinâmica. *Novas Tecnologias na Educação*, Porto Alegre, 16(1), 1-10.

STORMOWSKI, V. (2018). Vale a pena utilizar tecnologias digitais na educação? In: SILVA, Rodrigo Sychocki (Org.*). Diálogos e Reflexões sobre Tecnologias Digitais na Educação Matemática.* São Paulo: Editora Livraria da Física, 95-112.

STYLIANIDES, G. J. (2008) An Analytic Framework of Reasoning-and-Proving. *For the Learning of Mathematics*, 28(1), 9–16.

STYLIANIDES, G. J. (2009) Reasoning-and-Proving in School Mathematics Textbooks. *Mathematical Thinking And Learning*, 11(4), 258-288.

Processos de raciocínio mobilizados por estudantes de CDI na construção do conceito da integral de Riemann.

Reasoning processes mobilized by CDI students in the construction of the Riemann integral concept.

Procesos de razonamiento movilizados por estudiantes del CDI en la construcción del concepto integral de Riemann.

Ana Júlia da Silva[687]
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
https://orcid.org/0000-0003-1190-0998

André Luis Trevisan[688]
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
https://orcid.org/0000-0001-8732-1912

Tainá Taiza de Araujo[689]
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
https://orcid.org/0000-0002-1798-1074

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Processos de ensino e aprendizagem da Matemática em diferentes modalidades e níveis educacionais.

Resumo

Neste trabalho, pretendemos identificar os processos de raciocínio e compreender o modo como se dá a elaboração de algumas das camadas de conhecimentos associadas às Integrais de Riemann. Para tal, consideramos dados coletados no trabalho com uma tarefa exploratória envolvendo Somas de Riemann. Este trabalho se desenvolve em uma perspectiva qualitativa, de cunho interpretativo. Como resultados, inferimos que a tarefa matemática ativou duas camadas essenciais para compreender sua estrutura. Acerca dos processos de raciocínio mobilizados, inicialmente, os estudantes buscaram por conjecturas, que em alguns momentos foram refutadas, tendo assim a necessidade de buscar novas conjecturas e justificativas. Posteriormente, os estudantes formularam uma generalização para a conjectura já justificada.

[687] anajuliadasilva486@gmail.com
[688] andrelt@utfpr.edu.br
[689] taina.taiza.araujo@gmail.com

Palavras-chave: Ensino de Cálculo Diferencial e Integral. Integrais Definidas. Integrais de Riemann. Processos de Raciocínio Matemático.

Abstract

In this work we intend to identify the integration processes and understand the way of elaboration of some parts as documents associated with Riemann Integrals. To this end, we consider data determined in the work with an exploratory task in Riemann's Sums. Riemann. This work is developed in a qualitative perspective, with an interpretive nature. As a task, we infer active mathematics two bases for understanding its structure. About the necessary moments to seek mobilized, initially the new projects, which in some moments were refuted, in view of new conjectures and justifications. Subsequently, the students formulated a generalization for the already justified conjecture.

Keywords: Teaching Differential and Integral Calculus. Definite Integrals. Riemann integrals. Processes of Mathematical Reasoning.

Resumen

En este trabajo pretendemos identificar los procesos de integración y comprender la forma de elaboración de algunas partes como documentos asociados a las Integrales de Riemann. Para ello, consideramos datos determinados en el trabajo con una tarea exploratoria en Sumas de Riemann. Riemann. Este trabajo se desarrolla en una perspectiva cualitativa, con un carácter interpretativo. Como tarea, inferimos de las matemáticas activas dos bases para comprender su estructura. Sobre los momentos necesarios para buscar movilizados, inicialmente los nuevos proyectos, que en algunos momentos fueron refutados, ante nuevas conjeturas y justificaciones. Posteriormente, los estudiantes formularon una generalización para la conjetura ya justificada.

Palabras clave: Palabras clave: Enseñanza del Cálculo Diferencial e Integral. Integrales definidas. Integrales de Riemann. Procesos de Razonamiento Matemático.

Introdução

As dificuldades apresentadas por estudantes na compreensão de conceitos centrais da disciplina de Cálculo Diferencial Integral (CDI) e a relação com o modo como se ensinam esses conceitos são temas presentes em pesquisas de Educação Matemática há algumas décadas.

Resultados de pesquisa têm apontado que a constituição de ambientes de ensino e de aprendizagem, pautados em episódios de resolução de tarefas exploratórias (TREVISAN; MENDES, 2018; TREVISAN; ALVES; NEGRINI, 2021), assume importância singular no contexto da disciplina de CDI, com foco no desenvolvimento de diferentes processos do raciocínio matemático (JEANNOTTE; KIERAN, 2017; TREVISAN; ARAMAN, 2021).

Em particular, destacamos nosso interesse em estudos que têm estreita relação com o conceito de integral definida. Em geral, dificuldades relacionadas a esse conceito se devem ao não entendimento da soma de Riemann e da integral de Riemann (JONES; LIM; CHANDLER, 2017; SEALY, 2014).

Muitos alunos que saem do curso de CDI não tiveram o entendimento das Somas de Riemann e das integrais de Riemann, e, possivelmente, as veem apenas como procedimentos de cálculos para se encontrar um valor aproximado de uma integral definida, que é facilmente substituída posteriormente pela estratégia de resolução por antiderivação e pelo Teorema Fundamental do Cálculo (SEALY, 2014). Não que as estratégias por antiderivação e o Teorema Fundamental do Cálculo sejam desconsiderados, mas a compreensão do conceito da integral de Riemann é necessária para resolver problemas que estão inseridos na Matemática e em Ciências subsequentes (HADDAD, 2013; GREEFRATH *et al.*, 2021).

Conforme Sealey (2014), ao tratar da integral de Riemann, contamos com uma estrutura. Para conceituar, uma estrutura consiste não apenas em elementos, mas também nas operações sobre esses elementos e nas relações entre eles. Juntos, esses elementos e operações formam uma estrutura inteira. A autora propõe que se trabalhe com quatro camadas ao tratar da integral de Riemann. A primeira camada da estrutura da integral de Riemann é a Camada de Produto, composta pela multiplicação de duas quantidades: $f(x_i)$ e Δx, tal que $f(x_i)$ pode ser tratado como uma taxa e Δx como uma diferença. A segunda camada é a Camada da Soma, que inclui a soma de $i = 1$ até $i = n$, nos fornecendo a soma de Riemann $\sum_{i=1}^{n} f(x_i) \triangle x$, a qual fornece uma aproximação do valor exato. A terceira camada é a Camada do Limite, que inclui o limite de n, aproximando-se do infinito das duas camadas anteriores e nos dando a integral de Riemann. Por fim, a quarta camada é a Camada da Função, que permite considerar a integral definida como uma função onde a entrada é o limite superior, ou seja, o ponto final direito do intervalo sobre o qual a função é integrada, e a saída é o valor numérico da integral definida.

Neste trabalho, pretendemos identificar os processos de raciocínio e compreender o modo como se dá a elaboração de algumas das camadas de conhecimentos associadas à das integrais de Riemann.

Fundamentação Teórica

Um dos grandes desafios no ensino de Matemática, nos diferentes níveis de escolaridade, é desenvolver, no aluno, o raciocínio matemático. Embora a literatura apresente definições diferentes sobre o raciocínio matemático, elas geralmente não se apresentam de forma excludente ou contraditória. Para Ponte, Quaresma e Mata-Pereira (2020), por exemplo, raciocinar matematicamente "é realizar inferências de forma fundamentada, ou seja, partir de informação dada para obter nova informação através de um processo justificado" (p. 7). Em consonância, Jeannotte e Kieran (2017) afirmam que raciocinar matematicamente é "inferir enunciados matemáticos de outros enunciados matemáticos" (p.7).

Mas a conceituação do raciocínio matemático envolve muitas nuances em sua definição. Quanto ao aspecto processual do raciocínio matemático, nosso foco de interesse, Jeannotte e Kieran (2017) classificam-no a partir de nove processos distintos. Em função da limitação de páginas, focaremos em apenas alguns deles neste artigo.

A conjectura é definida por Jeannotte e Kieran (2017) como sendo "um processo de raciocínio matemático que, pela busca de semelhanças e diferenças, infere uma narrativa sobre alguma regularidade com valor epistêmico provável, que têm potencial para teorização matemática " (p.10). Ou seja, afirmar uma inferência que se pretende que seja verdadeira, mas que ainda não é. De modo análogo, implica em "identificar uma possível solução para um problema; formular uma estratégia para resolver um problema" (PONTE; QUARESMA; MATA-PEREIRA, 2020, p. 10)

Um processo diretamente relacionado com a conjectura é a identificação de padrão, pois, por meio desta, pode-se chegar em conjecturas. Jeannotte e Kieran (2017) definem a identificação de padrão com "um processo de raciocínio matemático que, pela busca de semelhanças e diferenças, infere uma narrativa sobre uma relação recursiva entre objetos ou relações matemáticas" (p.10). Esse processo se diferencia de generalizar e conjecturar, pois o mesmo permite inferir propriedades e procedimentos de um conjunto sem a necessidade de expandi-los para um conjunto maior.

Por sua vez, uma generalização implica, "inferir narrativas sobre um conjunto de objetos matemáticos ou uma relação entre objetos do conjunto a partir de um subconjunto desse conjunto" (JEANNOTE; KIERAN, 2017, p. 9). Sendo assim, no processo de generalizar, reconhece-se um padrão ou uma propriedade comum a um conjunto de objetos, e se é capaz de expandir o domínio de validade de uma propriedade a um conjunto maior de objetos (PONTE; MATA-PEREIRA, 2017).

Por fim, no processo de justificação, tem-se a busca por dados, garantias e respaldos, que permitam modificar o valor epistêmico de uma narrativa (JEANNOTTE; IERAN, 2017). Pode assumir formas como: coerência lógica, exemplos genéricos, uso de contraexemplos, por exaustão ou por absurdo, de modo a validar uma propriedade ou procedimento (PONTE; QUARESMA; MATA-PEREIRA, 2020).

Contexto da pesquisa e procedimentos metodológicos

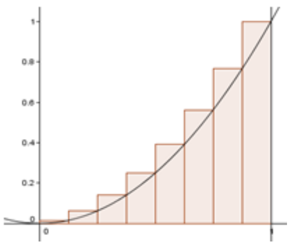
Este trabalho foi desenhado como uma pesquisa qualitativa, de cunho interpretativo (BOGDAN; BIKLEN, 1994), e considera dados provenientes de uma intervenção realizada em uma turma de estudantes ingressantes em um curso de Engenharia, que cursavam a disciplina de CDI 1. O professor é o segundo autor deste artigo e orientador da pesquisa dos primeiros autores. Os estudantes são organizados, primeiramente, em grupos de 3 a 4 integrantes, para a discussão e realização das tarefas e, em seguida, ocorre uma plenária com toda a turma para a discussão de suas resoluções.

No Quadro 1, apresenta-se a tarefa analisada neste artigo, proposta como introdução ao conceito de integral definida. Trata-se de uma tarefa fechada “na qual é claramente dito o que é dado e o que é pedido” (PONTE, 2005, p.7). É caracterizada como um problema, o qual demanda um tempo médio de resolução e tem um contexto puramente matemático, que é importante para o desenvolvimento da linguagem e formalização matemática por parte dos alunos.

Quadro 1 - Tarefa: Área de um segmento parabólico

1. Considere a região delimitada pela curva $f(x) = x^2$, pelo eixo e pelas retas $x = 0$ e $x = 1$

a) Suponha que a região seja preenchida por retângulos, como na figura ao lado, todos com a mesma base. Construa uma sequência em que cada termo representa a área de um desses retângulos. Trabalhe com frações.



b) Represente em notação de somatório a soma desses termos e efetue o cálculo.

c) Nesse contexto, construa uma figura que ilustre $\sum_{i=0}^{7} \frac{1}{7} f(x_i)$.

Fonte: Adaptado de Trevisan e Goes (2016)

Considerando o objetivo de identificar os processos de raciocínio e compreender o modo como se dá a elaboração de algumas das camadas de conhecimentos associadas às das integrais de Riemann, foram coletados os protocolos contendo registros escritos e o áudio das discussões dos pequenos grupos de estudantes. As gravações em áudio foram transcritas na íntegra, em articulação com os protocolos produzidos, propiciando assim, a organização e a análise dos dados.

Na intenção de reconhecer uma maior variedade de processos de raciocínio, tomamos por critério para escolha dos grupos aqueles em que o áudio fosse suficientemente claro, e nos quais houve um maior envolvimento dos estudantes na "apresentação, justificação, argumentação e negociação de significados" (RODRIGUES; MENEZES; PONTE, 2018, p. 399). Neste artigo, os resultados estão organizados considerando a transcrição de alguns trechos de discussão ocorridos em um desses grupos selecionado para análise.

Descrição e Análise de Dados

Nesta sessão, será explicitada a compreensão de elementos das camadas 1 e 2 da integral de Riemann, e quais processos de raciocínio foram utilizados para chegar a essa compreensão. A primeira camada da estrutura da integral de Riemann é a Camada de Produto, composta pela multiplicação de duas quantidades, e a segunda é a Camada da Soma. Nos trechos a seguir, enquanto o grupo resolve o item (a) da tarefa, evidenciamos elementos destas duas primeiras camadas e os processos de raciocínio envolvidos:

Estudante 02: *Acho que [a altura] é zero dois, zero quatro né? É isso mesmo.*
Estudante 01: *O zero vírgula seis ele tá na mesma altura aqui?*

Estudante 02: *Então, foi o que eu falei, o zero quatro tá, o zero quatro tá certinho mas esse daqui eu acho que não tá não.*

Em um primeiro momento, o grupo busca uma forma para encontrar a área dos retângulos. Ao olhar a representação gráfica dada na tarefa, eles inicialmente conjecturam que os valores representados no eixo y correspondem à altura dos triângulos. Porém, logo começam a perceber que nem todos os retângulos estão tão próximos da marcação gráfica. Assim, a conjectura é descartada. Continuando a discussão, ainda buscando uma forma de encontrar a altura dos retângulos, o grupo elabora uma nova conjectura, de que a altura dos retângulos poderia ser calculada a partir da expressão algébrica da função:

Estudante 02: *Aqui ó, ele dá a fórmula [*$f(x) = x^2$*].*

Estudante 01: *O* x *a gente pode colocar tipo um oitavo, dois oitavos, três oitavos, quatro oitavos…*

Estudante 02: *Se você fizer a conta do [cinco] oitavo[s] aqui ó, a altura disso aqui vai dar zero vírgula trinta e quatro… [na verdade] trinta e nove, é bem aproximado, se você usar, isso daqui, aqui como cinco oitavos e esse daqui…*

O estudante 02 justifica que a expressão $f(x) = x^2$, dada no enunciado da tarefa, poderia ser utilizada, e os estudantes passaram então a calcular as alturas pela substituição de x nos pontos dados. Como forma de validar os valores encontrados, a partir de uma justificação empírica, eles encontraram uma fração ao substituir o x na expressão. Posteriormente, a transformaram em decimal para saberem se o valor encontrado estava de fato próximo ao indicado no eixo y na representação que estava junto ao enunciado da tarefa. Dessa constatação, eles parecem se sentir mais confiantes e seguem buscando as outras alturas.

Tendo generalizado uma forma de obter as alturas dos retângulos, o foco da discussão passa a ser a determinação das bases, como mostra o trecho abaixo:

Estudante 01: *A base seria cinco oitavos e a altura zero quatro, você vai ter que construir a sequência do retângulo.*

Estudante 02: *Essa daqui é a área do primeiro retângulo, que é altura é… não, tá errado, aqui é um oitavo, porque a base é um oitavo só.*

Estudante 01: *Aaa a base do retângulo né? É porque no caso dos retângulos ele ia pegar, aqui ó a base dele aqui ó seria esse valor, esse aqui.*

Estudante 02: *Aham, que é um oitavo.*

O grupo inicialmente conjetura que o valor da base é igual ao valor da função do ponto de abscissa x, mas logo ela é descartada, pois reconhecem que a medida da base é a distância entre dois pontos consecutivos da partição. A partir das informações constantes no enunciado da tarefa, concluem que, em qualquer um dos retângulos, ela sempre será igual a um oitavo.

Fica evidente nesses primeiros 30 minutos de diálogo que os elementos envolvidos na Camada do Produto (SEALY, 2014), e que implicam elaborar uma generalização para a área do retângulo, não foram facilmente reconhecidos, o que dificultou um desenvolvimento mais rápido da tarefa.

Abaixo, o trecho mostra mais duas particularidades que geraram dificuldade na determinação dos elementos para que fosse possível seguir para o item (b):

Estudante 02: *A altura do primeiro é zero, aí esse daqui seria dois oitavos. É elevado ao quadrado.*

Estudante 01: *Esse você já fez.*

Estudante 02: *Dá um dezesseis avos.*

Estudante 01: *Deixa eu anotar aqui.*

Estudante 02: *Altura do primeiro é zero, segundo dezesseis, do terceiro é quanto?*

Estudante 01: *Da nove [sobre] sessenta e quatro.*

Estudante 01: *Agora quatro oitavos que é esse daqui. Tem que dar maior que zero [vírgula] dois.*

Estudante 02: *Quatro vezes quatro é dezesseis, dezesseis sessenta e quatro que dá para simplificar, dá para simplificar por quatro dezesseis eu acho. Não, dá quatro dezesseis, é só simplificar, [fica] um quarto.*

A primeira dificuldade se dá pelo fato do grupo conjecturar, erroneamente, a altura do primeiro retângulo como zero, fazendo com que a sua área também fosse nula. Isso se dá pela estratégia visual adotada, onde a observação da representação gráfica mostra um retângulo com altura muito próxima de zero sendo facilmente confundida. Assim, identificamos uma das possíveis dificuldades geradas pela apresentação da representação gráfica (JONES, 2017). Os alunos precisam compreender que ela é um protótipo e auxilia na visualização do objeto, mas que não permite tirar conclusões como verdadeiras apenas a partir do que "se está se vendo". É necessário um olhar matemático a partir das informações oferecidas pela representação gráfica.

A segunda dificuldade se dá no momento em que o grupo toma a decisão de simplificar algumas frações encontradas; isso certamente se torna um problema para encontrar um padrão, possibilitar uma generalização e, posteriormente, utilizar a notação de somatório, segunda

Camada do modelo de Sealey (2014). Continuam a discutir, como mostra o trecho em que essas dificuldades parecem ter sido superadas.

Estudante 02: *Um dividido por sessenta e quatro? É, é zero vírgula zero quinze. Talvez tenha um retangulozinho aqui, mas é que a gente não tá vendo.*

Estudante 01: *Pode ser.*

Estudante 03: *Eu também acho que tem um retangulozinho aqui.*

Estudante 02: *Professor, aqui tem um retângulo pequeno ou é zero mesmo?*

** resposta inaudível**

Estudante 01: *Ah então tudo bem, aqui não é zero.*

Estudante 02: *Aqui é um oitavo, não, calma. É um sobre oito. Aqui é um [sobre] sessenta e quatro. E aqui sessenta e quatro vezes oito que é quinhentos e doze.*

Estudante 01: *Isso aí, agora tá certo.*

Após verificarem que, apesar de muito próxima a zero, a altura não é de fato zero, eles ainda buscam validar tal afirmação. Nesse momento, a validação veio do professor, que permitiu ao grupo continuar a resolução, aparentemente mais confiantes, agora com todos os elementos da camada do produto (SEALY, 2014).

Após encontrarem todas as áreas individualmente, o grupo chega a uma generalização, como mostra o trecho a seguir:

Estudante 02: *Então eu acho que é esse daqui. Esse daqui é a altura de cada termo, e a largura é sempre um oitavo, então eu acho que a somatória vai ser... vai ser...* n *oitavo ao quadrado vezes um oitavo, vai ser cada termo.*

Estudante 01: *Esse é o primeiro termo,* n_1.

Estudante 02: *Não, esse é todos os termos.*

Estudante 01: *Não, no caso seria* n_1.

O estudante 02 então conjectura que $\left(\frac{n}{8}\right)^2 \frac{1}{8}$ seria uma forma algébrica para representar as áreas, sendo $\left(\frac{n}{8}\right)^2$ uma generalização para a altura, e $\frac{1}{8}$ para a base. Entretanto, o estudante 02 conjectura que essa generalização será utilizada para encontrar a soma de todas as áreas. O estudante 01, por sua vez, invalida essa hipótese e justifica que tal generalização serve para encontrar cada área individualmente.

Vale destacar que tal generalização de área é empírica, pois se aplica apenas ao contexto dessa tarefa. Entendemos que, para o desenvolvimento da primeira camada da estrutura da integral de Riemann (SEALY, 2014) e a elaboração do modelo mental básico de área proposto por Greefrath *et al.* (2020), são fundamentais as ações do professor na direção de possibilitar que generalizações mais amplas sejam elaboradas e possam ser utilizadas em qualquer tarefa dessa natureza.

Ao iniciarem o item (b), a primeira estratégia do grupo é tentarem somar área a área, mas esbarram na dificuldade por terem simplificado as frações. Inicialmente, realizam essa soma termo a termo, até que o professor recorda com a turma que já tinha desenvolvido em aulas anteriores uma fórmula para o somatório dos quadrados dos n primeiros números naturais.

Estudante 02: *Ele não deu uma conta disso daqui? Acho que ele acabou de escrever na lousa. Soma de quadrado.*

Estudante 03: *Então vamos usar a conta que ele deu já.*

Estudante 01: *Qual é a somatório mesmo? A fórmula.*

Estudante 02: *Aqui ó [...] Vai ser oito, oito mais um, acho que foi por isso que ele deu a fórmula pra gente. Oito mais um, dividido por seis. Oito vezes nove.*

Estudante 01: *Aqui se você substituir o n1, o n igual a 1 aqui ele já vai dar um.*

Estudante 02: *Não, mas vai substituir n igual a oito. Porque eu quero achar a soma total do um até o oito já.*

Apesar do professor ter apresentado na lousa uma expressão algébrica para o somatório em questão, o grupo inicialmente não compreende como utilizá-la para fazer a soma de todas as áreas. Após uma longa discussão, eles conseguem aplicá-la na resolução do item (b) da tarefa. Como forma de validar a resposta encontrada, fazem a soma termo a termo para conferir se as respostas coincidem, o que de fato ocorre.

No trecho abaixo os alunos verbalizam o resultado final da soma:

Estudante 02: *Só que a soma é isso daqui ó. A soma de todos os oito termos.*

Estudante 01: *Mas precisa colocar a soma de todos os termos?*

Estudante 02: *Precisa, tá falando aqui no finalzinho.*

Estudante 02: *Aí a gente coloca s igual a duzentos sobre sei lá o que. Duzentos e quatro por quinhentos e doze.*

Finalizada essa parte, o grupo então discute o último item. Porém, considerando as delimitações de espaço deste artigo, esse trecho não foi transcrito. Em síntese, apesar de ter conseguido utilizar o somatório no item (b), o grupo não compreendeu de fato o significado daquela fórmula. Inferimos, então, que a Camada da Soma da estrutura da integral de Riemann (SEALY, 2014) não foi desenvolvida da forma significativa. Não foram elaboradas conjecturas acerca de alguma representação gráfica associada ao somatório apresentando no item (c) da tarefa. O professor, percebendo a dificuldade da turma como um todo em prosseguir com a resolução da tarefa, pausa a discussão dos grupos e realiza uma socialização das suas respostas, realizando a resolução coletiva do item (c).

Considerações finais

Neste trabalho, objetivamos identificar os processos de raciocínio e compreender o modo como se dá a elaboração de algumas das camadas de conhecimento associadas às das integrais de Riemann, considerando a resolução de uma tarefa exploratória sobre esse tema. Como resultados, inferimos que a tarefa matemática ativou duas camadas essenciais para compreender sua estrutura (SEALY, 2014).

A camada do produto foi acessada por meio da compreensão de como calcular a área de cada retângulo, com o reconhecimento de uma base comum a todos e de que sua altura pode ser associada ao valor da função em cada ponto. Já a camada da soma foi explorada por meio da notação de somatório. Apesar de reconhecer essa ideia nos dados apresentados, ela não foi profundamente compreendida pelos estudantes em questão, pois se mostra necessário nesta camada uma compreensão do padrão dessa soma, para que não aparente ser apenas uma soma de números aleatórios. Inicialmente os estudantes buscaram por conjecturas que, em alguns momentos, foram refutadas, tendo assim a necessidade de buscar novas conjecturas e justificativas. Posteriormente, os estudantes formularam uma generalização para a conjectura já justificada. Esses processos foram repetidos de forma similar nos itens analisados.

Desse modo, a tarefa em questão mostrou-se com potencial para a introdução ao conceito de integral de Riemann, tendo em vista sua forma mais intuitiva de trabalhar tais camadas, mas, ainda assim, mostrando-se importante para familiarizar os alunos com tais conceitos, podendo ser seguida por uma outra tarefa que trabalhe de forma mais completa (ou complexa) as camadas para uma melhor compreensão.

Referências

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação**. Tradução Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto: Porto Editora, 1994.

GREEFRATH, G. et al. Basic mental models of integrals: theoretical conception, development of test instrument, and first results. **ZDM**, v.53, n.649-661, 2021.

HADDAD, S. Que retiennent les nouveaux bacheliers de la notion d'intégrale enseignée aulycée? **Petitx**, v. 92, p. 7–32, 2013.

JEANNOTTE, D; KIERAN, C. A conceptual model of mathematical reasoning for school mathematics. ***Educational Studies in Mathematics***, v. 96, p. 1-16, 2017.

JONES, S. R; LIM, Y. R; CHANDLER, K. R. Teaching Integration: How Certain Instructional Moves May Undermine the Potential Conceptual Value of the Riemann Sum and the Riemann Integral. **International Journal of Science and Mathematics Education**, v.15, p.1075–1095, 2017.

MATA-PEREIRA, J; PONTE, J. P. Enhancing students' mathematical reasoning in the classroom: teacher actions facilitating generalization and justification. **Educational Studies in Mathematics**, v. 96, p. 169–186, 2017.

PONTE, J. P. Gestão curricular em Matemática. Em: GTI (Ed.), **O professor e o desenvolvimento curricular**. Lisboa: APM, p. 11-34, 2005.

PONTE, J. P; QUARESMA, M; MATA-PEREIRA, J. Como desenvolver o raciocínio matemático na sala de aula? **Educação e Matemática**, v. 156, p. 7-11, 2020.

RODRIGUES, C.; MENEZES, L.; PONTE, J. P. Práticas de Discussão em Sala de Aula de Matemática: os casos de dois professores. **Bolema**, v. 12, n. 61, p. 398-418, 2018.

SEALEY, V. A Framework for Characterizing Student Understanding of Riemann Sums and Definite Integrals. **Journal of Mathematical Behavior**, n. 33, p. 230-245, 2014.

TREVISAN, A. L.; MENDES, M. T. Integral antes de derivada? Derivada antes de integral? Limite, no final? Uma proposta para organizar um curso de Cálculo Integral. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 19, p. 353- 373, 2017.

TREVISAN, A. L.; MENDES, M. T. Ambientes de ensino e aprendizagem de cálculo diferencial e integral organizados a partir de episódios de resolução de tarefas: uma proposta. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, v. 11, p. 209-227, 2018.

TREVISAN, A. L.; ARAMAN, E. M. O. Processos de Raciocínio Matemático Mobilizados por Estudantes de Cálculo em Tarefas Envolvendo Representações Gráficas. **Bolema**, v. 35, n. 69, p. 158-178, abr. 2021.

Utilização de Mapas Conceituais para Aprendizagem Significativa em curso de Administração

Use of Concept Maps for Meaningful Learning in a business Administration course

Uso de Mapas Conceptuales para el Aprendizaje Significativo em um curso de Gestión

Arrigo Fontana[690]
Universidade Luterana do Brasil - ULBRA
Id orcid: http://orcid.org/0000-0002-7150-7795

Cláudia Lisete Oliveira Groenwald[691]
Universidade Luterana do Brasil - ULBRA
Id orcid: http://orcid.org/0000-0001-7345-8205

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Processos de ensino e aprendizagem da Matemática em diferentes modalidades e níveis educacionais.

Resumo

O presente artigo tem por objetivo apresentar resultados de uma pesquisa fundamentada nos princípios da Aprendizagem Significativa, de modo que o novo conteúdo de aprendizagem venha a se relacionar com o conhecimento prévio do aluno. A pesquisa foi realizada com alunos da disciplina de Pesquisa Operacional do Curso de Administração de uma instituição de Ensino Superior do Rio Grande do Sul. A metodologia utilizada consistiu em uma abordagem qualitativa, utilizando-se dos Mapas Conceituais Iniciais e a reconstrução dos mesmos, após discussões e reflexões acerca do processo. Mapas conceituais constituem uma ferramenta gráfica que serve para representar, organizar, construir e avaliar conhecimentos, que têm por finalidade representar relações significativas entre conceitos. Os resultados obtidos por meio dos Mapas Conceituais constituíram um recurso metodológico relevante, onde foi possível observar evidências em relação a construção como estratégia de representação do conhecimento pelos alunos.

Palavras-chave: Pesquisa Operacional, Construção de Significados, Ensino Superior.

Abstract

[690] arrigo.fontana@fisul.edu.br
[691] claudiag1959@yahoo.com.br

This article aims to present the results of a research based on the principles of Meaningful Learning, so that the new learning content will relate to the student's previous knowledge. The research was carried out with students of the Operational Research discipline of the Administration Course of a higher education institution in Rio Grande do Sul. The methodology used consisted of a qualitative approach, using the Initial Conceptual Maps and their reconstruction, after discussions and reflections about the process. Concept maps constitute a graphical tool that serves to represent, organize, build and evaluate knowledge, whose purpose is to represent significant relationships between concepts. The results obtained through the Conceptual Maps constituted a relevant methodological resource, where it was possible to observe evidence in relation to the construction as a strategy of representation of knowledge by the students.

Keywords: Operational Research, Construction of Meanings, University Education.

Resumen

Este artículo tiene como objetivo presentar los resultados de una investigación basada en los principios del Aprendizaje Significativo, para que los nuevos contenidos de aprendizaje se relacionen con los conocimientos previos del alumno. La investigación fue realizada con estudiantes de la disciplina Investigación Operativa del Curso de Administración de una institución de enseñanza superior de Rio Grande do Sul. La metodología utilizada consistió en un abordaje cualitativo, utilizando los Mapas Conceptuales Iniciales y su reconstrucción, luego de discusiones y reflexiones sobre el proceso. Los mapas conceptuales constituyen una herramienta gráfica que sirve para representar, organizar, construir y evaluar conocimientos, cuyo fin es representar relaciones significativas entre conceptos. Los resultados obtenidos a través de los Mapas Conceptuales constituyeron un recurso metodológico relevante, donde fue posible observar evidencias en relación a la construcción como estrategia de representación del conocimiento por parte de los estudiantes.

Palabras clave: Investigación Operativa, Construcción de Sentido, Educación Superior.

Introdução

O ensino é, fundamentalmente, um processo de comunicação pelo qual o conhecimento disciplinarmente instituído em diversas áreas científicas, humanísticas, artísticas é transmitido de geração para geração ao longo das épocas. A Matemática é um desses corpos de conhecimentos que vem sendo desenvolvido pelo homem em função das suas necessidades de sobrevivência no meio social e, em especial, para a resolução de situações-problema pessoais, sociais e profissionais.

Consequentemente, a tarefa básica e fundamental da escola e do professor é o desenvolvimento das competências de raciocínio lógico, do pensamento crítico e da criatividade, apoiados não só na reflexão sobre os conhecimentos adquiridos pela Ciência em questão, mas também, sobre suas aplicações à tecnologia e ao progresso social (SANTOS; FRANÇA e SANTOS, 2013), a fim de tornar os métodos didáticos em uma Aprendizagem Significativa (AUSUBEL, 2003).

Para a atividade do processo de ensino aprendizagem, faz-se necessária a utilização de diferentes métodos e estratégias, entrelaçando os conteúdos abordados em especial a utilização de Mapa Conceitual, juntamente em sala de aula, com os conhecimentos adquiridos, com experiências vividas e com os avanços da tecnologia.

Os Mapas Conceituais ajudam os alunos a estabelecerem relações significativas entre o que já sabem e o que precisam compreender, funcionando como um método de aprendizagem. Com os Mapas Conceituais, os alunos conseguem estabelecer relações, aprimorar o aprendizado e organizar o conhecimento. Considerando que a aprendizagem é individual, mesmo que seja realizado um trabalho em grupo, a aprendizagem é pessoal.

Assim, torna-se importante discutir sobre a utilização dos Mapas Conceituais como uma proposta de avalição do processo de compreensão dos conceitos e estratégias desenvolvidas em determinada situação educacional. Para Novak e Gowin (1996, p. 58), "o valor educativo [dos Mapas Conceituais] está no reconhecer e valorizar a mudança no significado da experiência humana", basicamente, porque são diagramas que explicitam conceitos de uma fonte de conhecimentos hierarquicamente organizados e as relações entre esses conceitos, cuja estrutura deve estar de acordo com a própria estrutura da fonte (NOVAK, 2000, p. 3; 32).

Ao discutir a fundamentação teórica para a Aprendizagem Significativa e correspondentes estratégias facilitadoras, Moreira (2003, p. 34) também enfatiza que são vários os modos de estabelecer-se a hierarquia conceitual em um diagrama, pois ela expressa determinada compreensão e a interpretação das relações entre os conceitos de certa área.

Segundo Novak (2000, p. 14) e Novak & Gowin (1996, p. 36), o Mapa Conceitual é adequado para a avaliação do conhecimento prévio e para diagnóstico de concepções alternativas ao conhecimento, científica e/ou socialmente aceito.

Segundo Ausubel (2003), para o desenvolvimento dos Mapas Conceituais o aluno concebe o acréscimo de novas aprendizagens como construções a partir de conceitos relevantes já presentes na estrutura de conhecimentos do sujeito, depois organiza hierarquicamente os conceitos mais abrangentes e os mais específicos para então relacionar e integrar esses conceitos com outros conceitos e proposições (NOVAK; CAÑAS, 2006).

Gava e Cristovão (2011), afirmam que a utilização de Mapas Conceituais, além de ser um recurso de verificação da aprendizagem de alunos, possibilita comparação entre os vários mapas que são construídos pelos alunos. Essa verificação possibilita identificar, de forma coletiva, a formação dos conceitos (corretos ou malformados) e suas relações.

Metodologia de Pesquisa

O trabalho desenvolvido teve caráter qualitativo e aplicado em um grupo de vinte e quatro alunos do curso de graduação em Administração, da Faculdade Fisul, localizada na cidade de Garibaldi, RS. Foram construídos mapas conceituais pelos alunos do segundo semestre de 2019 e do segundo semestre de 2020.

Análise de Dados

Os alunos não tinham conhecimento sobre a forma de representação de um Mapa Conceitual e sua finalidade. Por essa razão, foram expostos alguns exemplos que foram apresentados e discutidos com os acadêmicos.

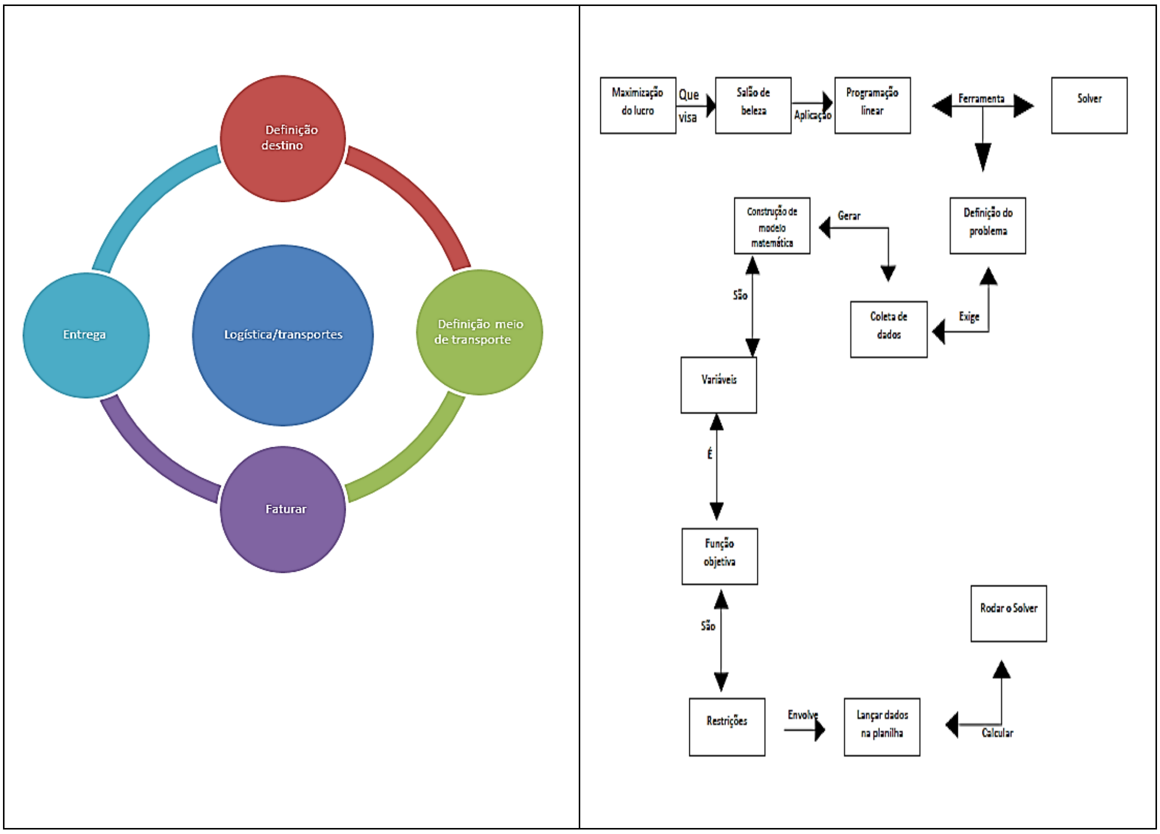
Em torno de situação-problema escolhida pelos estudantes, foi elaborado o Mapa Conceitual Inicial (MCI), para compreender o entendimento do aluno acerca do conceito de modelo matemático, contribuindo para sua formação profissional. A justificativa para esse estudo foi inserir os Mapas Conceituais como processo na organização e representação do conhecimento.

Os Mapas Conceituais foram analisados no contexto teórico de Novak e Gowin (1984), focado na Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel, a qual evidencia, dentre outras, a estrutura cognitiva, que analisa o conteúdo e organiza as ideias de forma hierárquica.

Quanto à representação do Mapa Conceitual do Aluno 8 da Figura 1, observa-se poucos conceitos interligados ao foco central: *Logística/transportes*, embora as relações associadas mostrem um bom entendimento dos conceitos perante o processo. O mapa desse aluno, conforme a teoria de Ausubel (2003), apresenta o que, possivelmente, seja uma organização memorística da estrutura cognitiva do sujeito.

Figura 1.

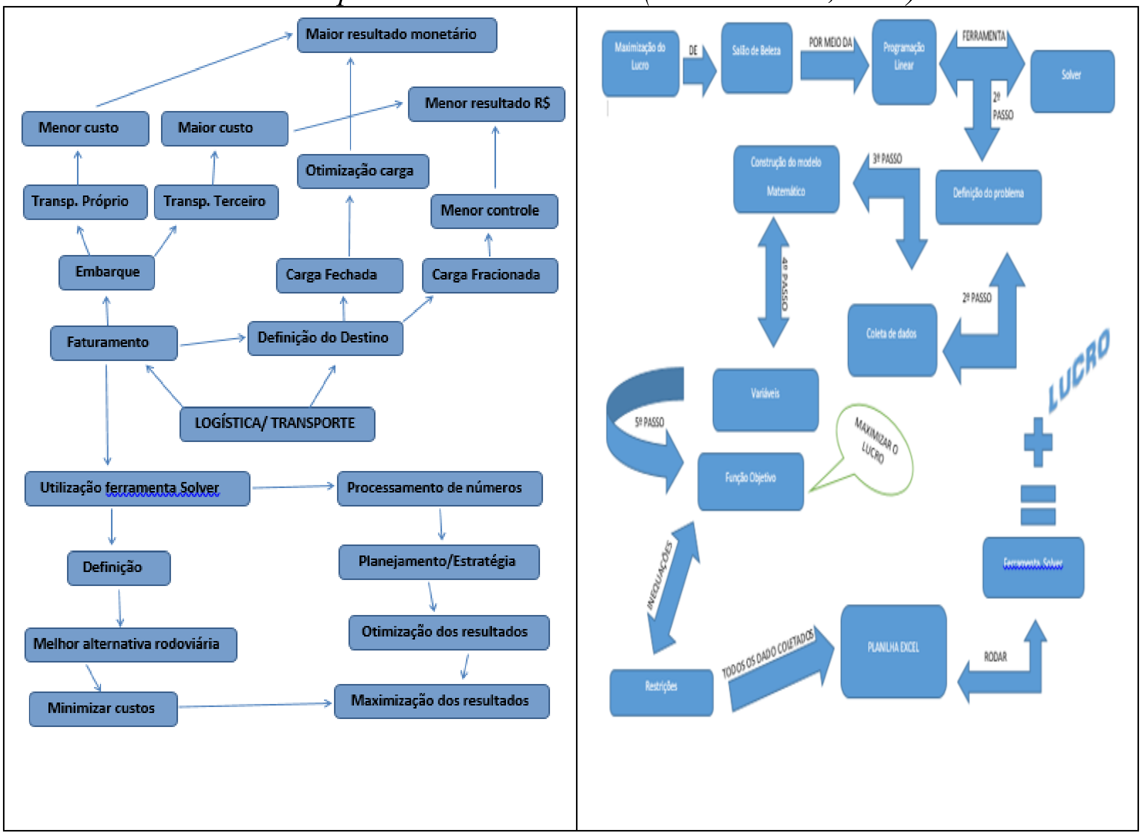
Mapas Conceituais Iniciais (Alunos 8 e 15, 2019)



O mapa do Aluno 15 da Figura 1, apresenta alguns conceitos abordados em aula, demonstrando um avanço nos elementos recordados. Conforme a fala do Aluno 15: "*Tive muitas dificuldades para tentar organizar a estrutura e a sequência do Mapa Conceitual, pois exigiu a capacidade de raciocínio, organização e articulações de conceitos, no entanto, surgiu a ideia do Salão de beleza*". A partir dessa colocação, segundo a teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel (2003), pode-se inferir a intervenção de relações explícitas entre gráficos, tabelas, evidenciando uma interação substantiva entre o novo conhecimento e algum subsunçor já existente na estrutura cognitiva do sujeito.

O mapa do Aluno 8, da Figura 2, traz mais conceitos associados ao foco central (Logística/Transporte) do que a Figura 1, pois enfatiza a estrutura conceitual do modelo, viabilizando uma visão integrada do tema abordado, facilitando, assim, o entendimento do referido problema, capaz de evidenciar significados atribuídos no contexto de um corpo de conhecimento de qualquer disciplina, no caso, a de Pesquisa Operacional.

Figura 2.
Mapas Conceituais Finais (Alunos 8 e 15, 2019)



Na visão do Aluno 15, a pesquisa contribuiu para a criação de um conhecimento de aprendizagem, que nos permitiu aplicar uma metodologia focando no objetivo principal (maximizar ou minimizar). Também permitiu analisar o problema através de uma sequência de etapas que levou nas respostas para atingir o objetivo, o que retrata os subsunçores relacionados à recursos tecnológicos e cuidados na resolução da situação-problema em questão.

Ausubel, em sua teoria da Aprendizagem Significativa, defende que, ao iniciar a apresentação de um conteúdo com os aspectos mais gerais e diferenciando-os, progressivamente, o professor atua em uma das maneiras mais eficientes de ensinar, tornando mais simples a aquisição de conceitos (AUSUBEL, 2003).

Face aos resultados observados com relação aos mapas iniciais e finais, se pode inferir que os alunos os representaram de formas distintas, com subsunçores diferentes, havendo assim, modificações que foram percebidas de forma diferente e, consequentemente, evoluíram, principalmente, inserindo conceitos relacionados a gestão, onde tem relação com o curso de Administração atrelado à disciplina de Pesquisa Operacional.

Conclusões

Pela análise dos Mapas Conceituais, verificou-se a aprendizagem dos estudantes, os quais, em sua grande maioria, compreenderam os conceitos essenciais e conseguiram usar o estudo para explanar suas questões. Verificou-se, também, uma melhora significativa na estruturação dos conceitos dos esquemas representados nos mapas, quando comparados os Mapas Conceituais Finais com os Iniciais em cada situação proposta.

A eficácia do uso de Mapas Conceituais na disciplina de Pesquisa Operacional pode ser constatada pelos resultados obtidos e apresentados nessa pesquisa, demonstrando que os Mapas Conceituais são uma ferramenta que auxilia no processo de ensino e aprendizagem dos estudantes, podendo ser utilizado como instrumento de avaliação no processo desenvolvido.

Em ambos os experimentos, através da atividade desenvolvida, foi possível perceber que a maioria dos discentes desenvolveu um ambiente de Aprendizagem Significativa, já que, ao realizarem o processo, eles precisaram resgatar seus conhecimentos prévios, para poder alimentar o conhecimento acadêmico e fazer conexões com as novas informações, sobre os conceitos relacionados, obtendo, por meio de registros simbólicos, de suas transformações e interpretações, uma solução para as situações vivenciadas em ambientes extracurriculares.

Referências

Ausubel, D. P. Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva. Lisboa: Plátano Edições Técnicas, 2003.

Gava, T. B. S.; Cristovão, H.M. Aplicações de Mapas Conceituais na educação. Serra: IFES, v. 1, 2011.

Moreira, M. A. Mapas conceituais e aprendizagem significativa. *Revista Chilena de Educação Científica*, v. 4, n. 2, 2005, pp. 38 – 44.

Moreira, Marco A; Greca, Ileana M. Cambio Conceptual: análisis crítico y propuestas a la luz de la teoría del aprendizaje significativo. *Ciência & Educação*, 2003, v. 9, n.2, p. 301-315.

Novak, J. D.; Gowin, D. B. Learning How to Learn. New York: Cambridge University Press, 1984.

Novak, J. D.; Gowin, D B. Aprender a aprender. Lisboa: Plátano Ed Técnicas. 1996.

Novak, J. D. A Aprender, criar e utilizar o conhecimento. Lisboa: Plátano Ed. Técnicas. 2000.

Novak, J. D; Canas, Alberto J, The origins of the concept mapping tool and the continuing evolution of the tool. Information Visualization. 5, 175–184. 2006.

Santos, J. A.; França, K. V.; Santos, L. S. B. Dificuldades na aprendizagem da Matemática - 2013. Disponível em: http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/modules/mydownloads_01/singlefile.php?cid=80&lid=4223. Acesso em: 07 jan. 2020.

Gamificação no ensino de área de figuras planas para jovens e adultos

Gamification in the teaching of flat figures for youth and adults

La gamificación en la enseñanza de figuras planas para jóvenes y adultos

Jeirla Alves Monteiro[692]
Universidade Federal do Pará
0000-0002-9329-5930

Isabel Cristina Rodrigues de Lucena[693]
Universidade Federal do Pará
0000-0001-9515-101X

Antônio Alison Pinheiro Martins[694]
Universidade Federal do Pará
0000-0002-7199-2428

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Processos de Ensino e aprendizagem da Matemática em diferentes modalidades e níveis educacionais.

Resumo

O presente estudo tem como objetivo utilizar a gamificação como método de avaliação, no conteúdo de área de figuras planas, em uma turma da Educação de Jovens e Adultos, com a finalidade de gerar motivação e proporcionar uma aprendizagem ativa. O trabalhofoi dividido em três encontros. No primeiro, foi utilizado o jogo da simulação "Área multiplicação" da plataforma PHET. No segundo, foi aplicado seis questões abertas de edições anteriores do ENCCEJA. E no último encontro, foi aplicado um questionário, baseado do trabalho de Silva (2020), a fim de medir o nível de motivação dos alunos. Após as análises constatou-se que as aplicações das atividades gamificadas, foram exitosas e forneceram evidências que esta estratégia de ensino, motivou os alunos, e proporcionou engajamento durante o processo de aprendizagem.

[692] jeirla.monteiro@iemci.ufpa.br
[693] ilucena@ufpa.br
[694] [3] antonio.martins@iemci.ufpa.br

Palavras-chave: Gamificação, EJA, matemática.

Abstract

The present study aims to use gamification as an evaluation method, in the content area of flat figures, in a group of Youth and Adult Education, to generate motivation and provide active learning. The work was divided into three meetings. In the first one, the simulation game “Multiplication Area” of the PHET platform was used. In the second, six open questions from previous editions of ENCCEJA were applied. And in the last meeting, a questionnaire was applied, based on the work of Silva (2020), to measure the students' level of motivation. After the analysis, it was found that the applications of gamified activities were successful and provided evidence that this teaching strategy motivated students and provided engagement during the learning process.

Keywords: Gamification, EJA, mathematics.

Resumen

El presente estudio tiene como objetivo utilizar la gamificación como método deevaluación, en el área de contenidos de figuras planas, en un grupo de Educación deJóvenes y Adultos, con el fin de generar motivación y propiciar un aprendizaje activo. Eltrabajo se dividió en tres encuentros. En el primero se utilizó el juego de simulación “Áreade Multiplicación” de la plataforma PHET. En la segunda se aplicaron seis preguntasabiertas de ediciones anteriores de ENCCEJA. Y en el último encuentro se aplicó uncuestionario, basado en el trabajo de Silva (2020), con el fin de medir el nivel demotivación de los estudiantes. Luego del análisis, se encontró que las aplicaciones de lasactividades gamificadas fueron exitosas y evidenciaron que esta estrategia didácticamotivó a los estudiantes y proporcionó compromiso durante el proceso de aprendizaje. ***Palabras clave***: Gamificación, EJA, matemáticas.

Introdução

Atualmente no Brasil, existem cerca de 2,9 milhões[695] de estudantes matriculadosna Educação de Jovens e Adultos- EJA. Conforme Fanti (2010), a EJA conta com uma imensa diversidade de pessoas e realidades. Para a autora, é possível dividir os alunos daEJA em dois grupos principais: o primeiro, constituído por pessoas com idade avançada que viveram em uma época em que o acesso à educação era mais difícil, principalmente e áreas rurais; e o segundo, composto por pessoas que abandonaram os estudos por fatoresextraescolares. Na literatura, é possível observar uma preocupação dos pesquisadores com relação aos estudantes da EJA, pois

[695] Dado referente ao censo escolar de 2021, disponível em: https://www.gov.br/inep/pt-br/assuntos/noticias/censo-escolar/inep-divulga-dados-da-1a-etapa-do-censo-escolar-2021 - acesso em 25 de abril de 2022

segundo Nicolodi (2011), esse público, normalmente, tem que conciliar trabalho e estudos, e isso pode atrapalhar no engajamento, fazendo com que a aprendizagem não seja satisfatória. Outro fator que podedificultar a aprendizagem é a falta de motivação, visto que muitos desses alunos abandonaram os estudos há anos, e quando voltam se sentem sobrecarregados com a demanda de conteúdo.

Conforme Azevedo (2018) existem muitos modelos de ensino com potencial de melhorar a aprendizagem, a motivação e o engajamento os alunos da EJA, como o Ensinopor Investigação; a Instrução por Pares; a Aprendizagem Baseada em Problemas; a Gamificação, entre inúmeros outros.

Costa *et al*. (2019) relata que a gamificação virou um fenômeno, nos últimos anos, com a popularização dos games digitais. Inicialmente, o termo “gamificação” foi utilizado para descrever a ideia de empregar elementos de games em contextos fora dos games, a fim de aumentar a atividade e reter a atenção de usuários.

A gamificação está cada vez mais presente em todos os níveis de educação, poisela pode contribuir para o processo de ensino e aprendizagem por promover a motivação, desenvolvimento cognitivo, reter a atenção, propiciar bem-estar, estimular o comportamento positivo do aluno, a criatividade e o pensamento autônomo (VIANA et al., 2013). Visto isso, o objetivo deste trabalho é aplicar duas atividades gamificadas, emuma turma de jovens e adultos, sobre o conteúdo de área de superfícies planas, com a finalidade de gerar motivação e proporcionar uma aprendizagem ativa.

Metodologia

A pesquisa foi composta por um grupo de 16 alunos, de faixa etária entre 18 e 30 anos, de uma turma de preparação para o ENCCEJA[696] nível médio, de um Centro de Educação de Jovens e Adultos - CEJA, na cidade de Fortaleza-Ceará. As intervenções foram divididas em três aulas de 1 hora e 30 minutos cada, em que nas duas primeiras aulas as atividades foram realizadas, e na última aula o ranking foi montado e aplicou-seum questionário, baseado no modelo ARCS, para avaliar a motivação dos alunos.

O plano de trabalho foi construído com os elementos de jogos: regras, pontos, níveis, desafios e ranking. De acordo com Costa *et al*. (2019) os pontos, níveis e ranking estão

[696] Exame Nacional para Certificação de Competências de Jovens e Adultos

relacionados com a obtenção de recompensa, essenciais para demonstrar status e promover competitividade. Já os desafios e as regras permitem concluir as operações dentro da realidade estipulada.

Foram aplicados dois planos de atividades, onde no final das aulas os pontos das atividades seriam somados, para compor o ranking. A primeira atividade foi composta pelo jogo da simulação "Área multiplicação" da plataforma PHET, já a segunda atividade era composta por 6 questões abertas[697]. É importante mencionar que os alunos já tinham tido contato com o conteúdo, antes da aplicação das atividades.

Nas duas atividades, os alunos foram divididos em 8 duplas, essa disposição foi pensada, pois dessa forma, na atividade do PHET, cada dupla ficaria com 1 computador.Com o objetivo de melhorar a motivação, o engajamento e ajudar no reconhecimento dasduplas no ranking, os alunos puderam escolher o nome que representaria suas duplas. Umaluno deu a sugestão que eles escolhessem nomes de grupos musicais ou cantores de suaspreferências. Os nomes das duplas estão descritos no Quadro 1.

Quadro 1.

Duplas (elaboração dos autores)

DUPLAS	
Iron Maiden	Fagner
Amado Batista	Renato Russo
Angra	Roberto Carlos
Aviões	Belchior

Encontro 1 - Jogo Área Multiplicação

Segundo Costa et al. (2019) para utilizar a gamificação em plataformas de simulações é necessário a elaboração de um guia de atividades que possa orientar os usuários dentro da simulação. Esse guia deve se apresentar em uma estrutura de seções organizada em cinco critérios, que são: O que se pretende? Onde encontrar a simulação? Como utilizar a simulação?

697 As questões podem ser conferidas no link: https://drive.google.com/file/d/1nIp1ARs6LcwyaIXYNxu917KVIk6CLA_c/view?usp=sharing

Quais os conceitos utilizados? Qual sua tarefa? Seguindo esses critérios, o plano de atividades foi construído, como mostra a seguir:

O que se pretende? Desenvolver e justificar uma estratégia que use o modelo de área para simplificar um problema de multiplicação.

Onde encontrar a simulação? https://phet.colorado.edu/sims/html/area-model-multiplication/latest/area-model-multiplication_pt_BR.html

Como utilizar a simulação? Utilizar a ferramenta "jogo" da simulação. Existem 6 níveis, cada nível é composto por 6 fases, totalizando 36 fases. A pontuação máxima de cadafase são 6 estrelas, os pontos por estrela estão descritos na Tabela 1.

Tabela 1.

Pontuação de cada nível (elaboração dos autores)

Nível	Pontuação	Pont. máxima
1	★ = 10	60
2	★ = 20	120
3	★ = 30	180
4	★ = 40	240
5	★ = 50	300
6	★ = 60	360

Total = 1260

Quais os conceitos utilizados? Área de figuras planas

Qual sua tarefa? Passar em todos os níveis do jogo, sendo que cada nível só comportaduas tentativas para a resolução.

Encontro 2 - Atividades Abertas

Como a turma era de preparação para o ENCCEJA, foram reunidas questões sobre área de figuras planas, das edições anteriores do exame. As questões foramdivididas em 4 questões comuns e 2 desafios. Os desafios tinham uma pontuação maior.A pontuação de cada questão está descrita na tabela 2.

Tabela 2.

Pontuação das questões abertas (elaboração dos autores)

QUESTÃO	PONTUAÇÃO
Q1	100 pontos
Q2	100 pontos
Q3	150 pontos
Q4	150 pontos
DESAFIO 1	250 pontos
DESAFIO 2	250 pontos
Total	1000 pontos

Encontro 3 – Questionário de Motivação

Para avaliar a motivação dos alunos, foi aplicado o modelo de questionário o baseado no modelo ARCS (Attention, Relevance, Confidence and Satisfaction). De acordo com Silva (2020), este modelo é centrado na interação e é amplamente utilizado no âmbito educacional. O questionário utilizado foi o proposto por Silva (2020), com 16perguntas, distribuídas em 4 categorias: atenção; relevância; confiança e satisfação, comomostra o Quadro 2.

Quadro 2.

Perguntas por categoria (elaboração dos autores)

ATENÇÃO	RELAVÂNCIA	CONFIANÇA	SATISFAÇÃO
1) Houve algo interessante no início das aulas que chamou minha atenção.	5) Ficou claro para mim que o conteúdo das aulas está relacionado às coisas que eu já conhecia.	9) Quando examinei pela primeira vez o conteúdo da disciplina, tive a impressão de que seria fácil para mim.	13) Concluir esta lição com sucesso foi importante para mim.
2) O design da sala de aula é atraente.	6) O conteúdo das aulas é relevante para os meus interesses.	10) Depois de ler as informações introdutórias, fiquei mais confiante por saber o que eu deveria aprender durante as aulas.	14) Concluir os exercícios nesta disciplina me deu uma satisfação de realização.
3) Aprendi algumas coisas surpreendentes ou inesperadas.	7) Houve explicações ou exemplos de como as pessoas usam/aplicam o conhecimento desta disciplina.	11) Ao passar pelas etapas das atividades senti confiança de que estava aprendendo o conteúdo.	15) Foi por causa do meu esforço pessoal que consegui avançar na aprendizagem, por isso me sinto recompensado.
4) A variedade de recursos utilizados ajudou a manter minha atenção nas aulas.	8) O conteúdo desta lição será útil para mim	12) A boa organização das aulas me ajudou a ter certeza de que eu aprendi.	16) Gostei tanto dessa disciplina que gostaria de saber mais sobre ela.

As respostas eram em escala likert, e os valores foi definido de acordo com ograu de concordância: Concordo Totalmente = 5; Concordo Parcialmente = 4; Indiferente = 3; Discordo Parcialmente = 2; Discordo Totalmente = 1.

Resultados e discussões

Nessa sessão serão apresentados os resultados da análise quantitativa da aplicação das atividades. A primeira atividade tinha como objetivo fazer com que os alunos pudessem calcular a área, o lado e o perímetro de figuras planas. Os resultados das duplas no jogo, foram bons, visto que todas as duplas obtiveram pontuação acima dos1000 pontos, como mostra a Tabela 3.

Tabela 3.

Pontuação no jogo área multiplicação (elaboração dos autores)

DUPLAS	NÍVEL 1	NÍVEL 2	NÍVEL 3	NÍVEL 4	NÍVEL 5	NÍVEL 6	TOTAL
Iron Maiden	60	120	180	200	250	300	1110
Amado Batista	60	120	150	200	300	240	1070
Angra	60	120	150	160	250	300	1040
Aviões	60	120	180	240	300	360	1260
Fagner	60	120	150	200	300	240	1070
Renato Russo	60	120	180	160	250	300	1070
Roberto Carlos	60	120	180	200	300	360	1220
Belchior	60	120	180	240	250	300	1150

Observando os dados da tabela 3, nota-se que os níveis em que os alunos mais obtiveram êxito, foram os níveis 1 e 2, com 100% de acertos. Já os níveis 4 e 6 foram osque as duplas mais apresentaram dificuldades para atingir a pontuação máxima.

A segunda atividade tinha como objetivo apresentar questões dos exames anteriores do ENCCEJA, como também avaliar o desenvolvimento e a compreensão dosproblemas. Na Tabela 4, é possível observar a pontuação conquistada por cada dupla.

Tabela 4.

Pontuação das questões abertas (elaboração dos autores)

DUPLAS	Q1	Q2	Q3	Q4	D1	D2	TOTAL
Iron Maiden	70	100	150	150	250	50	770
Amado Batista	100	100	150	150	100	50	650
Angra	100	100	150	150	50	50	600
Aviões	100	100	150	150	250	250	1000
Fagner	70	100	100	150	50	100	570
Renato Russo	50	100	150	100	250	50	700
Roberto Carlos	100	100	100	150	250	250	950
Belchior	100	100	150	100	50	250	750

Com relação as questões, percebe-se que a questão Q2 teve aproveitamento máximo, com 100% de acertos. As questões Q1, Q3 e Q4 também se mantiveram com um ótimo nível de aproveitamento. O *ranking* das duplas está descrito na Tabela 5.

Tabela 5.

Ranking (elaboração dos autores)

Duplas	Pontuação	Posição
Aviões	**2260**	**1ª**
Roberto Carlos	**2170**	**2ª**
Belchior	**1900**	**3ª**
Iron Maiden	1880	4ª
Renato Russo	1770	5ª
Amado Batista	1720	6ª
Angra	1640	7ª
Fagner	1640	8ª

De acordo com Costa *et al*. (2019) o *ranking* e as recompensas são ótimos estímulos para coroar os esforços dos participantes em um *game*. Nas aulas com gamificação no ensino regular, normalmente a recompensa para os alunos, são pontos extras ou até mesmo uma nota parcial. Entretanto, a turma trabalhada era de preparação para o ENCCEJA, ou seja, esses alunos não necessitavam de notas ou pontos extras. Desse modo, para que as duplas não ficassem sem recompensas no final da montagem doranking, os alunos foram presenteados com chocolates, da seguinte forma: 1ª posição = 2caixas grandes de bombons; 2ª posição = 2 caixas pequenas de bombons; 3ª posição = 2 barras de chocolate; posições 4ª, 5ª, 6ª, 7ª e 8ª = 1 bombom de chocolate para cada integrante das duplas.

Conclusões

O objetivo do presente trabalho foi aplicar atividades gamificadas, a fim de promover a aprendizagem de jovens e adultos, no conteúdo de área de figuras planas. Além disto, medir a motivação dos alunos, aplicando um questionário, baseado no trabalho de Silva (2020).

De acordo com os dados analisados no jogo da simulação PHET, percebeu-se que os alunos tiveram altos scores e se mantiveram com pontuações acima de 1000 pontos. Já nas questões abertas, durante a aplicação notou-se que muitos alunos ficaram intimidados com as questões desafio, simplesmente porque elas tinham o nome "desafio"no início do enunciado. Essas questões possuíam o mesmo nível de dificuldade das outras.Desse modo, acredita-se que se não tivesse o nome “desafio” nas questões, os alunos teriam se empenhado um pouco mais para resolvê-las.

Para assegurar que as respostas do questionário de motivação, eram consistentes, foi calculado o coeficiente *alfa de cronbach*[698]. De acordo com a distribuição dos valores dada as respostas dos alunos[699], verificou-se que o coeficiente alcançou um valor de 0,74, ou seja, o questionário tem uma consistência interna substancial. Analisando os as categorias do questionário, observou-se que para 97% dos alunos as atividades proporcionaram um nível satisfatório de atenção durante o período de aprendizagem. Noquesito relevância do tema, 75% dos alunos concordaram que o tema abordado foi relevante.

Com relação a confiança, 69% dos alunos se sentiram confiantes durante o processo de aprendizagem. Já no quesito satisfação, 92% dos alunos se sentiram motivados e satisfeitos durante a realização das atividades. Diante dos dados analisados pode-se afirmar que a aplicação das atividades gamificadas, foi exitosa e forneceu evidências que esta estratégia de ensino, motivou os alunos, deixando-os mais satisfeitos e ativos em seus processos de aprendizagem.

Referências

Azevedo, L. B. C. D. (2018). Ensinando Geometria Plana na EJA. [Tese deDoutoramento, Universidade Federal de Goiás].

Costa, D. D., Monteiro, J. A., Castro, J. D., Coutinho Júnior, A. D. L., & Sales, G. L.(2019). Strategies for the elaboration of a gamed activity script. *Research, Society and Development*, *8*(11), e188111451.

Fanti, K, B. (2010). Dificuldades na educação de jovens e adultos. Faculdade Capixabada Serra.

Mcgonigal, J. (2011). Reality is broken: why games make us better and how they canchange the world. Nova Iorque: The Penguin Press.

Nicolodi, R. (2011). O Ensino Da Matemática Na Educacão De Jovens E Adultos: Uma Abordagem A Partir De Sequências Didáticas. [Dissertação de mestrado, Universidade Regional de Blumenau].

Silva, J. B. (2020). Gamificação na sala de aula: avaliação da motivação utilizando o questionário ARCS. *Revista Prática Docente*, *5*(1), 374-390.

Vianna, Y., Vianna, M., Medina, B., & TANAKA, S. (2013). Como reinventarempresas a partir de jogos. *Rio de Janeiro:[sn]*.

[698] Teste estatístico que mede a consistência interna de um questionário. Para ser considerado razoável, o coeficiente tem que dar um valor acima de 0,41

[699] A tabela completa com os dados está disponível em: https://drive.google.com/file/d/1yDzaEGABvmLrIqs_74psbdR4Glds3p8A/view?usp=sharing

Competências para identificar erros e manipulações em gráficos estatísticos: uma investigação com estudantes do ensino superior.

Skills to identify errors and manipulations in statistical graphs: an investigation with higher education students.

Habilidades para identificar errores y manipulaciones en gráficos estadísticos: una investigación con estudiantes de educación superior.

José Ricardo Ledur[700]
ULBRA
Orcid.org/0000-0003-4671-2487

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Processos de ensino e aprendizagem da Matemática em diferentes modalidades e níveis educacionais.

Resumo

Este trabalho apresenta resultados parciais de uma pesquisa cujo objetivo é averiguar competências de estudantes em identificar erros, imprecisões ou estratégias de manipulação de dados apresentados em gráficos. Os estudantes participantes deste recorte são alunos do curso de Administração matriculados na disciplina de Estatística de uma faculdade da região da serra gaúcha. Os dados obtidos sinalizam deficiências na interpretação e identificação de erros ou manipulações em gráficos. Os resultados indicam a necessidade de desenvolvimento de habilidades em literacia estatística e de ensino mais efetivo em contextos de tratamento de dados por parte das instituições de ensino, a fim de favorecer uma leitura crítica e fundamentada de representações gráficas, pois estas são ferramentas muito utilizadas como formas de comunicação de informações.

Palavras-chave: Análise de gráficos, literacia estatística, desinformação.

Abstract

In this work we present partial results of a research whose objective is to verify skills of students to identify errors, inaccuracies or data manipulation strategies presented in graphs. The students participating in this cut are students of the Administration course enrolled in the discipline of Statistics of a college in the Serra Gaúcha region. The data obtained indicate deficiencies in the interpretation and identification of errors or manipulations in graphics. The results indicate the need to develop skills in statistical literacy and more effective teaching in contexts of data processing by educational institutions, in order to favor a critical and reasoned reading of graphic representations, as these are tools widely used as ways of communicating information.

[700] ri125@hotmail.com

Keywords: Chart analysis, statistical literacy, misinformation.

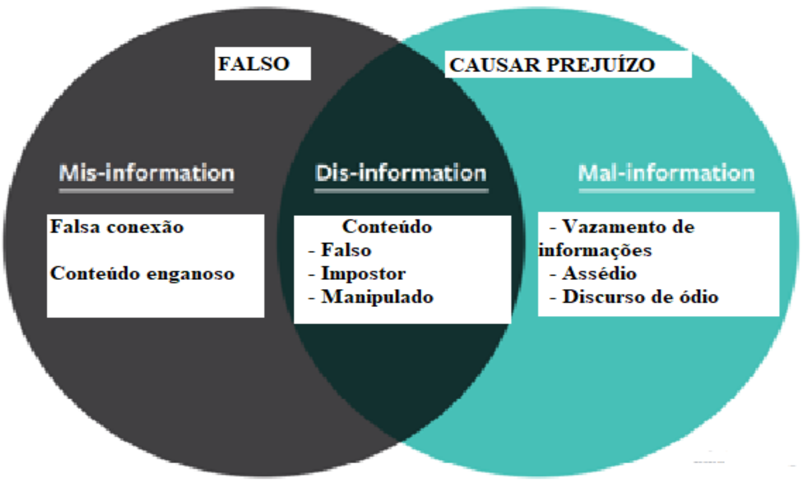
Resumen

En este trabajo presentamos resultados parciales de una investigación cuyo objetivo es verificar habilidades de los estudiantes para identificar errores, inexactitudes o estrategias de manipulación de datos presentados en gráficos. Los alumnos que participan en este corte son alumnos del curso de Administración matriculados en la disciplina de Estadística de una facultad de la región de la Serra Gaúcha. Los datos obtenidos indican deficiencias en la interpretación e identificación de errores o manipulaciones en los gráficos. Los resultados indican la necesidad de desarrollar habilidades en alfabetización estadística y una enseñanza más eficaz en contextos de procesamiento de datos por parte de las instituciones educativas, a fin de favorecer una lectura crítica y razonada de las representaciones gráficas, por ser estas herramientas ampliamente utilizadas como medios de comunicación de información.

Palabras clave: Análisis de gráficos, alfabetización estadística, desinformación.

A construção de uma formação cidadã requer autonomia do sujeito para elaborar seus próprios pontos de vista sobre a realidade com criticidade. Na sociedade contemporânea, caracterizada pelas facilidades de acesso e consumo de informações, são necessárias competências para buscar e avaliar as informações, considerando que o acesso à internet e a adesão às mídias sociais foi ampliado de modo significativo. Nesse contexto atual proliferam as desordens informativas, intencionais ou não, cujas características são apresentadas na Figura 1.

Figura 1
Caracterização das desordens informativas (Wardle; Derakhshan, 2017)



A vulnerabilidade dos usuários gerada por desordens informativas, pela *hiperinflação informativa* (TAPIAS, 2006) e deficiência da capacidade de ler e avaliar a precisão, confiabilidade e parcialidade das informações *online* (COIRO et al., 2015) evidencia que “ter as habilidades, estratégias e disposições para compreender e pensar criticamente sobre informações na Internet desempenhará um papel central no sucesso dos alunos na era da informação” (COIRO et al., 2015, p. 10). Para isso, é necessário desenvolver competências de literacia em diferentes campos do conhecimento, entre elas a literacia matemática/estatística (OJOSE, 2011; GAL, 2002).

Constata-se a falta de habilidade dos alunos para decifrar informações acessadas (WINEBURG: Mc GREW, 2017) De acordo com Tenreiro Vieira (2009), em diversos países defende-se que o ensino das ciências e da matemática no ensino básico deve estar voltado para o desenvolvimento do pensamento crítico, a literacia científica e a literacia matemática. Possuir tais habilidades é fundamental para a formação do cidadão crítico pois implica não apenas na leitura e compreensão de textos e dados, mas também em interação social consciente e crítica (PONTE, 2002).

A literacia matemática, e de modo particular a literacia estatística, oferecem uma contribuição importante para a compreensão crítica das informações, pois uma pessoa que tenha desenvolvido essas competências pode estimar, interpretar dados, resolver problemas do dia-a-dia, raciocinar em situações numéricas, gráficas e geométricas e se comunicar usando matemática (OJOSE, 2011). Possuir tais competências torna-se cada vez mais importante, considerando que a “arte’ de confundir, distorcer fatos e manipular dados e opiniões tem se tornado cada vez mais frequente.

Metodologia de Pesquisa

O presente trabalho constitui um recorte de uma pesquisa em construção cujo objetivo é averiguar a capacidade e habilidade dos estudantes em identificar erros bem como manipulações tendenciosas na construção e apresentação de gráficos veiculados por diferentes mídias.

Os dados foram obtidos mediante a aplicação de um teste contendo sete gráficos que poderiam – ou não – conter algum erro estrutural ou viés tendencioso na apresentação das informações veiculadas. Neste trabalho apresentamos os resultados da pesquisa realizada com um grupo de trinta e quatro estudantes matriculados na disciplina de Estatística de curso de Administração em uma faculdade da região da serra gaúcha.

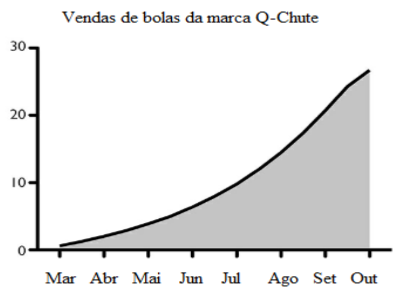
As respostas ao teste foram analisadas sob dois aspectos: identificação dos gráficos errados ou tendenciosos e na apresentação de justificativa quanto ao tipo de erro ou aspecto tendencioso. A escolha dos gráficos com erros teve como critério a existência de equívocos relacionados a normas de construção e apresentação desse tipo de comunicação de dados e que, a princípio, deveriam ser de conhecimento dos estudantes, considerando que a construção e análise de gráficos ocorre não só na disciplina de Matemática como em diversas outras no contexto da Educação Básica.

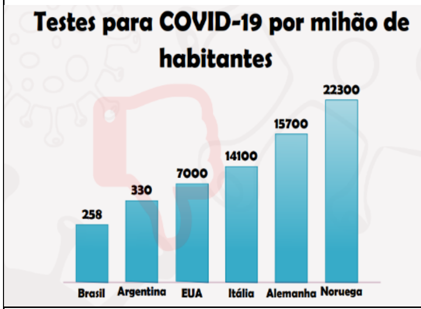
Foram analisadas cinco obras do PNLD com o objetivo de verificar de que forma o tratamento da informação é desenvolvido nos livros didáticos de matemática da educação básica.

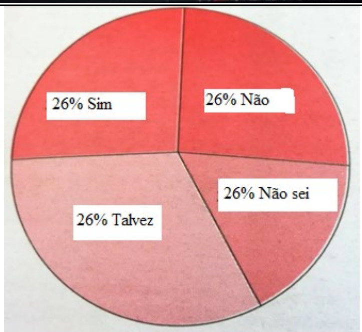
Apresentação dos dados e sua análise

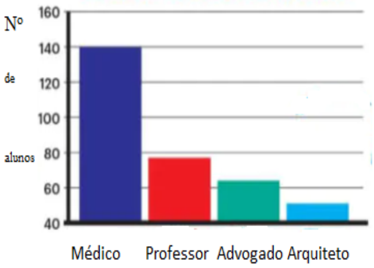
Os dados obtidos a partir das respostas dadas pelos estudantes são apresentados na Tabela 1 e a seguir a respectiva análise.

Tabela 1
Resultados do teste aplicado (Elaborado pelo autor)

Gráfico	Identificação correta com justificativa	Identificação correta, sem justificativa	Identificação incorreta
1 	29	-	4

<table>
<tr><td>2

</td><td>2</td><td>3</td><td>29</td></tr>
<tr><td>3

</td><td>1</td><td>6</td><td>27</td></tr>
<tr><td>

4</td><td>6</td><td>24</td><td>4</td></tr>
<tr><td>
5</td><td>1</td><td>2</td><td>31</td></tr>
<tr><td>

6</td><td>0</td><td>2</td><td>32</td></tr>
</table>

7 	0	3	31

Em relação ao gráfico 1, quatro participantes consideraram haver falta de dados – o que não ocorria na realidade. No gráfico 2, 85% dos estudantes consideraram o gráfico apresentado como sendo correto, ainda que a falta de proporção entre as barras fosse facilmente identificada.

A maioria dos estudantes considerou o gráfico 3 correto, apesar da representação incorreta das barras. O gráfico 4 apresentou o maior número de acertos. Seis participantes apresentaram argumentos, mas apenas três deles perceberam tanto a desproporção entre os setores como também a soma das porcentagens ter sido maior que 100%. O gráfico 5, apesar de não conter nenhuma informação foi considerado correto por 91% dos estudantes.

A truncagem do eixo y do gráfico 6 não foi percebida pela maioria dos estudantes: para trinta e dois deles o gráfico estava correto ou, pelo menos não foi percebida por eles como uma forma de estabelecer uma comparação tendenciosa dos dados. Nenhum estudante soube justificar a incoerência apresentado pelo gráfico 7. Possivelmente por ser um pictograma com pontos representando as porcentagens.

Os resultados obtidos sinalizam a existência de dificuldades na análise e interpretação de gráficos por parte dos estudantes. Esperava-se que os participantes apresentassem habilidades e conhecimentos satisfatórios em relação a esse tópico, tanto pelas vivências durante os anos na Educação Básica como por estarem concluído um semestre na disciplina de Estatística. Essa lacuna pode ser percebida nos, tanto de Ensino Fundamental como de Ensino Médio. Analisamos cinco obras indicadas pelo Programa Nacional do Livro Didático, período 2020/2023. Apenas na coleção Prisma, no volume dedicado à estatística, os autores apresentam indicações sobre manipulações em gráficos e sobre a forma adequada de apresentar dados usando esse recurso.

Os dados obtidos encontram respaldo em pesquisa realizada por Pandey et al. (2015) que analisou como as pessoas entendem os dados apresentados a elas em visualizações de dados enganosas. O estudo confirmou que as técnicas enganosas nas visualizações de dados favoreceram interpretações errados dos dados apresentados nas visualizações.

Considerações

Gráficos que apresentam dados estatísticos constituem ferramentas comuns de apresentação de dados nas mídias, seja pela facilidade de agrupar informações em pouco espaço, seja pelo impacto visual que causam. Entretanto, não são elementos comunicativos isentos de erros ou mesmo de intenções duvidosas, tanto em seu formato como na estrutura da apresentação.

A capacidade de reconhecer visualizações de dados enganosas é uma habilidade fundamental de diferentes literacias necessárias para que o indivíduo possa interpretar o mundo a fim de posicionar-se de forma crítica para a tomada de decisões frente à torrente de informações que caracteriza o mundo contemporâneo. Dessa forma, aprender a identificar com sucesso um gráfico enganoso requer estratégias que deliberadamente forçam os estudantes a ter um papel ativo no processo de transformação da informação em conhecimento.

Além disso, a escola necessita inserir-se no contexto do mundo em que não basta mais oferecer aos estudantes apenas o conhecimento acadêmico, mas também dotá-los de habilidades e competências que os habilitem a agir e interagir com os temas emergentes, fomentando o pensamento crítico e a capacidade argumentativa, especialmente nesses tempos em que a desinformação está atingindo níveis alarmantes.

Referências

COIRO, J., COSCARELLI, C., CHERYL, M., & FORZANI, E. Investigating criteria that seventh graders use to evaluate the quality of online information. **Journal of Adolescent and Adult Literacy**, v. 59, n. 3, 2015.

GAL, I. Adults' statistical literacy: Meanings, Componentes, Responsabilities. **International Statistical Review**, v. 70, n. 1, p. 1-25, 2002.

KENDEOU, P.; ROBINSON, D. H.; MC CRUDDEN, M. T. Misinformation and disinformation in education: an introduction. In: Kendeou, P., Robinson, D. H., & Mc Crudden, M. T. (eds). **Misinformation and disinformation in education**. Information Age, 2019.

LUCE, B. F.; ESTABEL, L. B. Letramento informacional e mídias sociais: uma experiência com idosos para a competência informacional na identificação de fake news. **RBPG**, Brasília, v.16, n.35, 2020.

NYGREN, T.; GUATH, M. Swedish teenagers' difficulties and abilities to determine digital news credibility. **Nordicom Review**, v. 40, n. 1, pp. 23 – 42, 2019.Disponível em: https://doi.org/102478/nor-2019-0002. Acesso em 20 mar 2019.

OJOSE, B. Mathematics literacy: are we able to put the mathematics we learn into everyday use? **Journal of Mathematics Education**, Vol. 4, No. 1, pp. 89-100, 2011.

PANDEY, A. V.; RALL, K.; SATTERTHWAITE, M. L.; NOV, O.; BERTINI, E. How deceptive are deceptive visualizations?: na Empirical Analysis of common distortion techniques. **CHI '15: Proceedings of the 33rd Annual ACM Conference on Human Factors in Computing Systems**. April 2015, p. 1469–1478. https://doi.org/10.1145/2702123.2702608.

PONTE, J. P. da. Literacia matemática. Atas do **Congresso Literacia e Cidadania, Convergências e Interface**, Universidade de Évora, 28 a 30 de Maio de 2002.

TAPIAS, J. A. P. **Internautas e náufragos**: a busca de sentido na cultura digital. São Paulo: Edições Loyola, 2006.

TENREIRO-VIEIRA, C.; VIEIRA, R. M. Literacia e pensamento crítico: um referencial para a educação em ciências e em matemática. **Revista Brasileira de Educação**, v. 18, n. 52, 2013.

WARDLE, C.; DERAKHSHAN, H. (2017). Thinking about 'information disorder': formats of misinformation, disinformatios, and mal-information. **Journalism, 'Fake News' and Disinformation**. UNESCO, 2017. Disponível em: < UNESCO Series on Journalism Education>. Acesso em 10 mai. 2019.

WINEBURG, S.; MCGREW, S. Lateral reading: reading less and learning more when evaluating digital information. **Stanford History Education Group**, Working paper 2017.A1, 2017. https://purl.stanford.edu/yk133ht8603.

IX CIBEM Congresso Iberoamericano de Educação Matemática
05 a 09 de dezembro de 2022

Invariantes operatórios mobilizados por estudantes do Ensino Superior ao resolverem situações-problema de função afim articuladas a gráficos cartesianos

Operative invariants mobilized by higher education students when solving affine function problem-situations articulated to cartesian graphs

Invariantes operativos movilizados por estudiantes de educación superior al resolver situaciones-problema de funciones afines articuladas a grafos cartesianos

Alcione Cappelin[701]
Universidade Estadual do Oeste do Paraná
Centro Universitário de Pato Branco
0000-0001-7854-513X

Veridiana Rezende[702]
Universidade Estadual do Paraná
0000-0002-4158-2196

Saddo Ag Almouloud[703]
Universidade Federal da Bahia
0000-0002-8391-7054

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Processos de ensino e aprendizagem da Matemática em diferentes modalidades e níveis educacionais.

Resumo

Esta pesquisa está alicerçada na Teoria dos Campos Conceituais, e tem como objetivo identificar teoremas em ação mobilizados por estudantes do Ensino Superior ao resolverem situações-problema de função afim que envolvem aspectos gráficos. Os teoremas em ação são conhecimentos implícitos na forma de proposição, manifestados na ação dos sujeitos. Destarte, foram analisadas as estratégias utilizadas por dezenove estudantes do primeiro período dos cursos de Licenciatura em Matemática e Engenharia Civil ao resolverem duas situações-problema de função afim associadas a gráficos cartesianos. As análises mostram a mobilização de nove teoremas em ação, dos quais sete eram verdadeiros, e dois, falsos. Os teoremas em ação falsos foram modelados a partir das estratégias incorretas dos estudantes, dentre as quais a mais recorrente foi: Se o gráfico da função é uma reta, então para quaisquer dois pontos do gráfico (x_1, y_1) e (x_2, y_2) a proporção $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2}$ é válida. Esta proposição é válida para uma função

[701] alcionecappelin@hotmail.com
[702] rezendeveridiana@gmail.com
[703] saddoag@gmail.com

linear, $f(x) = ax$, mas não é válida para função afim, $f(x) = ax + b$, com a e b reais, estudada no Brasil desde o 9º ano do Ensino Fundamental.

Palavras-chave: teorema em ação, invariantes operatórios, problemas mistos, didática da matemática.

Abstract

This research is based on the Theory of Conceptual Fields, and aims to identify theorems in action mobilized by higher education students when solving affine-function problem-situations that involve graphic aspects. Theorems in action are knowledge implicit in the form of a proposition, manifested in the action of subjects. Thus, the strategies used by nineteen students from the first period of the Graduation in Mathematics and Civil Engineering courses, when solving two problem-situations of affine function associated with Cartesian graphs, were analyzed. The analyses show the mobilization of nine theorems in action, of which seven were true, and two, false. The false theorems in action were modeled from the incorrect strategies of the students, being the most recurrent: If the graph of the function is a straight line, then for any two points on the graph (x_1, y_1) and (x_2, y_2), the ratio $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2}$ is valid. This proposition is valid for a linear function, f(x) = ax, but it is not valid for an affine function, $f(x) = ax + b$, with a and b real, studied in Brazil since the 9th grade of Elementary School.

Keywords: theorem in action, operative invariants, mixed problems, mathematics didactics.

Resumen

Esta investigación se basa en la Teoría de los Campos Conceptuales y tiene como objetivo identificar teoremas en acción movilizados por estudiantes de educación superior al resolver situaciones-problema de funciones afines que involucran aspectos gráficos. Los teoremas en acción son conocimientos implícitos en forma de proposición, manifestados en la acción de los sujetos. Así, se analizaron las estrategias utilizadas por 19 estudiantes del primer período de las carreras de Licenciatura en Matemáticas e Ingeniería Civil, al resolver dos situaciones-problema de función afín asociadas a gráficas cartesianas. Los análisis muestran la movilización de nueve teoremas en acción, de los cuales siete fueron verdaderos y dos falsos. Los falsos teoremas en acción fueron modelados a partir de las estrategias incorrectas de los estudiantes, entre ellas, la más recurrente fue: Si la gráfica de la función es una línea recta, entonces para dos puntos cualesquiera de la gráfica (x_1, y_1) y (x_2, y_2) la relación $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2}$ es válida. Esta proposición es válida para una función lineal, f(x)=ax, pero no es válida para una función afín, $f(x) = ax + b$, con a y b reales, estudiada en Brasil desde el 9º grado de la Enseñanza Primaria Escuela.

Palabras clave: teorema en acción, invariantes operativas, problemas mixtos, didáctica de las matemáticas.

Introdução

O conceito de função é um dos mais importantes da Matemática, pois permite representar e estudar fenômenos em diferentes áreas do conhecimento. No Brasil, espera-se que o conceito de função seja formalizado no 9º ano do Ensino Fundamental, por meio de estudos das funções afim e quadrática. No Ensino Médio, esses conceitos são retomados e outras funções são abordadas (Brasil, 2018). O conceito de função também faz parte da ementa de disciplinas de diferentes cursos do Ensino Superior. Na área de exatas, ele é a base para o estudo de conteúdos como limite, derivada e integral.

Fundamentados na Teoria dos Campos Conceituais (TCC), defendemos que um conceito adquire sentido para o sujeito mediante a resolução de diferentes situações ao longo do processo escolar (Vergnaud, 1996). Para Vergnaud (2009), um conceito é sustentado pelo tripé composto por: um conjunto de situações (S); um conjunto de invariantes operatórios (I); e um conjunto de representações linguísticas e simbólicas (L) (algébrica, gráfica, linguagem natural, etc.). O conceito de função afim possui diferentes formas de representações: algébrica; gráfica; linguagem natural; tabular; numérica.

Sierpinska (1992) e Grau (2017) mencionam que não é tarefa fácil para o estudante chegar à compreensão do conceito de função/função afim, devido à diversidade de representações e a necessidade de articulações entre elas durante a resolução das situações.

Grau (2017) identifica outras três dificuldades que os estudantes podem apresentar ao resolverem situações que envolvem função afim: a definição formal de função afim distante do que se utiliza em situações-problema; dificuldades com cálculos algébricos; e, "ligação entre proporcionalidade e função linear centrada na questão do coeficiente de proporcionalidade ou no alinhamento dos pontos no gráfico, mas que não considera propriedades da linearidade" (Grau, 2017, p. 58, tradução nossa).

Ponte (1984) indica que a compreensão e interpretação de representações gráficas é outra dificuldade que os discentes podem apresentar quando as situações de função estiverem articuladas a gráficos cartesianos. O mesmo autor sugere que as resoluções de situações que envolvem raciocínio funcional e compreensão de gráficos cartesianos devem ser analisadas a partir de três perspectivas: *leitura, interpretação gráfica* e *construção.* Essas perspectivas aparecem no trabalho de Meneghetti, Rodriguez e Pofffal (2017) quando citam que, ao lidarem com problemas que envolvem funções, os estudantes do Ensino Superior dos primeiros períodos de cursos de ciências exatas e engenharia têm como principais dificuldades a *interpretação* dentro de um contexto e a *representação gráfica.*

Ceolin et al. (2019), ao analisarem construções gráficas de funções afim realizadas por estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental (EF) e 1º ano do Ensino Médio (EM), identificaram as seguintes dificuldades: construção de gráficos que não correspondem à função afim, como gráficos de coluna e de pontos; erros de escala; ausência de identificação de eixos; problemas de proporção ou de traçado correto por não terem utilizado régua; ausência de limite no domínio; e generalização das funções. Com relação à construção de gráficos cartesianos de funções, Ceolin et al. (2019, p. 103) apontam que “[...] é um problema amplo, que precisa ser levado em consideração pelos pesquisadores e professores que ensinam matemática”.

A partir do exposto e com base na Teoria dos Campos Conceituais, propomos neste artigo identificar teoremas em ação mobilizados por estudantes do Ensino Superior ao resolverem situações-problema de função afim que envolvem gráficos cartesianos.

Teoria dos Campos Conceituais

A Teoria dos Campos Conceituais, desenvolvida por Gérard Vergnaud, tem como pressuposto que o conhecimento se organiza em campos conceituais, sendo formado por um conjunto interligado de conceitos, situações, propriedades, símbolos, representações e teoremas (Vergnaud, 1996). Como já mencionado na introdução deste texto, o *conceito* é descrito na TCC por três conjuntos (S, I, L). O enfoque deste artigo está no conjunto I, dos invariantes operatórios, que “[...] que estruturam as formas de organização da atividade (esquemas) suscetíveis de serem evocados por essas situações” (Vergnaud, 2009, p. 29). Os invariantes operatórios podem ser de dois tipos: teoremas em ação ou conceitos em ação.

Vergnaud (2009, p. 23) define um teorema em ação como “uma proposição tida como verdadeira na ação em situação”, sendo passíveis de serem verdadeiros ou falsos. Os conceitos em ação são peças fundamentais para a construção dos teoremas em ação, sendo “considerados pertinentes na ação em situação” (Vergnaud, 2009, p. 23) e não são passíveis de serem verdadeiros ou falsos. A identificação dos invariantes operatórios não é uma tarefa fácil, uma vez que eles fazem parte da ação do sujeito e, assim, não estão necessariamente explícitos em suas respostas (Vergnaud, 1996; 2009).

Vergnaud (1996) apresenta alguns teoremas em ação associados à função, como por exemplo $f(nx) = nf(x)$ e $f(n_1x_1 + n_2x_2) = n_1f(x_1) + n_2f(x_2)$, essas propriedades estão relacionadas ao isomorfismo da função linear.

Dentre os campos conceituais bem estabelecidos por Vergnaud (1996, 2009), citamos o campo conceitual das estruturas aditivas e o das estruturas multiplicativas. O campo conceitual das estruturas aditivas é composto por um "[...] conjunto das situações que exigem uma adição, uma subtração ou uma combinação destas duas operações" (Vergnaud, 1996, p. 167). As classes desse campo conceitual são: composição de medidas; transformação de medidas; comparação aditiva; composição de transformações; transformações de relações; e composição de relações. O campo conceitual das estruturas multiplicativas é composto por um "[...] conjunto das situações que exigem uma multiplicação, uma divisão ou uma combinação destas duas operações [...]" (Vergnaud, 1996, p. 167). As classes que compõem esse campo são: proporção simples; comparação multiplicativa; produto cartesiano; função bilinear ou proporção dupla; e proporção múltipla.

Além dos problemas puramente aditivos e puramente multiplicativos, Vergnaud (2009) definiu os problemas do tipo misto como aqueles que abrangem ao mesmo tempo operações de adição (ou subtração) e multiplicação (ou divisão).

Miranda (2019), ao analisar a estrutura da função afim de lei de formação $y = \pm ax \pm b$, associou-a aos problemas mistos, tendo em vista que suas estruturas envolvem operações dos campos conceituais aditivo e multiplicativo. A pesquisadora então propõe uma classificação dos problemas mistos de função afim, indicando 30 classes, além de suas subclasses, a partir de uma combinação de cada uma das cinco classes de problemas multiplicativos com cada uma das seis classes de problemas aditivos.

Para Vergnaud (1996), é por meio da resolução de situações-problema de diferentes classes que o sujeito chega à compreensão de um conceito matemático. Na presente investigação, as classes de problemas mistos *proporção simples e composição de medidas* e *proporção simples e transformação de medidas* foram contempladas no instrumento de pesquisa.

Procedimentos metodológicos

No ano de 2021, as duas primeiras autoras deste artigo solicitaram a estudantes da disciplina de *Cálculo Diferencial e Integral I* do curso de Engenharia Civil de uma instituição particular de ensino do Paraná, e da disciplina de *Funções* do curso de Licenciatura em Matemática de uma instituição pública de ensino do Paraná, que resolvessem quatro situações que abordavam função afim. Esses estudantes eram ingressantes no ensino superior.

Na época, essas disciplinas estavam sendo ministradas de forma remota, e, por esse motivo, as situações-problema foram disponibilizadas via *Google Forms*. Nesse formulário, os estudantes visualizavam uma situação por vez, resolviam-na e anexavam a foto/imagem com a resolução. Somente após esse envio, a próxima situação era liberada para a visualização e resolução. Para este artigo, selecionamos as situações que abordavam função afim articuladas a gráficos cartesianos, a saber, duas situações-problema.

Dezenove estudantes participaram desta atividade; onze do curso de Licenciatura em Matemática, e oito do curso de Engenharia Civil. Para a identificação dos teoremas em ação, nos fundamentamos na Teoria dos Campos Conceituais e analisamos as estratégias utilizadas pelos estudantes ao resolverem cada situação proposta. Utilizamos, ao longo da análise, as siglas TAV, para teorema em ação verdadeiro, e TAF, para teorema em ação falso, e, para cada estudante, atribuímos um código, sendo E1, E2, E3,..., e E19.

Análise dos dados

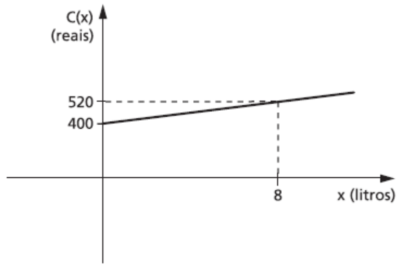
Considerando a variedade e a classificação dos problemas mistos envolvendo função afim, apresentamos o esquema sagital de cada uma das situações, garantindo análise da estrutura dos enunciados e, por conseguinte, sua classificação. Na sequência, analisamos as estratégias dos estudantes, buscando identificar os teoremas em ação possíveis de serem manifestados na *Situação-Problema 1* e na *Situação-Problema 2.*

No que diz respeito à *Situação-problema 1*, o Quadro 1 apresenta as informações que exigem do estudante a interpretação gráfica, a identificação da representação algébrica, e a resolução da questão em jogo.

Quadro 1.

Situação 1 envolvendo interpretação gráfica (Iezzi & Murakami, 2013, p. 107)

O custo C de produção de x litros de uma certa substância é dado por uma função linear de x, com $x \geq 0$, cujo gráfico está representado abaixo.



Nessas condições, o custo de R$ 700,00 corresponde à produção de quantos litros? Determine a função que representa essa situação. (Deixe todos os cálculos utilizados)

Ao analisar os dados do enunciado, nota-se que a parte de proporção simples está na relação *número de litros e custo dos litros*, e a parte de composição de medidas relaciona *custo dos litros com a taxa fixa*. Segundo Vergnaud (1996, p. 200), trata-se de composição quando "duas medidas se compõem para resultar em uma terceira". A partir dessa interpretação, constrói-se o esquema relacional e a equação (Quadro 2) dele deduzida.

Quadro 2.

Classe proporção simples e composição de medidas (Os autores, 2022)

Esquema Relacional					**Equação**
Número de litros		Custo dos litros (R$)	Taxa Fixa (R$)	Custo Total (R$)	
8	→	120	400	520	
x	→	$\underbrace{\boxed{l} \quad 400}_{\boxed{C}}$	400	700	$l = 15x$ $C = 15x + 400$

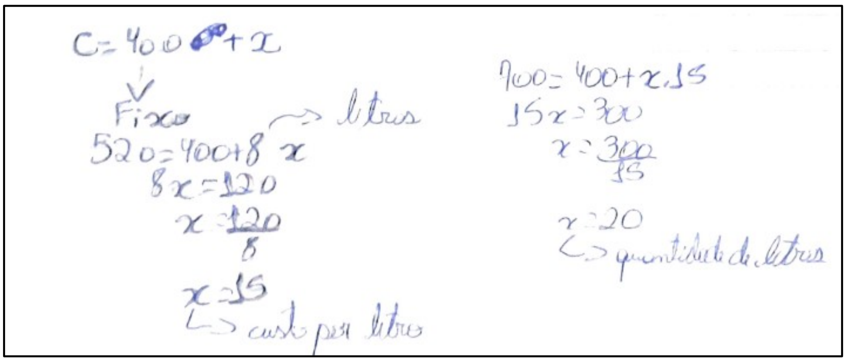
A análise das relações do enunciado juntamente com o esquema relacional nos permite classificar este problema misto (Situação-problema 1) como *proporção simples e composição de medidas*.

Dos dezenove estudantes que realizaram essa atividade, cinco deixaram em branco, afirmando que não sabiam como iniciar a resolução; quatro utilizaram estratégias que levaram à resolução correta; e dez utilizaram estratégias incorretas.

Com relação às estratégias corretas, verificamos que apenas um estudante (E9) utilizou a representação algébrica da função afim de lei formação $y = ax + b$ para determinar o valor dos coeficientes a e b $\in R$, substituindo um dos pontos do gráfico (8, 520) e o valor fixo 400, identificado pela interseção do gráfico com o eixo y. A estratégia utilizada pelo estudante E9 pode ser observada na Figura 1.

Figura 1.

Resolução correta para a Situação 1(Arquivo pessoal, 2022)



Dessa forma, podemos associar essa estratégia de E9 aos seguintes teoremas em ação verdadeiros:

TAV1: Se o gráfico da função é uma reta, então sua representação algébrica é y=ax+b.

TAV2: Se o gráfico da função afim intercepta o eixo das ordenadas, então o valor dessa interseção representa o coeficiente linear b, denominado valor fixo.

Em outra resolução correta, o estudante E12 utilizou a relação $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ para determinar a taxa de variação a. Identificamos o seguinte teorema em ação verdadeiro:

TAV3: Se o gráfico da função é uma reta, então sua taxa de variação pode ser determinada por meio da relação $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Com relação às estratégias de resolução incorretas, os dez estudantes utilizaram proporção e regra de três, tentando resolver a situação. Apresentamos a resolução do sujeito E11 na Figura 2.

Figura 2.

Resolução incorreta para a Situação 1 (Arquivo pessoal, 2022)

$8\ l \rightarrow 520$	$520x = 8.700$
$x \rightarrow 700$	$520x = 5.600$
	$x = \frac{5.600}{520}$
	$x \simeq 10,76$ litros

Nessa estratégia, utiliza-se a ideia de proporcionalidade e a regra de três para determinar a quantidade de litros correspondente ao custo de R$700,00. Inferirmos um possível teorema em ação falso, modelado da seguinte forma:

TAF1: Se o gráfico da função é uma reta, então para quaisquer dois pontos do gráfico $(x_1, y_1)\ e\ (x_2, y_2)$ a proporção $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2}$ é válida.

Notamos ser este um conhecimento errôneo significativo manifestado pelos participantes da pesquisa, uma vez que dez entre os dezenove estudantes mobilizaram o TAF1. Tal fato ainda é reforçado pelos resultados da pesquisa de Grau (2017), mencionando que uma das dificuldades que os estudantes apresentam com a função afim está relacionada à proporcionalidade, ao reputar que pontos alinhados podem ser considerados sempre como proporcionalidade. Na sequência, apresentamos a análise da *Situação-problema 2.*

A *Situação-problema 2* é apresentada em linguagem natural e solicita a construção da representação gráfica conforme o enunciado: *O preço de uma corrida de táxi, em geral, é constituído de uma parte fixa, chamada bandeirada, e de uma parte variável, que depende do número de quilômetros rodados. Em uma cidade X, a bandeirada é R$ 10,00, e o preço do quilômetro rodado é R$0,50. Represente graficamente esta situação. (Deixe todos os cálculos utilizados)*

Essa situação aborda o conceito de função afim a partir de uma situação-problema que envolve uma corrida de táxi, cujo custo é calculado somando um valor fixo – a bandeirada – e um valor variável, que depende do número de quilômetros rodados. Situações com esse contexto são comumente utilizadas, em livros didáticos, para introdução do conceito de função afim.

A partir das relações do enunciado, elaborou-se o esquema relacional (Quadro 3).

Quadro 3.

Classe de proporção simples e transformação de medidas (Os autores, 2022)

Esquema Relacional		**Equação**
Km percorridos / Valor por km	Valor por x km / Bandeirada	
$1 \rightarrow 0{,}50$ $x \rightarrow \boxed{v}$	$\boxed{v} \xrightarrow{10} \boxed{C}$	$v = 0{,}50\,x$ $C = v + 10{,}0$ $C = 0{,}50\,x + 10{,}0$

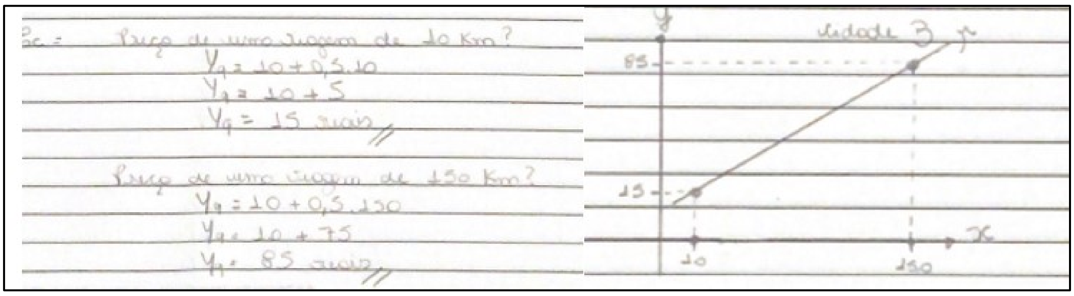
A partir das informações do enunciado e do esquema sagital, a situação 2 é classificada como *proporção simples e transformação de medidas*.

Dos dezenove estudantes participantes da pesquisa, cinco deixaram a situação 2 em branco, escrevendo que não sabiam como construir o gráfico; oito realizaram a situação de forma correta, e seis resolveram incorretamente.

Das oito resoluções corretas, identificamos a utilização da abordagem ponto a ponto (Duval, 2011) em cinco, sendo que duas construíram uma tabela para registro dos valores de x e de seu correspondente em y. Os outros três estudantes apresentaram o gráfico traçado de forma correta, não sendo possível, contudo, identificar a estratégia utilizada para a sua construção. Apresentamos, na Imagem 3, a resolução do estudante E3, que utilizou a abordagem ponto a ponto.

Figura 3.

Resolução correta para a situação 2 (Arquivo pessoal, 2022)



A estratégia utilizada por E3 foi atribuir dois valores para a variável x e determinar seu correspondente em y, obtendo dois pontos. A partir disso, ele representou os dois pontos no plano cartesiano e traçou o gráfico. Dessa forma, é possível inferir três teoremas em ação verdadeiros, sendo que os teoremas TAV5 e TAV6 também foram identificados na pesquisa de Calado (2020).

TAV4: Ao atribuir um valor qualquer para x, é possível determinar o valor correspondente y.

TAV5: A representação gráfica da função afim associa cada grandeza do eixo x a uma única grandeza do eixo y.

TAV6: Por dois pontos distintos é possível traçar uma única reta, gráfico da função.

Dentre as seis resoluções que não obtiveram êxito, observamos que um estudante (E15) utilizou gráfico de barras para representar a função afim, erro também manifestado pelos participantes da pesquisa de Ceolin et. al. (2019).

Os outros cinco estudantes, embora tenham utilizado uma reta para representar o gráfico, deixaram transparecer os seguintes erros: não utilizaram escala, apenas representaram o traçado de uma reta; construíram a reta passando pela origem; inverteram os eixos apresentando os quilômetros (km) no eixo y e o valor gasto no eixo x; e tiveram erros de cálculos que ocasionaram a construção incorreta do gráfico. Dificuldades como essas também foram mencionadas nas pesquisas de Ceolin et al. (2019) e Grau (2017). Apesar de todos esses erros, estes estudantes apresentavam a ideia de que o gráfico a ser construído seria uma reta, o que resulta no teorema em ação verdadeiro a seguir:

TAV7: Se uma função pode ser escrita na forma $y = ax + b$ com a e b $\in R$, então seu gráfico é uma reta.

Dentre os estudantes que representaram a reta de forma incorreta, observamos que E6 e E10 utilizaram o valor fixo e o valor por km rodado (taxa de variação) como os valores de intercepto nos eixos coordenados. Essa estratégia errônea representa um indício de possível teorema em ação falso mobilizado por esses estudantes, que modelamos e indicamos a seguir:

TAF2: Se o coeficiente b (valor fixo) é onde o gráfico intercepta o eixo y, então o coeficiente a (taxa de variação) é onde o gráfico intercepta o eixo x.

A pesquisa de Santos e Rezende (2022) indica o mesmo erro sendo manifestado por estudantes do ensino médio ao resolverem situações que envolvem função afim e gráficos cartesianos. Assim, o teorema em ação falso indicado parece ser um erro recorrente entre estudantes de diferentes níveis de ensino.

Considerações

Com base na Teoria dos Campos Conceituais, buscamos, neste artigo, identificar teoremas em ação mobilizados por estudantes do Ensino Superior ao resolvem situações-problema de função afim que envolvem gráficos cartesianos.

A análise das estratégias utilizadas por dezenove estudantes do primeiro período dos cursos de Licenciatura em Matemática e Engenharia Civil, ao resolverem duas situação-problema de função afim articuladas a gráficos cartesianos, possibilitou a identificação de nove teoremas em ação, sendo sete verdadeiros e dois falsos. Os teoremas em ação falsos foram modelados a partir das estratégias incorretas dos estudantes, e representam conhecimentos implícitos sendo manifestados pelos sujeitos. O mais recorrente deles, que foi mobilizado por dez estudantes, foi: *Se o gráfico da função é uma reta, então para quaisquer dois pontos do gráfico* (x_1, y_1) *e* (x_2, y_2) *a proporção* $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2}$ *é válida.*

Esse teorema em ação mais recorrente trata-se de uma proposição válida para uma função linear, $f(x) = ax$, mas que não é válida para função afim, $f(x) = ax + b,$ com a e b reais, estudada no Brasil desde o 9º ano do Ensino Fundamental. Baseados em Vergnaud (2009), consideramos importante a vivência dos estudantes com uma diversidade de situações, fazendo com que eles mobilizem diferentes estratégias e representações, levando à desestabilização de conhecimentos equivocados e teoremas em ação falsos, buscando atingir a compreensão do conceito.

Dessa forma, esperamos que os possíveis erros manifestados pelos estudantes e identificados nesta pesquisa sejam levados em consideração por professores ao elaborarem sequências didáticas de função afim para serem utilizadas em sala de aula.

Referências

Brasil. Ministério da Educação. (2018). Base Nacional Curricular Comum (BNCC). Brasília.

Calado, T. V. (2020). *Invariantes operatórios relacionados à generalização: uma investigação com estudantes do 9º ano a partir de situações que envolvem função afim.* (Dissertação de Mestrado em Educação em Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Cascavel). https://tede.unioeste.br/handle/tede/5249

Ceolin, A. J., Silva, C. E., Saiki, C. M. C., Cibotto, R. A. G., Coqueiro, V. S., Rezende, V., & Garcia, W. F. D. G. (2019). Gráficos de função afim construídos por alunos do ensino fundamental e do ensino médio. In Ceolin, A. J., Rezende, V., & Hermann, W. (Org).

Diálogos entre a educação básica e a universidade: reflexões acerca do conceito de função nas aulas de matemática (pp. 85-105). Curitiba: CRV.

Duval, R. (2011). Gráficos e equações: a articulação de dois registros. Tradução de Méricles Thadeu Moetti. *Revemat. 6* (2), 96-112.

Gitirana, V., Campos, T. M. M., Magina, S., & Spinillo, A. (2014). *Repensando Multiplicação e Divisão. Contribuição da Teoria dos Campos Conceituais.* São Paulo: PROEM.

Grau, S. (2017). *Problématiser en mathématiques: le cas de l'apprentissage des fonctions affines.* (Tese de Doutorado em Sciences de l'éducation, Université Bretagne Loire, Français). https://hal.archives-ouvertes.fr/tel-01629911/document

Iezzi, G., Murakami, C. (2013). *Fundamentos de matemática elementar: Conjuntos e Funções* (9 ed). São Paulo: Atual.

Meneguetti, C. M., Rodrigues, B. D. A., & Pofffal, C. A. (2017). Gráfico de função polinomial: uma discussão sobre dificuldades de aprendizagem no Ensino Superior. *Ciência e Natura*, *39* (1), 156-159.

Miranda, C. A. (2019). *Situações-problema que envolvem o conceito de função afim: uma análise à luz da teoria dos campos conceituais*. (Dissertação de Mestrado em Educação em Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Cascavel). https://tede.unioeste.br/handle/tede/4671

Ponte, J. P. M. (1984). *Functional reasoning and the interpretation of Cartesian graphs.* (Tesis de Doctor of education, University of Lisbon, Georgia).

Santos, A. P. B., & Rezende, V. (2022) Conhecimentos associados à função afim e quadrática manifestados por estudantes do 1° ano do Ensino Médio. In *Anais do XIV Encontro Nacional de Educação Matemática*. Edição virtual.

Sierpinska, A. (1992). On understand the notion of function. In Guerson, H., & Dubinsky, E. *The concept of function: aspects of epistemology and pedagogy (pp. 25-58).* Mathematical Association of America (vol. 25).

Vergnaud, G. (1996). A teoria dos campos conceituais. In Brun, J. *Didáctica das matemáticas* (pp. 155-191). Lisboa: Instituto Piaget. (pp. 155-191).

Vergnaud, G. (2009). O que é aprender? In Bittar, M., Muniz, C. A. (Org). *A aprendizagem Matemática na perspectiva da Teoria dos Campos Conceituais* (pp. 13-35). Curitiba: CRV.

Conhecimentos de função manifestados por alunos do 5º ano ao resolverem problema misto

Function knowledge manifested by 5th year students when solving mixed problem

Conocimiento de funciones que manifiestan los estudiantes de 5to año al resolver problemas mixtos

Carla Larissa Broza Halum Rodrigues[704]
Universidade Estadual do Oeste do Paraná
https://orcid.org/0000-0001-6874-5824

Veridiana Rezende[705]
Universidade Estadual do Paraná e Universidade Estadual do Oeste do Paraná
https://orcid.org/0000-0002-4158-2196

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Processos de ensino e aprendizagem da Matemática em diferentes modalidades e níveis educacionais

Resumo

A presente pesquisa foi desenvolvida com o objetivo de analisar conhecimentos de função mobilizados por alunos do 5º ano do Ensino Fundamental, na resolução de um problema misto do tipo *proporção simples e transformação de medidas*. A pesquisa foi sustentada na Teoria dos Campos Conceituais, e para o seu desenvolvimento foi proposto um problema misto para ser resolvido individualmente por 8 alunos, por meio do aplicativo *Google Meet.* A análise dos esquemas dos alunos permitiu indicar a mobilização de quatro (4) teoremas em ação verdadeiros e um (1) teorema em ação falso; associados a eles, foram identificados dez (10) conceitos em ação e, dentre os conceitos em ação, destaca-se a mobilização pelos alunos das ideias-base de função: *correspondência, dependência, variável, regularidade* e da ideia de *proporcionalidade*.

Palavras-chave: Educação Matemática; Anos Iniciais; Função; Problema misto; Teoria dos Campos Conceituais.

Abstract

The present research was developed with the objective of analyzing the knowledge of function mobilized by students of the 5th year of Elementary School, in solving a mixed problem of the simple proportion and measurement transformation type. The research was based on the Theory of Conceptual Fields, and for its development a mixed problem was proposed to be solved individually by 8 students, through the Google Meet application. The analysis of the students' schemes allowed to indicate the mobilization of four (4) true theorems in action and one (1) false theorem in action; associated with them, ten (10) concepts in action were identified and,

[704] carlahalum@gmail.com
[705] rezendeveridiana@gmail.com

among the concepts in action, the students' mobilization of the basic ideas of function: *correspondence, dependence, variable, regularity* and the idea of *proportionality*.
Keywords: Mathematics Education; Elementary School; Function; Mixed problem; Theory of Conceptual Fields.

Resumen

La presente investigación se desarrolló con el objetivo de analizar los conocimientos de función movilizados por estudiantes del 5º año de la Enseñanza Fundamental, en la resolución de un problema mixto del tipo proporción simple y transformación de medida. La investigación se basó en la Teoría de los Campos Conceptuales, y para su desarrollo se planteó un problema mixto a ser resuelto individualmente por 8 estudiantes, a través de la aplicación *Google Meet*. El análisis de los esquemas de los estudiantes permitió señalar la movilización de cuatro (4) teoremas verdaderos en acción y un (1) teorema falso en acción; asociados a ellos, se identificaron diez (10) conceptos en acción y, entre los conceptos en acción, la movilización de los estudiantes de las ideas básicas de función: *correspondencia, dependencia, variable, regularidad* y la idea de *proporcionalidad.*
Palabras clave: Educación Matemática; Años Iniciales; Función; Problema mixto; Teoría de los Campos Conceptuales.

Introdução

Apresentamos neste trabalho parte dos resultados da pesquisa de mestrado da primeira autora, e delineamos como objetivo para o presente texto: analisar os conhecimentos de função mobilizados por alunos do 5º ano do Ensino Fundamental na resolução de problema misto do tipo *proporção simples e transformação de medidas.*

Problemas que envolvem relações aditiva e multiplicativa simultaneamente é nomeado por Vergnaud (2009*a*) como *problemas mistos*. Embora Vergnaud tenha nomeado os problemas mistos, ele não estabelece uma classificação para os mesmos. Porém, Miranda (2019) estabeleceu *a priori* 30 possibilidades de classes para os problemas mistos, com base nas classes de problemas dos campos aditivo e multiplicativo, propostos por Vergnaud (2009*a*)**.** Ainda identificou algumas classes de problemas mistos em livros didáticos do 9º ano do Ensino Fundamental e 1º ano do Ensino Médio, associando-as ao conceito de função afim.

Segundo Rodrigues & Rezende (2021), os problemas mistos estão presentes nos livros didáticos Ápis de Matemática elaborados para os anos iniciais do Ensino Fundamental. Entre as classes de problemas mistos identificada por Miranda (2019) e Rodrigues & Rezende (2021), tem-se a classe *proporção simples e transformação de medidas,* foco do presente trabalho.

A noção de função pode ser inserida desde os anos iniciais mediante o ensino de proporcionalidade (Brasil, 2018), o que corrobora com Pavan (2010) que menciona que as ideias-base de função - *variável, correspondência, dependência, regularidade e generalização*

- estão presentes mesmo que intuitivamente nas resoluções dos alunos dos anos iniciais ao resolverem problemas de estruturas aditivas e/ou multiplicativas.

Considerando a justificativa e o objetivo desta pesquisa apresentamos a seguir a fundamentação teórica alicerçada na Teoria dos Campos Conceituais.

Alguns aspectos da Teoria dos Campos Conceituais

A Teoria dos Campos Conceituais (TCC), idealizada por Gérard Vergnaud, é uma teoria cognitivista que apresenta diversas contribuições para a Didática da Matemática, pois permite compreender o desenvolvimento dos conceitos, suas filiações e rupturas, no decorrer do processor escolar (Vergnaud, 1996).

Para estudar o desenvolvimento de um conceito Vergnaud (1996) considera que são necessários um conjunto de situações, conceitos, relações, classes de problemas, esquemas de tratamento, representações e invariantes operatórios.

Vergnaud (1996) estabelece como esquema a forma como o aluno organiza seus conhecimentos para resolver o problema de determinada classe de situações, e nele podem ser investigados os conhecimentos em ação do sujeito, que denominados invariantes operatórios, e são diferenciados em dois tipos: conceitos em ação e teoremas em ação (Vergnaud, 2009*b*). Os teoremas em ação são proposições suscetíveis de serem verdadeiras ou falsas e os conceitos em ação são conceitos indispensáveis para a construção das preposições, eles não são suscetíveis de serem verdadeiros ou falsos (Vergnaud, 1996).

No decorrer de sua vida acadêmica dois campos conceituais foram bem estabelecidos e difundidos por Vergnaud (1996, 2009*a*), são eles: o Campo Conceitual das Estruturas Aditivas e o Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas. O primeiro deles é composto por seis classes de problemas: composição de medidas; transformação de medidas; comparação de medidas; composição de duas transformações; transformação de uma relação e composição de duas relações. Já o segundo é composto por cinco classes de problemas: comparação multiplicativa; proporção simples; produto cartesiano; função bilinear e proporcionalidade múltipla.

Neste trabalho, aborda-se o problema misto classificado como *proporção simples e transformação de medida,* que pode ser modelado na forma: $f(x) = ax + b$, com a e b reais (Miranda, 2019). Para obter as variações dessa classe fizemos a combinação entre as quatro subclasses de problemas de proporção simples, e as seis variações da classe transformação, o que possibilitou a formação de 24 subclasses. Dentre elas, a subclasse *proporção simples do tipo quarta proporcional e transformação positiva com o estado final desconhecido*, utilizada nesta investigação. Essa subclasse foi selecionada pelo fato do valor da unidade que corresponde numericamente à taxa, não estar presente no enunciado do problema, o que torna esse problema mais difícil em relação as demais.

Os procedimentos metodológicos e as análises dos dados estão descritos a seguir.

Procedimentos metodológicos e análises dos dados

O problema foi implementado individualmente com 8 alunos de escolas públicas brasileiras que estavam no 5º ano do Ensino Fundamental, eles estão identificados neste texto por A1, A2, A3, A3, A4, A5, A6, A7 e A8. Os alunos foram convidados pelos seus professores dentre aqueles de desempenho mediano em Matemática.

A resolução do problema aconteceu em um único encontro, no primeiro semestre do ano de 2021. A situação foi apresentada ao aluno na tela do celular ou computador por meio do aplicativo *Google Meet*. Ao término da resolução, a pesquisadora solicitava a foto da resolução que foi enviada pelo *WhatsApp,* e diante da resolução, a pesquisadora realizou um diálogo com cada aluno, com o intuito de auxiliar as análises. Nesse momento foi solicitado ao aluno que falasse como pensou para resolver a situação, o que permitiu à pesquisadora acompanhar o raciocínio do aluno, sem corrigir as respostas.

A resolução individual dos sujeitos foi analisada com base em seu esquema, expostos por meio de representações escritas, e no diálogo entre a pesquisadora e o aluno. As resoluções dos alunos foram agrupadas considerando os esquemas correspondentes e, depois apresentamos os possíveis conhecimentos dos alunos (teoremas em ação e conceito em ação), como apresentado na sequência.

Situação-problema

A piscina de Camila está com 400 litros de água e ela pretende enchê-la com uma torneira cuja vazão é de 20 litros de água a cada 5 minutos. Quantos litros de água terá a piscina após abrir a torneira por 15 minutos?

Esse problema misto, da subclasse *proporção simples do tipo quarta proporcional e transformação positiva com o estado final desconhecido* coloca em jogo a relação de proporção simples do tipo quarta proporcional, do campo multiplicativo, que associa muitas quantidades de uma grandeza com muitas quantidades da outra grandeza, e a relação de transformação positiva com o estado final desconhecido, do campo aditivo, que consiste na aplicação uma transformação positiva ao estado inicial para obter o estado final. Para representar essas relações, propõe-se o seguinte esquema sagital, com base nos esquemas dos campos aditivo e multiplicativo estabelecidos por Vergnaud (2009*a*) e no esquema proposto por Miranda (2019).

Quadro 2.

Representações da subclasse proporção simples do tipo quarta proporcional e transformação positiva com o estado final desconhecido

Esquema sagital				**Equação**
tempo (*m*)	*litros de água acrescentado*	*litros de água inicial*	*total de litros de água*	$400 + c = y$ $400 + (\frac{20}{5} \times 15) = y$ $400 + 60 = y$ $y = 460$
5 15 →	20 $\boxed{c}$	$\boxed{400}$ → $+c$	$\boxed{y}$	

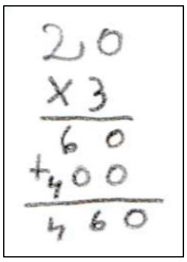
Na sequência apresentamos os esquemas de resolução dos alunos, seguido dos teoremas e conceitos em ação.

Esquema 1

Para a resolução dessa situação, os alunos A1 e A2 utilizaram como esquema pertinente, os algoritmos da multiplicação e da adição (Figura 1). Esse esquema é confirmado na fala da aluna A2: *Como a cada 5 minutos saía 20 litros da torneira e ela deixou 15 minutos a torneira ligada, então 3 × 5 da 15; então 3 × 20. O resultado daria 60, que é só somar com o que já estava na piscina que dava 460.*

Figura 5.

Esquema da aluna A2



Os alunos A3, A4, A5 apresentaram como esquema somente o algoritmo da multiplicação, ignorando a quantidade de litros de água que já havia na piscina, como atestado na fala do aluno A3: *Eu fiz 20 $\times$ 3, pois se 5 minutos era 20 litros, 10 minutos será 40 litros, e 15 minutos será 60 litros.* Também, na fala do aluno A5: *Se a cada 5 minutos enche 20 litros, em 15 minutos é só somar 5 + 5 + 5 que vai dar o resultado, e fazer 20 $\times$ 3 que vai dar 60.* Logo, os alunos A3, A4, A5 manifestaram um esquema incompleto, que não levou à resolução da situação proposta.

Ao resolver esse problema, inferimos que os alunos A1, A2, A3, A4 e A5 manifestaram a ideia de *correspondência* de muitos para muitos, sendo expressa em *5 minutos* vazam da torneira *20 litros de água* e *15 minutos* vazam da torneira *60 litros de água*; a ideia de *dependência* - a quantidade de litros de água acrescentados na piscina depende de quantos litros de água vaza da torneira em 15 minutos; e da quantidade de água que vaza da torneira em 5 minutos; a ideia de *variável,* ao perceberem a variação do tempo e, consequentemente, da quantidade de litros de água acrescentados na piscina; e da ideia de *proporcionalidade* - se 15 minutos é igual a três vezes 5 minutos, então três vezes 20 litros de água é igual a 60 litros de água, sendo três vezes a razão.

A ideia de *regularidade* foi identificada na fala do aluno A3, quando somou 5 minutos ao número anterior até totalizar 15 minutos; e somou 20 litros de água ao número anterior até totalizar 60 litros de água. Também, na fala do aluno A5 há indícios da ideia de *regularidade,* quando o aluno percebe que o tempo de enchimento aumenta de 5 em 5 minutos e menciona a decomposição aditiva do número 15 em 5 + 5 + 5 para encontrar a razão: 3 vezes.

Nesse esquema, os alunos A1, A2, A3, A4 e A5 podem ter manifestado implicitamente um teorema em ação verdadeiro associado à propriedade linear do isomorfismo de medidas, quando realizaram a seguinte relação matemática: A quantidade de litros de água acrescentados na piscina em 15 minutos é o mesmo que *3* vezes a quantidade de litros de água acrescentados na piscina em 5 minutos.

Para expressar esse teorema em ação verdadeiro, considera-se 3 equivalente à razão, $f(5 \text{ minutos})$ equivalente à quantidade de litros de água em 5 minutos, e $f(15 \text{ minutos})$ equivalente à quantidade de litros de água acrescentados na piscina em 15 minutos. Portanto, $f(15 \text{ minutos}) = f(3 \times 5 \text{ minutos}) = 3 \times f(5 \text{ minutos}) =$

$$3 \times 20 \text{ litros de água} = 60 \text{ litros de água}.$$

Identificamos esse teorema em ação pela sigla TAV1 e o modelamos ao considerar $f(x)$ uma relação proporcional entre duas grandezas, conforme representado a seguir.

TAV1: Seja f uma relação de proporcionalidade, então $f(k \cdot x) = k \cdot f(x)$,

com $k,\ x \in \mathbb{N}$ e sendo k a razão (um escalar).

Esse teorema em ação é mencionado por Ricco (1982), Vergnaud (1983; 1996*)* e Franchi (1999) ao explicitarem a respeito das estruturas multiplicativas; e identificado por Calado (2020) nas resoluções de alunos do 9º ano do Ensino Fundamental em situações multiplicativas.

A partir do TAV1, identificamos indícios da mobilização dos alunos de conceitos em ação associados ao conceito de função, a saber: *correspondência, dependência, proporcionalidade, razão e variável.*

O aluno A6 ao explicitar sobre seu esquema mencionou a decomposição aditiva do número 15 em partes iguais para encontrar a razão. Isto nos levou a conjecturar a possibilidade da mobilização de um teorema em ação verdadeiro que evidencia a filiação entre os campos conceituais aditivo e multiplicativo. Para exemplificá-lo, considera-se $f(5\text{ minutos})$ equivalente à quantidade de litros de água em 5 minutos, 3 equivalente à razão e o seguinte raciocínio:

$$f(5\text{ minutos}) + f(5\text{ minutos}) + f(5\text{ minutos}) = 3 \times f(5\text{ minutos})$$

Identificamos esse teorema em ação pela sigla TAV2 e o modelamos ao considerar $f(x)$ uma relação proporcional entre duas grandezas, como representado a seguir.

TAV2: Seja f uma relação de proporcionalidade, então

$f(x') + \cdots + f(x') = k \cdot f(x')$, com $x \in \mathbb{N}$ e k sendo a razão.

Subjacente ao TAV2, foram identificados os seguintes conceitos em ação, mobilizado pelo aluno A6 na resolução da situação: *adição de funções lineares, correspondência, dependência, proporcionalidade, razão, regularidade e variável.*

Ainda, ao utilizar o algoritmo da adição como esquema, os alunos A1 e A2 mobilizaram um teorema em ação verdadeiro, que consiste em aplicar uma transformação direta de adição ao estado inicial para encontrar o estado final. Para exemplificá-lo, considera-se que a solução canônica do problema consiste em aplicar a transformação representada por 60 litros de água ao estado inicial, que diz respeito a 400 litros de água e, assim, encontrar o estado final, 460 litros de água.

Identificamos esse teorema em ação pela sigla TAV3 e o modelamos ao considerar F, o estado final, I, o estado inicial e T, a transformação, como representado a seguir.

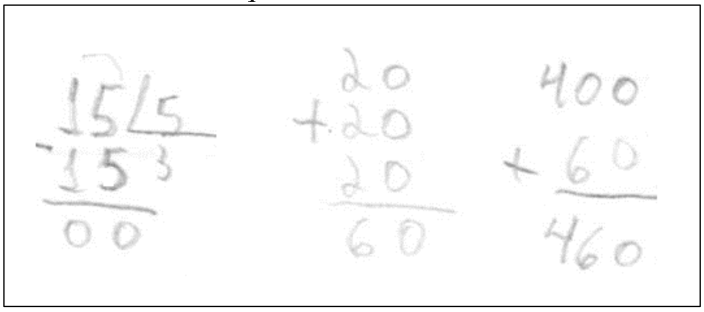
TAV3: $F = I + (\pm T)$, com $F,\ I \in \mathbb{N}$ e $T \in \mathbb{Z}$.

A partir do TAV3, foram identificados os seguintes conceitos em ação, mobilizados pelos alunos A1 e A2: *estado inicial, estado final e transformação.*

Esquema 2

Para a resolução dessa situação, as alunas A6 e A7 apresentaram, como esquema pertinente, uma sequência aditiva recursiva e o algoritmo da adição. A aluna A6, também, apresentou o algoritmo da divisão explicitamente para encontrar a razão (Figura 2). Esse esquema é explicitado na fala da aluna A6: *[...] 15 ÷ 5 deu 3, daí eu fiz de mais aqui ... que deu 60, aí dá 460.*

Figura 6.
Esquema da aluna A6



Nesse esquema utilizado pelas alunas A6 e A7, podemos indicar a manifestação da ideia de *correspondência* muitos para muitos - 5 minutos corresponde a 20 litros de água, 10 minutos corresponde a 40 litros de água, e 15 minutos corresponde 60 litros de água; da ideia de *dependência* - a quantidade de litros de água acrescentados na piscina depende da relação entre o tempo que a torneira ficou aberta e a quantidade de água que vaza da torneira em 5 minutos; da ideia *variável* ao variar o tempo em minutos e, consequentemente, a quantidade de litros acrescentada na piscina; da ideia de *proporcionalidade,* ao adicionar 3 vezes (razão) 20 litros de água para manter a proporcionalidade - 3 vezes 5 minutos são 15 minutos, então 3 vezes 20 litros de água são 60 litros de água, contribuindo para a manifestação da ideia de *regularidade,* quando os alunos resolveram a sequência aditiva recursiva somando mais 20 ao resultado anterior, totalizando 60 litros de água.

A partir dessa análise, considera-se que as alunas A6 e A7 podem ter manifestado um teorema em ação verdadeiro associado à propriedade linear do isomorfismo aditivo. Para exemplificá-lo, considera-se $f(15 \text{ minutos})$ representando a quantidade de litros de água em 15 minutos, $f(5 \text{ minutos})$ representando a quantidade de litros de água em 5 minutos, e o seguinte raciocínio:

$$f(15 \text{ minutos}) = f(5 \text{ minutos} + 5 \text{ minutos} + 5 \text{ minutos}) =$$

$$f(5 \text{ minutos}) + f(5 \text{ minutos}) + f(5 \text{ minutos}) =$$

$$20 \text{ litros de água} + 20 \text{ litros de água} + 20 \text{ litros de água} = 60 \text{ litros de água}.$$

Ao adicionar ou subtrair sucessivamente $f(x)$, uma relação proporcional entre duas grandezas; constatamos um teorema em ação verdadeiro, identificado pela sigla TAV4, como representado a seguir, em um caso geral.

TAV4: Seja f uma relação de proporcionalidade, então

$f(x \pm x') = f(x) \pm f(x')$, com $x \in \mathbb{N}$.

Esse teorema em ação é mencionado por Ricco (1982), Vergnaud (1983,1996) e Franchi (1999) e identificado por Calado (2020) nas resoluções de alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, ao resolverem problemas de função afim.

A partir do TAV4, foram identificados os seguintes conceitos em ação mobilizados pelas alunas A6 e A7 na resolução da situação: *adição de funções lineares, correspondência, dependência, proporcionalidade, regularidade e variável.*

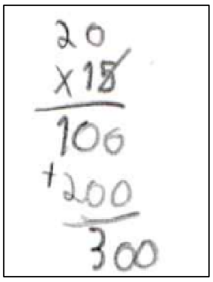
Ao utilizar outro algoritmo da adição como parte do esquema, as alunas A6 e A7 podem ter manifestado o TAV3: $F = I + (\pm T)$, *com* $F,\ I \in \mathbb{N}$ e $T \in \mathbb{Z}$, e os conceitos em ação de *estado inicial, estado final e transformação.* O TAV3 já foi apresentado anteriormente.

Esquema 3

Para resolver a situação, a aluna A8 utilizou um esquema não pertinente, que consiste no algoritmo da multiplicação (Figura 3). Ao ser questionada como pensou para resolver o problema, a aluna A4 disse: *Se eu multiplicasse 15 $\times$ 20, aí dá o tanto de água que a piscina tem em 15 minutos.*

Figura 7.

Esquema da aluna A8



Ao observar a resolução da aluna A8, inferimos que ela não estabeleceu uma relação aditiva com a quantidade de litros de água que já tinha na piscina, não mobilizou a ideia de *correspondência* muitos para muitos, e a ideia de *dependência* pertinentes ao problema, mas estabeleceu a seguinte ideia de *correspondência* muitos para muitos – em 5 minutos a torneira tem uma vazão de 20 litros de água, em 15 minutos a torneira tem uma vazão de 300 litros de água. Também, a seguinte ideia de *dependência* – a quantidade de litros de água acrescentados na piscina depende do tempo que a torneira ficou aberta. Diante disso, notamos que a aluna A8 não mobilizou a ideia de *proporcionalidade,* pois a proporção 5:20 não se manteve constante.

Com isso, presumimos que a aluna A8 mobilizou um teorema em ação falso*,* quando realizou o seguinte raciocínio: a quantidade de litros de água acrescentados na piscina em 15 minutos é o mesmo que 15 vezes a quantidade de litros de água acrescentados na piscina em 5 minutos, ou seja, ela em vez de buscar pela razão ($k = 3$), multiplicou 15 (um número qualquer, que não é a razão) por 20 litros de água.

Para expressá-lo, considera-se 15 representando um número qualquer, $f(15 \text{ minutos})$ equivalente à quantidade de litros de água acrescentados na piscina em 15 minutos, e $f(5 \text{ minutos})$ equivalente à quantidade de litros de água acrescentados na piscina em 5 minutos. Portanto,

$$f(15 \text{ minutos}) = 15 \times f(5 \text{ minutos}) = 15 \times 20 \text{ litros de água} = 300 \text{ litros de água}.$$

Identificamos esse teorema em ação pela sigla TAV3 e o modelamos ao considerar $f(x)$ uma relação proporcional entre duas grandezas, conforme mencionado a seguir:

TAF1: Seja f uma relação de proporcionalidade,

então $f(x') = x' \cdot f(x)$, com $x \in \mathbb{N}$ e $x > 1$.

Esse teorema em ação falso também é identificado por Ferraz (2016) nas resoluções dos alunos do 6º ano em problemas envolvendo a quarta proporcional.

A partir do TAF1, identificamos os seguintes conceitos em ação mobilizados pela aluna A8: *correspondência e dependência.*

Uma possibilidade de desestabilização dos TAF1 é mostrar aos alunos que, para resolverem problemas dessa subclasse, precisa-se encontrar a razão entre grandezas de mesma natureza ou encontrar a taxa, pois responder um problema sem estabelecer as relações envolvidas no enunciado pode produzir esquemas não pertinentes.

Considerações finais

Nos esquemas dos alunos, foram identificados quatro teoremas em ação verdadeiros e um teorema em ação falso. A maioria dos indícios de teoremas em ação mobilizados pelos alunos é composta pelas propriedades isomórficas da função linear, também conhecidas como propriedades das relações de proporcionalidade.

Dentre os conhecimentos implícitos manifestados pelos alunos no decorrer da resolução, atribui-se atenção especial ao teorema em ação falso. Afinal, de acordo com a TCC, é preciso ofertar aos alunos situações que possibilitem a desestabilização desses conhecimentos falsos, de modo a auxiliar na compreensão do conceito em questão.

Associados aos teoremas em ação, identificamos dez conceitos em ação, a saber: adição de funções lineares, correspondência, dependência, estado inicial, estado final, proporcionalidade, razão, regularidade, variável e transformação. Entre eles citamos as ideias-base de função de *variável, correspondência, dependência e regularidade*.

Conforme constatado nas análises, a mobilização da ideia da proporcionalidade, das ideias-base de função e dos teoremas em ação varia de acordo com o esquema utilizado pelo aluno com vista a resolver o problema.

Ao analisar todos os esquemas, nota-se que os alunos não identificaram a taxa, sendo ela essencial para mobilização da ideia de generalização. Logo, é fundamental que desde os anos iniciais o professor explore com os alunos o conceito de taxa e as ideias-base de função a partir de situações-problema, de modo a potencializar a construção do conceito de função ao longo do processo escolar. Por fim, almejamos que os teoremas e conceitos em ação, dentre eles as ideias-base de função, apresentados nesta pesquisa, contribuem com a preparação dos professores, ao trabalharem com situações mistas do tipo *proporção simples quarta proporcional e transformação positiva de medidas.*

Referências

BRASIL. Ministério da Educação (2018). *Base Nacional Comum Curricular:* Educação é a base. MEC, Brasília.

CALADO, Tamires Vieira (2020). *Invariantes operatórios relacionados à generalização: uma investigação com estudantes do 9º ano a partir de situações que envolvem função afim.* 193 f. Dissertação (Mestrado – Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Cascavel).

FERRAZ, Sara Rodrigues (2016). *Investigando a aprendizagem de noções associadas ao campo multiplicativo:* um estudo com alunos do 6° ano do Ensino Fundamental de uma escola pública de Ouro Preto (MG). 217 f. Dissertação (Mestrado - Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto).

FRANCHI, Anna (1999). Considerações sobre a teoria dos Campos Conceituais. In: MACHADO, Sílvia Dias de Alcântara (org). *Educação Matemática*: uma (nova) introdução. São Paulo: EDUC, p. 155 –196.

MIRANDA, Clarice de Almeida (2019). *Situações-problema que envolvem o conceito de função afim: uma análise à luz da Teoria dos Campos Conceituais*. 160 f. Dissertação (Mestrado - Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Cascavel).

PAVAN, Luciane Regina (2010). *A mobilização das ideias básicas do conceito de função por crianças da 4ª série do Ensino Fundamental e Situações-problema de Estruturas Aditivas e/ou Multiplicativas*.195 f. Dissertação (Mestrado –Universidade Estadual de Maringá, Maringá – PR).

RICCO, Graciela (1982). Les premières acquisitions de la notion de fonction linéaire chez l'enfant de 7 à 11 ans. *Educational Studies in Mathematics, Vol.13*, número 3, (p. 289-327).

RODRIGUES, Carla Larissa Broza Halum & REZENDE, Veridiana (2021). *Problemas mistos em livros didáticos:* uma classificação com base na teoria dos campos conceituais. *Amazônia:* Revista de Educação em Ciências e Matemáticas, Belém, v. 17, n. 39, (p. 271-287).

VERGNAUD, Gérard (1983). Multiplicative Structure. In: LESH, R.; LANDAU, M. (Eds.). *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes*. Academic Press Inc, (p. 127-174).

__________ (1996). *A Teoria dos Campos Conceituais*. In: BRUN, Jean (org.). Didáctica das Matemáticas. Lisboa: Instituto Piaget, (p. 155 – 191).

__________ (2009*a*). *A criança, a matemática e a realidade:* problemas do ensino da matemática na escola elementar. Tradução de Maria Lucia Faria Moro; Revisão técnica Maria Tereza Carneiro Soares. Curitiba: UFPR, (p. 322).

__________ (2009*b*). O que é aprender. In: BITTAR, Marilena; MUNIZ, Cristiano Alberto. (Orgs.). *A aprendizagem matemática na perspectiva da Teoria dos Campos Conceituais.* Curitiba: Editora CRV, (p. 13-35).

IX CIBEM
Congresso Iberoamericano de Educação Matemática
05 a 09 de dezembro de 2022

A derivada no plano de estudos dos cursos de Engenharia Comercial no Chile

The derivative in the study plan of Commercial Engineering in Chile

La derivada en el plan de estudios de Ingeniería Comercial en Chile

Maritza Katherine Galindo Illanes
Universidad San Sebastián
https://orcid.org/0000-0003-1394-2075

Adriana Breda
Universitat de Barcelona
https://orcid.org/0000-0002-7764-0511

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Processos de ensino e aprendizagem da Matemática em diferentes modalidades e níveis educacionais.

Resumo

Pretende-se identificar os significados da derivada pretendidos nos programas das disciplinas dos cursos de Engenharia Comercial no Chile. Para isso, por meio da noção de configuração epistêmica da Abordagem Ontossemiótica do Conhecimento e Instrução Matemática, foram analisados oito programas de diferentes universidades chilenas, que contemplam a derivada como objeto de ensino. Os resultados indicam que, embora a maioria das propostas curriculares apresente semelhanças na organização dos conteúdos e nos elementos linguísticos utilizados para a construção do objeto matemático derivada, observam-se diferenças importantes na preponderância da derivada interpretada como razão de cambio e nos campos de problemas abordados.

Palavras-chave: Estudo da derivada, programas de disciplinas, Engenharia Comercial.

Abstract

The objective of this work is to identify the intended meanings of the derivative in the programs of the subjects of the Commercial Engineering careers in Chile. To do this, through the notion of an epistemic configuration of the Ontosemiotic Approach to Mathematical Knowledge and Instruction, eight subject programs from different Chilean universities were analyzed, which contemplate the derivative as an object of teaching. The results indicate that, although most of the curricular proposals present similarities in the organization of contents and in the linguistic elements used for the construction of the derivative object, important differences are observed in the preponderance of the derivative interpreted as a reason for the change and in the fields of problems addressed

Keywords: Study of the derivative, subject programs, Commercial Engineering.

Resumen

Se pretende identificar los significados pretendidos de la derivada en los programas de las asignaturas de las carreras de Ingeniería Comercial en Chile. Para ello, por medio de la noción de configuración epistémica del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento e Instrucción Matemáticos, se analizaron ocho programas de asignaturas, de diferentes universidades chilenas, que contemplan la derivada como objeto de enseñanza. Los resultados indican que, si bien la mayor parte de las propuestas curriculares presentan similitudes en la organización de contenidos y en los elementos lingüísticos utilizados para la construcción del objeto derivada, se observan diferencias importantes en la preponderancia de la derivada interpretada como una razón de cambio y en los campos de problemas abordados.

Palabras clave: Estudio de la derivada, programas de asignaturas, Ingeniería Comercial.

Introducción

La Comisión Nacional de Acreditación de Chile (CNA) define la carrera de Ingeniería Comercial como una profesión universitaria orientada hacia la aplicación de un conjunto de competencias (conocimientos, habilidades y actitudes) que se generan a partir del estudio de las ciencias de la administración y de la economía, apoyadas por las tecnologías de la información, los métodos cuantitativos, otras ciencias sociales y las disciplinas que les sean conexas. Se establece que su plan de estudios debe considerar tres áreas de formación, sin perjuicio de la flexibilidad e integración curricular que determine cada unidad, éstas son: formación básica, formación profesional y formación general o complementaria.

Un análisis exploratorio de los planes de estudio de Ingeniería Comercial vigentes en Chile, reveló, por un lado, que éstos poseen una estructura según el tipo de asignaturas (obligatorias, optativas y de estudios generales), una inclinación formativa hacia el área administrativo-financiera, con una fuerte orientación cuantitativa y económica (López y Paredes, 2007). Por otro lado, los planes determinan que la mayor cantidad de asignaturas corresponden al área de estudio de Finanzas, Contabilidad y Costos, totalizando un 12,8% y al área de Matemática, Estadística y Econometría, en un total de 12,3%. De esta última, el 7% corresponde a asignaturas del área Matemáticas.

La CNA considera que los programas de las asignaturas de matemáticas deben permitir que el estudiante adquiera los conocimientos necesarios para su desempeño profesional. En los criterios de evaluación contemplados en esta estructura curricular, se requiere que los programas integren actividades teóricas y prácticas, que las asignaturas permitan la adquisición de habilidades y capacidades inherentes a un ingeniero comercial para: trabajar e integrarse eficazmente en equipo, enfrentar los problemas con visión holística y estratégica, liderar, comunicar y motivar eficazmente, seleccionar, integrar y aplicar conocimientos. Esto conlleva al desafío de articular las ciencias básicas y las ciencias de la ingeniería, favoreciendo el desarrollo de las competencias profesionales y la formación matemática del ingeniero (Alvarado, et al., 2018).

Las matemáticas son fundamentales para un ingeniero comercial, en particular, el objeto matemático derivada es un tópico complejo del cálculo que conjuga muchos significados asociados: función real, plano cartesiano, pendiente, ecuación de una recta, recta secante, recta tangente, límite de una función real, etc. Por otra parte, posee una representatividad de campos de problemas, diversas representaciones, diversas propiedades, procedimientos y argumentos que transitan constantemente entre un lenguaje descriptivo, geométrico, gráfico, tabular y simbólico, lo que complejiza aún más la comprensión de este objeto matemático por parte de los estudiantes (Fuentealba et al., 2015). La articulación de los componentes en los que estalla esta complejidad, está presente en casi todos los marcos teóricos emergentes en el área de la Educación Matemática. En este trabajo se toma como referente teórico el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento e Instrucción Matemáticos (EOS, a partir de ahora) (Godino, et al., 2007; Godino et al., 2019). Trabajar los distintos significados de un objeto matemático es un aspecto propuesto en el EOS, donde se plantea analizar la complejidad de los objetos matemáticos por medio de sus pluri significaciones (significados parciales).

La complejidad de la derivada se hace presente en los cursos de Ingeniería Comercial, una vez que puede comprender la derivada como el estudio de la función producto marginal, ingreso total y marginal, entre otras. Además, considerar sus diferentes modos de representación, es un aspecto muy utilizado en el área de microeconomía, lo que ha generado el desarrollo de diversas investigaciones en torno a su aprendizaje y sobre la relación de comprensión entre los conceptos económicos y matemáticos (Butler, et al., 1998; Ballard y Johnson, 2004; Hey, 2005; García, et al., 2006; Ariza y Llinares, 2009). A partir de lo anterior, resulta de interés investigar, ¿cuál es el tratamiento de la derivada en los planes de estudio de la asignatura de cálculo de los cursos de Ingeniería Comercial en Chile? En ese sentido, el objetivo de este trabajo es identificar los significados pretendidos de la derivada en los programas de las asignaturas de las carreras de Ingeniería Comercial en Chile.

Marco teórico

Los desarrollos teóricos propuestos por el EOS, explicados recientemente en Godino, et al. (2019), tienen como objetivo dar respuesta a algunos problemas generados en el campo de la Educación Matemática. En el EOS, se asume que la actividad matemática es una actividad humana centrada en la resolución de problemas, que tiene lugar en un tiempo-espacio determinado, a través de una secuencia de prácticas que, a menudo, se consideran procesos (de significación, conjeturar, argumentar, etc.). Para ello, el EOS propone las nociones de situación-problema de práctica matemática (secuencia de prácticas) que tiene lugar durante la resolución de estas situaciones problema. Tales secuencias tienen lugar en el tiempo y se suelen considerar, en muchos casos, como procesos. En particular, el uso y/o la emergencia de los objetos primarios de la configuración (problemas, definiciones, proposiciones, procedimientos y argumentos), tiene lugar mediante los respectivos procesos matemáticos de comunicación, problematización, definición, enunciación, elaboración de procedimientos (creación de algoritmos y rutinas) y argumentación (aplicando la dualidad proceso-producto). Por otra parte, las dualidades antes descritas, dan lugar a los siguientes procesos: institucionalización – personalización, generalización – particularización, análisis/descomposición – síntesis/reificación, materialización/concreción – idealización/abstracción, expresión/representación – significación.

El EOS también asume el principio de que el conocimiento de un objeto, por parte de un sujeto (ya sea individuo o institución), es el conjunto de funciones semióticas que este sujeto puede establecer en las que el objeto interviene como expresión o contenido. Además, la correspondencia entre un objeto y el sistema de prácticas donde tal objeto interviene, se interpreta como el "significado de ese objeto" (institucional o personal). Por ejemplo, cuando un sujeto realiza y evalúa una secuencia de prácticas matemáticas, activa un conglomerado formado por situaciones-problemas, lenguajes, definiciones, proposiciones, procedimientos y argumentos, articulados en lo que, en términos del EOS, se llama una configuración de objetos primarios (Font, et al., 2013). Para delimitar los significados de un objeto matemático, el EOS propone la herramienta denominada "análisis de sistemas de prácticas" (personales e institucionales) y las configuraciones ontosemióticas involucradas en ellas (Godino, 2014; Godino y Batanero, 1994).

En Font et al. (2013) se analiza la noción de complejidad del objeto matemático (y de la articulación de los componentes de dicha complejidad) en términos de pluralidad de significados. Se trata de una visión pragmatista sobre el significado que se asume en el EOS. Desde un punto de vista pragmatista, el significado de un objeto matemático se entiende como el conjunto de prácticas en la que dicho objeto interviene de una manera determinante (o no). Un objeto matemático, que se ha originado como un emergente del sistema de prácticas que permite resolver un determinado campo de problemas, con el paso del tiempo queda enmarcado en diferentes programas de investigación. Cada nuevo programa de investigación permite resolver nuevos tipos de problemas, aplicar nuevos procedimientos, relacionar el objeto (y, por tanto, definir) de manera diferente, utilizar nuevas representaciones, etc. De esta manera, con el paso del tiempo, aparecen nuevos subconjuntos de prácticas (sentidos) que amplían el significado del objeto.

Para el objeto matemático derivada, Pino-Fan, et al. (2011) caracterizan su complejidad mediante nueve significados parciales (SP): SP1) tangente en la matemática griega; SP2) variación en la edad media; SP3) métodos algebraicos para hallar tangentes; SP4) concepciones cinemáticas para el trazado de tangentes; SP5) ideas intuitivas de límite para el cálculo de máximos y mínimos; SP6) métodos infinitesimales en el cálculo de tangentes; SP7) cálculo de fluxiones; SP8) cálculo de diferencias; y SP9) derivada como límite. En Pino-Fan, et al. (2013) se utilizan estas nueve configuraciones para la reconstrucción del significado global de la derivada, el cual es utilizado para valorar la representatividad del significado pretendido en el currículo de Bachillerato de México (a partir de las configuraciones de objetos primarios activadas en las prácticas matemáticas propuestas tanto en el Plan de Estudios como en los libros de texto de dicho nivel). La caracterización de la complejidad de la derivada realizada en Pino-Fan, et al. (2011) permite diseñar cuestionarios para caracterizar la comprensión de los estudiantes, futuros profesores o profesores en servicio sobre la derivada (Pino-Fan, et al., 2015). El objetivo de este estudio es identificar los significados pretendidos de la derivada en los programas de las asignaturas de las carreras de Ingeniería Comercial en Chile

Metodología

Contexto del estudio e instrumentos de colecta de datos

Participaron de la investigación, de manera anónima, 8 universidades chilenas (3 públicas y 5 privadas) que imparten la carrera de Ingeniería Comercial. Fueron solicitados programas de 30 universidades de diferentes regiones del país, sin embargo, solo ocho de ellas compartieron sus programas de asignatura que incluyen como objeto de enseñanza la derivada. Las universidades participantes están identificadas como UN1, UN2, UN3, UN4, UN5, UN6, UN7 y UN8.

Análisis de los datos

Para realizar el análisis de los programas se considera el modelo teórico conocido como Enfoque Ontosemiótico (EOS) del conocimiento y la instrucción matemáticos (Godino, et al., 2019) el cual considera un modelo epistemológico, cognitivo e instruccional de análisis de la actividad matemática. Para realizar el análisis de contenido de los programas de asignaturas, se utilizó como categorías previas de análisis, la noción de configuración epistémica, que nos ha permitido analizar y describir los objetos primarios que intervienen en las prácticas matemáticas sobre la derivada propuestas en los programas de las asignaturas (Font, et al., 2013).

Para ejemplificar cómo se ha realizado el análisis de los programas de las asignaturas que incluyen como objeto de enseñanza la derivada, se ha tenido en cuenta, en cada uno de los programas, la organización de los contenidos de la asignatura correspondiente (a ejemplos, Tabla 1) y un posterior análisis de la complejidad de la derivada considerando la configuración de los objetos primarios del EOS (significados parciales, procedimientos, proposiciones, representaciones y campos de problemas). Por ejemplo, la propuesta curricular de UN2 para la asignatura de Cálculo I, tienen como propósito que el estudiante aplique los conocimientos del cálculo diferencial en una viable, para la resolución de problemas de optimización aplicados a las ciencias económicas y administrativas. A continuación, se presenta la distribución de los contenidos en la Tabla 1.

Tabla 1.

Organización de los contenidos de la asignatura de Cálculo I de UN2. Elaboración de los autores.

Resultados de aprendizaje 1	Utiliza los métodos de resolución de ecuaciones e inecuaciones para resolver problemas de ciencias económicas.

Contenidos	Desigualdades e inecuaciones. Valor absoluto. Sistemas de coordenadas. Distancia entre dos puntos. Ecuación de la recta. Condición de paralelismo y perpendicularidad.
Resultado de aprendizaje 2	Resuelve problemas de límite y continuidad en una variable, en situaciones propias de la disciplina, para su uso en el cálculo diferencial.
Contenidos	Noción intuitiva de límite y definición formal. Álgebra de límites. Límites y sus propiedades. Límites: laterales, infinitos y al infinito. Asíntotas. Continuidad de funciones y tipos de discontinuidad.
Resultado de aprendizaje 3	Aplica el cálculo diferencial en una variable para resolver problemas de razones de cambio y de optimización en el ámbito de la economía.
Contenidos	Propiedades de la función derivada. Reglas de derivación. Razón de cambio y razón de cambio instantánea. Puntos críticos. Funciones crecientes y decrecientes. Concavidad y puntos de inflexión. Gráfico de funciones. Problemas de optimización y variaciones relacionadas.

De la Tabla 1, se observa que el Resultado de aprendizaje 1 motiva el trabajo en la recta real y en el plano cartesiano, a través de la resolución de ecuaciones, inecuaciones y de la ecuación de la recta. El Resultado de aprendizaje 2 introduce el concepto de límite y, posteriormente, el Resultado de aprendizaje 3 define la función derivada utilizando su interpretación geométrica y se resuelven situaciones de razón de cambio y optimización en el ámbito de la economía.

De acuerdo con los recursos conceptuales declarados se encuentran: propiedades de la función derivada, reglas de derivación, razón de cambio y razón de cambio instantánea, extremos relativos, monotonía de funciones reales, optimización de funciones, variaciones relacionadas, etc. Los recursos procedimentales involucran el cálculo de derivadas de una función, haciendo uso de las reglas de derivación, para calcular razón de cambio, ecuación de la recta tangente, gráfica y optimización de funciones. Dentro de las proposiciones consideradas se encuentran, las reglas de derivación, el criterio de la primera derivada para extremos relativos, criterios de concavidad y de monotonía de una función real. En cuanto al lenguaje se observa que se privilegia el lenguaje algebraico (definición de derivada y uso de reglas de derivación) y el gráfico (al resolver problemas geométricos en el plano cartesiano y realizar el gráfico de funciones).

Con respecto a los campos de problemas (CP) presentes en el programa de la asignatura, se observan: A) Campos de problemas sobre tangentes; B) Campos de problema sobre cálculo de tasas instantáneas de cambio; C) Campos de problemas sobre tasas instantáneas de variación; (D) problemas sobre aplicación de la derivada para el cálculo de máximos y mínimos, análisis de gráficas de funciones y; E) problemas sobre cálculo de derivadas a partir de reglas y teoremas de derivación.

Resultados

El análisis de los significados de la derivada pretendidos en los 8 programas curriculares de las asignaturas que contemplan la unidad de aprendizaje de la derivada indica que, si bien la mayor parte de las propuestas curriculares presentan similitudes en la organización de contenidos y en los elementos lingüísticos utilizados para la construcción del objeto derivada, se observan diferencias importantes en la preponderancia de la derivada interpretada como una razón de cambio y en los campos de problemas abordados. A continuación, se mencionan algunos resultados.

En cuanto a los campos de problemas, todos los programas consideran campos de problemas sobre cálculo de derivadas a partir de reglas y teoremas de derivación. Sin embargo, por una parte, UN1 no considera campos de problemas sobre tangentes, es decir, no se contemplan los problemas en los que la pendiente de la recta tangente (significado geométrico de la derivada) tiene un papel relevante en su resolución (Galindo-Illanes y Breda, 2020). Por otra parte, UN6 y UN8 no consideran tasas instantáneas de cambio, UN4 y UN6 no consideran tasas instantáneas de variación, aspectos defendidos por Orts et al., (2016) y Santi (2011), y UN7 no aplica la derivada para el cálculo de extremos relativos y trazados de curvas. Lo que nos revela las diferencias en los campos de problemas propuestos en los programas curriculares.

Relación a los significados parciales (SP), los programas de UN2, UN3, UN4, UN5, UN6, UN7 y UN8, por un lado, introducen el concepto de límite para luego construir la definición de derivada, resultado que corrobora con un de los significados parciales de la derivada presentados en Pino-Fan, et al. (2013). Sin embargo, UN1 no considera dentro de su programa teoría de límite, por lo que se construye la derivada utilizando una idea intuitiva de límite (aproximación), a través de su interpretación geométrica, construyendo el significado parcial de la derivada a partir del cálculo de tangentes y subtangentes mediante métodos infinitesimales y algebra. Este resultado, en particular, difiere de lo encontrado en Pino-Fan et al. (2013). Por otro lado, las UN1, UN2, UN3, UN4, UN5, UN7 y UN8, conceden mayor preponderancia a la derivada interpretada como una razón de cambio. Sin embargo, UN6 acentúa su interpretación geométrica como pendiente de una recta tangente.

Con respecto a las proposiciones y teoremas, la mayor parte de los programas consideran, las reglas de derivación, criterios de la primera y segunda derivada para extremos relativos, criterios de concavidad, criterios de monotonía de una función real y regla de la cadena. En menor medida se observan el teorema de la función implícita, teorema del valor medio, teorema del valor intermedio y el teorema de Rolle.

Consideraciones finales

Como conclusiones, se observa que el estudio realizado proporciona resultados novedosos con relación a algunas características del significado de la derivada presentes en el currículo de las carreras de Ingeniería Comercial en Chile, permitiendo, de esta forma, ampliar el estudio realizado en Pino-Fan et al. (2013), lo cual se centra en el análisis del significado pretendido de la derivada del currículo de bachillerato de México. Para profundizar este estudio, el próximo paso es analizar el significado pretendido de la derivada en los libros de texto contemplados como referencia obligatoria y complementaria en los ocho planes de estudio de la asignatura de cálculo de los cursos de Ingeniería Comercial en Chile. Este panorama motiva la indagación en cuestiones en torno a la idoneidad epistémica del significado pretendido de la derivada para la formación de futuros ingenieros comerciales. El aspecto valorativo de la idoneidad epistémica de la derivada en los programas es otra línea futura de investigación que se pretende realizar.

Agradecimientos

Este trabajo se desarrolló en el marco de proyectos de investigación en formación docente: PGC2018-098603-B-I00 (MINECO / FEDER, EU), PID2021-127104NB-I00 y Competencias y conocimientos del docente de primaria y secundaria para la enseñanza de las matemáticas en modalidad híbrida (SENACYT/FIED21-002).

Referencias

Alvarado, H., Galindo, M. y Retamal, L. (2018). Evaluación del aprendizaje de la estadística orientada a proyectos en estudiantes de ingeniería. *Revista Educación Matemática*, *30*(3), 151-183. https://doi.org/10.24844/EM3003.07

Ariza, A. y Llinares, S. (2009). Sobre la aplicación y uso del concepto de derivada en el estudio de conceptos económico en estudiantes de bachillerato y universidad. *Enseñanza de las Ciencias*, *27*(1), 121-136. https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.3667

Ballard, C. y Johnson, M. (2004). Basic Math Skills and Performance in an Introductory Economics Class. *Journal of Economic Education,35*(1), 3-23. https://doi.org/10.3200/JECE.35.1.3-23

Butler, J., Finegan, T. y Siegfried, J. (1998). Does more calculus improve student learning intermediate micri- macroeconomic theory? *Journal of appliedeconometric*, *13*(2), 185-202. https://doi.org/10.1002/(SICI)1099-1255(199803/04)13:2%3C185::AID-JAE478%3E3.0.CO;2-1

Font, V., Godino, J. D. y Gallardo, J. (2013). The emergence of objects from mathematical practices. *Educational Studies in Mathematics*, *82*, 97-124. https://doi.org/10.1007/s10649-012-9411-0

Fuentealba C., Badillo E. y Sánchez-Matamoros G. (2015). Fases en la tematización del esquema de la derivada: comprensión en alumnos universitarios. En C. Fernández, M. Molina y N. Planas (eds.), *Investigación en Educación Matemática XIX* (pp. 259-268). Alicante: SEIEM.

Galindo-Illanes, M. y Breda, A. (2020). Interpretación geométrica de la derivada en estudiantes de ingeniería comercial. In: *V Encuentro Internacional en Educación Matemática*, (pp. 158-163). Universidad del Atlántico.

García, L., Azcárate, C. y Moreno, M. (2006). Creencias, concepciones y conocimiento profesional de profesores que enseñanza cálculo diferencial a estudiantes de ciencias económicas. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*, *9*(1), 85-116.

Godino, J. D. (2014). Síntesis del enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática: motivación, supuestos y herramientas teóricas. Universidad de Granada. http://www. ugr. es/local/jgodino/eos/sintesis_EOS_24agosto14. pdf.

Godino, J. D. y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *14* (3), 325-355.

Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in Mathematics education. En ZDM. *The International Journal on Mathematics Education, 39*(1-2),127-135. https://doi.org/10.1007/s11858-006-0004-1

Godino, J. D., Batanero, C., y Font, V. (2019). The onto-semiotic approach: Implications for the prescriptive character of didactics. *For the Learning of Mathematics*, *39*(1), 37- 42.

Hey, J. (2005). I Teach Economics, Not Algebra and Calculus. *Journal of Economic Education*, *36*(3), 292-304. https://doi.org/10.3200/JECE.36.3.292-304

López, S. y Paredes, L. (2007). Análisis exploratorio de los planes de estudio de Ingeniería Comercial en Chile. *Pensamiento y Gestión*, *23*, 58-71.

Orts, A., Llinares, S. y Boiges, F. (2016). Elementos para una Descomposición Genética del concepto de recta tangente. *AIEM. Avances de Investigación en Educación Matemática*, *10*, 111-134. https://doi.org/10.35763/aiem.v0i10.164

Pino-Fan, L., Castro, W. F., Godino, J. D. y Font, V. (2013). Idoneidad epistémica del significado de la derivada en el currículo de bachillerato. *Paradigma, 34*(2), 123 – 150.

Pino-Fan, L., Godino, J. D. y Font, V. (2011). Faceta epistémica del conocimiento didáctico matemático sobre la derivada. *Educação Matemática Pesquisa, 13*(1), 141-178

Pino-Fan, L., Godino, J. D. y Font, V. (2015). Una propuesta para el análisis de las prácticas matemáticas de futuros profesores sobre derivadas. *Bolema, 29*(51), 60-89. https://doi.org/10.1590/1980-4415v29n51a04

Santi, A. (2011). Objectification and semiotic function. *Educational Studies in Mathematics*, *77*(2-3), 285-311. https://doi.org/10.1007/s10649-010-9296-8

Introduzindo a Álgebra no 6º ano por meio do reconhecimento de padrões

Introducing Algebra in the 6th grade through the recognition of patterns

Introducción al álgebra en el 6° año por medio del reconocimiento de patrones

Marcus Vinícius Abreu Prates[706]
Mestrando PEMAT – Universidade Federal do Rio de Janeiro
0000-0001-9660-2388

Marcelo Silva Bastos[707]
IFRJ / SME-Rio / Doutorando PEMAT - Universidade Federal do Rio de Janeiro
0000-0002-4997-0804

Lilian Nasser[708]
PEMAT- Universidade Federal do Rio de Janeiro
0000-0001-6050-4807

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático Processos de Ensino e aprendizagem da Matemática em diferentes modalidades e níveis educacionais.

Resumo

Pesquisas no campo da Educação Matemática orientam sobre a importância de se trabalhar desde cedo com a percepção de padrões e regularidades, antes da formalização dos conceitos algébricos. Desse modo, no presente artigo buscamos apresentar alguns resultados de uma investigação realizada em 2017 com um grupo de estudantes de 6º ano do Ensino Fundamental por meio de atividades de pré-álgebra, envolvendo sequências e padrões de forma a contribuir para o desenvolvimento do pensamento algébrico. As atividades foram aplicadas a um grupo de estudantes de uma escola da rede estadual de ensino do Estado do Rio de Janeiro localizada em um município da Baixada Fluminense. Os resultados indicam que, embora os estudantes tenham conseguido prever os elementos seguintes num padrão numérico, as atividades envolvendo padrões geométricos e a generalização trouxeram dúvidas e dificuldades aos estudantes, o que mostra a importância de se explorar desde os anos iniciais atividades envolvendo padrões, tanto numéricos quanto geométricos.

Palavras-chave: Introdução à álgebra, reconhecimento de padrões, generalização.

Abstract

Research in the field of Mathematics Education guides on the importance of start working early on the perception of patterns and regularities, before the formalization of algebraic concepts.

[706]marcusprates@gmail.com
[707]marcelo.silva@ifrj.edu.br
[708]lnasser.mat@gmail.com

Thus, in this article, we aim to present some results of an investigation conducted in 2017 with a group of 6th grade students of elementary school through pre-algebra activities, involving sequences and patterns in order to contribute to the development of algebraic thinking. The activities were applied to a group of students from a public school of the State of Rio de Janeiro, located in a municipality of Baixada Fluminense. The results indicate that,although students were able to predict the following elements in a numerical pattern, activities involving geometric patterns and generalization have raised doubts and difficulties to the students, which shows the importance of exploring activities involving patterns, both numerical and geometric, from the initial years.

Keywords: Introduction to Algebra, recognition of patterns, generalization

Resumen

Las investigaciones en el campo de la Educación Matemática orientan sobre la importancia de trabajar desde temprano con la percepción de patrones y regularidades previo a la formalización de los conceptos algebraicos. De ese modo, en el presente artículo se pretende presentar algunos resultados de una investigación realizada en el año de 2017 con un grupo de estudiantes del 6º año de la Enseñanza Fundamental por medio de actividades de pre álgebra que involucran patrones y secuencias con el objeto de contribuir al desarrollo del pensamiento algebraico. Las actividades se aplicaron a un grupo de estudiantes de una escuela de la red pública estatal de enseñanza del Estado de Río de Janeiro, ubicada en un municipio de Baixada Fluminense. Los resultados señalan que, aunque los estudiantes lograron prever los elementos que siguen en un patrón numérico, las actividades que incluyen patrones geométricos y generalización generaron dudas y dificultades a los estudiantes, lo que demuestra la importancia de explorar desde los primeros años actividades que incluyen patrones, tanto numéricos como geométricos.

Palabras clave: Introducción al algebra, reconocimiento de patrones, generalización.

Introdução

O ensino da álgebra vem sendo investigado por diversos pesquisadores na área de Educação Matemática, que estudam, entre outros tópicos, as dificuldades apresentadas na introdução e compreensão dos conceitos de álgebra na Educação Básica. O presente tema foi objeto de investigação de um trabalho de conclusão de curso de Licenciatura em Matemática (PRATES, 2018).

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (1998), ainda no Ensino Fundamental é importante que o professor proponha situações em que o aluno possa investigar padrões geométricos e aritméticos,e propriedades de operações aritméticas, de modo que sejam estimulados, aos poucos, a generalizar e identificar propriedades algébricas, bem como obter leis de formação em padrões e sequências. Estes trabalhos com casos simples de percepção de padrões auxiliam na habilidade de resolver situações-problema que envolvam o pensamento algébrico, no Ensino Médio. Os PCN (1998, p. 117) afirmam que "os professores não desenvolvem todos os aspectos da Álgebra no Ensino Fundamental, pois privilegiam fundamentalmente o estudo do cálculo algébrico e das equações - muitas vezes descoladas dos problemas."

A Base Nacional Comum Curricular -BNCC (2017) sugere que o pensamento algébrico deve ser desenvolvido por meio de identificação de regularidades e padrões, de modo que possam se utilizar de meios algébricos, como leis de formação e funções, entendendo simbologias e gráficos que representem tais relações. O documento indica que nos anos iniciais do Ensino Fundamental os alunos devem trabalhar esses temas, porém sem fazer o uso de símbolos e letras. Já nos anos finais, os conteúdos vistos são aprofundados, de forma que os padrões passam a ser generalizados.

Explorar as ideias básicas da álgebra no Ensino Fundamental pressupõe que a metodologia utilizada pelo professor explore as ideias de pré-álgebra, desenvolvendo gradualmente a percepção de padrões algébricos e a formalização de suas leis de formação. Em outras palavras, se os alunos tiverem experiências informais com representações de padrões, poderão compreender melhor os conceitos algébricos e sua utilização, ao invés de apenas aplicar técnicas e fórmulas algébricas descontextualizadas, sem saber de fato o que está sendo feito.

Revisão de literatura

Diversos pesquisadores têm se preocupado com a introdução ao pensamento algébrico. Para Kieran (2004, p. 142-143):

> O pensamento algébrico nas séries iniciais envolve o desenvolvimento de meios de pensar por meio de atividades nas quais as letras e símbolos poderiam ser usadas como ferramentas, ou alternativamente, em atividades que poderiam não utilizar letras e símbolos, por exemplo, analisando relações entre quantidades, percebendo estruturas, estudando mudanças, generalizando, resolvendo problemas, modelando, justificando, provando e prevendo.

Segundo Canavarro (2007), pensar algebricamente envolve saber estabelecer relações numéricas, generalizar uma regra – ou seja, observar a lei de formação de um padrão – expressar a generalização por recorrência e pelo termo geral e identificar a estrutura matemática de uma dada situação. Em sua pesquisa sobre o pensamento algébrico nos primeiros anos escolares, a autora (2007) analisou os resultados de uma atividade e observou que os alunos conseguiram compreender as estruturas matemáticas presentes, estabelecer relações entre as variáveis do problema, generalizar a situação proposta, além de expressar essa generalização por recorrência e através do termo geral. Ela concluiu que as crianças do estudo apresentaram características para a resolução do problema que são incomuns em crianças de sua faixa etária (sete a oito anos) e que é provável que desenvolvam o pensamento algébrico ainda jovens, antes do tempo.

Com o desenvolvimento proporcionado pela exploração desse tipo de atividade, o estudante poderá, nos anos finais, generalizar formalmente padrões e regularidades e relações entre grandezas, assim como perceber relações entre leis de formação e algumas fórmulas, podendo deduzi-las quando necessário.

Para que o aluno possa compreender padrões, generalizar, modelar e estabelecer relações entre grandezas, é necessário que o pensamento algébrico seja trabalhado em diferentes etapas, iniciando-se no Ensino Fundamental. De acordo com Barbosa e Borralho (2009, p. 2), é importante que sejam feitas experiências informais com os alunos para que possam entender os aspectos essenciais da Álgebra, de forma que essas experiências compreendam análise de padrões e generalização de relações numéricas em diferentes passos – um de cada vez, em seu tempo. Ainda segundo Barbosa e Borralho (2009), a análise de padrões dá sentido aos símbolos algébricos e um importante passo para a compreensão de funções e resolução de equações, sendo, então, uma ótima forma para trabalhar a generalização.

Assim, de acordo com os referenciais teóricos aqui apresentados, o pensamento algébrico envolve o pensar de forma a entender padrões e generalizá-los, inicialmente sem necessidade de estabelecer sua lei de formação com o uso de letras ou símbolos, que podem apresentar diferentes significados, apenas entendendo as etapas apresentadas e prevendo as próximas. As letras, por sua vez, fazem parte do pensamento algébrico, pois pensar algebricamente também envolve saber calcular com letras e símbolos, assim como estabelecer relações, manipular expressões algébricas e compreender as diferentes funções das letras em expressões algébricas de contextos diferentes.

Dificuldades dos alunos no aprendizado dos conceitos algébricos

A dificuldade dos alunos no aprendizado da álgebra tem sido objeto de investigação de pesquisadores, como Canavarro (2007) e Tinoco (2011). O ensino da álgebra tem se caracterizado por uma abordagem que envolve cálculos com letras, que não têm, a princípio, o menor significado para o aluno, trazendo uma série de obstáculos para a aprendizagem.

Uma dificuldade recorrente nos alunos das etapas finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio, relatada nos PCN (1998), é entender a função da letra como variável, visto que a supervalorização dos cálculos algébricos envolvendo equações contribui para explorar apenas o sentido de incógnita para as letras. Portanto ao ingressarem no Ensino Médio os estudantes têm, muitas vezes, seu primeiro contato com as variáveis, o que poderia ser visto no Ensino Fundamental em situações problema simples, com a utilização de tabelas para registrar a relação de dependência, por exemplo. Com argumento similar, Canavarro (2007) aponta que os alunos apresentam dificuldades nos conteúdos algébricos especialmente quando estes não têm significado para eles, o que também se deve ao fato de haver ênfase nas regras de cálculo algébrico e no isolamento de seus conteúdos, deixando de lado elos com a geometria e a aritmética. Além desses elos, é importante que, no desenvolvimento de atividades algébricas, os estudantes sejam estimulados a compreender o problema, descrever o que está sendo lido (mesmo informalmente) e, em caso de dificuldades iniciais, que possam observar como esses caminhos são traçados, para que futuramente possam tentar por si só e desenvolver o sentido dos símbolos algébricos (ARCAVI, 2005).

Tinoco (2011) defende que as regularidades de fenômenos diversos podem ser generalizadas e para tal é necessária a abstração, que, em sua formalização, ou seja, expressão das leis de formação, usa letras como variáveis. Ocorre que o uso dessas letras como recurso para a generalização não é algo natural para alunos no ensino básico e deve ser estimulado por seus professores. Na mesma pesquisa, a autora expõe algumas atividades envolvendo proporcionalidade que constituem um ótimo meio para introduzir a generalização, pois são relações simples e de fácil visualização (TINOCO, 2011).

Ainda no trabalho de Tinoco (2011, p. 50-51), fica evidente que alguns alunos são habilidosos nos cálculos mecânicos, mas não conseguem explicar o que cada variável representa. No caso, alguns alunos dizem que, em dada questão, y é uma incógnita quando há o questionamento do que ele representa para o problema, quando, na verdade, a pergunta referia-se a qual grandeza estaria associado. Outros respondem de forma aparentemente aleatória, atribuindo quaisquer características a y. Esta falta de significado corresponde ao previsto nos PCN (1998) e no trabalho de Canavarro (2007), quando relatam a supervalorização do cálculo algébrico, sem a exploração do adequado sentido das letras/símbolos.

Descrição da pesquisa

A pesquisa foi realizada em uma turma do sexto ano do Ensino Fundamental de um colégio estadual localizado em município da Baixada Fluminense no estado do Rio de Janeiro. A turma era composta de alunos de faixa etária ampla, variando de 11 a 14 anos de idade. Portanto, são adolescentes e pré-adolescentes de diferentes idades e vivências, convivendo no mesmo ambiente, trabalhando em grupos.

Com base nos referenciais apresentados, foram selecionadas 14 atividades que poderiam ser aplicadas de forma gradual à turma, que poderia evoluir em cada etapa. As atividades foram divididas em três etapas para a aplicação em três aulas duplas, em dias consecutivos. Tais questões foram retiradas e adaptadas, em alguns casos, de livros didáticos, documentos nacionais de diretrizes educacionais, dissertações de mestrado, ou mesmo criadas por nós.

A primeira etapa contém questões em que é solicitado apenas que se complete a sequência a partir de determinado padrão, algébrico ou não. Na segunda etapa há a investigação de padrões e sequências, todos com figuras para auxiliar a visualização dos problemas, questionando sobre os próximos termos da sequência. Por fim, a terceira e última etapa segue os moldes da segunda, pedindo, além dos termos seguintes, outros bem adiante, exigindo o reconhecimento do padrão.

Para dinamizar o trabalho e não parecer uma avaliação tradicional (prova), a turma foi dividida em duplas, de forma que cada aluno teria um colega para discutir e desenvolver suas ideias. Todas as questões foram lidas e explicadas à turma como um todo e, sempre que solicitado, individualmente.

Após o término de cada etapa, todos os trabalhos devidamente identificados com os nomes de cada dupla foram recolhidos para análise. Todas as respostas, havendo ou não resolução, foram analisadas, a fim de observar de que forma a turma desenvolve seu pensamento e resolve situações problema.

Devido ao espaço restrito, serão apresentadas neste artigo apenas uma atividade de cada etapa.

Atividade da etapa 1

A primeira etapa tinha como objetivo geral apenas a percepção de padrões e dar continuidade às sequências. A questão escolhida é a quarta questão.

Figura 1.
Questão 4 (primeiro dia)

Pedro fez um acordo com sua mãe: Conforme conseguisse uma nota 10 em cada matéria na escola, certo valor seria acrescentado à sua mesada. Os acréscimos estão na tabela a seguir.

Quantidade de notas 10	Valor do acréscimo (R$)
1	6
2	12
3	18
4	24
5	
6	

Caso Pedro tire 10 em 5 matérias, quanto ele receberá a mais em sua mesada? E quanto será acrescentado se conseguir nota máxima em 6 matérias?

Todos responderam corretamente às perguntas feitas nesta questão e não houve dúvidas sobre sua resolução ou interpretação durante a aplicação. Apesar de haver duas perguntas após a tabela, grande parte da turma preferiu apenas preenchê-la, visto que o que era perguntado já havia sido respondido acima. O padrão aqui apresentado é simples, bastando multiplicar o número da primeira coluna por seis para obter o resultado correspondente na segunda coluna. Além disso, podem também ter observado que havia um padrão de soma de seis unidades a cada linha da segunda coluna.

Houve tentativas de utilizar o padrão apresentado nessa questão (aditivo) em outras questões da mesma etapa, como se todas elas utilizassem a mesma "receita". É possível que um símbolo/modelo seja assimilado e utilizado como ferramenta em mais de uma situação problema, mas para isso é preciso que esse símbolo seja compreendido pelos estudantes, para que identifiquem quando/se é possível utilizá-lo (ARCAVI, 2005, p. 42). Nesse caso o modelo apenas foi utilizado, mas talvez não compreendido a ponto de as duplas perceberem que ele não era aplicável nas outras questões.

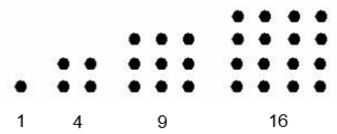
Atividade da etapa 2

O objetivo geral dessa etapa era que todos conseguissem identificar o padrão das sequências apresentadas nas questões, explicando-o de alguma forma. A questão a seguir busca explorar a percepção da sequência dos quadrados perfeitos, também podendo ser interpretada como a soma dos n primeiros números ímpares.

Em uma atividade como essa, explorando números quadrados, o uso de papel quadriculado poderia auxiliar na exploração do padrão supracitado, em que sempre é somado um número ímpar a cada etapa, como poderá ser visto na atividade da etapa 3.

Figura 2.
Questão 7 (segundo dia)

(Centurión e Jakubovic, 2015. p. 103 – Adaptado) Os números quadrados podem ser representados por pontos arranjados na forma de quadrados. Veja a seguir os quatro primeiros números quadrados:



a) Quantos pontos haverá no quinto e no sexto quadrado?

b) De um quadrado para o outro aumentam sempre a mesma quantidade de pontos? Como ocorre esse aumento?

c) Como podemos relacionar a quantidades de pontos à posição de cada quadrado (primeiro, segundo, terceiro...)?

Antes do início da aplicação da primeira questão, o professor perguntou aos alunos quais eram os quadrados perfeitos e todos responderam em coro. Apesar disso, mais da metade dos estudantes não relacionaram os quadrados perfeitos às figuras – que são suas representações gráficas – mesmo havendo o número de ordem abaixo de cada uma. Tal situação pode ser reflexo da repetição e de exercícios mecanizados em sala de aula, com informações decoradas e conceitos não compreendidos (ou compreendidos parcialmente). Cinco duplas responderam corretamente ao item *a*. Quando questionados, no item *b*, como acontece o aumento de pontos, nenhuma dupla respondeu corretamente. Entretanto, destaco duas respostas. Uma delas diz: "Não. Eles se multiplicam aumentados um". É possível que a dupla estivesse tentando se referir ao número de ordem de cada figura multiplicado por ele mesmo, ou seja, o quadrado de cada um, representados pelos números naturais. Já a resposta dada por outra dupla foi: "tiremos a raiz quadrada da posição", o que mostra que possivelmente compreenderam o padrão de construção e que tenham apenas confundido as palavras ao responder.

O terceiro item da questão teve apenas uma resposta completamente correta. Duas duplas, uma delas responsável pela última resposta acima, apresentaram o pensamento inverso ao proposto, respondendo que "é tirada a raiz quadrada da posição do quadrado". Esse é o mesmo pensamento que apresentaram no item anterior, porém a operação feita é a inversa. Já a outra dupla respondeu que deveriam elevar o número de pontos de cada figura ao quadrado. As respostas incorretas apresentaram, em sua maioria, apenas números, sem qualquer texto ou explicação. Há um caso, por exemplo, em que respondem apenas "1, 2 e 3".

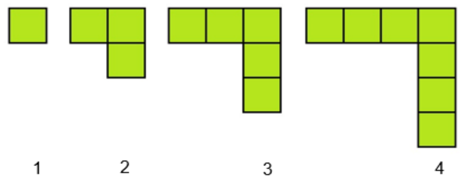
O padrão visual é, segundo Bianchini, Machado e Alcântara (2015), um auxílio para encontrar a lei de formação de uma sequência padronizada, de forma que é possível ver e expressar graficamente as etapas posteriores às propostas, seguindo a mesma construção apresentada. Além disso, o apoio visual situa o aluno no problema, ajudando a formar ideias e entender o proposto. Os autores ainda ressaltam que é importante que os dados observados na sequência sejam organizados de alguma forma, como em tabelas, para analisar o crescimento numérico da sequência. Mesmo com a notória importância deste tipo de atividade e dos meios necessários para resolvê-la, a turma ainda não estava habituada com elas.

Atividade da etapa 3

A última etapa, que apresenta os mesmos objetivos gerais da anterior, começou a ser aplicada ainda no segundo dia, com as folhas entregues às duplas conforme terminavam a segunda etapa. A primeira questão dessa atividade traz os quatro primeiros gnômons, conforme a figura 3.

Figura 3.
Questão 11 (terceiro dia)

(OBMEP 2016 – Adaptado) Observe as figuras abaixo.



a) Preencha uma malha com as figuras de números 5, 6 e 7.

b) Quantos quadradinhos formam a figura de número 50?

c) O que acontece com o número de quadrados de uma figura para a outra?

d) Existe alguma relação entre o número da figura e a quantidade de quadrados que ela possui? Qual?

e) Quantos quadradinhos existem na união das pecinhas de número 1 a 20? Para seu auxílio, some as pecinhas já desenhadas e entenda o que acontece.

Os objetivos desta questão são a percepção do padrão numérico que envolve a sequência dos números ímpares e a reprodução do padrão geométrico apresentado. A cada figura são acrescidos dois quadrados, gerando uma sequência que pode ser representada pela lei $2n - 1$, sendo n o número de ordem. Apesar da aparente simplicidade da construção, quase toda a turma apresentou dificuldades para visualizar o desenvolvimento da sequência, surgindo a necessidade de serem questionadas, dupla a dupla, o que elas conseguiam ver entre as figuras. Após as explicações e questionamentos, todos preencheram a malha quadriculada, havendo apenas três trabalhos com preenchimento incorreto da sequência.

À segunda pergunta dessa questão foram dadas seis respostas incorretas e um trabalho não apresentou resposta. Duas dessas respostas dizem que há vinte e cinco quadrados, enquanto uma delas diz que haverá quarenta e nove, que coincide com a quantidade de quadrados em uma linha ou coluna, desconsiderando a interseção entre elas; assim como pode ser uma tentativa de aplicar a regra sem dobrar o número de ordem, ou seja, aplicar em $n - 1$. Outra resposta não considera o elemento comum entre linhas e colunas, de forma que ele só pertence à posição vertical, ou à horizontal: "50 quadradinhos de lado e 49 em pé".

Quando questionados sobre o que observam entre uma figura e outra, a maioria dos estudantes respondeu de alguma forma que aumentam dois quadrados de uma etapa para a outra. Uma das respostas diz que "a diferença de uma figura para a outra é 2", um pensamento que se diferencia das demais, mostrando que há diferentes formas de perceber o padrão em uma sequência. Também estaria correto afirmar que a cada etapa aumenta um quadrado na vertical e um na horizontal, por exemplo. Além dessas respostas, foram apresentadas uma incorreta, uma incoerente e uma dupla não respondeu. Ao item *d* foi dada apenas uma resposta correta, afirmando que "os quadrados na ordem horizontal e vertical formam o mesmo número". O número de ordem é, de fato, correspondente à quantidade presente nas linhas e colunas. Assim como no primeiro item, nesse também foi necessário auxiliar a turma, lembrando que poderiam observar o número de ordem para relacionar com as figuras.

Tendo em vista o índice de erros e respostas incoerentes nos itens *c* e *d* da questão, nota-se que em dadas situações há grande dificuldade de percepção de regularidade, ao tentar expressar o padrão. Existe uma grande diferença entre os índices de acertos em questões que envolvem termos fixos, como nessa, e em questões em que apenas é somado ou adicionado algum valor, como uma tabuada.

Considerações finais

Com a análise dos resultados da turma, percebe-se que a dificuldade maior foi construir suas próprias estratégias para resolver as atividades. Em grande parte das questões, há respostas apenas com números e que não atendem ao proposto. Estas dificuldades podem ser resultado da falta de familiaridade com atividades de pré-álgebra, que auxilia os alunos a estabelecer relações, desenvolver a comunicação matemática e a criar o hábito da investigação (BARBOSA; BORRALHO, 2009).

O trabalho mecanizado e repetitivo (de aplicação de procedimentos) ficou evidente nas respostas dos problemas e questões propostas. Essa mecanização refletiu no resultado da turma no trabalho, em que muitos buscavam repetir modelos utilizados em questões anteriores, além de serem raras as representações gráficas (desenhos) e praticamente ausentes quaisquer tipos de resoluções. Apesar disso, notou-se, durante a aplicação do trabalho, que havia esforços e tentativas de resolver o que era proposto por parte de muitos alunos, que solicitavam ajuda.

Foi possível observar também, durante a aplicação e após a análise dos resultados, que a turma, diante das atividades, pôde refletir um pouco suas vivências realizadas em sala de aula, muitas vezes marcadas pela exploração e repetição de procedimentos, sem que tais procedimentos fossem, de fato, entendidos.

Referências

ARCAVI, A. Developingandusingsymbolsense in mathematics. **For the Learningof Mathematics,**Hamburgo, v. 25, n. 2, p. 42-47, jul. 2005.

BARBOSA, E.; BORRALHO, A. Pensamento Algébrico e exploração de padrões. In: PROFMAT 2009, 10, 2009, Viana do Castelo. **Anais...** Viana do Castelo: APM, 2009.

BIANCHINI, B. L.; MACHADO, S. D. A.; MARANHÃO, M. C. S. **Teoria Elementar dos Números:** da Educação Básica à Formação dos Professores que Ensinam Matemática. São Paulo: Iglu, 2015. 226 p.

BRASIL. Ministério da Educação e Desporto. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental: Matemática. Brasília: MEC, 1998. 152 p. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos /pdf/matematica.pdf. Acesso em 16jun. 2017.

BRASIL. Ministério da Educação e Desporto. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2017. 394 p. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_publicacao.pdf. Acesso em 15ago. 2017.

CANAVARRO, A. P. O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos. **Quadrante: Revista de Investigação em Educação Matemática**, v. 16, n. 2, p. 81-118, 2º semestre de 2007. Editorial. Disponível em: https://dspace.uevora.pt/rdpc/bitstream/10174/4301/1/_Quadrante_vol_ XVI_2-2007-pp000_pdf081-118.pdf. Acesso em 15 mai. 2016.

CARVALHO, P. C. P. Fazer Matemática e usar Matemática. **Matemática Não É Problema**. Brasília, v. 1, n. 6, p. 13-16. 2005. Disponível em <https://tvescola.mec.gov.br/tve/salto-acervo/publicacao> acesso em 27 dez. 2017.

CENTURIÓN, M.; JAKUBOVIC, J. **Matemática:** Na medida certa. Nos Dias de hoje. 1 ed. São Paulo: Leya, 2015. 376 p.

KIERAN, C. Algebraic Thinking in the Early Grades: What Is It?.Tradução de Marcus Vinícius Abreu Prates. **The MathematicsEducator**, Athens, V. 8, n. 1, p. 139-151, 2004.

PRATES, M. V. A. **Investigando A Introdução Ao Pensamento Algébrico Em Uma Turma de 6º Ano do Ensino Fundamental**. Nilópolis: IFRJ, 2018. 95p.

RIBEIRO, A. J. **Analisando o desempenho de alunos do Ensino Fundamental em Álgebra, com base nos dados do SARESP.** 2001. 145 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica da Cidade de São Paulo, São Paulo, 2001. Disponível em: <https://sapientia.pucsp.br/handle/handle/11220>. Acesso em: 18jun. 2022.

TINOCO, L. A. A. **Álgebra:** Pensar, calcular, comunicar. 2 ed. Rio de Janeiro: UFRJ/IM, 2011. 111p.

Probabilidade Subjetiva no Ensino Médio: Uma proposta à luz do Letramento Probabilístico

Subjective Probability in High School: A proposal in the light of ProbabilityLiteracy

Probabilidad Subjetiva en la Enseñanza Media: una propuesta a la luz de la Alfabetización Probabilística

Anderson Rodrigo Oliveira da Silva[709]
Universidade Federal de Pernambuco (UFPE) – Centro de Educaçãohttps://orcid.org/0000-0002-6704-0512

José Ivanildo Felisberto de Carvalho[710]
Universidade Federal de Pernambuco (UFPE) – Campus Agrestehttps://orcid.org/0000-0003-3981-4805

Modalidade: Comunicação
Núcleo temático: Processos de ensino e aprendizagem da Matemática em diferentes modalidades eníveis educacionais

Resumo

O presente artigo tem como objetivo apresentar e discutir uma sequência de atividades sobre probabilidade à luz do significado subjetivo e do Letramento Probabilístico. Este texto é um recorte de um estudo dissertativo desenvolvido no âmbito de um programa depós-graduação em Educação Matemática de uma universidade pública brasileira. Propomos uma sequência de atividades com foco na etapa de escolaridade do Ensino Médio e baseadas no Letramento Probabilístico de Iddo Gal, que também se constitui como aporte teórico deste referido estudo. As atividades elaboradas e/ou adaptadas para a proposta didática emergiram por meio do aprofundamento com a literatura atual sobre ensino e aprendizagem da Probabilidade Subjetiva. Acreditamos que a sequência pode evidenciar uma maneira de refletir sobre o ensino e aprendizagem da probabilidade por meio da sua multiplicidade de significados. Este projeto é financiado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes).

709 anderson.osilva@ufpe.br
710 ivanildo.carvalho@ufpe.br

Palavras-chave: educação estatística**,** letramento probabilístico, probabilidade subjetiva,ensino médio.

Abstract

This article aims to present and discuss a sequence of activities on probability in the lightof subjective meaning and Probabilistic Literacy. This text is an excerpt from a dissertation study developed within the scope of a postgraduate program in MathematicsEducation at a Brazilian public university. We propose a sequence of activities focused on the schooling stage of High School and based on Iddo Gal's Probability Literacy, which also constitutes a theoretical contribution to this study. The activities elaborated and/or adapted for the didactic proposal emerged through the deepening with the currentliterature on teaching and learning of Subjective Probability. We believe that the sequencecan show a way of reflecting on the teaching and learning of probability through its multiplicity of meanings. This project is funded by the Coordination for the Improvementof Higher Education Personnel (Capes).

Keywords: statistical education, probability literacy, subjective probability, high school.

Resumen

Esta comunicación tiene como objetivo presentar y discutir una secuencia de actividadessobre probabilidad a la luz del significado subjetivo y la Alfabetización Probabilística.Este texto es un extracto de un estudio de disertación desarrollado en el ámbito de unprograma de posgrado en Educación Matemática en una universidad pública brasileña.Proponemos una secuencia de actividades enfocada en la etapa de escolarización de laEnseñanza Media y basada en la Alfabetización Probabilística de Iddo Gal, que tambiénconstituye un aporte teórico para este estudio. Las actividades elaboradas y/o adaptadaspara la propuesta didáctica surgieron por medio de la profundización con la literaturaactual sobre la enseñanza y aprendizaje de la Probabilidad Subjetiva. Creemos que lasecuencia puede mostrar una forma de reflexionar sobre la enseñanza y el aprendizaje de la probabilidad a través de su multiplicidad de significados. Este proyecto es financiado por la Coordinación de Perfeccionamiento del Personal de Educación Superior (Capes). ***Palabras clave***: educación estadística, alfabetización probabilística, probabilidadsubjetiva, enseñanza media.

Introdução

Desde os primórdios da civilização humana até a atualidade, uma das maiores curiosidades das pessoas tem relação com fenômenos preditivos, como por exemplo, verificar a probabilidade de vencer um jogo. A probabilidade entra na História da Matemática como uma área recente, com seus primeiros estudos sendo formalmente presentes nas cartas trocadas por Pascal e Bernoulli, ao tratá-la como a *Geometria do Acaso.* (Calabria & Cavalari; 2013)

Após vivermos décadas onde os currículos nacionais ainda se ajustavam para a entrada de um segmento de estudos da estatística e probabilidade, atualmente se faz indispensável seu ensino de modo que contemple todas as suas etapas ao adquirir diferentes significações. Seja em sua gênese relativa aos jogos de azar até os mais sofisticados modelos de previsão bayesianos.

Diferentes autores como Gal (2005; 2019) e Batanero (2005; 2006), defendem o ensino de probabilidade com um viés social, onde a mesma assuma papel de facilitar as tomadas de decisão em sala de aula e na vida, contemplando o entendimento de riscoprobabilístico, entre outras situações.

Apesar disso, dados presentes do Índice Nacional de Alfabetização (INAF)mostram que nossos estudantes não estão sabendo lidar com o tratamento de dados probabilísticos. Pesquisas como a de Moreira (2015), Silva (2021), e discussões no âmbito do GREF[711] (Grupo de Estudos em Educação Estatística) da UFPE, apontam para a necessidade de um direcionamento dos estudantes rumo as reflexões sobre as significações da probabilidade e a resolução de problemas envolvendo contextos reais navida dos mesmos.

Com o objetivo de apresentar e discutir uma sequência de atividades sobre probabilidade à luz do significado subjetivo e do LP, este artigo apresenta parte do estudo presente na dissertação em desenvolvimento que tem como objetivo investigar os conhecimentos de probabilidade subjetiva de estudantes do Ensino Médio. Apresentamos aqui a primeira proposição de sequência de atividades que visa conceber uma visão mais ampla da probabilidade, vivenciando seus significados.

Probabilidade e seus diferentes significados

A probabilidade tem sua gênese associada aos jogos de azar, passando a ter sua primeira menção nas trocas de correspondência entre Pascal e Fermat, recebendo o nomede "geometria do acaso". Tal qual outros ramos da Matemática, a probabilidade encontra-se com status de caçula entre suas linhas de pesquisa.

Em alguns países da Europa, como França e Espanha, é possível ver os costumesdas crianças tendo contato com a probabilidade a partir do osso Astrágalo, que historicamente, há provas da sua utilização há cerca de 40 anos nas apostas (Godino, Batanero & Cañizares; 1996).

[711] Visite-nos em: <<www.ufpepesquisas.wixsite.com/gref>>.

Figura 1.

Osso Astrágalo

Nesse sentido, a probabilidade tem seu estudo intrinsecamente ligado ao desenvolvimento dessas habilidades, com seus primórdios de matematização apresentados até na famosa obra de Dante, a Divina Comédia. Muitos nomes históricos como Huygens, Pascal, Jacob Bernoulli, Fermat, Thomas Bayes, entre outros, somaram-se na busca pela estruturação da probabilidade como um ramo da matemática.

Assim, à medida que o tempo passou e os avanços nos estudos da probabilidade encontraram novas descobertas, o conceito probabilístico tomou diferentes formas e significados. Tendo seu início ligado aos jogos de azar até à modelagem dos mais modernos fenômenos preditivos, a probabilidade tomou conta do seu espaço e ganhou aceitação na comunidade científica internacional.

Com isso, Batanero (2005), publica um trabalho elencando os principais significados da probabilidade tomando como base as resoluções históricas e como esses problemas foram abrangendo uma gama maior de aplicações. A seguir, detalharemos quatro destes, os quais serão objeto de estudo neste artigo.

Assim, iniciaremos a discussão a partir do *significado intuitivo* de probabilidade,já com seu início nas primeiras aplicações para modelagem de jogos de azar no intuito deperceber as probabilidades de ganho e perda, bem como para o jogador desenvolver as melhores estratégias. Normalmente, nesse significado, as atividades visam desenvolver ovocabulário probabilístico com expressões do tipo: certo, provável, muito provável, impossível, entre outras.

Já com os primeiros indícios de matematização no processo de quantificação da probabilidade, o *significado laplaciano* traz a ideia da quantificação por meio da razão entre o número de casos favoráveis pelo número de casos do espaço amostral

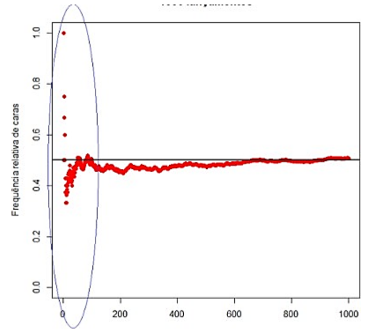
$$P(A) = \frac{\#(A)}{\#(\Omega)}$$

No entanto, nesse caso, é necessário atender aos pressupostos de equiprobabilidade entre os eventos do espaço amostral, ou seja, todos eles possuem a mesma chance de ocorrer.

Com isso, para sanar o problema com a equiprobabilidade dos eventos, o *significado frequentista* entende a probabilidade como a estabilização das frequências, ou seja, o experimento deve ser repetido em igualdade de condições. Diversos questionamentos são apontados, como por exemplo: a quantidade de repetições é o suficiente para declarar uma probabilidade? O que significa ter igualdade de condições nas repetições? Um exemplo seria o experimento de lançamento de uma moeda honesta,na qual a estabilização das frequências aponta um limite de 50% para a probabilidade desair cara, como aponta a figura 2.

Figura 2.

Estabilização das frequências do evento "cara" na simulação de 1000 lançamentos deuma moeda



Por fim, apresentaremos o último significado presente nesta comunicação na próxima seção, que discutirá pormenores do significado subjetivo da probabilidade.

Significado Subjetivo de probabilidade

O *significado subjetivo* de probabilidade, compreende a sua quantificação a partirde atualizações do evento com acontecimentos in loco, utilizando o Teorema de Bayes como instrumento quantificador (Bussab & Morettin; 2015). Diversos autores encontrammaneiras distintas de enunciar a probabilidade subjetiva, como grau de crença de um evento (Ross, 2015), probabilidade a posteriori (Degroot & Schervich, 2015), entre outros.

Um exemplo de aplicação do significado subjetivo de probabilidade é o Paradoxode Monty Hall, que entra com um jogo cujo participante precisa escolher uma das 3 portas apresentadas, onde somente em uma estará o prêmio. Em seguida, o apresentador,sabendo onde está o prêmio, revela uma das outras portas e o participante deve tomar umadecisão: permanecer na escolha inicial ou trocar de porta. Nisso, levamos em consideração uma probabilidade a priori: escolher uma das três portas; uma informação nova: revelação do conteúdo de uma das portas cujo prêmio não está nela; e uma probabilidade a posteriori: permanecer na escolha inicial ou não.

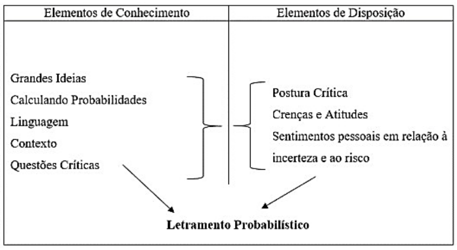
Estudos envolvendo a probabilidade subjetiva na sala de aula, voltados aos estudantes, ainda são escassos, tendo suas representações em Moreira (2015) e Rest (2004). Ambos os estudos convergem para uma interessante conclusão: os estudantes conseguiram articular conceitos probabilísticos de maneira coerente, quando confrontados com situações do significado subjetivo. A proposta de atividades que constanesse artigo leva em consideração a vivência dos significados de probabilidade até chegarmos à probabilidade subjetiva. Com isso, defendemos o ensino de probabilidade apartir de uma visão ampla de seus significados, por meio da vivência e confrontamento com as lacunas epistemológicas apresentadas em cada uma das interpretações de seu conceito.

Letramento Probabilístico

Para a pesquisa principal, da qual nasceu este artigo, nossa concepção de ensino de probabilidade passa por uma visão ampla de seus significados, bem como o entendimento do papel social da probabilidade na formação do estudante. Com isso, nosapoiamos nas premissas do Letramento Probabilístico, desenvolvido por Gal (2005), queo entende como a articulação entre elementos de conhecimento e dos disposicionais.

Quadro 1

Elementos do Letramento Probabilístico (Gal, 2005, tradução nossa)



Assim, os elementos de conhecimento são aqueles necessários para o entendimento teórico das situações retratadas em declarações probabilísticas (vertente usada nesta proposta de atividade). As *grandes ideias* utilizadas na nossa organização foram a variabilidade e aleatoriedades, os *cálculos probabilísticos* se referem aos algoritmos usados nas quantificações. Já os contextos foram diversos, no sentido de fazer com que os estudantes se deparem com situações comuns do seu cotidiano, e as *questõescríticas* são inerentes às análises das declarações probabilísticas e como as mesmas devemser julgadas e interpretadas.

Outrossim, no que se refere aos elementos de disposição, que são aqueles relacionados à postura, crenças e acaso, trabalhamos de formas variadas em cada questão,tentando sempre levar o estudante a confrontar suas ideias pré-concebidas e a analisar riscos que envolvem a tomada de decisão perante situações de incerteza.

Por fim, pontuamos que os elementos de disposição não estão desarticulados em relação ao dos conhecimentos, pelo contrário, um depende do outro para ser acionado. Gal (2005) entende que um cidadão alfabetizado probabilisticamente é capaz de fazer esse movimento de articulação entre essas gamas de conhecimento. Defendemos aqui o ensino de probabilidade por meio do desenvolvimento e afirmação de habilidades que conduzam os estudantes a serem ativos em suas realidades.

Diferentes estudos (Eugenio, 2019; Morais, 2017) apontam para a importância da probabilidade em contextos social e acadêmico para os estudantes, quando mobilizada por meio do Letramento Probabilístico. Assim, o ganho não se restringe apenas a decoraralgoritmos e resolver situações-problema de origens fictícias. Articular o conhecimento teórico e prático já é uma demanda presente na BNCC e que comunga com os pressupostos do LP.

Metodologia

Este artigo apresenta parte de um estudo dissertativo em andamento, que tem como objetivo investigar os conhecimentos sobre probabilidade subjetiva de estudantes do Ensino Médio. Nesta comunicação, nosso objetivo é apresentar e discutir umasequência de atividades sobre probabilidade à luz do significado subjetivo e do Letramento Probabilístico.

O presente estudo tem por base a metodologia qualitativa (Creswell, 2007), utilizando para a análise de cada questão os pressupostos do Letramento Probabilístico ecaracterísticas do significado subjetivo de probabilidade. Assim, elaboramos uma sequência de atividades que obedeceram a alguns critérios previamente definidos, tais como: os problemas devem obedecer a contextos reais, que se distanciem das raízes nosjogos de azar e que os mesmos permitam multiplicidades de raciocínios.

A partir disso, apresentamos as questões utilizadas e as devidas justificativas. Acreditamos que devemos adotar uma abordagem de forma a criar uma gradação na complexidade dos problemas em probabilidade, bem como avaliar o contato com os principais significados até que se chegue ao significado subjetivo.

Com isso, estudos como o de Verbisck e Bittar (2019), que estudam a abordagemde probabilidade nos livros didáticos, apontam para a aparição majoritária de problemas referentes aos significados clássico e frequentista, com o último ainda carente de contextualizações que promovam o entendimento dos obstáculos encontrados na própriaessência do significado, tais como, a quantidade de repetições ser significativa ou não, oque se entende por igualdade de condições, entre outros.

Proposta Didática: Probabilidade Subjetiva

Como já mencionado anteriormente, a sequência de atividade obedece aos critérios do Letramento Probabilístico de Gal (2005). Assim, elaboramos as situações- problema obedecendo a uma gradação entre o que os estudantes mais tem contato com seus livros didáticos até as situações mais novas, com exigência de raciocínio e tomada de decisão envolvendo risco probabilístico[712] e conscientização social, bem como atividades adaptadas.

Problema 1

Em uma caixa há quatro smartphones, sendo que desses, dois encontram-se defeituosos. Mário e Rita devem escolher um telefone para si, mas não podem repetir a retirada da caixa, ou seja, se pegar um telefone com defeito, ficará com ele mesmo assim. Mário retirou primeiro que Rita, e seu telefone veio com defeito. Agora é a vez de Rita, e com isso podemos concluir que:

a) É mais provável que o telefone de Rita seja defeituoso
b) É mais provável que o telefone de Rita não seja defeituoso
c) A probabilidade do telefone de Rita ser defeituoso é a mesma de estar funcionamento corretamente.

Na primeira questão escolhemos um problema semelhante ao que se encontra noslivros didáticos tradicionais, envolvendo o raciocínio no contexto de retiradas sucessivas.Com isso, o estudante é levado a pensar nos conceitos básicos dos espaços de probabilidade, tais como a definição do espaço amostral, se o mesmo é afetado pela primeira retirada ou não, independência de eventos, bem como a questão da coerência nasdeclarações probabilísticas,

[712] Nessa sequência de atividades, entendemos o risco probabilístico basicamente como o risco de se apostarem um evento onde sua probabilidade de ocorrência é menor, mas mesmo assim, pode-se tomar o risco deescolher esse mesmo evento.

dado que ele deve raciocinar sobre as chances de ocorrênciados eventos em um experimento com dupla retirada.

Já no que se refere aos campos cognitivos do Letramento Probabilístico, essa nãoé uma questão que envolve grande quantidade de elementos. Em sua composição estão presentes as ideias de variabilidade, cálculo de probabilidades por meio de algoritmos dentro do conhecimento matemático, seu vocabulário também não é rebuscado nem visa desenvolver majoritariamente as expressões comuns do campo probabilístico, tais como,“é possível”, “é provável”, “impossível”, “pouco provável”, dentre outras.

Problema 2

O segundo problema proposto na sequência de atividades apresenta como objetivo principal retomar as ideias centrais no trabalho com probabilidade, e articulação da elaboração e leitura de declarações probabilísticas. Defendemos aqui um conceito proposto por Gal (2019), ao elencar contextos significativos para problematização com os estudantes. Assim, escolhemos um teste de antígenos para detecção do vírus da covid

– 19 comercializados em farmácias e hospitais em geral. Apresentamos abaixo a formulação do problema.

Você sabe interpretar testes para Covid – 19?

Primeiramente, precisamos entender dois conceitos básicos: a sensibilidade e a especificidade.

A *sensibilidade* é definida como a capacidade que um teste tem em identificar uma pessoa verdadeiramente doente, dentre pessoas que apresentam apenas a suspeita da doença. A *especificidade*,por sua vez, é definida como a capacidade do teste apresentar um resultado negativo em indivíduos que não possuem a doença. Um fabricante disponibiliza em seu site web a seguinte informação:

Disponível em: <<https://ecodiagnostica.com.br/diagnostico-rapido/covid-19-ag-eco-teste/>>.

Após uma leitura atenta, responda às seguintes perguntas:

a) Como você interpretaria as porcentagens de sensibilidade e especificidade mencionadas no banner do teste?

b) Você considera confiável os resultados fornecidos por esse teste?

c) Imagine que um profissional de saúde, ao fazer o referido teste, demora aproximadamente 1 hora para verifica-lo, como você avalia as condições da sensibilidade e especificidade do teste?

d) Em uma determinada capital, a chance de um indivíduo contrair coronavírus é de, aproximadamente, 12% em uma situação de cuidados sistemáticos (uso de álcool em gel ou 70%, máscaras, entre outros). Imagine que uma pessoa apresenta os sintomas de Covid-19, ao mesmo tempo que toma as devidas precauções contra a infecção pela doença. Qual a probabilidade de o teste acusar positivo e essa pessoa estar infectada?

Nessa questão, começamos a abordar nos itens (a) e (b), temas relativos àinterpretação de declarações probabilísticas fornecidas pelo fabricante do teste, bem como os significados dos termos sensibilidade e especificidade. Em termos do vocabulário probabilístico, relacionamos com as mensagens definidas nas probabilidades condicionais *P(A|B): Probabilidade de A ocorrer, dado que B ocorreu* e *P(B|A): probabilidade de B ocorrer dado que A ocorreu.* Como Gal (2019; 2005) aponta, no Conhecimento Matemático e Conhecimento de Contexto, presentes nos Elementos de Conhecimento do Letramento Probabilístico, nesses itens exploramos as informações e instigamos o estudante a pensar nessas declarações, fazendo uso de uma situação real.

Já no item (c), abordamos um acontecimento na realização do experimento (realização do teste) que envolve a habilidade de um profissional de saúde ao manusear o referido teste durante um exame. Com isso, instigamos o estudante a pensar sobre comoum acontecimento secundário influenciaria nas respectivas probabilidades da especificidade e sensibilidade do teste; fazendo assim, com que, ao se deparar com uma situação, o estudante possa atualizar suas estimativas probabilísticas in loco com os eventos simultâneos. Essa é uma premissa marcante do significado subjetivo de probabilidade, dado que o experimento sofre uma atualização na quantificação probabilística. Porém, nesse caso, salientamos que não está envolvido nenhum processo de quantificação por meio de cálculo, a resposta incidirá sobre o significado intuitivo, levando em conta a experiência e conhecimento prévio.

E ao fim, fechamos com uma situação de cálculo de probabilidades com o uso da probabilidade condicional, a partir de uma situação hipotética, porém com contexto real. Esperamos que o estudante possa raciocinar sobre os dados ao passo que introduz seus conhecimentos de algoritmos probabilísticos ao quantificar a resposta.

Problema 3

Para a situação-problema número três, indicamos uma vivência anterior baseada em situação real, envolvendo o caso de Angelina Jolie (que realizou uma operação preventiva do câncer de mama retirando os seios), para posteriormente discutir os conceitos probabilísticos envolvidos na mesma.

BRCA é a abreviatura de Breast Cancer gene 1 ou 2. BRCA1 e BRCA2 são dois genes diferentes que afetam as chances de uma pessoa desenvolver câncer de mama e ovário.

Todas as pessoas possuem genes BRCA1 e BRCA2. Apesar do que os seus nomes possam sugerir, os genes BRCA não causam o câncer de mama. É importante mencionar que esses genes normalmente desempenham um papel na prevenção do câncer de mama. Eles ajudam a reparar quebras do DNA que podem levar ao câncer e ao crescimento descontrolado de tumores. Por essa razão, os genes BRCA são conhecidos como genes supressores do tumor.

No entanto, em algumas pessoas, esses genes supressores do tumor não funcionam corretamente. Quando um gene é alterado ou danificado, não realiza mais sua função de forma programada e podem, então, ocasionar o desenvolvimento do câncer. Isso é denominado mutação genética.

(Disponível em: << http://www.oncoguia.org.br/conteudo/brca/13919/1227/>>)

(Farber e Larsson, 2015, p.146, adaptado)

Uma pesquisa mostrou que aproximadamente 1 em 400 mulheres carregam uma mutação do gene BRCA. Cerca de 6 em cada 10 mulheres com essa mutação desenvolvem câncer de mama.

(*Fonte: National Cancer Institute.*)

a) Encontre a probabilidade de uma mulher desenvolver câncer de mama dado que a mesmacarrega o gene BRCA.
b) Se você se encontrasse na situação de carregar uma mutação genética do gene BRCA, qualseria sua opinião em relação a um processo cirúrgico de prevenção? Considere todas as possibilidades.

Com esse problema, esperamos fechar as vivências relativas ao que tange os significados mais comuns da probabilidade, mantendo uma vivência ampla, com participação ativa dos estudantes. A sequência foi inspirada em trabalhos como os de Silva (2021), Gal (2019).

Considerações

O trabalho propôs uma sequência de atividades para trabalhar a probabilidade desde uma visão ampla no que se refere aos seus significados. Cada tarefa tem um objetivo diferente no caminho de tornar o ensino e aprendizagem da probabilidade uma atividade que dá conta da maioria dos seus problemas epistemologicamente falando.

Salientamos como cada problema proposto, à exceção do primeiro, envolveu temas do cotidiano dos estudantes, bem como situações que os mesmos são levados a tomar decisões tendo em conta o risco probabilístico. Ao comungar com os preceitos doLP, esperamos que a aplicação obtenha resultados semelhantes a outras pesquisas, comoas de Eugenio (2019) e Morais (2017), que tiveram respostas satisfatórias quanto aos níveis cognitivos e disposicionais dos estudantes.

Contudo, por ser parte de um estudo da pesquisa principal que irá compor a dissertação, a mesma está sujeita a alterações de acordo com os avanços teóricos e experimentais dessa atividade, dado que a mesma terá sua validação analisada após aplicação em uma turma de Ensino Médio.

Esperamos com essa sequência, que os estudantes, ao final, sejam capazes de mobilizar seus conhecimentos na busca por soluções práticas de problemas com diversos olhares. Trabalhando desde o significado intuitivo até o subjetivo, esperamos que cada problema dê conta de uma parte dos obstáculos encontrados historicamente no desenvolvimento da probabilidade.

Assim, acreditamos que o ensino deve ser pautado em situações relevantes, que levem os estudantes a estimular suas habilidades, tanto matemáticas quanto sociais. Comessa proposta, desenvolvida no contexto de um programa de mestrado, pretendemos oferecer aos docentes uma fonte de ajuda na proposição e reflexão sobre o ensino e aprendizagem da probabilidade.

Referências

Batanero, C. (2005). Significados de la probabilidad en la educación secundaria. *Revista Latinoamericana de Investigacion en Matematica Educativa*, México, v. 8, n. 3, p.247-263.

Creswell, J.W. (2007). *Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto*; tradução Luciana de Oliveira da Rocha – 2ed – Porto Alegre: Artmed.

Degroot, M.H., Schervish. (2012). *Probability and Statistics*. Boston: Pearson Education.

Eugenio, R.S. (2019). *Letramento probabilístico nos anos finais do ensino fundamental:um processo de formação dialógica com professores de matemática*. Universidade Federal de Pernambuco Programa de Pós-Graduação Em Educação Matemática E Tecnológica (Curso De Doutorado). Recife. https://repositorio.ufpe.br/bitstream/123456789/38245/1/TESE%20Robson%20da%20Silva%20Eug%C3%AAnio.pdf

Gal, I. (2005). Towards 'probability literacy' for all citizens. In: JONES, Graham A. (ed.). *Exploring probability in school*: Challenges for teaching and learning. (p. 43-71) Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Gal, I. (2019). Understanding Statistical Literacy: about knowledge of contexts and models. In: *Congresso Internacional Virtual De Educação Estatística*, 3, (p. 1- 12). Granada. Actas...Granada, Espanha: CIVEEST.

Godino, J. D., Batanero, C., Cañizares, M. (1987). J. *Azar y probabilidad. Fundamentos didácticos y propuestas curriculares*. Madrid: Síntesis.

Moreira, A.P.M. (2015). *Aplicações da teoria da decisão e probabilidade subjetiva emsala de aula do ensino médio*. Universidade Estadual de Campinas – Imecc. Campinas – SP. https://observatoriodeeducacao.institutounibanco.org.br/api/assets/c8146566- 1f43-4660-b5d1-fcc5c3b2c704/

Silva, A.R.O. (2021). Conhecimentos de estudantes do ensino médio acerca deprobabilidade subjetiva. *Anais do Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática*. Campina Grande (PB) UEPB. https//www.even3.com.br/anais/xxvebrapem/454584-conhecimentos-de estudantes-do-ensino-medio-acerca-de-probabilidade-subjetiva.

Dificuldades no processo de ensino e aprendizagem da Matemática após o retorno das aulas presenciais em uma escola estadual paulista

Difficulties in the mathematics teaching and learning process after the return of in-person instruction in a public school in São Paulo

Dificultades en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas tras el regreso a clases presenciales en una escuela pública de São Paulo

Rosangela Eliana Bertoldo Frare[713]
Secretaria Estadual de Educação – SEE-SP
Orcid: 0000-0002-5009-2981

Cidinéia da Costa Luvison[714]
Secretaria Estadual de Educação – SEE-SP; Centro Universitário de Itapira- UNIESI
Orcid: 0000-0001-5141-8819

Modalidade: Comunicação oral
Núcleo Temático: Processos de ensino e aprendizagem da Matemática em diferentes modalidades e níveis educacionais

Resumo

Este texto refere-se ao relato de uma experiência vivenciada por duas professoras e pesquisadoras com trajetórias perpassadas pela Educação Matemática, e que atualmente são gestoras de uma escola da rede pública de ensino do estado de São Paulo. Trata-se de uma escola localizada no interior paulista, que atende alunos dos Anos Finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio. O objetivo é analisar o processo de ensino e aprendizagem da Matemática após o retorno das aulas presenciais com a totalidade dos alunos no ano 2022, passados quase dois anos de ensino remoto e presencial com revezamento, devido à pandemia de Covid-19. Para isso, o texto está fundamentado na perspectiva histórico-cultural. A partir das narrativas dos professores de Matemática, do acompanhamento pedagógico e de algumas mediações realizadas pela equipe gestora com os alunos de algumas turmas, discute-se sobre o impacto da pandemia na aprendizagem dos alunos e no trabalho docente, considerando a adequação das aulas durante os anos 2020 e 2021. Evidenciam-se as dificuldades que alunos e professores vem enfrentando nesse processo: alunos quanto à elaboração conceitual em Matemática e professores em relação ao próprio planejamento pedagógico, mediante ao contexto apresentado.

[713] robertoldo81@hotmail.com
[714] cidineiadacosta.luvison@gmail.com

Palavras-chave: Educação Matemática, pandemia de Covid-19, retorno das aulas presenciais, escola pública estadual paulista, processo de ensino e aprendizagem.

Abstract

This text is an account of an experience lived by two teachers and researchers with careers in Mathematics Education, who are currently administrators of a public school in the state of São Paulo. This is a school located in the interior of the state of São Paulo, which serves students in middle school and high school. The objective is to analyze the mathematics teaching and learning process after the return of in-person education with all students in the year 2022, after almost two years of remote and hybrid instruction due to the Covid-19 pandemic. To this end, the text is grounded in the cultural-historical perspective. Based on the narratives of mathematics teachers, pedagogical monitoring and some mediations performed by the administrative team with the students of some classes, we discuss the impact of the pandemic on student learning and on teaching work, considering the adaptation of classes during the years 2020 and 2021.The difficulties that students and teachers have been facing in this process are evidenced: students regarding the conceptual elaboration in Mathematics and teachers regarding their own pedagogical planning, given the context presented.

Keywords: Mathematics Education, Covid-19 pandemic, return to in-person instruction, São Paulo state public school, teaching and learning process.

Resumen

Este texto relata una experiencia vivida por dos profesoras e investigadoras con trayectoria en Educación Matemática, y que actualmente son directivas de una escuela pública en el estado de São Paulo. Es una escuela situada en el interior del estado que atiende a los alumnos de educación secundaria y bachillerato. El objetivo es analizar el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas tras la vuelta a las clases presenciales con todos los alumnos en 2022, después de casi dos años de enseñanza a distancia e híbrida a causa de la pandemia de Covid-19. Para ello, el texto se basa en la perspectiva histórico-cultural. A partir de las narrativas de los docentes de matemática, del monitoreo pedagógico y de algunas mediaciones realizadas por las directivas con estudiantes de algunas clases, se discute el impacto de la pandemia en el aprendizaje de los estudiantes y en el trabajo docente, considerando la adecuación de las clases durante 2020 y 2021. Se evidencian las dificultades que alumnos y profesores han enfrentado: los alumnos en cuanto a la elaboración conceptual en Matemáticas y los profesores en cuanto a su propia planificación pedagógica, a través del contexto presentado.

Palabras clave: Educación Matemática, pandemia de Covid-19, regreso a clases presenciales, escuela pública del estado de São Paulo, proceso de enseñanza y aprendizaje.

Introdução

Somos[715] duas professoras e pesquisadoras, cujas trajetórias profissionais e acadêmicas foram perpassadas pela Matemática, pois atuamos e desenvolvemos nossas pesquisas de Mestrado e Doutorado em Educação com foco nessa área do conhecimento. Em 2018, assumimos a gestão de uma de uma escola pública da rede de ensino do estado de São Paulo, localizada no interior paulista, em um município com cerca de 14 mil habitantes. A escola compreende o ensino nos Anos Finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio, totalizando, atualmente, 658 alunos.

Desde então, estamos realizando um trabalho em parceria colaborativa, pautado em ações e reflexões realizadas a partir do diálogo, baseadas em nossas experiências e crenças. Nosso maior foco sempre foi a aprendizagem e o desenvolvimento dos alunos. Nessa caminhada, foram muitos os desafios com os quais já nos deparamos. Até o momento, vivenciamos três fases distintas na educação pública paulista: a normalidade antes da pandemia, de março de 2018 a março de 2020; as adequações no ensino devido à chegada da pandemia de Covid-19, de março de 2020 a dezembros de 2021, e o retorno ao ensino presencial com a totalidade de alunos, a partir de fevereiro de 2022.

Desse modo, no presente relato de experiência, objetivamos analisar o processo de ensino e aprendizagem da Matemática após o retorno das aulas presenciais com a totalidade dos alunos em 2022, passados quase dois anos de ensino remoto e presencial com revezamento, devido à pandemia de Covid-19. Com esse propósito, primeiramente, apresentamos a fundamentação teórica. Em seguida, expomos as adequações na rede de estadual paulista com a chegada da pandemia e as particularidades do ensino da Matemática nesse contexto. A partir disso, discutimos sobre o impacto da pandemia na aprendizagem dos alunos e no trabalho docente com o retorno das aulas presenciais em 2022. Por fim, tecemos as considerações finais.

Contribuições da perspectiva histórico-cultural para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática

A teoria histórico-cultural[716], estudada de modo aprofundado por Lev S. Vigotski, oferece-nos muitos subsídios para pensarmos sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática. Nessa perspectiva, “a aprendizagem constitui-se no processo de apropriação e transformação

[715] Por ser um relato de uma experiência conjunta entre as duas autoras, será usada a 3ª pessoa do plural.
[716] Teoria bastante ampla, aqui abordada brevemente pela limitação do número de páginas.

dosaber socialmente elaborado, não sendo imanente ao sujeito, mas construída na relação mediada pelo outro e pela cultura" (Palangana, Galuch & Sforni, 2002, p. 113). Desse modo, tal processo é perpassado pelas relações de ensino, pela mediação do outro epela elaboração conceitual.

A mediação semiótica e pedagógica, conforme apontam Frare, Dias e Dainez (2017), é responsável por apoiar a relação do aluno com o conhecimento e as possibilidades de elaboração conceitual. A elaboração conceitual, por sua vez, é "fruto de um trabalho com a significação" (Frare, Dias & Dainez, 2017, p. 93). De acordo com a teoria vigotskiana o conhecimento e as relações que são internalizadas por cada sujeito são entendidas como a *significação*. Esse processo é possível na relação entre as pessoas, na troca, na partilha de conhecimentos e pelas linguagens, enfim na relação com o outro. Nesse processo dinâmico entre os sujeitos ocorre as significações e é também onde se dá o processo de construção do pensamento e da linguagem (Vigotski, 2009). Nessa mediação entre pensamento e linguagem (linguagem aqui entendida como gestos, leitura, registros, fala, cálculo, desenho e tantas outras formas comunicativas) os instrumentos são construídos, organizados e significados.

Nesse processo mediador, os sistemas de sinais e instrumentos permitem que a palavra seja compreendida como um signo que permite e representa esse desenvolvimento de ações, de interlocução e a produção de significações, por isso é de extrema importância compreender o meio social, as interlocuções e as relações construídas como parte decisiva, mediadora e constitutiva das significações. Segundo Vigotski (2000, p. 26) "todas as formas de comunicação verbal do adulto com a criança tornam-se mais tarde funções psicológicas. [...]" ou seja, essas funções ocorrem "primeiro no social, depois no psicológico, primeiro entre as pessoas como categoria interpsicológica, depois – dentro da criança".

Esse processo interpsicológico (dentro dos sujeitos) e intrapsicológico (nos espaços sociais, externos aos sujeitos) forma um conjunto importante para o desenvolvimento, para a apropriação dos conceitos, para as significações. A troca constante de experiências, o olhar do outro em relação aos instrumentos dispostos e constitutivos da sala de aula, formam um todo para o processo de desenvolvimento e elaboração de conceitos. Os conceitos são significados a partir do momento que a criança, o adolescente ou o adulto produzem sentidos em meio a diversos contextos. Em muitos casos, as experiências trazidas em torno do mesmo conceito contribuem para que sejam mobilizadas novas significações, novos olhares e entendimentos diante do conceito, são nessas relações que os sujeitos são constituídos e se desenvolvem.

As adequações na rede estadual paulista com a pandemia e o processo de ensino e aprendizagem da Matemática

Com a chegada da pandemia de Covid-19 no Brasil e o aumento constante do número de casos confirmados, a rede de ensino pública do estado de São Paulo saiu da normalidade. A Secretaria da Educação Estadual adotou medidas emergenciais, trazendo adequações a fim de que o ensino tivesse continuidade e o ano letivo não fosse perdido. Em meados de março de 2020, houve interrupção das aulas e antecipação do recesso escolar e das férias docentes. A partir do final de abril o ensino passou a ser apenas remoto, com a criação do aplicativo Centro de Mídias SP (CMSP), ocorrendo a exibição de aulas de todos os componentes curriculares distribuídas entre os dias da semana, de acordo com a carga horária da série/ano, para toda a rede. Tratava-se de aulas ministradas por professores especialistas e transmitidas ao vivo dos estúdios instalados na sede da Escola de Formação dos Profissionais da Educação (EFAPE).

Tais aulas pautavam-se, conforme descreve Skovsmose (2007) no paradigma do exercício, uma vez que, centra-se na exposição do conteúdo e de técnicas de resolução pelo professor, explicação de exemplos, proposição de exercícios para serem resolvidos individualmente com a aplicação das técnicas apresentadas, tendo como foco a obtenção de um único resultado correto, sem preocupação com estratégias de resolução, ideias matemáticas mobilizadas, socialização das ideias, problematizações, investigações. De acordo com Palangana, Galuch e Sforni (2002, p. 116), em aulas que predominam esse tipo de abordagem, não há preocupação com a aquisição ou formação de conceitos, a elaboração de novos significados. “Os textos, exemplos e exercícios levam, tão somente, à identificação de conceitos.”

Além disso, os professores elaboravam e propunham tarefas para suas turmas em forma de roteiros de estudos, quinzenalmente, no *site* da escola, a partir das habilidades trabalhadas pelo Centro de Mídias. Esses roteiros seguiam a mesma linha metodológica das aulas transmitidas por meio do aplicativo: introdução ao assunto, exemplos e exercícios de aplicação. As intervenções pedagógicas eram realizadas via *WhatsApp*, cujo recurso, embora fosse a maneira mais acessível para que o professores pudessem se comunicar com seus alunos, não oportunizava uma mediação efetiva, já que ocorria apenas uma conversa com frases escritas ou faladas, muitas vezes, curtas, apenas entre o professor e um único aluno, e, sem a presença de gestos, de apontamentos, de diálogo, de problematizações, que conduzissem intencionalmente o olhar do aluno para avançar em suas aprendizagens. Alguns solicitavam também a entrega de relatórios de acompanhamento das aulas de sua disciplina do CMSP. Para os alunos que não tinham acesso aos recursos tecnológicos suficientes para acompanhar as aulas e receber as atividades a escola disponibilizava tais roteiros de tarefas impressos. Para esses casos, na maioria das vezes, não havia a possibilidade de realização da mediação pedagógica, já que alguns não possuíam *Whatsapp* e, nem mesmo, celular.

No final do ano de 2020, houve o retorno das aulas presenciais em algumas escolas da rede, porém não foi o caso da nossa, uma vez que essa ação estava atrelada à decisão municipal. Deste modo, o ano letivo foi encerrado tendo como recurso para avaliação dos alunos a realização e entrega das atividades propostas e as atividades de recuperação com determinada quantidade de questões de múltipla escolha de cada componente curricular.Em fevereiro de 2021, foi anunciada a retomada das aulas presenciais em escala de revezamento de alunos, respeitando o limite diário de 35% e de modo não obrigatório. O ensino oferecido passou, então, a ser considerado híbrido, pois, pressupunha-se que, os grupos de alunos que participassem presencialmente nos horários regulares das aulas, continuassem acompanhando as aulas pelo CMSP, bem como, realizassem as tarefas disponibilizadas sob a forma de questões de múltipla escolha pelos professores das aulas transmitidas, por meio do próprio aplicativo. Aos alunos apenas era oferecida a visualização de quais questões haviam respondido ou não, e os professores,na plataforma Secretaria Escolar Digital (SED), somente tinham acesso ao número de questões que haviam sido respondidas por cada aluno.

De acordo com a organização inicial proposta pela rede, os alunos que estariam presencialmente na escola em uma a cada três semanas, assistiriam às aulas pelo CMSP nas demais semanas. Previa-se também, que os que optaram por ficar somente no modo remoto, veriam as aulas do CMSP e seriam acompanhados pelos professores. Contudo, na prática, em nossa escola, o previsto não ocorreu, poiso ensino híbrido pressupõe que o aluno ora realize atividades presencialmente na escola, ora as faça *online*, e que ambas estejam associadas, se complementando. Devido a não obrigatoriedade de frequência presencial de todos os alunos e o fato de muitos não terem acesso aos recursos tecnológicos necessários para acompanhamento das aulas do CMSP, entre outros motivos, o trabalho pedagógico realizado pela escola precisou ser repensado de modo a atender os alunos que estavam em diferentes movimentos de ensino e aprendizagem. No que diz respeito aos que optaram por não participar das aulas presenciais naquele momento, tínhamos aqueles que: acompanhavam o ensino de modo remoto; não acompanhavam o ensino de modo remoto porque não dispunham de acesso à internet; tinham possibilidade de acesso para o ensino remoto, mas não estavam acompanhando por falta de interesse ou estimulo, por não compreensão ou desconhecimento do que era necessário fazer. Quanto aos que escolheram ir para a escola, havia aqueles que: tinham acesso aos recursos tecnológicos e estavam participando das aulas remotas; tinham acesso a tais recursos, mas não estavam participando por diversas razões; não tinham acesso aos recursos para participar das aulas remotas.

Em março de 2021, com o aumento do número de casos de pessoas infectadas, o atendimento presencial nas escolas foi limitado aos alunos mais vulneráveis, e antecipou-se o recesso escolar, novamente. No mês de abril, ocorreu o retorno com atendimento reduzido de alunos. Devido a esse contexto, os alunos que não estavam frequentando as aulas presencialmente passaram a ser avaliados nas disciplinas unicamente pelo número de questões realizadas no CMSP bimestralmente. Desse modo, eles foram percebendo que não precisavam realizar as resoluções nas questões de Matemática, registrar as estratégias de resolução utilizadas, tampouco, ler e compreender os problemas. Com isso, foram perdendo o hábito de leitura e compreensão de problemas matemáticos, de levantamento de hipóteses, de registro, de comunicação de ideias. O processo de elaboração conceitual ficou comprometido, pois,

> [...] para que de fato se aprendam conceitos e não apenas palavras ou procedimentos vazios de significado, é necessário que o estudante atue mentalmente com o conceito [...] implica a participação efetiva do aluno na elaboração da síntese conceitual, na qual estão aliados pensamento e linguagem” (Sforni, 2015,p. 386).

Quanto aos que estavam comparecendo às aulas em esquema de revezamento, a avaliação variava entre as tarefas realizadas em sala e as realizadas pelo aplicativo. O conteúdo matemático abordado versava, principalmente, sobre as habilidades essenciais determinadas pela Secretaria da Educação e,as habilidades a serem retomadas, organizadas no material didático Aprender Sempre.

De agosto a outubro, o número de alunos presencialmente foi crescendo, respeitando o distanciamento de um metro dentro da sala de aula e de modo não obrigatório. Em novembro, os alunos foram obrigados a frequentar as aulas, salvo algumas exceções como as gestantes e os que possuíam comorbidades comprovadas. Como se tratava de um curto período de tempo, visto que o ano letivo se encerraria em dezembro, houvecerta flexibilidade em alguns casos, e, consequentemente, nem todos os alunos retornaram às atividades escolares presenciais.

Todo o cenário apresentado, trouxe implicações para a aprendizagem dos alunos e para o trabalho docente no retorno às aulas presenciais em 2022. A seguir, apresentamos episódios vivenciados após o referido retorno na escola em que atuamos, discutindo sobre o impacto dos dois anos anteriores no ensino da Matemática.

O processo de ensino e aprendizagem da Matemática com o retorno das aulas presenciais

As narrativas dos professores de Matemática da escola, o acompanhamento pedagógico e algumas mediações realizadas por nós com algumas turmas, nos trazem indícios a respeito do impacto da pandemia na aprendizagem dos alunos e no trabalho docente, levando em considerando a adequação das aulas durante os anos 2020 e 2021. Desde que se iniciou o ano letivo de 2022, algo recorrente nas narrativas dos professores de Matemática da escola refere-se ao quanto está sendo difícil o desenvolvimento do trabalho pedagógico dentro das salas de aula. Um episódio ocorreu na reunião para elaboração do plano de melhoria do Método de Melhoria de Resultados (MMR), uma prescrição que envolve estabelecimento de metas, planos de melhoria e controle sistemático das ações. Foi o primeiro momento em que os professores tiveram espaço para apontar os problemas mais urgentes da escola, após o retorno presencial com a totalidade de alunos. No que diz respeito à Matemática, conforme pontuado na reunião, a prioridade deveria ser o Ensino Médio, pois, das etapas atendidas pela escola, a partir do diagnóstico realizado pelos professores, era nela que se concentrava uma das maiores problemáticas da escola. Nessa ocasião, algo bastante recorrente na fala do corpo docente foi: o desenvolvimento do raciocínio-lógico; a falta de conhecimentos prévios do Ensino Fundamental; a dificuldade de compreensão e apropriação de novos conceitos, gerando desinteresse; a impossibilidade de acompanhamento dos alunos com dificuldades de aprendizagem, devido às salas numerosas; o fato de os alunos não conseguirem avançar. Diante desses apontamentos, planejamos algumas ações que estão sendo desenvolvidas, mas, tendo em vista que a aprendizagem é um processo, não é algo imediato, e por consequência, ainda não foram percebidos resultados significativos.

As Aulas de Trabalho Pedagógico Coletivo (ATPC), espaços em que os professores de Matemática teriam a possibilidade de conversar, trocar ideias e compartilhar experiências, tornaram-se momentos de cumprimento de tarefas predeterminadas pela Secretaria Estadual de Educação, com transmissões pelo CMSP. Não há disponibilidade de tempo para a discussão de questões voltadas ao contexto escolar no qual os professores estão inseridos e, tampouco, a proposição de formações que atendam às necessidades da escola. Nas brechas que encontramos, ou até mesmo, em conversas informais, procuramos dar voz e ouvir os professores da disciplina.

Nessas oportunidades, temos algumas narrativas dos professores a respeito de como tem sido o processo de ensino e aprendizagem em 2022. O professor Pedro[717], por exemplo, relatou: "*Eu estou tendo que reforçar bastante com os 2ºs anos a questão da leitura do enunciado. Ás vezes é uma coisa tão simples que está pedindo no exercício e não conseguem compreender... Daí eu vou lendo com eles pausadamente, e mesmo assim, alguns não entendem. Parece que eles perderam o hábito de ler... Querem que a gente diga como faz."* O distanciamento dos alunos em relação aos processos comunicativos de leitura, de troca de ideias, das significações dos atos de linguagem, fez com que a leitura perdesse seu sentido e se configurasse como um processo vazio, distante.

Tivemos também o desabafo da professora Maria: *"Eu fico perdida... não sei se eu sigo o Currículo ou o Aprender Sempre. O Aprender Sempre é revisão, mas eles também não acompanham. Tem coisas ali que eu não passo, pois eu começo e me arrependo por que eles não vêem sentido nenhum. Tem conteúdo que eu preciso escolher só alguns exercícios, ou deixar mais simples do que o que está lá, para que eles consigam fazer. Eles não sabem o básico. Parece que esqueceram o que aprenderam antes. Daí a gente retoma em um dia e no outro já não sabem mais fazer. Daí desanimam e não querem fazer"*. O material Aprender Sempre mencionado pela professora foi organizado pela rede com o intuito de trazer sequências de tarefas que reúnem habilidades essenciais, de Língua Portuguesa e Matemática, contemplando conhecimentos prévios de séries/anos anteriores considerados imprescindíveis para que os alunos possam avançar nas aprendizagens previstas para a série/ano em que estão matriculados, de acordo com o Currículo Paulista. Contudo, concomitante ao uso desse material, os professores tinham que trabalhar também com a apostila Currículo em Ação, que traz os conteúdos correspondentes à série/ano que o aluno cursa. Isso dificulta e torna bastante

---

[717] Os nomes citados são fictícios.

complexa a organização do trabalho pedagógico, uma vez que, o professor não consegue trabalhar de modo efetivo com todos os conceitos que os materiais abrangem, considerando o contexto de suas salas de aulas atuais.

Sua narrativa também traz mais duas questões preocupantes. A primeira refere-se ao fato de observar que seus alunos não possuem conhecimentos matemáticos básicos e pressupõe que eles esqueceram o que estudaram antes da pandemia. Cabe aqui uma reflexão: Eles esqueceram ou trata-se de procedimentos que haviam apenas memorizado, sem a apropriação do conceito? A segunda, diz respeito ao material Aprender Sempre, que, embora destinado à revisão de conceitos, está organizado de modo não suficiente ao atendimento das necessidades dos alunos, não fazendo sentido para eles, exigindo dela planejamentos e adaptações que muitas vezes não trazem os resultados esperados, deixando-a angustiada. Ao ser orientada a priorizar as necessidades dos alunos no momento, aquilo que faça sentido para eles, e que possibilite que eles avancem, a professora coloca um questionamento: *"Mas daí vem as provas cobrando o Currículo e eles não viram?"*. Ela se refere às avaliações externas implantadas na rede estadual, denominadas de Avaliações da Aprendizagem em Processo (AAP)e Sequências Digitais (SD). O fato é que tais avaliações continuam sendo exigidas como se nada tivesse acontecido, como se o processo de ensino e aprendizagem tivesse ocorrido normalmente durante os anos 2020 e 2021, e sendo possível para todos os alunos. Semanas depois a essa fala, a Secretaria da Educação Estadual divulgou um comunicado sobre a priorização do material Aprender Sempre nas aulas, devido à dificuldade que os docentes estavam tendo em trabalhar com o uso de vários materiais ao mesmo tempo, pressupondo que, a partir disso, as avaliações também passariam a ser pautadas no conteúdo do referido material.

Para complementar, temos afala do professor Paulo: *"Nas 3ªs séries eu estou tendo que retomar conteúdos da 1ª para poderpassar asapostilas, se não eles não conseguem acompanhar"*. Isso reforça as inquietações da professora Maria referente ao material de revisão disponibilizado pela rede ser insuficiente para a retomada de conceitos necessários ao prosseguimento do previsto no Currículo, bem como, elucida que, praticamente, 2020 e 2021 foram dois anos perdidos na Educação, pois o processo de ensino e aprendizagem adotado não foi efetivo para a maioria dos alunos.

Outro ponto que vale destacar é que, devido à constante falta de professores na escola, muitas vezes, entramos em sala de aula para propor tarefas deixadas pelos professores titulares ou organizadas por nós. Em algumas dessas aulas, percebemos exatamente tudo isso que os professores vem relatando. Deparamo-nos com muitos alunos na 3ª série do Ensino Médio, com dificuldades na compreensão de enunciados simples de tarefas e no emprego de conceitos básicos como: a construção de um quadrado com uma medida de lado determinada, a realização de medições com arégua, o cálculo de potenciações, a resolução de equações etc. Nas turmas de alunos da 1ª série do Ensino Médio, evidenciamos dificuldades em resolver multiplicações básicas, como 2x0, e ainda mais, nos procedimentos de resolução em que um dos fatores consistia em um número de dois algarismos, múltiplo de 10 ou não; em solucionar equações do 1º grau; em compreender termos próprios da estratégia de resolução de expressões algébricas, como "substituir".

Por entendermos, a partir da perspectiva histórico-cultural, que a aprendizagem é um processo, não há como negar que esse processo foi interrompido para muitos alunos devido às circunstâncias geradas pela pandemia, afetando a sua continuidade. Tal cenário inviabilizou a mediação pedagógica, a comunicação de ideias, o compartilhamento de experiências com o outro, as relações com professores e demais alunos, dimensões tão importantes na elaboração conceitual em Matemática.

Considerações finais

Nossa intenção aqui, não é condenar a decisão da Secretaria da Educação de implantar as adequações relacionadas no decorrer do texto, pois foi uma possibilidade encontrada para dar continuidade às aulas e preservar a saúde de alunos, professores, assim como, de toda a comunidade. Contudo, estamos convivendo cotidianamente, dentro das escolas estaduais, com as marcas, as cicatrizes, que todas essas adequações impostas pela pandemia de Covid-19 deixaram na educação básica.

Evidenciamos, constantemente, conforme relatamos, as dificuldades que alunos e professores vem enfrentando no processo deensino e aprendizagem da Matemática. Mais especificamente, a mudança na educação provocada pela pandemia, afetou e continua afetando, sobretudo, os alunos no que diz respeito à elaboração conceitual, e, os professores, em relação ao próprio planejamento pedagógico, mediante ao contexto apresentado.

As relações sociais, as trocas entre os alunos e professores, os processos comunicativos, sofreram um abalo de extrema complexidade, em que as significações produzidas não foram realizadas em um processo intrapsicológico, mas se constituíram solitariamente. Dessa maneira, é difícil afirmar que houve a apropriação de conceitos pelos alunos pelo período, o único fator evidente é que os sentidos construídos pelos alunos em relação aos conceitos foram altamente comprometidos.

Referências

Frare, R. E. B., Anjos, D. D., & Dainez, D. (2017). Mediação pedagógica e elaboração conceitual: processos de significação no contexto de ensino de matemática. In: Mascia, M. A., Anjos, D. D., & Smolka, A. L. B. (Orgs.). *Leituras de Vigotski:* repercussões na atividade docente (pp. 89-108). Campinas, SP: Mercado das Letras.

Palangana I. C., Galuch, M. T. B., & Sforni, M. S. F. (2002). Acerca da relação entre ensino, aprendizagem e desenvolvimento. *Revista Portuguesa de Educação*, Universidade do Minho, Braga, Portugal, 15 (1), 111-128. http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=37415106.

Sforni, M. S. F. (2015). Interação entre Didática e Teoria Histórico-Cultural. *Educação & Realidade,* Porto Alegre, 40 (2), 375-397. https://seer.ufrgs.br/educacaoerealidade.

Skovsmose, O. (2007). *Educação crítica:* incerteza, matemática e responsabilidade. Tradução Maria Aparecida Viggiani Bicudo. São Paulo: Cortez.

Vigotski, L. S. (2000). Lev S. Vigotski: Manuscrito de 1929. *Educação & Sociedade*, ano XXI (71), 21-44.

Vigotski, L. S. (2009). *A construção do pensamento e da linguagem.* Tradução Paulo Bezerra. (2aEd.). São Paulo: Martins Fontes.

La división con números decimales: el diseño de una situación didáctica en el escenario de la ingeniería didáctica

Division with decimal numbers: the design of a didactic situation in the didactic engineering scenario

Divisão com números decimais: o desenho de uma situação didática no cenário da engenharia didática

Cindy Gabriela Alonzo Segovia[718]
Escuela Normal Rural "Gral. Matías Ramos Santos"
0000- 0002- 1476- 4218

Ana María Reyes Camacho[719]
Escuela Normal Rural "Gral. Matías Ramos Santos"
0000-0003-0990-9520

Eugenio Lizarde Flores[720]
Escuela Normal Rural "Gral. Matías Ramos Santos"
0000-0001-8387-5651

Jesús Manuel Mendoza Maldonado[721]
Escuela Normal Rural "Gral. Matías Ramos Santos"
0000-0003-2244-0907

Modalidad: Comunicación
Núcleo Temático: Procesos de enseñanza y aprendizajes de las matemáticas en las diferentes modalidades y niveles educativos

Resumen

En México, en Educación Primaria, el estudio de los números decimales se convierte en un contenido que presenta dificultades en su enseñanza y aprendizaje. En esta comunicación, recurrimos a la Teoría de las Situaciones Didácticas como perspectiva teórica y, a la ingeniería didáctica como perspectiva metodológica para avanzar en la respuesta a la pregunta de investigación: ¿De qué manera se desarrolla la comprensión de la división con números decimales y cómo se supera el obstáculo epistemológico de que la división siempre achica? Así,

[718] cindy_gu92@hotmail.com
[719] zac03.areyesc@normales.mx
[720] life_genio@yahoo.com.mx
[721] jesusnormaldesanmarcos@gmail.com

el objetivo del estudio consiste en ampliar el significado de la división con números decimales y, desestabilizar el obstáculo epistemológico de que la división siempre achica, a través de la aplicación de una situación didáctica que implica el planteamiento y resolución de problemas de división medida (número entero entre número decimal menor que uno), con 23 alumnos (10 y 11 años) de quinto grado de una escuela primaria urbana. Entre los principales resultados encontramos que, en los procedimientos que los alumnos emplean para resolver los problemas de división medida, persisten los errores semánticos, ya que realizan una multiplicación con los datos que ofrecen los problemas cuando lo que implican es una división. Además, aparecen procedimientos alternos al algoritmo que se apoyan en un cálculo mental: sumas sucesivas, sumas por agrupamientos de enteros, multiplicaciones, combinaciones de suma y multiplicación. Por último, pocos alumnos realizan procedimientos inclinados al uso del algoritmo convencional de la división.

Palabras clave: Ingeniería didáctica, situación didáctica, división medida con números decimales, obstáculo epistemológico, primaria.

Planteamiento del problema

En México, el estudio de los números decimales en educación primaria se convierte en uno de los contenidos que sólo se abordan en algunos grados escolares, en particular, desde cuarto grado, situación que propicia dificultades en su enseñanza y aprendizaje, en especial, en el estudio de los problemas multiplicativos con los números decimales (Valencia & Ávila, 2015), aunque también existen trabajos que documentan estas situaciones en el contexto internacional (Brousseau, 1998; Régine Douady y Marie-Jeanne Perrin,1986). Además, encontramos grandes aportaciones particularmente del obstáculo epistemológico de que la multiplicación siempre agranda y la división siempre achica (Fischbein, Deri, Sainati Nello, & Sciolis Marino, 1985; Brown, 1981).

A partir del escenario expuesto en el párrafo anterior y teniendo como referente el prolongado confinamiento ocasionado por el COVID-19, a finales del mes de marzo del ciclo escolar 2019-2020, decidimos realizar el presente estudio bajo una modalidad de enseñanza a distancia, donde se conjugan diferentes factores en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Así, el planteamiento del problema emerge en la línea de la Educación Matemática, luego de la revisión de la literatura que brinda elementos para identificar un área poco explorada y que necesita desarrollarse (Strauss & Corbin, 2002), en este caso, el estudio de los problemas multiplicativos con números decimales.

Con frecuencia, la enseñanza de la multiplicación y la división con los números naturales, se extiende en el mismo escenario con el conjunto numérico decimal. En los naturales, la multiplicación tiende a ser una convención comercial, casi siempre transita en situaciones de contexto monetario cuyo procedimiento recurrente es la suma repetida "[…] es evidente que la introducción de la multiplicación como adición reiterada […] resulta más cómoda con magnitudes discretas y números enteros" (Vergnaud, 1991, pág. 200), por lo tanto, es una operación que siempre aumenta. Lo mismo sucede cuando sólo se utiliza la división en contextos de enseñanza con cocientes exactos y restos nulos, cuyos números siempre son menores al dividendo y divisor. Entonces, ¿qué fenómeno ocurre cuando se emplea la división y el resultado es mayor? Un asunto paradójico al comportamiento de los naturales.

¿Por qué un obstáculo epistemológico? El "siempre aumenta" de la multiplicación, y el "siempre disminuye" de la división, representa después un obstáculo cuando se multiplican o dividen decimales menores a la unidad, y los alumnos tienen la creencia (venida de los naturales) que en los decimales ocurre lo mismo. En esta comunicación, atender este obstáculo epistemológico, lleva al planteamiento de la siguiente pregunta: ¿De qué manera se desarrolla la comprensión de la división con números decimales y cómo se supera el obstáculo epistemológico de que la división siempre achica?

A partir de la pregunta de investigación, definimos como objetivo el diseño y aplicación de una situación didáctica en el contexto de una ingeniería didáctica con situaciones basadas en la categoría multiplicativa isomorfismo de medidas, en particular, con el planteamiento de problemas de división medida (número entero entre número decimal menor que uno), para ampliar el significado de la división con números decimales y, desestabilizar el obstáculo epistemológico de que la división siempre achica.

Perspectiva teórica y metodológica

En la presente investigación, la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD) (Brousseau G., 1986), la Ingeniería Didáctica (Artigue, 1995), y la Teoría de los Campos Conceptuales (Vergnaud, 1990), se convierten en el referente teórico que, por sus relevantes aportaciones en la Didáctica Matemática, contribuyen a atender el proceso de estudio (enseñanza y aprendizaje).

La TSD recupera el estudio de las interacciones del sistema didáctico (saber alumno y profesor) que conviven en una situación didáctica, la cual, Brousseau (1986) define como una situación más vasta en la que la situación o el problema elegido por el enseñante es una parte esencial: “[…] el maestro busca devolver al alumno una situación a- didáctica que provoca en él la interacción más independiente y más fecunda posible. Para ello, comunica o se abstiene de comunicar, según el caso, informaciones, preguntas, métodos de aprendizaje, heurísticas, etcétera” (pág. 43).

En la TSD, se destaca la presencia de cuatro situaciones: acción, formulación, validación e institucionalización. Las primeras tres se desarrollan en el escenario de una situación a-didáctica, donde el alumno es el responsable de la actividad matemática y consciente de su rol que ocupa en el sistema de enseñanza (maestro-alumno-saber). La situación de institucionalización, favorece el desarrollo de la relación profesor-saber, donde interviene el profesor con el saber cultural (o saber sabio) del contenido matemático. Por lo tanto, en la intervención que se realiza en este trabajo, se retoman las diferentes situaciones expuestas y otros elementos teóricos como las variables didácticas (números en juego, tipos de magnitudes y presentación de la información).

La ingeniería didáctica propuesta por Michel Artigue (1995), emerge para atender la TSD y crear una génesis artificial del saber. Así, en esta investigación, actúa como referente teórico y metodológico (micro ingeniería didáctica), donde guía la experimentación de siete situaciones didácticas a través de cuatro fases: 1) análisis preliminares (análisis epistemológico, cognitivo y didáctico), 2) concepción y análisis a priori, 3) realización, observación y recopilación de datos y análisis y, 4) validación a posteriori. En este sentido, la presente ingeniería didáctica se desarrolla en México con 23 alumnos (10 y 11 años) de quinto grado de una escuela primaria urbana.

La Teoría de los Campos Conceptuales (Vergnaud, 1990), se convierte en el lente teórico para la presentación del objeto de estudio que aparece en la ingeniería didáctica: situaciones multiplicativas, las cuales forman parte de las estructuras multiplicativas, que se definen como “[…] el conjunto de situaciones cuyo tratamiento implica una o varias multiplicaciones o divisiones, y el conjunto de conceptos y teoremas que permiten analizar estas situaciones” (Vergnaud, 1990, pág. 8). Aquí, se encuentran tres categorías multiplicativas:

isomorfismo de cantidades, productos de medidas y caso de un solo espacio de medidas (Vergnaud, 1991).

En la ingeniería didáctica se retoman las tres categorías multiplicativas a través de las siete situaciones didácticas. En esta comunicación, compartimos algunos resultados parciales de la situación didáctica 1 "Multiplicación y división con números decimales", la cual aborda la categoría isomorfismo de medidas, donde están en juego cuatro cantidades, pero se desconoce una, situación que propicia la existencia de tres clases de problemas: problemas de multiplicación, problemas de división partitiva y problemas de división medida. Por lo tanto, en este documento, presentamos algunos de los procedimientos que los alumnos emplean cuando resuelven problemas de división medida en un escenario virtual en Google Meet. Así, fragmentos de registros de las videograbaciones de clases y producciones de los alumnos, contribuyen a la sistematización de la información anterior.

Resultados parciales

La actividad matemática a resolver ha sido diseñada y adaptada por las aportaciones de Silvia García (2014), cuyas variables didácticas en juego son la forma de presentación de la información (tabla) y los números en juego (decimales), bajo un contexto situacional.

Figura 1

Actividad matemática

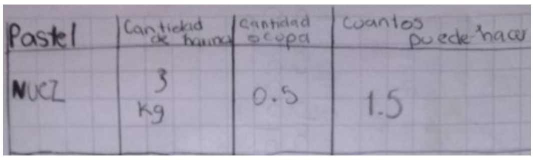
PASTEL	Cantidad de harina (Kg)	Cantidad que ocupa cada pastel (Kg)	¿Cuántos pasteles como máximo puede hacer?
Nuez	3 kg	0.5 kg	
Chocolate	2 kg	0.25 kg	
Vainilla		0.45 kg	9
Naranja		0.120 kg	28

La tarea matemática contiene cuatro problemas multiplicativos correspondientes a la categoría de isomorfismo de medidas: dos de división medida y dos de multiplicación. En esta ocasión solo los dos primeros problemas, correspondientes a división medida, servirán como objeto de análisis para la presente comunicación. El orden de la exposición de los resultados en la fase a-didáctica de la validación, consistió en la presentación de los errores semánticos, de los resultados correctos con estrategias alternas al algoritmo convencional de la división, y por último, el uso del cálculo con algoritmo.

Partiendo de los errores semánticos, y tomando como referencia la formulación escrita y la validación semántica de algunos alumnos, se identifica que el error está en *multiplicar los datos del problema* tal como se muestra en la siguiente evidencia:

Figura 2

Error semántico



El mensaje que escribe esta alumna en la fase de formulación es: “Multipliqué cantidad de harina por 0.5 que me dio 1.5”, tal procedimiento es el que predomina en el resto de los errores semánticos. La complejidad para estos alumnos reside en la comprensión de los datos que ofrece la tabla; relacionar las variables con su contexto, encontrar la relación entre los dos campos de medidas (kilogramos de harina y cantidad de pasteles) para identificar el estado de la incógnita.

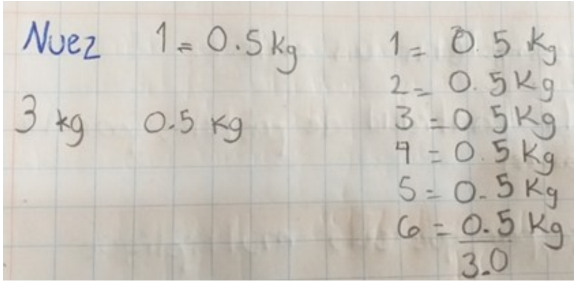
Los alumnos que encuentran el resultado correcto en ambos problemas, sin recurrir al algoritmo convencional de la división, establecen una conexión con otras operaciones matemáticas como la suma y la multiplicación, utilizando el cálculo mental. Se trata de alumnos que reconocen el estado de la incógnita y reconstruyen procedimientos para llegar al resultado correcto. Uno de estos procedimientos es el siguiente:

Sofía.- *Como yo sabía que un pastel llevaba 0.5 de cantidad que ocupaba, entonces yo lo que hice fue sumar hasta llegar a los enteros. Como por ejemplo, el uno y el dos ya era un entero, y como eran tres kilogramos eran tres enteros, entonces fui sumando para que me dieran esos tres enteros.*

Observamos que la alumna reconoce la incógnita del problema a partir de la comprensión de los datos: “Como yo sabía que un pastel llevaba 0.5 de cantidad que ocupaba”, la interpretación de la información que hace de la tabla es explícita y correcta. Los números en juego no los contemplan como números aislados o arbitrarios, sino como el significado de una magnitud que corresponde a un campo de medida. En su validación sintáctica expone lo siguiente:

Figura 3

Estrategias alternas al algoritmo (sumas sucesivas)

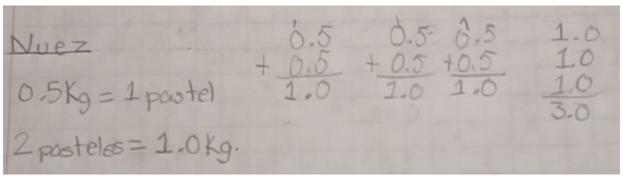


Su estrategia se inclina en la búsqueda del total de pasteles mediante *sumas sucesivas*. En su cálculo utiliza el decimal 0.5, que representa el valor unitario (cantidad de cada pastel), hasta llegar a los tres enteros de la cantidad total de harina. Para comprobar la cantidad total, aplica el algoritmo de la suma colocando las “llevadas” en la columna de los enteros y posicionando el punto decimal en el resultado. Finalmente, enumera la cantidad de veces que se repite el valor unitario, que será el dato que representa la incógnita: el número de pasteles. En la validación semántica, menciona que: “el uno y el dos ya era un entero, y como eran tres kilogramos eran tres enteros”. En esta explicación se contempla al número decimal como concepto; relacionan su escritura con la mitad del entero (lenguaje común). Los números en juego de este problema son manejables y su distancia simbólica no es mayor, por lo que facilita un mejor cálculo mental.

Los procedimientos asociados en la evidencia anterior fueron de sumas sucesivas. A continuación, se muestra un procedimiento de *sumas por agrupamientos de enteros*:

Figura 4

Estrategias alternas al algoritmo (agrupamientos de enteros)



Otros alumnos agrupan los enteros por separado y siguen el algoritmo de la suma. Estas estrategias expuestas hasta ahora, manifiestan un control para llegar al resultado correcto mediante estimaciones con el valor unitario, son conscientes tanto del cálculo como de la validez del resultado.

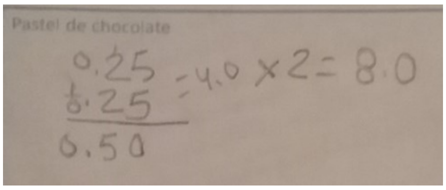
En el segundo problema, el decimal es de 25 centésimos (valor unitario) y los enteros disminuyen a 2 kilogramos (total de harina), aparece la similitud de procedimientos con sumas sucesivas y sumas por agrupamientos de enteros, pero también se manifiestan dos estrategias nuevas, como lo que argumenta la siguiente alumna:

Camila.- *Primero multipliqué 0.25 por 4, y me dio un entero. Y así supe que era por lo doble, multipliqué 0.25 por ocho y eso me dio a dos enteros.*

Utiliza la multiplicación como operación de cálculo para llegar a un entero, es probable que la alumna haya determinado el cuatro como el multiplicador a partir de un cálculo mental, es decir, definir que el 0.25 cabe cuatro veces en el entero, lo que indica el buen manejo sobre el número decimal para representar la fracción de un entero (la cuarta parte). Para llegar al resultado final, duplica la cantidad de veces que se ocupó para un entero y así determinar el doble de lo que se ocupará para dos enteros. En la siguiente evidencia se hace algo similar a lo anterior:

Figura 5

Estrategias alternas al algoritmo (suma y multiplicación)



El cálculo se simplifica con una combinación de suma y multiplicación. El alumno retoma el 0.50 como unidad de referencia para determinar las cuatro veces que se toma el valor unitario (0.25), que después lo multiplica por dos enteros para llegar al resultado correcto. El uso de multiplicaciones y la combinación de la suma, manifiesta un cálculo mental con mayor control sobre la relación de los números en juego y la aplicación del número decimal como un racional que representa una medida.

Cálculo con el algoritmo. Su frecuencia es considerablemente menor, solo tres alumnos lo utilizan para la resolución de ambos problemas. Lo que guardan en común es la explicitación del cálculo y la representación simbólica del algoritmo. Observemos el siguiente episodio de registro:

Regina*.- Pues yo primero dividí el 0.5 entre 3, pero luego como el 0.5, después del punto tiene un número, al tres, al número de adentro de la casita le puse un cero. Y luego ya el punto lo quité. Y luego ya hice la división normal y luego le hice que 5 cuántas veces cabe en el treinta, y luego caben seis y luego le hago cinco por seis treinta y luego hago la resta, y luego el número de el de arriba, el de arriba de la casita es el resultado, y como el resultado era seis, y luego donde dice ¿Cuántos pasteles cómo máximo puede hacer? Le puse el seis, porque es el resultado de la división*

Ma.- *Entonces, para desaparecer el punto acá (se señala el 0.5) ¿Qué hiciste para dividir? como si fueran naturales eso entiendo ¿verdad?*

Regina.- *Sí, cuando le quité el punto, le quité el punto y le puse un cero enfrente del tres y se hizo treinta, entonces lo quité*

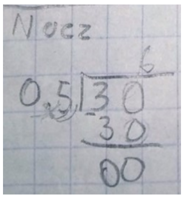
Ma.- *¿Y por qué crees que se desaparece el punto y se le agrega un cero al tres?*

Regina.- *Yo lo hice porque el número que tiene enfrente del punto es uno y por eso le puse el cero*

La explicación que hace Regina es sobre la regla sintáctica para resolver el algoritmo de la división en su forma convencional. Cuando la alumna menciona que "el número de adentro de la casita" se refiere al símbolo del algoritmo de la división, donde posiciona el número entero como dividendo, y el número decimal como divisor. Veamos su evidencia:

Figura 6

Algoritmo convencional de la división



La regla sintáctica se apoya en la "desaparición" del punto decimal del divisor agregando un cero al dividendo, y de esta manera dividir como si fueran números naturales. De acuerdo al contexto del problema y la poca distancia simbólica de los números en juego, un cálculo como el anteriormente descrito, puede entreverse como una solución a modo de mecanización. Con esto no estamos dando a entender que los alumnos no comprenden el problema, al contrario, se observa que identifican la operación correcta. Pero la validación semántica reposa en la explicitación del cálculo, cuando realmente se necesita de argumentos que reflejen la comprensión de esta noción, aún en su forma convencional. Sin embargo, la necesidad de realizar una devolución por parte de la docente era necesaria para constatar si la alumna comprendió o no el problema y las redes semánticas de los números en juego.

Conclusiones

En esta comunicación analizamos los resultados obtenidos de dos problemas del tipo *división medida* perteneciente a la categoría multiplicativa de isomorfismo de medidas (Vergnaud, 1991). Como resultado global, tenemos una persistencia de errores semánticos (nueve alumnos en ambos problemas), donde la mayoría realiza una multiplicación de los dos datos que ofrece el problema. Tal error refleja un precedente con el uso arraigado del algoritmo de la multiplicación que la mayoría de los alumnos utilizó en la actividad de la preparación del medio de esta SD, y de las dos últimas situaciones multiplicativas de la tabla. La dicotomía subyace pues, en que en estos dos problemas de división medida, habita gran abundancia de procedimientos diferentes al algoritmo convencional, y que se apoyan en un cálculo mental o cálculo mental pensado (Chamorro, 2003); *sumas sucesivas, sumas por agrupamientos de enteros, multiplicaciones, combinación de suma y multiplicación.* Dichos procedimientos son correctos y muestran la comprensión del problema. Finalmente, tres alumnos utilizan el algoritmo convencional de la división, cuya validación semántica se apoya en la descripción de la regla del algoritmo.

Es notable que, por efecto de las variables didácticas, los alumnos se enfrentan a un problema que demanda comprender la relación semántica y el comportamiento de los números en juego. Comúnmente, la clase de problemas de división que se imparte en educación primaria, se hace con división partitiva (D´ Amore, 1999), con un lenguaje habituado por el término "repartir". En esta ocasión, la resolución de problemas con la división medida, favoreció la construcción de procedimientos que vinculan otras operaciones como la suma y la multiplicación, junto con estrategias como la descomposición y agrupación de cantidades; un acercamiento a las propiedades multiplicativas como la distributiva respecto de la suma. La responsabilidad del docente es mantener, durante estos momentos a-didácticos, la devolución del problema (Centeno, 1997), para corroborar dicha comprensión.

Ante los desafíos que presenta el proceso de enseñanza y aprendizaje en una modalidad virtual, nuestra investigación ha tenido gratos resultados, en este caso, develar estrategias de los alumnos en la resolución de problemas de división medida. Este es un alcance significativo que persigue el objetivo de desestabilizar el obstáculo epistemológico de que la división achica, y que en esta comunicación solo damos a conocer los hallazgos parciales de la primera situación didáctica de siete en total. Por lo tanto, destacamos la importancia de utilizar las variables didácticas, como las expuestas en esta actividad matemática; la forma de presentación del problema, y los números en juego (decimales menores que el entero).

En posteriores publicaciones, se dará a conocer el resultado del resto de la ingeniería didáctica, con las categorías multiplicativas restantes de isomorfismo de medidas, producto de medidas, y caso de un sólo espacio de medidas. Donde actúan las mismas variables didácticas, en consonancia con otras que ayudan a sensibilizar o conceptualizar el contenido matemático (Vergnaud, 1990).

Referencias

Artigue, M. (1995). Ingeniería didáctica. En M. Artigue, R. Douady, & L. Moreno, Ingeniería didáctica en educación matemática. Bogotá: Grupo Editorial Iberoamérica.

Belmonte, J. (2003). Las relaciones multiplicativas: el cálculo multiplicativo y de división. Cálculo mental y con calculadora. En M. d. Chamorro, *Didáctica de las matemáticas* (págs. 159- 185). Madrid: Pearson Educación.

Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactiques des. Recherches en Didactique des Mathématiques, 7 (2), 33.115.

Brousseau, G. (1998). Problémes de didactique des décimaux. En G. Brousseau, Théorie des situations didactiques (págs. 201-289). Grenoble: La Pensée Sauvage.

Brown, M. (1981). “Place value and decimals”. En L. Dickson, M. Brown, & O. Gibson, *Children Understanding of Mathematics* (págs. 11-16 y 48-66). Inglaterra: Holt, Rinehart y Winston para el Consejo Escolar.

Centeno, J. (1997). *Número decimales, ¿Por qué?, ¿Para qué?* España: SÍNTESIS.

D´Amore, B. (1999). *Didáctica de la Matemática.* Italia: Pitagora.

Fischbein, E., Deri, M., Sainati Nello, M., & Sciolis Marino, M. (1985). El papel de los modelos implícitos en la resolución de problemas verbales en la multiplicación y la división. *Revista de Investigación en Educación Matemática, 16*(1), 3-17.

García, S. (2014). *Sentido numérico.* México: INEE.

Perrin Glorian, M.-J., & Douady, R. (1986). *Enlace Escuela-Universidad: Números decimales.* Paris: IREM de Paris.

Strauss, A., & Corbin, J. (2002). Bases de la investigación cualitativa. Técnicas y procedimientos para desarrollar la teoría fundamentada. Colombia: Universidad de Antioquia.

Valencia, E., & Ávila, A. (2015). Ideas previas sobre la multiplicación y división con decimales: su evolución a partir de una experiencia con el Laberinto de decimales. *Educación matemática*, 81-110.

Vergnaud, G. (1990). La Teoría de los campos conceptuales. *Recherches en Didáctique des Mathématiques, 10* (2,3), 133-170.

Vergnaud, G. (1991). Los problemas de tipo multiplicativo. En G. Vergnaud, *El niño, las matemáticas y la realidad* (págs. 197-223). México: Trillas.

A Geometria nos anos iniciais a partir de cadernos escolares em tempos de BNCC

Geometry in the initial years from school notebooks in BNCC times

La Geometría en los primeros años desde los cuadernos escolares en tiempos de la BNCC

Marcos Antônio Guedes Caetano[722]
Universidade Luterana do Brasil - Ulbra
https://orcid.org/0000-0002-2118-406X

Carmen Teresa Kaiber[723]
Universidade Luterana do Brasil - Ulbra
https://orcid.org/0000-0003-1883-230X

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Processos de ensino e aprendizagem da Matemática em diferentes modalidades e níveis educacionais.

Resumo

Este artigo apresenta análises e reflexões sobre aspectos da Geometria ensinada nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, a partir de registros nos cadernos de planejamento do 1º ao 5º ano de uma professora polivalente. O estudo é parte integrante de uma pesquisa de doutorado em andamento, a qual investiga o ensino de Geometria nos primeiros anos escolares, na rede pública do município brasileiro de Caravelas, Bahia. Para fundamentar as análises realizadas em cadernos de planejamento de uma professora, referentes ao período de 2017 a 2021, se lança mão de uma abordagem qualitativa de procedimento documental, e se busca respaldo em referenciais teóricos que discorrem sobre os cadernos escolares como objetos de investigação, nos pressupostos metodológicos da análise textual discursiva e no que preconiza a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Os dados analisados apontam a presença da unidade temática Geometria na prática pedagógica ao longo dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, que baseou-se, sobretudo, no estudo de figuras geométricas planas e espaciais, localização espacial a partir de pontos de referência, polígonos, simetria. Nesses registros encontram-se indícios de outras orientações curriculares, que já preconizavam boa parte do que a BNCC propõe. Inclui também o contexto pandêmico da covid-19, que alterou em muito as práticas matemáticas.

Palavras-chave: Geometria, Anos Iniciais, Cadernos Escolares, BNCC.

Abstract

This article presents analyzes and reflections on aspects of Geometry taught in the Initial Years of Elementary School, based on records of the planning of the 1st or 5th year of a multipurpose teacher. He studied and is an integral part of an ongoing doctoral research, which investigates

---

722 marcostano@hotmail.com
723 carmen_kaiber@hotmail.com

or teaches Geometry in the early school years, in the public network of the Brazilian country of Caravelas, Bahia. To support the analyzes carried out in the planning records of a teacher, referring to the period from 2017 to 2021, a qualitative approach to a documental procedure is launched, and support is sought in theoretical references that differ on school records as objects of research. methodological assumptions of the discursive and non-textual analysis that the National Curricular Common Base (BNCC) advocates. The analyzed data point to the presence of the thematic unit Geometry in the pedagogical practice over two years of Elementary School, which was based, above all, not on the study of plane and spatial geometric figures, spatial location from reference points, polygons, symmetry . In these records, we find indications of other curricular guidelines, which are recommended by the part that the BNCC proposes. I also included the Covid-19 pandemic context, which has greatly changed mathematical practices.

Keywords: Geometry, Initial Years, School notebooks, BNCC

Resumen

Este artículo presenta análisis y reflexiones sobre aspectos de la Geometría enseñados en los Años Iniciales de la Enseñanza Fundamental, a partir de registros de la planificación del 1º o 5º año de una profesora polivalente. Estudió y es parte integral de una investigación de doctorado en curso, que investiga o enseña Geometría en los primeros años escolares, en la red pública del municipio brasileño de Caravelas, Bahía. Para sustentar los análisis realizados en los registros de planificación de un docente, referentes al período de 2017 a 2021, se lanza una aproximación cualitativa a un procedimiento documental, y se busca apoyo en referentes teóricos que difieren sobre los registros escolares como objetos de investigación, supuestos metodológicos del análisis discursivo y no textual que propugna la Base Común Curricular Nacional (BNCC). Los datos analizados apuntan a la presencia de la unidad temática Geometría en la práctica pedagógica a lo largo de dos años de la Enseñanza Fundamental, que se basó, sobre todo, en el estudio de figuras geométricas planas y espaciales, ubicación espacial a partir de puntos de referencia, polígonos, simetría. En estos registros encontramos indicaciones de otras orientaciones curriculares, que son recomendadas por la parte que propone la BNCC. También incluí el contexto de la pandemia de Covid-19, que ha cambiado mucho las prácticas matemáticas.

Palabras clave: Geometría, Primeros Años, Cuadernos Escolares, BNCC

Introdução:

Nos espaços escolares, lugares de produção de saberes e fazeres matemáticos, existe uma gama de materiais que permitem compor um quadro amplo de investigações no âmbito da pesquisa em Educação Matemática. Documentos escolares, que incluem diários de classe, planos de ensino, atas de resultados finais, são alguns destes materiais que constituem um acervo valioso que, segundo Valente (2007), estão nas unidades escolares para serem interrogados. Ademais aos arquivos escolares, conforme cita o autor, há também os arquivos pessoais de alunos e professores. Nestes arquivos, tem-se a possibilidade de encontrar cadernos escolares, usados por alunos e por professores, e todo um conjunto de atividades e tarefas relacionadas ao processo de ensino e aprendizagem.

Considerado como um patrimônio da educação brasileira, os cadernos escolares se configuram “como produto de uma cultura escolar, raramente catalogados e inventariados, mas carregam vestígios do ensino brasileiro” (GIUSTI; DE GODOI; DA COSTA, 2020, p. 315). Nessa perspectiva, a partir dos registros efetuados nos cadernos escolares pertencentes a uma professora polivalente[724], este trabalho tem como propósito analisar saberes geométricos a serem mobilizados nos anos iniciais referentes ao período de 2017 a 2021 tendo como base o planejamento das aulas de Matemática. O estudo integra uma pesquisa de doutorado em andamento, a qual investiga como o ensino de Geometria tem sido conduzido nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental brasileiro, em escolas pertencentes à rede pública do município de Caravelas, Bahia.

Para fundamentar estas análises, que utiliza uma abordagem qualitativa por meio da análise documental, debruça-se em referenciais teóricos que consideram os cadernos escolares como objetos de investigação no campo da Educação Matemática e dos procedimentos metodológicos da análise textual discursiva (MORAES; GALIAZZI, 2006). Inclui neste quadro a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017), por ser um documento normatizador que define a Geometria como uma das cinco unidades temáticas do campo matemático a ser desenvolvida nos mais diversos contextos escolares do Ensino Fundamental.

Nessa tratativa, com base no viés geométrico em que essa temática se assenta, concorda-se com Giusti e Valente (2020) de que os cadernos escolares são fontes relevantes que podem fornecer informações sobre o cotidiano escolar. A partir deles, foi possível identificar indícios de práticas matemáticas de natureza geométricas registradas por uma professora que atuou do 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental no período de 2017 a 2021.

A Geometria nos anos iniciais na Base Nacional Comum Curricular

No Ensino Fundamental, os diversos campos matemáticos devem ser desenvolvidos de forma equitativa e articulados. Nessa direção, a BNCC (BRASIL, 2017) propõe cinco unidades temáticas, correlacionadas, que orientam a formulação de habilidades a serem desenvolvidas

[724] Terminologia atribuída aos professores dos anos iniciais do ensino fundamental e educação infantil que desenvolvem seu trabalho docente nas diferentes áreas do conhecimento, inclusive a Matemática.

ao longo do Ensino Fundamental, a saber: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas e Probabilidade e Estatística. Dentre elas, a Geometria é aqui enfatizada por ser objeto desta pesquisa. A BNCC justifica a razão do seu ensino por envolver "o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento" (BRASIL, 2017, p. 271).

Tomando como referência a Base Nacional Comum Curricular, destaca-se, no Quadro 1, as habilidades previstas para os alunos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, no que se refere ao estudo da Geometria.

Quadro 1.

Geometria nos Anos Iniciais – Habilidades (BRASIL, 2017)

Ano	Habilidades
. 1º	(EF01MA11) Descrever a localização de pessoas e de objetos no espaço em relação à sua própria posição, utilizando termos como à direita, à esquerda, em frente, atrás. (EF01MA12) Descrever a localização de pessoas e de objetos no espaço segundo um dado ponto de referência, compreendendo que, para a utilização de termos que se referem à posição, como direita, esquerda, em cima, em baixo, é necessário explicitar-se o referencial. (EF01MA13) Relacionar figuras geométricas espaciais (cones, cilindros, esferas e blocos retangulares) a objetos familiares do mundo físico. (EF01MA14) Identificar e nomear figuras planas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo) em desenhos apresentados em diferentes disposições ou em contornos de faces de sólidos geométricos;
2º	(EF02MA12) Identificar e registrar, em linguagem verbal ou não verbal, a localização e os deslocamentos de pessoas e de objetos no espaço, considerando mais de um ponto de referência, e indicar as mudanças de direção e de sentido. (EF02MA13) Esboçar roteiros a ser seguidos ou plantas de ambientes familiares, assinalando entradas, saídas e alguns pontos de referência. (EF02MA14) Reconhecer, nomear e comparar figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera), relacionando-as com objetos do mundo físico. (EF02MA15) Reconhecer, comparar e nomear figuras planas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo), por meio de características comuns, em desenhos apresentados em diferentes disposições ou em sólidos geométricos.
	EF03MA12) Descrever e representar, por meio de esboços de trajetos ou utilizando croquis e maquetes, a movimentação de pessoas ou de objetos no espaço, incluindo mudanças de direção e sentido, com base em diferentes pontos de referência. (EF03MA13) Associar figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera) a objetos do mundo físico e nomear essas figuras. (EF03MA14) Descrever características de algumas figuras geométricas espaciais (prismas retos, pirâmides, cilindros, cones), relacionando-as com suas planificações. (EF03MA15) Classificar e comparar figuras planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo) em relação a seus lados

3º	(quantidade, posições relativas e comprimento) e vértices. (EF03MA16) Reconhecer figuras congruentes, usando sobreposição e desenhos em malhas quadriculadas ou triangulares, incluindo o uso de tecnologias digitais.
4º	EF04MA16) Descrever deslocamentos e localização de pessoas e de objetos no espaço, por meio de malhas quadriculadas e representações como desenhos, mapas, planta baixa e croquis, empregando termos como direita e esquerda, mudanças de direção e sentido, intersecção, transversais, paralelas e perpendiculares. (EF04MA17) Associar prismas e pirâmides a suas planificações e analisar, nomear e comparar seus atributos, estabelecendo relações entre as representações planas e espaciais. (EF04MA18) Reconhecer ângulos retos e não retos em figuras poligonais com o uso de dobraduras, esquadros ou softwares de geometria. (EF04MA19) Reconhecer simetria de reflexão em figuras e em pares de figuras geométricas planas e utilizá-la na construção de figuras congruentes, com o uso de malhas quadriculadas e de softwares de geometria.
5º	(EF05MA14) Utilizar e compreender diferentes representações para a localização de objeto no plano, como mapas, células em planilhas eletrônicas e coordenadas geográficas, a fim de desenvolver as primeiras noções de coordenadas cartesianas. (EF05MA15) Interpretar, descrever e representar a localização ou movimentação de objetos no plano cartesiano (1º quadrante), utilizando coordenadas cartesianas, indicando mudanças de direção e de sentido e giros.(EF05MA16) Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos.(EF05MA17) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais. (EF05MA18) Reconhecer a congruência dos ângulos e a proporcionalidade entre os lados correspondentes de figuras poligonais em situações de ampliação e de redução em malhas quadriculadas e usando tecnologias digitais.

Estas são as habilidades previstas para os alunos dos anos iniciais no que se refere aos tópicos geométricos. Atém-se aos objetos geométricos de aprendizagem definidos nesse documento curricular com o fim de encontrar indícios desses registros presentes nos cadernos escolares da professora que atua nos anos iniciais, e que são fontes de coleta de dados desta produção. Antes disso, apresentam-se sobre o que diz a literatura pertinente sobre os cadernos escolares no âmbito da Educação Matemática.

Reflexões sobre os cadernos escolares como fontes de pesquisa

Mergulhar nos papéis guardados por professores que atuam, muitas vezes, anonimamente nas escolas, permite a apreensão de saberes, crenças, valores, práticas… Dito de outro modo, é compreender um conjunto de fazeres praticados no interior das escolas (MIGNOT; CUNHA, 2006). Estes arquivos pessoais em forma de relatórios de estágio, fichas de alunos, exemplos de atividades, cadernos de planejamento, guardam recordações de sua prática profissional. Eles contém, conforme pontuam as autoras, os acontecimentos do cotidiano da sala de aula, sendo fonte de contribuição para os que se interessam em compreender as práticas escolares.

Nessa perspectiva, pesquisadores vêm mostrando a importância desses materiais no campo de investigações educacionais e, particularmente neste estudo, direciona-se a atenção aos cadernos escolares. E mais especificamente ainda, atém-se aos cadernos escolares que constam aulas de Matemática como instrumento de informação sobre a organização de práticas matemáticas escolares e como fonte de pesquisa no âmbito da educação matemática, mais precisamente, da história da educação matemática (VALENTE, 2016; OLIVEIRA, 2018; GIUSTI; VALENTE, 2020).

Quando utilizados como fontes de pesquisa, de acordo com Giusti e Valente (2020), os cadernos escolares podem dar pistas de como funciona o cotidiano escolar, mostrando indícios de aspectos metodológicos, conteúdos abordados, livros didáticos utilizados, entre outros. Ao analisar cadernos de professores em sua pesquisa, com foco nos anos iniciais, Oliveira (2018) enfatiza que eles se caracterizam como produtores de uma cultura escolar para ensinar Matemática. Sendo assim, toma-se os cadernos de uma professora como fontes de pesquisa desta investigação.

Percurso Metodológico

Com o propósito de analisar a Geometria ensinada nas salas de aulas de Matemática dos anos iniciais, questiona-se com base em Valente (2016): Que possibilidades de acesso pode-se ter a essa Geometria, aquela relativa a sala de aula? Concorda-se com este autor quando cita que os cadernos com aulas de Matemática poderão ser tomados como fontes para esse tipo de pesquisa que se propôs a fazer. Portanto, como procedimento metodológico de viés qualitativo, este estudo lança mão de cadernos escolares como fontes documentais, apoiando-se na análise textual discursiva como ferramenta analítica. Nesse tipo de metodologia, o pesquisador mergulha em seu objeto de pesquisa, assumindo suas próprias interpretações (MORAES, GALIAZZI, 2006).

No caso desta pesquisa, o material do corpus são os cadernos de planejamento do 1º ao 5 º ano do Ensino Fundamental representados na figura 1, que compõem o acervo de uma professora que atuou nessas turmas no período de 2017 a 2021 e que é integrante do quadro de docentes efetivos da rede pública de ensino de Caravelas. É uma satisfação ter encontrado tais materiais, mesmo eles caracterizando um passado bem recente, visto que são poucos os que guardam cadernos que utilizaram no período escolar (GIUSTI; DE GODOI; DA COSTA, 2020, VALENTE, 2016).

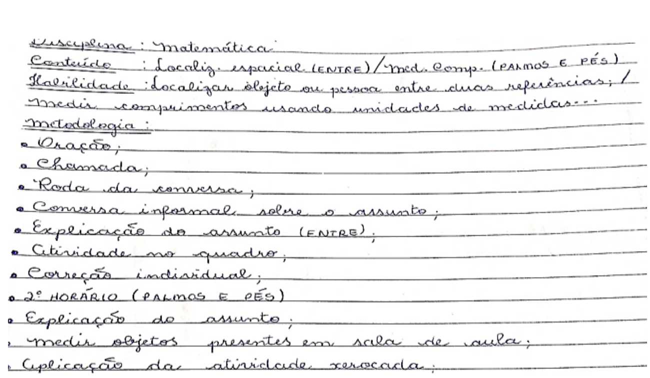
Figura 1.

Páginas iniciais dos cadernos de planejamento - 2017 a 2021 (Fonte: a pesquisa.)

Folheando as páginas destes manuscritos, vê-se que além dos registros com aulas de Matemática, constam anotações de diferentes componentes curriculares: Língua Portuguesa, História, Geografia, Ciências, Artes. Por isso, o profissional que atua nesse segmento é conhecido como professor polivalente, já destacado. Observa-se também nas páginas iniciais mensagens bíblicas; dinâmicas; calendário letivo escolar; lista de alunos; planos de ensino. Os cadernos contém, ainda, atividades manuscritas e fotocopiadas e indicação de atividades nas páginas do livro didático de Matemática, sendo que os roteiros de aulas são desenvolvidos diariamente. A Figura 2 mostra um exemplo desse roteiro com conteúdos matemáticos.

Figura 2.

Roteiro com aulas de Matemática - 1º ano - 2017 (Fonte: a pesquisa.)



Disciplina: Matemática
Conteúdo: Localiz. espacial (ENTRE)/Med. Comp. (PALMOS E PÉS)
Habilidade: Localizar objeto ou pessoa entre duas referências; / Medir comprimentos usando unidades de medidas...
Metodologia:
- Oração;
- Chamada;
- Roda da conversa;
- Conversa informal sobre o assunto;
- Explicação do assunto (ENTRE);
- Atividade no quadro;
- Correção individual;
- 2º HORÁRIO (PALMOS E PÉS)
- Explicação do assunto;
- Medir objetos presentes em sala de aula;
- Aplicação da atividade xerocada;

O roteiro de desenvolvimento das aulas diárias é muito bem detalhado pela professora. Ela descreve minuciosamente os momentos metodológicos a serem seguidos conforme apresentado na Figura 2. Particularmente nessa aula ministrada no 1º ano do Ensino Fundamental, foram trabalhados conteúdos de Matemática: localização espacial (entre) e medidas de comprimento. De acordo com a BNCC (BRASIL, 2017) estes objetos de conhecimento matemático que integram, respectivamente, as unidades temáticas Geometria e Medidas e Grandezas estão previstos para o referido ano escolar. Por ser objetivo deste trabalho, fixa o olhar nos temas geométricos mobilizados nesses cadernos de planejamento, unidades de significado que na análise textual discursiva é um processo inicial denominado de unitarização. "Unitarizar é interpretar e isolar ideias elementares de sentido sobre os temas investigados" (MORAES, GALIAZZI, p. 123, 2006). Então, intenta-se para o questionamento: Que geometria foi ensinada?

O ensino de Geometria nos cadernos de planejamento do 1º ao 5º ano - 2017 a 2021

Em todos os cadernos analisados, relacionados ao período considerado, foram encontrados indícios do ensino de Geometria. Sendo assim, utiliza-se o Quadro 2 para relacionar os temas geométricos trabalhados em cada ano escolar, bem como, quando foram trabalhados e os objetivos pretendidos. É a organização das unidades de sentido, produzidas a partir da unitarização (MORAES, GALIAZZI, 2006).

Quadro 2.

Objetos de conhecimento geométrico abordados de 2017 a 2021 (Fonte: a pesquisa.)

Ano	Quando/O que	Para que
1º	26-04-2017- Figuras geométricas planas	Identificar e nomear quadrado, retângulo, círculo e triângulo.
	25-05-2017 - Localização espacial: ao lado de /cubo	Localizar objeto ou pessoa entre duas referências; Identificar e contar os quadrados como faces do cubo
	28-06-2017 - O cubo (faces)	Identificar o quadrado como face do cubo.
	05-07-2017 - Localização entre	Localizar objeto ou pessoa entre duas referências
	31-08-2017 - Faces do paralelepípedo.	Identificar faces do paralelepípedo.
	04-04-2018 - Localização espacial/ lateralidade	Localizar pessoas e objetos segundo uma referência pessoal lateralidade e localização espacial de.

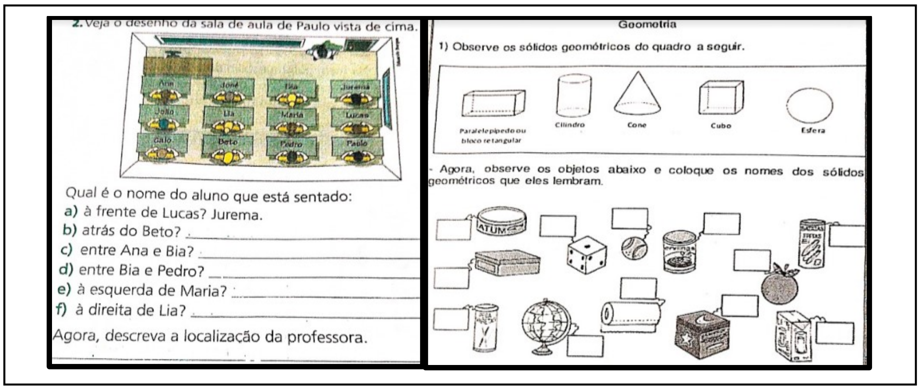
2º	11-04-2018-Figuras planas e não planas	Reconhecer as formas geométricas planas e não planas.
	27-04-2018 - Figuras geométricas	Revisar o que já aprendeu.
	06-06-2018 - Cubo	Identificar arestas, faces e vértices no cubo.
	20-11-2018 - Eixo de simetria.	Não consta.
3º	12-04-2019-Figuras geométricas planas	Reconhecer as figuras geométricas planas.
	05-06-2019 - Sólidos geométricos	Distinguir os sólidos geométricos.
	04-09-2019 - Cubo e paralelepípedos: faces, arestas e vértices	Distinguir faces, vértices e arestas em cubos e paralelepípedos.
	30-10-2019 - Simetria	Compreender desenhos simétricos e seu eixo.
	26-11-2019 - Sólidos geométricos	Não consta.
4º	30-06-2020 - Simetria	Construir figuras simétricas a partir de um desenho dado.
	18-11-2020 - Polígonos	Classificar figuras planas poligonais quanto ao nº de lados.
	24-11-2020 - Poliedros	Identificar poliedros como os sólidos formados apenas por polígonos.
5º	23-02-2021 - Figuras geométricas	Responder a atividade diagnóstica (figuras geométricas).
	20-04-2021 - Polígonos	Identificar os diferentes polígonos.
	25-06-2021 - Figuras geométricas espaciais	Reconhecer, nomear e comparar figuras geométricas espaciais.
	08-07-2021-Figuras planas e não planas	Compreender as figuras planas e não planas.
	27-09-2021- Localização (coordenadas)	Leitura, interpretação e representação de coordenadas.
	30-11-2021 - Ângulos	Identificar giros e ângulos e suas medidas.
	01-12-2021 - Tipos de triângulos	Reconhecer, nomear e comparar triângulos.
	02-12-2021 - Quadriláteros	Reconhecer, nomear e comparar quadriláteros.

Como se pode perceber por meio dos dados apresentados no Quadro 2, a Geometria, conforme consta no caderno do 1º ano – 2017, aparece desde o primeiro bimestre e continua sendo abordada no segundo e no terceiro. No quarto bimestre não encontrou-se vestígios da abordagem de temas geométricos. Pondera-se que os objetivos a partir dos conteúdos desenvolvidos estão, de certo modo, alinhadas com as habilidades previstas para o 1º ano: EF01MA12 e EF01MA14 (BRASIL, 2017). Embora, apareça o trabalho com cubo e paralelepípedo, não foram percebidos objetivos em torno de outros sólidos geométricos, como cone, esfera e cilindro conforme propõe a habilidade EF01MA13 (BRASIL, 2017).

De acordo com as anotações no caderno do 2º ano - 2018, os temas geométricos aparecem nos bimestres I, II e IV e não foram abordados no período referente ao bimestre III. Os assuntos trabalhados, basicamente, estão relacionados a localização espacial, figuras geométricas planas e não planas e simetria. No que se refere ao último tópico evidenciado, nota-se a ausência do objetivo no caderno de planejamento da professora. Ainda em relação ao tema simetria, chama a atenção que sua abordagem, de acordo com a BNCC (BRASIL, 2017), não está definida como objeto de conhecimento para o 2º ano. No entanto, os demais temas trabalhados, conforme retratam as atividades apresentadas na Figura 3, aproximam-se ao que propõe este documento.

Figura 3.

Atividades geométricas - 2º ano – 2018 (Fonte: a pesquisa.)



No que se refere à localização espacial, observa-se que os termos “entre” e “ao lado de” iniciados no 1º ano são ampliados na aplicação desta atividade: atrás, à frente, à direita e à esquerda. O desenho que representa um esboço de uma sala de aula vista de cima é utilizado para explorar situações nessa perspectiva, conforme propõem as habilidades EF02MA12 e

EF02MA13 (BRASIL, 2017). Quanto a segunda atividade envolvendo figuras espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera), nota-se que elas estão associadas a objetos do cotidiano, como dado, rolo de papel, latas, globo terrestre, caixas, etc., conforme a habilidade EF02MA14 (BRASIL, 2017).

Diferentemente do que aconteceu no 1º ano (2017) e 2º ano (2018), onde a unidade temática de Geometria apareceu em três bimestres, no 3º ano (2019) ela está presente em todos eles (do 1º ao 4º bimestre). No entanto, ao contrário dos anos anteriores, não foi percebido o trabalho envolvendo localização e movimentação conforme a habilidade EF03MA12 prevista para o 3º ano escolar do ensino fundamental (BRASIL, 2017). Outra ausência é o reconhecimento de figuras congruentes também previstas para o referido ano conforme a BNCC.

Dando continuidade com o seu trabalho desenvolvido nos anos iniciais, a professora em 2020 atuou no 4º ano do Ensino Fundamental. Devido ao contexto pandêmico da covid-19, as aulas foram suspensas de 18-03-2020 a 24-05-2020 e o retorno ocorreu em 25-05-2020, de modo remoto. Observa-se que o primeiro tópico geométrico foi abordado no final de junho e os outros dois no mês de novembro (Quadro 2), com um espaço de quase cinco meses entre a primeira e a segunda abordagem de um tema da Geometria. Considerando os objetos do conhecimento para o 4º ano (BRASIL, 2017), nota-se que ficaram ausente do processo de ensino e aprendizagem: localização e movimentação; ideias de paralelismo e perpendicularismo; ângulos retos e não retos.

Em 2021, ainda na modalidade do ensino remoto em razão do contexto pandêmico da Covid-19, a professora atuou no 5º ano, completando assim um ciclo que se iniciou no 1º ano em 2017. Tomando como referência o apresentado no Quadro 2, objetos de conhecimento geométricos foram trabalhados conforme recomenda a BNCC (BRASIL, 2017): ângulos, polígonos, quadriláteros e triângulos (habilidade EF05MA17); noções de localização de coordenadas (habilidade EF05MA14). No entanto, com relação a ampliação do trabalho envolvendo coordenadas cartesianas (habilidade EF05MA15) e redução de figuras poligonais (habilidade EF05MA18), também previstas para o 5º ano, não foram desenvolvidas de acordo com os registros do caderno de planejamento da professora.

Considerando a compreensão da produção de significados sobre os fenômenos investigados (MORAES, GALIAZZI, 2006), tendo como objetos de investigação os cadernos de planejamento do 1º ao 5º ano de uma professora polivalente, pode-se dizer que a Geometria durante o período de 2017 a 2021 constitui parte integrante do currículo de Matemática e seu ensino baseou-se no estudo de figuras planas e espaciais, localização espacial, polígonos e simetria. Nesse cenário, encontra-se nas anotações indícios de outras orientações curriculares, que já preconizavam boa parte do que a BNCC, homologada em dezembro de 2017, propõe. Outro ponto a ser considerado em relação aos registros geométricos é com relação ao contexto pandêmico da covid-19, que alterou em muito as práticas matemáticas.

Considerações Finais

Analisar o ensino de Geometria nos anos iniciais à luz de cadernos escolares que, entre outros registros, constam aulas planejadas de Matemática do 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental, constitui-se o propósito deste texto. Tomou-se como referência o período de 2017 a 2021, em tempos de vigência da BNCC. A construção desta abordagem, que se insere no âmbito de uma pesquisa da Educação Matemática, só foi possível graças ao arquivo pessoal de uma professora polivalente que atua neste segmento na rede municipal de ensino de Caravelas, Bahia. Esse reconhecimento tem suas razões, visto que em diálogo com professores que também atuam nos anos iniciais na localidade caravelense, constatou-se a dificuldade de encontrar tais materiais. Em geral, relataram que por vezes descartam muitos dos materiais escolares para não acumulá-los. Portanto, uma parcela bem pequena desses profissionais tem o hábito de guardar os cadernos que utilizaram em determinado ano letivo escolar.

Essas percepções confirmam o que os pesquisadores que têm conduzido trabalhos voltados aos cadernos escolares como fontes de pesquisa documental vem citando sobre a dificuldade de localizá-lo e que são poucos os que têm o hábito de guardá-los (GIUSTI; DE GODOI; DA COSTA, 2020; VALENTE, 2016). No entanto, conforme esses e outros estudos que têm se debruçado nessa abordagem e que contribuíram como referenciais teóricos na fundamentação desta pesquisa, apontam que eles constituem uma possibilidade ao pesquisador de aprofundar em aspectos cotidianos da sala de aula. No caso deste estudo, no aprofundamento dos saberes geométricos nos anos iniciais.

De fato, esses cadernos de planejamento que compõem o acervo pessoal da professora permitiram uma análise do ensino de geometria conduzido por ela ao longo dos anos iniciais. Conforme os registros efetuados, a Geometria esteve presente em todos os anos escolares - do 1º ao 5º ano, e baseou-se, sobretudo, no estudo de figuras planas e espaciais, localização espacial, polígonos e simetria. Nesse contexto, encontram-se marcas de outras orientações curriculares, também previstas na BNCC, que foi homologada no final de 2017. Inclui ainda o contexto pandêmico, no qual as práticas matemáticas foram impactadas.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília-DF: MEC, 2017. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=79601-anexo-texto-bncc-reexportado-pdf-2&category_slug=dezembro-2017-pdf&Itemid=30192>. Acesso em: 04 junho 2020.

GIUSTI, Bruna Lima Ramos; VALENTE, Wagner Rodrigues. O saber profissional do professor que ensina matemática: análise de um caderno de normalista de 1950. **Revista Educação em Questão**, *[S. l.]*, v. 58, n. 55, 2020. DOI: 10.21680/1981-1802.2020v58n55ID18921. Disponível em: https://periodicos.ufrn.br/educacaoemquestao/article/view/18921. Acesso em: 14 maio. 2022.

GIUSTI, B. L. Ramos; DE GODOI, A. J.; DA COSTA, D. A. Cadernos escolares como patrimônio da educação brasileira. **ACERVO - Boletim do Centro de Documentação do GHEMAT-SP**, v. 2, n. 2, p. 315-333, 2020. Disponível em: https://ojs.ghemat-brasil.com.br/index.php/ACERVO/article/view/27 . Acesso em: 15 maio. 2022

MIGNOT, A. C. V.; CUNHA, M. T. S. Razões para guardar: a escrita ordinária em e arquivos de professores/as. **Revista Educação em Questão**, *[S. l.]*, v. 25, n. 11, p. 40–61, 2006. Disponível em: https://periodicos.ufrn.br/educacaoemquestao/article/view/8286. Acesso em: 15 maio. 2022.

MORAES, Roque; GALIAZZI, Maria do Carmo. Análise textual discursiva: processo reconstrutivo de múltiplas faces. **Ciência & Educação**, v. 12, n. 1, p. 117-128, 2006. Disponível em: https://www.scielo.br/j/ciedu/a/wvLhSxkz3JRgv3mcXHBWSXB/?format=pdf&lang=pt . Acesso em: 23 junho. 2022.

OLIVEIRA, Regis Veríssimo Lamas de. **Geometria a e para ensinar**: cadernos de normalistas e professores das séries iniciais - 1960 a 1980. (Dissertação de Mestrado Profissional) - Programa de Pós Graduação em Educação Matemática: Universidade Federal de Juiz de Fora, 2018.

VALENTE, Wagner Rodrigues. História da Educação Matemática: interrogações metodológicas. In: **REVEMAT** - Revista Eletrônica de Educação Matemática. V.2.2, p.28-49, UFSC: 2007. **DOI:** https://doi.org/10.5007/%25x Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/12990 . Acesso em: 26 maio. 2022.

VALENTE, Wagner Rodrigues. Relações entre a formação e a docência em Matemática: Perspectivas de análise com o uso de cadernos escolares. **REMATEC**, v. 11, n. 23, p. 06-19, 23 dez. 2016. Disponível em: http://www.rematec.net.br/index.php/rematec/article/view/77 . Acesso em: 16 maio. 2022.

Trilha de Aprendizagem Colaborativa de Transformações Geométricas:Idealização do Produto Educacional

Collaborative Learning Path of Geometric Transformations: Educational Product Proposal

Ruta de Aprendizaje Colaborativo de Transformaciones Geométricas: Propuestade Producto Educativo

Alex Antônio da Silva[725]
PPGECEM - UEPB
https://orcid.org/0000-0001-6937-6733

José Joelson Pimentel de Almeida[726]
PPGECEM - UEPB
https://orcid.org/0000-0001-8210-584X

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Processos de ensino e aprendizagem da matemática em diferentes modalidades e níveis educacionais.

Resumo

A presente proposta de produto educacional, que se encontra em construção, tem por objetivo idealizar a sistematização do Produto Educacional a ser apresentadoconcomitante a dissertação, como um processo de ensino, contemplando os conceitos e propriedades elementares das transformações geométricas, por trilha de aprendizagem e construída a partir de um trabalho colaborativo dos professores de matemática da escola campo de pesquisa. Na sequência, em nossa fundamentação teórica, trazemos referências sobre os dois objetos de pesquisa, as transformações geométricas, sendo o objeto matemático a ser abordado, relacionando-o com a proposta de ensino, de trilha de aprendizagem, levando como princípio teórico da aprendizagem, a teoria de Van Hiele. Por fim, apresentaremos a análise do nosso produto educacional, a partir dos parâmetros analíticos de avaliação da CAPES, que subsidiam o percurso metodológico construtivo e seus ideais de aplicabilidade e replicabilidade nas condições reais dos espaços pedagógicos. E ainda, nas considerações finais, elencamos todo

[725] aas-19@hotmail.com
[726] jjmat@alumni.usp.br

processo de construção, experimentação e validação, com o intuito de produzir um material que contemple os finsda pesquisa, sobre o ensino das transformações geométrica através de trilha de aprendizagem.

Palavras-chave: Transformações geométricas, trilha de aprendizagem, trabalhocolaborativo, teoria de Van Hiele, produto educacional.

Abstract

The present proposal for an educational product, which is under construction, aims to idealize the systematization of the Educational Product to be presented concomitantly with the dissertation, as a teaching process, contemplating the concepts and elementary properties of geometric transformations, by learning path and constructed from the collaborative work of mathematics teachers at the research field school. Next, in our theoretical foundation, we bring references about the two objects of research, the geometric transformations, being the mathematical object to be approached, relating it tothe teaching proposal, of a learning path, taking as a theoretical principle of learning, VanHiele's theory. Finally, we will present the analysis of our educational product, based onthe analytical parameters of CAPES evaluation, which support the constructive methodological path and its ideals of applicability and replicability in the real conditionsof pedagogical spaces. And yet, in the final considerations, we list the entire process of construction, experimentation and validation, in order to produce a material that addresses the purposes of the research, on the teaching of geometric transformations through a learning path.

Keywords**:** Geometric transformations, learning path, collaborative work, VanHiele's theory, educational product.

Resumen

La presente propuesta de producto educativo, que se encuentra en construcción, tiene como objetivo idealizar la sistematización del Producto Educativo a ser presentado concomitantemente con la disertación, como proceso de enseñanza, contemplando los conceptos y propiedades elementales de las transformaciones geométricas, por camino de aprendizaje y construido. del trabajo colaborativo de profesores de matemáticas en la escuela de campo de investigación. A continuación, en nuestra fundamentación teórica, traemos referencias sobre los dos objetos de investigación, las transformaciones geométricas, siendo el objeto matemático a abordar, relacionándolo con la propuesta didáctica, de un camino de aprendizaje, tomando como principio teórico del aprendizaje, Van La teoría de Hiele. Finalmente, presentaremos el análisis de nuestro producto educativo, a partir de los parámetros analíticos de evaluación de la CAPES, que sustentanel camino metodológico constructivo y sus ideales de aplicabilidad y replicabilidad en lascondiciones reales de los espacios pedagógicos. Y, sin embargo, en las consideraciones finales, enumeramos todo el proceso de construcción, experimentación y validación, conel fin de producir un material que responda a los propósitos de la investigación, sobre la enseñanza de las transformaciones geométricas a través de un camino de aprendizaje.

Palabras clave: Transformaciones geométricas, ruta de aprendizaje, trabajo colaborativo, teoría de Van Hiele, producto educativo.

Introdução

Esta proposta tem por finalidade idealizar a sistematização do Produto Educacional a ser apresentado concomitante a dissertação para o Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática - PPGECEM da UniversidadeEstadual da Paraíba – UEPB.

A partir de reflexões iniciais e aprofundamentos, apresento uma ideia prévia do produto educacional, que será atrelado a dissertação, cuja temática a ser discutida é "Ensino das Transformações Geométricas através de Trilha de Aprendizagem", construída em um trabalho colaborativo com os professores de matemática da escola campo de pesquisa. A proposta como título para o produto educacional é "Trilha de Aprendizagem de TGs", ou seja, propondo construir um material (ainda para decidir se será físico ou eletrônico ou ambos) que possuía atividades em forma de trilha deaprendizagem, bem estruturada e sistematizada, divididas por etapas e níveis de abordagem, por situações desafiadoras, que poderá ser trabalhada individualmente ou em grupos, com o intuito de proporcionar uma aprendizagem solida e significativa, referenteas transformações geométricas.

Trilha de Aprendizagem

"Ensinar não é transferir conhecimento, mas criaras possibilidades para a sua própria produção ou asua construção"

Paulo Freire

A educação ao longo de gerações tem passado por inúmeras mudanças,provenientes da adaptação e perspectivas de tendências de ensino-aprendizagem e formação de professores. Assim, surgiu a necessidade de se construir novas tecnologias que dentro e fora da sala de aula, contribuíssem para uma melhor atuação educacional, com foco em metodologias de aprendizagem ativas e significativas. Paratanto, apresentamos em nossa pesquisa, as "trilhas de aprendizagem" como uma ferramenta de grande potencialidade para aferir e impulsionar as competências inerentes ao objeto matemático, as transformações geométricas. Pois, as trilhas de aprendizagem proporcionam um resultado mais voltado a conhecer no estudante, seussaberes, relativos às propriedades e conceitos das transformações geométricas e comose pode organizar ações e atividades que produzam no discente o aprofundamento sobre o objeto matemático.

Abordagem inicial sobre a Metodologia de Ensino Trilha de Aprendizagem

Segundo Tafner, Tomelin e Müller (2012), as trilhas de aprendizagem são: caminhos flexíveis e alternativos para o desenvolvimento intelectual. As trilhas de aprendizagem, tem como base fundamentada na teoria de competências, levando em consideração o conhecimento prévio do estudante agregando atividades práticas e teóricas para atingir o objetivo final, produzindo um pós-aprendizado, ou seja, um alto nível de conhecimento sobre o objeto de estudo.

Dessa forma, adotar trilhas de aprendizagem como recurso que permite a personalização do ensino, respeitando a individualidade de cada pessoa, bem como as suas necessidades e motivações, traz na sua praticabilidade operacional o protagonismo do conhecimento pelo estudante, dando mais autonomia e responsabilidade a ele.

A Metodologia de Ensino Trilha de Aprendizagem construída a partir de um Trabalho Colaborativo

Através da literatura, buscamos subsídios para conceituar e apresentar característica sobre trabalho colaborativo nas mais diversas dimensões e em seguida recebê-lo como parâmetro para um trabalho colaborativo entre professores de matemática. Sendo assim, se faz necessário compreender o verdadeiro aspeto conceituais e prático do trabalho colaborativo, trazido por Ana Cristina Ferreira (2003), que diz,

> Há algum tempo, os conceitos de trabalhos em grupo, aprendizagem cooperativa e colaboração, dentre outros, começaram a ser aplicados de forma mais significativa no contexto da pesquisa educacional. No entanto, tais conceitos têm sido utilizados e entendidos de várias formas, muitas vezes como sinônimos, o que dificulta a comunicação. Ferreira, (2003, p. 126)

Ter uma compreensão adequada sobre o modo de organização e os procedimentos teóricos de um trabalho colaborativo, facilitará com que o grupo de professores de matemática da escola campo de pesquisa, iram atuar, buscando considerar a troca de experiências, o diálogo e a parceria como elementos essenciais para o desenvolvimento das ações comuns do grupo que proporcionará o atingimento das suas metas. Para isso, a participação dos seus membros precisa ser de maneira voluntária, com responsabilidade e compromisso com os ideais pré-estabelecidos pelo grupo, sempre permetindo oportunidade e valorizando, a vez e voz. Ferreira (2003), ainda traz duas formas de relacionamento grupal que muitas vezes se confundem por ter práticas de atuação bem semelhantes, porém, com ideais bem distintos na sua essência. São elas: a cooperação e a colaboração.

- A cooperação dos membros do grupo trabalha por uma meta que não necessariamente é de todos, ou ainda, os participantes estão envolvidos por um motivo externo.

- A colaboração envolve a reciprocidade e equidade a partir do projeto pensado pelogrupo, com tomadas de decisões conjuntas.

A partir desses esclarecimentos, Ferreira ainda enfatiza o trabalho colaborativo como uma ferramenta de alto grau de potencialidade para o alcance das metas estabelecidas pelo pesquisador a partir do que se busca atingir, desenvolver ou mudar noprocesso da pesquisa, ou do trabalho, como também, contribui para a ação docente, na perspectiva de que em grupo, os professores possam refletir sobre as práticas docentes, criando alternativas para alcançar as metas propostas pelo grupo.

A Trilha de Aprendizagem na Perspectiva da Teoria de Van Hielle

Para a construção da trilha de aprendizagem das transformações geométricas,buscamos à luz da teoria de Van Hiele, como teoria orientadora para compreender osprocessos de desenvolvimento do pensamento geométrico, para uma melhor elaboração do material a ser aplicado no processo de coleta de dados dessa pesquisa.Pois, para Lorenzato (1995, p. 3):

> O Modelo de Van Hiele, que concebe diversos níveis de aprendizagem geométrica (ou níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico) com as seguintes características: no nível inicial (visualização), as figuras são avaliadas apenas pela sua aparência, a ele pertencem os estudantes que só conseguem reconhecer ou reproduzir figuras (através das formas e não pelas propriedades); no nível seguinte (análise) os estudantes conseguem perceber características das figuras e descrever algumas propriedades delas; no outro nível (ordenação), as propriedades das figuras são ordenadas logicamente (inclusão) e a construção das definições se baseiana percepção do necessário e do suficiente. As demonstrações podem ser acompanhadas, memorizadas, mas dificilmente elaboradas. Nos dois níveis seguintes estão aqueles que constroem demonstrações e que comparam sistemas axiomáticos. (LORENZATO, 1995, p. 3)

A fundamentação do processo de aprendizagem da geometria, que valoriza uma aprendizagem de maneira gradual, global e construtiva, é a essência da teoria proposta por Van Hiele. Essa teoria apresenta uma certa ordem processual da aprendizagem geométrica, pois compreende que a linguagem geométrica, o raciocínio e a intuição são obtidos gradualmente, nos mais diversificados níveis e etapas produzindo outros significados, a partir de um processo de construção própria do estudante.

A Teoria de Van Hiele se torna um excelente suporte para avaliar o nível de desenvolvimento do raciocínio dos sujeitos e desenvolver uma proposta de ressignificação dos conceitos básicos da Geometria Plana, além disso, reforça a crença nas potencialidades da teoria como um caminho teórico e metodológico capaz de sustentar um projeto consistente no ensino de Geometria.

Trilha de Aprendizagem Colaborativa de TG's

A Geometria está presente em nosso dia a dia, basta olharmos a nossa volta. Logo, aprender seus conceitos e suas propriedades, e tê-las como recursos fundamentais ao conhecimento matemático, e até de mundo, torna-se imprescindível para o desenvolvimento intelectual do estudante. Por esse motivo, nossa perspectiva é de contribuir na prática pedagógica do professor de Matemática no que se refere ao ensino de geometria, nas diversas etapas de ensino da educação básica, como também na formação de conceitos bem definidos e estabelecidos, como base para apropriação mais complexa e profunda de estudos posteriores, além de impulsionar a (re)construção do pensamento geométrico relacionado às transformações geométricas, através de atividadesno formato de Trilha de Aprendizagem.

Parâmetros analíticos da capes

Apresentamos a seguir, aspectos analíticos do produto ou processo educacional, na qual a CAPES utiliza na avaliação das produções dos programas de pós-graduação de mestrado e doutorado profissional. E para esse fim, descrevemos a proposta inicial do nosso produto educacional, a partir de cada critério estabelecido pela CAPES.

Aderência

- **Área de Concentração**: Educação Matemática (A1)

- **Linha de Pesquisa**: Metodologia, Didática e Formação do Professor noEnsino de Ciências e Educação Matemática (LP1).

A aderência é o primeiro critério estabelecido pelos parâmetros de avaliação da CAPES, que segundo o documento de "Produção Técnica — Grupo de Trabalho da CAPES — área de Ensino", sendo esse um critério obrigatório, utilizado para a validaçãode uma produção que deverá apresentar origens nas atividades relacionadas a linha pesquisa do projeto.

Assim, a Trilha de Aprendizagem de TGs está ligada a área de concentração do programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba — UEPB, seguindo a linha de pesquisa Metodologia, didática e Formação do Professor no Ensino de Ciências e Educação Matemática, como um instrumento facilitador da aprendizagem de geometria, a ser utilizadas por professorese estudantes na compreensão de conceitos e propriedades a partir de atividades intencionalmente elaboradas de maneira conexa com outras áreas do conhecimento.

Impacto

A avaliação deste critério, segundo o documento produzido pelo grupo de trabalho

– GT, da área de ensino da CAPES, intitulado de "Produção Técnica", está relacionada com as mudanças causadas pelo **Produto Técnico e Tecnológico** - **PTT** no ambiente emque ele está inserido. Para avaliar tal critério é importante entender o motivo de sua criação, onde a questão do demandante se torna de grande relevância, e deve estar claro qual o foco de aplicação do produto, permitindo assim avaliar em qual(is) área(s) as mudanças poderão ser percebidas.

- **Alto - PTT** gerado no Programa, aplicado e transferido para um sistema, no qualseus resultados, consequências ou benefícios são percebidos pela sociedade.
- **Real** - efeito ou benefício que pode ser medido a partir de uma produção que se encontra em uso efetivo pela sociedade, ou que foi aplicado no sistema, ou seja, as mudanças diretamente atribuíveis à aplicação do **PTT** com o público-alvo.

Ao analisar nossa proposta descrita no contexto desse projeto, notamos que o impacto a ser gerado pelo produto educacional é de Alto e Real impacto. Pois, esperamosque o produto educacional seja gerado no programa, aplicado e transferido para um sistema onde os resultados e sua aplicabilidade possam ser sentidos pela sociedade.

Aplicabilidade/ Replicabilidade

O critério aplicabilidade faz referência à facilidade com que se pode empregar o Produto a fim de atingir os objetivos específicos para os quais foi desenvolvida. Entende-se que uma produção que possua uma alta aplicabilidade, apresentará uma abrangência elevada, ou que poderá ser potencialmente elevada, incluindo possibilidades de replicabilidade como produção técnica. Abrangência territorial - Refere-se a uma definição precisa da vocação do **PTT**, ou seja, se é local, regional, nacional ou internacional.

Replicabilidade - Possibilidade de o **PTT** ser repetido, mesmo com adaptações, em diferentes contextos daquele em que ele foi produzido.

Sua aplicabilidade inicial tem cunho local, abrangendo um público-alvo específico, que sendo estudantes do ensino médio da Escola de Referência e Ensino Médio Dr. Fernando Pessôa de Mello no Município de Quipapá-PE e esperamos que o produto educacional possa ser aplicado em outras locais, mesmo com ajustes e alteraçãoa cada público a ser replicado.

Inovação

O conceito de inovação é muito amplo, mas em linhas gerais, pode-se definir como a ação ou ato de inovar, podendo ser uma modificação de algo já existente ou a criação de algo novo.

Médio teor inovativo - Combinação ou compilação de conhecimentos pré-estabelecidos.Esse parâmetro tem o intuito de direcionar a finalidade do produto educacional. O teor de inovação da proposta de produto educacional se caracteriza como de médio teor inovativo, pois, a temática específica a ser trabalhada não é inédita, porém, buscaremos agregar a essa temática a metodologia de ensino que é a Trilha de aprendizagem. Se espera com essa junção, seja exitosa para o ensino das transformaçõesgeométricas, gerando novas formas de aprendizagem.

Transferência de tecnologia/conhecimento

É o processo que permite que o conhecimento gerado, seja convertido em um produto que beneficiem a sociedade. Sendo assim, nosso produto educacional, será disponibilizado para acesso para a comunidade, escolar e/ou institucional, com o intuito de estender a produção do conhecimento.

Complexidade

Pode ser entendida como uma propriedade associada à diversidade de atores, relações e conhecimentos necessários à elaboração e ao desenvolvimento de produtos técnico-tecnológicos.

Média complexidade - O **PTT** é concebido a partir da observação e/ou da prática do profissional e está atrelado à questão de pesquisa da dissertação/tese, apresenta metodologia clara e explica de forma objetiva a aplicação e análise do produto, resulta dacombinação de conhecimentos pré-estabelecidos e estáveis nos diferentes atores - segmentos da sociedade.

O produto educacional apresenta média complexidade, pois, ele é percebido a partir da minha experiência prática sobre as dificuldades sobre as propriedades das transformações geométricas e diversos contextos de exploração, tendo como campo de investigação da minha dissertação.

Acesso

Relaciona-se à forma de acesso ao Produto Educacional, analisando-se de possuie qual tipo de acesso. Se observa nesse critério, quais os espaços de visibilidade e acessoao público, como os seguintes espaços abaixo:

- Acesso livre (online) ou via rede fechada;
- Portal nacional ou internacional;
- Página do Programa;
- Biblioteca;
- EduCapes;
- Outras plataformas.

Esperamos que o nosso produto educacional possa ser disponibilizado nas mais diversas plataformas acadêmicas de pesquisa da nossa área de concentração. Assim, seja também instrumento de análise e apoio para novos direcionamentos e estudos.

Associação com a dissertação

Este é um critério obrigatório, ou seja, sem isto, o produto ou processo sequer será avaliado. Refere-se ao vínculo direto entre o produto ou processo e os dados, e a análise deles conforme estão postos na dissertação ou tese.

A temática principal da proposta desse produto educacional tem como campo comum de interação a ser investigado e explorado nas mais diversas atividades eabrangências, as transformações geométricas. Sendo assim, seguindo o campo de interação a ser investigado pela dissertação.

Gênero do discurso/ respeito às normas

Esse "item", não sendo um dos critérios de avaliação da capes, porém, todo produto e/ou processo educacional precisa ser produzido utilizando qualquer gênero de produção, apenas deve respeito a todas as normas estabelecidas com relação ao gênero do discurso escolhido. Quanto às correções, devem se referir à gramática, ortografia, estilo e normas, conforme o gênero do produto. Inicialmente, estamos pensando em produzir uma trilha de aprendizagem com desafios explorativos gerando significados das propriedades das transformações geométricas. Essa trilha apresentará etapas e níveis de interesses e complexidades, respectivamente. Essa estrutura será apresentada em forma de livreto bem ilustrativo, dinâmico e bem-intencionado, que poderá ser físico oueletrônico a ser disponibilizado nas mais diversas plataformas.

Considerações finais

A partir da ideia descrita e estruturada da proposta do Produto Educacional aqui apresentada, pretendemos ao longo da pesquisa e aplicabilidade dos instrumentos metodológicos, perceber o que será possível ajustar, melhorar a ideia inicial para que se possa produzir um material o mais próximo possível da realidade de que o tema principalpropõe apresentar como instrumento de apoio de atividades significativas de aprendizagem, em forma de trilha, tendo como parâmetro as mais recentes metodologiasde ensino e aprendizagem nas quais, conserva em sua essência de aplicabilidade o estudante como o centro do processo e por meio da metodologia aqui proposta do produtoeducacional, ele seja impulsionado a construir sistematicamente os conceitos e propriedades sobre as transformações geométricas.

Portanto, enfatizo que é uma proposta de produto educacional que se encontra emintensa construção, a partir de uma profunda reflexão entre os autores e que se vem realizando ajustes e melhorias para se aproximar no instrumento adequado para o fim quese pretende na pesquisa, estruturada na temática da dissertação.

Referências

Lorenzato, Sérgio. Por que não ensinar Geometria? A educação matemática em revista. Geometria. Blumenau, número 04, p.03-13, 1995. Edição especial.

Ferreira, Ana Cristina. Metacognição e desenvolvimento profissional de professores de matemática: uma experiência de trabalho colaborativo. 2003. 390 f. Tese de Doutorado da Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas.Campinas, SP. 2003.

Brasil, CAPES. Grupo de trabalho Produção Técnica. Brasília, 2019b. https://www.gov.br/capes/pt-br/centrais-de-conteudo/10062019-producao- tecnica-pdf. Acessado em 26/09/2022.

Tafner, E. P., tomelin, J. F. E müller, R. B. (2012). Trilhas de aprendizagem: uma nova concepção nos ambientes virtuais de aprendizagem – AVA. In: Congresso Internacional de Educação a Distância, 18. São Luís. Disponível em: http://www.abed.org.br/congresso2012/anais/95c.pdf. Acessado em 07/08/2021.

Possibilidades de materiais para ensinar matemática à bebês em um livro didático brasileiro

Possibilities of materials to teach mathematics to babies in one Brazilian textbooks

Posibilidades de materiales para enseñar matemáticas a bebés en uno libro de texto brasileño

Ana Paula Bolsan Sagrilo Silveira[727]
Prefeitura de Santiago / RS e Universidade Federal da Grande Dourados/ MS- Brasil
https://orcid.org/0000-0002-8053-7611

Edvonete Souza de Alencar[728]
Universidade Federal da Grande Dourados/ MS- Brasil
https://orcid.org/0000-0002-5813-8702

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Processos de ensino e aprendizagem da Matemática em diferentes modalidades e níveis educacionais.

Resumo

Esta comunicação apresenta dados parciais de uma investigação de mestrado e tem como objetivo identificar possibilidades de materiais para o ensino de matemática a bebês em um dos livros didáticos disponibilizados no Programa Nacional do Livro Didático -PNLD de 2019. O livro analisado foi Práticas comentadas para inspirar de Rosset, Webster, , Fukuda e Almeida (2019), nesta comunicação selecionamos uma das práticas comentadas para as discussões das análises. Metodologicamente, esta investigação é qualitativa do tipo documental fundamentada em Ludke e André (2013). Assim, lemos o livro na íntegra , realizamos fichamentos, estudos e categorizações dos dados encontrados. Os referenciais teóricos utilizados foram Silva, Marafiga e Lopes (2020), Arrais, Lazarreti , Moya , Moraes (2017), Gomes, Bueno e Alencar(2014), Piaget (1987). Os materiais encontrados para ensinar bebês e disponibilizados nas discussões do livro foram: i)uso de tecidos e caixas , para além do brincar de faz de conta também possibilita a ampliação das possibilidades e explorações de lateralidade e referencias de localização; ii) invenções com garrafas pet, que permitem além do desenvolvimento artístico, a flexibilidade mental proporcionada pela reversibilidade citada por Piaget, que é importante para a resolução de problemas e situações matemáticas. Portanto, percebe-se que as atividades, materiais e estímulos para se ensinar devem ser iniciados com os bebês.

Palavras-chave: *Educação matemática, Berçario; materiais; ensino e aprendizagem*.

[727] anapaulabsagrilo@hotmail.com
[728] edvonetealencar@ufgd.edu.br

Abstract

This communication presents partial data from a master's investigation and aims to identify possibilities of materials for teaching mathematics to babies in one of the textbooks made available in the National Textbook Program in 2019. The book analyzed was Commented Practices to Inspire de Rosset, Webster, Fukuda and Almeida (2019), in this communication we selected one of the practices commented on for the analysis discussions. Methodologically, this investigation is qualitative, of the documentary type, based on Ludke and André (2013). Thus, we read the book in its entirety, made records, studies and categorized the data found. The theoretical references used were Silva, Marafiga and Lopes (2020), Arrais, Lazarreti , Moya , Moraes (2017), Gomes, Bueno and Alencar (2014), Piaget (1987). The materials found to teach babies and made available in the discussions of the book were: i) use of fabrics and boxes, in addition to playing make-believe, it also enables the expansion of possibilities and explorations of laterality and location references; ii) inventions with bottles, which allow, in addition to artistic development, the mental flexibility provided by the reversibility mentioned by Piaget, which is important for solving problems and mathematical situations. Therefore, it is clear that activities, materials and stimuli to teach should be started with babies.

Keywords: *Mathematics education, Day care; materials; teaching and learning.*

Resumen

Esta comunicación presenta datos parciales de una investigación de maestría y tiene como objetivo identificar posibilidades de materiales para la enseñanza de matemáticas a bebés en uno de los libros de texto disponibles en el Programa Nacional de Libros de Texto - PNLD de 2019. El libro analizado fue Prácticas comentadas para inspirar de Rosset, Webster, Fukuda y Almeida (2019), en esta comunicación seleccionamos una de las prácticas comentadas para las discusiones de análisis. Metodológicamente, esta investigación es cualitativa, de tipo documental, con base en Ludke y André (2013). Así, leímos el libro en su totalidad, hicimos registros, estudios y categorizamos los datos encontrados. Los referentes teóricos utilizados fueron Silva, Marafiga y Lopes (2020), Arrais, Lazarreti, Moya, Moraes (2017), Gomes, Bueno y Alencar (2014), Piaget (1987). Los materiales encontrados para enseñar a los bebés y puestos a disposición en las discusiones del libro fueron: i) el uso de telas y cajas, además del juego de fantasía, también posibilita la ampliación de posibilidades y exploraciones de referencias de lateralidad y ubicación; ii) inventos con botellas de PET, que permiten, además del desarrollo artístico, la flexibilidad mental que brinda la reversibilidad mencionada por Paiget, la cual es importante para la resolución de problemas y situaciones matemáticas. Por tanto, está claro que las actividades, los materiales y los estímulos para enseñar deben iniciarse con los bebés.

Palabras clave: *Educación matemática, Guardería; materiales; enseñando y aprendiendo.*

Considerações iniciais

Ao estudarmos sobre o ensino de matemática para bebês poucos são os estudos brasileiros nessa área, este fato justifica a realização desta investigação, tendo em vista que há poucos estudos realizados. Em uma busca de investigações sobre o tema encontramos os textos de Silva, Marafiga e Lopes (2020), Arrais, Lazarreti , Moya , Moraes (2017), Gomes, Bueno e

Alencar(2014) que trazem reflexões sobre ações de ensino para bebês e no qual apresentaremos mais a respeito na próxima seção.

Assim, por ter poucos estudos de referências foi desafiador realizar essa investigação e ao mesmo tempo necessária para a área de Educação Matemática, principalmente aos estudos que tangem a aprendizagem de bebês. Pela legislação brasileira e atual documento curricular Base Nacional Comum Curricular , a faixa etária de bebês é considerada de zero a 1 ano e 6 meses. É nessa idade que concentramos nossa investigação.

Diante da escassez de estudos da área e do recente uso do livro didático para a Educação Infantil, consideramos que este era um dos materiais que poderiam ser analisados , com o intuito de identificar os possíveis materiais para se ensinar matemática apresentados na proposta de um dos livros didáticos aprovados pelo Programa Nacional Livro Didático de 2019. E a questão que norteou nossa investigação foi: "Quais os materiais para se ensinar matemática eram apresentados na proposta de um dos livros didáticos aprovados pelo Programa Nacional Livro Didático de 2019?"

Portanto, nossa investigação é qualitativa de cunho documental fundamentada por Ludke e André (2013) no qual mostraremos em seções futuras nesta comunicação. E organizamos nossa investigação apresentando reflexões sobre os estudos encontrados do tema, a metodologia da investigação, as análises realizadas e algumas de nossas considerações.

O ensino de matemática para bebês: referencial teórico

Ao iniciarmos nosso interesse pelo ensino de matemática à bebês, nos deparamos com o desafio de encontrar poucos estudos já desenvolvidos para embasamento teórico e como referência. Assim , nossa busca se deu no google acadêmico, com o descritos bebês e ensino de matemática, depois da leitura dos títulos e resumos encontramos os três textos Gomes, Bueno e Alencar(2014), Arrais, Lazarreti , Moya , Moraes (2017) e Silva, Marafiga e Lopes (2020).

Gomes, Bueno e Alencar (2014) desenvolveram uma pesquisa teórica sobre a musicalidade para bebês de 6 a 18 meses. A investigação traz reflexões importantes principalmente sobre como a música vai proporcionando sinapses cerebrais, para que os bebês estabeleçam diferentes relações com o conhecimento.

As autoras alertam que um dos primeiros estímulos aos bebês é o embalar e como este é importante para o primeiro conhecimento com o mundo. Assim , Gomes, Bueno e Alencar (2014) , nos dizem que é "Por meio dele é demonstrado acolhimento utilizando sonoridades, ritmos e movimentos de diferentes formas e intensidades."

Portanto , as autoras apresentam como os sons a música são importantes para o desenvolvimento matemático dos bebês , pois estes estimulam sinapses cerebrais que contribuem com a aprendizagem.

Arrais, Lazarreti , Moya , Moraes (2017) desenvolveram uma atividade no berçário no projeto "Oficina Pedagógica de Matemática", na Universidade Estadual de Maringá . Este projeto forma e desenvolve pesquisas com professores , com o intuito de refletir teoricamente sobre as ações de ensino para Matemática. Foi elaborado uma sequência de atividades para serem desenvolvidas em uma turma de berçário de 10 meses a 1 ano e 6 meses. A primeira ação promoveu ler a história "O fofinho" e a partir desta manipular objetos confeccionados a partir dos personagens. Com estes foi possível estimular as diferentes texturas , estimular o conhecimento sensorial , sonoro e gestual.

Apresentou-se ainda aos bebês algumas imagens dos livros reproduzidas com material tátil , para a exploração e desenvolvimento das percepções dos mesmos. Como terceiro momento de ação com os bebês foi confeccionado com esponjas os personagens da história para que estes pudessem vivenciar a história e conhecer as características de cada material utilizado.

Silva, Marafiga e Lopes (2020) realizaram uma formação com docentes que atuavam no berçário. Trata-se de um curso de extensão sobre geometria e o movimento. Nesta formação foi desenvolvido três atividades: 1) O que passa por cima ou por baixo? E por dentro e fora?; 2) Será que cabe ou não cabe?; 3) Formas e formas... aonde vai cada uma?. Essas atividades promoveram os docentes para que refletissem sobre a localização , o movimento e as características dos conteúdos geométricos.

Nessa verifica-se a exploração de materiais, como circuitos com bambolês e uso de caixas e bolas de encaixe em atividades com as crianças. Portanto este estudo revela como é importante o uso de determinados materiais nessa faixa etária.

Após a breve apresentação sobre as investigações realizadas , para que pudéssemos embasar nossa investigação com relação aos conhecimentos matemáticos , nos fundamentaremos em Piaget (1987).

Piaget (1987) aborda sobre a teoria cognitiva do desenvolvimento e nos faz refletir sobre as suas fases. Especificamente , neste artigo faremos menção ao período sensório motor que é dos 0 até os dois anos de idade.

Segundo Piaget (1987) nesta fase desenvolvem a capacidade de identificar movimentos e conhecer as sensações, os objetos e interagir com os diferentes estímulos do mundo ao seu redor. É neste período que se desenvolve a coordenação motora e iniciam as primeiras identificações do campo visual.

Assim, é neste período que os bebês iniciam o seu conhecimento dos objetos e das suas possíveis características. Este fato é considerado segundo Piaget o conhecimento físico. Este é muito importante para o posterior desenvolvimento do conhecimento matemático que é o estabelecimento de relações entre as características físicas encontradas. É possível ainda estabelecer a partir desta reflexão indícios sobre o desenvolvimento da reversibilidade. A reversibilidade para Piaget é a habilidade de se realizar mentalmente ações opostas mentalmente. Portanto , promover algumas situações aos bebês como colocar e tirar objetos de uma caixa contribuem para o desenvolvimento da reversibilidade.

Caminhos da investigação: metodologia

A metodologia utilizada nesta investigação é a documental e portanto é considerada um estudo qualitativo. Fundamentamos nos estudos de Ludke e André (2013) no qual mencionam que este tipo de investigação ainda é pouco abordada e possui importante abordagem para auxiliar pesquisas futuras, pois é capaz de complementar informações sobre os estudos e metodologias mais abordados , assim como a busca por novos aspectos de investigado. As autoras consideram como materiais de análise documental: as leis, regulamentos, normas pareceres, cartas, memorandos, diários autobiografia, jornais, revistas, discursos roteiros de rádio tv, livros entre outros. E portanto o livro didático é considerado também um desses documentos que podem auxiliar a se ter novas perspectivas de investigação.

Cabe salientar que os documentos podem ser analisados de diferentes maneiras , utilizando contexto e lentes teóricas que permitam responder a questão de pesquisa de acordo com o interesse do investigador. Assim a análise documental é uma fonte estável e rica , no qual servirá de bases para diferentes estudos.

O livro selecionado foi Práticas comentadas para inspirar (vide Figura 1) de Rosset, Webster, Fukuda e Almeida (2019) da Editora Brasil, no qual para esta comunicação apresentamos as análises realizadas na Prática Comentada 1. Salientamos que selecionamos este livro didático pois contempla a idade na qual temos como pretensão de aprofundamento nesta investigação.

Figura 1

Capa do livro analisado

Salientamos ainda que este livro didático à Educação Infantil é destinado aos docentes que atuam na Creche e/ ou Berçário e possuem experiências e propostas de atividades comentadas por projetos. Assim as ações apresentadas não são fragmentadas mas compõem-se em um componente que é a aprendizagem do bebê respeitando o seu tempo , seu espaço e desenvolvimento e todo o contexto é composto por ações que envolvem o brincar.

Realizamos a leitura do livro didático na íntegra e selecionamos a Prática Comentada 1 para apresentarmos esta comunicação. Em cada atividade observamos os materiais com possíveis possibilidades para o ensino de matemática à bebês.

Os materiais para se ensinar matemática à bebês : análises

Ao realizarmos as análises da Prática comentada 1 com o intuito de identificar os possíveis materiais para se ensinar matemática, identificamos dois materiais: i) uso de tecidos e caixas e ii) invenções com garrafas pet.

i) Uso de tecidos e caixas

A proposta da Prática comentada propõe que seja dado aos bebês oportunidade de conhecer diferentes materiais , neste caso tecidos de diferentes texturas e caixas de diferentes tamanhos e formatos. Salientamos que todas as propostas são desenvolvidas em um contexto do brincar e em meio a realização de um projeto. O contato com esses materiais potencializarão aprendizagens importantes para o desenvolvimento de conhecimentos futuros mais complexos. Assim , podemos dizer que é na Educação Infantil – Berçário que deve se iniciar as primeiras experiências de conhecimento, observação e análise para que ocorra um desenvolvimento matemático com qualidade.

Os bebês ao terem experiências e conhecerem os materiais de diferentes tecidos e texturas, podem iniciar comparações e estas possibilitam desenvolver o que chamamos de reversibilidade dos estudos de Piaget, identificamos este fato também nos estudos de Arrais, Lazarreti , Moya , Moraes (2017). O bebê ao perceber que um tecido brilha, o outro é escuro e o outro é áspero inicia um processo de conhecimento sobre as características de cada tecido e percebe que são diferentes , que podem se complementar e em meio a um contexto de brincadeira , começa a diferenciar e a perceber suas características. A percepção de uma das características é o que Piaget considerava como conhecimento físico dos objetos. Já a relação que o bebê pode estabelecer entre os diferentes tecidos e a percepção que são diferentes é uma das características iniciais do desenvolvimento do pensamento matemático. Portanto, quando o bebê percebe que os tecidos são diferentes eles iniciam a compreensão de um dos conceitos importantes do desenvolvimento pensamento algébrico “a igualdade” . Os bebês ao perceberem a diferença sabem o que não é igual e portanto iniciam a compreensão por meio da reversibilidade do que é igualdade.

Quanto ao uso das caixas é importante salientar que estas devem ter diversidade de tamanhos, formas e podendo ter diferentes texturas . Assim as caixas estimulam os bebês conhecerem mais sobre as noções do conhecimento espacial , sobre as referencias de localização e o conhecimento geométrico, como já mencionado por Silva, Marafiga e Lopes (2020). Portanto , com o uso de caixas é possível estimular os bebês para que iniciem uma reflexão sobre os objetos que estão dentro da caixa e os que estão fora da caixa. Como citado por Gomes, Bueno e Alencar(2014) as sinapses cerebrais nesta idade são tão rápidas que os bebês nesta proposta de atividade iniciarão logo após a exploração das caixas , a necessidade de esvaziar e encher a caixa , colocando objetos para dentro e para fora. Esta percepção proporcionará o que Piaget chama de reversibilidade.

Logo os bebês adquirirão noções de espaço , pois o trabalho com diferentes tamanhos de caixa proporcionará a própria criança entrar em uma delas e explorar o espaço ali contido. Essa experiência o fará perceber que não são todas as caixas que consegue entrar , assim como não são todas que cabem todos os objetos. Essas ações farão os bebês perceberem noções espaciais, assim como as primeiras referências de localização, pois aos poucos os educadores que os acompanham incluirão palavras como “dentro”, “fora” e outras.

ii) invenções com garrafas pet

Os bebês ao terem experiências e conhecerem os materiais produzidos com diferentes garrafas pet, podem desenvolver noção espacial, ampliar as referências de localização e identificar conteúdos sólidos e líquidos nas garrafas.

Cabe salientar que os objetos construídos pelos docentes com garrafa pet para a manipulação dos bebês devem estar totalmente isolados e seguros tendo em vista a curiosidade da criança com este tipo de objeto.

As invenções com as garrafas pet além de proporcionar um contexto lúdico ao bebê , promoverá que este amplie suas experiências para conhecer diferentes objetos. É possível que estes identifiquem garrafas mais leves , mas pesadas, que contenham líquidos, ou sólidos e o item principal que chama a atenção dos bebês neste objeto é a possibilidade de os mesmos conterem som , quando por exemplo os objetos que estão na garrafa pet fazem algum barulho.

Assim o uso da garrafa pet potencializa que os bebês identifiquem características físicas, o que Piaget menciona como conhecimento físico, que é essencial para que se estabeleça relações para o desenvolvimento do conhecimento matemático.

Algumas considerações

Diante do percurso de análise que realizamos podemos identificar e tentar responder nossa questão inicial: "Quais os materiais para se ensinar matemática eram apresentados na proposta de um dos livros didáticos aprovados pelo Programa Nacional Livro Didático de 2019? Sabemos que esta comunicação por sua curta extensão não apresenta todos os materiais encontrados no livro didático selecionado "Práticas analisadas para ensinar", no entanto aprofundamos nossas reflexões em uma das práticas comentadas, no qual apresentam dois materiais : i) uso de tecidos e caixas e ii) invenções com garrafas pet.

A prática comentada analisada permite que possamos refletir sobre as diferentes possibilidades que podemos dar nas ações pedagógicas aos bebês, para que estes potencializem as suas aprendizagens. É possível identificar em situações com o uso do brincar , como os bebês aprendem a estabelecer relações . Para isso , é preciso oportunizar diferentes situações que tenham uma intencionalidade matemática. Assim poderemos desenvolver diferentes noções matemáticas para que os bebês reflitam sobre os diferentes conhecimentos e como estes fazem parte do seu cotidiano.

Referênciais

ARRAIS, Luciana Fugueiredo Nacanallo; LAZARRETI, Lucinéia Maria; MOYA, Paula Tamyris; MORAES, Silvia Pereira Gonzaga de. Ensinando Matemática aos bebês: encantos, descobertas e exploração das relações entre grandezas. **Cad. Pesq**. São Luís: v. 24, n. Especial, p. 89-105. set./dez. 2017.

GOMES, Herica Cambraia; BUENO, Simone; ALENCAR, Edvonete Souza de. Musicalidade, bebês e matemática: o corpo que embala. **Horizontes – Revista de Educação.** Dourados: v. 2, n. 4, p. 7–16. jul./dez. 2014.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação**: abordagens qualitativas. São Paulo: E.P.U., 2012.

PIAGET, J. **O nascimento da inteligência na criança**. 4 ed. Rio de Janeiro: LTC, 1987.

SILVA, Sandra Aparecida Fraga da; MARAFIGA, Andressa Wiedenhoft; LOPES, Anemari Roesler Luersen Vieira. Processo formativo de professoras da Educação Infantil: Analisando ações sobre a localização e percepção do espaço com bebês. **Vidya.** Santa Maria: v. 40, n. 2, p. 107-126. jul./dez. 2020.

Fonte consultada:

ROSSET, Joyce M; WEBSTER, Maria Helena; FUKUDA, Joyce Eiko; ALMEIDA, Lucila. **Práticas Comentadas para Inspirar:** formação de professores de Educação Infantil. 1.ed. São Paulo: Editora do Brasil, 2017.

IX CIBEM Congresso Iberoamericano de Educação Matemática 05 a 09 de dezembro de 2022

O estudo de equações de primeiro grau a partir da resolução de problemas presentes no Papiro de Moscou

The study of first degree equations from the solving problems present in the Moscow Papyrus

El estudio de las ecuaciones de primer grado a partir de la resolución de problemas presentes en el Papiro de Moscú

Cristiane Schlagenhaufer[729]
UDESC
https://orcid.org/0000-0003-1045-3145

Regina Helena Munhoz[730]
UDESC
https://orcid.org/0000-0003-2061-0247

Ivani Teresinha Lawall[731]
UDESC
https://orcid.org/0000-0001-5753-1230

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Processos de ensino e aprendizagem da Matemática em diferentes modalidades e níveis educacionais

Resumo

Esse artigo apresenta as possíveis contribuições do uso da História da Matemática no ensino de equações apresentando os resultados alcançados com a aplicação da atividade denominada "Aplicando equações de primeiro grau em problemas presentes no Papiro de Moscou". A aplicação dessa atividade ocorreu com uma turma de 7º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública localizada no município de Campo Alegre SC. O artigo ainda apresenta reflexões acerca da importância da inserção da História da Matemática no ensino. Os resultados alcançados são analisados por meio da análise de conteúdo, desenvolvida a partir dos dados coletados, os quais foram: resolução da atividade aplicada. Assim, com esta análise realizada, verificou-se que a apresentação da História da Matemática por meio de problemas históricos apresenta indícios de contribuições a aprendizagem do aluno, possibilitando a ele a aquisição de novos conhecimentos.

[729] cristianeschlag@yahoo.com.br
[730] regina.munhoz@udesc.br
[731] ivani.lawall@udesc.br

Palavras-chave: História da Matemática. Equação do primeiro Grau. Papiro de Moscou.

Abstract

This article seeks to verify, through a qualitative research, the possible contributions of the use of the History of Mathematics in the teaching of equations, presenting the results achieved with the application of the activity called "Applying first degree equations in problems present in the Moscow Papyrus". The application of the activity took place with a 7th grade class of Elementary School from a public school located in the municipality of Campo Alegre SC. The article also presents reflections on the importance of inserting the History of Mathematics in teaching. The results achieved are analyzed through content analysis, developed from the data collected, which were: resolution of the applied activity. Thus, with this analysis carried out, it was found that the presentation of the History of Mathematics through historical problems shows evidence of contributions to student learning, enabling him to acquire new knowledge.

Keywords: History of Mathematics. First degree equation. Moscow Papyrus.

Resumen

Este artículo busca verificar, a través de una investigación cualitativa, las posibles contribuciones del uso de la Historia de las Matemáticas en la enseñanza de las ecuaciones, presentando los resultados alcanzados con la aplicación de la actividad denominada "Aplicación de ecuaciones de primer grado en problemas presentes en la Escuela de Moscú". Papiro". La aplicación de la actividad se realizó con una clase de 7º grado de la Enseñanza Fundamental de una escuela pública ubicada en el municipio de Campo Alegre SC. El artículo también presenta reflexiones sobre la importancia de insertar la Historia de las Matemáticas en la enseñanza. Los resultados alcanzados se analizan a través del análisis de contenido, desarrollado a partir de los datos recolectados, los cuales fueron: resolución de la actividad aplicada. Así, con este análisis realizado, se encontró que la presentación de la Historia de las Matemáticas a través de problemas históricos evidencia aportes al aprendizaje del estudiante, capacitándolo para la adquisición de nuevos conocimientos.

Palablas-clave: Historia de las Matemáticas. Ecuación de primer grado. Papiro de Moscú.

Introdução

Acreditamos que a maioria das pessoas que já tenham tido algum contato com a matemática escolar, por mais simples que tenha sido esse contato em algum momento se perguntou, para que serve isso? Onde vou aplicar esse conhecimento? Dentre outros questionamentos e reflexões que podem ter surgido acerca de algum objeto matemático e suas origens. Assim como alguns professores de matemática nos mais variados níveis de ensino também já foram surpreendidos com questionamentos como esses realizados por seus alunos.

De acordo com Mendes e Chaquiam (2016) muitos dos questionamentos matemáticos realizados por alunos em sala de aula podem ser respondidos recorrendo-se ao uso da História da Matemática, pois essa tendência é capaz de responder a esses questionamentos, ampliando e enriquecendo a aprendizagem destes alunos.

Além disso, documentos nacionais como a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (Brasil, 2018) também apresentam a História da Matemática como um recurso didático capaz de despertar o interesse pela aprendizagem matemática, mostrando um contexto significativo para aprender e ensinar matemática. De acordo com esse mesmo documento o uso da História da Matemática deve ser desenvolvido de maneira a promover a reflexão e a sistematização de conceitos matemáticos.

É possível apresentarmos a história da matemática de diferentes maneiras, dentre estas, podemos recorrer ao uso de problemas matemáticos históricos, encontrados em diferentes documentos, escritos em diferentes épocas.

Dentre estes documentos podemos citar o Papiro de Moscou, documento matemático escrito por povos egípcios ainda antes da era cristã, o qual é composto por 25 problemas, dos quais alguns deles podem ser desenvolvidos com alunos da Educação Básica, inclusive no Ensino Fundamental anos finais.

Assim, partindo do conhecimento da possibilidade de inserirmos a história da matemática em aulas de matemática na Educação Básica, especialmente ensino fundamental, anos finais, buscamos neste artigo verificar as possíveis contribuições da utilização da história da matemática no ensino de equações de primeiro grau, desenvolvendo para tanto, a análise dos resultados alcançados com a aplicação de uma atividade envolvendo quatro problemas presentes no Papiro de Moscou e que podem ser solucionados por meio de equações de primeiro grau.

História da Matemática no Ensino

Muitas vezes o professor de matemática ao ingressar em uma sala de aula e apresentar diferentes objetos do conhecimento matemático, logo é questionado por seus alunos com perguntas como: onde vou usar isso? Para que serve esta fórmula? Qual a aplicação disso? Dentre outras perguntas que alunos, de diferentes níveis de ensino (Ensino Fundamental, Ensino Médio, Ensino Superior) questionam a seus professores.

De acordo com Mendes e Chaquiam (2016) o aluno ao realizar questionamentos como esses, busca por respostas que o levem a entender que o conhecimento a ser aprendido contribuirá para a ampliação de suas estratégias de pensamento e, consequentemente o ajudará na sua produção de conhecimento, aumentando sua capacidade de aprendizagem. Além disso, segundo os mesmos autores, é nesse momento que o professor deve apresentar ao aluno que determinados conhecimentos poderão ser úteis na vida profissional e que o conhecimento do mesmo dará mais segurança para a aprendizagem de novos conceitos matemáticos a serem vistos em etapas futuras.

É durante a apresentação de respostas a questionamentos como estes que o professor tem a oportunidade de inserir a História da Matemática, pois a inserção da História da Matemática possibilitará a "explicação de porquês matemáticos e que muitas vezes favorecem a ampliação e o enriquecimento da aprendizagem dos alunos, ocasionando até a manifestação de interesses para estudos futuros sobre os temas tratados pelo professor" (MENDES e CHAQUIAM, 2016, p.26).

Além disso, de acordo com D'Ambrosio a história da matemática é capaz de promover a motivação nos alunos, sendo para isso necessário "dar curiosidades, coisas interessantes e que poderão motivar os alunos. " (D'AMBROSIO, 2021, p.52). Esse mesmo autor nos lembra que a História da Matemática além de promover a motivação dos alunos na aprendizagem matemática, permite aos mesmos reconhecer a matemática como uma manifestação cultural de todos os povos em todos os tempos.

Esta tendência além de apresentar um papel motivador na aprendizagem matemática, auxiliar o professor a responder determinados porquês matemáticos pode ser vista como uma importante ferramenta didática que segundo Santos (2011) permite expor como teorias e práticas matemáticas foram criadas, contribuindo assim para a valorização do aprendizado matemático.

A História da Matemática pode ser apresentada de diferentes maneiras, usando diferentes meios, como: as diversas formas de enunciar e demonstrar um teorema desenvolvido por diferentes povos, a apresentação de diferentes modelos e métodos matemáticos construídos em diferentes épocas e até mesmo o uso de problemas extraídos de fontes primárias históricas.

Diferentes autores chamam a atenção para o uso de problemas históricos durante as aulas de matemática dentre estes, Serrão e Brandemberg (2016) destacam as diversas possibilidades que a apresentação de problemas históricos pode trazer a aprendizagem, pois a "resolução de problemas matemáticos de cunho histórico deve possibilitar aos alunos mobilizarem conhecimentos e desenvolverem a capacidade para gerenciar as informações que estão ao seu alcance dentro e fora da sala de aula" (SERRÃO & BRANDEMBERG, 2016). O uso de problemas matemáticos históricos em sala de aula além de apresentar a história da matemática também possibilita ao aluno a habilidade de relacionar informações dentro e fora da sala de aula.

Papiro de Moscou e o Método da Falsa Posição

Buscando informações relacionadas a matemática desenvolvida pelos egípcios verificamos que grande parte do conhecimento que temos hoje sobre a matemática desenvolvida por esse povo provém de documentos antigos como o Papiro de Moscou e o Papiro de Rhind. De acordo com Eves (2004) o papiro de Rhind e o papiro de Moscou são as principais fontes de informações relacionadas a matemática egípcia antiga.

Ambos os papiros, papiro de Moscou e papiro de Rhind consistem em textos matemáticos com a apresentação de problemas práticos e problemas teóricos, sendo a maior parte dos problemas de natureza prática relacionada a situações cotidianas do povo egípcio.

Papiro de Moscou

Escrito por volta de 1850 a.C, encontramos nesse papiro aproximadamente 25 problemas, dos quais a maioria são problemas da vida prática e que segundo Boyer (2012) não se diferem muito dos problemas encontrados no papiro de Rhind, também conhecido como papiro de Ahnes.

A maior parte dos problemas encontrados nesse papiro apresentam soluções simples cuja resolução não exigia mais do que uma equação linear simples e o método empregado ficou conhecido mais tarde na Europa como regra de falsa posição" (EVES, 2004, p.73). Esse método consiste em atribuirmos um valor aleatório que achamos conveniente para a incógnita da nossa equação e então realizarmos as proporções necessárias a fim de encontrar a solução esperada.

O Método da Falsa Posição no Ensino

Um dos recursos didáticos que pode vir a ser usado para a inserção da História da Matemática em sala de aula é por meio da apresentação das diferentes técnicas e métodos usados por povos antigos para a resolução de determinados problemas matemáticos. Dentre um dos métodos que pode ser apresentado inclusive para alunos do Ensino Fundamental anos finais é o método da falsa posição, o qual segundo Medeiros e Medeiros (2004) é um importante e potente recurso pedagógico a ser utilizado no ensino introdutório a equações.

O método da falsa posição pode ser considerado útil para o ensino introdutório de equações já que nele é necessário apenas "assumir um valor tentativo para uma quantidade desconhecida para em seguida corrigi-lo com o auxílio de uma simples proporção, como em uma regra de três" (Medeiros & Medeiros, 2004, p.12). Desta forma este método quando usado durante os primeiros contatos com a equação, ainda segundo Medeiros e Medeiros (2004) pode ser visto como um trampolim que permite um salto na direção de estudos mais formalizados sobre equações.

A utilização deste método no ensino de equações permite ao professor mostrar a seus alunos uma maneira diferenciada de resolver equações de primeiro grau, pois o mesmo "mistura a aritmética, uma área da matemática que consideramos de fácil compreensão, com álgebra, uma área mais complexa, pois envolve incógnitas" (SILVA, 2013, p.12)

Metodologia da aplicação das atividades

Tendo conhecimento da importância do desenvolvimento de aulas planejadas usando a tendência História da Matemática no Ensino Fundamental, desenvolvemos uma atividade que relaciona equações de primeiro grau com problemas encontrados em documentos matemáticos históricos como o papiro de Moscou, esta atividade foi aplicada com alunos do 7ºano, sendo denominada "Aplicando equações de primeiro grau em problemas presentes no papiro de Moscou".

A aplicação desta atividade foi realizada ao longo de 4 horas/aulas da disciplina de matemática de uma única turma de 7ºano de uma escola pública municipal localizada no município de Campo Alegre – SC.

Antes de aplicarmos a atividade, apresentamos um método antigo, desenvolvido pelos egípcios, método esse conhecido como "Método da Falsa Posição". Este momento foi de grande importância nesta pesquisa, pois possibilitou analisar e refletir sobre a reação dos alunos ao serem apresentados a um método antigo e histórico. Para a apresentação do método usou-se como recurso o quadro e giz.

Em seguida realizamos a aplicação da atividade denominada “Aplicando equações de primeiro grau em problemas presentes no papiro de Moscou”, a atividade foi desenvolvida individualmente, onde cada aluno realizou suas próprias resoluções para cada um dos itens apresentados na atividade. A aplicação desta atividade foi nosso maior objetivo ao entrar em sala de aula, tendo em vista que nosso foco nesta pesquisa é verificar as possíveis contribuições da inserção da História da Matemática em aulas sobre equações de primeiro grau.

Nessa atividade os problemas aplicados foram os problemas 19 e 25 encontrados no papiro de Moscou e dois problemas relacionados a figuras geométricas (retângulo e triângulo), problemas estes encontrados no mesmo papiro, porém, não apresentando a numeração dos mesmos. Optamos em escolher estes quatro problemas pelo fato de apresentarem uma tradução para o português bastante clara, em linguagem simples e objetiva e também pelo fato destes problemas permitirem o encontro de solução através de equações simples de primeiro grau.

Análise e discussão dos resultados

Analisando a atividade aplicada categorizamos as atividades respondidas pelos alunos em dois grandes grupos. Denominados: grupo 1 e grupo 2, onde o grupo 1 foi formado pelas atividades cujo alunos resolveram todos os problemas proposto nesta atividade, totalizando 7 alunos e o grupo 2 foi formado por 16 atividades e corresponde as atividades em que os alunos desenvolveram apenas os problemas de natureza teórica, algébrica.

Essa atividade buscou aproximar os alunos da História da Matemática, por meio da apresentação e utilização de problemas presente no papiro de Moscou. Deste modo, observando todas as 23 atividades recebidas verificamos que a inserção da história da matemática trouxe contribuições, pois mesmo a atividade sendo desenvolvida em pouco tempo, todos os alunos que entregaram desenvolveram alguma questão, o que nos indica que a História da Matemática é capaz de despertar o interesse e a curiosidade nos alunos conforme cita Ubiratan D’Ambrosio (2021).

Com relação aos resultados alcançados pelo grupo 1 é possível verificar que o uso de problemas matemáticos presentes no Papiro de Moscou aliado a apresentação do método da Falsa Posição, além de permitir a apresentação da História da Matemática possibilitou aos alunos o desenvolvimento de novos conhecimentos, pois 7 alunos ao desenvolverem esta atividade foram capazes de apresentar a resolução para o problema 19 usando o método da Falsa Posição, método esse pouco conhecido e pouco apresentado nas escolas.

Um dos fatores que pode ter contribuído para que os alunos fossem capazes de encontrar soluções para o problema, foi a utilização do método da falsa posição, o qual segundo Silva (2013) é um método diferenciado de resolver equações de primeiro grau, onde mistura-se a aritmética com a álgebra. Desta forma podemos verificar que a apresentação de métodos diferenciados, inclusive métodos antigos, para a resolução de equações auxilia os alunos na compreensão de equações de primeiro grau.

Analisando as atividades desenvolvidas e entregues pelos alunos observamos que estes chegaram a solução determinando um valor inicial para a incógnita x e depois realizaram os ajustes necessários, procedimentos que nos mostraram a utilização do método da Falsa Posição também conhecido como regra da Falsa Posição.

Devemos lembrar que no momento em que os alunos desenvolveram estas resoluções, os mesmos ainda não haviam tido nenhum contato com métodos de resolução para equações de primeiro grau, o único método conhecido por eles foi o método da Falsa Posição. Porém, estes alunos foram capazes de solucionar as equações e representar os problemas por meio de sentenças matemáticas o que nos mostra que este método pode ser útil em aulas introdutórias a equações, servindo como um trampolim para estudos mais aprofundados sobre equação conforme cita Medeiros e Medeiros (2004).

Analisando as resoluções desenvolvidas pelos alunos, cujas as atividades pertencem a categoria denominada ‘Grupo 1’, para os problemas do Papiro de Moscou de ordem geométrica, é possível verificar que o uso destes problemas possibilitou aos alunos o desenvolvimento de novos conhecimentos ainda não adquiridos por estes. Apresentamos a seguir um dos problemas de natureza geométrica presente no papiro de Moscou.

Problema do papiro de Moscou “A área de um retângulo é 12 e a altura é $^{3}{}_{4}$ *da base. Quais as dimensões?”* (EVES, 2004, p.85)

O desenvolvimento da representação matemática para este problema histórico possibilitou aos alunos deste grupo 1 o desenvolvimento de novos conhecimentos, mobilizando novos conhecimentos e gerenciando informações dentro e fora da sala de aula, conforme citado por Serrão e Brandemberg (2016).

Analisando as atividades presentes na categoria denominada ‘Grupo 2’, verificamos que a maioria dos alunos foi capaz de representar matematicamente os problemas 19 e 25 do Papiro de Moscou, o que nos indica que a utilização de problemas antigos em aulas de matemática no Ensino Fundamental é possível, não existindo grandes dificuldades com relação ao uso de problemas desenvolvidos por outros povos há séculos atrás.

Problema 19: Tomando $1\frac{1}{2}$ *de uma quantidade e somando 4 obtém-se 10. Qual é a quantidade? (SANTOS, 2021, p.13)*

Analisando as 16 atividades pertencentes ao grupo 2, verificamos que destas 16 atividades, 4 atividades nos mostram que os alunos apresentam dificuldades em transformar um número misto em uma fração imprópria. Porém analisando as 12 atividades restantes verificamos que os alunos representam o problema matematicamente conforme o esperado.

A representação matemática do problema 25, foi mais simples, por se tratar de um problema que apresentava relação apenas com números inteiros. Apresentamos a seguir o referido problema.

“Problema 25: Duas vezes uma quantidade adicionada a ela mesma é 9. Qual a quantidade? ” (SANTOS, 2021, p.13)

Analisando as 16 atividades que fazem parte do grupo 2, verificamos que os alunos ao representarem matematicamente esse problema não encontram dificuldades, pois nas 16 atividades verificamos que os alunos, representam a quantidade desconhecida por x, a expressão “duas vezes” por meio de uma multiplicação por 2 e o fato de adicionar a própria quantidade é então representado pela soma de x, sendo então igualado a 9, valor apresentado no próprio problema.

Acreditamos que caso a atividade fosse aplicada em um tempo maior possibilitaria a esses alunos encontrarem soluções para os problemas, usando inclusive o método já apresentado, o método da Falsa Posição, método simples, que pode ser usado durante a introdução a equações pois conforme Medeiros e Medeiros (2004). Este método pode inclusive ser usado como um trampolim que permite um salto na direção de estudos mais aprofundados.

Considerações finais

A aplicação da atividade denominada "Aplicando equações de primeiro grau em um problema presente no Papiro de Moscou" nos mostrou que a utilização de problemas históricos matemáticos possibilita a inserção da História da Matemática no ensino da matemática.

Por meio da coleta e análise dos dados verificamos que alguns alunos foram capazes de desenvolver as soluções conforme propostas nos quatro problemas apresentados na atividade, o que nos indica que a utilização de problemas históricos matemáticos é possível de ser realizada em sala de aula, com alunos do Ensino Fundamental. Além disso, esses alunos ao desenvolverem todos os problemas propostos acabaram ampliando conhecimentos matemáticos por meio da aplicação de métodos ainda não conhecidos, como o método da Falsa Posição e revisando relações e fórmulas matemáticas já vistas, mas que não lembravam mais, como o cálculo da área e do perímetro de figuras geométricas como retângulo e triângulo.

Desta forma, a aplicação da atividade "Aplicando equações de primeiro grau em um problema presente no Papiro de Moscou" nos mostrou que a utilização de problemas histórico-matemáticos traz contribuições significativas a aprendizagem dos alunos enriquecendo o conhecimento dos mesmos, permitindo ao aluno o desenvolvimento e o gerenciamento de novas informações dentro e fora de sala de aula, conforme afirmado por Serrão e Brandemberg (2016). Porém o uso de determinados problemas requer, associado a determinados conhecimentos matemáticos, tempo e em algumas situações conhecimentos prévios por parte do aluno.

Entendemos que os alunos apresentariam um desenvolvimento melhor nesta atividade caso já tivessem tido um contato maior com equações de primeiro grau. Entretanto a utilização dos problemas históricos associados a História da Matemática nos mostra que é possível desenvolver nos alunos um conhecimento introdutório a respeito das equações de primeiro grau, por mais que estes não tenham tido nenhum contato com o assunto. Permitindo ainda ao aluno reconhecer a matemática como uma ciência desenvolvida ao longo do tempo, por diferentes povos, em diferentes momentos históricos, conforme lembrando por D'Ambrosio (2021).

Referências Bibliográficas

BOYER, Carl. B. **História da matemática.** São Paulo: Editora Blucher, 2012. E book. Disponível em: https://app.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788521216117/. Acesso em: 01 jun. 2022.

Brasil, **BNCC: Base Nacional Comum Curricular.** Brasília: Ministério da Educação. (2018). Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/. Acesso em: 04. Jun.2022.

D'AMBROSIO, Ubiratan. A INTERFACE ENTRE HISTÓRIA E MATEMÁTICA UMA VISÃO HISTÓRICO-PEDAGÓGICA. **Revista História da Matemática para Professores**, *[S. l.]*, v. 7, n. 2, p. 41–64, 2021. Disponível em: https://rhmp.com.br/index.php/RHMP/article/view/67. Acesso em: 18 jun. 2022.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. Campinas: Editora da Unicamp, 2004.

MEDEIROS, Cleide Farias de; MEDEIROS Alexandre. **O Método da Falsa Posição na História e na Educação Matemática.** Pernambuco, 2004. Disponível em:< https://www.scielo.br/j/ciedu/a/L3f9KpPFPnk4rfnDfGW7VGn/?lang=pt&format=pdf>. Acesso em: 19. Jun.2022.

MENDES, Iran Abreu; CHAQUIAM, Miguel. **História nas aulas de Matemática: fundamentos e sugestões didáticas para professores.** Belém: SBHMat, 2016.

SANTOS, Andressa. Gomes. dos; FREIRE, Dianara. Figueirêdo.; PEREIRA, Ana. Carolina. COSTA. Exploring how arithmetic operations in ancient Egypt through the history of Mathematics. **Research, Society and Development**, *[S. l.]*, v. 10, n. 3, p. e4310312944, 2021. DOI: 10.33448/rsd-v10i3.12944. Disponível em: https://rsdjournal.org/index.php/rsd/article/view/12944. Acesso em: 16 jun. 2022.

SANTOS, T. R. Chicon et al. **História da Matemática uma ferramenta para o desenvolvimento da aprendizagem**, 2011.

SERRÃO, Marcelo Miranda; BRANDEMBERG, João Claudio. **Utilizando problemas da história antiga da matemática como estratégia para o ensino de equações no 9º ano da escola básica**. In: X Encontro Nacional de História da Matemática, 2013, Campinas. Anais. Disponível em: https://www.cle.unicamp.br/eprints/index.php/anais-snhm/index. Acesso em: 01. Jun. 2022.

SILVA, Sammya Sué da Conceição Barata. **O Método Da Falsa Posição: Uma Proposta Diferenciada para o ensino de equação do 1º grau**. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) - Universidade do Estado do Pará. Belém, p.91 2013.

O conhecimento de Matemática Financeira por alunos do 7º ano

The knowledge of Financial Mathematics by 7th grade students

El conocimiento de las Matemáticas Financieras por estudiantes de 7º grado

Joana Luiz Marques
Mestranda do PEMAT/UFRJ e Professora na SME/RJ
orcid 0000-0002-8909-1230

Larissa Pereira Menezes
Mestranda do PEMAT/UFRJ
orcid 0000-0002-96698073

Lilian Nasser
Projeto Fundão e PEMAT/UFRJ
orcid0000-0001-6050-4807

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Processos de ensino e aprendizagem da Matemática em diferentes modalidades e níveis educacionais.

Resumo

No início do ano letivo de 2022, foram retomadas as aulas presenciais, depois de dois anos de afastamento forçado pela pandemia da COVID-19. Durante esse afastamento, foi instituído o Ensino Remoto Emergencial (ERE), em que poucos alunos da Educação Básica conseguiram acompanhar as atividades propostas e construir uma aprendizagem significativa. Este trabalho, recorte de uma pesquisa mais ampla, apresenta resultados de uma investigação com objetivo de averiguar o desempenho envolvendo porcentagem em questões de Matemática Financeira de alunos de duas turmas de sétimo ano de uma escola municipal do Rio de Janeiro, através de um teste diagnóstico de seis questões. As duas primeiras questões perguntavam sobre manejo de dinheiro e se gostariam de aprender sobre isso. A terceira questão era um problema de aplicação direta de porcentagem; e as demais, problemas simples de aumento ou desconto, sobre situações financeiras do cotidiano dos alunos. Foi observado que a maioria dos alunos não conseguiu resolver os problemas básicos propostos. Devido a experiências vivenciadas no seu cotidiano, alguns calcularam porcentagem usando raciocínio lógico. Essa é uma recomendação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que sugere o ensino de porcentagens sem uso de fórmulas. Com base nesses resultados, elaboramos uma sequência didática, partindo apenas dos conhecimentos básicos de matemática, construindo conceitos necessários para formar cidadãos críticos e cientes de suas possibilidades financeiras. A pesquisa está em andamento e esperamos ter resultados concretos sobre a aprendizagem significativa dos conceitos básicos de Matemática Financeira até o final deste ano.

Palavras-chave: Porcentagem; Educação Financeira; teste diagnóstico.

Abstract

At the beginning of the 2022 school year, presential classes were resumed, after two years of forced leave by the COVID-19 pandemics. During this period, emergency remote education (ERE) was established, in which few students from Basic Education could follow the proposed activities and build meaningful learning. This work, part of a broader research, presents the results of an investigation aiming to verify the performance about percentage in Financial Mathematics questions by students from two seventh grade classes of a municipal school in Rio de Janeiro. The diagnostic test elaborated had six questions. The first two questions asked whether students considered they knew how to handle with money, and whether they would like to learn about it. The third question was a problem of percentage, and the last three were simple problems about financial situations of the students' daily lives. The results showed that most of the students did not succeed in the solution of the proposed basic problems. Due to dayly life experiences, some students were able to calculate percentage using logical reasoning. This is recommended by the BNCC, which indicates the teaching of percentages without formulas. Based on these results, a didactic sequence on Financial Education was elaborated starting from mathematics basic knowledge, building the necessary concepts to form critical citizens aware of their financial possibilities. The research is in progress, and we hope to obtain concrete results about a significative learning of the basic concepts of Financial Mathematics at the end of this year.

Keywords: Percentage; financial education; diagnostic test.

Resumen

Al inicio del curso escolar 2022 se retomaron las clases presenciales tras dos años de baja forzosa por la pandemia del COVID-19. Durante esta eliminación, se estableció la educación remota de emergencia (ERE), en que pocos estudiantes de Educación Básica pudieron seguir las actividades propuestas y construir un aprendizaje significativo. Este trabajo presenta los resultados de una investigación con el objetivo de descubrir el desempeño en porcentaje en las preguntas de matemáticas financieras de los estudiantes de dos clases de séptimo año de una escuela municipal en Río de Janeiro, através de una prueba de diagnóstico de seis preguntas. Las dos primeras preguntas preguntaron sobre la administración del dinero y si les gustaría aprender sobre ella. La tercera cuestión es un problema de aplicación directa del porcentaje; y las otras, problemas sobre situaciones financieras de la vida cotidiana de los estudiantes. Se observó que la mayoría de los estudiantes no eran capaces de resolver los problemas propuestos. Debido a experiencias cotidianas, algunos calcularon porcentajes utilizando el razonamiento lógico. Esta es una recomendación de la BNCC, que indica la enseñanza de porcentajes sin el uso de fórmulas. A partir de estos resultados, elaboramos una secuencia didáctica, partiendo de los conocimientos básicos de matemáticas, construyendo conceptos necesarios para formar ciudadanos críticos y conscientes de sus posibilidades financieras. La investigación está en curso y esperamos tener resultados concretos sobre el aprendizaje significativo de los conceptos básicos de las matemáticas financieras para fines de este año.

Palabras clave: Porcentaje; Educación Financiera; prueba diagnóstica.

Introdução

Este artigo relata uma investigação realizada com duas turmas do 7º ano do Ensino Fundamental, de uma escola pública da cidade do Rio de Janeiro. Devido ao distanciamento causado pela COVID-19, os alunos tiveram pouco aproveitamento nos últimos dois anos, com o Ensino Remoto Emergencial (ERE).

O estudo faz parte de uma pesquisa mais ampla e visava fazer uma diagnose do desempenho em questões envolvendo porcentagem e Matemática Financeira, para planejar o ensino desses tópicos na retomada das atividades presenciais.

A experiência foi pensada com o objetivo de obter subsídios para a elaboração de uma sequência didática para o ensino de Matemática/Educação Financeira para essas turmas, de acordo com Zabala (1998). O ponto de partida escolhido foi saber um pouco dos conhecimentos prévios desses alunos do sétimo ano, mesmo que informais, através da aplicação de um teste diagnóstico, sendo possível definir de onde iniciar as atividades e trazendo ferramentas financeiras voltadas para situações do seu cotidiano, em que deverão tomar decisões na vida adulta.Esta sondagem se justifica pela defasagem no ensino devido à pandemia (muitos alunos não tiveram acesso à internet e ficaram por quase 1 ano e meio sem estudar).

Assim, com a retomada do ensino presencial, é necessário investigar o desempenho desses alunos em tópicos de Matemática e o que deixaram de aprender. Em particular, no tópico de Matemática Financeira, é fundamental saber por onde começar o ensino. Diferentemente de outros conteúdos do currículo de Matemática, o conteúdo de Matemática Financeira é atraente e familiar para os alunos, pois todos lidam, ou gostariam de lidar com dinheiro no seu dia a dia.

Matemática Financeira x Educação Financeira

É comum que muitos achem que Matemática Financeira é o mesmo que Educação Financeira, mas é preciso pontuar as diferenças e potencialidades de cada uma dessas áreas de conhecimento. É importante evidenciar que certamente não são áreas dicotômicas, visto que a Educação Financeira é mais ampla, e depende dos conceitos da Matemática Financeira para que os indivíduos tenham poder de decisão, interpretação e visão crítica.

Nessa perspectiva, Vaz e Kistemann (2019) destacam que a Matemática Financeira está ligada ao domínio de técnicas para a utilização de fórmulas que podem ter, ou não, conexão com a realidade. Ou seja, é um conjunto de conhecimentos, conceitos e algoritmos com foco em finanças e juros, por exemplo, que os professores de Matemática problematizam nas suas aulas, muitas vezes com exercícios de aplicação direta de fórmulas. Já a Educação Financeira utiliza essas mesmas técnicas, mas fazendo conexão com a realidade do aluno, com o pensamento crítico e sustentável e com o futuro desses alunos enquanto trabalhadores, como a possibilidade de investimentos, planejamento financeiro e preparo para a aposentadoria. A Educação Financeira contempla a tomada de decisões-micro em ações do dia a dia dos cidadãos com o planejamento e organização de suas contas, bem como tomar decisões-macro, investigando que decisões devem tomar ao contratar um empréstimo, fazer um financiamento, analisar propostas sobre a previdência, exercer o empreendedorismo e a sustentabilidade. Também deve-se levar em conta o consumo consciente.

Considerando as grandes transformações na sociedade, especialmente em razão do uso de novas tecnologias, observam-se mudanças nas formas de participação dos trabalhadores nos diversos setores da produção, das relações de trabalho, a variação nas taxas de ocupação, emprego e desemprego, a adesão ao trabalho intermitente, a desconcentração dos locais de trabalho, as diferentes formas de distribuição de riqueza e seus efeitos sobre as desigualdades sociais. Além disso, houve um aumento considerável do espaço para o empreendedorismo individual, em todas as classes sociais, e sendo assim, cresce a urgência da educação financeira e da compreensão do sistema monetário contemporâneo nacional e mundial, para uma inserção crítica e consciente no mundo atual.

Essas mudanças já estavam presentes no mundo e no Brasil, mas se acentuaram devido à pandemia de COVID - 19, visto que para além da crise humanitária, também podemos considerar uma crise econômica e financeira, que de certa forma foram amenizadas pela tecnologia. Mesmo assim, isso levou a um alto índice de desemprego, alta da inflação, falência de empresas, aumento de trabalhos informais e outras consequências. Fica um questionamento sobre se a Educação Financeira pode ser um meio de atenuar os efeitos de impactos como crises semelhantes podem causar. Certamente, ajudaria as famílias a terem um planejamento financeiro familiar, como por exemplo, ter uma reserva de emergência, além de prezar por uma economia comportamental ao invés de uma cultura consumista.

Skovsmose (2000) defende que as questões matemáticas podem fazer referência a três categorias: matemática pura, semirrealidade e ao mundo real. A Matemática Financeira, segundo este autor, está referenciada na categoria de matemática pura, enquanto a Educação Financeira faz referência à semirrealidade ou à realidade. As questões utilizadas nesta investigação contemplam a Educação Financeira, em uma perspectiva de semirrealidade, pois foram elaboradas contextualizando o cotidiano dos alunos.

A Matemática Financeira na BNCC

Na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) há uma ênfase na Matemática Financeira, embora não apareça o termo Educação Financeira na etapa do Ensino Fundamental. De acordo com a BNCC (BRASIL, 2018), nos anos finais do Ensino Fundamental, os alunos "devem dominar também o cálculo de porcentagem, porcentagem de porcentagem, juros, descontos e acréscimos, incluindo o uso de tecnologias digitais" (p. 225). Destaca-se também que

> Outro aspecto a ser considerado nessa unidade temática é o estudo de conceitos básicos de economia e finanças, visando à educação financeira dos alunos. Assim, podem ser discutidos assuntos como taxas de juros, inflação, aplicações financeiras (rentabilidade e liquidez de um investimento) e impostos. Essa unidade temática favorece um estudo interdisciplinar envolvendo as dimensões culturais, sociais, políticas e psicológicas, além da econômica, sobre as questões do consumo, trabalho e dinheiro. (BRASIL, 2018, p. 225)

A tabela 1 mostra as habilidades recomendadas na BNCC envolvendo a Matemática Financeira, a partir do 5º ano do Ensino Fundamental. Observa-se que no início do 7º ano, é esperado que os alunos saibam trabalhar com porcentagens, resolvendo problemas básicos, sem usar a "regra de três". É interessante observar que a palavra "juros" não é mencionada nas habilidades, embora apareçam no trecho da introdução citado acima.

Tabela 1.

Habilidades da BNCC em Matemática Financeira. Fonte: BRASIL (2018)

Ano	Habilidade
5º ano	(EF05MA06) Associar as representações 10%, 25%, 50%, 75% e 100% respectivamente à décima parte, quarta parte, metade, três quartos e um inteiro, para calcular porcentagens, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros.
6º ano	(EF06MA12) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com base na ideia de proporcionalidade, sem fazer uso da "regra de três", utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros.
7º ano	(EF07MA02) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, como os que lidam com acréscimos e decréscimos simples, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, no contexto de educação financeira, entre outros.
8º ano	(EF08MA04) Resolver e elaborar problemas, envolvendo cálculo de porcentagens, incluindo o uso de tecnologias digitais.
9º ano	(EF09MA05) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com a ideia de aplicação de percentuais sucessivos e a determinação das taxas percentuais, preferencialmente com o uso de tecnologias digitais, no contexto da educação financeira.

Por trás da recomendação de que os alunos devem operar com porcentagem, sem fazer uso da regra de três, está implícita a ideia da notação decimal da porcentagem, que permite fazer um cálculo direto, usando a calculadora. A notação decimal, aliada a uma abordagem visual de representação num eixo de setas (um diagrama onde o eixo horizontal funciona como uma escala de tempo e setas verticais posicionadas sobre datas indicam os valores nas respectivas datas), tem sido aplicada com sucesso, de acordo com Nasser (2010).

Metodologia

Com o objetivo de investigar os conhecimentos sobre porcentagem e Matemática Financeira, foi elaborado um questionário que os alunos da amostra responderam em março de 2022, na retomada das aulas presenciais. A ideia era saber se elesse consideravam aptos a lidar com o dinheiro, e se gostariam de aprender sobre isso. Após essas perguntas, foram propostos 4 problemas básicos envolvendo porcentagens. Além de escolher entre 3 alternativas, o aluno deveria apresentar sua resolução, para a professora ter uma ideia do seu raciocínio.

O questionário de Educação Financeira elaborado está disposto na figura 1 a seguir.

Figura 1.

Questionário aplicado na pesquisa Fonte: as autoras

1 - Você acha que sabe lidar com dinheiro sem errar ou ser enganado?

2 – Gostaria de estudar sobre Educação Financeira para saber mais sobre isso?

Nas questões a seguir, marque apenas uma alternativa como resposta. Justifique com cálculos e/ou textualmente a escolha da sua resposta.

3 - Numa turma com 40 alunos, 25% usam óculos. Quantos alunos dessa turma usam óculos?

10 (B) 15 (C) 25

4 - Um livro que custava 50 reais sofreu um aumento de 10%. Qual o preço do livro depois do aumento?

50 reais. (B) 55 reais. (C) 60 reais.

5 - Numa liquidação, comprei uma blusa com 20% de desconto, e paguei 40 reais.

Qual era o preço da blusa antes da liquidação?

(A) 48 reais. (B) 50 reais. (C) 60 reais.

6 - Um telefone celular que custava 400 reais sofreu um aumento e passou a custar 600 reais.

Qual foi a taxa de aumento?

20%. (B) 50%. (C) 200%.

A análise das respostas dos alunos ao questionário acima orientou a elaboração de uma sequência didática para o ensino do tópico de Matemática/Educação Financeira.

Análise das respostas e resultados

O questionário foi aplicado a duas turmas de sétimo ano, totalizando 47 alunos presentes no dia de aplicação. Essas duas turmas pertencem à mesma escola municipal na cidade do Rio de Janeiro e têm aulas de matemática com uma das autoras deste trabalho.

A primeira questão do questionário indaga aos alunos se sabem lidar com dinheiro sem erros e sem engano. As respostas foram, na sua maioria, do tipo “SIM” ou “NÃO” e alguns alunos justificaram suas respostas. Além disso, dois alunos não responderam a essa questão e um aluno respondeu que “depende da situação”. A tabela 2 a seguir indica o número de respostas dadas pelos alunos.

Tabela 2.

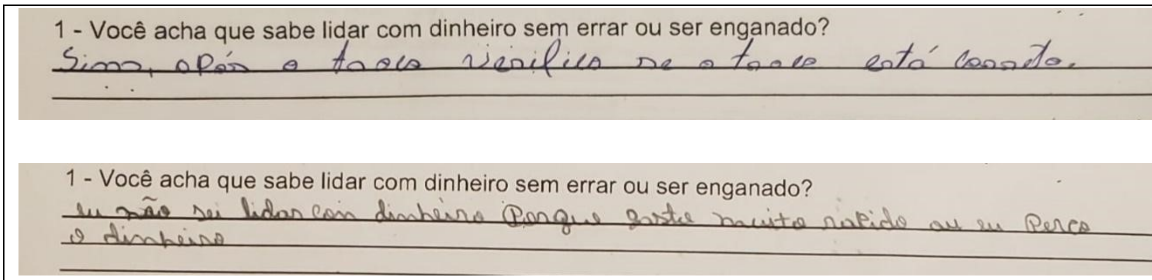
Número e porcentagem das respostas à questão 1.

Questão 1	7º ano (47 alunos)
SIM	26 (55%)
NÃO	18 (38%)

É perceptível que muitos dos alunos fizeram referência a lidar com dinheiro apenas como contar notas ou moedas e prestar atenção ao troco recebido. Alguns alunos fizeram referências à habilidade com cálculos e saber lidar com dinheiro. Outros relacionaram com reconhecer se uma nota é falsa e, também, sobre não ser impulsivo em compras, trazendo uma noção inicial de economia comportamental. A figura 2 mostra algumas respostas dos alunos.

Figura 2.

Exemplos de respostas para a questão 1. Fonte: as autoras.



Na segunda questão do questionário os alunos responderam sobre a vontade de estudar sobre Educação Financeira. As respostas foram, mais uma vez, em maioria, do tipo “SIM” ou “NÃO” e alguns alunos justificaram suas respostas. Além disso, um aluno respondeu “Talvez” e outro não respondeu. A tabela 3 a seguir indica o número e as porcentagens das respostas dadas pelos alunos.

Tabela 3.

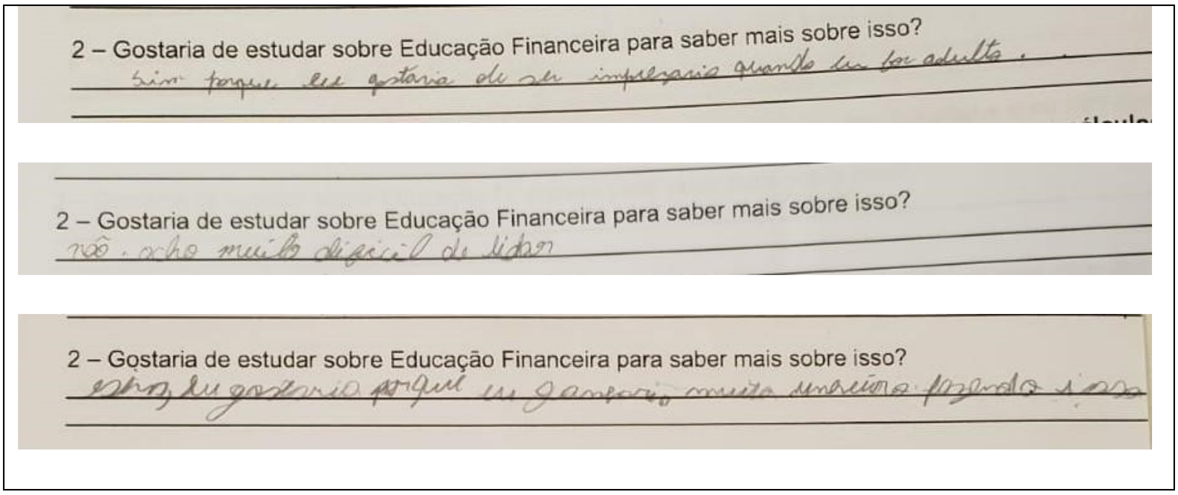
Número e porcentagem das respostas à questão 2.

Questão 2	7º ano (47 alunos)
SIM	38 (80%)
NÃO	7 (15%)

Nessa questão a maioria dos alunos não colocou justificativa. Entre os alunos que responderam afirmativamente e justificaram, a maioria foi sobre aprender a economizar e lidar com gastos, além de alguns que gostariam de ganhar dinheiro através desse conhecimento. A figura 3 mostra algumas respostas dos alunos.

Figura 3

Exemplos de respostas para a questão 2. Fonte: as autoras.


2 – Gostaria de estudar sobre Educação Financeira para saber mais sobre isso?
Sim porque eu gostaria de ser empresario quando eu for adulto.

2 – Gostaria de estudar sobre Educação Financeira para saber mais sobre isso?
não. acho muito dificil de lidar

2 – Gostaria de estudar sobre Educação Financeira para saber mais sobre isso?
sim, eu gostaria porque eu ganharia muito dinheiro fazendo isso

Dos que responderam negativamente, houve explicações de não querer aprender, de achar que é difícil, de não ter interesse no assunto ou de preferir aprender quando adulto.

As demais questões já abordam conteúdos matemáticos essenciais para iniciar os estudos em Educação Financeira, que podem ser trazidos da vida prática.

A terceira questão do questionário tem o intuito de verificar se o aluno sabe calcular porcentagem. A resposta correta é a alternativa (A), e as demais alternativas foram elaboradas pensando em respostas com erros usualmente cometidos nesse tipo de questão. Na alternativa (B), que atraiu mais da metade dos alunos do 7º ano, o resultado é obtido pela subtração do número de alunos pela taxa de porcentagem. E, no item (C), usa-se a própria porcentagem sem o símbolo dessa medida. A tabela 4 mostra a distribuição das opções escolhidas pelos alunos.

Tabela 4.

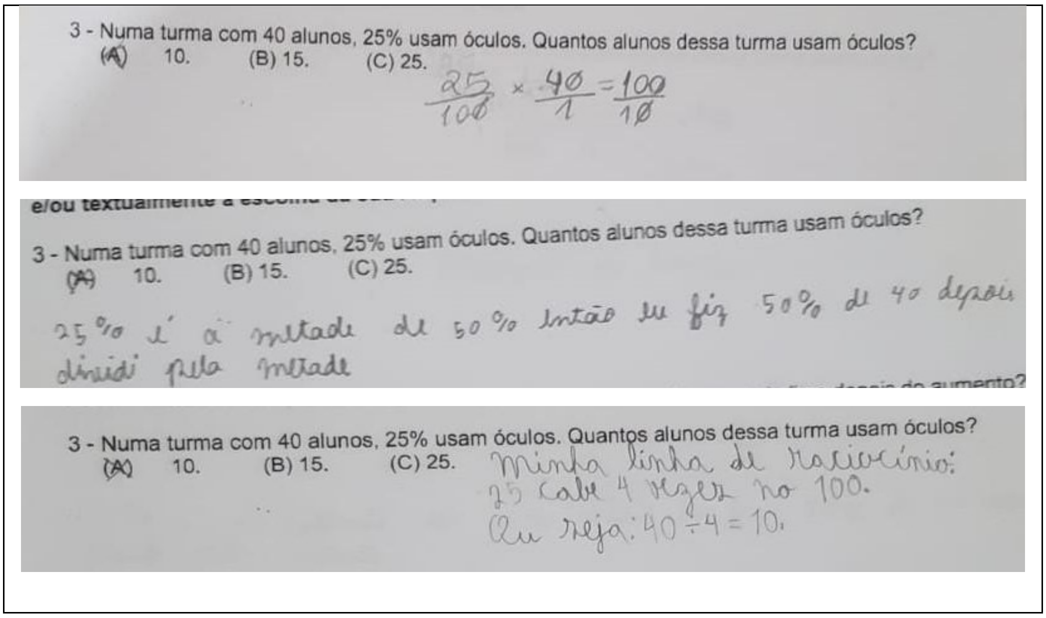
Número e porcentagem das respostas à questão 3.

Questão 3	7º ano (47 alunos)
A	12 (25%)
B	25 (53%)
C	9 (19%)

A figura 4 mostra o raciocínio de alguns desses alunos. Apesar do baixo número de acertos, 6 alunos não apenas assinalaram a resposta correta como também a justificaram. Dessas justificativas, 5 alunos tiveram um raciocínio coeso e 1 aluno escreveu contas aleatórias acompanhadas da palavra “chutei”.

Figura 4.

Exemplos de respostas para a questão 3. Fonte: as autoras.


3 - Numa turma com 40 alunos, 25% usam óculos. Quantos alunos dessa turma usam óculos?
(A) 10. (B) 15. (C) 25.

$\frac{25}{100} \times \frac{40}{1} = \frac{100}{10}$

3 - Numa turma com 40 alunos, 25% usam óculos. Quantos alunos dessa turma usam óculos?
(A) 10. (B) 15. (C) 25.

25% é a metade de 50% então eu fiz 50% de 40 depois dividi pela metade

3 - Numa turma com 40 alunos, 25% usam óculos. Quantos alunos dessa turma usam óculos?
(A) 10. (B) 15. (C) 25.

Minha linha de raciocínio: 25 cabe 4 vezes no 100. Ou seja: 40 ÷ 4 = 10.

As três últimas questões foram elaboradas para verificar se os alunos seriam capazes de resolver problemas envolvendo porcentagens, para calcular o preço final, o preço inicial, ou a taxa aplicada. Os resultados dos alunos foram quase nulos, indicando a ausência de experiências anteriores desse conteúdo. Por falta de espaço, estas questões não serão analisadas aqui.

A sequência didática

Com base no resultado do teste diagnóstico, ficou claro que a sequência didática não deveria contar com conhecimentos consolidados dos alunosnem sobre porcentagens. Os primeiros tópicos a serem abordados são: frações, frações decimais e sua representação como números decimais. Em seguida, vem o estudo da porcentagem, sem o cálculo por regra de três, como recomendado na BNCC. Os tópicos a seguir constituem os pontos principais de uma sequência didática que foi experimentada em outros grupos, e recomendada por Sousa,Torraca e Nasser (2013, p.1521).

✓ uso da porcentagem como fator, na notação decimal;

✓ representação da situação no eixo das setas e transposição dos valores para uma mesma data para que possam ser comparados e/ou somados;

✓ exploração de problemas práticos, do dia a dia dos cidadãos;

✓ incentivo ao uso de calculadoras (não financeiras), pois uma calculadora simples é suficiente, se usada adequadamente para efetuar os cálculos pretendidos;

✓ desencorajamento ao uso de fórmulas, já que grande parte das situações reais não pode ser resolvida apenas com o uso de fórmulas;

✓ análise de diversas estratégias para resolver um mesmo problema, exemplificando com soluções apresentadas por alunos.

Essas estratégias permitem visualizar a variação do dinheiro no tempo, e facilitam a resolução de problemas com a calculadora.

> Quando um produto sofre um aumento ou um desconto de i%,o cálculo pode ser feito por meio de apenas uma operação de multiplicação do preço original P por (1 + i) no caso de aumento e de (1 - i) no caso de desconto. Assim, o aluno habitua-se desde o início da aprendizagem a lidar com a variação do dinheiro no tempo. (NASSER, 2009, p.94)

Considerações Finais

Após observar as respostas apresentadas pelos alunos, pode-se avaliar a necessidade de partir do marco zero nas turmas de sétimo ano. Os alunos do Ensino Fundamental, em geral, sofreram retenção em sua aprendizagem devido à defasagem causada pelo ERE. Apesar disso, alguns alunos destas turmas ainda conseguiram resolver pelo menos uma das questões utilizando raciocínio lógico e estratégias próprias. Esse fato deve ser valorizado, e indica que há possibilidades de bons resultados nesta pesquisa em desenvolvimento. Para o ensino dos tópicos de Educação Financeira, detectamos a necessidade de um plano de atendimento especial para que os alunos possam adquirir os novos conhecimentos de forma significativa.

A construção desse conhecimento se dará por meio da sequência didática (Zaballa, 1998), elaborada com base nos resultados do teste diagnóstico, que mostrou que estes alunos não traziam conhecimentos formais de porcentagem, e não conseguiam resolver problemas simples de aumento ou desconto. Portanto, as atividades da sequência didática deveriam levar isso em consideração, partindo de conhecimentos de matemática básica. A sequência didática segue a estratégia indicada pela pesquisa desenvolvida pelo Projeto Fundão (UFRJ), aliando a visualização à adoção da porcentagem como fator de aumento ou desconto (NASSER, 2010).

Ao corrigir cada atividade, a professora dará *feedbacks* escritos para os alunos, para que eles busquem compreender e corrigir seus erros.

Além disso, será de extrema importância conscientizar os alunos em relação à autoavaliação. Afinal, é assim que se atinge um desenvolvimento crítico e um crescimento sólido e transparente. Portanto, pretende-se que cada aluno busque alcançar o máximo de conhecimento possível, respeitando seu tempo e individualidade, além de contribuir para a formação de um cidadão crítico, financeiramente responsável e conhecedor de seus direitos.

Referências

BRASIL. MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. **Base Nacional Comum Curricular** (BNCC), Brasília, 2018

NASSER, L. À vista ou a prazo: qual dessas modalidades de pagamento é mais vantajosa? Educação Matemática em Revista-RS,10 v2, p. 93-99, 2009.

NASSER, L. **Matemática Financeira: uma abordagem prática e visual.** Projeto Fundão, UFRJ, 2010.

SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. **Bolema, Rio Claro**, v. 13, n. 14, p. 66-91, agosto, 2000

SOUSA G.; TORRACA, M.; NASSER, L . Matemática Financeira na Formação de Professores. **Acta Latinoamericana de Matemática Educativa**, v. 26, p. 1515-1522, 2013.

VAZ, R. F. N.; KISTEMANN JR., M. A. .Uma avaliação feita por licenciandos sobre atividades investigativa-exploratórias de matemática financeira. **Revista Brasileira de Educação em Ciência e Educação Matemática**, v. 3, p. 316-332, 2019.

ZABALA, A. **A prática educativa: como ensinar**. Tradução Ernani F. da F. Rosa – Porto Alegre: Artmed, 1998.

O ensino de Progressões Aritméticas a partir da articulação entre Etnomatemática e História da Matemática

The teaching of Arithmetic Progressions from the articulation between Ethnomathematics and History of Mathematics

La enseñanza de las Progresiones Aritméticas desde la articulación entre Etnomatemáticas e Historia de las Matemáticas

Juliana Batista Pereira dos Santos[732]
Escola Estadual de Ensino Médio Bibiano de Almeida
https://orcid.org/0000-0003-4990-0918

Isabel Cristina Machado de Lara[733]
Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul
https://orcid.org/0000-0002-0574-8590

Modalidade: Comunicação Científica
Núcleo Temático: Processos de ensino e aprendizagem da Matemática em diferentes modalidades e níveis educacionais

Resumo

Este texto apresenta resultados parciais de uma proposta para o ensino de Progressões Aritméticas, elaborada a partir da articulação entre Etnomatemática e História da Matemática. Objetiva refletir acerca dos possíveis efeitos de uma atividade específica nos processos de ensino e aprendizagem dos estudantes participantes. Participaram da atividade 34 estudantes do 2° ano do Ensino Médio de uma escola pública estadual da cidade de Porto Alegre, RS. Ao final, os estudantes responderam a um questionário com nove perguntas, das quais uma será analisada neste texto, utilizando-se, como ferramenta analítica, a análise genealógica na perspectiva foucaultiana. Entre os resultados alcançados destaca-se a compreensão, por parte dos estudantes de que existem distintos modos de matematizar que não são abordados na escola; o rompimento com a tríade definição-exemplo-exercício; a mobilização de habilidades como leitura, interpretação e raciocínio lógico.

Palavras-chave: Etnomatemática, História da Matemática, Progressões Aritméticas, Educação Básica, Propostas de ensino.

[732] juhbpereira@gmail.com
[733] isabel.lara@pucrs.br

Abstract

This text presents partial results of a proposal for the teaching of Arithmetic Progressions, elaborated from the articulation between Ethnomathematics and History of Mathematics. It aims to reflect on the possible effects of a specific activity on the teaching and learning processes of participating students. Thirty-four students from the 2nd year of high school from a state public school in the city of Porto Alegre, RS, participated in the activity. At the end, the students answered a questionnaire with nine questions, one of which will be analyzed in this text, using genealogical analysis in the Foucauldian perspective as an analytical tool. Among the results achieved, the students' understanding that there are different ways of mathematizing that are not addressed at school stands out; breaking with the definition-example-exercise triad; the mobilization of skills such as reading, interpretation and logical reasoning.

Keywords: Ethnomathematics, History of Mathematics, Arithmetic Progressions, Basic education, teaching Proposals.

Resumen

Este texto presenta resultados parciales de una propuesta para la enseñanza de las Progresiones Aritméticas, elaborada a partir de la articulación entre Etnomatemática e Historia de las Matemáticas. Su objetivo es reflexionar sobre los posibles efectos de una actividad específica en los procesos de enseñanza y aprendizaje de los estudiantes participantes. Participaron de la actividad 34 alumnos del 2º año de la enseñanza media de una escuela pública estadual de la ciudad de Porto Alegre, RS. Al final, los estudiantes respondieron un cuestionario con nueve preguntas, una de las cuales será analizada en este texto, utilizando como herramienta de análisis el análisis genealógico en la perspectiva foucaultiana. Entre los resultados alcanzados, se destaca la comprensión por parte de los estudiantes de que existen diferentes formas de matematizar que no se abordan en la escuela; romper con la tríada definición-ejemplo-ejercicio; la movilización de habilidades como la lectura, la interpretación y el razonamiento lógico.

Palabras clave: Etnomatemáticas, Historia de las Matemáticas, Progresiones aritméticas, Educación básica, Propuestas didácticas.

Contextualização

Pensar e repensar as práticas pedagógicas são movimentos docentes inerentes àqueles que almejam a promoção de processos de ensino e de aprendizagem eficientes e adequados aos discentes. Nesse sentido, diferentes tendências de pesquisa no campo da Educação Matemática podem contribuir para esse movimento, entre elas, a Resolução de Problemas, o uso de Tecnologias da Informação e Comunicação, a Etnomatemática e a História da Matemática.

Este artigo recorre à Etnomatemática e à História da Matemática para refletir acerca dos processos de ensino e de aprendizagem em Matemática. Apresenta o recorte de uma proposta de ensino, elaborada a partir da articulação entre essas duas tendências da Educação Matemática, realizada com estudantes do 2º ano do Ensino Médio de uma escola pública estadual. Diante disso, objetiva refletir acerca dos possíveis efeitos de uma atividade específica nos processos de ensino e aprendizagem dos estudantes participantes.

Na próxima seção são apresentados os teóricos que criam condições de possibilidade para essa articulação, como D'Ambrosio (1985, 1998, 2007), Lara (2013), Roque (2014), Saito (2015), Foucault (1991) e Wittgenstein (1979). Em seguida, os aspectos metodológicos acerca da elaboração, aplicação e análise da proposta de ensino de Progressões Aritméticas. Por fim, são apresentados e discutidos alguns dos resultados obtidos, destacando-se os efeitos observados na formação dos estudantes participantes.

Etnomatemática e História da Matemática: articulações possíveis

O conceito Etnomatemática emerge fortemente com D'Ambrosio, quando o autor propõe esse termo para designar os diversos "[...] modos, estilos, artes, técnicas, de explicar, aprender, conhecer, lidar com o ambiente natural, social, cultural e imaginário."(D'AMBROSIO, 2007, p. 2). Essa diversidade, segundo o autor, relaciona-se aos distintos povos e grupos sociais, laborais ou tribais que utilizam saberes matemáticos em seu dia-a-dia. Isso, inclusive, possibilita reconhecer a etnomatemática como a matemática praticada entre grupos culturais identificáveis, tais como grupos tribais, grupos trabalhistas, crianças de certa faixa etária, classes profissionais, e assim por diante. (D'AMBROSIO, 1985, p. 45, tradução nossa).

Estabelecendo um comparativo com Wittgenstein (1979), pode-se afirmar que esses distintos modos e técnicas são jogos de linguagem, uma vez que, para o filósofo: "O termo "jogo de linguagem" deve aqui salientar que o falar da linguagem é uma parte de uma atividade ou de uma forma de vida." (WITTGENSTEIN, 1979, p. 18, §23, grifo do autor). Isso, pois, segundo Wittgenstein (1979), os jogos de linguagem são "[..] o conjunto da linguagem e das atividades com as quais está interligada" (WITTGENSTEIN, 1979,p. 12). Nesse sentido, como afirma o filósofo, "[...] a significação de uma palavra é seu uso na linguagem."

(WITTGENSTEIN, 1979,p. 28), uma vez que se passa a reconduzir "[...] as palavras de seu emprego metafísico para seu emprego cotidiano." (WITTGENSTEIN, 1979, p.55).

O emprego cotidiano, por sua vez, está diretamente ligado às formas de vida nas quais ocorrem, visto que, são as formas de vida que determinam as regras de significação da linguagem, ou ainda, dos jogos de linguagem. As formas de vida se caracterizam não apenas por questões biológicas, considerando-se questões culturais. Em função disso, evidencia-se a potencial aproximação entre as formas de vida wittgensteinianos e os grupos culturais, sociais, laborais, étnicos d'ambrosianos, o que nos possibilita aproximar os jogos de linguagem das suas respectivas formas de vida aos distintos modos de matematizar de cada grupo.

Estabelecido esse comparativo, torna-se evidente que, ao longo do desenvolvimento da humanidade e dos conhecimentos matemáticos, distintas formas de vida elaboraram seus próprios jogos de linguagem para lidar, explicar e conhecer o ambiente a sua volta. Ao observar, por exemplo, os livros didáticos presentes nas escolas, elaborados com base em políticas públicas governamentais, verifica-se que há uma valorização de determinados modos de matematizar frente a outros. Em uma perspectiva foucaultiana, pode-se afirmar que em função de relações de poder-saber estabelecidas historicamente, alguns saberes tornaram-se hegemônicos (aqueles presentes nos livros didáticos, por exemplo), ao passo que outros foram marginalizados e excluídos dos processos de ensino e de aprendizagem.

Em relação às relações de poder-saber, Foucault destaca que "[...] não há relação de poder sem constituição correlata de um campo de saber, nem saber que não suponha e não constitua ao mesmo tempo relações de poder." (FOUCAULT, 1991, p. 30). Desse modo, "[...] não é a atividade do sujeito de conhecimento que produziria um saber, útil ou arredio ao poder, mas o poder-saber, os processos e as lutas que os atravessam e que o constituem, que determinam as formas e os campos possíveis de conhecimento." (FOUCAULT, 1991, p. 30). Portanto, por meio da História da Matemática é possível encontrar outros modos de matematizar, outros jogos de linguagem, produzidos por outras culturas e formas de vida, em diferentes tempos e espaços, e que foram deixados à margem não sendo abordados durante os processos de ensino e aprendizagem de Matemática.

Nesse sentido, recorre-se à História da Matemática, tanto para conhecer modos de matematizar marginalizados, bem como, para compreender as relações de poder-saber estabelecidas historicamente. Como destaca Lara (2013), a História da Matemática pode contribuir para a construção do conhecimento do estudante se oportunizar que ele "[...] investigue e compreenda como um conceito foi gerado, como os povos pensaram para chegar a determinadas conclusões, que fatores sociais, políticos ou econômicos influenciaram, levando em conta relações de poder-saber que atravessaram esses povos." (p. 55).

Para tal, é preciso assumir que "[...] não há *uma* matemática, que evolui linearmente ao longo do tempo, mas várias práticas matemáticas que nem sempre podem ser traduzidas umas nas outras." (ROQUE, 2014, p. 167, grifo da autora). Além disso, é essencial considerar que as narrativas dos fatos históricos podem se dar a partir de diferentes perspectivas, visto que dependem de quem as escreve, isso pois, as narrativas históricas não são neutras, mas sim, interessadas (SAITO, 2015).

Em suma, é a História da Matemática que possibilita à Etnomatemática compreender os processos de geração, organização e difusão do conhecimento matemático. Do exposto observa-se que, por meio da articulação entre a Etnomatemática e a História da Matemática, é possível analisar como os jogos de linguagem, tanto os hegemônicos quanto os marginalizados, foram gerados, organizados e difundidos, criando-se assim, condições que possibilitam compreender as relações de poder-saber envolvidas nessa trama histórica.

Aspectos metodológicos

A atividade aqui descrita faz parte de uma proposta de ensino elaborada com o intuito de promover aos estudantes condições para compreender que os jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar são apenas uma forma de matematizar, aquela que em função das relações de poder-saber, tornou-se hegemônica. A proposta realizou-se no ano de 2017, com 34 estudantes do 2º ano do Ensino Médio, de uma escola pública da cidade de Porto Alegre, RS. A escolha do assunto, Progressões Aritméticas (PA), se deu em função do conteúdo programático previsto para aquele momento. Definido o conteúdo, elaborou-se uma proposta de ensino a partir da articulação entre a Etnomatemática e a História da Matemática, conforme o referencial teórico já mencionado.

Ao total foram realizados seis encontros, totalizando dez períodos de aula, cada um com 50 minutos. As atividades da proposta foram divididas em 18 momentos, desde a apresentação da proposta até o encerramento, que se deu com o preenchimento de um questionário com nove perguntas elaboradas com o intuito de identificar as percepções dos estudantes acerca da proposta de ensino realizada. As questões foram elaboradas com respostas abertas, criando, assim, condições de possibilidade para que cada participante expusesse seus argumentos e justificativas por meio de respostas dissertativas. Para este trabalho serão analisadas as respostas atribuídas a uma única questão, que versa sobre os momentos 6, 7, 8 e 9 da proposta, escolhidos em função do seu potencial frente ao objetivo proposto.

Para analisar as respostas fornecidas ao questionário, utilizou-se da análise genealógica na perspectiva foucaultiana. Neste tipo de análise assume-se cada resposta fornecida pelos estudantes como enunciações, sob as quais procurou-se identificar o que trazem à tona e analisar os seus discursos imbricados. Para organizar o material empírico, inicialmente as respostas foram digitadas e organizadas em quadros, segundo o estudante respondente.

Na seção a seguir são apresentados, concomitantemente, parte da proposta, bem como, e seus respectivos resultados. Para organizar a apresentação das enunciações produzidas pelos estudantes, as mesmas estão entre aspas duplas e em itálico, seguidos do código que identifica o estudante. Para manter o anonimato dos participantes, seus nomes foram substituídos pela seguinte codificação: Ey, onde y varia de 1 a 34.

A proposta de ensino: alguns resultados e discussões

A proposta de ensino foi desenhada com o objetivo principal de utilizar a História da Matemática articulada com a Etnomatemática para o ensino de Progressões Aritméticas. Para isso, buscou-se oportunizar aos estudantes o contato com distintos modos de matematizar, incluindo aqueles que não são abordados nas salas de aula da Educação Básica. A atividade cujos efeitos se objetiva analisar neste texto trata da resolução de dois problemas presentes no Papiro do Rhind e justifica-se por conter nesses problemas características que criam condições de possibilidade para abordar o conceito de Progressões Aritméticas.

Os problemas escolhidos foram o 64 e o 40, cujos textos podem ser traduzidos por, respectivamente, "Se te digo, divide 10 héqats de cevada por 10 homens, de tal maneira que a diferença entre cada homem e o seu vizinho seja em héqats de cereal, 1/8, qual é a parte que cabe a cada homem?" e "Cem medidas de trigo foram repartidas entre 5 pessoas de maneira que a 2ª recebeu a mais que a 1ª tanto quanto a 3ª recebeu a mais que a segunda, a 4ª a mais que a 3ª e a 5ª a mais que a 4ª. E ainda, as 2 primeiras juntas obtiveram 7 vezes menos que as 3 restantes. Quanto coube a cada uma?".

A seguir serão apresentadas e discutidas as enunciações produzidas pelos estudantes a partir do seguinte questionamento: "Iniciando o estudo das PA solicitei à turma que refletisse e resolvesse dois problemas encontrados no Papiro de Rhind. Em ambos você foi desafiado a resolvê-los. Descreva como foi para você realizar essa tarefa.". Entre as respostas dadas, destacam-se alguns excertos: "*Foi por raciocínio, pois os problemas tem dicas que ajudam bastante e disso conseguimos chegar no resultado final*." (E2); "*A primeira vez que eu fiz achei bem complicado, mas na verdade era fácil, só tinha que saber interpretar bem.*" (E13); "*No início achei bem complicado os exercícios, mas a partir do momento em que você para, pensa e raciocina dá para resolver de forma bem clara e fácil.*" (E15); "*Achei uma tarefa interessante pois desafia o nosso conhecimento sobre quanto podemos aprender com um desafio, isso me incentivou a correr atrás da matéria e entender mais sobre ela.*" (E14).

As enunciações desses estudantes evidenciam que a tarefa foi motivadora e desafiante e, ainda que não tenha sido feita uma explicação prévia do que é uma Progressão Aritmética, foi possível encontrar a solução dos problemas. Como alguns estudantes destacaram, o uso de algumas habilidades como leitura, interpretação e raciocínio lógico foram suficientes para tal resolução, ao passo que os jogos de linguagem presentes em problemas matemáticos escritos pela civilização egípcia, mobilizaram tais habilidades. Em alguns modelos pedagógicos tais habilidades não são necessárias, visto que o papel do estudante nos processos de ensino e aprendizagem se restringe a copiar e a repetir nas avaliações do mesmo modo. Observa-se que esses modos de agir não criam condições que possibilitem ao estudante refletir, questionar, comparar, ler, interpretar, se posicionar, argumentar, enfim, raciocinar logicamente.

De acordo com Walkerdine (1995), o formato do ensino nas escolas caminha para uma padronização dos modos de pensar, mediada pela abstração, visto que: "Quando nós tratamos o mundo como abstrato, nós "esquecemos" as práticas que nos formam, os significados nos quais nós somos produzidos, nós "esquecemos" a história, o poder e a opressão" (WALKERDINE,1995, p. 222). Complementando: "O que as escolas tentam ensinar as crianças a fazer é esquecer e suprimir esses significados, num esforço de universalizar o raciocínio lógico." (WALKERDINE,1995, p. 224).

Outras enunciações semelhantes produzidas pelos estudantes em resposta à mesma pergunta foram: "*Pra mim realizar essa tarefa no começo foi bem confuso mas a partir do momento em que comecei a usar o raciocínio, sem nenhuma fórmula, foi ficando bem mais fácil. Achei interessante*." (E9); "*No início foi difícil de resolver e entender, mas depois que você cria uma lógica própria de resolução fica mais fácil de resolver.*" (E10). De acordo com esses ditos, a partir do momento em que os estudantes passaram a resolver os exercícios sem nenhuma fórmula pré-estabelecida, apenas a partir de uma lógica própria de resolução, tornou-se mais fácil. O uso constante de fórmulas e regras estabelecidas *a priori* pelos jogos de linguagem que constituem a Matemática Escolar, pode dificultar o entendimento, por parte dos estudantes, dos conceitos matemáticos, como foi possível observar no dito E9. Esses jogos de linguagem são produzidos em função do formalismo e do rigor matemáticos, porém, em excesso, não criam condições que possibilitem aos estudantes refletir ao ponto de interpretar e raciocinar logicamente, visto que os estudantes atribuem "[...] ao formalismo e à abstração da matemática uma das dificuldades no aprender matemática [...]" (KNIJNIK; SILVA, 2008, p. 72).

O posicionamento dos estudantes possibilita concluir que, utilizar um jogo de linguagem presente em formas de vidas de civilizações antigas para apresentar um conceito, como o caso dos jogos de linguagem da forma de vida egípcia, além de motivar e desafiar os estudantes, cria condições que possibilitam a emergência de habilidades como ler, interpretar, refletir, questionar, raciocinar logicamente, criar estratégias de resolução, entre outras. Portanto, evidencia-se, com os relatos dos estudantes, que essa atividade, do modo como foi desenvolvida, desafiou-os e motivou-os a compreender, sem a explicação prévia do professor, da definição do conceito estudado.

No entanto, com uma perspectiva diferente dos estudantes acima, outros manifestaram uma certa insatisfação ao realizar a atividade, como é possível verificar a partir dos seguintes ditos: "*Sem usar as formas de P. A, já que não sabíamos ainda a matéria, foi um pouco complicado, apesar de termos resolvido as questões em grupo.*" (E4); "*Antes de saber a fórmula de progressões aritméticas foi meio complicado de raciocinar o que se pede no problema*." (E16), "*Foi difícil e complicado, já que resolver sem conhecer fórmulas o conteúdo exigiu que nós pensássemos mais*." (E22). Tais dados evidenciam que alguns estudantes enfrentaram dificuldades para a resolução dos problemas propostos por não ter ocorrido antes uma explicação do que é uma Progressão Aritmética e quais fórmulas matemáticas são utilizadas nesse contexto.

As respostas dadas por esses estudantes evidenciam que estão acostumados a receber as fórmulas prontas, sem precisar refletir, questionar, raciocinar. Em outras palavras, tais estudantes podem estar disciplinados por um modelo pedagógico no qual seu papel é passivo, baseado apenas na reprodução do conhecimento demonstrado pelo professor que, por sua vez, é considerado o detentor do conhecimento. Os processos de ensino e aprendizagem enraizados nessas premissas giram em torno do docente e de suas exposições no quadro-negro, ou seja, trata-se de um modelo Formalista Clássico de ensino (LARA, 2001).

Nesse sentido, o que se pretende argumentar, é que o estudante que afirma ser difícil resolver um exercício sem conhecimento do conceito, mesmo sendo o exercício um problema presente em uma forma de vida antiga, cuja proposição foi feita séculos antes de sua definição formal, mostra ser dependente de um ensino pautado na tríade definição-exemplo-exercício, sem questionar os motivos pelos quais as coisas são como são. De acordo com Lara (2001), esse modo de ver o ensino da Matemática tem forte influência platônica, cujo discurso por muitas décadas objetivou educadores matemáticos, acarretando no "[...] discurso de uma Matemática pronta e acabada, e que deve ser compreendida pelo/a aluno/a apenas com o uso de definições, regras e fórmulas." (p. 52).

A dependência do estudante em relação à tríade acima mencionada evidencia o disciplinamento ao qual saber e corpo estão submetidos. Esse disciplinamento, de acordo com Lara (2001), é fruto do poder disciplinador da Matemática, que molda os estudantes para seguir determinadas condutas e padrões. No caso da Matemática Escolar, o poder disciplinador é exercido por meio de um jogo de linguagem único, da forma de vida ocidental, pautado em fórmulas, definições e exemplos. Portanto, o poder disciplinador da Matemática moldou o modo de pensar desses estudantes, que frente a algo diferente são incapazes de ter um pensamento flexível e criar suas próprias estratégias.

Considerações finais

A partir de uma atividade pertencente a uma proposta para o ensino de Progressões Aritméticas, o objetivo deste texto foi refletir acerca dos possíveis efeitos dessa atividade nos processos de ensino e aprendizagem dos estudantes envolvidos. A proposta de ensino foi elaborada a partir da articulação entre Etnomatemática e História da Matemática e, dentre todas as atividades presentes na proposta de ensino, este texto analisou apenas a resolução de dois problemas presentes no Papiro de Rhind.

Como resultados, observa-se que a atividade analisada cria condições de possibilidade para que os estudantes conheçam e compreendam jogos de linguagem, de diferentes formas de vida e distintos dos jogos de linguagem presentes na Matemática Escolar. No caso da atividade em questão, os estudantes entraram em contato com os modos de matematizar utilizados pela forma de vida egípcia, por meio do Papiro de Rhind. Nesse sentido, entre os possíveis efeitos observados nos processos de ensino e de aprendizagem dos estudantes, destacam-se: a compreensão de que existem distintos modos de matematizar, sendo que diversos deles não são abordados nas escolas; o rompimento com a tríade definição-exemplo-exercício; e, a mobilização de habilidades como leitura, interpretação e raciocínio lógico.

Referências

D'ambrosio, U. (1985). Ethnomathematics and its place in the history and pedagogy of mathematics. *FLM Publishing Association*. 5 (1), 44 – 48.

D'ambrosio, U. (1998). *Educação matemática:da teoria à prática*. 4. ed. Campinas: Papiros.

D'ambrosio, U.(2007). *Etnomatemática–elo entre as tradições e a modernidade*.2ª ed. 3ª reimp.Belo Horizonte: Autêntica.

Foucault, M. (1991). *Vigiar e punir: nascimento da prisão*. Tradução de Ligia M. Pondé Vassallo. 9ª ed. Petrópolis: Vozes.

Knijnik, G.; SILVA, F. B. de S. da. (2008). "O problema são as fórmulas": um estudo sobre os sentidos atribuídos à dificuldade em aprender matemática. *Cadernos de Educação*, Pelotas, 30, 63–78.

Lara, I. C. M. de. (2001). *Histórias de um "lobo mau":a matemática no vestibular da UFRGS* [Dissertação de Mestrado em Educação, Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul].

Lara, I. C. M. de. (2013). O ensino da matemática por meio da história da matemática: possíveis articulações com a etnomatemática.*VIDYA,* Santa Maria, 33 (2), 51-62.

Roque, T. (2014). Desmascarando a equação. A história no ensino de que matemática?. *Revista Brasileira de História da Ciência*. Rio de Janeiro, 7 (2), 167-185.

Saito, F. (2015). *História da Matemática e suas (re)construções contextuais*. São Paulo: Editora Livraria da Física.

Walkerdine, V. (1995). O raciocínio em tempos pós-modernos. *Educação & Realidade*, Porto Alegre, 20 (2), 207-226.

Wittgenstein, L. (1979). Investigações Filosóficas. 2 ed. São Paulo: Abril Cultural.

IX CIBEM Congresso Iberoamericano de Educação Matemática 05 a 09 de dezembro de 2022

Probabilidade subjetiva: possibilidades para o letramento probabilístico.

Subjective probability: possibilities for probabilistic literacy.

Probabilidad subjetiva: posibilidades de alfabetización probabilística.

Anthonny Ewerton Marinho de Vasconcelos[734]
UFPE
ORCID iD 0000-0001-6626-7355

José Ivanildo Felisberto de Carvalho[735]
UFPE
ORCID iD 0000-0003-3981-4805

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Processos de ensino e aprendizagem da Matemática em diferentes modalidades e níveis educacionais.

Resumo

O pensamento probabilístico, a partir de todos os seus significados, é imprescindível ao desenvolvimento integral dos estudantes. Por essa razão, o presente trabalho tem como objetivo investigar as potencialidades do significado subjetivo da probabilidade para o desenvolvimento do letramento probabilístico. Para isso, aplicamos, com licenciandos em matemática, um questionário abrangendo atribuições subjetivas de probabilidade. Concluímos que tal abordagem sinaliza algumas potencialidades para a mobilização dos elementos do letramento probabilístico de Iddo Gal, proporcionando múltiplas possibilidades para o desenvolvimento deste.
Palavras-chave: Probabilidade subjetiva, Letramento probabilístico, Intuição.

Abstract

Probabilistic thinking, from all its meanings, is essential for the integral development of students. For this reason, the present work aims to investigate the potentialities of the subjective meaning of probability for the development of probabilistic literacy. For this, we applied, with undergraduates in mathematics, a questionnaire covering subjective attributions of probability. We conclude that such an approach signals some potential for the mobilization of elements of Iddo Gal's probabilistic literacy, providing multiple possibilities for its development.
Keywords: Subjective probability. Probabilistic literacy. Intuition.

Resumen

El pensamiento probabilístico, desde todos sus significados, es fundamental para el desarrollo integral de los estudiantes. Por ello, el presente trabajo tiene como objetivo investigar las

[734] anthonnyemarinho@gmail.com
[735] ivanildo.carvalho@ufpe.br

potencialidades del significado subjetivo de probabilidad para el desarrollo del letramento probabilístico. Para ello, aplicamos, con estudiantes de licenciatura en matemáticas, un cuestionario que abarca atribuciones subjetivas de probabilidad. Concluimos que tal enfoque señala algo de potencial para la movilización de elementos del letramento probabilístico de Iddo Gal, brindando múltiples posibilidades para su desarrollo.
Palabras clave: Probabilidad subjetiva. Alfabetización probabilística. Intuición.

Introdução

A legislação brasileira institui que a educação visa "ao pleno desenvolvimento da pessoa, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho" (Constituição da República Federativa do Brasil, 1968). Temos que a educação é plural, irrestrita a processos tradicionais e composta por uma vasta rede de pensamentos e ideias paralelas, transversais e entrelaçadas. A Educação Matemática se dedica a estudar as fibras que compõem essa rede e que perpassam o pensamento matemático, seja ele numérico, algébrico, geométrico, estatístico ou probabilístico.

Nessa rede, "A probabilidade está entrelaçada em uma ampla gama de situações do mundo real e processos de forma implícita e explícita" (Gal, 2005, p. 63, tradução nossa). Por essa razão, o pensamento probabilístico (conjugado ao pensamento estatístico) tem conquistado cada vez mais protagonismo no campo da Educação Matemática. A formação básica em probabilidade é indispensável nos dias de hoje, uma vez que pode promover o desenvolvimento da capacidade crítica e da autonomia, leitura ampla da realidade e de ações cotidianas (Santana & Borba, 2021).

Citamos também a compreensão sobre riscos e o papel da incerteza como, por exemplo, os modelos e previsões associados a progressão da recente pandemia de covid-19 (Gal, 2021), dado que "a tomada de decisão bem como as predições realizadas, a partir e com base nos dados, precisam considerar a incerteza como característica da pesquisa estatística e, para isso, a utilização da linguagem probabilística é fundamental" (Guimarães & Carvalho, 2021, p. 26).

A probabilidade possui distintos significados históricos, a citar: laplaciano, frequentista, intuitivo, subjetivo e axiomático, que transitam entre os pontos de vista objetivo e subjetivo, os aspectos intuitivos e formais, que não são excludentes, mas complementares (Batanero, 2005). Para melhor sistematizar o que o estudante precisa saber e saber fazer no que tange à probabilidade, Gal (2005) propõe o modelo de letramento probabilístico, composto por um conjunto de elementos que, quando mobilizados interagindo uns com os outros, desenvolvem um comportamento alfabetizado em probabilidade. São apresentados cinco grandes blocos de conhecimento e três grandes blocos de disposição, que constituem uma simbiose indispensável ao pensamento probabilístico.

Nesse cenário, nos questionamos: como a exploração intencional de alguns aspectos do significado subjetivo da probabilidade pode contribuir para o desenvolvimento do letramento probabilístico? A fim de responder a essa indagação, o objetivo dessa pesquisa é investigar as potencialidades do significado subjetivo da probabilidade para o desenvolvimento do letramento probabilístico.

Significados da Probabilidade

Ao longo do seu desenvolvimento histórico, a probabilidade colecionou diferentes significados, que coexistem (Batanero, 2005). Esses significados englobam aspectos intuitivos e formais, podendo ser pensados, didaticamente, em cinco grandes blocos, não mutuamente exclusivos: a probabilidade Laplaciana, frequentista, intuitiva, subjetiva e axiomática.

O significado laplaciano, ou clássico, não responde ao que é probabilidade, mas apresenta um método prático para calcular a probabilidade em alguns casos simples (Batanero, 2005). A probabilidade clássica considera, para o modelo equiprovável, que a probabilidade de ocorrência de um evento E é proporcional à quantidade de elementos favoráveis a essa ocorrência em relação ao universo de resultados possíveis (Rifo, 2017).

O significado frequentista vem "estender a noção de probabilidade às situações não somente de 'casos igualmente prováveis' segundo o enunciado de Laplace" (Coutinho, 1994, p. 4) e consiste em aproximar a probabilidade de um evento E a partir da frequência relativa observada em um experimento repetido um grande número de vezes, ampliando assim o campo de aplicações da probabilidade (Batanero, 2005).

Em alguns casos, não é possível repetir um mesmo experimento nas mesmas condições a fim de atribuir uma probabilidade a um evento E. Por esse motivo, outras visões de probabilidade entram em cena. O significado intuitivo engloba as primeiras ideias informais sobre a probabilidade e "aparecem tanto em crianças como em pessoas que não estudaram probabilidade, mas usam frases e expressões coloquiais para quantificar eventos incertos e expressar seu grau de crença neles" (Batanero, 2005, p. 253). Adultos com alto grau de instrução em probabilidade também utilizam a intuição para avaliar probabilidades qualitativamente. Por isso, o raciocínio probabilístico deve ser desenvolvido desde os primeiros anos de escolarização, por meio do desenvolvimento de atividades adequadas, quando as noções intuitivas das crianças podem ser exploradas com essa finalidade (Borba, 2017; Hierro, Batanero & Beltrán-Pellicer, 2018).

Mas o que é essa intuição? Fischbein (1975, como citado em Hierro, Batanero & Beltrán-Pellicer, 2018, p. 52) "concebe as intuições como processos cognitivos que intervêm diretamente nas ações das pessoas e que representam uma parte importante de sua inteligência". Kahneman (2012) relaciona os julgamentos rápidos e imediatos que envolvem a intuição ao Sistema 1, que "opera automaticamente e rapidamente" (Kahneman, 2012, p. 242). As intuições, envolvidas com reações imediatas, estão intimamente ligadas às emoções, uma vez que "A emoção é uma reação". (Possebon, 2017, p. 17). Como fruto evolutivo e necessário a nossa sobrevivência (Darwin, 2006; Goleman, 2012), o nosso repertório emocional guia nossas intuições e previsões decorrentes delas.

Enquanto o Sistema 1 permite criar um juízo automático sobre um evento E, "corrigir suas previsões intuitivas é uma tarefa para o Sistema 2" (Kahneman, 2012, p. 242). Na definição de Kahneman (2012, p. 29, grifo nosso) "As operações do Sistema 2 são muitas vezes associadas com a *experiência subjetiva* de atividade, escolha e concentração". Tidos, respectivamente, como pensamento rápido e lento, Sistema 1 e Sistema 2 são muito utilizados em psicologia. O Sistema 2 estabelece relação com a nossa habilidade de calcular objetivamente (probabilidade clássica e frequentista), abstrair (probabilidade axiomática) ou atribuir subjetivamente uma probabilidade ao sucesso de um evento E (probabilidade subjetiva).

O significado subjetivo da probabilidade está relacionado com o grau de crença de um sujeito sobre alguma informação, a partir dos seus conhecimentos prévios e suas experiências. Todavia, essa abordagem compreende apenas uma parcela do que é a probabilidade subjetiva, um olhar inicial. O significado subjetivo se ramifica por muitos outros galhos, a mencionar as ideias de probabilidade condicional, o bayesianismo e a teoria da decisão. Entretanto, neste trabalho, não adentramos em tal perspectiva, focando nossas atenções nas atribuições subjetivas de probabilidades, resultantes diretamente das crenças, sentimentos, experiências e intuições dos indivíduos.

Farias (2016) desenvolveu uma discussão a partir da probabilidade subjetiva de algumas mulheres da cidade de Fortaleza, no estado do Ceará, serem vítimas de violência doméstica. Utilizando uma escala (de 0 a 100%), com valores atribuídos pelas participantes durante uma entrevista, ele obteve relevantes conclusões sobre a percepção de risco das participantes e sobre fatores determinantes dessa expectativa subjetiva, corroborando com o fato de que a probabilidade subjetiva dispõe de um amplo leque de possibilidades para interpretar e analisar criticamente questões sociais.

Ainda assim, a ideia de probabilidade subjetiva é pouco mobilizada pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC), documento normativo brasileiro que serve como referência nacional para a formulação dos currículos (Base Nacional Comum Curricular, 2018), que aborda o risco probabilístico e a probabilidade condicional em seu texto, mas não menciona a expressão probabilidade subjetiva. Além disso, Silveira (2021), ao analisar as dez coleções de Matemática para o Ensino Médio aprovadas para o PNLD 2021[736], identificou a interpretação subjetiva em apenas um texto, reforçando que "Nos livros escolares, a visão clássica geralmente tem precedência" (Gal, 2005, p. 54).

O significado axiomático, ou matemático, concebe a probabilidade como um modelo matemático, usado para descrever e interpretar fenômenos da realidade (Batanero, 2005). Engloba, por exemplo, propriedades e teoremas que envolvem a probabilidade.

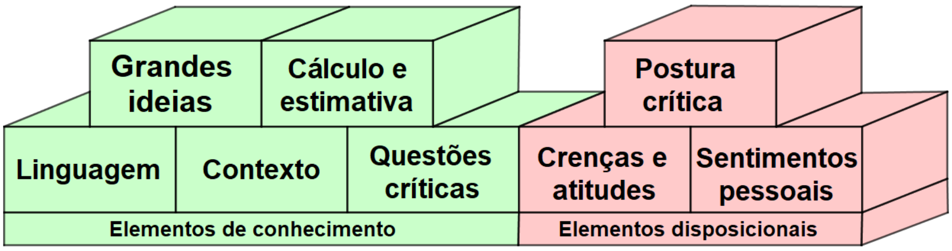
Letramento probabilístico

O que os estudantes precisam aprender sobre probabilidade e porque precisam aprender isso? Ao articular respostas para esses questionamentos, Gal (2005, p. 43-44) nos alerta que "Temos que refletir sobre a natureza das situações de probabilidade no mundo real que os adultos podem ter que entender ou lidar" e, para tanto, propõe cinco blocos de conhecimento e três blocos de disposição que os estudantes precisam desenvolver, ao longo de toda sua formação, para serem considerados alfabetizados em probabilidade. Os elementos de conhecimento constituem os blocos: grandes ideias, cálculo e estimativa, linguagem, contexto e questões críticas. Os elementos disposicionais constituem os blocos: postura crítica, crenças e atitudes e sentimentos pessoais.

[736] O Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) é um programa brasileiro responsável por avaliar e disponibilizar às escolas públicas, sistematicamente e com gratuidade, obras didáticas de apoio à prática educativa (Decreto n. 9099, 2017).

Figura 1.

Blocos de construção do letramento probabilístico (baseado em Gal, 2005).



Ainda que os blocos de construção estejam representados isoladamente, todos os elementos devem interagir mutuamente e serem devidamente explorados para que se desenvolva uma prática "literada em probabilidade" (Gal, 2005).

Na saída de uma loja, é solicitado ao cliente que, baseado na sua experiência daquele dia, indique o quanto a recomendaria para um amigo, numa escala de 0 (nada provável) a 10 (extremamente provável).

Para tal ação, são mobilizadas algumas das *grandes ideias* da probabilidade, permitindo a compreensão de declarações probabilísticas e "a natureza abstrata geral dessas ideias apenas intuitivamente" (Gal, 2005, p. 52). Gal (2005) destaca a aleatoriedade, independência, variação e incerteza como ideias fundamentais a serem compreendidas no letramento probabilístico.

Ao *calcular* probabilidades, os estudantes devem estar familiarizados com as formas de encontrar ou gerar estimativas para a probabilidade de um evento E. É especialmente aqui que se tornam úteis os significados laplaciano, frequentista e subjetivo da probabilidade (Gal, 2005). Ao calcular ou estimar probabilidades, as *crenças* individuais e os *sentimentos pessoais* são ativados, seja a priori, a posteriori ou em ambos os momentos, sendo determinantes nas atribuições dadas e decisões tomadas.

"Parentes de primeiro grau de pacientes com depressão apresentam um risco aproximadamente três vezes maior de desenvolver esse transtorno".[737]

Essa informação foi veiculada por um site de notícias e utiliza uma *linguagem* própria para comunicar sobre uma situação que envolve a probabilidade. O que significa o risco ser três vezes maior? Que tipos de medidas essa interpretação acarreta? O estudante precisa estar familiarizado com os termos próprios da probabilidade (risco, chance, provável, etc.) e com as diversas formas de representá-la (chance de uma em quatro, probabilidade de 20%, probabilidade de um para cinco, etc.) (Gal, 2005).

[737] Disponível em: https://www.bbc.com/portuguese/geral-61961721. Acesso em: 10 jul. 2022.

O estudante precisa, também, ser capaz de mobilizar as noções já citadas quando inseridos em *contextos* reais. “Compreender o contexto é educacionalmente importante, pois ajuda a explicar por que há uma necessidade de aprender sobre probabilidade” (Gal, 2005, p. 58) e entender que “chance e aleatoriedade afetam eventos e processos do mundo real” (Gal, 2005, p. 58). Tal tese segue na mesma direção do que é trazido pela BNCC, o que é confirmado por Fernandes e Diniz (2022). Nessa perspectiva, Muzás (2017, p. 141) exemplifica algumas situações cotidianas, tal como “Qual é a probabilidade de que, ao chegar à parada de ônibus, você tenha que esperar menos de 3 minutos?”, sobre a qual muito pode ser explorado a partir da percepção subjetiva de cada sujeito.

“94% dos brasileiros reconhecem que pessoas negras têm mais chances de serem abordadas de forma violenta e mortas pela polícia, diz pesquisa”[738]

Esse é o título de uma matéria publicada em um site jornalístico. Aqui, há mais do que a leitura de uma terminologia probabilística, há uma leitura da sociedade. Avaliar de forma *crítica* esses dados é uma componente primordial para que se tenha um cidadão letrado probabilisticamente, com uma *postura crítica* diante das demandas sociais.

Metodologia

Essa pesquisa é do tipo qualitativa, ainda que utilize alguns elementos da tipologia quantitativa, pois “combinar técnicas de análise quantitativa com técnicas de análise qualitativa proporciona maior nível de credibilidade e validade aos resultados da pesquisa”. (Oliveira, 2011, p. 29-30). Os participantes foram 21 estudantes de um curso de licenciatura em matemática do agreste do estado de Pernambuco, no Brasil. Os participantes serão identificados como P1, P2, P3, ..., P20, P21, a fim de garantir o seu anonimato.

Esses estudantes responderam a um questionário via Formulários Google, no qual além de indicarem o gênero com o qual se identificam, responderam às perguntas presentes na Figura 2.

Figura 2.

Questionário.

Considere a seguinte situação:

[738] Disponível em: https://g1.globo.com/sp/sao-paulo/noticia/2020/06/17/94percent-dos-brasileiros-reconhecem-que-pessoas-negras-tem-mais-chances-de-serem-abordadas-de-forma-violenta-e-mortas-pela-policia-diz-pesquisa.ghtml. Acesso em: 10 jul. 2022.

SITUAÇÃO – Retornar para a sua residência após o fim das aulas do dia.
Agora, avalie o Evento 1:

EVENTO 1 – Ser vítima de algum tipo de assédio, físico ou verbal.

a) Atribua uma probabilidade para a ocorrência do Evento 1. Os valores variam de 0 a 100%.

0 | 10% | 20% | 30% | 40% | 50% | 60% | 70% | 80% | 90% | 100%

b) Descreva o que você levou em consideração ao atribuir essa probabilidade
c.1) Você já tomou alguma decisão baseada nisso? Sim | Não
c.2) Se a resposta ao item anterior foi sim, relate o(s) caso(s) em que isso ocorreu.
d) A probabilidade de ao lançar uma moeda a face obtida ser cara é de 50%. Isso não muda. Podemos afirmar a mesma coisa sobre a probabilidade que você atribuiu ao Evento 1? Ou ela pode se alterar? Justifique.
e) Qual o significado de atribuir o valor 0 à probabilidade de ocorrência do Evento 1?
f) Qual o significado de atribuir o valor 100% à probabilidade de ocorrência do Evento 1?
g) Até o presente momento, você já havia parado para pensar sistematicamente sobre probabilidade nesse contexto do seu cotidiano? Sim | Não
Agora, avalie o Evento 2:

EVENTO 2 – Não ser vítima de nenhum tipo de assédio, físico ou verbal.

h) Atribua uma probabilidade para a ocorrência do Evento 2. Os valores variam de 0 a 100%

0 | 10% | 20% | 30% | 40% | 50% | 60% | 70% | 80% | 90% | 100%

i) Justifique o valor atribuído no item anterior.

Para analisar os resultados, utilizamos o modelo de letramento probabilístico proposto por Gal (2005), a partir dos elementos de conhecimento e de disposição, identificando como eles podem ser mobilizados a partir da atividade do questionário.

Análise e discussão dos resultados

A partir dos questionários, foi identificada a articulação de grandes ideias da probabilidade para justificar as respostas. Os participantes compreendiam a aleatoriedade inerente à situação, ainda que as probabilidades estivessem condicionadas a fatores de risco (ou a *fatores de segurança*, expressão utilizada pelo P6). A linguagem utilizada sempre recorria a termos próprios da probabilidade, tais como: possibilidade, chance, confiabilidade, risco, certeza, impossível, provavelmente, variação, improvável, entre outros. Ao atribuir uma probabilidade ao Evento 1, os participantes utilizaram a linguagem probabilística para comunicar a estimativa que fizeram. Seguem alguns casos:

P4 – ‘com plena certeza, este segundo [ao comparar um homem gay com um homem heterossexual] terá maior chance de sofrer o assédio’.
P8 – ‘uma situação hipotética, porém não improvável’.
P17 – ‘é muito difícil disso ocorrer, mas não é impossível’.

Assim como P4, P7 indicou uma crença de que para homens gays há uma probabilidade maior de sofrer assédio do que para homens heterossexuais:

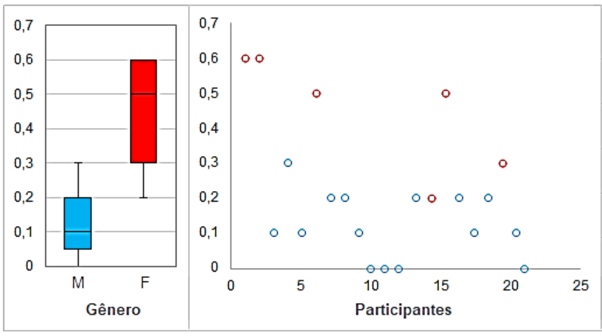
P7 – Como minha residência é em outra cidade, faço parte de uma van [veículo particular] certa para voltar, a qual me deixa em minha casa, logo, não me sinto vulnerável a tais tipos de ataques. Ainda assim considerei 20% de probabilidade por eu ser um homem gay com trejeitos afeminados, o que não me faz sentir seguro em todo ambiente.

Essa crença, elemento de disposição, está conjugada com questões críticas que refletem uma sociedade ainda preconceituosa. Outra crença foi apresentada por P19 ao afirmar que, por ser mulher, a probabilidade de ocorrência para o Evento 1 beira os 90%, mas que por ela ser muito magra, isso reduz a probabilidade para 30%.

A sexualidade não foi o único fator de risco apontado pelos participantes. P18, por exemplo, citou a questão racial como fator de risco. Outros fatores de risco mencionados foram a ‘falta de segurança pública’, o ‘índice de violência’, tamanho do percurso até chegar em casa, o horário de chegada em casa, entre outros. Os dados apontaram o gênero como uma variável decisiva quanto a atribuição dessas probabilidades. A Figura 3 compara, quantitativamente, as probabilidades atribuídas ao Evento 1 por homens e mulheres nessa pesquisa. A cor azul e a cor vermelha estão associadas aos gêneros masculino e feminino, respectivamente. As probabilidades estão representadas no intervalo de 0 a 1.

Figura 3.

Comparação das probabilidades atribuídas ao Evento 1 em relação ao gênero.



	Masculino	Feminino
Média	0,12	0,45
Mediana	0,1	0,5
Moda	0,1	0,6
Amplitude	0,3	0,4
Desvio Padrão	0,09	0,16

Medidas estatísticas

Visivelmente, as probabilidades atribuídas pelas mulheres ao Evento 1 são superiores às atribuídas por homens, o que pode ser observado no Box Plot (Diagrama de caixa), no Scatter Plot (Diagrama de dispersão) e nos valores de algumas medidas estatísticas, da esquerda para a direita. O contexto apresentado na situação é próximo à realidade dos participantes e suas crenças e experiências pessoais os permitiram atribuir subjetivamente uma probabilidade ao Evento 1, tomar decisões baseadas nisso e refletir criticamente sobre questões sociais adjacentes. P13 afirmou que as probabilidades atribuídas podem se alterar conforme a perspectiva de cada um, sendo uma variável mais subjetiva. Ao responder sobre o significado de atribuir uma probabilidade de 100% ao Evento 1, P1 cita ‘o medo e talvez experiências passadas’, indicando que sentimentos pessoais, como o medo, são elementos determinantes ao tratamento da probabilidade.

P10, P12 e P21, que atribuíram probabilidade 0 ao Evento 1, justificaram essa predição com o fato de nunca terem sido vítimas. Fazem, portanto, uma leitura inadequada das ideias de independência e incerteza, o que pode, em algum momento, contribuir com alguma decisão errada em tal situação. P6 e P15 apresentaram dificuldades para diferenciar os conceitos de possibilidade e probabilidade, pois consideraram apenas duas possibilidades para o Evento 1 (ser ou não assediado), atribuindo assim probabilidades de 50% para cada uma delas.

Outra relação observada foi a seguinte: seja $P(E_1)$ a probabilidade de ocorrência do Evento 1 e $P(E_2)$ a probabilidade de ocorrência do Evento 2. Como esses eventos são complementares, temos que $P(E_1) + P(E_2) = 1$. Tal propriedade, inserida numa abordagem axiomática da probabilidade, também foi explorada no questionário. Na Tabela 1, podemos verificar que os participantes P1, P2, P5, P8 e P19 apresentaram uma incoerência ao atribuir as probabilidades, uma vez que as probabilidades atribuídas por eles não respeitam a propriedade mencionada.

Tabela 1.

Eventos complementares.

Participante	$\boldsymbol{P(E_1)}$	$\boldsymbol{P(E_2)}$	$\boldsymbol{P(E_1) + P(E_2)}$
P1	**0,6**	**0,1**	**0,7**
P2	**0,6**	**0,2**	**0,8**
P5	**0,1**	**0,3**	**0,4**
P8	**0,2**	**1,0**	**1,2**
P19	**0,3**	**0**	**0,3**

Ainda que a estimativa dada as probabilidades seja subjetiva, é importante que exista coerência entre os valores indicados.

Considerações finais

O pensamento probabilístico não é linear, mas funciona em rede, devendo explorar, durante toda a formação dos estudantes, os diferentes significados da probabilidade. Além disso, é importante mobilizar, de maneira integrada, os elementos de conhecimento e de disposição que compõem o letramento probabilístico, como proposto por Gal (2005). A partir da atividade desenvolvida no questionário, foram identificadas algumas nuances dos significados axiomático, intuitivo e subjetivo da probabilidade, em especial esse último, de forma a transitar entre os blocos de construção do letramento probabilístico.

Com isso, pudemos verificar que abordar o significado subjetivo da probabilidade pode apresentar múltiplas potencialidades para mobilizar os elementos de conhecimento e disposição constituintes do letramento probabilístico. Se pensadas e articuladas adequadamente, atividades que envolvam a probabilidade subjetiva, ainda que numa configuração mais introdutória, muito tem a contribuir para desenvolver um comportamento alfabetizado em probabilidade, em comunhão com a exploração dos demais significados.

Referências

Batanero, C. (2005). Significados de la probabilidad en la educación secundaria. *Relime*, 8(3), 247-263. https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=33508302

Borba, R. (2017). Devagar se vai ao longe: o ensino e a aprendizagem de conceitos matemáticos mais complexos desde o início da escolarização. In *VIII Congresso Iberoamericano de educación matemática*, 204-212. https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/204801/CIBEM2017Conferencias.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Constituição da República Federativa do Brasil de 1988. (1988). Brasília. http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/constituicao/constituicao.htm

Coutinho, C. (1994). *Introdução ao conceito de probabilidade por uma visão frequentista*: estudo epistemológico e didático. (Dissertação de mestrado) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11159

Decreto n. 9099, de 18 de julho de 2017. (2017). *Dispõe sobre o Programa Nacional do Livro e do Material Didático*.
http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2015-2018/2017/decreto/D9099.htm

Darwin, C. (2006). *A expressão das emoções no homem e nos animais.* Tradução de José Miguel Silva. Relógio D'Água.

Farias, P. (2016). Um modelo econométrico para a probabilidade subjetiva de sofrer violência doméstica em Fortaleza, Brasil. (Dissertação de mestrado) – Universidade Federal do Ceará. https://bdtd.ibict.br/vufind/Record/UFC-7_cb97450c649739355783ca3927bc44a7

Fernandes, J. A.; Diniz, L. N. (2022). Ensino de Probabilidade e Estatística na Educação Fundamental da Base Nacional Comum Curricular do Brasil. *Góndola, Enseñanza y Aprendizaje de las Ciencias*, 17(2), pp. 392-406. DOI: https://doi.org/10.14483/23464712.17927

Gal, I. (2005). Towards 'probability literacy' for all citizens. In G. Jones (Ed.). Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning. (pp. 43-71). https://www.researchgate.net/publication/227065116_Towards_Probability_Literacy_for_all_Citizens_Building_Blocks_and_Instructional_Dilemmas

Gal, I. (2021). Promoting statistical literacy: Challenges and reflections with a Brazilian perspective. *In C. Monteiro & L. Carvalho (Eds). Temas emergentes em letramento estatistico /Emerging themes in statistical literacy* (pp. 37-59). Editora UFPE. https://editora.ufpe.br/books/catalog/book/666

Goleman, D. (2012). *Inteligência emocional:* a teoria revolucionária que redefine o que é ser inteligente. 2 ed. Objetiva.

Guimarães, G; Carvalho, J. (2021). Pesquisa como eixo estruturador do ensino de estatística e probabilidade. *Estatística e probabilidade na escola* (pp. 11-48). Editora UFPE. https://www.researchgate.net/publication/358641849_Estatistica_e_Probabilidade_na_escola

Hierro, A.; Batanero, C. & Beltrán-Pellicer, P. (2018). El diagrama de árbol: un recurso intuitivo em Probabilidad y Combinatoria. *Épsilon - Revista de Educación Matemática*, (100), 49-63. https://thales.cica.es/epsilon/?q=node/4749

https://editora.ufpe.br/books/catalog/view/740/751/2390

Kahneman, D. (2012). *Rápido e devagar*: duas formas de pensar. Tradução de Cássio de Arantes Leite. Editora Objetiva.

Ministério da Educação (MEC). (2018). *Base Nacional Comum Curricular.*
http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf

Muzás, J. (2017). La vida cotidiana en la clase de matemáticas. In *VIII Congresso Iberoamericano de educación matemática*, 134-142. https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/204801/CIBEM2017Conferencias.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Oliveira, M. (2021). *Como fazer projetos, relatórios, monografias, dissertações e teses*. 5 ed., Elsevier.

Possebon, E. (2017). *O universo das emoções:* uma introdução. Libellus.

Rifo, L. (2017). Aspectos de teoria da decisão e probabilidade subjetiva para o ensino básico. In *VIII Bienal da Sociedade Brasileira de Matemática*. https://www.ime.unicamp.br/~laurarifo/divulga/minicurso_Laura_VIIIBienal.pdf

Santana, M.; Borba, R. (2021). O que dizem professores sobre o ensino de Probabilidade no Ensino Fundamental? Em *R. Borba; J. Montenegro & J. Santos, Investigações em ensino e em aprendizagem* (pp. 69-101). Editora UFPE.

Silveira, B. (2021). Interpretações de probabilidade contempladas nas coleções de matemática do PNLD 2021 para o novo ensino médio. (Dissertação de mestrado) – Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. https://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/27722

Alunos do Ensino Fundamental em atividades de modelagem matemática: uma análise à luz da semiótica

Elementary School students in mathematical modeling activities: an analysis in the light of semiotics

Estudiantes de Enseñanza Básica en actividades de modelación matemática: un análisis a la luz de la semiótica

Karina Alessandra Pessoa da Silva[739]
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
http://orcid.org/0000-0002-1766-137X

Nágela Martins[740]
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
https://orcid.org/0000-0002-7895-3245

Susane Cristina Pasa Pelaquim[741]
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
https://orcid.org/0000-0002-8265-5291

Suzana Lovos Trindade[742]
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
https://orcid.org/0000-0002-3389-2979

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Processos de ensino e aprendizagem da Matemática em diferentes modalidades e níveis educacionais

Resumo

Com o intuito de evidenciar como alunos do Ensino Fundamental se remetem a objetos matemáticos que emergem no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, analisamos duas atividades desenvolvidas, uma em uma turma do 5º ano e outra em uma turma do 9º ano. Subsidiadas na modelagem matemática como alternativa pedagógica e na semiótica peirceana entendida como ciência dos signos da linguagem, nos debruçamos nos signos

[739] karinasilva@utfpr.edu.br
[740] nagelamartins@alunos.utfpr.edu.br
[741] susane@alunos.utfpr.edu.br
[742] strindade@alunos.utfpr.edu.br

escritos, falados e gesticulados de um grupo de alunos de cada turma. A análise qualitativa de cunho interpretativo nos permitiu evidenciar que os signos produzidos especialmente para o objeto matemático ângulo se configurou de diferentes maneiras nas turmas analisadas, principalmente pela especificidade da atividade de modelagem matemática desenvolvida e pelos conhecimentos matemáticos dos alunos.

***Palavras-chave*:** Educação Matemática, modelagem matemática, semiótica peirceana, signos, ângulo.

Abstract

In order to show how Elementary School students refer to mathematical objects that emerge in the development of mathematical modeling activities, we analyzed two activities developed, one in a 5th grade class and the other in a 9th grade class. Supported by mathematical modeling as a pedagogical alternative and by Peircean semiotics understood as the science of language signs, we focus on the written, spoken and gesticulated signs of a group of students from each class. The qualitative analysis of an interpretative nature allowed us to show that the signs produced especially for the mathematical object angle were configured in different ways in the analyzed classes, mainly due to the specificity of the mathematical modeling activity developed and the students' mathematical knowledge.

Keywords: Mathematics Education, mathematical modeling, Peircean semiotics, signs, angle.

Resumen

Con el fin de mostrar cómo los estudiantes de primaria se refieren a objetos matemáticos que surgen en el desarrollo de actividades de modelación matemática, analizamos dos actividades desarrolladas, una en una clase de 5° grado y otra en una clase de 9° grado. Apoyados en la modelación matemática como alternativa pedagógica y en la semiótica peirceana entendida como la ciencia de los signos del lenguaje, nos enfocamos en los signos escritos, hablados y gesticulados de un grupo de estudiantes de cada clase. El análisis cualitativo de carácter interpretativo permitió evidenciar que los signos producidos especialmente para el objeto matemático ángulo se configuraron de diferentes formas en las clases analizadas, principalmente debido a la especificidad de la actividad de modelación matemática desarrollada y al conocimiento matemático de los estudiantes.

***Palabras clave*:** Educación Matemática, modelización matemática, semiótica peirceana, signos, ángulo.

Introdução

Partindo do pressuposto que muitas situações podem ser representadas por meio de linguagem matemática, é que tomamos a modelagem matemática enquanto uma tendência da Educação Matemática para ser abordada em aulas de Matemática. Em uma atividade de modelagem parte-se de uma situação inicial, utiliza-se de procedimentos matemáticos e obtém-se uma solução para a situação (Almeida, Silva & Vertuan, 2012).

No contexto do Ensino Fundamental, no Brasil, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) destaca que procedimentos matemáticos suscitados por meio da modelagem, por exemplo, "são potencialmente ricos para o desenvolvimento de competências fundamentais para o letramento matemático (raciocínio, representação, comunicação e argumentação)" (Brasil, 2018, p. 266). No que compete especificamente à representação, esse documento sinaliza a necessidade da "elaboração de registros para evocar um objeto matemático" (Brasil, 2018, p. 529).

Considerando que na transição da situação inicial para uma solução, via procedimentos matemáticos, em atividades de modelagem matemática se faz presente uma multiplicidade de linguagens e representações, nos pautamos na Semiótica Peircena para inferirmos sobre *Como alunos do Ensino Fundamental se remetem aos objetos matemáticos quando desenvolvem atividades de modelagem matemática?*

A semiótica peirceana se vale do estudo dos signos como meios que uma pessoa (intérprete) se refere, remete ou indica uma coisa (objeto), não em todos os aspectos desta coisa, mas de acordo com certa forma e capacidade (Peirce, 1972). É por meio dos signos produzidos por duas turmas de alunos do Ensino Fundamental – uma do 5º ano e outra do 9º ano – no desenvolvimento de atividades de modelagem que nos subsidiamos na análise qualitativa de cunho interpretativo (Bogdan & Biklen, 1994) de modo a trazer reflexões para a questão investigada.

Modelagem na Educação Matemática

Existe uma pluralidade de caracterizações para a modelagem na Educação Matemática presentes na literatura. Todavia nos pautamos no entendimento que a trata como uma alternativa pedagógica orientada pela busca de solução para uma situação inicial (problemática) cuja origem está, de modo geral, associada a uma situação da realidade (Almeida, Silva & Vertuan, 2012). Esse entendimento vai ao encontro da perspectiva educacional apontada por Kaiser & Sriraman (2006)[743] em que a modelagem é caracterizada como uma abordagem didática e/ou

[743] Kaiser e Sriraman (2006) sistematizaram as abordagens sobre modelagem na Educação Matemática presentes na literatura em perspectivas: realística, contextual, educacional, sócio-crítica e epistemológica.

conceitual em que é possível estruturar e promover o ensino e a aprendizagem e/ou introduzir e desenvolver conceitos.

A modelagem matemática entendida como uma forma de possibilitar aprendizagem da matemática tem, segundo Carreira & Baioa (2018), como desafio recriar um ambiente em que se favoreçam ações educativas em que a centralidade está no aluno. O professor passa a ser um orientador, aquele que envolve os alunos com o desenvolvimento da atividade de modelagem de forma que eles abordem situações não matemáticas por meio da matemática (Almeida, Silva & Vertuan, 2012, Carreira & Baioa, 2018). Um aspecto que auxilia no envolvimento dos alunos é abarcar temas/problemas de seus interesses (Elfringhoff & Schukajlow, 2021).

Neste contexto, Fernandes & Tortola (2021, p. 2087) asseveram que atividades de modelagem com temas que despertam a curiosidade provocam "uma mudança no ambiente do espaço escolar, em que o aluno tem mais autonomia e possibilidades de participação".

Corroboramos com English (2010, p. 288) de que a implementação da modelagem matemática na sala de aula "fornece às crianças ricas oportunidades para experienciar dados complexos em contextos desafiadores e, ainda, significativos". No entanto, no âmbito do Ensino Fundamental, Pereira, Dalto & Silva (2020, p. 59) evidenciaram "uma carência em estudos e pesquisas relatados na literatura". Defronte da necessidade de suprir essa carência, temos desenvolvido atividades de modelagem em turmas de alunos do Ensino Fundamental.

Considerando que no percurso da definição de um problema de interesse dos alunos para a obtenção de uma solução em atividades de modelagem, diferentes signos que se remetem a objetos matemáticos são produzidos, é que nos debruçamos na semiótica peirceana.

Semiótica peirceana: signos da linguagem

Nos estudos realizados sobre a semiótica, Peirce (1972) trata o signo como uma relação entre três elementos — objeto, signo (ou representámen) e interpretante — em que o signo estabelece uma mediação entre objeto e interpretante.

Peirce (1972) afirma que da relação entre signo e objeto resulta outro signo, o interpretante. Esse novo signo é um processo racional que se cria na mente do intérprete. É de se considerar que o interpretante não é sinônimo de intérprete, nem de interpretação. Intérprete é a mente interpretadora que produz o interpretante; interpretação corresponde a todo o processo de geração de interpretantes.

A ação própria do signo é determinar um interpretante, ou seja, a ação do signo é a ação de ser interpretado em outro signo. "É só na relação com o interpretante que o signo completa sua ação como signo" (Santaella, 2007, p. 37). Segundo Santaella (2008, p. 58-59),

> [...] o significado de um signo é outro signo — seja este uma imagem mental ou palpável, uma ação ou mera reação gestual, uma palavra ou mero sentimento de alegria, raiva... uma ideia, ou seja lá o que for — porque esse seja lá o que for, que é criado na mente pelo signo, é um outro signo (tradução do primeiro).

O que podemos evidenciar é que signo é "qualquer coisa que admita um 'interpretante' – isto é, que seja capaz de dar origem a outros signos" (Peirce, 1972, p. 27). Por exemplo, o termômetro por si só é um objeto físico, dependendo do fundamento (representámen), o termômetro pode ser um signo interpretado como indicador da temperatura, um artefato decorativo, um artesanato originado de um trabalho manual. O que devemos destacar, nesse exemplo, é que o termômetro somente funciona como signo da temperatura, da decoração ou do trabalho de um artesão se for interpretado como tal. Nesse caso, uma mesma coisa (termômetro) pode ser diferentes signos. Segundo Santaella (2009, p. 45), "o signo não ocorre vazio. Ele está enraizado num vastíssimo mundo de relações com outros signos".

Com esses apontamentos e considerando que "estudar, especular, ou ao menos refletir sobre signos é uma característica fundamental da espécie e da cultura humano" (Nöth & Santaella, 2017, p. 9) é que focamos nossa atenção em atividades de modelagem matemática desenvolvidas no Ensino Fundamental.

Aspectos metodológicos

Neste artigo trazemos resultados parciais de duas pesquisas de mestrado em Ensino de Matemática em que a modelagem matemática é concebida como alternativa pedagógica e a semiótica peirceana subsidia as análises. Para evidenciarmos como os alunos do Ensino Fundamental se remetem a objetos matemáticos que emergem em atividades de modelagem, foram analisados os signos produzidos em duas turmas – uma do 5º ano e outra do 9º ano.

Na turma do 5º ano, formada por 18 alunos de uma escola municipal paranaense, foi desenvolvida a atividade com a temática *foguete*, que referenciamos pela sigla AF. Para desenvolver essa atividade, os alunos foram reunidos em grupos com quatro ou cinco integrantes (AF1, AF2, ..., AF18). Para as análises escolhemos um dos grupos – AF10, AF11, AF12 e AF13 –, visto que a AF11 mais se envolveu na atividade. Essa foi a quarta atividade de modelagem desenvolvida pela professora (P1) com a turma.

A atividade de modelagem implementada na turma do 9º ano, teve como temática *pizza* (AP). A atividade foi desenvolvida com sete alunos (AP1, AP2, ..., AP7), organizados em grupos de dois ou três integrantes, de uma escola de um município paranaense. Nosso foco está nos signos produzidos pela dupla AP3 e AP4, que utilizaram uma variedade de representações para se referirem ao objeto matemático. Atividades de modelagem não eram habituais do cotidiano escolar, ou seja, a professora (P2) não havia desenvolvido atividades de modelagem com essa turma anteriormente.

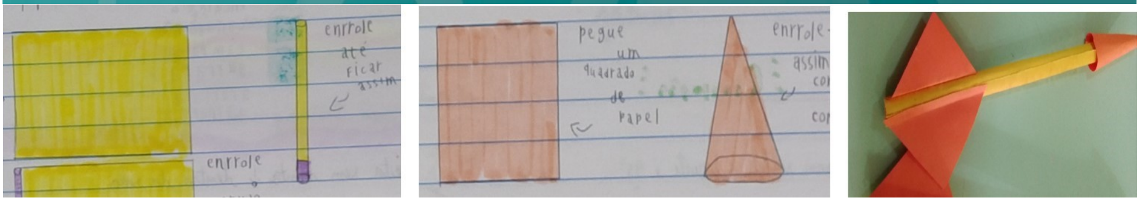
Em ambas as turmas, as discussões no desenvolvimento da atividade foram gravadas em áudio e vídeo com o consentimento dos pais dos alunos e da equipe diretiva das escolas. As discussões foram transcritas na íntegra de modo a se constituírem dados para análise, assim como fotos e registros dos alunos. A análise qualitativa de cunho interpretativo (Bogdan & Biklen, 1994) é respaldada no diálogo com o referencial teórico.

Descrição e análise das atividades desenvolvidas

A AF foi iniciada com a construção de um foguete a partir de orientações da P1. Após a construção do foguete, cada grupo escreveu um relatório. Observando as partes do foguete, a AF11 produziu signos que denotaram figuras geométricas tridimensionais, inclusive associou essas figuras às cores utilizadas na construção (Figura 1). Podemos inferir que para a AF11, o objeto físico foguete fez emergir signos que se remeteram a objetos matemáticos relativos a figuras geométricas tridimensionais e, com isso, o brinquedo passou a ter um novo significado (Peirce, 1972).

Figura 1.

Construção do foguete (Relatório da AF11)



Após a construção do foguete partiu-se para o momento de brincar na quadra da escola. Essa ação de P1 teve como objetivo manter um “interesse inicial antes de resolverem um problema” (Elfringhoff & Schukajlow, 2021, p. 27) em que houve “mudança no ambiente do espaço escolar” (Fernandes & Tortola, 2021, p. 2087).

A intenção da P1 com a brincadeira era de que os alunos evidenciassem qual ângulo de lançamento do foguete faria com que esse atingisse a maior distância. Todavia os alunos precisaram perceber que o ângulo de lançamento teria interferência na distância atingida, conforme transcrição:

P1: Vocês soltaram o foguetinho, perceberam alguma situação que ele vai mais longe? O que precisa fazer?

[...]

P1: Eu preciso segurar mais inclinada, não é?

AF11: Sim

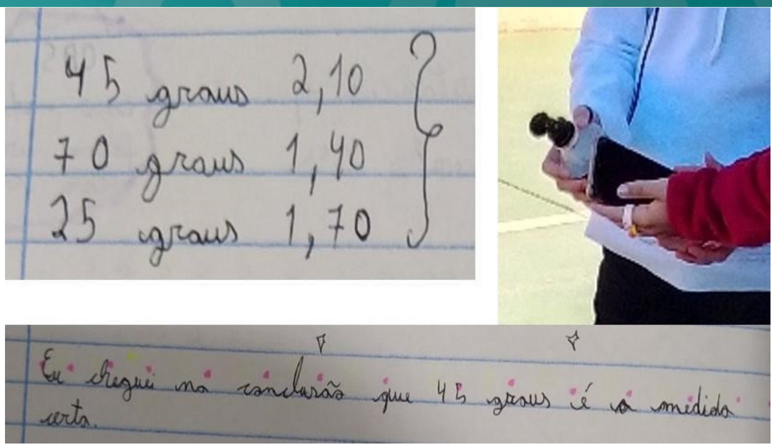
P1: Essa inclinação, vocês sabem como mede?

AF11: Pelo transferidor!

P1: Isso, pelo transferidor, por isso que eu pedi para baixar o aplicativo do transferidor. Porque é a inclinação que vai dar a maior potência no distanciamento. E como medimos essa inclinação? Medimos pelo transferidor porque medimos essa inclinação pelo ângulo. É uma inclinação angular é o ângulo que dá essa inclinação. Então agora, o colega que está com o celular com o aplicativo vai medir o ângulo que o outro colega vai posicionar a garrafa para soltar o foguetinho. E podemos medir a distância que esse foguetinho atingiu nessa posição angular. Podemos fazer isso de vários ângulos. Então vamos fazer isso agora?

Utilizando o aplicativo do telefone celular *Protactor*, os alunos fizeram as medições dos ângulos que posicionaram a garrafa para soltar o foguete e depois, com uma trena, mediram a distância atingida. Os dados foram organizados em uma lista de valores, conforme mostra a Figura 2.

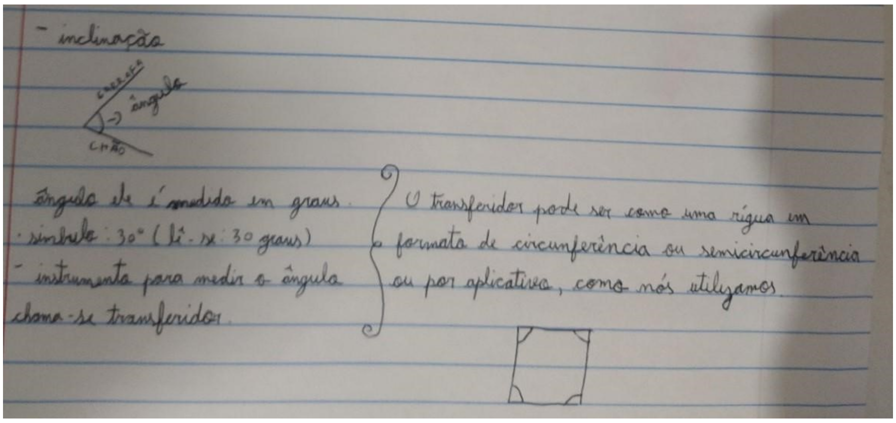
Figura 2.
Medindo o ângulo e a distância que o foguete alcança (Relatório da AF11)



Na Figura 2 também é apresentada a solução que o grupo da AF11 chegou: *45 graus é a medida certa*. Ou seja, os alunos concluíram que segurando a garrafa com um ângulo de 45º o foguete atingiu a maior distância – 2,10 metros. O objeto matemático *ângulo* é referenciado pelos alunos por meio de um signo associado à inclinação da garrafa para que o foguete atingisse a maior distância.

Na sistematização do conteúdo abordado com o desenvolvimento da AF, a P1 discutiu sobre a definição de ângulo e como fazer sua medição. Em seguida, solicitou aos alunos que registrassem o que entenderam. A AF11, considerou uma figura do ângulo e descreveu em língua natural a forma como realizar a medição (Figura 3).

Figura 3.
O que entende por ângulo (Relatório da AF11)



A partir da construção de um brinquedo e desenvolvimento de uma brincadeira, os alunos, orientados pela P1 se envolveram com ações nas quais os objetos matemáticos *figuras geométricas tridimensionais* e *ângulo* se fizeram presentes em registros escritos e na possibilidade de se obter êxito na brincadeira. O grupo em que a AF11 estava presente, especificamente o objeto matemático *ângulo* foi revelado por meio da “comunicação verbal que se manifesta pela audição e por sua forma escrita visualizável” (Nöth & Santaella, 2017, p. 10), em diálogo com a P1 e ao estruturar o seu relatório.

Para iniciar o desenvolvimento da AP, a P2 apresentou um problema: *Qual a melhor opção para que os alunos comam um pedaço de pizza, e na hora que cada um comer esse um pedaço, coma a maior quantidade de massa possível, pagando o menor valor?*.

Primeiramente, os alunos participaram de uma roda de conversa juntamente com a P2, em que discutiram sobre as pizzarias do município, os tamanhos das *pizzas* e a quantidade de pedaços, a fim de se inteirar da situação a ser investigada, mantendo o interesse dos alunos pela temática. Em seguida, a P2 disponibilizou massas de pizzas de três diferentes tamanhos – para 4, 8 e 12 pedaços. Os alunos realizaram medições das massas e indicaram a localização do possível centro de cada uma delas conforme apresentado na Figura 4.

Figura 4.
Medições realizadas pelos alunos (Arquivo da P2)

De modo intuitivo, AP5 localizou o centro da massa da pizza em que os pedaços iriam coincidir quando a massa fosse cortada. O que podemos inferir é que AP5 considerou que a massa da pizza pode ser associada a um círculo, ou seja, trata-se de uma hipótese para o desenvolvimento da atividade e usou gestos para indicar aspectos desse objeto matemático. A temática implementada pela P2, de certo modo, oportunizou aos alunos “experienciar dados complexos em contextos desafiadores e, ainda, significativos” (English, 2010, p. 288). Considerando a massa utilizada pela pizzaria para 12 pedaços, AP4 sugeriu um encaminhamento para obter os pedaços:

AP4: Dá para dividir 360 por 12 e dá para descobrir o ângulo aqui [se referindo a cada pedaço]*, aí depois que você tem esse ângulo, você vai descobrir o pedaço.*

P2: Mas aí a gente vai ter uma área de qualquer polígono?

AP4: Considerar um aqui, um aqui, um aqui... [apontando para cada parte que pode ser cortada da massa da pizza que AP5 indicou o centro].

Após o corte da pizza, cada pedaço iria adquirir um novo formato que os alunos juntamente com a P2, definiram enquanto um semicírculo, conforme excerto transcrito a seguir e gestos realizados por AP4 apresentados na Figura 5.

P2: O que seria se a gente pegar essa pizza e sair cortando os pedaços, assim nessas fatias, o que a gente consegue identificar, o que vira essa fatia da pizza?

AP4: Triângulo?

P2: Será que é um triângulo?

AP4: Não! É um semicírculo!

P2: Por que não é um triângulo?

AP4: Porque a borda é torta assim [mostra a representação].

Figura 5.

AP4 se referindo ao setor circular (Arquivo da P2)

Os gestos feitos por AP4 representaram o objeto matemático setor circular presente na comunicação com a P2 contrapondo a não remissão ao objeto triângulo. Esse gesto se configura como “um signo não verbal, como na modalidade visual de uma imagem” (Nöth & Santaella, 2017, p. 10). O AP4 não lembrava do nome da figura geométrica que poderia ser associada ao pedaço de pizza, com isso, lança mão de gestos e da descrição *a borda é torta assim*, para que sua comunicação desse conta de indicar que a base da pizza não é reta como no triângulo, mas arredondada. O AP4 estava se remetendo ao objeto matemático setor circular – região do círculo delimitada por dois raios do círculo e um arco da circunferência.

Os alunos de P2, considerando o tipo de pizza, o valor cobrado na pizzaria local, calcularam a área de massa de cada pedaço e o valor unitário, configurando uma solução para o problema: de que a maior área é a da pizza *grande* de 8 pedaços, mas o menor valor a ser pago é para o pedaço da pizza *big*, conforme Quadro 1.

Quadro 1.

Solução dos grupos de alunos para a AP (Elaborado pelas autoras)

Nome da *pizza*	Broto	Grande	Big

Tipos de massa			
Valor de um pedaço	R$ 8,25	R$ 8,00	R$ 5,17
Área de cada pedaço	$\frac{3{,}14\cdot 12^2\cdot 93}{360}$ $\cong 116{,}8\ cm^2$	A setor: $\frac{3{,}14\cdot 17^2\cdot 48}{360^\circ}$ A setor: $121\ cm^2$	$\frac{3{,}14\cdot 20^2\cdot 35}{360}$ $\cong 122{,}1 cm^2$

O objeto matemático *ângulo* esteve presente no desenvolvimento de ambas atividades, porém com diferentes configurações em que diferentes signos foram associados. Na AF, os alunos mediram o ângulo de lançamento do foguete com um aplicativo de telefone celular e, com isso, utilizaram signos falados e escritos (nos relatórios) para se referirem a esse objeto matemático. Esses signos foram subsidiados pelas orientações da P1, visto que os alunos não conheciam o objeto e o associaram à inclinação da garrafa no lançamento do foguete. Já na AP, a determinação do ângulo se fez necessária para determinar a quantidade de pedaços em que cada massa de pizza seria cortada e para o cálculo da área do setor circular. Os alunos do 9º ano já tinham estudado sobre ângulos no contexto das aulas de Matemática pela P2 e, para se remeter a esse objeto matemático, utilizaram principalmente gestos.

Algumas considerações

De modo a evidenciar como alunos do Ensino Fundamental se remetem aos objetos matemáticos quando desenvolvem atividades de modelagem matemática, nos apoiamos nos aportes teóricos da modelagem matemática e da semiótica peirceana de duas atividades, uma desenvolvida no âmbito de uma turma do 5º ano e outra em uma turma do 9º ano.

Considerando as especificidades das atividades de modelagem, dentre os objetos matemáticos que emergiram, *ângulo* foi o que esteve presente em ambas com diferentes configurações das quais os alunos utilizaram diferentes signos. Na turma de 5º ano, a partir da atividade com a temática *foguete*, os alunos determinaram o ângulo em que o lançamento do brinquedo atingiria a maior distância. Neste caso, a atividade foi um mote para introduzir o estudo do objeto matemático e esteve amparada nas falas e nos registros escritos a partir da sistematização realizada pela professora (P1). A turma do 9º ano investigou a área do setor circular que consideraram para representar pedaços de *pizzas*, dependendo do tamanho da massa. Com isso, o objeto matemático foi abarcado para auxiliar no cálculo e se configurou como uma aplicação para a resolução por meio de gestos dos alunos com relação à divisão dos pedaços de pizzas. Neste caso, a atividade de modelagem desenvolvida sob orientação da professora (P2) possibilitou que os alunos retomassem conhecimentos que já tinham sido estudados.

É de se considerar que outros objetos matemáticos se fizeram presentes e os alunos utilizaram signos para se referenciar a eles. Esses signos podem ser classificados como diagramas, na semiótica peirceana. Uma análise das implicações de uso de diagramas por alunos do Ensino Fundamental na aprendizagem se configura em continuidade das pesquisas em desenvolvimento.

Referências

Almeida, L. W., & Silva, K. P., & Vertuan, R. E. (2012). *Modelagem Matemática na Educação Básica*, São Paulo: Contexto.

Brasil. (2018) *Ministério da Educação*. Base Nacional Comum Curricular. Brasília.

Bogdan, R. & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação*. Porto: Porto Editora.

Carreira, S. & Baioa, A. M. (2018). Mathematical modelling with hands-on experimental tasks: on the student's sense of credibility. *ZDM*, Berlim, 50(1), 201-215.

English, L. D. (2010). Modeling with Complex Data in the Primary School. In. R. Lesha et al. (Eds.). *Modeling students' mathematical modeling competencies*. Springer: New York, London (pp. 287-300).

Elfringhoff, M. S. & Schukajlow, S. (2021). What makes a modelling problem interesting? Sources of situational interest in modelling problems. *Quadrante*: Revista de Investigação em Educação Matemática, Lisboa, 30(1), 8-30.

Fernandes, A; & Tortola. (2021). Ludicidade em Atividades de Modelagem Matemática na Educação Infantil e no Ensino Fundamental. In M. Rosa & V. F. Neto. Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, Uberlândia. *Anais eletrônicos...* Brasília: SBEM (pp. 2075-2089).

Kaiser, G. & Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *ZDM*, Berlim, 38(3), 302-310.

Nöth, W. & Santaella, L. (2017). *Introdução à semiótica*. São Paulo: Paulus.

Pereira, F. F., Dalto, J. O. & Silva, K. A. P. (2020). Modelagem Matemática em sala de aula: convite a uma primeira experiência nos anos finais do Ensino Fundamental. *Educação Matemática Em Revista*, 25(67), 57-75.

Peirce, C. S. (1972). *Semiótica e filosofia*: textos escolhidos. São Paulo: Cultrix.

Santaella, L. (2007). *Semiótica aplicada*. São Paulo: Thomson Learning.

Santaella, L. (2008). *O que é semiótica*. 27. reimp. São Paulo: Brasiliense.

Santaella, L. (2009). *Matrizes da linguagem e pensamento*: sonora visual verbal. 3. São Paulo: Iluminuras.

IX CIBEM Congresso Iberoamericano de Educação Matemática 05 a 09 de dezembro de 2022

Os sentidos de número na perspectiva de documentos curriculares: a realidade da Base Nacional Comum Curricular, do Documento Curricular Referencial do Ceará edo Documento Curricular da Rede Municipal de Sobral

The Meanings of number from the perspective of curriculum documents: the realityof the National Curriculum Common Base, the Ceará Referencial Curriculum Documents and the Curriculum Documents of the Sobral

Madeline Gurgel Barreto Maia[744]
Universidade Estadual Vale do Acaraú
https://orcid.org/0000-0002-3595-0677

Dario Fiorentini[745]
Universidade Estadual de Campinas
https://orcid.org/0000-0001-5536-0781

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Processos de ensino e aprendizagem da Matemática em diferentes modalidades e níveis educacionais

Resumo

Este trabalho tem por objetivo mapear e discutir ideias de sentido de número (SN) no âmbitode documentos curriculares para os anos iniciais do Ensino Fundamental (EF), que regem a organização do currículo de Matemática da cidade de Sobral, Ceará. É um estudo de caráter documental, onde foram analisadas as considerações sobre número presentes na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), no Documento Curricular Referencial do Ceará (DCRC) e no Documento Curricular Referencial de Sobral (DCRS). Para tanto, tomou-se como referência o que autores consideram como sentido de número e a importância dos currículos trazerem esta proposta. Ter sentido de número é ter habilidade numérica,conhecimento do significado, da sua utilização e compreensão, bem como sua significaçãosócio-cultural. Os sentidos de número encontrados foram: contagem, estimativa, probabilidade, ordem, leitura, escrita, reconhecimento, o número nas operações, proporcionalidade, regularidades, o número no cálculo mental, na reta numérica, empadrões, como código de localização e identificação, medida e o número como dinheiro. Contudo, viu-se que a ideia de número como código localizador e identificador aparece demodo bastante restrito na BNCC e no DCRC e não aparece de modo explícito no DCRS. Embora os documentos não utilizem o termo senso numérico, nem sentido de número, algumas ideias foram encontradas e é importante que os professores conheçam claramente esta proposta. Um trabalho curricular organizado com base nos sentidos de número revela-se culturalmente relevante para o ensino e aprendizagem da matemática.

744 madelinemaia@yahoo.com.br
745 dariof@unicamp.br

Palavras-chave: Sentido de Número, Currículo, Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Abstract

This work aims to map and discuss ideas of number sense - SN in the scope of curricular documents for Elementary School - EF, which govern the organization of the Mathematics curriculum in the city of Sobral. It is a documental study, where the considerations about number present in the National Common Curricular Base - BNCC, in the Ceará Reference Curriculum Document - DCRC and in the Sobral Curricular Reference Document - DCRSwere analyzed. For that, it was taken as a reference what authors consider as a number senseand the importance of curricula to bring this proposal. To have number sense is to have numerical ability, knowledge of the meaning, its use and understanding, as well as its socio-cultural significance. The number senses found were: counting, estimating, probability, order, reading, writing, recognition, the number in operations, proportionality, regularities, the number in mental calculation, in the number line, in patterns, such as location and identification code, measure and number as money. However, it was seen that the idea of locator and identifier code appears in a very restricted way in the BNCC and in the DCRC and does not appear explicitly in the DCRS. Although the documents do not use the term number sense, nor number sense, some ideas were found and it is important that teachers are clearly aware of this proposal. Curricular work organized around number senses revealssignificant potential for teaching and learning mathematics

Keywords: Number Sense, Curriculum, Elementary School.

Introdução

Este trabalho é parte de uma pesquisa pós doutoral e tem por objetivo mapear e discutir ideias de SN no âmbito de documentos curriculares para os anos iniciais do EF, queregem a organização do currículo de Matemática da cidade de Sobral. Para tanto, foi realizado um levantamento teórico de autores que discutem a relevância dos currículos escolares se desenvolverem a partir das ideias de SN, bem como, foi verificado o que abordam acerca deste assunto documentos como a BNCC, o DCRC o DCRS. A Educação de Sobral tem se destacado no Brasil por conta dos altos resultados[746] apresentados nas avaliações externas e isso tem provocado curiosidade de educadores e gestores em conhecercomo a Educação se desenvolve

[746] Dados levantados de https://www.opovo.com.br/noticias/ceara/2021/10/21/sobral-e-cruz-conquistam-maiores-notas-no-indice-de-oportunidades-da-educacao-brasileira-2021.html
Acesso em: 27 de junho de 2022

nesta cidade. O feito se repete no Estado do Ceará. Eis os motivos de analisarmos especificamente a proposta de Matemática desse Estado e de Sobral.

No nosso dia a dia, trabalhamos com os números em diversos contextos, o que contribui à atribuição de diferentes significados. Ao identificarmos nossa casa ou apartamento com um número, damos a ele um sentido de localização; ao determinarmos uma ordem numérica para a linha de chegada em uma corrida, atribuímos ao número um sentido ordenador; o código DDD junto ao telefone tem sentido de identificação e localização; os números que utilizamos para nos pesar, descobrir nossa altura, temperatura,tem ideia de medição. Esses são apenas alguns exemplos de SN que temos na vida. Logo, não faz sentido uma proposta curricular compartimentalizada, que remeta à prática, de modoobscuro e superficial, o destaque apenas de aspectos restritivos dos números, ocultando suarelevância sociocultural. Trabalhar a partir da perspectiva do SN permite ampliar o repertório dos alunos, capacitando-os a avaliar situações e tomar decisões relacionadas às ordens de grandeza dos números a sua volta. Assim, é fundamental refletir sobre propostascurriculares e suas influências à prática. É nesta realidade que este artigo torna-se relevante.

Referencial Teórico

Desde a década de 1980, o Conselho Nacional de professores de Matemática (CNTM, 1989) apresentou, no documento The Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics, discussões evidenciando a relevância de os currículos de Matemáticada escola básica considerarem e desenvolverem a habilidade de senso numérico[747] junto aos alunos. Mas, o que considerar como SN?

Greenes, Schulman e Spungin (1993) entendem por senso numérico a compreensãode relações matemáticas, considerando os diferentes contextos e a aplicação dessas relações.Para as autoras, os currículos devem ser pensados nesta perspectiva. Logo, uma boa compreensão das relações entre os números, seus diferentes usos e o contexto do problemacompõe o SN. Nesta perspectiva, apresentam sete habilidades de senso numérico que devemser desenvolvidas: (1) *Reconhecer os vários usos dos números* – capacidade de reconhecerque os números são usados de várias maneiras – para quantificar, medir, rotular/nomear e localizar, etc. (2) *Reconhecer a*

[747] Este é o termo utilizado pelo NCTM (1989). Neste trabalho adotaremos os dois termos: sentido de númeroe senso numérico com o mesmo significado.

adequação dos números – compreender que alguns númerospodem ser usados apropriadamente em um contexto, mas não em outros. (3) *Associar números de várias magnitudes a objetos, eventos e situações reais* – o conhecimento de umdeterminado assunto e/ou evento fará com que os alunos saibam decidir quais números sãomais apropriados para descrever acontecimentos. (4) *Estimativas de resultados de cálculos* – estimar sempre é útil no dia a dia para verificarmos cálculos e resultados. (5) *Identificar relações entre números e entre medições* – números ou conjuntos numéricos podem compartilhar relações especiais de teoria de números ou de ordem. (6) *Reconhecer conjuntoe subconjunto ou relacionamento parte-todo* – reconhecer as relações parte-todo facilita a tomada de decisões sobre a magnitude dos números. (7) *Compreender frases que estabelecem relações matemáticas, bem como relações temporais* – considera, nos problemas, relações matemáticas (maior que, menor que, no máximo, pelo menos, etc), temporais (antes, depois, a partir de...) e a necessidade dos alunos compreenderem as influências dessas relações e contextos em cada situação. Nesta linha de pensamento, as autoras trazem a ideia de que o SN não é desenvolvido em um único ano letivo ou dentro de uma única proposta. Ele é gradualmente estimulado a partir da exploração de números em contextos variados e postos em relação para além dos algoritmos formais.

Cebola (2007) discute a construção e desenvolvimento do número através dos seus sentidos e critica propostas curriculares que deixam de modo vago estas ideias. A autora mostra que um mesmo número pode ser usado com diferentes significados. Logo, na definição de SN, propõe que se considere a natureza intuitiva dele, o seu desenvolvimento gradual e os contextos nos quais é utilizado ou significado. Os pontos específicos a serem abordados no processo de desenvolvimento do número para a autora são: *conhecer e ter destreza com os números,* lidando com regularidades numéricas, padrões e valor posicional; reconhecendo múltiplas representações, compreendendo o sentido de grandezas relativas eabsoluta, inclusive abordando probabilidade e estimativa; lidando com sistemas de referência. O *conhecimento e destreza com as operações,* compreendendo o efeito das operações nos números, das propriedades matemáticas e efeitos sobre o cálculo mental e a compreensão da relação entre as operações a partir de conversas numéricas. E ainda, a *aplicação do conhecimento e da destreza com os números e as operações em situações de cálculo.* Destaca a importância dos contextos dos cálculos, das múltiplas estratégias, das ferramentas e métodos eficientes, da sensibilidade de análise e revisão de dados e resultados.Logo, o número não é um “conteúdo” ou tema isolado, que se resume à aprendizagem da escrita, leitura e contagem para, em seguida, se aprender "operações básicas". O Número ganha significado num contexto e a ideia que permeia o contexto e as relações matemáticasrelacionadas a estas ideias, dá um sentido que precisa ser explorado. Cebola (2007) aponta a importância dos currículos tratarem de modo claro os sentidos de número, como modo detornar o aluno "matematicamente competente"[748].

Metodologia de Pesquisa

No contexto dos anos iniciais do EF, fez-se uma análise documental da BNCC, do DCRC e do DCRS, no sentido de mapear e discutir o que as propostascurriculares trazem acerca do SN. Para as discussões, tomou-se como pressuposto oreferencial teórico apresentado no item anterior. Conhecer a realidade de Sobral justifica-sepelo sucesso dos resultados obtidos nas avaliações externas nos últimos anos.

Sentido de Número: a realidade nos documentos curriculares

Quando se pensa em um trabalho em sala de aula que tenha como base o desenvolvimento do SN junto às crianças, é imprescindível que se conheça a realidade dos documentos que orientam os currículos escolares. A BNCC (2017) não menciona especificamente o termo *sentido de número, sentido numérico* ou *senso numérico*, no que concerne aos anos iniciais do EF. Contudo, traz-se a ideia de que a Matemática não se restringe apenas à quantificação, contagem e medição de objetos e às técnicas de cálculo com números (BRASIL, 2017). Trata o trabalho com a Matemática como comprometido com o desenvolvimento do Letramento Matemático considerando isso como competência ehabilidade de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, favorecendo o estabelecimento de relações em contextos variados, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas (BRASIL, 2017). Isso evidencia a necessidade de um trabalho em sala de aula que contemple raciocínios sobre os conteúdos,suas representações, comunicações de ideias e capacidade de argumentação. Está organizada em unidades temáticas – Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade. Apresenta 8 propostas de competências, onde se destaca a 4ª, que trata da "necessidade de se fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes em práticas sociais e culturais, de modo a investigar, compreender, organizar, representar e comunicar informações relevantes" (BRASIL, 2017,

[748] Ter de forma integrada, um conjunto de atitudes, capacidades e de conhecimentos relativos àMatemática (CEBOLA, 2007. p. 234).

p.265). Isso nos remete,a uma ideia que pode estar embutida nesta proposta: o trabalho com o Número, indo além da quantificação e representação escrita, como é destacado pelas publicações do NCTM (2000). Ao perceber relações numéricas e sentidos que estes assumem em diferentes contextos, favorece-se ao desenvolvimento desta competência, porém ressalta-se que o documento não destaca propriamente os sentidos numéricos, é apenas uma relação que implicitamente os profissionais podem enxergar. Sobre o Número especificamente, o documento traz ideias fundamentais relacionadas à importância dos contextos, equivalência, ordem, proporcionalidade e estimativa; às representações, variações influenciadas pelos conjuntos numéricos e às operações, bem como às aproximações. Embora, algumas ideias apareçam com mais destaques que outras, viu-se essas propostas sendo consideradas por Greenes, Schulman e Spungin (1993) e Cebola (2007), evidenciando coerência entre o quese orienta no Brasil e na Educação Matemática mundial. Como finalidade do ensino, traz: desenvolver o pensamento numérico, que "implica no conhecimento de maneiras de quantificar objetos e atributos, julgar e interpretar argumentos baseados em quantidades" (BNCC, 2017. p. 266). Fala em construção da *noção de número* desenvolvendo ideias de aproximação, proporcionalidade, equivalência e ordem. Assim, algumas ideias de SN são vistas, com enfoque maior à quantificação, estimativa, equivalências e ordem.

Sobre as expectativas esperadas a partir da unidade temática Números, a BNCC traz: (a) resolver problemas com números naturais e racionais, envolvendo diferentes significados das operações; (b) que sejam capazes de argumentar e justificar procedimentosutilizados e avaliem a plausibilidade dos resultados que encontram (BNCC, 2017); o (c) usode diferentes estratégias como estimativa e cálculo mental e (d) ter habilidades de leitura, escrita e ordenação de números, evidenciando compreender o sistema de numeraçãodecimal, sobretudo o valor posicional. Neste sentido, a abordagem se aproxima do que destaca Cebola (2007) e Greenes, Schulman e Spungin (1993). Assim, um trabalho a partirdo SN pode ser um caminho alternativo nos currículos. A grande questão está na pouca transparência sobre o que seriam os sentidos dos números nos documentos norteadores. O professor vê nesses documentos habilidades gerais relacionadas aos números, logo é comumque sua abordagem seja trabalhar a habilidade como se fosse um descritor de prova. Há a necessidade de maior clareza do que se quer desenvolver. Isso corrobora o que diz Cebola (2007) sobre a atenção velada que os currículos trazem em relação ao SN.

Nas habilidades a serem desenvolvidas, percebeu-se alguns sentidos em relação ao trabalho com o Número: (1) o número como contagem – estratégias de contagem, equivalências e comparação de quantidades; (2) estimativa e cálculos de probabilidade – aproximação, estimação, aleatoriedade e probabilidade; (3) ordem – ordenação em sequências e posições; (4) representatividade numérica – leitura, escrita e reconhecimento dos números; (5) o número nas operações – considerando os efeitos das operações nos números, a ideia de proporcionalidade, composição, decomposição e cálculo mental; (6) asregularidades e padrões numéricos – percepção de padrões e regularidades, valor posicionale características do sistema de numeração decimal; (7) o número como localizador e identificador – uso de referentes, orientações e a percepção de localização; (8) o número como medida - Percepção de distâncias, tamanhos, pesos, temperaturas, tempo e suas representações; e o (9) número no contexto do dinheiro - reconhecer e relacionar valores emmoeda e visão sobre finanças. Neste cenário, aos docentes cabe explorar esses sentidos, revisitando-os em uma variedade de experiências didáticas que devem permear todo o EF. São em diferentes vivências que os significados são construídos em vários momentos da vida. Assim, o pensamento matemático das crianças vai criando conexões e realizando sinapses, que poderão favorecer as aprendizagens futuras. Mesmo diante desta realidade, éimportante ressaltar que, dentre as 126 habilidades das unidades temáticas de Matemática de 1º ao 5º ano do EF, tem-se apenas uma que trata diretamente do número como localizadore identificador: EF01MA01[749]. É a única que traz explicitamente o número com a ideia de **código de identificação** e, portanto, foi aqui destacada, tendo em vista que, talvez por estemotivo, seja uma ideia pouco desenvolvida em sala de aula e também em materiais e manuais didáticos, já que aparece apenas no 1º ano e uma única vez. Os autores, aqui tratados, reforçam a necessidade de se explorar o número como localizador e identificador de modo relevante socioculturalmente[750].

Considerando que a BNCC (2017) não é uma proposta curricular, mas um documento orientador para estados e municípios organizarem suas propostas, buscou-se conhecer ainda, o DCRC (2019). Este é indutor e fornece orientações para a elaboração doscurrículos no âmbito

[749] "Utilizar números naturais como indicador de quantidade ou de ordem em diferentes situações cotidianas e reconhecer situações em que os números não indicam contagem nem ordem, mas sim código de identificação" (BRASIL, 2017, p. 277)

[750] Compreender esta ideia, dá à criança uma autonomia de pensamento intelectual e capacidade de reflexão fundamental no âmbito da vida. O número do CEP, o número da sua casa ou apartamento, o código DDD de um telefone são situações cotidianas que acabam não tendo significado para elas ou são ideias sem significadosem suas vidas.

das escolas estaduais e redes municipais. O DCRC (2019) tem sua estrutura baseada na BNCC (2017), mas é bem mais aprofundado e específico em relação

às disciplinas. Entende ser preciso *atribuir sentidos práticos aos conceitos matemáticos* (CEARÁ, 2019, p. 371 e 372). Assim, percebeu-se uma importância sendo dada a ideia de sentido, embora vinculado aos conceitos e conteúdos matemáticos gerais que são valorizados na proposta. O DCRC não utiliza em nenhum momento o termo sentido de número ou senso numérico no que tange às suas páginas introdutórias sobre a Matemática.Mantém a organização das 5 unidades temáticas: Números, Álgebra, Geometria, Grandezase Medidas e Probabilidade e Estatística. Para cada uma, destaca *objetos de conhecimento*, que, por sua vez, se relacionam às competências e habilidades da BNCC.

Na unidade temática Números, o documento fala da importância de desenvolver o pensamento numérico nas crianças, que envolve a noção de número, contagem, ideia de quantidade, da escrita numérica e das notações matemáticas. Também são exploradas noções de aproximação, proporcionalidade, equivalência e ordem. Aqui é possível ver aspectos descritos pelas autoras Cebola (2007) e Greenes, Schulman e Spungin (1993), masnão foi citado a ideia do Número como localizador, por exemplo. Nos primeiros anos escolares, inicia os trabalhos com o processo de contagem, conjuntamente com a ideia do sistema numérico posicional. Traz conceitos de números naturais e racionais, enfatizando aequivalência de suas representações e, ainda, sua interpretação em termos de resultados dasoperações. Essa é uma ideia proposta por Cebola (2007), sobre os efeitos das operações nosnúmeros. Os conceitos são fortemente destacados no documento, bem como a resolução de problemas. A ideia de significado aparece em vários momentos vinculado às operações de adição, subtração, multiplicação e divisão. O cálculo mental surge junto à ideia de uso de estratégias pessoais para a realização dos algoritmos e não como habilidade para lidar comnúmeros e que envolve, portanto relações importantes. Neste caso, professores, gestores e autores precisam entender essas mensagens implícitas a um trabalho didático amplo, que contemple diferentes sentidos e habilidades numéricas. O sistema monetário é lembrado. Padrões e regularidades é enfatizado e assim como na BNCC, ideias matemáticas vinculadas à equivalência, variação, interdependências e proporcionalidade são postas em relevância, corroborando ao SN destacado por Greenes, Schulman e Spungin (1993). O número como medida é visto vinculado ao uso, ao saber medir e à transformação entre unidades de medida,quando necessário. O documento deixa claro que o essencial é o entendimento do próprio processo de medição (CEARÁ, 2019, p. 377).

Contudo, ao enxergar um número em uma medida, é preciso ter em mente que medir um comprimento, tamanho, peso é um tipo de uso dos números, ao mesmo tempo que envolve um tipo de contagem e comparação, considerar o que está sendo medido, como será medido, que grandeza é apropriada usar e se há sentido naqueles dados obtidos. Isso nos leva às habilidades que Greenes, Schulman e Spungin (1993). Logo, o processo de medição pode se articular à contagem, ao sistema debase dez, pensamento algébrico, à proporcionalidade, às frações, à geometria, bem como à descrição de dados estatísticos. Um currículo que se proponha a considerar o SN deverá alcançar todas estas questões. Por fim, o número como estimativa aparece especificamente na unidade temática Probabilidade e Estatística: contagens aproximadas; leitura; coleta; organização de dados; e compreensão de termos.

As habilidades trabalhadas de 1º ao 5º ano, são as mesmas contempladas pela BNCC. Os sentidos de número percebidos também foram os mesmos, porém com maior especificação vinculada aos conteúdos, já que o documento se mostra mais preso ao trabalhocom foco em conceitos. São eles, o número como: (1) Contagem – estratégias de contagem

– 1 a 1, 10 em 10, determinação de quantidades por meio da contagem e comparações; resolução de problemas envolvendo quantidades; (2) Estimativa e cálculos de probabilidade – aproximação, estimação, aleatoriedade e probabilidade; números como transmissor de informações em gráficos e tabelas; (3) Ordem – ordem em sequências e relações numéricasentre ordens no SND; na reta numérica. (4) Representatividade simbólica – leitura, escrita e reconhecimento dos números, notação dos algarismos em diferentes contextos; (5)Operações – considerando os números nas operações, a ideia de proporcionalidade, composição, decomposição e cálculo mental; número em relações de igualdade; significadodas operações – juntar quantidades, retirar, aumentar e partilhar. (6) Regularidades e padrões numéricos – percepção de padrões e regularidades, valor posicional e características do sistema de numeração decimal; (7) Localização e identificação – uso de referentes em ordens e sequências. (8) Medida - Percepção de distância, tamanho, peso, temperatura, tempo e suas representações; resolução de problemas envolvendo medida; (9) No contexto do dinheiro - reconhecer e relacionar valores da moeda e finanças; resolução de problemasenvolvendo dinheiro. Destaca-se que, embora a habilidade EF01MA01 apareça 6 vezes entre habilidades intracomponentes, em nenhum momento os *objetos de conhecimento* e *específicos* contemplam a ideia de número como localizador ou código de identificação.

Especificamente no contexto de Sobral, analisou-se o DCRS. A proposta traz uma visão de que *os conceitos matemáticos devem ser ensinados de maneira gradual e cumulativa* (SOBRAL, 2021, p.19) e tem enfoque tendenciosamente conteudista, sobretudoquando enfatiza conceitos matemáticos a serem desenvolvidos e suas respectivas expectativas de aprendizagem. Contudo, ao abordar grandes ideias em Matemática, o currículo abre possibilidade de trabalho e compreensão de ideias importantes à aprendizagem do número. A estrutura do documento é diferente dos demais, embora tome por base a BNCC (2017) e o DCRC (2019). Propõe inicialmente 4 *eixos*: Números e Álgebra, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas e Tratamento da informação. Nestes são organizadas as expectativas de aprendizagem, as habilidades e conteúdos inerentes àdisciplina. Para apoiar o entendimento do currículo e o planejamento dos professores, na proposta de Sobral, tem-se ainda as Grandes Ideias da Matemática que: *apresentamagrupamentos integrados dos conceitos e do pensamento matemático* esperado (SOBRAL,20121, p.30) – são consideradas aqui relações diretas entre conteúdos que ajudam na compreensão de conceitos matemáticos mais complexos – o foco está na aprendizagem paraa compreensão em rede. Um exemplo de grande ideia de contagem, é considerar aspectos que se inter-relacionam: contar indica quantos itens existem num conjunto; na contagem, oúltimo número indica o total de itens; a contagem é cumulativa, contar itens de um conjuntonuma ordem diferente não altera o total (SOBRAL, 2021). Assim, será necessário ter visãoampla dos conceitos no sentido de se aprofundar nas conexões a serem realizadas.

Considerando os eixos, subeixos e expectativas de aprendizagem relacionadas ao Número para os anos iniciais do EF tem-se: <u>Número e Álgebra:</u> *sistema de numeração:* representar o SND; representar o sistema de numeração romano; *conjuntos numéricos:* representar números naturais; representar números racionais; *porcentagem:* aplicar conceitos de porcentagem e juros; *razão e proporção:* aplicar conceitos de razão e proporção; *padrões e cálculos algébricos:* identificar padrões; aplicar conceitos algébricos.<u>Grandezas e Medidas:</u> *sistema monetário:* aplicar conceitos de sistemas monetários; *estudodas diferentes grandezas e formas de medidas:* aplicar conceitos de grandezas e de medidas.<u>Tratamento da Informação:</u> *interpretação e representação de dados:* produzir pesquisa; realizar análise estatística; aplicar conceitos de medida e estatística; *Probabilidade:* aplicarconceitos. Como se vê, a proposta é pautada em conteúdos matemáticos e não sinaliza diretamente a importância dos sentidos de número como expectativa de aprendizagem. Mas,é importante destacar que vários sentidos relacionados aos números são detalhados e poderiam ser explorados na prática escolar, por meio das grandes ideias. Mas este é um desafio para quem for implementar este currículo.

No eixo dos números são definidos os objetivos: desenvolver pensamento numérico, aritmético e algébrico; computar quantidades, compreender conceito de valor posicional, conhecer diferentes representações numéricas, adquirir domínio das 4 operações. As grandes ideias relacionadas: sistema de numeração decimal, conceito de reta numérica, significado de sentenças, estimativas, equivalências, e operações numéricas, e dos conceitos e regras da aritmética e álgebra (SOBRAL, 2021). Para as medidas apresenta os objetivos: compreendê-las como interpretações dependentes de convenções preestabelecidas, emcontextos significativos, para a medição de diferentes tipos de grandezas; consolidar e ampliar a noção de número, a aplicação de noções geométricas e a construção do pensamento algébrico. A grande ideia é a medição de diferentes atributos por padrões previamente convencionados, bem como sua quantificação. Considerando o Tratamento da Informação, tem-se: compreender e aplicar conceitos de dados, variáveis e seus conjuntos,a análise combinatória e noções de estatística e probabilidade. As grandes ideias destacadas são: as implicações matemáticas para coleta, representação e distribuição de dados e a probabilidade da ocorrência de eventos. Até aqui, de modo explícito o SN não é destacadocomo um objetivo, mas fala-se vagamente em "consolidar e ampliar a noção de número".

Por fim, tem-se o "perfil de saída" dos alunos das etapas escolares. Destacou-se os sentidos embutidos: (1) Contagem - termo a termo e por agrupamentos; quantificação; (2) Estimativa – dados em tabelas e gráficos e levantamento de informações em pesquisas; (3) Ordem – número ordenador e ordens no SND; (4) Representatividade simbólica - Escrita dos números, leitura e representações; (5) Operações – número nas operações, significados, equivalências; (6) Regularidades e padrões; (7) Medidas – aplicação de conceitos de medidas, sistema monetário e resolução de problemas; (8) Localização – na reta numérica. Nessa proposta, tem-se aspectos revelados por Cebola (2007) quando cita que a compreensão do número envolve o entendimento do que eles são e como os representar; o número na reta numérica; como se relacionam uns com os outros, como se englobam em sistemas estruturados e como os utilizar nas operações para resolver problemas. Porém, é importante frisar que no perfil de saída exige-se mais o domínio de técnicas, procedimentose capacidade de aplicação de conceitos. O número como localizador e código de identificação não aparece, e sua localização e representação não se limita à reta numérica.

Considerações Finais

O objetivo deste trabalho foi mapear e discutir ideias de SN no âmbito dos documentos curriculares para os anos iniciais do EF, que regem a organização do currículode Matemática da cidade de Sobral. Viu-se que ideias sobre SN aparecem nos três documentos aqui considerados, muito embora isso não aconteça sempre de forma explícita e detalhada. Os sentidos de número encontrados foram: contagem, estimativa e cálculos de probabilidade, ordem, leitura, escrita e reconhecimento dos números, o número nas operações, proporcionalidade, regularidade, cálculo mental, reta numérica, padrões, códigode localização e identificação, medida e o número como dinheiro. Contudo, o número comocódigo localizador e identificador aparece de modo bastante restrito na BNCC, DCRC e nãoaparece no DCRS. Desenvolver o SN proporciona habilidades numéricas e ampliação de repertório, ajudando na tomada de decisão e na formação matemática competente. A ideia de um currículo organizado com base nos sentidos de número revela que esta pode ser umaproposta de trabalho que dê mais significado ao fazer matemático no âmbito da escola, o que potencializa o letramento matemático dos alunos. A ausência de um currículo pautado no SN, pode não oportunizar o desenvolvimento de ações didáticas que possibilitem uma real compreensão dos números presentes na vida social e cultural das crianças. As atividades exploratórias (FIORENTINI, 2012), por exemplo, poderiam ser uma forte aliada deste processo de aprendizagem! Mas, os docentes estão preparados para esta prática pedagógica?

Referências

Brasil, Base Nacional Comum Curricular. Ministério da Educação, Brasília, 2017.

Ceará. Documento Curricular Referencial. Secretaria da Educação do Ceará. Fortaleza, 2019. Cebola, G. Do Número ao Sentido de Número. Seção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação, 2007. P. 223 – 239.

Fiorentini, D. Formação de professores a partir da vivência e análise de práticas exploratório-investigativas e problematizadoras. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática.* Año 7. N. 10, 2012.

Greenes, C., Schulman, L. & Spungin, R. Developing Sense About Numbers. *The Ariymetic Teacher,* v. 40, No. 5. January, 1993. P. 279 – 284.

Nctm. Principles and Standards for School Mathematics. Abril, 2000. Disponível em: https://www.nctm.orgs/standards/. Acesso em 28 de março de 2022.

Sobral. Documento Curricular Referencial de Sobral. Secretaria de Educação, 2021.

Um amor de confusão: possibilidades entre literatura infantil e o ensino damatemática.

A love of confusion: possibilities between children's literature and the teaching of mathematics.

Un amor de confusión: posibilidades entre la literatura infantil y la enseñanza delas matemáticas.

Cristiane WinkelElert[751]
Universidade Federal de Pelotas
0000-0002-5543-8996

Thaís Philipsen Grützmann
Universidade Federal de Pelotas
0000-0001-6015-1546

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Processos de ensino e aprendizagem da Matemática em diferentes modalidades e níveis educacionais.

Resumo

A literatura infantil no ensino da matemática é o tema central deste artigo que busca analisar uma proposta prática realizada em sala de aula com 23 alunos do primeiro ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede privada no município de Pelotas /RS. Este trabalho é um recorte de uma pesquisa de mestrado, em andamento, na qual serão analisadas diferentes propostas, durante o ano letivo de 2022, a fim de verificar as possibilidades de articulação entre a literatura infantil e o ensino da matemática a partir de uma metodologia qualitativa. A pesquisadora também é professora regente da turma. Os referenciais teóricos utilizados apresentam a contação de histórias como algo que encanta e permite a criança compreender o mundo que a cerca, assim podemos utilizar esta vivência mágica também nas aulas de matemática. Desta forma as crianças passama internalizar conceitos que serão utilizados por elas posteriormente. O artigo apresenta uma proposta com atividades planejadas a partir do livro *Um amor de confusão* da autora Dulce Rangel bem como a análise dos dados obtidos pela pesquisadora. Até o presente momento percebeu-se que através das histórias e de uma intervenção pedagógica lúdica, as crianças construíram a sequência numérica de 1 a 10, noção de quantidade, realizam cálculos simples, além de compreender que a dezena pode ser construída de diferentes formas.

Palavras-chave: Literatura infantil, Ensino de Matemática, Alfabetização.

[751] cristiane.elert@gmail.com[2]thaisclmd2@gmail.com

Abstract

Children's literature in the teaching of mathematics is the central theme of this article, which seeks to analyze a practical proposal carried out in the classroom with 23 students from the first year of Elementary School at a private school in the city of Pelotas / RS. This work is an excerpt of a master's research, in progress, in which different proposals will be analyzed, during the academic year of 2022, in order to verify the possibilities of articulation between children's literature and the teaching of mathematics from a methodology qualitative. The researcher is also the regent teacherof the class. The theoretical references used present storytelling as something thatenchants and allows the child to understand the world around them, so we can use this magical experience also in math classes. In this way, children start to internalize concepts that will be used by them later. The article presents a proposal with activities planned from the book Um amor de confusion by the author Dulce Rangel as well as theanalysis of the data obtained by the researcher. Until the present moment it was noticed that through the stories and a playful pedagogical intervention, the children built the numerical sequence from 1 to 10, notion of quantity, perform simple calculations, in addition to understanding that the ten can be constructed in different ways.

Keywords: Children's Literature, Mathematics Teaching, Literacy.

Resumen

La literatura infantil en la enseñanza de las matemáticas es el tema central de este artículo, que busca analizar una propuesta práctica realizada en el aula con 23 alumnos del primer año de la Enseñanza Fundamental de una escuela privada del municipio de Pelotas/RS. Este trabajo es un extracto de una investigación de maestría, en curso, en la que se analizarán diferentes propuestas, durante el año académico 2022, con el fin de verificar las posibilidades de articulación entre la literatura infantil y la enseñanza de lasmatemáticas desde una metodología cualitativa. El investigador es también el maestro regente de la clase. Los referentes teóricos utilizaron la narración actual como algo que encanta y permite al niño comprender el mundo que lo rodea, por lo que podemos utilizar esta mágica experiencia también en las clases de matemáticas. De esta manera, los niños van interiorizando conceptos que luego serán utilizados por ellos.El artículo presenta una propuesta con actividades planificadas a partir del libro Um amor de confusion de la autora Dulce Rangel así como el análisis de los datos obtenidos por la investigadora. Hasta el momento actual se percibió que a través de los cuentos y una intervención pedagógica lúdica, los niños construyeron la secuencia numérica del 1 al 10, noción de cantidad, realizan cálculos sencillos, además de entender que la decena se puede construir de diferentes formas.

Palabras clave: Literatura Infantil, Enseñanza de las Matemáticas, Alfabetización.

Introdução

Sabe-se que a literatura infantil é de grande importância para o desenvolvimentodas crianças em idade escolar. Através das histórias a criança consegue compreender o mundo que a cerca, pode sentir e dar sentido as suas emoções, vivenciar conflitos e buscar soluções, e ainda dar asas a sua imaginação. Conforme Abramovick (2009, p. 24), “ouvir histórias é viver um momento de gostosura, de prazer, de divertimento dos melhores[...] é encantamento, maravilhamento, sedução”.

Contar histórias instiga a imaginação e a criatividade das crianças, além da percepção e outras habilidades importantes, como por exemplo, o desenvolvimento da linguagem. O pensar e expressar suas ideias, ampliação do vocabulário, estimulação da leitura e escrita faz com que a literatura infantil seja fundamental no trabalho pedagógico com crianças em processo de alfabetização, sendo muito comum a associação da literatura com o ensino da língua materna e, podemos destacar também, que existe relação desta última com a matemática, conforme Smole (1999, p. 3) “é inegável a impregnação entre a matemática e a Língua Materna. Ainda que a primeira possua uma simbologia própria e bastante específica, para ler em matemática e interpretar os símbolos fazemos uma 'tradução' para a linguagem usual”. Sendo assim, será que podemos fazer o uso das histórias infantis nas aulas de matemática?

Partindo deste contexto, este artigo traz um recorte da pesquisa de mestrado em andamento. A pesquisa se dará de forma qualitativa e analisará práticas relacionadas a literatura infantil no ensino da matemática durante o ano letivo de 2022. Por sua vez, este artigo busca analisar apenas uma prática realizada em sala de aula a fim de mostrar como ocorre a articulação entre a literatura infantil e o ensino de matemática.

Literatura Infantil e Ensino de Matemática

Ramos (2009) inicia seu livro com a seguinte questão: “Gostamos daquilo que compreendemos. Será que as crianças, em sua maioria, gostam de matemática?” (RAMOS, 2009, p. 7). Pois a matemática é, até hoje, muito temida pelos estudantes, é considerada uma disciplina chata e difícil. Através da contação de histórias é possível desmistificar a matemática, tornando-a lúdica e divertida.

> Por intermédio da história, a criança internaliza o mundo ao seu redor e exterioriza sua percepção da realidade por meio da linguagem verbal, escritae Matemática, trabalhando as múltiplas linguagens e percebendo a qualidade existente em cada uma que nem sempre são evidenciadas durante o processo de alfabetização tradicional. A contação de história estimula o aluno a utilizarcentenas de linguagens de que se

> dispõe hoje, sendo uma maneira de contribuir para o seu desenvolvimento cognitivo, afetivo e social. (SANTOS; CAMPOS, 2016, p. 98).

As histórias permitem às crianças um desenvolvimento em diversas áreas, agindo a partir das múltiplas linguagens. Através do encantamento, do mágico e da ludicidade a criança passa a compreender o mundo e a internalizar conceitos que lhe serão significativos para a vida. Estes conceitos podem não ser evidentes no momento, mas eles ficam guardados na memória até o instante em que a criança precisa fazer uso deste conhecimento e é aí que a significação acontece.

> Uma das atividades mais fundantes, mais significativas, mais abrangentes e suscitadoras dentre tantas outras é a que decorre de ouvir uma boa história, quando bem contada. Como disse Louis Paswels: "Quando uma criançaescuta, a história que se lhe conta penetra nela simplesmente como história. Mas existe uma orelha atrás da orelha que conserva a significação do conto e o revela muito mais tarde"(ABRAMOVICK, 2009, p. 24).

Então, o professor em sala de aula, pode utilizar a literatura nas aulas de matemática, pois ela será uma aliada no processo de aquisição dos conceitos matemáticos. Especificamente na alfabetização, as histórias poderão contribuir na construção do número e no letramento matemático.

> Sendo assim, através da conexão entre a literatura e a matemática, o professorpode criar situações na sala de aula que encorajem os alunos a compreenderem e se familiarizarem mais com a linguagem matemática, estabelecendo ligações cognitivas entre a língua materna, conceitos da vida real e a linguagem matemática formal, dando oportunidades para eles escreverem e falarem sobre o vocabulário matemático, além de desenvolverem habilidades de formulação e resolução de problemas,enquanto desenvolvem noções e conceitos matemáticos. (SMOLE, 1999, p. 3).

Para que essa mágica aconteça é preciso que o professor aprecie a literatura e seja também leitor. É necessário que a história seja bem contada para que também possaencantar. O professor deve selecionar o texto com antecedência e organizar sua propostade trabalho para que esta ocorra com intencionalidade. Existem muitos livros disponíveis, desde os paradidáticos, em que a matemática aparece de forma explícita sendo o objeto central da narrativa, até os livros de leitura literária que não tem em sium objetivo pedagógico, mas podem ser utilizados pelo professor para a criação de umaproposta didática envolvendo o conhecimento matemático em sala de aula.

A seguir, será apresentada uma proposta de trabalho envolvendo a obra *Um Amor de Confusão*, da autora Dulce Rangel.

Literatura e Matemática: tecendo possibilidades

A proposta de trabalho foi aplicada em uma turma do primeiro ano do Ensino Fundamental de uma escola privada no município de Pelotas/RS. A turma tem 23 alunos que se encontram em pleno processo de alfabetização. A pesquisadora e aplicadora destas propostas também é a professora regente da turma.

Durante a análise dos dados, para preservar a identidade das criançasparticipantes da pesquisa, serão utilizados nomes fictícios referentes aos personagens dehistórias infantis. Importante ressaltar que a pesquisadora possui autorização da escola edas famílias para utilização de imagens, atividades e falas das crianças neste trabalho.

Tabela 1.

Obra Literária Utilizada.

Livro	**Descrição:**
	**Título:** Um Amor de Confusão **Autor:** Dulce Rangel **Editora:** Moderna **Conceitos matemáticos:** Números até 10 e adição.

Para a proposta de trabalho a partir da história *Um Amor de Confusão*, da autora Dulce Rangel foram planejadas as seguintes atividades: Decorar um ovo com diferentes materiais; Apresentar o ovo contando como foi confeccionado; Desenho: o que será que nasceu desse ovo?;Mostrar o livro fazendo questionamentos sobre a capa; Contação da história; Problematização: em forma de teatro, realizar situações/problemas que aparecem na história (adição); Atividade de registro.

As crianças receberam como tarefa de casa um ovo para ser decorado com diferentes materiais e utilizando a criatividade. Ao explicar a tarefa acontece o seguinte diálogo entre uma aluna e a professora:

Jasmine: *"Mas porque enfeitar o ovo se já passou a Páscoa?"*

Professora: *"Verdade, a Páscoa já passou. Mas amanhã teremos uma atividade surpresa com esses ovos."*

No dia seguinte as crianças chegaram animadas e logo começaram a mostrar os ovos. Então a professora pediu que cada um mostrasse seu ovo e contasse como foi que decorou e quais materiais utilizou.

Em seguida a professora desafiou cada um a pensar que bicho nasceria do ovo. Então cada criança colou seu ovo em uma folha, para o registro da atividade, ao lado desenhou e escreveu o nome do bicho que imaginava saindo daquele ovo.

Figura 1.

Registro da Atividade

Após este registro chegou à hora da história. A professora mostrou o livro e juntos observaram a capa para descobrir sobre o que se tratava a história, o título e o autor foram citados. Durante a história a galinha vai encontrando diferentes ovos e vai levando ao seu ninho e sempre que isso ocorre uma adição é realizada. No final da história nascem os animais, sendo estes de diferentes espécies.

Durante a história as crianças acompanhavam os cálculos (somas) e comentavamsobre eles e sobre os ovos (ilustrações), sobre como eram diferentes:

Fera: *"Nem parece ovo, pensei que era pedra."*

Rainha: *"Eu pensei que era batata."*

Pocahontas: *"A galinha contava todos os ovos que encontrava e fazia continha."*

Bela: *"Ela fez continha até 10, isso é fácil, ela contou assim: tinha 5 e encontrou 3 edeu 8, depois foi até o 10."*

Rainha: *"Sempre que ela achava os ovos tinha números e ela conta."*

Fera: *"Ela botou 1, encontrou 2, depois mais 2 e deu 5, depois mais 3 e deu 8, pulou o 6 e o 7."*

Pelo diálogo acima percebe-se que as crianças já tem a sequência numérica construída e conseguiram perceber os "pulos" que a galinha deu, como o 5 + 3 = 8, não explicitando os valores6 e 7, como Fera mencionou. Esse fato destaca o conceito de numerização que, conforme Ramos (2009, p. 32) "é o processo pelo qual se adquiri o domínio de um código numérico e a habilidade de associar esses números a quantidades, assim como de lê-los, escrevê-los, compará-los, fazer operações com eles eposicioná-los numa sequência."

Após a história a professora escolheu um aluno para representar a galinha. Os demais alunos eram ovos. A professora dizia um número a galinha e ela deveria escolher a quantidade de ovos (colegas) e estes iam se posicionando na frente da turma, em seguida outro número era dito a galinha e ela repetia o processo. Ao final fazia-se a soma de quantos ovos a galinha havia encontrado. Esta atividade foi repetida várias vezes, até que todos pudessem participar, fazendo assim diferentes somas.

Figura 2.

Problematizando a história

Professora: *"A galinha tinha 6 ovos no ninho e encontrou mais 4. Quantos ovos ela tem agora?"*

Crianças: *"Tem 10."*

Durante a atividade a professora sempre fazia a problematização e as crianças respondiam em coro, alguns contavam os ovos um a um, mas todos com falavam a resposta com precisão. A proposta permitiu o desenvolvimento de habilidades matemáticas de forma lúdica, isso demonstra compreensão e respeito ao desenvolvimento da criança.

Ainda, podemos destacar que as crianças visualizaram diferentes formas dechegar ao valor 10, pois brincando foi possível criar situações nas quaisa dezena era construída através das somas. Ouvindo as crianças podemos descobrir o que pensam e como estão elaborando suas hipóteses sobre a matemática, o que ficou evidente nos diálogos citados anteriormente.

> Quando respeito o desenvolvimento da criança, crio condições para que ela aprenda como criança. Criança aprende brincando, apoiada na sua realidade, interesse e maturação. Descobre, constrói, observa, reinventa, mas precisa experimentar, mexer, pegar, montar, sentir. (RAMOS, 2009, p. 10).

O envolvimento dos alunos na proposta e a alegria eram contagiantes. Vivenciar a história trouxe sentido aos problemas matemáticos que foram explorados e tornou o aprendizado divertido.

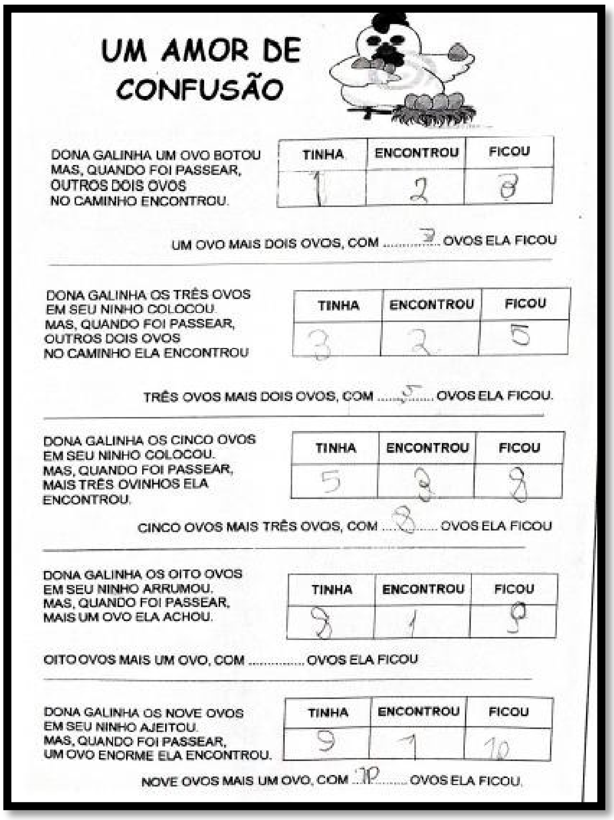
Para concluir realizamos o registro através de duas propostas: primeiro emforma de desenho (Figura 3) e depois através de uma folha com trechos da história na qual as crianças precisavam ouvir o problema e depois realizar o cálculo (Figura 4).

Figura 3.

Registro Através do Desenho.

Figura 4.

Registro Através de Problemas Matemáticos.


UM AMOR DE CONFUSÃO

DONA GALINHA UM OVO BOTOU MAS, QUANDO FOI PASSEAR, OUTROS DOIS OVOS NO CAMINHO ENCONTROU.

TINHA	ENCONTROU	FICOU
1	2	3

UM OVO MAIS DOIS OVOS, COM ....3.. OVOS ELA FICOU

DONA GALINHA OS TRÊS OVOS EM SEU NINHO COLOCOU. MAS, QUANDO FOI PASSEAR, OUTROS DOIS OVOS NO CAMINHO ELA ENCONTROU

TINHA	ENCONTROU	FICOU
3	2	5

TRÊS OVOS MAIS DOIS OVOS, COM ....5.... OVOS ELA FICOU.

DONA GALINHA OS CINCO OVOS EM SEU NINHO COLOCOU. MAS, QUANDO FOI PASSEAR, MAIS TRÊS OVINHOS ELA ENCONTROU.

TINHA	ENCONTROU	FICOU
5	3	8

CINCO OVOS MAIS TRÊS OVOS, COM ....8.... OVOS ELA FICOU

DONA GALINHA OS OITO OVOS EM SEU NINHO ARRUMOU. MAS, QUANDO FOI PASSEAR, MAIS UM OVO ELA ACHOU.

TINHA	ENCONTROU	FICOU
8	1	9

OITO OVOS MAIS UM OVO, COM .... OVOS ELA FICOU

DONA GALINHA OS NOVE OVOS EM SEU NINHO AJEITOU. MAS, QUANDO FOI PASSEAR, UM OVO ENORME ELA ENCONTROU.

TINHA	ENCONTROU	FICOU
9	1	10

NOVE OVOS MAIS UM OVO, COM ..10...... OVOS ELA FICOU.

Pela Figura 4 percebe-se que houve compreensão das situações problemas, bem como o domínio dos códigos numéricos e as respectivas operações.

Literatura Infantil e Matemática: algumas considerações

Trabalhar com literatura em sala de aula traz um universo de possibilidades para o desenvolvimento de habilidades de nossos educandos e no ensino da matemática não édiferente.

> Ao utilizar livros infantis os professores podem provocar pensamentos matemáticos através de questionamentos ao longo da leitura, ao mesmo tempo em que a criança se envolve com a história. Assim, a literatura podeser usada como um estímulo para ouvir, ler, pensar e escrever sobre matemática. (SMOLE, 1999, p. 22).

Escolher uma boa obra é importante, mas planejar as ações apartir dela e realizaras intervenções de forma correta durante o trabalho com as crianças é que agrega sentido ao aprendizado. Enquanto a criança está imersa na história cabe ao professor mediar esse processo, provocando os pensamentos matemáticos.

A prática realizada a partir da história *Um Amor de Confusão* mostrou que é possível articular literatura infantil com o ensino da matemática, pois através de um processo lúdico a criança vivencia e internaliza conceitos que serão utilizados posteriormente. Através do encantamento a mágica da aprendizagem acontece.

Destaca-se que já foi possível perceber que, a partir do uso da literatura para o ensino da matemática, as crianças vêm elaborando suas hipóteses e seus conceitos em relação à construção do número, cada uma do seu modo. A sequência numérica de 1 a 10, bem como as respectivas quantidades, operações e construção da dezena já foram construídas por este grupo de alunos.

Assim, essa foi uma das primeiras atividades desenvolvidas para o mestrado em andamento. Espera-se ainda, realizar novas propostas durante o ano letivo de 2022, afim de promover a construção de novos conceitos matemáticos através do uso daliteratura infantil em sala de aula.

Referências

Abramovick, F. *Literatura infantil*: gostosuras e bobices. São Paulo: Scipione, 5ªedição, 2009.

Ramos, L. F. *Conversas sobre números, ações e operações*: uma proposta criativa parao ensino da matemática nos primeiros anos. São Paulo: Ática, 2009.

Santos, L. F. C.; Campos, A. M. A. *A contação de histórias*: contribuição àneuroeducação. Rio de Janeiro : Wak, 2016.

Smole, K. C. S. *Matemática e literatura infantil*. Belo Horizonte: Lê, 4ª edição, 1999.

Recursos didáticos para o ensino de Probabilidade nos anos iniciais: a utilização de jogos

Didactic resources for teaching Probability in the early years: the use of games

Recursos didácticos para la enseñanza de la Probabilidad en los primeros años: el uso de juegos

Claudia de Oliveira Lozada[752]
Universidade Federal de Alagoas
https://orcid.org/0000-0003-1425-9956

Anneliese de Oliveira Lozada[753]
Universidade Federal do ABC
https://orcid.org/0000-0002-1350-8546

Modalidade: (Comunicação)
Núcleo Temático: Processos de ensino e aprendizagem da Matemática em diferentes modalidades e níveis educacionais

Resumo

Este trabalho tem como objetivo apresentar jogos para o ensino de probabilidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Para tanto, realizamos um levantamento para identificar os jogos, obedecendo os critérios adaptabilidade, interatividade e problematização, permitindo que sejam adaptados, promovam o engajamento e desencadeiem questionamentos. Assim, foram selecionados 5 jogos e os testes demonstraram que são recursos potencialmente significativos para o processo de ensino e aprendizagem de conceitos de probabilidade, sendo que o seu valor lúdico torna a aprendizagem mais interativa e atrativa.

Palavras-chave: Anos Iniciais. Probabilidade. Jogos Educativos.

Abstract

This work aims to present games for teaching probability in the early years of Elementary School. To this end, we carried out a survey to identify the games, obeying the adaptability, interactivity and problematization criteria, allowing them to be adapted, promoting engagement and triggering questions. Thus, 5 games were selected and the tests showed that they are

[752] E-mail: clalloz@yahoo.com.br
[753] E-mail: prof.anne.01@gmail.com

potentially significant resources for the teaching and learning process of probability concepts, and their playful value makes learning more interactive and attractive.

Keywords: *Early Years. Probability. Educational games.*

Resumen

Este trabajo tiene como objetivo presentar juegos para la enseñanza de la probabilidad en los primeros años de la Enseñanza Fundamental. Para ello, realizamos una encuesta para identificar los juegos, obedeciendo a criterios de adaptabilidad, interactividad y problematización, que permitieran adaptarlos, favoreciendo el engagement y generando preguntas. Así, se seleccionaron 5 juegos y las pruebas demostraron que son recursos potencialmente significativos para el proceso de enseñanza y aprendizaje de conceptos de probabilidad, y su valor lúdico hace que el aprendizaje sea más interactivo y atractivo.

Palabras clave: *Primeros Años. Probabilidad. Juegos educacionales.*

Introdução

Com a publicação da Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2018), o ensino de probabilidade passou a figurar também nos anos iniciais do Ensino Fundamental, de modo com que os alunos estruturem as noções básicas de probabilidade que posteriormente terão continuidade nos anos finais e no Ensino Médio. Nestas etapas finais da escolarização essas noções serão aprofundadas e passarão a evidenciar a formalização matemática por meio de notações e modelos matemáticos (chamados de “fórmulas”) que demonstram as relações entre as variáveis do fenômeno probabilístico estudado.

Segundo a BNCC (BRASIL, 2018, p. 274) a finalidade de se ensinar probabilidade nos anos iniciais é “promover a compreensão de que nem todos os fenômenos são determinísticos”. Para tanto, a ênfase é na noção de aleatoriedade, acaso, tipos de eventos e espaço amostral que será ampliada nos anos finais e, recomenda-se que sejam realizadas experimentações para o desenvolvimento das noções, considerando que a abordagem nessa etapa de escolaridade é por meio da probabilidade frequentista.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNs (BRASIL, 1997) recomendavam o ensino de probabilidade nos ciclos finais do Fundamental, afirmando que a noção de probabilidade deveria ser explorada de maneira informal, por meio de situações que possibilitassem investigações e experimentações de modo que levassem os alunos a fazer previsões a respeito de um evento. No que diz respeito às experimentações, o documento citava os materiais manipuláveis para o ensino da propriedade da simetria e dentre eles destacavam-se as moedas e os dados e outros materiais também destinados ao cálculo de probabilidade, mas que não abrangem simetria, como é o caso de roletas com áreas desiguais, que atualmente são conhecidas como *spinners.* A ênfase no significado do espaço amostral e a utilização do princípio multiplicativo com representações diversas como tabela e diagrama de árvore, constituíam o rol de orientações para o ensino de probabilidade nos ciclos finais que estava inserido na unidade temática "Tratamento da Informação".

Assim, esses dois importantes documentos curriculares sugerem a utilização de materiais concretos para o ensino de probabilidade nos anos iniciais para promover uma aprendizagem com significado. Nesse sentido, Batanero (2015) apud Campos e Carvalho (2016, p. 4) faz recomendações acerca do ensino de probabilidade nos anos iniciais:

> Proporcionar experiências com situações aleatórias; Ajudar as crianças a desenvolver uma linguagem para descrevê-las; Partir de suas intuições prévias (mesmo que errôneas) e ajudá-las a confrontar com os dados das experiências; Conectar a probabilidade com os outros temas matemáticos e outras disciplinas.

Dessa forma, fica evidente que não basta apenas utilizar materiais concretos e possibilitar que as crianças façam experimentações, mas que sejam valorizadas as suas concepções prévias sobre probabilidade, que tenham oportunidade de argumentar e expor seu raciocínio e que possam desenvolver a linguagem probabilística, o que contribui significativamente para o desenvolvimento do pensamento probabilístico (FISCHBEIN, 1975; PIAGET; INHELDER, 1975; KONOLD, 1991). Assim, neste trabalho apresentamos um levantamento de jogos que podem ser aplicados no 4º e 5º ano do Ensino Fundamental para o ensino de conceitos de probabilidade, proporcionando uma aprendizagem lúdica, atrativa e interativa.

Materiais didáticos para o ensino de probabilidade nos anos iniciais: a importância dos jogos

Estudos já revelaram as potencialidades dos jogos (KISHIMOTO, 1998) no processo de ensino e aprendizagem na Educação Básica. E os jogos podem auxiliar substancialmente na aprendizagem de conceitos de probabilidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental, pois envolvem algumas características importantes que permitem à criança articular aspectos sensoriais, motores, cognitivos e simbólicos, como explica Fromberg (1987) apud Kishimoto (1998): simbolismo (envolve a representação da realidade e de atitudes pela criança);

significação (permite que a criança relacione ou expresse experiências); atividade (diz respeito às ações da criança); voluntário ou intrinsecamente motivado (possibilita incorporar os motivos e interesses da criança pelo jogo); episódico (as metas são desenvolvidas de modo espontâneo pela criança).

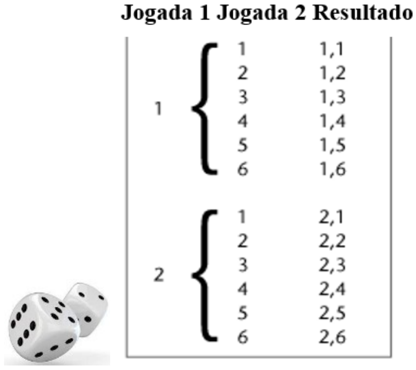
Além do mais, verificamos que ainda há poucos jogos voltados para o ensino de probabilidade nos anos iniciais, sendo necessário que seja fomentada a elaboração pelos professores, uma vez que conhecem aspectos do perfil cognitivo dos seus alunos podendo criar jogos mais personalizados.

Com base nesses pressupostos, procedemos a uma pesquisa qualitativa (LUDKE; ANDRÉ, 1986) que se baseou em levantamento bibliográfico seguido de um mapeamento e adaptação de jogos para o ensino de probabilidade no 4º e 5º ano do Ensino Fundamental. A seleção dos jogos levou em conta os critérios de adaptabilidade, interatividade e problematização. Foram selecionados 5 jogos, sendo um deles na modalidade digital, todos oriundos de sites estrangeiros. Os jogos de tabuleiro foram adaptados e testados, assim como o jogo digital foi testado. Os jogos de tabuleiro podem ser confeccionados com material de baixo custo, como cartolina, papel cartão e E. V. A. Para maior durabilidade das peças e tabuleiros, o professor poderá utilizar o papel contact para encapá-los. Os jogos devem ser aplicados considerando a integração com outras atividades de uma sequência didática ou trilha de aprendizagem (atividades com lápis e papel) que visem resgatar os conceitos que foram trabalhados com os jogos. Recomendamos que seja feita uma discussão com os alunos antes da realização dos jogos, para verificar se eles entendem o que significa a palavra "probabilidade" que aparecerá em alguns dos questionamentos sugeridos nos jogos.

O primeiro jogo (figura 1, 2 e 3) é oriundo de uma atividade que está disponível no site PBS Learning Media que hospeda atividades e recursos didáticos. Fizemos adaptações na atividade, possibilitando que se transformasse em um jogo como explicaremos adiante. Indicamos que seja aplicado no 5º ano do Ensino Fundamental. O jogo utiliza dados e uma folha de anotações. O objetivo é que os alunos aprendam a usar tabelas de dados e diagramas de árvore para calcular o espaço amostral de um evento, possam calcular a probabilidade de um evento aleatório e por meio da experimentação explorem a probabilidade de um evento aleatório. O jogo pode ser aplicado em dupla ou individualmente. O professor deverá distribuir dois dados e uma folha de anotações.

O primeiro passo é explicar aos alunos que eles deverão fazer os lançamentos e anotar na folha formando a árvore de possibilidades por meio do diagrama de árvore para compreender a lógica de um evento (por exemplo, o lançamento de 1 no primeiro dado) e todos os eventos subsequentes possíveis:

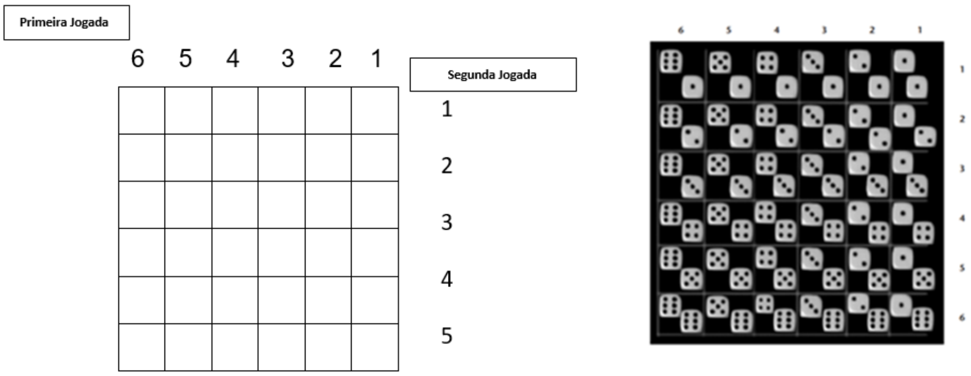
Figura 1 – Diagrama de Árvore



Fonte: Adaptado de PBS Learning Media (2022)

Este diagrama contém todos os eventos possíveis para lançar dois dados de 6 faces. O professor deve enfatizar a forma lógica e como o diagrama foi feito, indo de 1 a 6 verticalmente e, a seguir, de 1 a 6 horizontalmente. Em seguida, os alunos irão organizar os resultados do diagrama de árvore em uma grade de resultados:

Figura 2 – Grade de resultados



Fonte: Adaptado de PBS Learning Media (2022)

Após a realização desta atividade preliminar, o professor divide a sala em dois grupos e trabalha com um jogo de perguntas e respostas, propondo que os alunos realizem as seguintes experiências presentes nestes tipos de questões: Qual é a probabilidade de sair um 2 em um dado de 6 faces? Qual é a probabilidade de sair uma combinação de 1, 6 em dois dados de 6 faces? Qual é a probabilidade de sair uma combinação 3, 4 em dois dados de 6 faces? Qual é a probabilidade de sair uma combinação de 1, 2 em dois dados com um número diferente de faces? O professor deve atribuir um tempo para o grupo realizar a experiência, anotar na grade de resultados e/ou diagrama de árvore e responder.

Para cada experimento, o grupo deve desenvolver uma grade de resultados ou um diagrama de árvore para calcular o espaço amostral. Em seguida, deve contar o número de maneiras pelas quais sua combinação pode surgir, calculando a probabilidade de um evento ocorrer: Probabilidade = Número de chances de um evento ocorrer/todas as possibilidades de resultados. Se o grupo acertar, pontua, se errar, não pontua. Ganha o grupo que acertar o maior número de questões. Com este jogo, os alunos exploram a ideia de espaço amostral para calcular e testar a probabilidade de diferentes eventos em uma série de lançamentos de dados aleatórios.

Como extensão dessa atividade e para aumentar a complexidade, o professor pode criar explorações de probabilidade que usem mais do que apenas os dados padrão de 6 faces, utilizando dados de 8 faces ou distribuindo 3 dados de 6 faces para os grupos fazerem os lançamentos. Como alternativa, pode pedir aos grupos que prevejam os resultados e, em seguida, realizem os seguintes experimentos, a partir de questionamentos como esses: Qual é a probabilidade de rolar uma combinação de 2, 4, 6 em três dados de 6 faces? Qual é a probabilidade de rolar uma combinação 5, 5, 6 em três dados de 6 faces?

Figura 3 – Dados

Fonte: As autoras (2022)

Seguindo a regra, deve ser atribuído um tempo para o grupo realizar o experimento, anotar na folha e responder; se o grupo acertar pontuará, se errar, não pontuará, vencendo aquele grupo que tiver mais pontos.

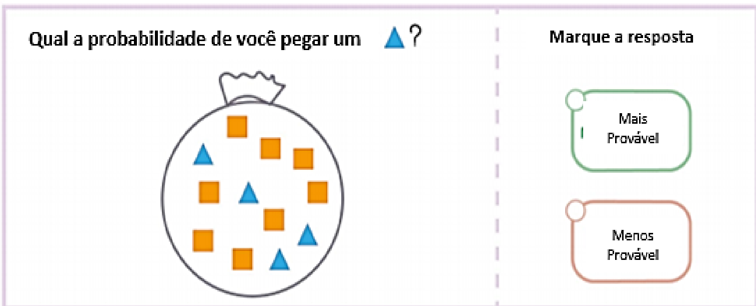
O segundo jogo é denominado de “Possível e Impossível” (figura 4). O objetivo é retomar a ideia básica de probabilidade que é a ocorrência de um evento, além de trabalhar o vocabulário probabilístico enfatizando a nomenclatura dos termos. O jogo é recomendado para o 4º ano e também poderá ser aplicado no 5º ano do Ensino Fundamental para revisão e/ou reforço de conceitos. O professor deve separar os alunos em duplas ou trios e distribuir os cartões-chave (possível e impossível) e os cartões com as sentenças. Deverá dar um tempo para os alunos colocarem os cartões na fileira do “possível” e na fileira do “impossível”. Encerrado o tempo, o professor pedirá para os alunos apresentarem suas respostas e justificarem porque alocaram as sentenças nas respectivas fileiras.

Figura 4- Jogo de Classificação

Fonte: Adaptado do Site Teachers Pay Teachers (2021)

Outra variação desse jogo é com outro tipo de cartão que utiliza os termos “mais provável” e “menos provável”, como se vê nos cartões abaixo (figura 5) e podendo ser aplicado individualmente ou em grupo:

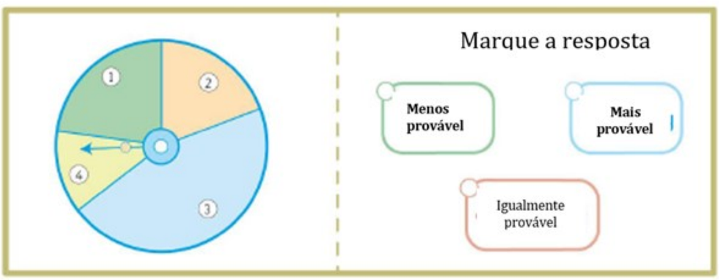
Figura 5 - Variação do Jogo de Classificação



Fonte: Adaptado do Site Math Skills 4 Kids (2021)

O professor poderá utilizar uma outra variação de cartões (figura 6) que tem como foco as classificações em igualmente provável, mais provável e menos provável, considerando que esta atividade utiliza uma pequena roleta (*spinner*) que serve de referência para o aluno analisar que tipo de evento irá ocorrer:

Figura 6 - Variação do Jogo de Classificação



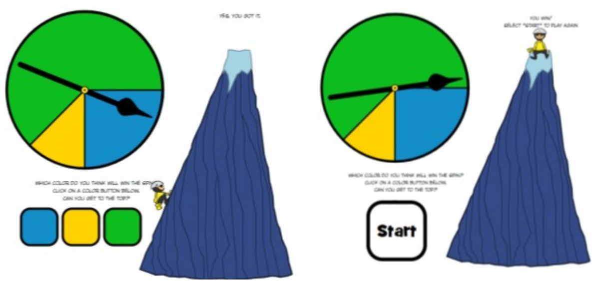
Fonte: Adaptado do Site Math Skills 4 Kids (2022)

O professor pode utilizar os diferentes cartões com o *spinner* e também pode fazer as placas dos cartões em papel e fixá-las num *spinner* para os alunos testarem e analisarem a ocorrência dos fenômenos. As placas deverão ser trocadas a cada jogada. Para aumentar o engajamento, as respostas corretas pontuam e as incorretas não pontuam.

Para testar o uso de *spinner* em probabilidade, o professor pode utilizar um jogo digital, o "Climber – Jogo da Probabilidade Alpinista" (figura 7). O jogo está disponível no site Toy Theater. Este jogo é voltado para o 4º e 5º ano do Ensino Fundamental, podendo ser acessado por meio de tablets, smartphones ou notebooks.

A ideia é ajudar o alpinista a subir a montanha clicando na cor que ele achar que o botão giratório vai parar. No entanto, às vezes o botão giratório ainda pousará no azul ou amarelo. O professor pode dividir a turma em grupo com três componentes, sendo uma cor para cada grupo, revezando a cor entre os grupos. É importante que o professor questione se os alunos perceberam que embora os giros do *spinner* sejam aleatórios, em média o verde vai ganhar mais vezes do que os outros porque ocupa uma proporção maior do círculo. O professor pode pedir para os alunos determinarem as frações que cada cor representa e discutir como as frações são utilizadas para prever probabilidades. O professor poderá fazer alguns questionamentos, como por exemplo, pedir para os alunos explanarem o que os fez escolher uma cor com menos chance de ser escolhida, em como isso pode se aplicar a outras situações da vida, como jogar na loteria e como teriam uma sensação diferente se os tamanhos das cores fossem diferentes.

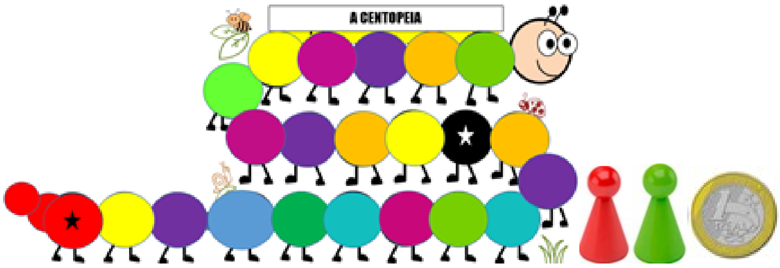
Figura 7 – Jogo Digital Climber "Probabilidade Alpinista"



Fonte: Site Toy Theater (2022)

O quarto jogo é uma adaptação do jogo "Head and Tails" (figura 8) realizada por Lozada, Barbosa e Santos (2021). O jogo pode ser aplicado no 4º ano do Ensino Fundamental. As autoras substituíram o personagem que na versão original era uma cobra por uma centopeia, por considerarem mais adequado ao contexto brasileiro. O jogo é composto por um tabuleiro com uma centopeia, dois pinos e uma moeda. Pode ser executado por duplas, sendo que um aluno será “cara” e outro aluno será “coroa”.

Figura 8 - Material do Jogo da Centopeia

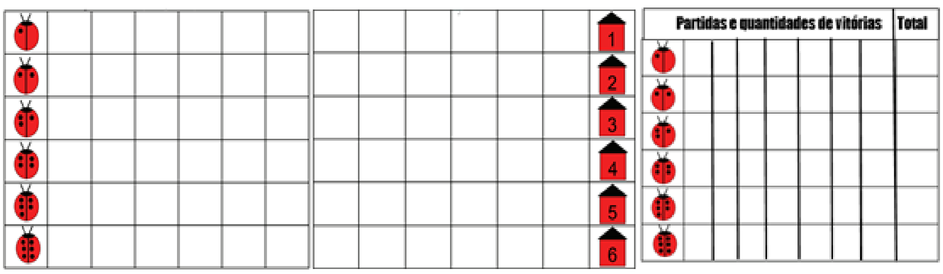


Fonte: Lozada, Barbosa e Santos (2021)

Os alunos devem posicionar os seus pinos na estrela no meio da centopeia que é o ponto de partida. Se a moeda cair em cara, o aluno que é a face “cara” move seu pino uma casa em direção à cabeça da centopeia e se a moeda cair na face “coroa”, o aluno da face “coroa” move seu pino uma casa em direção à cauda da centopeia. O aluno que alcançar a cabeça ou a cauda da centopeia vencerá o jogo. Após o jogo, as autoras sugerem que o professor proponha uma discussão para os alunos debaterem se o jogo é justo ou não, ou seja, analisarem os conceitos de eventos equiprováveis e espaço amostral.

O quinto jogo é denominado de “ Ladybug Fly Home” (figura 9) e é voltado para o 4º ano do Ensino Fundamental, sendo originário do site Mathwire, com poucas adaptações realizadas por Lozada, Barbosa e Santos (2021), que colocaram a divisão da folha de anotações das vitórias de cada joaninha. O jogo é composto por um tabuleiro onde ocorrerá a movimentação de cada joaninha até a casa, sendo 6 joaninhas, 1 dado e uma folha de registro das vitórias. O jogo pode ser realizado com 6 jogadores (1 joaninha para cada um), 3 jogadores (com duas joaninhas para cada um) e 2 jogadores (com três joaninhas para cada um).

Figura 9 - Tabuleiro do Jogo da Joaninha



Fonte: Lozada, Barbosa e Santos (2021)

Todos os alunos devem movimentar todas as joaninhas e para isso o professor deverá promover várias rodadas. A dinâmica do jogo com dois jogadores ocorre desta forma: o jogador

X joga o dado e o jogador cuja joaninha tem aquele número de pontos move 1 casa (por exemplo, cai a face 6 do dado e será a joaninha 6 que se move 1 casa); o jogador Y joga o dado e o jogador cuja joaninha tem aquele número de pontos expresso na face do dado lançado move 1 casa. O jogo prossegue até que a primeira joaninha chegue à sua casa (o tabuleiro é numerado e a joaninha se move em linha reta). Os jogadores anotam na folha de registro a quantidade de vitórias, observando quantas vezes cada joaninha ganhou. As autoras recomendam que após o jogo o professor proponha alguns questionamentos: "O jogo é justo? Cada joaninha tem chances iguais de ganhar? Os resultados mudariam se jogássemos o jogo mais 5 vezes?" (LOZADA; BARBOSA; SANTOS, 2021, p. 2)

Concluímos que os jogos apresentados são adaptáveis para diversos anos escolares, ajudam a promover o engajamento nas aulas e permitem que o professor faça questionamentos para explorar os conceitos, sendo recursos potencialmente significativos para a aprendizagem de conceitos de probabilidade, além de trazer um ambiente lúdico que atrai a atenção dos alunos e estimula a aprendizagem.

Considerações Finais

Os jogos aqui apresentados trabalham conceitos básicos de probabilidade com a finalidade de que os alunos construam noções iniciais que serão lapidadas posteriormente nos anos finais do Ensino Fundamental e aprofundadas no Ensino Médio, etapa na qual os alunos se depararão com o formalismo matemático.

Para tanto, o contato com materiais didáticos nos anos iniciais para o desenvolvimento dessas noções iniciais que levam ao desenvolvimento do pensamento probabilístico é essencial, porque permite ao aluno experimentar, testar e extrair conclusões sobre os fenômenos probabilísticos, além de explorar essas noções para discernir conceitos como probabilidade e possibilidade e como a linguagem utilizada no dia a dia pode ensejar a compreensão de que termos usados em probabilidade são sinônimos, quando de fato não são. Assim, as crianças vão expandindo também o seu vocabulário, mas a partir da compreensão conceitual, o que marca o desenvolvimento do letramento probabilístico.

Por outro lado, os jogos possuem a função lúdica e a função educativa (KISHIMOTO, 1998), não se confundindo com diversão ou lazer, mas com a intencionalidade de aprendizagem de modo atrativo e interativo, trazendo efeitos positivos no que diz respeito à assimilação dos conceitos e da visão que as crianças passam a ter da probabilidade, não a enxergando como algo abstrato, mas com significado.

Assim, os jogos expostos também preenchem os critérios definidos por Campagne (1989) apud Kishimoto (1998) que são estes: valor experimental (permitem a exploração e manipulação), valor da estruturação (dão suporte à construção da personalidade infantil, desenvolvendo valores, atitudes, como por exemplo, trabalhar colaborativamente na execução do jogo em grupo, desenvolvendo o respeito pelo outro), valor de relação (colocar a criança em contato com os seus colegas, com as peças que integram o jogo e com o ambiente criado para a aplicação do jogo em sala de aula que possibilita que se estabeleçam relações) e o valor lúdico (inerente aos jogos, propiciando um ambiente de aprendizagem mais motivador e que engaja as crianças a participarem das atividades propostas). Ademais, o valor lúdico é elemento fundamental para desencadear a motivação e o engajamento, o que estimula a participação dos alunos nas aulas.

Recomendamos que seja feita uma discussão com os alunos antes da realização dos jogos, para verificar se eles entendem o que significa a palavra "probabilidade" e que após a aplicação dos jogos, o professor faça uma atividade de sistematização dos conhecimentos aprendidos, visando resgatar e discutir os conceitos para verificar a aprendizagem, de modo que o jogo não seja percebido pela criança como algo pontual, como brincadeira, deslocado de um contexto de aprendizagem.

Por fim, dada a escassez de materiais brasileiros para o ensino de probabilidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental, sugerimos que os professores criem os materiais didáticos considerando diversos aspectos que apontamos neste trabalho, assim como considere o perfil de sua turma para o desenvolvimento do material, colocando questões e desafios nivelados (fácil, mediano e difícil), que haja flexibilidade de adaptação do material para ser utilizado em diversos anos escolares com a finalidade de revisão, reforço e fixação de conceitos e que existam diferentes modalidades dos materiais (concretos/físicos/de manuseio e digitais) para uso em ensino remoto, híbrido ou presencial.

Referências

Brasil. (2018). *Base nacional comum curricular.* Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica.

Brasil. (1997). *Parâmetros Curriculares Nacionais:* Matemática. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica.

Campos, T. M. M.; Carvalho, J. I. F. (2016). Probabilidade nos anos iniciais da educação básica: contribuições de um programa de ensino. *Em Teia – Revista de Educação Matemática e Tecnológica*, 7 (1), (pp. 1-18).

Fischbein, E. (1975). *The Intuitive Sources of Probabilistic Thinking in Children*, Reidel, Dordrecht, Holanda.

Kishimoto, T. M. (1998). *O jogo e a educação infantil.* São Paulo: Pioneira.

Konold, C. (1991). Understanding students beliefs about probability. In: Von Glasersfeld, E. (ed.). *Radical Constructivism in Mathematics Education.* Kluwer Academic Publishers: Dordrecht, (pp. 139–156).

Lozada, C. O.; Barbosa, E. A. A.; Santos, J. A. (2021). Jogos para o ensino de probabilidade nos anos iniciais do ensino fundamental. In: Congresso Nacional de Educação Matemática de Grandes Dourados, 2., 2021, Dourados. *Anais...*UFGD: Dourados.

Ludke, M.; André, M. E. D.A. (1986). *Pesquisa em educação:* abordagens qualitativas. São Paulo: EPU.

Piaget, J.; Inhelder, B. (1975). *The origin of the idea of chance in children.* Routledge and Kegan Paul: London.

Sobre os números negativos: alguns apontamentos sobre os PCN e a BNCC

About the negative numbers: some notes on the PCN and the BNCC

Sobre los números negativos: algunas notas sobre el PCN y el BNCC

Thanize Bortolini Scalabrin[754]
Universidade Federal de Santa Maria
https://orcid.org/0000-0001-8284-7739

Anemari Roesler Luersen Vieira Lopes[755]
Universidade Federal de Santa Maria
https://orcid.org/0000-0002-4636-9618

Simone Pozebon[756]
Universidade Federal de Santa Maria
https://orcid.org/0000-0002-3872-5117

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Processos de ensino e aprendizagem da Matemática em diferentes modalidades e níveis educacionais.

Resumo

Este artigo é um recorte de uma pesquisa de doutorado que está sendo desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Educação (PPGE) na linha de pesquisa Docência, Saberes e Desenvolvimento profissional, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM), no âmbito do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática (GEPEMat). O principal objetivo desse artigo foi refletir sobre como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e Base Nacional Comum Curricular (BNCC) orientam o ensino de números negativos. O respaldo teórico e metodológico utilizado foi a Teoria Histórico-Cultural, e mais especificamente a Teoria da Atividade. Para atingir esse objetivo foram analisados os cadernos de matemática do 1º e 2º ciclos e do 3º e 4º ciclos dos PCN e a área de matemática da BNCC. A partir desses documentos constatou-se que os PCN evidenciam o reconhecimento dos números inteiros nos diferentes contextos, tanto relacionado ao cotidiano como ao movimento de criação desses números, além de trazer questões históricas e as possíveis dificuldades enfrentadas pelos alunos no estudo dos números inteiros. Também destaca a importância de trabalhar com situações problema, materiais lúdicos e jogos. A BNCC não cita questões históricas e nem discute sobre as dificuldades enfrentadas pelos alunos no que se refere aos números inteiros, destaca apenas

[754] thanize_bortolini@hotmail.com
[755] anemari.lopes@gmail.com
[756] spozebon@gmail.com

o que deve ser abordado dentro desse conteúdo e apresenta as habilidades que os estudantes devem desenvolver durante esse processo, sem detalhar como trabalhá-las.

Palavras-chave: Teoria Histórico-Cultural, Teoria da Atividade, Números negativos, Parâmetros Curriculares Nacionais, Base Nacional Comum Curricular.

Abstract

This article is a part of a doctoral research that is being developed in the Graduate Program in Education (PPGE) in the line of research Teaching, Knowledge and Professional Development, at the Federal University of Santa Maria (UFSM), within the scope of the of Studies and Research in Mathematics Education (GEPEMat). The main objective of this article was to reflect on how the National Curricular Parameters (PCN) and the National Curricular Common Base (BNCC) guide the teaching of negative numbers. The theoretical and methodological support used was the Historical-Cultural Theory, and more specifically the Activity Theory. To achieve this objective, the mathematics notebooks of the 1st and 2nd cycles and of the 3rd and 4th cycles of the PCN and the mathematics area of the BNCC were analyzed. From these documents, it was found that the PCN evidence the recognition of integers in different contexts, both related to daily life and to the movement of creating these numbers, in addition to bringing historical issues and the possible difficulties faced by students in the study of integers. It also highlights the importance of working with problem situations, play materials and games. The BNCC does not cite historical issues or discuss the difficulties faced by students with regard to whole numbers, it only highlights what must be addressed within this content and presents the skills that students must develop during this process, without detailing how to work them.

Keywords: Historical-Cultural Theory, Activity Theory, Negative numbers, National Curriculum Parameters, National Curricular Common Base.

Resumen

Este artículo es parte de una investigación de doctorado que se desarrolla en el Programa de Posgrado en Educación (PPGE) en la línea de investigación Enseñanza, Conocimiento y Desarrollo Profesional, de la Universidad Federal de Santa María (UFSM), en el ámbito de la de Estudios e Investigaciones en Educación Matemática (GEPEMat). El objetivo principal de este artículo fue reflexionar sobre cómo los Parámetros Curriculares Nacionales (PCN) y la Base Común Curricular Nacional (BNCC) orientan la enseñanza de los números negativos. El soporte teórico y metodológico utilizado fue la Teoría Histórico-Cultural, y más específicamente la Teoría de la Actividad. Para lograr este objetivo se analizaron los cuadernos de matemáticas del 1° y 2° ciclos y del 3° y 4° ciclos del PCN y del área de matemáticas de la BNCC. A partir de estos documentos, se encontró que los PCN evidencian el reconocimiento de los números enteros en diferentes contextos, tanto relacionados con la vida cotidiana como con el movimiento de creación de estos números, además de traer cuestiones históricas y las posibles dificultades que enfrentan los estudiantes en el estudio de los números. números enteros También destaca la importancia de trabajar con situaciones problemáticas, materiales lúdicos y juegos. La BNCC no cita temas históricos ni discute las dificultades que enfrentan los estudiantes con respecto a los números enteros, solo destaca lo que se debe abordar dentro de este contenido y presenta las habilidades que los estudiantes deben desarrollar durante este proceso, sin detallar cómo trabajarlas.

Palabras clave: Teoría Histórico-Cultural, Teoría de la Actividad, Números Negativos, Parámetros Curriculares Nacionales, Base Común Curricular Nacional.

Introdução

O processo de compreender os números negativos perpassou por alguns obstáculos epistemológicos, os quais rodearam sua aceitação e a atrasaram, sendo necessários mais de 1500 anos para eles serem aceitos como os conhecemos hoje. Assim, esse longo processo, o qual inquietou muitos matemáticos e estudiosos, se reflete no ensino e aprendizagem dos números negativos atualmente.

Portanto, a compreensão dos números negativos ainda hoje envolve alguns obstáculos, os quais tanto os professores como os alunos podem vir a enfrentar. Seja quando os professores estão organizando seu ensino e precisam de subsídios consistentes e que permitam a compreensão do que precisam trabalhar em cada ano de escolaridade, daí a importância de um currículo organizado e que detalhe como ensinar os conceitos que envolvem os números negativos.

Além das dificuldades que os alunos podem ter em apenas decorar essas regras sem compreendê-las, afinal, muitas vezes, é dado um grande destaque a elas e os estudantes não conseguem compreender o porquê a multiplicação e divisão precisam de uma formalização mais matemática. É nesta perspectiva que, visando uma melhor compreensão sobre o ensino dos números negativos, voltamos nosso olhar para alguns elementos da organização curricular.

Assim, trazemos um ensaio teórico com reflexões sobre os principais documentos brasileiros que nortearam e norteiam os currículos na etapa do Ensino Fundamental desde 1998 até 2021. É importante pontuar que escolhemos este período, porque abrange a gama de pesquisas encontradas sobre o ensino e aprendizagem dos números negativos, bem como aquelas que envolvem seu processo histórico, as quais compõem o interesse de investigação de nossa tese. Além disso, foi em 1997 que foram consolidados os PCN, organizados em dez volumes para o Ensino Fundamental, do 1º a 5º ano, e em 1998 mais dez volumes, do 6º ao 9º ano. E no final de 2017 tivemos a homologação da BNCC para a Educação Infantil e Ensino Fundamental e também no final de 2018 a BNCC do Ensino Médio é aprovada.

Ao estudar e acompanhar o movimento histórico da sociedade e mais especificamente das políticas públicas nesses 23 anos, percebemos que os principais documentos curriculares adotados foram os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e a Base Nacional Comum

Curricular (BNCC). Assim, tendo em vista que nosso interesse de investigação ao olhar para a organização curricular de Matemática na Educação Básica centra-se nos números inteiros, o objetivo desse artigo é refletir sobre como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e Base Nacional Comum Curricular (BNCC) orientam o ensino de números negativos. Para isto, trazemos um breve referencial teórico que norteia nossas reflexões, seguido da metodologia adotada no estudo, análise dos documentos e algumas considerações finais.

Referencial teórico

À luz da Teoria Histórico-Cultural (THC) e da Teoria da Atividade (TA), que tem respectivamente, em Vigotski (1896-1934) e Leontiev (1903-1979) seus principais expoentes, apresentaremos os pressupostos teóricos que envolvem essas duas teorias. A Teoria Histórico-Cultural é histórica, porque estuda o desenvolvimento humano em sua historicidade, desde o nascimento do homem, e cultural porque entende que é através da cultura que o ser humano se desenvolve.

Por esse convívio social, que se dá em uma sociedade organizada, por meio do trabalho, que o homem desenvolve as aptidões humanas. O trabalho como atividade vital humana, garante que o ser humano esteja em constante relação com a natureza, e “[...] ao romper com as barreiras biológicas de sua espécie, rompe também a fusão (animal) necessidade-objeto” (MARTINS, 2015, p. 39) e isso faz com que se estabeleçam novas funções cognitivas, as quais permitem seu desenvolvimento em sociedade. Nesse processo, o homem cria necessidades que são fundamentais para sua existência, e ao agir intencionalmente para satisfazê-las, transforma a natureza e a si próprio, constitui-se humano. É por meio da atividade que o ser humano se desenvolve e ela faz parte da consciência. Porém, não é qualquer atividade que pode gerar desenvolvimento e a formação do pensamento teórico.

A partir dos estudos de Vigotski, que compreende que o desenvolvimento das Funções Psicológicas Superiores acontece por meio da atividade do sujeito Leontiev desenvolveu a sistematização do conceito de atividade, e permitiu que compreendêssemos seu papel no desenvolvimento humano. Para este autor, o que distingue a atividade humana das demais é a intencionalidade de suas ações. Como já discutido, a atividade humana fundamental é o trabalho, e é através dele que os seres humanos satisfazem suas necessidades e produzem a cultura humana. Então, a atividade ocorre num sistema de relações sociais, no qual o trabalho ocupa lugar central.

Leontiev (2017, p. 68) designa por atividade os processos psicologicamente caracterizados "por aquilo a que o processo, como um todo, se dirige (seu objeto), coincidindo sempre com o objetivo que estimula o sujeito a executar esta atividade, isto é, o motivo". A atividade assim entendida é uma ação dirigida a um fim, que tem como primeira condição a necessidade, e só existe se há um motivo.

Vigotski centra seu estudo nas Funções Psicológicas Superiores, as quais são mais complexas e envolvem uma ação intencional, ou seja, o controle consciente do comportamento. Para ele, o desenvolvimento das Funções Psicológicas Superiores engloba dois fenômenos, o domínio dos meios externos de desenvolvimento cultural e do pensamento e o processo de desenvolvimento das Funções Psicológicas Superiores.

Para compreender a relação entre ensino e desenvolvimento, Vigotski (2009) prevê dois níveis evolutivos: real e o potencial e traz o conceito de Zona de Desenvolvimento Iminente que é:

> [...] a distância entre o nível de desenvolvimento real, que se costuma determinar através da solução independente de problemas, e o nível de desenvolvimento potencial, determinado através da solução de problemas sob a orientação de um adulto ou em colaboração com companheiros mais capazes. (VIGOTSKI, 2009, p. 97)

Ao pensarmos no desenvolvimento da criança, sabemos que este começa muito antes dela ingressar na escola, e o cerne da relação entre ensino e desenvolvimento está em compreender o que esta criança já aprendeu, isto é, as tarefas que ela sabe fazer sozinha. Toda capacidade já consolidada, que a criança exerce sem a ajuda de outras pessoas, chamamos de nível de desenvolvimento real, que refere-se as funções que já amadureceram e que são resultado de processos de desenvolvimento já completados.

A Zona de Desenvolvimento Iminente é um domínio psicológico em constante transformação, pois "aquilo que uma criança pode fazer com assistência hoje, ela será capaz de fazer sozinha amanhã" (VIGOTSKI, 2009, p. 98). Sendo assim, é na ZDI que a intervenção de outros indivíduos é mais transformadora e possibilitará o desenvolvimento das Funções

Psicológicas Superiores, pois o processo de desenvolvimento progride de forma mais lenta que o processo de aprendizado.

Vigotski considera que a formação de conceitos é determinante para a evolução do pensamento, e discute que existem duas linhas de desenvolvimento. A primeira acontece na vida cotidiana e refere-se aos conceitos espontâneos e a segunda no contexto da Educação escolar, conceitos científicos. Essas duas linhas de desenvolvimento, que abarcam o curso dos conceitos espontâneos e os conceitos científicos, estão intimamente vinculadas a Zona de Desenvolvimento Iminente, pois aquilo que ainda não foi totalmente desenvolvido dos conceitos espontâneos, situa-se na ZDI, e podem vir a ser consolidados com a colaboração do professor ou colegas que já tenham alcançado níveis maiores de desenvolvimento. Por isso, que os conceitos científicos pressupõem certo nível de elevação dos espontâneos.

Metodologia

A partir da THC desenvolvemos nossa pesquisa, que se aproxima de uma análise documental, pautadas na concepção da importância de compreender as orientações curriculares trazidas nos PCN e na BNCC, no que se refere ao ensino de números negativos, o qual está contemplado dentro dos números inteiros nesses documentos. Assim, buscando atingir o objetivo desse artigo que é refletir sobre como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e Base Nacional Comum Curricular (BNCC) orientam o ensino de números negativos, analisamos os cadernos de matemática do 1º e 2º ciclos e do 3º e 4º ciclos dos PCN e a área de matemática da BNCC, trazemos alguns dos nossos achados.

Ao pensar na importância de um currículo para a convergência de um bom processo de ensino e aprendizagem, o qual atenda às necessidades da sociedade e motive os educandos e educadores, respeitando seu dinamismo, faz-se necessário refletir que currículo desejamos construir, pois ele engendra a sociedade que queremos ver nascer. Assim, postulamos a importância de estudar o movimento do ensino dos números negativos dos PCN a BNCC, para a construção do currículo.

O que dizem os documentos

Os PCN Tinham um caráter orientador e não obrigatório, isto é, se configuravam como referências curriculares, as quais visavam orientar a elaboração ou a revisão curricular. Quanto a estrutura, os PCN para o Ensino Fundamental tinham em sua base os objetivos gerais, os quais indicavam as capacidades que os alunos precisam desenvolver. Depois, apresentavam os documentos das áreas do conhecimento, que contemplavam oito, sendo elas: Língua Portuguesa, Matemática, Ciências Naturais, História, Geografia, Arte, Física e Língua Estrangeira.

Quanto aos objetivos e os conteúdos da área, foram organizados em quatro ciclos, em que cada um contemplava duas séries: 1º ciclo (1º e 2º série); 2º ciclo (3º e 4º série); 3º ciclo (5º e 6º série) e 4º ciclo (7º e 8º série). No 3º e 4º ciclos dos PCN, que representam os anos finais do Ensino Fundamental, o conteúdo de números inteiros é contemplado, mais especificamente no caderno de Matemática do terceiro e quarto ciclos. Apesar do nosso interesse de pesquisa ser números negativos, traremos as orientações curriculares no que se refere aos números inteiros, por entender que os números negativos estão contidos neste conjunto numérico.

A partir do olhar para os PCN, mais especificamente do caderno de Matemática do terceiro e quarto ciclo, percebemos o quanto é destacado sobre aproximar a matemática do contexto do aluno, trazer situações problemas cotidianas, bem como problemas que motivaram a construção desses números. Através dessas abordagens, o professor pode organizar seu ensino, de forma intencional, para que os alunos se apropriem das propriedades que os envolvem, bem como da formalização desse conteúdo, através das regras de sinais. Em relação a isto, há de se considerar que não é qualquer ensino que promoverá o desenvolvimento e que, tal como nos colocam Moura et al. (2016, p. 104) “as ações do professor na organização do ensino concorrem para que a aprendizagem também ocorra de forma sistemática, intencional e organizada”.

Os autores ainda lembram a ideia de Vigotski (2009) de que o bom ensino é somente aquele que se adianta ao desenvolvimento, ou seja, um ensino em que o professor procura saber o que os alunos já trazem, seus conceitos espontâneos, e atue na Zona de Desenvolvimento Iminente, que é a distância entre o nível de desenvolvimento real e o nível de desenvolvimento potencial. É este processo que permite que os alunos se apropriem de conceitos científicos e se desenvolvam uma vez que, como destaca Vigotski (2009), a formação destes conceitos é essencial para a evolução do pensamento.

É importante destacar que no que se refere a matemática, mais especificamente o conteúdo dos números inteiros, o documento dos PCN apresenta uma vasta descrição de como trabalhar esse conteúdo. Engloba desde a história da matemática até exemplos que podem ser trabalhados no dia a dia, além de destacar a relevância do professor considerar os conhecimentos que os alunos já trazem, isto é, trazer situações problemas que contemplem as vivências cotidianas dos alunos, e ir para além destas, possibilitando que estes façam conjecturas e cheguem a síntese do conceito.

Para mais, também destacam que o ensino não pode se restringir somente a situações cotidianas, é preciso trazer situações que promovam a compreensão das regras necessárias para operar com esses números, ou seja, são necessários aspectos teóricos, que exijam a formalização matemática. Com isso, lembramos novamente dos pressupostos vigotskianos sobre conceitos espontâneos e científicos, sendo estes últimos aqueles que os alunos deverão se apropriar na escola. Aí se postula a relevância do processo escolar para o desenvolvimento do pensamento teórico nos estudantes.

A BNCC tem caráter normativo e define um conjunto de aprendizagens que os estudantes devem desenvolver ao longo da Educação Básica, não pode ser considerada como um currículo e sim um documento que serve como referência para a construção e adaptação das propostas curriculares e pedagógicas das escolas públicas e privadas, e sua execução é obrigatória. Sua estrutura inicia pelas competências gerais da Educação Básica e cada uma de suas etapas - Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio - é pensada de uma forma. Ainda sobre as competências gerais, podemos dizer que elas se propõem a assegurar os direitos de aprendizagem dos alunos, além de declarar que tipo de estudante queremos formar. A qualidade da educação se dará a partir do desenvolvimento das competências gerais da BNCC, com isso 10 competências irão permear toda Educação Básica.

Com base nesses competências iremos nos deter na etapa do Ensino Fundamental, que é nosso interesse de pesquisa. Esta é organizada em cinco áreas do conhecimento: linguagens, matemática, ciências da natureza, ciências humanas e ensino religioso, sendo que cada uma possui competências específicas a serem desenvolvidas pelos alunos.

Assim como cada área tem suas competências específicas, os componentes curriculares também têm. Para desenvolver as competências específicas de cada componente curricular é apresentado um conjunto de habilidades que estão relacionadas a objetos de conhecimento (conteúdos, conceitos e processos), os quais são organizados por unidades temáticas. Estas últimas, "definem um arranjo dos objetos de conhecimento ao longo do Ensino Fundamental adequado às especificidades dos diferentes componentes curriculares" (BRASIL, 2018, p. 29). Por conseguinte, as unidades temáticas contemplam uma determinada quantidade de objetos de conhecimento e estes se relacionam a habilidades.

No que se refere a área do conhecimento de matemática, componente curricular matemática, a BNCC evidencia oito competências específicas que devem ser desenvolvidas e garantidas aos alunos. Para mais, ainda propõe cinco unidades temáticas, que irão orientar o desenvolvimento das habilidades que devem ser desenvolvidas ao longo do Ensino Fundamental, sendo elas: números; álgebra; geometria; grandezas e medidas e probabilidade e estatística. O conteúdo de números negativos, está presente como um subconjunto dos números inteiros.

A primeira vez que o conteúdo de números inteiros surge ao longo do Ensino Fundamental, na BNCC, é no 7º ano, na unidade temática números e é especificado através dos objetos de conhecimento onde destaca-se pontualmente: seu uso, história, ordenação, associação com pontos da reta numérica e operações. Estes aspectos são contemplados no terceiro ciclo dos PCN, 5º e 6º série, que hoje chamamos de 6º e 7º ano. A partir disso, percebe-se que a BNCC inicia a abordagem do conteúdo de números inteiros exatamente no 7º ano, enquanto que os PNC dão a possibilidade de ser tanto no 6º como 7º ano.

Além disso, esse conteúdo também surge em uma das habilidades do 8º ano da BNCC: "(EF08MA01) Efetuar cálculos com potências de expoentes inteiros e aplicar esse conhecimento na representação de números em notação científica" (BRASIL, 2018, p. 313). Esta habilidade está relacionada a unidade temática de números e ao objeto de conhecimento, notação científica e ressalta o uso dos números inteiros em expoentes de potências. Fazendo um paralelo com os PCN, as operações com potência encontram-se dentro do 4º ciclo (7º e 8º série), atual 8º e 9º ano.

Por último, no 9º ano na mesma unidade temática de números, vemos o conteúdo de números inteiros atrelado ao de potência, quando ele traz o objeto de conhecimento potências de expoentes negativos e fracionários. No entanto, a habilidade voltada a esse conhecimento

(EF09MA03) apenas detalha a realização de cálculos com números reais, incluindo potências com expoentes fracionários, não citando assim, expoentes negativos novamente.

Com isso, podemos dizer que a BNCC não trata de questões históricas e nem discute sobre as dificuldades que os alunos enfrentam ao tentar se apropriar dos números inteiros, ela apenas destaca pontualmente o que deve ser trabalhado dentro desse conteúdo e depois apresenta as habilidades que são as aprendizagens essenciais que devem ser garantidas aos alunos, sem detalhar como trabalhá-las e nem dar exemplos, como faziam os PCN. Além do mais, os PCN orientavam que esse conteúdo fosse desenvolvido no terceiro ciclo (5º e 6º séries – atual 6º e 7º ano) e quarto ciclo (7º e 8º série – 8º e 9º ano), ao passo que na BNCC eles só aparecem pela primeira vez no 7º ano.

Isto posto, trazemos à reflexão o que Leontiev (1978) aponta sobre a atividade como propulsora de desenvolvimento, em se tratando da aprendizagem dos estudantes. Documentos orientadores por si só, não são os únicos organizadores do currículo, mas enquanto orientadores (ou normatizadores) precisam subsidiar a ação do professor na organização do ensino de modo a que este possibilite ao aluno, por meio de sua atividade, apropriar-se de conhecimentos.

Algumas considerações

Neste artigo tivemos como objetivo refletir sobre como os Parâmetros Curriculares Nacionais e Base Nacional Comum Curricular orientam o ensino de números negativos, o que foi feito por meio da análise dos cadernos de matemática do 1º e 2º ciclos e do 3º e 4º ciclos dos PCN e a área de matemática da BNCC. Por meio deste estudo identificamos que pode parecer bastante prático e rápido para o professor localizar quais objetos do conhecimento relacionados aos números negativos devem ser trabalhados dentro de cada conteúdo, assim como as habilidades que precisam ser desenvolvidas em uma organização como a BNCC. Contudo, podemos dizer que os PCN oferecem um melhor direcionamento ao professor nos seguintes aspectos:

- Detalham a importância de reconhecer os números negativos em diferentes contextos sejam relacionados ao cotidiano ou ao movimento de criação desses números;

- Evidenciam a importância de trabalhar com situações problema, envolvendo reta numérica, cálculos mentais, calculadora, bem como as operações de adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação;

- Sugerem o uso de materiais lúdicos e jogos para despertar o interesse nos alunos;

- Mostram situações de ensino que podem ser trabalhadas a partir de noções intuitivas que surgem no cotidiano, como a representação geométrica dos inteiros, bem como diferentes situações problemas envolvendo operações matemáticas, embora estas referem-se somente às operações de adição e subtração, o que apontamos como uma limitação.

Estas observações nos levam a outra reflexão sobre a importância de analisarmos os limites e potencialidades dos documentos propostas no sentido de identificar as reais potencialidades destes se constituírem como orientadores da organização curricular e, como no caso de nosso interesse investigativo, do ensino dos números negativos.

Há de se considerar, ainda, que não será apenas a estruturação de um currículo que permitirá que alcancemos a qualidade da educação que desejamos. Para isso, é preciso valorização da participação da comunidade escolar e atenção às condições de trabalho do professor. Para tudo isso, precisamos também de políticas públicas efetivas, pautadas nas demandas da sociedade, em busca de uma educação que promova o processo de desenvolvimento humano de todos os sujeitos nela envolvidos.

Referências

Brasil. (2018). Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília.

Leontiev, A. N. (1978). O desenvolvimento do psiquismo. Lisboa: Horizonte Universitário.

Leontiev, A. N. (2017). Uma contribuição à teoria do desenvolvimento da psique infantil. In: VIGOTSKII, L. S.; LURIA, A. R; LEONTIEV, A. N. Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem. 15ª edição – São Paulo: Ícone. p. 59-83.

Martins, L. M. (2015). A formação social da personalidade do professor: um enfoque vigotskiano. Campinas, SP: Autores associados, 2. Ed.

Moura, M. O. et al. (2016). A atividade orientadora de ensino como unidade entre ensino e aprendizagem. In: MOURA, M. O. (org.). A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural. Campinas, SP: Autores Associados, p. 93-125.

Vigotski, L. S. (2009). A construção do pensamento e da linguagem. Tradução de Paulo Bezerra. 2ª ed. São Paulo: WMF Martins Fontes. (Biblioteca pedagógica).

Propostas de atividades de percepção geométrica para a educação infantil

Proposals for geometric perception activities for early childhood education

Propuestas de actividades de percepción geométrica para la educación infantil

Laís Carvalho Vieira Barbosa[757]
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
0000-0002-6646-919X

Katy Wellen Meneses Leão[758]
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
0000-0002-2265-1133

Marilena Bittar[759]
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
0000-0001-9989-7871

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Processos de ensino e aprendizagem da Matemática em diferentes modalidades e níveis educacionais.

Resumo

Este trabalho apresenta discussões acerca da compreensão geométrica na educação infantil, especificamente na faixa etária de quatro a cinco anos, propondo formas de relacionar conteúdos referentes à apreensão geométrica espacial no cotidiano escolar das crianças apontando algumas atividades que podem auxiliar a criança na construção desses conceitos. É trazida uma discussão sobre o que alguns autores entendem ser importante na construção de conceitos geométricos por crianças da faixa etária aqui designada e os campos de experiências, descritos pela Base Nacional Comum Curricular. Por fim propomos algumas atividades lúdicas que favorecem o trabalho com as relações entre espaço e forma, visto que esse contato inicial é fundamental para que as crianças construam uma base de aprendizagem e uma melhor compreensão do mundo ao seu redor e do seu próprio corpo.

[757] lais.ufms@gmail.com
[758] katywellen@gmail.com
[759] marilenabittar@gmail.com

Palavras-chave: Apreensão Geométrica, Ensino Infantil, Atividades de Ensino, Percepção Espacial, Campos de Experiências.

Abstract

This paper presents discussions about geometric comprehension in early childhood education, specifically in the age group of four to five years-old, proposing ways of relating contents connected to spatial geometric apprehension in the early childhood education routine, proposing some activities that can help the children in their construction of these concepts. We bring a discussion about what some authors understand to be important in the construction of geometric concepts by children of the aforementioned age group and fields of experiences, described by the National Common Curricular Base, and. Finally, we propose some playful activities that favor working with the relationships between space and form, since this initial contact is essential for the children to build a learning base and a better understanding of the world around them and their own body.

Keywords: Geometric apprehension, Early childhood education, Teaching Activities, Spatial Perception, Fields of Experience.

Resumen

Este trabajo presenta discusiones sobre la comprensión geométrica en la educación infantil, específicamente en el grupo de edad de cuatro a cinco años, proponiendo formas de relacionar contenidos relacionados con la comprensión geométrica espacial en la rutina escolar de los niños, señalando algunas actividades que pueden ayudar al niño en la construcción de estos conceptos. Traemos una discusión sobre lo que algunos autores entienden como importante en la construcción de conceptos geométricos por parte de los niños del grupo de edad aquí designado y los campos de experiencias, descritos por la Base Curricular Común Nacional. Finalmente, proponemos algunas actividades lúdicas que favorecen el trabajo con las relaciones entre el espacio y la forma, ya que este contacto inicial es fundamental para construir una base de aprendizaje y una mejor comprensión del mundo que les rodea y de su propio cuerpo.

Palabras clave: Aprehensión geométrica, Jardín de infancia, Actividades docentes, Percepción espacial, Campos de experiencia.

Introdução

A noção espacial é a primeira relação matemática com a qual a criança se depara, observando e pegando os objetos ao seu redor. Com o passar dos anos essa percepção espacial vai evoluindo e a criança é capaz de estabelecer relações com objetos que ela lembra, mas que não estão à sua frente e, posteriormente, imaginar objetos e a partir deles compreender e correlacionar propriedades matemáticas, desenvolvendo as noções de localização, representação de objetos do mundo físico, reconhecimento de deslocamentos, classificação de figuras geométricas e sistematização do conhecimento.

A construção dos conceitos geométricos pela criança não segue a mesma ordem cronológica da formação do conceito matemático sob o olhar histórico, que se deu por meio da necessidade de delimitar fronteiras, navegar, construir artefatos e moradias, sendo sistematizada e apresentada hoje como o que conhecemos por geometria euclidiana. Lorenzato (2006) afirma que a apreensão dos conceitos geométricos pela criança se dá, inicialmente, pela topologia, com noções básicas de vizinhança, contorno, ordem, separação e continuidade.

Essa construção geométrica, que parte de noções topológicas e evolui para concepções mais complexas de geometria projetiva e por fim euclidiana, tem início como conteúdo escolar na primeira etapa da educação básica, a educação infantil - EI, e vai sendo apresentada aos poucos a partir de concepções que as crianças já construíram, dentro ou fora do ambiente escolar, de forma que o aluno possa associar os novos conceitos aos seus próprios saberes e desenvolver seus saberes dentro do processo de aprendizagem.

Esses conceitos geométricos que o professor pode trabalhar com os alunos, devem partir sempre do concreto para o abstrato, por meio de manipulação de objetos físicos e representações gráficas. Porém, apenas essas atividades de manuseio e representação não são suficientes para a compreensão dos estudantes, sendo necessário que os conceitos matemáticos sejam apresentados aos poucos e gradualmente, como defendem Lima e Carvalho (2010). É preciso que a criança tenha contato com o objeto físico, suas representações gráficas e os objetos geométricos, conseguindo estabelecer relações entre esses três tipos de objetos.

A Base Nacional Comum Curricular, daqui para frente BNCC (BRASIL, 2018), documento oficial nacional que rege as habilidades e competências que o aluno deve desenvolver em cada etapa do ensino, apresenta os saberes da educação infantil de acordo com os Campos de Experiências, nos quais é proposta a vivência de situações como um arranjo curricular que parte de cenários do cotidiano das crianças, envolvendo os conhecimentos que fazem parte do seu meio cultural e, a partir deles, construir novos conhecimentos e saberes. Tomando esses saberes e conhecimentos, os campos de experiências em que se organiza a BNCC são: O eu, o outro e o nós; corpo, gestos e movimentos; traços, sons, cores e formas;

escuta, fala, pensamento e imaginação; espaços, tempos, quantidades, relações e transformações.

Neste texto apresentamos algumas atividades e cenários que podem ser associados ao campo de experiência - espaços, tempos, quantidades, relações e transformações e que entendemos que podem contribuir, entre outros, para a formação de conceitos geométricos espaciais em crianças de 4 a 5 anos que se encontram na etapa da educação infantil. Para este fim, realizamos alguns estudos sobre apreensão geométrica e espacial e analisamos brevemente os campos de experiências que a BNCC propõe e indicar algumas atividades que estão em consonância com o que propõe o documento curricular e o que indicam as pesquisas científicas no campo de conhecimento.

A apreensão geométrica espacial na educação infantil

Os estudos da percepção espacial em crianças datam de quase um século, como é o caso dos estudos de Piaget em meados de 1930, e continuam sendo foco de investigação de muitos educadores matemáticos desde então. Lorenzato (2006) cita três fases de aquisição do conhecimento, topológica, projetiva e euclidiana, nas quais a criança vai avançando enquanto interage com seu entorno e apreende ideias geométricas.

Na fase topológica a criança inicia o processo de apreensão geométrica, com as noções de vizinhança, contorno, ordem, separação e continuidade. Para Lorenzato (2006) as crianças podem diferenciar figuras abertas de fechadas, interior e exterior e, posteriormente, as ideias de dentro/fora e perto/longe. Nessa fase a criança não diferencia detalhes como ângulos ou medidas. Na fase projetiva, a criança já entende que as formas e dimensões do objeto dependem do ponto de vista; conseguem desenhar segmentos proporcionais em uma construção e o paralelismo passa a dar ideia de profundidade. Nessa fase a criança amplia seu espaço de compreensão, mas os objetos ainda dependem de sua percepção, modificando-se quando são movidos. Na fase euclidiana a criança entende que o objeto e o observador que constituem o espaço são móveis. As noções de ângulos e distância são preservadas.

Lorenzato (2006) apresenta algumas pesquisas que indicam a existência de algumas habilidades que contribuem para a compreensão espacial da criança. A primeira é a discriminação visual, que trata da capacidade de distinguir objetos semelhantes e diferentes, tridimensionais ou bidimensionais. A segunda é a memória visual, na qual a criança consegue lembrar de objetos que não estão à sua frente. A terceira é a decomposição de campo, que é quando a criança consegue isolar um objeto entre tantos outros e analisá-lo separadamente. A quarta, que é a conservação de forma e tamanho, indica a percepção de que as propriedades dos objetos ao nosso redor não são mutáveis. A quinta é a coordenação visual-motora, que permite à criança olhar e agir simultaneamente. A sexta e última, a equivalência por movimento, permite à criança identificar equivalências com objetos transladados, rotacionados ou refletidos.

Para este autor (LORENZATO, 2006, p.43) “o grande objetivo do ensino da geometria é fazer com que a criança passe do espaço vivenciado para o espaço pensado”, que a criança possa manipular e observar o espaço ao seu redor e só depois consiga racionalizá-lo. Lorenzato afirma que crianças com até 6 ou 7 anos de idade ainda se encontram na fase topológica: ela interage com objetos ao seu redor e assimila noções de proximidade, contorno, fronteira e outros. Nessa fase é contraproducente iniciar os estudos geométricos pelas noções euclidianas. Tais afirmações articuladas com os documentos oficiais indicam que as crianças que frequentam o ambiente escolar na fase da educação infantil podem desenvolver, dentro do processo pedagógico em voga, concepções e saberes que, apesar de partirem de suas experiências e sua cultura, avançam em relação à percepção de mundo, realidade e consciência corporal que devem ser construídos em cada fase de crescimento da criança.

Embora as fases escolares do ensino infantil e anos iniciais do ensino fundamental sejam subsequentes, as concepções que regem estes estágios de escolaridade têm propostas, abordagens e finalidades diferentes. A educação infantil tem formas próprias de interação e mediação; o professor reflete sobre como ensinar essa criança, planejando uma metodologia que favoreça o aprendizado dela e que leve em consideração a idade, as experiências e a visão de mundo da criança, bem como seu contato com a turma e suas emoções.

> O ensino na educação infantil é o momento em que o professor leva a criança a formar conceitos, a confrontar conhecimentos. Transmite a esta criança todo o conhecimento acumulado pela humanidade e presente nos objetos que nos cercam. O ensino está presente no planejar intencional que deve ser realizado pelo professor das atividades que pretende realizar com as crianças. Ao manipular o corpo da criança, ao pensar junto com ela procurando introduzir um novo conhecimento. Ao explorar com ela o mundo em que vivemos o professor está interagindo e, por meio deste ensinando deliberadamente, intencionalmente. Pois, objetiva com cada movimento seu gerar desenvolvimento, tornar a criança capaz de realizar sozinha aquilo que ainda não

> consegue, de compreender, de pensar, de imaginar, de criar a partir do mundo que construímos como seres humanos, para ir além. (ARCE, 2013, p.10)

Nessa perspectiva, é importante pensar o ensino infantil de modo que possa favorecer o desenvolvimento cognitivo das crianças de modo que lhes permitam apreender tanto conceitos cotidianos como conceitos científicos (VIGOTSKI, 1998). Com isso entendemos que quando o professor traz conteúdos de forma lúdica, incorporando o cotidiano dessa criança, ela pode associar aqueles novos conceitos aos que ela já possui, tecendo o processo de construção do seu conhecimento. Como exemplo, no ensino de conceitos geométricos, trabalhar com o formato dos objetos que cercam as crianças, como a superfície superior da mesa que tem formato retangular ou o fundo de sua garrafinha de água que, em geral, tem formato circular.

Campos de experiência

A BNCC (BRASIL, 2018) reitera o ensino da abordagem topológica para os primeiros anos do Ensino Fundamental, com expressões que indicam proximidade e percepção, como mais perto, mas longe, maior menor no que tange as apreensões das grandezas e medidas e de localização espacial, identificação de figuras e associação de formas aos objetos do cotidiano, assim como Lorenzato (2006) defende. Os parâmetros Curriculares Nacionais, PCN, (BRASIL, 1997) também reiteram a importância da relação com o espaço ao redor da criança, propondo atividades de movimentação e posição de pessoas e objetos no espaço e localização a partir de diferentes referenciais.

Em se tratando da EI, a BNCC propõe algumas diretrizes que são postas para essa fase de ensino e que são divididas em cinco campos de experiências, os quais apresentamos a seguir.

1º O eu, o outro e nós - neste campo de experiência o foco é em atividades que as crianças possam ter interação entre seus pares e adultos e com elas vão construindo sua maneira de agir, sentir e pensar, descobrindo assim outros modos de vida e buscando outros pontos de vista. Aqui terão suas primeiras experiências dentro e fora da escola, ao mesmo tempo que construirão sua autonomia e autocuidado. Assim, nessas experiências irão acrescentar a maneira de perceber a si mesma e seus pares, valorizando sua identidade.

2º Corpo, gestos e movimentos - dentro deste campo a criança irá desenvolver, com seu corpo, gestos e movimentos por meio dos sentidos. Desde cedo elas exploram tudo que está em seu entorno, criam relações, brincam, se expressam e constroem conhecimento sobre si, o outro, o universo social e cultural. Elas se expressam por diferentes linguagens como a música, a dança, o teatro, a brincadeira faz de conta, entrelaçando, assim, corpo, emoção e linguagem.

3º Traços, sons, cores e formas - aqui conseguimos destacar o convívio que a criança deve ter com diferentes manifestações culturais, científicas e artísticas, universais e locais, tendo esses contatos na escola, pois assim possibilitará às crianças, vivenciar diferenciadas formas de linguagens e expressão. Com isso, a educação infantil precisa criar atividades, momentos para manifestações, apreciação artísticas e produção, favorecendo o desenvolvimento da sensibilidade e da criatividade da criança.

4º Escuta, fala, pensamento e imaginação - desde o seu primeiro contato com o mundo, as crianças entram em situações de comunicações diárias com as pessoas que estão ao seu redor. Elas exteriorizam seus movimentos com o olhar, o sorriso, o choro, o corpo e outros recursos vocais, de forma que possa ser interpretado pelo outro. Na educação infantil este campo abrange um contato diário com a linguagem oral e escrita; deve-se trabalhar histórias, contos, fábulas, poemas etc., favorecendo uma maior familiaridade com os livros, trabalhando diversos gêneros literários, trazendo a diferença entre escrita e ilustrações.

5º Espaços, tempos, quantidades, relações e transformações - desde muito pequenas as crianças tentam se localizar em espaços diversos como rua, bairro, cidade etc. Também demonstram curiosidades sobre seu próprio corpo, os animais, as plantas etc. Além disso, nessas experiências e outras, elas também se deparam com conceitos matemáticos como contagem, reconhecimento de formas geométricas, comparação de comprimentos e pesos etc., que estimulam a curiosidade. Por isso, dentro da educação infantil é importante construir experiências nas quais as crianças consigam manipular objetos, fazer observações, investigar e explorar em seu entorno. Onde a escola deve ser responsável por esses estímulos.

Nosso foco se dará neste último campo de experiência – Espaços, tempos, quantidades, relações e transformações –, pois dentro deste campo se inserem com maior clareza conceitos geométricos espaciais que pretendemos trabalhar e alguns outros conceitos matemáticos que podem ser úteis na relação da criança com o meio em que vive. Apresentamos em sequência algumas atividades que foram propostas com base nas pesquisas realizadas sobre apreensão geométrica espacial em crianças e o que o documento curricular oficial indica que seja trabalhado com crianças de 4 a 5 anos.

Reflexão sobre atividades para a educação infantil

Pensando nos estudos realizados e em situações que entendemos que podem contribuir com o processo de aprendizagem e que partem de situações que os alunos podem vivenciar em seu dia a dia, propomos três atividades discutidas a seguir. Lembrando sempre que as atividades devem ser adaptadas ao ambiente em que os alunos se inserem e as possibilidades e restrições provenientes do ambiente escolar e do professor.

Atividade 1: Movimento e direção

Esta atividade foi pensada para trabalhar com os alunos a ideia de movimento e direção, para que consigam relacionar distâncias, não numericamente, e associar ideias como direita, esquerda, à frente, atrás, mais longe, mais perto e possam dar instruções de como chegar aos locais.

Preparação do ambiente: Primeiramente o professor deve montar na sala de aula uma mini cidade que pode ser feita com fita no chão delimitando os espaços e papel fixado com fita adesiva indicando os locais que serão utilizados durante a dinâmica, com um corredor principal, e alguns laterais se o ambiente utilizado para a dinâmica permitir e estabelecimentos a esquerda e direita, como mercadinho, farmácia, mercearia, restaurante, casas residenciais, correios, hospital e/o alguns outros estabelecimentos que o professor achar pertinente e que possam ser relacionados com o ambiente em que a criança vive e tem contato.

Mediando a atividade: O professor deve montar um roteiro no qual os alunos seguem indicações para chegar aos locais que o professor descreveu como, por exemplo, o terceiro estabelecimento à sua direita partindo de algum ponto específico na cidade. Em seguida, o professor pode pedir que os alunos forneçam uns aos outros indicações de como chegar em locais de sua escolha fazendo-os andar pela cidade. Por fim, o professor pode trabalhar a ideia de distância com os alunos questionando locais que ficam mais perto ou mais distantes uns dos outros, ou se andamos mais para chegar em um lugar ou outro e tentar fazê-los perceber que as instruções dependem do referencial, pedindo para dois alunos que estão em posições opostas deem instruções para chegar a um mesmo lugar e percebam que as noções de direita esquerda, a frente e atrás dependem de quem fala.

Atividade 2: Comparando e ordenando

Essa atividade favorece o trabalho com a ideia de ordenação – quem está à frente, atrás, qual colocação na fila –, a ideia de comparação de medidas e as estratégias que os alunos utilizam para essa comparação.

Preparação do ambiente: O professor, com barbante em mãos, deve cortá-los pedaços com diferentes comprimentos de forma a cada aluno ter um barbante com uma medida de comprimento distinto. A sala deve ser organizada para que tenha um corredor livre no qual os alunos possam se mover e perfilar-se.

Mediando a atividade: Cada aluno ganha um barbante e tem a missão de organizar-se de acordo com a medida do barbante que recebeu, em ordem crescente ou decrescente, sem que sejam dadas instruções de como comparar os barbantes, para que eles desenvolvam suas próprias estratégias. Em seguida, ao estarem todos em ordem, o professor pode perguntar a respeito da ordem em que se encontram, como quem é o 3º ou 7º da fila, quem está atrás ou à frente de quem, fazendo-os perceber que os conceitos de à frente e atrás depende do referencial que se toma, diferentemente da ordenação.

Atividade 3: Estimando

A ideia dessa atividade é mostrar aos alunos que a percepção de tamanho e capacidade pode ser alterada pela nossa distância dos objetos e que às vezes um objeto que é mais largo que outro pode não ter uma maior capacidade, contrariamente ao que a intuição pode indicar.

Preparação do ambiente: Em um ambiente aberto, que pode ser um pátio ou a sala de aula com bastante espaço no meio, o professor faz uma marcação com fita no chão em um canto do ambiente e os alunos devem permanecer atrás dessa fita. O professor deve levar para a sala de aula objetos de medidas e formas variadas, como cubos, paralelepípedos, outros objetos com faces quadradas e retangulares, além de objetos que tenham faces circulares e elípticas. O professor pode também levar para essa dinâmica recipientes com formatos e tamanhos diversos que possam ser preenchidos com líquido, que pode ser colorido para que a criança veja bem a quantidade dentro de cada recipiente, e que os alunos possam comparar a quantidade de líquido que permitem comportar e fazer estimativas.

Mediando a atividade: Inicialmente o professor coloca objetos no chão da sala a diferentes distâncias dos alunos e questiona qual dos objetos é maior, observando de onde os alunos se encontram no canto do espaço atrás da linha, e após as respostas o professor incita os alunos a chegarem perto e verificarem por si mesmos qual é o maior/menor objeto e se a sua percepção inicial estava correta, fazendo-os verificar que a distância na qual os objetos se encontram interfere na percepção que temos das características do objeto. Em seguida, o professor pode fazer trocas de líquido de um recipiente para outro questionando em qual deles cabe mais líquido ou em qual tem mais líquido, fazendo-os estimar a capacidade dos recipientes e o volume de líquido dentro de cada um, fazendo os alunos perceberem que a capacidade dos objetos depende não somente de sua altura e largura separadamente, mas da relação entre suas dimensões.

Entendemos que as atividades aqui propostas trabalham conceitos diversos e que são importantes na construção de conhecimentos geométricos espaciais e outros conhecimentos dentro da matemática e que são úteis na percepção de mundo da criança e que este possa se relacionar com seu entorno de forma plena.

Considerações finais

O estudo de noções geométricas no ensino infantil se pauta, inicialmente, nas percepções da criança do seu entorno, momento no qual o professor intervém e, levando em consideração os conhecimentos prévios do aluno e suas vivências, amplia o leque de conhecimento do aluno introduzindo ideias e concepções novas que podem utilizar no seu dia a dia, como a ideia de distância, movimento, decomposição de objetos que o aluno conhece ou vê em objetos menores com o qual o aluno consiga observar suas propriedades e construir suas estratégias para medir e comparar objetos.

Ressaltamos a importância da educação infantil na vida da criança, pois dentro desta fase de aprendizagem a mesma consegue aprender, por meio de atividades lúdicas, a dar significado à sua percepção de mundo e aprender coisas novas de forma gradual e estruturada. Uma atividade *simples* que trabalha conceitos básicos pode modificar a forma com que a criança percebe a sua realidade e interage com ela, uma vez que os conceitos ensinados devem partir de situações do cotidiano do aluno, que façam sentido para ele. Assim, o professor consegue explorar não só conceitos matemáticos que, na educação infantil, se enquadra no quinto campo de experiência – espaços, tempos, quantidades, relações e transformações – como pode também observar o movimento que a criança fará com seu corpo, conseguindo fazer uma avaliação mais completa no que se refere a percepção de espaço e do seu próprio corpo. Essa avaliação da criança precisa ser diária, pois o processo de desenvolvimento corporal e cognitivo é gradativo e é necessário sempre retomar os conceitos para que ela possa construir novos a partir desses.

As atividades que aqui propomos, pensadas para a pesquisa de mestrado em desenvolvimento de uma das autoras deste texto, denominadas Movimento e direção, Comparando e ordenando e Estimando, foram pensadas de acordo com o que pesquisas indicam que as crianças de 4 a 5 anos compreendem do mundo ao seu redor o que os documentos oficiais propõem para esta fase da fase de escolaridade.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

Referências

Arce, A. Interações ou brincadeiras: afinal, o que é mais importante na Educação Infantil? E o ensino como fica? In: ARCE, Alessandra (org.) Interações e brincadeiras na Educação Infantil. Campinas, SP: Editora Alínea, 2013.

Brasil. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais : matemática / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1997. 142p. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf. Acesso em: 28 jun. 2022.

Brasil. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, DF: MEC, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 23 jun. 2022.

Lorenzato, S. Educação Infantil e percepção matemática. Campinas, SP: Autores Associados, 2006

Lima, P. F.; Carvalho, J. B. P. F. de. Geometria. In: Carvalho, J. B. P. F. de. (Org.). Matemática: Ensino Fundamental(Série Explorando o ensino). Brasília: Ministério da Educação: Secretaria da Educação. Básica,2010, v. 17, p. 135-166.

Vigostski, L. S. A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores. 6. Ed. São Paulo: Martins Fontes, 1998.

Dos conceitos cotidianos à linguagem geométrica, o que é o MTSK que é colocado em jogo para seu ensino?

From everyday concepts to geometric language, what is the MTSK that is put into play for its teaching?

De los conceptos cotidianos al lenguaje geométrico ¿cuál es el MTSK que se pone en juego para su enseñanza?

Esther Esparza Rodríguez
Escuela Nomal Rural "Gral. Matías Ramos Santos"

Eugenio Lizarde Flores
Escuela Nomal Rural "Gral. Matías Ramos Santos"

Ana María Reyes Camacho
Escuela Nomal Rural "Gral. Matías Ramos Santos"

Modalidad: Comunicación
Núcleo Temático: Procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en las diferentes modalidades y niveles educativos.

Resumen

Uno de los sujetos protagónicos de la Educación Matemática es el profesor, como un profesional que emplea tipos de conocimiento matemático en la configuración de la enseñanza, gestionando experiencias matemáticas que potencialicen el aprendizaje de sus alumnos. Tomando como referente metodológico la idea de “experimentos de enseñanza” se planificaron y analizaron 4 sesiones de clase, en las que el objeto de enseñanza pertenece al campo de la Geometría, con alumnos de 6° grado de Educación Primaria; se expone el análisis desde el MTSK, para entender la articulación del conocimiento especializado que el profesor de matemáticas pone en juego al propiciar procesos de construcción de conceptos básicos y uso de vocabulario geométrico, en la descripción de Prismas y Pirámides por parte de sus alumnos. El profesor coordina los tipos de conocimiento que se integran en los subdominios del KoT, KMT y KFLM, y el uso que hace de ellos se refleja en la incidencia que los procesos de construcción de conceptos básicos tienen en el desarrollo del vocabulario geométrico de los alumnos.

Palabras clave: Matemáticas, Geometría, Vocabulario, Enseñanza, MTSK.

Abstract

One of the main subjects of Mathematics Education is the teacher, as a professional who uses types of mathematical knowledge, applied in the configuration of teaching, managing mathematical experiences that enhance the learning of their students. Taking as a methodological reference the idea of "teaching experiments", 4 class sessions were planned and analyzed,, in which the teaching object belongs to Geometry, in Primary Education with sixth grade students; the analysis from the MTSK is exposed, to understand the articulation of specialized knowledge that the mathematics teacher puts into play when promoting processes of construction of basic concepts, as well as the use of geometric vocabulary of their students in the description of Prisms and Pyramids. The teacher coordinates the types of knowledge that are integrated into the subdomains of the KoT, KMT and KFLM, and the use they make of them is reflected in the impact that the processes of construction of basic concepts have on the development of geometric vocabulary of the students.

Keywords: Mathematics, Geometry, Vocabulary, Teaching, MTSK.

Introducción

Para quienes nos dedicamos a la enseñanza es innegable que en el aprendizaje de las matemáticas y en la enseñanza de la geometría, el lenguaje utilizado cobra especial relevancia. El “lenguaje” geométrico tiene su origen en nuestra necesidad de describir el mundo de las formas, de los cuerpos perceptibles que nos rodean, su tamaño y posición en el espacio; al nombrarlo se objetiva, pero a la vez se convierte en la manifestación del nivel de abstracción que se ha alcanzado.

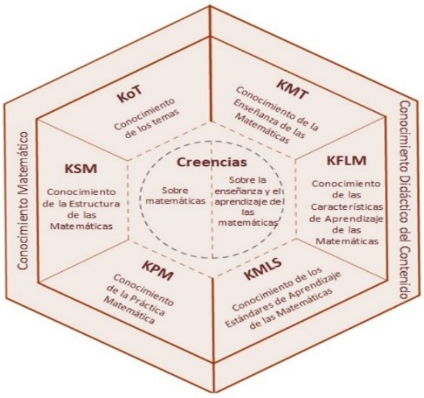
Ahora bien, superada la primera fase de clasificación de las formas, de identificación de las propiedades de las clases de objetos y la creación de un lenguaje que permita su descripción de manera precisa, la actividad geométrica se ocupa de estructurar el mundo de entidades geométricas creadas y de deducir las consecuencias lógicas que se derivan de los convenios establecidos, es decir, se concreta el tránsito de la personalización hacia la despersonalización, del lenguaje cotidiano al lenguaje convencional.

Si bien, el conocimiento del espacio físico puede ser intuitivo, el conocimiento geométrico requiere de escenarios formales y es justo en esta dialéctica que el papel del maestro resulta relevante, en tal sentido nos podríamos preguntar ¿de qué manera el conocimiento especializado del profesor, desde el diseño de tareas matemáticas, contribuye a que los alumnos transiten del lenguaje cotidiano al lenguaje geométrico convencional?

El conocimiento especializado del profesor y su incidencia en el tránsito del lenguaje cotidiano al lenguaje geométrico convencional

A partir de la recuperación de las ideas centrales de Shulman (1986), en particular la categoría de Conocimiento didáctico del contenido y el refinamiento del modelo MKT por parte del grupo SIDM, en Muñoz-Catalán y otros (2015) encontramos propuesto el modelo MTSK (Mathematics Theacher´s Specialized Knowledge).

Figura 1.



Modelo MTSK (Carrillo, Escudero y Flores, 2018)

El MTSK, es un modelo que profundiza en el conocimiento del profesor que enseña Matemáticas. Los investigadores del grupo SIDM Carrillo, Escudero y Flores (2018) lo definen como:

> […] es un modelo analítico de tipo descriptivo, adecuado para elaborar una interpretación del conocimiento especializado del profesor de matemáticas desde un punto de vista integral, que tome en cuenta las distintas naturalezas, tanto del domino matemático, como del dominio de la didáctica del conocimiento matemático. (pág. 1)

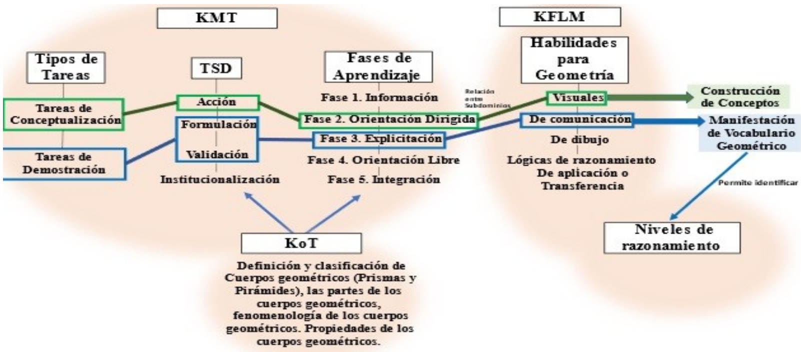
Son dos dominios los que estructuran el MTSK (Figura 1): el Dominio Matemático y el Conocimiento Didáctico de las Matemáticas. Cada uno se estructura por 3 subdominios. En el dominio matemático (MK) tenemos: **Conocimiento de los Temas (KoT)**: "*...aspectos fenomenológicos, significados, definiciones, y ejemplos que caractericen aspectos del tema abordado, además de referirse al contenido disciplinar de las matemáticas que figura en manuales y textos matemáticos."* (Carrillo, 2014, pág.117) Categorías: Fenomenología, Propiedades y sus Fundamentos, Registros de representación, Definiciones y Procedimientos. En las clases analizadas en este texto, se consideran los conocimientos que tiene el profesor sobre los cuerpos geométricos (prismas y pirámides), las partes que los conforman y algunas de sus propiedades. **Conocimiento de la Estructura Matemática (KSM):** "*...sistema integrado de conexiones que permita al profesor comprender y desarrollar conceptos* *avanzados desde una perspectiva elemental y conceptos elementales mediante una visión avanzada"* (Carrillo, 2014, pág. 117). **Conocimiento de la Práctica Matemática (KPM)**: "*Incluye el conocimiento de las formas de conocer, crear o producir en matemáticas, conocimiento de aspectos de la comunicación matemática, del razonamiento y la prueba. Saber, por ejemplo, qué es definir y cómo usar definiciones*" (Carrillo, p. 117, 2014) es la forma como la Matemática valida y demuestra las nociones que estudia.

Los subdominios del Conocimiento didáctico del contenido (PKC) son: **Conocimiento de la enseñanza de las Matemáticas (KMT):** consiste en las "Teorías de enseñanza". "*Incluye conocer varias estrategias que permiten al profesor fomentar un desarrollo de las capacidades matemáticas procedimentales o conceptuales…*" (Carrillo, 2014) Categorías: Teorías de enseñanza, Recursos materiales y virtuales y, Estrategias, Tareas y Ejemplos. El análisis de esta comunicación considera este subdominio como lente teórico para identificar el conocimiento del profesor sobre las teorías de enseñanza. En las sesiones de clase que se presentan, se reconocen: Teoría de las Situaciones Didácticas propuesta por Brousseau (1986) y las Fases de Aprendizaje de Van Hiele (1986, en Gutiérrez, 1990); complementario a ello, también recuperamos los tipos de tareas que pueden ser pertinentes en la enseñanza de la geometría (García Peña y López Escudero, 2008). **Conocimiento de las Características de Aprendizaje de las Matemáticas (KFLM):** "*Teorías sobre el aprendizaje", "conocimiento de las características del proceso de comprensión de los estudiantes, sobre los distintos contenidos, del lenguaje asociado a cada concepto, así como de errores, dificultades y obstáculos posibles.* (Carrillo, pág. 117, 2014). Categorías: Conocimiento sobre las formas de aprendizaje, Conocimiento de fortalezas y dificultades asociadas al aprendizaje, Conocimiento de las formas de interacción. El KFLM, permite identificar en las sesiones de clase, el conocimiento del profesor sobre las formas de aprendizaje que caracterizan a los alumnos cuando aprenden geometría: Niveles de razonamiento geométrico de Van Hiele y Habilidades que se desarrollan (García y López, 2008).

El objetivo de este trabajo es reconocer la articulación que el profesor hace de los diferentes tipos de conocimiento especializado, relacionado con la enseñanza de geometria, para gestionar en sus alumnos la adquisición de vocabulario geométrico, al describir prismas y pirámides. En la figura 2, están las relaciones entre los elementos de los referentes teóricos que subyacen en el diseño y aplicación de las clases:

Figura 2.

Relaciones establecidas entre diferentes conocimientos del profesor.



Los rectángulos y segmentos verdes indican los elementos de cada teoría que permiten la **construcción de conceptos**. Las Tareas de Conceptualización se abordan en la Fase de Acción, a través de actividades de la Fase de Orientación Dirigida y son la base para propiciar las experiencias adecuadas para el aprendizaje; se destaca la relación entre las Tareas de Demostración, que se integran en las fases de Formulación y Validación propiciando la fase de Explicitación (evidencia de KMT). Desde el KFLM se reconocen las Habilidades Visuales de los alumnos; se aprecian los preceptos teóricos en los que se involucran las habilidades de comunicación entre ellos y **manifiestan vocabulario geométrico** (representados por los rectángulos y segmentos azules). Además se reconoce cómo a partir del lenguaje que manejan se determina su Nivel de Razonamiento.

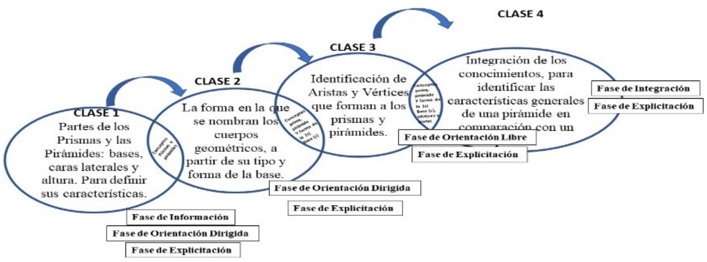
Metodología: Estructura de las clases

En la conformación de las clases consideramos la idea de “experimentos de enseñanza” (Steffe y Thompson, 2000), bajo la consideración de que un experimento de enseñanza implica una secuencia de episodios de enseñanza. Un episodio de enseñanza incluye un agente de enseñanza, uno o más estudiantes, un testigo de los episodios de enseñanza y un método de registrar lo que sucede durante el episodio. Adicional a ello, los experimentos de enseñanza como una aproximación metodológica en la investigación en educación matemática reúnen tres características (Stylianides, 2013, pág. 334): a) La investigación es conducida en clases reales; b) La investigación está dirigida a problemas de aprendizaje de los estudiantes y a cómo la enseñanza puede apoyar este aprendizaje; c) Los resultados permiten desarrollar soluciones basadas en la teoría, testadas empíricamente para solventar los problemas de aprendizaje de los estudiantes.

El contenido desarrollado: “*Definición y distinción entre Primas y Pirámides; su clasificación y la ubicación de sus alturas*” (SEP, 2014, pág. 86) es parte del currículo de matemáticas para Educación Primaria en 6° grado, Bloque II del libro de Desafíos Matemáticos. Se realizaron 4 sesiones de clase. En su estructura interna (cada sesión) se consideraron las fases de la Teoría de las Situaciones Didácticas y la organización de la secuencia de las clases (articulación entre sesiones) fue determinada por las fases de aprendizaje de Van Hiele. En la figura 3, se observa dicha organización, los conceptos geométricos tratados en ésta y la identificación de las fases de aprendizaje en cada una de ellas.

Figura 3.

Estructura de las clases: Cuerpos Geométricos.



Análisis del proceso de construcción de conceptos básicos: clase 3

El análisis reconoce el conocimiento especializado del profesor que enseña geometría y la forma en que lo usa para propiciar un proceso de construcción de conceptos básicos, necesarios para la descripción de cuerpos geométricos y para favorecer la adquisición de vocabulario geométrico en los momentos de formulación y validación en la clase. Aunque estos procesos se desarrollan en las 4 sesiones, para fines de esta comunicación sólo se analiza la clase 3. Al recuperar, desde el currículo, el contenido objeto de estudio, el professor manifiesta conocimiento en el subdominio KMLS (conocimiento de los estándares curriculares), además de KoT, puesto que sabe que los prismas y pirámides son cuerpos geométricos de tres dimensiones, que tienen bases, caras laterales y, al conocer sus definiciones, determina que es necesario enseñar a los alumnos el concepto de cada una de estas partes, para que logren reconocer la distinción entre ellas, las clasifiquen y ubiquen su altura.

El KoT le posibilita identificar las tareas adecuadas para llevar a los alumnos a conceptualizar las partes de estos cuerpos; como parte de su KMT, reconoce que las Tareas de Conceptualización (García y López, 2008) se consideran coherentes a lo que se quiere enseñar.

Considerando que los estudiantes en las dos clases anteriores han construido los conceptos de prisma y pirámide, así como el lenguaje asociado a ello, en la clase 3 se recuperan y se ponen en acción para reproducir cuerpos geométricos con palillos y plastilina y, de esta manera, construir los conceptos de vértices y aristas, como unas de las partes que los conforman. Las tareas de conceptualización, se plantearon en la fase de Acción de la clase. El profesor pregunta para iniciar con el proceso de construcción de conceptos, lo cual les permite identificar las partes de los cuerpos geométricos, como los vértices y aristas:

Figura 4.

Construcción de conceptos.

Toma el prisma Cuadrangular de tu kit de Cuerpos geométricos y contesta lo siguiente:

1.¿Cuántas bases tiene el prisma cuadrangular?____ ¿Qué forma tienen las bases?________
2.¿Cuántas esquinas tiene el prisma cuadrangular?_______________________________
3.¿Cuántas líneas tiene el prisma cuadrangular?________________________________

Es posible analizar la articulación que el profesor hace de su conocimiento especializado (KMT y KoT) en la formulación de estas preguntas. En la pregunta 1, están los conceptos de "base" y "prisma cuadrangular", que son la clave para continuar con el desarrollo de otros (Relación que se presentó en la figura 3) y para identificar sus partes (vértices y aristas) lo que les permita transferirlos posteriormente a los demás cuerpos geométricos. Desde el KoT, el profesor sabe que un vértice es donde coinciden tres o más puntos de un cuerpo geométrico y, desde el KFLM a partir del conocimiento de los niveles de razonamiento, sabe que los alumnos en sus descripciones reconocen a este vértice como "esquina". Por consiguiente, en la pregunta 2, apela a la habilidad de visualización de los alumnos (KFLM) y utiliza la palabra "esquina" para referirse implícitamente al vértice (nombre que luego se hará explícito). Se prosigue con la tarea de conceptualización:

Figura 5.

Conceptualización

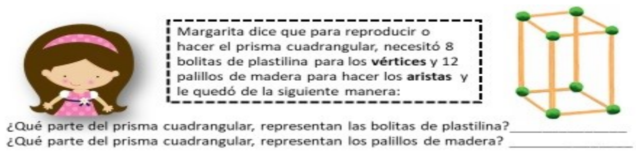
ACTIVIDAD: Con uso de la plastilina y los palillos, vas a reproducir cada uno de los prismas y pirámides que observas en tu Kit de cuerpos geométricos, pero antes de ello contesta las preguntas y la tabla:

¿Qué vas a utilizar para la estructura de las líneas de los cuerpos geométricos?___________
¿Para qué vas a utilizar la plastilina?____

Esta tarea permite a los alumnos ubicar el vértice y arista del prisma cuadrangular, de manera perceptiva, denominándolas "esquinas" y "líneas", ello se considera como el primer paso que propicia el profesor en el proceso de construcción de conceptos. La siguiente tarea tiene la intención de que los alumnos pasen de reconocer esas partes de manera intuitiva y desde un cuerpo geométrico que tiene caras, a otra forma de representación con uso de palillos de madera y bolitas de plastilina (KMT-Recursos Materiales o virtuales), para identificar/resaltar los vértices y los aristas (KoT), para esto los alumnos siguen trabajando la habilidad de visualización, lo que se potencializa cuando el profesor plantea las preguntas: *¿qué vas a utilizar para la estructura de las líneas de los cuerpos geométricos? Y ¿para qué vas a utilizar la plastilina*? A continuación, desde el diseño mismo de la clase se plantea la siguiente reflexión:

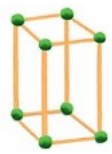
Figura 6.

Nombres convencionales.



El proceso inductivo, guiado por el profesor, al extender el lenguaje cotidiano y vincularlo con el lenguaje convencional, apoyándose para ello en una institucionalización indirecta (la afirmación de un personaje que genera empatía con la edad y las características de los alumnos) les permite hacer el tránsito entre “esquinas” (las bolitas de plastilina) y “líneas” (los palillos de madera), para darles un nombre convencional (vértice y arista respectivamente).El profesor manifiesta un conocimiento propio del KFLM, debido a que gestiona el aprendizaje a través de las habilidades Lógicas de Razonamiento de los alumnos. El siguiente fragmento de registro evidencia el conocimiento especializado del profesor para apoyarles en el tránsito del lenguaje cotidiano al lenguaje convencional:

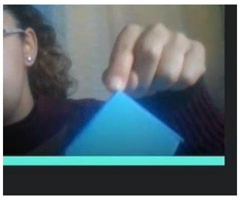
Natalia: “Margarita dice que para reproducir o hacer el prisma cuadrangular necesitó 8 bolitas de plastilina para los vértices y 12 palillos de madera para hacer los aristas y le quedó de la siguiente manera:”



Ma: Y allí está el dibujo, ¿verdad? Ok, necesitó 8 bolitas de plastilina para los vértices, entonces ¿Qué son los vertices niños?

Natalia: Los… las bolitas de plastilina, las que unen…

Ma: Ok y las bolitas de plastilina en donde las van a poner, ¿para las líneas? O ¿para las esquinas?



Natalia: para las esquinas,

Juan de Dios: para las esquinas

Ma: en el prisma hay esquinas, ¿si o no? ¿éste se parece a una esquina? ¿si o no?

Romina: si

Ma: Ok si se parece a una esquina o picos, pero ¿Cómo se llaman niños?

Romina: Vértices

Camila: Vértices

Valeria: se llaman vértices

Ma: vértices, muy bien… y cómo aquí decía que tenía 4 esquinas arriba y 4 esquinas abajo ¿Cuántas bolitas de plastilina va a tener este primas?

Magaly: 8

Ma: muy bien… entonces ¿quiere decir que tiene 8 vértices?

As: si

El profesor aprovecha la Habilidad de Razonamiento que tiene los alumnos, así como de Visualización (KFLM), para gestionar la representación de las esquinas con las bolitas de plastilina, parte clave para propiciar el nombre formal es cuando les dice: *"Ok si se parece a una esquina o picos, pero ¿Cómo se llaman niños?"*. Esta frase es valiosa en la clase, porque el conocimiento que tiene el profesor del nivel de razonamiento de los alumnos (KFLM) le permite saber que, para referirse a los vértices, los alumnos han manifestado el término "esquina" y "picos", al reconocer las partes de un cuerpo geométrico, por lo tanto busca llevarles al conocimiento convencional de sus nombres. En términos de la gestión didáctica de la clase haya sido más conveniente generar una devolución (Brousseau, 2007), de tal manera que en lugar de la pregunta ***Ma:*** *muy bien… entonces ¿quiere decir que tiene 8 vértices?*, se les devuelva la responsabilidad a los alumnos y puedan conectar la serie de razonamientos que van haciendo, a través de la pregunta *Ma: entonces ¿cuántos vértices tiene este prisma cuadrangular?*; es decir, el KMT del profesor se concreta en el aula a partir de las decisiones que ante la inmediatez toma, convirtiéndose así en conocimiento en acto y en un estilo particular de hacer docencia. Después de construido el lenguaje convencional, su puesta en acto manifiesta su comprensión y objetivación para devenir en un conocimiento interiorizado por los alumnos, en tal sentido el siguiente fragmento de registro manifiesta el proceso seguido por el profesor para lograrlo:

Ma: Ok aquí está el prisma pentagonal de su compañero Pablo, a ver Pablo explícanos ¿cómo lo fuiste formando?

Pablo: primero hice la base de abajo…

Ma: ¿Cuántas aristas usaste para las bases?

Pablo: para hacer la base de abajo, ocupé 5.

Ma: muy bien, y ¿Cuántos vértices?

Pablo: de vértices utilicé lo mismo.

Ma: ¡ah muy bien!, y luego qué… continua ¿Qué más hiciste?

Pablo: Los palillos que nos envió con esos, hice lo de arriba, esas son las caras laterales… y formé lo de arriba con otros cinco palillos y cinco bolitas de plastilina, la otra base de arriba.

Ma: muy bien Pablo, excelente, ¿están de acuerdo con su compañero?, ahora Pablo dime, ¿Cuántos vértices en total tiene ese prisma pentagonal?

Pablo: 10

Ma: Muy bien y ¿Cuántas aristas?

Pablo: de aristas ocupé… 10 chicas y 5 grandes.

Ma: ajá, entonces en total ¿Cuántos son?

Pablo: son 15 aristas.

Otro momento importante de la objetivación del lenguaje geométrico y su interiorización por parte de los alumnos lo apreciamos en la construcción de definiciones; en el primer ejemplo se construye la definición de pirámide, con la guía del profesor

Ma: ¿Qué es una pirámide? A ver díganme

Magaly: es una pirámide que tiene una base

Ma: ah, pónganle es ¿una pirámide? O ¿es una que…?

Magaly: es una figura…

Ma: ah, Ok, es una figura… que tiene una base. Es una figura que.. ¿Qué niños?

Magaly: que tiene una base

Valeria: termina en un vértice

Ma: Muy bien vamos por partes… es una figura que tiene una base

Aos: que termina en un vértice

Ma: ¿Cómo se le llamaba a este vértice? ¿Vértice qué?

Margarita: Vértice superior

Se puede apreciar que, para definir pirámide, la nombran como una "*figura*", y no "*se parece a…"* en esta parte se identifica que el profesor no le es fiel a su KoT, ya que cuando los alumnos nombran al cuerpo geométrico como *figura*, no cuestiona para aclarar que se trata de un cuerpo. Así mismo, pueden definir la altura utilizando el conocimiento de las partes de la pirámide:

Ma: Su altura ¿de dónde a dónde irá su altura?

Magaly: de una base hacia el vértice.

Ma: eso. ¿Del centro de una base, de una orilla, de dónde?

Camila: del medio.

Ma: Muy bien…

Rooney: ¿Cómo le pongo?

Ma: Del centro de la base hacia el…

Camila: Vértice

Margarita: Vértice superior.

Ma: Bien pónganle pues, su altura va del centro de la base, al vértice superior. Y, otra cosa ¿aquí qué pueden ir observando?

Camila: sus caras laterales tienen forma de triángulo.

Conclusión

El tipo de enseñanza que ofrece el profesor de matemáticas se determina por el conocimiento que emplea y, el MTSK, como herramienta de análisis, permite distinguir ese conocimiento especializado. Identificarlo en la práctica del profesor posibilita reconocer la manera en la que lo moviliza y articula para propiciar y gestionar procesos de construcción de conceptos básicos y uso de vocabulario geométrico en cualquier contenido de la educación primaria, desde la planificación de las clases y en el desarrollo de éstas.

En general, podemos concluir que el proceso de construcción de conceptos influye en la expresión de vocabulario por parte de los alumnos para realizar descripciones de los cuerpos geométricos y la vez da cuenta de la pertinencia de las tareas de conceptualización en la fase de Acción. El efecto que tiene un proceso sobre el otro permite al profesor entender la manera en la que se perciben y comprenden por los alumnos para orientarlos adecuadamente en la fase de Validación e institucionalización. El profesor evalúa las respuestas de los alumnos a partir del KoT que tiene sobre los cuerpos geométricos y ello le permite tomar decisiones sobre la gestión de su clase para contribuir a que sean los alumnos quienes acepten la devolución de la responsabilidad de su aprendizaje y a la vez interioricen el lenguaje específico del tema geométrico al usarlo en la construcción de sus propias definiciones.

Referencias

Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la Teoría de las Siuacciones Didácticas.* Buenos Aires: Libros del Zorzal.

Carrillo, J. (2014) El conocimiento de los estudiantes para maestro (TEDS-M España) desde la perspectiva de su especialización. Investigación en educación matemática XVIII, 115 - 123

Carrillo, J., Escudero, D. I., & Flores, E. (2018). El uso del MTSK en la formación inicial del profesores de matemáticas de primaria. *For-Mate. Revista de análisis matemático y didáctico para profesores*, 16-26.

García Peña, S., & López Escudero, O. L. (2015). *La enseñanza de la geometría.* México: INEE.

Gutiérrez, J. (1990). Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la Geometría: el modelo de Van Hiele. En S. y. Llinares, *Teoría y práctica en educación Matemática* (págs. 295-384). España: Alfar.

Muñoz-Catalán , M. C., Contreras, L. C., Carrillo, J., Rojas, N., Montes, M. Á., & Climent, N. (2015). Conocimiento especializado del profesor de Matemáticas (MTSK): un modelo analitico para el estudio del conocimiento del profesor de matemáticas. *LA GACETA DE LA RSME*, 1801-1817.

SEP. (2014). *Desafíos matemáticos. Libro para el mestro. Sexto grado.* México: Autor.

Shulman, L. (1986). Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. *Educational Researcher, Vol. 15, No. 2*, 4-14.

Steffe, L., & Thompson, P. (2000). Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements. En R. L. (Eds.), *Research design in mathematics and science education* (págs. 267-307). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Stylianides, A. &. (2013). Seeking research-grounded solutions to problems of practice: classroom-based interventions in mathematics education. *ZDM. Mathematics Education, 45(3)*, 333-341

Estudo de revisão sobre expressões numéricas em textos acadêmicos - abordagens teóricas

Review study on numerical expressions in academic papers - theoretical approaches

Estudio de revisión sobre las expresiones numéricas en los textos académicos - enfoques teóricos

Rita de Cássia de Souza Soares Ramos[760]
Universidade Federal de Pelotas
Id orcid 0000-0002-7842-4300

João Alberto da Silva[761]
Universidade Federal do Rio Grande
Id orcid 0000-0002-5259-7748

Modalidade: Comunicação Oral
Núcleo Temático: Processos de ensino e aprendizagem da Matemática em diferentes modalidades e níveis educacionais

Resumo

Expressões numéricas são trabalhadas, em termos gerais, como técnicas e regras que devem ser seguidas para chegar a um resultado e, se possível, aplicadas em problemas padrão. A problematização dos sentidos das regras de prevalência e do uso dos sinais de associação, da hierarquia das quatro operações, bem como propostas de trabalho a partir de situações compõem o tema central deste texto. Foi realizado um levantamento, em cinco fases, no período de 2000 a 2020, em repositórios e portais de textos acadêmicos, com o objetivo de analisar como textos acadêmicos brasileiros retratam as expressões numéricas, mediante pesquisa bibliográfica, para organizar um panorama sobre a pesquisa e disseminação textual de expressões numéricas. Trata-se aqui de textos teóricos sobre expressões numéricas, cujo tratamento resultou em três categorias: hierarquia das quatro operações, estudos em livros didáticos e propostas de situações de expressões numéricas. Os trabalhos teóricos sobre expressões numéricas apresentam um ensino mecanizado, e com ausência de justificativas matemáticas. Sugerem que se organizem situações que discutam os significados das propriedades aritméticas, da hierarquia das operações, das regras de prevalência e do uso de sinais de associação. Ressalta-se a necessidade da generalização de padrões para a compreensão das regras, bem como da produção de sentido nas operações matemáticas.

Palavras-chave: estudo de revisão, expressões numéricas, Educação Matemática.

---

[760]rita.ramos@ufpel.edu.br
[761]joaosilva@furg.br

Abstract

Numerical expressions are worked out, usually, as techniques and rules that must be followed to arrive at a result and if possible applied in standard problems. The problematization of the meaning of the rules of prevalence and the use of the association signs, of the hierarchy of the four operations, as well as proposals of work from situations compose the central theme of this text. A survey was carried out, in five phases, in the period from 2000 to 2020, in repositories and portals of academic papers, with the objective of analyzing how Brazilian papers about numerical expressions, through bibliographic research, to organize a panorama about the research and textual dissemination of numerical expressions. It is about theoretical papers about numerical expressions, and the treatment resulted in three categories: hierarchy of the four operations, studies in textbooks and proposals of situations of numerical expressions. The theoretical works about numerical expressions present a mechanized teaching, and with absence of mathematical justifications. They suggest to organize situations that discuss the meanings of the arithmetic properties, the hierarchy of the operations, the rules of prevalence and the use of association signs. They emphasize the need for the generalization of patterns in order to understand the rules, as well as the production of meaning in mathematical operations.

Keywords: review study, numerical expressions, Mathematics Education.

Resumen

Las expresiones numéricas se trabajan, en términos generales, como técnicas y reglas que deben seguirse para llegar a un resultado y, si es posible, se aplican en problemas estándar. La problematización del significado de las reglas de prevalencia y del uso de los signos de asociación, de la jerarquía de las cuatro operaciones, así como propuestas de trabajo a partir de situaciones componen el tema central de este texto. Se realizó una encuesta, en cinco fases, en el período de 2000 a 2020, en repositorios y portales de textos académicos, con el objetivo de analizar cómo los textos académicos brasileños retratan las expresiones numéricas, a través de la investigación bibliográfica, para organizar un panorama sobre la investigación y la difusión textual de las expresiones numéricas. Se trata de textos teóricos sobre expresiones numéricas, cuyo tratamiento dio lugar a tres categorías: jerarquía de las cuatro operaciones, estudios en libros de texto y propuestas de situaciones de expresiones numéricas. Los trabajos teóricos sobre expresiones numéricas presentan una enseñanza mecanizada, y con ausencia de justificaciones matemáticas. Proponen organizar situaciones que discutan los significados de las propiedades aritméticas, la jerarquía de las operaciones, las reglas de prevalencia y el uso de los signos de asociación. Hacen hincapié en la necesidad de generalizar los patrones para comprender las reglas, así como en la producción de significado en las operaciones matemáticas.

Palabras clave: estudio de revisión, expresiones numéricas, Educación Matemática.

Introdução

As expressões numéricas tradicionalmente fazem parte dos conteúdos trabalhados no Ensino Fundamental, e ainda que sua obrigatoriedade não seja manifestada explicitamente na nova Base Nacional Comum Curricular (BNCC), o trabalho com diferentes linguagens e simbologias está previsto nas legislações pertinentes e nos livros didáticos com a chancela do Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD). Ottes e Fajardo (2017) destacam que embora não estejam presentes nos documentos oficiais de forma explícita, as expressões numéricas constam nas escalas de Matemática, produzidas após as avaliações, tanto pelos processos de resolução quanto pelo uso de sinais de associação.

Esse estudo de revisão tem como meta, mediante a análise de pesquisas brasileiras em Educação Matemática, compreender como as expressões numéricas circulam nos textos acadêmicos. Em específico, para este texto, aborda-se se estudos teóricos a respeito de expressões numéricas que discutem os significados dos invariantes: sinais de associação e regras de prevalência.

Metodologia

Esta é uma investigação de natureza qualitativa e caráter descritivo, que objetiva analisar como textos acadêmicos brasileiros retratam as expressões numéricas, mediante pesquisa bibliográfica, a fim de organizar um panorama sobre a pesquisa e disseminação textual de expressões numéricas. O período da busca compreende entre os 2000 e 2020. Os descritores utilizados para a busca foram: "expressão numérica", "expressões numéricas", "expressão aritmética", "expressões aritméticas".

Trata de um estudo de revisão produzido em cinco fases, a partir das seguintes buscas: 1) Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES e na Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD), no qual foi utilizada a busca a partir das ferramentas dos portais; 2) levantamento das referências presentes nos capítulos teóricos de teses e dissertações cujo objeto de estudo foram as expressões numéricas; 3) textos nos eventos ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática e SIPEM – Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, nos quais foi utilizada a ferramenta Ctrl+F ou leitura de sumário nos anais, conforme os textos apresentaram possibilidade [762], sendo realizada leitura completa nos demais; 4) artigos nos periódicos de Qualis A1 e A2 da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), de Educação Matemática [763], onde foi utilizada a busca no sumário de cada periódico, e por último, 5) portais de pesquisa de periódicos: Edubase, Scielo e Portal de Periódicos da CAPES, nos quais foi utilizada a busca automatizada.

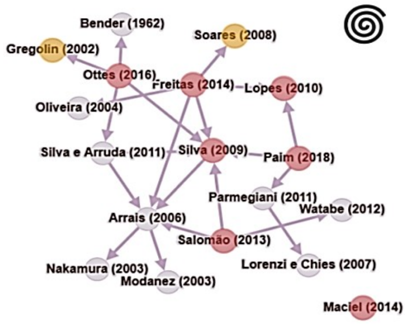
A fase 1) consistiu em duas etapas: em 1a) constituiu-se um *corpus* a partir de teses e dissertações, dos quais 22 trabalhos foram selecionados por ligarem-se ao tema e estarem inseridos na Educação Matemática. Em 1b) os 22 foram classificados conforme a ênfase dada às expressões numéricas: (i) 7 tiveram como objeto de pesquisa, especificamente, as expressões numéricas, (ii) 11 utilizaram de alguma forma em suas metodologias ou instrumentos as expressões numéricas e (iii) 4 mencionaram expressões numéricas ao falar de outros temas, como expressões algébricas, por exemplo.

A fase 2 de constituição do *corpus* foi elaborada a partir de um movimento recursivo. Identificou-se quais referências sustentaram os capítulos sobre expressões numéricas dos 7 textos acadêmicos que tinham como objeto de investigação especificamente as expressões numéricas e que foram identificados na fase 1b (i). Para tal, foram lidos os capítulos de referencial teórico e identificados os textos que foram referenciados. Nessa fase foram encontradas 41 referências que fundamentaram os trabalhos, sendo 18 textos relacionados a expressões numéricas, dentre os quais nove eram dissertações e teses já levantadas na fase 1, acrescidos de outros nove textos inéditos. Assim, essa fase 2 produziu a incorporação de mais 9 textos ao *corpus* de análise, que acrescidos às 22 dissertações e teses resultaram, até este momento da pesquisa, em 31 textos. Em um esforço de aprofundamento, foi realizado mais um movimento recursivo: o levantamento das referências presentes nestes nove textos desta fase. Nessa busca não se encontraram novas referências, mantendo-se o número total de textos em 31. A Figura 1 apresenta um esquema de rede dos 18 trabalhos selecionados na fase 2, cuja seta indica o vínculo de citação.

[762] Alguns anais estavam em papel, outros foram digitalizados como figura, de modo a não permitir ferramentas automatizadas de busca.
[763] Os periódicos da área foram selecionados a partir de Fuchs (2012), e conferidos com o *qualis* do triênio 2013 – 2016, disponível no site da CAPES em 2020 - https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/veiculoPublicacaoQualis/listaConsultaGeralPeriodicos.jsf.

Figura1.

Rede de trabalhos vinculados às pesquisas sobre expressões numéricas



Esta figura evidencia as sete dissertações e teses que tiveram por objeto de estudo as expressões numéricas. As demais referências que se vinculam são nove textos inéditos e duas dissertações/teses, destacadas em amarelo, que surgiram na fase1, mas cujo objeto de investigação não se debruçava sobre o tema das expressões numéricas. Assim, entende-se que esse corpus constitui-se como a rede de referência para teses e dissertações sobre expressões numéricas no período de 2000 a 2020.

Na fase 3 da pesquisa foram analisados os anais dos eventos ENEM[764] e SIPEM [765], resultando em sete trabalhos, compondo, assim, 38 trabalhos. Na fase 4 foram analisados 22 periódicos [766], encontrando três artigos, perfazendo uma frequência parcial com as fases anteriores de 41 trabalhos sobre expressões numéricas. A busca da fase 5 no Portal de Periódicos da CAPES resultou em 34 artigos, sendo 27 de Educação Matemática, desses, 15 abordaram expressões numéricas. Em virtude de um dos artigos já fazer parte do corpus pela fase 4, não foi contado na fase 5, a qual resultou em 14 trabalhos. Na Tabela 1 há a síntese quantitativa deste processo, que finalizou em 55 textos.

Tabela1.

---

[764] VII ENEM-Rio de Janeiro-2001, VIII ENEM-Recife-2004, IX ENEM-Belo Horizonte-2007, X ENEM-Salvador-2010, XI ENEM-Curitiba-2013, XII ENEM-São Paulo-2016, XIII ENEM-Cuiabá-2019

[765] I SIPEM-Serra Negra-2000, II SIPEM-Santos-2003, III SIPEM-Águas de Lindoia -2006, IV SIPEM-Taguatinga-2009, V SIPEM-Petrópolis-2012, VI SIPEM-Pirenópolis-2015, VII SIPEM-Foz do Iguaçu-2018

[766] Periódicos Analisados: Bolema, Educação & Sociedade – Revista de Ciência da Educação, Revista Educação e Pesquisa, Revista história da Educação, Ciência & Educação, Cadernos CEDES, Educação em Revista (UFMG), Educar em Revista, Revista Brasileira de Educação, Interface (Botucatu impresso), Zetetiké, Educação Matemática em Revista, Revista Educação Matemática Pesquisa, Contexto & Educação – Revista do Programa de Pós-Graduação em Educação nas Ciências, Reflexão e Ação, Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática, Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia – RBECT, Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática – JIEEM, Acta Scientiae - Revista de Ensino de Ciências e de Matemática, Alexandria – UFSC, Investigações em Ensino de Ciências (online), Paradigma (Maracay).

Textos por fase na constituição do corpus do estudo de revisão

Fase	Descrição	Textos
1	Teses e Dissertações	22
2	Referências de Teses e Dissertações	9
3	Eventos	7
4	Periódicos de Educação Matemática segundo Fuchs (2012)	3
5	Portais de Periódicos	14
Total		55

Estes textos foram lidos em sua totalidade e categorizados segundo o sentido atribuído às expressões numéricas, às ações referentes ao ensino ou à aprendizagem ou ainda às aproximações com outros conceitos e campos conceituais. Deste universo de 55 textos, 12 deles referiam-se a estudos teóricos a respeito de expressões numéricas que discutem os significados dos invariantes: sinais de associação e regras de prevalência. Os demais 43 textos serão discutidos em outra publicação que está em preparação. Esta categoria é composta tanto os estudos a respeito da hierarquia das quatro operações matemáticas, que sustentam as regras de prevalência nas expressões numéricas, quanto sobre revisões teóricas e análises de livros didáticos a respeito de expressões numéricas.

Hierarquia das quatro operações

A hierarquia das quatro operações é o que permite a resolução correta de uma expressão numérica, no entanto, os sentidos matemáticos que possibilitam a compreensão da prevalência de uma operação sobre a outra não são aspectos rotineiramente explorados. Dentre os estudos que desenvolvem a argumentação da necessidade da prevalência, encontram-se Bender (1962), Ottes (2016) e Ottes e Fajardo (2017).

Bender (1962) discute sobre a necessidade de prevalência em uma expressão numérica. Analisa possibilidades de resolução de uma expressão numérica, defendendo que algumas expressões não fazem sentido nos conjuntos numéricos conhecidos. Propõe três abordagens para a escrita e resolução de expressões numéricas: a primeira aborda as regras de ordem PMDAS[767], a segunda, denominada ordem consecutiva linear dirigida, é a escrita da expressão

[767] A mnemônica PMDAS – Parênteses, Multiplicação, Divisão, Adição e Subtração ou PEMDAS - Parênteses, Expoentes, Multiplicação, Divisão, Adição e Subtração leva a resultados incorretos de expressões numéricas. Gravuras escrevendo as duplas MD e AS na mesma linha indicam que tais operações devem ser realizadas na ordem em que aparecem, mas ainda assim o PMDAS como regra de prevalência é entendido como sequência linear de operações.

na ordem das operações a serem realizadas, usando parênteses, caso necessário. A partir dessas duas abordagens, e das desvantagens que elas trazem consigo, defende uma terceira, denominada de uso de parênteses: sugere o uso de colchetes e chaves, conforme conveniência, concluindo que a necessidade de comunicar ideias dá origem às expressões numéricas, e determinam a forma geral da expressão, necessitando de princípios que evitem ambiguidades, sejam claros e simples. Assim, nota-se que o trabalho de Bender (1962) foca-se em aspectos procedimentos e da linguagem matemática.

Ottes (2016) admite as expressões numéricas como transposição da linguagem natural à linguagem matemática, e discute a hierarquia das quatro operações a partir da perspectiva de Bender (1962), problematizando o sentido de número na resolução das expressões numéricas, discernindo os sentidos da multiplicação e da adição, bem como a necessidade da ordem das operações. Analisa as abordagens dadas a expressões numéricas em livros didáticos, identificando ensino de expressões numéricas como regras e algoritmos. Na dimensão curricular, as expressões numéricas, segundo Ottes (2016), não são obrigatórias nos documentos oficiais, mas sim em descritores de avaliações de larga escala. Conclui que as expressões numéricas e sua resolução são tratadas como regras em sala de aula, e que apesar de axiomas e propriedades das operações serem trabalhadas no 5º e 6º ano, não são trabalhadas posteriormente. Sugere que se trabalhe com tais propriedades para justificar as regras, em forma de atividades, para os estudantes construírem o raciocínio descobrindo a lógica que existe por trás da regra, visualizando conexões de um conteúdo a outro.

Ottes e Fajardo (2017) buscam justificar a hierarquia das quatro operações matemáticas em expressões numéricas, para isso, inicialmente fazem um panorama a respeito do estudo sobre expressões numéricas em teses e dissertações. Os autores analisam três livros didáticos, sendo um do quinto ano e dois do sexto ano, os quais abordam as expressões numéricas em seu teor, trazendo uma listagem de regras sem justificativa. Após uma caracterização histórica dos sinais das operações, Ottes e Fajardo (2017) apresentam uma dedução matemática para mostrar as regras de prevalência.

Estudos em Livros Didáticos

Os livros didáticos são uma importante ferramenta de trabalho de professores de todos os níveis de ensino, e as expressões numéricas fazem parte de sua constituição. Freitas (2014) e Mendes (2017) utilizaram uma abordagem praxeológica de Chevallard (1999) para analisar coleções de livros didáticos, a partir da base teórico-metodológica da Teoria Antropológica do Didático.

Freitas (2014) investigou a abordagem do conteúdo de expressões numéricas em livros didáticos de Matemática do 6º ano do Ensino Fundamental. Os conteúdos foram analisados em dois gêneros de organização Matemática: conceito do tema expressão numérica e estudo das expressões numéricas com as quatro operações. Freitas (2014) identificou que a introdução das expressões numéricas é realizada através de resolução de problema semelhante aos exercícios de aplicação. Afirma, também, que os autores dos livros didáticos indicam nos enunciados qual processo ou algoritmo deve ser utilizado em exercícios, e uma ampliação gradual de grau de dificuldade, e defende que as expressões numéricas nos livros didáticos devam ser trabalhadas de forma além da arte de regras, técnicas e números dentro de um ensino algorítmico, contribuindo para a compreensão e emprego das propriedades operatórias.

Mendes (2017) analisou uma coleção de livros didáticos do Ensino Fundamental a respeito de números binários, utilizando a praxeologia de Chevalard (1999). As técnicas encontradas para a conversão entre unidades de medidas foram as expressões numéricas, as quais foram utilizadas para converter as unidades da mesma grandeza, mediante a escrita na forma de múltiplos e submúltiplos.

Santos, Nascimento e Attie (2019) buscam identificar as categorias argumentativas presentes em livros didáticos do 6º e 7º ano do Ensino Fundamental, sobre expressões numéricas, entendendo-as como "uma sequência de números associados por operações" (p. 3). Para a compreensão dos processos argumentativos os autores recorreram à categorização de argumentação conforme sua finalidade: explicativa ou justificativa. Após analisar seis coleções, os autores constataram que nenhuma das obras apresentou a argumentação justificativa na apresentação do conteúdo de expressões numéricas.

Lourenço e Oliveira (2018) abordam, mediante a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, critérios de congruência em problemas de equações do primeiro grau em um material didático apostilado. Os autores destacam que as expressões numéricas são o tratamento que se dá a equações quando não há resolução de equação, mas substituição de valores numéricos em uma expressão algébrica para chegar em um resultado.

Propostas de Situações de Expressões Numéricas

As sugestões não aplicadas de propostas de situações de expressões numéricas, suas análises e possibilidades teóricas constituem essa subcategoria. Batista (2019) que sugere uma situação de compra e venda e possibilita a análise do sentido de número na expressão numérica, Lorenzi e Chies (2007) e Parmegianni (2011) defendem o uso de histórias em quadrinhos produzidas pelos estudantes para a contextualização e a compreensão das propriedades aritméticas.

Batista Junior (2019) sugere uma abordagem contextualizada ao ensino de expressões numéricas, em um curso técnico. Afirma que embora sejam apresentadas aos alunos no sexto ano do Ensino Fundamental, a dificuldade na resolução de problemas relacionados às expressões numéricas pode ser encontrada no Ensino Médio, sendo que a maior dificuldade não está nas operações, mas na ordem, que, de modo geral, é decorada pelo aluno, ao invés de compreender o mecanismo de solução. O autor explicita as regras de ordem, exemplifica com resoluções de expressões numéricas e seus possíveis erros, faz um comparativo com a área das ciências computacionais e traz uma aplicação com material manipulável para contextualizar um problema e assim expor uma situação para a aprendizagem do conteúdo.

Lorenzi e Chies (2007) defendem o uso de situações problema para o ensino de expressões numéricas em sala de aula. Para isso, assumem que expressões numéricas são uma forma de escrever matematicamente a situação, e sugerem um trabalho com história em quadrinhos para ilustrar situações nas quais os estudantes possam perceber o sentido dos números. As autoras afirmam as regras precisam fazer sentido, de nada adiantando as crianças decorá-las e resolver as expressões numéricas de forma mecânica. Partindo de situações, são desenvolvidas expressões numéricas cada vez mais complexas, chegando ao uso de sinais de associação por agrupamento de conjuntos. Finalmente, as autoras propõem uma contextualização de expressões numéricas, por meio de uma oficina didática.

Parmegiani (2011) afirma que, se organizado a partir de problemas, relacionados a situações reais ou lúdicas, ao invés da mera aplicação de técnicas como exercício mecânico, trabalhar com expressões numéricas pode ser uma atividade prazerosa, com significado. Para tal, a autora propõe jogos e histórias matemáticas, nas quais estudantes escrevem simbolicamente e resolvem expressões numéricas a partir da interpretação de diferentes situações-problema, e em seu contexto as regras de prevalência vão fazendo sentido.

Souza Neto (2014) apresenta uma dissertação em Matemática a respeito de criptografia e afirma que o estudo de problemas de criptografia pode ser motivacional para o estudo de expressões numéricas.

Considerações

As expressões numéricas surgem da necessidade de comunicar ideias, de forma clara, simples e sem ambiguidades, para isso, os sinais de associação são usados como uma convenção. A escrita de uma expressão numérica se dá pela tradução de uma situação, da língua materna para a forma simbólica; no entanto, os livros analisados pelos autores que compuseram este levantamento priorizam a apresentação da escrita simbólica procedida pela aplicação em problemas padrão. Os trabalhos estudados neste levantamento concluíram que as expressões numéricas são apresentadas nos livros didáticos como uma listagem de regras sem justificativa, priorizando a técnica. Sua introdução é realizada através de resolução de problemas semelhantes aos exercícios de aplicação, e os enunciados indicam os algoritmos a serem utilizados.

Em sala de aula, a resolução das expressões numéricas é tratada como regras, e embora propriedades das operações sejam trabalhadas no 5º e 6º ano, não são discutidas como justificativas para a ordem de prevalência. No entanto, afirmam que as expressões numéricas devam ser trabalhadas para além da arte de regras, técnicas e números em um ensino algorítmico. Deve, portanto, se organizar uma discussão que leve em conta a compreensão e o emprego das propriedades operatórias. Assim, dificuldades relacionadas às expressões numéricas se estendem no percurso acadêmico, em virtude da ordem das operações, que, de modo geral, é decorada pelo aluno, ao invés de compreender o mecanismo de solução. Embora o domínio das regras de prioridade dos sinais de associação e da ordem na realização dos cálculos, e da destreza do aluno em operar com os números sejam fatores relevantes para o êxito acadêmico, as regras precisam fazer sentido, de nada adiantando decorá-las e resolver as expressões numéricas de forma mecânica.

Partindo de situações, os textos sugerem que sejam desenvolvidas expressões numéricas cada vez mais complexas, com a generalização de situações semelhantes, chegando ao uso de sinais de associação por agrupamento de conjuntos, por exemplo. Que se justifique a hierarquia das quatro operações por meio do sentido de número, e de casos com contra exemplos da aplicação das regra, que se trabalhe com propriedades aritméticas para justificar as regras, em forma de atividades, para os estudantes construírem o raciocínio estabelecendo conexões de um conteúdo a outro.

Assim, os trabalhos teóricos sobre expressões numéricas apresentam um ensino algoritmizado, mecanizado, e sem justificativas matemáticas, e sugerem que se organizem situações que discutam os significados das propriedades aritméticas, da hierarquia das operações, das regras de prevalência e do uso de sinais de associação. Reforça-se a necessidade da generalização de padrões para a compreensão das regras, bem como da produção de sentido nas operações matemáticas.

Referências

Batista Junior, C. V. (2019) *A matemática nos períodos iniciais dos cursos técnicos e formas de abordagem*. [Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Tecnológica Federal do Paraná].

Bender, M. L. (1962). Order of operations in elementary arithmetic. *The arithmetic teacher*, 9(5), 263-267.

Ministério da Educação (MEC). (2017). *Resolução CNE/CP nº 2, de 22 de dezembro de 2017* . Institui e orienta a implantação da Base Nacional Comum Curricular. Diário Oficial República Federativa do Brasil, Brasília.

Freitas, H. S. (2014). *Expressões numéricas e suas abordagens em livros didáticos de matemática do 6º ano do ensino fundamental adotados por uma escola pública de Cuiabá-MT*. [Dissertação de Mestrado em Educação, Universidade Federal de Mato Grosso].

Fuchs, M. J. (2012). Revistas na área da educação e educação matemática: espaços para socialização-discussão-aprendizado. http://cursos.unipampa.edu.br/cursos/licenciaturaemmatematicaitaqui/files/2012/05/Mapeamento-de-Revistas-MARIELE-JOSIANE-FUCHS.1.pdf

Lorenzi, R. M. P. L.; Chies, R. P. (2007). Expressões numéricas: sugestões de histórias matemáticas para uso em sala de aula. *Revista do Professor*, 89(23), 24-28.

Lourenço, E.; Oliveira, P. (2018). Congruência semântica e equivalência referencial em problemas envolvendo equações de 1º grau. *Educação Matemática Pesquisa,* 20(1), 84-109.

Mendes, H. L. (2017). Análise praxeológica de livros didáticos de matemática: o caso dos números binários. *Educação Matemática Pesquisa*, 19(1), 423-444.

Freitas, H. S. (2014). *Expressões numéricas e suas abordagens em livros didáticos de matemática do 6º ano do ensino fundamental adotados por uma escola pública de Cuiabá-MT*. [Dissertação de Mestrado em Educação, Universidade Federal de Mato Grosso].

Ottes, A. B. (2016). *Expressão numérica: a hierarquia das quatro operações matemáticas.* [Dissertação de Mestrado em Educação Matemática e Ensino de Física, Universidade Federal de Santa Maria].

Ottes, A. B.; Fajardo, R. (2017). Um olhar sobre a hierarquia das quatro operações aritméticas nas expressões numéricas. *Educação Matemática Debate*, 1(2), 197-219.

Parmegiani, R. (2011). Contextualizando o ensino das expressões numéricas no Ensino Fundamental. *Anais do 2º Congresso Nacional de Educação Matemática* (pp. 1-9). Ijuí: Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul. http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/cnem/cnem/principal/re/PDF/RE64.pdf

Santos, M. M.; Nascimento, E. S.; Attie, J. P. (2019). Processos de argumentação em livros didáticos: expressões numéricas. *Anais do 13º Encontro Nacional de Educação Matemática* (pp. 1-15). Cuiabá.

Souza Neto, L. A.(2014). *Aritmética modular e criptografia no ensino básico*. [Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal do Maranhão].

A equação linear como pano de fundo para o estudo de sistemas de equações lineares

The linear equation as antecedent to the study of systems of linear equations

La ecuación lineal como antecedente del estudio de los sistemas de ecuaciones lineales

Xochitl Josefina García López[768]
CINVESTAV-IPN

Hugo Rogelio Mejía Velasco[769]
CINVESTAV-IPN

Modalidad: Comunicación.
Núcleo Temático: Procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en las diferentes modalidades y niveles educativos.
Nivel educativo: Educación Media Superior.

Resumen

En este documento presentamos una parte del diseño, puesta en marcha y análisis de una experiencia de enseñanza de los sistemas de ecuaciones lineales enfocada en el estudio de la ecuación lineal con dos variables como antecedente. Realizamos un estudio de casos mediante un análisis intertextual y bajo el marco teórico-metodológico de los Modelos teóricos locales, enfocado en responder a la pregunta: ¿Cómo impacta el estudio de la ecuación lineal, en diferentes sistemas matemáticos de signos, la comprensión y la competencia de los estudiantes en la resolución de Sistemas de Ecuaciones Lineales? Encontramos que el estudio de la ecuación lineal dotó a los estudiantes de elementos para mejorar su comprensión de los sistemas de ecuaciones lineales y su conjunto solución.

***Palabras clave*:** Ecuación lineal, sistemas de ecuaciones lineales, intertextualidad, Modelos teóricos locales, Nivel Medio Superior.

Abstract

In this document we present a part of the design, implementation, and analysis of a teaching experience of systems of linear equations focused on the study of the linear equation with two variables as background. We carry out a case study through an intertextual analysis and under the theoretical-methodological framework of Local Theoretical Models, focused on answering the question: How does the study of the linear equation, in different mathematical systems of signs, impact the understanding and competence of students in solving of systems of linear

[768] xgarcial@cinvestav.mx
[769] hmejia@cinvestav.mx

equations? We found that the study of the linear equation provided students with elements to improve their understanding of systems of linear equations and their solution sets.

Keywords: Linear equation, systems of linear equations, intertextuality, Local Theoretical Models, High School.

Resumo

Neste documento apresentamos uma parte do projeto, implementação e análise de uma experiência de ensino de sistemas de equações lineares focada no estudo da equação linear com duas variáveis como conhecimento prévio. Realizamos um estudo de caso através de uma análise intertextual sob o referencial teórico-metodológico de Modelos Teóricos Locais, focado em responder à pergunta: Como o estudo da equação linear, em diferentes sistemas matemáticos de sinais, impacta a compreensão e competência dos alunos na resolução dos sistemas de equações lineares? Descobrimos que o estudo da equação linear fornece aos alunos elementos para melhorar sua compreensão de sistemas de equações lineares e sua solução.

Palavras-chave: Equação linear, sistemas de equações lineares, intertextualidade, Modelos Teóricos Locais, ensino médio.

Introducción

Existen dificultades en la enseñanza y aprendizaje de conceptos y procesos relacionados con los sistemas de ecuaciones lineales (en adelante SEL). Estas problemáticas, así como algunas de sus causas se evidencian en diversos estudios desde el nivel Básico hasta el nivel Superior (DeVries & Arnon, 2004; Manzanero, 2007; Ochoviet, 2009; Parraguez & Bozt, 2012, Rojano, Filloy, & Puig, 2014; Segura de Herrero, 2004; Trigueros, Oktaç, & Manzanero, 2007).

La primera aproximación a los SEL en los programas de estudio en México se presenta durante el aprendizaje del álgebra, después del estudio de la resolución de ecuaciones de primer grado con una incógnita “como una forma de avanzar en la comprensión del concepto de igualdad, en la representación de la incógnita y en la noción de solución” (SEP, 2017). Hay una introducción a la función lineal, pero no se considera el estudio específico de la ecuación lineal con dos variables, aun cuando se hace una introducción a la representación gráfica de los SEL.

Golovina (1980) presenta tres casos en la solución de la ecuación lineal con una incógnita. Al llegar a la forma canónica $ax = b$ existe el caso en el que $a = 0$ y $b = 0$, que representa una ecuación con infinitas soluciones; el caso en que $a = 0$ y $b \neq 0$, en el que se tiene una ecuación sin soluciones; y el caso en que $a \neq 0$ en el cual se presenta una ecuación con solución única. En el nivel Medio Básico no se contemplan los dos primeros casos, dejando un vacío en la interpretación de algunos resultados de transformaciones algebraicas. De igual manera, en el nivel Medio Superior se privilegia la resolución de ecuaciones y sistemas de ecuaciones con solución única. Este hecho podría estar relacionado con dificultades para el reconocimiento y tratamiento de SEL sin solución o con infinitas soluciones; ya que muchos estudiantes no toman conciencia de estas posibilidades desde el trabajo con la ecuación lineal.

Panizza, Sadovsky, y Sessa (1999) establecen la importancia y las dificultades que entraña el reconocimiento de la infinitud de soluciones de la ecuación lineal con dos variables. Consideramos que la forma de presentar la resolución de los sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas sin el trabajo previo relacionado con la ecuación lineal con dos variables podría propiciar obstáculos en el aprendizaje de los conceptos relacionados con los SEL y su conjunto solución. Filloy, Rojano y Solares (2010) mencionan, por ejemplo, la dificultad de los estudiantes del nivel Medio Básico para representar una incógnita en términos de otra (los autores llaman a esta dificultad "el segundo nivel de representación de la incógnita). Esta problemática se evidencia, de acuerdo con los autores, durante el aprendizaje de los métodos de resolución de sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas. Es posible observarlo, en particular, en los métodos de igualación y sustitución.

Los tres métodos algebraicos de resolución que se presentan en el nivel Medio Básico – el de reducción incluido a los mencionados previamente— llevan a reducir el sistema de ecuaciones a una ecuación con una incógnita. Consideramos que este hecho obstaculiza la concepción del sistema de ecuaciones como un objeto matemático y de la solución como el conjunto de valores que valida el SEL. De acuerdo con Ochoviet (2009) los estudiantes conciben el SEL como un proceso de resolución y existe una desarticulación entre el SEL y su conjunto solución.

Las dificultades en el trabajo con diferentes sistemas de signos matemáticos para representar los sistemas de ecuaciones y el paso entre ellos se evidencian en múltiples investigaciones realizadas con estudiantes del Nivel Superior. El trabajo analítico se privilegia por muchos docentes dando menor peso a otros sistemas matemáticos de signos como los problemas de enunciado, las tablas de valores y la representación gráfica. Parraguez y Bozt señalan que, al resolver un SEL por algunos de los métodos de resolución, el estudiante puede estar aplicando un algoritmo sin un verdadero conocimiento sobre los conceptos. Con respecto a la representación gráfica se muestra cómo los estudiantes consideran que cada intersección en el plano y el especio de ejes coordenados es una solución (Alcocer, 2007).

Proponemos que algunas de las problemáticas mencionadas tienen relación con la falta de competencia de los estudiantes respecto a la ecuación lineal con dos variables. Para responder a la pregunta de investigación sobre cuál es el impacto que el trabajo de la ecuación lineal puede tener sobre la comprensión y la competencia en la resolución de SEL realizamos un análisis intertextual durante el desarrollo de una experiencia de enseñanza, a tres estudiantes del nivel Medio Superior en México. En la siguiente sección se describe el concepto de intertextualidad y la forma en la que enmarca este estudio.

Marco teórico

De acuerdo con Rojano, Filloy y Puig (2014) y para los fines de este informe, los textos no son únicamente producciones escritas sino cualquier conjunto de señales del cual una persona pueda, mediante la percepción, producir sentido. Bajo este supuesto, una composición musical, una pintura, una conversación oral, etc. son textos. La noción de texto en la enseñanza de las matemáticas debe ser tan amplia que permita considerar diferentes sistemas de signos generados mediante tecnología digital o cualquier otro medio e incluso las producciones de los estudiantes, las cuales pueden ser expresadas de manera oral, escrita o mediante lenguaje corporal.

El término *intertextualidad* fue usado por primera vez por la teórica literaria Julia Kristeva en la segunda mitad de la década de los sesenta. Kristeva señala que todo texto es absorción y transformación de otro texto (Allen, 2011). Villalobos (2003) afirma que los textos no existen por sí mismos, que no son una unidad cerrada y autosuficiente, sino que son una reacción a textos precedentes, y éstos, a su vez, a otros textos, en un *regressus ad infinitum*. Mientras que Barthes (1994) puntualiza que "un texto no está constituido por una fila de palabras, de las que se desprende un único sentido" (p. 69) y cuestiona el papel del autor afirmando que, una vez que se produce la escritura, hay una ruptura con el autor, lo que se conoce como *la muerte del Autor*; pues la voz de los textos no está en su escritura, sino en su lectura.

Un lector tiene una red de referentes que pone en juego para hacer una lectura que le permite tener una comprensión particular, única de un texto. Más allá de la posibilidad de que esa comprensión esté acorde al significado histórica o culturalmente aceptado, esos referentes interconectados del lector representan su *intertexto personal* con relación al texto. Mientras más inserta en un marco cultural se encuentre esta red, más facilidad tendrá el lector para realizar una lectura abierta y productiva en cuanto a la cercanía con el significado aceptado social y culturalmente de dicho texto.

Rojano, Filloy y Puig (2014) señalan que, en estudios realizados en la década de 1980, la interpretación de símbolos y expresiones algebraicos de estudiantes que inician el aprendizaje del álgebra se realiza con base en significados que derivan de la aritmética o del lenguaje natural; como textos que se relacionan con otros textos. Estos resultados sugieren que el acto de la lectura de textos algebraicos sumerge al lector en una red de relaciones intertextuales derivadas de su acervo de experiencias lingüísticas y matemáticas.

Consideramos que el intertexto personal de los lectores-estudiantes expresado mediante tendencias, alusiones o referencias en sus producciones permite, al menos parcialmente, observar en qué formas su intertexto facilita o dificulta la lectura adecuada de un texto. El uso de la noción de intertextualidad en este informe está enfocado en el análisis y la descripción de los procesos de producción de sentido de los estudiantes y el desarrollo de competencias en una experiencia de enseñanza de la ecuación lineal como antecedente del aprendizaje del objeto matemático SEL.

Metodología

El estudio se desarrolló bajo el marco teórico metodológico de los Modelos Teóricos Locales (MTL), los cuales permiten enfocar un objeto de estudio a partir de cuatro componentes interrelacionadas con las que se analizan los elementos involucrados en un proceso de enseñanza y aprendizaje: el conocimiento matemático, el sujeto que enseña, el sujeto que aprende y la comunicación entre estos últimos. Los MTL permiten analizar los fenómenos relativos a las cuatro componentes en un proceso de enseñanza de un contenido matemático específico y con estudiantes concretos, y se diseñan especialmente para observar estos fenómenos y sus interrelaciones. Los MTL tienen un carácter descriptivo, explicativo y predictivo (Filloy, Rojano, & Puig, 2008).

A partir de estas componentes se diseñó el modelo de Cognición, que consiste en el análisis intertextual; el Modelo de Comunicación, en el que se caracterizan los textos, los diferentes sistemas de signos matemáticos usados y las entrevistas con intervención didáctica; y el Modelo de Enseñanza que consistió en ocho actividades enfocadas en el aprendizaje de los SEL. Las actividades fueron diseñadas con base en las dificultades entorno a los SEL en estudios previos (DeVries & Arnon, 2004; Manzanero, 2007; Ochoviet, 2009; Parraguez & Bozt, 2012, Rojano, Filloy, & Puig, 2014; Segura de Herrero, 2004; Trigueros, Oktaç, & Manzanero, 2007).

La puesta en marcha se desarrolló con tres estudiantes del nivel Medio Superior de la Ciudad de México, en modalidad virtual mediante la plataforma Zoom. Los estudiantes fueron voluntarios y se seleccionaron debido a que cada uno de ellos cursaba un diferente grado en la asignatura de matemáticas. La cantidad de estudiantes se decidió con base en la metodología de los MTL ya que el análisis de la información es cualitativo. Las entrevistas fueron videograbadas con autorización de los estudiantes y sus tutores únicamente para su análisis y resguardando la identidad de los participantes. En este documento presentamos resultados de las primeras dos actividades que enfocamos en la caracterización y el estudio de la ecuación lineal. Además, mostramos algunos resultados de las actividades restantes en los que se evidencia la influencia de la incorporación de elementos relacionados con la ecuación lineal en el intertexto de los estudiantes.

La evidencia consta de diálogos identificados mediante líneas (L) numeradas, así como de imágenes digitalizadas del trabajo en papel y de capturas de pantalla de las entrevistas videograbadas. En los diálogos los estudiantes se identifican como E1, E2 y E3. Durante el desarrollo de la experiencia de aprendizaje E1 pertenecía al primer curso, E2 al segundo y E3 al tercer curso de matemáticas. E1 y E3 eran estudiantes de alto rendimiento, mientras que E2 era estudiante con bajo rendimiento en la asignatura. Esto nos dio la oportunidad de analizar los cambios en el intertexto de estudiantes con diferentes características.

Resultados

El objetivo de la primera actividad es la caracterización de la ecuación lineal. Durante el desarrollo de la actividad identificamos que el intertexto de los estudiantes les permitió ser competentes en algunas de las transformaciones algebraicas necesarias para encontrar la solución de ecuaciones de primer grado con una incógnita, lo cual consideramos derivado de un enfoque resolutivo en la enseñanza. En el desarrollo de la actividad hubo evidencia de dificultades de los estudiantes para caracterizar las ecuaciones y para dar sentido a expresiones encontradas al tratar de resolverlas algebraicamente. En los siguientes diálogos y figuras se evidencian algunas de estas problemáticas y la forma en la que se realizó la intervención. En todos los diálogos las intervenciones de la investigadora se preceden de la literal I.

En la primera sección se presenta a los estudiantes una serie de expresiones para que indiquen si consideran que se trata de una ecuación, las razones de su respuesta y la resolución en el caso de las ecuaciones. E2 considera que para que una expresión sea una ecuación debe estar igualada a cero (L1-L2). Consideramos que esta idea puede estar derivada del trabajo con alguna forma canónica de las ecuaciones, posiblemente de segundo grado, que se refleja en su intertexto.

L1 *I: El primer inciso es 3m+1=0 y la pregunta es si consideras o no que es una ecuación.*

L2 *E2: Sí es una ecuación, en definitiva. Una de las justificaciones que se pueden dar es porque está igualada a cero.*

En el caso de la expresión $x-3y=0$ el estudiante E2 tuvo dificultades para despejar una de las variables como parte del proceso de resolución que se le solicitaba (L3-L7). Esto es, el intertexto del estudiante no le permitió mostrar competencia en el trabajo con un segundo nivel de representación de la incógnita (Filloy, Rojano & Solares, 2010), como sí lo mostró en la resolución de ecuaciones lineales con una incógnita.

L3 *E2: Estoy despejando equis.*
L4 *I: Perfecto, entonces ¿equis igual a qué?*
L5 *E2: Eso es lo que estoy viendo, pero no estoy…* [se queda pensando].
L6 *I: no un valor, es decir si tú despejas de allí a equis ¿qué te queda? ¿equis igual a qué?*
L7 *E2: igual a… me quedaría igual a ye, bueno, ahorita me salió equis vale un tercio de ye, algo así…*

Por otra parte, E3 logra despejar una variable, pero el resultado le hace dudar si se trata de una ecuación (L8-L9). El intertexto de la estudiante no le permite dar sentido a la expresión $x=3y$, por lo cual no identifica la infinidad de soluciones (L10-L12).

L8 *I:* $x-3y=0$ *, ¿es o no es una ecuación?*
L9: *E3: Sí es una ecuación, pero realmente tuve como duda.*
[…]
L10 *I: Entonces, aquí te pide que resuelvas, si es posible, ¿tú qué hiciste?*
[La estudiante explica con dificultad el proceso para llegar a $x=3y$]
L11 *I: ¿Y hasta aquí llegaste?*
L12 *A: Sí.*

Antes de la intervención los estudiantes no contaban con el intertexto para dar sentido a ecuaciones con infinita cantidad de soluciones (identidades y ecuaciones con más de una variable) o a los resultados de su tratamiento algebraico. Por ejemplo, en el caso de E3, dada la expresión $(x-1)^2=x^2-2x+1$, la estudiante no puede interpretar el resultado de obtener $0=0$ al realizar transformaciones algebraicas.

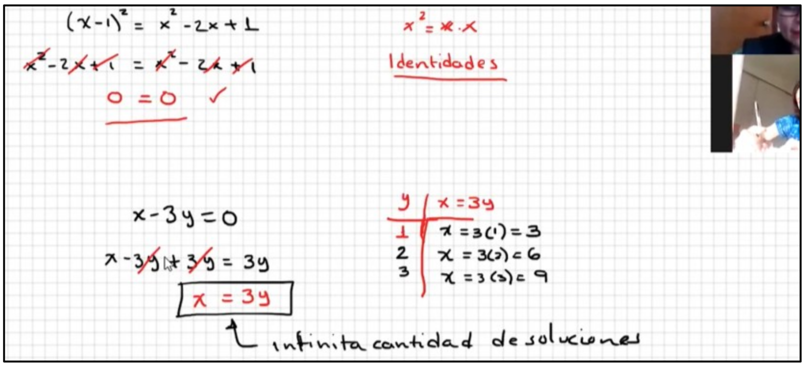
L13 *I: Para ti, ¿es o no es una ecuación?*
L14 *E3: Sí, sí es una ecuación. Igual tiene una variable y es una ecuación de segundo grado.*
L15 *I: Ok. Y ¿la resolviste? ¿La pudiste resolver?*
L16 *E3: Sí, sí, me da como igualación. El igual me da en ceros ambas partes.*
L17 *I: ¿Cero igual a cero?*
L18 *E3: Ajá. [Asiente.]*
L19 *I: Y para ti, ¿eso qué significa?*
L20 *E3: Eeeh, pues que… digamos que se despeja, bueno no se despeja se simplifica hasta su mínima expresión y es igual a cero.*

Después de la intervención los estudiantes pudieron dar sentido a la infinidad de soluciones de la ecuación $x-3y=0$ (L21-L24 y Figura 1) y de $(x-1)^2=x^2-2x+1$ como una ecuación cuya igualdad se verifica para cualquier valor de la literal (Figura 1). En el caso de la ecuación lineal con dos variables se introduce una tabla de valores. El trabajo numérico, ya no exclusivamente algebraico, de la expresión $x-3y=0$ es una introducción a la idea de conjunto solución y al análisis de la relación entre las variables que dan lugar a infinita cantidad de soluciones; lo que puede vincularse posteriormente a la solución paramétrica.

L21 *I: ...para cada valor que le dé a ye encontramos un valor diferente de equis, ¿cierto?*
L22 *E2: Sí.*
L23 *I: Entonces, ¿cuántas soluciones tiene esta ecuación?*
L24 *E2: Son inf… podrían ser inf… son infinitas.*

Figura 1.

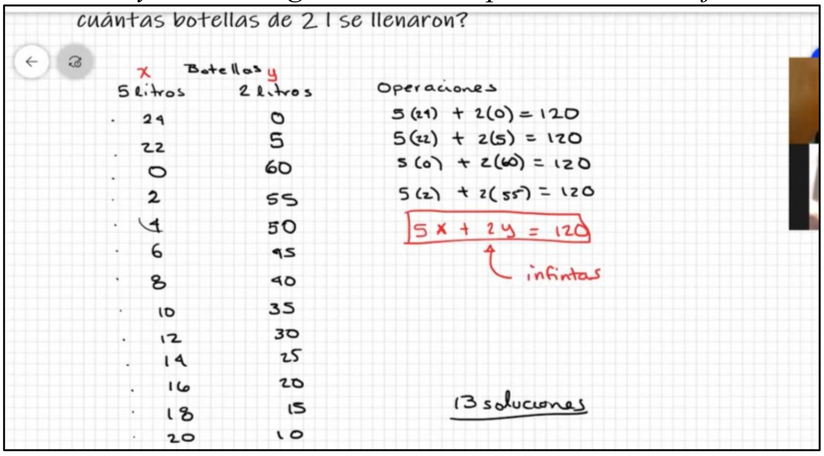
Identificando infinidad de soluciones. Trabajo con E3



La segunda sección de la Actividad 1 consistió en visualizar un problema de enunciado (o contexto) factible de representarse como una ecuación lineal de dos variables en diferentes sistemas de signos matemáticos. El problema es el siguiente: *Una pequeña empresa de refresco artesanal llena botellas de 5 y 2 litros. Si en un día se embotellaron 120 litros de la bebida, ¿cuántas botellas de 5 litros y cuántas botellas de 2 litros se llenaron?* Se solicitó a los estudiantes encontrar todas las posibles respuestas a la pregunta, encontrar una expresión algebraica para generalizar el problema y determinar la cantidad de soluciones de la expresión algebraica. En la Figura 2 se muestra parte del trabajo realizado en esta sección con E3, que fue similar con los tres estudiantes.

Figura 2.

Soluciones y modelo algebraico de un problema. Trabajo con E3



Se establece la relación entre las cantidades conocidas y desconocidas para producir las parejas que son solución del problema y la razón por la que no hay una solución única (dos cantidades desconocidas y una condición lo que permite tener combinaciones diferentes). A partir del análisis aritmético se generaliza de la condición del problema para proponer el modelo algebraico. Se reflexionó el porqué de la diferencia entre la cantidad de soluciones del problema particular y de la ecuación que lo representa. La última sección de la Actividad 1 consistió en relacionar ecuaciones de primer grado con dos incógnitas con sus respectivas representaciones en el sistema de coordenadas bidimensional.

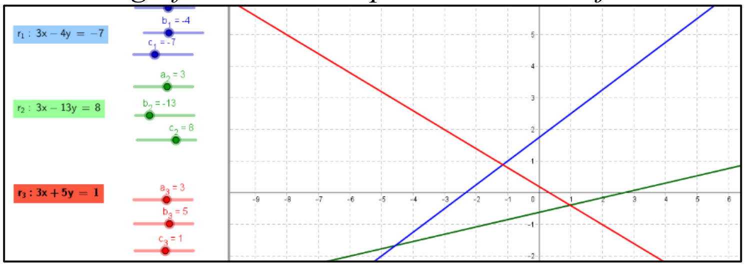
En la Actividad 2 se trabajó en incorporar al intertexto de los estudiantes la posibilidad de encontrar ecuaciones lineales con una incógnita, sin solución. Al realizar transformaciones algebraicas sobre la expresión $2-\left[3-2(t+1)\right]=-2\left[4-(3+t)\right]$, E2 obtiene la expresión $1=-6$ e interpreta que la expresión original no es una ecuación. Se hace una intervención respecto a la posibilidad de estar frente a una ecuación sin solución. Posteriormente, al trasformar la expresión $-4z+5+2(5z+4)=2(3z+6)+1$ y llegar a la forma $6z+13=6z+13$, el estudiante asume que la ecuación no tiene solución (L25-L28). Aun cuando el intertexto personal de E2 no le permite ser competente para identificar adecuadamente la naturaleza de la solución, ya ha incorporado la posibilidad de encontrar ecuaciones sin solución.

L25 *I: ¿Qué observas ahora?*
L26 *E2: ¡No tiene solución! ¡No tiene solución!*
L27 *I: ¿Crees que no tiene solución?*
L28 *E2: ¡Esta ecuación no tiene solución!*

Una vez realizado el trabajo con la ecuación lineal, mediante intervenciones mínimas, los estudiantes fueron capaces de rescatar estas ideas en actividades posteriores para usarlas como herramientas de generalización en el trabajo con SEL. Por ejemplo, presumimos que derivado de la necesidad de buscar una solución, los estudiantes consideraban que, en la representación gráfica, toda intersección era una solución (Alcocer, 2007). Sin embargo, posterior al trabajo con la ecuación lineal, E1 identifica que el SEL representado en la Figura 3, no tiene solución (L29-L32). Consideramos que se incidió en la idea de que es necesario que un SEL tenga una solución única.

Figura 3.

Representación gráfica de un SEL posterior al trabajo con la ecuación lineal

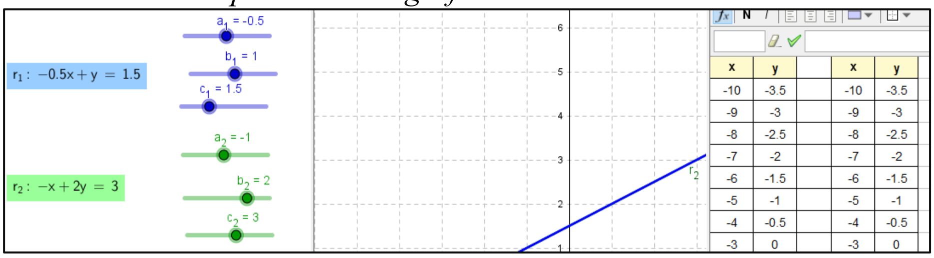


L29 *I: ¿Allí tenemos solución para el sistema de ecuaciones?*
L30 *E1: No.*
L31 *I:* […] *¿Por qué crees que no tiene solución?*
L32 *E1: Porque ninguna de las tres* [rectas]*se juntan en un mismo punto.*

Al observar el SEL representado en la Figura 4, E3 considera que no puede haber una solución, pero cuando se le sugiere observar la parte tabular se da cuenta de que existe infinita cantidad de soluciones para el SEL.

Figura 4.

Representación gráfica de un SEL indeterminado



Consideramos que el trabajo previo con datos numéricos en la ecuación lineal con dos variables influyó en el intertexto de la estudiante para dar sentido a la igualdad entre las parejas de valores. Finalmente, al transformar de forma algebraica las ecuaciones mediante intervención y llevarlas a la forma canónica la estudiante observa que las ecuaciones son iguales.

Conclusiones

Consideramos que el trabajo con la ecuación lineal tuvo un impacto en el intertexto personal de los estudiantes que favoreció el aprendizaje de los SEL en los siguientes aspectos:

- Apertura a la idea de la inexistencia o infinitud de soluciones de la ecuación que se reflejó en el estudio de los SEL indeterminados e incompatibles.
- Al trabajar problemas de enunciado factibles de modelarse como ecuaciones de primer grado con dos incógnitas hubo una comprensión de que cada condición de un problema de enunciado se vincula con una ecuación en la que se relacionan cantidades conocidas y desconocidas mediante una equivalencia; además se dio mayor sentido al significado de la solución o de un conjunto de soluciones.
- Al trabajar la representación gráfica de la ecuación lineal con dos variables, los estudiantes reconocieron que cada punto que conforma una recta o plano es una solución de la ecuación relacionada. Y que, por lo tanto, para que exista solución de un SEL, todas las representaciones geométricas de las ecuaciones que lo conforman deben confluir en un punto.
- El trabajo con la ecuación lineal con dos variables favoreció el manejo de transformaciones algebraicas con el uso de varias variables que se reflejó en el trabajo con soluciones paramétricas de SEL.
- Reconocimiento de que las transformaciones algebraicas derivadas de la aplicación de las propiedades de la igualdad generan ecuaciones equivalentes. Esto se reflejó en la comprensión del concepto de sistema de ecuaciones equivalente al trabajar el método de resolución de Gauss.
- El trabajo con la ecuación lineal en diferentes representaciones contribuyó a tener un mejor acercamiento a los SEL y un mejor aprovechamiento de sus representaciones para su comprensión.

En general, encontramos diferencias en el discurso matemático y en el desempeño de los estudiantes antes y después del desarrollo de las actividades enfocadas en la ecuación lineal. Consideramos que esto contribuyo a observar una mayor competencia para abordar las actividades de aprendizaje de los SEL.

Referencias

Alcocer, I. (2007). *Dificultades en la resolución de sistemas de ecuaciones lineales en contextos algebraico y geométrico.* Tesis de Maestría, CINVESTAV-IPN, México.

Allen, G. (2011). *Intertextuality.* Routledge.

Barthes, R. (1994). *El susurro del lenguaje. Más allá de la palabra y de la escritura.* Barcelona: Paidós.

DeVries, D., & Arnon, I. (2004). Solution-what does it mean? Helping linear algebra students develop the concept while improving research tools. *Proceedings of the 28th Conference of the International, 2*, 55-62.

Filloy, E., Rojano, T., & Puig, L. (2008). *Educational algebra: A theoretical and empirical approach.* (Vol. 43). NY: Springer Science & Business Media.

Filloy, E., Rojano, T., & Solares, A. (2010). Problems dealing with unknown quantities and two different levels of representing unknowns. *Journal for Research in Mathematics Education*, *41*(1), 52-80.

Golovina, L. (1980). *Álgebra lineal y algunas de sus aplicaciones.* Moscú: Mir.

Manzanero, L. (2007). *Sistemas de Ecuaciones Lineales: Una perspectiva desde la Teoría APOE.* Tesis de Maestría, CINESTAV-IPN, México.

Ochoviet, F. T. (2009). *Sobre el concepto de solución de un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas.* Tesis de Doctorado, CINVESTAV-IPN, Uruguay.

Oktaç, A., & Trigueros, M. (2010). ¿Cómo se aprenden los conceptos de álgebra lineal? *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 13*(4-11), 373-385.

Panizza, M., Sadovsky, P., & Sessa, C. (1999). La ecuación lineal con dos variables: entre la unicidad y el infinito. *Enseñanza de las ciencias, 17*(3), 453-461.

Parraguez, M. G., & Bozt, J. (2012). Conexiones entre los conceptos de dependencia e independencia lineal de vectores y el de solución de sistemas de ecuaciones lineales en R3 desde el punto de vista de los modos de pensamiento. *REIEC*, 49-72.

Rojano, T., Filloy, E., & Puig, L. (2014). Intertextuality and sense production in the learning of algebraic methods. *Educational Studies in Mathematics, 83*(3), 389-407.

Segura, S. (2004). Sistemas de ecuaciones lineales: una secuencia didáctica. *RELIME, 7*, 49-78.

SEP (2017). *Aprendizajes clave para la educación integral.* Recuperado l de julio del 2022 de https://www.planyprogramasdestudio.sep.gob.mx/descargables/biblioteca/secundaria/mate/1-LPM-sec-Matematicas.pdf

Trigueros, M., Oktaç, A., & Manzanero, L. (2007). Understanding of system of equations in linear algebra. *Proceedings of the 5th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, (págs. 2359-2368).

Villalobos, I. (2003). La noción de Intertextualidad en Kristeva y Barthes. *Revista Filosofía Universidad de Costa Rica, XLI*(103), 137-145.

IX CIBEM Congresso Iberoamericano de Educação Matemática
05 a 09 de dezembro de 2022

Indicadores de progresso em níveis de raciocínio algébrico elementar na resolução de tarefas de proporcionalidade no Ensino Primário

Progress indicators in elementary algebraic reasoning levels in the resolution of proportional tasks in Primary education

Indicadores de progreso en niveles de razonamiento algebraico elemental en la resolución de tareas de proporcionalidad en Educación Primaria

Cecilia Gaita[770]
Pontificia Universidad Católica del Perú
https://orcid.org/0000-0002-7827-9262

Miguel R. Wilhelmi[771]
Universidad Pública de Navarra, España
https://orcid.org/0000-0002-6714-7184

Francisco Ugarte [772]
Pontificia Universidad Católica del Perú
https://orcid.org/0000-0002-8658-9471

Cintya Gonzales[773]
Pontificia Universidad Católica del Perú
https://orcid.org/0000-0003-2130-1710

Modalidad: Comunicación
Núcleo Temático: Processos de ensino e aprendizagem da Matemática em diferentes modalidades e níveis educacionais

Resumo

A aquisição de noções, processos e significados de raciocínio algébrico requer a identificação de situações que permitam o desenvolvimento do nível de competência. Várias pesquisas estabelecem que situações de proporcionalidade são um contexto relevante para este desenvolvimento. Neste documento, analisamos tarefas de proporcionalidade modeladas por meio de tabelas de valores resolvidas por alunos do ensino fundamental. Os dados experimentais fornecem indicadores para a identificação do nível de raciocínio algébrico mostrados pelos estudantes, o que condiciona a eficácia na resolução das tarefas. Da mesma

[770] cgaita@pucp.edu.pe
[771] miguelr.wilhelmi@unavarra.es
[772] fugarte@pucp.edu.pe
[773] cintya.gonzales@pucp.pe

forma, são identificadas variáveis didáticas que devem ser consideradas para a gestão dos processos de ensino e de aprendizagem, para que os alunos progridam nos diferentes níveis de algebrização.

Palavras-chave: raciocínio algébrico elementar, proporcionalidade, tabelas de valores, Educação primária.

Abstract

The acquisition of notions, processes and meanings of algebraic reasoning requires identifying situations that allow the development of the level of competence. Several investigations establish that proportionality situations are a relevant context for this development. In this paper, we analyze proportionality tasks modeled by means of tables of values solved by elementary school students. The experimental data provide indicators for the identification of the level of algebraic reasoning shown by the students, which conditions the efficacy in solving the tasks. Likewise, didactic variables that should be considered for the management of teaching and learning processes are identified, so that students' progress in the different algebrization levels.

Key words: elementary algebraic reasoning, proportionality, tables of values, Primary Education.

Resumen

La adquisición de nociones, procesos y significados de razonamiento algebraico requiere identificar situaciones que permitan el desarrollo del nivel de competencia. Diversas investigaciones establecen que algunas situaciones de proporcionalidad son un contexto pertinente para este desarrollo. En este trabajo, se analizan tareas de proporcionalidad modelizadas mediante tablas de valores resueltas por estudiantes de Educación Primaria. Los datos experimentales aportan indicadores para la identificación del nivel de razonamiento algebraico mostrado por los estudiantes, que condiciona la eficacia en la resolución de las tareas. Asimismo, se identifican variables didácticas que se deben considerar para la gestión de los procesos de enseñanza y aprendizaje, con el fin de que los estudiantes progresen en los distintos niveles de algebrización.

Palabras clave: razonamiento algebraico elemental, proporcionalidad, tablas de valores, Educación Primaria

Introducción

Es hoy aceptado que la enseñanza del álgebra se debe realizar según un continuo de nociones, procesos y significados aritméticos y algebraicos (Kieran et al., 2016). Diversas investigaciones establecen que situaciones de proporcionalidad vertebran este continuo, dado que esta noción es transversal en el currículo de Educación Primaria y Secundaria: desde las primeras aproximaciones de relaciones de doble-mitad con los primeros números hasta la modelización mediante la función lineal (Wilhelmi, 2017).

En este trabajo, se analizan tareas de proporcionalidad modelizadas mediante tablas de valores resueltas por estudiantes de Educación Primaria. Los datos experimentales aportan indicadores para la identificación del nivel de razonamiento algebraico mostrado por los estudiantes, que, además, permiten dar orientaciones para la enseñanza.

Marco teórico

El Enfoque ontosemiótico del conocimiento y de la instrucción matemáticos (EOS) considera que la actividad algebraica tiene lugar cuando una persona aborda la solución de cierto tipo de problemas que involucran procesos de simbolización-representación y generalización-particularización y, por lo tanto, procesos en los que la dualidad intensivo (general) –extensivo (particular) es clave (Godino et al., 2012). Para analizar la actividad matemática vinculada a problemas de algebrización, el EOS propone un modelo de Razonamiento Algebraico Elemental (RAE) (Godino et al., 2014a). En este modelo, para definir los niveles de algebrización, se tienen en cuenta los *grados de generalidad* (la generación de intensivos y su reconocimiento explícito como entidades unitarias), así como el uso de *lenguajes* (natural, numérico, simbólico-literal, etc.) y la transformación entre ellos en procesos de expresión y de comunicación.

Burgos y Godino (2019) identifican indicadores para determinar el nivel RAE en prácticas matemáticas asociadas a la proporcionalidad. Para ello, adaptan los niveles genéricos del RAE a dicho contenido, teniendo en cuenta sus diferentes significados. El nivel 0 de algebrización se asocia al significado aritmético, caracterizado por la aplicación de procedimientos de cálculo aritméticos (multiplicación, división) con *valores particulares*. El nivel proto-algebraico 1 se centra en la noción de *proporción*, en el uso de representaciones diagramáticas y en el procedimiento de *reducción a la unidad*. El nivel proto-algebraico 2 se relaciona con la solución de un problema de *valor faltante*, basada en el uso de las razones y proporciones, el uso de una incógnita y el planteamiento y resolución de ecuaciones de la forma $Ax = B$.

Los datos empíricos de la experimentación realizada permiten identificar indicadores específicos de los niveles RAE para situaciones de proporcionalidad modelizadas mediante tablas de valores. Estos indicadores se refieren a los objetos primarios: a) *lenguaje*: natural o matemático numérico; uso de flechas u ostensivos que señalan la reiteración de operaciones que relacionan valores en casillas consecutivas; b) *procedimientos*: doble-mitad u otros múltiplos y reducción a la unidad; c) *conocimientos*: campo numérico y noción de igualdad.

Además, la resolución de estas situaciones en las que se precisa completar una tabla de valores queda condicionada por la manipulación de ciertas *variables didácticas* (Brousseau, 2007), que se asocian a los valores en las tablas: múltiplos o no, dados de forma ordenada o no, exhaustivos (todos entre un mínimo y un máximo según el patrón de formación) o solo unos casos particulares, de razón entera o racional (entre los valores de las dos cantidades). En la tabla 1 se muestra una descripción de los niveles RAE según el lenguaje y los procedimientos, integrando en ellos los conocimientos movilizados.

Tabla 1.

Indicadores RAE en tareas de proporcionalidad modelizadas mediante tablas de valores y su resolución esperada

Aspecto	Nivel RAE 0	Nivel RAE 1	Nivel RAE 2
Lenguaje	Lenguaje natural Uso de flechas o símbolos reiterativos que relacionan casillas consecutivas de una misma variable	Lenguaje matemático en relaciones de igualdad “aritmética” entre las variables	Lenguaje matemático en relaciones de igualdad “por equivalencias” entre las variables
Procedimiento	Establecimiento de dos progresiones aritméticas independientes	Reducción a la unidad en **N** Relación de divisores y múltiplos	Reducción a la unidad en **Q+**
Variables didácticas	Valores y relaciones entre variables en **N** Doble o mitad Datos ordenados Datos exhaustivos Razón entera	Valores y relaciones entre variables en **N** Múltiplos o divisores Datos no exhaustivos Razón entera	Valores y relaciones entre variables en **Q+** Datos no exhaustivos Razón racional

Los métodos de enseñanza se pueden catalogar entre dos posiciones extremas *constructivistas* u *objetivistas* (Godino et al., 2019). La descripción de un método depende fundamentalmente del papel atribuido a los sujetos (docente y estudiantes), la forma en que se distribuye la responsabilidad matemática, el modo de regulación del proceso de estudio y, finalmente, el modo y momento de explicitación del saber objetivo y su institucionalización. Así, atendiendo al proceso de estudio, el docente "ajusta" el modelo haciéndolo variar entre los dos extremos constructivista y objetivista, adoptando en general modelos mixtos (Godino et al, 2019).

La valoración de un proceso de estudio requiere tener en cuenta *criterios de idoneidad* (Godino et al., 2006). Además, como los diseños de experimentación se realizan por lo general con muestreos no aleatorios, intencionales, en grupos de cohortes y en contextos específicos que condicionan las decisiones, se adoptan metodologías focalizadas en la *validación interna*. En estas condiciones, la *ingeniería didáctica* (Godino et al., 2014b) permite extraer conclusiones mediante el contraste entre lo previsto (*análisis a priori*) y lo observado (*análisis a posteriori*), estableciendo *triangulación* de resultados extraídos mediante análisis cuantitativos o cualitativos (Wilhelmi et al., 2021).

Experimentación

En el presente apartado se describe la muestra, el proceso de estudio, el cuestionario planteado y su operacionalización en variables observables. La *muestra* está constituida por 48 estudiantes de sexto grado de Educación Primaria (11-12 años), distribuidos en dos grupos A y B de 22 y 26 estudiantes, respectivamente, del mismo centro educativo, que forma parte de una red de colegios privados con 77 sedes en todo el Perú. El mismo docente tiene a cargo ambos grupos.

El proceso de estudio se desarrolla al finalizar el año escolar en 3 sesiones de clase de 60 minutos cada una. Las sesiones se desarrollan *on-line* de manera sincrónica, debido a la pandemia de la COVID-19. El docente regula las intervenciones del alumnado y hace seguimiento en tiempo real de sus producciones en Google Classroom.

El docente organiza el proceso de estudio mediante momentos de familiarización de los enunciados de las tareas, momentos de trabajo autónomo y momentos de discusión dialógica. Sin embargo, el docente ordena de diferente forma las actividades en los grupos A y B. Por un lado, en el Grupo A, propicia un trabajo más autónomo y una posterior puesta en común, sin intervenciones intermedias de valoración (*carácter esencialmente constructivista*). Por otro lado, en el Grupo B, el docente regula el proceso con exposiciones explícitas en las que explica o da sugerencias previas a la realización de las tareas (modelo *colaboracionista-objetivista* (Godino et al, 2019)). Como instrumento para valorar los aprendizajes se utiliza un breve cuestionario (figura 1).

Figura 1.

Cuestionario

Tarea 1

La mamá de Juan tiene una ferretería en la cual se realizan matizados de pinturas a pedido del cliente. El día de hoy un cliente hizo un pedido de 15 litros de tono azul que, según los cálculos de la mamá de Juan, resulta de la mezcla de 12 litros de pintura azul y 3 litros de pintura blanca. Juan se pregunta: *¿Cómo debería hacer mi mamá si otro cliente le pide otras cantidades de pintura, pero de la misma tonalidad de azul?* Bueno, a Juan se le ocurrió crear una tabla como la que ves. Ayúdale a completarla:

Blanca (litros)	3	6	9	12						30
Azul (litros)	12									

Indica qué has hecho para completar la tabla

Tarea 2

La mamá de Juan ha visto el trabajo de él y le ha gustado mucho, pues ahora cuenta con una tabla que le permite obtener rápidamente las cantidades de pintura que deba mezclar ante un eventual pedido. Ella le pide completar una tabla similar a la anterior, esta vez para otra tonalidad de azul con la que siempre ha tenido problemas. Así, ella podrá saber qué cantidades mezclar de acuerdo con la cantidad que le pidan. Ayuda a Juan a completar la tabla que está preparando para su mamá:

Blanca(litros)	6	15	21	9	
Azul (litros)	14				

Indica qué has hecho para completar la tabla

En la tarea 1, los valores están ordenados, son todos múltiplos de 3 o de 12 (según el color que se mezcla), la secuencia de valores es exhaustiva (todos los múltiplos entre el primero y el último) y la constante de proporcionalidad es entera (4). Así, la resolución esperada exige un nivel de algebrización 0 y, por lo tanto, se prevé una tasa de éxito elevada; de hecho, la actividad tiene como fines principales: a) garantizar la comprensión de la tarea; b) constatar que los alumnos tienen los conocimientos de base previstos. En la tarea 2, los valores aparecen desordenados, la lista no es exhaustiva y la constante de proporcionalidad es un número racional (7/3). Así, es necesario analizar de forma conjunta las dos variables, establecer una relación entre las mismas y tener una visión global de las dos series de valores, es decir, no se puede completar como dos series independientes de múltiplos. Se espera pues una tasa de respuesta inferior. Además, la diferente organización del proceso de estudio justifica que las expectativas de respuesta e intervenciones de los estudiantes sean distintas en ambos grupos. Así, por ejemplo, en la tarea 2, el docente sugiere en el grupo B completar la columna en blanco con el valor 3 y, por lo tanto, la presencia de la razón "3:7" en las respuestas de este grupo no implican necesariamente el uso de este conocimiento para completar el resto de la tabla. En general, la distinta gestión de la clase exige el análisis diferenciado de las respuestas en los dos grupos, para lo cual se definen *variables operativas* (tabla 2).

Tabla 2.

Variables operativas relativas a la resolución de las tareas 1 y 2

Variable	**Descripción**
V1RC	Tarea 1 (T1): Resolución *correcta*
V2RC	Tarea 2 (T2): Resolución *correcta*
V2NR	T2: *No responde*
V12L	Tareas 1 o 2 (T12): Mediante lenguaje natural, aporta información sobre *cómo* ha construido las tablas 1 o 2
V12M	T12: Mediante una igualdad numérica o una notación exclusivamente matemática, aporta información sobre *cómo* ha construido las tablas 1 o 2
V12C	T12: Utiliza flechas o una escritura reiterada que relaciona dos *valores consecutivos* en la tabla
V1A1	T1: Establece una progresión aritmética de diferencia +3 para los litros de pintura blanca (sumar 3 al valor anterior)
V1A2	T1: Establece una progresión aritmética de diferencia +12 para los litros de pintura azul (sumar 12 al valor anterior)
V1G1	T1: Establece una progresión geométrica de razón ×3 para los litros de pintura blanca (multiplicar por 3 según la posición que ocupa en la secuencia)
V1G2	T1: Establece una progresión geométrica de razón ×12 para los litros de pintura blanca (multiplicar por 12 según la posición que ocupa en la secuencia)
V1Ru	T1: Relaciona los valores de las dos pinturas mediante "reducción a la unidad"
V1RQ	T1: Relaciona los valores de las dos pinturas mediante "razones equivalentes"
V237	T2: Establece la razón 3:7 en una columna o en la justificación ("reducción a un agrupamiento mínimo que hace las veces de unidad en la situación")
V2Ru	T2: Establece la razón 1:2,333… en una columna o en la justificación ("reducción a la unidad")
V2RQ	T2: Relaciona los valores de las dos pinturas mediante "razones equivalentes"
V2PD	T2: Establece la pareja 12:28 como el doble de 6:14
V2PA	T2: Relaciona las filas mediante un modelo aditivo, según el cual si la cantidad de pintura blanca aumenta en "k" litros, entonces a la pintura azul también se le suman "k" litros
V2FL	T2: Completa alguna columna usando propiedades de la función lineal ($f(a+b) = f(a) + f(b)$; $f(ka) = kf(a)$).
V2MM	T2: Reordena las columnas de menor a mayor.
V2N3	T2: Completa la columna en blanco con valores que no son múltiplos de 3
V2FA	T2: Relaciona las filas a través de una función afín (por ejemplo, $2x + 2$ o $2(x+1)$, donde x es el número de la primera fila)

En el apartado siguiente, se establecen y discuten los resultados. Para facilitar la comprensión se incluyen ejemplos de respuesta asociados a algunas variables.

Resultados y su discusión

En la tabla 3 se pueden ver las frecuencias absolutas y el porcentaje en las distintas variables en los grupos A y B. La tasa de respuesta correcta en la tarea 1 (V1RC = 96,2 y 100%, respectivamente en los grupos A y B) permite afirmar que la actividad es comprendida por los estudiantes y que, por lo tanto, ambos grupos tienen estrategias de base para la resolución de este tipo de tareas. Sin embargo, el grupo A presenta una tasa de respuesta a la tarea 2 de casi el doble que el grupo B (V2RC = 61,5% *vs*. 31,8%). Este es un primer resultado que resalta cómo las distintas organizaciones de la clase en los grupos A y B han tenido impacto en los aprendizajes. Esta tesis se verá reforzada por el análisis pormenorizado de otras variables.

Tabla 3.

Grupo A: Frecuencias absolutas (fa) y porcentajes (%)

	V1RC	V2RC	V2NR	V12L	V12M	V12C	V1A1	V1A2	V1G1	V1G2
fa	25	16	5	19	9	7	12	6	2	0
%	96,2	61,5	19,2	73,1	34,6	26,9	46,2	23,1	7,7	0,0

	V1RQ	V1Ru	V237	V2Ru	V2RQ	V2PD	V2PA	V2FL	V2MM	V2N3	V2FA
fa	1	15	11	4	1	13	2	4	4	1	2
%	3,8	57,7	42,3	15,4	3,8	50,0	7,7	15,4	15,4	3,8	7,7

Grupo B: Frecuencias absolutas (fa) y porcentajes (%)

	V1RC	V2RC	V2NR	V12L	V12M	V12C	V1A1	V1A2	V1G1	V1G2
fa	22	7	4	13	9	1	9	1	2	2
%	100,0	31,8	18,2	59,1	40,9	4,5	40,9	4,5	9,1	9,1

	V1RQ	V1Ru	V237	V2Ru	V2RQ	V2PD	V2PA	V2FL	V2MM	V2N3	V2FA
fa	3	10	8	0	1	6	7	6	3	0	3
%	13,6	45,5	36,4	0,0	4,5	27,3	31,8	27,3	13,6	0,0	13,6

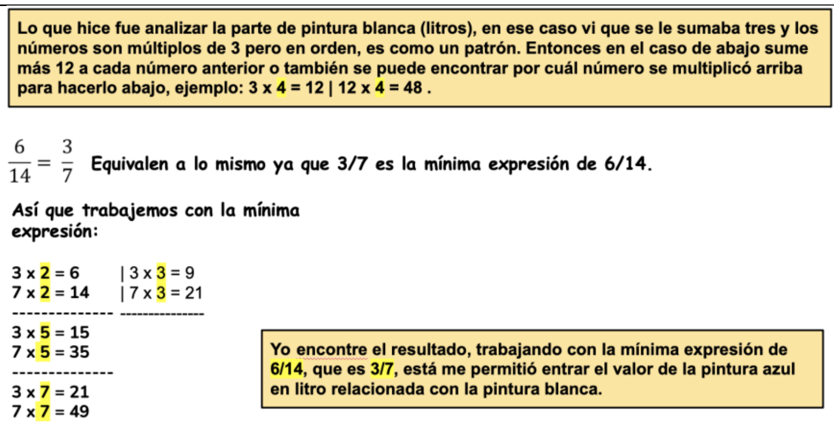
Como era previsible en esta etapa educativa (11-12 años), en ambos grupos, la mayor parte de las justificaciones dadas por los estudiantes son en lenguaje natural. Sin embargo, la intervención más explícita del docente en el grupo B, tiene como consecuencia que este grupo se “aleje” del lenguaje natural y, en términos relativos, en este grupo B se utiliza más el lenguaje matemático, dado que la “brecha” entre estas dos formas de justificar es menor (V12L – V12M = 35,8% *vs*. 18,2%). La intervención docente tiene también impacto en la necesidad de explicitar la relación entre dos valores consecutivos en la tabla mediante flechas o escritura numérica reiterada (V12C = 26,9% *vs*. 4,5%). De hecho, en el grupo B, las intervenciones del docente inciden en la necesidad de justificar la tarea, en buscar patrones y en establecer la diferencia entre las tareas 1 y 2. Estas orientaciones explícitas tienen como consecuencia que los estudiantes “abandonen” su forma “natural” de construir y comunicar los conocimientos matemáticos, pero, como se ha mostrado antes, tienen un impacto negativo en la tasa de éxito en la tarea 2. En la figura 2 aparecen ejemplos de las variables de “lenguaje” (V12L y V12M) y “valores consecutivos” (V12C).

Figura 2.

Ejemplos de respuestas de “lenguaje” (V12L y V12M) y “valores consecutivos” (V12C)

(a)

Respuesta que contiene “lenguaje verbal” (V12L) y “lenguaje matemático” (V12M)



Lo que hice fue analizar la parte de pintura blanca (litros), en ese caso vi que se le sumaba tres y los números son múltiplos de 3 pero en orden, es como un patrón. Entonces en el caso de abajo sume más 12 a cada número anterior o también se puede encontrar por cuál número se multiplicó arriba para hacerlo abajo, ejemplo: 3 x 4 = 12 | 12 x 4 = 48 .

$\frac{6}{14} = \frac{3}{7}$ Equivalen a lo mismo ya que 3/7 es la mínima expresión de 6/14.

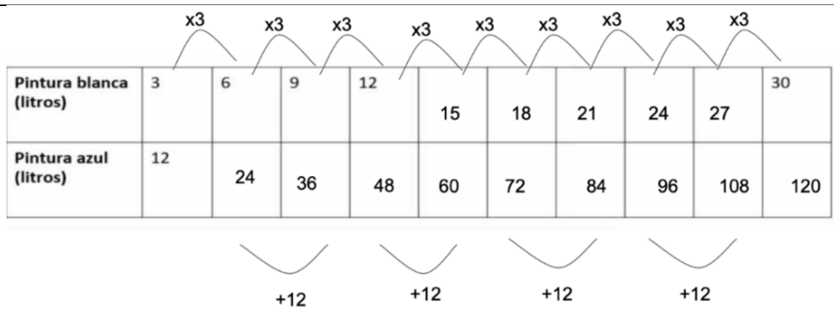
Así que trabajemos con la mínima expresión:

3 x 2 = 6 | 3 x 3 = 9
7 x 2 = 14 | 7 x 3 = 21
-------------- --------------
3 x 5 = 15
7 x 5 = 35
----
3 x 7 = 21
7 x 7 = 49

Yo encontre el resultado, trabajando con la mínima expresión de 6/14, que es 3/7, está me permitió entrar el valor de la pintura azul en litro relacionada con la pintura blanca.

(b)

V12C “valores consecutivos”



Pintura blanca (litros)	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
Pintura azul (litros)	12	24	36	48	60	72	84	96	108	120

Una restricción general del *contrato didáctico* en la etapa consiste en que los estudiantes reducen la tasa de éxito en tareas del mismo carácter puestas en secuencia. Aquí, se solicita la justificación de las respuestas para cada una de las variables. Así, es esperable que estudiantes que expliciten la relación entre los valores de la pintura blanca no lo hagan para la pintura azul. Esta regla del contrato didáctico se hace más explícita en el grupo B, donde el docente asume mayor responsabilidad y ejercer la *devolución* (Brousseau, 2007) es más complejo. En efecto, en el grupo A la justificación se reduce a la mitad (de V1A1 = 46,2% a V1A2 = 23,1%), mientras que en el grupo B se reduce a la décima parte (de V1A1 = 40,9% a V1A2 = 4,5%) (figura 2b),

En ambos grupos, la justificación de la tarea 1 mediante una progresión geométrica no alcanza el 10% (V1G1 = 7,7% *vs*. V1G1 = 9,1%) (figura 3a), lo cual es consistente en esta etapa, donde la modelización mediante progresiones geométricas está en construcción. Sin embargo, la justificación mediante "reducción a la unidad", que se introduce en cursos previos (10-11 años), se utiliza más en el grupo A que en el B (V1Ru = 57,7% *vs*. 45,5%) (figura 3b). De hecho, en la tarea 2 el grupo A también presenta una mayor presencia de esta variable (V237 + V2Ru = 57,7% *vs*. 36,4%).

Figura 3.

Ejemplos de respuestas de "progresión geométrica" (V1G1) y "reducción a la unidad" (V1Ru, V2Ru)

(a) *V1G1* "progresión geométrica"	"En el cuadro de arriba solo debemos sumar más 3 hasta llegar al último número que es 30 en la tabla. Lo de abajo solo tenemos que multiplicar por 12, ejemplo: 12 x 1= 12, 12 x 2 = 24, 12 x 3 = 36, 12 x 4 = 48, 12 x 5 = 60.Y así sucesivamente.".	
(b) *V1Ru* y *V2Ru* "reducción a la unidad"	T1:	**12 / 3 = 4** **por cada 3 litros de pintura blanca hay 12 litros de pintura azul. Entonces 1 litro de pintura blanca equivale 4 litros azules** - "Cada 3L de pintura blanca son 7L de pintura azul" -
	T2:	14 / 6 = 2.33333333333333 15 * ¯ 2.3¯ = 35 21 * ¯ 2.3¯ = 49 9 * ¯ 2.3¯ = 21 El tono más alto es el primero ya que 12 / 3 = 4 (por cada litro de pintura blanca hay 4 de pintura azul) 14 / 6 = 2.3333 (por cada litro de pintura blanca hay 2.3 periodico puro de pintura azul)

Los resultados señalados sobre la “reducción a la unidad” refuerzan la tesis según la cual la organización de trabajo autónomo y discusión entre pares iguales en el grupo A ha sido más eficaz para la adaptación con base en los conocimientos previos. Aún más, en la tarea 2, el 50% de los estudiantes del grupo A establecen la relación 12-28 (relación doble-mitad), mientras que en el grupo B el porcentaje baja a casi la mitad (V2PD = 27,3%). También se tienen diferencias en las variables de “patrón aditivo” (V2PA) y “función afín” (V2FA) (figura 4).

Figura 4.

Ejemplos de respuestas de “patrón aditivo” (V2PA) y “función afín” (V2FA)

(a)

V2PA

“patrón aditivo”

Pintura blanca (Litros)	6	+9	15	+6	21	-12	9	+9	18
	+8		+8		+8		+8		+8
Pintura azul (litros)	14		23		29		17		26

“Juan [sabe] que el patrón de la pintura blanca que se iba dando era +9, +6, -12 y al hallar la pintura azul se dio cuenta que debía sumar el número de la pintura blanca +8.”

(b)

V2FA

“función afín”

Pintura blanca (litros)	6	15	21	9	12
Pintura azul (litros)	14	32	44	20	26

“Lo resolví multiplicando X2 [y sumando +2]”

La mejor adaptación a la tarea 2 del grupo A se observa también en la menor incidencia de la estrategia aditiva errónea “sumar la misma cantidad a las dos cantidades de pintura” (V2PA = 7,7% *vs*. 31,8%).

Por último, en ambos grupos hay un número reducido de estudiantes (2 y 3, respectivamente) que establecen la relación afín “$a = 2\ b + 2$”, donde “a” representa los litros de pintura azul y “b” los de blanca. Estas respuestas ejemplifican el fenómeno “*edades del capitán*” (Baruk, 1985), donde se aporta una solución sin cotejar el criterio básico “doble-mitad”; a saber: a partir de la razón “6:14” se obtiene “3:7 y 12:28” y, por lo tanto, son incorrectas las soluciones mediante la función afín (“3:8 y 12:26”).

Implicaciones para la enseñanza y cuestiones abiertas

Las tablas se introducen como instrumento para ordenar valores y establecer relaciones entre magnitudes directamente proporcionales con estudiantes de 9-10 años. En este contexto, se introduce el procedimiento *reducción a la unidad*, que supone determinar un valor natural "mínimo" que relaciona las cantidades de las dos magnitudes. En este contexto, si este valor mínimo no es 1, la relación se establece entre una cantidad y sus múltiplos o con relaciones sencillas de doble-mitad. El progreso en los niveles de algebrización con 11-12 años se puede controlar mediante la manipulación de las *variables didácticas*:

a) *Relación de multiplicidad*: de doble-mitad a múltiplos-divisores.
b) *Procedimientos de cálculo*: de valores "pequeños" donde el cálculo mental es sencillo a valores "grandes" donde la eficacia precise de cálculos escritos.
c) *Exhaustividad y orden*: de tablas con valores ordenados y exhaustivos, según la regla de formación, a tablas con valores dispersos y no ordenados, donde el reconocimiento de la regla de formación exija ordenar, añadir valores, determinar una regla de formación, reducir a la unidad, etc.
d) *Relación entre valores*: de una relación "local", entre parejas de valores consecutivos (valor faltante o razones equivalentes) a una "global", que implique determinar una regla general de formación.
e) *Campo numérico*: de **N** a **Q+**.

Para poder establecer una tipología de estudiantes según su competencia algebraica, la experimentación sugiere la necesidad de plantear tareas adicionales en las que se involucren las siguientes *variables didácticas*:

– En la tarea 2, tabla exhaustiva con todos los múltiplos de 3 entre 3 y 21.
– Determinación de la correspondencia para valores no múltiplos de 3, de forma que sea necesaria establecer una reducción a la unidad en **Q+**.
– Determinación de la correspondencia para valores "grandes" (por ejemplo, 126 u 87), donde los procesos de generalización se revelen más eficaces.
– Uso de tablas dinámicas (Excel, hoja de cálculo en GeoGebra, etc.)

Referencias

Baruk, S. (1985). *L'âge du capitain*. Seuil.

Burgos, M. y Godino, J. D. (2019). Emergencia de razonamiento proto-algebraico en tareas de proporcionalidad en estudiantes de primaria. *Educación Matemática*, *31* (3), 117-150. https://doi.org/10.24844/em3103.05

Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas en matemáticas*. Zorzal.

Godino, J. D., Bencomo, D., Font, V., y Wilhelmi, M. R. (2006). Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. *Paradigma*, *XXVII*(2), 221-252. https://n9.cl/tbry47

Godino, J. D., Castro, W., Aké, L., y Wilhelmi, M. D. (2012). Naturaleza del razonamiento algebraico elemental. *BOLEMA*, *26* (42B), 483-511. https://doi.org/10.1590/S0103-636X2012000200005

Godino, J. D., Aké, L., Gonzato, M., y Wilhelmi, M. R. (2014a). Niveles de algebrización de la actividad matemática escolar. Implicaciones para la formación de maestros. Enseñanza Ciencias, 32(1), 199-219. https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.965

Godino, J., Rivas, H., Arteaga, P., Lasa, A., y Wilhelmi, M. R. (2014b). Ingeniería didáctica basada en el enfoque ontologico Semiótico del conocimento y de la intrucción matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *34*(2–3), 167–200. https://revue-rdm.com/2014/ingenieria-didactica-basada-en-el/

Godino, J. D., Rivas, H., Burgos, M., y Wilhelmi, M. R. (2019). Analysis of Didactical Trajectories in Teaching and Learning Mathematics: Overcoming Extreme Objectivist and Constructivist Positions. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, *14*(1), 147-161. https://doi.org/10.12973/iejme/3983

Kieran, C. et al. (2016). *Early Algebra. Research into its Nature, its Learning, its Teaching.* Springer. https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-319-32258-2

Wilhelmi, M.R. (2017). Didáctica del Álgebra. En J.M. Muñoz-Escolano et al. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXI* (pp. 17-23). SEIEM. https://n9.cl/zlt38

Wilhelmi, M.R., Belletich, O., Abaurrea, J., Iribas, H., y Lasa, A. (2021). Triangulation en recherche qualitative à l'aide de l'analyse statistique implicative. En J.-C. Régnier et al., *Analyse statistique implicative 11,* pp. 149-167. Université Bourgogne Franche-Comté – Besançon. https://n9.cl/xc4t6

Uma análise dos Documentos Curriculares no Estado de São Paulo para o ensino de Álgebra

An analysis of Curriculum Documents in the State of São Paulo for teaching Algebra

Un análisis de los Documentos Curriculares em el Estado de São Paulo para la enseñanza de Álgebra

Paulo Eugênio da Silva[774]
Universidade Cruzeiro do Sul
https://orcid.org/0000-0001-9821-002X

Edda Curi[775]
Universidade Cruzeiro do Sul
https://orcid.org/0000-0001-6347-0251

Modalidade: (Comunicação)
Núcleo Temático: Processos de ensino e aprendizagem da Matemática em diferentes modalidades e níveis educacionais.

Resumo

Este trabalho orienta-se pelo objetivo de discutir a presença da Álgebra em documentos curriculares paulistas para o Ensino Fundamental, ao longo do tempo. O recorte aqui apresentado, de uma pesquisa de doutorado, enquadra-se na pesquisa do tipo análise documental, para o qual foram analisados os documentos curriculares publicados e de utilização da Secretaria de Estado de Educação de São Paulo. Os documentos analisados foram: Os Guias Curriculares de 1975, Os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN de 1998 e o Currículo Paulista de 2019. Da leitura dos objetivos, orientações para o ensino e apresentação dos conteúdos, identificou-se que a presença da Álgebra e a indicação do pensamento algébrico, nesses documentos, se faz presente desde os primeiros anos escolares, mesmo não havendo menção explícita. Os resultados da pesquisa apontaram que os documentos curriculares analisados evidenciam a evolução em relação à Álgebra com a preocupação de valorização do pensamento algébrico dos estudantes, indicando que cada vez mais estudos sobre os currículos são pertinentes para o entendimento sobre os conteúdos que trazem.

Palavras-chave: Ensino Fundamental, Currículo, Álgebra, Pensamento Algébrico.

Abstract

This work is guided by the objective of discussing the presence of Algebra in São Paulo curriculum documents for Elementary School, over time. The clipping presented here, from a doctoral research, fits into the document analysis type research, for which the curricular documents published and used by the São Paulo State Department of Education in the years of

[774] pauloesmat@yahoo.com.br
[775] edda.curi@gmail.com

1975 Curricular Guides were analyzed, National Curriculum Parameters - PCN of 1998 and the Currículo Paulista of 2019. From reading the objectives, guidelines for teaching and presentation of contents, it was identified that the presence of Algebra and the indication of algebraic thinking, in these documents, has been present since the first school years, even if there is no explicit mention. The research results showed that the curricular documents analyzed show the evolution in relation to Algebra with the concern of valuing the algebraic thinking of the students, indicating that more and more studies on the curricula are relevant for the understanding of the contents they bring.

Keywords: Elementary School, Curriculum, Algebra, Algebraic Thinking.

Resumen

Este trabajo se guía por el objetivo de discutir la presencia del Álgebra en los documentos curriculares de São Paulo para la Enseñanza Fundamental, a lo largo del tiempo. El recorte presentado aquí, de una investigación de doctorado, se inscribe en la investigación de tipo análisis documental, para lo cual se analizaron los documentos curriculares publicados y utilizados por la Secretaría de Educación del Estado de São Paulo en los años de 1975, Guías Curriculares, Parámetros Curriculares Nacionales - PCN de 1998 y el Currículo Paulista de 2019. A partir de la lectura de los objetivos, orientaciones para la enseñanza y presentación de contenidos, se identificó que la presencia del Álgebra y la indicación del pensamiento algebraico, en estos documentos, está presente desde los primeros años escolares, incluso si no hay una mención explícita. Los resultados de la investigación mostraron que los documentos curriculares analizados muestran la evolución en relación al Álgebra con la preocupación de valorar el pensamiento algebraico de los estudiantes, indicando que cada vez más estudios sobre los currículos son relevantes para la comprensión de los contenidos que traen.

Palabras clave: Escuela Primaria, Currículo, Álgebra, Pensamiento Algebraico.

Introdução

Com objetivo na formação dos indivíduos e desenvolvimento de suas potencialidades, o Brasil lança, no início da década de 70, a Lei 5.692, de 11 de agosto de 1971 que indica a necessidade do educando adquirir autorrealização, qualificação para o trabalho e preparo para o exercício consciente da cidadania. A legislação aponta para uma organização administrativa, didática e disciplinar de cada estabelecimento de ensino e regulada no respectivo regimento, aprovado pelo órgão próprio do sistema, com observância de normas fixadas pelo respectivo Conselho de Educação. (Brasil, 1971).

De acordo com a indicação dessa Legislação, as instituições educacionais, deveriam organizar seus documentos curriculares para atenderem alunos de 1º Grau[776] que correspondia

[776] 1º Grau – Ensino Fundamental da 1ª a 8ª série. Atualmente, chamado de 1º ao 9º ano.

na época ao ensino primário e os alunos do 2º Grau[777] que correspondia ao ensino médio, onde escolas, estados e municípios, deveriam utilizar de seus recursos materiais e humanos para atenderem este público de alunos. Apesar de o Currículo no Brasil se basear nas Diretrizes da Lei Federal 5.692/71, os estados iniciaram discussões acerca da elaboração e observação de seus currículos. A referida Lei, orienta:

> Art. 4º Os currículos do ensino de 1º e 2º graus terão um núcleo comum, obrigatório em âmbito nacional, e uma parte diversificada para atender, conforme as necessidades e possibilidades concretas, às peculiaridades locais, aos planos dos estabelecimentos e às diferenças individuais dos alunos. (BRASIL, 1971)

Esse artigo da Lei delimitava a grade curricular das escolas brasileiras a partir do estabelecimento de um núcleo comum, obrigatório em âmbito nacional, o que permitia uma certa uniformização, pelo menos nas disciplinas oferecidas nas escolas. Mas, também, indicava uma parte diversificada que deveria ser adequada a cada escola, comunidade e município, observadas as normas dos sistemas de ensino.

Dessa forma, este trabalho tem como principal objetivo, a apresentação e análise dos documentos curriculares disponíveis para as instituições de ensino de educação básica do Estado de São Paulo com foco na Álgebra ao longo do tempo. A análise aqui apresentada é parte integrante de uma tese de doutorado, em andamento, que tem como objetivo a análise de Currículo Prescrito da Secretaria de Estado da Educação de São Paulo e a abordagem dos conteúdos de Álgebra para cada ano/série de escolaridade dos Anos Finais do Ensino Fundamental. Os procedimentos metodológicos utilizados para a pesquisa são do tipo análise documental.

Segundo Ludke e André (1986), embora não muito utilizada na área da educação, a análise documental constitui uma técnica de grande validade para a abordagem de dados em pesquisa qualitativa, seja em forma de apoio para complementar dados obtidos ou para a obtenção de novos dados ou problema dentro de um tema.

Os autores relatam que são considerados documentos: Leis e regulamentos, normas, pareceres, cartas, memorandos, diários pessoais, autobiografias, jornais, revistas, discursos, livros, estatísticas e arquivos escolares. Para os autores, os documentos, constituem uma

[777] 2º Grau – Os três anos no Ensino Médio. Atualmente chamadas de 1ª, 2ª e 3ª séries do Ensino Médio.

poderosa fonte em que podem ser retiradas evidências que fundamentam as afirmações do pesquisador e representam uma fonte natural de informação não apenas de forma contextualizada, mas sim num determinado contexto com informações sobre esse contexto. Além das possibilidades apresentadas, os autores relatam o baixo custo de uma pesquisa documental, que na maioria das vezes exige do pesquisador apenas tempo ao analisar e selecionar o que for de maior interesse. Dessa forma, concordamos com os autores que a técnica de análise documental proporciona análise eficaz dos dados obtidos numa pesquisa, pois com a vasta quantidade de categorias de classificação de documentos, é importante ter clareza dos documentos selecionados para compor os estudos e obter os resultados esperados.

Procedimentos de Pesquisa

Para a construção de análises de documentos - é fundamental que sejam determinados critérios de análise de cada um dos documentos.

Diante da abordagem metodológica pretendida para a elaboração dos estudos, buscamos como referência, analisar os documentos curriculares da rede pública do estado de São Paulo e como abordam o conteúdo de Álgebra, em especial para os Anos Finais do Ensino Fundamental. Os documentos curriculares analisados são referências de orientação que as instituições escolares possuem para se planejarem ao longo do ano letivo e realizar o processo de ensino e aprendizagem para que os estudantes adquiram o conhecimento esperado para cada ano letivo dos conteúdos apresentados nos documentos.

Os documentos curriculares que abordamos na pesquisa são os Guias Curriculares de 1975 para a disciplina de Matemática, os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998) e Currículo Paulista (2019). Diante dos documentos selecionados, buscamos em cada um deles a presença dos conteúdos de álgebra e como indicam sua abordagem para cada ano/série dos anos finas do ensino fundamental orientando professores e equipes escolares no processo de apresentação desses conteúdos aos estudantes. Em seguida, diante dos documentos analisados, apresentamos as considerações que os estudos proporcionaram para esse trabalho.

Os Guias Curriculares do 1º Grau de 1975 e a Álgebra

Os Guias Curriculares de 1975 estão na instância de Currículo Prescrito e tinham como prioridade, ser um documento com planejamento curricular e a continuidade ao que propunha a citada Lei 5.692/71. Para Sacritán (2000, 2013), Currículo Prescrito é um documento elaborado por órgãos oficiais para sua utilização em redes de ensino nos estados e municípios. Segundo o autor, no Currículo Prescrito existe a orientação do que se entende por seu conteúdo e neste nível, o Currículo, possui um conjunto de decisões normativas e orientações realizadas pelas secretarias responsáveis pela educação dos estados ou municípios. A partir destas decisões surgem as diretrizes, as resoluções, as orientações e os parâmetros curriculares, formando assim, documento de referência na organização do sistema curricular, que fornecerá subsídio para autores construírem materiais didáticos e chegarem até o professor e seu devido cumprimento em sala de aula.

Percebe-se, logo de início que o documento possui a preocupação de como o planejamento e programação ocorrerão para que a aula de Matemática possa chegar até o conhecimento dos estudantes em sala de aula passando pelo entendimento programático do professor.

O Guia Curricular de Matemática de 1975 é distribuído em quatro Temas: Relações e Funções, Campos Numéricos, Equações e Inequações e Geometria. Cada um desses temas aponta conteúdos que são propostos para cada série do 1º grau que apresentamos a seguir cada um deles.

No Tema I - Relações e Funções, a abordagem dos conteúdos se inicia em torno dos Conjuntos Numéricos, trabalhados diretamente desde a primeira série. Destacam-se ainda a Geometria e suas relações com a inclusão de conjunto e com as relações e as funções, além dos gráficos cartesianos e consequentemente, a importância de sua devida interpretação. Os conteúdos de Aplicações ou Funções surgem, alternadamente, de forma explicita e implícita desde a primeira série do 1º Grau, indicando que a Álgebra está presente desde a as primeiras séries da escolaridade no ensino básico.

No Tema II - Campos Numéricos é possível verificar que os conteúdos avançam na proporção que as séries se passam, indicando que os conjuntos de conteúdos trabalhados anteriormente subsidiam o estudo de outros conjuntos de conteúdos nas séries seguintes, como, por exemplo, o conjunto dos números reais são abordados apenas nas 7ª e 8ª séries com os conteúdos dos números irracionais, as estruturas dos números reais, o cálculo algébrico, expressões racionais (apenas na 7ª série) e os números reais sob a forma de radicais (apenas na

8ª série). Encontramos nesse conjunto, sem muitos detalhes, o cálculo algébrico, indicado para sua abordagem na 7ª e 8ª série, porém não há aprofundamento no quadro apresentado nem nas indicações iniciais do Guia Curricular para esse conteúdo. Existe a recomendação, no Tema II de que nas séries iniciais as propriedades das operações devem ser apenas exploradas preparando o estudante para que na 5ª série esse conteúdo possa de fato ser explicitado aos alunos, principalmente, pelo fato de que em operações com números envolvendo sinais positivo e negativo, são recomendados pelo Guia a partir da 5ª série.

No Tema III - Equações e Inequações, que se concentram basicamente nos conteúdos que abordam sentenças matemáticas, até a 5ª série, são apresentados de forma explícita, sendo explorados diretamente, usando a terminologia de equações e inequações de 1º grau a partir da 6ª série.

Outra indicação importante apareceu nas observações desse terceiro tema com a indicação de uma equação simples do tipo $a + x = b$, que pode ser apresentada e estudada pelos alunos da 5ª série com o conhecimento de um novo campo numérico. Com essa indicação podemos verificar a introdução dos conhecimentos algébricos sendo apresentados e colocados em prática nas aulas com a manipulação de letras, a experimentação de resultados e os testes de valores. No último Tema – Geometria, apresentado pelo Guia Curricular de Matemática de 1975 com a apresentação das figuras geométricas, transformações geométricas e medidas é possível perceber a linha de pensamento sobre suas abordagens em cada uma das séries. No conteúdo de medidas é possível verificar que a parte de comprimento se inicia na 3ª série e vai até a 6ª série com sua apresentação implicitamente na 5ª série. Semelhantemente, ocorre com os conteúdos de Áreas, porém a maioria das séries indicadas apresentam esse conteúdo de maneira implícita, apenas na 4ª e 8ª série, as Áreas são apresentadas de maneira explicita.

A simbologia que o documento apresenta para demonstrar os conteúdos trabalhados com os estudantes de forma implícita ou explicita não determina até que ponto esses conteúdos implícitos são abordados ou retomados, como o próprio documento relata.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais de 1998 e a Álgebra

O Ministério da Educação – MEC, iniciou em meados da década de 90 a elaboração dos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (1998), destinados ao Ensino Fundamental e Ensino

Médio. Documento que tinha como objetivo contemplar o desenvolvimento pessoal, intelectual e emocional dos alunos com abrangência interdisciplinar e temas transversais.

O documento foi organizado em quatro ciclos, com dois anos de escolaridade cada, correspondendo aos oito anos do ensino fundamental vigente na época. A primeira parte do documento é destinada a uma discussão sobre o ensino de Matemática no ensino fundamental e a segunda parte com a indicação de objetivos, orientações didáticas e avaliação. Para nosso trabalho focalizaremos o documento referente ao 3º e 4º ciclos, o que corresponde aos anos finais do ensino fundamental. A caracterização dos ciclos que o documento apresenta está relacionada da seguinte forma: o 3º ciclo é referente às 5ª e 6ª séries e o 4º ciclo referente às 7ª e 8ª séries.

Segundo o documento, os professores tendem a dedicar esforços à Álgebra em suas aulas, porém na maioria das vezes realizam apenas repetições mecânicas de mais exercícios, provocando prejuízos na continuidade do aprendizado dos demais conteúdos da Matemática.

Outro ponto destacado pelos PCN (1998) é relativo à tentativa de tornar a Álgebra mais significativa, por parte de alguns professores que tomam a decisão de realizar a abordagem de conceitos tradicionalmente tratados no ensino médio, no ensino fundamental, como no caso das funções, mas fazem uma abordagem exclusivamente formal. O documento discute a necessidade de clareza do papel da Álgebra no Currículo e de como a criança e o adolescente constroem seu conhecimento matemático levando em consideração predominantemente a variedade de representações existentes. Destaca que é mais prudente propor situações que levem os alunos a construir as noções algébricas a partir de observação de regularidades em tabelas e gráficos, estabelecendo relações, do que apenas desenvolver o estudo da Álgebra dando ênfase as manipulações com expressões e equações simplesmente de forma mecânica, o que é uma forma de abordagem bem diferente da tradicionalmente usada em sala de aula e indicada por documentos anteriores.

O documento fortalece o tipo de abordagem proposto, justificando que existe um razoável consenso de que para garantir o desenvolvimento do pensamento algébrico o aluno deve estar necessariamente engajado em atividades que inter-relacionem as diferentes concepções da Álgebra. (PCN 1998, p. 116).

Nos aspectos específicos da Álgebra, o documento informa que nas séries finais do Ensino Fundamental, as atividades algébricas são ampliadas, com a exploração de situações-problema, com relações entre grandezas, com modelização, resolução de problemas de equações e inequações que envolvem parâmetros, variáveis, incógnitas e entram em contato com as variadas fórmulas. Novamente percebemos que mesmo sem citar o pensamento algébrico, o documento afirma que a Álgebra apresenta uma dimensão diferenciada de acordo com a utilização das letras e apresenta conteúdos conceituais com procedimentos próprios em cada dimensão. Apresenta as quatro dimensões da Álgebra, conforme o quadro (adaptado) a seguir.

Quadro 1: *Sintetização das diferentes interpretações da álgebra e as funções das letras (BRASIL, 1998, p. 116)*

Dimensões daÁlgebra	**Aritmética generalizada**	**Funcional**	**Equações**	**Estrutural**
Uso das Letras	Letras como generalizações do modelo aritmético	Letra como variáveis para expressar relações e funções	Letras como incógnitas	Letras como símbolo abstrato
Conteúdos (conceitos e procedimentos)	Propriedades das operações generalizações de padrões aritméticos	Variação da grandeza	Resolução de equações	Cálculo algébrico Obtenção de expressões equivalentes

O documento chama a atenção para o fato de que no ensino de Álgebra no Ensino Fundamental, o professor enfatiza, fundamentalmente, o estudo de cálculo algébrico e das equações, em muitas vezes, distantes dos problemas. Aponta a importância da compreensão de conceitos e procedimentos algébricos em suas quatro dimensões presentes no quadro dos terceiros e quartos ciclos.

O documento defende o encaminhamento do ensino de Álgebra a partir de generalizações de padrões, do estudo da variação de grandezas, pois esses temas possibilitam a exploração da noção de funções nos terceiros e quartos ciclos, porém com abordagem formal como objeto de estudo apenas no ensino médio.

Os PCN (1998) mencionam que é fundamental estudar algumas relações funcionais com a exploração de padrões em sequências numéricas que levem os alunos a fazerem generalizações e compreender, por processos de aproximações sucessivas e a natureza das representações algébricas. Segundo o documento, essas generalizações e suas respectivas representações implicam para o aluno na possibilidade de realizar explorações nos primeiros contatos com a Álgebra. Os procedimentos algébricos são abordados nos PCN (1998) com características específicas. O documento orienta que não é indicado ao terceiro ciclo o desenvolvimento de um trabalho que realize o aprofundamento das operações com as expressões algébricas e as equações. Considera suficiente que os alunos compreendam a noção de variável e reconheçam uma expressão algébrica como uma forma de traduzir uma relação existente entre a variação de duas grandezas. A orientação é que técnicas convencionais sejam deixadas para o quarto ciclo.

Observa-se que para os PCN (1998), o terceiro ciclo do Ensino Fundamental, que representa as quintas e sextas séries, não evidenciam a indicação direta com o trabalho dos conceitos e procedimentos algébricos, pois o aprofundamento das operações com expressões algébricas e as equações não são indicados para essas séries, devido acreditar que sua abordagem pode ter maior entendimento aos alunos quando estiverem no quarto ciclo, referente a sétima e oitava série, mas apontam para noção de variável e uso de uma expressão algébrica que traduza uma variação entre duas grandezas indicando o início do que o documento chama de pré-álgebra.

Percebe-se a orientação dos PCN (1998) para que os conhecimentos algébricos tenham conexão de continuidade de um ciclo para o outro, o que permite que os alunos evoluam, dando significado à linguagem e às ideias matemáticas. Defende também, que ao se propor situações-problema diversificadas, o aluno pode reconhecer diferentes funções da Álgebra, como: modelizar, generalizar, demonstrar propriedades e fórmulas, estabelecer relações entre grandezas. Percebe-se que o documento aponta que o procedimento de administração com os conteúdos algébricos e atividades relacionadas a eles tendem a ganhar graus de dificuldades de um ciclo para o outro, apontando que não seja deixado de lado os conhecimentos e uso da Aritmética.

O Currículo Paulista (2019) e a Álgebra

O Currículo Paulista foi homologado pelo Secretário Estadual de Educação, Rossieli Soares da Silva em agosto de 2019 com o objetivo de orientar o processo de (re)elaboração, implantação e implementação dos Currículos dos municípios do estado de São Paulo e das propostas pedagógicas das escolas.

O documento afirma, em sua apresentação, que foi elaborado com a colaboração de representantes da educação de Redes Municipais e da Rede Privada de forma colaborativa em termos de saberes, procedimentos, reflexões e experiencias profissionais da educação. Logo em seguida, relata que contempla as competências gerais apresentadas pela BNCC e explica aos profissionais da educação da Rede Estadual de São Paulo as competências e as habilidades essenciais para a formação integral do estudante com desenvolvimento cognitivo, social e emocional.

A expectativa do documento é de que suas definições possam colaborar com a estruturação da Proposta Pedagógica de cada escola, priorizando práticas pedagógicas e de gestão de acordo com as aprendizagens fundamentais que se busca para todos os estudantes ao longo da educação básica.

O Currículo Paulista (2019) inicia suas indicações para a área de Matemática com o seu alinhamento à BNCC e a importância do desenvolvimento do letramento matemático dos estudantes considerado exatamente como consta na BNCC.

> definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. (BRASIL, 2017, p.264).

Em seguida, apresenta as Unidade Temáticas para o desenvolvimento ao longo de todo o Ensino Fundamental: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística. Com foco na Unidade de Álgebra, o documento é distribuído em Habilidades e Objetivos de Conhecimento para cada ano e deixa claro que as Unidades Temáticas são as mesmas propostas na BNCC. Cada habilidade é identificada por um código alfanumérico (por exemplo, EF01MA09) que possui a identificação da seguinte forma: as duas primeiras letras identificam o seguimento de ensino, EF – Ensino Fundamental, em seguida os dois números – 01, indicam o ano ou bloco de ano a que se refere a escolaridade do aluno, em seguida, as duas letras - MA, indicam a disciplina em questão - Matemática e por último, os dois números – 09, indicam a posição da habilidade na numeração sequencial. Demonstramos a seguir um exemplo dessa indicação no Currículo Paulista:

Quadro 2: *Habilidades e Objetivos de Conhecimento do Currículo Paulista 2019 (Currículo Paulista 2019 (adaptado))*

Unidade	**Ano**	**Habilidades Currículo Paulista**	**Objetivos de Conhecimento**
Álgebra	1º	(EF01MA09) Organizar e ordenar objetos do cotidiano ou representações por figuras, por meio de atributos, tais como cor, forma e medida.	Padrões figurais e numéricos: investigação de regularidades ou padrões em sequências.
		(EF01MA10) Descrever, após o reconhecimento e a explicitação de um padrão (ou regularidade), os elementos ausentes em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras.	Sequências recursivas: observação de regras usadas utilizadas em seriações numéricas (mais 1, mais 2, menos 1, menos 2, por exemplo).

A Álgebra no Currículo Paulista (2019) é contemplada no Ensino Fundamental, desde os Anos Iniciais, ampliando a cada ano e a necessidade de atenção para a atuação do pensamento algébrico e a capacidade dos estudantes usarem suas representações em novas situações. Relata que o aprendizado de Álgebra proporciona compreensão das propriedades de generalizações e a capacidade de realizar abstrações, promovendo desenvolvimento cognitivos no campo do raciocínio matemático.

O Currículo Paulista indica que os Anos Finais do Ensino Fundamental são responsáveis pela retomada e aprofundamento dos conteúdos de Álgebra abordados nos Anos Iniciais, onde os estudantes passarão a entender sobre os diferentes significados das variáveis numéricas em uma expressão, estabelecer uma generalização de uma propriedade, investigar a regularidade de uma sequência numérica, indicar um valor desconhecido em uma sentença algébrica e estabelecer a variação entre duas grandezas. O documento defende que o ensino de Álgebra deve observar que existe uma relação de natureza algébrica entre o pensamento e a linguagem e que a linguagem algébrica é a expressão do pensamento matemático.

Considerações

As análises dos documentos curriculares apresentadas nesse estudo buscaram a presença dos conteúdos de Álgebra e de que forma orientam sua abordagem em cada ano de escolaridade dos estudantes nas aulas de Matemática.

Nos Guias Curriculares de Matemática de 1975, em três dos quatro temas que permeiam o 1º grau, os conteúdos de Álgebra são apresentados explicitamente, como por exemplo, o conteúdo apresentado como cálculo algébrico, abordado na 7ª e 8ª série e abordado de forma implícita em outras séries. Em seguida, o conteúdo de Álgebra é apresentado no Tema III do documento, abordando Equações e Inequações na maioria das séries escolares de forma implícita, porém a partir da sexta série, esses conteúdos, são apresentados de forma mais evidente e explícita. Porém, há uma inovação nesse Currículo com um tema específico para Relações e Funções, parte importante da Álgebra que teve um destaque especial no documento.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998) apresentaram evolução na indicação dos conteúdos de Álgebra em relação aos Guias, pois destaca as diferentes funções da Álgebra, as diferenças entre variável e incógnita, as representações algébricas e gráficas, ampliando e muito a abordagem dada à Álgebra. No entanto, o documento, relembra dados e ações dos professores perante o ensino de Álgebra que não traziam resultados positivos como se esperava, citando o índice de 40% de acertos em avaliações externas como, o Sistema de Avaliação da Educação Básica – SAEB. Com isso, o documento, argumenta que não adianta o professor aumentar a demanda de tempo para trabalho desse conteúdo, que muitas vezes realiza a repetição de forma mecânica e não proporciona evolução ao aprendizado do aluno, além de correr o risco de prejudicar o andamento de outros conteúdos programáticos.

No Currículo Paulista (2019) é possível identificar as indicações de Álgebra da mesma forma que propostas na Base Nacional Comum Curricular - BNCC (2017) para cada ano de escolaridade. As indicações do Currículo Paulista sobre a Álgebra e o pensamento algébrico apontam que desde os primeiros anos escolares é importante a abordagem adequada de atividades que envolvem esses conteúdos, inserindo os estudantes nas generalizações, inferências e conjecturas desde cedo.

O entendimento da observação de documentos curriculares de que trata esse trabalho, observou que houve evolução na indicação dos conteúdos de Álgebra para as aulas do Ensino Fundamental. Esse processo, ao passar por evolução, beneficia os estudantes acompanhando as novas gerações em constantes mudanças e inserção da criança e do jovem cada vez mais rápida em informações e tecnologias de comunicação instantânea sobre qualquer assunto. O estudo dos referidos documentos indicou a importância de se conhecer o verdadeiro papel do Currículo, em especial, para esse trabalho, os conteúdos de Álgebra e sua abordagem em cada ano de escolaridade. Os documentos apresentaram significativa evolução quando abordam as habilidades e objetivos para cada ano de escolaridade. Diante dos estudos fica evidente a importância do conhecimento cada vez mais de perto dos documentos que regem a Educação Básica no Estado de São Paulo, que apesar de apresentar evolução na indicação de conteúdos e aprendizagens que os alunos devem encontrar na escola é preciso maior participação de pesquisas que incorporem a participação de toda comunidade escolar na formação, estudo, reforma e reestruturação desses documentos curriculares ao longo do tempo, pois os professores e alunos é que serão os consumidores de todas as orientações.

Referências

BRASIL. Lei nº 5.692. Fixa diretrizes e bases para o ensino de 1º e 2º graus, e dá outras providências. Diário Oficial da União, Brasília, DF, 12 ago. 1971.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2017.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais; Matemática/Secretaria de Educação Fundamental. Brasília, DF, MEC/SEF, 1998.

LUDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. Métodos de Coleta de dados: observação, entrevista, e análise documental. In: LUDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. Pesquisa em educação: abordagens qualitativas. São Paulo: Epu, 1986. Cap. 3. p. 25-44.

SACRISTÁN, J. G. O currículo: uma reflexão sobre a prática. 3.ed. Porto Alegre: Artmed, 2000.

SACRISTÁN, J. G. O que significa currículo? In: SACRISTÁN, José Gimeno (org) Saberes e incertezas sobre currículo. Porto Alegre: Penso, 2013, p. 16-35.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação do Estado de São Paulo. União dos Dirigentes Municipais de Educação do Estado de São Paulo. Currículo Paulista. São Paulo: SEE-SP/UNDIME-SP, 2019.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação do Estado de São Paulo. Centro de Estudos Humanos e Pesquisas Educacionais Prof. Laerte Ramos de Carvalho. Guias Curriculares propostos para as Matérias do Núcleo Comum do Ensino de Primeiro Grau, São Paulo, 1973. 234p.

Educação Matemática no e para o Mundo do Trabalho: um mapeamento de publicações no ICME

Mathematics Education in and for Work: a mapping of ICME publications

Educación Matemática en y para el Mundo del Trabajo: un mapeo de publicaciones en ICME

Guilherme Borges Cabral[778]
Instituto Federal do Espírito Santo
https://orcid.org/0000-0001-9084-8504

Lauro Chagas e Sá[779]
Instituto Federal do Espírito Santo
http://orcid.org/0000-0003-1820-4856

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Processos de ensino e aprendizagem da Matemática em diferentes modalidades e níveis educacionais

Resumo

Esse trabalho visa explorar as relações entre Educação Matemática *no* e *para* o Mundo do Trabalho em apresentações do *International Congress on Mathematical Education* (ICME). No âmbito teórico, contrastamos a visão marxista de trabalho como processo dialógico entre o homem e a natureza com a noção de emprego, que se relaciona com a ocupação profissional do indivíduo e as atividades laborais por ele exercidas. Em termos metodológicos, realizamos um fichamento de artigos dos anais do ICME de 2004, 2012 e 2016, a fim de verificar a abordagem dos trabalhos quanto à Educação Matemática. Os resumos e artigos foram selecionados tomando como critério a presença no grupo de estudo de tópico (TSG) de Educação Matemática *no* e *para* o trabalho. Em consonância com nosso referencial teórico, os textos foram organizados conforme as seguintes categorias: Educação Matemática *no* emprego, *para* o emprego ou *para* o trabalho. A partir das informações obtidas, concluímos que, apesar do quantitativo de trabalhos que propõem a Educação Matemática *no* e *para* o emprego, também há uma preocupação com a formação do indivíduo *para* o trabalho, buscando observar como a

[778] guilhermeborgescabral@gmail.com
[779] lauro.sa@ifes.edu.br

Matemática está presente e pode contribuir para a formação e atuação de trabalhadores em sociedade.

Palavras-chave: trabalho, emprego, ICME.

Abstract

This work aims to explore the relationships between Mathematics Education in and for the World of Work in presentations at the International Congress on Mathematical Education (ICME). In the theoretical scope, we contrast the Marxist view of work as a dialogical process between man and nature with the notion of employment, which is related to the individual's professional occupation and the work activities performed by him. In methodological terms, we carried out a file of articles from the ICME proceedings of 2004, 2012 and 2016, to verify the approach of the works regarding Mathematics Education. Abstracts and articles were selected based on their presence in the Topic Study Group (TSG) about Mathematics Education *in* and *for* work. In line with our theoretical framework, the texts were organized according to the following categories: Mathematics Education *at* job, *for* job or *for* work. From the information obtained, we conclude that, despite the number of works that propose Mathematics Education in and for employment, there is also a concern with the training of the individual for work, seeking to observe how Mathematics is present and can contribute to the training and performance of workers in society.

Keywords: work, employment, ICME.

Resumen

Este trabajo tiene como objetivo explorar las relaciones entre la Educación Matemática en y para el Mundo del Trabajo en presentaciones en el Congreso Internacional de Educación Matemática (ICME). En el ámbito teórico, contrastamos la visión marxista del trabajo como proceso dialógico entre el hombre y la naturaleza con la noción de empleo, que se relaciona con la ocupación profesional del individuo y las actividades laborales realizadas por él. En términos metodológicos, realizamos un archivo de artículos de los anales del ICME de 2004, 2012 y 2016, con el fin de verificar el enfoque de los trabajos en torno a la Educación Matemática. Los resúmenes y artículos fueron seleccionados en base a su presencia en el Grupo de Estudio de Temas de Educación Matemática (TSG) en y para el trabajo. De acuerdo con nuestro marco teórico, los textos fueron organizados según las siguientes categorías: Educación Matemática en el trabajo, para el trabajo o para el trabajo. De la información obtenida, concluimos que, a pesar de la cantidad de trabajos que proponen la Educación Matemática en y para el empleo, también existe una preocupación por la formación del individuo para el trabajo, buscando observar cómo las Matemáticas están presentes y pueden contribuir a la formación. y desempeño de los trabajadores en la sociedad.

Palabras clave: trabajo, empleo, ICME.

Introdução

Essa comunicação científica parte de uma inquietação dos autores acerca da integração de componentes curriculares na Educação Profissional Técnica de Nível Médio e objetiva explorar as relações inerentes à Educação Matemática *no* e *para* o Mundo do Trabalho nas apresentações do *International Congress on Mathematical Education* (ICME). Pretende-se, dessa forma, ampliar a discussão sobre a Educação Matemática de alunos da Educação Profissional e Tecnológica, considerando a adoção do trabalho como princípio educativo, apontada em documentos oficiais como um dos eixos organizadores dos currículos para essa modalidade de ensino (Brasil, 2012).

Este manuscrito resulta de uma pesquisa de Iniciação Científica Júnior[780] no campo da Educação Matemática desenvolvida no âmbito do EMEP – Grupo de Pesquisa de Educação Matemática e Educação Profissional[781]. O projeto está vinculado à linha de pesquisa de Educação Matemática para o Mundo do Trabalho, a qual compreende investigações em Educação Matemática sobre práticas pedagógicas e recursos didáticos com vistas à formação para o mundo do trabalho, tendo como público, principalmente, estudantes de Ensino Médio e de cursos técnicos ou profissionalizantes.

Nas seções seguintes, apresentamos nosso referencial teórico, pelo qual refletimos sobre a Educação Matemática para uma visão marxista de trabalho e para uma noção de emprego, focada nas atividades laborais por ele exercidas. Em seguida, apresentamos o processo metodológico, detalhando o contexto da pesquisa, as etapas da investigação e as categorias para análise. Já na segunda metade deste manuscrito, trazemos os resultados obtidos pela pesquisa, analisados à luz da teoria anunciada. Por fim, nas conclusões, fazemos uma síntese das reflexões e apontamos novos encaminhamentos para outras pesquisas neste campo.

[780] Pesquisa cadastrada sob nº PJ6575, vinculada ao Programa Institucional de Apoio à Pós-graduação Stricto Sensu – PROPÓS, com financiamento do Instituto Federal do Espírito Santo.
[781] O EMEP é um grupo de pesquisa que reúne professores-pesquisadores do Instituto Federal do Espírito Santo (Ifes), da Secretaria de Educação do Espírito Santo (SEDU-ES) e de instituições privadas que investigam práticas de Educação Matemática nas etapas de Ensino Médio e de Ensino Superior, bem como na modalidade de Educação Profissional e Tecnológica.

Referencial teórico

Conforme anunciado na introdução, esta pesquisa parte de uma inquietação dos autores acerca dos possíveis papéis para a Educação Matemática na Educação Profissional Técnica de Nível Médio. Os princípios desta modalidade educacional brasileira incluem, segundo a Resolução CNE nº 6/2012, o "trabalho assumido como princípio educativo, tendo sua integração com a ciência, a tecnologia e a cultura como base da proposta político-pedagógica e do desenvolvimento curricular" (Brasil, 2012, Art. 6º, inciso VII). Esta resolução também recomenda a contextualização e interdisciplinaridade na utilização de estratégias educacionais, por serem "favoráveis à compreensão de significados e à integração entre a teoria e a vivência da prática profissional, envolvendo as múltiplas dimensões do eixo tecnológico do curso e das ciências e tecnologias a ele vinculadas" (Brasil, 2012, Art. 6º, inciso VIII).

Para fins de compreensão, é preciso distinguir os conceitos de "trabalho" e "emprego". Nossa concepção de trabalho é apoiada nas ideias de Marx (1985, p.149-150), que o define como:

> [...] um processo entre o homem e a natureza, um processo em que o homem, por sua própria ação, media, regula e controla seu metabolismo com a Natureza. Ele mesmo se defronta com a matéria natural como uma força natural. Ele põe em movimento as forças naturais pertencentes à sua corporeidade, braços, pernas, cabeça e mãos, a fim de se apropriar da matéria natural numa forma útil à própria vida. Ao atuar, por meio desse movimento, sobre a natureza externa a ele e ao modificá-la, ele modifica, ao mesmo tempo, sua própria natureza.

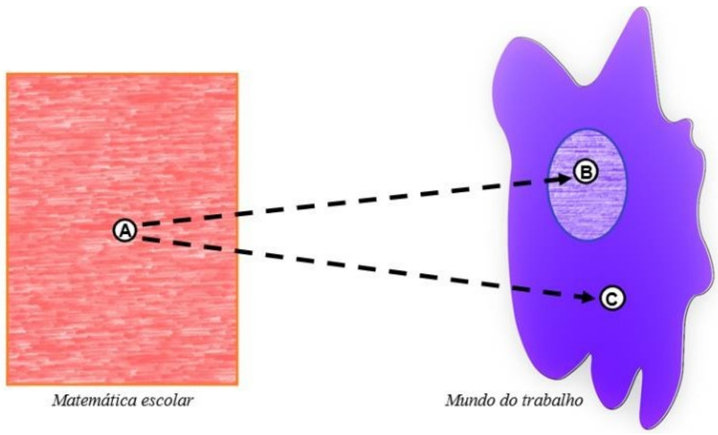
Já "emprego", segundo o dicionário Aurélio, é o "ato ou efeito de empregar, atribuir uma colocação ou função a alguém". Em nossa perspectiva, compreende-se "emprego" como um conceito inserido no contexto de trabalho, mas que se encontra mais diretamente relacionado à ocupação profissional do indivíduo e às atividades laborais por ele exercidas, envolvendo movimentos repetitivos, habilidades e conhecimentos frequentemente utilizados etc.

Além da distinção entre trabalho e emprego, precisamos refletir sobre o papel da teoria no processo de atuação do homem em sociedade. Para tanto, recorremos a Saviani (2008) que destaca que, enquanto a apresentação de conceitos científicos (trabalho intelectual) desvinculada da prática configura-se como *contemplação*, a recíproca – prática desvinculada da teoria (trabalho manual) – é *espontaneísmo*. Por isso, é importante que haja uma integração entre teoria e prática na Educação Matemática com vistas ao mundo do trabalho, visando a formação integral do trabalhador.

Neste contexto de dualidade entre trabalho e emprego e entre teoria e prática, a Educação Matemática se mostra importante não apenas para o desenvolvimento de raciocínio e habilidades profissionais quanto ao trabalho laboral, mas também quanto à formação para leitura de mundo e atuação como cidadão. Essa função torna-se imprescindível quando se observa o processo de precarização do trabalho no contexto hodierno, assumindo um papel de denúncia, resistência e consciência do trabalhador (Sá, 2021). Assim, a Educação Matemática pode ser concebida de três formas com vistas ao mundo do trabalho: primeiramente, como um pré-requisito para a Educação Profissional e Tecnológica de Nível Médio, ocorrendo no âmbito disciplinar; segundamente, associada ao saber-fazer do curso técnico; e, por fim, na sua terceira forma, preocupando-se, além das questões citadas, com as maneiras de enxergar as relações sociais subjacentes ao campo do trabalho (Sá, Jordane, & Giraldo, 2022).

Figura 1.

Abordagens possíveis para a Educação Matemática com vistas ao mundo do trabalho (Sá, Jordane, & Giraldo, 2022, p. 200)



Percebe-se, então, como a Educação Matemática pode: priorizar a capacitação do indivíduo para o exercício de determinada profissão, isto é, voltando-se *para* o emprego; ou focar nos conhecimentos e habilidades aplicados na prática, ou seja, *no* emprego. Tendo em vista como essas abordagens se dialogam e se dispõem em um contexto maior e mais complexo de trabalho, é possível traçar a terceira abordagem, supracitada, voltada *para* o trabalho. Esta tipologia para o papel do trabalho como princípio educativo em Educação Matemática foi adotada como critérios para categorização dos dados desta pesquisa e, por isso, será retomada na seção seguinte.

Metodologia

Como esta pesquisa foi desenvolvida com base em material já publicado, caracteriza-se como bibliográfica (Fiorentini & Lorenzato, 2006). O corpus de análise foi constituído de textos publicados nos anais do *International Congress on Mathematical Education* (ICME), evento realizado pela *International Commission on Mathematical Instruction* (ICMI). Para constituição e análise do *corpus* de publicações, adotou-se uma metodologia que se aproxima das etapas recomendadas por Gil (2008), sendo: escolha do tema; levantamento bibliográfico preliminar; formulação do problema; elaboração do plano provisório de assunto; busca das fontes; leitura do material; fichamento; organização lógica do assunto; redação do relatório com os resultados obtidos. O tema foi escolhido visando dar continuidade aos estudos sobre a integração de componentes curriculares na Educação Profissional Técnica de Nível Médio.

Buscaram-se nos anais dos ICME textos pertencentes ao Grupo de Estudo de Tópicos (*Topic Study Group*, TSG, em inglês) de interesse: *Mathematics Education in and for Work*, ou seja, Educação Matemática no e para o trabalho. Este TSG possui como foco identificar as características gerais da natureza matemática no e para o mundo trabalho, avaliando as habilidades do indivíduo, sua capacidade de resolver problemas, sua flexibilidade etc., assim como discutir o ensino e aprendizado de matemática no trabalho e nas salas de aula. Esse tema se iniciou aglutinado com a Educação Matemática para jovens e adultos, mas ganhou seu próprio TSG na décima edição do evento, realizada em 2004.

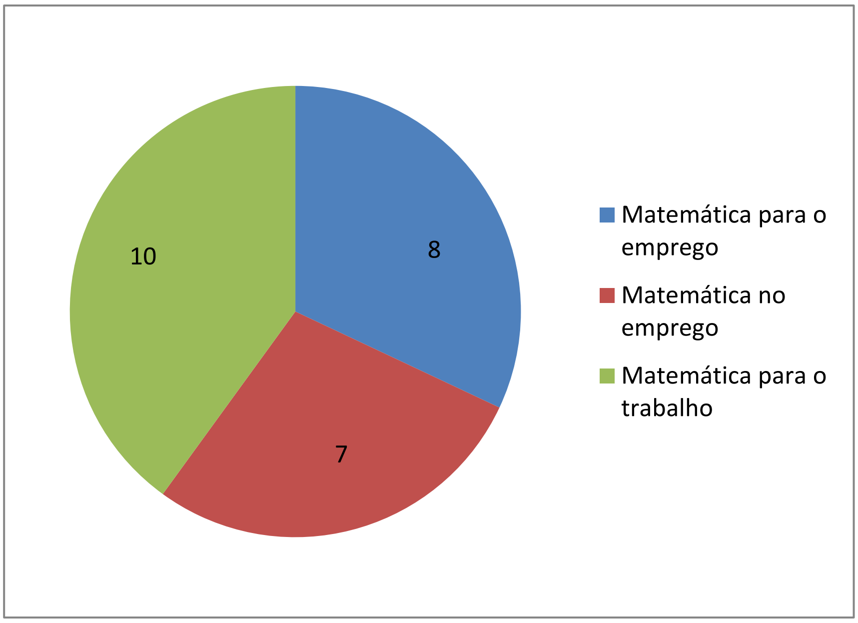
Dentre os anais obtidos por meio de pesquisa online e com o auxílio de pesquisadores parceiros, satisfaziam aos requisitos os documentos do ICME-10 (2004), ICME-12 (2012) e ICME-13 (2016), sediados, respectivamente, em Copenhague (Dinamarca), Seoul (Coréia do Sul) e Hamburgo (Alemanha). Após acessar os anais dos ICME, foi realizada uma leitura preliminar e fichamento dos textos, tendo em vista seus seguintes aspectos: título, autores, país de origem dos autores, país onde a pesquisa foi realizada, foco da pesquisa (Matemática *no* emprego, *para* o emprego ou *para* o trabalho), e como a matemática aparece no trabalho. Esta classificação, inicialmente apresentada em Sá (2021), orientou a organização dos dados para análise.

Resultados e análises

Por meio da pesquisa bibliográfica, verificou-se que dentre os 25 textos publicados nos anais dos ICME-10, ICME-12 e ICME-13, 10 tinham como foco de sua pesquisa a "Matemática *para* o trabalho", 8 tinham como foco a "Matemática *para* o emprego" e 7 tinham como foco a "Matemática *no* emprego".

Figura 2.

Trabalhos analisados e seus focos de pesquisa (Acervo dos pesquisadores, 2022)



De modo mais detalhado, apresentamos, a seguir, seus respectivos títulos, autores e focos de pesquisa, de acordo com as categorias criadas.

Tabela 1.

Título, autor e foco das pesquisas analisadas (Acervo dos pesquisadores, 2022)

Título	Autor	Foco da pesquisa
Quantitative literacy: An introduction	Henk van der Kooij	Matemática para o emprego
Introduction on ambivalence of technology	Rudolf Strässer	Matemática no emprego

Abstraction in workplace expertise	Celia Hoyles e Richard Noss	Matemática no emprego
The numeracies of boat building	Robyn Zevenbergen e Kelly Zevenbergen	Matemática no emprego
Mathematical knowledge of workers at South-African Cultural Villages	Mogege Mosimege	Matemática para o trabalho
Mathematics in Italian vocational schools	Brunetto Piochi and Rosa Laura Ancona	Matemática para o emprego
Constructing mathematical concepts. The effects of a writing workshop based on learner's own experience	Corinne Hahn	Matemática para o trabalho
Mathematics needs of students in emerging technologies	Mary Ann e Robert Hovis	Matemática para o trabalho
A perspective on numeracy	Steve Thornton and John Hogan	Matemática para o trabalho
Pharmacists and Mathematics	Ok Kyeong-Kim	Matemática no emprego
The Mathematics Teaching in Vocational Schools in Portugal	Jaime Carvalho e Silva	Matemática para o trabalho
Mathematics Education for the Worker, for the Employer, and/or for the Global Marketplace? - An Exploratory Study of a Complex Question	Keiko Yasukawa, Stephen Black e Tony Brown	Matemática para o trabalho
Seeking principles of design of general mathematics curricula informed by research of use of mathematics in workplace contexts	Geoff Wake	Matemática para o trabalho
Partnership Program of Mathematics and Science Education in Japan	Minoru Ito	Matemática para o trabalho

‘Adults’ mathematics: In work and for school	Lisa Bjorklund Boistrup e Marie Jacobson	Matemática para o emprego
Authenticity in vocational mathematics: Supporting medication dosage calculation problem solving in nursing	Diana Cohen e Keith Weeks	Matemática para o emprego
Redesign guidelines to enrich classroom tasks for maths and science	Vincent Jonker, Monica Wijers, Ad Mooldijk, Mieke Abels e Michiel Doorman	Matemática para o emprego
The numeracy of vocational students: Exploring the nature of the mathematics used in daily life and work	Kees Hoogland e Birgit Pepin	Matemática para o trabalho
Re-contextualising mathematics for the workplace	John Keogh & Theresa Maguire	Matemática para o emprego
Mathematics in the workplace from different perspectives: The case of Anita, a Nursing Aide	Lisa Björklund Boistrop	Matemática no emprego
Vocational mathematics and nursing: Social messiness and complexity	David Pontin	Matemática no emprego
Uncovering estimation and spatial awareness as elements of workplace numeracy	Phil Kane	Matemática no emprego
Dialogue between school and the world of work in teacher professional development (PD)	Karen Reitz-Koncebovski e Katja Maaß	Matemática para o trabalho
Techno-mathematical literacies in the workplaces of engineers	Nathalie Jennifer van der Wal, Arthur Bakker e Paul Drijvers	Matemática no emprego
Inside a mathematics-for-work lesson on ratio	Damon Whitten	Matemática para o emprego

A Educação Matemática *para* o emprego volta-se para a formação profissional, encontrando-se, muitas vezes, atrelada à organização curricular de cursos, preocupando-se com os conhecimentos necessários para a capacitação do indivíduo para o exercício de sua profissão. Temos como exemplos de trabalhos com esse enfoque: *"Authenticity in vocational mathematics: Supporting medication dosage calculation problem solving in nursing"* de Diana Cohen e Keith Weeks, que abordam como o ensino, aprendizado e a avaliação na formação de estudantes para o trabalho atendem as demandas matemáticas para o emprego, neste caso, da área de enfermagem; e *"'Adults' mathematics: In work and for school"*, de Lisa Bjorklund Boistrup e Marie Jacobson. Nesse último artigo, por exemplo, buscou-se evidenciar a relação entre a matemática que os adultos encontram nos seus empregos e as demandas de aprendizado matemáticas das escolas. A pesquisa foi realizada em diversos países e contextos educacionais e de trabalho, como farmácias, fábricas e enfermarias. Ao longo da pesquisa, as autoras destacaram a tensão entre o aprendizado de matemática como parte da prática do trabalho e o seu aprendizado direcionado para a crítica e transformação do trabalho.

Já a Educação Matemática *no* emprego preocupa-se em ensinar e desenvolver os conhecimentos e habilidades aplicados na prática pelo indivíduo ao exercer sua profissão, ou seja, o trabalho laboral. Temos como exemplos de trabalhos com esse enfoque: *"Pharmacists and Mathematics"* de Ok Kyeong-Kim, que observou como dois farmacêuticos recordavam o uso de conhecimentos matemáticos (proporções, razões, porcentagens etc.) no seu ambiente de trabalho; e *"The numeracies of boat building"* de Robyn Zevenbergen e Kelly Zevenbergen, que observaram e compararam os conhecimentos e habilidades matemáticas aplicadas por jovens e experientes construtores de barcos. A visão de a Educação Matemática *no* emprego é apresentada neste último estudo, sobretudo quando os autores observaram que jovens construtores de barcos tendem a trabalhar com os números utilizando mais habilidades de estimativa, resolução de problemas e métodos intuitivos, além de analisar a situação de forma "holística" (compreendendo um sistema por inteiro, relacionando todas suas partes); todas essas habilidades aparentam ser prioridade sobre aquelas que envolvem diretamente números. Diferentemente, os construtores mais velhos possuem maior afinidade com o uso de cálculos e outros atributos envolvendo números.

Por fim, a Educação Matemática *para* o trabalho aborda a realidade que circunscreve o trabalhador, atentando-se a questões como jornada de trabalho, salário e alimentação, assim como à formação para leitura de mundo e atuação como cidadão. Temos como exemplos de trabalhos com esse enfoque: *"A perspective on numeracy"* de Steve Thornton and John Hogan, que abordam como a numeracia, além de representar a competência do indivíduo com habilidades matemáticas básicas, pode ter sérias implicações na preparação de jovens para a vida, aprendizado e para o trabalho; e *"Seeking principles of design of general mathematics curricula informed by research of use of mathematics in workplace contexts"* de Geoff Wake. Nesse último estudo, o autor destaca como é importante que o currículo matemático do estudante o ajude a transicionar entre contextos matemáticos diferentes em sua vida e carreira. Wake articula princípios de design para o desenvolvimento de um currículo matemático, concebendo a matemática não apenas como um objeto de estudo, mas também como uma prática que proporciona a comunicação, companheirismo e transformação da comunidade que a aplica. Assim, é enfatizada a importância das pesquisas sobre as práticas no ambiente de trabalho para informar e transformar currículos matemáticos gerais em currículos que provejam os estudantes com experiências de aprendizado autênticas.

Conclusão

Nesta comunicação, viu-se a importância da adoção do trabalho como princípio educativo, assim como a importância da formação integral e omnilateral do trabalhador. Observou-se que, dentre os artigos analisados dos anais dos ICME-10, ICME-12 e ICME-13, que possuíam um tópico próprio de discussão para Educação Matemática no e para o mundo trabalho, 40% (10) possuíam como enfoque a Matemática *para* o trabalho, evidenciando a preocupação com a formação do indivíduo *para* o trabalho, buscando observar como a Matemática está presente e como pode contribuir para o cotidiano e formação do trabalhador. Contudo, os artigos ainda se dividem bem entre as outras duas categorias de Matemática *para* o emprego, com 28% dos artigos (7), e Matemática *no* emprego, com 32% dos artigos (8).

Reforça-se que, a fim de tornar a discussão mais objetiva, não foram apresentados os resumos de todos os artigos e apresentações analisados. Portanto, recomenda-se que os leitores busquem nos anais dos ICME mais informações sobre as pesquisas, assim como os encorajamos a pesquisar mais profundamente acerca da temática em outros eventos e projetos.

Referências

Brasil (2012). *Resolução CNE/CEB nº 06*, de 20 de dezembro de 2012: Define Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Profissional Técnica de Nível Médio. Brasília: CNE/CEB.

Cho, S. J. (Ed.) (2012). *The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education*. Seoul National University, Coreia do Sul. https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-319-12688-3.

Fiorentini, D., & Lorenzato, S (2006). *Investigação em Educação Matemática*: percursos teóricos e metodológicos. Campinas, SP: Autores Associados.

Gil, A. C (2008). *Métodos e técnicas de pesquisa social*. 6. ed. São Paulo: Atlas.

Kaiser, G. (Ed.) (2016). *Proceedings of the 13th International Congress on Mathematical Education*. University of Hamburg, Alemanha. https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-319-62597-3.

Marx, K (1965). *O Capital*. Vol. I. Livro I. Coleção Os Economistas. São Paulo: Nova Cultural.

Niss, M. (Ed.) (2004). *Proceedings of the 10th International Congress on Mathematical Education*. Roskilde University, Dinamarca.

Sá, L. C. (2021). *Educação Matemática na Educação Profissional e Tecnológica*: contribuições para uma formação integral em resistência à precarização do trabalho. [Tese de Doutorado em Ensino e História da Matemática e da Física, Universidade Federal do Rio de Janeiro].

Sá, L. C., Oliveira, A. J., & Giraldo, V. A (2022). O Trabalho como Princípio Educativo em Atividades de Matemática na Educação Profissional e Tecnológica. *Bolema*, Rio Claro (SP), v. 36, n. 72, p. 193-213, abr. 2022. https://doi.org/10.1590/1980-4415v36n72a09.

Saviani, D (2008). *Escola e democracia*. São Paulo: Cortez/Autores Associados.

IX CIBEM Congresso Iberoamericano de Educação Matemática 05 a 09 de dezembro de 2022

Uma análise da BNCC à luz dos pesquisadores que trabalham *Early Algebra*.

An analysis of the BNCC in light of researchers working on Early Algebra.

Un análisis del BNCC a la luz de los investigadores que trabajan en Early Algebra.

Cintra, Thiago Santos[782]
UESC
0000-0002-9080-6547

Silva, Lilian Ramos[783]
UESC
0001-94913270

Calazans, Rita de Cassia[784]
UESC
0000-0003-2197-2709

Merlini, Vera Lucia[785]
UESC
0000-0001-9784-3546

Modalidade: Comunicação.
Núcleo Temático: Processos de ensino e aprendizagem da Matemática em diferentes modalidades e níveis educacionais.

Resumo

Este estudo tem por o objetivo analisar a Base Nacional Comum Curricular, especificamente na unidade temática Álgebra, nos anos iniciais do Ensino Fundamental à luz de estudos relacionado ao desenvolvimento do raciocínio algébrico. Trata-se de umestudo documental de acordo com Fiorentini e Lorenzato. No que diz respeito ao aporte teórico, este está baseado nos estudos de Blanton, Carraher, e Kaput, Schliemann, dentreoutros. A partir dessas discussões, como potenciais resultados espera-se que essa pesquisa possa contribuir na inserção do desenvolvimento do raciocínio algébrico dos estudantes e, além disso, é possível reconhecer que as atividades aritméticas, já trabalhadas nos anosiniciais do Ensino Fundamental, propiciam esse desenvolvimento. Diante disso, é fundamental a postura do professor para este propósito

[782] thiagosantoscintra@gmail.com
[783] liliangramos@hotmail.com
[784] cassiacalazans@gmail.com
[785] vlmerlini@uesc.br

e, para tanto, um dos caminhos que propicia esse modo de agir do professor é a formação inicial assim como a formaçãocontinuada de professores.

Palavras-chave: Educação Matemática; *Early Algebra*; Anos Iniciais; Raciocínio Algébrico.

Abstract

This study aims to analyze the Common National Curricular Base, specifically in the Algebra thematic unit, in the early years of elementary school in the light of studies related to the development of algebraic reasoning. This is a documental study according to Fiorentini and Lorenzato. As for the theoretical contribution, it is based on the studiesof Blanton, Carraher, and Kaput, Schliemann, among others. From these discussions, as potential results, it is expected that this research can contribute to the development of students' algebraic reasoning and, furthermore, it is possible to recognize that arithmetic activities, already worked on in the early years of elementary school, provide this development. Therefore, the teacher's attitude is fundamental for this purpose and, to thisend, one of the paths that provides this way of acting of the teacher is the initial training as well as the continued training of teachers.

Keywords: Mathematics Education; Early Algebra; Early Years; Algebraic Reasoning.

Resumen

Este estudio tiene como objetivo analizar la Base Curricular Nacional Común, específicamente en la unidad temática Álgebra, en los primeros años de la escuela primaria a la luz de los estudios relacionados con el desarrollo del razonamiento algebraico. Se trata de un estudio documental según Fiorentini y Lorenzato. En cuanto ala aportación teórica, se basa en los estudios de Blanton, Carraher, Kaput, Schliemann, entre otros. A partir de estas discusiones, como resultados potenciales se espera que estainvestigación pueda contribuir a la inserción del desarrollo del razonamiento algebraico de los estudiantes y, además, es posible reconocer que las actividades aritméticas, ya trabajadas en los primeros años de la escuela primaria, proporcionan este desarrollo. Porlo tanto, es fundamental la actitud del profesor para este fin y, para ello, una de las formasque proporciona esta forma de actuar del profesor es la formación inicial así como la formación continua de los profesores.

Palabras clave: Educación matemática; Álgebra temprana; Primeros años; Razonamiento algebraico.

Introdução

Diversas pesquisas nacionais e internacionais apontam a viabilidade do desenvolvimento do raciocínio algébrico nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, que no cenário internacional é denominado por Early Algebra[786], estudado por: (USISKIN, 1997; BOOTH, 1997; YAMANAKA e MAGINA,2008; BLANTON, KAPUT, 2005; SCHLIEMANN et al 2013; BLANTON et al 2015). O realce dessas discussões e a homologação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2017), queestabelece a álgebra como uma das cinco unidades temáticas no componente curricular de Matemática ao longo do Ensino Fundamental (EF), não torna automático sua abordagem na prática em sala de aula dos Anos Iniciais (AI). A inserção da unidade temática álgebra não se dá de forma natural para os professores que ensinam Matemáticanos AI, por isso acredita-se na importância das formações continuadas. O estudo feito porNascimento (2020) traz uma indagação necessária nesse contexto, qual seja "Como a álgebra pode ser incorporada nos currículos se na formação inicial dos professores ela não esteve presente?". Concomitantemente, Kuhn (2021) diz que: "O ensino de álgebra, desde os anos iniciais do EF, causa um pouco de medo aos professores, sendo importanteestudar a proposta do documento da base".

Pensar na abordagem de conceitos algébricos desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental é, antes de tudo, analisar as orientações e disposições curriculares. Com a aprovação da BNCC (BRASIL, 2017) publicada em sua versão final em 2018 a discussãoa respeito dos conceitos algébricos ganha proporção no cenário da pesquisa. A unidade temática álgebra na BNCC (BRASIL, 2017) traz algumas dimensões algébricas, como as ideias de regularidade, generalização de padrões e propriedades da igualdade, que devemser trabalhadas desde os AI do EF. Assim é fundamental a atuação do professor para promover o desenvolvimento do raciocínio algébrico em seus estudantes.

Nacarato e Custódio (2018), apontam a intencionalidade do trabalho pedagógico como fator primordial no ensino de álgebra, implicando a necessidade de que o professortenha clareza dos objetivos a serem alcançados, bem como seu papel como mediador. Assim, o objetivo desse estudo é analisar a Base Nacional Comum Curricular, especificamente na unidade temática Álgebra, nos anos iniciais do Ensino Fundamental à luz estudos relacionado ao desenvolvimento do raciocínio algébrico.

[786] Este termo aparece pela primeira vez em uma conferência sobre o ensino de Álgebra, realizada em novembro de 2006 pela Associação de Matemática da América (Mathematical Association of America). Os especialistas organizam-se em cinco grupos para pesquisar diferentes níveis do ensino da Álgebra. Um dos grupos ficou responsável por estudar a Álgebra na primeira etapa escolar e foi nomeado de Early Algebra (Katz, 2007).

A *Early Algebra* o que é e sua relevância

A concepção a respeito da educação algébrica, desde as duas últimas décadas do século passado, expandiu-se bastante, como mostram diversos estudos (BLANTON; KAPUT, 2005; CANAVARRO, 2007; SILVA; SAVIOLI, 2012; CARRAHER;

SCHLIEMANN, 2016; OLIVEIRA, C., 2018; entre outros). Esses autores reforçam a importância e relevância do desenvolvimento do raciocínio algébrico concomitantementecom o raciocínio aritmético nos AI do EF. Lins e Gimenez (1997, p. 10), afirmam que "épreciso começar mais cedo o trabalho com álgebra e de modo que essa e a aritmética se desenvolvam juntas, uma relacionada no desenvolvimento da outra".

Antes de trazermos para a discussão alguns dos estudos relacionados a *Early Algebra*, é importante saber o que é a *Early Algebra*. Ao traduzirmos temos a expressão Álgebra Inicial, que não é representativa. De acordo com Carraher, Schliemann eSchwartz (2006) a *Early Algebra* difere da álgebra ensinada no anos finais da escola básica, a álgebra está intimamente entrelaçada com os tópicos abordados da Matemáticados anos iniciais.

Para Blanton et al (2007, p. 7) "*Early Algebra* é uma maneira de pensar que traz significado, profundidade e coerência para a compreensão matemática das crianças". Dessa forma é possível aprofundar conceitos já ensinados assim como generalizarrelacionamentos e propriedades na matemática.

Tomando como base os estudos de Lins e Kaput (2004), Carraher e Schliemann (2007) e Ruiz (2015), toma-se a *Early Algebra* como uma proposta de iniciar o desenvolvimento de conceitos, habilidades, concepções e aspectos algébrico com estudantes já nos AI do EF, partindo do que eles já pensam a respeito. Assim, *Early Algebra* engloba o estudo das relações funcionais, das generalizações de padrões, o estudo de estruturas abstraídas de cálculos e relações, o desenvolvimento e manipulações de símbolos e a modelação de situações e contextos.

Quanto à relevância da *Early Algebra*, segundo Blanton, Kaput (2005) a prática de sala de aula da maioria dos professores do ensino fundamental, historicamente, está centrada na aritmética e na fluência dos algoritmos. No entanto, afirmam os autores, atualmente é preciso preparar os estudantes para a Matemática cada mais complexa o quepressupõe um tipo diferente de experiência escolar. Para isso, é preciso repensar o currículo e a instrução do ensino fundamental, o que leva a reconhecer que o desenvolvimento da raciocínio algébrico pode simular, emergir e aprimorar a Matemática. Assim, a integração do desenvolvimento do raciocínio algébrico, desde os anos iniciais, oferece uma alternativa que contribui para o desenvolvimento conceitual dematemática, de forma mais profunda e complexa.

A partir das considerações ponderadas, é possível compreender a importância do desenvolvimento do raciocínio algébrico nos AI do EF. Na próxima seção traremos os procedimentos metodológicos de nosso estudo.

Procedimentos Metodológicos

Esse estudo que tem por objetivo analisar a Base Nacional Comum Curricular, especificamente na unidade temática Álgebra, nos anos iniciais do Ensino Fundamentalà luz de estudos relacionado ao desenvolvimento do raciocínio algébrico, cujo tipo de pesquisa se enquadra no estudo documental (Fiorentini e Lorenzato, 2012).

Desse modo, o foco dessa análise é a BNCC (BRASIL, 2017), Área de Matemática, a unidade temática Álgebra nos Anos Iniciais (1º ao 5º ano), no que diz respeito aos objetivos do conhecimento e suas respectivas habilidades.

A BNCC (BRASIL,2017), formaliza um documento normativo que define um conjunto de objetos de conhecimento e habilidades a serem tratados na Educação. Tal documento é referência para a elaboração dos currículos escolares das redes de ensino no Brasil, com o objetivo de garantir aos discentes o direito de aprender o conjunto de saberes, de Norte a Sul, nas escolas da rede pública e privada, urbana e rurais de todo o país.

O documento curricular supracitado organiza os conteúdos das áreas de conhecimento em unidades temáticas. A área da Matemática no Ensino Fundamental está dividida entre: Números; Álgebra; Geometria; Grandezas e Medidas; e Probabilidade e Estatística, relembrando que, para este estudo, focaremos na unidade temática álgebra.

Há dez competências gerais para a Educação Básica (EB), além disso a BNCC (BRASIL, 2017) aponta oito competências especificas de Matemática para o EF. No quadro 1, está descrito, de forma organizacional o previsto pela BNCC, para os Anos Iniciais do EF, na unidade temática álgebra. De acordo com o próprio documento, os fundamentos pedagógicos que nortearam sua construção objetivavam o desenvolvimentode competências, atendendo a demanda social das últimas décadas.

A seguir trouxemos o Quadro 1 que destaca os Objetivos de conhecimento, do 1ºao 5º ano, e suas respectivas habilidades.

Tabela 1.

Álgebra nos Anos Iniciais do EF (BRASIL, 2017, p.278-295)

Ano	Objetivos de conhecimento	Habilidades[787]
1º	Padrões figurais e numéricos: investigação de regularidade em sequencias.	(EF01MA09) Organizar e ordenar objetos familiares ou representações por figuras, por meio de atributos, tais como cor, forma e medida.
	Sequências recursivas: observação de regras usadas utilizadas emseriações numéricas (mais 1, mais 2, menos 1, menos 2, por exemplo)	(EF01MA10) Descrever, após o reconhecimento e a explicitação de um padrão (ou regularidade), os elementos ausentes em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras.
2º	Construção de sequências repetitivas e de sequênciasrecursivas	(EF02MA09) Construir sequências de números naturais em ordem crescente ou decrescente a partir de um número qualquer, utilizando uma regularidade estabelecida.
	Identificação de regularidade de sequências e determinação de elementos ausentes na sequência	(EF02MA10) Descrever um padrão (ou regularidade) de sequências repetitivas e de sequências recursivas, por meio de palavras, símbolos ou desenhos. (EF02MA11) Descrever os elementos ausentes em sequências repetitivas e em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras.
3º	Identificação e descrição de regularidades em sequências numéricas recursivas	(EF03MA10) Identificar regularidades em sequências ordenadas de números naturais, resultantes da realizaçãode adições ou subtrações sucessivas, por um mesmonúmero, descrever uma regra de formação da sequência e determinar elementos faltantes ou seguintes.
	Relação de igualdade	(EF03MA11) Compreender a ideia de igualdade para escrever diferentes sentenças de adições ou de subtraçõesde dois números naturais que resultem na mesma soma ou diferença.
4º	Sequência numérica recursiva formada por múltiplos de umnúmero natural	(EF04MA11) Identificar regularidades em sequências numéricas compostas por múltiplos de um número natural.
	Sequência numérica recursiva formada por números que deixam o mesmo resto ao ser divididos por um mesmo número natural diferente de zero	(EF04MA12) Reconhecer, por meio de investigações, que há grupos de números naturais para os quais as divisões por um determinado número resultam em restosiguais, identificando regularidades.
	Relações entre adição e subtração e entre multiplicação e divisão	(EF04MA13) Reconhecer, por meio de investigações, utilizando a calculadora quando necessário, as relações inversas entre as operações de adição e de subtração e de multiplicação e de divisão, para aplicá-las na resolução de problemas.

[787] As habilidades são identificadas com um código alfanumérico, composto por: o primeiro par de letras indica a etapa de Ensino, o primeiro par de número indica o ano, o segundo par de letras indica o componente curricular, e o ultimo par de números indica a posição da habilidade na numeração sequencialdo ano (BRASIL,2017).

	Propriedades da igualdade	(EF04MA14) Reconhecer e mostrar, por meio de exemplos, que a relação de igualdade existente entre dois termos permanece quando se adiciona ou se subtrai um mesmo número a cada um desses termos. (EF04MA15) Determinar o número desconhecido que torna verdadeira uma igualdade que envolve as operações fundamentais com números naturais.
5º	Propriedades da igualdade e noçãode equivalência	(EF05MA10) Concluir, por meio de investigações, que a relação de igualdade existente entre dois membros permanece ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir cada um desses membros por um mesmo número, para construir a noção de equivalência. (EF05MA11) Resolver e elaborar problemas cuja conversão em sentença matemática seja uma igualdade com uma operação em que um dos termos é desconhecido.
	Grandezas diretamente proporcionais Problemas envolvendo a partição de um todoem duas partes proporcionais	(EF05MA12) Resolver problemas que envolvamvariação de proporcionalidade direta entre duas grandezas, para associar a quantidade de um produto ao valor a pagar, alterar as quantidades de ingredientes de receitas, ampliar ou reduzir escala em mapas, entre outros. (EF05MA13) Resolver problemas envolvendo a partilhade uma quantidade em duas partes desiguais, tais como dividir uma quantidade em duas partes, de modo que uma seja o dobro da outra, com compreensão da ideia de razão entre as partes e delas com o todo.

Quanto à análise, esta será realizada a partir dos estudos supracitados e acrescidosde exemplos de atividades que podem ser trabalhadas, atendendo os objetivos prescritos.

Discussão e Análise da Unidade temática Álgebra nos Anos Iniciais

De acordo com o Quadro 1, observa-se um foco no raciocínio algébrico já nos Anos Iniciais do EF, em consonância com os estudos realizados a respeito de *Early Algebra*.

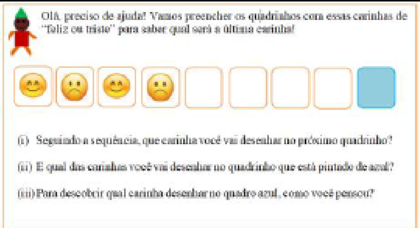
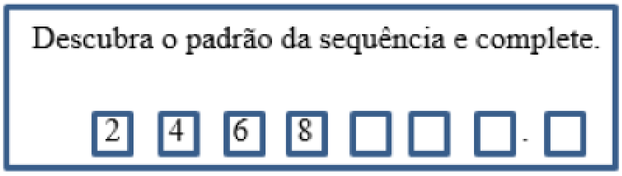
Inicialmente destacamos que, a BNCC enfatiza que a Matemática no Ensino Fundamental tem por objetivo o desenvolvimento do letramento matemático, definido como “as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente” (BRASIL, 2017, p. 266). Assim, o ensino da álgebra no currículo tem objetivo desenvolver o raciocínio algébrico e suas ideias fundamentais: equivalência, variação, interdependência e proporcionalidade.

Observamos que do 1º ao 5º ano do EF, os objetivos de conhecimento e habilidades tratam de sequencias, contudo nos dois primeiros anos o trabalho com álgebra se limita a sequências. A esse respeito, Alvarenga e Vale advertem que a exploração de situações de padrões contribuem para o desenvolvimento do raciocínio algébrico. Por conta disso, é importante que o início do estudo da álgebra, de maneira intuitiva e informal, os estudantes sejam estimulados a observar padrões e representa-los tanto na forma geométrica quanto numericamente.

A Figura 1 traz dois exemplos que poderiam ser trabalhadas nesses dois primeirosanos escolares do EF.

Figura 1:

Exemplo de Sequências: figural e numérica, respectivamente

	
Fonte: Vieira (2022, p. 58)	Fonte: autores

É importante observarmos que estas duas sequências podem ser trabalhadas nos referidos anos, contudo para que elas promovam o desenvolvimento do raciocínioalgébrico é necessária a mediação do professor, em instigá-los a argumentar suas respostas.

No 3º ano a BNCC (BRASIL, 2017), acrescenta como objetivo de conhecimentoa relação de igualdade. Ponte, Branco e Matos (2006) a relação de igualdade na verdade é uma relação de equivalência. Para os autores o sinal de igual nos primeiros anos escolares é trabalhado como resultado de uma operação, sendo necessário não perder de vista o sentido mais geral da igualdade, que é a equivalência que há entre duas expressõesnuméricas. Assim é possível envolver cálculos como: 8+5 = ? +4, onde é possível explorara relação de igualdade entre duas sentenças e não só o resultado da operação.

Com relação ao 4º ano do EF, o trabalho envolvendo sequência abrange as operações de multiplicação e divisão. Assim, se o estudante está analisando uma sequência dos múltiplos de 4, além de descobrir o padrão e o processo de generalização é possível também explorar outros conceitos.

A Figura 2 traz em exemplos que poderia ser trabalhado nesse anos escolar. Trata-se de uma sequência de múltiplos de 4, com alguns questionamentos que objetiva identificar a regularidade e proporção entre os números, assim como permite pensar no processo de generalização.

Figura 2:

Exemplo de Sequências

De continuidade a sequência abaixo:

0,4,8,__,___,___,___,___,...

a) Qual seria o 58º número?

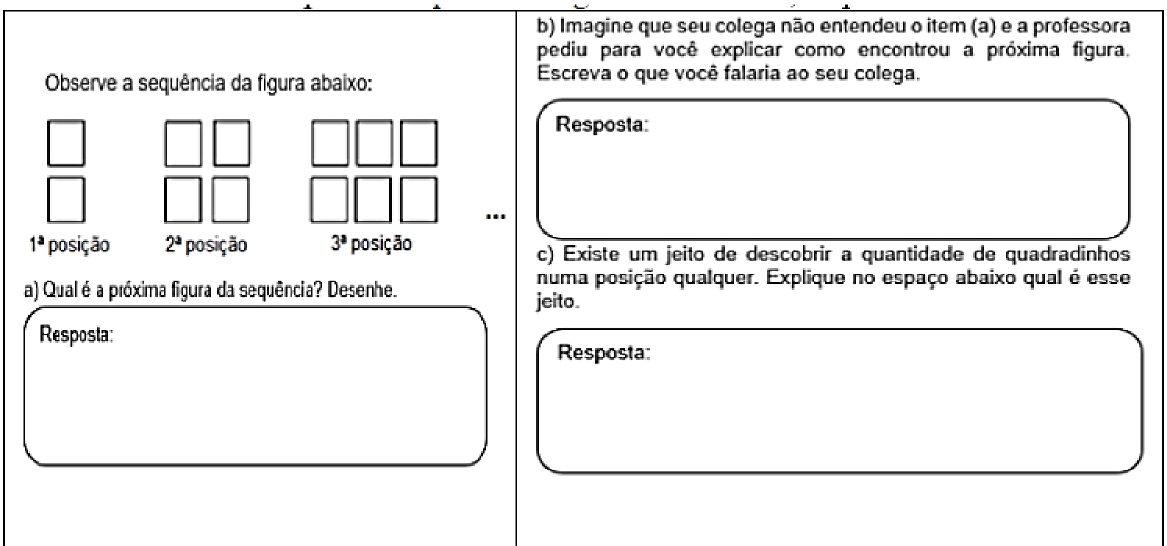
b) Existe um jeito de descobrir o número em qualquer posição?

Fonte: autores

Para os estudantes do 5º ano esses conceitos são mais aprofundados, uma vez quea BNCC (BRASIL,2018) indica o estudo das propriedades de igualdade e noções de equivalência, além da resoluções de problemas que envolvam situações com variação e proporcionalidade, situações que leve a pensar na generalização.

Figura 2:

Exemplo de Sequências: figural e numérica, respectivamente



Fonte: Ribeiro (2022, p. 53)

Com isso a álgebra passa a ser explorada desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, aliando o contexto significativo de aprendizagem com o exercício da abstração. Os conteúdos relacionam-se à percepção e ao estabelecimento de padrões e regularidades em sequências, as propriedades das operações e o sinal de igualdade, à ideiade proporção e equivalência (BRASIL, 2017).

Posterior às discussões para o ensino da álgebra nos AI do EF, por meio de atividades e ideias, parte-se para as considerações finais deste artigo.

Considerações finais

A investigação realizada propõe-se analisar as mudanças no ensino de Matemáticapara os AI do EF, em especial no ensino da álgebra. A unidade de Álgebra tem objetivo de desenvolver o raciocínio algébrico e suas ideias fundamentais: equivalência, variação, interdependência e proporcionalidade. Dessa forma, deve-se enfatizar o desenvolvimento da linguagem algébrica, o estabelecimento de generalizações, análise da interdependência entre grandezas distintas, bem como a resolução de problemas com equações ou inequações (BRASIL, 2017). Relacionando a aprendizagem em Matemática com a compreensão de significados dos objetos matemáticos.

Contudo é possível notar que para desenvolver o raciocínio algébrico, é necessário possibilitar situações de aprendizagem em que o estudante possa expressar ideias atravésde atividades investigativas e resolução de problemas. Diante desse cenário em relação ao ensino de álgebra nos AI, é preciso promover formação continuada sobre a temática, uma vez que ter a álgebra no currículo não torna automática a práxis em sala de aula.

A partir deste objetivo, como potenciais resultados espera-se que essa pesquisa possa contribuir na inserção da abordagem de conceitos algébricos relacionados à generalização de padrões, em sala de aula. Além disso, proporcionar discussões profícuasdo processo de ensino e aprendizagem, criando possibilidades para a ressignificação do ensino de generalização de padrões, por meio de sequência repetitiva e sequênciacrescente.

Referências

ALVARENGA, D. e Vale, I. (2007). A exploração de problemas de padrão. Um contributo para o desenvolvimento do pensamento algébrico. Quadrante, XV, 1, 27-55

BLANTON, M.L.; Kaput, J.J. Characterizing a Classroom Practice That PromotesAlgebraic Reasoning. In: Journal for Research in Mathematics Education 2005, Vol. 36, No. 5, 412–446

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, 2017.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. Elementos conceituais e metodológicos para definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do ciclo de alfabetização (1o, 2o e 3o anos) do Ensino Fundamental. Brasília: MEC/SEB, 2012.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais:introdução aos parâmetros curriculares nacionais. Brasília: MEC/SEF, 1997a.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997b.

BOOTH, Leslly R. Dificuldades das crianças que se iniciam em Álgebra. In: COXFORD,Arthur F. e SHULTE, Alberto P. As ideias da álgebra. São Paulo: Atual, 1995.

KAPUT, J., & Blanton, M. (2005). Algebrafying elementary mathematics in a teachercentered, systemic way. In T. Romberg, & T. Carpenter (Eds.)Understanding mathematics and science matters (pp. 99-125). Mahwah, NJ:Lawrence Erlbaum. Recuperado a Julho 5, 2005, de http://www.simcalc.umassd.edu/downloads/ AlgebrafyingMath.pdf.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o Século XXI. Campinas: Papiros, 1997. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).

NACARATO, Adair Mendes; CUSTÓDIO, Iris Aparecida (org.). O desenvolvimento do pensamento algébrico na educação básica: compartilhando propostas de sala de aula com o professor que ensina (ensinará) matemática. Brasília, DF: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2018.

NASCIMENTO, Rosilda Santos do. Pensamento Algébrico: um estudo exploratório com estudantes de Pedagogia. 2020. 89f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal da Paraíba. João Pessoa.

PIMENTA, Selma Garrido. Professor: formação, identidade e trabalho. In:

PIMENTA, Selma Garrido (Org.). Saberes pedagógicos e atividade docente. 7. ed. São Paulo: Cortez, 2009.

PIMENTA, Selma Garrido (2009) Professor reflexivo: construindo uma critica. In:PIMENTA, S. G.; Ghedin, E.

RIBEIRO, Luana Lemos: Uma investigação sobre o raciocínio funcional no 6º ano do ensino fundamental. 125f. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, Universidade Estadual de Santa Cruz. Ilhéus/BA, 2020.

SCHLIEMANN, A.; CARRAHER, D. W. ; GOODROW, A.; CADDLE, M.; PORTE, M. Equações no ensino fundamental. In: LINDMEIER, AM; HEINZE, A. (Eds.).Processos da 37ª Conferência do Grupo Internacional para a Psicologia da Matemática Educação , v. 4, pp. 161-168. Kiel, Alemanha: PME, 2013.

TARDIF, Maurice. Saberes Docentes e Formação Profissional. 12. ed. Petrópolis: Vozes,2011.

USISKIN, Z. Concepções sobre a Álgebra da Escola Média e Utilização das Variáveis : As Ideias da Álgebra. Comércio Hygino H. Domingues. São Paulo: Ed. Atual, 1995.

YAMANAKA, O. ; MAGINA, S. Um estudo da “Early Algebra” sob a luz da Teoria dosCampos Conceituais de Gerard Vergnaud. In: ENCONTRO PAULISTA DE EDUCAÇÃOMATEMÁTICA (EPEM), 2008, Bauru. São Paulo. Anais... SBEM/SBEM-SP, 2008.

VIEIRA, Fabiana dos Santos: O raciocínio funcional na educação INFANTIL: um estudo exploratório. 129f. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, Universidade Estadual de Santa Cruz. Ilhéus/BA, 2022.

VYGOTSKY, L. S. Pensamento e linguagem. Tradução Jefferson Luiz Camargo – 4.ed – São Paulo: Martins Fontes, 2008.

Oficinas de matemática e planejamento de vida: resgatando e estruturando o conhecimento.

Mathematics and life planning workshops: rescuing and structuring knowledge.

Talleres de matemáticas y planificación de vida: rescatando y estructurando saberes

Priscila Pigatto Gasparin[788]
Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR
https://orcid.org/0000-0002-0302-1515

Franciele Buss Frescki Kestring[789]
Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR
https://orcid.org/0000-0002-3483-3671

Márcia Andrade Fonseca Zanella[790]
Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR
https://orcid.org/0000-0003-0266-134X

Vinícius de Oliveira Brandão[791]
Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR
https://orcid.org/0000-0002-7516-0717

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Processos de Ensino e aprendizagem da Matemática em diferentes modalidades e níveis educacionais

Resumo

Os altos índices de reprovação e desistências em disciplinas de exatas, principalmente nos primeiros períodos da graduação e a grande defasagem em matemática apresentada pelos alunos do ensino médio, evidenciado ainda mais durante a pandemia, bem como, a baixa autoestima e a dificuldade de planejamento na organização dos estudos, têm sido grandes preocupações de professores, de pedagogos e dos órgãos educacionais. Portanto, se torna imprescindível buscar alternativas pedagógicas para atenuar tais problemas. Nesse sentido, o projeto de extensão Matemática e Vida propôs ofertar oficinas que buscaram minimizar as dificuldades em

[788] priscilap@utfpr.edu.br
[789] francieleb@utfpr.edu.br
[790] fonseca@utfpr.edu.br
[791] eng.v.vinicius@gmail.com

conteúdos de matemática básica e também encontros que auxiliaram a construção de um planejamento de vida, seja para a organização de estudos, conflitos emocionais ou relacionamentos sociais. As oficinas de matemática trouxeram os conceitos juntamente com a prática de exercícios e jogos como forma lúdica de aprendizado. Já as oficinas de planejamento de vida foram orientadas por meio de palestras, rodas de conversa e práticas, auxiliando os estudantes em suas dificuldades escolares/acadêmicas e emocionais. Como resultados nas oficinas de matemática, os estudantes apresentaram um grande interesse pelos conteúdos, atuando como protagonistas, com grande participação durante a resolução dos exercícios, bem como, durante os jogos, permitindo uma aprendizagem mais prazerosa e significativa. Durante as oficinas de planejamento de vida, o protagonismos dos alunos apresentou-se com grande destaque, pois as oficinas, palestras e práticas exigiam muito a participação dos estudantes, sendo correspondida por eles.

Palavras-chave: aprendizagem matemática na pandemia, jogos matemáticos, cronograma de estudos, conflitos emocionais.

Abstract

The high rates of failure and dropouts in exact subjects, especially in the first periods of graduation and the large gap in mathematics presented by high school students, evidenced even more during the pandemic, as well as the low self-esteem and the difficulty of planning in organization of studies, have been major concerns of teachers, pedagogues and educational bodies. Therefore, it becomes essential to seek pedagogical alternatives to mitigate such problems. In this sense, the Mathematics and Life extension project proposed to offer workshops that sought to minimize the difficulties in basic mathematics content and also meetings that helped build a life plan, whether for the organization of studies, emotional conflicts or social relationships. The math workshops brought the concepts together with the practice of exercises and games as a playful way of learning. The life planning workshops were guided through lectures, conversation circles and practices, helping students with their school/academic and emotional difficulties. As a result of the mathematics workshops, the students showed a great interest in the contents, acting as protagonists, with great participation during the resolution of the exercises, as well as during the games, allowing a more pleasant and meaningful learning. During the life planning workshops, the students' protagonism was highlighted, as the workshops, lectures and practices demanded a lot of student participation, which was corresponded by them.

Keywords: math learning in the pandemic, math games, study schedule, emotional conflicts.

Resumen

Los altos índices de reprobación y deserción en disciplinas exactas, especialmente en los primeros períodos de graduación y el gran desfase en matemáticas que presentan los estudiantes de secundaria, provocaron aún más durante la pandemia, así como la baja autoestima y falta de planificación en la organización. de estudios ha sido una gran preocupación de docentes, pedagogos y organismos educativos. Por lo tanto, es fundamental buscar alternativas pedagógicas para mitigar tales problemas. En este sentido, el proyecto Matemáticas y Vida propone ofrecer talleres que busquen resolver las dificultades en los contenidos básicos de matemáticas y talleres que brinden una planificación de vida, ya sea para la organización de estudios, conflictos afectivos y relaciones sociales. Los talleres de matemáticas buscan llevar los conceptos junto con la práctica de ejercicios y juegos como una forma lúdica de aprendizaje. Los talleres de planificación de vida, por otro lado, buscan, a través de conferencias, círculos de conversación y prácticas, ayudar a los estudiantes con sus dificultades escolares/académicas y emocionales. Como resultado de los talleres de matemáticas, los estudiantes mostraron un gran interés por los talleres, actuando como protagonistas, con gran participación durante la resolución de los ejercicios, así como durante los juegos, permitiendo un aprendizaje más ameno y significativo. Durante los talleres de planificación de vida, se destacó el protagonismo de los estudiantes, ya que los talleres, conferencias y prácticas demandaron mucha participación de los estudiantes, a lo cual respondieron.

Palabras clave: aprendizaje de matemáticas en la pandemia, juegos de matemáticas, horario de estudio, conflictos emocionales.

Introdução

O Exame Nacional do Ensino Médio, ENEM, é utilizado atualmente não apenas como um processo de avaliação do Ensino Médio, mas como forma de acesso ao ensino superior no Brasil (BRASIL, 2012). Contudo, nem sempre o estudante ingressa no curso desejado, principalmente por conta das notas de corte considerando que, mesmo com notas baixas, um candidato pode conquistar o ingresso na faculdade se os concorrentes forem piores. Assim, o estudante que ingressa num curso que não era sua primeira opção tem mais chances de abandoná-lo (ALVARENGA et al., 2012; LOPEZ; SEGADAS, 2014; NOGUEIRA et al., 2017).

As altas taxas de desistências e reprovação das disciplinas da área da matemática se destacam entre as dificuldades enfrentadas por parte dos estudantes ingressantes nas Instituições de Ensino Superior, IES. Desta forma, a evasão nos cursos de graduação cresce e a necessidade de novos processos de ensino e aprendizagem se torna cada vez mais essencial no âmbito acadêmico. Observa-se, assim, que as IES necessitam propor maneiras de enfrentamento às dificuldades relacionadas ao aprendizado de matemática por parte de seus estudantes.

Druck (2009) enfatiza três fatores sobre a aprendizagem em matemática: demanda atenção e concentração, seu aprendizado é sequencial e é a única ciência em que o educando necessita conhecer sua teoria desde a primeira infância. Zatti et al. (2010) ressalta que o fato da aprendizagem de conceitos matemáticos se dá de maneira lógico-matemático e não de forma empírica e, tais conceitos são materializados por dedução e não por indução, além de serem fatores que contribuem para as dificuldades apresentadas em matemática. Junto a isso, problemas emocionais, ensino inapropriados e variáveis psiconeurológicas, dentre outros, também contribuem para as dificuldades em matemática (FONSECA, 1995). Ou seja, como o aluno realiza seu planejamento de estudos, como ele estuda, o controle emocional e mental frente a realização das avaliações.

Nesse sentido, faz-se necessário adequar as práticas pedagógicas, apresentando situações que associem os conhecimentos da disciplina como parte do seu cotidiano. Acredita-se que ao fazer uma ligação da matemática ensinada na escola com a matemática da vida real, o processo de escolarização dá sentido ao conteúdo estudado. Biaggi (2000) afirma que o ensino dos conteúdos matemáticos desvinculados do cotidiano, sem significado, faz com que os alunos sejam incapazes de utilizá-los em outras áreas do conhecimento.

Além de toda a preocupação com a aprendizagem de conteúdo, o ingressante nas IES necessita refletir sobre seu planejamento de vida. O acadêmico tem seu futuro pela frente e está com a cabeça fervilhando de ideias e sonhos o tempo todo. Quando ele ingressa numa IES, traz consigo uma grande carga de expectativas e ansiedades, as quais, muitas vezes, são difíceis de lidar sozinhos. Organizar-se para planejar seus estudos e manter sua vida pessoal, entretanto, normalmente é um grande desafio. O essencial é que esse estudante aprenda a identificar o que precisa e como acessar esse conhecimento.

Observando a necessidade dos estudantes durante e após o período de pandemia, em relação as dificuldades em matemática básica, organização dos estudos e os conflitos emocionais, visando sanar estas dificuldades elaborou-se um projeto, buscando unir a matemática e o planejamento de vida.

Nesse sentido, o projeto de extensão Matemática e Vida foi elaborado por uma equipe multidisciplinar, incluindo com professores de matemática, pedagoga, alunos voluntários de graduação, além do laboratório de produção e desenvolvimento de materiais didáticos de uma universidade federal no oeste do Paraná.

O objetivo do projeto foi levar o conteúdo de matemática básica, por meio de oficinas, buscando amenizar as dificuldades apresentadas pelos estudantes da universidade e da comunidade externa, criando oportunidades de esclarecimento de dúvidas e aprendizagem de forma mais significativa. O projeto também contemplou uma orientação com foco no planejamento e rotina de estudos, bem como orientações e discussões sobre a saúde mental dos participantes.

Metodologia aplicada ao projeto

O projeto de extensão Matemática e Vida foi composto por 25 oficinas ofertadas no decorrer do semestre, abordando diferentes habilidades e competências de matemática básica e também questões relacionadas ao autoconhecimento e projeto de vida, por meio de temas relacionados a vida acadêmica.

Para cada oficina, era necessário realizar a inscrição com antecedência, sendo que as vagas das oficinas eram para alunos da universidade e alunos externos, como alunos que estão frequentando o ensino médio, e alunos da comunidade que estão se preparando para concursos. Era necessário ter uma prévia das inscrições para a confecção dos materiais que seriam entregues para os alunos, bem como posteriormente a emissão dos certificados de participação.

Elaboração das oficinas de Matemática

Para a elaboração das oficinas de matemática, inicialmente foram analisados os conteúdos a serem explorados pelos alunos ao longo do semestre. Os conteúdos foram divididos em 16 oficinas, como segue:

Oficina 1: Conjuntos numéricos e números reais

Oficina 2: Radiciação e potenciação

Oficina 3: Polinômios

Oficina 4: Fatoração de expressões algébricas e expressões fracionárias

Oficina 5: Equações de 1º e 2º graus

Oficina 6: Inequações de 1º e 2º graus

Oficina 7: Funções e suas propriedades

Oficina 8: Funções de 1º e 2º graus

Oficina 9: Funções exponenciais

Oficina 10: Funções logarítmicas

Oficina 11: Função Composta e Função Inversa

Oficina 12: Trigonometria no triângulo retângulo

Oficina 13: Trigonometria no ciclo trigonométrico

Oficina 14: Equações trigonométricas

Oficina 15: Matrizes

Oficina 16: Sistemas Lineares

Em cada oficina, os temas foram abordados por meio de situações problemas, atividades que priorizassem a análise, interpretação e compreensão das relações matemáticas, bem como, atividades com jogos, que incentivavam a curiosidade, a criatividade, o raciocínio e o pensamento crítico do participante a partir de atividades lúdicas. Além disso, foram utilizados *softwares* para uma melhor compreensão dos conceitos, bem como para realizar diversas simulações para uma mesma situação.

As oficinas foram ofertadas no período noturno, oportunizando a participação dos alunos dos cursos diurnos da universidade e também para a comunidade externa. Ao final de cada oficina, os alunos recebiam um questionário para avaliar a oficina, em relação aos seguintes quesitos: Tema da oficina, horário para a realização da oficina, tempo de conclusão, atividades propostas, esclarecimento de dúvidas, como ótimo, bom, necessário melhorar, regular e ruim. Além disso, tinham perguntas em aberto, sendo elas, o que você mais gostou na oficina, o que precisa ser melhorado e a oficina ajudou você? Por quê?. Nesta avaliação não era necessário ter a identificação do aluno, nem o curso, apenas responder o questionário como a finalidade de avaliar os itens já citados.

Atividades desenvolvidas nas oficinas de matemática

As oficinas iniciaram com o conteúdo de conjuntos numéricos e números reais. Após a explicação realizada pela professora, os alunos realizaram atividades práticas, em que cada estudante recebeu um número. A professora fez uma "linha" no quadro, a qual representou a "reta real", e cada estudante deveria localizar o número recebido na "reta real" conforme a sua compreensão (Figura 1). Assim, quando todos localizaram os números verificou-se se as posições numéricas estavam corretas, oportunizando uma discussão em sala.

Figura 1.

Prática para a compreensão da reta real

Durante a oficina de potenciação e radiciação, foram apresentados exemplos e posteriormente a realização de exercícios, para fechar a oficina foi proposto aos alunos o jogo do Uno da potenciação e da radiciação a fim de resgatar os conteúdos vistos e também desafiar os estudantes em relação a aprendizagem (Figura 2).

Figura 2.

Grupos de alunos jogando o Jogo do Uno da Potenciação e Radiciação

Para a oficina de polinômios, foi confeccionado o material Algeplan em MDF, na própria universidade pelo laboratório de produção de materiais didáticos (LAPROMAD). Como o conteúdo de polinômios é muito abstrato, e muitos alunos apresentam dificuldades na representação e nas operações com polinômios, o objetivo deste material, era fazer com que os alunos pudessem manipular e visualizar a construção de um polinômio (Figura 3).

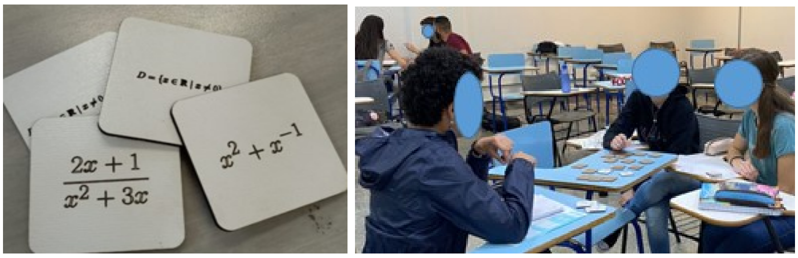
Figura 3.

Material algeplan e a prática dos estudantes

Com relação a oficina de expressões algébricas e fatoração, também foi elaborado um material em MDF pelo LAPROMAD, o jogo proposto foi um jogo da memória em que os alunos deveriam associar a expressão numérica e seu possível domínio (Figura 4).

Figura 4.

Jogo da memória de expressões algébricas e a prática dos estudantes



Para se ter uma melhor compreensão sobre a ideia de função, os alunos foram desafiados durante a oficina de funções e suas propriedades, estabelecerem uma relação um a um por meio de um barbante (Figura 5). Além deste exemplo, foram feitas outras simulações de exemplos de quando se tem ou não uma função. Assim, eles puderam associar o conceito de função na prática.

Figura 5.

Associando o conceito de função

Nas oficinas de inequação de 1º e 2º grau, os estudantes aprenderam os conceitos de inequação, e posteriormente foram divididos em duplas para jogar o jogo com dados da inequações (Figura 6). O jogo era composto por dois dados, em que um dos dados apresentava em cada uma das suas faces, uma inequação e no outro dado os resultados. Ao jogar os dados ao mesmo tempo, as duplas deveriam verificar se inequação e a resposta estavam corretas. Quem acertava o maior número de jogadas era o vencedor.

Figura 6.

Prática com o jogo dos dados de inequações

As demais oficinas, seguiram a mesma dinâmica, com a apresentação dos conteúdos, sendo esta por meio de uma situação problema em que os alunos deveriam resolver, ou ainda por meio de exemplos de aplicação. Durante algumas oficinas foi utilizado o *software* Geogebra, a fim de mostrar a construção de gráficos e fazer algumas simulações de outras funções, explorando suas propriedades e representações gráficas.

Com relação as avaliações das oficinas, observou-se uma avaliação positiva em todos os quesitos. Já nas perguntas abertas, os alunos descreveram que “gostaram muito das oficinas”, “dos monitores”, “de aprender mais”, “gostaram das aulas dinâmicas com jogos”.

Durante as oficinas, observou-se uma interação positiva entre os estudantes do ensino médio com os estudantes de graduação, com a troca de informações sobre os conteúdos, principalmente durante a resolução de exercícios em grupos e na dinâmica dos jogos.

Elaboração das oficinas de planejamento de vida

As oficinas relacionadas ao planejamento de vida, foram elaboradas a fim de auxiliar os estudantes em diferentes situações, tais como, organização com os estudos, gastos financeiros, conflitos emocionais e de relacionamentos. Estas oficinas foram realizadas por meio de rodas de conversa, construção de roteiros de atividades, planejamento de estudos e palestras motivadoras com atividades práticas.

Para estas oficinas, além da pedagoga responsável, também foram convidadas pessoas externas à universidade para realizarem palestras sobre os temas pertinentes. Os temas formam os seguintes:

Oficina 1: Conhece a ti mesmo: você sabe qual é o seu proposito

Oficina 2: Ansiedade e stress

Oficina 3: Inteligência emocional

Oficina 4: Educação Financeira

Oficina 5: Os cinco sentidos: o corpo físico, a mente e as emoções

Oficina 6: Música o alimento da alma

Oficina 7: Programação Neurolinguística PNL

Oficina 8: Roda de conversa: a vida vale a pena

Oficina 9: Sessão cinema

Após cada palestra e atividades práticas durante as oficinas, foram realizadas avaliações em relação as oficinas por meio de formulário.

Atividades realizadas durante as oficinas de Planejamento de Vida

As oficinas de planejamento de vida eram realizadas com diversas atividades, que levavam à necessidade de autoconhecimento, para poder pensar como planejar a sua vida diária, desde o seu horário de acordar, as rotinas de trabalho e estudo e assim ter a possibilidade de vislumbrar uma vida organizada e leve (Figura 7). Durante o desenvolver das atividades, o grupo foi se conhecendo, criando vínculos, confiança, aprendendo juntos que não existem problemas diferentes, o que são diferentes são as pessoas e a forma de encarar as situações.

Figura 7.

Rodas de conversa durante as oficinas de Planejamento de Vida

Em cada oficina, o conhecimento se dava em conjunto, por meio de rodas de conversa, palestras, conteúdos extremamente relevantes para o desenvolvimento como seres humanos empáticos. Durante as práticas os alunos eram convidados a saírem de seus lugares e realizarem as práticas de forma individual e em grupos (Figura 8).

Figura 8.

Práticas nas oficinas de Planejamento de Vida

Dessa forma, os alunos puderam observar a importância da colaboração dos colegas, para realizarem as atividades propostas, bem como a autoconfiança e autoestima de que são capazes de ultrapassar as suas dificuldades e chegar no objetivo final, seja para melhorar a concentração e organização nos estudos, a controlar suas emoções e aprimorar as relações de convívio social.

Considerações Finais

O projeto por meio de oficinas relacionadas a matemática básica e planejamento de vida, permitiu que tanto os alunos da universidade quanto os alunos do ensino médio, pudessem encontrar um apoio para auxiliar em suas dificuldades em relação a matemática básica bem como as dificuldades pessoais, para fazer um cronograma de estudos, conflitos emocionais e relacionamentos sociais.

Além disso, o projeto permitiu o contato dos alunos que estão no ensino médio com os alunos da graduação, em que puderam observar o quanto se faz necessário um planejamento de estudos e um controle emocional, para realizar as atividades com autoconfiança, proporcionando uma aprendizado e um convívio social mais prazeroso.

Referências

Alvarenga, C. F.*et al.* (2012). Desafios do ensino superior para estudantes de escola pública: um estudo na UFLA. *Revista Pensamento Contemporâneo em Administração*, 6 (1), 55-71.

Biaggi, G. V. (2000). Uma nova forma de ensinar matemática para futuros administradores: uma experiência que vem dando certo. *Revista de Ciências da Educação*, 5(2), 21-28.

BRASIL. Lei nº 12.711, de 29 de agosto de 2012. Dispõe sobre o ingresso nas universidades federais e nas instituições federais de ensino técnico de nível médio e dá outras providências. Diário Oficial da União, Brasília, DF, 30 ago. 2012. Seção 1, p. 1-2.

Druck, S. (2009). Por uma Matemática para todos: Instituto Ciência Hoje, Disponível em: http://portaldoprofessor.mec.gov.br/institutocienciahoje.

Fonseca, V. (1995). *Introdução às dificuldades de aprendizagem*. Porto Alegre: Artes Médicas.

Lopez, I. F. & Segadas, C. (2014). A disciplina cálculo I nos cursos de engenharia da UFRJ: sua relação com o acesso à universidade e sua importância para a conclusão do curso. *REUCP*, 8(2), 92-107.

Nogueira, C.M.M. et al. (2017). Promessas e limites: o SISU e sua implementação na Universidade Federal de Minas Gerais. *Educação em Revista*, 33(2), 61-90.

Zatti, F. et al.(2010). Aprendizagem matemática: desvendando dificuldades de Cálculo dos alunos. *Perspectiva*, 34(128), 115 – 132.

Generalização da função f(x)=x+1 em alunos do 1º ano

Generalization of the function f(x)=x+1 in 1st grade students

Generalización de la función f(x)=x+1 en alumnos de 1° de primaria

Sandra Fuentes Mardones[792]
Univesidad de Granada
Orcid 0000-0002-1249-0233

María Consuelo Cañadas Santiago[793]
Universidad de Granada
Orcid 0000-0001-5703-2335

Modalidad: Comunicación
Núcleo Temático: Procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en las diferentes modalidades y niveles educativos.

Resumo

Este trabalho faz parte de uma pesquisa mais ampla sobre pensamento funcional realizada na Espanha (www.pensamientoalgebraico.es). Analisaremos as estratégias que explicitam, ao generalizar a função f(x)=x+1, um grupo de 4 alunos do primeiro ano. Ao apresentá-los a um contexto cotidiano como uma festa de aniversário e a compra de chapéus para os convidados e uma coroa para a aniversariante, surge a pergunta: Que relação funcional as crianças de 6 a 7 anos podem estabelecer diante dessas variáveis? Para responder a esta questão, definimos a situação, numa entrevista semiestruturada, com 4 alunos do primeiro ano do ensino primário e investigámos as regularidades que descobriram e como chegaram a generalizar. Todos os alunos estabeleceram a relação funcional f(x)=x+1, argumentando que sempre era preciso comprar apenas uma coroa para a aniversariante e um chapéu para cada um dos convidados da festa.

Palavras-chave: Pensamento funcional, generalização, funções.

Abstract

This work is part of a broader research on functional thinking carried out in Spain (www.pensamientoalgebraico.es). We will analyze the strategies that make explicit, when generalizing the function f(x)=x+1, a group of 4 first grade students. When presenting them with a daily context such as a birthday party and the purchase of hats for the guests and a crown for the birthday girl, the question arises: What functional relationship can 6-7 year old children establish with these variables? To answer this question, we set out the situation, in a semi-

792 sandrafuentesm@gmail.com
793 mconsu@ugr.es

structured interview, with 4 students in the first year of primary school and we investigated the regularities they discovered and how they came to generalize. All the students established the functional relationship f(x)=x+1, arguing that you always had to buy only one crown for the birthday girl and one hat for each of the party guests.

Keywords**:** Functional thinking, generalization, functions.

Resumen

Este trabajo se enmarca en una investigación más amplia sobre pensamiento funcional realizado en España (www.pensamientoalgebraico.es). Analizaremos las estrategias que explicitan, al generalizar la función f(x)=x+1, un grupo de 4 alumnos de primero de primaria. Al plantearles un contexto cotidiano como lo es una fiesta de cumpleaños y la compra de los gorros para los invitados y una corona para la cumpleañera, nos surge la pregunta ¿Qué relación funcional pueden establecer niños de 6-7 años frente a estas variables? Para resolver esta interrogante planteamos la situación, en una entrevista semiestructurada, a 4 alumnos que cursan el primero de primaria e indagamos en las regularidades que descubrían y en cómo llegaban a generalizar. Todos los alumnos establecieron la relación funcional f(x)=x+1, argumentando que siempre había que comprar solo una corona para la cumpleañera y un gorro para cada uno de los invitados a la fiesta.

Palabras clave*:* Pensamiento funcional, generalización, funciones.

Introducción

El *early algebra* es una propuesta curricular que nace en Estados Unidos a comienzos del siglo XX, en ella se plasman las directrices para bordar el álgebra dentro de las actividades cotidianas que desarrollan los niños en las aulas, el pensamiento funcional es uno de los enfoques del *early algebra* que centra su estudio en las funciones como contenido matemático, en las relaciones que los alumnos logran establecer entre dos o más conjuntos que varían. Este trabajo es parte de una investigación más amplia que aborda el pensamiento algebraico en primaria e infantil desarrollado y financiado por el gobierno de España.

Las primeras investigaciones que se realizaron bajo el marco del *early algebra*, se centraron en primaria, desde los cursos más grandes (5° y 6° de primaria) para luego ir avanzando a cursos más pequeños (infantil). Estas publicaciones se centran en diferentes aspectos del álgebra, por ejemplo, en las representaciones que utilizan los alumnos para establecer la relación, la generalización, las estrategias y las estructuras que identifican al resolver determinadas tareas.

Al analizar el curriculum español, recién en las nuevas bases curriculares que se implementarán el próximo curso escolar (2022-2023) podemos observar que se incluye el pensamiento algebraico como un contenido en primaria (MECD, 2022). Hasta el año pasado, el álgebra era un contenido que se trabajaba desde 1° de secundaria con alumnos de aproximadamente 12 años.

El objetivo de este trabajo es "identificar y describir las estrategias utilizadas por alumnos de 1° de primaria al generalizar una tarea que involucra la función $f(x)=x+1$".

Antecedentes y marco conceptual

En las últimas décadas, las investigaciones en torno a cómo introducir el álgebra a los niños han tenido mucha relevancia. Desde qué edad comenzar y cómo, han sido dos ejes relevantes de los debates en la comunidad investigadora. La propuesta del early algebra, que ha ganado peso en los últimos años, apuesta por establecer actividades que promuevan el desarrollo de un pensamiento algebraico desde las primeras edades, en contra de otras propuestas que reivindican la introducción del álgebra de secundaria en edades anteriores (Cañadas y Molina, 2016).

Uno de los enfoques del *early algebra* es el pensamiento funcional. Cañadas y Molina (2016), describen el pensamiento funcional como un proceso cognitivo que forma parte del pensamiento algebraico basado en la construcción, descripción, representación y razonamiento con y sobre las funciones y los elementos que las constituyen (p. 211).

Ahora, entenderemos por función la relación de dependencia entre dos elementos, uno del conjunto de partida (variable independiente) y el otro del conjunto de llegada (variable dependiente), la definición de función inversa cambia la dependencia de esas variables. En términos prácticos para nuestra investigación, necesitamos que los niños establezcan alguna estrategia para determinar la variable independiente dada la dependiente.

En cuanto a las estrategias, estas son definidas como las diferentes formas o caminos que el alumno utiliza para resolver el problema; en esta investigación nos basamos en la relación funcional inversa que los alumnos establecen entre las variables involucradas. Establecer una estrategia válida o adecuada, llevará a los alumnos a dar una respuesta correcta.

Investigaciones como la de Cañadas, Brizuelas y Blanton (2016), trabajan el desarrollo del pensamiento funcional en niños de 7 años, con un experimento de enseñanza que utiliza la función y=2x; algunas de las estrategias exitosas utilizadas por los alumnos, son el ir contando de 2 en 2, o bien, sumar dos veces la cantidad para encontrar el valor solicitado.

En los últimos años se han publicado diferentes trabajos sobre pensamiento funcional con niños pequeños en España. Castro, Cañadas y Molina (2017) trabajaron con niños de último curso de infantil (5 y 6 años) los cuales establecieron las relaciones funcionales y=x, y=2x e y=x+1, las estrategias utilizadas por los alumnos fueron, específicamente en el caso de y=2, el sumar de 2 en 2 y el sumar dos veces la misma cantidad, lo que es concordante con la investigación anterior, pero en niños más pequeños (Cañadas et al, 2016)

Morales, Cañadas, Brizuela y Gómez (2018) diseñaron un experimento de enseñanza en el que detallan las relaciones funcionales que establece un grupo de niños de 6 y 7 años, en la función f(x)=x+5 las estrategias que el autor describe son: (a) respuesta directa, sin explicación alguna, (b) conteo total de los elementos, (c) operatoria, para encontrar el valor solicitado y (d) generaliza la expresión para un número indeterminado de elementos.

Otra investigación que trabaja las estrategias que los niños utilizan para establecer relaciones funcionales es Fuentes (2015), en la que se detalla la función f(x)=3x, donde un tercio de los alumnos logra generalizar la función, utilizando diversas estrategias como contar de 3 en 3, hacer grupos de 3 elementos, u organizar filas de 3 elementos. También en Cañadas y Fuentes (2015) podemos encontrar el análisis de la función f(x)=5x, y aunque a medida que la función es más compleja o contiene números más grandes, un cuarto de los alumnos logra establecer la relación funcional de forma correcta; aquí las estrategias que los llevan a una solución correcta, involucran hasta el uso de símbolos (5+5+5+5...), además de formación de grupos o filas con 5 elementos.

Las funciones de la forma f(x)=x+k, siendo k una constante, son escasas y sobre todo con niños menores de 7 años. Aportamos a esta línea de investigación con la descripción de estrategias para la función y su inversa.

Metodología

Esta investigación es de carácter descriptivo, según Hernández, Fernández y Baptista (2010). Es de carácter descriptivo porque solo pretendemos describir lo que los alumnos son capaces de hacer frente a una tarea determinada.

Este apartado forma parte de un trabajo más amplio, donde 32 alumnos de primero de primaria con edades comprendidas entre los 6 y 7 años (Fuentes, 2014), trabajaron sobre un cuestionario escrito que incluía una tarea de generalización, que involucraba una función directa. En un contexto de una fiesta de cumpleaños…

Se realiza una entrevista semiestructurada a 4 de estos 32 alumnos, son escogidos intencionalmente por las respuestas entregadas en la prueba escrita, ya sea porque está todo correcto o porque sus estrategias los llevaron a establecer relaciones funcionales adecuadas a las tareas propuestas.

Como primera tarea se les pedía establecer cuántos gorros eran necesarios si había cierta cantidad de niños ($f(x)=x$), la segunda tarea consistía en establecer el número de piruletas (dulces) que era necesario comprar, sabiendo que a cada niño se le debía dar 3 piruletas ($f(x)=3x$) y por último se les pedía que establecieran cuántos globos eran necesarios, sabiendo que a cada niño se le daría 5 globos ($f(x)=5x$). Se les presentó la información de forma tabular, al principio los datos eran correlativos (1, 2, 3, 4 y 5 niños) y luego no correlativos, se les preguntaba por 8, 10 y 20 niños y por ultimo para verificar si lograban generalizar, se les pedían los elementos para 100 niños y una breve explicación de su decisión.

La entrevista tuvo dos partes: (a) análisis de las respuestas dadas por el niño al cuestionario y (b) nuevas tareas de funcionalidad entre variables, función inversa, incluir un término independiente y relación entre varias variables. En la primera parte de la entrevista planteamos preguntas sobre las respuestas dadas al cuestionario, del estilo “¿qué hiciste?”, “¿cómo lo hiciste?”, “¿cómo lo pensaste?” o “¿cómo se lo explicaríamos a la mamá de Lola?”. Los alumnos también contaron con fichas (material manipulativo) que podían utilizar si así lo requerían.

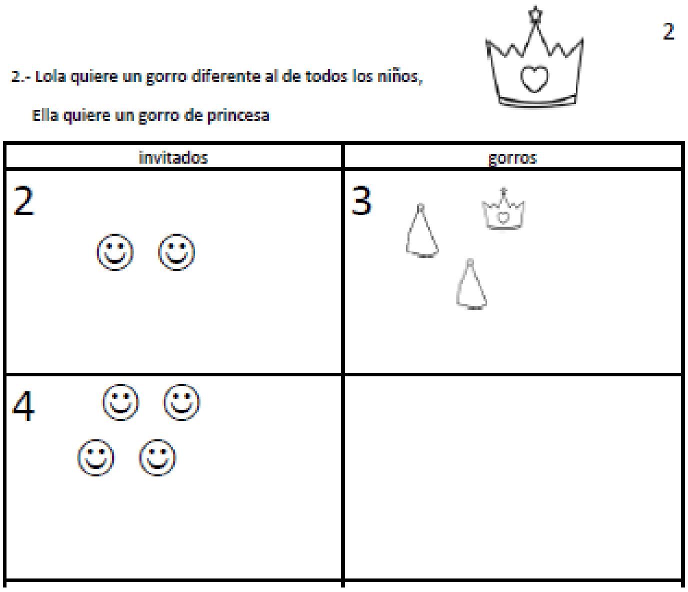
En la segunda parte de la entrevista planteamos a los alumnos tareas que involucraban a las funciones inversas a las propuestas en la prueba escrita ($f^{-1}(x)=x$, $f^{-1}(x)=x/3$, $f^{-1}(x)=x/5$), la inclusión de un término independiente ($f(x)=x+1$) y la relación entre varias variables.

De la entrevista semiestructurada, para el caso de este reporte de investigación, describiremos la tarea de incorporación de un término independiente; las entrevistas tuvieron una duración de entre 25 a 35 minutos por cada alumno.

En la figura 1 se muestra la Tarea 2 propuesta a los alumnos.

Figura 1.

Tarea 2: Incorporación de un término independiente



Tarea 2: Lola quiere un gorro diferente al de los invitados, ella quiere una corona de princesa. La función involucrada es $f(x)=x+1$, siendo x el número de invitados y $f(x)$ el número de gorros que hay que comprar en total. Se les da como ejemplo que si hay 2 niños invitados a la fiesta, se deben comprar 3 gorros y se les pregunta por 4, 9 y 12 invitados.

Análisis de datos y resultados

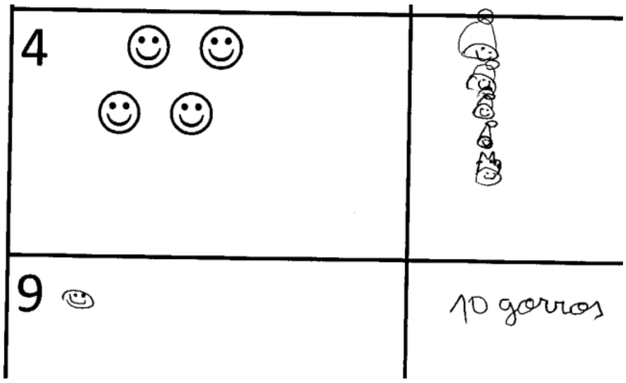
Mostraremos algunas estrategias y representaciones utilizadas por los alumnos al resolver la tarea propuesta y la verbalización de la generalización que logran establecer.

Entrevista alumno 7

La incorporación de un término independiente no tuvo mayor dificultad para el alumno ya que estableció que "Por cada invitado un gorro y además el gorro de Lola", utilizó dibujos solo en el primer caso para 4 niños, para 9 y 12 invitados, escribió directamente el sucesor del número, se le pregunta por 100 y 1000 y contestó correctamente. En la figura 2 podemos ver cuál fue la respuesta entregada por el alumno, para 4 invitados se observa que dibuja las caras con sus gorros y corona, en cambio para 9 nos escribe cuantos son los gorros necesarios.

Figura 2.

Resolución de tarea 2, Alumno 7

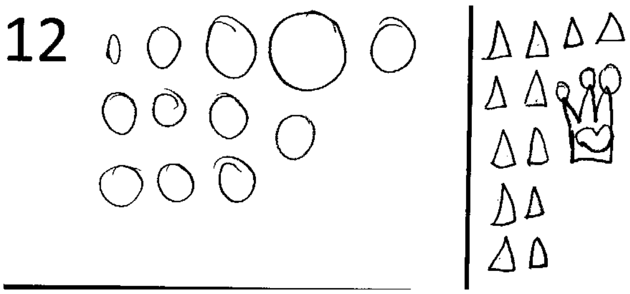


Entrevista alumno 12

En la incorporación de un término independiente el alumno resolvió las actividades propuestas sin mayor dificultad y descubrió la relación número de invitados "…y la corona". En la figura 3, se presenta la solución entregada por el alumno cuando hay 12 invitados, observamos que dibuja 12 círculos que representan a los invitados y luego 12 triángulos que representan a los gorros de los invitados y la corona de la festejada.

Figura 3.

Resolución de tarea 2, Alumno 12

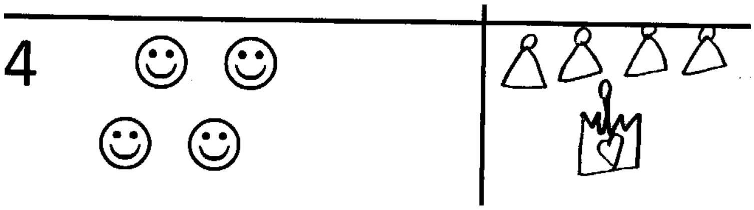


Entrevista alumno 15

La incorporación de un término independiente no representó mayor dificultad en este alumno, encontrando la relación funcional n+1 "con la corona es uno más" y completando todos los apartados propuestos de forma correcta. En la figura 4, observamos que el alumno dibuja en una fila los 4 gorros necesarios para los invitados y en la siguiente la corona.

Figura 4.

Resolución de tarea 2, Alumno 15

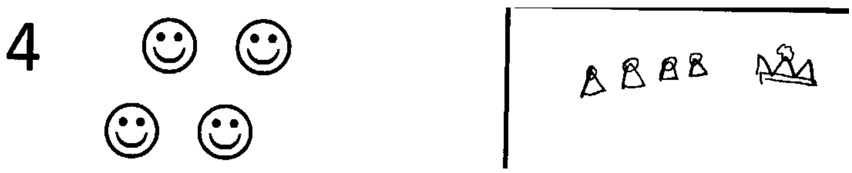


Entrevista alumno 27

La incorporación de un término independiente no le complicó en lo absoluto y respondió sin error el número de gorros y coronas que se necesitan, no estableció una relación clara de funcionalidad, pero si responde al número de invitados "…y una corona". A continuación observamos que el alumno dibuja en la misma fila los 4 gorros y la corona (figura 5), lo cual da solución a la tarea planteada.

Figura 5.

Resolución de tarea 2, Alumno 27



Conclusiones

Nuestro objetivo era describir las estrategias que alumnos de primero de primaria utilizaban para generalizar una tarea funcional, lo cual se logró sin mayor dificultad.

Los alumnos incorporaron la corona de la festejada como un elemento constante en la compra de los gorros, dando explicaciones como "uno más" o "y la corona de Lola", lo que solucionaba la tarea de funcionalidad de forma correcta.

Las representaciones en su mayoría fueron pictóricas, ya que representaban con dibujos la solución de la tarea, y la entrevistadora los lleva a que verbalicen lo que hacen en los folios.

Al comparar esta investigación con otras similares, llegamos a las mismas conclusiones, los niños son capaces de establecer relaciones funcionales que involucran la incorporación de un término independiente sin mayores inconvenientes.

El contexto cotidiano y cercano ayuda a que los alumnos se identifiquen con la situación problemática y traten de solucionarla.

Referencias

Cañadas, M. C. Brizuelas, B. & Blanton, M. (2016). Second graders articulating ideas about linear functional relationships. *The Journal of Mathematical Behavior 41*, 87-103.

Cañadas, M. C. & Fuentes, S. (2015). Pensamiento funcional de estudiantes de primero de educación primaria: Un estudio exploratorio. En C. Fernández, M. Molina y N. Planas (eds.), *Investigación en Educación Matemática XIX* (211-220). Alicante: SEIEM.

Cañadas, M. C. & Molina, M. (2016). Una aproximación al marco conceptual y principales antecedentes del pensamiento funcional en las primeras edades. En E. Castro, E. Castro, J. L. Lupiáñez, J. F. Ruíz y M. Torralbo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática. Homenaje a Luis Rico* (pp. 209-218). Comares.

Castro, E., Cañadas, M. C. & Molina, M. (2017). Pensamiento funcional mostrado por estudiantes de Educación Infantil. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, *6*(2), 1-13.

Fuentes, S. (2014). Pensamiento funcional de estudiantes de primero de educación primaria: un estudio exploratorio. Trabajo Fin de Máster. Universidad de Granada, España. Disponible en http://funes.uniandes.edu.co/6263/.

Fuentes, S. (2015). Pensamiento funcional en edades tempranas. Un estudio exploratorio. En C. Vásquez, H. Rivas, N. Pincheira, F. Rojas, H. Solar, E. Chandia y M. Parraguez (Eds.), *Jornadas Nacionales de Educación Matemática XIX* (pp. 562-566). Villarrica: SOCHIEM.

Hernández, R., Fernández, C. & Baptista, M. (2010). *Metodología de la investigación*, 5ª edición. México DF. McGraw Hill.

Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (2022), Real Decreto 157/2022, de 01 de marzo, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria. *BOE, 56*, 24386-24504

Morales, R., Cañadas, M. C., Brizuela, B. M. & Gómez, P. (2018). Relaciones funcionales y estrategias de alumnos de primero de educación primaria en un contexto funcional. *Enseñanza de las Ciencias*, *36*(3), 59-78.

IX CIBEM Congresso Iberoamericano de Educação Matemática 05 a 09 de dezembro de 2022

Função afim: um olhar sobre a abordagem do livro didático sob a ótica da Teoriados Registros de Representações semióticas

Affine function: a look at a textbook approach from the perspective of the Theoryof Registers of Semiotic Representations

Función afín: una mirada al enfoque de un libro de texto desde la perspectiva de la Teoría de los Registros de Representaciones Semióticas

José Edivam Braz Santana[794]
Universidade Federal de Pernambuco – UFPE
https://orcid.org/0000-0003-2312-7381

Rosinalda Aurora de Melo Teles[795]
Universidade Federal de Pernambuco – UFPE
https://orcid.org /0000-0002-7289-3501

Modalidade: Comunicação.
Núcleo Temático: Processos de ensino e aprendizagem da Matemática em diferentes modalidades e níveis educacionais.

Resumo

Este trabalho busca responder questionamentos que emergiram em estudos realizados noâmbito de uma pesquisa de doutorado ainda em andamento. Instigados para compreendermotivos que levam uma professora a não utilizar o livro didático adotado em sua escola,questionamos qual seria o potencial desse livro para dar suporte ao ensino de função afim. Adota a Teoria dos Registros de Representações Semióticas, de Raymond Duval como referencial teórico e tem por objetivo analisar como um livro didático de Matemática adotado em uma escola da rede pública de ensino de Pernambuco aborda as conversões entre representações dos registros algébrico e gráfico da função afim. Os resultados apontam que, embora o LD inclua algumas atividades envolvendo a conversão inversa e outras que favoreçam a heterogeneidade dos sentidos, privilegia as conversões entre os registros algébrico e gráfico, apenas nesse sentido. Dentre as contribuições desse estudocomplementar para o desenvolvimento da tese, destaca-se a reflexão sobre como essa opção do LD de privilegiar a conversão apenas no sentido do registro

794 edivamsantana@hotmail.com
795 rosinalda.teles@ufpe.br

algébrico para o gráfico reflete na opção da professora pelo não uso do LD adotado na escola e nos aspectos privilegiados em sua prática.

Palavras-chave: Função Afim, Livro Didático, Registros de Representações Semióticas.

Abstract

This paper seeks to answer a question originated in the studies of a doctoral thesis in Thispaper seeks to answer questions that emerged in studies conducted as part of a doctoral research still in progress. Instigated to understand the reasons that lead a teacher not to use the textbook adopted in her school, we questioned what would be the potential of thisbook to support the teaching of affine function. It adopts the Theory of Semiotic Representations Registers, of Raymond Duval as a theoretical reference and aims to analyze how a mathematics textbook adopted in a public school of Pernambuco approaches conversions between representations of the algebraic and graphic registers ofthe affine function. The results indicate that, although the textbook includes some activities involving inverse conversion and others that favor heterogeneity of directions, it privileges conversions between the algebraic and graphic registers only in this sense. Among the contributions of this complementary study to the development of the thesis, we highlight the reflection on how this choice of the LD to privilege the conversion onlyin the sense of the algebraic register for the graph reflects the choice of the teacher for notusing the LD adopted at school and the aspects privileged in their practice.

Keywords: Affine function, Textbook, Registers of Semiotic Representations.

Resumen

Este trabajo trata de responder a las cuestiones que surgieron en los estudios realizados en el marco de una investigación doctoral aún en curso. Con el fin de comprender las razones que llevan a un profesor a no utilizar el libro de texto adoptado en su escuela, nospreguntamos cuál sería el potencial de este libro para apoyar la enseñanza de la función afín. Adopta la Teoría de los Registros de las Representaciones Semióticas de RaymondDuval como marco teórico y pretende analizar cómo un libro de texto de matemáticas adoptado en una escuela pública de Pernambuco aborda las conversiones entre las representaciones de los registros algebraico y gráfico de la función afín. Los resultados indican que, aunque el libro de texto incluye algunas actividades que involucran la conversión inversa y otras que favorecen la heterogeneidad de los sentidos, privilegia lasconversiones entre los registros algebraico y gráfico, sólo en este sentido. Entre los aportaciones de este estudio complementario para el desarrollo de la tesis, destacamos lareflexión sobre cómo esta elección del LD de privilegiar la conversión sólo en el sentidodel registro algebraico para el gráfico refleja la elección del profesor por no utilizar el LDadoptado en la escuela y los aspectos privilegiados en su práctica.

Palabras clave: Función afín, Libro de texto, Registros de representaciones semióticas.

Introdução

Este trabalho busca responder questionamentos que emergiram em estudos realizados no âmbito de uma pesquisa de doutorado ainda em andamento, realizada peloprimeiro autor, sob orientação da segunda autora desse artigo. A tese em construção no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, visa analisar as relações entre o contrato didático[796] estabelecido em sala de aula entre professora de matemática e alunos do 1º ano do ensino médio e as representações semióticas mobilizadas durante o ensino da função afim. Uma das etapas dessa pesquisa consistiu narealização de uma entrevista semiestruturada com uma professora de matemática atuanteem uma turma do 1º ano do ensino médio, com o objetivo de identificar o contrato didático estabelecido entre essa professora e seus alunos, durante o ensino da função afim.

Nessa entrevista, um dos pontos abordados dizia respeito ao uso do livro didático LD adotado na escola, para o qual a professora alegou fazer pouco uso, pois, não atendiaao seu planejamento, o que foi confirmado em outra etapa da pesquisa, que consistiu na videografia de 20 aulas dessa mesma professora, nas quais ela utilizou o LD apenas em três delas. Para nortear o planejamento didático e a condução do seu trabalho pedagógico,a professora utilizou um fascículo de estudo do tema, disponibilizado pela Secretaria Estadual de Educação, para uso no período de aulas remotas em decorrência da urgência de saúde pública causada pela pandemia de COVID-19. Esse fato nos levou a indagar: qual seria o potencial do livro didático adotado na escola para dar suporte ao ensino de função afim? Como o livro didático adotado aborda os conceitos de função afim? A partir daí, delineamos o objetivo para o estudo exploratório apresentado nesse texto: analisar como um livro didático de Matemática adotado e utilizado em uma escola da rede públicade ensino de Pernambuco aborda as conversões entre representações dos registros algébrico e gráfico da função afim. Para essa análise nos apoiamos na Teoria dos Registros de Representações Semióticas – TRRS de Raymond Duval.

Teoria dos Registros de Representações Semióticas: alguns apontamentos

A Teoria dos Registros de Representações Semióticas – TRRS foi desenvolvida pelo psicólogo e pesquisador francês Raymond Duval (DUVAL, 2003; 2011; 2012) e defende, em

[796] O contrato didático é um fenômeno didático, estudado inicialmente por Guy Brousseau (BROUSSEAU, 1986) e diz respeito às regras, em parte explícitas, mas, implícitas na sua maioria, que regulam a divisão de responsabilidades entre professor e aluno, na gestão de um saber.

síntese, que "o funcionamento cognitivo do pensamento humano se revela inseparável da existência de uma diversidade de registros semióticos de representação" (DUVAL, 2012, p. 270). Para Duval (2012, p. 269), as representações semióticas,

> são produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representações que tem inconvenientes próprios de significação e de funcionamento. Uma figura geométrica, um enunciado em língua natural, uma fórmula algébrica, um gráfico, são representações semióticas que exibem sistemas semióticos diferentes. [...] As representações não são somente necessárias para fins de comunicação, elas são igualmente essenciais à atividade cognitiva do pensamento.

Assim, para que o professor consiga fazer com que os seus alunos aprendam matemática, sob diferentes pontos de vista, "não deve, simplesmente, tratá-la sem evocar o importante papel exercido pelos diferentes registros que ele mobiliza em função dos objetos matemáticos a representar/ensinar" (HENRIQUES; ALMOULOUD, 2016, p. 467). De acordo com Duval (2012), as representações semióticas desempenham papel primordial no desenvolvimento das representações mentais, na realização de diferentes funções cognitivas, como as funções de tratamento e conversão. O tratamento de uma representação é a transformação desta representação em outra de mesma natureza, uma transformação interna a um registro de representação. Por exemplo, encontrar o zero de uma função afim por meio de manipulações algébricas e equações equivalentes. A conversão de uma representação é a transformação desta representação, em outro sistema semiótico, conservando a totalidade ou somente parte do conteúdo da representação inicial, ou seja, a conversão é uma transformação externa ao registro inicial. Por exemplo, esboçar o gráfico de uma função afim, a partir da sua expressão algébrica. Nas transformações por conversão, dois tipos de fenômenos devem ser considerados: as variações de congruência e não congruência semântica e a heterogeneidade de sentidos (DUVAL, 2011).

Os níveis de congruência semântica entre dois registros de representação diferentes "dizem respeito à proximidade ou distanciamento entre o registro de partida e o de chegada" (SOUSA; BARRETO, 2008, p. 09). No que tange ao fenômeno da heterogeneidade de sentidos de conversão, Duval (2003) salienta que a conversão entre representações de um registro A para um registro B pode ter um custo cognitivo diferente de se converter do registro B para o registro A. Por exemplo, converter uma representação semiótica dada no registro algébrico para outra, dada no registro gráfico, requer um custo cognitivo maior do que a conversão inversa. Enquanto procedimentos para construção do gráfico, especificamente da função afim, Duval (2011) apresenta três abordagens distintas: i) a abordagem ponto a ponto; ii) a abordagem de extensão do traçado efetuadoe; iii) a abordagem de interpretação global de propriedades figurais. De acordo com o autor, a abordagem ponto a ponto consiste em atribuir valores particulares a "x", sem se preocupar com quaisquer propriedades, para encontrar pares de números, ou seja, pontos (DUVAL, 2011). Essa abordagem, não propicia uma interpretação das propriedades do gráfico, mas apenas a visualização (associativa) de alguns valores particulares e dos pontos marcados no plano cartesiano. A abordagem de extensão do traçado efetuado, estanão se vincula a um conjunto de pontos marcados, como no caso anterior, mas se apoia em um conjunto infinito de pontos marcados, isto é, nos intervalos dos pontos marcados.No entanto, essa abordagem, à semelhança da anterior, não leva em conta as variações visuais concernentes à representação gráfica, mas apenas o traçado do gráfico. Por sua vez, na abordagem de interpretação global de propriedades figurais, é analisada toda modificação visível "sofrida" no traçado do gráfico quando são modificados os seus parâmetros, observando o impacto dessas modificações nas representações (tanto algébrica quanto gráfica), pois, "ver as modificações conjuntas da imagem e da expressão algébrica: isto significa proceder a uma análise de congruência entre dois registros de apresentação de um objeto ou de uma informação" (DUVAL, 2011, p. 99). Essa abordagem favorece, sobremaneira, a transformação representação gráfica → representação algébrica, fato pouco evidente nas outras duas abordagens.

Assim, embora o LD não tenha sido efetivamente utilizado pela professora de matemática participante da pesquisa de doutorado em andamento, esse ainda é o principalrecurso utilizado pela maioria dos professores o para planejamento, organização econdução de suas aulas. Nesse sentido, investigar, sob a ótica da TRRS, o potencial do livro didático adotado na escola para dar suporte ao ensino de função afim, possibilitará elaborar conjecturas a serem validadas ou não no desenvolvimento da tese de Doutoramento em Educação Matemática e Tecnológica.

Procedimentos Metodológicos

Neste estudo adotamos a perspectiva de uma pesquisa qualitativa baseada na análise do conteúdo de um capítulo de um LD de matemática do 1º ano do ensino médio(vol. 1 da coleção) dedicado à abordagem da função afim, considerando o texto explicativo e exercícios resolvidos, em um primeiro momento e; atividades propostas, emum segundo momento, num total de 17 páginas analisadas. O livro em tela, de autoria deKátia Stocco Smole e Maria Ignez Diniz (Smole; Diniz, 2016), foi publicado em sua 1ª edição no ano de 2016, pela editora Saraiva e o capítulo analisado foi o quarto, capítulo dedicado à abordagem da função afim. Na Figura 1 trazemos imagem da capa desse livro.

Figura 1.

Capa do LD analisado

Esse livro foi aprovado pelo Plano Nacional do Livro Didático – PNLD 2018, escolhido e adotado pelos professores de matemática da escola em que a pesquisa de doutorado em andamento foi realizada, para utilização entre os anos de 2019 e 2020, entretanto, devido à pandemia de COVID-19, esse uso acabou se estendendo também para o ano letivo de 2021. A escola em questão é uma escola da rede estadual de ensino de Pernambuco, localizada na cidade de Afogados da Ingazeira – PE e funciona em tempointegral, atendendo estudantes do ensino médio. Para a discussão dos dados, utilizamos aseguinte categoria de análise do LD: conversões envolvendo os registros algébrico e gráfico da função afim, com foco na abordagem utilizada para a construção do gráfico dafunção.

Abordagem Analítica dos Dados

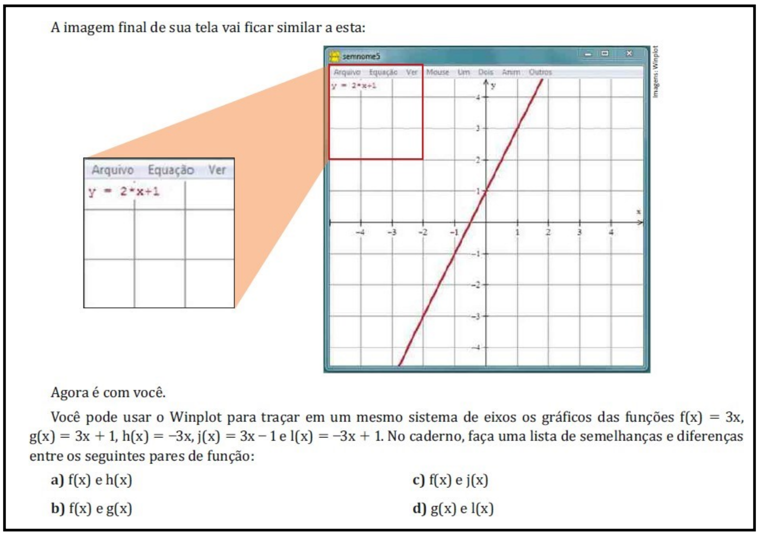
Considerando a categoria de análise do LD apresentada no tópico anterior,discutimos a seguir os dados obtidos em dois momentos de análise do conteúdo do capítulo: 1º momento, considerando o texto explicativo e os exercícios resolvidos; 2º momento: considerando as atividades propostas. No que se refere ao conteúdo explicativo proposto, o LD analisado apresenta um tópico dedicado à construção do gráfico da funçãoafim. Nesse tópico, os autores propõem três “modos” para a construção do gráfico da função afim: o primeiro, por meio da construção de uma tabela de valores, ou seja, da abordagem ponto a ponto (DUVAL, 2011); segundo, utilizando os dois “pontos notáveis” do gráfico: o zero da função e o intercepto com o eixo $0y$ $(0, b)$ e; terceiro, por meio da ideia de deslocamento dos gráficos de funções afins que possuam o mesmo coeficiente angular.

A abordagem proposta no primeiro modo, segundo Duval (2011) não favorece a compreensão de uma interpretação global das propriedades figurais, no entanto, as abordagens propostas nos modos dois e três, se bem exploradas pelo professor, poderão favorecer a interpretação global, pois o aluno é levado a perceber as modificações ocorridas no registro de chegada, nesse caso o registro gráfico, quando são modificados os parâmetros do registro de partida, aqui, o registro algébrico. De acordo com Duval (2011, p. 103, grifos do autor) “**variar uma unidade significativa na expressão,mantendo as outras constantes e ver o que se passa no outro registro** (ou mudar umavariável visual mantendo as duas outras constantes e ver as modificações que acontecemna expressão)” é uma das possibilidades de ensino que favorece tal compreensão.

Na Figura 2, da seção “Foco na Tecnologia”, ilustramos a sugestão dos autores quanto ao uso de um software educacional para a construção do gráfico da função, o que poderá possibilitar a “visualização” de todas essas modificações apontadas.

Figura 2.

Exploração da construção do gráfico por meio de um software educacional (Smolle;Diniz, 2016, p. 100)



A tarefa proposta (Figura 2), embora não seja apontado nas orientações do LD, remete à presença de quatro unidades significantes do registro algébrico: duas inerentes ao coeficiente "a"; uma definida em relação ao sinal e a outra em relação ao inteiro 1, que correspondem a duas variáveis visuais importantes no registro gráfico, que são, respectivamente, o sentido da inclinação e o ângulo formado entre a reta e o eixo $0x$; uma referente ao zero da função (x = -b/a), que define o ponto de intercepto entre a reta e o eixo $0x$; e outra referente ao termo "b", que refere-se ao "deslocamento" do gráfico no eixo $0y$. A exploração de tal atividade, pode levar o aluno a perceber as modificações sofridas no gráfico a partir da alteração dos parâmetros do registro algébrico, particularmente utilizando um software educacional, como o indicado pelos autores. Ainda no que se refere ao texto explicativo proposto no LD, analisamos os exercícios resolvidos empregados ao longo desse texto. A tabela 1 apresenta os resultados dessa análise.

Tabela 1.

Exercícios resolvidos explorados no LD analisado (Smolle; Diniz, 2016)

	Tratamentos no RA e Outras conversões	Conversões RA → RG
Total	**09**	**03**

Conforme a Tabela 1, foram explorados no LD um total de 12 (doze) exercícios resolvidos, distribuídos em três seções "De Olho na Resolução". Desses exercícios, três deles abordam conversões entre os registros algébrico e gráfico, nesse sentido. A heterogeneidade dos sentidos das conversões, particularmente entre esses dois registros, não foi explorada em nenhum dos exercícios resolvidos apresentados. Esse dado nos impulsa a elaborar questionamentos e conjecturas a serem respondidas ao longo da construção da nossa tese: como essa opção do LD de privilegiar a conversão apenas no sentido do registro algébrico para o gráfico reflete na opção da professora pelo não uso do LD adotado na escola? Quais são as opções da professora, evidenciadas em sua prática? Quanto às atividades propostas, essas ocorrem na seção "Fazer e aprender", queretoma outros conteúdos estudados ao longo do capítulo e capítulos anteriores. Na Tabela2 registramos os resultados encontrados para essa análise.

Tabela 2.

Atividades propostas no LD analisado (Smolle; Diniz, 2016)

	Atividades propostas	Conversões RA → RG	Conversões RG → RA	Conversões RA ↔ RG
Total	**48**	**09**	**04**	**04**

De acordo com a Tabela 2, foram identificados um total de 48 itens de atividades propostas no LD, a maior parte deles contendo subitens. Desse total de itens, nove envolviam conversões entre os registros algébrico e gráfico, nesse sentido; quatro exigiama conversão inversa (ou seja, RG → RA) e quatro envolviam conversões que exploravama heterogeneidade dos sentidos (ambos os sentidos da conversão).

Dentre as atividades que exigem uma conversão entre representações nos registros algébrico e gráfico destacamos a atividade 5 (Figura 3), pois além da conversão exigida,envolve também o uso de argumentação para mostrar a coordenação entre essas representações.

Figura 3.

Atividade envolvendo conversão entre representações nos registros algébrico e gráfico (Smolle; Diniz, 2016, p. 101)

5. Sejam as funções $f(x) = 2x$, $g(x) = 2x - 2$ e $h(x) = 2x + 1$, de domínio $\mathbb{R}$.

a) Construa os gráficos de **f**, **g** e **h** no mesmo sistema de coordenadas.

b) Como podemos obter o gráfico de **g** a partir do gráfico de **f**?

c) Como podemos obter o gráfico de **h** a partir do gráfico de **f**?

A abordagem proposta na atividade favorece uma interpretação global das propriedades figurais do registro gráfico (DUVAL, 2011), uma vez que leva o aluno a perceber as modificações sofridas pelo gráfico da função ao fixar-se uma unidade significante no registro de partida e observar a variação ocorrida no registro de chegada.Além disso, favorece o uso da argumentação, por parte dos estudantes, componente presente em várias habilidades da Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018).

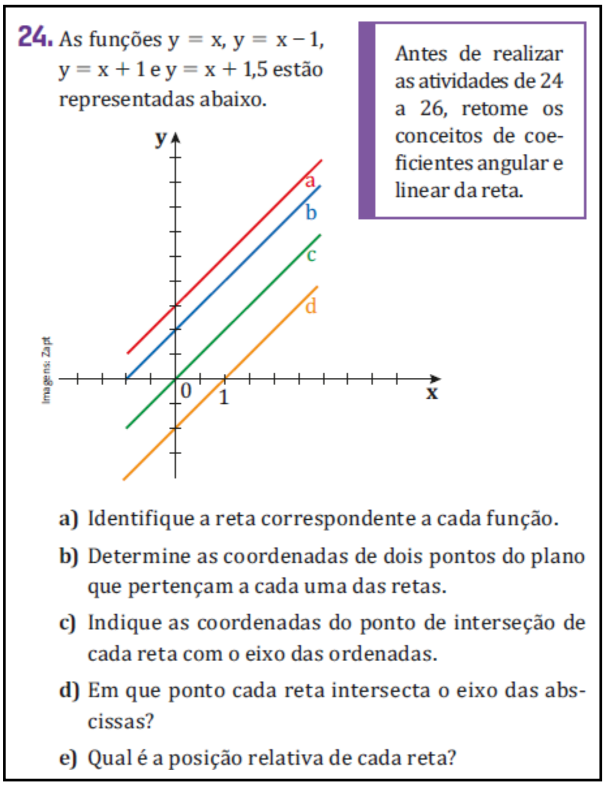
A atividade 24 (Figura 4) envolve uma conversão entre representações dosregistros algébrico e gráfico, em ambos os sentidos (heterogeneidade dos sentidos). Chamamos a atenção para a proposição dessa atividade pelo fato de ser esse tipo atividadeainda pouco explorada nos LD, conforme ratificado por outras pesquisas (MAGGIO; SOARES; NEHRING, 2010;

BRANDL; RAMOS, 2013) que apontam a prevalência dasconversões entre representações dos registros algébrico e gráfico, apenas nesse sentido.

Esse mesmo estudo endossa essa afirmação, pois das 17 atividades envolvendo conversões entre os registros algébrico e gráfico (Tabela 2), apenas 04 delas consideram a heterogeneidade dos sentidos. Aqui, cabe-nos gerar outra conjectura: será que a professora explora essa heterogeneidade de sentidos em sua prática, ao ensinar função afim no 1º ano do Ensino Médio? Quais são os aspectos privilegiados em sua prática que justificam a não utilização do livro didático em suas aulas?

Figura 4.

Conversão envolvendo a heterogeneidade dos sentidos (Smolle; Diniz, 2016, p. 104)


24. As funções $y = x$, $y = x - 1$, $y = x + 1$ e $y = x + 1{,}5$ estão representadas abaixo.

Antes de realizar as atividades de 24 a 26, retome os conceitos de coeficientes angular e linear da reta.

a) Identifique a reta correspondente a cada função.

b) Determine as coordenadas de dois pontos do plano que pertençam a cada uma das retas.

c) Indique as coordenadas do ponto de interseção de cada reta com o eixo das ordenadas.

d) Em que ponto cada reta intersecta o eixo das abscissas?

e) Qual é a posição relativa de cada reta?

Desenvolver essa atividade (Figura 4) pode levar o aluno a coordenar as representações nos registros algébrico e gráfico, levando-o ainda a perceber a relação existente entre os coeficientes da expressão algébrica e as unidades visuais no registro gráfico, o que poderá levar a uma interpretação global das propriedades figurais (DUVAL, 2011). Associar, corretamente, a expressão algébrica da função ao gráfico quea representa (conforme sugere o item “a”) pode favorecer tal percepção, pois o aluno precisará compreender o papel de cada unidade significante no registro algébrico (registrode partida) e as unidades visuais pertinentes no registro gráfico (registro de chegada) e, vice-versa.

Considerações Finais

Instigados para compreender motivos que levam uma professora a não utilizar o livro didático adotado em sua escola, questionamos sobre qual seria o potencial desse livro para dar suporte ao ensino de função afim e analisamos especificamente o capítulo destinado à abordagem desse tema. O trabalho desenvolvido aponta que o LD analisado privilegia as conversões entre os registros algébrico e gráfico, apenas nesse sentido. Embora traga algumas atividades envolvendo a conversão inversa e outras que favoreçam a heterogeneidade dos sentidos, o primeiro tipo de conversão apontada se sobressai desdeo texto explicativo, passando pelos exercícios resolvidos até as atividades propostas. Noentanto, o estudo revela um avanço em relação à abordagem de construção do gráfico da função afim pois, ainda que essa abordagem apareça, em alguns momentos, vinculada à abordagem ponto a ponto, evidenciamos no texto explicativo e em algumas atividades propostas, possibilidades que podem levar o estudante a uma compreensão global das propriedades figurais e à coordenação entre representações nesses dois registros. Esse estudo complementar a nossa tese, nos conduziu a elaborar as seguintes conjecturas: comoa opção do LD de privilegiar a conversão apenas no sentido do registro algébrico para o gráfico reflete na opção da professora pelo não uso do LD adotado na escola? Quais são as opções da professora, evidenciadas em sua prática? Será que a professora explora a heterogeneidade de sentidos em sua prática, ao ensinar função afim no 1º ano do Ensino Médio? Quais são os aspectos privilegiados em sua prática que justificam a não utilizaçãodo livro didático em suas aulas?

Referências

BRANDL, E.; RAMOS, E. E. L. As Funções Polinomiais do 1º e 2º Graus Sob a Perspectiva da Teoria das Representações Semióticas De Raymond Duval. 2013. **Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática**. Curitiba, 2013. Disponível em: http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/anais/XIENEM/pdf/334_580_ID.pdf. Acesso em: 15 jul. 2020.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**: ensino médio. Brasília. Ministério da Educação, 2018.

BROUSSEAU, G. Fondements et Méthodes de la Didactique des Mathématiques. *In*: **Théorisation des Phénomènes D'enseignement des Mathématiques**. Tese

(Doutorado em mathématiques) Université Sciences et Technologies - Bordeaux I, 1986. p. 281-362.

DUVAL, R. Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. *In*: MACHADO, S. D. A. (org.). **Aprendizagem em Matemática:** registros de representação semiótica**.** 2. Ed. Campinas: Papirus, 2003. p.11-33.

DUVAL, R. Gráficos e Equações: a articulação de dois registros. Tradução: Méricles Tadeu Moretti. **REVEMAT (Revista Eletrônica de Educação Matemática).** Florianópolis, v.6, n.2, p. 96-112, 2011. DOI: https://doi.org/10.5007/1981- 1322.2011v6n2p96.

https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981- 1322.2011v6n2p96. Acesso em: 20 de maio 2020.

DUVAL, R. Registros de Representação Semiótica e Funcionamento Cognitivo do Pensamento. Tradução: Méricles Thadeu Moretti. **REVEMAT (Revista Eletrônica de Educação Matemática).** eISSN 1981-1322. Florianópolis, v. 07, n. 2, p.266-297, 2012.

https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981- 1322.2012v7n2p266. Acesso em: 14 jul. 2020.

HENRIQUES, A.; ALMOULOUD, S. A. Teoria dos Registros de Representação Semiótica em Pesquisas na Educação Matemática no Ensino Superior: uma análise de superfícies e funções de duas variáveis com intervenção do software Maple. **Ciênc. Educ.**, Bauru, v. 22, n. 2, p. 465-487, 2016.

https://www.scielo.br/pdf/ciedu/v22n2/1516-7313-ciedu-22-02-0465.pdf. Acesso em: 20 ago. 2020.

MAGGIO, D. P.; SOARES, M. A. S.; NEHRING, C. M. Registros de Representação Semiótica da Função Afim: análise de livros didáticos de matemática do ensino médio. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**. ISSN 1981-1322.

Florianópolis, v. 05, n. 1, p. 38-47, 2010. Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981- 1322.2010v5n1p38/21140. Acesso em: 20 jul. 2020.

SOUSA, A. C. G. BARRETO, M. C. Os Registros de Representação Semiótica e o Trabalho com Aritmética nas Séries Iniciais da Escolaridade: uma experiência de formação docente**. Anais do XII Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós- Graduação em Educação Matemática EBRAPEM.** Rio Claro, 2008.

http://www2.rc.unesp.br/eventos/matematica/ebrapem2008/upload/298-1-A- gt1_sousa_ta.pdf. Acesso em: 02 jul. 2020.

Sobre possibilidades de ensino e aprendizagem dos números irracionais no 8º ano do Ensino Fundamental

On possibilities of teaching and learning irrational numbers in 8th grade Sobre las posibilidades de enseñanza y aprendizaje de los números irracionales en el 8º grado de las escuelas primarias

Ronaldo Bezerra Nobre[797]
Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Processos de ensino e aprendizagem da Matemática em diferentes modalidades e níveis educacionais

Resumo

Neste artigo descrevemos uma pesquisa desenvolvida no âmbito do Mestrado Profissionalem Ensino de Matemática do IME/USP, sob orientação da professora Dra. Iole de FreitasDruck, com os seguintes objetivos: 1) aprofundar reflexões sobre dificuldades conceituaisde ensino e de aprendizagem na introdução dos números irracionais a estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental, com vistas a testar abordagens que contornem pré-requisitos matemáticos avançados para a faixa etária; 2) aplicar as sequências didáticas desenvolvidas; e 3) analisar qualitativamente os resultados obtidos. Da pesquisa participaram cinco turmas de 8º ano de uma escola da rede privada de São Paulo, das quais o autor era o docente responsável. A questão norteadora da pesquisa foi: quais atividades investigativas podem favorecer estudantes deste nível de escolaridade quanto à atribuição de significados a conceitos complexos envolvendo os irracionais, enquanto estimulam uma atitude de protagonismo e comprometimento dos(as) estudantes com sua própria aprendizagem. Adotamos as atividades investigativas como abordagem de ensino.A análise dos resultados aponta uma melhor compreensão dos alunos sobre os números racionais, particularmente no que diz respeito às seguintes equivalências matemáticas: "um número é racional se, e somente se, sua representação decimal é finita ou infinita e periódica"; e "um segmento é comensurável com um segmento unitário se, e somente se,sua medida for expressa por um número racional". Assim, tornou-se possível uma discussão coletiva e participativa sobre a prova dos gregos antigos a respeito da incomensurabilidade do lado de um quadrado com sua diagonal.

[797] ronaldobnobre@gmail.com

Palavras-chave: investigações matemáticas sobre a representação decimal de números racionais e irracionais no 8º ano do Ensino Fundamental, protagonismo dos estudantes na própria aprendizagem.

Abstract

In this article is described a research developed within the scope of the Professional Master's Degree in Mathematics Teaching at IME/USP, under the guidance of ProfessorDr. Iole de Freitas Druck, whose goals were: 1) to deepen reflections on conceptual difficulties of teaching and learning in the introduction of irrational numbers to students of the 8th grade of Elementary School, with a view to testing approaches that circumventadvanced mathematical prerequisites for the age group; 2) apply the didactic sequences developed; 3) qualitatively analyze the results obtained. Five 8th grade classes from a private school in *São Paulo* participated in the research, for which the author was the responsible teacher. The guiding question of the research was: which investigativeactivities can favor students of this level of education regarding the attribution ofmeanings to complex concepts involving irrational ones, while stimulating an attitude ofprotagonism and involvement of students with their own learning. We adopted investigative activities as a teaching approach. The analysis of the results points to student's improved understanding about rational numbers, particularly with regard to thefollowing mathematical equivalences: "a number is rational if, and only if, it's decimal representation is finite or infinite and periodic"; and "a segment is commensurable with an unit segment if, and only if, its measure is expressed by a rational number". Thus, made possible a collective and participatory discussion on the proof of the ancient Greeks regarding the incommensurability of the side of a square with its diagonal.

Keywords: mathematical investigations on the decimal representation of rational and irrational numbers in elementary school's 8th grade, protagonism of students in theirown learning.

Resumen

En este artículo describimos una investigación desarrollada en el ámbito de la Maestría Profesional en Enseñanza de las Matemáticas del IME/USP, bajo la dirección de la professora Dra. Iole de Freitas Druck. Sus objetivos fueron: 1) profundizar reflexiones sobre las dificultades conceptuales de enseñanza y aprendizaje en la introducción de los números irracionales a estudiantes del 8º año de la Enseñanza Primaria, con miras a ensayar enfoques que eludan prerrequisitos matemáticos avanzados para la franja etaria; 2) aplicar las secuencias didácticas desarrolladas; 3) analizar cualitativamente los resultados obtenidos. Participaron de la investigación cinco clases de 8º grado de una escuela privada de *São Paulo*, de la cual el autor era el profesor responsable. La preguntaorientadora de la investigación fué: qué actividades investigativas pueden favorecer a los estudiantes de este nivel educativo en cuanto a la atribución de significados a conceptos complejos que involucran los números irracionales, estimulando una actitud de protagonismo y de compromiso de los estudiantes con su propio aprendizaje. Adoptamoslas actividades de investigación como enfoque de enseñanza. El análisis de los resultadosapunta una mejor comprensión de los estudiantes sobre los números racionales, particularmente en lo que se refiere a las siguientes equivalencias matemáticas: “un número es racional si, y sólo si, su representación decimal es finita o infinita y periódica”;y “un segmento es conmensurable con un segmento unitario si, y sólo si, su medida se expresa mediante un número racional”. Así, se hizo posible una discusión colectiva y participativa sobre la prueba de los antiguos griegos sobre la inconmensurabilidad del lado de un cuadrado con su diagonal.

Palabras clave: investigaciones matemáticas sobre la representación decimal de los números racionales e irracionales en el 8° año de Enseñanza Primaria, protagonismo de los estudiantes en su propio aprendizaje.

Introdução

O tema deste artigo versa sobre o ensino e a aprendizagem dos números irracionaisem turmas de 8º ano do Ensino Fundamental (EF). A discussão relativa ao ensino- aprendizagem desses números não é recente. Segundo Corbo (2012, pp. 14-15), aaceitação de grandezas incomensuráveis e a dificuldade de compreensão dos números irracionais “foram obstáculos enfrentados durante séculos e são experimentados ainda hoje, nas aulas de Matemática”. Diz ainda que o ensino dos números irracionais requer dos professores de Matemática “um repertório abrangente de conhecimentos”, além do enfrentamento de desafios do tipo:

> [...] como proporcionar, ou, como oferecer aos alunos a oportunidade do impasse que provoca a percepção da insuficiência dos números racionais para resolver certos problemas, havendo, pois, necessidade de alargar esses conhecimentos, pelo acréscimo de um novo conceito – neste caso, um novo tipo de número – o irracional? (CORBO, 2012, p. 15)

A relevância do tema apresentado está diretamente associada à construção do conceito de número real. Diz a autora:

> [...] a compreensão e apropriação do conceito de número irracional constitui etapa essencial para a ampliação da ideia de número, pois propicia – senão exige – a retomada e, de certa forma, em alguns casos, a reelaboração de noções concernentes ao número racional, como processo indispensável àconstrução do conceito de número real. (CORBO, 2012, p. 14)

Diante disso, o presente estudo foi desenvolvido à luz da seguinte questãonorteadora: quais atividades investigativas podem favorecer estudantes do 8º ano do EF,quanto à atribuição de significados a conceitos complexos envolvendo os irracionais, enquanto estimulam uma atitude de protagonismo e envolvimento do(a)s estudantes comsua própria aprendizagem? A fundamentação teórica utilizada na busca de respostas às indagações desta questão, foi principalmente baseada nos seguintes autores: Olga Corbo(CORBO, 2012 – sobre as principais dificuldades conceituais no ensino dos números irracionais), Paulo Abrantes, Leonor Cunha Leal e João Pedro da Ponte (ABRANTES; LEAL; PONTE, 1998 – sobre investigações matemáticas em sala de aula).

O objetivo geral desta pesquisa foi aprofundar reflexões sobre dificuldades conceituais de ensino e de aprendizagem na introdução dos números irracionais aestudantes do 8º ano do Ensino Fundamental, com vistas a testar abordagens quecontornem pré-requisitos matemáticos avançados para a faixa etária. Por objetivos específicos, tivemos: planejar e aplicar sequências didáticas envolvendo investigações matemáticas na introdução do estudo sobre os números irracionais que favoreçam uma aprendizagem significativa dos estudantes; e analisar qualitativamente os resultados obtidos à luz da questão norteadora e da fundamentação teórica adotada.

A pesquisa, realizada no ano de 2017, envolveu 162 estudantes, na faixa etária dos 13 anos de idade, de 5 turmas de 8º ano do Ensino Fundamental, de uma mesma escola da rede privada da cidade de São Paulo, sob a regência do autor deste artigo. Comometodologia de abordagem de ensino, foram elaboradas e aplicadas atividades investigativas sobre temas correlatos aos racionais, trabalhadas em pequenos grupos.

A seguir, são apresentados o referencial teórico, a metodologia da pesquisa utilizada, a descrição das atividades investigativas e comentários sobre aulas expositivas/dialogadas a respeito da prova da irracionalidade de $\sqrt{2}$, a análises dos resultados obtidos e a conclusão.

Desenvolvimento

Referencial teórico

Para tratar significativamente o tema em foco com estudantes, cuja maturidade intelectual ainda está em desenvolvimento, é indispensável uma série de cuidados relativamente à metodologia de ensino e ao domínio seguro desses conteúdos por parte do(a) professor(a). De acordo com Corbo, é nesse ponto que entra a questão da transposição didática e da formação do professor de Matemática.

> [...] essa transposição difícil – mas indispensável –, essa "desconstrução" e reconstrução de noções relacionadas aos números racionais, que fará ampliar o olhar do aluno para a posterior compreensão do conjunto dos reais épassagem que, a nosso ver, requer o auxílio do professor – o aluno não poderáfazê-la sozinho – e, assim sendo,

> tal reconstrução será imprescindível tambémno repertório de saberes acumulados por esse professor. (CORBO, 2012, pp. 15-16)

Além disso a autora também relata que pesquisas sobre o ensino/aprendizagem do conceito de número irracional, apresentam:

> [...] resultados que enfatizam dificuldades cujas raízes estão, provavelmente, na abordagem introdutória desse conceito, indicando assim que a complexidade que envolve a construção desse conhecimento requer umareflexão não apenas a respeito das estratégias utilizadas para a sua apresentaçãoa alunos do Ensino Fundamental [...], mas também a respeito dosconhecimentos indispensáveis ao professor para a escolha e aplicação dessas estratégias. (CORBO, 2012, p.16)

Do ponto de vista da abordagem pedagógica para a construção do conhecimento relativo aos irracionais, utilizou-se nesta pesquisa as "investigações matemáticas", conforme as concebem autores como João Pedro da Ponte e Paulo Abrantes, por serem atividades abertas que oportunizam o fazer matemática aos(às) estudantes com autonomia, constituindo-se em oportunidades de protagonismo de suas próprias aprendizagens. Assim, no âmbito deste estudo, "investigações matemáticas" designam:

> [...] um tipo de actividade [sic] que dá ênfase a processos matemáticos tais como procurar regularidades, formular, testar, justificar e provar conjecturas, reflectir [sic] e generalizar. São atividades de cunho muito aberto, referentes acontextos variados (embora com predominância para os exclusivamente matemáticos) que podem ter como ponto de partida uma questão ou uma situação proposta quer pelo professor, quer pelos alunos. (ABRANTES; LEAL; PONTE, 1998, p. 15)

O planejamento de atividades de investigação demanda especial cuidado por partedo(a) docente. Apresentamos, a seguir, uma seleção de cuidados a se ter em conta na escolha de tarefas investigativas, explicitados por Ollerton[798] (1994 apud ABRANTES; LEAL; PONTE, 1998). Segundo o autor é importante que as tarefas planejadas:

> sejam um começo apropriado para todos na aula trabalharem;
> forneçam oportunidades ricas para muitos desenvolvimentos; [...]
> criem oportunidades para os alunos explorarem ideias e colocarem questões;
> apoiem diferentes tipos de intervenções do professor desde o colocarquestões ao explicar e expor;
> permitam aos alunos tomar a maior parte da responsabilidade no seu desenvolvimento;
> tenham uma variedade de resultados, alguns dos quais podem ser inesperados; [...]
> sempre que possível tenham um começo prático de forma a prover experiências concretas a partir das quais abstracções [sic] possam ser feitas.(p. 64) (ABRANTES; LEAL; PONTE, 1998, p. 18)

[798] OLLERTON, M. **Contexts and strategies for learning mathematics.** In M. Selinger (Ed.), *Teaching mathematics* (pp. 63-72). London: The Open University, 1994.

Metodologia da pesquisa

Na perspectiva de despertar uma atitude investigativa, que suscitasse interesse, envolvimento e protagonismo do(a)s estudantes frente ao estudo, foram propostas seis atividades investigativas como parte do percurso de aprendizagem planejado para a introdução dos números irracionais. Cada atividade teve um propósito específico, geralmente compostas por mais de uma questão. Dada a finalidade deste artigo e por serem o cerne do percurso desenvolvido, nos atemos a discutir aqui apenas a terceira e aquinta atividades investigativas aplicadas, com três questões cada uma.

Para cada atividade foi utilizada uma aula dupla de 90 minutos, seguida de mais uma aula simples de 45 minutos, ocorrida em dia posterior ao das atividades, para a sistematização por meio de debates e comparações entre as conclusões obtidas pelos diferentes grupos. Em cada turma a divisão dos grupos aconteceu de forma livre entre osestudantes, sendo formados em média dez grupos de três estudantes por turma.

No início de cada trabalho investigativo foi entregue uma folha por aluno com os enunciados das questões propostas. Fazia-se uma breve introdução oral das atividades a serem desenvolvidas no intuito de motivar os estudantes a se empenharem nelas, bem como, orientar sobre as regras que permeariam todo o trabalho investigativo, segundo asquais, o professor não poderia dar respostas diretas às perguntas do(a)s estudantes, mas sim, instigá-lo(a)s com novas perguntas, na intenção de orientar e evitar que ele(a)s se perdessem ao longo de suas tentativas.

Ao término de todas as atividades investigativas, nas provas previstas no calendário escolar do(a)s estudantes (duas ao todo) foram colocadas questões para avaliarespecificamente a aprendizagem sobre os temas de cada uma delas. Os dados de todas asquestões propostas foram tabulados para chegar-se a índices quantitativos de proficiênciana aprendizagem e para elaborar análises qualitativas conclusivas.

As atividades investigativas

Sobre a relação entre as representações fracionária e decimal dos racionais

No encalço das orientações de Corbo (2012, pp. 15-16) sobre a necessidade de uma “reconstrução de noções relacionadas aos números racionais”, a primeira atividade investigativa proposta teve como objetivo verificar a validade da afirmação: “Toda fração (número racional) possui uma representação decimal finita ou infinita e periódica”. Nesta atividade o propósito era instigar o(a)s estudantes a observarem como se comportam os restos de uma divisão entre dois números inteiros positivos. Em primeiro lugar, buscava-se que eles, por um processo indutivo, intuíssem o fato crucial na formulação doAlgoritmo da Divisão (entre dois números naturais) sobre a limitação da quantidade de restos, a saber: se p, q $\in N$ com $q \neq 0$, os possíveis restos da divisão de p por q serão 0, 1, 2, 3, 4, ⋯ , $(q - 1)$. Depois da descoberta deste fato em casos particulares, os estudantes elaboraram uma conjectura genérica sobre os valores possíveis dos restos emuma divisão. Seguem os enunciados das questões propostas.

> 3. No início do ano vimos que todo número decimal com finitas casas depoisda vírgula ou, com infinitas casas, mas periódicas, podem ser representados por uma fração (número racional) p / q com $p, q \in N$ e $q \neq 0$.
>
> II. Na aula de hoje, investigaremos a validade ou não da afirmação recíproca,ou seja, que toda fração (número racional) tem uma representação decimal finita ou infinita periódica.
> III. Para tanto, a fim de atacarmos esta questão, propomos a seguinte sequência de atividades investigativas.
>
> 1) Considere os números: 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 e 12.
> a) Investigue quantas vezes o número 3 cabe em cada um desses números e observe o comportamento dos restos que sobram para cada um deles. Escreva de forma sequencial os restos obtidos.
> b) Agora faça o mesmo com o número 4.
> c) Percebeu alguma regularidade? Imaginou uma propriedade geral sobre o comportamento dos restos obtidos? Formule uma frase sintética que explique tal comportamento.
>
> 2) De forma análoga à atividade 1, investigue agora, os possíveis restos das divisões de qualquer número natural por 7 e por 11.
> a) Responda quantos e quais são os restos possíveis nessas divisões.
> b) Elabore uma conjectura que generalize o comportamento dos restos de uma divisão qualquer entre números inteiros positivos. (NOBRE, 2017, p. 85)

Em seguida, o(a)s estudantes foram questionados sobre o tipo de representação decimal dos quocientes de algumas divisões propostas. Percebendo que todos os quocientes calculados tinham representação decimal finita ou infinita e periódica, foi solicitado que explicassem a razão desse fato. Por que algumas frações (enquantoquociente exato) têm representação decimal finita e outras não? No caso da representaçãodecimal ser infinita, por que ela deveria ser periódica? Segue a questão.

> 3) Determinar a representação decimal (sem utilizar calculadora) das seguintes frações
>
> a) $\frac{53}{3}$ b) $\frac{76}{4}$ c) $\frac{67}{5}$ d) $\frac{29}{6}$ e) $\frac{23}{7}$ f) $\frac{83}{11}$ g) $\frac{479}{20}$

> Agora responda:
>
> Caso o resultado seja um número decimal com finitas casas decimais, explique o porquê deste fato.
>
> II) Caso apareçam períodos, assinale o período e apresente uma explicação domotivo pelo qual ele se repete indefinidamente. (NOBRE, 2017, p. 86)

Na discussão final, com vistas à sistematização, chegamos a um consenso sobre avalidade da afirmação proposta na introdução da atividade. Queríamos assim favorecer apercepção de que uma fração, concebida como o quociente entre dois inteiros positivos, terá representação decimal finita quando o resto da divisão for igual a zero e uma representação infinita e periódica em caso contrário, e que o fato desta representação serperiódica deve-se à quantidade finita dos possíveis restos na divisão. Por fim, fazendo asdevidas considerações para as "frações" negativas, tínhamos em mãos, ao final dessa atividade, o seguinte resultado: "Se um número é racional então sua representação decimal é finita ou infinita e periódica".

Observe-se que esta importante implicação, acessível a ser provada nesse nível de escolaridade, e que retoma e promove maior traquejo com a notação decimal de números,não é discutida no Ensino Fundamental II. Por outro lado, a comprovação matemática precisa e apropriada de sua recíproca demanda, para a determinação de suas frações geratrizes no caso de dízimas periódicas, uma boa familiaridade com a notação polinomialdos números decimais e o conhecimento sobre a existência da soma de progressões geométricas infinitas e decrescentes, abordado somente no Ensino Médio.

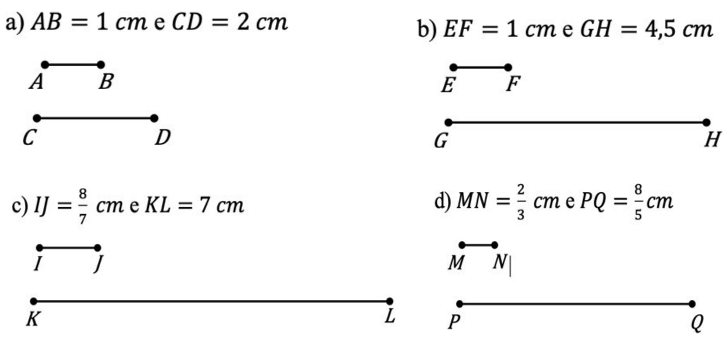
Sobre a medida de um segmento comensurável com um segmento unitário

A partir de reflexões feitas, na busca de um percurso didático acessível e que possibilitasse aos jovens uma maior profundidade na atribuição de significado aosnúmeros irracionais, percebemos a dificuldade de escapar da incomensurabilidade entre o lado e a diagonal de um quadrado para gerar a "oportunidade do impasse" indicado porCorbo (2012, p. 15). É notório que o tema da comensurabilidade de segmentos não é contemplado no currículo prescrito das escolas e tampouco em livros didáticos do EnsinoFundamental. No entanto, por tratar-se de um assunto acessível a investigações matemáticas por estudantes do 8º ano, decidimos trabalhar tal noção com o intuito de ampliar o repertório de linguagem e conceitos que o(a)s permitisse apreciar as importantes ideias envolvidas na prova dos gregos sobre a incomensurabilidade da diagonal de um quadrado com seu lado. Seguem os enunciados das questões propostas.

Definição: Dizemos que dois segmentos são comensuráveis quando existe um(outro) segmento que caiba um número inteiro de vezes em cada um deles. Note que este segmento funciona como uma unidade de medida comum para os dois segmentos iniciais.

1. Com as duas primeiras atividades investigativas da aula de hoje, pretendemos que vocês se familiarizem com o conceito acima definido.
2. Por fim, com a terceira atividade, proponho que vocês comprovem avalidade da seguinte afirmação geral sobre a comensurabilidade de segmentos:***"Um segmento é comensurável com o segmento unitário se, e somente se, sua medida puder ser representada por uma fração."***

1) Considere os seguintes segmentos dados abaixo.
Verifique a existência ou não de algum segmento de medida u que caiba um número inteiro de vezes em cada um dos pares de segmentos de cada item. Em caso afirmativo, apresente a medida de u.



3) Sendo $\overline{UV}$ um segmento unitário, ou seja, $med(\overline{UV}) = 1cm$, dê três exemplos de segmentos comensuráveis com $\overline{UV}$, com a condição de que no máximo um deles apresente medida inteira.

Em cada exemplo, apresente a unidade de medida u, comum para $\overline{UV}$ e para o outro segmento que você criou. Diga quantas vezes essa unidade comum cabe em cada um dos dois segmentos comensuráveis de cada exemplo.

Exemplo 1: Exemplo 2: Exemplo 3:

(NOBRE, 2017, p. 185)

As investigações realizadas nesses dois exercícios propiciaram uma interessante revisão da noção de fração na ideia de parte-todo. Por meio delas o(a)s estudantes foramlevados a perceber que se um segmento é comensurável com outro, suas medidas podemser escritas como frações um do outro. Sendo um dos segmentos unitário, a medida do outro sempre será representada por uma fração (mesmo que imprópria).

3) Generalizando as descobertas encontradas na primeira e segunda atividade, explique com suas palavras porque vale a afirmação: *"Um segmento é comensurável com o segmento unitário se, e somente se, sua medida puderser representada por uma fração".*

> Em seguida, responda: dados dois segmentos quaisquer, eles são sempre comensuráveis? Justifique. (NOBRE, 2017, p. 186)

Por fim, ao término dos trabalhos em grupo, no momento de sistematização, foi conduzida uma discussão, nos grupos-classe, especificamente sobre esta última questão 3). A discussão do teorema em foco foi realizada tomando-se por base as conclusões dos próprios exercícios resolvidos nas duas primeiras questões da atividade.

Sobre a prova a respeito da irracionalidade de $\sqrt{2}$ na antiguidade grega

As atividades investigativas comentadas anteriormente possibilitaram a discussão coletiva em cada classe, em aulas duplas expositivas e dialogadas, sobre a prova a respeitoda incomensurabilidade do lado de um quadrado com sua diagonal, no caso particular deum quadrado de lado unitário. Intencionalmente, em nenhum momento nos preocupamosem seguir um padrão matemático formal de apresentação, com equações ou excesso de notação algébrica. Mas demos prioridade à participação do(a)s estudantes no debate de ideias e deduções indutivas que pudessem ser visualizadas a partir dos conhecimentos prévios trabalhados com eles.

Ao perceber-se a impossibilidade da diagonal ser comensurável com o lado e sabendo-se (pelo teorema de Pitágoras) que sua medida é $\sqrt{2}$, o resultado obtido na atividade sobre comensurabilidade de segmentos garante que $\sqrt{2}$ não pode ser um númerocom representação fracionária. Além disso, o resultado obtido na atividade sobre a representação dos racionais indica que $\sqrt{2}$ não pode admitir uma representação decimal finita e nem infinita e periódica. Levando-se em conta que a medida de qualquer segmento é um número que deve admitir uma representação decimal, resta apenas a possibilidade de $\sqrt{2}$ ter uma representação decimal infinita e não periódica.

A participação do(a)s estudantes, atenta e comprometida, propiciou gerar o impasse sobre a impossibilidade da determinação de um segmento que pudesse comensurar o lado com a diagonal do quadrado unitário, o que possibilitou despertar nele(a)s a consciência sobre a necessidade da existência de um número não racional (não fracionário), com representação decimal necessariamente infinita e não periódica.

Análise dos resultados obtidos com as atividades aqui descritas

Na avaliação prevista em calendário escolar, foram colocadas as seguintes questões sobre o tema da representação decimal dos racionais:

> a) O que leva algumas frações possuírem representação decimal finita e outrasinfinita?
> b) No caso da representação decimal de uma fração ser infinita, por que razãoacontece desta ser periódica?
> c) Ao dividir 13 por 17 sem calculadora um aluno obteve os primeirosalgarismos da sua forma decimal: 0,7647. Como o algarismo 7 aparece repetido na primeira e na quarta casa decimal, o aluno parou a divisão e concluiu que a forma decimal de 13/17 é uma dízima periódica com período igual a 764. Esse aluno raciocinou corretamente? Justifique. (NOBRE, 2017, pp. 125-126)

Tabela 1.

Percentual de acertos nas questões sobre a representação dos racionais

	8º A	**8º B**	**8º C**	**8º D**	**8º E**	**Média**
Questão a)	74%	36%	61%	48%	35%	50%
Questão b)	35%	17%	34%	35%	14%	26%
Questão c)	54%	58%	39%	53%	57%	52%

Observe-se que a pergunta do item b) exige, para uma elaboração satisfatória, umbom domínio da propriedade específica sobre os restos no algoritmo da divisão, propriedade esta que viam enfatizada pela primeira vez no percurso escolar do(a)sestudantes. Portanto, é compreensível que o valor médio de acertos tenha sido menor doque o do item a). Por se tratar de uma questão delicada, acreditamos que tenha faltado propor aos(às) estudantes uma maior experimentação prática com situações concretas. Jána questão c), apesar de versar sobre representações decimais infinitas e periódicas, porser mais prática, o(a)s estudantes conseguiram expressar a ideia de que o raciocínio do aluno era incorreto, embora em muitos casos suas justificativas fossem ainda incompletas.

A atividade sobre a representação decimal dos racionais, favoreceu a ampliação da visão do(a)s estudantes sobre as representações decimais dos números racionais. Mesmo assim, ficou claro que uma boa parte deles necessitará de uma retomada desse mesmo conteúdo para chegar a uma apropriação mais segura deste assunto.

Na prova de avaliação final foi colocada uma questão de verdadeiro ou falso sobre comensurabilidade cujo enunciado coincidia com a propriedade final discutida na atividade investigativa sobre o tema: *"Um segmento é comensurável com o segmento unitário se, e somente se, sua medida puder ser representada por uma fração"*.

Tabela 2.

Percentual de acertos na questão sobre comensurabilidade de segmentos

8º A	8º B	8º C	8º D	8º E	Média
55%	46%	44%	47%	82%	55%

Pode-se ver que uma única turma apresentou um percentual de acertos elevado –82% (turma que mostrou maior interesse e participação na aula de sistematização da atividade), tendo as demais ficado próximo da média de 50%. Alguns pontos merecem destaque na avaliação qualitativa destes resultados, a saber: a estranheza/novidade do termo/conceito comensurabilidade para o(a)s estudantes; a inexperiência do professor emconduzir este tipo de atividade, particularmente no momento da sistematização; e a relativa falta de consciência do mesmo (no momento da aplicação da atividade investigativa) sobre a relevância do uso da propriedade em foco na prova dos gregos sobre

a irracionalidade de √2.

Mesmo assim, avaliamos que a atividade foi proveitosa e enriquecedora por ter propiciado um contato inicial instigante com temática inusual e que viabilizou um envolvimento ativo e atento do(s) estudantes com um dos obstáculos epistemológicos mais relevantes no desenvolvimento histórico da Matemática – a incomensurabilidade entre a diagonal e o lado de um quadrado. Acreditamos que a introdução dos números irracionais por meio da trajetória percorrida favoreceu inúmeras vivências dos estudantesque pode ter a força de deixar marcas importantes em suas mentes.

Conclusão

Com as investigações realizadas pôde-se observar que no oitavo ano do Ensino Fundamental foi possível oportunizar aos(às) estudantes familiaridade e reflexões relevantes sobre noções básicas, complexas e muito abstratas, na introdução do estudo dos irracionais, ao manter o foco nas ideias matemáticas fundamentais, sem abusar de formalismos ainda não dominados nesta faixa etária. Acreditamos que elas possibilitarama criação no(a)s estudantes de imagens mentais mais abrangentes sobre o conceito de número real e favoreceram a abertura de espaço para que este tema possa ser retomado no Ensino Médio de forma mais completa e com mais ampla atribuição de significados. Além disso, foi notório o crescente envolvimento e participação do(a)s mesmo(a)s com as atividades investigativas, o que acarretou um maior protagonismo com sua própria aprendizagem.

Do ponto de vista do professor, esta experiência representou a possibilidade de ensinar Matemática por meio de aulas mais dinâmicas, não meramente expositivas. Além disso, oportunizou o desenvolvimento do hábito de questionar mais os estudantes ao invésde fornecer respostas prontas. Por outro lado, a pesquisa foi decisiva para a ampliação deconhecimentos matemáticos sobre o tema, de modo a ficar mais seguro diante da escolhade estratégias de ensino mais adequadas.

Referências

ABRANTES, P.; LEAL, L. C.; PONTE, J. P. (org.) **Investigar para Aprender Matemática (textos selecionados)**. 2. ed. Lisboa: Grupo "Matemática Para Todos – investigações na sala de aula" (CIEFCUL) e Associação de Professores de Matemática,1998.

CORBO, O. **Um estudo sobre os conhecimentos necessários ao professor de matemática para a exploração de noções concernentes aos números irracionais naEducação Básica.** 2012. Tese de Doutorado, UNIBAN, São Paulo, 2012.

NOBRE, R. B. **Sobre possibilidades de ensino e aprendizagem dos números irracionais no 8º ano do Ensino Fundamental.** 2017. Dissertação de Mestrado – Instituto de Matemática e Estatística, USP, São Paulo, 2017.

Análise de atividades sobre figuras geométricas espaciais em uma coleção de livros didáticos do ensino fundamental - anos iniciais

Analysis of activities on spatial geometric figures in a collection of elementary school textbooks - early years

Análisis de actividades sobre figuras geométricas espaciales en una colección de libros de texto de primaria - primeros años

Valéria da Silva Santos[799]
Universidade Federal de Pernambuco
0000-0002-8135-7639

Franklin Fernando Ferreira Pachêco[800]
Universidade Federal de Pernambuco
0000-0002-4600-2103

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Processos de ensino e aprendizagem da Matemática em diferentes modalidades e níveis educacionais

Resumo

Esta pesquisa teve o intuito de analisar as atividades sobre figuras geométricas espaciais presentes em uma coleção de livros didáticos do ensino fundamental - anos iniciais. A revisão da literatura foi composta por pesquisas que contemplassem o debate sobre livros didáticos ou figuras geométricas espaciais ou ambas temáticas articuladas. Analisou-se a coleção de livros didáticos Ápis Mais: Matemática dos autores Luiz Roberto Dante e Fernando Cesar de Abreu Viana, aprovada pelo Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) de 2023. Os resultados mostram que os livros didáticos possuem atividades tanto de corpos redondos quanto de poliedros, embora revela um maior quantitativo sobre poliedros. Os enunciados das atividades são explícitos e direcionam o usuário do livro didático a mobilizar determinado conhecimento para se alcançar a resposta de maneira correta. Identificou-se, ainda, uma diversidade de atividades sobre figuras geométricas espaciais de modo a estimular o pensamento geométrico das crianças. Diante disso, entende-se que essa coleção de livro didático é um material relevante para ser integrado e usado para a abordagem da geometria espacial e suas atividades no ambiente da sala de aula.

Palavras-chave: Atividades, Geometria espacial, Livro didático.

Abstract

This research aimed to analyze the activities on spatial geometric figures present in a collection of elementary school textbooks - early years. The literature review consisted of research that

[799] valeriassantos22@hotmail.com
[800] pacheco.franklin9@gmail.com

contemplated the debate on textbooks or spatial geometric figures or both articulated themes. The collection of textbooks Ápis Mais: Mathematics by authors Luiz Roberto Dante and Fernando Cesar de Abreu Viana, approved by the National Program for Books and Teaching Material (PNLD) of 2023, was analyzed. The results show that textbooks have activities for both round bodies and polyhedra, although it reveals a greater quantity of polyhedra. The statements of the activities are explicit and direct the user of the textbook to mobilize certain knowledge to reach the answer correctly. A variety of activities on spatial geometric figures were also identified in order to stimulate children's geometric thinking. Therefore, it is understood that this textbook collection is a relevant material to be integrated and used to approach spatial geometry and its activities in the classroom environment.

Keywords: Activities, Spatial Geometry, Textbook.

Resumen

Esta investigación tuvo como objetivo analizar las actividades sobre figuras geométricas espaciales presentes en una colección de libros de texto de la escuela primaria - primeros años. La revisión bibliográfica consistió en investigaciones que contemplaron el debate sobre libros de texto o figuras geométricas espaciales o ambos temas articulados. Se analizó el acervo de libros de texto Ápis Mais: Matemáticas de los autores Luiz Roberto Dante y Fernando Cesar de Abreu Viana, aprobado por el Programa Nacional de Libros y Material Didáctico (PNLD) de 2023. Los resultados muestran que los libros de texto tienen actividades tanto para cuerpos redondos como para poliedros, aunque revela una mayor cantidad de poliedros. Los enunciados de las actividades son explícitos y dirigen al usuario del libro de texto a movilizar ciertos conocimientos para llegar a la respuesta correcta. También se identificaron una variedad de actividades sobre figuras geométricas espaciales para estimular el pensamiento geométrico de los niños. Por lo tanto, se entiende que esta colección de libros de texto es un material relevante para ser integrado y utilizado para abordar la geometría espacial y sus actividades en el entorno del aula.

Palabras-clave: Actividades, Geometría espacial, Libro de texto.

Introdução

No Ensino Fundamental - Anos iniciais[801], de acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), a disciplina de matemática é constituída por meio de cinco unidades temáticas: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística

[801]Essas cinco unidades temáticas são as mesmas vivenciadas do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental.

(BRASIL, 2018). Cada uma delas possui sua especificidade, sendo relevantes para a construção do conhecimento e formação do cidadão. Embora sejam distintas, elas podem ser trabalhadas de maneira articuladas.

Dentre essas unidades temáticas, o foco desta pesquisa se voltou para a Geometria porque ela promove o estudo da

> posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos. Esse pensamento é necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes. É importante, também, considerar o aspecto funcional que deve estar presente no estudo da Geometria: as transformações geométricas, sobretudo as simetrias. As ideias matemáticas fundamentais associadas a essa temática são, principalmente, construção, representação e interdependência (BRASIL, 2018, p. 271).

Embora na atualidade a Geometria venha tendo um pouco mais de destaque nas aulas da disciplina de matemática, conforme apontam algumas pesquisas desenvolvidas no âmbito da Educação Matemática (PEREIRA DA COSTA; CÂMARA DOS SANTOS, 2017; COSTA; SANTOS, 2020), por muitos anos ela "[...] foi relegada a um segundo plano nas orientações curriculares, nos livros didáticos e nos cursos universitários de licenciatura, deixando um grande lastro conceitual nesse campo da Matemática, tanto para os professores, como para os alunos (COSTA; SANTOS, 2020, p. 2).

De acordo com a BNCC (BRASIL, 2018), a Geometria no ensino fundamental - anos iniciais é estudada por duas óticas: Geometria plana e Geometria espacial. O foco de estudo da primeira são as figuras geométricas planas, ou seja, aquelas que possuem duas dimensões: comprimento e largura, ou ainda as que possuem uma dimensão (linha aberta, por exemplo) ou as que não possuem dimensão (ponto, por exemplo). O foco de estudo da segunda são as figuras geométricas espaciais, isto é, as que são constituídas por três dimensões: comprimento, largura e altura.

Compreende-se que a Geometria plana e a Geometria espacial são relevantes para a construção do conhecimento do aluno, favorecendo-o a refletir, a avançar e a desenvolver o seu pensamento geométrico com situações que forem geometrizadas tanto no âmbito social quanto no âmbito educacional (VAN DE WALLE, 2009; RADAELLI, 2010; ALMEIDA, 2015). Apesar disso, esta pesquisa se voltou para a Geometria espacial. Essa opção ocorreu porque, ao analisar uma coleção de livros didáticos do ensino fundamental – anos iniciais, Pachêco (2021) notou que a abordagem das figuras geométricas espaciais ocorria mediante uma associação entre objetos do mundo físico com os objetos matemáticos. Outro fator que se levou em consideração é que Rogenski e Pedroso (2009) apontam que alunos iniciam o ensino médio apresentando ausência de conhecimentos quanto a Geometria espacial ou ainda, conforme pontua Pereira (2001), alunos concluem o ensino médio expondo dificuldades sobre as figuras geométricas espaciais.

Diante do exposto, esta pesquisa teve o propósito de analisar as atividades sobre figuras geométricas espaciais presentes em uma coleção de livros didáticos do ensino fundamental - anos iniciais. Adotou-se a coleção de livros didáticos denominada de Ápis Mais: Matemática, dos autores Luiz Roberto Dante e Fernando Cesar de Abreu Viana, que foi aprovada pelo Programa Nacional do Livro e do Material Didático 2023.

A opção pela análise de uma coleção de livros didáticos é por considerar que "o ensino de Geometria, nos anos iniciais, entretanto, vem ganhando um novo enfoque" (MONTEIRO, 2014, p. 30) e que os materiais mais atuais não abordam esse ramo da matemática apenas nos capítulos finais (VAN DE WALLE, 2009; RADAELLI, 2010).

Livros didáticos: aluno, professor e o ambiente da sala de aula

O que é um livro didático? De modo amplo, o livro didático pode ser compreendido como sendo um recurso pedagógico que apresenta conceitos, conteúdos, exemplos, orientações e exercícios para serem usados pelo professor e pelos alunos, na maioria das vezes, no ambiente da sala de aula. O professor pode usá-lo enquanto um aporte para elaborar as suas aulas, explicar o conteúdo e propor atividades. O aluno pode aprofundar, refletir e observar os exemplos expostos por esse material e responder as atividades, etc. Assim, verifica-se que ele possui uma diversidade de utilidade no contexto do ambiente da sala de aula.

No âmbito das escolas públicas, geralmente no início do ano letivo, segundo Pachêco e Silva (2019), o livro didático é distribuído de maneira gratuita para o professor e para os alunos. Ambos os públicos podem levar esse material para casa. No contexto da escola privada, o livro didático é adquirido por meio da compra. Em outras palavras, a escola e/ou o professor sinaliza para os familiares qual material será o usado no decorrer do ano letivo para que seja efetuada a compra para os alunos.

Considerando-se o âmbito da educação básica brasileira, diversos pesquisadores (BARBOSA; LINS, 2013; BITTAR, 2017; PACHÊCO; SILVA, 2019; PACHÊCO, 2021) apontam que o livro didático é o recurso mais usual no ambiente da sala de aula, pois ele é acessível tanto pelo professor (no processo de ensino) quanto pelo aluno (no processo de aprendizagem). Apesar disso, Bittar (2017) ressalta que embora esse material seja bastante usual no ambiente da sala de aula, ele não é o único. Por vezes, por exemplo, o professor pode adotar o uso de tecnologias ou materiais manipuláveis ou outro, quando for possível de acordo com o conceito que está sendo vivenciado na sala de aula.

No caso da disciplina de matemática, o livro didático contempla atividades e exemplos (com ou sem ilustrações) com procedimento de resolução, conceitos, conteúdos, menções históricas, matemáticos responsáveis por sistematizaram esses conceitos, sugere trabalhos individuais e em grupo, etc. No caso desta pesquisa, o foco foi sobre as atividades de corpos redondos e poliedros, conteúdos que integram a geometria espacial.

Ao analisar a abordagem das figuras geométricas espaciais em uma coleção de livros didáticos do ensino fundamental - anos iniciais aprovada pelo PNLD 2019, Pachêco (2021) revelou que a apresentação e debate do conteúdo era por meio da analogia entre os objetos do mundo físico (cotidiano do homem) com os objetos matemáticos (figuras geométricas espaciais). Essa perspectiva é prolongada, também, para as atividades relacionadas ao conteúdo. O reconhecimento, a identificação de propriedades, as diferenças e as semelhanças dessas figuras geométricas espaciais, entre outros, são pautas dos capítulos da Geometria espacial.

Embora o conteúdo desta pesquisa seja o mesmo da pesquisa de Pachêco (2021), a ênfase de investigação se diferencia por analisar diferentes coleções de livros didáticos, por exemplo. Observou-se, diante do exposto, que o livro didático é um recurso relevante que pode auxiliar alunos e professor na promoção de conhecimentos nas etapas escolares da educação básica brasileira, por isso ele é o material analisado nesta pesquisa.

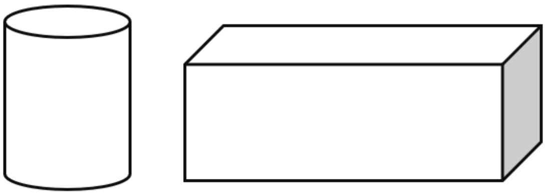
Figuras geométricas espaciais: um estudo sobre poliedros e corpos redondos

No ensino fundamental – anos iniciais, de acordo com a BNCC (BRASIL, 2018), a Geometria espacial é centrada no estudo das figuras geométricas espaciais. Elas podem ser classificadas em corpos redondos e em poliedros, sendo debatido e explorado suas características, elementos, formas e diferenças.

São caracterizadas como corpos redondos, as figuras geométricas espaciais que apresentam pelo menos uma face não plana (esfera, cone, cilindro, etc.). Já os poliedros são constituídos por todas as faces poligonais (cubo, octaedro, icosaedro, etc.). A Figura 1 expõe uma representação de um cilindro (corpo redondo) e uma representação de um paralelepípedo (poliedro).

Figura 1.

Exemplo de um corpo redondo e de um poliedro



Para Baldissera (2008), a Geometria plana possibilita um suporte para o estudo da Geometria espacial. Embora, quando isso ocorre existe "[...] pouca ênfase para a tridimensionalidade, não integrando os objetos sólidos com o espaço, a representação das formas, e principalmente não fazendo relações com objetos de nossa realidade" (p. 2).

De modo semelhante de Baldissera (2008), Pachêco (2021) sinaliza que no estudo da Geometria plana e da Geometria espacial existem relações de diferenças e semelhanças, cabendo o professor explorá-las no ambiente da sala de aula.

Além disso, Pachêo (2021) destaca que o livro didático do ensino fundamental - anos inicias é um recurso relevante para exploração da Geometria espacial porque ela "se dá pela apresentação do conteúdo (figuras geométricas espaciais), discussão de seus elementos, classificações e atividades" (p. 9). É diante desse cenário que se debate esta pesquisa.

Metodologia

No site e-docente[802], encontram-se disponibilizadas para *download* e leitura, de maneira gratuita, quatro coleções de livros didáticos do ensino fundamental – anos iniciais (1- Ápis Mais: Matemática; 2- Da escola para o mundo; 3- Diálogos; e 4- Vida criança) aprovados pelo

[802] https://www.edocente.com.br/pnld/2023-objeto-1

PNLD de 2023. Todas elas contemplam as distintas disciplinas dessa etapa escolar e estão de acordo com os objetos de conhecimentos e habilidades da BNCC (BRASIL, 2018).

Entende-se que todas as coleções são relevantes para o processo de ensino e de aprendizagem destinada à sua área de saber. Apesar disso, esta pesquisa se voltou à matemática. Em relação a coleção de livros didáticos, adotou-se a Ápis Mais: Matemática, dos autores Luiz Roberto Dante e Fernando Cesar de Abreu Viana, que foi produzida pela editora Ática, em São Paulo, atualmente, situando-se em sua 1ª edição. A sua escolha se deu porque o autor Luiz Roberto Dante possui uma vasta trajetória de produção de livro didático, sendo conhecido por produzir esses materiais para as diversas etapas escolares brasileiras. Na Figura 2, expõe-se a capa de cada livro por ano escolar.

Figura 2.

Coleção de livro Ápis Mais – Matemática ([https://www.edocente.com.br/colecao/apis-mais-matematica-atica)](https://www.edocente.com.br/colecao/apis-mais-matematica-atica)

Em cada livro didático, de modo a alcançar o propósito desta pesquisa, analisou-se as atividades que se voltavam para a Geometria espacial. Diante disso, realizou-se a análise em quatro momentos: 1) Identificou-se o total de atividades sobre Geometria espacial nos livros didáticos; 2) Identificou-se a quantidade de atividades sobre poliedros e corpos redondos; 3) Identificou-se as informações dos enunciados das atividades; 4) Identificou-se os elementos matemáticos solicitados para se alcançar a resposta das atividades.

Resultados

Os resultados expressos nesta seção são provenientes de uma análise sobre as atividades que integram as unidades[803] de Geometria de cada livro didático. Conforme mostra o Quadro 1, essa seleção ocorreu a partir do sumário de cada livro didático.

É válido destacar que não foram analisadas as unidades que debatiam outros conteúdos da disciplina de matemática, por exemplo, probabilidade e estatística, números, etc.

Quadro 1.

Unidades analisados de cada livros didáticos sobre Geometria

Livro didático	**1º ano**	**2º ano**	**3º ano**	**4º ano**	**5º ano**
Unidade analisada	Quarta	Segunda	Segunda	Segunda	Segunda e Quinta

Considerando-se que todos os livros didáticos contemplam o total de oito unidades, notou-se que o debate da Geometria (plana e espacial) é exposto sempre nas unidades iniciais. Resultado semelhante a esse é destacado por Van de Walle (2009), Radaelli (2010) e Monteiro (2014) quando frisam que os livros didáticos mais recentes não apresentam os conteúdos de Geometria enquanto nas unidades (ou capítulos) finais.

Definido a(s) unidade(s) de cada livro didático a ser(em) analisada(s) nesta pesquisa, identificou-se o total de atividades sobre Geometria espacial. Os resultados constam na Tabela 1.

Tabela 1.

Atividades nos livros didáticos

Livro didático	**1º ano**	**2º ano**	**3º ano**	**4º ano**	**5º ano**
Total de atividades	**17**	**34**	**25**	**15**	**18**

Desse total de atividades presentes em cada livro didático, identificou-se as que debatiam exclusivamente os poliedros, em seguida as que debatiam exclusivamente os corpos redondos e por fim as que trabalhavam com as duas classes de figuras geométricas espaciais. Esse momento de categorização de resultados possibilitou a verificação de qual classe é a mais trabalhada na coleção de livro didático. O resultado está exposto na Tabela 2.

[803] A coleção contempla o nome unidade(s) e não capítulo. Diante disso, optou-se por permanecer unidade(s).

Tabela 2.

Quantitativo de atividades sobre poliedros e sobre corpos redondos

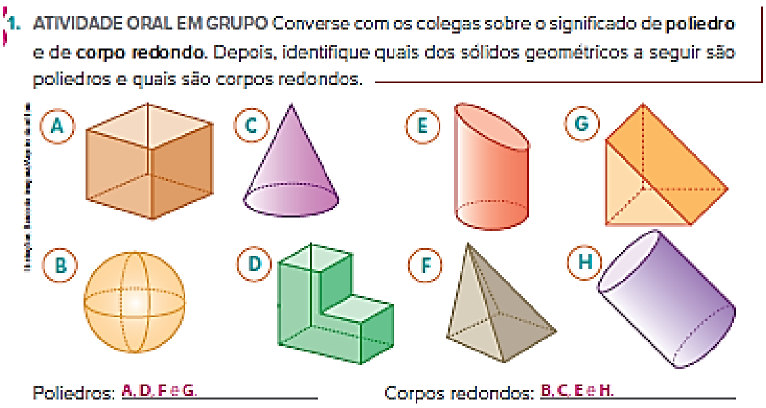
Livro didático	1º ano	2º ano	3º ano	4º ano	5º ano
Apenas sobre poliedros	1	13	10	7	11
Apenas sobre corpos redondos	1	6	3	1	0
Poliedros e corpos redondos	15	15	12	7	7
Total	17	34	25	15	18

Além do exposto na Tabela 2, verificou-se que as atividades em que abordavam de maneira simultânea os poliedros e os corpos redondos priorizavam as figuras geométricas espaciais constituídas inteiramente por faces planas. Infere-se que isso ocorre porque no decorrer dos anos escolares são trabalhadas uma diversidade de poliedros (cubo, paralelepípedo, prisma, pirâmide, etc.), enquanto são estudados apenas três corpos redondos (cilindro, cone e esfera). Apesar disso, é interessante frisar que ambos os tipos de atividades contribuem para os alunos evoluírem seus conhecimentos geométricos, conforme pontuam Van de Walle (2009), Radaelli (2010) e Almeida (2015).

Verificou-se que o enunciado de cada atividade indica os conhecimentos a serem mobilizados pelos alunos para a obtenção da resposta correta. Na Figura 3, mostra-se um exemplo de enunciado que é contemplado no livro didático do 5º ano do ensino fundamental. Observa-se que dentre um conjunto de figuras geométricas espaciais, o aluno deve identificar quais são os corpos redondos e quais são os poliedros, informação essa explícita no enunciado.

Figura 3.

Enunciado de atividade com poliedros e corpos redondos (Dante; Viana, 2021, p. 34)



Ao considerar que essa coleção de livros didáticos é destinada para o professor trabalhar os conteúdos da disciplina de matemática com crianças, entende-se que seja relevante o enunciado de cada atividade ser exposto de maneira explícita, de modo a conduzir o aluno a traçar estratégias e alcançar a resposta correta. É válido frisar que situações problemas, com enunciados contextualizados, são relevantes para o desenvolvimento intelectual dos alunos. Apesar disso, entende-se que seja interessante que informações explícitas estejam no enunciado para que o aluno obtenha corretamente a resposta.

Algumas das atividades, como mostra a Figura 4, associam as figuras geométricas espaciais a objetos do cotidiano. Resultado semelhante é destacado por Pachêco (2021) quando frisa que o estudo das figuras geométricas espaciais do 1º ao 5º ano do ensino fundamental é centrado na associação entre objeto matemático com objeto matemático.

Figura 4.

Atividade envolvendo objetos cotidianos (Dante; Viana, 2021, p. 97)

ATIVIDADE ORAL EM GRUPO CONVERSE COM OS COLEGAS E COMPLETEM COM O EXEMPLO DE 1 OBJETO. Exemplos de resposta:

A) QUE ROLA COM FACILIDADE: Bola de futebol.

B) QUE NÃO ROLA COM FACILIDADE: Livro.

Identificou-se nos livros didáticos a presença de atividades que estimulam a distinção e a semelhança entre os elementos matemáticos que integram os corpos redondos e os poliedros. Notou-se que nos dois primeiros anos escolares existe uma maior abordagem sobre a constituição das figuras geométricas espaciais. Por exemplo, o poliedro é formado por vértices, arestas e faces (planas), enquanto os corpos redondos são aqueles que possui pelo menos uma face não plana. Nos anos posteriores, são trabalhadas essas abordagens e aprofundadas outras como a ideia de planificação e suas impossibilidades (por exemplo, a esfera). Conforme era esperado, as atividades expostas na coleção analisada seguem os objetos de conhecimentos e habilidades da BNCC (BRASIL, 2018).

Por meio das atividades analisadas, infere-se que os autores da coleção de livros didáticos consideram os conhecimentos dos alunos tanto de mundo quanto de escola, visto que algumas vezes apresentam associações entre objetos do cotidiano com objetos matemáticos. Considera-se que as atividades analisadas são relevantes para o trabalho com as crianças porque podem potencializar os debates sobre as semelhanças e diferenças entre as figuras geométricas espaciais, bem como progredir nos conhecimentos geométricos quanto a esses objetos matemáticos.

Diante dos resultados expostos, considera-se que essa coleção de livros didáticos é relevante para a exploração das figuras geométricas espaciais. Sendo assim, portanto, esta pesquisa corrobora com Barbosa e Lins (2013), Bittar (2017), Pachêco e Silva (2019) e Pachêco (2021) que o livro didático é um material interessante para exploração de conhecimentos no processo de ensino e de aprendizagem nas etapas escolares da Educação Básica.

Considerações finais

Os resultados desta pesquisa ao analisar as atividades sobre figuras geométricas espaciais presentes em uma coleção de livros didáticos do ensino fundamental - anos iniciais, mostram que todos os livros didáticos possuem atividades referentes a Geometria espacial. Quanto a isso, identificou-se um maior quantitativo sobre os poliedros em detrimento dos corpos redondos. Além disso, identificou-se que os enunciados das atividades são diretivos, com informações explícitas, direcionando o usuário do livro didático a mobilizar um determinado conhecimento para se alcançar a resposta de maneira correta.

Nas atividades, identificou-se que para o trabalho com os poliedros são explorados a ideia de vértice, face, aresta e planificação. Enquanto nos corpos redondos, trabalha-se a possibilidade e a impossibilidade de planificação, e seus elementos como a face não plana, bases, etc. Ainda, notou-se que algumas das atividades versam sobre as distinções e as semelhanças entre os poliedros e os corpos redondos.

Os resultados desta pesquisa apontam que a coleção Ápis Mais: Matemática, dos autores Luiz Roberto Dante e Fernando Cesar de Abreu Viana, ao abordar uma diversidade de atividades sobre figuras geométricas espaciais pode estimular o pensamento geométrico das crianças. Diante disso, concorda-se com Barbosa e Lins (2013), Bittar (2017), Pachêco e Silva (2019) e Pachêco (2021) que o livro didático é um material relevante para exploração no ambiente da sala de aula.

De modo geral, como esperado, essa coleção se encontra de acordo com os objetos de conhecimentos e habilidades da BNCC (BRASIL, 2018). Por meio dos resultados desta pesquisa, sugere-se que outros pesquisadores analisem como coleções de livros didáticos contemplam as atividades sobre as figuras geométricas espaciais.

Referências

ALMEIDA, M. F. M. **Linguagem LOGO no ensino de geometria em curso de formação continuada para professores dos anos iniciais do ensino fundamental**. 2015. 181 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciência e Tecnologia) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Ponta Grossa, 2015.

BALDISSERA, A. **A Geometria Trabalhada a Partir da Construção de Figuras e Sólidos Geométricos** – Santa Terezinha de Itaipu- PR. Artigo. 2008.

BARBOSA, E. J. T; LINS, A. F. Equações polinomiais do primeiro grau em livros didáticos: organizações matemática e didática. **Educação Matemática Pesquisa**. São Paulo, v. 15, n. 2, p. 337 - 357, 2013.

BITTAR, M. A Teoria Antropológica do Didático como ferramenta metodológica para análise de livros didáticos. **Zetetiké**. Campinas, SP, v. 25, n. 3, p. 364 - 387, 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

COSTA, A. P.; ROSA DOS SANTOS, M. O pensamento geométrico na licenciatura em Matemática: uma análise à luz de Duval e Van-Hiele. **Educação Matemática Debate**, v. 1, p. 1-20, 2020.

DANTE, L. R; VIANA, F. **Apis Mais: Matemática.** Coleção de Livros Didáticos do 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental. 1ª edição, São Paulo, Ática, 2017.

MONTEIRO, F. L. **Formação em exercício de professores dos anos iniciais:** habilidades visuais no ensino e aprendizagem de geometria. 2014. 148f. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e Matemática) - Centro Universitário Franciscano, Santa Maria - RS.

PACHÊCO, F. F. F. **A abordagem da geometria espacial em uma coleção de livros didáticos do ensino fundamental - anos iniciais**. Anais da XXXIII Semana da Licenciatura em Matemática, São Paulo, 2021.

PACHÊCO, F. F. F.; SILVA, A. S. Atividades sobre comparação de áreas presentes em uma coleção de livros didáticos do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental: um olhar sob os aspectos numéricos e geométricos. **Anais...** Congresso Nacional de Educação, 2019, Fortaleza, 2019.

PEREIRA DA COSTA, A.; CÂMARA DOS SANTOS, M. O desenvolvimento do pensamento geométrico no estudo dos quadriláteros notáveis sob a ótica vanhieliana. **Educação Matemática em Foco**, Campina Grande, v. 6, n. 2, p. 1-31, jul./dez. 2017.

PEREIRA, M. R. O. **A geometria escolar: uma análise dos estudos sobre o abandono de seu ensino.** 2001. 84 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2001.

RADAELLI, R. K. **A investigação e a ação docente no ensino de geometria em anos iniciais do ensino fundamental.** 2010. Dissertação (Mestrado) – Curso de Ensino de Ciências Exatas, Universidade do Vale do Taquari - Univates, Lajeado, 22 jun. 2010.

ROGENSKI, M. L. C.; PEDROSO, S. M. D. **O Ensino da Geometria na Educação Básica:** realidade e possibilidades. 2009.

Livro e manual didático do 2º ano primário do Chile e do Paraguai: análise do conteúdo números e operações

Book and teaching manual of the 2nd primary year of Chile and Paraguay: content analysis numbers and operations

Libro y manual didáctico de 2° de primaria de Chile y Paraguay: análisis de contenido números y operaciones

Marcus Vinicius da Costa[804]
Universidade Estadual do Mato Grosso do Sul
https://orcid.org/0000-0003-1894-0036

João Pedro Piccoli[805]
Universidade Federal da Grande Dourados
https://orcid.org/0000-0001-5205-5159

Edvonete Souza de Alencar[806]
Universidade Federal da Grande Dourados
https://orcid.org/0000-0002-5813-8702

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Processos de ensino e aprendizagem da Matemática em diferentes modalidades e níveis educacionais

Resumo

Este artigo objetiva reconhecer os conhecimentos especializados do professor que ensinam matemática identificados em um livro didático chileno do professor e em um manual didático paraguaio para docentes. Fundamentando-se no modelo analítico denominado **Mathematics Teacher's Specialised Knowledge** – MTSK, o qual estabelece dimensões para definir os conhecimentos necessários para o ensino e a aprendizagem da Matemática. Este estudo é documental, no qual leu-se o documento na íntegra, realizamos fichamentos e categorizou-se os dados. As análises que realizamos mostraram que as obras continham todos os subdomínios do referencial teórico MTSK em diferentes proporções em grande parte justificadas pelo objetivo da elaboração de cada obra.

Palavras-chave: MTSK. Educação Infantil. Matemática.

804 promarcusviniciusdacosta@hotmail.com
805 piccoli_1997@hotmail.com
806 edvonetealencar@ufgd.edu.br

Abstract

This article aims to recognize the specialized knowledge of teachers who teach mathematics identified in a Chilean teacher's textbook and in a Paraguayan didactic manual for teachers. Based on the analytical model called **Mathematics Teacher's Specialized Knowledge** – MTSK, which establishes dimensions to define the knowledge necessary for the teaching and learning of Mathematics. This is a documentary study, in which the entire document was read, records were made and the data were categorized. The analyzes that we carried out showed that the works contained all the subdomains of the MTSK theoretical framework in different proportions, largely justified by the purpose of the elaboration of each work.

Keywords: MTSK. Child education. Math.

Resumen

Este artículo tiene como objetivo reconocer los saberes especializados de los docentes que enseñan matemáticas identificados en un libro de texto docente chileno y en un manual didáctico para docentes paraguayo. Basado en el modelo analítico denominado **Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas** – MTSK, que establece dimensiones para definir los conocimientos necesarios para la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas. Este es un estudio documental, en el cual se leyó todo el documento, se realizaron registros y se categorizaron los datos. Los análisis que realizamos mostraron que los trabajos contenían todos los subdominios del marco teórico MTSK en diferentes proporciones, justificadas en gran medida por el propósito de la elaboración de cada trabajo.

Palabras clave: MTSK. Educación Infantil. Matemáticas.

Introdução

Essa comunicação apresenta parte dos dados identificados no projeto “O conhecimento especializado do professor de Matemática em manuais didáticos na Educação Infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental na Ibero-América”, desenvolvido na Universidade Federal da Grande Dourados – Mato Grosso do Sul - Brasil. Apresentamos o resumo dos dados identificados sobre um dos conteúdos matemáticos encontrados em ambos os manuais didáticos paraguaio e chileno.

Temos como hipótese que os manuais e livros didáticos são materiais utilizados pelo docente e que, portanto, tem potencial para o desenvolvimento de seus saberes e conhecimentos. Portanto, identificar quais saberes estão contidos nesses materiais podem auxiliar futuros processos formativos e criação de manuais para a formação docente.

Assim, nosso objetivo é reconhecer quais conhecimentos especializados do professor que ensina matemática são revelados. A questão norteadora desta investigação é: quais conhecimentos especializados são evidenciados pelo manual e livro didático chileno e paraguaio?

Na próxima seção apresentaremos a organização da investigação realizada por meio da metodologia.

Metodologia

Esta investigação é qualitativa de cunho documental fundamentada em Ludke e André (2013). Ao realizarmos estudos com esta metodologia, notamos sua importância e quanto esta favorece e embasa outras investigações. As autoras justificam os motivos pela escolha em realizar este tipo de investigação e orientam os investigadores em seus principais passos. As principais justificativas são: análise dos dados em outra perspectiva, identificação de detalhes e aspectos com profundidade, fundamentação teórica para embasamento em outras investigações.

Quanto às orientações aos autores para a realização deste tipo de metodologia, orienta-se que haja um aprofundamento do investigador quanto ao documento analisado. Assim, a sua leitura deve ser realizada na íntegra. Orienta-se ainda a realização de fichamentos e anotações para auxiliar nas análises. Além disso, pode-se fazer categorizações com o intuito de aprofundar o conhecimento sobre o documento analisado.

Os manuais e livros didáticos analisados foram do Chile e Paraguai, ambos são os materiais distribuídos pelos governos destes países aos seus estudantes de escola pública. O material paraguaio está disponível no **site** do Ministério de Educação e Ciências do governo do Paraguai. O livro didático do Chile está localizado em *site* próprio. Selecionamos estes materiais por estarem disponíveis às instituições de ensino que compõem as secretarias de educação de ambos os países. Para esta análise, trazemos dados do 2 º ano da educação básica Chilena e Paraguaia.

Foi realizada a leitura na íntegra desses materiais e, para esta comunicação, selecionamos um conteúdo matemático discutido em ambos os manuais e livros. Ao realizarmos as leituras, fizemos fichamentos[807] dos mesmos o que possibilitou a observação, análise e cruzamento dos dados identificados por meio das semelhanças e diferenças. Com essa etapa, foi possível organizarmos os dados em categorizações que foram realizadas utilizando os domínios e subdomínios do referencial teórico **Mathematics Teacher's Specialised Knowledge** – MTSK, fundamentado em Carrillo *et al.* (2018), o qual apresentaremos detalhadamente na próxima seção.

Referencial teórico

Esta pesquisa fundamentou-se no modelo teórico MTSK, resultante do estudo do aprendizado e das oportunidades criadas pelos professores de Matemática em seu dia a dia docente (CARRILLO *et al.*, 2018). Nesta investigação, considerou-se os conhecimentos especializados necessários ao professor para ensinar Matemática, considerando as influências provenientes de suas crenças e percepções no fazer docente do próprio professor.

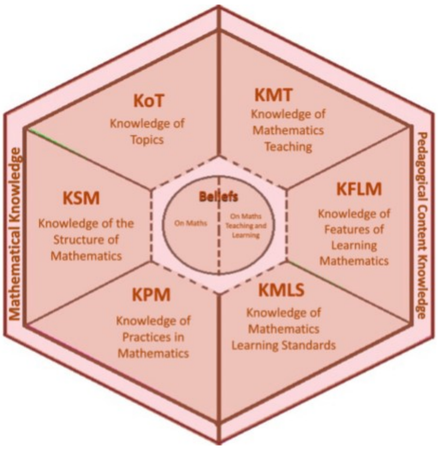
Neste sentido, esta teoria obteve como objeto de estudo a posse de informações sobre o conhecimento do professor que leciona o componente curricular de Matemática, excluindo-se os conhecimentos gerais ligados a outras disciplinas. Objetivou mapear o conhecimento dos professores, realizando uma diferenciação do conhecimento específico da Matemática para o ensino e a aprendizagem em Matemática.

Assim sendo, neste modelo foi dimensionado o conhecimento do professor em dois domínios fundamentais: o Conhecimento Matemático – MK – e o Conhecimento do Conteúdo Pedagógico – PCK. O MK considera o conhecimento matemático do professor como uma compreensão profunda da Matemática, enquanto que, no PCK, diz respeito ao conhecimento específico do professor para ensinar o conteúdo matemático, baseando-se em seu fazer pedagógico necessário para uma aprendizagem eficaz. Além destes domínios, o modelo MTSK considera "as crenças [**beliefs**] dos professores sobre a Matemática, seu ensino e aprendizagem, as quais permeiam os subdomínios, pois elas dão sentido às suas ações" (MORIEL JUNIOR; ALENCAR, 2020, p. 3), as quais são representadas no centro do modelo (Figura 1) indicando que se fazem presentes na essência do conhecimento do professor em cada um dos subdomínios.

Figura 1.

[807] Este fichamento foi realizado manualmente utilizando os seguintes dados: livro, capítulo e fragmentos do livro que apresentavam os conhecimentos MTSK.

Modelo Mathematics Teacher's Specialised Knowledge (Carrillo et al., 2018, p. 6)



Cada um destes domínios é dividido em três subdomínios, resultando em seis: o MK, dividiu-se no Conhecimento de Tópicos Matemáticos – KoT, Conhecimento da Estrutura da Matemática – KSM – e Conhecimento da Prática Matemática – KPM; e, o PCK, em Conhecimento de Características da Aprendizagem de Matemática – KFLM, Conhecimento do Ensino de Matemática – KMT – e Conhecimento dos Padrões de Aprendizagem da Matemática – KMLS. A seguir, apresentaremos e discutiremos cada um destes subdomínios.

O KoT considera o conhecimento da Matemática em si, isto é, o conhecimento conceitual específico para o conteúdo matemático. Compõem este todas as regras, definições, características, aplicações, tópicos, propriedades, representações, registros, modelos, contextos, formas de se proceder, problemas e significados puramente relacionados ao conteúdo abordado em sala de aula (CARRILLO *et al.*, 2018, p. 8). Os tópicos são assuntos matemáticos constantes no programa de matemática, podendo variar de um país para outro, conforme seus currículos, e Carrillo *et al.* (2018, p. 8) basearam-se no proposto pelo **National Council of Teachers of Mathematics** – NCTM (2000), com sede em Reston, Virgínia, EUA. Enfim, para Carrillo *et al.* (2018), este subdomínio

> [...] compreende um conhecimento aprofundado de tópicos matemáticos, reunindo conhecimento de procedimentos, definições e propriedades, representações e modelos, bem como contextos, problemas e significados, e nessa medida, ele reconhece a complexidade dos objetos matemáticos que podem surgir na sala de aula (CARRILLO *et al.*, 2018, p. 8-9, tradução nossa).

O KSM refere-se aos conhecimentos estruturais aplicados a Matemática, isto é, nas conexões que o conteúdo estudado possui com os outros que serão abordados futuramente. Especificamente, podem-se relacionar os sistemas interligados à Matemática. Estas conexões podem ser baseadas na simplificação, como as feitas em expressões algébricas, por exemplo, as baseadas em maior complexidade, como as relações entre comparação de tamanhos, a noção de escalas e ideia de proporção, as conexões auxiliares, como o uso de equações no cálculo de raízes de uma função, e, por fim, as conexões transversais, quando uma única noção ou conceito é comum à vários itens matemáticos (CARRILLO *et al.*, 2018, p. 9-10).

O KPM compreende não somente a transmissão dos resultados matemáticos, mas as maneiras que são utilizadas pelo professor para alcançar as características deste trabalho. Ele foca no processo que o conhecimento será gerado e explorado, através de relações, correspondências, equivalências, raciocínios e argumentos que generalizam os elementos que fazem parte do conteúdo a ser desenvolvido. É o conhecimento dos "procedimentos característicos do trabalho matemático" (MUÑOZ-CATALÁN *et al.*, 2021, p. 11, tradução nossa) incluindo

> [...] aspectos de comunicação matemática, argumentação, e a prova que entra em jogo ao realizar uma prática matemática, como resolver problema, definir ou provar, estabelecer um axioma, no uso rigoroso da linguagem e símbolos, em conhecer as condições que são necessárias e suficientes para tornar válidas afirmações e outras práticas de habilidade matemática, como modelagem (MUÑOZ-CATALÁN *et al.*, 2021, p. 11, tradução nossa).

Neste subdomínio, o termo 'práticas' se refere à produção e ao funcionamento da Matemática e não ao ensino do conhecimento matemático.

> O conhecimento do professor de matemática sobre esta prática inclui saber sobre como demonstrar, justificar, definir, fazer deduções e induções, dar exemplos e compreender o papel dos contraexemplos. Também inclui uma compreensão da lógica sustentando cada uma dessas práticas (CARRILLO *et al.*, 2018, p. 10-11, tradução nossa).

O KFLM se baseia na necessidade de o professor entender como os alunos constroem as principais dificuldades de compreender o conteúdo abordado. O conhecimento do professor neste subdomínio é resultado de suas experiências e de seus estudos em Educação Matemática e inclui o conhecimento das facilidades e dificuldades que tem de seus alunos ao aprenderem diferentes conteúdos, as diversas teorias de aprendizagem, seja de senso comum ou de conhecimento científico do professor, bem como os procedimentos e estratégias, também pessoais ou científicas, que os alunos utilizam no fazer matemático e na representação deste fazer e abarca, também neste subdomínio, o conhecimento do professor da carga emocional dos alunos inerente à aprendizagem da Matemática estreitando a relação do conhecimento matemático com os anseios e as expectativas dos alunos (CARRILLO *et al.*, 2018, p. 12-13).

Já o KMT refere-se ao conhecimento teórico específico para o ensino de Matemática, envolvendo a conscientização do potencial de atividades, estratégias e técnicas para ensinar o conteúdo específico. Aqui estão representadas as teorias do ensino de Matemática, os recursos didáticos, tanto físicos quanto digitais, e possíveis exemplos de tarefas.

Por último, o KMLS, inclui o conhecimento do professor sobre tudo o que o aluno deve ou é capaz de alcançar em um nível específico. As características principais deste subdomínio são: resultados esperados de aprendizagem, nível esperado de desenvolvimento processual ou conceitual e sequenciamento de conteúdos.

Com base nesta estrutura conceitual, analisamos o livro didático chileno e o manual didático paraguaio para identificar os subdomínios presentes nestas obras, como mostraremos, a seguir.

Análise do manual chileno

A análise centrou-se no manual do professor da coleção chilena **Sumo Primero** (CHILE, 2020) para o segundo ano do Ensino Fundamental. A coleção chilena foi escolhida porque, segundo dados do Ministério da Educação deste país, esta foi a coleção distribuída a todas as instituições públicas de ensino.

Na análise deste manual, identificamos os conhecimentos especializados dos professores presentes nas especificações metodológicas para o ensino de Números e Operações. Para melhor organização e entendimento, classificamos cada trecho indicado do manual de acordo com os subdomínios do MTSK, elaborando tabelas com os dados e sintetizando algumas considerações que mostraremos no seguimento deste trabalho.

Evidenciamos o KoT 49 vezes no decorrer e escolhemos o trecho a seguir:

> Saliente que, para localizar um número na tabela, é possível considerar as colunas ou as linhas; por exemplo, se você quiser localizar o número 79, considere a linha de números que começa com 7 ou a coluna de números que termina com 9. Em seguida, convide-os a fazer os exercícios 8 e 9 (CHILE, 2020, p. 19, tradução nossa).

O subdomínio KSM foi identificado em apenas 14 trechos, sendo o que teve menor frequência entre todos os subdomínios, e destacamos o da página 35 como exemplo de evidência deste conhecimento.

> Posteriormente as crianças terão a oportunidade de aprofundar o estudo das representações na resolução de problemas, particularmente na utilização de modelos de barras para representar a ação de juntar duas quantidades. Como o objetivo desta atividade é focar no estudo de cálculos de adição, é muito importante que você represente quantidades usando a estrutura decimal; isto é, por agrupamentos de 10, que estão associados à decomposição dos números: 23 = 20 + 3 (CHILE, 2020, p. 35, tradução nossa).

Identificamos o KPM em 22 trechos e salientamos o da página 66.

> Na primeira parte desta página, a "forma vertical" para subtrair números é sistematizada e justificada [...]. Sugere-se relacionar, passo a passo, as ações que são realizadas com os cubos, com os cálculos que são feitos com o algoritmo: 1. Forme 38 cubos agrupados por 10. Escreva a subtração verticalmente. 2. Retire 2 cubos e pergunte: Quantos cubos sobraram? (6) Que número escrevemos abaixo do 2? (os 6) 3. Pegue um grupo de 10 cubos e pergunte: Quantos cubos restam? (20) (CHILE, 2020, p. 67, tradução nossa).

O KFLM foi identificado em 45 trechos dentre os quais destacamos o trecho da página 97 como exemplo deste conhecimento.

> A gestão para a análise dos desenhos exibidos pelas crianças está descrita nesta página. Sugere-se selecionar 6 ou menos, garantindo que sejam todos diferentes e semelhantes aos mostrados nesta página e na anterior. Cada uma das 6 crianças apresenta o seu desenho no quadro e explica como o fez. Uma vez que todos tenham apresentado, permita que os analisem, estabelecendo semelhanças e diferenças nas formas de representar os três dados da situação aditiva (CHILE, 2020, p. 97, tradução nossa).

O KMT praticamente se igualou em número de ocorrências ao Kot: identificamos este conhecimento 50 vezes. Dentre estes, escolhemos o da página 98.

> **Gestão:** Apresentar o problema da atividade 2 num cartaz, incluindo a afirmação e as três questões associadas. Dê tempo para as crianças resolverem os três problemas, usando os bastões de glitter para fazer os diagramas. Depois que todos terminarem, faça um debate para discutir os diferentes diagramas. Recomenda-se ter papelão de tamanho grande para os alunos usarem para formar os diagramas no quadro (CHILE, 2020, p. 98, tradução nossa).

O subdomínio com maior frequência de ocorrências foi o KMLS sendo identificado em 58 trechos da obra chilena. Escolhemos como exemplo deste conhecimento o da página 27.

> **Gestão:** Convide as crianças a resolver problemas de forma autónoma. Em seguida, em um debate, deixe-os compartilhar seus resultados e as estratégias utilizadas.

> Espera-se que justifiquem e argumentem que as estratégias de cálculo estão associadas a cálculos de dígitos. Em seguida, convide-os a resolver os cálculos abaixo. Para promover a capacidade de argumentar e comunicar, você pode perguntar: Qual desses cálculos é mais fácil? Tem algum que você não sabe de cor? (CHILE, 2020, p. 27, tradução nossa).

Análise do manual paraguaio

O manual didático paraguaio, originalmente intitulado **Segundo Grado – Módulo de Secuencia Didáctica para docentes – Matemática en Castellano** (PARAGUAY, 2013), foi elaborado em 2013 por uma equipe do Ministério de Educação e Cultura do Paraguai objetivando "fortalecer e valorizar o trabalho do professor em sala de aula, a fim de reduzir o insucesso escolar associado à Matemática" (PARAGUAY, 2013, p. 7). É dividido em duas partes distintas, contendo na primeira, orientações quanto ao método, proposta de ensino, objetivos didáticos, definições de sequência didática e problema e, na segunda parte, o detalhamento de duas sequências didáticas a serem desenvolvidas no período de uma semana cada uma delas, com a descrição das ações e da abordagem do professor destinadas a cada dia da semana.

Identificamos o subdomínio KoT em 9 trechos, dos quais destacamos o quarto e o quinto parágrafos da página 9 com a explicação do conceito de adição exemplificado com situações diversas para mostrar os diferentes significados desta operação.

> A natureza dos dados e as diferentes relações entre eles levam a considerar diferentes significados para uma mesma operação. Por exemplo, podemos declarar diferentes problemas que são resolvidos adicionando 4 + 5:
>
> • Deram-me 5 caramelos e guardei 4 caramelos, quantos tenho agora?
>
> • Alejandro trouxe 4 caramelos e 5 chocolates para a escola. Quantos doces ele trouxe?
>
> • Eu estava na caixa 4 de um jogo do Ganso e tirei 5 quando joguei os dados. Para qual caixa devo mover minha peça?
>
> No primeiro caso, as quantidades são do mesmo tipo (doces) e trata-se de "somar" uma quantidade à outra. Na segunda, são quantidades de duas classes diferentes (caramelos e chocolates) e trata-se de reunir essas quantidades em uma única classe (doces). No terceiro caso, os números ordenam (os quadrados) e tenta avançar da série. Assim, para a soma podemos encontrar problemas em que se trata de somar, juntar ou avançar (PARAGUAY, 2013, p. 9, tradução nossa).

O KSM foi o subdomínio com a menor quantidade de ocorrências, sendo identificado em apenas 5 trechos, entre os quais escolhemos o da página 18, parágrafos 9 e 10, onde é relacionado o procedimento de decomposição com números terminados nos algarismos 0 e 5 para resolver adições de números com dois algarismos.

> Apoiar as decomposições e as propriedades associativas e comutativas da adição torna possível resolver qualquer adição e verificar se o resultado é razoável ou não, mesmo que as crianças não tenham aprendido a usar o algoritmo de adição com dificuldades de reagrupamento. A memorização de alguns resultados, como as somas de números iguais, as somas que dão 10, as somas de "décadas inteiras" (10, 20, 30,...) os resultados que "se sabe de cor". Por exemplo, para somar 70 + 60 alunos poderiam resolver com diferentes alternativas, dependendo dos diferentes conhecimentos disponíveis. Por exemplo:
>
> 70 + 60 = 70 + 30 + 30 se você sabe que 70 + 30 = 100
>
> 70 + 60 = 30 + 40 + 60 se baseado nisso 4 + 6 = 10 e 40 + 60 = 100
>
> 70 + 60 = 50 + 20 + 50 + 10 procurando suporte aos 50
>
> Se a adição de 17 + 16 for "difícil" para uma criança, você pode torná-la "muito mais fácil" apoiando as decomposições com números que terminam em 5.
>
> Então: 17 + 16 = 15 + 2 + 15 + 1 = 15 + 15 + 2 + 1 = 30 + 3 (PARAGUAY, 2013, p. 18, tradução nossa).

Na página 17, no parágrafo 9, é orientado como proceder matematicamente para facilitar a generalização por parte dos alunos quanto à soma de 5 unidades com números terminados em 5, conhecimento este pertencente ao subdomínio do KPM. Este foi o trecho escolhido para ilustrar a ocorrência deste subdomínio dentre as 14 identificadas.

> Observação: É necessário que as crianças resolvam cada situação à sua maneira, espera-se que após trocar como cada grupo pensou sobre isso, os cálculos feitos sejam registrados e discutido como é conveniente somar, analisando qual número é obtido quando 5 é adicionado a um número terminado em 5.
> 35 + 35 = 70   35 + 5 + 30 = 70   35 + 5 = 40   40 +30 = 70 (PARAGUAY, 2013, p. 17, tradução nossa).

Percebemos a ocorrência do subdomínio KFLM em 11 trechos do manual e destacamos o do 3º parágrafo da página 9 com a explanação sobre os diferentes níveis de dificuldades encontrados pelos alunos na resolução de problemas utilizando as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão devido às diferenças de natureza dos dados e das relações entre os dados e de estrutura matemática do problema.

> Meninos e meninas alcançam a construção do sentido de cada operação quando aprendem a resolver problemas que envolvem tal operação. Os estudos sobre os problemas que costumam ser levantados na escola analisam que, até pouco tempo atrás, não tínhamos parado de considerar que os problemas aritméticos que se resolvem com adição, subtração, multiplicação e divisão têm diferentes níveis de dificuldade não só pela técnica operatória, mas também pela natureza dos dados e pela estrutura matemática do problema, ou seja, as relações que existem entre os dados. Acontece então que, com a mesma operação, é possível resolver um determinado conjunto de problemas de dificuldade diferente (PARAGUAY, 2013, p. 9, tradução nossa).

Com 29 ocorrências, o subdomínio KMT foi o mais identificado nesta análise, atendendo o objetivo de manual com orientações para os docentes de como ensinar Matemática aos alunos. De todas estas, salientamos a da página 11, parágrafo 5, com a orientação para o professor incentivar as crianças a explicar seus procedimentos de resolução do problema, analisar os erros e acertos e argumentar sobre a validade da técnica utilizada e, ainda, encorajar os mais retraídos para que falem e participem com os colegas acreditando no sucesso de todos os alunos.

> Ao ensejar a apresentação e explicação dos procedimentos utilizados pelas crianças, é preciso incentivá-las a justificar o que fizeram, explicar por que o fizeram de determinada maneira, argumentar sobre a validade de suas produções. Isso permitirá que eles voltem ao que fizeram, analisando seus acertos e erros e, assim, controlando seu trabalho. É importante encorajar aqueles que não o fazem espontaneamente a falar e participar, isso significa trabalhar com o pressuposto de que as crianças podem progredir e não que irão falhar (PARAGUAY, 2013, p. 11, tradução nossa).

Por fim, identificamos em nossa análise a ocorrência de 8 trechos onde constam o subdomínio KMLS dos quais mostraremos, como exemplo, o da página 13, 2º parágrafo, com a descrição dos objetivos de trabalhar o sistema de numeração como argumentos para a comparação de números e para o desenvolvimento de procedimentos de cálculo mental, além de possibilitar situações para o estudo do valor posicional e da ideia de agrupamentos introduzindo as definições de dezena e centena.

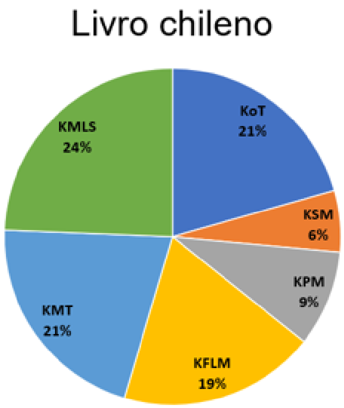
> O trabalho que se propõe sobre o sistema de numeração promove as decomposições aditivas de números de 2 algarismos, especialmente com números que terminam em 0 e 5, para utilizá-los como argumentos na comparação e como pontos de apoio para a elaboração de procedimentos de cálculo mental. Há também avanços no estudo do valor posicional e na ideia de agrupamento, que levará à identificação de dezenas e centenas (PARAGUAY, 2013, p. 13, tradução nossa).

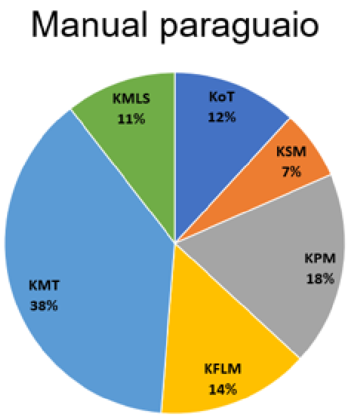
Considerações

Nas análises do livro didático chileno e do manual didático paraguaio para docentes percebemos divergências quanto às prioridades presentes nas orientações feitas em cada país, ilustradas nos gráficos (Figura 2) com as ocorrências de cada subdomínio.

Figura 2.

Gráfico comparativo das ocorrências dos subdomínios (Dados da pesquisa, 2022)





A distribuição dos domínios praticamente se iguala: no livro chileno o MK ocupa 36% das orientações e o PCK 64%, enquanto no manual paraguaio, temos 37% de MK e 63% de PCK. Esta distribuição se justifica, *a priori*, pela destinação das obras para apoio ao trabalho docente com enfoque nas orientações pedagógicas. Porém, a distribuição diferencia-se ao analisarmos os subdomínios, sendo claramente perceptível o foco da obra paraguaia no KMT e da obra chilena dividido entre o KFLM, o KMT e o KMLS, com pequena prevalência deste último, o que indica maior prioridade em refletir sobre as possíveis dificuldades enfrentadas pelos estudantes na aprendizagem do conhecimento matemático do que se apresenta na obra paraguaia em que a menor ocorrência no domínio PCK é do KMLS.

No domínio MK, encontramos o único ponto em comum na abordagem das obras relativo ao KSM: 6% na obra chilena e 7% na obra paraguaia, sendo o menor percentual de ocorrências nas duas obras indicando menor enfoque no conhecimento da estrutura matemática, provavelmente por tratar-se de orientações pedagógicas voltadas para alunos do equivalente ao 2º ano do Ensino Fundamental do sistema educacional brasileiro.

Referências

CARRILLO *et al.* **The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model.** Research in Mathematics Education, 2018. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981>. Acesso em: 02 de set. de 2021.

CHILE. Ministerio de Educación de Chile. Unidad de Currículum y Evaluación. **Sumo Primero – 2° Básico. Guía Didáctica del Docente – Tomo 1**. Chile, 2020. Disponível em https://drive.google.com/drive/folders/1WUHaNWhAE-H8fNAX7MDVgssG6aFFUrDc.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em Educação: Abordagens Qualitativas**. 2. ed. Rio de Janeiro: EPU, 2013.

MORIEL JUNIOR, J. G.; ALENCAR, E. S. de. Research and teacher education with MTSK in Mato Grosso and Mato Grosso do Sul. **Research, Society and Development**, *[S. l.]*, v. 9, n. 4, p. e98942885, 2020. DOI: 10.33448/rsd-v9i4.2885. Disponível em: https://rsdjournal.org/index.php/rsd/article/view/2885. Acesso em: 19 jan. 2022.

PARAGUAY. MEC – Ministerio de Educación y Cultura. **Segundo Grado – Módulo de Secuencia Didáctica para docentes – Matemática en Castellano**. Asunción, 2013. Disponível em: https://www.mec.gov.py/cms_v2/adjuntos/13866. Acesso em 15 de abr. de 2022.

MUÑOZ-CATALÁN, M. C.; CARRILLO-YÁÑEZ, J.; JOGLAR-PRIETO, N.; RAMÍREZ-GARCÍA, M. **Mathematics Teachers' Specialized Knowledge to Promote Algebraic Thinking in Early Childhood Education as from a task of additive decomposition**. 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/02103702.2021.1946640>. Acesso em: set. 2021

Raciocínio criativo em aulas de Cálculo Diferencial e Integral

Creative thinking in Differential and Integral Calculus classes

Pensamiento creativo en las clases de Cálculo Diferencial e Integral

Arnold Vinicius Prado Souza[808]
Universidade Tecnológica e Federal do Paraná
https://orcid.org/0000-0001-5754-500X

Mariana Vasconcelos Negrini[809]
Universidade Tecnológica e Federal do Paraná
https://orcid.org/0000-0001-9906-8221

Leandra Leticia de Lima[810]
Universidade Tecnológica e Federal do Paraná
https://orcid.org/0000-0001-6641-5581

André Luis Trevisan[811]
Universidade Tecnológica e Federal do Paraná
https://orcid.org/0000-0001-8732-1912

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Processos de ensino e aprendizagem da Matemática em diferentes modalidades e níveis educacionais

Resumo

O presente estudo tem como objetivo compreender de que forma a realização de tarefas exploratórias pode contribuir para o desenvolvimento do raciocínio matemático dos estudantes de Engenharia na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral (CDI) 1, com ênfase no raciocínio criativo. A análise dos dados assume um caráter qualitativo de cunhointerpretativo. Foram analisados três trechos de discussão entre os estudantes, relacionados a duas tarefas exploratórios, com base nos critérios do raciocínio criativo propostos por Lithner (2008). Como resultado das análises apresentadas, inferimos que uma dinâmica de aula de CDI, a partir da proposição de tarefas exploratórias e do trabalhocolaborativo entre os estudantes, contribui de forma significativa para o desenvolvimento do raciocínio criativo, possibilitando assim que os estudantes assumam um papel mais ativo em seu processo de aprendizagem.

Palavras-chave: Ensino de Matemática, Ensino de Cálculo Diferencial e Integral, Tarefas exploratórias, Raciocínio criativo.

Abstract

[808] arnoldvinicius@alunos.utfpr.edu.br
[809] mariana_vasconcelos_@hotmail.com
[810] leandraleticiadelima@gmail.com
[811] andreluistrevisan@gmail.com

This study aims to understand how exploratory tasks can contribute to the development of mathematical reasoning in Engineering students in the subject of Differential and Integral Calculus (CDI) 1, with emphasis on creative reasoning. The data analysis is qualitative and interpretive. We analyzed three excerpts of discussion among students, related to two exploratory tasks, based on the criteria of creative reasoning proposed by Lithner (2008). As a result of the analyses presented, we infer that a dynamic CDI class,based on the proposition of exploratory tasks and collaborative work among students, contributes significantly to the development of creative reasoning, thus enabling studentsto assume a more active role in their learning process.

Keywords: Mathematics teaching, Teaching Differential and Integral Calculus, Exploratory tasks, Creative thinking.

Resumen

Este estudio pretende comprender cómo las tareas exploratorias pueden contribuir al desarrollo del razonamiento matemático de los estudiantes de Ingeniería en la asignaturade Cálculo Diferencial e Integral (CDI) 1, con énfasis en el razonamiento creativo. El análisis de los datos asume un carácter cualitativo de naturaleza interpretativa. Seanalizaron tres fragmentos de discusiones entre estudiantes, relacionadas con dos tareas exploratorias, basadas en los criterios de razonamiento creativo propuestos por Lithner (2008). Como resultado de los análisis presentados, inferimos que la dinámica de una clase de CDI, basada en la propuesta de tareas exploratorias y el trabajo colaborativo entre los alumnos, contribuye significativamente al desarrollo del razonamiento creativo,permitiendo así que los alumnos asuman un papel más activo en su proceso de aprendizaje.

Palabras clave: Enseñanza de las matemáticas, Enseñanza del cálculo diferencial e integral, Tareas exploratorias, Pensamiento creativo.

.

Introdução

Altos índices de reprovação, baixo rendimento acadêmico e dificuldades nacompreensão de conceitos são fatos comuns na vida de estudantes que ingressam em cursos de Engenharia, em especial na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral (CDI).O que prevalece ainda na prática de grande parte dos professores é uma metodologia de ensino que prioriza aulas expositivas e centradas no professor, com conceitos apresentados como “prontos e acabados”, sem a preocupação em torná-los significativos, priorizando, após a aula, a resolução de exercícios, que, em geral, não exigem criatividade ou protagonismo (LITHNER, 2008; CABRAL, 2015).

Pesquisas como a de Zarpelon, Resende e Reis (2017) apontam que, na Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), contexto de pesquisa desseestudo, os maiores índices de reprovação de estudantes que ingressam em cursos de Engenharia estão centrados nas disciplinas da área de exatas – como CDI, Geometria Analítica, Álgebra Linear e Física. Essas disciplinas abordam conteúdos gerais que sustentarão aprendizagens posteriores em disciplinas específicas. Garzella (2013) traz queo insucesso dos acadêmicos pode ser uma consequência da maneira rígida e inflexível emque a disciplina de CDI está organizada, bem como das práticas pedagógicas adotadas pelos professores.

Com base nas propostas do documento "Diretrizes Curriculares Nacionais para oCurso de graduação em Engenharia" (BRASIL, 2018), publicadas na Resolução n°2 de 24 de abril de 2019 pela Câmara de Educação Superior (CES) do Conselho Nacional de Educação (CNE), observa-se que os saberes dos egressos estão pautados em:

> [...] projetar soluções, para tomar decisões e para desenvolver processos de melhoria contínua, as competências serão desenvolvidas em graus de profundidade e complexidade crescentes ao longo do percurso formativo, de modo que os estudantes não apenas acumulem conhecimentos, mas busquem,integrem, criem e produzam a partir de sua evolução no curso. Nessa perspectiva, considerando que os saberes são empregados para projetar soluções, para tomar decisões e para desenvolver processos de melhoriacontínua, as competências serão desenvolvidas em graus de profundidade e complexidade crescentes ao longo do percurso formativo, de modo que os estudantes não apenas acumulem conhecimentos, mas busquem, integrem, criem e produzam a partir de sua evolução no curso (BRASIL, 2018, p.26).

Com base no perfil que se espera do egresso das engenharias e nas competênciasa serem desenvolvidas ao longo do curso, o estudo implementado e investigado na UTFPR – campus Londrina com ambientes de ensino e aprendizagem, pautados em episódios de resolução de tarefas exploratórias (PONTE, 2005) e trabalho colaborativo entre os estudantes (COUTO; FONSECA; TREVISAN, 2017; TREVISAN; MENDES,

2018), procura alinhar-se às orientações presentes nessas Diretrizes.

Sendo assim, o objetivo deste trabalho é compreender de que forma a realização de tarefas exploratórias pode contribuir para o desenvolvimento do raciocínio matemáticodos estudantes de CDI, enfatizando o raciocínio criativo (LITHNER, 2008). Para tal, consideramos os registros escritos e áudios coletados em turmas de CDI 1, no período de2017 a 2019, enquanto os estudantes trabalhavam colaborativamente em tarefas exploratórias.

Aporte teórico

Para Lithner (2008), o raciocínio é a linha de pensamento adotada para produzir afirmações e chegar a conclusões na resolução de tarefas, e os estudos empíricos do autoracerca da estrutura de raciocínio identificaram dois principais tipos: o imitativo (memorizado ou algorítmico) e o criativo.

Segundo o autor, no raciocínio memorizado, a escolha da estratégia é baseada narecuperação de uma resposta completa, e a implementação da estratégia consiste apenas em desenvolvê-la. Esse tipo de raciocínio baseia-se na "lembrança" como principal estratégia e é utilizado corriqueiramente, quando a tarefa solicita fatos, definições e provas.

Em contrapartida, o raciocínio criativo proposto por Lithner (2008) atende aos seguintes critérios: (i) novidade, com uma nova sequência de raciocínio sendo criada ou uma sequência esquecida sendo recriada; (ii) flexibilidade, admitindo com fluênciadiferentes abordagens e adaptações à situação, sem "fixação" de universo de conteúdo oubusca de soluções memorizadas ou algorítmicas; (iii) plausibilidade, considerando argumentos que sustentam a escolha e/ou a execução da estratégia, motivando por que asconclusões são verdadeiras ou plausíveis; (iv) fundamentos matemáticos, com os argumentos ancorados nas propriedades matemáticas intrínsecas aos componentes envolvidos no raciocínio. Segundo ele, a criatividade para resolver tarefas é baseada em processos de pensamento flexíveis, que admitem fluentemente diferentes abordagens e adaptações à situação.

De acordo com Lithner (2017), para projetar uma tarefa que promova o raciocíniocriativo, é preciso considerar que o estudante não conheça um método específico de solução. É preciso também projetar essa tarefa de uma maneira que não seja muito difícilpara o estudante resolver e que lhe possibilite construir argumentos ancorados na Matemática.

A partir desses critérios, o autor aponta que é possível os estudantes produzirem argumentos fundamentados na Matemática e que suportem o raciocínio na resolução de tarefas. Se os estudantes não possuírem acesso a um método de solução (lembrado ou dado), sobram apenas dois cenários para resolver a tarefa. Um é adivinhar, mas, embora a adivinhação possa ser uma parte construtiva da solução de problemas, quase nunca é possível resolver uma tarefa apenas adivinhando. A outra possibilidade é construir (parte da) solução, e essa construção requer alguma orientação, algum tipo de argumento (explícito ou implícito) para apoiar as escolhas e conclusões.

Procedimentos metodológicos

O trabalho traz dados advindos de um contexto de aplicação de tarefas com estudantes de Engenharia que cursaram CDI em turmas sob a responsabilidade do último autor desse estudo e analisados pelos seus orientados de mestrado e doutorado (primeirosautores). Os ciclos de aplicação de tarefas foram realizados entre os anos de 2017 e 2019,na UTFPR, campus Londrina. São turmas que se iniciam com aproximadamente 50 estudantes, sendo a disciplina de CDI 1 presente na grade do 1º semestre, com carga de 90 horas-aula. Sua ementa contempla o estudo de funções, limites, derivadas e integrais de funções reais, de uma variável real, organizados segundo uma estrutura curricular "nãousual", com conteúdo em formato de espiral e um "adiamento", para o final do curso, dasdefinições formais de derivada e integral, bem como um tratamento rigoroso do conceitode limites (TREVISAN; MENDES, 2017).

Ao longo do curso, cerca de 10 encontros de 3 horas-aula de 50 minutos cada foram dedicados ao trabalho com episódios de resolução de tarefas, com aproximadamente 50 estudantes da turma, organizados em grupos de três a quatro estudantes. Em um primeiro momento (foco de interesse neste artigo), os grupos trabalham de forma autônoma, com intervenções pontuais do professor. Em seguida, há um espaço para compartilhamento das resoluções dos grupos e, por fim, uma sistematização dos conceitos por parte do professor (TREVISAN; ALVES; NEGRINI, 2021).

Para este artigo, foram selecionados três trechos da discussão ocorrida em algunsgrupos de estudantes, na qual os autores identificaram indícios do raciocínio criativo a partir das características apontadas por Lithner (2008). Trata-se de um recorte preliminarde uma pesquisa em fase inicial, que busca identificar potencialidades do trabalho com episódios de resolução de tarefas (TREVISAN; MENDES, 2018) no desenvolvimento doraciocínio criativo de estudantes de CDI.

A análise aqui apresentada assume um caráter prioritariamente qualitativo de cunho interpretativo (BOGDAN; BIKLEN, 1994). Com base nas etapas presentes no modelo de Powell, Francisco e Maher (2004), inicialmente foi realizada uma escuta integral dos áudios selecionados; em seguida, identificaram-se os momentos significativos que foram transcritos para, posteriormente, serem analisados.

Análise e discussão dos dados

Como um primeiro exemplo, revisitamos dados apresentados por Ramos (2017)em um diálogo de estudantes que resolveram a tarefa Caso Compunet, com vistas a identificar indícios do raciocínio criativo por eles mobilizado. O objetivo da tarefa era explorar diferentes representações de sequências numéricas. A tarefa apresenta potencialpara a exploração de uma progressão aritmética, no caso da primeira empresa, progressãogeométrica, na segunda empresa, e, na terceira empresa, fornece indícios de certa“estabilização” em seu comportamento. A seguir, um trecho do diálogo que ocorreu entreos estudantes:

Estudante B: Se fizer o cálculo entre um valor e outro, encontrou o tanto quecresce a cada mês.

Estudantes A: Mas dá certo?

Estudante C: Sim... Verdade... É claro... A primeira cresce 2000 a cada mês.**Estudante A:** Ah, sim, isso eu tinha percebido... Verdade, vamos organizar isso...

Estudante B: Sim, podemos escrever a razão da primeira empresa que é 2000e da segunda, como cresce a uma taxa percentual constante, é P.G. e usamos um “q” para representar sua razão... Alguém lembra a fórmula da P.G?

Estudante C: Ah, dá pra escrever nossa razão de 1,1 e nosso primeiro termoé o número inicial 10.000 aí elevamos o número de meses.

Estudante A: Gente, se elevarmos a t =1, não temos os 10.000.

Estudante C: Então, elevamos a t-1, aí dá certo.

Estudantes A e B: Sim, vamos fazer..., mas... E a terceira empresa...

Estudante C: Ela parece que cresce, depois para.

Com base nos dados coletados e usando critérios do raciocínio criativo proposto por Lithner (2008), reconhecemos:

i) Novidade: Em sua fala *se fizer o cálculo entre um valor e outro encontrou o tanto quecresce a cada mês*, o estudante B sintetizou o conceito de razão de uma progressão aritmética, sem a necessidade da utilização de termos técnicos ou de recuperar "fórmulas"que haviam sido vistas no Ensino Médio. Ele parece ter "reconstruído" esse conceito a partir da análise do comportamento das empresas.

ii) Flexibilidade: De início, o estudante A não parece concordar totalmente com o estudante B. Em sua indagação, *mas dá certo*, questiona se é possível validar aquele raciocínio, fazendo com que o grupo passe a refletir e a considerar outras possibilidades,sem "fixação" de um conjunto específico de conceitos ou fórmulas matemáticas que precisem ser utilizados.

iii) Plausibilidade: O estudante B, ao afirmar que *podemos escrever a razão da primeira empresa que é 2000 e da segunda, como cresce a uma taxa percentual constante, é P.G*,elabora argumentos baseados em Matemática, evidenciando a plausibilidade da escolha da estratégia e da conclusão.

iv) Fundamento matemático: O grupo tem uma compreensão conceitual de progressão aritmética e progressão geométrica e está baseando seu raciocínio em uma propriedade intrínseca, quando o estudante A relata que *se elevarmos a t =1, não temos os 10.000*, e o estudante C propõe que *elevamos a t-1, aí dá certo*. Isso torna o grupo capaz de construiruma solução matematicamente bem fundamentada.

Como segundo exemplo (NEGRINI, 2022), destacamos um trecho de discussão de um grupo de estudantes na resolução de uma tarefa que propunha o cálculo da concentração de água em um tanque depois de um longo período de tempo. Assume-se que inicialmente o tanque tenha 5000 litros de água pura, e que seriam adicionados a cada minuto 25 litros de água com 750 gramas de sal. Matematicamente, equivale a calcular $\lim_{t\to\infty} \frac{750t}{5000+25t}$

O objetivo era que os estudantes explorassem intuitivamente essa situação que serviu para introduzir o conceito formal de limite tendendo ao infinito (TREVISAN; MENDES, 2013). Vale destacar que nenhum processo formal de cálculo de limites de funções de uma variável real tendendo ao infinito havia sido apresentado até aquele momento. Os estudantes apenas haviam tido contato com algumas ideias intuitivas sobrelimites de sequências numéricas. A seguir, um trecho do diálogo que ocorreu entre os estudantes, após elaborarem uma fórmula que relacionava a concentração da mistura no tanque com o tempo (no caso, $C(t) = \frac{750t}{5000+25t}$).

Estudante R: Agora vamos tentar fazer o limite. Eu não lembro mais aregrinhas certo, vocês lembram?

Estudante G: Eu acho que quando tende ao infinito multiplicado por umnúmero muito grande... tende a zero. Também não lembro como colocava.

Estudante R: Porque olha, o que vai acontecer este número aqui ele vai ficarmuito grande, e essa parte aqui também vai ficar muito grande.

Estudante G: E sempre maior... eu acho que ele vai tender a...

Estudante R: Olha quando for 1 milhão deu 29,99

Estudante M: Então sempre vai aumentar

Estudante R: É, mas até qual número? Porque tipo, não passou de 30, mas atéqual número que chega?

Estudante R: Deixa eu ver 10 elevado a 50 quanto dá... O máximo que vaichegar é 30, porque com 10 elevado a 50 deu 30. E 10 elevado a 9 deu 29,9 **Estudante M:** É, mas por quê?

Estudante R: Essa é a questão...

Estudante M: Aí a gente espera o professor responder pra gente...

Estudante R: A gente já viu o número que vai chegar, agora...

Estudante G: Realmente o limite da 30, mas agora bodega do trem não querdeixar eu fazer.

Estudante R: É o limite é 30, agora por quê?

Estudante R: Eu sei o porquê, porque 750 dividido por 25 é 30. Quando esse tfor muito grande. Esse 5000 vai se tornar desprezível, então vai ficar o que?Praticamente 750 dividido por 25 então nunca vai passar de 30 mesmo. [Palmas dos estudantes M e G].

Com base nessas falas, é possível identificar critérios do raciocínio criativo proposto por Lithner (2008). Nesse contexto, destaca-se:

i) Novidade: Durante a resolução da tarefa, os estudantes reconhecem a necessidade do cálculo de um limite para entender o comportamento da concentração a longo prazo. Porém, não se lembram das “regrinhas” (referindo-se aos processos de cálculo de limites de sequências numéricas estudados anteriormente). Utilizam então uma ideia intuitiva: calcular a concentração para valores de tempo “grandes” e analisar como se comporta a concentração. Dos valores obtidos, inferem que quanto maior o tempo, mais a concentração se aproxima a 30 g/L.

ii) Flexibilidade: No decorrer da discussão, os estudantes reconhecessem diferentes estratégias para resolução; uma delas seria o cálculo do limite (no caso, referindo-se ao limite de uma sequência numérica), mas não se recordam das “regrinhas”. Lançam mão de outra estratégia: calcular a concentração com diferentes valores de tempo e interpretaros valores obtidos a partir do contexto da tarefa. Por fim, analisam de forma separada o comportamento do numerador e do denominador da expressão, chegando à conclusão deque a constante 5000, a longo prazo, torna-se desprezível, e, portanto, o limite é obtido pela divisão dos termos $750t$ e $25t$.

iii) Plausibilidade: Há elementos plausíveis nas falas dos estudantes acerca do comportamento da função a longo prazo, por exemplo, quando o estudante R conjecturaque “*quando esse* t *for muito grande, esse 5000 vai se tornar desprezível”*, e que a concentração “**nunca vai passar de 30**”.

iv) Fundamento matemático: Os estudantes elaboraram ao longo da discussão uma conjectura de que, a longo prazo, a concentração aproxima-se de 30. Porém, não havia uma justificativa fundamentada. É então que, na conclusão apresentada pelo estudante R,reconhecem que os 5000 litros iniciais seriam descartados, utilizando-se assim de fundamento matemático para justificar a conjectura.

Como terceiro exemplo, ainda em relação a essa mesma tarefa da concentração (NEGRINI, 2022), outro grupo de estudantes logo no início da resolução já elaborou umaconjectura:

Estudante M: Vocês não sabem Química? Acho que tem que saber Química.**Estudante C:** Primeira coisa que dá para afirmar é que, quanto maior o tempo,maior vai ser a concentração, ou não.

Estudante M: Não é. Tipo, o que tá adicionando é 25 litros, e 750 gramas desal. Dá 30 gramas por litro, tipo tende a ser isso a longo prazo, mas nunca vaichegar.

Estudante J: Isso sempre vai ser constante, só que a diferença vai ser o que vai adicionar, no caso.

Estudante C: Essas 30 gramas por litro sempre vai ser constante?Estudante C: Essas 30 gramas por litro sempre vai ser constante?

Estudante J: É, o que vai alterar é a concentração dos 5 mil litros. Porque vaiaumentando, vai ser 5025 litros e assim por diante a cada minuto.

Estudante M: Sim. Tipo fazendo o primeiro minuto.

Estudante C: Ah. O tanque já tem os 5 mil litros, ele não está vazio.

i) Novidade: Embora um conceito formal de limite tendendo ao infinito ainda não havia sido apresentado em aula, o contexto da tarefa suscitou nos estudantes a elaboração de uma conjectura a respeito desse comportamento: "*tipo, o que tá adicionando é 25 litros, e 750 gramas de sal. Dá 30 gramas por litro, tipo tende a ser isso a longo prazo, mas nunca vai chegar*". Reconhecemos nesse trecho uma sequência de raciocínio sendo criadapelo estudante M a respeito de um conceito que ainda era "novo" para eles.

ii) Flexibilidade: Apesar de o estudante M ter conjecturado que, a longo prazo, aconcentração seria 30 g/L, os demais estudantes ainda não estavam convencidos disso, optando por investigar esse comportamento para diferentes valores de tempo. Com isso, o grupo passou a refletir e a buscar outras possibilidades, explorando diferentes estratégias de resolução.

iii) Plausibilidade: O estudante M, ao afirmar que a concentração "*dá 30 gramas por litro, tipo tende a ser isso a longo prazo*", cria uma conjectura matemática plausível. Mesmo não utilizando um conceito formal de limite, é possível identificar que o estudanteconsegue elaborar hipóteses sobre o que acontece com a concentração para grandes valores de tempo.

iv) Fundamento matemático: O grupo apresenta uma compreensão sobre o que ocorre com a concentração a longo prazo, mesmo sem ter o conhecimento de técnicas para o cálculo de limites tendendo ao infinito. Eles parecem reconhecer que, a longo prazo, os 5000 litros de água inicial são descartáveis, sendo capazes de elaborar justificativas comfundamento matemático a partir do contexto da tarefa.

Considerações finais

O presente artigo, recorte de uma pesquisa ainda em fase inicial, teve como objetivo compreender de que forma a realização de tarefas exploratórias pode contribuirpara o desenvolvimento do raciocínio criativo (LITHNER, 2008). Estamos interessados em investigar as estratégias dos estudantes na resolução desse tipo de tarefa, analisando suas contribuições para o desenvolvimento do raciocínio matemático. O conceito de raciocínio criativo proposto por Lithner (2008), atende a quatro critérios, a constar: novidade, flexibilidade, plausibilidade e fundamento matemático

Uma análise preliminar de áudios coletados em turmas de CDI 1 em episódios deresolução de tarefas (TREVISAN; ALVES; NEGRINI, 2021; TREVISAN; MENDES;

2018) possibilitou identificar, nos trechos dos diálogos entre os estudantes, os quatro critérios do raciocínio criativo matemático propostos por Lithner (2008). Portanto, comoresultado das análises apresentadas, inferimos que essa dinâmica de aula, a partir da proposição de tarefas exploratórias

(PONTE, 2005) e do trabalho colaborativo entre os estudantes, contribui de forma significativa para o desenvolvimento do raciocínio criativo, possibilitando assim aos estudantes explorar de forma intuitiva novas ideias e conceitos, assumindo um papel mais ativo em seu processo de aprendizagem.

Referências

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação Qualitativa em Educação**: uma introdução àteoria e aos métodos. Porto Alegre: Porto Editora, 1994.

BRASIL. Ministério da Educação. Resolução nº 2, de 24 de abril de 2019. **Institui as Diretrizes Curriculares Nacionais do Curso de Graduação em Engenharia**, Brasília, Brasil. Edição 89. Seção 1, p. 43, 2019.

CABRAL, T. C. B. Metodologias Alternativas e suas Vicissitudes: ensino de matemáticapara engenharias. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 8, p. 208-245, 2015.

COUTO, A. F.; FONSECA, M. O. S.; TREVISAN, A. L. Aulas de Cálculo Diferencial eIntegral organizadas a partir de episódios de resolução de tarefas: um convite à insubordinação criativa. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, São Paulo, v. 4, p. 50-61, 2017.

GARZELLA, F. A. C. **A Disciplina de Cálculo I:** a análise das relações entre aspráticas pedagógicas do professor e seus impactos nos alunos. 2013. 298 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, São Paulo. 2013. Disponível em: https://www.fe.unicamp.br/alle/teses_dissert_tcc/arquivos/tesefabianacolombo.p df. Acesso em: 17 de junho de 2022.

LITHNER, J. Principles for designing mathematical tasks that enhance imitative and creative reasoning. **Zdm**, [S.L.], v. 49, n. 6, p. 937-949, 18 maio 2017. Springer Science and Business Media LLC.

LITHNER, J. A research framework for creative and imitative reasoning. **Educational Studies in Mathematics**, Utrecht, v. 67, n. 3, p. 255–276, 2008.

NEGRINI, Mariana Vasconcelos. **Processos do raciocínio matemático mobilizados por estudantes de Cálculo Diferencial e Integral em tarefas exploratórias**. 2022. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2022.

PONTE, J. P. Gestão curricular em Matemática. In: GTI (Ed.). **O professor e o desenvolvimento curricular**. Lisboa: APM, 2005, p. 11-34.

POWELL, A. B.; FRANCISCO, J. M.; MAHER, C. A. Uma abordagem à análise de dados de vídeo para investigar o desenvolvimento de ideias e raciocínios matemáticos de estudantes. **Bolema**, Rio Claro, v. 17, n. 21, p. 81-140, 2004.

RAMOS, N. S. **Sequências numéricas como desencadeadoras do conceito de convergência**: episódio de resolução de tarefas. 2017. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina-PR., 2017.

RODRIGUES, C.; MENEZES, L.; PONTE, J. P. Práticas de Discussão em Sala de Aulade Matemática: os casos de dois professores. **Bolema**, Rio Claro, v. 12, n. 61, p. 398-418, 2018.

TREVISAN, A. L; MENDES, Marcele Tavares. Possibilidades para matematizar em aulas de Cálculo. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, [S.L.], v. 6, n. 1, p. 133-134, 16 maio 2013. Universidade Tecnológica Federal do Paraná(UTFPR).

TREVISAN, A. L.; MENDES, M. T. Integral antes de derivada? Derivada antes de integral? Limite, no final? Uma proposta para organizar um curso de Cálculo Integral. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 19, n. 3, p. 353-373, 2017.

TREVISAN; A. L.; MENDES, M. T. Ambientes de ensino e aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral organizados a partir de episódios de resolução de tarefas: uma proposta. **Revista Brasileira de Ensino e Tecnologia**, Ponta Grossa, v. 11, n. 1, p. 209-227, 2018.

TREVISAN, A. L.; ALVES, R. M. A.; NEGRINI, M. V. Ambiente de ensino e de aprendizagem de Cálculo pautado em episódios de resolução de tarefas: resultados e perspectivas futuras. In: MENDES, M. T.; JUSTULIN, A. M. (Org.). **Produtos educacionais e resultados de pesquisas em Educação Matemática**. 1ed. SãoPaulo: Livraria da Física, 2021, v. 1, p. 155-174.

ZARPELON, E; RESENDE, L. M. M. de; REIS, E. F. Análise do desempenho de alunosingressantes de Engenharia na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I. **Interfaces da Educação**, Paranaíba, v. 8, n. 22, p.303-335, 2017.

Metáforas e imagens da aprendizagem da matemática criadas por estudantes que não gostam de matemática

Metaphors and images for mathematics learning generated by students who dislike mathematics

Metáforas e imágenes del aprendizaje de las matemáticas generadas por estudiantes a los que no les gustan las matemáticas

Everton Lacerda Jacinto[812]
Universidade de Calgary
0000-0002-5662-298X

Jo Tower[813]
Universidade de Calgary
0000-0002-0125-4921

Michelle Hawks[814]
Universidade de Calgary
0000-0001-6513-9378

Lyndon C. Martin[815]
Universidade York
0000-0003-1003-7889

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Processos de ensino e aprendizagem da Matemática em diferentes modalidades e níveis educacionais

Resumo

Este artigo explora as metáforas e imagens criadas por estudantes do ensino básico com problemas afetivos em matemática para descrever o processo de aprendizagem da matemática. Baseado em dados de um estudo com estudantes em escolas públicas no Canadá, analisamos o conteúdo e os significados das respostas de 15 estudantes imigrantes ao completaram a frase de entrevista: "Aprender matemática é como...". A partir desse trabalho, geramos três temas: aprender matemática como seguir um caminho; aprender matemática como seguir regras; aprendizagem da matemática como controle emocional. Os resultados indicam que alguns estudantes interpretam a aprendizagem da matemática como um processo constrangedor, enquanto outros a reconhecem como algo de sua própria responsabilidade. Esses achados não só contribuem para uma melhor compreensão das experiências e moções dos estudantes durante

[812] evertonlacerda.jacin@ucalgary.ca
[813] towers@ucalgary.ca
[814] michelle.hawks@ucalgary.ca
[815] lyndon.martin@uea.ac.uk

a aprendizagem da matemática, mas também ajudam na criação e reflexão de possíveis estratégias pedagógicas que satisfazem tais dimensões em contextos de diversidade.

Palavras-chave: Aprendizagem da matemática, dimensões afetivas e emoções, metáforas da aprendizagem, análises temáticas, enativismo.

Abstract

This article explores the metaphors and images created by elementary school students with affective problems in mathematics to describe the process of learning mathematics. Based on data from a study with students in public schools in Canada, we analyzed the content and meanings of the responses of 15 students completing the interview open-ended prompt: “Learning mathematics is like...”. From this work, we generated three themes: learning mathematics as path following; learn math as rule-following; learning math as emotional control. The findings indicate that some students interpret mathematics learning as a constrained process, while others recognize it as the agency itself. These findings do not only contribute to a better understanding of students’ learning experiences and emotions, but also help to reflect on possible pedagogical strategies that can satisfy these dimensions in contexts of diversity.

Keywords: Mathematics learning, affective dimensions and emotions, learning metaphors, thematic analysis, enactivism.

Resumen

Este artículo explora las metáforas e imágenes creadas por estudiantes de primaria con problemas afectivos en matemáticas para describir el proceso de aprendizaje de las matemáticas. Con base en datos de una investigación con estudiantes en escuelas públicas en Canadá, analizamos el contenido y significados de las respuestas de 15 estudiantes inmigrantes cuando completaron la oración de la entrevista: “Aprender matemáticas es como...”. A partir de este trabajo, generamos tres temas: aprender matemáticas es cómo seguir un camino; aprender matemáticas es cómo seguir las reglas; el aprendizaje de las matemáticas entendido como control emocional. Los resultados indican que algunos estudiantes interpretan el aprendizaje de las matemáticas como un proceso de constreñimiento, mientras que otros lo reconocen como algo de su propia responsabilidad. Estos hallazgos no solo contribuyen a una mejor comprensión de las experiencias y emociones de los estudiantes durante los estudiantes durante el aprendizaje de las matemáticas, sino que también ayudan en la creación y reflexión de posibles estrategias pedagógicas que satisfagan estas dimensiones en contextos de diversidad.

Palabras clave*:* Aprendizaje de las matemáticas, dimensiones afectivas y emociones, aprendizaje de metáforas, análisis temático, enativismo.

Introdução

As primeiras lembranças dos estudantes com a atividade matemática escolar geralmente envolvem brincadeiras com números ou a manipulação de objetos geométricos. Porém, à medida que progridem, muitos passam a enfrentar obstáculos que não propiciam o interesse ou a afeição para estudar, pois são ensinados a memorizar e usar regras padronizadas sem um propósito educacional (Takeuchi et al., 2016). Sem os cuidados necessários, esses obstáculos podem se tornar problemáticos não só para a identidade dos estudantes como aprendizes, mas também para as suas formações como seres humanos.

Neste artigo, buscamos estudar as metáforas criadas por estudantes com desinteresse e desafeições à matemática para melhor compreender as visões e relações destes com a atividade de aprendizagem da matemática. Esse trabalho é parte de uma área de pesquisas na educação matemática que busca compreender os tipos de experiências e emoções que os estudantes desenvolvem nas atividades escolares com o intuito de se pensar numa educação mais humanizadora (Hannula, 2014).

Enquadramento Teórico e Revisão da Literatura

O quadro teórico subjacente desta pesquisa é o *Enativismo,* uma teoria do campo da cognição humana corpórea que enfatiza a inter-relação entre as experiências cognitivas e dimensões emocionais da aprendizagem humana (Maturana & Varela, 1992; Varela et al., 1991). Esse quadro nos ajuda a entender como estudantes passam a estabelecer relações particulares da matemática com a experiência vivida e o sentido que ela tem para eles durante a educação escolar.

Afetividade como campo de interesse na educação matemática

Nos últimos anos, temos visto inúmeros trabalhos dedicados à promoção e ao estudo da afetividade dos estudantes em sala de aula (Lewis, 2016; Hannula, 2014). Esse movimento desencadeou duas amplas áreas de interesse de pesquisa na educação matemática. A primeira área concentra-se no estudo dos componentes emocionais e motivacionais na aprendizagem. Nesse campo, pesquisadores buscam examinar não só as estruturas internas que incluem os sentimentos de frustração, raiva, felicidade e satisfação (Eligio, 2017), mas também as influências desses fatores na aprendizagem e atitudes com a matemática (Sfard & Prusak, 2005; Lewis, 2016). Lewis (2016), em particular, afirmou que, embora alguns estudantes possam ter dificuldades de explicar o desinteresse com certos assuntos escolares, eles têm a capacidade de controlar as emoções e os afetos fortemente ligados à atividade matemática (Antognazza et al., 2015; van Bommel & Palmér, 2021), bem como o seu interesse e motivação em aprendê-la (Giaconi et al., 2016).

A segunda área de interesse concentra-se nas crenças e influências contextuais na aprendizagem da matemática dos estudantes. O trabalho de De Corte et al. (2011) é um exemplo de uma investigação que estuda a autorregulação das emoções dos estudantes por meio das crenças no processo de aprendizagem. Os autores identificam diferentes tipos de estratégias que os estudantes usam para conter-se as emoções frente aos problemas e barreiras na resolução de problemas matemáticos. Além disso, Towers et al. (2017) encontram resultados similares ao examinar como os contextos familiares podem influenciar as dimensões emocionais dos estudantes em relação à educação escolar em matemática.

De modo geral, pesquisas em ambas as áreas levantam questões importantes sobre a relação entre as emoções, as crenças e as atitudes dos estudantes durante a aprendizagem da matemática. No entanto, ainda há uma necessidade não só de compreender a significância e influências das dimensões afetivas nas crenças e atitudes dos estudantes em relação à aprendizagem da matemática, mas também de se pensar em novas formas de melhorar tal aprendizagem por meio da motivação e a participação dos estudantes em sala de aula.

O uso de metáforas para interpretar as visões e relações com a aprendizagem de matemática

Pesquisadores têm usado diversas ferramentas para explorar as percepções e relações dos estudantes com a matemática, mas poucos têm estudado as analogias e metáforas como formas de análises do processo de aprendizagem (Ummanel, 2017; Wegner et al., 2020). Por exemplo, Gibson (1994) combinou narrativas usadas pelos estudantes em questionários e entrevistas sobre a matemática para construir ambientes de apoio e cooperação em sala de aula. As análises dos pesquisadores focaram principalmente nas respostas as respostas obtidas através da completação da frase “matemática é como... porque...” que propiciaram diferentes metáforas subjacentes às percepções dos estudantes sobre a matemática. Este estudo corroborou com outras pesquisas que mostram que, à medida que os estudantes progridem, eles adotam metáforas diferentes para revelar suas percepções de matemática e o processo de ensino (Wegner & Nückles, 2015; Saban et al., 2007).

Na literatura também encontramos estudos que mostram como as metáforas podem servir de lente para entender as atitudes dos estudantes em relação à matemática (Güner, 2012). Enquanto alguns adotaram apenas questionários para mostrar como as metáforas poderiam explicar as orientações afetivas dos estudantes (Jensen, 2006; Picker & Berry, 2000), outros vão além, pedindo para os estudantes produzirem metáforas (Martínez et al., 2001), desenhos e imagens (Towers et al., 2017). Outro exemplo neste conjunto de pesquisas é o trabalho de Wegner et al. (2020) que mostrou como as metáforas da aprendizagem conectam-se às estratégias utilizadas pelos estudantes durante a aprendizagem da matemática. Esta pesquisa identificou dois tipos de metáforas— metáforas autorreferenciais e metáforas orientadas para a aprendizagem—que os estudantes usam para expressar suas visões de aprendizagem. Enquanto as metáforas autorreferenciais expressam abordagens superficiais de aprendizagem, as metáforas orientadas revelam a adoção de métodos mais avançados e apropriados de aprendizagem.

No contexto de pesquisas em que o foco é a afetividade dos estudantes em sala de aula, o estudo das metáforas se torna uma importante ferramenta para compreender as visões e relações dos estudantes sobre a aprendizagem educacional. A literatura nessa área, no entanto, ainda é limitada em examinar como as metáforas podem servir para compreender as influências das emoções e experiências negativas dos estudantes no processo de aprendizagem da matemática. Este artigo contribui para essa questão examinando as metáforas produzidas por estudantes que se dizem ter pouco interesse em aprender matemática, com o intuito de refletir sobre possíveis ações pedagógicas para este contexto.

Metodologia e Análise dos Dados

O presente trabalho faz parte de um projeto de investigação com estudantes da educação básica no Canadá sobre as visões, atitudes e relações emocionais com a aprendizagem da matemática (Towers et al., 2017). Trata-se de um trabalho de caráter qualitativo que envolveu entrevistas individuais com mais de 100 estudantes que demonstraram desinteresse em aprender matemática em cinco escolas da região provincial de Alberta. Para o propósito desse artigo focaremos apenas nos dados de 15 estudantes imigrantes e descendentes de imigrantes que se reconheciam ter desinteresse pela aprendizagem da matemática. Os dados obtidos nesse projeto derivaram de um conjunto de perguntas e tarefas dadas aos estudantes durante as entrevistas.

Contudo, o foco desse artigo será especificamente nas respostas dos estudantes ao completarem a frase: “Aprender matemática é como…”.

Para o processo de análise dos dados, selecionamos inicialmente as respostas mais abrangentes das metáforas e as analogias criadas pelos estudantes para descrever a aprendizagem da matemática. A abordagem de análise utilizada foi baseada na metodologia de análise temática (Braun & Clarke, 2006) que tem como principal função facilitar a interpretação de padrões de significados, nuanças, diferenças e possíveis conexões entre ideias do conjunto de dados investigados. No presente trabalho, apresentaremos três temas relacionados aos dados investigados que descrevem as visões e experiências dos estudantes com respeito à aprendizagem da matemática. Os três temas são: aprender matemática como seguir um caminho; aprender matemática como seguir regras; e aprendizagem da matemática como controle emocional.

Resultados Preliminares

Aprender matemática como seguir um caminho

Nesta primeira análise temática, a aprendizagem da matemática é descrita como um processo de resolução de problemas com diferentes níveis de complexidade. Tal ideia de processo foi assumido pelos estudantes como seguir um percurso ou caminho, orientados diretamente por um propósito. Algumas das metáforas que mostram essa forma de entender a aprendizagem da matemática foram:

Eu vejo a aprendizagem da matemática como um processo de resolução de problemas. Se você fizer todos os passos corretamente, é como se tivesse seguido um caminho para achar a solução. (Estudante A, 16 anos, 10° Classe)

Aprender matemática é como um aprender um monte de números onde você tem que descobrir um resultado. No meio do caminho você também pode usar uma calculadora, um pedaço de papel e caneta. (Estudante B, 15 anos, 10° Classe)

Nesta linha de raciocínio, identificamos também metáforas que exibem características da aprendizagem da matemática como uma sequência, um movimento para um atingir um objetivo ou satisfação. Trata-se de um evento que pode intimidar no início, mas com o tempo, ele pode se tornar divertido e satisfatório.

Aprender matemática é como aprender a jogar futebol se você for horrível nisso. Você precisa praticar, precisa continuar chutando, chutando e chutando até você fica muito bom nisso. (Estudante C, 12 anos, 7° Classe)

Para mim, aprender matemática é como aprender uma nova língua. (Estudante D, 14 anos, 7° Classe)

Essa sensação de alívio da dificuldade de aprender também ficou evidente nas explicações dos estudantes sobre as metáforas utilizadas das quais retratam a aprendizagem da matemática como "uma luta no início, mas quando você chega lá e aprende, tudo fácil fica mais fácil" (Estudante E, 15 anos, 10° Classe), "um caminho difícil, mas depois você se acostuma e segue em frente" (Estudante F, 13 anos, 7° Classe). Enquanto essas explicações focaram no caráter temporal do processo de aprendizagem da matemática, outras enfatizaram especificamente nas habilidades de esforço e persistência em aprender.

Aprender matemática é como andar de bicicleta. Você vai devagar no início e tenta equilibrar, depois vai acelerando morro abaixo. E se você cair, leva e continua a pedalar. (Estudante G, 14 anos, 9° Classe)

Também foram identificadas metáforas que interpretavam a aprendizagem da matemática como uma jornada imprevisível onde você pode mudar o seu curso dependendo das ocorrências.

[…] é como andar bicicleta ou algo parecido em um território desconhecido. Você não sabe o que vem a seguir. Você pode cair, machucar ou quebrar alguma coisa. (Estudante H, 14 anos, 8° Classe)

Aprender matemática é como andar de bicicleta. Você pode fazer o percurso do jeito que você quiser [...], mas o caminho não é uma linha reta. (Estudante I, 10 anos, 6° Classe)

O conjunto de metáforas apresentadas aqui enfatizavam aspectos do aprendizado de matemática com um processo, um caminho com necessários passos a seguir. Aqui a aprendizagem da matemática é vista não só como seguir um caminho ou processo com diferentes tipos de obstáculos, mas também como uma jornada mais ampla que demanda tempo e flexibilidade com imprevistos, uma característica que revela como estudantes conceitualizam a aprendizagem como uma experiência corporal (Martínez, Sauleda, & Huber, 2001).

Aprender matemática como seguir regras

O segundo tema sugere metáforas que retratam a aprendizagem de matemática como uma atividade desafiadora que exige estratégias particulares para realizar tarefas. Nessa atividade há uma consideração maior para o processo do que algo para atingir um objetivo ou resultado. Algumas das metáforas que refletiam essa condição incluíam são:

Aprender matemática é como seguir ordens. (Estudante J, 17 anos, 10° Classe)

É como um jogo com regras definidas onde você não pode manipular ou trapacear. (Estudante K, 14 anos, 8° Classe)

Aprender matemática é como enfrentar um desafio e trabalhar duro, e o resultado é consequência. (Estudante L, 16 anos, 10° Classe)

Faz-se importante notar que as duas primeiras metáforas nesse tema evocam condições ordenadas e regulamentadas para o aprendizado da matemática, enquanto a terceira metáfora é sustentada por ideias de dedicação e autodireção (Wegner et al., 2020). Uma característica comum dessas metáforas, no entanto, é o valor dado às habilidades cognitivas e regulações externas e internas da aprendizagem da matemática.

Aprendizagem matemática como controle emocional

Numa vertente adjacente aos temas anteriores, este terceiro tema inclui metáforas que descrevem o aprendizado da matemática como uma atividade imbuída de tensão, agonia e falta de controle externo (Latterell & Wilson, 2017). Esses sentimentos foram orientações emocionais para alguns estudantes que buscam regularizar suas relações e atitudes durante o processo de aprendizagem de matemática.

Aprender matemática é como..., pelo menos para mim, tentar respirar debaixo da água. (Estudante M, 16 anos, 10° Classe)

É igual ter uma bomba atômica dentro da minha cabeça que está preste a explodir e você não pode fazer nada. (Estudante N, 15 anos, 10° Classe)

Essas duas metáforas refletem emoções extremas de conflitos com aspectos negativos. A ênfase aqui está na falta de controle e desespero em situação de risco. Enquanto a primeira metáfora descreve condições externas que afetam o corpo (respirar debaixo da água), a segunda se concentra no estado mental do estudante, onde o corpo não tem o controle de si ou da situação posta. Tais condições de negatividade, no entanto, não são necessariamente vistas em outras metáforas extremas que descrevem fortes emoções.

Imagine um ramo crescendo do chão. […] Uma única linha crescendo lentamente do solo. Ao longo da vida, você aprende algo diferente, aprende outra coisa e lentamente vão surgindo mais galhos ao tronco. […] As linhas, mesmo que estejam sozinhas, se conectam de alguma forma. […] É como adição e subtração, e lentamente você vai aprendendo outras coisas. Tudo o que você precisa fazer é continuar trabalhando na sua arte até obter algo tão bonito que faça você sentir orgulhoso e feliz. (Estudante O, 16 anos, 10° Classe)

A analogia acima descreve à aprendizagem da matemática como uma atividade contínua que pode propiciar a realização pessoal, uma analogia que vem de um estudante que demonstra interesse com a aprendizagem da matemática. Aqui, mesmo se tratando de estudantes desinteressados pela aprendizagem da matemática, há uma regulação emocional de valorização não apenas de "aprender outras coisas" ou "trabalhar na sua arte" (Wegner & Nückles, 2015, p. 151), mas também de se ver a aprendizagem da matemática como uma rede de conexões de conhecimentos e práticas sociais pertencentes a um todo maior na formação humana.

Discussão e Conclusão

No contexto da aprendizagem da matemática, trabalhos similares têm oferecido inúmeras contribuições para explicar como os estudantes da educação básica percebem e relacionam-se com a matemática. O estudo das analogias e metáforas por pesquisadores tem sido importante não só para melhorar a nossa compreensão da aprendizagem, mas também para se pensar em novas ações e possibilidades de responder aos aspectos emocionais e relacionais dos estudantes criados durante a sua formação como um todo (Hill et al., 2020).

No presente texto, apresentamos uma investigação sobre as emoções e relações dos estudantes imigrantes e/ou pertencentes às famílias imigrantes da educação básica com a aprendizagem da matemática. As análises mostraram que tais estudantes assumem formas intuitivas de entendem e se relacionar com a atividade de aprender, nos quais são decorrentes do desinteresse e desafeição à matemática. A maioria demonstrou visões da aprendizagem como um processo submisso às regras (por exemplo, Estudante J e Estudante H), limitado a específicos caminhos (Estudante I) e subjetivo às condições externas que restringem as capacidades individuais (Estudante M), enquanto outros reconheceram a aprendizagem da matemática com algo de sua própria responsabilidade (Estudante O). Tais resultados corroboram muitos outros estudos (Latterell & Wilson, 2017; Güner, 2012), mas com a diferença de que estudantes com desafeições à matemática, tendem a ver a aprendizagem dessa disciplina como um processo intimidador, que limita a tomada de decisões e a reflexões, subjetivo às questões socioculturais (De Corte et al., 2011).

Em relação ao estudo das metáforas como metodologia, vemos um potencial nessa abordagem para identificar um repertório de visões e estratégias que refletem a necessidade de um esforço e persistência para aprender (voltar a pedalar a bicicleta após cair, pedir ajuda antes e após a aplicação de uma estratégia), uma evidência de que mesmo com desafeições, existe o empenho e o valor em aprender matemática. Embora em nosso trabalho tal abordagem foi inicialmente usada para identificar as visões e relações emocionais dos estudantes com a aprendizagem da matemática, futuras análises que comparam diferente contextos poderão complementar nossos resultados buscando descrever as outras facetas que influenciam o desenvolvimento da aprendizagem pelos estudantes e a efetividade das estratégias de ensino em matemática.

Referências

Antognazza, D., Di Martino, P., Pellandini, A., & Sbaragli, S. (2015). The flow of emotions in primary school problem solving. In K. Krainer, & N. Vondrová (Eds.), *Proc. 9th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 1116-1122). Prague: Charles University.

Braun, V., & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative Research in Psychology, 3*(2), 77-101.

De Corte, E., Depaepe, F., Op't Eynde, P., & Verschaffel, L. (2011). Students' self-regulation of emotions in mathematics: An analysis of meta-emotional knowledge and skills. *ZDM, 43*(4), 483-495.

Eligio, U. X. (2017). An overview of the growth and trends of current research on emotions and mathematics. In U. Xolocotzin Eligio (Ed.), *Understanding emotions in mathematical thinking and learning*. (pp. 3-41). London: Elsevier Academic Press.

Giaconi, V., Varas, M. L., Tuohilampi, L., & Hannula, M. (2016). Affective factors and beliefs about mathematics of young Chilean children: Understanding cultural characteristics. In P. Felmer, E. Pehkonen, & J. Kilpatrick (Eds.), *Posing and solving mathematical problems: Advances and new perspectives*. (pp. 37-51). London: Springer.

Gibson, H., (1994). "Math is like a used car." In D. Buerk (Ed.), *Empowering students by promoting active learning in mathematics: Teachers speak to teachers* (pp. 7-12). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Güner, N. (2012). Using metaphor analysis to explore high school students' attitudes towards learning mathematics. *Education, 133*, 39-48.

Hannula, M. S. (2014). Affect in mathematics education. In Encyclopedia of Mathematics Education (pp. 23-27). Springer Netherlands.

Hill, J. L., Kern, M. L., Seah, W. T., & van Driel, J. (2020). Feeling good and functioning well in mathematics education: Exploring students' conceptions of mathematical well-being and values. *ECNU Review of Education,4*(2), 1-27.

Jensen, D. F. N. (2006). Metaphors as a bridge to understanding educational and social contexts. *International Journal of Qualitative Methods, 5*(1), 4.

Latterell, C. M., & Wilson, J. L. (2017). Metaphors and mathematical identity: Math is like a tornado in Kansas. *Journal of Humanistic Mathematics*, *7*(1), 46-61.

Lewis, G. (2016). *Disaffection with school mathematics.* The Netherlands: Sense Publishers.

Martínez, M. A., Sauleda, N., & Huber, G. (2001). Metaphors as blueprints of thinking about teaching and learning. *Teaching and Teacher Education, 17*(8), 965-977.

Maturana, H. R., & Varela, F. J. (1992). *The tree of knowledge: The biological roots of human understanding*. Boston, MA: Shambhala.

Picker, S. H., & Berry, J. S. (2000). Investigating pupils' images of mathematicians. *Educational Studies in Mathematics, 43*(1), 65-95.

Saban, A., Kocbeker, B. N., & Saban, A. (2007). Prospective teachers' conceptions of teaching and learning revealed through metaphor analysis. *Learning and Instruction, 17*(2), 123-139.

Sfard, A., & Prusak, A. (2005). Telling identities: In search of an analytic tool for investigating learning as a culturally shaped activity. *Educational Researcher, 34*(4), 14-22.

Takeuchi, M. A., Czuy, K., & Towers, J. (2016). *Pre-service teachers' multimodal mathematics autobiographies: Emotion and learning and teaching mathematics*. Paper presented at the annual meeting of the Canadian Society for the Study of Education. Calgary, AB.

Towers, J., Takeuchi, M. A., Hall, J., & Martin, L. C. (2017). Students' emotional experiences learning mathematics in Canadian schools. In U. Xolocotzin Eligio (Ed.), *Understanding emotions in mathematical thinking and learning* (pp. 163-186). London: Elsevier Academic Press.

Ummanel, A. (2017). Metaphorical perceptions of preschool, elementary and secondary school children about science and mathematics. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 13*(8), 4651-4668.

van Bommel, J., & Palmér, H. (2021). Young students' views on problem solving versus problem posing. *Journal of Childhood, Education & Society, 2*(1), 1-13.

Varela, F. J., Thompson, E., & Rosch, E. (1991). *The embodied mind: Cognitive science and human experience*. Cambridge, MA: MIT Press.

Wegner, E., & Nückles, M. (2015). From eating to discovering: How metaphors of learning change during students' enculturation. *Zeitschrift für Hochschulentwicklung*, *10*(4), 145-166.

Wegner, E., Burkhart, C., Weinhuber, M., & Nückles, M. (2020). What metaphors of learning can (and cannot) tell us about students' learning? *Learning and Individual Differences, 80*, 101884.

Praxeologias em torno das sucessões na educação básica regular no Peru

Praxeologies around successions in regular basic education in Peru

Praxeologías en torno a las sucesiones en la educación básica regular del Perú

Yoniln Vilca Sánchez[816]
Pontificia Universidad Católica del Perú, Instituto de Investigación sobre Enseñanza de las Matemáticas-PUCP
https://orcid.org/0000-0002-1853-7100

Cintya Gonzales Hernández[817]
Pontificia Universidad Católica del Perú, Instituto de Investigación sobre Enseñanza de las Matemáticas-PUCP
https://orcid.org/0000-0003-2130-1710

Modalidad: Comunicación
Núcleo Temático: Processos de ensino e aprendizagem da Matemática em diferentes modalidades e níveis educacionais

Resumo

A generalização dos padrões contribui para o desenvolvimento do pensamento algébrico, no entanto, várias pesquisas apontam a dificuldade de expressar o n-ésimo termo seja em sua representação simbólica ou verbal. O objetivo é construir um modelo de referência praxiológico e caracterizar as praxiologias institucionais associadas. Para caracterizar a relação institucional com seqüências, em particular com o tipo de tarefa de encontrar o termo geral de uma seqüência, usamos as noções de praxeologia e escopo da técnica, teórica, pragmática e institucional. Identificamos uma avaliação das técnicas $\tau_{fórmula}$ y $\tau_{fórmula-aplicada}$. No entanto, conclui-se que é relevante promover as técnicas $\tau_{factual}$ y $\tau_{simbólica}$ porque contribuem para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Palavras-chave: Praxeologia, escopo de uma técnica, sucessões, generalização, ensino médio.

Abstract

The generalization of patterns contributes to the development of algebraic thinking, however, several researches point out the difficulty of expressing the nth term either in its symbolic or verbal representation. The objective is to construct a praxeological reference model and to characterize the associated institutional praxeologies. To characterize the institutional relationship with sequences, in particular with the type of task of finding the general term of a sequence, we use the notions of praxeology and scope of technique, theoretical, pragmatic and institutional. We identify an assessment

[816] a20112883@pucp.pe
[817] cintya.gonzales@pucp.pe

of the techniques $\tau_{fórmula}$ and $\tau_{fórmula-aplicada}$. However, it is concluded that it is relevant to promote the $\tau_{factual}$ y $\tau_{simbólica}$ techniques because they contribute to the development of algebraic thinking.

Keywords: Praxeology, scope of a technique, successions, generalization, secondary education.

Resumen

La generalización de patrones contribuye al desarrollo del pensamiento algebraico. Sin embargo, diversas investigaciones señalan la dificultad de expresar el término n-ésimo ya sea en su representación simbólica o verbal. El objetivo es construir un modelo praxeológico de referencia y caracterizar las praxeologías institucionales asociadas. Para caracterizar la relación institucional con las sucesiones (en particular con el tipo de tarea hallar el término general de una sucesión) utilizamos la noción de praxeología y alcance de la técnica, teórica, pragmática e institucional. Identificamos una valoración a las técnicas $\tau_{fórmula}$ y $\tau_{fórmula-aplicada}$. Sin embargo, se concluye que es relevante promover las técnicas $\tau_{factual}$ y $\tau_{simbólica}$ porque contribuye al desarrollo del pensamiento algebraico.

Palabras clave: Praxeología, alcance de una técnica, sucesiones, generalización, Educación secundaria.

Introducción

En el nivel secundario la enseñanza de las sucesiones es primordial. Al respecto, la National Council of Teachers of Mathematics, NCTM (2000) señala una de las formas más importantes para introducir el pensamiento algebraico en las escuelas que es a través de la generalización de patrones. Es necesario precisar que hallar el término n-ésimo (generalizar patrones) es un tipo de tarea de las sucesiones.

Sin embargo, se identificaron dificultades en estudiantes del nivel medio (14-16 años) al momento de resolver las tareas que consisten en hallar el término general de una sucesión de figuras. Al respecto Becker y Rivera (2005), señalan lo siguiente: en primer lugar, existe un predominio de las estrategias aritméticas y recursivas, y en menor medida el uso de estrategias que permitan inducir el patrón o término general. En segundo lugar, se presenta dificultad para expresar el término n-ésimo, ya sea en su representación simbólica o verbal. Finalmente, se carece de significado de una expresión simbólica, más allá del análisis contextual de una figura.

Este trabajo se centra en el estudio de los planes curriculares y cuadernos de trabajo para analizar el estado actual de la enseñanza del tipo de tarea, hallar el término n-ésimo de una sucesión. Los elementos teóricos considerados corresponden a la Teoría Antropológica de lo didáctico (TAD). El objetivo es describir el Modelo Praxeológico de la institución sobre la tarea para hallar el término n-ésimo de una sucesión. Para ello, un primer paso es mostrar un Modelo

Praxeológico de Referencia (MPR) de las sucesiones a partir de una síntesis de investigaciones sobre el tema. Un segundo paso es el análisis de la relación institucional (en nuestro caso planes curriculares, cuadernos de trabajo y PPT de aprendo en casa).

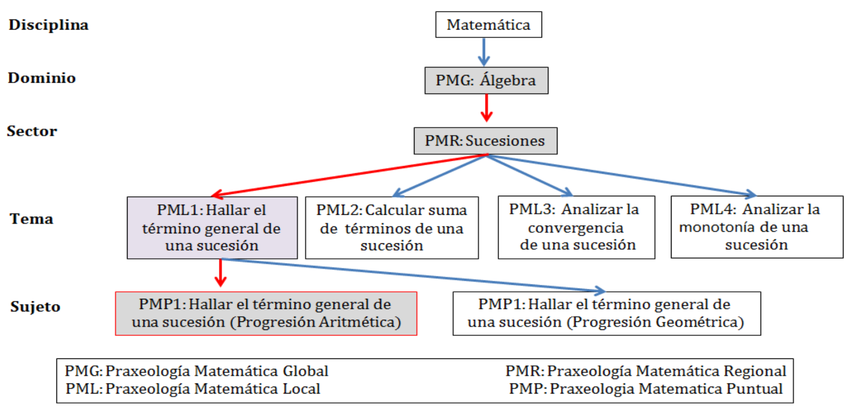
Un Modelo Praxeológico de Referencia asociado a las sucesiones

Bosch y Gascón (2001) manifiestan que en cualquier institución existe un modelo implícito del conocimiento matemático enseñado. El investigador debe necesariamente tomar distancia del sistema educativo que estudian, construyendo un "marco de referencia" basado en una aproximación epistemológica al conocimiento considerado (Gascón, 1994).

Las investigaciones de Barraza et al. (2022), Vilca (2022), Bustamante (2017), Martins (2012) y Cañadas (2007) son las principales fuentes a considerar para la construcción del MPR asociado a las sucesiones. En la figura 1, se muestra una representación parcial del MPR asociado a las sucesiones.

Figura 1

Representación parcial de un MPR asociado a las sucesiones



De todos los elementos del MPR, nos centramos en el siguiente tipo de tarea $\boldsymbol{T_1}$**:** Hallar el término n-ésimo de una sucesión y el generador de tareas (GT) asociado a T_1 es, GT_1: $[Hallar\ el\ término\ n - ésimo\ de\ una\ sucesión,\ V_1, V_2, V_3, V_5]$.

A continuación, en la tabla 1, mostramos los valores de cada una de las variables.

Tabla 1.

Generador de tareas, hallar el término n-ésimo de una sucesión

GT_1 : [Hallar el término n − ésimo de una sucesión,		V_1, V_2, V_3, V_4]
V_1: Tipo de sucesión	$V_{1,1}$: Progresión aritmética (PA) $V_{1,2}$: Progresión geométrica (PG) $V_{1,3}$: Progresión de segundo orden	
V_2: Información (datos).	$V_{2,1}$: Primeros términos	$V_{2.1.a}$: Consecutivos $V_{2.1.b}$: No consecutivos
	$V_{2.2}$: Algunos términos	$V_{2.2.a}$: Consecutivos $V_{2.2.b}$: No consecutivos
	$V_{2.3}$: Primer término y la razón $V_{2.4}$: Término arbitrario y la razón	
V_3: Contexto	$V_{3,1}$: Intramatemático $V_{3.2}$: Extramatemático	
V_4: Tamaño de n	$V_{4,1}$: Pequeño ($n \leq 12$) $V_{4,2}$: Grande ($n > 12$) $V_{4,3}$: Indeterminada	

Del generador de tareas GT_1 , consideramos 3 subtipos de tareas para nuestro estudio. Primero, ($t_{1,1}$): Calcular el término n-ésimo de una progresión aritmética teniendo como datos los primeros términos consecutivos, en un contexto intramatemático y el valor de n (pequeño). Segundo, ($t_{1,2}$): Calcular el término n-ésimo de una progresión aritmética teniendo como datos los primeros términos consecutivos, en un contexto intramatemático y el valor de n (grande). Finalmente, está ($t_{1,3}$): Calcular el término n-ésimo de una progresión aritmética teniendo como datos los primeros términos consecutivos, en un contexto intramatemático y n es una indeterminada.

Técnicas y su alcance teórico y pragmático

El subtipo de tarea $t_{1,1}$ se resuelve por las siguientes técnicas, $\tau_{aritmética}$ y $\tau_{factual}$. La técnica $\tau_{aritmética}$ consiste en lo siguiente: el conteo, que se basa en cálculo numérico o relacionado a la figura. Luego, está la diferencia entre los términos consecutivos y observar que es constante. Finalmente, está la recursividad; es decir, el uso del término anterior de la PA para encontrar el término siguiente o términos siguientes. La técnica $\tau_{factual}$ consiste en lo siguiente: el conteo, que se basa en cálculo numérico relacionado a la figura, luego identificar el patrón y aplicar solo a términos particulares.

El subtipo de tarea $t_{1,2}$ se resuelve por las siguientes técnicas: $\tau_{aritmética}$, $\tau_{factual}$, $\tau_{simbólica-aplicada}$ y $\tau_{fórmula-aplicada}$. La técnica $\tau_{simbólica-aplicada}$ consiste en aplicar la técnica $\tau_{simbólica}$. Luego, se reemplaza el término pedido en la expresión explícita del término general. La técnica $\tau_{fórmula-aplicada}$ radica en aplicar la técnica $\tau_{fórmula}$. Luego, se reemplaza el término pedido en el término general.

El subtipo de tarea $t_{1,3}$ se resuelve por las siguientes técnicas: $\tau_{simbólica}$ y $\tau_{fórmula}$. La técnica $\tau_{simbólica}$ consiste en aplicar la técnica $\tau_{factual}$ para los primeros términos. Luego, hay que generalizar y expresar el término general con símbolos alfanuméricos. La técnica $\tau_{fórmula}$ radica en identificar que la sucesión es una progresión aritmética. Luego, se aplica la fórmula del término n-ésimo; es decir, $a_n = a_1 + (n-1)r$. Por otro lado, para el estudio del alcance de las técnicas, consideramos la noción de alcance teórico y pragmático.

El alcance teórico es el conjunto de tareas A en el cual la técnica τ resuelve cualquier tarea t $(t \in A)$, sin tomar en cuenta las restricciones de su ejecución. Sobre el alcance pragmático, es entendida como el conjunto de tareas en el cual la técnica es confiable; es decir, permite realizar las tareas a un costo razonable y con poco riesgo de fallar. Se denotará por $P_{(\tau)}$ (Kaspary et al., 2020).

Las técnicas $\tau_{aritmética}$, $\tau_{factual}$, $\tau_{simbólica-aplicada}$ y $\tau_{fórmula-aplicada}$, resuelven el subtipo de tarea $t_{1,2}$ al margen de los errores en su ejecución. Es decir, se consideró las técnicas desde un punto de vista epistemológico y no cognitivo. Entonces, $t_{1,2}$ pertenece al alcance teórico de las cuatro técnicas mostradas en la tabla 2.

Por otro lado, sobre el alcance pragmático de la técnica para el subtipo de tarea $t_{1,2}$ se tiene la competencia de cuatro técnicas. Entonces, la técnica $\tau_{factual}$ es más efectiva, es decir, menos costosa para resolver $t_{1,2}$ en comparación con las técnicas $\tau_{aritmética}$, $\tau_{simbólica-aplicada}$ y $\tau_{fórmula-aplicada}$. En otras palabras, el estudiante tendría que realizar más acciones (número de pasos) para hallar el término de lugar k (k grande) si utiliza $\tau_{aritmética}$. Sin embargo, si utilizamos la técnica $\tau_{fórmula-aplicada}$ movilizamos más elementos de la tecnología (fórmula del término general, definición de PA). Por lo tanto, $t_{1,2}$ pertenece al alcance pragmático de la técnica $\tau_{factual}$ y excluye a $t_{1,2}$ del alcance pragmático de las otras tres técnicas. Además, como la técnica $\tau_{factual}$ es más eficaz que las demás, se denominara óptima en su dominio de competencia (Kaspary et al. , 2020). En la tabla 2, mostramos las técnicas y tecnologías asociadas a los subtipos de tareas $t_{1,1}$, $t_{1,2}$ y $t_{1,3}$ y su relación con el alcance pragmático.

Tabla 2.

Praxeología asociada a los subtipos de tareas $t_{1,1}$, $t_{1,2}$ y $t_{1,3}$ y su alcance pragmático

Subtipo de tarea	Técnicas	Alcance Pragmático	Tecnología
$\boldsymbol{t_{1,1}}$	$\tau_{aritmética}$ $\tau_{factual}$	P	Operaciones aritméticas en Z. Definición de PA y elementos. Fórmula para hallar el término n-ésimo.
$\boldsymbol{t_{1,2}}$	$\tau_{aritmética}$ $\tau_{factual}$ $\tau_{simbólica-aplicada}$ $\tau_{fórmula-aplicada}$	P	
$\boldsymbol{t_{1,3}}$	$\tau_{simbólica}$ $\tau_{fórmula}$	P	

Es necesario recordar que el MPR contribuye a caracterizar la praxeología institucional actual a partir del análisis de los programas y cuadernos de trabajo.

Relación institucional

Para realizar el análisis de la relación institucional con el objeto sucesión, hemos considerado los cuadernos de trabajo del nivel secundario del Minedu (2020) los PPT de aprendo en casa. La elección de los cuadernos de trabajo y PPT se debe a su uso generalizado en la educación pública del Perú. Por otro lado, al revisar el Currículo Nacional de la Educación Básica (CNEB), el objeto matemático sucesión se encuentra en todos los grados del nivel secundario. Además, recomiendan resolver tareas relacionadas a la generalización de patrones o PA. Sin embargo, restringimos el análisis de los cuadernos de trabajo y PPT de 1ro y 2do de secundaria, pues ahí se presentan las tareas y técnicas asociadas a los subtipos de tareas $t_{1,1}$, $t_{1,2}$ y $t_{1,3}$.

Análisis praxeológico

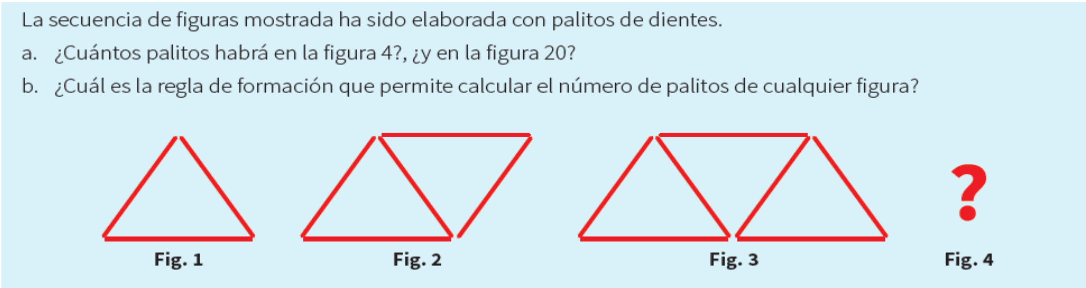
Para el análisis de las técnicas institucionales introducimos la noción de alcance institucional de una técnica asociada a un tipo de tara T, que es el conjunto de tareas en la cual la institución espera que se aplique la técnica τ, (Kaspary et al., 2020). A continuación, estudiaremos para cada subtipo de tarea las similitudes y diferencias de las técnicas, tecnologías de nuestro MPR y los cuadernos de trabajo.

Subtipo de Tarea $t_{1,1}$

Este subtipo de tarea aparece en 1ro y 2do de secundaria. La tarea mostrada en la figura 2: “calcular el número de palitos de la Fig. 4” pertenece al subtipo de tarea $t_{1,1}$.

Figura 2.

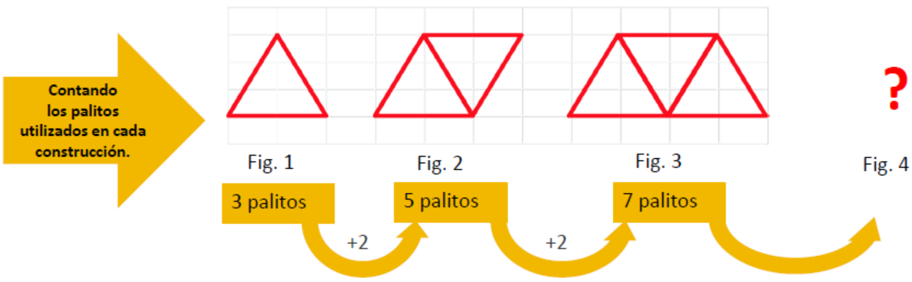
Tareas para hallar el término n-ésimo (Resuelve problemas 1,2020, p.134)



La técnica $\tau_{aritmética}$ es la que presenta la institución para resolver la tarea; es decir, realiza el conteo de palitos, diferencia entre términos consecutivos (calcula la razón) y, por último, aplica recursividad para hallar el término de lugar k (k pequeño). La descripción detallada de $\tau_{aritmética}$ se muestra en la figura 3. Luego, se presenta la $\tau_{factual}$ que consiste en, encontrar los primeros términos, identificar un patrón (en función del primer término y la razón) y aplicar al término pedido. Sin embargo, la justificación de las técnicas no está expuesta en los cuadernos de trabajo y PPT.

Figura 3.

Técnicas asociadas al subtipo de tarea $t_{1,1}$ *(Minedu, 2020)*



Por lo tanto, el subtipo de $t_{1,1}$ está dentro del alcance institucional; es decir, para resolver $t_{1,1}$, la institución espera que se aplique la técnica $\tau_{aritmética}$ y $\tau_{factual}$. Además, podemos señalar que las técnicas mostradas en los cuadernos de trabajo y PPT de aprendo en casa está conforme a nuestro MPR. Sin embargo, el entorno tecnológico no es explícito. Por otro lado, la técnica óptima para resolver $t_{1,1}$ es $\tau_{aritmética}$ (alcance pragmático) coincide con el alcance institucional.

Subtipo de Tarea $t_{1,2}$

La segunda tarea de la figura 1, "calcular el número de palitos de la Fig. 20" pertenece al subtipo de tarea $t_{1,2}$. Esta tarea aparece en los grados de 1ro y 2do de secundaria. La institución presenta tres técnicas $\tau_{aritmética}$, $\tau_{factual}$ y $\tau_{fórmula-aplicada}$ en los cuadernos de trabajo y PPT de aprendo en casa. Se observa una intención de poner en competencia las tres técnicas.

Los Cuadernos de trabajo y PPT presentan una descripción detallada de la técnica $\tau_{fórmula-aplicada}$ que consiste en lo siguiente: identificar que la sucesión es una PA (Notar que la razón es constante), reemplazar el primer término y la razón en la fórmula del término general, luego reemplazar el valor del término pedido. Además, la tecnología que justifica la técnica se basa en la Definición de PA y la fórmula del término general. La técnica $\tau_{factual}$ se muestra como ejemplo en las PPT. Consideramos que la descripción de la técnica está detallada, pero no observamos una descripción de su entorno tecnológico. En la siguiente figura, observamos la técnica $\tau_{fórmula-aplicada}$.

Figura 4.

Descripción de la técnica $\tau_{fórmula-aplicada}$ (Minedu, 2020)

Procedimiento:

- Se reconoce que es una progresión aritmética y se halla la razón, encontrando la diferencia entre el número de palitos de dos figuras consecutivas.
- Para dar respuesta al número de palitos en la figura 4, sumamos al número de palitos de la figura 3 la razón que es 2.
- Hallamos la regla de formación para la figura enésima; que es la fórmula del término general de una progresión aritmética: $a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$.
- Hacemos las operaciones y obtenemos la regla de formación, para hallar la cantidad de n palitos de la figura enésima.
- Finalmente, hallamos el número de palitos de la figura 20, empleando la regla de formación de la progresión.

Por lo tanto, la institución espera que se apliquen las técnicas $\tau_{aritmética}$, $\tau_{factual}$ y $\tau_{fórmula-aplicada}$ para resolver $t_{1,2}$ (alcance institucional). Además, las técnicas institucionales se ajustan a las propuestas en nuestro MPR. El entorno tecnológico asociado a $\tau_{fórmula-aplicada}$ se muestra detalladamente en los cuadernos de trabajo y PPT, pero esto no ocurre con $\tau_{aritmética,}$ y $\tau_{factual}$.

La técnica óptima para resolver $t_{1,2}$ es la técnica $\tau_{factual}$. Sin embargo, identificamos una valoración de la técnica $\tau_{fórmula-aplicada}$ en la institución; es decir , para resolver $t_{1,2}$, se moviliza con más frecuencia la técnica $\tau_{fórmula-aplicada}$ y la técnica $\tau_{factual}$ que la presentan como otra manera de resolver la tarea. Consideremos relevante promover $t_{1,2}$ y en particular movilizar la técnica $\tau_{factual}$, porque desempeña un papel importante en la evolución de otras técnicas ($\tau_{simbólica}$). Asimismo, se ajusta a las recomendaciones del Curriculo Nacional que indica desarrollar capacidades como resolver problemas referidos a analizar regularidades y contribuye al desarrollo del pensamiento algebraico. No obstante, en los cuadernos de trabajo, la cantidad de tareas asociados a $t_{1,2}$ es bajo.

Subtipo de Tarea $t_{1,3}$

La tercera pregunta, que muestra la figura 1, indica "hallar la regla de formación de cualquier posición de la figura" pertenece a $t_{1,3}$ y aparece en 1ro y 2do de secundaria. Los cuadernos de trabajo de primero y segundo de secundaria presentan dos técnicas: $\tau_{simbólica}$ y $\tau_{fórmula}$. Estas se ajustan a nuestro MPR. Los cuadernos de trabajo y PPT muestran una descripción detallada de la técnica $\tau_{fórmula}$. Además, se justifica con base en la definición de PA y la fórmula del término general. La técnica $\tau_{simbólica}$ se muestra como ejemplo en las PPT . Consideramos que la técnica está detallada y precisa, pero no se evidencia una descripción de su entorno tecnológico.

Por tanto, las instituciones educativas del Perú esperan que se movilicen las técnicas $\tau_{simbólica}$ y $\tau_{fórmula}$ para resolver $t_{1,3}$ (alcance institucional). Notamos una competencia de técnicas, pero la técnica óptima es $\tau_{simbólica}$. Sin embargo, en nuestro estudio, observamos que se moviliza con más frecuencia la técnica $\tau_{fórmula}$, y la técnica $\tau_{simbólica}$ la presentan como otra manera de resolver la tarea. Es decir, resaltamos una valoración de la técnica $\tau_{fórmula}$ en la institución.

Consideramos importante promover $t_{1,3}$ y la técnica $\tau_{simbólica}$, pues contribuye al desarrollo del pensamiento algebraico. El Curriculo Nacional señala promover tareas relacionados a resolver problemas sobre generalización. Sin embargo, en los cuadernos de trabajo, no se proponen con frecuencia tareas asociados a $t_{1,3}$. A continuación, se muestra un resumen de los subtipos de tareas analizadas con sus respectivas técnicas institucionales (P_I).

Tabla 3.

Relación de los subtipos de tareas y su alcance pragmático e institucional.

Técnicas	$\boldsymbol{t_{1,1}}$	$\boldsymbol{t_{1,2}}$	$\boldsymbol{t_{1,3}}$
$\tau_{aritmética}$	P, P_I	P_I	
$\tau_{factual}$		P, P_I	
$\tau_{simbólica-aplicada}$			
$\tau_{fórmula-aplicada}$		P_I	
$\tau_{simbólica}$			P, P_I
$\tau_{fórmula}$			P_I

Las técnicas $\tau_{factual}$ y $\tau_{simbólica}$ son las técnicas óptimas de los subtipos de tareas $t_{1,2}$ y $t_{1,3}$ (alcance pragmático). No obstante, en los cuadernos de trabajo y PPT, se evidencia una valoración hacia las técnicas $\tau_{fórmula-aplicada}$ y $\tau_{fórmula}$ (alcance institucional). Finalmente, el tema de sucesiones y en particular el tipo de tarea sobre hallar el término n-ésimo de una PA puede contribuir al desarrollo del pensamiento algebraico. Sin embargo, se observó que no proponen con frecuencia tareas asociadas a $t_{1,3}$.

Conclusiones

En esta investigación, analizamos las características del modelo vigente en la enseñanza actual sobre las sucesiones relacionado al tipo de tarea, hallar el término n-ésimo de una sucesión (generalización de patrones). Además, identificamos los elementos de la organización matemática.

Respecto a las técnicas, podemos indicar que las mostradas en los cuadernos de trabajo y PPT se ajustan a las propuestas en nuestro MPR. Además, consideramos que se explican con suficiente claridad y precisión. Las tecnologías están detalladas para las técnicas $\tau_{fórmula}$ y

$\tau_{fórmula-aplicada}$. Sin embargo, para las técnicas $\tau_{factual}$ y $\tau_{simbólica}$ no hay descripción de su entorno tecnológico. Asimismo, observamos que en los cuadernos de trabajo, no proponen con frecuencia tareas que estimulen la generalización algebraica de patrones ($t_{1,1}$, $t_{1,2}$ y $t_{1,3}$).

Identificamos una valoración a las técnicas $\tau_{fórmula}$ y $\tau_{fórmula-aplicada}$ que implica el uso de la fórmula del término general. Sin embargo, consideramos relevante promover el subtipo de tarea $t_{1,2}$ y $t_{1,3}$ y movilizar la técnica $\tau_{factual}$ y $\tau_{simbólica}$, porque son las técnicas óptimas que se ajustan a las recomendaciones de documentos oficiales que desarrollan capacidades como resolver problemas referidos a analizar regularidades. Esto contribuye al desarrollo del pensamiento algebraico. Estamos de acuerdo con la conclusión de Martins (2012), ya que consideramos que no se deben impartir fórmulas prefabricadas, sino ofrecer situaciones para que los propios alumnos puedan deducirlas contribuyendo así al desarrollo del pensamiento algebraico.

Agradecimientos

Agradecemos a la línea de investigación Epistemología de las matemáticas en la didáctica de las matematicas del IREM-PUCP.

Referencias

Barraza-García, Z., Romo, A. y Roa-Fuentes, S. (2022). Actividad matemática creativa y desarrollo del talento matemático a través del modelo praxeológico. *Revista Electrónica de Investigacion Educativa, 24,*(e01), 1-18. https://redie.uabc.mx/redie/article/view/4167

Becker, J.,& Rivera, F. (2005). Generalization Strategies of Beginning High School Algebra Students. En H. Chick & J. Vincent (eds.), *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 4,* 121-128. https://bit.ly/3V62VYV

Bustamante, E. (2017). *Un modelo epistemológico de referencia asociado a las sucesiones en la educación básica regular del Perú.* [Tesis de Maestría en Enseñanza de la Matemática, Pontificia Universidad Católica del Perú]. https://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/handle/20.500.12404/9884

Bosch, M., & Gascón, J. (2001). Organiser l'étude. 2. Théories & empiries. In J.-L. Dorier et al. (Eds.), *Actes de la 11e école d'été de didactique des mathématiques* (pp. 23–40). La Pensée Sauvage. https://bit.ly/3T432Cf

Bosch, M., & Gascón, J. (2005). La praxéologie comme unité d'analyse des processus didactiques. In A. Dans Mercier & C. Margolinas (Dir.), *Balises pour la didactique des mathématiques* (pp. 197–122). La Pensée Sauvage.

Cañadas, M. (2007). *Descripción y Caracterización del Razonamiento Inductivo Utilizado por Estudiantes de Educación Secundaria al Resolver Tareas Relacionadas con Sucesiones Lineales y Cuadráticas.* [Tesis de doctoral en Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada].Repositorio digital https://bit.ly/3MfBO9y

Kaspary, D., Chaachoua H.,& Bessot, A. (2020). Qu´ apporte la notion de portée d´ une technique á l´étude de la dynamique prexéologique. *Annales de Didactique et de Sciencies Cognitives, 25* , 243-269. https://journals.openedition.org/adsc/

Ministerio de Educación (2017). *Currículo Nacional de la Educacion Básica regular*. Lima. http://www.minedu.gob.pe/curriculo/pdf/curriculo-nacional-de-la-educacion-basica.pdf

Ministerio de Educación (2020). *Resolvamos problemas 1, Secundaria: cuaderno de trabajo de Matemática 2020*. Lima. https://repositorio.minedu.gob.pe/handle/20.500.12799/6862

Martins, E. (2012). *Progressão aritmética e geométrica: praxeologias em livros didáticos de matemática.* [Dissertação de Mestrado em Educação Matemática em Ciências e Matemática Universidade de Mato Grosso]. https://ri.ufmt.br/bitstream/1/877/1/DISS_2012_Eliane%20Aparecida%20Martins%20de%20Almeida.pdf

Vilca, Y. (2022). *Análisis de las praxeologías personales associadas a las sucesiones em alunos del quinto grado de secundaria.* [Tesis de Maestría no publicada]. Pontificia Universidad Católica del Perú.

Breve apontamento de estudos dos números racionais e irracionais através das representações das dízimas

Brief note of Studies of rational and irrational numbers through the decimal representations

Breve reseña de estudios de los números racionales e irracionales a través de las representaciones de los diezmos

Profa. Esp. Ana Luiza Barbosa Cardoso Silva[818]
PEMAT (IM-UFRJ)
Orcid: 0000-0003-0096-1795

Profa. Dra. Liliana Manuela Gaspar Cerveira da Costa[819]
Colégio Pedro II, Rio de Janeiro
Orcid: 0000-0002-5258-1447

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Processos de Ensino e aprendizagem da Matemática em diferentes modalidades e níveis educacionais.

Resumo

O ensino dos números racionais e irracionais é um assunto sempre presente nas preocupações dos professores. Este artigo é um recorte de TCC, que está focado em evidenciar a abordagem via dízimas, apresentando e discutindo 2 projetos, cujas propostas versam com a temática apresentada. O objetivo é efetuar um apontamento sobre as práticas, obter um panorama sobre o que é feito atualmente nas pesquisas da área e colocar questionamentos sobre as mesmas. Conclui-se que, as discussões na sala de aula são muito maiores pela via das dízimas, do que pelas abordagens sugeridas nos materiais de apoio didático, merecendo, por esse fato, maiores estudos.

Palavras-chave: Educação Matemática, Números Racionais, Números Irracionais, Dízimas.

Abstract

The teaching of rational and irrational numbers is a subject always present in theconcerns of teachers. This article is an excerpt from the TCC, which is focused on highlighting the approach via decimals, presenting and discussing 2 projects, whose proposals deal with the presented theme. The objective is to make a note on thepractices, obtain an overview of what is currently

[818] analuiza.cardosobs@gmail.com
[819] lmgccosta@gmail.com

being done in research in the area and ask questions about them. It is concluded that the discussions in the classroom are much greater through the tithes than through the approaches suggested in the didactic support materials, deserving, for this fact, further studies.

Keywords: Mathematics Education, Rational Numbers, Irrational Numbers, Decimals.

Resumen

La enseñanza de los números racionales e irracionales es un asunto siempre presente en las preocupaciones de los profesores. Este artículo es un recorte de TCC, que está enfocado en evidenciar el abordaje vía diezmos, presentando y discutiendo 2 proyectos, cuyas propuestas versan con la temática presentada. El objetivo es efectuar un apunte sobre las prácticas, obtener un panorama sobre lo que se hace actualmente en las investigaciones del área y colocar cuestionamientos sobre las mismas. Se concluye que, las discusiones en el aula son mucho mayores por la vía de los diezmos, que por los abordajes sugeridos en los materiales de apoyo didáctico, mereciendo, por ese hecho, mayores estudios.

Palabras clave: Educación Matemática, Números Racionales, Números Irracionales, Decimales.

Introdução

O presente artigo é um recorte do Trabalho de Conclusão de Curso de Especialização em Educação Matemática do Colégio Pedro II, cuja motivação surge através de uma experiência acadêmica pessoal. Mesmo com o contato a todo momento com os números racionais e irracionais, não existia domínio suficiente, para a primeira autora, em explicar o conceito que fundamenta cada conjunto numérico. Isso gerou umaindagação: será apenas de uma deficiência pessoal ou uma problemática resultante do modelo de ensino usado para tratar deste tema?

Assim, o presente artigo se desenvolve de modo a apontar possíveis abordagens, diferentes das presentes nos livros didáticos e cadernos do aluno, do 7º ao 9º ano do Ensino Fundamental, para que após a seleção de projetos, sejam realizadas discussões com base no material investigado.

Referencial teórico

A importância de se recorrer a situações de vivência do aluno para que os conceitos matemáticos sejam por ele construídos está presente nos documentos oficiais que norteiam a educação básica brasileira.

> Na perspectiva de que os alunos aprofundem a noção de número, é importante colocá-los diante de tarefas, como as que envolvem medições, nasquais os números naturais não são suficientes para resolvê-las, indicando a necessidade dos números racionais tanto na representação decimal quanto na fracionária. (BRASIL, 2018, p. 269).

As necessidades vão sendo apresentadas de modo que o aluno as consiga associar com problemas do dia a dia. Para que ocorra essa forma sequencial, os conjuntos numéricos estão dispostos como objeto de conhecimento, de acordo com a BNCC, desde os anos iniciais conforme o quadro 1.

Quadro 1.

Aparição dos conjuntos numéricos na BNCC (BRASIL, 2018)

Ano Escolar	Conjunto Numérico	Objetos de Conhecimento
1º ano	Naturais	Leitura, escrita e comparação de números naturais (até 100).
4º ano	Racionais	Números racionais: representação decimal para escrever valores do sistema monetário brasileiro.
7º ano	Inteiros	Números inteiros: usos, história, ordenação, associação com pontos da reta numérica e operações.
9º ano	Irracionais	Números irracionais: reconhecimento e localização de alguns na reta numérica.

Quando se fala em racional, naturalmente, se pensa em razão, quer seja pela definição em matemática, quer seja pela etimologia da palavra. Em matemática, define-se número racional como sendo todo o número da forma $\frac{a}{b}$ com a e b números inteiros e $b \neq 0$.

O teorema da Divisão Euclidiana garante que, mesmo quando o número inteiro $a$não é múltiplo do número inteiro b, é sempre possível efetuar a divisão de a por b, evidenciando a existência de um resto. É este fato que conduz a uma caracterização dosnúmeros racionais em termos de sua representação decimal. Os números racionais não inteiros são expressos utilizando vírgulas e podem possuir uma representação finita ou infinita e periódica. Além disso, os decimais podem ser representados como soma de frações cujo denominador é uma potência de base dez. Logo, se estabelece uma conexãoentre os números decimais e suas expansões decimais, como por exemplo:

$$\boxed{36,725 = 3.10^{1} + 6.10^{0} + 7.10^{-1} + 2.10^{-2} + 5.10^{-3}}$$

Todavia, se um número não conseguir ser representado na forma na forma $\frac{a}{b}$, com a e b números inteiros e $b \neq 0$, será dito não racional, ou irracional. Porém, definir os irracionais desta maneira gera a interpretação de que quaisquer números, de quaisquer campos numéricos, que não possam ser representados na forma descritatambém seja irracional, o que seria um equívoco. Logo, definir os irracionais como umanegativa dos racionais faz com que este conjunto não possua uma definição bem estruturada.

Os números irracionais possuem representações decimais infinitas não periódicas. Quando são apresentados aos alunos, os números irracionais acabam por ser caracterizados de modo limitado, em termos do que não são. As definiçõesfrequentemente encontradas são: "i) números que não podem ser representados como frações de inteiros; ii) números cuja representação decimal é infinita e não-periódica;

iii) números reais que não são racionais" (BROETTO, 2017 p. 34).

É possível dizer que o número irracional, de certa forma, se torna enigmático diante de suas definições. Afinal, ele não é uma fração de inteiros, não é uma dízima periódica e não é racional. Mas quais serão os danos ou ganhos de definir os irracionais em termos do que “não são"? Como construir seu conceito de modo significativo?

Uma reflexão feita por Niven, sobre a definição de racional, faz com que se noteo papel da definição de um objeto matemático, especificamente dos racionais.

> A definição de um número racional contém as palavras “um número que pode ser colocado na forma a/d, onde a e d são inteiros e $d \neq 0$”. Por que não dizemos simplesmente “um número da forma a/d, onde a e d são inteiros e $d \neq 0$”? O motivo é o seguinte: existem infinitos modos de descrever um dado número racional (por exemplo, $2/3$ pode ser escrito como $4/6$, $6/9$, ... ou $2\pi/3\pi$, ou $2\sqrt{3}/3\sqrt{3}$, ou $-10/-15$, mencionando apenas alguns) e não vamos querer que nossa definição de número racional dependa da maneira particular escolhida para representá-lo. (NIVEN, 1984, p. 31-32).

Daí a importância de se voltar o olhar para as dízimas com o intuito de entender seu papel na aprendizagem e as conexões possíveis na abordagem de números irracionais. Afinal, é neste aspecto que os racionais se diferem dos irracionais. Para uma dízima não periódica, não existirão dois inteiros na forma a/b, com $b \neq 0$ que a represente, apenas será possível encontrar uma fração tão próxima quanto se queira.

Como objeto de estudo do presente trabalho, serão considerados os projetos que visem abordagens para o ensino dos conjuntos dos números racionais e irracionais. Tendo como foco as abordagens via dízimas, sejam elas finitas, periódicas e não periódicas, busca-se observar como estas influenciam e transpõem conceitos entre os racionais e irracionais.

Apesar de conceitos matemáticos, em particular os conceitos de número racionalou irracional aqui referidos, não se darem a partir de um esquema único e eficaz que produza sua completude, ou seja, não existe uma única representação capaz de produzir o todo do objeto matemático em questão (MORETTI, 2002, p. 347), no presente trabalho investigaremos abordagens que juntas podem contribuir para se elucidar os conceitos de número racional e de número irracional.

Aspectos metodológicos

Para realizar a seleção de trabalhos/pesquisas voltados para o tema em estudo, utilizaram-se os PCN para o Ensino Fundamental de Matemática, as DCN para aEducação Básica e a BNCC “documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica” (BRASIL, 2018,p. 7).

Diante das habilidades específicas determinadas para cada ano dos Anos Finais do Ensino Fundamental, pela BNCC, buscaram-se aquelas que tangem os pontos relevantes para o estudo de dízimas periódicas e não periódicas, se tornando um critériode inclusão e exclusão. As propostas selecionadas estão de acordo com a BNCC.

Para obter outro aspecto de análise dos trabalhos/pesquisas, foi realizada uma pesquisa e exposição de materiais de apoio didático (livros aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), apostilas e cadernos[820] disponibilizados pela prefeitura do Rio de Janeiro e pelo Governo de São Paulo, para o 7º, 8º e 9º anos. Através da exposição das abordagens dispostas nos materiais de apoio didático sobre os números racionais e irracionais, foram pontuadas as vias que funcionam como introdução desses conceitos ao aluno.

Análise dos dados

[820] Material Rioeduca, disponibilizado pela Prefeitura do Rio de Janeiro, para o 1ºsemestre de 2022; Currículo em Ação, disponibilizado pelo Governo do Estado de São Paulo, para o ano letivo de 2022

De 20 trabalhos analisados, apenas 2 satisfizeram os pré-requisitos: “Sobrenúmeros irracionais e possibilidades para seu ensino” – Jesus e Oliveira (2018) e“Números racionais: uma perspectiva envolvendo as frações contínuas” – Pommer W. ePommer, C. (2013). A seguir serão apresentados e discutidos estes projetos.

“Sobre números irracionais e possibilidades para seu ensino"

O artigo de Jesus e Oliveira (2018), inicia referindo a dificuldade que os alunos possuem ao definir o que é um número irracional, confundindo o uso de reticências pararepresentar a infinitude da parte decimal com o ser irracional. As pesquisadoras afirmam que a distinção entre os números racionais e irracionais, por muitas vezes, é apenas visual. Por outro lado, existe a identificação do irracional como aquele número que não possui raiz quadrada exata. Apontando que as dificuldades de ensinar sobre esse tema na Educação Básica está na construção de conceitos dos números irracionais.

Diante da problemática apontada sobre a construção do conceito do irracional e do que se indica nos PCN para os anos finais do Ensino Fundamental, as autoras buscam responder às seguintes questões:

> Como podemos relacionar os números irracionais a outros objetos e acontecimentos? De que modo os números irracionais podem ser conectados a outras áreas, aos Temas Transversais, ao cotidiano e a outros temas matemáticos? Isso é possível? (JESUS; OLIVEIRA, 2018, p. 332).

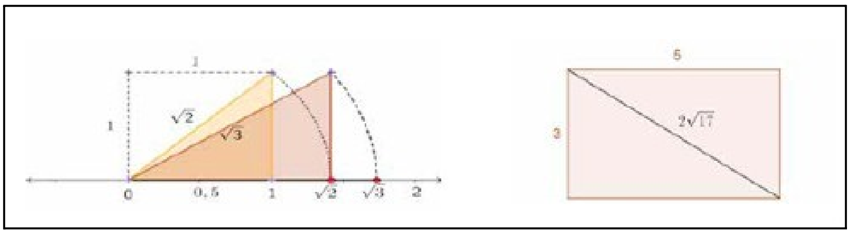
Para propor abordagens diferentes ou reconstruídas, Jesus e Oliveira, referem dificuldades e erros no ensino dos números irracionais na educação básica apontados por outros autores, tais como: Pommer; Bortolossi e Mózer; Moreira e David. A partir de cada problema destacado, as autoras propõem uma abordagem a fim de solucionar ouevitar erros na construção do conceito de irracionalidade.

A identificação dos irracionais por suas aproximações é apontada como um problema presente em vários livros didáticos. Para alunos que já conhecem e operam com raízes quadradas, é proposto que com o auxílio de uma calculadora, seja abordada aobtenção de raízes irracionais, calculando suas aproximações que ocorrem por racionais.Assim o professor abre espaço para discussão de infinito e de aproximações, pontos de relevância na continuidade do estudo de números irracionais.

A última proposta das autoras aborda as representações dos números irracionais na reta numérica, através de construções geométricas, a Figura 1. O objetivo é que através desta abordagem, o professor mostre que apesar de alguns irracionais estaremem uma localização aproximada, aqueles que representam a medida das diagonais de retângulos, possuem um comprimento exato e preciso, tanto quanto seus lados.

Figura 1.

Proposta por construção geométrica (Jesus e Oliveira, p. 338, 2018)



Propõe-se uma discussão em sala de aula para relacionar as medidas obtidas algebricamente e manualmente, visto que serão encontradas medidas exatas eaproximadas. Para as autoras, "perspectivas distintas enriquecem abordagens dos números irracionais que podem ser promovidas. (Re)criar situações próximas às que podem ter se sucedido historicamente e para ela produzir significados[...] parece uma abordagem possível e didaticamente interessante." (p.339). Portanto, o professor possui o papel de complementar o que é oferecido nos livros didáticos sobre os números irracionais e desenvolver práticas educativas que problematizam questões e problemas comuns enfrentados no ensino de números irracionais.

Discussão do texto "Sobre Números Racionais e possibilidades para seu ensino"

Apesar de não trazer novidades em sua proposta metodológica, o texto propõe olhares e perspectivas de abordagens que, apesar de facilmente pensadas, não são devidamente exploradas, valendo como uma leitura de reflexão para professores, mas não possuindo abordagens diferenciadas. O artigo levanta inquietações extremamente relevantes e que precisam ser discutidas dentro de sala de aula e pontos que merecem discussão sobre o papel da relação professor-aluno. Destaca-se o fato de que em todasas propostas o professor possui um papel crucial para promover a fundamentação dos conceitos de número irracional. Portanto, seria este um processo centrado no professor? Até que ponto a relação professor-aluno interfere no conhecimento obtido pelo aluno? Seria esta uma limitação do artigo? As autoras não problematizam a relação professor-aluno e aluno-professor.

Partindo para as abordagens sugeridas pelas autoras, que contemplam articulações entre os racionais e irracionais, desde o 7º ano do Ensino Fundamental,pois as habilidades EF07MA11 e EF07MA12 da BNCC[821] contém características quepermitem a inclusão deste conteúdo. Tornando possível explorar, nesse momento, epromover a construção dos conceitos relacionados à aproximação, que são importantespara a compreensão da construção de números irracionais que será feita no 9º ano.As discussões sobre infinito e aproximação são frequentemente levantadas por Jesus e Oliveira (2018), conseguindo explorar estes aspectos de modo simples e de fácil compreensão pelos alunos. As abordagens utilizam instrumentos comuns como calculadora e régua, para dar ferramentas e limitações consistentes aos alunos e gerar inquietação diante do processo. Trazendo a discussão de infinito de modo intuitivo após cálculos aproximados de raízes irracionais. Esta abordagem, contemplada pelahabilidade EF08MA05[822] da BNCC, pode ser usada a partir do 8º ano.

Na terceira abordagem, as autoras propõem o uso de construções geométricas para localização dos irracionais na reta numérica. Embora não seja indicado o ano de aplicação, só seria possível utilizar esta abordagem no 9º ano, devido ao conhecimento envolvido sobre o Teorema de Pitágoras[823].

Constata-se que este artigo de Jesus e Oliveira não possui um diferencial. Embora as autoras olhem criticamente a forma como a "construção" do número irracional é ensinada, existem limitações no que é proposto como solução.

"Números racionais: uma perspectiva envolvendo as frações contínuas"

A proposta trazida por Pommer W. e Pommer C. (2013), tem por objetivoutilizar as frações contínuas para relacionar as formas fracionárias e decimais dosnúmeros racionais. Apesar de o tema "frações contínuas" não estar estabelecido nos PCN, para estes autores, o documento recomenda aliar as frações ordinárias com as frações decimais para alunos nos Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio.

[821] (EF07MA11) Compreender e utilizar a multiplicação e a divisão de números racionais, a relação entre elas e suas propriedades operatórias. (EF07MA12) Resolver e elaborar problemas que envolvam as operações com números racionais. (BRASIL, 2018, p. 307).
[822] (EF08MA05) Reconhecer e utilizar procedimentos para a obtenção de uma fração geratriz para uma dízima periódica" (BRASIL, 2018, p. 313).
[823] (EF09MA13) Demonstrar relações métricas do triângulo retângulo, entre elas o teorema de Pitágoras, utilizando, inclusive, a semelhança de triângulos" (BRASIL, 2018, p. 319).

É a partir de um problema matemático, que aborda os números racionais por segmentos e subdivisões com a sua comensurabilidade, e seus desdobramentos possíveis de abordagem que é proposto o uso de frações contínuas como uma ferramenta articuladora entre a representação decimal e fracionária dos racionais; e, um desenrolar para a introdução dos números irracionais. Em seguida, mostram através de exemplos, uma articulação possível entre as frações contínuas e os números racionais.

Os autores apresentam as frações contínuas simples. É possível observar que as frações possuem sempre numerador um e seu processo pode ser finito ou não. Quando se tratar de um processo finito significa que o número representado é racional, porém seeste processo for infinito o número será irracional. Para ilustrar tais acontecimentos, os autores utilizam exemplos.

Para maior compreensão e discussão da abordagem, os autores utilizam como exemplos de números racionais as frações $\frac{18}{7}$ *e* $\frac{318}{76}$, em seguida fez-se uso da aplicação de frações contínuas para suas representações (Figura 2).

Figura 2.

Aplicação de frações contínuas (*Pommer W. e Pommer C., p. 8, 2013*)

$$\frac{18}{7} = 2 + \frac{4}{7} = 2 + \frac{1}{\frac{7}{4}} = 2 + \frac{1}{1 + \frac{3}{4}} \quad \text{ou} \quad \frac{318}{76} = 4 + \cfrac{1}{5 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{3}}}$$

Uma discussão possível e proposta pelos autores é a articulação dos racionais com os irracionais através do uso das frações contínuas, pois elas permitem aproximações cada vez melhores por racionais. Como um dos primeiros contatos com irracionais é pelo número $\sqrt{2}$, os autores exibem como encontrar uma aproximação parao mesmo , via frações contínuas, de modo que os aspectos fundamentais dos números racionais e irracionais se relacionem em simultâneo, ampliando sua compreensão.

Pommer e Pommer acreditam que por meio das frações contínuas a articulação entre os números racionais e irracionais são dinamizados na educação básica, pois

> [...] por sua origem histórica remontando a gregos e desenvolvida posteriormente, que eventualmente é abordada no Ensino Básico como ilustração histórica ou curiosidade, poderia ser incluída na problemática destenível de escolaridade numa abordagem acessível e compreensível. (POMMER W. ; POMMER C., 2013, p. 9).

Aponta-se o fato que a relação existente entre os números racionais e irracionais é pouco abordada na educação básica, se fazendo necessário meios que permitam a articulação dos assuntos matemáticos que os envolvem e permitem as conexões existentes. Portanto, através das frações contínuas, os autores afirmam que se concebe "[...] os vários modos de representação dos números racionais – as formas fracionária e decimal - como também insere um contexto das aproximações [...] que se enreda com outro objeto matemático: os números irracionais" (p. 10).

Discussão do texto "Números racionais: uma perspectiva envolvendo as frações contínuas"

O texto anterior traz consigo uma abordagem diferenciada e articulada de modoa estabelecer conexões entre os números racionais e os números irracionais, através do uso de frações contínuas. Apesar de não se tratar de um conteúdo específico para a educação básica, podendo aparecer apenas como uma curiosidade conforme apontam osautores, os alunos de 7º a 9º anos, possuem conhecimento matemático prévio que são necessários para compreensão de frações contínuas simples.

Ao destacar as habilidades EF07MA11, EF08MA05 e EF09MA04[824], do 7º, 8º e9º anos respectivamente, observa-se que contemplam as habilidades de operar com os racionais em suas diferentes representações. Portanto, o conhecimento requerido para a aplicação de frações contínuas simples está disposto pela BNCC, dando a ideia de que os alunos estarão aptos para compreender e utilizar essas frações contínuas como um recurso complementar, cabendo ao professor articular as conexões entre as representações e o processo do algoritmo para abordar os racionais finitos e infinitos ea irregularidade dos irracionais.

Um questionamento aqui levantado é se o uso das frações contínuas no ensino fundamental, sugerido por Pommer W. e Pommer C. (2013), se tornaria uma dificuldadea mais para os alunos. Visto que, naturalmente, o conceito de fração exige maiorcompreensão dos alunos, então existe uma dificuldade a mais apresentada pelos alunos sobre conceito de fração, se tornando uma temática mais delicada para se abordar.

[824] (EF07MA11) Compreender e utilizar a multiplicação e a divisão de números racionais, a relação entre elas e suas propriedades operatórias. (EF08MA05) Reconhecer e utilizar procedimentos para a obtenção de uma fração geratriz para uma dízima periódica.(EF09MA04) Resolver e elaborar problemas com números reais, inclusive em notação científica, envolvendo diferentes operações. (BRASIL, 2018, p. 307, 313 e 317).

De fato, uma abordagem de aproximações por frações contínuas explora a complementaridade entre os conjuntos numéricos racionais e irracionais. Mas é inegávelque, implicitamente, as frações contínuas trazem ideias de limite e convergência. Assuntos que não fazem parte do contexto da escola básica e que acrescem umadificuldade conceitual ao tema. Portanto, para versar com a escola básica, os autores deveriam expor discussões sobre a relevância para alunos do 8º e 9º anos "dominarem" os números irracionais.

A crença dos autores é que "a utilização do tema das Frações Contínuas, não como mais um componente curricular, mas sim como tema gerador, permite articular as formas fracionária e decimal do conjunto dos números racionais" (2013, p. 9). Por não se tratar de uma obrigatoriedade do currículo ou da BNCC, os autores visam a utilizaçãode frações contínuas como uma ferramenta de articulação, uma via para significar os racionais e de se chegar aos irracionais sem quebras. Mas quando busca-se aliar uma abordagem eficaz, que permita ensinar significativamente, esta prática não une as duas perspectivas. Afinal, há uma necessidade de abstração muito alta, e os alunos podem observar que, na prática, manipulam apenas números com duas ou três casas decimais.

Conclusões

Este artigo traz um recorte do que foi encontrado nas pesquisas e nos estudos emque se debruça. Nos estudos, encontram-se duas visões distintas de abordagem dos números racionais e transposição para os irracionais. Além disso, ambos utilizam como apoio à prática as dízimas. Demonstrando que as dízimas são exploradas, ainda que implicitamente, como meio de amplificação de discussões em sala de aula, no que se refere ao estudo dos números racionais e irracionais.

As duas visões distintas existentes entre os artigos referem-se ao fato de que o artigo de Jesus e Oliveira (2018) traz, através do ensino de questões comumente encontradas, um espaço para discussões dentro de sala de aula, enquanto que o artigo dePommer W. e Pommer C. (2013) se apoia na utilização de um objeto matemático (frações contínuas) que não é visto no ensino básico. Portanto, através destas visões pontuadas lado a lado, é possível provocar uma discussão sobre o que é apresentado no material de apoio oferecido ao professor.

Qual seria a relevância de introduzir este tema aos alunos, sendo que ao aproximarmos os irracionais no cotidiano do aluno, na prática, eles não os utilizam? Este apontamento não é levantado por nenhum dos artigos selecionados.

Discussões ainda merecem ser levantadas, através das duas ações e visões distintas de abordagem, o meio que se utiliza para significar os conceitos de número racional e irracional é a dízima. Verificando-se que existem mais proximidades do que dualidades entre os racionais e irracionais, quando tratamos das dízimas. A limitação existente nestas práticas está em como tornar significativo para o aluno, e não somente para o conteúdo.

Os caminhos percorridos e os referenciais expostos podem permitir ressignificações e ampliações do tema do presente artigo, ampliando tanto para aplicação em sala de aula quanto para futuras propostas didáticas. Podendo ainda, se tornar um facilitador para buscas de futuros leitores e pesquisadores sobre a articulação entre os números racionais e irracionais.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. **Base nacional comum curricular**: educação é a base. Brasília: MEC/SEF, 2018. http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdfÚltimo acesso em: 27 jan. 2022.

BROETTO, G. C.; SANTOS-WAGNER, V. M. P. dos. **Números irracionais para professores (e futuros professores) de matemática:** uma abordagem direcionada à sala de aula. 1. ed. Vitória, ES: Edifes, 2017.

COSTA, C; MONTEIRO, C. **Dificuldades na aprendizagem dos números racionais**. Educação e matemática, n. 40, p. 60-63, 1996.

JESUS, B. C. D.; OLIVEIRA, V. C. A. Sobre números irracionais e possibilidades para seu ensino. **Revista de Estudo e Pesquisa em Educação**, v. 20, n. 2, 2018.

MORETTI, M. T. O papel dos registros de representação na aprendizagem de matemática. **Revista Contrapontos**, v. 2, n. 3, p. 343-362, 2002.

NIVEN, Ivan. **Números: racionais e irracionais**. SBM, 1984.

POMMER, W. M.; POMMER, C. P. C. R. Números Racionais: uma perspectiva envolvendo as frações contínuas. In: SEMINÁRIO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DE NOVA ANDRADINA, V. Mato Grosso do Sul. 2013.

Análise de um modelo epistemológico de referência sobre a relação de naturalidade em torno da noção de limite em uma engenharia didática

Analysis of an epistemological model of reference on the relationship of naturalness around the notion of limit in a didactic engineering

Análisis de un modelo epistemológico de referencia sobre la relación de naturalidad en torno a la noción de límite en una ingeniería didáctica

Anderson Souza Neves[825]
Universidade Federal da Bahia
https://orcid.org/0000-0002-6631-194X

Luiz Márcio Santos Farias[826]
Universidade Federal da Bahia
https://orcid.org/0000-0002-2374-3873

Pierre Job[827]
ICHEC Brussels Management School
https://orcid.org/0000-0003-0592-8783

Raphael Fernandes Camera[828]
Universidade Católica do Salvador
https://orcid.org/0000-0002-8493-6855

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Processos de ensino e aprendizagem da Matemática em diferentes modalidades e níveis educacionais

Resumo

O ensino de limites é constituído por meio de dois de modelos praxeológicos que predominam nas instituições: pragmático, apoiado na noção intuitiva, e dedutivo, alicerçado pela definição formal. Esses modelos não se retroalimentam. Nesse sentido, a questão de investigação desse estudo é: de que forma é possível elaborar um Modelo Epistemológico de Referência (MER) que retroalimente os modelos praxeológicos pragmáticos e dedutivos no ensino de Limites? No intuito de responder essa questão de investigação, essa pesquisa tem como objetivo analisar um Modelo Epistemológico de Referência que retroalimente os modelos praxeológicos sobre Limites por meio de reconstruções praxeológicas mediante uma Engenharia Didática. Para tanto utilizamos o referencial teórico a Teoria Antropológica do Didático e suas ramificações,

[825] andersonsneves@gmail.com
[826] lmsfarias@ufba.br
[827] pierre.job@ichec.be
[828] raphael.camera@ucsal.edu.br

os níveis de codeterminação didática, os ostensivos e não-ostensivos e o T4TEL. A metodologia dessa pesquisa é a Engenharia Didática, de natureza qualitativa. Os participantes dessa investigação são estudantes e professores de instituições de ensino que desenvolvem o ensino de Limites. A pesquisa ainda não apresenta resultados visto que está em sua fase inicial.

Palavras-chave: limites de funções de uma variável, modelo epistemológico de referência, praxeologias pragmáticas e dedutivas, engenharia didática.

Abstract

The teaching of limits is constituted through two praxeological models that predominate in institutions: pragmatic, supported by the intuitive notion, and deductive, based on the formal definition. These models do not feedback. In this sense, the research question of this study is: how is it possible to develop an Epistemological Model of Reference (ERM) that feeds back praxeological pragmatic and deductive models in the teaching of Limits? In order to answer this research question, this research aims to analyze an Epistemological Model of Reference that feeds back praxeological models on Limits through praxeological reconstructions through Didactic Engineering. In order to do so, we used the theoretical framework, the Anthropological Theory of Didactics and its ramifications, the levels of didactic co-determination, the ostensive and non-ostensive and the T4TEL. The methodology of this research is Didactic Engineering, of a qualitative nature. The participants of this investigation are students and professors of educational institutions that develop the teaching of Limits. The research still does not present results as it is in its initial phase.

Keywords: limits of functions of one variable, epistemological model of reference, pragmatic and deductive praxeologies, didactic engineering.

Resumen

La enseñanza de los límites se constituye a través de dos modelos praxeológicos que predominan en las instituciones: el pragmático, sustentado en la noción intuitiva, y el deductivo, sustentado en la definición formal. Estos modelos no se retroalimentan. En este sentido, la pregunta de investigación de este estudio es: ¿cómo es posible desarrollar un Modelo Epistemológico de Referencia (ERM) que retroalimente modelos praxeológicos, pragmáticos y deductivos en la enseñanza de los Límites? Para responder a esta pregunta de investigación, esta investigación tiene como objetivo analizar un Modelo Epistemológico de Referencia que retroalimente modelos praxeológicos sobre Límites a través de reconstrucciones praxeológicas a través de la Ingeniería Didáctica. Para ello se utilizó como marco teórico, la Teoría Antropológica de la Didáctica y sus ramificaciones, los niveles de codeterminación didáctica, el ostensivo y no ostensivo y el T4TEL. La metodología de esta investigación es la Ingeniería Didáctica, de carácter cualitativo. Los participantes de esta investigación son estudiantes y profesores de instituciones educativas que desarrollan la enseñanza de Límites. La investigación aún no presenta resultados por encontrarse en su fase inicial.

Palabras clave: límites de funciones de una variable, modelo epistemológico de referencia, praxeologías pragmáticas y deductivas, ingeniería didáctica.

Introdução

Essa comunicação integra uma tese de doutorado, em andamento, sobre Limites. O interesse nesse estudo advém de o Limite ser um saber fundamental que desempenha um papel central no Cálculo, visto que alicerça outros saberes tanto na matemática (derivadas, integrais, etc.) quanto em outras áreas da ciência. Apesar dessa importância para a matemática, os estudos de Baldino (1995), Giraldo (2004) e Tall (1991) indicam que há lacunas no ensino e os reflexos disso podem ser compreendidos pelos altos índices de evasão e reprovação nas disciplinas que discorrem sobre esse saber (Lopes, 1999; Barufi, 1999).

As investigações de Bagni (2005), Tall (1980), Tall & Schwarzenberger (1978), Tall & Vinner (1981) e Williams (1991) indicam que os estudantes apresentam muitas dificuldades nas realizações representacionais e formais do conceito de limite, que também podem ser subjacentes ao ensino de limites, como números reais, infinitamente pequenos e grandes, funções e quantidades (Parameswaran, 2007; Sierpińska, 1987). A predominância sobre as mudanças de representações e procedimentos no ensino de limites em livros didáticos e as atitudes dos estudantes em relação à matemática são considerados alguns dos fatores que podem contribuir para essas dificuldades no processo de aprendizagem desse saber (Bezuidenhout, 2001; Parameswaran, 2007; Williams, 1991).

De acordo com os estudos desenvolvidos por Job (2011), as dificuldades supracitadas advêm de obstáculos epistemológicos que emergem do desenvolvimento histórico-epistemológico do saber e do ensino da matemática nas instituições. Mas quais modelos histórico-epistemológicos são dominantes nas instituições de formação de professores de matemática? E como esses modelos epistemológicos são apresentados no ensino de Limites? Qual a razão de ser desses modelos epistemológicos para o ensino do conceito de Limites? Essas são algumas questões que permeiam esse estudo.

Job e Schnneider (2014) indicam que há dois modelos praxeológicos que sobressaem no ensino de Limites: pragmático e dedutivo. O primeiro tem uma proposta mais dinâmica pela manipulação da noção intuitiva, utilizando as expressões “tende a” ou “se aproxima de” carregado de grandes esforços em tabelas, gráficos, expressões algébricas, etc., em que mobiliza o argumento genérico de "falta de precisão" e de "falta de simbolização". Já o segundo, tem uma proposta estática, usando a definição formal, por meio de ε e δ, e precisa que se inicia na seguinte definição: Seja f uma função e a um ponto que pertence ao domínio de f. Dizemos que f tem limite L, no ponto a, se dado qualquer $\varepsilon > 0$, exista um $\delta > 0$ tal que, para qualquer x pertencente ao domínio de f, a condição abaixo seja satisfeita: $0 < |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - L| < \varepsilon$. O limite L, quando existe, é único e representamos por: $\lim_{x \to a} f(x) = L$.

Para essa compreensão é essencial interpretar as ações humanas no processo de evolução do saber, em questão. Nesse sentido, recorremos a Teoria Antropológica do Didático - TAD (Chevallard, 1999), no intuito de compreender as ações humanas nas instituições, a partir de praxeologias [T, τ, θ, Θ], um modelo do saber (matemático) que postula que qualquer atividade que pode ser conceituada como um tipo de tarefa (T) no intuito de algo a fazer; uma técnica (τ) é usada para resolver T. Ambas formam o bloco do saber-fazer [T, τ], a *práxis*, que indica o discurso prático. Já a tecnologia (θ) é uma justificativa para a utilização de uma técnica (τ) e a teoria (Θ) corresponde a um nível de justificação mais abstrato do que a tecnologia. Ambos formam o bloco do saber [θ, Θ], o *logos*, que indica o discurso racional.

Enquanto nas praxeologias pragmáticas, a tarefa (T) consiste em avaliar as características que existem como objetos que ainda não foram definidos formalmente, as técnicas (τ) são justificadas usando argumentos pragmáticos e a validação da técnica, a tecnologia(θ), utiliza argumentos dedutivos, ou seja, a justificativa para praxeologias pragmáticas repousam sobre as praxeologia dedutivas. Esse fenômeno é indicado por Farias, Carvalho e Teixeira (2018, p. 104) como a perda da *razão de ser* para o ensino do conceito de Limites, que se caracteriza pelo "desaparecimento do significado do saber no processo transpositivo (nas praxeologias matemáticas institucionais)" nas práticas institucionais de ensino (Bosch e Gascón, 2010) quando os conceitos, tanto pelas praxeologias pragmáticas quanto praxeologias dedutivas, não são devidamente explorados em situações em que os professores estudam e ensinam os saberes institucionais.

Logo, essa mudança entre modelos epistemológicos, que não se retroalimentam, que é tratada com uma certa naturalidade e dominante nas instituições, o que de certa forma "inviabiliza" os professores de problematizarem o conceito de limites no intuito de se produzir avanço significativos.

Diante desse contexto, a questão de investigação para esse estudo é: de que forma é possível elaborar um Modelo Epistemológico de Referência (MER) que retroalimente os modelos praxeológicos pragmáticos e dedutivos no ensino de Limites?

A relação de naturalidade, diante da mudança de modelos epistemológicos pode ser compreendida como um Problema didático (PD) (Farras, Bosch e Gascón, 2013), que se alicerça nas seguintes questões: Por que ensinar Limites? O que ensinar sobre o conceito de Limites? Essas questões podem fazer emergir os fenômenos didáticos implícitos nas instituições de educação na qual o saber Limites vive.

O PD pode ser caracterizado pelo fenômeno do *vazio didático* (Farias, 2010) que é pensado e representado pela sensação de uma determinada ausência de alicerce para as organizações didáticas dos professores. Esse é um dos fenômenos que integra a *incompletude da atividade institucional* (Farias, Carvalho e Teixeira, 2018), ou seja, um processo que denota a imprevisibilidade daquilo que torna autônomo o trabalho do sujeito em uma instituição em que este sujeito

> *[professor] possui uma série de condições e restrições (condições não alcançadas) relativas às tomadas de decisões, através das quais serão detectadas lacunas no seu fazer didático e na sua compreensão teórica sobre o processo no qual está inserido. (Farias, Carvalho e Teixeira, 2018, p. 99)*

Nesse cenário, e diante de algumas inquietações profissionais ao longo de anos de trabalho docente no Ensino Superior, consideramos que as lacunas no ensino de Limites, provenientes da mudança entre os modelos praxeológicos que podem persistir ao longo da formação de professores de matemática que, por sua vez, pode impossibilitar a compreensão da *razão de ser* de Limites.

Como forma de integrar os modelos praxeológicos, a partir do conceito de Limites, o objetivo dessa investigação é analisar um Modelo Epistemológico de Referência que retroalimente os modelos praxeológicos sobre Limites por meio de reconstruções praxeológicas mediante uma Engenharia Didática. A reconstrução praxeológica, por meio de sequências didáticas, podem revelar tanto um *logos* pragmático como dedutivo em seus respectivos modelos epistemológicos.

Fundamentação Teórica

Essa investigação baseia-se em alguns elementos da TAD (Chevallard, 1999) e seus respectivos desdobramentos, como os níveis de codeterminação didática - NCD (Chevallard, 2005), os objetos ostensivos e não-ostensivos (Bosch e Chevallard, 1999; Bosch, 2001) e do T4TEL (Chaachoua e Bessot, 2018).

A TAD, como alicerce teórico, é fundamental para o trabalho de análise dos modelos epistemológicos do saber pesquisado, do qual coletamos informações a respeito da forma que, historicamente, desenvolveu-se o saber em lide e como foi organizado o seu ensino. Isso colabora para compreenderemos as práticas institucionais dos sujeitos que ensinam e estudam o saber aludido.

É no seio da TAD em que se encontra elementos para desconstrução e reconstrução de praxeologias matemáticas. Tais elementos integram as praxeologias que Chevallard (1992) utilizou para representar as ações dos sujeitos nas instituições em relação ao saber a ser ensinado, compreendendo a atividade matemática como outra atividade humana qualquer incorporada às instituições. Isso constituirá a análise do MER, modelo relativo pelo qual surge o embrião de um dispositivo didático para atacar um determinado problema didático.

Diante do que fora exposto, a TAD é um instrumento teórico de análise do trabalho de investigação, uma vez que essa teoria apresenta ferramentas para analisar uma possível retroalimentação dos modelos praxeológicos, por meio da implementação de tarefas, desenvolvidos nos momentos didáticos das práticas institucionais dos participantes das instituições investigadas: trabalho da técnica e tecnológico-teórico (Bosch, Gascón, 2010).

Para tal, é essencial identificar em qual esfera social faz-se necessário investigar. Nesse intuito, os NCD apontam a importância de se investigar como é identificado o saber nas várias esferas sociais. Dessa maneira, é possível averiguar as condições para que o saber viva e permita que os estudantes possam aprendê-lo, bem como as restrições que impedem que o saber seja entendido. Nessas esferas sociais, há as Organizações Matemática (OM), ou seja, a estrutura praxeológica, e as Organizações Didáticas (OD), a organização dos estudos aos quais se submetem as OM possibilita situar o saber nos níveis que se referem a uma realidade e determina a ecologia dessas organizações bem como seu *nicho* (funcionalidades) e o *habitat* (onde vive). As organizações dos NCD, muitas vezes, não são explícitas e identificáveis, como o conhecimento de professores e estudantes, materiais utilizados, a distribuição do tempo, etc. (Chacón, 2008).

Bosch e Chevallard (1999) e Bosch (2001) descreveram que o objeto do saber Limites, nas diversas esferas sociais, pode ser compreendido como objetos *ostensivos*, ou seja, objetos perceptíveis ao ser humano através de objetos materiais como a escrita, o gráfico, o verbal, o gestual, etc. Já os objetos *não-ostensivos* são os que podem ser mobilizados pela manipulação dos objetos ostensivos como as ideias, intuições ou conceitos sobre limites. A coexistência desses objetos emerge da manipulação dos objetos *ostensivos* que é, simultaneamente, controlada por objetos *não-ostensivos* (Bosch, 2001).

Assim, um estudante ao ouvir (ostensivo) a solicitação do professor para determinar (ostensivo) o limite de uma determinada função evoca a noção intuitiva/conceito de limites (não-ostensivos), mas essa mobilização tanto da noção intuitiva/conceito quanto das estruturas numéricas e algébricas possibilitam outras formas de ostensivos como a representação gráfica e/ou geométrica para a realização de cálculos. Nesse sentido, como propõe Chevallard (1999), é impossível fazer uma atividade matemática sem dialogar com essa dialética entre *ostensivos* e *não-ostensivos*.

A reconstrução de praxeologias perpassa pelo T4TEL, abordagem teórica da TAD que abre os tipos de tarefas (T), tarefas gerais de sub-tarefas de T, e reagrupa as tarefas que podem ser realizadas por meio da mesma técnica. Para a construção de tarefas, Chaachoua e Bessot (2018) elaboraram o gerador de tipo de tarefas, definido por um tipo de tarefa e por um sistema de variáveis. Este sistema de variáveis caracteriza as variáveis de acordo com valores que podem receber. Dessa forma, o gerador de tarefas é formado da seguinte forma: GT: [verbo de ação + complemento fixo + sistema de variáveis], em que o verbo de ação determina o gênero de tarefas, o complemento fixo estabelece a tarefa e o sistema de variáveis indica a uma sequência e os valores que as variáveis assumem no GT. Por exemplo, GT: [calcular o limite de uma função; V1, V2, V3]; V1: continuidade da função, V2: tipo da função (polinomial, racional, etc.) e V3: o grau da função.

As variáveis trazem consigo três funções: a primeira de gerar sub-tarefas; a segunda para caracterizar o escopo das técnicas, e proporcionar três pontos de vista: epistemológico, institucional e didático para acompanhar o professor em sua tomada de decisão didática; a terceira para explicar as praxeologias pessoais dos estudantes para diagnosticar e incluir essas praxeologias na instituição do sistema educativo.

Outro elemento essencial do T4TEL são as praxeologias pessoais, que são praxeologias construídas pelos estudantes durante o processo de construção de seu conhecimento. As praxeologias pessoais podem divergir das praxeologias institucionais uma vez que o estudante pode estabelecer técnicas para resolver um tipo de tarefas T que não seja institucionalmente adequada ou podendo nem mesmo existir na instituição, mas que contemple o quarteto praxeológico para tipo de tarefas, métodos de resoluções e justificativas pessoais para desses métodos (Chaachoua e Bessot, 2018).

Dessa forma, esse quadro teórico, auxiliará na concepção de situações para integração dos modelos epistemológicos no estudo do conceito de limites, bem como na análise desse processo de experimentação da Engenharia Didática (ED) proposta para esse fim. Nesse sentido, espera-se que essa pesquisa possibilite o desenvolvimento dos momentos didáticos de trabalho da técnica e tecnológico-teórico, buscando evidenciar a razão de ser perdida, nas relações dos sujeitos com esse objeto matemático. Para além disso, essas análises podem permitir identificar regras implícitas que aparecem nas praxeologias pessoais dos estudantes da licenciatura, que foram aprendidas e são reproduzidas quando esses se tornam regentes em suas respectivas classes.

Procedimentos metodológicos

A metodologia dessa pesquisa é a Engenharia Didática - ED (Artigue, 1988), de natureza qualitativa (Almouloud, 2007). Essa metodologia de investigação é amplamente utilizada em investigações em Didática da Matemática, cujo objetivo é fazer emergir fenômenos didáticos (Almouloud e Silva, 2012), como *vazio didático* e a *perda da razão de ser*, para investigá-los, a partir do PD.

Essa abordagem é constituída de 4 etapas, a saber: análises prévias, que consiste no estudo das OM e OD que integra os aspectos histórico-epistemológicos sobre Limites a fim de compreender as práticas desenvolvidas nas mais variadas instituições, além de estudos preliminares que visam identificar a tradição do ensino sobre Limites. É nessa etapa que é realizada a análise das obras (currículos, programas de disciplina, livros didáticos, artigos, revistas, dissertações, etc.) no intuito de levantar hipóteses sobre o processo de ensino e aprendizagem acerca de Limites. O estudo da tese, neste momento, encontra-se nesta etapa.

A segunda etapa refere-se à construção de situações e análise *a priori*, com a finalidade de responder as questões de investigação e validar as hipóteses de investigação. Para tal, a construção dessas situações deve levar em consideração a utilização implícita de “novos” conhecimentos sobre o saber. Nesse sentido, o pesquisador deve promover situação adidáticas de forma que os modelos praxeológicos pragmáticos e dedutivos retroalimentem-se, e o papel do professor seja de ofertar *insights* para que os estudantes mobilizem os conhecimentos adquiridos a fim de se determinar um novo conhecimento.

Em seguida, há a terceira etapa, a experimentação, quando os dispositivos didáticos são desenvolvidos com os estudantes. Nesta fase, é possível estabelecer um (novo) contrato didático, apresentar os objetivos e as condições da realização da pesquisa, bem como o registro das observações realizadas.

A quarta fase contempla a análise *a posteriori* e validação, que se baseia nos dados produzidos na experimentação, complementados por dados produzidos em questionários e entrevistas, desenvolvidos no momento de ensino. Nessa fase, há a confrontação entre a análise *a priori* e análise *a posteriori* com o intuito de validar (ou não) as hipóteses formuladas durante a investigação e verificar se o objetivo da pesquisa foi concluído.

A discussão dos resultados será feita com base nos elementos do quadro teórico, em especial, em termos das praxeologias pessoais dos estudantes, na instituição pesquisada, e durante as sessões de experimentação das situações didáticas.

Os sujeitos participantes dessa investigação são professores e estudantes de instituições de ensino médio (técnico) e superior que desenvolvam o saber Limites em seus planos de trabalho.

Resultados e considerações Parciais

Essa pesquisa integra o projeto universal aprovado no CNPq, que investe em compreender o Modelo Epistemológico de Referência utilizado, em uma amostra, de professores, nas instituições de ensino superior nos 27 estados do Brasil. Cada professor, dessas instituições selecionarão 3 estudantes que já finalizaram o curso de cálculo para mostrar qual o MER que eles adotariam para elabora um curso de Cálculo. A proposta é mapear qual modelo epistemológico é dominante no ensino de Limites e propor um MER que, para além de integrar os modelos praxeológicos pragmáticos e dedutivos, possa aperfeiçoar o ensino de Limites minimizando tanto a evasão quanto a reprovação dos estudantes na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral.

Referências

Almouloud, S. A. *Fundamentos da Didática da Matemática*. Curitiba. Ed. UFPR. 2007.

Almouloud, S. A.; Silva, M. J. (2012). Engenharia didática: evolução e diversidade. *Revista Eletrônica de Educação Matemática*, 7 (2). 22-52. https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2012v7n2p22/23452.

Artigue, M. (1988). Ingénierie Didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 9 (3). 281-308. Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions.

Bagni, G. T. (2005). Mathematics education and historical references: Guido Grandi's infinite series'. Normat – *Nordisk Matematisk Tidsskrift*, 53 (4). 173–185.

Baldino, R. R. (1995). Normas da Assimilação Solidária. *Grupo de Pesquisa-Ação em Educação Matemática*. Unesp: Rio Claro.

Barufi, M. C. B. A (1999). Construção/negociação de significados no curso universitário inicial de Cálculo Diferencial e Integral. 195p. [Tese de Doutorado em Educação, Universidade de São Paulo]. https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48133/tde-06022004105356/publico/Tese.pdf

Bezuidenhout, J. (2001). Limits and continuity: Some conceptions of first-year students. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 32(4). 487-500. https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00207390010022 590.

Bosch, M. (2001). Un punto de vista antropológico: la evolución de los "instrumentos de representación" en la actividad matemática. In *IV Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática*. (pp. 15-28). Huelva. http://hdl.handle.net/11162/47884

Bosch, M., Chevallard, Y. (1999). La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs objet d'etude et problematique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 19 (1), 77-124. http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Sensibilite_aux_os tensifs.pdf.

Bosch, M. Gascón, J. (2010). Fundamentación antropológica e las organizaciones didácticas: de los "talleres de prácticas matemáticas" a los "recorridos de estúdio e investigación", In: Bronner, A. et al. (org.) *Apports de la théorie anthropologique du didactique*: Diffuser les mathématiques (et les autres savoirs) comme outils de connaissance et d´action. IUFM de l´académie de Montpellier, p.55-90. http://www.atd-tad.org/wp-content/uploads/2012/05/mariannaJosep-CITAD-II-2010.pdf

Castela. C. (2011). Des math´ematiques `a leurs utilisations, contribution `a l’´etude de la productivit´e prax´eologique des institutions et de leurs sujets / Le travail personnel au coeur du d´eveloppement prax´eologique des ´el`eves en tant qu’utilisateurs de math´ematiques. Histoire et perspectives sur les math´ematiques [math.HO]. Universit´e. https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00683613/document.

Chaachoua, H., Bessot, A. (2018). A noção de variável no modelo praxeológico. In *A teoria Antropológica do didático: princípios e fundamentos*. Almouloud, S. G., Farias, L. M. S., Henriques, A. (Org.). Ed. 1. Curitiba. CRV. p.119-133.

Chacón, A. M. A. (2008). La gestion de la mémoire didactique par le professeur dans l'enseignement secondaire des mathématiques: Etude du micro-cadre institutionnel em France et au Costa Rica. 361 f. THÈSE Du Doctorat (De L'université De Toulouse Délivré par l'Université Toulouse III) – Paul Sabatier en Didactique des Disciplines Scientifiques et Technologiques Spécialité: Didactique Des Mathematiques. 2008. http://repositorio.conicit.go.cr:8080/xmlui/bitstream/handle/123456789/195/Th%c3%a8se%20ARAYA%20-CHACON.pdf?sequence=1&isAllowed=y.

Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches em Didactique dês Mathématiques*, 12(1), 73-112. Grenoble: La Pensée Sauvage. https://www.researchgate.net/publication/283715937_Teoria_Antropologica_do_Didatico_metodologia_de_analise_de_materiais_didaticos

Chevallard, Y. (1999). El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19(2), https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/118315/mod_resource/content/1/articulo_chevallard_TAD_1999.pdf.

Farras, B. B.; Bosch, M.; Gascón, J. (2013). Las tres dimensiones del problema didáctico de la modelización matemática. In: Educação Matemática Pesquisa, 15(1). 1-28. São Paulo. https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/12757/pdf.

Farias, L. M. S. (2010). *Estudo das Inter-relações entre os domínios numérico, algébrico e geométrico no ensino de matemática no secundário: uma análise das práticas de ensino em classes de troisième e seconde*. [Tese de Doutorado em Didática da Matemática, Universidade de Montpellier 2 https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00588484/document.

Farias, L. M. S.; Carvalho, E. F.; Teixeira, B. F. (2018). O trabalho com funções à luz da incompletude do trabalho institucional: uma análise teórica. *Educação Matemática Pesquisa*, 20(3), 97-119. São Paulo. https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/40112/pdf.

Giraldo, V. (2004). *Descrições e conflitos computacionais: o caso da derivada*. [Tese de Doutorado em Ciências, engenharia de sistemas e computação, Universidade Federal do Rio de Janeiro]. https://www.cos.ufrj.br/uploadfile/1364837580.pdf.

Job, P. (2011). *Etude du rapport a la notion de definition comme obstacle a l'acquisition du caractere lakatosien de la notion de limite par la methodologie des situations fondamentales/adidactiques*. [Thèse de Docteur en Sciences, Universite de Liege]. https://orbi.uliege.be/handle/2268/98996.

Job, P., Schneider, M. (2014). Empirical positivism, an epistemological obstacle in the learning of calculus. *ZDM Mathematics Education*. 46, 635–646. https://link.springer.com/article/10.1007/s11858-014-0604-0.

Lopes, A. (1999). Algumas reflexões sobre a questão do alto índice de reprovação nos cursos de Cálculo da UFRGS. Sociedade Brasileira de Matemática. Rio de Janeiro, n.26/27, p.123-146, jun./dez. (Matemática Universitária). https://rmu.sbm.org.br/wpcontent/uploads/sites/27/2018/03/n26_n27_Artigo05.pdf.

Parameswaran, R. (2007). On Understanding the Notion of Limits and Infinitesimal Quantities. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 5. 193–216. https://doi.org/10.1007/s10763-006-9050-y.

Sierpińska, A. (1987). Humanities Students and Epistemological Obstacles Related to Limits. Journal Educational studies in Mathematics, 18. 371-397. https://link.springer.com/article/10.1007/BF00240986.

Tall, D. O. (1980). Looking at graphs through infinitesimal microscopes, windows and telescopes. The Mathematical Gazette. 64. p. 22–49.

Tall, D. O. (Ed.) (1991) *Advanced Mathematical Thinking*. Dordrecht: Kluwer.

Tall, D. O.; Schwarzenberger, R. L. E. (1978). Conflicts in the learning of real numbers and limits. Mathematics Teaching. 82. 44-49. http://homepages.warwick.ac.uk/staff/David.Tall/pdfs/dot1978c-with-rolph.pdf.

Tall, D. O.; Vinner, S. (1981). Concept Image and Concept Definition in Mathematics, with Special Reference to Limits and Continuity. *Educational Studies in Mathematics*. nº 12. p. 151-169. http://www.im.ufrj.br/~claudia/cursos-2010-1/artigo_Tall_Vinner.pdf.

Williams, S. R. (1991). Models of limit held by college calculus students. *Journal for Research in Mathematics Education*. 22(3), 219–236. https://psycnet.apa.org/record/1991-26446-001.

Estratégias de Ensino e o Modelo Felder e Silverman: como relacionar a Funções?

Teaching Strategies and the Felder and Silverman Model: how to relateFunctions?

Estrategias de enseñanza y el modelo de Felder y Silverman: ¿como relacionar las Funciones?

Renata Gomes de Oliveira Martins[829]
UNICSUL
https://orcid.org/0000-0002-1492-981X

Marcio Eugem Klingenschid Lopes dos Santos[830]
UNICSUL
https://orcid.org/0000-0002-9812-5981

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Processos de ensino e aprendizagem de Matemática em diferentes modalidades e níveis escolares

Resumo

A concepção dos processos de aprendizagem aponta um enriquecimento das experiênciasdos alunos, fortalecendo e desenvolvendo os estilos de aprendizagem, o que lhes permitetransferir e absorver conhecimento em qualquer situação. No entanto, o professor encontra frequentemente dificuldades na prática docente devido à diversidade dos estilos de aprendizagem dos alunos. Por esse motivo, o objetivo geral deste trabalho foi apresentar estratégias de Ensino que podem ser utilizadas no conteúdo de Funções, de acordo com os Estilos de Aprendizagem, para que os professores tenham a possibilidadede criar projetos / metodologias mais completas e eficazes selecionando estratégias de aprendizagem de acordo com a diversidade dos estilos apresentados pelos alunos em salade aula. A metodologia da pesquisa é de natureza bibliográfica, com esforço de análise estatística sobre o ensino de funções e o modelo Felder e Silverman. Na coleta de dados,utilizamos o banco de dados da Web of Science. Elencamos as publicações dos últimos 5anos sobre a relação dos estilos de aprendizagem e o ensino de funções. Os resultados apontam um baixo índice de publicações sobre a temática, bem como é necessário explorar os modelos de estilos de aprendizagem para criação de estratégias de ensino voltadas ao ensino da matemática. Assim, podemos idealizar uma educação personalizada, tendo em consideração as preferências dos alunos relacionadas à apresentação da informação, para alcançar uma aprendizagem mais significativa e uma melhor aplicação dos conhecimentos na vida real.

[829] renata_g_oliveira@hotmail.com
[830] marcioeugem@gmail.com

Palavras-chave: Estilos de Aprendizagem, Ensino de Funções, Modelo Felder e Silverman, Cálculo I, Estratégias de Ensino.

Abstract

The conception of learning processes points to an enrichment of students' experiences, strengthening and developing their learning styles, which enables them to transfer and absorb knowledge from any situation. However, the teacher often encounters difficultieswhen it comes to carrying out the teaching practice due to the diversity of the students' learning styles. For this reason, the general objective of this work is to present teaching strategies that can be used in the Functions according to Learning Styles. In this way, teachers will be able to create more complete and effective projects/methodologies, selecting learning strategies according to the diversity of styles presented by students in the classroom. The research methodology in nature bibliographic, with an effort of statistic analysis on the teaching of functions and the Felder and Silverman model. In thedata collection we used the Web of Science database where we listed the publications from the last 5 years about the relation of learning styles and the teaching of functions. The results point out the low rate of publications on the subject, as well as the need to explore the models of learning styles for the creation of teaching strategies focused on mathematics teaching. Thus, we can devise a personalized education, taking into accountthe preferences of students as they expect the information to be presented, achieving a more meaningful learning and a better application of knowledge in real life.

Keywords: Learning Styles, Teaching Functions, Felder and Silverman Model, Calculus I, Teaching Strategies.

Resumen

El diseño de los procesos de aprendizaje apunta a un enriquecimiento de las experienciasde los estudiantes, fortaleciendo y desarrollando estilos de aprendizaje que les permitan transferir y absorber conocimientos de cualquier situación. Sin embargo, el profesor suele encontrar dificultades a la hora de llevar a cabo la práctica docente debido a la diversidadde estilos de aprendizaje de los alumnos. Por ello, el objetivo general de este trabajo es presentar las estrategias de enseñanza que se pueden utilizar en la Funciones según los Estilos de Aprendizaje. De este modo, los profesores tendrán la posibilidad de crear proyectos/metodologías más completos y eficaces, seleccionando estrategias de aprendizaje en función de la diversidad de estilos que presentan los alumnos en el aula. La metodología de la investigación es de carácter bibliográfico, con esfuerzo de análisis estadístico sobre la enseñanza de las funciones y el modelo de Felder y Silverman. En larecopilación de datos se utilizó la base de datos de la Web of Science donde se listan laspublicaciones de los últimos 5 años sobre la relación de los estilos de aprendizaje y la enseñanza de funciones. Los resultados señalan el bajo índice de publicaciones sobre el tema, así como la necesidad de explorar los modelos de estilos de aprendizaje para la creación de estrategias didácticas enfocadas a la enseñanza de las matemáticas. Así, podemos idealizar una educación personalizada, teniendo en cuenta las preferencias de los alumnos tal y como esperan que se les presente la información, logrando un aprendizaje más significativo y una mejor aplicación de los conocimientos en la vida real.

Palabras clave: Estilos de aprendizaje, Funciones de Enseñanza, Modelo de Felder y Silverman, Cálculo I, Estrategias de Enseñanza.

Introdução

A tecnologia provocou mudanças profundas na sociedade, inclusive no processo de disseminação e construção do conhecimento e no processo de aprendizagem. Hoje, vivemos constantes modificações no modo de disseminar o conhecimento, o que cria um cenário favorável para a busca permanente de novos meios de ensinar e aprender. A presença da tecnologia na sociedade e, especificamente, na escolarização provocou mudanças também na formação dos profissionais da educação, que devem estar em constante atualização.

Nos níveis de educação superior, isso não é diferente. Existe um movimento nas universidades que indica, muitas vezes, uma falta de sintonia entre os processos de ensinare de aprender dentro das salas de aula. Compreender quais estilos de aprendizagem essesprofessores levam para a sala de aula e como externalizam sua forma de ensinar pode impactar no processo de aprendizagem dos estudantes.

O processo de ensino e aprendizagem pode ser descrito como uma tarefa complexa em que o envolvimento do aluno e do professor é fundamental. Nessa perspectiva, professores e as universidades precisam buscar e experimentar novos meiosque potencializem a aprendizagem dos seus estudantes. Assim, compreender a maneira como os professores sistematizam o conhecimento pode fornecer elementos para melhorar sua prática em sala de aula.

Neste sentido, o uso do Modelo Felder e Silverman servirá para conhecer os Estilos de Aprendizagem tanto de professores quanto de alunos para que os mesmos estejam em consonância e facilite o entendimento dos conteúdos expostos em sala de aula.

O sistema educacional brasileiro tem apresentado resultados aquém do esperado.Isso ressalta o atual quadro do nosso sistema educacional, que compromete o desenvolvimento de todo o país. Bortoli (2011) diz ser comum professores de Matemáticado ensino médio ou superior afirmarem que os alunos já chegam com defasagens, com dificuldades dos anos anteriores.

Para avaliar a qualidade de ensino da educação básica, o Ministério da Educação(MEC) aplica processos para avaliar a proficiência dos alunos do ensino fundamental e médio. Esses processos de avaliação são realizados pelo Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB).

De acordo com os indicadores de proficiência dos últimosanos, o aproveitamento dos alunos em Matemática é insuficiente.

Os indicadores de proficiência referentes à 3ª série do ensino médio são classificados em 10 níveis e com uma pontuação que varia de 225 a 450 pontos. Conformeo SAEB 2019, a proficiência média nacional (277,3) em Matemática na 3ª série do ensinomédio está no intervalo referente ao nível 3 dessa escala de proficiência.

Segundo os indicadores educacionais do MEC, é possível notar que a proficiênciaem Matemática dos alunos de ensino médio pouco se alterou desde o início da quantificação[831], os níveis de proficiência se mantiveram praticamente estáveis. Dessa forma, a quantidade de alunos que consegue atingir o nível de proficiência 10 em Matemática é muito baixo, o que dificulta o rendimento de boa parte dos alunos, o que prejudica o rendimento deles no ensino superior.

O Ensino de Matemática no Ensino Superior

Os cursos de engenharia e de ciências exatas das universidades brasileiras contemplam, em seus primeiros semestres, disciplinas de cálculo, equações diferenciais,geometria analítica e álgebra linear. Além disso, os currículos de muitos cursos superioresde ciências humanas e biológicas têm alguma disciplina básica de matemática, com tópicos selecionados de cálculo e álgebra.

Ao contrário do que acontece em outras áreas do conhecimento, para obter um bom desempenho nas disciplinas iniciais de matemática dos cursos superiores, os alunosprecisam ter uma base sólida em tópicos que vão de operações aritméticas básicas a funções, particularmente as polinomiais, exponenciais, logarítmicas e trigonométricas, que somente serão alcançadas nos níveis finais da escala de proficiência do SAEB.

Segundo Stewart (2016), o objeto fundamental do cálculo são as funções. Portanto, o que pode ser feito para amenizar as dificuldades dos alunos relacionadas à disciplina de cálculo? Na busca por soluções dos problemas apresentados pelos alunos, percebemos que os alunos das turmas de ensino médio e superior conseguem compreender conteúdos de Matemática ensinados no ensino médio, porém, ao tentaremresolver exercícios de funções, acabam errando procedimentos de Matemática básica.

[831] O SAEB teve início no ano de 1990.

O ensino de qualquer conteúdo, assim como ser consciente de como se aprende, requer o uso de estratégias. Conhecer as dificuldades e os estilos de aprendizagem dos alunos é um grande aliado de universidades e professores na elaboração e aprimoramentode estratégias de ensino de Matemática.

Santos (2013) ressalta que "as teorias de aprendizagem buscam meios de explicar,mesmo que por meio de diferentes linhas de pensamento, que caminhos mentais o indivíduo percorre na construção do conhecimento" (SANTOS, 2013, p. 73). Outros autores argumentam que não é apenas necessário determinar os estilos de aprendizagem dos alunos, mas também relacioná-los com os estilos de aprendizagem dos professores.

Preocupados com o desempenho dos alunos de engenharia, Felder e Silverman (1988) desenvolveram um modelo de estilos de aprendizagem, e esse modelo temcontribuído para que educadores compreendam melhor a forma de aprender de seus alunos.

O conhecimento sobre os diferentes estilos de aprendizagem permite ao professordefinir metodologias de ensino mais eficazes, aumentando a adequação dos conteúdos e reduzindo a insatisfação nos estudantes, que chegam a desistir dos cursos de exatas.

Os Estilos de Aprendizagem

Diversas investigações do tipo estado da arte buscaram organizar os principais conceitos e modelos existentes sobre os estilos de aprendizagem. Os estilos de aprendizagem são um caminho para uma melhor compreensão da maneira como os estudantes aprendem e como os professores interagem com estes alunos levando em consideração seus próprios estilos.

Esses estudos possibilitaram a classificação e identificação das preferências instrucionais dos estudantes, como Os estilos de aprendizagem de Kolb (1984), Teoria dos tipos psicológicos de Carl Jung (1991) e o Modelo de estilos de aprendizagem de Felder e Silverman.

O modelo Felder e Silverman (1988) é baseado em outros trabalhos, como o modelo Myers-Briggs (MURAD, 2004), o modelo de Dunn e Dunn (1978), o modelo deKolb (1984) e a Teoria dos tipos psicológicos de Carl Jung (JUNG, 1991). A opção feitanesta pesquisa foi pelo modelo Felder e Silverman por se tratar de um modelo que, além de identificar as preferências de aprendizagem, apresenta suas características fundamentais e sugestões práticas que auxiliarão na construção de estratégias de ensino de funções, objeto de estudo desta pesquisa.

Modelo Felder e Silverman dos Estilos de Aprendizagem

Richard Felder, professor do curso de Engenharia Química da Universidade do Estado da Carolina do Norte (EUA), inquieto com as dificuldades de aprendizado dos estudantes nas séries iniciais do curso de engenharia, que provocavam reprovações e evasão dos alunos do curso, deu início a uma pesquisa para encontrar soluções para esseproblema. Para isso, aliou-se à Dra. Linda Silverman, com vasta experiência em psicologia educacional, e elaboraram um modelo de Estilos de Aprendizagem.

O modelo Felder e Silverman (1998) é composto de quatro dimensões, que representam as etapas da aprendizagem. Em cada uma dessas etapas, o aluno tende a umpolo. Ficam contempladas no instrumento as seguintes dimensões:

- Sensorial ou intuitivo – Percepção; Visual ou verbal – Entrada; Ativo ou reflexivo – Processamento; Sequencial ou global – Compreensão.

A seguir (Quadro 1), elencamos algumas características das Dimensões dos Estilos de Aprendizagem segundo o modelo Felder e Silverman.

Quadro 1.

Características dos Estilos de Aprendizagem

Sensoriais: concretos, práticos, orientados para fatos, seguem procedimentos bem definidos, detalhistas, memorizam com facilidade.	**Intuitivos**: conceituais, inovadores, teóricos, não gostam de repetição, compreendem rapidamente novos conceitos, trabalham bem com abstrações e fórmulas matemáticas.
Verbal: lembram melhor do que ouvem, por isso preferem receber a informação por meio da exposição do conteúdo.	**Visual**: lembram melhor do que veem, por isso na obtenção da informação preferem diagramas e gráficos.
Sequencial: razoavelmente ordenado e linear, aprendem melhor das partes para o todo.	**Global**: olham o todo, aprendem em grandes saltos.
Ativos: preferem aprender ensinando e trabalhando em grupo.	**Reflexivos**: preferem aprender meditando e trabalhando sozinho.

Para avaliar essas dimensões, Felder e Soloman (1997) criaram, com base no modelo Felder e Silverman, um questionário com o intuito de classificar os estilos de aprendizagem dos alunos dentro das quatro dimensões propostas: o ILS *(Index of Learning Styles*). O ILS é composto de 44 questões objetivas, divididas em 11 perguntaspara cada dimensão. Cada questão apresenta duas alternativas, a ou b, indicando o estilo.

Metodologia de Pesquisa

Esta pesquisa é classificada como uma análise bibliométrica, desenvolvida quando se tem o objetivo de conhecer e analisar as principais contribuições teóricas sobreum determinado tema ou assunto (LAKATOS; MARCONI, 1991), sendo necessário, paraisso, quantificar a produção científica e sua disseminação.

A bibliometria tem papel fundamental na análise da produção científica de um país, uma vez que seus indicadores podem demostrar o comportamento desenvolvido emuma determinada área do conhecimento. O conjunto de dados desta pesquisa foi realizadono banco de dados *on-line* da Web of Science (WoS), por se tratar de um mecanismo de pesquisa extremamente relevante para fornecer dados de publicações e citações decategorias para avaliação.

O primeiro passo desta pesquisa foi definir o conjunto de termos relacionados aoassunto central "Estilos de Aprendizagem". As expressões de busca consistiram em aplicar esse termo ao "Tópico" que busca publicações por meio de busca nos títulos de artigos, resumos, palavras-chave do autor e palavras-chave atribuídas pela WoS, chamadade "Keywords Plus".

Delimitamos o tema para análise dos resumos. Procuramos publicações que abordassem estratégias de ensino e o modelo Felder e Silverman. A aplicação deoperadores booleanos e aspas foi o fator-chave para a seleção do conjunto final de dados.A busca analisou os títulos das publicações no período de 2016 e 2021. Encontramos 1177 artigos. Por meio do refinamento da busca e leitura dos resumos, selecionamosaqueles que abordavam o tema dentro do campo definido.

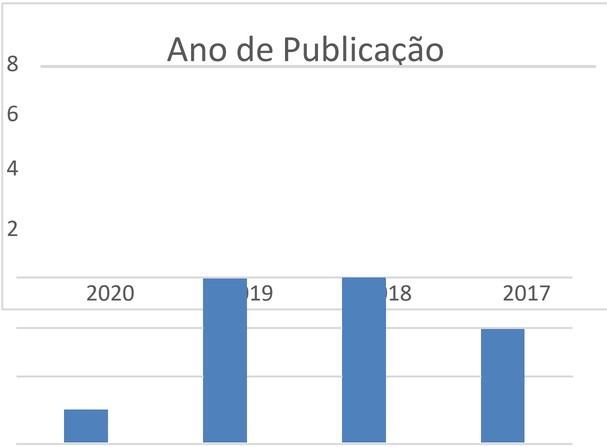
Seguindo essa metodologia, a quantidade de trabalhos foi amplamente reduzida, para 17 artigos. Após a leitura dos 17 artigos, foi possível perceber que nenhum trabalhoversava sobre a relação entre "Estilos de Aprendizagem" e "Estratégias de Ensino para funções", apenas dois trabalhos falavam sobre Estilos de Aprendizagem e Educação Matemática, e o único trabalho que falava sobre o conceito de Estratégias de Ensino era voltado à orientação educacional.

Resultados e discussões

A análise bibliométrica iniciou-se no mapeamento da produção anual de artigos sobre o tema e constatou que 12 artigos foram publicados nos anos de 2018 e 2019 e quea publicação manteve-se baixa ao longo do tempo, com apenas um artigo publicado no ano de 2020, conforme Figura 1.

Figura 1.

Artigos relacionados ao tema publicados por ano

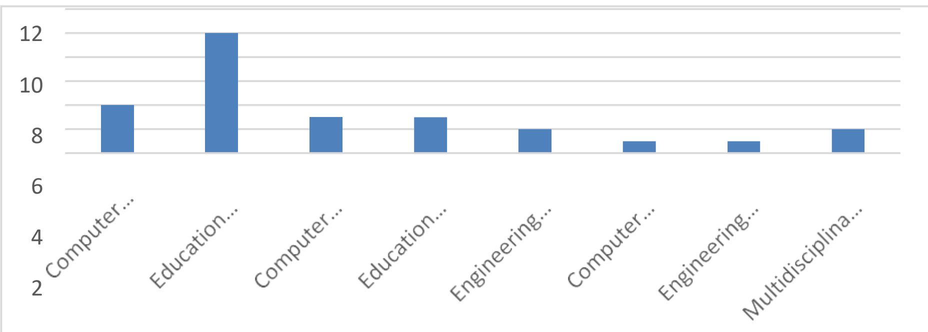


Os dados mostram que o tema *Estilos de Aprendizagem* no campo do *Ensino de Funções em Matemática* é pouco explorado. Porém, acreditamos que as discussões sobreos Estilos de Aprendizagem permitam o aprimoramento de técnicas pedagógicas para disseminação de conhecimentos aos alunos, fato crucial na formação e atuação profissional.

Com relação às categorias da WoS, ficam contempladas conforme Figura 2.

Figura 2.

Categorias da Web of Science



As categorias da WoS compreendem aproximadamente 250 áreas temáticas em ciências, ciências sociais e artes e humanidades. A seleção dessas categorias nos permitefazer comparações com áreas específicas. Aqui é possível perceber que a categoria que tem a maior quantidade de artigos é *Educação & Pesquisa Educacional*, com 10 artigos,seguida de *Métodos da Teoria da Informática*, com 4 artigos, *Inteligência Artificial em Ciência da Computação* e

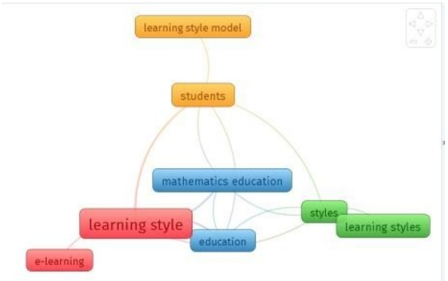
Educação Disciplinas em Científicas, com 3 artigos cada uma,*Engenharia Elétrica e Eletrônica* e *Ciências Multidisciplinares*, com 2 artigos cada uma,e, por fim, *Sistemas de Informação e Ciência da Computação* e *Engenharia Multidisciplinar*, com 1 artigo cada categoria.

Esses resultados são relevantes porque evidenciam a interdisciplinaridade que a temática tem, revelando também que determinadas áreas do conhecimento têm familiaridade com determinados termos.

Foram identificadas 96 palavras-chave nos 17 artigos, das quais foram descartadas88 por terem sido mencionadas apenas uma vez, restando um total de 8 palavras que foram mencionadas no mínimo duas vezes, como mostra a Figura 3.

Figura 3.

Palavras-chave (all keywords)



Devido à baixa quantidade de artigos sobre a temática estudada, não foram encontradas muitas palavras-chave. Portanto, para elaboração da Figura 3, foram utilizadas todas as palavras-chave encontradas nos artigos.

Representação de Função usando o modelo Felder e Silverman como estratégia didática

Se uma função puder ser representada de diferentes formas, de maneira que contemple os estilos de aprendizagem dos alunos, facilitará seu entendimento. Transitar entre uma representação e outra também é importante para obter um entendimento adicional da função e desenvolver os estilos menos favorecidos.

É possível representar uma função de quatro maneiras:

- Verbal: descrevendo-a com palavras; Sugestão trabalhar a Dimensão Entrada, osverbais; aqui também podem entrar os Globais e Reflexivos das Dimensões Compreensão e Processamento respectivamente;

- Numérica: por intermédio de uma tabela de valores. Sugestão trabalhar as Dimensões Processamento (Ativos) e Compreensão (Sequenciais);
- Visual: por meio de gráfico; Sugestão trabalhar Dimensão Entrada (Visuais) e Percepção (Sensorial);
- Algébrica: utilizando-se fórmula de maneira explícita; Sugestão trabalhar a Dimensão Percepção para os Sensoriais, que aprendem fazendo, e para os Intuitivos, que são mais teóricos.

Porém, de forma inconsciente a prática docente tradicional beneficia somente alguns estilos de aprendizagem, normalmente os estilos reflexivo, intuitivo, verbal e sequencial, limitando a aprendizagem dos demais. Os professores conseguiriam oferecer boas oportunidades de aprendizagem significativa se conseguissem, por meio dos diferentes estilos, criar um projeto de atividades e materiais de apoio suficientes para que todos pudessem aproximar-se do conhecimento com segurança e confiança, tanto utilizando seus estilos predominantes e dominantes como estilos de menor domínio.

Por essa razão elaboramos o Quadro 2, que mostra algumas estratégias de ensino aprendizagem que podem ser utilizadas no conteúdo de Funções da disciplina de CálculoI de forma global para ajudar o professor a adequar sua estratégia de ensino de acordo com estilos de aprendizagem de Felder e Silverman.

Quadro 2.

Relação entre estratégias de ensino-aprendizagem e seu uso estratégico e os estilos de aprendizagem (adaptado de MARCOS SALAS et al., 2021)

Estratégia	Consiste em	Uso estratégico	Estilos Relacionados
Aula expositiva	Exposição lógica que o professor realiza sobre o conteúdo,	• Informações-chave de compreensão; • Organização; • Hierarquização; • Representação visual; • Discriminação e valorização.	Sensorial, Verbal, Reflexivo e Sequencial/Global.
Mapa conceitual / mental	Representação esquemática de conceitos de uma disciplina, tendo em consideração os níveis de abstração.		Intuitivo, Visual, Ativo / Reflexivo e Sequencial.
Aprendizagem baseada em problemas	Planejamento e solução de problemas abertos, situando o aluno em um contexto real.	• Planificação; • Investigação; • Descobrimento; • Observação; • Elaboração de hipóteses; • Busca de informação; • Registro sistemático; • Análise crítica; • Interpretação de resultados; • Aplicação do conteúdo; • Redação de conclusões; • Análise; • Interpretação do pensamento divergente.	Intuitivo, Verbal, Ativo e Global.
Aulas práticas, oficinas	Atividades de aplicação dos conhecimentos e situações concretas de aquisição de habilidades básicas e procedimentais.		Sensorial, Visual, Ativo e Sequencial.
Maquetes / modelos 3D	Representação em escala de um processo, fenômeno ou objeto.		Sensorial, Visual, Ativo e Sequencial.
Estudo de caso	Descrição de uma situação (real ou hipotética) na qual se utilizam diversas variáveis e que são suscetíveis de ser analisadas.		Intuitivo, Verbal, Reflexivo e Global.

Nossa proposta aqui foi sugerir algumas estratégias para o conteúdo de função que se enquadre nas dimensões do modelo Felder e Silverman.

Considerações Finais

Na pesquisa, tivemos a intenção de mostrar caminhos para que novos modos de pensar as aulas de matemática do ensino superior sejam discutidos, destacando a importância de valorizar o conhecimento dos estilos de aprendizagem dos alunos, bem como incentivando-os a conhecê-los e validá-los.

Há uma urgente necessidade de que programas de ensino voltem o olhar para o uso de estratégias de aprendizagem. É fundamental que elas sejam incorporadas ao currículo, inseridas no modo de ensinar do professor e no conteúdo da disciplina, ou promovidas de forma extracurricular pela própria IE.

Após análise do levantamento bibliográfico, pode-se afirmar que ainda há espaçopara mais investigações sobre o Modelo Felder e Silverman dos Estilos de Aprendizagem na Educação Matemática e em conteúdos específicos. Se confrontarmos os dados da pesquisa com a crescente expansão do ensino, é possível perceber a necessidade da ampliação dessas investigações em toda a comunidade acadêmica.

Acreditamos que a proposta aqui apresentada atenda a essas necessidades e poderá contribuir efetivamente para a apropriação do saber matemáticos pelos alunos. Essa crença pode ser fundamentada nas escolhas metodológicas e no modo como as estratégiasserão apresentadas pelo professor.

Referências

BORTOLI, M. F. **Análise de erros em matemática**: um estudo com alunos de ensino superior. 2011. 96 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Franciscana, Santa Maria, 2011.

BRASIL. Ministério da Educação. Disponível em: http://portal.mec.gov.br. Acesso em: 10 jul. 2021.

FELDER, R. M.; SILVERMAN, L. K. Learning and teaching styles in engineering education. **Journal of Engineering Education**, v. 7, n. 78, p. 674-681, 1988.

FELDER, R. M.; SOLOMAN, B. A. **Index of learning styles questionnaire**. Raleigh:North Carolina State University, 1991.

JUNG, C. G. **Tipos Psicológicos**. Petrópolis: Vozes, 1991.

LAKATOS, E. M.; MARCONI, M. de A. **Metodologia científica**. São Paulo: Atlas,1991.

MARCOS SALAS, B, ALARCÓN MARTÍNEZ, V., SERRANO AMARILLA, N.,CUETOS REVUELTA, M.J., & MANZANAL MARTÍNEZ, A.I. Aplicación de los estilos de aprendizaje según el modelo de Felder y Silverman para el desarrollo de competencias clave en la práctica docente. **Tendencias Pedagógicas**, 37, pp. 104-120. doi: 10.15366/tp2021.37.009, 2021.

MURAD, C. R. R. O. **Descompasso entre estilo de ensino/aprendizagem e os objetivosdos alunos**. 2004. 100 f. Dissertação (Mestrado em Linguística Aplicada) – Instituto de Estudos de Linguagem, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2004.

SANTOS, M. E. K. L. **Parâmetros para avaliação de objetos virtuais de aprendizagem**. 2013. 190 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2013.

STEWART, J. **Cálculo 1**. Tradução de Helena Maria Ávila de Castro. 8. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2016. v. 14.

O uso de materiais manipuláveis no ensino da geometria

The use of manipulative materials in geometry teaching

El uso de materiales manipulativos en la enseñanza de la geometría

Melissa Cardoso Furtado Kisner[832]
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
orcid.org/0000-0002-4934-5048

Claudete Cargnin[833]
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
orcid.org/0000-0002-3067-1978

Antônio Carlos Buraneli Gomes[834]
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
orcid.org/0000-0003-1528-3093

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Processos de Ensino e Aprendizagem da Matemática em Diferentes Modalidades e Níveis Educacionais.

Resumo

Este artigo apresenta parte de uma dissertação de mestrado ainda em desenvolvimentoe relata uma tarefa realizada com dez alunos voluntários da segunda série do Ensino Médio de uma escola pública do interior do estado do Paraná. O objetivo é investigar quais as possíveis contribuições que a tarefa proposta, articulada com materiais manipuláveis, pode contribuir e possibilitar ao aluno a revisita de alguns conceitos geométricos básicos, especificamente os de arestas, vértices e faces de um poliedro. Através dos resultados foi possível identificar como a relação do material manipulávelcom os elementos do poliedro favoreceram a sua compreensão, assim como a construção das suas definições.

Palavras-chave: Ensino de Geometria, Visualização, Materiais Manipuláveis, Representação Semiótica.

[832] melissakisner@alunos.utfpr.edu.br
[833] cargnin@utfpr.edu.br
[834] antoniocbg@seed.pr.gov.br

Abstract

This article presents part of a master's thesis still in development, and in which the presenttext reports a task carried out with ten volunteer students from the second grade of high school at a public school in the interior of the state of Paraná. The objective is to investigate the possible contributions that the proposed task articulated with manipulablematerials can contribute and allow the student to revisit some basic geometric concepts, such as edges, vertices and faces of a polyhedron. Through the results, it was possible toidentify how the relationship between the manipulable material and the elements of the polyhedron favored its understanding, as well as the construction of its definitions.

Keywords: Teaching Geometry, Visualization, Manipulating Materials, Semiotic Representation.

Resumen

Este artículo presenta parte de una disertación de maestría aún en desarrollo, y en la que el presente texto relata una tarea realizada con diez alumnos voluntarios del segundo grado de enseñanza media de una escuela pública del interior del estado de Paraná. El objetivo es indagar en los posibles aportes que puede aportar la tarea propuesta articulada con materiales manipulables y que permita al estudiante repasar algunos conceptos geométricos básicos, como aristas, vértices y caras de un poliedro. A través de los resultados se pudo identificar cómo la relación entre el material manipulable y los elementos del poliedro favoreció su comprensión, así como la construcción de susdefiniciones.

Palabras clave: Enseñanza de la Geometría, Visualización, Manipulación de Materiales, Representación Semiótica.

Introdução

No decorrer de nossas experiências enquanto professores de matemática observamos as posturas dos alunos em sala de aula, suas facilidades e suas dificuldadesna disciplina, nesse sentido, angústias têm perseverado acerca da Geometria, em especial a Geometria Espacial, especificamente no Ensino Médio, em que o conteúdo é estudado com mais rigor e profundidade.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2018) que determina as competências, as habilidades e as aprendizagens essenciais que devem ser desenvolvidas em cada etapa da Educação Básica, ressalta que a Geometria não pode ser uma mera aplicação de fórmulas para cálculos de área e volume, nem de teoremas. Ela vai muito além disso, é um conjunto de conceitos e procedimentos que sãonecessários para resolver problemas em diversas situações, tanto dentro da matemáticacomo também em diferentes áreas.

Este texto discute uma das doze tarefas de uma sequência didática (SD) que foi desenvolvida e aplicada no âmbito do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática. Discorre-se sobre as possíveis contribuições que tarefas matemáticas articuladas com materiais manipuláveis podem trazer para o desenvolvimento dahabilidade da visualização de figuras geométricas tridimensionais em sua representaçãobidimensional, tendo a Teoria de Registro de Representação Semiótica como fundamentação teórica.

O uso do Material Manipulável (MM) trabalhado de forma bem planejada e contextualizada, na teoria, pode contribuir significativamente para a aprendizagem de Geometria e, em especial, no desenvolvimento visual dos alunos. Muitos pesquisadores defendem o seu uso como um recurso de ensino e de aprendizagem, assim como a BNCC(2018) quando ressalta que o trabalho com recursos didáticos tem um papel essencial para a compreensão e utilização das noções matemáticas.

Destacamos neste momento os autores Kaleff (2006), Passos (2006), Santos e Sobrinho (2016) e Lorenzato (2006), que ressaltam o uso do MM, principalmente para aaprendizagem da Geometria. Os autores defendem a importância do trabalho planejado com o MM, de forma que a relação do estudante com o recurso, por meio de uma ação pedagógica por parte do professor, poderá fazer o estudante refletir, conjecturar soluções, fazer novas perguntas, descobrir estruturas, verificar hipóteses e o levar a construção de novos conhecimentos, além de favorecer a organização do raciocínio, da descoberta e daconstrução do conhecimento matemático.

Encaminhamentos Metodológicos

A metodologia de pesquisa adotada foi a Engenharia Didática, que tem como premissa que uma investigação baseada em trabalhos didáticos precisa estar a todo momento em duplo movimento entre a teoria (no nosso caso, a Teoria de RepresentaçãoSemiótica) e a validação experimental.

Essa metodologia se caracteriza por meio de um esquema experimental baseado nas realizações didáticas em sala de aula, tendo início com a concepção, desenvolvendo-se a partir da realização e observação, sendo concluída com a confrontação das análises *a priori* e *a posteriori* para uma validação interna, conforme Artigue (1988).

Os elementos das análises preliminares, apoiados no referencial teórico, possibilitaram o direcionamento para a construção das tarefas da SD. Essa construção teve início por meio de pesquisas em diferentes livros para buscar tarefas que despertassem no estudante o interesse em resolvê-las, possibilitando também o desenvolvimento da habilidade da visualização, assim como a utilização de MM para a sua resolução. Nesse sentido, entrelaçado com a experiência de sala de aula da professora-pesquisadora, a SD foi tomando forma.

A aplicação da SD foi realizada em contraturno com dez alunos da segunda sériedo Ensino Médio de uma escola pública do interior do Estado do Paraná, na qual a primeira autora deste artigo é a professora de matemática da turma. Os estudantes foramdivididos em duplas, aqui identificadas como duplas 1, 2, 3, 4 e 5 e a tarefa foi aplicada no 2º encontro, utilizando o período de uma hora. O quadro 1 apresenta a tarefa aplicadada SD.

Quadro 1.

Tarefa 1. Fonte: SD aplicada

TAREFA 1: MÃO NA MASSA

Com os materiais que serão utilizados em mãos: régua, cola, tesoura, papel cartão colorido, palitos de churrasco e massa de modelar, realize as etapas abaixo:

1ª etapa: Cada dupla deve construir dois poliedros (um prisma e uma pirâmide) utilizando apenas palitos e massa de modelar;

2ª etapa: Utilizando os outros materiais (papel cartão, tesoura, régua e cola), construa as superfícies de cada poliedro já construído;

3ª etapa: Cole cada superfície nos poliedros que foram construídos.

Faça a representação de cada um dos p oliedros que você construiu no espaço abaixo:

Representação 1	**Representação 2**
____________________ (nome do prisma)	____________________ (nome da pirâmide)

Os poliedros são formados por três elementos: arestas, vértices e faces, associe cada um desses elementos com os seguintes materiais utilizados nas construções: massa de modelar, papel cartão e palitos, completando as afirmações abaixo:

Para o elemento da aresta foi utilizado____________________na construção

Para o elemento do vértice foi utilizado____________________na construção

Para o elemento da face foi utilizado____________________na construção

Observe a função da massa de modelar, do papel cartão e do palito na estrutura da construção e, após a análise, escreva como você definiria cada um desses elementos do poliedro para alguém que não tem esse conhecimento.

Arestas:____

Faces:____

Vértices:____

Essa tarefa foi pensada com o objetivo de possibilitar ao aluno a revisita aos conceitos de arestas, vértices e faces, os quais abrangem conceitos geométricos básicos importantes para o desenvolvimento das tarefas posteriores da SD. No Brasil, em geral, esses conceitos são trabalhados no 6º ano do Ensino Fundamental e retomados no aprofundamento do estudo da Geometria Espacial no Ensino Médio. Os resultados da aplicação dessa tarefa são apresentados e discutidos na próxima seção.

Apresentação e discussão dos resultados

Para Duval (1988), ao se deparar com um problema dentro da geometria, o estudante precisa trabalhar com as apreensões para se obter uma percepção visual. Segundo o autor, são quatro tipos de apreensões de uma figura: perceptiva, operatória, discursiva e sequencial. A apreensão perceptiva, de forma automática, levará o aluno a visualizar o sólido como um todo, nesse sentido, a tarefa em questão tem o objetivo de oportunizar um olhar diferenciado para o objeto, voltado às suas dimensões inferiores.

A percepção enfatiza de forma automática sobre as dimensões maiores que a figura apresenta e é importante estimular um olhar às dimensões inferiores, faces (2D), arestas (1D) e vértices (0D), para as quais é necessário que se observe de forma especialas unidades figurais de dimensões inferiores, que Duval (2001) chama de desconstrução dimensional, pois segundo o autor, esse olhar exige um salto cognitivo na forma de ver afigura e se faz necessário nas atividades de Geometria.

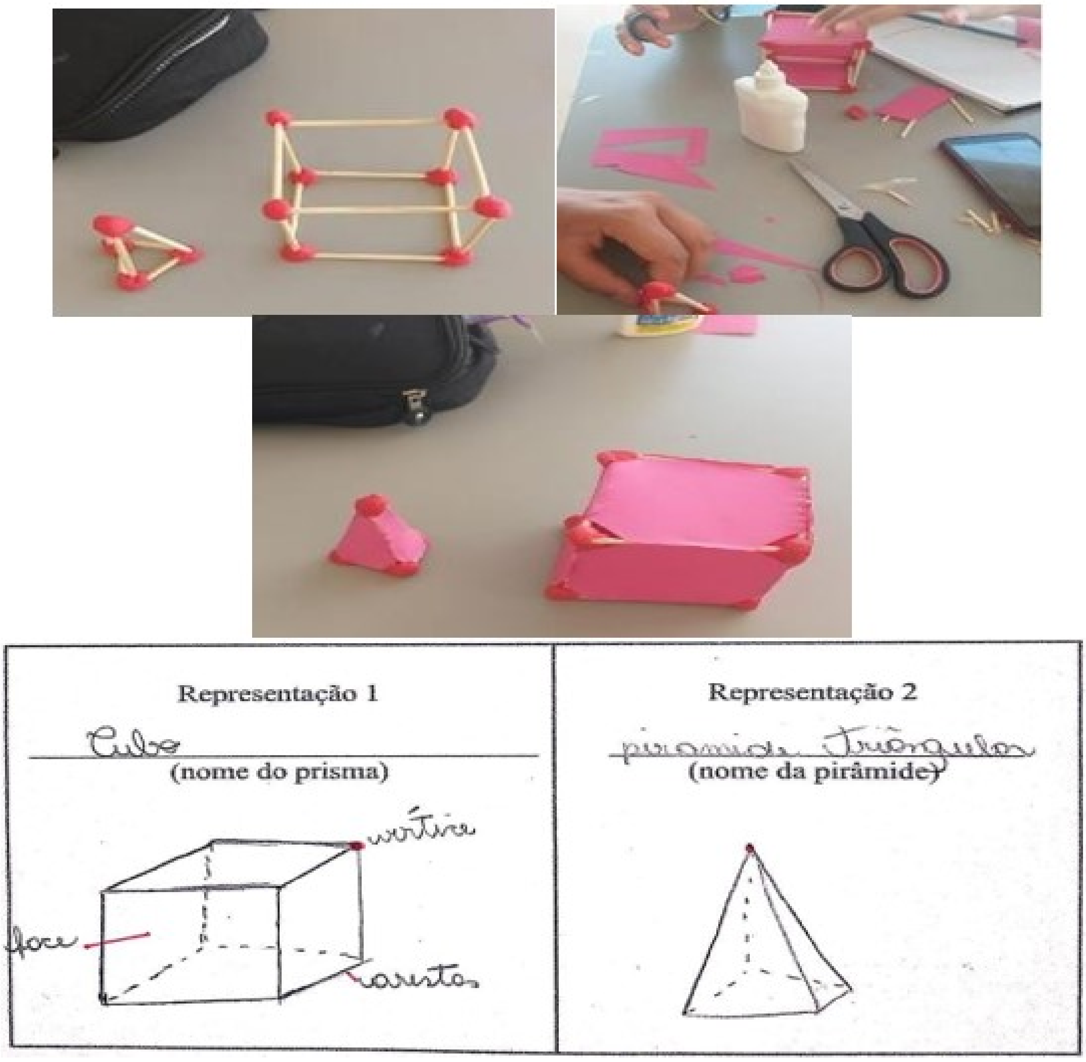
A massa de modelar para a construção dos vértices (0D), os palitos para a construção das arestas (1D) e o papel cartão para a composição das dimensões planificadas da superfície das figuras (2D) irão compor os poliedros (3D). Nesse processo, o aluno precisou olhar as diferentes faces, arestas e vértices para a construção do poliedro, pois para concluí-la os componentes em dimensões inferiores não podem serdesprezados.

Os estudantes escolheram um prisma e uma pirâmide para realizarem a construçãoe, na sequência, fizeram a sua representação figural e não apresentaram nenhuma dificuldade em ambas as propostas, mas destaca-se que alguns alunos apresentaram maishabilidades que outros em recorte, colagem e montagem. Com isso, confirma o que ressalta Walle (2009), que talvez um dos maiores desafios para os professores seja atingir todos os alunos devido à grande diversidade e a variedade de habilidades em uma sala deaula. A Figura 1 traz a construção dos sólidos e a representação figural da dupla 2.

Figura 1.

Construção dos sólidos e representação figural da dupla

(dados da pesquisa)



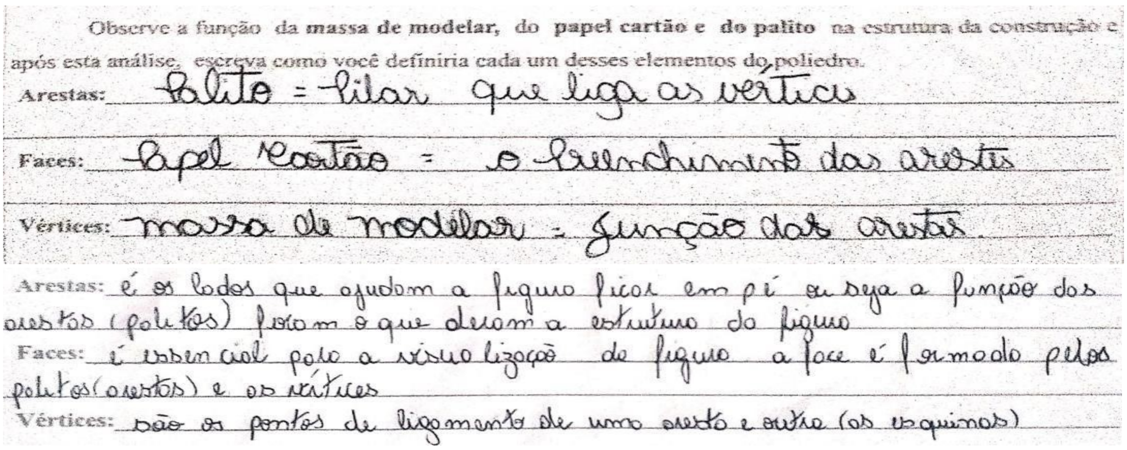
As representações figurais de todas as duplas apresentaram as características de uma representação tridimensional (comprimento, largura e altura), como mostra a figura1, quatro duplas representaram as arestas não visíveis na forma pontilhada, demonstrando assim que perante a visualização de um objeto tridimensional, arestas que compõem o sólido podem não estar visíveis, mas é importante que elas apareçam na representação bidimensional e em forma de pontilhado para que sejam identificadas, sendo possível nesses registros verificar a compreensão desses alunos quanto a tridimensionalidade de um objeto. Duval (2003) ressalta a importância de se trabalhar as diferentes representações semióticas de um objeto, para compreender e considerar os diversos conteúdos que elas apresentam acerca do mesmo objeto matemático.

Esse momento da tarefa oportunizou a representação do objeto tridimensional em diagrama bidimensional. Compreender a sua visualização nesse diagrama e considerar as diferentes representações que existem do mesmo objeto é muito importante para a aprendizagem na Geometria, pois de acordo com Duval (2011), as dificuldades apresentadas pelos alunos na aprendizagem matemática podem não estar associadas ao puro domínio dos conteúdos matemáticos, mas à diversidade dessas representações e suas possíveis transformações.

Com a primeira parte da tarefa 1 finalizada (construção dos poliedros e a sua representação), a Figura 2 retrata as respostas de alguns alunos em relação à sequênciada tarefa, que envolvia os conceitos de arestas, vértices e faces.

Figura 2.

Registros das duplas 4 e 5 respectivamente (dados da pesquisa)


Observe a função da **massa de modelar**, do **papel cartão** e **do palito** na estrutura da construção e após esta análise, escreva como você definiria cada um desses elementos do poliedro.

Arestas: Palito = pilar que liga as vértices

Faces: papel cartão = o preenchimento das arestas

Vértices: massa de modelar = junção das arestas.

Arestas: é os lados que ajudam a figura ficar em pé ou seja a função das arestas (palitos) foram o que deram a estrutura da figura

Faces: é essencial para a visualização da figura a face é formada pelos palitos (arestas) e os vértices

Vértices: são os pontos de ligamento de uma aresta e outra (as esquinas)

Os registros apresentados pelos alunos possibilitaram identificar como a relação do material com os elementos favoreceu a construção das definições. Mesmo utilizando uma linguagem natural não formal, foi possível verificar a compreensão dos alunos emrelação a função de cada elemento que forma a composição de um poliedro. Segundo Fanelli (2013, p. 38),

> “à medida que o estudante tem a possibilidade de visualizar melhor os objetos a serem estudados na geometria espacial, então os conceitos e propriedades relativas a esses objetos são assimilados de forma mais natural, e finalmente o processo de aprendizagem da geometria espacial torna-se mais investigativo, dinâmico e produtivo.”

As resoluções retratam a construção dos conhecimentos formada pelos alunos emrelação a esses elementos. O registro da dupla 5 se mostrou mais detalhado em suas definições em relação a dupla 4, mesclando notações formais como “arestas e vértices” enão formais como “esquinas”. Um registro como esse é uma ótima oportunidade para o professor relacionar as palavras do cotidiano do aluno com os termos formais utilizados na matemática, favorecendo assim, a sua compreensão quanto aos conceitos matemáticos.Duval (2009, p. 54) destaca que “ao estimular os estudantes a produzir uma resposta, seja ela um texto ou um esquema, tem-se a mobilização simultânea entre a formação de representações semióticas e seu tratamento”.

Duval (2012) também afirma que para analisar uma construção geométrica, é necessário olhar as dimensões inferiores às da figura dada. Essa intencionalidade está destacada na tarefa quando ela solicita que o aluno observe a função dos materiais utilizados (massa de modelar, papel cartão e palito) na estrutura da construção, levando-o a direcionar o seu olhar às dimensões inferiores do poliedro (faces, arestas e vértices).

Conclusões

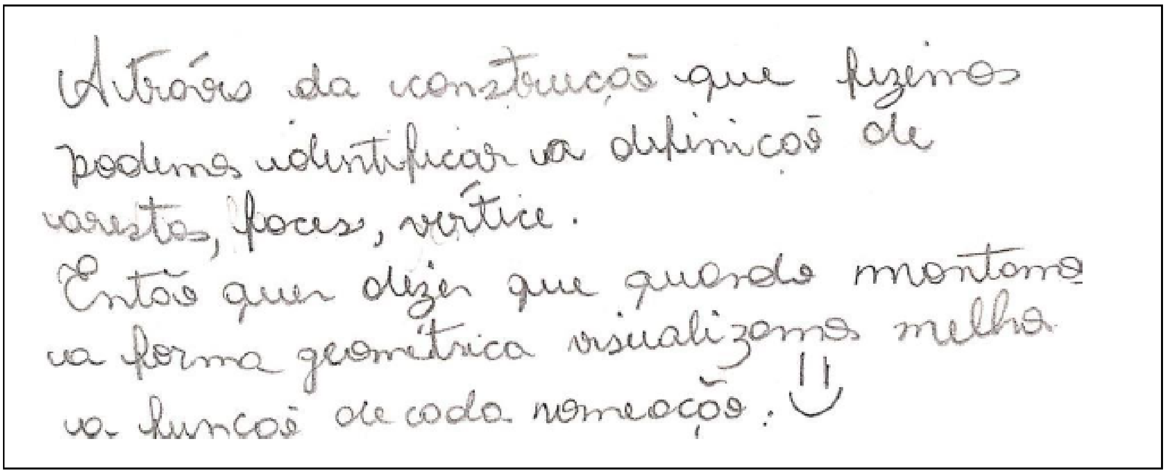
A pesquisa ainda se encontra em desenvolvimento, mas a visualização, manipulação e identificação dos elementos dos poliedros por meio dos materiaismanipuláveis, conforme a tarefa requisitava, favoreceram a organização dos conceitosgeométricos pelos alunos, que poderiam ter esquecido.

Mesmo na segunda série do Ensino Médio alguns estudantes precisam ainda recorrer ao material manipulável para compreender algumas representações semióticas usadas em geometria. Isso confirma o que ressalta Santos e Sobrinho (2016) quando destacam a importância de materiais manipuláveis no processo de ensino e aprendizagem, que por meio de uma ação metodológica garante a organização do raciocínio, a descoberta e a construção do conhecimento matemático.

De modo geral, mesmo com um registro não formal, ficou evidente que a manipulação desses materiais favoreceu de forma significativa a produção escrita dos alunos quanto a função de cada elemento do poliedro, pois a professora/pesquisadora observou que os alunos, na medida que visualizavam e manipulavam os sólidos, formalizavam a sua escrita. Essa contribuição é destacada no registro da dupla 2, comomostra a Figura 3.

Figura 3.

Registro da dupla 2 (dados da pesquisa)


Através da construção que fizemos
podemos identificar a definição de
arestas, faces, vértice.
Então quer dizer que quando montamo
a forma geométrica visualizamos melho
a função de cada nomeação.

Mediante as observações do trabalho desenvolvido e a verificação dos dados coletados, identificamos a importância de tarefas articuladas com a manipulação de materiais manipuláveis para o desenvolvimento da visualização e de conceitos geométricos básicos, que muitas vezes são considerados pelo professor enquantoconteúdos já aceitos e entendidos pelos alunos, principalmente no Ensino Médio. Embora os conceitos geométricos não tenham sido aprofundados neste trabalho, ter favorecido o desenvolvimento da visualização por meio do uso desses materiais possibilitou aos alunos a utilização de diferentes registros (figural e língua natural), assim como um olhar especial a desconstrução dimensional. Foi notável a importância da tarefa analisada e o uso desse recurso para a contribuição do desenvolvimento da visualização, representação e raciocínio que, segundo Duval (2003), são os três tipos de processos cognitivos que abrangem a aprendizagem da geometria.

Referências

Artigue, M. “Ingénierie Didactique”. **Recherches en Didactique des Mathématiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, 1988, v. 9.3, 281-308.

Brasil. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília, 2018. Disponívelem: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf Acesso em : 07/08/21

Duval, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo dacompreensão em matemática. In: S. D. A. Machado (Org), **Aprendizagem emMatemática**: Registros de representação semiótica. Campinas, SP: Papirus, 2003. (Coleção Papirus Educação). Cap. 1, p. 11-33.

Duval, R. **Semiósis e Pensamento Humano: Registros Semióticos e aprendizagens intelectuais**. Trad. Lênia F. Levy; Marisa R. A. da Silveira. Livraria da Física, São Paulo, 2009.

Duval, R. **Ver e ensinar matemática de outra forma:** entrar no modo matemático depensar: os registros de representação semióticas. Org.: Tânia M. M. Campos. 1 ed. São Paulo: PROEM, 2011.

Duval, R. **Abordagem cognitiva de problemas de geometria em termos de congruência.** Trad. Méricles T. Moretti. REVEMAT, v.7, n.1, Florianópolis: UFSC/MTM/PPGECT, 2012. Disponível em : http://www.periodicos.ufsc.br/index.php/revemat. Acesso em: 15/06/22

Fanelli, L.P.R. **Alternativas para o Ensino da Geometria Espacial.** 2013. 39f. Dissertação (Programa de Mestrado Profissional em Matemática em RedeNacional PROFMAT) Fundação Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul.Dourados, 2013. Disponível em: https://sca.profmat-sbm.org.br/profmat_tcc.php?id1=194&id2=27529 Acesso em: 10/05/22

Kaleff, A. M. M. R. **Do fazer concreto ao desenho em geometria:** ações e atividades desenvolvidas no laboratório de ensino de geometria da Universidade Federal Fluminense. In: LORENZATO, Sérgio. Laboratório de Ensino de Matemáticana formação de professores. Campinas: Autores Associados, 2006. p. 113-134.

Lorenzato, Sérgio (org.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores.** 1ª. Ed. Campinas, SP: Autores Associados, p. 3-37, 2006 (Coleção Formação de Professores).

Passos, C. L. B. **Materiais manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de matemática.** In: LORENZATO, Sérgio. Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores. Campinas: AutoresAssociados, 2006. p. 77-92.

Santos, P. N.; Sobrinho, M. A. J. Materiais no âmbito do Ensino de Matemática: Contribuições para a Prática Pedagógica. **Revista FSA**, v. 13, n. 3, art.8, p. 144 161, maio/jun, 2016 - Teresina, 2016. Disponível em: http://www4.unifsa.com.br/revista/index.php/fsa/article/view/106Acesso:10/06/22

Walle, J. A. V. **Matemática no Ensino Fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

Processos de classificação geométrica em idades precoces: análise de oportunidades de aprendizagem em livros escolares chilenos

Geometric classification processes in early ages: analysis of learning opportunities in Chilean school books

Procesos geométricos de clasificación en las primeras edades: análisis de oportunidades de aprendizaje en textos escolares chilenos

Andrea Cáceres Guzmán[835]
Pontificia Universidad Católica de Chile
0000-0002-7184-0184

Francisco Rojas Sateler[836]
Pontificia Universidad Católica de Chile
0000-0002-0328-8156

Yuly Vanegas Muñoz[837]
Universitat de Lleida
0000-0002-8365-1460

Modalidad: Comunicación
Núcleo Temático: Procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en las diferentes modalidades y niveles educativos.

Resumo

Esta pesquisa é um estudo exploratório sobre quais são os processos geométricos presentes nas oportunidades de aprendizagem criadas para os livros didáticos chilenos do ensino inicial de Matemática, no qual foram revisadas um total de 1010 experiências orientadas ao desenvolvimento do Pensamento Geométrico, em 9 projetos. A análise das experiências relacionadas às figuras 2D foi realizada por meio de uma adaptação das trajetórias de aprendizagem, identificando indicadores para os cinco processos geométricos relacionados à forma, a partir dos quais se pode concluir que a classificação, como processo geométrico, está presente nos quatro níveis de escolaridade inicial, observando-se uma progressão entre os tratamentos desta. Por fim, a título de reflexão, levanta-se a necessidade de oportunidades de aprendizagem para abranger o desenvolvimento da classificação, permitindo a identificação evidente de uma transição entre os diferentes níveis de ensino.

Palabras clave: Pensamento geométrico, classificação, trajetória, transição.

[835] ancacerg@uc.cl
[836] frojass@uc.cl
[837] yuly.vanegas@udl.cat

Abstract

This research is an exploratory study on what are the geometric processes present in the learning opportunities created for Chilean textbooks of initial Mathematics education, in which a total of 1010 experiences oriented to the development of Geometric Thinking were reviewed, in 9 editorials projects. The analysis of the experiences related to the 2D figures was carried out through an adaptation of the learning trajectories, identifying indicators for the five geometric processes related to the form, from which it can be concluded that the classification, as a geometric process, is present in the four levels of initial schooling, observing a progression between the treatments of this. Finally, the need for learning opportunities to cover the development of the classification is raised, allowing the evident identification of a transition between the different educational levels.

Keywords: Geometric thinking, classification, trajectory, transition.

Resumen

Esta investigación, es un estudio exploratorio sobre cuáles son los procesos geométricos presentes en las oportunidades de aprendizaje creadas para libros de texto chilenos de educación Matemática inicial, en el que se revisaron un total de 1010 experiencias orientadas al desarrollo del Pensamiento Geométrico, en 9 proyectos editoriales. El análisis de las experiencias relacionadas con las figuras 2D se realizó por medio de una adaptación de las trayectorias de aprendizaje, identificando indicadores para los cinco procesos geométricos relacionados a la forma, del cual se puede concluir que la clasificación, como proceso geométrico, está presente en los cuatro niveles de escolaridad inicial, observándose una progresión entre los tratamientos de esta. Finalmente, a modo de reflexión, se plantea la necesidad de que las oportunidades de aprendizaje abarquen el desarrollo de la clasificación, permitiendo identificar de manera evidente, una transición entre los distintos niveles educativos.

Palabras clave: Pensamiento geométrico, clasificación, trayectoria, transición.

Introducción

La geometría puede promoverse desde edades tempranas, ya que permite la interacción con lo que nos rodea, estableciendo una relación directa y cercana para el desarrollo conceptual de la forma y el espacio, principalmente por medio de la manipulación y diversos tipos de expresiones (Arteaga y Macías, 2016). Si los niños y niñas llevan a la sala de clases sus experiencias cotidianas para el estudio de la geometría, la escuela tendrá la misión de ampliar la exploración, incentivar la investigación y promover la discusión de las formas y estructuras espaciales (NCTM, 2000).

El profesorado cuenta con más de una herramienta para enfrentar los tópicos escolares, siendo los libros de texto una de las más usadas. Así, los y las docentes debiesen ser capaces, como plantean Font y Godino (2006), de analizarlos críticamente y evaluar su pertinencia. En este sentido, un análisis crítico de los libros de texto ha de basarse en la revisión de experiencias sugeridas, explorando el propósito de enseñanza, su progresión y relación con otros niveles, las temáticas relacionadas, la cobertura curricular, entre otros aspectos.

De esta manera, cabe preguntarse entonces: ¿cuáles son los procesos geométricos presentes en las experiencias diseñadas para libros de texto en edades iniciales? Y en el sentido de la transición entre educación inicial y primaria, ¿se evidencia una trayectoria en los diferentes niveles?

Para dar respuesta a estas preguntas, se ha considerado la noción de trayectoria planteada por Clements y Sarama (2015), en la cual se propone que si los y las docentes comprenden el sentido natural del aprendizaje como un proceso pueden entonces elaborar secuencias de aprendizaje basadas en estos. Si se considera que la tarea o experiencia permite que niños y niñas aprendan ideas y desarrollen habilidades necesarias para alcanzar un determinado nivel de pensamiento, los libros de texto, dotados de estas experiencias, podrían hacer transitar al estudiante entre niveles cada vez más sofisticados, permitiendo desarrollar un proceso de pensamiento geométrico. Se han considerado como procesos geométricos aquellos señalados por los autores que evidencian el desarrollo de la forma: comparación, clasificación, partes, representación y composición y descomposición. Sobre la base de estos procesos se han analizado las imágenes de 9 proyectos editoriales chilenos, tanto públicos como privados.

Marco de referencia

Las decisiones tomadas respecto a la manera de enfrentar la educación matemática en la escolaridad impactan a lo largo de la vida y quienes la administran (comunidades, directivos y docentes) son los encargados de velar por su correcta proyección. En este sentido, dentro de los seis principios orientadores para abordar la matemática escolar planteados por el NCTM (2000), encontramos el currículum como un componente esencial. Cuando se habla de currículum, este no puede implicar un cúmulo de actividades y experiencias aisladas, sino que deben ser matemáticas importantes y articuladas entre los niveles de la escolaridad (NCTM, 2000). Si se habla de educación inicial, que corresponde a los niveles de infantil (pre-kínder y kínder) y primaria (1º y 2º básico), esta articulación puede aludir a la transición que implica la preparación de niños y niñas a la educación formal en el desarrollo de habilidades de adaptación y la estimulación de procesos vinculados en ambos ciclos (Tubach et al., 2016; Perry et al., 2015; Ahtola et al., 2015). La enseñanza y el aprendizaje en esta etapa educativa, que en conjunto aluden al conocimiento de lo que los y las estudiantes saben y lo que deben aprender para fomentar una construcción activa, basada en los conocimientos previos (NCTM, 2000), requiere de una atención especial ya que el éxito a largo plazo, está centrado en las experiencias en los primeros años (Clements y Sarama, 2015). En relación con lo anterior, estos autores proponen trayectorias de aprendizaje que se llevan a cabo por medio de la creación de experiencias relacionadas con los procesos naturales, que pueden ser instruccionales o parte de los niveles de pensamiento de una ruta y deben responder a una meta matemática. En relación con las trayectorias, los autores plantean que las metas que se planteen deben dar respuesta a las grandes ideas matemáticas, agrupando habilidades y conceptos y estas a su vez, ser pensadas en ruta, por lo que hay una trayectoria cada vez más compleja que permita dar cuenta de esa meta, por medio de tareas instructivas, que corresponderán a las experiencias que niños y niñas realizarán, permitiéndoles acceder a ese concepto y habilidad.

Clements y Sarama (2015) han propuesto una serie de trayectorias para las grandes ideas matemáticas. Para efecto de este estudio, solo se considerarán las trayectorias propuestas para parte de la unidad temática Formas: figuras 2D. A partir de esta trayectoria, y considerando que estas serán utilizadas para experiencias creadas en libros de texto, se plantearán indicadores que den cuenta de la integración de cada uno de los procesos geométricos que considera esta idea matemática.

Metodología

Para este estudio, se han revisado libros de texto de pre-kínder a 2º básico (4 a 8 años) de 9 proyectos editoriales chilenos, de los cuales 5 corresponden a los distribuidos de manera gratuita por el Ministerio de Educación a las escuelas públicas y particulares subvencionadas del país y 4 de ellos al sector editorial privado. De estos proyectos, solo se han seleccionado las experiencias relacionadas con el desarrollo del pensamiento geométrico, abarcando las nociones de orientación, formas y medida, en los insumos creados para el estudiantado.

El análisis de los libros de texto, se realizó por medio de una adaptación de la metodología de análisis propuesta por Cobo (2016) a partir de las ideas de Vásquez, Pincheira, y Díaz-Levicoy (2019), siguiendo seis pasos:

Paso 1: selección de las unidades temáticas y actividades de Pensamiento Geométrico.

Paso 2: generación de unidades de registro, lo que permitió analizar su contenido.

Paso 3: establecimiento de unidades de análisis o categorías, separando en temas globales las experiencias y estableciendo indicadores a partir de la adaptación de las Trayectorias de aprendizaje planteadas por Clements y Sarama (2015).

Paso 4: codificación de las unidades de registro a partir de las categorías establecidas.

Paso 5: selección de ejemplos según las categorías de análisis.

Paso 6: registro de los datos para su posterior análisis.

Las experiencias seleccionadas que desarrollan el Pensamiento Geométrico, corresponden a diferentes unidades temáticas y, por lo tanto, se han agrupado en tres grandes ideas: Forma, Medida y Orientación. A partir de esta distinción, se generaron un total de 1010 unidades de registro en relación al Pensamiento Geométrico, que fueron codificadas en su totalidad (ver Tabla 1).

Tabla 1.

Cantidad de experiencias según unidades temáticas.

Unidad Temática		Tipo de distribución		Total general
		Privado	**Público**	
Forma	Figuras 2D	97	97	194
	Figuras 3D	75	69	144
	Líneas	31	21	52
	Relaciones	46	19	65
Medida	Medida de longitud	116	75	191
	Medida de tiempo	30	39	69
	Otras medidas	12	0	12
Orientación	Orientación espacial	126	15	141
	Orientación temporal	119	23	142
Total general		**652**	**358**	**1010**

Como se puede observar, las experiencias relacionadas con Forma, se concentran en mayor medida en Figuras 2D.

Análisis

Para esta primera aproximación de análisis, se ha considerado la unidad temática Figuras 2D dada la mayor presencia de experiencias en libros de texto, con un total de 194 unidades de registro. Cada una de estas unidades de registro, se han codificado a partir de 5 categorías que responden a Procesos Geométricos que se han establecido a partir de la adaptación de las trayectorias de aprendizaje de la forma, planteadas por Clements y Sarama (2015) los que han sido desglosados en indicadores observables. (ver Imagen 1)

Comparación: orientada a establecer relaciones entre criterios.

Clasificación: relacionada con el reconocimiento de nombres, atributos y componentes de figuras 2D que les permitirá clasificar, estableciendo clases.

Partes: orientada a la identificación de los componentes de una figura 2D, como lados y/o ángulos, permitiendo la descripción y su reconocimiento progresivo.

Representación: relacionada con el diseño de una forma 2D por medio de dibujo, esquema, materiales manipulativos.

Composición y descomposición: orientada a reconocer una figura en partes constitutivas.

Imagen 1. *Procesos geométricos y sus indicadores*

Procesos geométricos	Indicador	Código
Comparación	Comparar objetos presentes en la realidad.	COM01
	Comparar dos figuras de igual y diferente forma, tamaño y orientación.	COM02
	Comparar más de dos figuras de igual y diferente forma, tamaño y orientación.	COM03
	Comparar combinaciones de figuras.	COM04
	Comparar figuras por igualación de atributos, por ejemplo, por superposición.	COM05
	Determinar congruencia por medio de propiedades geométricas y transformaciones.	COM06
Clasificación	Clasificar círculos, cuadrados, triángulos y rectángulos.	CLA01
	Clasificar ejemplares de hexágonos, rombos y trapecios.	CLA02
	Distinguir entre paralelogramos y/o cuadrilátero y rectángulo.	CLA03
	Clasificar formas a partir de sus componentes.	CLA04
	Clasificar formas indicando o estableciendo clases.	CLA05
	Clasificar formas estableciendo clases y explicitando sus propiedades.	CLA06
Partes	Construir partes de figuras con material concreto.	PAR01
	Identificar ángulos y/o lados de figuras y/o vértices.	PAR02
	Describir un ángulos y/o lados de figuras y/o vértices por medio de diferentes significados.	PAR03
Representación	Representar partes de figuras por medio de material concreto.	REP01
	Representar figuras a partir de sus partes CON O SIN material concreto.	REP02
	Representa, por medio de un dibujo, una figura (cuadrados, triángulos y rectángulos)	REP03
Composición y descomposición	Componer y descomponer figuras por medio de la manipulación.	CD01
	Componer y descomponer figuras con claves de ubicación de las figuras.	CD02
	Componer figuras con patrones evidentes, seleccionando las figuras que la componen y utilizando ángulos, longitud de lados y la rotación de las figuras.	CD03
	Componer y descomponer figuras con otras pequeñas y sustituir un grupo de figuras por una única.	CD04
	Construir figuras reconociendo la forma como única o como construcción con varias de ellas y continuar un patrón o duplicar la misma figura.	CD05
	Descomponer de manera flexible figuras.	CD06
	Construir una figura como unidad por medio de varias figuras y crear patrones o teselados con ella.	CD07

El gráfico 1 muestra los resultados de la codificación de las unidades de registro relacionadas con Figuras 2D, en la que se puede observar que, de forma global, en el conjunto de los registros de análisis de pre-kínder a 2º básico, hay presencia de cada uno de los Procesos Geométricos.

Dado que lo que se espera indagar es la presencia y evolución de estos procesos a lo largo de la educación inicial, se ha desagregado la información anterior, permitiendo observar lo que ocurre en cada uno de los niveles (ver Gráfico 2).

Gráfico 1.

Distribución de Procesos Geométricos

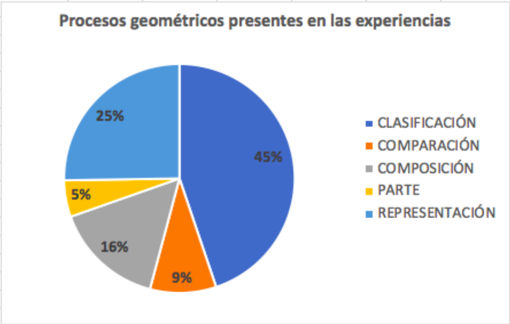
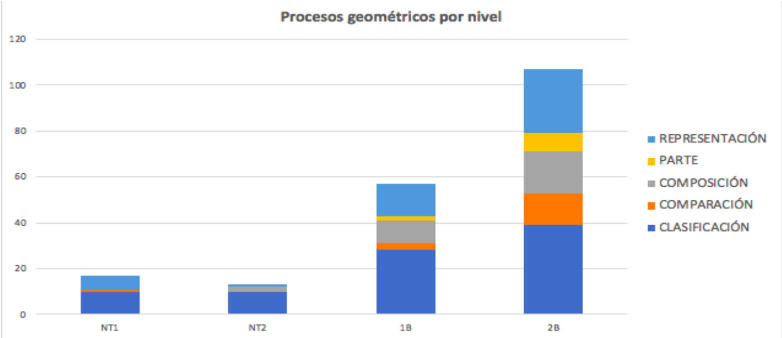


Gráfico 2.

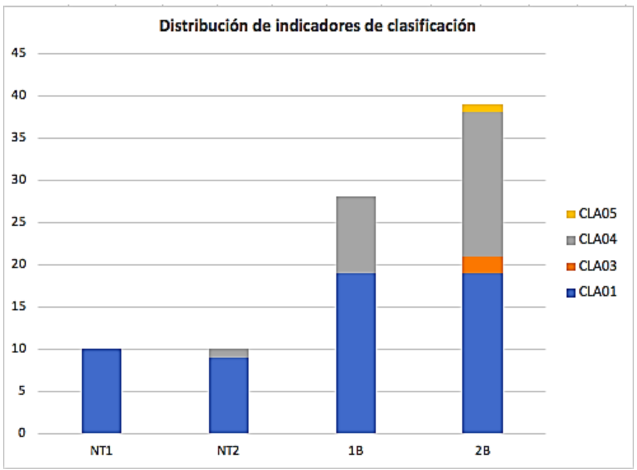
Distribución de procesos geométricos en las experiencias, por nivel.



Se puede observar que, si bien en el registro general estaban presentes los cinco procesos geométricos establecidos para el análisis de figuras 2D, esta distribución da cuenta de que solo los procesos de representación y clasificación están presentes en cada uno de los niveles, siendo el de clasificación el con mayor presencia. Dada esta mayor presencia en el proceso de clasificación, corresponde preguntarse qué indicadores están presentes en las experiencias de análisis. Al indagar en la distribución de la clasificación por nivel (ver Gráfico 3), se da cuenta de la presencia de cuatro de los seis indicadores que se han establecido para este proceso geométrico, en el que CLA01, que corresponde a clasificar círculos, cuadrados, triángulos y rectángulos, está presente en los cuatro niveles.

Gráfico 3.

Distribución de indicadores de clasificación, por nivel.

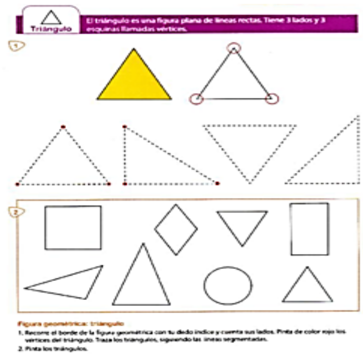


A partir de los ejemplos que plantean Clements y Sarama (2015) para la denominada sub-trayectoria de clasificación, se estableció que para CLA01: Clasificar círculos, cuadrados, triángulos y rectángulos, se espera que la experiencia (unidad de registro) permita que niños y niñas identifiquen cuadrados, rectángulos, círculos y triángulos, en figuras aisladas, o como parte de un grupo o de una figura compuesta, marcándolos por medio del coloreado, identificando la cantidad presente en la figura, nombrando cada figura, entre otras formas de identificación. Considerando que lo que se espera en este análisis es indagar en la evolución que de cuenta o no de una progresión entre los diferentes niveles educativos, es que se han seleccionado 4 unidades de registro, correspondiente cada una a un nivel, como se muestra en la Imagen 2.

Imagen 2.

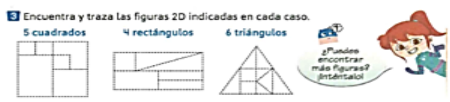
Unidades de registro por nivel.

Unidad de registro 1: Pre-kínder



Unidad de registro 2: Kínder

Unidad de registro 3: 1º básico



Unidad de registro 4: 2º básico

Como se puede observar, la unidad de registro 1, que corresponde al nivel Pre-kínder, muestra una experiencia en la cual se deben identificar, por medio del coloreado, tres figuras 2D: círculo, cuadrado y triángulo, presente en la vestimenta de dos personajes. Estas figuras muestran una estructura prototípica como ejemplo, manteniéndose en los personajes su orientación y homologando sus tamaños. En el caso de la unidad de registro 2, correspondiente al nivel Kínder, si bien presenta dos experiencias, estas corresponden a un conjunto en el cual la primera está orientada a presentar el triángulo, para luego identificarlo en un grupo de diferentes figuras 2D, por medio del coloreado. En ambas unidades de registro lo que se espera es la identificación de figuras específicas, dado un conjunto variado de formas, en la segunda se observa que, al momento de presentar el triángulo, este se hace con un prototipo o ejemplar, pero luego, a partir de un reconocimiento global de la forma, se espera que se identifique esta figura, cuya presencia es variada, distinta al prototipo, en orientación y tamaño.

Ya en los niveles de primaria, se puede observar en la unidad de registro 3, correspondiente a 1º básico, que se deben identificar figuras 2D por medio del coloreado, pero a diferencia de las experiencias de infantil, se señala el nombre de la figura a colorear, sin presentar un prototipo o ejemplar como guía y las figuras a identificar son variadas en tamaño y orientación. Finalmente, en la unidad de registro 4, correspondiente a 2º básico, la identificación de figuras 2D ya no es en un conjunto de formas distribuidas en un espacio, sino que es en una figura: cuadrado, rectángulo y/o triángulo, que está compuesta por variadas figuras 2D. Esta última unidad de registro permite indagar en varias posibilidades de respuesta, por lo que la cantidad de posibilidades supera la cantidad de figuras solicitadas a identificar.

Discusión y conclusión

A la luz de los resultados, queda discutir en relación con los aspectos fundamentales propuestos por Clements y Sarama (2015) respecto a las trayectorias de aprendizaje. La primera de ellas se relaciona con la importancia de dichas trayectorias, que para los autores permite a los profesores construir la matemática en los niños y permite que los niños desarrollen su pensamiento de forma natural (Clements y Sarama, 2015). La consideración entonces de trayectorias y la presencia de sus indicadores en la revisión de textos, permite reconocer que estas tareas han sido creadas para niños, ajustándose a sus edades. No obstante, si se considera que la trayectoria también está relacionada de manera horizontal entre los niveles educativos, cabe preguntarse cómo hacer presente cada uno de los procesos geométricos desde las edades iniciales, partiendo en el nivel pre-kínder, ya que si se cuenta con experiencias propias para estos niveles, se podrá saber específicamente en qué lugar del proceso (indicador) se encuentra un niño o niña o cuándo este proceso comienza a ser visible. En relación con esto, los autores indican que se sabrá si está en un lugar del proceso, cuando desarrolla ideas y habilidades propias de él, pudiendo observar comportamientos que varían entre los indicadores posteriores o anteriores.

Otro aspecto fundamental, se relaciona con la manera de desarrollar el proceso, pudiendo un niño o niña estar en uno o más procesos a la vez, ya que son puntos de referencia de un crecimiento complejo que representan diferentes formas de pensamiento (Clements y Sarama, 2015). Es así, como al observar las experiencias seleccionadas, podemos considerar que en ellas se evidencia más de un proceso geométrico y en este sentido, uno de los más evidentes guarda relación con la comparación como proceso que se observa en experiencias de clasificación. Aquí, será importante ver los resultados o respuestas de los y las estudiantes, como se indicó anteriormente, lo cual permitiría observar en qué nivel se ha desarrollado dicho proceso, pudiendo incluso mostrar mayormente el dominio de la comparación a pesar de que dicha experiencia esté proponiendo, a la luz de lo analizado, una tarea de clasificación.

Un último aspecto a considerar, se relaciona con la idea de transición. Dada la importancia de las experiencias geométricas en las edades iniciales de escolaridad, es que se plantea la necesidad de intencionar experiencias que permitan desarrollar la clasificación en los primeros cuatro niveles, con oportunidades que se complejizan y permitan profundizar el desarrollo de este proceso geométrico, en el que las tareas no se repitan a lo largo de la trayectoria, sino que se diferencien en la manera en que abarcan el proceso de clasificación. De esta misma manera, es que aquellos procesos geométricos en los que no se observan indicadores o en los que hay ausencia de experiencias, es fundamental evaluar la creación de oportunidades pertinentes a cada nivel, con una trayectoria clara que de cuenta de la transición de infantil a primaria.

Es de esta forma, que las experiencias seleccionadas para dar cuenta de la trayectoria entre los diferentes niveles de la clasificación en un estado inicial, permite un análisis cualitativo que da cuenta de la presencia de este proceso geométrico en los cuatro niveles, mostrando una progresión que se hace evidente con cambios simples dentro del mismo proceso, en relación al conocimiento de las edades en las que se ponen en acto.

Referencias

Arteaga, B., Macías, J. (2016) El conocimiento geométrico en Educación Infantil. En Didáctica de las matemáticas en Educación Infantil. (1a ed., pp. 133-150). La Rioja, NY: Universidad Internacional de La Rioja, S.A.

Ahtola, A., Silinskasb, G., Poikonenc, P., Kontoniemid, M., Niemia, P., Nurmib, J. (2011) Transition to formal schooling: Do transition practices matter for academic performance? In Early Childhood Research Quarterly 26 (2011) 295–302

Clements, D. y Sarama, J. (2015). El aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas a temprana edad. El enfoque de las Trayectorias de aprendizaje. Learning Tools LLC.

Cobo, B. (2003). Significado de las medidas de posición central para los estudiantes de secundaria. Tesis Doctoral. Universidad de Granada.

Font, V. y Godino, J. D. (2006). La noción de configuración epistémica como herramienta de análisis de textos matemáticos: su uso en la formación de profesores. Educação Matemática Pesquisa, 8(1), 67-98.

NCTM (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA.: Autor.

Perry, B., MacDonald, A., Gervasoni, A. (2015) Mathematics and Transition to School: Theoretical Frameworks and Practical Implications. In B. Perry et al. (eds.), Mathematics and Transition to School, Early Mathematics Learning and Development, 1 (2015) 1-12

Tubach, D., Nührenbörger, M. (2016) Mathematical Understanding in Transition from Kindergarten to Primary School: Play as Bridge Between Two Educational Institutions. In T. Meaney et al. (eds.), Mathematics Education in the Early Years, DOI 10.1007/978-3-319-23935-4_5

Vásquez, C., Pincheira, N. y Díaz-Levicoy, D. (2019). Tareas matemáticas presentes en los libros de texto chilenos para promover el aprendizaje de la estadística y la probabilidad en la educación primaria. En J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín y E. Molina-Portillo (Eds.), Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística. Disponible en www.ugr.es/local/fqm126/civeest.html

O ensino da função afim mediado por um aplicativo do GeoGebra: uma proposta de aprendizagem em sala de aula

The teaching of affine function mediated by a GeoGebra application: a proposal for classroom learning

La enseñanza de la función afín mediada por una aplicación de GeoGebra: una propuesta para el aprendizaje en el aula

Marcelo Alves da Silva[838]
Instituto Federal da Bahia
0000-0001-7283-1311

Mateus Souza de Oliveira[839]
Instituto Federal da Bahia
0000-0003-4902-5527

Modalidade: Comunicação

Núcleo Temático: Processos de ensino e aprendizagem da Matemática em diferentes modalidades e níveis educacionais.

Resumo

Este trabalho tem como objetivo geral investigar as aprendizagens adquiridas no estudo da função afim com o uso de um aplicativo do GeoGebra em uma proposta de aprendizagem em sala de aula. Nesse sentido, mostra a aplicação de um questionário para alunos do 1º ano do ensino médiocom a utilização do aplicativo calculadora gráfica do GeoGebra. Trata-se de uma pesquisa de natureza aplicada com abordagem qualitativa enfatizando as características em relação ao objetivo, sendo de caráter tanto exploratória como descritiva.Já em relação ao procedimento, trata-se de uma pesquisa-ação. E com o propósito de alcançar os objetivos, foi utilizada a técnica de análise do conteúdo para analisar os dados. Os resultados revelam que os sujeitos conseguiram responder as atividades de forma adequada alcançando o desenvolvimento das habilidades esperadas no que tange ao comportamento gráfico das funções afins em relação aos seus coeficientes, porém nota-se a necessidade de um letramento matemático que permita uma melhor forma de expressão do que está sendo relatado.

Palavras-chave: Função afim, Aplicativo do GeoGebra, Ferramenta pedagógica.

Abstract

This work has as general objective to investigate the learning acquired in the study of the affine function with the use of a GeoGebra application in a learning proposal in the classroom. In this sense, to show the application of a questionnaire for students of the 1st year of high school

[838]marcelomateucsal@gmail.com
[839]matheusmathica@gmail.com

using the GeoGebra graphing calculator application. This is an applied research, with a qualitative approach emphasizing the characteristics, in relation to the objective, both exploratory and descriptive, in relation to the procedure, it is an action research. And in order to achieve the objectives, the content analysis technique was used to analyze the data. The results reveal that the subjects were able to respond to the activities adequately, achieving the development of the expected skills regarding the graphic behavior of the related functions in relation to their coefficients, however, there is a need for a mathematical literacy that allows for a better form expression of what is being reported.

Keywords: Affine function, GeoGebra application, Pedagogical tool.

Resumen

Este trabajo tiene como objetivo general investigar el aprendizaje adquirido en el estudio de la función afín con el uso de una aplicación GeoGebra en una propuesta de aprendizaje en el aula. En este sentido, mostraré la aplicación de un cuestionario para estudiantes del 1° año de secundaria utilizando la aplicación calculadora gráfica GeoGebra. Es una investigación de carácter aplicada, con enfoque cualitativo enfatizando las características, en relación al objetivo, tanto exploratorio como descriptivo, en relación al procedimiento, es una investigación acción. Y para lograr los objetivos se utilizó la técnica de análisis de contenido para el análisis de los datos. Los resultados revelan que los sujetos lograron responder adecuadamente a las actividades, logrando el desarrollo de las habilidades esperadas en cuanto al comportamiento gráfico de las funciones relacionadas en relación a sus coeficientes, sin embargo, existe la necesidad de una alfabetización matemática que permita una mejor forma expresión de lo que se informa.

Palabras clave: Función afín, Aplicación GeoGebra, Herramienta pedagógica.

Introdução

Durante o curso de Especialização em Matem@tica na Pr@tica ofertado pelo Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia da Bahia – IFBA, ao estudar o conteúdo funções elementares e desenvolver algumas atividades dessa temática utilizando o GeoGebra, percebeu-se que esse recurso poderia ser útil na melhoria da aprendizagem de funções, sobretudo, para os alunos do 1º ano do Ensino Médio por se tratar de um recurso tecnológico dinâmico e bem interativo.

Convém ressaltar que a utilização desse recurso tecnológico nos estudos das funções afins, além possibilitar maior interação para o estudante, já que é possível fazer diversas construções usando a mesma janela de visualização, eles, também, podem manipular os elementos e observar o que acontece com o comportamento gráfico das funções. Além disso, a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2017). Destaca a importância do uso das TDIC no contexto escolar de modo que os alunos possam compreender, criar e utilizar as tecnologias digitais a favor do seu desenvolvimento crítico e reflexivo em uma sociedade que vive em um contexto digital.

Diferentes pesquisas no cenário da Educação Matemática relatam que a experiência da utilização do GeoGebra em sala de aula, além de colaborar no processo de aprendizagem de conhecimentos matemáticos para os estudante, também, constrói de forma mais sólida e dinâmica os conceitos estudados a partir da manipulação desta ferramenta digital nas construções das atividades propostas. Nessa lógica, esse recurso tecnológico, além de trazer interatividade entre os alunos, contribui para uma aprendizagem mais significativa, proporcionando maior reflexão no ensino da matemática.

Este trabalho tem como objetivo geral investigar as aprendizagens adquiridas no estudo da função afim com o uso de um aplicativo do GeoGebra em uma proposta de aprendizagem. Nesse sentido, mostrar a aplicação de uma aula com a utilização do aplicativo do GeoGebra como ferramenta pedagógica para as construções e manipulações gráficas das funções afins na perspectiva de enfatizar que esse recurso contribui não apenas para a exploração dos elementos da função, mas também para uma interação entre o objeto de estudo e os sujeitos envolvidos, deixando aulas mais prazerosas.

Embasamentos Teóricos

Com o crescente avanço tecnológico, o uso das tecnologias no contexto educacional é uma realidade que vem sendo usado como ferramenta potencializadora na produção de conhecimento. De acordo com Perrenoud (2000), a escola não pode ficar alheia a tais avanços, pois as inovações tecnológicas estão cada vez mais presentes na sociedade e no cotidiano dos jovens. Desta forma, torna-se necessário integrar a essas tecnologias, inserindo–as nas escolas e fazer dessas inovações ferramentas que aliadas a uma boa prática pedagógica tornem as aulas mais interativas e significativas.

Convém destacar que alguns professores ainda são resistentes ao uso desses novos recursos tecnológicos em sala de aula, muitas vezes, não por falta de vontade, mas sim, por não saber manusear tais tecnologias e outros por ainda não acreditar que seja possível que os alunos aprendam com êxito utilizando tais recursos tecnológicos. Contudo, os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1998) apontam a importância da utilização das TIC no ambiente escolar.

> O mundo vive um acelerado desenvolvimento, em que a tecnologia está presente direta ou indiretamente em atividades bastante comuns. A escola faz parte do mundo e para cumprir sua função de contribuir para a formação de indivíduos que possam exercer plenamente sua cidadania, participando dos processos de transformação e

> construção da realidade, deve estar aberta e incorporar novos hábitos, comportamentos, percepções e demandas. (BRASIL, 1998, p.138).

Diante de alunos que vivem conectados, que fazem uso de diversos recursos tecnológicos em seu dia a dia e que precisam de estímulos diferentes para mantê-los interessados em aprender, é necessário que os professores se adaptem às novas tecnologias e façam uso delas no contexto escolar. Assim, é fundamental que os docentes estejam em constante formação pedagógica com o propósito de aperfeiçoar as suas práticas por meio dessas novas tecnologias e tornar as aprendizagens mais interativas e significativas para seus alunos. De acordo Wolff e Silva (2013):

> A tecnologia oferece a possibilidade de mudança na prática pedagógica do professor e a utilização de mecanismos além do quadro e giz, oportuniza a renovação da abordagem e explanação de conteúdos curriculares. Possibilita ao aluno criar, desenvolver, contextualizar, descrever, relacionar, experimentar e resolver situações problemas, incentivando a investigação, exercitando e estimulando o raciocínio, favorecendo a aprendizagem de modo que o educando desenvolva seu potencial intelectual. (WOLFF, SILVA, 2013, p.5)

Como abordado, o uso da tecnologia na prática pedagógica, além de oportunizar uma aprendizagem mais significativa, possibilita maior interação do aluno nas aulas e melhor exploração dos conteúdos estudados. E ainda de acordo com Faria, Romanello e Domingues (2018, p.1), “[...] é possível afirmar que o sucesso de uma atividade com o uso de tecnologias se dá a partir de uma atividade bem elaborada que favoreça a investigação e a criação de conjecturas pelos alunos”. Dessa forma, é necessário que o uso dos recursos tecnológicos possa tornar as aulas mais atrativas e interativas entre o objeto de conhecimento e o aluno, de modo que, o processo pedagógico possa trazer resultados mais eficientes do que os quais normalmente acontecem. Para reforçar, a BNCC (BRASIL, 2017) destaca a importância do uso das TIC no contexto escolar de modo que os alunos possam:

> Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo (competência 4). Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva (competência 5). (BRASIL, 2017, p.9).

Como pode ser observada, a utilização das tecnologias digitais na aprendizagem possibilita a compreensão e apropriação do conhecimento de forma mais concreta, bem como, contribui para resolução de problemas e o desenvolvimento do senso crítico do estudante. Diante disso, faz-se necessário propor diferentes estratégias de ensino, utilizando as tecnologias digitais, explorando diversos recursos como os *softwares* e relacionando-os aos objetos de estudos, sabendo utilizá-los com fins pedagógicos.

Com esse propósito, o uso do GeoGebra nas escolas como ferramenta de ensino e aprendizagens torna o ambiente educacional mais significativo. Utilizando das suas múltiplas ferramentas de manuseio, viabiliza uma maior interatividade entre alunos, o objeto de estudo e o docente de tal forma que o aluno se sentirá parte do processo de aprendizagem, facilitando a compreensão e a construção dos conceitos estudados.

Assim, no sentido de inserir as tecnologias de informação e comunicação TDIC como ferramenta auxiliar nas aprendizagens de matemática, utilizou-se nesse projeto o GeoGebra, "[...] que tem a capacidade de representar graficamente vários tipos de funções de maneira prática e rápida. Assim, basta digitar uma expressão analítica de forma explicita ou implícita para obtenção gráfica da função." (OLIVEIRA, 2022, p. 77). Além do mais, apresenta múltiplas possibilidades de potencializar as práticas pedagógicas, construindo um ambiente mais interativo e colaborativo, conforme mostram os autores abaixo em seus trabalhos.

Caminhos Metodológicos

Trata-se de uma pesquisa de natureza aplicada com abordagem qualitativa enfatizando as características em relação ao objetivo, tanto exploratória como descritiva. Já em relação ao procedimento é uma pesquisa-ação. Isto pelo fato, sobretudo, de satisfazer o "[...] processo que siga um ciclo no qual se aprimora a prática pela oscilação sistemática entre agir no campo da prática e investigar a respeito dela" (TRIPP, 2005, p. 445). Diante disso, esta investigação focou nas contribuições do GeoGebra na aprendizagem das representações gráficas da função afim com alunos do 1º ano do ensino médio no desenvolvimento das atividades em uma escola estadual do interior da Bahia.

A escolha da escola aconteceu pelo fato de ser o ambiente de trabalho de um dos pesquisadores, já a turma foi selecionada pelo critério de maior número de alunos que poderia levar um *smartphone* para as aulas. Nessa lógica, foi selecionada uma turma com 40 participantes que foram divididos em 10 grupos com quatro alunos. Como instrumento de coleta de dados utilizou-se um questionário físico com questões abertas e os *prints* das construções gráficas dos sujeitos realizadas no aplicativo calculadora gráfica do GeoGebra.Dessa forma, as turmas responderam o questionário em sala de aula e encaminharam os *prints* de todas as produções para o *WhatsApp* do professor pesquisador. É importante elucidar que este trabalho faz parte de um projeto de pesquisa que foi submetido ao Comitê de Ética e Pesquisa (CEP).

Para discussão e análise dos dados coletados foi utilizada a análise de conteúdo de Bardin (2004), que a define como "[...] um conjunto de técnica de análise das comunicações visando obter através de procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens indicadores (quantitativos ou não) que permitiram a inferência de conhecimentos [...]" (p.41). Assim, utilizou-se essa técnica como objetiva para obter e descrever os conteúdos das mensagens, que corresponde ao foco desta pesquisa, a qual é fazer constar em descrição e análise das respostas dos alunos em relação às atividades desenvolvidas pelo aplicativo calculadora gráfica do GeoGebra durante a aula.

Análise e Discussão dos Dados

Essa categoria busca investigar as respostas dos alunos em relação às atividades desenvolvidas com uso do aplicativo calculadora gráfica do GeoGebra durante a aplicação da aula. Dessa forma, foi feita uma análise e discussão a partir das descrições das mensagens escritas por eles. Convém destacar que neste trabalho, será apenas apresentado a análise da Atividade 1 que teve como objetivo analisar o comportamento gráfico da função afim a partir de algumas funções preestabelecidas. Desse jeito, o foco dessa atividade era fazer com que o estudante construísse no mesmo plano cartesiano com o uso do aplicativo os gráficos de cinco funções afins e observar os casos em que os coeficientes *a* e *b* são positivos, negativos e iguais a zero.

Quadro 1.

Atividade 1 (Pesquisadores com inspiração do livro didático quadrante, 2022)

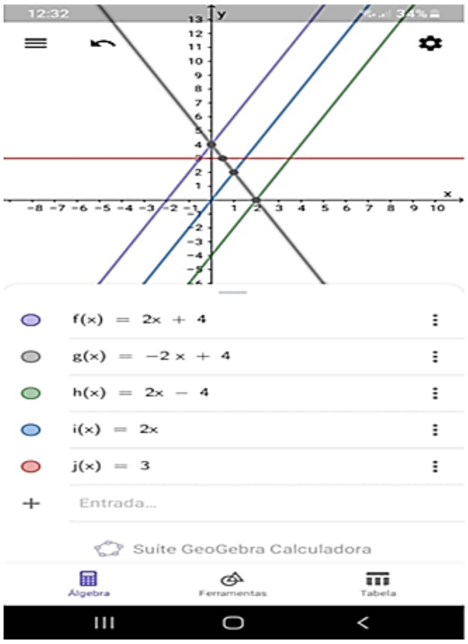
1) Construa os gráficos das funções abaixo em um mesmo plano no GeoGebra e depois respondam as questões o que se pede. *a) $f(x) = 2x + 4$* *b) $g(x) = -2x + 4$* *c) $h(x) = 2x - 4$* *d) $i(x) = 2x$.* *e) $j(x) = 3$* *A) Escreva como é a representação gráfica da função quando:*	*B) O que podemos concluir em relação ao sinal do valor de a e a representação do gráfico da função afim?* *C) O que acontece com o gráfico da função quando:* *O valor de b é positivo?* *O valor de b é negativo?* *O valor de b é zero?* *D) Escreva o par ordenado onde o gráfico da função f intersecta o eixo y?*

O valor de a é positivo? *O valor de a é negativo?* *O valor de a é zero*	*E) Que relação existe entre o coeficiente linear b e o ponto que ele corta o eixo da ordenada y?*

A Figura 1, a seguir, ilustra as representações das funções *f, g, h, i e j* construídas pelo G1, especificamente, em relação à Atividade 1.

Figura 8.

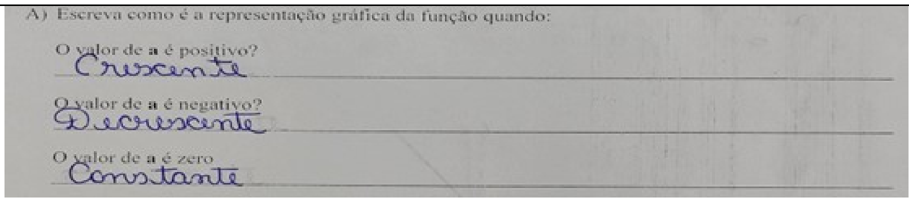
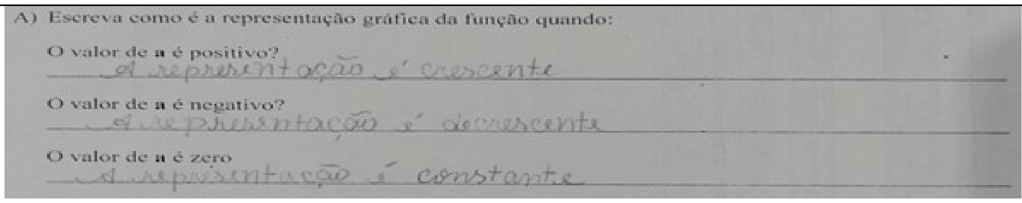
Representação das funções: f, g, h, i e j (Atividade 1 realizada por G1, 2022)



Em relação às aprendizagens adquiridas sobre funções afins, será apresentado abaixo as respostas do G1 aos itens A, B e C da Atividade 1, tomando como referência a construção gráfica acima realizada no aplicativo calculadora gráfica do GeoGebra. Nesse sentido, apresenta-se a seguir o Quadro 12 para ilustrar algumas respostas da Atividade 1 no que tange ao item A.

Quadro 2.

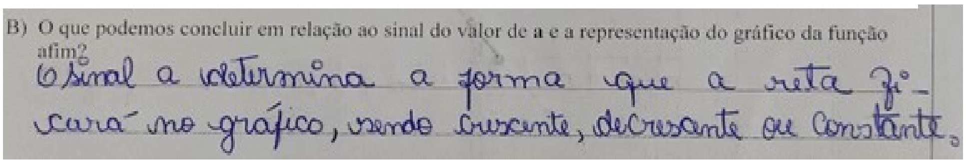
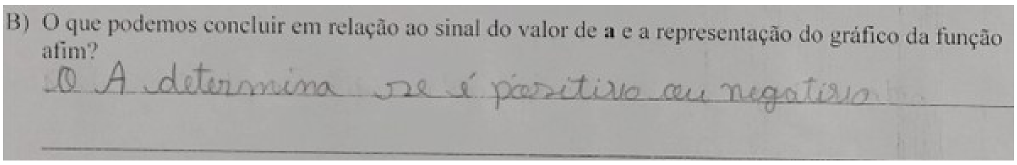
Algumas Respostas da Atividade 1 em relação ao item A(Pesquisadores, 2022)

Resposta do G1
 A) Escreva como é a representação gráfica da função quando: O valor de a é positivo? Crescente O valor de a é negativo? Decrescente O valor de a é zero Constante
Resposta do G10
 A) Escreva como é a representação gráfica da função quando: O valor de a é positivo? A representação é crescente O valor de a é negativo? A representação é decrescente O valor de a é zero A representação é constante

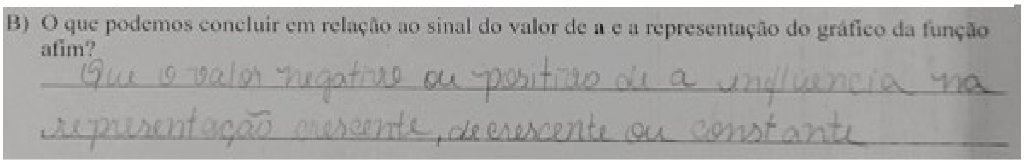
Após analisar as respostas dos alunos, foi verificado que os 10 grupos acertaram o item A, que trata do comportamento gráfico da função afim para o coeficiente $a > 0$, $a < 0$ e $a = 0$. É possível perceber que por meio da visualização do gráfico construído no aplicativo calculadora gráfica do GeoGebra os estudantes conseguiram compreender a relação do coeficiente angular e a representação gráfica da função afim correspondente, como mostra as respostas dos alunos no Quadro 12 a partir da observação ilustrada na Figura 3. A seguir, será apresentado o Quadro 3 para ilustrar algumas respostas da Atividade 1 no que tange ao item B.

Quadro 3.

Algumas Respostas da Atividade 1 em relação ao item B(Pesquisadores, 2022)

Resposta do G1
 B) O que podemos concluir em relação ao sinal do valor de a e a representação do gráfico da função afim? O sinal a determina a forma que a reta fi-cará no gráfico, sendo crescente, decresante ou constante.
Resposta do G4
 B) O que podemos concluir em relação ao sinal do valor de a e a representação do gráfico da função afim? O A determina se é positivo ou negativo

Resposta do G10


B) O que podemos concluir em relação ao sinal do valor de **a** e a representação do gráfico da função afim?
Que o valor negativo ou positivo de a influencia na representação crescente, decrescente ou constante

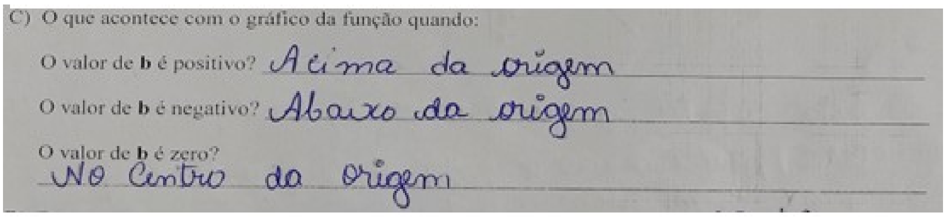
Em relação ao item B, nove grupos responderam corretamente. Alguns não utilizaram a linguagem formal da matemática, mas nas palavras utilizadas foi possível observar que compreenderam a relação do coeficiente angular "*a*" com a representação gráfica da função. Um dos grupos não respondeu corretamente, usou a linguagem: "o A determina se é positivo ou negativo", se referindo ao gráfico conforme mostra a resposta do G4.

Através da resposta do grupo acredita–se que eles compreenderam a relação do coeficiente e a representação gráfica da função, porém não conseguiram expressar na linguagem matemática. É provável que por trás da mensagem em que os estudantes expressaram "positivo ou negativo"estejam se referindo aos termos crescente e decrescente.Analisando as respostas do item C que versa sobre a relação do gráfico com o valor do coeficiente linear *b*, oito grupos responderam o esperado e dois grupos colocaram a resposta apresentada no Quadro 4, como pode ser observado na sequência.

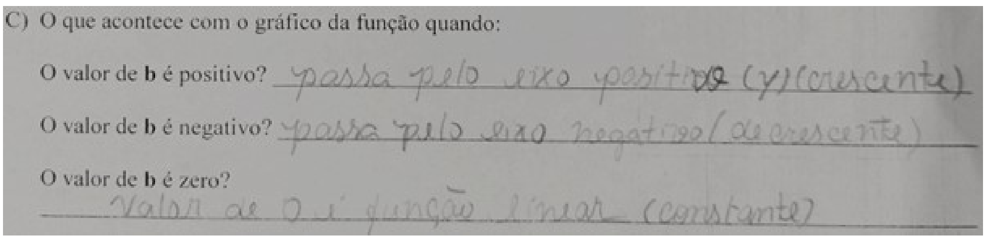
Quadro 4.

Algumas Respostas da Atividade 1 em relação ao item C(Pesquisadores, 2022)

Resposta do G1


C) O que acontece com o gráfico da função quando:
O valor de **b** é positivo? Acima da origem
O valor de **b** é negativo? Abaixo da origem
O valor de **b** é zero? No Centro da origem

Resposta do G10


C) O que acontece com o gráfico da função quando:
O valor de **b** é positivo? passa pelo eixo positivo (y)(crescente)
O valor de **b** é negativo? passa pelo eixo negativo (decrescente)
O valor de **b** é zero? Valor de 0 é função linear (constante)

De acordo com a resposta do G1 é possível perceber que foi compreendido por eles a relação de translação da reta em relação ao eixo *Oy*, faltou apenas o grupo acrescentar a frase “a reta passa” para completar o sentido da resposta. Em relação ao valor de $b = 0$ faltou, também, a frase passa pelo centro/origem. Já na resposta do G10, observa-se que eles confundiram e ao invés de escrever acima da origem, escreveram crescente e abaixo da origem como decrescente. Com relação ao valor de *b* igual a zero, escreveram que é uma função linear, o que está correto, porém classificou a reta como constante, errando nesse ponto. Vale ressaltar que o mesmo grupo acertou a classificação do gráfico no item A, que se trata do coeficiente $a = 0$, como pode ser observado no Quadro 4. A seguir será apresentado o Quadro 5 para ilustrar algumas respostas da Atividade 1 no que tange aos itens D e E.

Quadro 5.

Algumas Respostas da Atividade 1 em relação aos itens D e E (Pesquisadores, 2022)

Resposta do G1

D) Escreva o par ordenado onde o gráfico da função **f** intersecta o eixo y? (0,4)

E) Que relação existe entre o coeficiente linear b e o ponto que ele corta o eixo da ordenada y?

O valor de y é igual a de B

Resposta do G4

D) Escreva o par ordenado onde o gráfico da função **f** intersecta o eixo y? (0,4)

E) Que relação existe entre o coeficiente linear b e o ponto que ele corta o eixo da ordenada y?

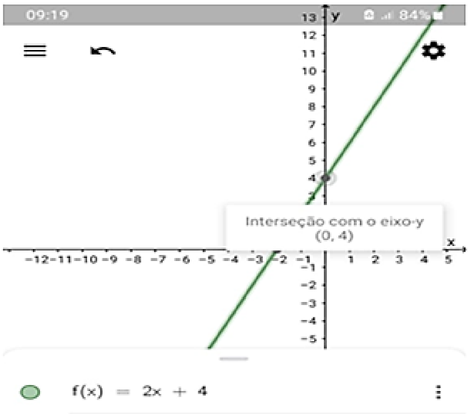
Considerado são iguais

Com relação às respostas do item D e E, todos os grupos responderam corretamente, eles identificaram e descreveram o par ordenado, ponto onde o gráfico da função f intercepta o eixo *y* como *(0,4),* portanto eles compreenderam a relação do ponto com o coeficiente linear *b*. É possível verificar essa aprendizagem nas respostas do G1 e G4 no Quadro 15 a partir da observação da Figura 2.

As respostas de todos os grupos foram semelhantes à apresentada acima, usaram palavras sinônimas, chegando ao mesmo objetivo. Alguns grupos colocaram que existia uma relação de igualdade, o que também está correto, pois o ponto de intersecção da reta com o eixo da ordenada o valor de *x* é igual a zero, como se pode observar na Figura 2, formando a relação $y = b$. Como já explanado, a Atividade 1 teve uma boa aprendizagem, visto que os alunos conseguiram expressar em sua escrita as respostas esperadas. Assim, verifica-se que a representação gráfica da função afim, por meio do aplicativo calculadora gráfica do GeoGebra, ajudou os estudantes a compreender e associar a relação dos coeficientes *a* e *b* ao comportamento gráfico dessa função.

Figura 9.

Intersecção da reta com o eixo Y do (Atividade 1 realizada porG1)



Faria,Romanello e Domingues (2018, p. 3), utilizam o PCN para pontuar "[...] o uso consciente das tecnologias com a finalidade de desenvolver no aluno a autonomia com a utilização de softwares que favoreçam pensar, refletir e criar soluções na realização de atividades de modo que as tecnologias sejam parceiras no desenvolvimento cognitivo [...]". Assim, agussar nos estudantes a autonomia para habilidade tecnológica é pensar no desenvolvimento integral dos estudantes na busca do conhecimento. Diante disso, conclui-se que essa "[...] perspectiva emerge para uma concepção pedagógica que inter-relaciona o uso do *software* ao conteúdo matemático a ser aprendido" (OLIVEIRA, 2022, p. 107).

Considerações Finais

Durante a aplicação da aula, os estudantes desenvolveram uma atividade que explora a construção gráfica e o comportamento da função afim no aplicativo calculadora gráfica do GeoGebra, com objetivo de investigar se o recurso tecnológico auxilia na aprendizagem. Sendo assim, constatou-se que a utilização do aplicativo contribuiu significativamente para aprendizagem do ensino de funções afins, pois os sujeitos conseguiram responder as atividades de forma adequada e com o desenvolvimento das habilidades esperadas no que tange ao comportamento gráfico das funções afins em relação aos seus coeficientes, porém nota-se a necessidade um letramento matemático que permita uma melhor forma de expressão do que está sendo relatado.

É importante frisar que essa proposta promoveu uma qualidade de aprendizagem superior ao método tradicional, onde usa-se somente o recurso convencionais (quadro, piloto e livro didático). Nesse contexto, as aulas com uso do supracitado aplicativo promoveram uma maior interação entre os sujeitos envolvidos.

Diante do exposto, espera-se que este trabalho sirva de inspiração para uso do aplicativo calculadora gráfica do GeoGebra, como também, outras ferramentas tecnológicas com as características desse citado recurso no sentido de promover o desenvolvimento das aprendizagens e possibilitar uma melhor visualização nas representações gráficas, o que torna as aulas mais atraentes para o alunado.

Referências

BARDIN, L. (2004). *Análise de conteúdo*. Lisboa: Edições 70.

BRASIL. (1998). Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais:* Matemática. Brasília: MEC / SEF. 148 p.

BRASIL. (2018). Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular.* Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica.

FARIA, R. W. S. C; Romanello, L. A.; DOMINGUES, N. S. (2018). Fases das tecnologias digitais na exploração matemática em sala de aula:das calculadoras gráficas aos celulares inteligentes. *Amazônia – Revista de Educação em Ciências e Matemáticas*. v. 14 (30). Jan-Jul. p. 105-122.

OLIVEIRA, M. S. (2022). *Formação continuada com tecnologias digitais:*ensino de funções quadráticas. Curitiba: Appris.

PERRENOUD, P. (2000). *As dez novas competências para ensinar.* P. Alegre: Artmed.

TRIPP, D. (2005). Pesquisa-ação: uma introdução metodológica. *Educação e Pesquisa*, S. Paulo, v.31, n. 3, p. 443-466, set./dez.

WOLFF, M.E; SILVA, D.P. (2013). O software GeoGebra no ensino da matemática. *Cardemos PDE.* v.1. Versão online. Disponível em:<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2013/2013_unicentro_mat_artigo_maria_eliza_wolff.pdf>. Acesso em:10 set. 2021.

Relação da Matemática com outras áreas de conhecimento

A compreensão de professores sobre pensamento computacional na criação de recursos para a prática docente

Teachers' understanding of computational thinking in the creation of resources for teaching practice

Comprensión del pensamiento computacional por parte de los docentes en la creación de recursos para la práctica docente

Celina Aparecida Almeida Pereira Abar[840]
Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Brasil
0000-0002-6685-9956

José Manuel Dos Santos Dos Santos[841]
Instituto GeoGebra de Portugal
inED- Centro de Investigação e Inovação em Educação. ESE Politécnico do Porto
0000-0002-6830-6503

Marcio Vieira de Almeida[842]
Instituto GeoGebra de São Paulo
0000-0001-7188-3806

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Relação da Matemática com outras áreas de conhecimento

Resumo

Esse trabalho apresenta algumas propostas criadas por participantes do projeto “Pensamento Computacional na Escola Básica na Era da Inteligência Artificial: Onde está o Professor?” desenvolvido no contexto remoto pela plataforma *Teams* da *Microsoft*, com dez professores de escola básica e superior do Brasil, Portugal, Cabo Verde e Angola. A proposta do projeto, com suporte em um quadro construtivista e na teoria da atividade, foi oferecer a estes professores uma formação para sua atuação docente, no contexto do pensamento computacional (PC) e avaliar o impacto da compreensão dos mesmos sobre suas diferentes dimensões. A introdução de conceitos e práticas do pensamento computacional, indicados na literatura, contribuíram efetivamente para o desenvolvimento de propostas significativas sobre o tema e teve reflexos positivos na aplicação de algumas delas, apresentadas nesse texto, não apenas no contexto da matemática como em outras áreas das ciências. O projeto atendeu a uma demanda da linha de pesquisa Tecnologias de Informação e Educação Matemática na formação de professores e foi desenvolvido com o apoio da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP) em parceria com o Instituto GeoGebra de Portugal e da Escola Superior de Educação Politécnico do Porto. O desenvolvimento do projeto deu indicações substanciais de como estes participantes se posicionaram perante a compreensão do PC e o integraram nas tarefas criadas.
Palavras-chave: Pensamento Computacional; Formação Continuada de Professores; Tecnologias; Educação Matemática.

[840] abarcaap@pucsp.br
[841] santosdossantos@ese.ipp.pt
[842] marcioalmeidasp@gmail.com

Abstract

This paper presents some proposals created by participants of the project "Computational Thinking in the Basic School in the Age of Artificial Intelligence: Where is the Teacher?" developed, in the remote context by the Microsoft Teams platform, with ten primary and higher schoolteachers from Brazil, Portugal, Cape Verde and Angola. The project proposal, supported by a constructivist framework and activity theory, was to offer these teachers a training for their teaching performance, in the context of computational thinking (CT) and to evaluate the impact of their understanding on their different dimensions. The introduction of concepts and practices of computational thinking, indicated in the literature, effectively contributed to the development of significant proposals on the subject and had positive repercussions in the application of some of them, presented in this text, not only in the context of mathematics but also in other areas of science. The project met a demand of the research line Information Technologies and Mathematics Education in teacher training and was developed with the support of the Pontifical Catholic University of São Paulo (PUC-SP) in partnership with the GeoGebra Institute of Portugal and the Higher School of Polytechnic Education of Porto. The development of the project gave substantial indications of how these participants positioned themselves before the understanding of the CT and integrated it into the tasks created.

Keywords: Computational Thinking; Continuing Teacher Training; Technologies; Mathematics Education.

Resumen

Este trabajo presenta algunas propuestas creadas por los participantes del proyecto "Pensamiento Computacional en la Escuela Básica en la Era de la Inteligencia Artificial: ¿Dónde está el Maestro?" desarrollado en el contexto remoto por la plataforma Microsoft Teams, con diez profesores de primaria y superior de Brasil, Portugal, Cabo Verde y Angola. La propuesta del proyecto, apoyada por un marco constructivista y en la teoría de la actividad, fue ofrecer a estos docentes una formación para su desempeño docente, en el contexto del pensamiento computacional y evaluar el impacto de su comprensión en sus diferentes dimensiones. La introducción de conceptos y prácticas de pensamiento computacional, indicados en la literatura, contribuyó efectivamente al desarrollo de propuestas significativas sobre el tema y tuvo repercusiones positivas en la aplicación de algunas de ellas, presentadas en este texto, no solo en el contexto de las matemáticas sino también en otras áreas de la ciencia. El proyecto satisfizo una demanda de la línea de investigación Tecnologías de Información y Educación Matemática en formación docente y fue desarrollado con el apoyo de la Pontificia Universidad Católica de São Paulo (PUC-SP) en asociación con el Instituto GeoGebra de Portugal y la Escuela Superior de Educación Politécnica de Porto. El desarrollo del proyecto dio indicaciones sustanciales de cómo estos participantes se posicionaron ante la comprensión del PC y lo integraron en las tareas creadas.

Palabras clave: Pensamiento Computacional; Formación Continua del Profesorado; Tecnologías; Educación Matemática.

Introdução

Um movimento educacional ressurgiu nos últimos anos a nível internacional relacionado com a introdução do pensamento computacional, programação de computadores e robótica nas escolas, já introduzidos na década de 1980 como os primeiros passos da ciência da computação nas salas de aula, ligados ao aprendizado da geometria usando uma linguagem de programação chamada "Logo" e sua famosa "tartaruga", dentro de um projeto educacional com base nas ideias de Dewey, Piaget e Vygotsky, e materializado por Seymour Papert.

O contexto pensamento computacional foi abordado por Wing (2006) para tratar da Ciência da Computação e de suas aplicações. Segundo a autora, o pensamento computacional envolve desde a estruturação do raciocínio, até o comportamento humano para a ação de resolução de problemas, podendo ser observado nos processos de leitura, escrita e matemática como parte integrante da habilidade analítica das crianças desde a idade infantil (Wing, 2006). Segundo essa autora, à leitura, escrita e aritmética, é preciso acrescentar o pensamento computacional à capacidade analítica de cada criança.

O pensamento computacional, inserido no contexto educativo, surge como uma estratégia de estruturação do raciocínio para a resolução de problemas, podendo ser observado nos processos de leitura, de escrita e na matemática e, deste modo, o PC pode ser parte integrante da capacidade analítica das crianças a partir dos primeiros anos de escolarização (Wing, 2006).

Valente (2016) considera que:

> A maneira como as tecnologias digitais estão sendo trabalhadas nas escolas, em praticamente todos os países, não tem contribuído para o desenvolvimento do pensamento computacional. Essas atividades estão restritas ao uso do que foi chamado de software de escritório, como o processador de texto, a planilha e, com isso, não exploram conceitos da Ciência da Computação, permitindo usar o computador como um instrumento de pensar com e pensar sobre o pensar. Isso tem levado alguns países a alterarem o currículo da Educação Básica. (Valente, 2016, p. 864).

No entanto, quer em Portugal, quer no Brasil, o PC passa a ser considerado nos currículos oficiais como um conteúdo, uma estratégia pedagógica e como uma capacidade a desenvolver nos estudantes. Enquanto na Base Curricular Nacional Comum no Brasil (MEC, 2018), o desenvolvimento do PC não é associado a uma disciplina específica. Em Portugal, o PC figura nas Aprendizagens Essenciais da disciplina de Matemática, homologadas nas novas Aprendizagens Essenciais de Matemática (AEM) para o Ensino Básico (ME/DGE, 2021), entrando em vigor a partir do ano letivo de 2022/2023 e em discussão para o Ensino Secundário (ME/DGE, 2022).

Ao longo das AEM os professores encontram indicações para o desenvolvimento do Pensamento Computacional e sugestões são apresentadas para ilustrar as ações do professor. Neste sentido, as AEM dão uma orientação para o desenvolvimento de tarefas que podem permitir aos professores alargar o número de recursos disponíveis, bem como o aprofundamento das capacidades transversais do pensamento computacional.

Os diversos documentos que integram as AEM do Ensino Básico observam que:

> Uma forma de pensar tem vindo a assumir relevância nos currículos de Matemática. O pensamento computacional favorece o desenvolvimento, de forma integrada, de práticas como a abstração, a decomposição, o reconhecimento de padrões, a análise e definição de algoritmos, e o desenvolvimento de hábitos de depuração e otimização dos processos. Estas práticas são imprescindíveis na atividade matemática e dotam os alunos de ferramentas que lhes permitem resolver problemas, em especial relacionados com a programação. (ME/DGE, 2021, p.3).

No caso da proposta em discussão para o Ensino Secundário, as AEM destacam os aspectos comuns entre o Pensamento Matemático e o PC e sua relevância atual na ciência e na sociedade, justificam que o currículo de Matemática valorize esta abordagem conceitual na resolução de problemas. As AEM para o Ensino Secundário estão em alinhamento com o currículo de Matemática do Ensino Básico, favorecendo o desenvolvimento do PC de forma integrada, coerente e progressiva (ME/DGE, 2022).

Para o Ensino Fundamental, a BNCC no Brasil indica algumas habilidades do pensamento computacional inseridas em unidades temáticas, como segue:

> Outro aspecto a ser considerado é que a aprendizagem de Álgebra, como também aquelas relacionadas a Números, Geometria e Probabilidade e Estatística podem contribuir para o desenvolvimento do pensamento computacional dos alunos, tendo em vista que eles precisam ser capazes de traduzir uma situação dada em outras linguagens, como transformar situações-problema, apresentadas em língua materna, em fórmulas, tabelas e gráficos e vice-versa. Associado ao pensamento computacional, cumpre salientar a importância dos algoritmos e de seus fluxogramas, que podem ser objetos de estudo nas aulas de Matemática. Um algoritmo é uma sequência finita de procedimentos que permite resolver um determinado problema. Assim, o algoritmo é a decomposição de um procedimento complexo em suas partes mais simples, relacionando-as e ordenando-as, e pode ser representado graficamente por um fluxograma. A linguagem algorítmica tem pontos em comum com a linguagem algébrica, sobretudo em relação ao conceito de variável. Outra habilidade relativa à álgebra que mantém estreita relação com o pensamento computacional é a identificação de padrões para se estabelecer generalizações, propriedades e algoritmos. (MEC, 2018, p.273).

Paz (2017) argumenta que:

> Fala-se em ensinar o pensamento computacional para os alunos, e por que não fazer o mesmo com os professores? Ensiná-los como encontrar os processos envolvidos na formulação dos problemas reais e nas suas soluções (computacionais ou não), de maneira que possam ser realizadas por qualquer agente processador de informações, humano ou máquina (WING, 2010). Saber como usar os recursos computacionais disponibilizados pelas TIC também requer a competência do pensamento computacional. (Paz, 2017, p.1660).

O professor carece de aprender a usar a tecnologia no contexto do pensamento computacional e decidir pela ferramenta que melhor se adequa a cada assunto e a cada turma. Desse modo, sua preparação para utilizar e adaptar a tecnologia às suas práticas de ensino é condição essencial para que a transformação digital na escola, especificamente na sala de aula, se torne realidade.

Do ponto de vista da equipe de investigação deste projeto, que inclui os autores deste artigo, existiu o interesse em entender como os professores se apropriaram de conceitos associados ao PC e os colocaram em prática nas propostas de tarefas que concebem para os seus alunos e as aplicam em sala de aula.

O termo pensamento computacional (PC) traz uma nova abordagem na área da ciência cognitiva e sua inserção na educação básica desenvolve uma habilidade de abstração diferente, que ajuda as crianças na resolução de problemas presentes e futuros em todos os segmentos de atuação da sociedade.

Considerações teóricas do projeto

O trabalho desenvolvido durante o projeto e as propostas apresentadas pelos participantes assumem a visão construtivista de Vygotsky (Vygotsky, 1978) e de Piaget (Piaget, 1972) como teorias que partilham a ideia de que a única aprendizagem significativa é a que ocorre através da interação entre o sujeito, o objeto e outros sujeitos (colegas ou professores).

Diversos quadros teóricos surgiram em resposta a inovações tecnológicas e pedagógicas. O quadro de aprendizagem construtivista de Papert ajuda os alunos a desenvolver a interação social, cognição, pensamento de alto nível e o desenvolvimento do PC (Papert, 1980).

A teoria da atividade fornece um quadro adequado para analisar necessidades, tarefas e resultados na concepção de ambientes de aprendizagem construtivistas, uma vez que os seus pressupostos são consonantes com os do construtivismo, da aprendizagem situada, do raciocínio baseado em casos, da cognição social e da cognição quotidiana. Além disso, a teoria da atividade tem sido amplamente utilizada para proporcionar um quadro operacional claro para a concepção de ambientes que consideram a aprendizagem como uma construção influenciada pelos contextos e as interações sociais (Jonassen & Rohrer-Murphy, 1999).

Com relação ao pensamento computacional Lu e Fletcher (2009) indicam que alguns pontos-chave são:

> a) é uma forma de resolver problemas e projetar sistemas que se baseiam em conceitos, fundamental para a ciência da computação; b) significa criar e fazer uso de diferentes níveis de abstração, para entender e resolver problemas de forma mais eficaz; c) significa pensar algoritmicamente e com a capacidade de aplicar conceitos matemáticos para desenvolver soluções mais eficientes, justas e seguras; d) significa compreender as consequências da escala, não apenas por razões de eficiência, mas também por razões econômicas e sociais. (Lu & Fletcher, 2009, p.260, tradução dos autores).

Os autores Grover e Pea (2018) indicam os conceitos do pensamento computacional como lógica e pensamento lógico, algoritmos e pensamento algorítmico, padrões e reconhecimento de padrões, abstração e generalização, avaliação e automação e salientam que práticas do pensamento computacional envolvem: decomposição do problema, criação de artefatos computacionais, teste e depuração (*debugging*) e refinamento iterativo (desenvolvimento incremental).

As propostas criadas pelos participantes consideram as indicações dos autores acima em diferentes momentos de seu desenvolvimento.

Procedimentos Metodológicos

Professores atuantes em instituições da escola básica foram convidados pelos autores e incentivados a aderirem e participarem do projeto por meio das instituições a que pertencem. Aderiram nove professores, sendo dois professores de Cabo Verde, cinco professores de Portugal e dois professores do Brasil, sendo que todos concordaram em participar por meio de um termo de consentimento livre e esclarecido a eles apresentado e enviado.

A dinâmica do trabalho foi orientada por uma participação ativa e colaborativa nas atividades práticas e teóricas. Foi estimulada a associação entre prática e teoria e a manipulação e análise de situações-problema. Nas sete sessões de trabalho, realizadas pela plataforma *Teams* da PUC-SP, os participantes foram incentivados a aprofundar as suas competências na exploração dos conceitos do pensamento computacional, de maneira transversal, no desenvolvimento de atividades e em diferentes disciplinas do currículo.

Nas atividades práticas e numa primeira fase, desenvolvida no segundo semestre de 2021, foram abordadas as ferramentas, os comandos e as interfaces necessárias a cada momento. Seguidamente, houve um trabalho coordenado pelos pesquisadores do projeto, refletindo com os professores, os contextos do pensamento computacional e sobre conceitos de tecnologias e algoritmos.

Numa segunda fase, a partir de setembro de 2021, houve uma discussão sobre as atividades propostas, focando-se nas implicações conceituais, teóricas e metodológicas destas tarefas, do ponto de vista do ensino e da aprendizagem de algoritmos.

Em algumas ações, o ciclo descrição-execução-reflexão-depuração-nova descrição proposto por Valente (1993, 1999), embora não caracterizado como conceito do "pensamento computacional", contribuiu para explicitar as atividades propostas e ajudar a entender como a interação com as tecnologias digitais, em algumas situações, podem contribuir para o desenvolvimento do pensamento computacional.

A discussão das implicações de algumas atividades no campo da investigação educacional, bem como na pesquisa matemática, não foi negligenciada, colocando-se em evidência as potencialidades dos recursos utilizados na criação de novo conhecimento científico.

Alguns recursos criados colaborativamente foram utilizados na prática docente com seus alunos e as experiências foram compartilhadas nas reuniões de trabalho para possíveis aprimoramentos e divulgação.

Recursos construídos e respectivas considerações de seus criadores

Indo ao encontro dos objetivos do projeto (Abar *et al.*, 2021) e para permitir uma análise da compreensão dos professores sobre o PC, relacionamos a seguir os recursos construídos e as respectivas considerações de seus criadores.

Os participantes de Cabo Verde apresentaram o recurso denominado "*Corrida da Química"*, cuja proposta é um jogo digital que tem como principal objetivo promover a representação e facilitação do conhecimento químico para os alunos, praticada num ambiente dentro da sala de aula.

Os autores do jogo explicam que:

"O jogo desenrola num ambiente químico utilizando como base ou campo de jogo uma tabela periódica dos elementos contendo 118 elementos no formato digital. São focalizadas as questões para o ensino e aprendizagem de conteúdos de acordo com os programas da disciplina de química para cada semestre de acordo com o ano acadêmico."

E justificam argumentando que:

"O jogo foi desenvolvido com o objetivo de ser usado nas atividades didáticas durante as aulas de química, procurando-se promover a representação e facilitar a visualização do conhecimento químico, uma vez que os conceitos químicos são demasiados complexos para os alunos do ensino secundário, que não conseguem perceber o seu significado ou a validade do que estudam, gerando um conhecimento mecânico e distante da realidade."

Os professores de Portugal apresentaram quatro recursos e um deles foi aplicado com alunos na prática docente. São eles:

"Conjetura de Collatz" com a qual o autor pretende contribuir para o desenvolvimento de capacidades matemáticas, tais como a resolução de problemas, raciocínio matemático e o pensamento computacional, antecipando o que é explicitamente referido nas AEM do 11º ano do Ensino Secundário (ME/DGE, 2022).

"Em relação ao pensamento computacional, o foco principal da tarefa proposta poderá ser considerado na implementação de um algoritmo matemático."

O participante apresenta a sua proposta para desenvolver em diferentes anos de escolaridade e usando diferentes abordagens, como expõe a seguir:

"Trata-se de uma tarefa que poderá ser implementada em anos de escolaridade tão distintos como o 5º e 10º anos cuja diferença na implementação deverá incidir no tipo de plataforma/linguagem de programação que o aluno deverá recorrer para a sua resolução, isto é, a implementação do algoritmo pretendido. Em relação ao 5º ano, pretende-se que o algoritmo seja implementado no Scratch (programação por blocos), já em relação ao 10º o algoritmo deverá ser apresentado na linguagem de programação Python."

O autor se refere ao procedimento que dá origem à Conjetura de Collatz:

"...que dado um número natural qualquer, se este for par deve ser calculada a sua metade, mas caso seja ímpar é calculado o seu triplo e adicionado de 1 e assim sucessivamente sendo que este processo terminará sempre no número 1."

Outro recurso denominado de "*GeoGebra, geometria dinâmica e uma primeira experiência com o comando tartaruga"* utiliza as ferramentas da janela de visualização 2D e o comando tartaruga do GeoGebra (GG), e foi a proposta de duas das participantes. Indica o uso da geometria dinâmica para construir quadriláteros com perímetro de medida 8cm, com alunos do 2º e 3º ano de escolaridade em Portugal.

Para introdução do uso do comando tartaruga do GG, as professoras solicitam aos alunos:

"Que "comandassem" a professora no desenho de um quadrilátero com um determinado perímetro, no quadriculado do chão da sala e tomando como unidade de medida um lado do quadrado."

Ou seja, os alunos foram paulatinamente aperfeiçoando as instruções dadas em diálogo entre eles e a professora, até o ponto que conseguiram estabelecer uma síntese, como referem as autoras:

"Automaticamente, os alunos demonstraram grande entusiasmo e as ordens começaram a surgir: "2 para a frente, ¼ de volta à esquerda, 2 para a frente, ¼ de volta para a esquerda, 2 para a frente, ¼ de volta à esquerda, 2 para a frente e ¼ à esquerda."

Em seguida, os alunos verificaram a automação do pseudo algoritmo em seus *tablets*, como relataram as participantes, indo ao encontro de conceitos e práticas do PC, como indicam Grover e Pea (2018).

"Programação de uma bússola digital" é outra das propostas apresentadas, considerando a atividade de decomposição, com criação orientada inerente, tendo por base a programação de uma bússola digital simples. Assim, utilizando unicamente os pontos cardeais, os alunos terão que desconstruir um círculo para perceber entre que ângulos podem considerar estar num dos pontos cardeais. O autor salienta que:

"Ao programarem os diversos pontos terão que perceber a noção de círculo, a noção de 360º e definirem um intervalo no qual um ponto cardeal exista. Esta atividade terá como recurso a plataforma de programação Makecode, na parte dedicada ao dispositivo Micro:bit

(https://makecode.microbit.org/), o qual, neste caso, permite a utilização do simulador inserido na plataforma, a par da utilização do hardware real."

"Polígonos regulares no scratch" é outro recurso que, no encontro *online*, a participante o apresentou para os professores e coordenadores do projeto, e outros participantes do grupo do projeto apontaram o efeito de novidade e de atratividade do uso do *Scratch*. A participante contribuiu com sua reflexão e considerou que:

"... era interessante fazer uma reflexão crítica sobre GeoGebra e Scratch. Tenho a possibilidade de aplicar a tarefa numa turma onde faço coadjuvação e a minha colega ficou entusiasmada com a tarefa!"

Na comunicação podemos deduzir que a participante considera relevante reanalisar a opção tecnológica que tomou para a tarefa proposta, nomeadamente analisando criticamente a opção realizada, face a utilização de uma outra tecnologia.

Apesar de, inicialmente, a participante ver a dificuldade em implementar a proposta com os seus alunos, dado aos níveis que, de momento leciona, antecipa a possibilidade de aplicar a tarefa com um grupo de alunos de outra colega de sua escola.

No contexto do pensamento computacional, a participante espera que os estudantes estabeleçam relações entre propriedades dos polígonos e a partir destas constatações estabeleçam relações fundamentais para a generalização da proposta.

No Brasil, um recurso está em construção e um outro envolveu a proposta de "*Desenvolvimento de Jogos"*, que visa o trabalho com exercícios de modificação dentro do *Design* de Jogos. O ponto de partida é a modificação de um jogo digital já existente, trabalhando a interação dos alunos para as possíveis tomadas de decisões a respeito de seu *design*. O autor da proposta argumenta que:

"A atividade proposta é uma metodologia ativa focada principalmente na gamificação e no Storytelling. Trabalhar as premissas do pensamento computacional na educação das crianças e adolescentes nativos digitais é de extrema importância em um momento em que tanto se discute sobre novas formas de educar e compartilhar o conhecimento e as competências que o professor pode agregar em sala de aula."

Os recursos acima apresentados foram compartilhados entre os professores participantes do projeto que contribuíram para seu aprimoramento.

Considerações finais

Em todos os recursos criados, os professores se envolveram com os conceitos e práticas do pensamento computacional a partir dos encontros *online* e da elaboração do material e da implementação de propostas, indo ao encontro dos pressupostos da teoria da atividade e na concepção de ambientes que consideram a aprendizagem como uma construção influenciada pelos contextos e as interações sociais.

Os professores, tendo finalizado o projeto com alguns resultados aqui apresentados, reconheceram, também, a importância da pesquisa e conhecimento da matemática que permitem potencializar os recursos criados.

Tais fatos indicam a possibilidade de continuação da parceria com instituições internacionais que serão consolidadas em propostas de novos projetos a serem desenvolvidos a partir do 2º. Semestre de 2022. O prolongamento da parceria encetada se vislumbra como profícua, interessando continuar processos de investigação e ação, que consolidem o trabalho realizado e o possa estender para contemplar do ensino Secundário em Portugal, de outros países de língua portuguesa e do ensino no Brasil.

Referências

Abar, C.A.A.P., Dos Santos, J.M.D.S., de Almeida, M.V. (2021). Computational thinking in elementary school in the age of artificial intelligence: Where is the teacher? *Acta Scientiae*. (Canoas) 23(6) (pp. 270-299).

Grover, S., & Pea, R. (2018). Computational thinking: a competency whose time has come. In S. Sentance, E. Barendsen, & S. Carsten (Eds.), *Computer science education: perspectives on teaching and learning in school* (pp. 19–37). London: Bloomsbury Academic.

Jonassen, D. H., & Rohrer-Murphy, L. (1999). Activity theory as a framework for designing constructivist learning environments. *Educational Technology Research and Development,* vol. 47, no. 1 (pp. 61–79).

Ministério da Educação (MEC). (2018). *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília – DF.

Ministério da Educação/Direção-Geral da Educação (ME/DGE). (2021). *Aprendizagens Essenciais de Matemática*. https://www.dge.mec.pt/noticias/aprendizagens-essenciais-de-matematica.

Ministério da Educação/Direção-Geral da Educação (ME/DGE). (2022). Consulta pública - Aprendizagens Essenciais de Matemática A – 10º Ano. https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Aprendizagens_Essenciais/10_mat_a_cp.pdf

Papert, S. (1980). *Mindstorms*: Children, Computers and Powerful Ideas. New York, NY, USA: Basic Books.

Paz, L. A. S. C. (2017). O pensamento computacional e a formação continuada de professores: uma experiência com as TIC. *Revista online de Política e Gestão Educacional*, Araraquara, v.21, n. esp.3, (pp. 1655–1667).

Piaget, J. (1972). *Psychology and Epistemology*: Towards a Theory of Knowledge. London, U.K.: Allen Lane.

Valente, J. A. (1993). *Computadores e Conhecimento - repensando a educação*. Campinas, SP: UNICAMP/NIED.

Valente, J. A. (1999). *Computadores na Sociedade do Conhecimento*. Campinas, SP: UNICAMP/NIED.

Valente, J. A. (2016). Integração do pensamento computacional no currículo da educação básica: diferentes estratégias usadas e questões de formação de professores e avaliação do aluno. *Revista e-Curriculum*, São Paulo, v.14, n.03, (pp. 864 –897).

Vygotsky L. S. (1978). *Mind in Society*: the development of higher psychological processes. Cambridge, MA, USA: Harvard Univ. Press.

Wing, J. M. (2006) Computational thinking. *Communications of the ACM*, 49(3), (pp. 33–36).

Agradecimentos

FCT – Fundação para a Ciência e Tecnologia, I.P. - Projeto UIDB/05198/2020 (Centro de Pesquisa e Inovação em Educação, inED). OEI Lisboa. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Brasil - projeto PIPRINT-PG 2021.

Percepções de alunos do ensino superior com relação aos seus conhecimentos sobre educação financeira.

Higher education students' perceptions of knowledge about your financial education

Percepciones de los estudiantes de educación superior sobre el conocimiento sobre educación financiera

Reullyanne Freitas de Aguiar[843]
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Maranhão
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-9311-6314

Francisco Alexandre de Lima Sales[844]
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Maranhão
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-0320-8769

Raimundo Luna Neres[845]
Universidade Federal do Maranhão
ORCID: https://orcid.org/0000-0001-9082-7885

Iara da Silva Cantanhede[846]
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Maranhão
ORCID: https://orcid.org/0000-0003-0987-5658

Modalidade: Comunicação oral
Núcleo Temático: Relação da Matemática com outras áreas de conhecimento.

Resumo

Para um melhor gerenciamento do orçamento pessoal e familiar, se faz necessário que haja um conhecimento dos conceitos fundamentais de educação financeira. Assim, este trabalho objetivou realizar uma análise sobre as percepções de alunos do ensino superior, do IFMA, campus Buriticupu/MA, quanto à utilização da educação financeira no seu planejamento individual e familiar. Trata-se de uma pesquisa qualitativa e teve como suporte metodológico a aplicação, aos estudantes, de um questionário com 10 questões, sendo 3 subjetivas e 7 objetivas, as quais serviram como base para a realização das análises de similitude e coesitiva. O questionário foi respondido por 39 alunos. Os resultados revelaram que apesar dos alunos perceberem e refletirem sobre a importância da educação financeira no cotidiano, não demonstraram ter conhecimentos básicos acerca da temática. Dessa forma, concluiu-se que se faz necessário aprofundar, com os alunos, conceitos e prática essenciais de controle de consumo, para que os tornem cidadãos críticos, reflexivos e conscientes de sua administração financeira.

[843] reullyanne.aguiar@iemci.ufpa.br;
[844] francisco.sales@iemci.ufpa.br;
[845] raimundolunaneres@gmail.com;
[846] iara.s@acad.ifma.edu.br

Palavras-chave: Orçamento; consumo consciente; planejamento financeiro.

Abstract

For a better management of personal and family budget, it is necessary to have a knowledge of the financial education fundamental concepts. Thus, this work aimed to carry out an analysis about perceptions of higher education students, from Maranhão Federal Institute, Buriticupu campus, regarding the use of financial education in their individual and family planning. This is a qualitative research and had as methodological support the aplication, to students, of a questionary with 10 questions, being 3 subjective and 7 objective, which served as a basis for carrying out similitude and cohesive analyses. The questionnaire was answered by 39 students. The results revealed that although students perceive and reflect on the importance of financial education in everyday life, however, they did not demonstrate having basic knowledge about the subject. In this way it is concluded that is necessary to deepen with students essential concepts and practices of consumption control, to make them critical, reflective and aware citizens of their financial management.
Keywords: Personal budget, Indebtedness, Conscious consumption.

Resumen

Para una mejor gestión del presupuesto personal y familiar, es necesario tener un conocimiento de los conceptos fundamentales de la educación financiera. Por lo tanto, este trabajo tuvo como objetivo realizar un análisis sobre las percepciones de los estudiantes de enseñanza superior, de IFMA, campus Buriticupu/MA, sobre el uso de la educación financiera en su planificación individual y familiar. Esta es una investigación cualitativa y tuvo como soporte metodológico la aplicación, a los estudiantes, de un cuestionario con 10 preguntas, siendo 3 subjetivas y 7 objetivas, que sirvió de base para la realización de los análisis de similitud y cohesión. El cuestionario fue respondido por 39 estudiantes. Los resultados revelaron que a pesar de que los estudiantes percibieron y reflexionaron sobre la importancia de la educación financiera en la vida cotidiana, no demostraron conocimientos básicos sobre el tema. De esta forma, se concluyó que es necesario profundizar, con los estudiantes, conceptos y prácticas esenciales del control del consumo, para que los conviertan en ciudadanos críticos, reflexivos y conscientes de su gestión financiera.
Palabras clave: Presupuesto personal, Endeudamiento, Consumo consciente.

Introdução

O Brasil, além de ser o país que pratica as mais altas taxas de juros do mundo, é um dos países de maior inadimplência, principalmente entre os jovens, resultando dessa forma, em um País que possui um elevado índice de pessoas endividadas (OMAR, 2008). Isso ocorre, entre outros fatores, devido a carência de educação financeira, e consequentemente na ausência dos bons hábitos em gerir suas finanças pessoais. No caso dos jovens, essa relação tem como grande responsável, a disponibilidade precoce de crédito, junto às instituições financeiras, culminando no mau uso do cartão de crédito e do cheque especial, ocasionando assim o pagamento de juros altos.

Tais dívidas, nas famílias brasileiras, incluindo cheque pré-datado, cartão de crédito, cheque especial, carnê de loja, crédito consignado, empréstimo pessoal, e prestação de carro e de casa, chegaram a 77,7%, em abril de 2022. O valor alcançou o maior resultado desde janeiro de 2010, segundo a Pesquisa de Endividamento e Inadimplência do Consumidor (CNC, 2022). Esta mesma instituição relatou que este índice era de 67,5%, em 2021.

Dessa forma, cabe às instituições de ensino, como provedoras de políticas públicas, inserirem atividades educacionais, de tal maneira que se formem jovens mais críticos, reflexivos e conscientes de seus direitos e deveres, concebendo cidadãos autônomos para tratar seu dinheiro de forma mais racional, realizando gastos mais conscientes.

Apesar da importância dessa temática, a educação financeira não é inserida no cotidiano das instituições. Maronese e Carvalho (2016, p.4), ressaltam sobre a "[...] necessidade de trazer a educação financeira para o sistema de ensino, o que significa preparar o estudante não só para o prosseguimento dos seus estudos, mas também para a sua vida futura, exercendo sua cidadania nas relações de consumo". Preparando-os para lidar com situações financeiras que estejam ligadas à sua formação.

Os alunos passam, aproximadamente, onze anos na educação básica, e em média, quatro anos no ensino superior, porém, não há uma formalidade quanto a componentes curriculares que abordem sobre as noções de comércio, economia, finanças e tributos. Sendo esse um diferencial para as instituições que tem a oportunidade de remodelar e ampliar seu método de ensino, passando a inserir disciplinas, conteúdos e temáticas especificas, na qual possam desenvolver atividades que oportunizem trabalhar a educação financeira com os estudantes, e assim tornem-se replicadores nos meios sociais e no ambiente a qual se está inserido (CENCI; PEREIRA; BARICHELLO, 2015).

A educação financeira quando abordada no ambiente educacional é estudada sob o ponto de vista da matemática financeira, com a apresentação de conteúdos que agregam problemas que a educação financeira retrata, porém, apresentando apenas resultados resolutivos e abstratos para os alunos, não conceituais e sociais, sem discussões e contextualizações. É necessária maior ligação, para que assim haja melhor compreensão do seu contexto, tanto dentro das instituições de ensino, como fora delas, podendo subsidiar de maneira positiva a sua utilização na vida financeira com intuito de educá-los quanto ao uso do dinheiro e na saída de possíveis endividamentos.

Dessa forma se faz necessário que as instituições proporcionem “momentos de aprendizagem que façam sentido para o aluno, proporcionando experiências que sejam idênticas às condições de vida. Para tanto, os conteúdos devem abarcar o contexto do estudante, para que este possa refletir sobre ele” (DIESEL; BALDEZ; MARTINS, 2017, p. 282). Ao refletir sobre os contextos vivenciados por eles, abre-se um leque de possibilidades para o ensino, o que pode auxiliar a compreensão da matemática pelos discentes. Desenvolvendo o entendimento do papel das instituições de ensino na sociedade, bem como sua importância na formação científica e do cidadão. Tal metodologia realizada favorece a aprendizagem significativa.

Ausubel por meio da teoria da aprendizagem significativa (TAS), afirma que:

> a capacidade de transformar ideias potencialmente significativas por parte do aprendiz é, obviamente e em parte, uma função do grau geral de desenvolvimento do funcionamento ou da capacidade intelectual do mesmo. [...] Esta prontidão refere-se à disponibilidade de ideias de matérias específicas, bem organizadas, na estrutura cognitiva, que são essenciais para a compreensão e manipulação de novas ideias relacionadas na mesma área ou sub-área (AUSUBEL, 2003, p. 12).

Segundo Moreira (2012) a proposta pedagógica descrita na aprendizagem significativa objetiva um ensino em que haja valorização dos conhecimentos prévios dos estudantes, por meio de uma educação que favoreça a assimilação de novos conceitos. Nesse sentido, para que a aprendizagem seja realmente significativa, “o professor precisa considerar o conhecimento prévio do aluno, a potencialidade do material e a vontade do aluno para aprender” (DIESEL; BALDEZ; MARTINS, 2017, p. 283).

As discussões realizadas durante a formação inicial propiciam um espaço onde haja à construção dos saberes, “como um ser crítico, reflexivo, criativo, questionador e investigador de sua prática pedagógica” (SANTOS; ALVES, 2020, p.111). É durante essa formação que os futuros profissionais são instigados a buscar aperfeiçoamento e a refletir sobre sua prática a fim de evoluir como cidadãos.

Quando se refere à formação, para o desenvolvimento de práticas que envolvam temáticas a respeito de educação financeira, observa-se que tal tema não é parte integrante da maioria dos cursos de formação (CAMPOS; TEIXEIRA; COUTINHO, 2015). Dessa forma, é necessário que se haja um processo de desenvolvimento das intervenções pedagógicas nas graduações, como a licenciatura em matemática e o bacharelado em administração, acerca deste tema, pois as atuações destes profissionais estarão correlacionadas diretamente com mediações envolvendo a aplicação e/ou a disseminação de ações de educação financeira que podem dar subsídio à construção de uma sociedade mais equalitária.

Sendo assim, este trabalho objetiva realizar uma análise sobre as percepções de alunos do ensino superior, do IFMA, campus Buriticupu, quanto à utilização e relação dos seus conhecimentos sobre a educação financeira no seu planejamento individual e familiar.

Metodologia

Nesta pesquisa buscou-se identificar aspectos imbricados aos conhecimentos relacionados à educação financeira em um grupo de alunos do curso de licenciatura de matemática e bacharel em administração no Estado do Maranhão. Para isto, baseado em Gil (2002), realizou-se um levantamento de dados, que objetiva analisar as características de determinada população, utilizando um questionário como material para a coleta de dados, a fim de analisar suas concepções relacionadas à temática em foco.

O levantamento de dados foi realizado entre os meses de abril e maio de 2022, por meio da aplicação de um questionário *online,* o qual contou com 39 respostas, e esteve estruturado em 4 seções, a saber: 1) termo de consentimento livre esclarecido; 2) caracterização dos participantes; 3) conhecimentos com relação à educação financeira; e 4) planejamento financeiro. O formulário foi elaborado na plataforma *google forms*, e o *link* para os participantes foi disponibilizado na sala de aula virtual dos alunos, possibilitando assim, o acesso a todos.

Neste estudo, foi utilizado para compor os dados para as análises as seções 2 e 3. Da seção 2, caracterização dos participantes, utilizou-se os dados relacionados ao gênero e idade. A seção 3, era composta de onze perguntas, sendo quatro com respostas subjetivas, e as demais, objetivas. As 7 perguntas de respostas fechadas estavam divididas em: quatro do tipo dicotômico (sim ou não); uma, estruturada na forma de pergunta de resposta única, com cinco alternativas; e duas perguntas de múltipla escolha, as quais permitiam os participantes a marcarem vários itens na mesma pergunta.

Dentre as quatro perguntas subjetivas, selecionou-se três que apresentavam relação direta com as percepções que os participantes tinham sobre a temática de educação financeira, com relação ao seu planejamento individual e familiar, a fim de comporem o *corpus* textual para análise qualitativa. Uma pergunta não foi utilizada para a composição do *corpus*, pois esta solicitava que os participantes enumerassem, ou citassem, softwares de gerenciamento financeiro.

Para a análise das evocações que emergiram das respostas subjetivas, optou-se por realizar uma análise de similitude, esta “possibilita verificar as ligações existentes entre as palavras do *corpus* textual por meio de grafos” (TINTI; BARBOSA; LOPES, 2021, p. 486), assim permitindo analisar a conexão entre os termos e ideias utilizados nas respostas. Para auxiliar nesta análise foi utilizado o *software* Iramuteq (RATINAUD, 2020), e selecionadas apenas as 20 palavras com maior frequência, com exceção dos vocábulos “assunto” e “forma” que eram evocadas para a introdução de temas.

Para a análise das questões objetivas optou-se pela classificação hierárquica coesitiva, a qual gera um agrupamento (*cluster*) chamado de árvore coesitiva. “Nessa árvore se calcula um índice de coesão que vai permitir a análise de relações intra e interclasses” (RÉGNIER; ANDRADE, 2020, p. 56), gerando uma representação de regras (metarregras). Para isto, foi realizado um tratamento nas respostas, convertendo-as em variáveis binárias do tipo *dummy* (0 ou 1), que, neste caso, representava a concordância (1) ou não (0), com relação a um item respondido, totalizando esta nova organização em uma matriz de 25 colunas. Para auxiliar nesta análise foi utilizado o *software* R (TEAM, 2020), e o pacote Rchic (COUTURIER, 2019).

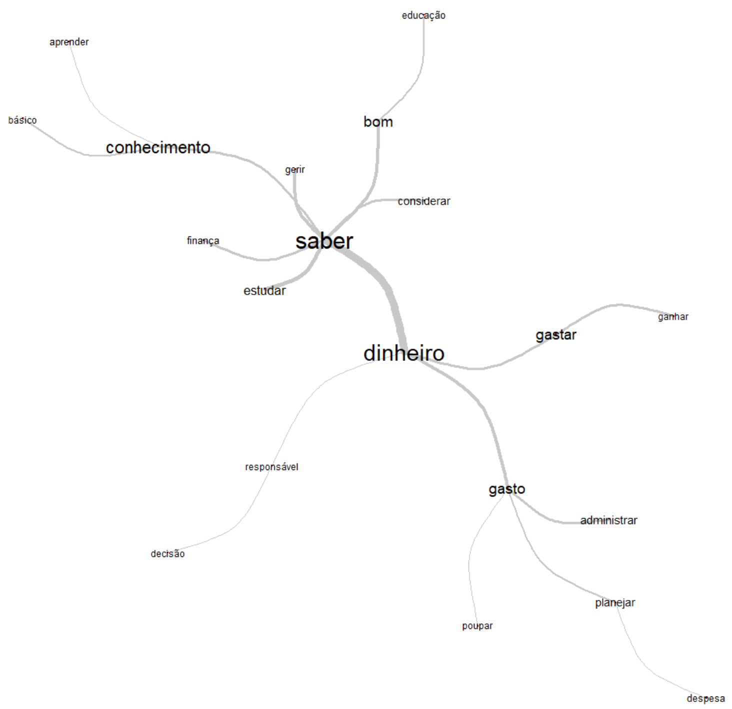
Resultados e Discussões

Com o intuito de melhor explorar as respostas subjetivas dos participantes, foi realizada uma análise de similitude. Tal análise foi baseada na teoria dos grafos, assim, é possível identificar as ocorrências textuais entre as palavras e as indicações de conexão entre elas, auxiliando na identificação da estrutura do conteúdo do *corpus* textual (HOFFMANN; ALVAREZ; MARTÍ-LAHERA, 2020).

As respostas se referiam à como o participante se considera quanto aos seus conhecimentos sobre suas finanças, além de verificar suas percepções sobre o que é ser uma pessoa com boa educação financeira. Assim, verificou-se por meio das falas, que existem quatro termos que se destacam, a saber: “conhecimento”, “saber”, “dinheiro” e “gasto”. Já se esperava o aparecimento destas, haja visto que foram o objetivo da pesquisa (Figura 1).

Figura 1.

Conexidade entre as respostas dos participantes



Autores (2022)

Sobre o termo “conhecimento”, analisou-se que muitos participantes possuem a percepção de que a informação que eles possuem sobre educação financeira é ainda muito básica, e que é fundamental o aprimoramento de maior estudo, como exemplificado nas falas dos participantes, a seguir:

Participante 31: “*Me considero em um nível básico nesse assunto. Necessitando me aprofundar e aplicar esses conhecimentos. Alguém que possui, no mínimo, um conhecimento básico sobre educação financeira, e que esteja colocando em prática esses conhecimentos. Buscando aprender sobre ela*”.

Participante 22: “*Não tenho muito conhecimento a respeito disso. Sei que preciso aprender a ter controle sobre o que é gasto. Começar a fazer um planejamento financeiro talvez fosse um caminho para melhorar*”.

Ainda sobre a Figura 1, verificou-se que as expressões evocadas pelos participantes sobre as suas relações com o dinheiro, foi sobre a importância do “saber”, “dinheiro” e “gasto” que estavam ligadas diretamente. Tais palavras referem-se à necessidade de saber utilizar com responsabilidade os recursos que ganham e gastam, de forma que é fundamental que as pessoas possam estar sempre estudando, acompanhando e planejando para tomar melhores decisões, assim como exemplificada pela resposta a seguir:

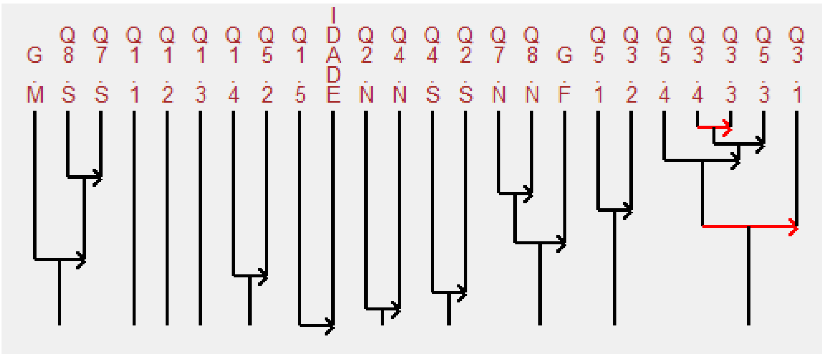
Participante 23: *"Controlar os gastos, a fim de que o dinheiro não falte para as coisas essenciais. Primeiro conhecimento, e logo depois mudanças de hábitos".*

Neste sentido, observou-se que os participantes têm consciência de que as noções de educação financeira em seus orçamentos pessoais e familiares são importantes. Assim, podendo "proporcionar situações que objetivem ampliar sua significação, possibilitando aplicar esse conhecimento, desenvolvendo o controle eficaz das finanças pessoais" (CENCI; PEREIRA; BARICHELLO, 2015, p. 102).

Na Figura 2 é apresentado o gráfico de hierarquia orientada, com a classificação hierárquica coesitiva, na qual observa-se que as respostas das 7 questões analisadas culminaram em 24 variáveis *dummy*, sendo agrupadas em 13 níveis. Destes, apenas dois foram significativos, nível 1 e nível 7, indicados em vermelho.

Figura 2.

Gráfico de hierarquia orientada



Autores (2022)

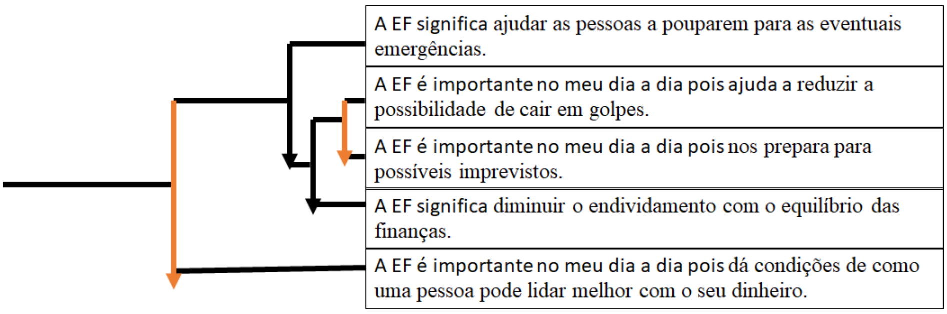
Dos 13 níveis, 7 indicaram valores coesitivos maiores que 0,8. É válido ressaltar que a maior parte das respostas que emergiram da questão 1: "*Você já tem renda própria ou recebe auxílio (dos parentes ou bolsa da universidade)*?" não foram agrupadas por esta metodologia, pois não tiveram afinidade com as outras características analisadas nas demais questões. Tais respostas se referiam ao fato de os participantes possuírem dependência financeira dos seus responsáveis, e/ou ter renda baixa. Os respondentes que marcaram tais alternativas correspondem a mais de 40% da amostra analisada.

Observando o contexto brasileiro, pode-se perceber o quanto a relação entre receitas e despesas familiares é uma questão que merece atenção. “Dentre os indicadores de inadimplência, a proporção de famílias com contas ou dívidas em atraso aumentou, com destaque entre as consideradas mais pobres. Na faixa de até dez salários mínimos, a proporção em abril situou-se no maior nível histórico, 31,9% (CNC, 2022, p. 1). Assim, é fundamental que sejam feitas pesquisas para identificar o conhecimento das pessoas sobre o tema, “pois a educação financeira é um importante item na estabilidade econômica e independência financeira” (GANS *et al.*, 2016, p. 93).

Realizando um recorte para melhor análise dos níveis 1 e 7 (Figura 3), observou-se que a implicação das respostas se refere à importância da educação financeira no cotidiano dos participantes. O valor coesitivo para a implicação das respostas do primeiro nível foi de 0,99998, ou seja, praticamente todos os participantes que responderam ao item: “a educação financeira é importante no meu dia a dia pois ajuda a reduzir a possibilidade de cair em golpes”, possivelmente, responderam também, que “ela será importante pois prepara para possíveis imprevistos”.

Figura 3.

Agrupamento das respostas do questionário referente ao nível 1 e 7



Autores (2022)

Nesse sentido, aponta-se para o amadurecimento das ideias dos participantes sobre a importância do conhecimento da educação financeira, no que diz respeito aos orçamentos pessoais, tomadas de decisões com relação às compras, e sobre poupar algum recurso para eventuais necessidades. Além disso, verificou-se um grande interesse desses jovens em aprender, “pois hábitos saudáveis inseridos desde o princípio de sua vida financeira e laboral possibilitarão escolhas sábias e conscientes, trazendo bons resultados econômicos no presente e uma vida equilibrada no futuro” (GANS *et al.*, 2016, p. 93).

Diante do cenário pandêmico vivenciado pela população brasileira nos últimos anos, saber gerenciar suas receitas e despesas é essencial para desenvolver o controle financeiro. Assim, é essencial a busca de fundamentação e superação do conhecimento empírico para garantir a informação eficiente e eficaz sobre o assunto, “evitando resultados negativos e até um desequilíbrio orçamentário que comprometa o planejamento financeiro pessoal e familiar” (CENCI; PEREIRA; BARICHELLO, 2015 p. 102).

Considerações Finais

Assim, este trabalho trouxe como resultados as percepções que alunos da licenciatura em matemática e bacharelado em administração possuem sobre a temática de educação financeira, sendo que estas apresentaram-se como um conhecimento básico, que necessitavam de maiores conhecimentos. Confirma-se então ao verificar que ao começar a refletir sobre finanças, dá-se início a um processo de conscientização que é fundamental no comportamento financeiro.

Com relação às análises coesitivas, percebeu-se que dois itens foram significativos, os quais expressam a importância da utilização e aplicação de seus conceitos na prática cotidiana, o que demonstra um amadurecimento dos participantes, com relação as ideias quanto ao tema relacionado.

Tal estudo é fundamental para os jovens estudantes, pois verifica-se uma lacuna na maioria das instituições, devido à ausência de formalização em suas propostas curriculares, com relação ao ensino da educação financeira como base de aprendizagem formal. Assim, este conhecimento ocorre através de experiências pessoais, ao longo de sua vivência com o consumo e administração de valores, sem o devido planejamento. Dessa forma, sugere-se que sejam realizadas como trabalhos futuros a busca de ações, ocasionadas por meio de políticas públicas voltadas a temática de educação financeira, para os estudantes, a fim de auxiliá-los na formação de um cidadão crítico, reflexivo e consciente de seu orçamento.

Referências

AUSUBEL, D. P. *Aquisição e Retenção de Conhecimentos: uma perspectiva cognitiva*. 1. ed. Lisboa: Plátano: 1, 2003.

CAMPOS, C. R.; TEIXEIRA, J.; COUTINHO, C. DE Q. E S. Reflexões sobre a educação financeira e suas interfaces com a educação matemática e a educação crítica. *Educação Matemática Pesquisa*, v. 17, n. 3, 2015.

CENCI, J. J.; PEREIRA, I.; BARICHELLO, R. Educação Financeira, Planejamento Familiar e Orçamento Doméstico: um estudo de caso. *Revista Tecnológica*, v. 3, n. 2, p. 89–104, 2015. Disponível em: <https://uceff.edu.br/revista/index.php/revista/article/view/61>.

CNC, C. N. DO C. DE B. S. E T. *Pesquisa CNC: Endividamento e inadimplência do consumidor: alta da inflação e dos juros faz 3 em cada 10 famílias atrasarem contas e dívidas em abril/2022*. Disponível em: <https://portal-bucket.azureedge.net/wp-content/2022/04/c558c63f7b16a479b157320c88a165ea.pdf>. Acesso em: 9 jun. 2022.

COUTURIER, R. *rchic: Statistical Implicative Analysis*. Besançon-França. Disponível em: <https://github.com/rchic/Rchic/>, 2019

DIESEL, A.; BALDEZ, A.; MARTINS, S. Os princípios das metodologias ativas de ensino: uma abordagem teórica. *Revista Thema*, v. 14, n. 1, p. 268–288, 2017. Disponível em: <https://periodicos.ifsul.edu.br/index.php/thema/article/view/404/295>.

GANS, E. B. S. *et al.* A importância da educação financeira para a estabilidade econômica e independência financeira de pessoas de baixa renda. *Revista FAE*, v. 1, p. 93–102, 2016.

GIL, A. C. *Como elaborar projetos de pesquisa. São Paulo: Atlas*. 4 ed. ed. São Paulo - SP: Atlas, 2002.

HOFFMANN, Y.; ALVAREZ, E. B.; MARTÍ-LAHERA, Y. Análisis textual con IRaMuTeQ de investigaciones recientes en historia de la educación matemática en Brasil: un ejemplo de Humanidades Digitales. *Investigación Bibliotecológica: archivonomía, bibliotecología e información*, v. 34, n. 84, p. 103–133, 2020. Disponível em: <http://rev-ib.unam.mx/ib/index.php/ib/article/view/58097>.

MARONESE, M. DA C. M. B.; CARVALHO, T. O. DE. Educação Financeira: Uma necessidade para os jovens consumidores. In: GOVERNO DO ESTADO DO PARANÁ (Org.). *Os desafios da escola pública paranaense na perspectivas do professor PDE*. 1. ed. Paraná: 1, 2016. p. 1–21. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2016/2016_artigo_mat_uel_mariadaconceicaomarquesbarradas.pdf>.

MOREIRA, M. A. Al final, qué es aprendizaje significativo? *Revista Qurriculum: revista de teoría, investigación y práctica educativa*, v. 25, p. 29–56, 2012. Disponível em: <http://publica.webs.ull.es/upload/REV QURRICULUM/25 - 2012/02.pdf>.

OMAR, J. H. D. Taxa de juros: comportamento, determinação e implicações para a economia brasileira. *Revista de Economia Contemporânea*, v. 12, n. 3, p. 463–490, dez. 2008. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1415-98482008000300003&lng=pt&tlng=pt>. Acesso em: 14 jun. 2022.

RATINAUD, P. *Pour les Analyses Multidimensionnelles de Textes et de Questionnaires (IRaMuTeQ)*. Disponível em: <http://www.iramuteq.org/>. , 2020

RÉGNIER, J.-C.; ANDRADE, V. L. V. X. DE. A análise estatística implicativa e análise de similaridade. In: RÉGNIER, J.-C.; DE ANDRADE, V. L. V. X. (Org.). . *Análise Estatística Implicativa e Análise de Similaridade no Quadro Teórico e Metodológico das Pesquisas em Ensino de Ciências e Matemática com a utilização do software CHIC*. Recife-PE: EDUFRPE, 2020. p. 39–80.

SANTOS, L. M. M. DOS; ALVES, M. A. Formação Inicial de Professores de Matemática: mapeamento teórico. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, v. 11, n. 1, p. 110–130, 2020. Disponível em:

<https://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/index.php/rencima/article/view/2262/1221>.

TEAM, R. C. *R: A Language and Environment for Statistical Computing*. Disponível em: <https://www.r-project.org/>. , 2020

TINTI, D. DA S.; BARBOSA, G. C.; LOPES, C. E. O software IRAMUTEQ e a Análise de Narrativas (Auto)biográficas no Campo da Educação Matemática. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, v. 35, n. 69, p. 479–496, 16 jan. 2021. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-636X2021000100479&tlng=pt>. Acesso em: 14 jun. 2022.

IX CIBEM Congresso Iberoamericano de Educação Matemática 05 a 09 de dezembro de 2022

A Educação Matemática e a Literatura da Aritmética da Emília: um processo de apropriação e reflexão do estudante do Ensino Médio.

Emilia's Mathematics Education and Arithmetic Literature: a process of appropriation and reflection by high school students.

La Educación Matemática de Emilia y la Literatura Aritmética: un proceso de apropiación y reflexión por parte de estudiantes de secundaria.

Muriel Kampff da Silveira[847]
Mestranda Profissional em Educação - UERGS - Osório
https://orcid.org/0000-0002-0766-6783

Aline Silva De Bona[848]
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul (IFRS) - Campus Osório
https://orcid.org/0000-0002-0052-1987

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Relação da Matemática com outras áreas de conhecimento

Resumo

O trabalho é o relato de uma prática docente ancorada em conceitos da tendência denominada Literatura na Educação Matemática na obra Aritmética da Emília do Monteiro Lobato - abordando na perspectiva do projeto interdisciplinar (matemática, artes e língua portuguesa) integrado à apropriação das tecnologias. Prática realizada com estudantes do Ensino Médio, pós pandemia, numa escola pública estadual do RS, na cidade de Canela, na forma extraclasse, apenas a finalização em aula no instrumento de avaliação "apresentação" do trabalho em grupo aos demais colegas. Objetiva-se compartilhar a necessidade de se criar meios e formas de mobilizar o interesse em aprender Matemática na escola básica, com a exemplificação da "apresentação". Meios como avaliação única no projeto, de forma colaborativa de construção, assim como a responsabilização sobre o processo de aprendizagem do grupo. A Matemática presente é uma alfabetização conceitual de importância como área do conhecimento. A metodologia do projeto foi pesquisa-ação, ancorado no diálogo, e a do relato do tipo investigativa, iniciado pela abordagem conceitual da tendência. Os dados foram as reflexões dos estudantes quanto a importância de entender porque se estuda Matemática, além das avaliações, da escola, mas para a vida, diferentes situações como na literatura. Um resultado foi que os estudantes pareciam resistentes, mas ao se envolver gostaram de aprender Matemática, refletiram sobre a autonomia, e sua necessidade além da escola. Outro resultado é a necessidade de formação docente para poder propor novas práticas e interdisciplinares, para assim promover a educação matemática na escola básica.

Palavras-Chave: Contexto para Educação Matemática, Literatura e a Matemática, Apropriação das Tecnologias, Avaliação, Projetos Interdisciplinares.

847 muriel-silveira@uergs.edu.br
848 aline.bona@osorio.ifrs.edu.br

Abstract

The work is the report of a teaching practice anchored in concepts of the trend called Literature in Mathematics Education in the work Arithmetic by Emília do Monteiro Lobato - and in the perspective of the interdisciplinary project (mathematics, arts and Portuguese language) integrated to the appropriation of technologies. Practice carried out with high school students, after the pandemic, in a state public school in RS, in the city of Canela, in an extra-class way, only the completion in class in the assessment instrument "presentation" of group work to other colleagues. The objective is to share the need to create means and ways to mobilize interest in learning mathematics in elementary school, with the exemplification of "presentation". Means such as unique assessment in the project, and collaborative form of construction, as well as accountability for the group's learning process. The present mathematics is conceptual literacy and also of importance as an area of knowledge. The project methodology was action research, anchored in dialogue, and investigative reporting, initiated by the conceptual approach to the trend. The data were the student's reflections on the importance of understanding why mathematics is studied, in addition to assessments, from school, but for life, different situations as in literature. One result was that students seemed resistant, and when they got involved, they enjoyed learning mathematics, reflected on autonomy, and its need beyond school. Another is the need for teacher training to be able to propose new and interdisciplinary practices to promote mathematics education in elementary schools.
***Keywor**ds: Context for Mathematics Education, Literature and Mathematics, Appropriation of Technologies, Assessment, Interdisciplinary Projects.

Resumen

El trabajo es el relato de una práctica docente anclada en conceptos de la corriente denominada Literatura en Educación Matemática en la obra Aritmética de Emília do Monteiro Lobato - y en la perspectiva del proyecto interdisciplinario (matemáticas, artes y lengua portuguesa) integrado a la apropiación de tecnologías Práctica realizada con estudiantes de secundaria, post pandemia, en una escuela pública estadual de RS, en la ciudad de Canela, de forma extraclase, solo la finalización en clase en el instrumento de evaluación "presentación" del trabajo grupal a otros compañeros . El objetivo es compartir la necesidad de crear medios y formas para movilizar el interés por el aprendizaje de las matemáticas en la escuela primaria, con la ejemplificación de "presentación". Medios como la evaluación única en el proyecto, y la forma colaborativa de construcción, así como la rendición de cuentas por el proceso de aprendizaje del grupo. La matemática actual es una alfabetización conceptual y también de importancia como área de conocimiento. La metodología del proyecto fue la investigación-acción, anclada en el diálogo, y el reportaje de investigación, iniciado por el enfoque conceptual de la tendencia. Los datos fueron las reflexiones de los estudiantes sobre la importancia de comprender por qué se estudian las matemáticas, además de las evaluaciones, desde la escuela, pero para la vida, diferentes situaciones como en la literatura. Un resultado fue que los estudiantes parecían resistentes y cuando se involucraban disfrutaban aprendiendo matemáticas, reflexionaban sobre la autonomía y su necesidad más allá de la escuela. Otro es la necesidad de formación docente para poder proponer prácticas novedosas e interdisciplinarias para promover la educación matemática en las escuelas primarias.
Palabras clave: Contexto para la Educación Matemática, Literatura y Matemática, Apropiación de Tecnologías, Evaluación, Proyectos Interdisciplinarios.

Lecionar a disciplina de Matemática no Ensino Médio é uma experiência incrível, pois ao propor atividades diferenciadas aos estudantes, esses mostram-se motivados na execução das tarefas que, inicialmente, é encarada como desafio ou algo difícil de ser executado. No entanto, geralmente os discentes não apenas surpreendem os seus docentes com suas construções, mas são surpreendidos com os resultados obtidos por suas ações.

Diante a um cenário de ensino presencial, em particular pós-pandemia, ocasionado pela doença coronavírus no ano de 2019, foi proposta aos estudantes do 3º ano do Ensino Médio de uma escola estadual do Rio Grande do Sul, situada no município de Canela, uma atividade de apresentação para o público escolar de seu turno. Esta iniciativa se deu por considerar o impacto positivo que as atividades de "apresentação" gera nos estudantes, uma vez que contribui para sua formação crítica e reflexiva. Destaca-se que a lógica da "apresentação" está intimamente ligada à cultura digital dos estudantes do Ensino Médio, pois eles vivem imenso em redes sociais, e com aprendizagem colaborativa, num primeiro momento, segundo Bona (2012). Dessa forma, um elemento importante para mobilizar a aprendizagem é fazer uso desta estratégia de aprendizagem: a da "apresentação".

Oliveira (2020, p. 1) corrobora nesta linha ao inferir que

> O protagonismo discente possibilita o desenvolvimento da autonomia do pensar e agir, estimulando a busca de conhecimentos de forma independente e a realização de práticas inovadoras, cabendo ao professor fazer a mediação do processo de ensino e aprendizagem. Da mesma forma, o protagonismo estudantil contribui para aulas dinâmicas e divertidas, ampliando a participação e o espaço da criatividade, favorecendo a formação de um sujeito crítico e inovador (OLIVEIRA, 2020, p.1).

A aplicação da experiência foi baseada no livro de Bona (2019), através do relato de uma intervenção realizada no ano de 2018 com turmas do 3º ano do Ensino Médio do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul (IFRS). A experiência focada em promover a Educação Matemática está em todos os contextos, inclusive na literatura, destacando paralelamente o trabalho da tendência ou concepção denominada Literatura na Educação Matemática de Dotta, Silva, Souza, Keil (2021), construído durante o ensino remoto no ano da publicação.

Para Dotta, Silva, Souza e Keil (2021, p.109, 111), o hábito de leitura é importante em toda disciplina e precisa ser explorado e trabalhado pelo professor para que este construa no estudante novos meios e formas de representar o que entenderam, e, além disso, ler histórias e estórias desperta a imaginação e afetividade. Na obra em que está inserido o capítulo dos autores encontram-se reflexões sobre a importância da prática docente e da formação docente, ainda articula-se a tendência da Literatura em Matemática com a História da Matemática, que exige uma imaginação e uma fala, as vezes, de época de que os estudantes dizem: “Não tinha televisão e celular naquela época por isso estudavam tanto (...)”, e a compreensão se torna “Que interessante, eles queriam descobrir esse conceito ou cálculo para ter uma calculadora ou uma técnica de organizar quantidades e outros (...)”.

Muitos estudiosos da Matemática como citados do trabalho dos autores acima, como Smole e Diniz (2001), destacam que compreender um texto de Matemática, identificar o problema, pensar em estratégias e até entender que não tem solução é essencial e primordial para aprender a conceituação, a estrutura de resolução e cálculo em seguida, pois o processo contrário não é possível. Com isso, a Matemática trabalha de forma indireta e até direta conforme a proposta de trabalho com a língua materna na escola. Logo, o projeto interdisciplinar é natural nessa concepção pedagógica de aprender a aprender Matemática, segundo muitos contextos, sendo que é com mais de uma prática pedagógica que o estudante pode se apropriar do que aprende de forma “empolgada” e superando suas dificuldades, conforme Bona (2012).

A atividade aqui relatada foi proposta inicialmente pela professora de Matemática da turma que convidou os professores de Língua Portuguesa e Artes, no intuito de colaborar junto aos discentes em suas pesquisas, caracterização e apresentação dos resultados. Cada disciplina trabalhou os critérios avaliativos que competem a sua área do conhecimento que contemplavam o mesmo tema gerador, podendo ser tratado como projeto interdisciplinar. Para Lemes (2020), o ensino da Matemática não é apenas a realização mecânica das operações básicas, estas operações devem ser contextualizadas nas práticas diárias e associá-las a outros conteúdos trabalhados nas demais disciplinas. Sobre projetos interdisciplinares a autora afirma que

> Para realizar trabalho ou projeto interdisciplinar, não é obrigatório que todas as disciplinas sejam integradas em um mesmo grupo, até porque é necessário fazer um estudo para perceber quais conteúdos podem ser melhor relacionados para então se ter resultados positivos. (LEMES, 2020, p. 4-5)

Para Lemes, não é a quantidade de disciplinas integradas que garantem o sucesso do trabalho, mas sim a maneira como o projeto é conduzido para buscar os melhores resultados. Desse modo, a ideia principal desta proposta foi a de promover a interdisciplinaridade com o objetivo de motivar os estudantes em seus estudos e fazer com que compreendam que o conhecimento não é fragmentado, e da mesma forma o objetivo deste trabalho no evento é compartilhar uma prática docente que mobilizou a aprendizagem dos estudantes valendo-se da "apresentação" e promovendo a importância da Educação Matemática.

O planejamento foi proposto aos estudantes, em março de 2022, para uma turma com 24 estudantes. Neste planejamento continha uma proposta pedagógica abordando a obra *Aritmética da Emília*, de Monteiro Lobato, publicada no Brasil pela primeira vez no ano de 1935. Esta proposta foi estruturada para ser apresentada em três momentos, que são aqui descritos, e se deu com antecedência de 40 dias antes da culminância do projeto.

A turma foi distribuída em três grupos para a realização do trabalho: o primeiro grupo apresentou os ensinamentos abordados na obra *Aritmética da Emília*, apontando suas descobertas através da leitura do livro e as contribuições que a obra trouxe; o segundo grupo apresentou a bibliografia do autor Monteiro Lobato, bem como suas contribuições à literatura infantil, a educação matemática e suas passagens polêmicas quanto a algumas falas racistas; e o terceiro grupo se caracterizou de alguns personagens e trouxe a história de cada um deles, como complemento desta etapa, animou a apresentação com acrobacias inventadas por eles na hora da apresentação do projeto.

Para iniciar esta atividade foi solicitado a todos os estudantes da turma que realizassem a leitura da obra *Aritmética da Emília* de Monteiro Lobato. Todos se envolveram na leitura do livro como atividade extraclasse. Alguns estudantes adquiriram o livro, outros copiaram, e outros conseguiram a literatura em PDF[849] e a leram através de seus *smartphones*. Durante a semana a professora de Matemática os instigou na leitura através de perguntas norteadoras das abordagens da obra. A leitura se deu em uma média de quinze dias e, após todos terem lido, os estudantes foram separados em três grupos para a apresentação de culminância do projeto. O

849 Uma versão da obra em pdf: https://www.sarutaia.sp.gov.br/arquivos/aritmetica_da_emilia_-_monteiro_lobato_07071037.pdf. Acesso em: 20 de junho de 2022.

primeiro e segundo grupo utilizaram data show, com o programa *Power Point*, em que estava estava descrito alguns tópicos que os conduziram na apresentação.

O grupo que apresentou o primeiro momento, foi composto por oito integrantes que abordaram a data de nascimento e contexto histórico do ano da obra; características do período histórico descritos no livro tais como a questão monetária da época e vocabulário; conteúdos matemáticos abordados envolvendo as operações básicas com reflexões e analogias que a escrita trazia. Nas considerações finais da apresentação disseram (falas transcritas na íntegra pela professora e os estudantes serão codificados por letras maiúsculas):

"(Estudante B) Concluímos que o livro 'Aritmética da Emília' tem como objetivo principal ensinar e auxiliar na compreensão aritmética de forma lúdica e divertida. O mesmo aborda temas de suma importância para nosso cotidiano tais como quantidades, medidas, frações, subtrações, soma, multiplicação e divisão, sendo aplicadas de forma básica com exemplos do dia a dia, dentre eles, as frutas, fazendo com que, ao ler o livro, as crianças compreendam melhor os conteúdos abordados e os adolescentes ou adultos relembram de forma clara tais conteúdos. (Estudante H) Além disso, o livro desperta um olhar crítico com relação ao racismo implícito da época, mas que se torna explícito na visão da sociedade atual. Podemos citar como exemplo um dos trechos do capítulo 9, 'Quindim e Emília': (...) - Pois eu sou asneirenta, porque aquela burra da tia Nastácia me fez assim. Ela foi a minha natureza. Natureza preta como carvão e beiçuda (...). Através deste trecho podemos compreender e analisar de forma clara o racismo presente na obra, desta forma, conseguimos perceber a evolução do olhar crítico dos leitores através dos anos. O que antes era visto como algo normal, hoje em dia é visto como preconceito racial, ou até mesmo, uma ofensa. (Estudante B) E caso queiram relembrar algumas operações primordiais da Matemática, que são de suma importância para a realização de alguns feitos essenciais de nosso cotidiano como cozinhar, calcular a trajetória até um determinado local, fazer compras, dentre outros. (Estudante H) Que além de ser de fácil compreensão, possui uma maneira divertida de nos mostrar a matemática básica. Assim, fazendo com que este conteúdo tenha uma melhor fixação."

O segundo momento foi apresentado por sete integrantes da turma, que apresentaram suas pesquisas realizadas pertinentes a biografia do escritor Monteiro Lobato, ressaltando sua infância, adolescência, vida adulta e suas polêmicas racistas que foram contempladas em mais de uma de suas obras, incluindo falas realizadas no Sítio do Picapau Amarelo e no livro Caçadas do Pedrinho (1933). O grupo fez a observação que a Tia Nastácia era sempre motivo de chacota por conta de sua cor e, também, associaram a atuação da personagem, que era serviçal, pelo mesmo motivo.

O terceiro momento foi realizado por oito integrantes da turma que apresentaram os personagens (escolhidos pelos membros do grupo): Emília, Visconde, Pedrinho, Narizinho e o Saci. De cada personagem contaram a história e suas características, dentre eles, trago trechos das falas realizadas na apresentação:

"Pedrinho é um menino bastante corajoso (seu único medo é as vespas) e aventureiro, neto de Dona Benta e primo de Narizinho, Pedrinho viaja pelo sítio de sua avó nas férias. É lá que ele junto com sua prima, a boneca Emília, o Visconde de Sabugosa e os outros tramam e aprontam várias travessuras e reinações no sítio e até no reino das águas claras. Ele tem 10 anos, e tem cabelos curtos. O primeiro livro que ele aparece é em *Reinações de Narizinho* (1931). Visconde é um boneco feito de sabugo de milho, um grande sábio, gramático e filósofo, cuja sabedoria obteve através dos livros da estante da biblioteca de Dona Benta. Logo no começo em que Visconde ganhou vida, ele ainda tinha o tamanho de um sabugo de milho, mas ele tomou uma pitada de fermento e ficou do tamanho de uma pessoa normal. Ele também é um grande inventor, passa grande parte do tempo dentro de seu laboratório, no porão do Sítio, trabalhando em suas invenções. Apesar de ser um Visconde, seu único pertence é a sua cartola. Nas aventuras é sempre escolhido por Pedrinho para fazer as coisas mais perigosas, pelo fato de ele ser 'consertável', se estragasse ou se machucasse ou até morresse, Tia Nastácia fazia outro".

No contexto da pesquisa e apresentação realizada, a disciplina de Matemática avaliou o conjunto do trabalho, dando ênfase ao enredo matemático que o livro aborda, tais como a maneira interpretativa das explicações trazidas pelos estudantes através da interpretação da leitura, comentadas no grande grupo durante a preparação das falas e organização dos slides para apresentação. A disciplina de Português avaliou as leituras e interpretações que compreenderam os estudos e a apresentação da biografia do autor Monteiro Lobato. A disciplina de Artes avaliou a caracterização dos personagens, expressão corporal e a desenvoltura na apresentação do projeto.

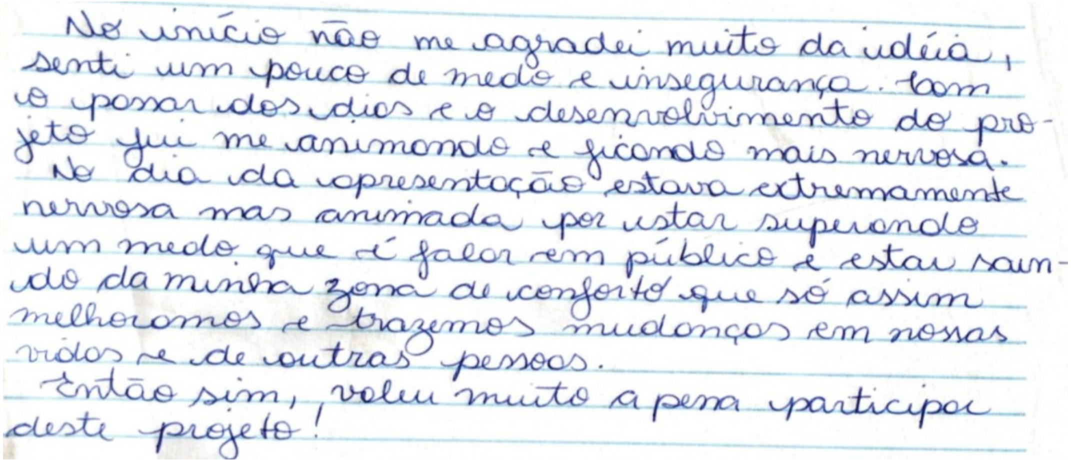
A avaliação do projeto foi contínua, durante o seu desenvolvimento. Realizou-se rodas de conversas, trocas de informações, orientações compartilhadas, alcance de materiais para os demais grupos, como vestimenta para os personagens ou alguma leitura indicada, tais ações ocorreram durante as aulas. A maioria da montagem desta atividade se deu de maneira extraclasse. Nas aulas presenciais, dentre as aprendizagens dos conteúdos solicitados para aquele bimestre letivo, era comentado como estava se desenvolvendo a organização para apresentação. Os colegas colaboraram uns com os outros, dessa maneira, ocorreu a integração dos grupos para a "apresentação". Foi oportunizado aos discentes apenas 4 períodos presenciais, correspondendo a 45 minutos cada, para organização da culminância do projeto. Não foi entregue nenhum trabalho escrito por parte dos estudantes que apresentaram, no entanto, na turma, continha um aluno que estava afastado por motivos de saúde, este aluno possui laudo médico que requer atividades flexibilizadas, dessa maneira foi solicitado ao estudante a entrega da resenha da obra aqui trabalhada.

O ensino por meio da inserção de projetos vai além da prática da leitura e compreensão da obra. Atividades assim faz com que os estudantes realizem pesquisas extracurriculares sobre assuntos que iriam além do que estava escrito no livro, tais como a história monetária, vida dos personagens e biografia do autor, explorar as tecnologias para a propagação de sua pesquisa através de apresentação via *Power Point*, exposta em data-show no saguão da escola, utilizar sua criatividade na "apresentação". Verificando-se que os estudantes demonstram apropriação das tecnologias, sejam digitais ou não, e que os mesmos conseguem compreender a importância de entender a matemática, não apenas como letramento, mas como uma "alfabetização de matemática presente em muitos contextos, como na literatura, e esta está na vida".

Passada a apresentação os estudantes sentiram-se "empolgados" com suas produções e trocas, melhorando o engajamento da turma. Solicitaram à professora de Matemática que trouxesse mais propostas interdisciplinares para serem trabalhadas com a turma. A professora solicitou aos estudantes, de maneira colaborativa, sem imposição de obrigatoriedade, que contribuíssem com alguns relatos referente a participação no projeto, mencionando os aspectos positivos e negativos/dificuldades da atividade. Segue algumas contribuições da turma:

Figura 1: Relato da estudante L.

Fonte: Dados das autoras.

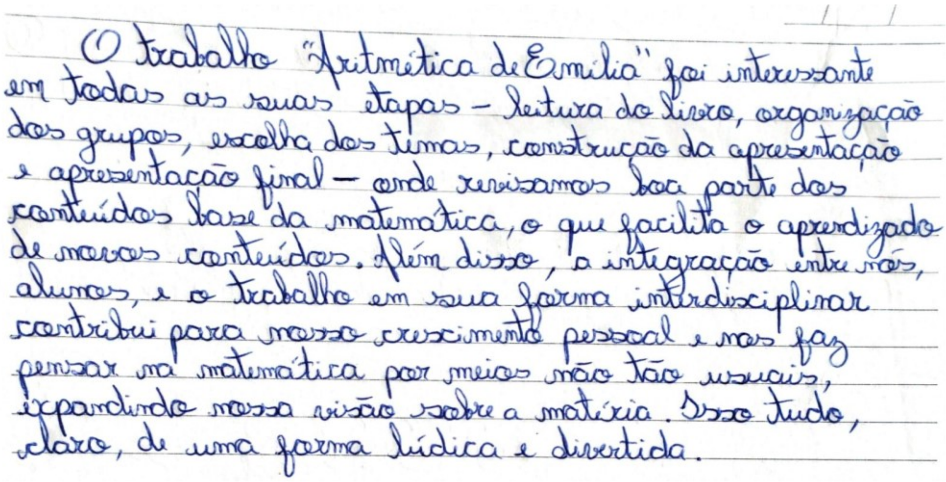


No início não me agradei muito da idéia, senti um pouco de medo e insegurança. Com o passar dos dias e o desenvolvimento do projeto fui me animando e ficando mais nervosa. No dia da apresentação estava extremamente nervosa mas animada por estar superando um medo que é falar em público e estar saindo da minha zona de conforto que só assim melhoramos e trazemos mudanças em nossas vidas e de outras pessoas.

Então sim, valeu muito a pena participar deste projeto!

Figura 2: Relato da Estudante P.

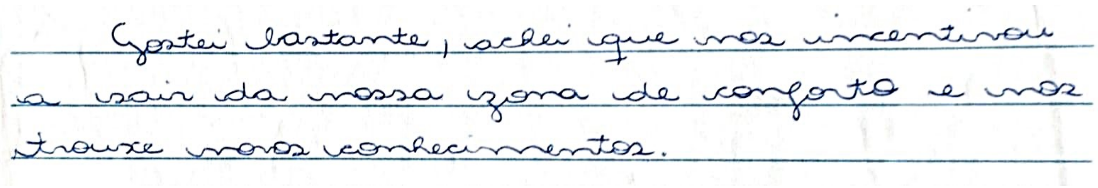
Fonte: Dados das autoras.



O trabalho "Aritmética de Emília" foi interessante em todas as suas etapas – leitura do livro, organização dos grupos, escolha dos temas, construção da apresentação e apresentação final – onde revisamos boa parte dos conteúdos base da matemática, o que facilita o aprendizado de novos conteúdos. Além disso, a integração entre nós, alunos, e o trabalho em sua forma interdisciplinar contribui para nosso crescimento pessoal e nos faz pensar na matemática por meios não tão usuais, expandindo nossa visão sobre a matéria. Isso tudo, claro, de uma forma lúdica e divertida.

Figura 3: Relato da Estudante M.

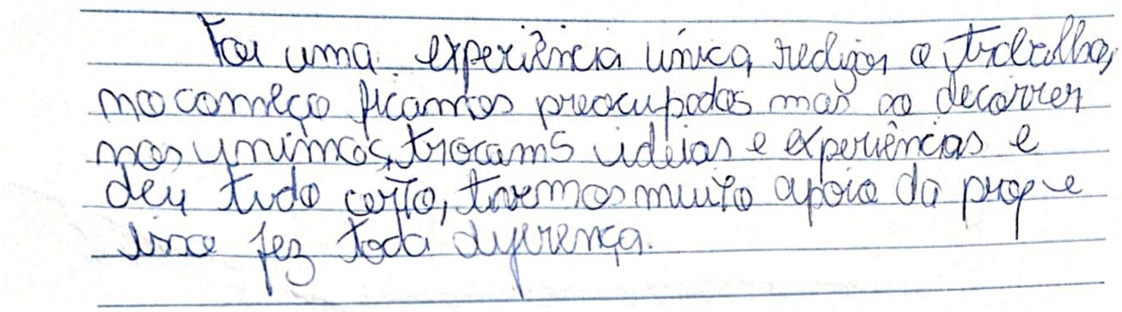
Fonte: Dados das autoras.



Gostei bastante, achei que nos incentivou a sair da nossa zona de conforto e nos trouxe novos conhecimentos.

Figura 4: Relato da Estudante O.

Fonte: Dados das autoras.



Foi uma experiência única redigir o trabalho, no começo ficamos preocupados mas ao decorrer nos unimos, trocamos ideias e experiências e deu tudo certo, tivemos muito apoio da prof e isso fez toda diferença.

Desde a primeira vez que foi feita a proposta pedagógica, os estudantes observaram que a avaliação se daria de maneira diferente das que eles estavam acostumados. A maior resistência na participação foi para apresentarem os resultados no público escolar, pois foi proposto a culminância para todos os integrantes da escola do noturno, sendo um contraponto frente a lógica da cultura digital, pois ao mesmo tempo que compartilhar, curtir e trocar ideias é uma prática cotidiana na vida dos jovens, fazer esta ação com trabalho escolares é algo novo, mas que é mobilizador, se bem planejado pelo docente e grupo. A professora flexibilizou esta interação, informando que o grupo poderia se organizar para que nem todos precisassem apresentar, mas que se planejassem para que alguns realizassem a parte escrita/tecnológica e outros a parte oral. No entanto, a turma toda se envolveu e todos enfrentaram seus medos e foram à frente, orgulhosos com o resultado final e os elogios prestados pelas demais turmas e professores da escola.

Dessa maneira, pode-se considerar que trabalhar na proposta de projetos interdisciplinares é atrativo aos olhos dos estudantes e colabora na construção de seu conhecimento através das pesquisas realizadas e descobertas explanadas ao grande grupo, pesquisas além da educação matemática, como um estudante ativo.

Abaixo, segue uma figura 5, que é uma composição de algumas imagens da execução do projeto. A escola tem direito de imagem dos estudantes, e autorização para a pesquisa, aqui apresentada.

Figura 5: Uma composição das apresentações.

Fonte: Dados das autoras.

Enfim, **conclui-se** que, a formação docente, tempos de estudo e planejamento do professor é essencial para ele aprimorar sua prática docente, encantar os estudantes com a Matemática, e também outros professores que desejem faz projetos interdisciplinares e mostrar aos alunos que assim como a Matemática está presente na vida as demais disciplinas da escola básica também. Além disso, fica claro pós pandemia que o professor precisa se renovar em meios e formas para proporcionar aos estudantes meios e formas de aprender matemática de forma que o estudante pesquisa e queira aprender (BONA, LUCCHESI, FIOREZE, 2021).

Referências

BONA, A. S. D.; LUFT, G. F. C. Matemática e Literatura: uma estratégia interdisciplinar para mobilizar o processo autônomo de aprendizagem por meio da obra Aritmética da Emília, de Monteiro Lobato. In: BONA, A.S.D. (org). **Ações mobilizadoras em diferentes espaços de aprendizagem. Curitiba**. Curitiba: CRV, 2019, p. 11-21.

BONA, A. S. D. **Espaço de Aprendizagem Digital da Matemática:** o aprender a aprender por cooperação, 2012. 252f. Tese (Doutorado em Informática na Educação). Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação. Porto Alegre: UFRGS, 2012.

BONA, A. S. D; LUCCHESI, I. L.; FIOREZE, L. A.. **A potencialização de estratégias de ensino durante o período de pandemia do coronavírus**. In: FIOREZE, L. A.; HALBERSTADT, F. F. (orgs). Aprendizagens e Vivências no Ensino de Matemática em tempos de pandemia. Porto Alegre, RS: Editora Fi, 2021, p. 161-206.

DOTTA, D.; SILVA, G. G.; SOUZA, K. L.; KEIL, R. L. Literatura em Educação Matemática: uma abordagem conceitual. In: BONA, A. S. D; OLIVEIRA, D. (orgs). **Concepções da Educação Matemática**: um olhar docente reflexivo em formação no contexto do Ensino Remoto. São Paulo: Editora LF, 2021, p. 109 - 135.

LEMES, Z. M.. **A interdisciplinaridade como instrumento facilitador no processo de ensino-aprendizagem da Matemática na primeira fase do Ensino Fundamental**. Conedu - VII Congresso Nacional de Educação. Maceió/AL. Out 2020. Disponível em: https://editorarealize.com.br/editora/anais/conedu/2020/TRABALHO_EV140_MD1_SA13_ID5723_30082020221243.pdf Acesso em 18/06/22.

OLIVEIRA, S. S. A. PROTAGONISMO DISCENTE: uma prática desafiadora e inovadora na educação básica de um colégio no recôncavo baiano. In: XXV EPEN - **Reunião Científica Regional Nordeste da Associação Nacional de Pesquisa e Pós-Graduação em Educação.** Universidade Federal do Maranhão. Nov 2020. Disponível em: http://anais.anped.org.br/regionais/sites/default/files/trabalhos/20/7007-TEXTO_PROPOSTA_COMPLETO.pdf . Acesso em: 07 jun 2022.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. **Ler, escrever e resolver problemas:** habilidades básicas para aprender Matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001.

A experiência museal e a Modelagem na educação: possibilidades para alfabetização científica por meio do estudo de agentes invisíveis no pós-pandemia

The museum experience and Modeling in education: possibilities for scientific literacy through the study of invisible agents in the post-pandemic

La experiencia del museo y la modelización en la educación: posibilidades de alfabetización científica a través del estudio de los agentes invisibles en la post-pandemia

Paula Eugenia dos Santos[850]
PUCRS
https://orcid.org/0000-0001-9515-7868

Susana Seidel Demartini[851]
PUCRS
https://orcid.org/0000-0003-2191-0153

Dilson Ferreira Ribeiro[852]
PUCRS
https://orcid.org/0000-0002-0777-9796

Isabel Cristina Machado de Lara[853]
PUCRS
https://orcid.org/0000-0002-0574-8590

Modalidade: Comunicações
Núcleo Temático: Relação da Matemática com outras áreas de conhecimento

Resumo

Esse artigo apresenta o relato de uma proposta de ensino que utilizou um museu interativo como recurso pedagógico. O objetivo foi contribuir com a aprendizagem de estudantes do Ensino Fundamental sobre a existência de agentes invisíveis, fungos e bactérias, presentes em diversos ambientes. A metodologia utilizada na proposta foi a Modelagem na Educação e uma das contribuições para o diferencial desta proposta foi a articulação entre a interdisciplinaridade e a alfabetização científica. A pesquisa foi realizada com 37 estudantes de escola pública municipal do interior gaúcho. Ao final da proposta os estudantes desenvolveram modelos para expressar os seus conhecimentos acerca da existência de agentes invisíveis presentes em seu cotidiano.

***Palavras-chave*:** museu interativo, modelagem na educação, interdisciplinaridade, alfabetização científica.

[850] paula.santos80@edu.pucrs.br
[851] susana.seidel@edu.pucrs.br
[852] dilsondfr@gmail.com
[853] isabel.lara@pucrs.br

Abstract

This article presents the report of a teaching proposal that used an interactive museum as a pedagogical resource. The goal was to contribute to the learning of elementary school students about the existence of invisible agents: fungi and bacteria, present in various environments. The methodology used in the proposal was Modeling in Education and one of the contributions to the differential of this proposal was the articulation between interdisciplinarity and scientific literacy. The research was carried out with 37 students from a municipal public school in the countryside of Rio Grande do Sul. At the end of the proposal, the students developed models to express their knowledge about the existence of invisible agents present in their daily lives.

Keywords: interactive museum, modeling in education, interdisciplinarity, scientific literacy.

Resumen

Este artículo presenta el informe de una propuesta de enseñanza que utilizó un museo interactivo como recurso pedagógico. El objetivo era contribuir al aprendizaje de los alumnos de primaria sobre la existencia de agentes invisibles: hongos y bacterias, presentes en diversos entornos. La metodología utilizada en la propuesta fue la Modelización en la Educación y uno de los aportes al diferencial de esta propuesta fue la articulación entre la interdisciplinariedad y la alfabetización científica. La investigación se realizó con 37 alumnos de una escuela pública municipal del interior de Rio Grande do Sul. Al final de la propuesta los alumnos elaboraron modelos para expresar sus conocimientos sobre la existencia de agentes invisibles presentes en su vida cotidiana.

Palabras clave: museo interactivo, modelado en la educación, interdisciplinariedad, alfabetización científica.

Introdução

Atualmente vivenciam-se incertezas impostas pela pandemia da Covid-19, doença gerada pelo vírus SARS-Cov-2 que foi descoberto no final de 2019 (Lucietto & Mosegui, 2022). Sobre isso, observou-se o aumento da disseminação da desinformação, ou chamadas *Fake News* que contribuíram com movimentos apoiados em crenças pessoais e opinativas. Dessa forma, apresenta-se a alfabetização científica como uma maneira de potencializar os conhecimentos dos estudantes, auxiliando-os em suas tomadas de decisão e percebendo a ciência e suas aplicações como uma das formas de auxiliar na prevenção de doenças.

Essa proposta teve por objetivo contribuir com a aprendizagem de estudantes do Ensino Fundamental sobre a existência de agentes invisíveis: fungos e bactérias, presentes em diversos ambientes.

Nesse sentido, faz-se necessário explorar conceitos que circularam nas rodas de conversa durante a pandemia, mas que podem não estar elucidados, ou cientificamente explicados ainda para esses grupos. Assim, por meio da aplicação de um projeto de ensino, abordou-se a temática “Agentes Invisíveis”, apresentados como: bactérias, fungos e outros micro-organismos imperceptíveis aos olhos. Diante disso, a fim de propiciar aos estudantes participação ativa no processo de aprendizagem por meio de experiências práticas, utilizou-se a Modelagem na Educação, considerada por Biembengut (2016) como um método de ensino utilizado para compreender um fenômeno ou resolver situação-problema. Desse modo, realizou-se um projeto interdisciplinar que pretendeu potencializar a alfabetização cientifica desenvolvida em ambientes formais e não formais de educação, a fim de oportunizar a compreensão e a tomada de decisão do estudante.

Durante a proposta, foi utilizado como recurso pedagógico a visitação ao Museu de Ciências e Tecnologias da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul (MCT-PUCRS). Para isso, participaram 37 estudantes de duas turmas do 6º ano do Ensino Fundamental, com idades entre 11 e 13 anos, de uma escola pública da região metropolitana de Porto Alegre, no Estado do Rio Grande do Sul.

Nas seções seguintes, a escrita perpassa pelos aportes teóricos utilizados na elaboração da proposta, bem como uma síntese das principais ocorrências com detalhamento em cada etapa da Modelagem. Para finalizar, apresenta-se os principais resultados encontrados.

Modelagem na Educação

O projeto desenvolvido apoiou-se na Modelagem na Educação, na Interdisciplinaridade, no Museu Interativo como espaço potencializador e na Alfabetização Científica. Para Biembengut (2016, p. 101), a modelagem “[...] começa com um conjunto de ideias para resolver uma situação-problema que ao final do processo vai requerer verificações rigorosas e conclusões explícitas [...]”.

Soma-se a isso a ideia de que a modelagem é "[...] um método para solucionar alguma situação-problema ou para compreender um fenômeno utilizando-se de alguma teoria [...]" (Biembengut, 2016, p. 98), podendo ser aplicada em diferentes atividades do cotidiano, a partir de uma questão investigada acerca de uma temática escolhida.

Segundo Biembengut (2016), trata-se de um método em que os procedimentos são divididos em três fases: percepção e apreensão; compreensão e explicação; significação e expressão. Na primeira fase, busca-se por uma temática presente no contexto do estudante a fim de propiciar interesse e assim, perceber dados, informações, ideias e dessa forma apreender, estabelecendo relação com o conhecimento prévio.

A segunda, a mais desafiadora das fases, envolve classificar as informações e dados apreendidos anteriormente e relacioná-los com as recentes, oportunizando a formulação de problemas ou modelos com a finalidade de resolver e compreender situações do próprio contexto, quando for requerido. A última fase consiste na significação. Nesse momento, o estudante compreendeu e busca interpretar soluções para verificar a validade do modelo. Vale ressaltar que, conforme Biembengut (2016, p. 105): “As fases do processo de modelar são as mesmas." para todas as áreas. Por essa razão, justifica-se o desenvolvimento deste projeto de forma interdisciplinar.

Interdisciplinaridade

As Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica - DCNEB apontam que "Pela abordagem indisciplinar ocorre a transversalidade do conhecimento constitutivo de diferentes disciplinas, por meio da ação didático-pedagógica mediada pela pedagogia dos projetos temáticos." (Ministério da Educação, 2012, p. 28). Além disso, as DCNEB entendem a interdisciplinaridade como um modo de favorecer o trabalho entre as várias áreas do conhecimento.

Na mesma perspectiva, Lara e Borges (2011) afirmam que a interdisciplinaridade é uma alternativa para promover melhorias na Educação, principalmente quando visa a integração, opondo-se a fragmentação do conhecimento, de forma a considerar conhecimentos proporcionados por diferentes componentes curriculares.

Adicionado a isso, Fazenda (2013, p. 20), evidencia que “[...] o pensar interdisciplinar parte do princípio de que nenhuma forma de conhecimento é em si mesma racional. Tenta, pois, o diálogo com outras formas de conhecimentos, deixando-se interpenetrar por elas.”. Por meio dessas ideias, é oportuno associar o pensar interdisciplinar com ambientes que reúnam diferentes áreas do conhecimento e tornem o conhecimento científico mais próximo da vida dos estudantes, como o esperado em um museu interativo, conforme apresentado na seção seguinte.

Museu Interativo

A utilização de um museu, como um espaço não formal de ensino, pode possibilitar a interdisciplinaridade e colaborar para o desenvolvimento de práticas contextualizadas, as quais contribuem para alfabetização científica. Segundo Poulot (2013, p. 18), em 1974, o Conselho Internacional de Museus (ICOM) elaborou uma proposição acerca do Museu como instituição "[...] permanente, sem fins lucrativos, a serviço da sociedade e de seu desenvolvimento, aberta ao público, e que faz pesquisas relacionadas com os testemunhos materiais do ser humano e de seu ambiente[...]". Ainda segundo o autor, tem a pretensão de obter, conservar, transmitir e expor o acervo, de forma a proporcionar aprendizagem, educação e prazer.

Já os museus interativos de ciências, segundo Soares e Silva (2013, p. 177), "[...] representam um espaço educativo complementar à educação formal, possibilitando a ampliação e a melhoria do conhecimento científico de estudantes, bem como, da população em geral.". Os experimentos interativos que serão oportunizados aos estudantes podem possibilitar:[...] a iniciativa e a ação dos visitantes sobre eles, e o conhecimento construído nessa interação envolve o prazer de uma descoberta." (Bertoletti, 2013, p. 62). Nesse sentido, o museu escolhido para o desenvolvimento da proposta foi o MCT-PUCRS, com o objetivo de compreender de que modo esse espaço contribui para a alfabetização cientifica.

Alfabetização Científica

A alfabetização científica, para Chassot (2003, p. 91), "[...] pode ser considerada como uma das dimensões para potencializar alternativas que privilegiam uma educação mais comprometida.". O autor complementa afirmando que "[...] ser alfabetizado cientificamente é saber ler a linguagem em que está escrita a natureza." (p. 91), ou, de acordo com as ideias de Sasseron (2015), é desenvolver capacidade de análise e avaliação de situações em um processo contínuo, oportunizando o protagonismo dos estudantes por meio de "[...] processos de construção de entendimento e de tomada de decisões [...]" (Sasseron, 2015, p.56). Além disso, conforme a autora, a alfabetização cientifica deve englobar, "[...] novos conhecimentos que impactam os processos de construção de entendimento e de tomada de decisões [...]". (p.56).

Síntese das Ocorrências

A pesquisa foi realizada durante quatro semanas nos períodos dos componentes curriculares de Matemática, Ciências, Sociologia e Língua Inglesa. Cada período de aula tem

55 minutos de duração. As atividades foram planejadas de forma a envolver os estudantes ativamente nas propostas, fomentando discussões e reflexões.

O tempo destinado para cada etapa da Modelagem foi de: seis períodos de aula na primeira etapa; nove períodos de aula e cinco horas de visitação ao museu na segunda etapa; e cinco períodos de aula na terceira etapa.

Primeira etapa: Percepção e apreensão

Nessa etapa, como descrito no método, por Biembengut (2016), buscou-se por uma temática presente no contexto do estudante a fim de propiciar interesse e assim, perceber dados, informações, ideias e dessa forma apreender, estabelecendo relação com o conhecimento prévio.

Desenvolvida na escola, essa primeira etapa ocorre por meio de um diálogo inicial de sensibilização com a temática, no primeiro contato dos pesquisadores com os estudantes. Na ocasião, os estudantes foram convidados a responderem a seguinte pergunta: “Quais as três coisas mais sujas aqui na escola?”. Utilizando-se o site *Mentimeter*, foi gerada uma nuvem de palavras a partir das respostas de cada um dos estudantes das duas turmas. Nessa nuvem, as palavras: banheiro e chão tiveram o maior destaque.

Após a leitura coletiva das nuvens, os pesquisadores conversaram com os estudantes sobre a sujeira que não pode ser vista diretamente, mas que nela existem os chamados agentes invisíveis. Alguns estudantes falaram que existem micro-organismos, como bactérias e fungos, presentes nas coisas e lugares. Durante a conversação os estudantes expuseram o que já ouviram sobre a temática, suas aprendizagens durante a pandemia de Covid-19 e quais são os cuidados de higiene que conhecem.

Como continuação da reflexão iniciada em aula, foi solicitado aos estudantes que realizassem uma conversa com seus familiares e amigos, questionando-os acerca das coisas/lugares mais sujos na percepção de cada um. Os dados coletados nessas conversas foram registrados pelos estudantes e utilizados como dados na aula seguinte durante a construção de gráficos para apresentar as principais deias desses registros. No entanto, para a construção desses gráficos, foi apresentado um vídeo intitulado “Tipos de gráficos”[854]. Logo em seguida,

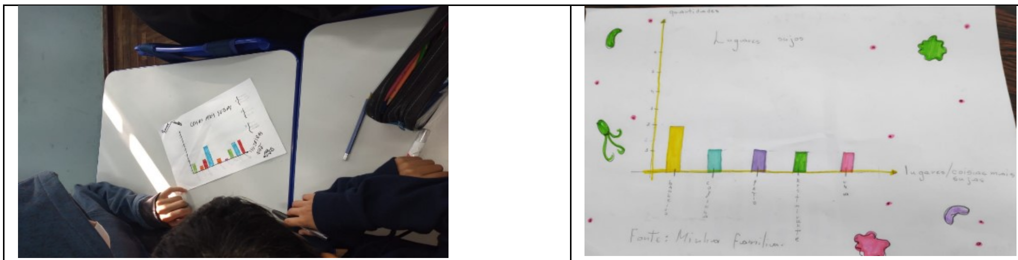
[854] Vídeo - Tipos de Gráficos. Disponível em: <https://youtu.be/9rSTsFQH9oE>. Acesso em 05 maio 2022.

em uma aula dialogada, foram apresentadas as vantagens de cada tipo de gráfico e a importância de aprender a ler gráficos para compreender notícias e informações.

Assim, em duplas, foi proposto que criassem gráficos a partir dos dados coletados por eles com seus familiares e amigos. Em uma turma, em que alguns estudantes não realizaram a atividade em casa, foi proposto a mesma coleta de dados com professores e funcionários da escola. Todos os estudantes escolheram utilizar gráficos de colunas para modelar os seus dados, como os exemplos expostos na Figura 1.

Figura 1.

Gráficos criados pelos estudantes (Imagens capturadas pelos autores).



Na continuação, em dois períodos da aula de Ciências, o professor promoveu discussão sobre as bactérias e fungos e outros micro-organismos presentes na sujeira e em coisas que parecem limpas. Inicialmente, ele explicou a existência desses micro-organismos, o que são e onde estão. O professor apresentou a placa de Petri e um experimento com Ágar (um meio para o crescimento das bactérias e fungos) como estratégia para testar a presença de micro-organismos e acompanhar seu crescimento. Posteriormente, ensinou por meio de experiência, como coletar micro-organismo em placas, possibilitando aos estudantes observarem o crescimento desses micro-organismos. Os estudantes escolheram os locais de coleta e auxiliaram na experiência. As placas foram guardadas para o crescimento dos micro-organismos ser observado nas semanas seguintes.

Na aula de Matemática, anterior à visita ao MCT-PUCRS, os pesquisadores conversaram com os estudantes sobre o cronograma da visita, as atividades que seriam desenvolvidas no Museu e outros pontos necessários para a organização deles. Durante a visita, foram orientados a observar, questionar e então escrever a respeito de bactérias e fungos. As exposições a serem visitadas eram as intituladas "Hóspedes Invisíveis" e "Marcas da evolução".

Segunda etapa: Compreensão e explicitação

Essa etapa incluiu examinar o fenômeno, formular questões, observar se as relações feitas faziam sentido e principalmente explicitar essas relações de modo a criar um modelo. Assim, a segunda etapa iniciou com a visita orientada ao MCT-PUCRS, com auxílio dos pesquisadores e dos professores de Ciências e Língua Inglesa. Os estudantes receberam um cronograma de atividades no período matutino possibilitando sua interação com diferentes experimentos disponibilizados no Museu. No entanto, foi no período vespertino que os estudantes retornaram com o roteiro da proposta aqui apresentada, observando com maior atenção aos experimentos: Hóspedes Invisíveis e Marcas da Evolução.

Na interação com esses dois experimentos, os estudantes tiveram a possibilidade de: compreender o que são agentes invisíveis – micro-organismos; identificar os possíveis objetos ou lugares onde se encontram; conscientizar-se sobre a importância de hábitos de higiene e limpeza para a saúde e para o convívio social.

Após a visita ao Museu, em um período de Matemática, foram retomadas as questões do roteiro de pesquisa da visitação, a fim dos estudantes expressarem as suas anotações e formularem problemas envolvendo a temática. Posteriormente apresentou-se um vídeo intitulado “Bactérias: o que são? Onde vivem? O que fazem?”[855] para potencializar as discussões. Como tarefa para pensar em casa, os estudantes receberam uma tabela com um exemplo hipotético de uma bactéria que dobra a quantidade a cada uma hora. Para o preenchimento dessa tabela, considerou-se que no momento inicial existiam 100 bactérias. Em cada linha da tabela foi questionada a quantidade de bactérias depois de um certo tempo, sendo esses: 1h; 2h; 3h; 5h; 10h.

No dia seguinte, em dois períodos de Matemática, a turma discutiu os valores encontrados ao preencher a tabela em conjunto, no quadro da sala de aula. Nesse momento, constatou-se que muitos estudantes tinham conseguido preencher corretamente as linhas relativas ao tempo de uma hora até três horas, mas demonstraram dificuldades em compreender o preenchimento de tempos maiores como cinco ou dez horas. Para sanar essa dúvida, a professora sistematizou, junto aos estudantes, o aumento dos micro-organismos, mostrando no quadro a multiplicação sucessiva por dois e o significado de potência.

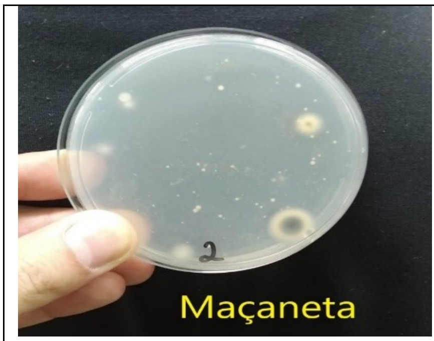
[855] Vídeo disponível em: <https://youtu.be/WqrkP7QTDQQ>. Acesso em: 06 maio 2022.

Após essa atividade, retomou-se à questão problema: O que são agentes invisíveis e como podemos demonstrar a existência deles em objetos e lugares? Os estudantes puderam formar grupos, com até cinco integrantes, para começarem a pensar um modelo que responda à pergunta formulada. Foi combinado com as duas turmas participantes da pesquisa que no dia da mostra dos modelos seriam convidadas outras turmas da escola para visitarem a sala de aula, em um formato de Mostra Científica, onde cada grupo então apresentaria o que criou para responder à questão problema.

Nos períodos seguintes da aula de Ciências, o professor fez uma discussão baseada nos micro-organismos presentes no corpo humano, onde eles estão, os efeitos das bactérias e fungos para a saúde, como manter a higiene e evitar problemas de saúde e odores. Ainda foi apresentado o vídeo intitulado "Hábitos de higiene para crianças - Recopilação - Higiene corporal, lavar as mãos e escovar os dentes"[856], a fim de auxiliar na compreensão da importância dos hábitos de higiene. Além disso, o professor mostrou para a turma como estava o crescimento de bactérias e fungos nas placas de Petri, para que os estudantes compreendessem como ocorre o crescimento, comparando a contaminação nos pontos onde foram feitas as coletas.

Figura 2.

Placas de Petri utilizadas nas aulas de Ciências (Imagens capturadas pelo professor de Ciências).



Na mesma semana, a professora de Sociologia fez discussões acerca da aceitação social da sujeira e a evolução dos hábitos de higiene na vida em sociedade ao longo da história. Os estudantes puderam discutir sobre os hábitos de higiene da sociedade em que estão inseridos e

[856] Vídeo disponível em: <https://youtu.be/SPRKM-jX_W4 >. Acesso em: 05 maio 2022

as diferenças sociais que afetam esses hábitos. Já nos períodos de Língua Inglesa, a professora desenvolveu atividades de leitura acerca da temática com recortes e colagens de palavras relacionadas a partes do corpo humano onde existe maior proliferação de bactérias e fungos.

Terceira etapa: Significação e expressão

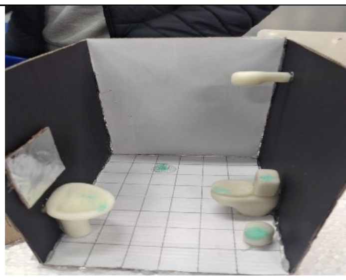
Durante essa etapa da Modelagem o objetivo foi obter respostas a partir de modelos criados pelos estudantes e tratar da interpretação das soluções. Para tanto, nos períodos da aula de Ciências e Matemática, os professores parceiros do projeto e os pesquisadores conversaram com os estudantes acerca do modelo que cada grupo escolheu para demonstrar a existência dos agentes invisíveis e quais os argumentos justificam suas escolhas. Os estudantes tiraram suas dúvidas e buscaram em livros didáticos e em materiais da sala de Ciências e Matemática, algumas informações importantes. Alguns grupos optaram por construir maquetes (Figura 3) para representar os locais mais contaminados pelos agentes invisíveis, sendo que esses estudantes relataram que a inspiração para essas maquetes foi o experimento visitado no MCT – PUCRS, intitulado Hóspedes Invisíveis.

Outros grupos optaram por construção de cartazes e desenhos explicativos para mostrarem a existência dos agentes invisíveis. Todos os grupos quiseram fazer um experimento de coleta de bactérias e fungos, similar ao realizado nas aulas de Ciências com as placas de Petri. A professora de Matemática auxiliou os estudantes na preparação de ágar, pois ele deve ser fervido, e levou potes plásticos com tampa e bastonetes para eles fazerem coletas em locais da escola, escolhidos por cada grupo.

No último dia da realização da proposta, cada grupo expos o seu modelo, justificando a sua escolha e respondendo à questão problema. Os estudantes convidados para a exposição eram de turmas de quartos e quintos anos do Ensino Fundamental da escola. Durante a visitação os expositores puderam explicar o que descobriram com a pesquisa, mostrando seus experimentos e modelos. Ao explicar sobre os agentes invisíveis, os estudantes reforçaram a importância de cuidados de higiene, preocupando-se em pedir aos visitantes que utilizassem álcool em gel no final da visita, pois tinham tocado em potes de coleta e crescimento de micro-organismos. O evento foi um momento de aprendizagem que gerou comentários por toda a escola, já que os visitantes contaram a outros colegas e amigos quais são os locais mais contaminados e os cuidados que se deve ter com os hábitos de higiene.

Figura 3.

Representações com maquetes (Imagens capturadas pelos pesquisadores).

Por fim, em um período da aula de Matemática, após a realização da mostra dos modelos, os pesquisadores solicitaram aos estudantes que respondessem ao questionário final, para registro de suas compreensões após as atividades sobre a temática Agentes Invisíveis.

Considerações finais

As percepções iniciais acerca da temática Agentes Invisíveis foram provocadas na escola, com atividades em sala de aula. A visita ao MCT-PUCRS foi um momento potencializador da aprendizagem, ao possibilitar a visualização e a interação dos estudantes com a temática abordada. Após a visita, foram propostas atividades, reflexões, um experimento prático e registro da aprendizagem, com planejamento e produção de um trabalho final (modelo) para ser apresentado entre estudantes da escola. A proposta seguiu as etapas da Modelagem, apresentadas por Biembengut (2016), sendo elas: percepção e apreensão; compreensão e explicitação; significação e expressão.

A proposta foi realizada durante quatro semanas e foi enriquecedora para os estudantes, os quais foram protagonistas em meio a uma variedade de atividades que contribuiu com um processo educacional mais comprometido ao articular diferentes áreas do conhecimento.

Referências

Bertoletti, A. C. R. (2013). A arte de construir experimentos interativos. In R. M. R. Borges (Org.), *Museu de Ciências e Tecnologia da PUCRS*: *Coletânea de textos publicados (pp. 61 – 68).* EDIPUCRS.

Biembengut, M. S. (2016). *Modelagem na Educação Matemática e na Ciência.* Livraria da Física.

Chassot, A. (2003). Alfabetização científica: uma possibilidade para a inclusão social. *Revista Brasileira de Educação*, (22), 89-100. https://www.scielo.br/j/rbedu/a/gZX6NW4YCy6fCWFQdWJ3KJh/

Fazenda, I. (2013). *Práticas Interdisciplinares na escola* (13. ed.). Cortez.

Lara, I. C. M., & Borges, R. M. R. (2011). Mapeamento de dissertações e teses sobre interdisciplinaridade produzidas no Brasil no século XXI. In *Anais do VIII Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências* [Encontro]. Associação Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências, Campinas.

Lucietto, D. A., & Mosegui, G. B. G. (2022). Dinâmicas check-in – check-out como estratégias de aquecimento nas aulas remotas durante a pandemia de covid-19. *RECIMA21 - Revista Científica Multidisciplinar*, *3*(6), e361577. https://doi.org/10.47820/recima21.v3i6.1577

Ministério da Educação (MEC). (2012). *Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação da Educação Básica*. . http://portal.mec.gov.br/docman/julho-2013-pdf/13677-diretrizes-educacao-basica-2013-pdf/file

Poulot, D. (2013). *Museu e Museologia*. (G. J. F. Teixeira, Trad.). Autêntica Editora.

Sasseron, L. H. (2015). Alfabetização Científica, Ensino Por Investigação e Argumentação: Relações entre Ciências da Natureza e escola [Seção especial]. *Revista Ensaio*, (17), 49-67. https://www.scielo.br/j/epec/a/K556Lc5V7Lnh8QcckBTTMcq/?format=pdf

Soares, C. T. S., & Silva, A. M. M. (2013). Escolha e controle em um ambiente museal: um estudo com professores de Ciências. *Investigações em Ensino de Ciências*, *18*(1),177-198. https://repositorio.pucrs.br/dspace/bitstream/10923/21359/2/Escolha_e_controle_em_um_ambiente_museal_um_estudo_com_professores_de_cincias.pdf

Impacto dos projetos de sala de aula em alunos do 2º e 5º ano do Ensino Fundamental Básico da Instituição de Ensino Técnico Dámaso Zapata no fortalecimento das habilidades básicas de aprendizagem

Impact of classroom projects in students of 2nd and 5th grade of Basic Primary Education of the Institución Educativa Técnico Dámaso Zapata in the strengthening of basic learning skills

Impacto de los proyectos de aula en estudiantes de 2° y 5° de Educación Básica Primaria de la Institución Educativa Técnico Dámaso Zapata en el fortalecimiento de competencias básicas de aprendizaje

Julieth Tatiana Jaimes Sánchez[857]
Estudiante de Licenciatura en Educación Básica Primaria
Universidad Industrial de Santander
https://orcid.org/0000-0001-9544-2992

Mariana Bautista Prada[858]
Estudiante de Licenciatura en Educación Básica Primaria
Universidad Industrial de Santander
https://orcid.org/0000-0001-9902-8297

Modalidad: Comunicación
Núcleo Temático: Relación de las Matemáticas con otras áreas del conocimiento

Resumo

A qualidade educativa é uma preocupação actual, uma vez que há necessidade de melhorar as competências dos estudantes e, portanto, o seu desempenho, uma vez que o próprio contexto exige uma reestruturação curricular essencial na qual o Ensino Básico Primário envolve activamente os estudantes em processos de investigação, reflexão, aplicação, raciocínio e comunicação. Daqui surge a questão problemática: como é que um projecto integrado de sala de aula permite o reforço das competências matemáticas, comunicativas e científicas no 2º e 5º anos do Ensino Básico Primário? O objectivo do projecto é avaliar o impacto dos projectos de sala de aula aplicados nos 2º e 5º anos do Dámaso Zapata Technical Educational Institution para o reforço das competências, especificamente Interpretação e Representação. Para o seu desenvolvimento, serão tidas em conta as fases de observação, diagnóstico e imersão, utilizando a observação participativa (Grundy, 1996), diário de campo (McKernan, 1999), oficina de diagnóstico (Rodríguez, 2007), sequência didáctica (Osborne e Freyberg, 1998) e planos de aula (Reyes, 2017), respectivamente, como técnicas e instrumentos de recolha de dados. É de notar que o projecto está actualmente em fase de imersão na sala de aula e, uma vez terminado, o projecto actual será concluído e espera-se que os resultados sejam divulgados tanto aos professores estagiários como à instituição.

Palabras clave: Projeto de sala de aula, matemática, Áreas de Competências Básicas, impacto

[857] julieth2191023@correo.uis.edu.co
[858] mariana2191612@correo.uis.edu.co

Abstract

Educational quality is a current concern, as there is a need to improve students' competences and therefore their performance, since the context itself demands an essential curricular restructuring in which Primary Basic Education actively involves students in processes of research, reflection, application, reasoning and communication. From this, the problem question arises: How does an integrated classroom project allow the strengthening of mathematical, communicative and scientific competences in 2nd and 5th grades of Primary Basic Education? The aim of the project is to evaluate the impact of the classroom projects applied in the 2nd and 5th grades of the Dámaso Zapata Technical Educational Institution for the strengthening of competences, specifically Interpretation and Representation. For the development of this, the phases of observation, diagnosis and immersion will be taken into account, using participatory observation (Grundy, 1996), field diary (McKernan, 1999), diagnostic workshop (Rodríguez, 2007), didactic sequence (Osborne and Freyberg, 1998) and class plans (Reyes, 2017), respectively, as techniques and instruments for data collection. It should be noted that the project is currently in its immersion phase in the classroom and once it is finished, the current project will be completed and the results are expected to be made known to both trainee teachers and the institution.

Keywords: Classroom project, mathematics, Core Competency Areas, impact

Resumen

Es la calidad educativa una preocupación actual, pues es presente la necesidad de mejorar las competencias de los estudiantes y por ende el desempeño de los mismos, ya que el mismo contexto exige una esencial reestructuración curricular donde la Educación Básica Primaria involucre de manera activa al estudiante en procesos de búsqueda, reflexión, aplicación, razonamiento y comunicación. A partir de esto, surge la pregunta problema: ¿De qué manera un proyecto de aula integrado permite el fortalecimiento de competencias matemáticas, comunicativas y científicas en 2° y 5° de Básica Primaria? El proyecto tiene el objetivo evaluar el impacto de los proyectos de aula aplicados en los grados 2° y 5° de la Institución Educativa Técnico Dámaso Zapata para el fortalecimiento de las competencias, específicamente la Interpretación y Representación. Para el desarrollo de este se tendrá en cuenta las fases de observación, diagnóstico e inmersión donde usan como técnica e instrumento de recolección de datos como la observación participativa (Grundy, 1996), diario de campo (McKernan, 1999), el taller diagnóstico (Rodríguez, 2007), la secuencia didáctica (Osborne y Freyberg, 1998) y planes de clase (Reyes, 2017), respectivamente. Cabe resaltar, que actualmente el proyecto se encuentra en su fase de inmersión en el aula y acabada se podrá dar por finalizado el proyecto actual y cuyos resultados se esperan dar a conocer tanto a docentes en formación como a la institución.

Palabras clave: Proyecto de aula, matemáticas, Áreas Básicas, Competencias, básica primaria.

Introducción

Dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje son múltiples los fenómenos que intervienen en los objetivos que este se propone; el rol del docente como profesional de la educación es reflexionar frente a dicho fenómenos o problemáticas educativas que se presentan o pueden presentarse y que directa e indirectamente impactan en el proceso formativo de cada uno de los estudiantes, pues es el aula de clase ese sistema de investigación y construcción de conocimientos (Cerda, 2001) a través de múltiples acciones educativas que aportan en la formación tanto del docente como de los estudiantes. Actualmente, el enfoque por competencias en la educación ha ido cobrando fuerza, y en ese contexto el reto de la escuela va más allá de la transmisión de definiciones, trascribir o la mecanización de operaciones que van lejos de la realidad del estudiante, es decir, las prácticas tradicionales no tienen cabida; la escuela y específicamente el aula se convierte en ese grupo socio psicológico y pedagógico, campo potencial y simbólico de la actividad educativa, en otras palabras, " es el núcleo alrededor del cual giran la mayoría de las actividades educativas y entorno al cual se construye un producto institucional" (Cerda, 2001, p. 14). Así, el aula de básica primaria como espacio de la actividad educativa exige mayor atención a los diversos fenómenos que allí se presentan, ya que en esta se fundamentan los inicios del proceso educativo; las instituciones educativas y desde el nivel primario, debe existir la preocupación por el logro de los aprendizajes, el fortalecimiento de competencias básicas desde los primeros grados de educación, donde las prácticas pedagógicas giren en torno al desarrollo de pensamientos, capacidades y habilidades que les permitan a los estudiantes desenvolverse y enfrentar las diversas situaciones de la vida diaria.

En concordancia, Julián de Zubiria Samper (2018) señala que para avanzar en calidad educativa, mejorar las competencias de los estudiantes y por ende el desempeño de los mismos es esencial una reestructuración curricular donde la Educación Básica Primaria se dedique a consolidar en los estudiantes las competencias básicas para pensar, razonar, comunicarse y desarrollarse en sociedad; es decir, fortalecer competencias comunicativas, científicas y matemáticas, como aquellas competencias transversales y esenciales desde la educación primaria hasta el nivel educativo más alto y para la vida misma. De la misma manera, el Centro Nacional para el Mejoramiento de la Enseñanza de la Ciencia (CENAMEC) (1998) resalta la idea de plantear desde los niveles iniciales de educación, cuestiones que le permitan a los estudiantes desarrollar el razonamiento matemático en situaciones funcionales, descubrir, recolectar, organizar y estructurar hechos. Usar el lenguaje de manera clara y precisa, proponer datos en contextos reales y a su vez, ofrecer la oportunidad de localizar datos en tablas, gráficos, dibujos, etc. Esto con el propósito de mejorar la calidad educativa y trabajar las competencias en los estudiantes de Educación Básica Primaria. Tobón (2008) señala que el desarrollo de aprendizajes basados en competencias se encuentra inserto en un proceso complejo, que se estructura de acuerdo a nueve ejes: investigación-acción, autorreflexión y reconstrucción, investigación del contexto, afrontamiento de la incertidumbre, identificación de competencias, establecimiento de nodos problematizadores, equipo docente y proyectos formativos.

La enseñanza de las matemáticas y el desarrollo de competencias requiere de elementos didácticos que permitan organizar, validar o hasta transformar conocimiento y se hace necesario el funcionamiento de otros elementos como las decisiones del docente frente al proceso de enseñanza, los ejes curriculares, la disponibilidad de materiales, entre otros aspectos. Las matemáticas al igual que otras áreas de conocimiento aportan al desarrollo del proceso educativo y formación integral de los estudiantes, gracias a estas se propician aprendizajes que permiten dar sentido y comprender el mundo que los rodea. Ahí está el reto de la escuela de desarrollar en los estudiantes pensamiento matemático y facilitar la adquisición de saberes para reconocer, explorar, explicar y hasta transformar la realidad; es reto de los actores educativos trabajar en ello y adicional a esto potenciar en los estudiantes competencias de interpretación y representación.

El proyecto de aula se presenta como la estrategia "que vincula los objetivos de la pedagogía activa, el cambio conceptual y la formación hacia la autonomía y la interacción docente-estudiante para la generación de conocimientos" (Cerda, 2011, p. 49). Y en el marco de una educación en competencias, se plantean dos proyectos de aula para el grado 2°06 y 5°06 de la Institución Educativa Técnico Damaso Zapata del municipio de Bucaramanga del departamento de Santander, con el fin de evaluar el impacto de los mismos en 2° y 5° de Básica Primaria de la Institución Educativa Técnico Dámaso Zapata para el fortalecimiento de comunicativas, científicas y matemáticas, en esta última específicamente de Interpretación y Representación, en pro de llevar a todo un proceso de enseñanza y aprendizaje en el que de manera integrada se fortalezcan competencias, y a su vez, respondan a las necesidades y características del entorno de los estudiantes e institución.

Metodología

Técnicas e instrumentos de recolección. Este proyecto de investigación usará como técnica de recolección de información el grupo focal, entendido como es un proceso dinámico en el que los participantes intercambian ideas, de forma que sus opiniones pueden ser confirmadas o contestadas por otros participantes (Thofehrn MB et al., 2013, p. 75-78). Asimismo, la recolección de datos requiere de instrumentos de medición confiables, objetivos y válidos para recabar la información pertinente de las variables del estudio de la muestra pues son los datos la base del análisis, sin datos no hay investigación (Hernández Sampieri, 2018).

Por eso, para la obtención de los datos requeridos se utilizó el taller diagnóstico para 2° y 5° como instrumento para recoger y tratar información sobre el desarrollo de las competencias básicas de los estudiantes con el fin de conocer, pronosticar y tomar decisiones que favorezcan el pleno desarrollo educativo de los alumnos (Ley Orgánica de Educación, 2006).

Población y muestra. Por otra parte, la población o universo es el conjunto de participantes que concuerdan con una serie de especificaciones (Chaudhuri, 2018 en Hernández Sampieri, 2018). Para este proceso de investigación la población está constituida por los estudiantes de 2°06 y 5°06 de primaria de la Institución Educativa Técnico Dámaso Zapata del municipio de Bucaramanga con un total de 34 y 40 estudiantes respectivamente entre los 6 a 12 años de edad.

La muestra es un "subgrupo de la población o universo que interesa, sobre la cual se recolectarán los datos pertinentes, y es representativa de dicha población" (Hernández Sampieri, 2018, p. 196). El tipo de muestra seleccionado para los motivos de esta investigación es la no probabilística, en la cual se selecciona un subgrupo de la población en el que dos elementos no dependen de la probabilidad sino de las características de la investigación (Hernández Sampieri, 2018).

Fases de la investigación

La primera fase es *Observación y primer acercamiento al aula,* esta se realiza a partir de los 5 fenómenos de observación propuestos por Hugo Cerda en su libro "El proyecto de aula: el aula como un sistema de investigación y construcción de conocimientos", los cuales son: Espacio físico - contextual, Clima y ámbito socioemocional, Procesos de interacción, Subculturas del aula y Procesos enseñanza y aprendizajes y a su vez, se observan los procesos de evaluación llevados a cabo en el aula a partir de las cuales se realizaron los diarios de campo pertinentes para el análisis posterior realizado. Por otra parte, en la segunda fase del *Taller diagnóstico de Competencias Básicas,* fueron diseñados a partir de los hallazgos encontrados durante las observaciones de aula en los grados anteriores y consistían en 4 pruebas específicas sobre gustos y disgustos, Competencias Matemáticas (Interpretación y representación) Competencias Científicas y finalmente, Competencias comunicativas, por eso, en este caso específico, se realizan dos talleres diagnósticos para 2°-06 y otro para 5°-06 que buscaban identificar los saberes en las áreas básicas de aprendizaje respecto a la capacidad para interpretar y representar informaciones. La tercera fase es *Análisis de resultados del taller diagnóstico* en la que se preparan los datos obtenidos, se codifican, revisan y corrigen errores de la codificación para identificar las dificultades que poseen los estudiantes de 2°-06 y 5°-06 para ser solventadas posteriormente. A partir de los resultados obtenidos, se proponen ciertas metas para solventar esas necesidades o dificultades presentes en los estudiantes. Finalmente, en la fase 4 se propuso el *Planteamiento del proyecto de aula,* durante esta se define la necesidad de llevar a cabo dos proyectos de aula encaminados a fortalecer dichas dificultades y fortalecer la competencia de Interpretación y representación. Para esto, se diseñan 2 secuencias didácticas pensadas para aplicar en un periodo de tiempo de 9 semanas hábiles en calendario escolar empezando el 23 de mayo del 2022 de las cuales se obtendrá como resultado la construcción de un producto. Para los estudiantes de 2°-06 se propone un proyecto de aula que se obtendrá como producto una ludoteca, mientras que para los de 5°-06 se obtendrá exposición de una galería y un video, estos productos se crearán durante cada sesión para ir fortaleciendo las competencias en específico la competencia de interpretación y representación, solventando necesidades y de la mano permitiéndoles a los estudiantes contar con momentos agradables y motivantes durante sus jornadas escolares.

Conclusiones

El docente como uno de los actores del proceso educativo debe reconocer la importancia de la reflexión pedagógica como la oportunidad para identificar los problemas que sean potencialmente significativos para la práctica pedagógica e investigación y en gran medida para el mejoramiento de la educación (Alcaraz, F. D., 2006). Con este arduo trabajo se espera que, finalizada la aplicación de dichos proyectos de aula, sean retomados los resultados que se centrarán primordialmente en el área de matemáticas en este caso específico en la competencia de Interpretación y representación, sin dejar de lado las competencias científicas y comunicativas para dar respuesta al objetivo planteado en el presente proyecto.

Agradecimientos

Al semillero STEAM de la Escuela de Educación de la Universidad Industrial de Santander (Colombia), por el acompañamiento en la construcción y revisión del presente documento.

Referencias

CENAMEC (1998). ¿Qué es un problema? Carpeta de Matemática para Docentes de Educación Básica. Centro Nacional para el Mejoramiento de la Enseñanza de la Ciencia. (1), 22-28

Cerda, H. (2001). El proyecto de aula: el aula como un sistema de investigación y construcción de conocimientos. Cooperativa Editorial Magisterio. Bogotá, Colombia.

De Zubiría, J. (2018, septiembre 24). *¿Cómo mejorar la calidad de la educación en Colombia?* Semana.com. Recuperado de https://www.semana.com/educacion/articulo/julian-de-zubiria-samper-propone-cuatro-formas-de-mejorar-la-calidad-en-la-educacion-de-colombia/584383/

Hernández-Sampieri, R., & Torres, C. P. M. (2018). *Metodología de la investigación* (Vol. 4). México, D. F. DF: McGraw-Hill Interamericana.

Osborne y Freyberg (1998). El aprendizaje de las ciencias. Modelo didáctico de aprendizaje generativo/colaborativo. p. 179-184.

Reyes-Salvador, J. (2017). La planeación de clase; una tarea fundamental en el trabajo docente. Maestro y sociedad, 14(1), 87-96 Vallejo, P. M. (2011).

Rodríguez, J. (2007). Guía de elaboración de diagnósticos. Línea). Consultado, 22.

Thofehrn MB et al. (2013). Grupo focal: Una técnica de recogida de datos en investigaciones cualitativas.22(1-2): 75-78.

Tobón, S. (2008). La formación basada en competencias en la educación superior: el enfoque complejo. Recuperado de https://www.researchgate.net/publication/329440312_La_formacion_basada_en_competencias_en_la_educacion_superior_el_enfoque_complejo

Vallejo, P. M. (2011). Guía para construir cuestionarios y escalas de actitudes. Universidad Pontificia de Comillas, España.

A importância da interdisciplinaridade no processo de ensino e aprendizagem da matemática

The importance of interdisciplinarity in the teaching and learning process of mathematics

La importancia de la interdisciplinariedad en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas

Jean Carlo Francis Wanderley Graciano do Carmo [859]
Universidade Federal de Ouro Preto
0000-0002-5333-7876

Douglas da Silva Tinti[860]
Universidade Federal de Ouro Preto
/0000-0001-8332-5414

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Relação da Matemática com outras áreas de conhecimento.

Resumo

Quando se fala de matemática é essencial compreender que seus conceitos se encontram presentes no dia a dia da humanidade. Hoje, nota-se que uma das tendências é a promoção de um processo de ensino e aprendizagem da matemática mais pautado na interdisciplinaridade, para que os conhecimentos da disciplina não sejam trabalhados de forma isolada, mas associados a conceitos e temas oriundos de outras áreas do conhecimento. Assim, o objetivo deste trabalho é descrever como o processo de ensino e aprendizado da matemática pode ser desenvolvido por meio da interdisciplinaridade. Para isso, foi realizada uma pequena revisão bibliográfica. O principal resultado observado foi que a interdisciplinaridade se apresenta como ferramenta eficaz para retomar os interesses dos discentes pela matemática e para a construção de um conhecimento que realmente faça a diferença em suas vidas

Palavras-chave: *Matemática. Ensino e Aprendizagem. Interdisciplinaridade.*

Abstract

When talking about mathematics, it is essential to understand that its concepts are present in the daily life of humanity. Today, it is noted that one of the trends is the promotion of a process of teaching and learning of mathematics more guided by interdisciplinarity so that the knowledge of the subject is not worked in isolation, but associated with concepts and themes from other areas of knowledge. Thus, the main objective of this research was to present how the process of teaching and learning mathematics can be developed through interdisciplinarity. For this, a small bibliographic review was carried out. As a main result, it was observed that

[859] jeancarlocarmo@gmail.com
[860] tinti@ufop.edu.br

interdisciplinarity presents itself as an effective tool to resume students' interests in mathematics and to build a knowledge that really makes a difference in their lives.

Keywords: Math. Teaching and learning. Interdisciplinarity.

Resumen

Cuando se habla de matemáticas, es fundamental entender que sus conceptos están presentes en la vida cotidiana de la humanidad. Hoy en día, se advierte que una tendencia es la promoción de un proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas más orientado por la interdisciplinariedad de modo que el conocimiento de la materia no se trabaje de forma aislada, sino asociado a conceptos y temas de otras áreas del saber. Así, el objetivo de esta investigación fue presentar cómo el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas puede ser desarrollado a través de la interdisciplinariedad. Para ello se realizó una pequeña revisión bibliográfica. Como principal resultado se observó que la interdisciplinariedad se presenta como una herramienta eficaz para retomar el interés de los estudiantes por las matemáticas y para la construcción de conocimientos que realmente marquen una diferencia en sus vidas.

Palabras clave: *Matemáticas. Enseñando y aprendiendo. Interdisciplinariedad.*

Introdução

Quando se fala de matemática é essencial compreender que seus conceitos se encontram presentes no dia a dia da humanidade, incluindo ações simples como a de comprar um pão, até as mais heterogêneas, que envolvem cálculos complexos para a projeção de construções, por exemplo (ANGELO, 2021). Embora ainda existam aqueles que reduzem o ensino da matemática ao conhecimento de números e fórmulas, hoje, sabe-se que ela se encontra presente em diferentes áreas, auxiliando no processo de solução de problemas (ALVES, 2016).

Atualmente, nota-se que uma das tendências é a promoção de um processo de ensino e aprendizagem da matemática mais pautado na interdisciplinaridade, a fim de que os conhecimentos da disciplina não sejam trabalhados de forma isolada, mas associados a conceitos e temas oriundos de outras áreas do conhecimento.

O conceito de interdisciplinaridade mudou ao longo do tempo, porém, atualmente ele é caracterizado como o ato de unir duas ou mais áreas do conhecimento e a partir de um ponto em comum, trabalhar e construir conhecimentos que sejam relevantes para todas elas (FAZENDA, 2015).

Assim, o objetivo deste trabalho foi apresentar como o processo de ensino e aprendizado da matemática pode ser desenvolvido por meio da interdisciplinaridade. Os objetivos específicos foram delimitados em: descrever o processo de ensino e aprendizagem da matemática; identificar os conceitos de interdisciplinaridade; e por fim, relatar como o processo de ensino e aprendizagem da matemática pode ocorrer por meio da interdisciplinaridade.

Como método de pesquisa, foi realizada uma pequena revisão bibliográfica que conforme Gil (2008), tem como base textos publicados dentro de um período específico. No caso desta pesquisa, artigos publicados em periódicos e trabalhos divulgados em anais de eventos que sejam relevantes para a temática estudada. Além de bibliográfica, a pesquisa aqui realizada pode ser caracterizada como descritiva, visto que se propôs a descrever um determinado fenômeno sem modificá-lo (RUDIO, 2001).

Ensino e Aprendizagem na Matemática

O processo de ensino e aprendizagem refere-se ao resultado da interação entre professores e alunos. Ele visa principalmente "a formação do aluno, como ele vai ser capacitado, e de quais formas a escola pode ajudar em seu processo de desenvolvimento" (SILVA; DELGADO, 2018, p.45). Assim, quando o assunto é o processo de ensino e aprendizagem, determinados fatores devem ser considerados, destacando-se: as metodologias de ensino, peculiaridades dos alunos, o docente, os tipos de avaliação empregados e o ambiente escolar (SANTOS; SANTANA; PEREIRA, 2020).

É importante destacar que não existe nenhuma maneira do processo de ensino e aprendizagem acontecer separadamente quando o objetivo principal é a construção do conhecimento. Assim, em diferentes contextos e momentos históricos, as discussões a respeito dessa experiência focaram em alguns momentos no aluno, em outros no professor, bem como nas metodologias de ensino, entre outros (SANTOS; SANTANA; PEREIRA, 2020).

O processo de ensino e aprendizagem na matemática continua a ser o resultado da relação entre professores e alunos, porém seu objetivo principal é fazer com que os discentes compreendam os conceitos matemáticos e passem a aplicá-los no seu dia a dia (PONTES, 2018).

Todavia, na prática interdisciplinar da matemática, o professor é o mediador do conhecimento. Aquele que frente aos desafios contemporâneos se propõe a quebrar paradigmas e romper com os métodos tradicionais de ensino para que os alunos possam atuar ativamente nas aulas, desenvolvendo sua criatividade, inteligência e raciocínio lógico (PONTES, 2018).

O conhecimento matemático é caracterizado como acumulativo, visto que, para alcançar a compreensão de sequências numéricas ou mesmo equações mais complexas, é essencial que conhecimentos prévios sejam adicionados aos posteriores (ANGELO, 2021). Assim, para que o conhecimento ocorra na matemática, existem quatro pilares essenciais: raciocínio lógico, inteligência matemática, criatividade e aprendizagem (PONTES, 2019).

O raciocínio lógico compreende no processo de pensar sobre algum aspecto com o propósito de alcançar uma solução. O ato de pensar é algo próprio do ser humano, logo, o de raciocinar também. Dessa forma, por intermédio da matemática, o raciocínio lógico é trabalhado e desenvolvido (SEVERINO, 2002).

A inteligência matemática é a habilidade de conhecer e compreender os problemas propostos, encontrar soluções e por fim, adaptar-se a novas realidades. Já a criatividade envolve a capacidade de as pessoas criarem coisas novas ou pensarem de forma inovadora. Enquanto que a aprendizagem é a maneira como o conhecimento adquirido é organizado cognitivamente pelo aluno (PONTES, 2017).

Quando se fala em raciocínio lógico, inteligência matemática, criatividade, aprendizagem e a sua importância no desenvolvimento do processo de ensino da matemática, fica evidente que esses são aspectos que podem ser desenvolvidos e aperfeiçoados por meio de outras disciplinas. É neste cenário que o princípio de interdisciplinaridade se destaca.

Interdisciplinaridade

A interdisciplinaridade pode ser identificada como “um diálogo entre duas ou mais disciplinas, permitindo que os alunos adquiram outras visões sobre o mesmo assunto, mas com abordagens distintas e, ainda, entendam que existem relações entre as diferentes áreas [...]” (SANTOS et al., 2020, p.8).

Hoje evidencia-se a necessidade do uso da interdisciplinaridade nas salas de aula, pois a fragmentação de conteúdos não possibilita que um correto processo de ensino e aprendizagem aconteça. É essencial que o ensino tradicional pautado no isolamento dos conteúdos seja deixado de lado e que a correlação dos saberes seja evidenciada (FORTES, 2012).

Quando a interdisciplinaridade é usada nas salas de aula como metodologia de ensino, ela representa um importante aporte pedagógico para os professores, pois os conceitos matemáticos podem ser relacionados com os presentes em outras áreas, facilitando assim o processo de ensino e aprendizagem, além de tornar a matemática mais significativa para os alunos (FERREIRA et al., 2022).

Interdisciplinaridade no ensino e aprendizagem da matemática.

Para Ferreira et al. (2022) a interdisciplinaridade pode ser definida como uma prática didático-pedagógica que contribui positivamente para a construção do conhecimento pelos alunos e também no processo de ensino e aprendizagem. Por intermédio dela, é possível que as temáticas da matemática e também de outras áreas sejam compreendidas e aplicadas pelos alunos no seu dia a dia.

Santos et al. (2021) destacou em seu trabalho que embora não seja simples para os docentes das escolas da rede pública brasileira relacionar conteúdos de diferentes disciplinas de forma significativa e clara para os alunos, é essencial que a interdisciplinaridade seja empregada constantemente nas escolas, principalmente nas aulas de matemática. Os autores ainda sugerem a utilização de técnicas e abordagens ativas, por exemplo, com os jogos didáticos, de modo a elevar o interesse dos alunos e sua participação.

Gasperi e Pacheco (2018) trazem que durante as aulas de matemática muito dos assuntos tratados e abordados podem ser integrados a outras áreas, e cabe ao docente a sensibilidade de encontrar a melhor forma de ligar a temática da aula com pontos de outras disciplinas.

Para os autores, é imprescindível frente a sociedade globalizada atual, que os alunos desenvolvam por meio das aulas de matemática a habilidade de usar raciocínio lógico não unicamente em problemas e números, mas em como o pensamento pode contribuir no desenvolvimento da criticidade, associada à compreensão de número, e tabelas que podem projetar inúmeros problemas, desde os financeiros, passando pelos sociais e chegando aos ambientais (GASPERI; PACHECO, 2018).

A interdisciplinaridade possibilita que o processo de ensino e aprendizagem da matemática ocorra por meio da sua aplicação a outras áreas do conhecimento. Dessa forma, os espaços da matemática nas escolas poderão ser expandidos e consolidados. Além disto, por meio da interdisciplinaridade, o engajamento dos alunos é maior, assim como o desenvolvimento individual e coletivo da sala, pois os saberes passam a ser apropriados pelos alunos (SILVA; LIMA; LIRA, 2018).

É preciso que metodologias sejam levadas para as salas de aula a fim de que a matemática seja desmistificada pelos alunos, e isso pode ser obtido quando conceitos matemáticos são abordados a partir de outras áreas do conhecimento. Neste sentido, para atualizar a matemática e promover um processo de ensino e aprendizagem eficaz, é necessário levar para as salas problemas do cotidiano que envolvam conhecimento de diferentes temas, mas que contenham conceitos sobre a disciplina. (PASSOS; NICOT, 2021).

Interdisciplinaridade para ensino e aprendizagem da matemática na educação física e na geografia

Baseado nas pesquisas realizadas, percebeu-se a importância de demonstrar como o processo de ensino e aprendizagem da matemática pode ocorrer por meio da interdisciplinaridade. Por sua vez, (BRAVALHERI; ALMEIDA, 2021) em suas observações, entendem que algumas disciplinas são consideradas desconexas. Dessa forma, observa-se que os alunos podem não conseguir estabelecer relações e conexões diretas entre algumas disciplinas. Na tentativa de proporcionar uma aprendizagem contextualizada e buscar interações significativas entre as disciplinas, pensou-se em combinar empenhos entre duas áreas do conhecimento: matemática e educação física; para assim buscar as abordagens necessárias para trabalhar com conteúdos específicos.

A seguir, apresentamos, respectivamente, uma tendência matemática proposta por (BRAVALHERI; ALMEIDA, 2021) e uma proposta descrita por (CAVANCANTI; SOUSA; SOUSA, 2019).

Durante o ano letivo de 2017 e 2018, foi realizada uma proposta interdisciplinar com alunos do Ensino Médio, explorando aspectos da Modelagem Matemática para aplicação na Educação Física em uma escola particular de Curitiba.

O conteúdo trabalhado em Educação Física era o de Avaliação Física e em Matemática, de Estatística. Durante um trimestre, foram realizados vários testes antropométricos que envolviam a coleta de dados que ajudam a avaliar a condição de saúde de cada indivíduo. As coletas envolviam dados como: altura, peso, circunferência do quadril e da cintura, e medidas de circunferência para determinação do percentual de gordura (seguindo o protocolo proposto por Katch e McArdle, 1984, sendo essas medidas convertidas por uma tabela de constantes e inseridas na fórmula proposta pelos autores).

A relação entre peso e altura nos ajudou a determinar o Índice de Massa Corporal (IMC), e conforme o resultado obtido, foi possível classificar essa relação para predição do índice de obesidade. Sabemos que essa determinação necessita de outras avaliações, uma vez que esse teste pode apresentar falhas quando a massa muscular é mais desenvolvida.

A relação das medidas de circunferência da cintura e do quadril são conhecidas como indicadores de distribuição de gordura corporal que se correlacionam com doenças cardiovasculares. Machado e Sichieri (2002, p. 199) afirmam que "estudos prospectivos mostram que a gordura localizada no abdômen é fator de risco para doenças cardiovasculares, diabetes mellitus e alguns tipos de cânceres, como o de mama, de ovário e de endométrio". Essa relação deve ser sempre menor que 1, sendo diferente para homens e mulheres.

Após as coletas, os dados foram colocados em uma planilha do Excel, além de serem criados gráficos que comparavam os resultados tidos como "desejados" com os resultados obtidos. Esse programa também permite que sejam construídas fórmulas e tabelas de conversão. Como adição para a disciplina de matemática, foram realizadas as médias aritméticas, moda, mediana e desvio padrão dos dados, e então comparados com os resultados obtidos individualmente, além da interpretação dos gráficos.

A leitura e análise dos dados, assim como a dos dados estatísticos obtidos, foram essenciais para a aproximação dessas duas disciplinas e permitiram o entendimento integral da atividade.

Além disso, outra proposta por (CAVANCANTI; SOUSA; SOUSA, 2019) é a da interdisciplinaridade entre a matemática e a geografia.

Sem dúvida, após a reflexão acerca do uso dos mapas, do paralelo entre os pontos cardeais, das noções de latitude e longitude e a transposição desses conceitos em um plano cartesiano usando de coordenadas cartesianas, utilizamos o mapa da cidade como um plano, por se tratar de um recorte pequeno de uma projeção da superfície terrestre. A partir dessa adequação, propomos a resolução de situações-problema de localização de pontos, determinando o centro da cidade como origem deste plano.

Escolhemos pontos turísticos, centros comerciais e pontos de lazer, e marcamo-los no mapa para determinar suas coordenadas e a direção desses locais em relação aos pontos cardeais. Em um segundo momento, utilizamos a noção de escala para determinar o comprimento real de um segmento representado no mapa. Utilizamos as noções de distância euclidiana e da geometria do táxi.

Após trabalhados os conceitos cartográficos e matemáticos que possibilitaram ao aluno a aquisição de conhecimentos específicos para este fim, voltamos à aplicação dos conceitos em uma perspectiva tecnológica, tendo em vista a utilização de recursos digitais presente na vida da maioria dos alunos. O uso de smartphones é frequente e a destreza que os jovens têm em manipular as ferramentas presentes no aparelho trazem um novo conceito de interação desse jovem com o mundo.

Em uma rápida conversa, colocamos a seguinte situação hipotética aos alunos: “você chega a uma cidade que você não conhece, você está num ponto, um posto rodoviário, por exemplo, e pretende ir ao centro dessa cidade. O que você faz?” A resposta da maioria foi quase automática: pegamos o celular e “vimos” no Google Maps.

A utilização de aplicativos de localização está presente na vida cotidiana do século XXI, e essas ferramentas nos “libertam” do uso de mapas físicos e de cálculos. Tais aplicativos frequentemente nos apresentam mais de uma opção; estamos agora diante de um desafio de escolhas, entramos na seara da análise combinatória, em pequena proporção, é claro.

Há, porém, nessas escolhas que se apresentam, detalhes que devem ser considerados. A busca pela melhor forma de se locomover nem sempre permite que tenhamos a menor distância entre dois pontos da cidade. Na realidade, sempre buscamos o trajeto mais curto para chegarmos a algum lugar e podemos de fato fazer isso, desde que o trajeto seja feito a pé, pois se usarmos um transporte qualquer, seguindo as regras de trânsito, nem sempre o caminho mais curto é possível de ser percorrido. Dessa forma, os cálculos são desnecessários para nos locomover, e os aplicativos nos auxiliam nessa tarefa.

Com o intuito de fazer os alunos refletirem sobre o uso dessa importante ferramenta tecnológica, utilizamos os pontos determinados anteriormente para tratar da distância a ser percorrida e dos trajetos que o aplicativo disponibiliza para fazer um paralelo entre as distâncias anteriormente analisadas. Verificamos a situação da menor distância, e do porquê o trajeto que representa a menor distância no Google Maps diferir da menor distância tanto na geometria euclidiana quanto na geometria do táxi.

Das considerações feitas, podemos observar que não se pode utilizar aplicativos sem ter noção daquilo que se está fazendo, sob pena de perdemos o sentido da significação das coisas e a capacidade de refletir diante dos problemas do dia a dia. Aprender o porquê é necessária a verdadeira emancipação cidadã do indivíduo, uma vez que a falta dessa reflexão pode se tornar perigosa e até nos levar a situações indesejadas.

Fazendo o uso correto e consciente dos meios tecnológicos, tais ferramentas facilitam muito em uma decisão sobre qual caminho seguir, qual o melhor trajeto a ser percorrido a fim de chegar onde se deseja, e não focando somente em qual é o menor caminho.

Conclusão

A presente pesquisa teve como objetivo principal descrever que o processo de ensino e aprendizado da matemática pode ser desenvolvido por meio da interdisciplinaridade. A partir da revisão bibliográfica realizada, notou-se que através desta metodologia o conhecimento dos alunos é melhor construído e o ensino se torna significativo para eles.

Ressalta-se que a interdisciplinaridade ultrapassa os limites teóricos de cada campo do conhecimento: ela supõe um ponto comum de contato entre os mesmos. A partir daí temos a construção de um conhecimento comum, completo e integrado nos mais variados temas, assim como foi possível de observar quando relacionamos a matemática e a geografia para trabalhar localização espacial. A mesma observação pôde ser feita quando foi entrelaçada a educação física para trabalhar condições de saúde. No contexto do trabalho apresentado, esse conceito de interdisciplinaridade faz-se presente.

Visto que nas últimas décadas a matemática tem passado por inúmeros desafios nas salas de aula, no que diz respeito ao processo de ensino e aprendizagem, resultado da relação professor e aluno, a interdisciplinaridade apresenta-se como uma ferramenta eficaz para retomar os interesses dos discentes pela disciplina e para a construção de um conhecimento que realmente faça a diferença em suas vidas.

Agradecimentos

Agradecemos à Universidade Federal de Ouro Preto e Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001, pelo apoio em nossas pesquisas.

Referências

ALVES, L. L. (2016). A importância da matemática nos anos iniciais. *In: XXII EREMATSUL - Encontro Regional de Estudantes de Matemática do Sul*. https://wp.ufpel.edu.br/geemai/files/2017/11/A-IMPORT%C3%82NCIA-DA-MATEM%C3%81TICA-NOS-ANOS-INICIAS.pdf.

BRAVALHERI, R. de S.; ALMEIDA, R. de. Possibilidades interdisciplinares para o ensino da Educação Física no Ensino Médio. **Temas em Educação Física Escolar**, v. 6, n. 2, p. 128-144, 2022.

CAVALCANTE, R. N. B.; RODRIGUES SOUSA, M. H.; RODRIGUES DE SOUSA, J. P. (2019). A interdisciplinaridade entre matemática e geografia: Inferindo conceitos de localização e distancias na cidade. **Revista Encantar**, v. 1, n. 3, p. 07-20, 31.

ANGELO, J. da. S. (2021). O ensino de matemática nos anos iniciais como forma de aquisição de competências básicas necessárias à formação do estudante. *Revista Científica Multidisciplinar Núcleo do Conhecimento*, 1(6), 84-98.

FAZENDA, I. C. A. (2015). Interdisciplinaridade: didática e prática de ensino. Grupo de Estudos e Pesquisa em Interdisciplinaridade (GEPI). Educação: Currículo – Linha de Pesquisa: Interdisciplinaridade, 1(6). São Paulo: PUCSP.

FERREIRA, M. N. A. et al. (2022). Interdisciplinaridade e processos de ensino e aprendizagem: experiências formativas de docentes que lecionam matemática. *Revista Concilium*, 22(1), 328-340.

FORTES, C. C. (2012). Interdisciplinaridade: origem, conceito e valor. *Universidade Federal de Santa Maria*. Rio Grande do Sul. 2012. https://docplayer.com.br/8468062-Interdisciplinaridade-origem-conceito-e-valor.html.

GASPERI, W. N. H. de; PACHECO, E. R. P. (2018). A história da matemática como instrumento de interdisciplinaridade. http://ead.bauru.sp.gov.br/efront/www/content/lessons/37/e2t1.pdf.

GIL, A. C. (2008). *Como elaborar projetos de pesquisa*. 4ed. São Paulo: Atlas.

MACHADO, P. A. N.; SICHIERI, R. (2002). Relação cintura-quadril e fatores de dieta em adultos. *Revista Saúde Pública*. Disponível em:

https://www.scielosp.org/pdf/rsp/2002.v36n2/198-204/pt Acesso em: 29 mar 2021.

PASSOS, A. P.; NICOT, Y. E. (2021). Interdisciplinaridade na matemática através da aprendizagem significativa. *Research, Society and Development*, 10(9), e54210918294.

PONTES, E. A. S. (2018) O ato de ensinar do professor de matemática na educação básica. *Ensaios Pedagógicos*, 2(2), 109-115.

PONTES, E. A. S. (2017). Os números naturais no processo de ensino e aprendizagem da matemática através do lúdico. *Diversitas Journal*, v. 2, n. 1, p. 160-170, 2017.

PONTES, E. A. S. (2019) Os Quatro Pilares Educacionais no Processo de Ensino e Aprendizagem de Matemática. *Revista Iberoamericana de Tecnología en Educación y Educación en Tecnología*, 24, 15-22.

RUDIO, F. V. (2001) *Introdução do projeto de pesquisa científica*. 6ed. Petrópoles: Vozes.

SANTOS, D. F. dos et al. (2020). Proposta pedagógica: a interdisciplinaridade da matemática com a biologia para o ensino de funções por meio do jogo. *Rev. Cien. Foco Unicamp*, 13(e020009), 1-15.

SANTOS, M. W. da S.; SANTANA, J. M. de O.; PEREIRA, M. E. da S. (2020) O processo de ensino-aprendizagem da matemática: um olhar sobre a metodologia de avaliação. In: *CONEDU – VII Congresso Nacional de Educação*. https://editorarealize.com.br/editora/anais/conedu/2020/TRABALHO_EV140_MD1_SA13_ID2024_06052020215248.pdf.

SANTOS et al (2021). A interdisciplinaridade e a prática docente: uma realidade? Um estudo de caso no curso Técnico em Informática integrado ao Ensino Médio do IFSP Campus Araraquara. *Rev. Elet. DECT*, Vitória – Espírito Santo, v.8, n.3, p.60-87.

SEVERINO, A. (2002). Educação, sujeito e história. São Paulo: *Olho d' Água*.

SILVA, E. A. da.; DELGADO, O. C. (2018). O processo de ensino-aprendizagem e a prática docente: reflexões. *Revista Espaço Acadêmico*, 8(2).

SILVA, J. M. A. da.; LIMA, C. R. de O.; LIRA, D. A. N. de. (2018). Uma abordagem interdisciplinar no processo de ensino: aproximando saberes da matemática e da física. In: *Anais do V Seminário Nacional do Ensino Médio*. UERN; Mossoró. https://senacem.uern.br/files/users/lavinia/ANAIS/GD05.pdf#page=183.

A relação entre o ensino da matemática e a pesca: um estado do conhecimento no período de 2012 a 2021

The relationship between mathematics teaching and fishing: a state of knowledgefrom 2012 to 2021

La relación entre la enseñanza de las matemáticas y la pesca: un estado delconocimiento de 2012 a 2021

Antonio Alison Pinheiro Martins[861]
Universidade Federal do Pará
0000-0002-7199-2428

Isabel Cristina Rodrigues de Lucena[862]
Universidade Federal do Pará
0000-0001-9515-101X

Jeirla Alves Monteiro[863]
Universidade Federal do Pará
0000-0002-9329-5930

Modalidade: (Comunicação)
Núcleo Temático: Relação da Matemática com outras áreas de conhecimento

Resumo

O presente estudo, em fase inicial, investiga a relação entre o ensino da matemática e a pesca desenvolvida no Brasil a partir de um estado do conhecimento, no período de 2012a 2021. É uma pesquisa de cunho qualitativo com fundamentação teórica permeada pelaEtnomatemática e os saberes da pesca, que se apresenta a partir de ideias e teorias de Almeida (2001), D'Ambrósio (2006; 2011), Furtado (1993), Halmenschlager (2001) e Moraes (2007). A busca dos estudos foi realizada no portal de periódicos da Coordenaçãode Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e resultou em três artigos. Diante dos dados levantados, verificou-se uma relação entre os conhecimentos oriundos da pesca brasileira e os do contexto escolar, evidenciando uma conexão entre os saberes com potencial de oferta de um melhor ensino matemático e possibilidade de promoção deuma aprendizagem significativa, sobretudo nas escolas inseridas nas comunidades pesqueiras.

[861] antonio.martins@iemci.ufpa.br
[862] ilucena@ufpa.br
[863] jeirla.monteiro@iemci.ufpa.br

Palavras-chave: Educação matemática; Etnomatemática; Saberes da pesca.

Abstract

The present study, in its initial phase, investigates the relationship between the teaching of mathematics and fishing developed in Brazil from a state of knowledge, in the period from 2012 to 2021. It is a qualitative research with a theoretical foundation permeated by Ethnomathematics and fishing knowledge, which is presented from the ideas and theoriesof Almeida (2001), D'Ambrósio (2006; 2011), Furtado (1993), Halmenschlager (2001) and Moraes (2007). The search for studies was carried out on the journals portal of the Coordination for the Improvement of Higher Education Personnel (CAPES) and resultedin three articles. In view of the data collected, there was a relationship between knowledgefrom Brazilian fishing and that of the school context, showing a connection between knowledge with the potential to offer better mathematical teaching and the possibility ofpromoting significant learning, especially in schools inserted in fishing communities.

Keywords: Mathematics education; Ethnomathematics; Fishing knowledge.

Resumen

El presente estudio, en su fase inicial, investiga la relación entre la enseñanza de las matemáticas y la pesca desarrollada en Brasil a partir de un estado de conocimiento, en el período de 2012 a 2021. Se trata de una investigación cualitativa con fundamento teórico permeado por la Etnomatemática y la pesca conocimiento, que se presenta a partirde las ideas y teorías de Almeida (2001), D'Ambrósio (2006; 2011), Furtado (1993), Halmenschlager (2001) y Moraes (2007). La búsqueda de estudios se realizó en el portalde revistas de la Coordinación de Perfeccionamiento del Personal de Educación Superior(CAPES) y resultó en tres artículos. A la vista de los datos recogidos, hubo una relación entre el conocimiento de la pesca brasileña y el del contexto escolar, mostrando una conexión entre el conocimiento con potencial para ofrecer una mejor enseñanza matemática y la posibilidad de promover aprendizajes significativos, especialmente en las escuelas comunidades pesqueras.

Palabras clave: Educación matemática; Etnomatemáticas; Conocimientos de pesca.

Introdução

Atualmente, ainda há insuficiência de investimentos direcionados às escolas com o objetivo de melhor desenvolver o processo de ensino e aprendizagem. Considerando um mundo globalizado no qual vivemos, a Educação, de um modo geral, que é propostaem boa parte das escolas brasileiras é questionável, tendo-se em vista a prevalência de um ensino centrado na figura do professor (TEIXEIRA, 2018) e descontextualizado domeio sociocultural do aluno.

Essa configuração de ensino também é presente ao se tratar do ensino da matemática. Em alguns casos, essa realidade se apresenta de modo mais agravante, poisse observa ainda um modelo baseado em metodologias que destacam a repetição de exercícios (TAROUCO, 2016), nas quais “os alunos passam a acreditar que a aprendizagem da matemática se dá através de um acúmulo de fórmulas e algoritmos” (D’AMBROSIO, 1989, p. 16).

A matemática está presente em várias tarefas, objetos e atividades desenvolvidasem nosso cotidiano. Nesse sentido, os métodos de ensino e o currículo da matemática poderiam privilegiar a diminuição de processos mecânicos, a fim de possibilitar ao alunoa percepção da importância social que a disciplina exerce (CUNHA, 2017), sobretudo na comunidade em que a escola está inserida, para que, assim, esteja mais associada a questões do dia a dia na busca de promover uma aprendizagem significativa ao estudante, e que este se sinta instigado a aprender e a resolver as adversidades enfrentadas corriqueiramente (ALMEIDA, 2006).

É nessa perspectiva de contextualização do ensino da matemática com o convívio sociocultural que se situa este estudo, cujo objetivo principal é investigar a relação entreo ensino da matemática e a pesca desenvolvida no Brasil. Para tanto, iniciamos essa investigação a partir de um estado do conhecimento, que consistiu em um levantamentode estudos sobre o tema e que foram publicados no período de 2012 a 2021. Este artigobusca apresentar o resultado dessa investigação que é parte do projeto de pesquisa em nível de doutorado, ora em andamento, intitulado “Da pesca para a escola e da escola para a pesca: diálogos e transformações no ensinar matemática” e pertencente ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas da UniversidadeFederal do Pará.

Etnomatemática e o ensino da matemática

A palavra “etnomatemática” surgiu a partir da composição das raízes *tica, matema* e *etnos*, na busca de se destacar que há diversas habilidades, técnicas e maneiras(*tica*) de entender, explicar, conviver e lidar com (*matema*) os distintos cenários naturaise socioeconômicos da realidade (*etnos*) (D’AMBROSIO, 2006). No contexto da Matemática, a Etnomatemática emerge de críticas sociais voltadas ao ensino rotineiro sem renovação e quase inquestionável quanto a sua forma e conteúdo, e assim tende ao“reconhecimento de diferentes formas de fazer matemática, utilizadas pelos grupos sociais em suas práticas diárias, na tentativa de [se] resolver e manejar realidades específicas, as quais nem sempre seriam identificadas sob a ótica da matemáticaacadêmica" (HALMENSCHLAGER, 2001, p. 15).

Para Miranda *et al.* (2018), a Etnomatemática é uma possibilidade de oportunizar a valorização desses grupos por meio do reconhecimento de suas culturas e saberes. Para os autores, as teorias (saber) e a prática (fazer) devem permanecer juntas e levar em consideração o conhecimento de todos sobre a utilização da matemática do seu dia a diae como tais saberes são praticados e desenvolvidos.

A sociedade e a matemática desenvolvida na escola devem ser repensadas perante as mudanças sociais, na busca de se oportunizar a valorização das diferentes culturas (D'AMBRÓSIO, 2011). Os saberes matemáticos, elaborados na rotina do dia adia dos diversos grupos sociais nos quais os estudantes estão inseridos, passam a ter significado a partir do momento que eles interagem com os conhecimentos acadêmicos,construindo um conhecimento que possibilite a resolução de situações-problema que se apresentem.

O ensino de matemática cumpre um papel formativo ao possibilitar inquietaçõesaos estudantes a fim de torná-los críticos, de forma que possam perceber a disciplina deoutro modo e passem a entendê-la e relacioná-la com situações do seu convívio (MARTINS, 2022), levando-se em consideração que a construção do conhecimento da matemática escolar começa com os saberes que cada um traz do seu cotidiano (SANCHEZ, 2004).

Nessa conjectura, envolvemo-nos com a perspectiva etnomatemática para, como professor de matemática (primeiro autor) na região amazônica e em área economicamente atrelada à atividade pesqueira, investigar os saberes advindos da pesca brasileira como uma prática artesanal e inserida em um contexto sociocultural específicoa que pertencem os alunos e suas famílias.

Saberes da pesca

A atividade da pesca no Brasil é anterior à chegada dos portugueses. Realizada pelos povos indígenas que aqui viviam, a pesca expressa saberes oriundos dos conhecimentos advindos dos primeiros povos (índios) habitantes do território brasileiroe, na hibridação com outras tecnologias, sobretudo com as trazidas pelos colonizadores, esses saberesforam sendo aprimorados (MORAES, 2007) e continuam se desenvolvendo em acompanhamento às transformações que a sociedade vem passando.

Tais saberes, originários de primeiros povos, e atualizados ao longo dos tempos, de acordo com Almeida (2001), configuram-se como saberes da tradição e são repassados de geração em geração ao longo da história por meio da oralidade e da experimentação. Eles instituem uma forma de comunicação e compreensão da naturezade forma genuína, pois, para o pescador artesanal, é necessário um conhecimento “das relações existentes entre sua atividade e as faunas aquáticas e terrestres, a flora, os ventose os mares, as nuvens e as chuvas, e assim por diante, cujos sinais são decodificados com sabedoria” (FURTADO, 1993, p. 206).

Segundo Moraes (2007, p. 31), “a arte de capturar peixes ao longo dos séculos vem se adaptando e se adequando às mudanças climáticas, ecológicas e tecnológicas quea envolvem, em que a tradição e os costumes são perfeitamente notáveis nas várias pescarias desenvolvidas”. Assim compreendemos que os saberes da pesca são parte de uma cultura ancestral que se atualiza a cada tempo, presente nos dias de hoje nomeadamente na maior bacia hidrográfica do mundo que é a amazônica.

Na complexa teia de conhecimentos que compõe os saberes da pesca, é possível identificarmos, também, conhecimentos matemáticos escolares, que são utilizados direta ou indiretamente pelos pescadores, de modo estruturado ou não (MARTINS, 2022) durante a prática da pesca e/ou produção de apetrechos e embarcações. Moreira (2011, p. 66) destaca os seguintes: “estimativa de quilos pescados e de ganhos, medidas de tempo, deslocamento e movimentação no espaço, construções tridimensionais e suas planificações, noções de ângulos para uso de velas, dentre outros”. Portanto, o contexto socioeconômico e cultural denota potencialidades para que a educação matemática escolar componha formas de diálogo entre os propósitos institucionais e as experiências constituídas nas práticas oriundas dos saberes da tradição, no caso, da pesca.

Metodologia, resultados e discussões

No intuito de fazer um levantamento de artigos científicos que tiveram como propósito principal investigar a relação entre o ensino da matemática e a pesca desenvolvida no Brasil, no período de 2012 a 2021, como parte da pesquisa de doutorado ora em andamento, selecionamos, como base de busca, o Portal de Periódicos da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). Foram utilizados os seguintes descritores no modo de “busca avançada”: <Ensino da matemática e pesca>; <Matemática e pesca>; <Educação

matemática e pesca>; <Matemática e pescador>; <Comunidades pesqueiras e matemática>; <Ensino da matemática e pescador>; e <Educação Matemática e pescador>. Os filtros aplicados foram os seguintes: periódicos revisados por pares, artigos, período 2012 a 2021 e idioma português. Foram encontrados um total de 353 resultados.

A seleção dos artigos se deu em três momentos através da aplicação de critériosde inclusão e de exclusão. No primeiro momento, foi aplicado o critério de exclusão “trabalhos repetidos”. Para a seleção dos artigos em tal etapa, todos os resultados encontrados no portal da CAPES foram adicionados ao programa *Mendeley*[864], no qual foi possível a identificação 195 repetições. Após aplicação da exclusão dos trabalhos repetidos, restaram apenas 158 artigos.

No segundo momento, a seleção desenvolveu-se a partir da leitura do título e resumo dos artigos e a aplicação dos critérios de inclusão “abordar temática matemáticaou ensino da matemática”, “envolver o contexto da pesca no Brasil” e “texto escrito emportuguês”. Nessa etapa, após a leitura do título e do resumo dos 158 artigos, apenas quatro artigos atenderam aos critérios de inclusão apontados.

O terceiro e último momento se deu com a leitura completa dos quatro artigos levantados e com a aplicação dos mesmos critérios de inclusão da segunda fase. Nessa conjectura, somente três artigos contemplaram os critérios de inclusão. No Quadro 1, tem-se os três artigos levantados após realização dos três momentos de seleção.

Quadro 1.

Artigos selecionados no terceiro momento (Martins et al., 2022)

Identificação	Referência
Artigo I	JUNIOR, D. O. A.; NUNES, J. M. V.; ALVES, F. J. da C.; BRAGA, K. R.; ASSUNÇÃO, C. A. G. (2021). Articulação teórica entre registros de representação semiótica e etnomatemática: no contexto da prática de pesca artesanal. *Amazônia*, [S.l.], 17(38), 34-57.
Artigo II	CARVALHO, J. G.; DUARTE, C. G. (2015). Diálogos entre imagem, sujeito pescador artesanal, sujeito pesquisador em etnomatemática. *Alexandria*, 8 (2), 107–122.
Artigo III	ALVES, L. C. dos S. D.; RODRIGUES, L. F. (2015). Saberes e práticas mediados pela modelagem matemática no campo: percepções no contexto da pesca. *REMAT*, 1(2), 1-10.

[864] *Mendeley* é um gerenciador de referências gratuito que pode ajudar a armazenar, organizar, anotar, compartilhar e citar referências e dados de pesquisa (ELSEVIER, 2022).

Com o objetivo de se ter uma visão geral dos artigos analisados nesta investigação,foi elaborado um quadro para cada estudo com os seguintes tópicos: título, objetivo geral, metodologia, um breve resumo e as contribuições matemáticas para o estudo. Na sequência, apresentamos essas informações de cada artigo selecionado para investigarmos a relação entre o ensino da matemática e a pesca desenvolvida no Brasil.

Quadro 2.

Síntese do artigo I (Martins et al., 2022)

Título	Articulação teórica entre registros de representação semióticae etnomatemática: no contexto da prática de pesca artesanal.
Objetivo Geral	Contextualizar o estudo de proporção às práticas laborais da pesca por meio da conjunção de ideias da etnomatemática, no sentido da etnocomunidade e da Teoria dos Registros de Representação Semiótica - TRRS.
Metodologia	Pesquisa de abordagem qualitativa do tipo etnográfico, desenvolvida com alunos egressos do 9º ano do Ensino Fundamental no município de Vigia de Nazaré, no Estado do Pará.
Breve resumo da investigação	Apresenta como instrumento de produção de dados osregistros escritos produzidos pelos alunos durante a realização de cinco questões envolvendo o estudo deproporção a partir da panagem de rede de pesca.
Contribuições matemáticas	- Determinação das medidas das dimensões e da área de objetos retangulares; Cálculo de proporção com figuras retangulares; Conversão de unidades de medidas de comprimento; Elaboração de gráficos.

De acordo com a investigação desenvolvida no artigo I, verifica-se a relação entreo ensino da matemática e os saberes da pesca por meio da rede de pesca e alguns conceitos matemáticos escolares (estudo de proporção, conversão de medidas, cálculo de área e representação gráfica) que podem ser explorados por meio das dimensões de tal instrumento da atividade pesqueira.

O estudo é discutido a partir da panagem de rede, que equivale a um trecho da rede de pesca que possui o formato retangular de 100 metros de comprimento, com aproximadamente 5,5 metros de largura. Para a confecção de uma rede, são utilizadas panagens com entralhamento (costura das panagens em um cabo inferior e superior nummesmo intervalo de espaçamento). Uma panagem, após o entralhamento, fica com aproximadamente 60 metros de comprimento (os pescadores usam a medida braça - 33 braças) por 5,5 de largura (JÚNIOR *et al*., 2021).

Perante tal instrumento, a pesquisa aborda o cálculo de área da panagem com entralhamento e sem entralhamento por meio da área do retângulo. Ela promove o estudode proporção entre as medidas dos comprimentos e das áreas desses objetos (explorandoo cálculo de porcentagem e regra de três simples). Também, mediante o comprimento deuma rede com várias panagens com entralhamento, discute a conversão de braça para metros a partir da relação $60m \cong 33$ braças. E, por fim, traz a elaboração de gráficos através da relação entre o comprimento da panagem e o número de malhas existente em uma rede de pesca.

Quadro 3.

Síntese do artigo II (Martins et al., 2022)

Título	Diálogos entre imagem, sujeito pescador artesanal, sujeito pesquisador em etnomatemática.
Objetivo Geral	Articular o uso de imagens como sendo um dispositivo para potencializar o pensamento quando se realiza o ato de pesquisa.
Metodologia	Pesquisa qualitativa realizada a partir da prática de olhar, na busca de se tecer entendimentos envolvendo imagens.
Breve resumo da investigação	A investigação foi apoiada nas noções wittgensteinianas de jogos de linguagem, forma de vida, semelhanças de família, regras de significações e nas noções foucaultianas de poder-saber, através da leitura de três obras de Rodrigo Dias Pereira (pinturas envolvendo o contexto da pesca artesanal).
Contribuições matemáticas	Realização da operação de divisão; Uso de raciocínios de divisão.

Identificamos que os discursos da pesquisa desenvolvida do artigo II, a partir da leitura das imagens, estão mais voltados para a decodificação dos contornos, cores, saberes e formas de vidas evidenciadas nas pinturas. Constata-se brevemente, na leitura de uma das imagens, a presença de raciocínios matemáticos durante a divisão dos peixes capturados entre os envolvidos com a atividade pesqueira e nas demarcações de territóriospara o desenvolver da pesca.

Dentre os dados apontados identifica-se que para a realização da pesca da tainha (*Mugilidae*) é necessária uma divisão de área e período para o desenvolvimento dessa atividade entre os diferentes grupos pesqueiros (artesanal e industrial), assim como entreos pescadores artesanais e os que usufruem do mar para lazer (estando tal perspectiva mais voltada à ideia de divisão, e não à operação matemática em si). Outra concepção abordada nesse conceito, agora direcionado para a operação matemática da divisão, é apresentada através da divisão do pescado. Uma parte do peixe fica para os donos dos barcos, a outra é dividida entre os pescadores, sendo alguns peixes, dependendo da safra, doados para as comunidades comemorarem a captura.

Quadro 4.

Síntese do artigo III (Martins et al., 2022)

Título	Saberes e práticas mediados pela modelagem matemática no campo: percepções no contexto da pesca.
Objetivo Geral	Proporcionar aos alunos a percepção das diversas relações existentes entre a prática da construção de rede de pesca comos recursos didáticos de modelagem matemática dentro do contexto cultural e social de uma classe multisseriada.
Metodologia	Pesquisa qualitativa de modelagem matemática desenvolvida em uma vila de pescadores no município de Soure (ilha do Marajó), no Estado do Pará. Teve como *lócus* uma escola da comunidade e, como sujeitos de interesse, os alunos de uma turma multisseriada dos 3º e 4º anos do Ensino Fundamental.
Breve resumo da investigação	A partir da sequência de etapas da modelagem matemática de Bassanezi (2002), os alunos definiram o objeto a ser estudado (rede de pesca de 100 metros), calcularam o valor do custo total para a confecção da rede de pesca edeterminaram o formato da rede.
Contribuições matemáticas	- Realização das operações de adição, multiplicação e divisão com números naturais e/ou decimais; Figuras geométricas planas.

Diante dos dados apresentados no estudo do artigo III, a relação entre o ensino da matemática e os saberes da prática pesqueira surge a partir da confecção da rede de pescae o cálculo do custo com materiais para a construção dessa ferramenta utilizada para capturar peixes, assim como também através do formato da rede.

Segundo dados da investigação, diferentes materiais (linha, agulha, boia, chumbo,corda e bitola) de custos variados são utilizados para se confeccionar uma rede de pesca.Para calcular o valor total para a produção de tal instrumento, é necessário efetuar operações de multiplicação (determinar o valor gasto com cada material, visto que algunssão utilizados diversas vezes, como, por exemplo, a boia) e soma (definir o valor gasto com todos os materiais) com números naturais e decimais. E, também, efetuada a divisãopara calcular o valor do metro da rede. Outro aspecto destacado no texto relaciona-se aoformato da rede, que está associado a conceitos da geometria plana.

Nessa conjectura, diante do discutido nos três artigos, verifica-se a presença da matemática na distribuição de pescado, na delimitação de regiões para a captura de peixese na confecção e utilização de redes de pesca. Através de tais contextos, é possível abordarconceitos matemáticos escolares — cálculo de área, operações fundamentais (soma, multiplicação e divisão), proporção, construção de gráficos, geometria e conversão de unidades de medidas — na perspectiva de se contextualizar o ensino da matemática coma atividade produtiva da pesca.

Conclusões

Com a investigação realizada neste estudo, verifica-se potencialidades de relaçãoentre os saberes oriundos da pesca brasileira com os do contexto escolar por meio das operações fundamentais (adição, multiplicação e divisão) com números naturais e/ou decimais, cálculo de proporção, determinação das dimensões e da área de figuras retangulares, elaboração de gráficos, conversão de unidades de medidas de comprimento, noção da ideia de divisão e conhecimento dos tipos das figuras geométricas planas, através da confecção e uso de rede de pesca (bem como da panagem de rede de pesca com entralhamento e sem entralhamento), na divisão dos peixes capturados e nas demarcações de áreas para a realização da atividade pesqueira. Evidencia-se uma conexãoentre esses saberes e o potencial para um diálogo entre eles, não somente por meio do ensino de matemática, pois os artigos levantados nem sempre estiveram explicitamente voltados para esta perspectiva.

No entanto, os artigos contribuem com a ampliação de conhecimentos e produzem material potencial para um ensino que se propõe impulsionar uma aprendizagem significativa do ponto de vista sociocultural, sobretudo para as escolas inseridas nascomunidades que têm como principal fonte de renda a pesca.

É possível que os alunos, a partir de experienciarem um ensino em sala de aula em conexão com o seu meio social, possam contextualizar os conteúdos estudados na escola com os saberes da atividade produtiva da sua cultura e assim desenvolverem aprendizagens sedimentadas em respeito, afetividade, reconhecimento e transcendência sobre a Matemática, seja ela eminentemente escolar ou não.

Como um trabalho em andamento, é possível que, em um momento futuro, sejam agregados novos artigos para a análise em questão. É plausível continuar o levantamento considerando a ampliação do número de bases de busca, da extensão do período, da abordagem dos estudos desenvolvidos (em outros idiomas e países), dentre outras possibilidades. Assim, esta investigação surge como um pequeno passo no desenrolar depesquisas nessa perspectiva, que se mostra com potencial de crescimento e relevância naspropostas investigativas no tocante à relação dos saberes das etnomatemáticas aqui abordadas.

Referências

ALMEIDA, M., da C. (2001). *Complexidade e cosmologias da tradição*. Belém: EDUEPA.

ALMEIDA, S. C. (2006). *Dificuldades de aprendizagem em Matemática e a percepção dos professores em relação a fatores associados ao insucesso nesta área*. Brasília:UCB.

ALVES, L. C. dos S. D.; RODRIGUES, L. F. (2015). Saberes e práticas mediados pela modelagem matemática no campo: percepções no contexto da pesca. *REMAT*, 1 (2), 1-10.

CARVALHO, J. G.; DUARTE, C. G. (2015). Diálogos entre imagem, sujeito pescador artesanal, sujeito pesquisador em etnomatemática. *Alexandria*, 8 (2), 107–122.

CUNHA, C. P. (2017). A Importância da Matemática no Cotidiano. *Revista Científica Multidisciplinar Núcleo do Conhecimento*, 4 (1), 641-650.

D'AMBROSIO, B. S. (1989). Como ensinar matemática hoje? Temas e Debates. *SBEM*,2, 15-19.

D'AMBROSIO, B. S. (2006). Etnomatemática e educação. In: Knijnik, G.; WANDERER, F.; OLIVEIRA, C., J. de. *Etnomatemática, currículo e formação de professores*. Santa Cruz do Sul: EDUNISC, p. 39–52.

D'AMBRÒSIO, U. (2011). *Etnomatemática:* elo entre as tradições e a modernidade. Belo Horizonte: Autêntica Editora.

ELSEVIER. (2022). *Mendeley*, Todas as soluções. https://www.elsevier.com/solutions/mendeley.

FURTADO, L., G. (1993). *Pescadores do rio Amazonas*: um estudo antropológico dapesca ribeirinha numa área amazônica. Belém: Museu Paraense Emílio Goeldi.

HALMENSCHLAGER, V. L. da S. (2001). *Etonomatemática*: uma experiência educacional. São Paulo: Summus.

JUNIOR, D. O. A.; NUNES, J. M. V.; ALVES, F. J. da C.; BRAGA, K. R.; ASSUNÇÃO,

C. A. G. (2021). Articulação teórica entre registros de representação semiótica e Etnomatemática: no contexto da prática de pesca artesanal. *Amazônia*, 17(38), 34-57.

MIRANDA, S.A.; PEREIRA, E. C.; PEREIRA, V. A. (2018). Entrelaçamento entre teoria e prática da matemática no contexto dos pescadores artesanais de Rio Grande (RS). *Tangram – Revista de Educação Matemática,* 1 (2), 60–75.

MARTINS, A., A., P. (2022). Da pesca para a escola e da escola para a pesca: diálogos e transformações no ensinar matemática. *Anais eletrônico do XXV EBRAPEM.* Campina Grande: Even3. www.even3.com.br/Anais/xxvebrapem/454228-DA-PESCA-PARA-A-ESCOLA-E-DA-ESCOLA-PARA-A-PESCA--DIALOGOS- E-TRANSFORMACOES-NO-ENSINAR-MATEMATICA.

MORAES, S., C., de. (2007). *Uma Arqueologia dos saberes da pesca*: Amazônia e Nordeste. Belém: EDUFPA.

MOREIRA, S., L., da S., P., A. (2011). *Saberes matemáticos de crianças oriundas de uma comunidade de pescadores artesanais em Aracajú-SE* [Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciência Naturais e Matemática, Universidade Federal de Sergipe]. https://ri.ufs.br/handle/riufs/5196.

SANCHEZ, J. N. G. (2004). *Dificuldades de Aprendizagem e Intervenção Psicopedagógica*. Porto Alegre. Artmed.

TAROUCO, V., L.; SILVA, G., P,; SILVA, A., C. da. (2016). Marcas do ensino tradicional sobre a compreensão da operação de multiplicação em professores dosanos iniciais do ensino fundamental. *Anais eletrônico do XII Encontro Nacional de Educação Matemática*. São Paulo. http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/5884_3173_ID.pdf.

TEIXEIRA, L., H., O. (2018). A abordagem tradicional de ensino e suas repercussões soba percepção de um aluno. *Revista Educação em Foco*, 10, 93-103.

Matemática e Tipos Sanguíneos: Explorando a interdisciplinaridade em sala deaula

Mathematics and Blood Types: Exploring interdisciplinarity in the classroom

Matemáticas y grupos sanguíneos: explorando la interdisciplinariedad en el aula

Marlon Augusto das Chagas Barros[865]
Universidade Federal do Pará
https://orcid.org/0000-0002-3114-3771

Elias Sobrinho da Silva[866]
Universidade Federal do Pará
https://orcid.org/0000-0002-7591-0522

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Relação da matemática com outras áreas do conhecimento

Resumo

Na atualidade, tendo em vista que diversos assuntos da matemática podem ser trabalhadosa partir de conteúdos da biologia, há diversas possibilidades de abordagem das possíveisrelações entre a matemática e biologia na educação básica. Entretanto, estas relações sãopouco exploradas nos ambientes educacionais e há poucas pesquisas abordem esta temática, explicitando a necessidade da elaboração de trabalhos que visem incentivar práticas interdisciplinares e investigar as possíveis contribuições desta abordagem nos ambientes de ensino e aprendizagem. Logo, este trabalho, que foi realizado ao longo do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à docência, teve o objetivo de investigar aspotencialidades da utilização de uma sequência didática interdisciplinar para o ensino deconceitos matemáticos presentes no conteúdo de tipos sanguíneos em quatro turmas de segundo ano do ensino médio de uma escola pública em Belém do Pará. A sequência foidividida em duas etapas, que ocorreram em quatro encontros de 45 minutos, e uma tarefaavaliativa, que foi construída no software Wordwall. Os resultados obtidos apontam queos alunos se sentiram motivados a partir da proposta apresentada e obtiveram 80% de acerto na tarefa avaliativa. Além disso, os discentes e docentes da escola apresentaram opiniões positivas quanto a abordagem interdisciplinar que foi realizada, explicitando queesta relação pode ser benéfica para o cenário educacional atual, e que há a necessidade demais pesquisas que visem investigar as contribuições da interdisciplinaridade entre a matemática e biologia.

Palavras-chave: Interdisciplinaridade, Biomatemática, Sequência Didática,Tipos Sanguíneos.

865 marlonbarros009@gmail.com
866 elias.sobrinho.silva@itec.ufpa.br

Abstract

Nowadays, there are several possibilities of approaching the possible relationsbetween mathematics and biology in basic education. However, these relationships arelittle explored in educational settings and there is little research on this topic, explainingthe need for the development of work that aims to encourage interdisciplinary practicesand investigate the possible contributions of these approaches in teaching and learningenvironments. Therefore, this work, which was conducted during the InstitutionalProgram for Scholarship Initiation to Teaching, aimed to investigate the contributions ofusing an interdisciplinary didactic sequence for teaching mathematical concepts presentin the content of blood types in four second year high school classes of a public school inBelém, Pará, constituting a case study. The sequence was divided into two stages, whichoccurred in four 45-minute meetings, and an evaluative task, which was built on theWordwall website. The results obtained indicate that the students felt motivated by thepresented proposal and obtained a performance equal to or higher than 75% of correctanswers in the evaluative task. Moreover, the students and teachers of the school presented positive opinions about the interdisciplinary approach that was performed, explaining that this relationship can be beneficial to the current educational scenario, andthat there is a need for further research aimed at investigating the contributions of interdisciplinarity between mathematics and biology in the teaching and learning process.

Keywords: Interdisciplinarity, Biomathematics, Teaching Sequence, Blood Types.

Resumen

En la actualidad, existen varias posibilidades de abordar las posibles relaciones entre las matemáticas y la biología en la educación básica. Sin embargo, estas relacionesson poco exploradas en los entornos educativos y hay pocas investigaciones que abordenesta cuestión, lo que explica la necesidad de desarrollar trabajos que tengan como objetivofomentar las prácticas interdisciplinarias e investigar las posibles contribuciones de estosenfoques en los entornos de enseñanza y aprendizaje. Por lo tanto, este trabajo, que fue realizado durante el Programa Institucional de Becas de Iniciación a la Enseñanza, tuvo como objetivo investigar los aportes de la utilización de una secuencia didáctica interdisciplinaria para la enseñanza de conceptos matemáticos presentes en el contenido de los grupos sanguíneos en cuatro clases de segundo año de enseñanza media en una escuela pública de Belém, Pará, constituyendo un estudio de caso. La secuencia se dividióen dos etapas, que se desarrollaron en cuatro reuniones de 45 minutos, y una tarea de evaluación, que se construyó en el sitio web Wordwall. Los resultados obtenidos indicanque los alumnos se sintieron motivados a partir de la propuesta presentada y obtuvieron un rendimiento igual o superior al 75% de respuestas correctas en la tarea evaluativa. Además, los alumnos y profesores de la escuela presentaron opiniones positivas sobre el enfoque interdisciplinario que se realizó, explicando que esta relación puede ser beneficiosa para el escenario educativo actual, y que es necesario realizar más investigaciones dirigidas a indagar los aportes de la interdisciplinariedad entre las matemáticas y la biología en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Palabras clave: Interdisciplinariedad, Biomatemáticas, Secuencia didáctica, Tipos de sangre.

Introdução

Segundo Silva Junior (2008), ao longo da história, novos saberes surgiram a partirda integração entre a matemática e a biologia, explicitando como a integração entre estes conhecimentos pode ser importante para o desenvolvimento científico e para as questões relativas ao ensino-aprendizagem destas áreas. O autor, também, comenta que:

> Ainda que Biologia e a Matemática situem-se em diferentes campos de estudo separados pela evolução do conhecimento científico, elas guardam entre si possibilidades de ações articuladoras dos seus saberes, como no caso da aplicação da Estatística e da Probabilidade em trabalhos de Genética, que constituem apenas dois exemplos desse fato. (SILVA JUNIOR, 2008, p. 17).

Entretanto, esta relação ainda é pouco explorada nos ambientes de ensino e aprendizagem. Acerca disto, Sampaio e Silva (2012) atribuem que:

> A falta de interação entre matemáticos e biólogos acaba interferindo diretamente na educação básica, pois nos assuntos de biologia que se usa matemática e nos conceitos matemáticos aplicados na biologia falta preparação dos professores para explicar essa ligação, como surgiu, o porquê e a importância de se usar a matemática na biologia e vice-versa. (SAMPAIO; SILVA, p. 3).

Nesse sentido, em decorrência de dificuldades, como o pouco contato entre profissionais da matemática e da biologia, as possibilidades de exploração das possíveis relações entre estas áreas, na educação básica, são pouco exploradas, fazendo com que aspossíveis potencialidades destas relações não sejam exploradas. Como resultado disto, háa escassez de pesquisas que visam investigar práticas de ensino que relacionem a biologiae matemática, como explicitado nos resultados da pesquisa realizada por Reis e Strohschoen (2022). Cabe ressaltar que as relações entre a biologia e matemática costumam a ser exploradas no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), comoexplicitado nos resultados da pesquisa de Rodrigues et al. (2020), contribuindo para explicitar a importância desta abordagem para as relações de ensino e aprendizagem de matemática e biologia, e a necessidade de trabalhos que visem incentivar práticas de ensino envolvendo as possíveis relações entre a matemática e a biologia, e investigar aspotencialidades desta relação no cenário educacional atual.

Segundo o Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP, 2020), o Programa Internacional de Avaliação de Alunos (PISA) atestou,em sua última edição, a baixa proficiência dos estudantes da educação básica brasileira em matemática, ciências (biologia, física e química) e linguagens, explicitando que o ensino e aprendizagem destas áreas, na atualidade, está passando por fragilidades. Nesse sentido, a utilização de abordagens que visem relacionar diferentes áreas do conhecimento a fim da construir, criticamente, os saberes escolares pode contribuir paraa diminuição destas fragilidades nas relações entre o professor, os alunos e os saberes escolares de matemática, ciências e linguagens.

A partir do exposto, este trabalho, que foi realizado ao longo do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID), tem o objetivo de investigar as contribuições da elaboração e aplicação de uma sequência didática para o ensino de conceitos matemáticos presentes no conteúdo de Tipos Sanguíneos, que são estudados em biologia, em uma escola pública em Belém do Pará.

Referencial teórico

Primeiramente, é necessário buscarmos uma definição acerca de interdisciplinaridade. Fazenda (2011, p. 76) define a interdisciplinaridade da seguinte maneira:

> “Interdisciplinaridade” é um termo utilizado para caracterizar a colaboração existente entre disciplinas diversas ou entre setores heterogêneos de uma mesma ciência (exemplo: Psicologia e seus diferentes setores: Personalidade, Desenvolvimento Social etc.). Caracteriza-se por uma intensa reciprocidade nas trocas, visando a um enriquecimento mútuo.

Nessa perspectiva, podemos compreender a interdisciplinaridade como uma relação entre dois conhecimentos distintos de uma mesma área e de áreas diferentes, favorecendo a construção de novos saberes e ou ampliação de saberes existentes. Além disso, as práticas interdisciplinares podem apresentar diversas vantagens para a formaçãodo cidadão como, por exemplo, oportunizar uma melhor formação geral e profissional, incentivar a pesquisa e exploração, facilitar a visualização de diversas relações e transformações presentes no mundo e superar a dicotomia ensino pesquisa (FAZENDA,2011). Assim, a interdisciplinaridade pode oportunizar novas perspectivas acerca de determinados conhecimentos, contribuindo para experiências enriquecedoras de aprendizagem e para incentivar a reflexões críticas acerca das relações entre os conhecimentos.

Logo, a interdisciplinaridade pode oportunizar experiências de enriquecedoras de aprendizagem. Entretanto, a aplicação de uma prática interdisciplinar pode ser complexa, exigindo uma série de processos e uma preparação por parte do docente. Neste sentindo, os cursos de formação inicial docente (licenciaturas) podem ser pontos estratégicos parareflexões que façam com que o futuro professor adquirir conhecimentos e experiências relacionadas as práticas interdisciplinares, estando apto a promover mudanças significativas no cenário educacional e a interagir com especialistas de outras áreas (PIERSON; NEVES, 2011). Portanto, a elaboração de trabalhos associados a interdisciplinaridade é importante para enriquecer a formação inicial e continuada dos professores de matemática e outras áreas, possibilitando experiências e informações quefavoreçam diferentes abordagens na educação básica.

A partir de uma revisão de literatura, Viliczinski (2017, p. 5) comenta que "a Biomatemática descreve uma relação entre a Biologia e a Matemática que é estabelecidapor meio da modelagem matemática, que fornece ferramentas possíveis de transcrever fatos reais em modelos matemáticos.". Nesse sentido, a biomátematica, também conhecida como biologia matemática, caracteriza-se como uma relação interdisciplinar que visa utilizar modelos matemáticos para a resolução de problemas da biologia, e métodos matemáticos inspirados em processos biológicos (SAMPAIO; SILVA, 2012). Sendo assim, a biomatemática pode ser uma importante metodologia para favorecer umamelhor compreensão acerca de aspectos presentes no cotidiano, enriquecendo a formaçãodocente e a formação geral do discentes da educação básica, e enriquecendo os processosde ensino e aprendizagem de matemática e biologia, que, na atualidade, apresentam fragilidades.

Sampaio e Silva (2012), Silva Junior (2008) e Viliczinski (2017) apresentam, emseus trabalhos, diversos conteúdos matemáticos que podem ser explorados a partir de conteúdos da biologia, como, por exemplo, a proporcionalidade e a transpiração vegetal,a probabilidade e a genética, funções exponenciais relacionadas ao crescimento de populações, e conjuntos numéricos e o estudo dos tipos sanguíneos. Desta forma, é possível notar que há diversas possibilidades de articulação entre os assuntos de matemática e biologia. Entretanto, como explicitado por Sampaio e Silva (2012), a falta de preparação e diálogos entre professores de diferentes áreas são obstáculos para a exploração de atividades interdisciplinares em sala de aula, explicitando a necessidade dediscussão acerca de práticas interdisciplinares na formação inicial de professores, que costumam a ser abordadas durante o PIBID, o Programa Residência Pedagógica e o Programa Institucional de Bolsas de Extensão (PIBEX), e construção de trabalhos que visem explorar estas relações nos ambientes educacionais e incentivar o emprego depráticas interdisciplinares.

Procedimentos metodológicos

Para a construção da sequência didática interdisciplinar, o conteúdo escolhido foio de Tipos Sanguíneos (Sistema ABO e fator RH), que é estudado dentro da genética, pois, como explicitado nas pesquisas de Viliczinski (2017) e Duré, De Andrade e Abílio(2020), os alunos têm grande interesse por esta temática por estar, diretamente, relacionada com os seus cotidianos. Cabe ressaltar que diversos conteúdos matemáticos podem ser trabalhados a partir da temática de tipos sanguíneos, como, por exemplo, estatística, conjuntos, probabilidade e aspectos de matemática básica (SILVA JUNIOR, 2008; SAMPAIO; SILVA, 2012; VILICZINSKI, 2017). Além disso, cabe ressaltar que "A compreensão dos grupos sanguíneos ABO e do fator Rh entre os estudantes vem sendoincentivada com o intuito de promover maior esclarecimento da população, vinculando ainformação da tipagem sanguínea com campanhas de captação de doadores de sangue" (VILICZINSKI, 2017, p. 20). Assim, esta abordagem poderia contribuir, também, para ressaltar a importância do processo de doação de sangue. Por fim, cabe ressaltar que a relação entre o sistema ABO, fator RH e a matemática está, atualmente, sendo bastante explorada em vestibulares como, por exemplo, na edição de 2020 do ENEM, representando a possibilidade de uma preparação diferenciada para a realização destes vestibulares.

A sequência didática interdisciplinar considera que os discentes estão tendo ou já tiveram contato com o conteúdo de tipos sanguíneos, que é apresentado em genética. Poreste motivo, optamos por aplicar a sequência nas quatro turmas de segundo ano do ensinomédio da Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Lauro Sodré, situada na cidadede Belém do Pará, que haviam trabalhado, recentemente, o conteúdo de tipos sanguíneos,constituindo um estudo de caso. Cabe destacar que a escola foi escolhida pois o projeto do PIBID, ao qual os autores atuavam como bolsistas, estava ocorrendo nela. A sequênciafoi dividida em duas etapas e cada etapa consistiu em dois encontros de quarenta e cincominutos cada, totalizando quatro encontros, e um momento avaliativo, que consistiu na aplicação de um jogo digital.

A primeira etapa consiste em uma abordagem de conceitos da estatística e da teoria dos conjuntos: Uma tabela arbitrária, com os tipos sanguíneos da turma, foi criadapara o ensino e aplicação de conceitos da estatística. Além disso, os dados serão utilizadospara estabelecer relações com os conceitos da teoria dos conjuntos, explorando o diagrama de Venn e relacionando-o com uma abordagem apresentada na edição de 2020do Exame Nacional do Ensino Médio e com as doações de sangue. Desta forma, buscou-se explicitar a maneira como ideias da estatística, conjuntos e matemática básica podem ser relacionadas com a temática de tipos sanguíneos e a maneira como esta relação podeser explorada em vestibulares.

A segunda etapa consiste na abordagem de conceitos envolvendo a probabilidade: Inicialmente, os cruzamentos genéticos foram revisados e, em seguida, o conceito de probabilidade foi trabalhado a partir de exemplos que envolviam o sistema ABO e o fatorRH, como, por exemplo, as chances de uma pessoa com determinados tipos sanguíneos terem filhos com um tipo sanguíneo diferente. Em seguida, os principios aditivos e multiplicativos foram explorados e o conceito de probabilidade condicional foi, também, trabalhado com a apresentação de exemplos envolvendo o sistema ABO em conjunto como fator RH e situações exploradas em provas de vestibulares. Desta forma, buscou-se enfatizar a relação entre o processo de cruzamento e o estudo da probabilidade e sua importância no contexto da genética e dos vestibulares em geral.

Ao final da aplicação de cada etapa, uma atividade avaliativa foi passada aos alunos com a finalidade de avaliar a aprendizagem destes em relação a proposta apresentada. Esta atividade foi criada em formato de jogo de perguntas e respostas, isto é, um questionário no software Wordwall, que pode ser jogada pelo computador, tabletee celulares. Tendo em vista que os jovens da atualidade têm grande proximidade com osmeios digitais, como explicitado por Levy (1999), buscamos uma forma de avaliação quepudesse unir este aspecto, que está presente no cotidiano da maioria, com os temas debatidos em sala de aula a fim de fazer com que os alunos se sentissem confortáveis emserem avaliados, isto é, o mesmo nervosismo que sentem na avaliação tradicional, que é a avalição escrita. Além disso, cabe ressaltar que o Wordwall pode ser uma interessante ferramenta de avaliação, pois permite que o docente verifique, por exemplo, a quantidadede acertos e erros de cada discente, as perguntas mais acertadas e erradas, as perguntas em que os discentes demoraram mais tempo para responder, etc. Cabe destacar que o desempenho dos alunos foi analisado, também, a partir da observação individual, que, segundo Marconi e Lakatos (2003), apresenta vantagens como possibilitar meios diretos e satisfatórios de estudar uma ampla variedade de fenômenos e permitir a evidência de dados não constantes do roteiro de entrevistas ou de questionários. Por fim, os alunos e professores supervisores foram consultados acerca de suas opiniões em relação a abordagem interdisciplinar realizada.

Resultados e discussões

Durante a aplicação da sequência didática interdisciplinar, observou-se a participação da maioria dos discentes, das quatro turmas de segundo ano, com dúvidas erespostas aos questionamentos levantados durante a aplicação da sequência. Assim, em consonância com a pesquisa de Viliczinski (2017), os discentes se sentiram atraídos pelatemática apresentada ter relação direta com o cotidiano deles. Nesse sentido, é importanterefletirmos sobre a importância de buscar abordagens que relacionem os conteúdos, que sãs ministrados e estudados em sala de aula, com os cotidianos dos alunos, fazendo com que os conteúdos escolares ganhem significados, sejam atrativos e tenham a possibilidadede contribuir para a construção do senso crítico dos discentes, podendo auxiliar em uma melhor compreensão acerca dos aspectos trabalhados em sala de aula.

As quatro turmas obtiveram desempenho igual ou superior a 75% de acertos nas tarefas avaliativas, que foram criadas no site Wordwall. A partir deste resultado, observou-se que a proposta apresentada teve resultados satisfatórios e pôde contribuir para a instrução dos discentes. Além disso, a turma relatou que sentiu mais facilidade emcompreender os conceitos matemáticos a partir de suas relações com o conteúdo de tipossanguíneos, que é um conteúdo que desperta o interesse destes. Além disso, os discentesrelataram que gostaram da tarefa avaliativa, comparando-a com alguns jogos da internet.Nesse sentido, foi possível observar uma das potencialidades dos jogos digitais educacionais, que foi mencionada na pesquisa de Savi e Ulbricht (2008), que é o fator motivador, ou seja, a capacidade um jogo digital motivar a participação e o interesse do aluno. Logo, a tarefa avaliativa proposta contribuiu, efetivamente, para avaliar os alunosde maneira que estes não se sentissem pressionados como em uma avaliação tradicional.A partir do exposto, foi possível refletir sobre o processo de avaliação, isto é, sobre a busca de maneiras de avaliar os discentes de maneira que estes não se sintam ansiosos e possam desenvolver as atividades sem nervosismo.

Por fim, cabe destacar que os professores supervisores de matemática e biologia,que cederam suas aulas para a aplicação da sequência didática interdisciplinar, relataram que sentiram confiança para explorar outras possibilidades de interdisciplinaridade entre a matemática e a biologia, explicitando que esta experiência contribuiu para incentivar oemprego de práticas interdisciplinares, sendo o primeiro passo para o enfrentamento dosobstáculos mencionados por Sampaio e Silva (2012). Além disso, esta investigação contribuiu para o processo de formação docente dos autores, que estavam atuando comobolsistas do PIBID, contribuindo para reflexões acerca da importância da interdisciplinaridade nos ambientes educacionais.

Conclusões

A interdisciplinaridade é muito importante para as relações de ensino- aprendizagem da atualidade, podendo ter a possibilidade de auxiliar na construção de experiências enriquecedoras de aprendizagem. Nesse sentido, a construção de pesquisas e materiais didáticos como, por exemplo, sequências didáticas interdisciplinares e apostilas, pode ser de suma importância para incentivar e oportunizar experiências de integração entre diferentes áreas, e é um aspecto importante para a formação docente.

O presente trabalho buscou investigar as possíveis contribuições da aplicação de uma sequência didática interdisciplinar para o ensino de conteúdos matemáticos presentes no conteúdo de tipos sanguíneos em uma escola em Belém do Pará. Nesse sentido, conclui-se que a sequência didática contribuiu, efetivamente, na aprendizagem dosdiscentes, no processo de formação docente dos autores e incentivou os professores supervisores da escola. Espera-se que esta investigação contribua para reflexões sobre a importância da interdisciplinaridade na educação básica e possa contribuir para a formação docente e para futuros trabalhos que contemplem esta temática, que se mostra tão relevante.

Referências

DURÉ, R. C.; DE ANDRADE, M. J. D.; ABÍLIO, F. J. P. Ensino de biologia e contextualização do conteúdo: quais temas o aluno de ensino médio relaciona com o seu cotidiano? **Experiências em ensino de ciências**, v. 13, n. 1, p. 259-272, 2018.

FAZENDA, I. C. A. **Integração e interdisciplinaridade no ensino brasileiro, efetividade ou ideologia**. 6. ed. São Paulo: Edições Loyola, 2011.

INEP. **Relatório Brasil no PISA 2018**. 2020. Brasília: INEP/ Ministério da Educação, 2020.

PIERSON, A.; NEVES, M. R. Interdisciplinaridade na formação de professores de ciências: conhecendo obstáculos. **Revista Brasileira de Pesquisa em Educaçãoem Ciências**, [S. l.], v. 1, n. 2, 2011. Disponível em: https://periodicos.ufmg.br/index.php/rbpec/article/view/4168. Acesso em: 2 jun. 2022.

REIS, E. F.; STROHSCHOEN, A. A. Matematização e conexão da biologia e matemática em foco: práticas na sala de aula. **Revista Exitus**, *[S. l.]*, v. 12, n. 1, p. e022028, 2022. DOI: 10.24065/2237-9460.2022v12n1ID1673. Disponível em: http://ufopa.edu.br/portaldeperiodicos/index.php/revistaexitus/article/view/1673. Acesso em: 10 jul. 2022.

RODRIGUES, E. G. et al. Qual é a relação entre a matemática e a biologia no ENEM? uma análise das provas de 2010 a 2019. **Research, Society and Development**, v.9, n. 11, p. e78691110301-e78691110301, 2020.

SAMPAIO, C. F.; SILVA, A. G. D. **Uma introdução à biomatemática: a importânciada transdisciplinaridade entre biologia e matemática**. In: VI Colóquio Internacional "Educação e Contemporaneidade", São Cristóvão: [s.n.]. 2012.

SILVA JÚNIOR, G. B. **Biologia e matemática: Diálogos possíveis no ensino médio**. Dissertação de mestrado. Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais.Programa de Pós-Graduação em Ciências e Matemática. 2008.

VILICZINSKI, A. C. M. **Aplicação da Biomatemática na abordagem dos tipossanguíneos dos estudantes da escola de Ensino Médio Governador Celso Ramos**. Repositório Institucional da Universidade Federal de Santa Catarina – TCC (Especialização). 2017.

Educação Matemática e Desenvolvimento Sustentável: identificação de ligações a partir da esfera económica

Mathematics Education and Sustainable Development: identifying links from the economic sphere

Educación Matemática y Desarrollo Sostenible: identificando nexos desde el ámbito económico

Claudia Vásquez[867]
Pontificia Universidad Católica de Chile
https://orcid.org/0000-0002-5056-5208

Israel García-Alonso[868]
Universidad de La Laguna
https://orcid.org/0000-0002-1158-086X

Modalidad: Comunicación
Núcleo Temático: Relação da Matemática com outras áreas de conhecimento.

Resumo

Foram analisados oito manuais escolares chilenos para o tema da Matemática no Ensino Básico (6-14 anos) com o objectivo de identificar pontos de convergência entre a Educação Financeira e os diferentes eixos de conteúdo que compõem a Educação Matemática, e assim melhorar o seu desenvolvimento como meio de construir cidadãos críticos com capacidade de decisão na sociedade do século XXI. Para este fim, foi utilizada uma metodologia qualitativa exploratória e descritiva, utilizando a técnica de análise de conteúdo. Os resultados mostram uma marcada presença de actividades ligadas à literacia financeira na área de conteúdos de números. Além disso, a área de conteúdo ligada à literacia financeira que tem uma maior presença é a relacionada com dinheiro e transacções. Por outro lado, o contexto que está mais presente nas actividades analisadas é o indivíduo. Consequentemente, é necessário enriquecer o tipo de actividades que procuram promover a literacia financeira no Ensino Básico, aproveitando também o potencial do eixo estatístico e de conteúdos probabilísticos.
Palavras-chave: literacia financeira, livros escolares, educação básica, educação matemática.

Abstract

Eight Chilean textbooks for the subject of mathematics in Basic Education (6-14 years) were analysed with the aim of identifying points of convergence between Financial Education and the different axes of content that make up Mathematics Education, and thus enhance its development as a means of building critical citizens with decision-making skills in the society of the 21st century. For this purpose, an exploratory and descriptive qualitative methodology has been used, using the technique of content analysis. The results show a marked presence of activities linked to financial literacy in the content area of numbers. In addition, the content area

[867] cavasque@uc.cl
[868] igarcial@ull.edu.es

linked to financial literacy that has a greater presence is that related to money and transactions. On the other hand, the context that is most present in the activities analysed is the individual. Consequently, it is necessary to enrich the type of activities that seek to promote financial literacy in Basic Education, also taking advantage of the potential of the statistical and probability content axis.
Keywords: financial literacy, textbooks, basic education, mathematics education.

Resumen

Se analizan ocho libros de texto chilenos para la asignatura de matemática de Educación Básica (6-14 años), con el propósito de identificar puntos de encuentro entre la Educación Financiera y los distintos ejes de contenidos que conforman la Educación Matemática, y de este modo potenciar su desarrollo, como medio de construcción de ciudadanos críticos y con capacidad de decisión en la sociedad del siglo XXI. Para ello, se ha considerado una metodología cualitativa de carácter exploratoria y descriptiva, utilizando la técnica de análisis de contenido. Los resultados muestran una marcada presencia de actividades vinculadas a la alfabetización financiera en el eje de contenido de números. Además, se observa que el área de contenido vinculada a la alfabetización financiera que tiene una mayor presencia es la relacionada con dinero y transacciones. Por su parte, el contexto que se encuentra mayormente presente en las actividades analizadas es el individual. En consecuencia, es necesario enriquecer el tipo de actividades que buscan promover la alfabetización financiera en la Educación Básica, aprovechando además el potencial que presentan para ello el eje de contenidos de estadística y probabilidad.
Palabras clave: alfabetización financiera, libros de texto, educación básica, educación matemática.

Introducción

En las últimas décadas los acontecimientos mundiales han supuesto un nuevo reto para la sociedad hiperconectada en la que vivimos. Nos referimos a la crisis socioeconómica que surgió en el año 2007 y la actual crisis sanitaria producto de la COVID-19 que nos aqueja desde año 2019. Estas crisis han afectado desde diferentes ámbitos a las familias y los ciudadanos, impactando directamente en el entorno financiero y económico de los individuos. Desde el ámbito educativo, estas crisis han significado un reto más. En especial si consideramos el contexto de pandemia, ante el cual ha sido necesario reinventarse para poder seguir llegando a todos los rincones del planeta, a pesar del cierre de los espacios físicos y de guardar la distancia de seguridad sanitaria para evitar los contagios. Así, la reciente crisis sanitaria ha impactado a nivel mundial en diversos ámbitos (social, educativo, económico, medioambiental, entre otros), posicionando a la matemática como un instrumento de comunicación clave con el que mostrar a la ciudadanía la evolución e impacto de la pandemia. Dentro del ámbito económico, se ha hecho necesario adoptar medidas económicas y financieras, con el propósito de paliar las implicancias del confinamiento que la ciudadanía debió efectuar para así evitar la transmisión del virus en los momentos más graves de la emergencia sanitaria. Esto sin duda ha repercutido enormemente en las economías de todos los países y, en particular, en las economías domésticas. En dicho contexto, la población joven se presenta como un sector especialmente vulnerable ante la situación económica que estamos atravesando. No en vano, las tasas de desempleo juvenil aumentaron y son más inciertas, tras la crisis financiera producto de la pandemia. Los empleos que consigue este sector poblacional suelen ser precarios, lo que provoca que caiga el ingreso disponible y con ello aumente la tasa de pobreza, siendo la más alta, en comparación con otros grupos de edad (OCDE, 2017, 2013). Esto cobra aun mayor relevancia si consideramos que, en el caso particular de la población joven, se ha observado que es una población que se siente cómoda en los entornos digitales, y han integrado fácilmente las tarjetas bancarias virtuales, los pagos por medio de aplicaciones o las compras por internet. Pero, por otro lado, es la población con mayores dificultades para acceder al empleo, siendo en su mayoría empleo precario lo que les convierte en población diana de los servicios financieros para estas entidades (Ey, 2017). En consecuencia, urge desarrollar una educación financiera para la ciudadanía general, con especial atención en la población joven, pues las investigaciones señalan que la educación financiera sigue estando poco desarrollada en la ciudadanía en general (Domínguez Martínez, 2017; OCDE, 2020, 2013), repercutiendo directamente en el producto interno bruto (PIB) de los países (Klapper et al., 2015), pues las decisiones financieras que toman los ciudadanos repercuten en su propia situación financiera y, por extensión, en la situación financiera global (OCDE, 2009).

A partir de estos antecedentes, este estudio analiza aquellas actividades presentes en los libros de texto chilenos para la asignatura de matemática de 1º a 8º año de Educación Básica (6-14 años) que de una u otra forma se relacionan con la Educación Financiera. Esto con el propósito de identificar los puntos de encuentro entre la Educación Financiera y los distintos ejes de contenidos que conforman la Educación Matemática, y de este modo potenciar su desarrollo, como medio de construcción de ciudadanos críticos y con capacidad de decisión en la sociedad del siglo XXI.

La Educación Financiera

Diferentes entidades han definido la Educación Financiera y, aunque todos tienen elementos comunes, existen ciertos matices que son interesantes de destacar. Por su parte, la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE), en su Recomendación sobre Principios y Buenas Prácticas para la Educación y Concienciación Financiera identifica a la educación financiera como:

> "El proceso mediante el cual los consumidores/inversores financieros mejoran su comprensión de los productos, conceptos y riesgos financieros y, a través de la información, la instrucción y/u el asesoramiento objetivo, desarrollan las habilidades y la confianza para ser más conscientes de los riesgos y oportunidades financieros, tomar decisiones informadas, saber dónde acudir en busca de ayuda y tomar otras medidas efectivas para mejorar su bienestar financiero" (OCDE, 2005, p. 4).

Por tanto, se debe hablar de una competencia financiera para los ciudadanos y de la responsabilidad que traen para sí mismos las decisiones adoptadas. Pero estas decisiones se toman bajo cierta incertidumbre, en las que una elección incorrecta puede ser perjudicial, al menos económicamente hablando, para nuestro bienestar actual y futuro. En este sentido, en este estúdio nos situamos desde el planteamiento del Programa para la Evaluación Internacional de los Estudiantes (PISA, por sus siglas en inglés), el cual incorpora, desde el año 2012, un estudio internacional que incluye a la educación financiera en los jóvenes (OCDE, 2019). A partir del cual es posible distinguir dos partes: una parte referida al tipo de pensamiento y comportamiento que caracteriza el dominio; y otra referida a los propósitos de esta alfabetización. Entre las habilidades básicas de este dominio se encuentra la alfabetización matemática, como la capacidad para realizar cálculos y desarrollar su capacidad numérica, acompañada de las habilidades lingüísticas, con la que acceder a la información y conocimiento financiero presente en publicidad, textos y contratos. Consideramos que los elementos seleccionados por el programa PISA para la alfabetización financiera son adecuados para una aproximación a este dominio de conocimiento, pues son los que a la edad de 15 años consideran que los estudiantes deben haber logrado. El contenido seleccionado gira en torno a cuatro áreas: *dinero y transacciones, planificación y gestión de finanzas, riesgo y recompensa, panorama financiero* (OCDE, 2019). Estos contenidos tienen relación con el conocimiento matemático y, en muchos casos, es necesario para poder desarrollar una comprensión completa del conocimiento financiero.

Metodología

Este estudio es de tipo teórico y cualitativo (Cohen et al., 2018) y emplea como técnica el análisis de contenido (Krippendorff, 2013), puesto que se centra en analizar las actividades presentes en los libros de texto chilenos para la asignatura de matemática de 1º a 8º año de Educación Básica relacionadas con la Educación Financiera. La muestra seleccionada es intencional y está conformada por ocho libros de texto chilenos, todos vigentes al momento de realizar el estúdio (Tabla 1).

Tabla 1.

Serie de libros de texto de matemática utilizados en el análisis.

Código	Título	Edad	Editorial	Año
T1	Matemática 1° Básico	6-7 años	Mineduc	2020
T2	Matemática 2° Básico	7-8 años	Mineduc	2020
T3	Matemática 3° Básico	8-9 años	Santillana	2017
T4	Matemática 4° Básico	9-10 años	SM	2018
T5	Matemática 5° Básico	10-11 años	Santillana	2017
T6	Matemática 6° Básico	11-12 años	Santillana	2016
T7	Matemática 7° Básico	12-13 años	SM	2019
T8	Matemática 8° Básico	13-14 años	Santillana	2019

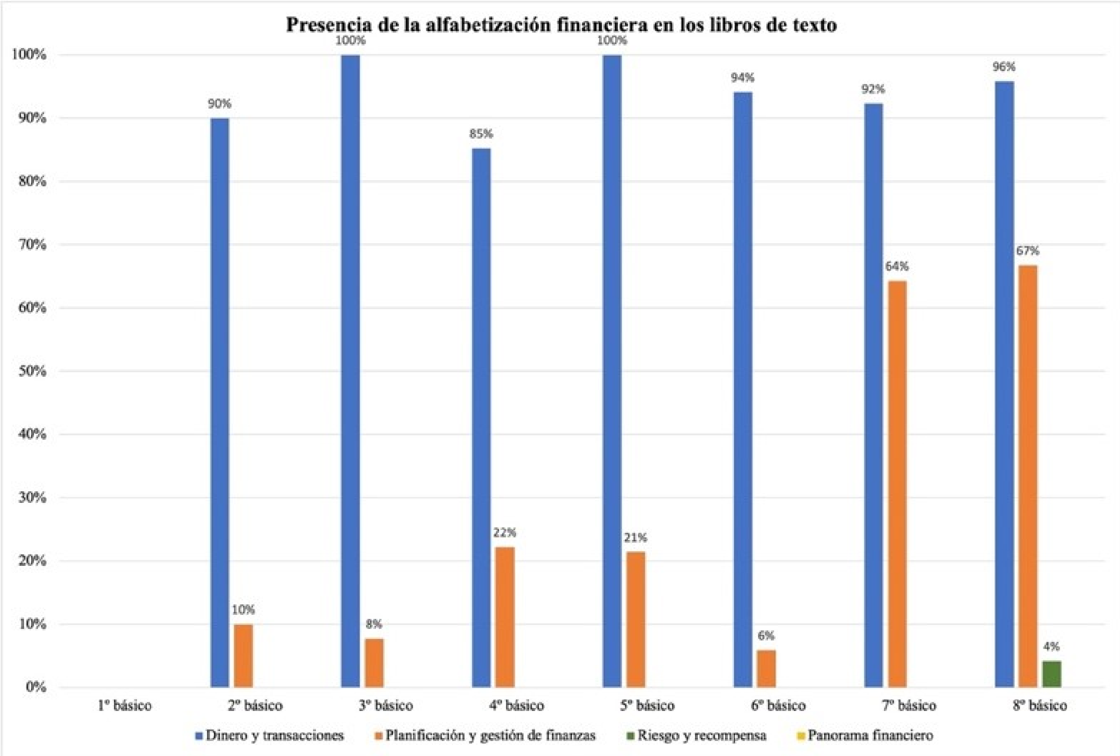
Para el análisis de contenido se consideraron dos grandes categorías de análisis. En primer lugar, aquellas relacionadas con las áreas de contenidos explicitadas por el programa PISA para la alfabetización financiera (OCDE, 2019): a) dinero y transacciones; b) planificación y gestión de finanzas; c) riesgo y recompensa; y d) panorama financiero. Y, en segundo lugar, aquella que describe el entorno en el que se aplica el conocimiento (educación y trabajo, hogar y familia, individual y sociedad).

Resultados

Se identificaron y analizaron 120 actividades de aprendizaje que abordan contenidos vinculados a la alfabetización financiera. En lo que respecta a tales actividades, a partir de la Figura 1, es posible evidenciar cuáles son las áreas de contenido que predominan en los distintos libros de texto según curso.

Figura 1.

Distribución de las actividades según área de contenido de la alfabetización financiera.



Cabe señalar que una misma actividad puede atender a una o más áreas de contenido de la alfabetización financiera. Así, se observa para la totalidad de los libros de texto analizados (exceptuando 1º básico), un predominio de actividades vinculadas al área de contenidos de dinero y transacciones, seguida del área de planificación y gestión y finanzas. En último lugar, se observa la presencia del área de riesgo y recompensa en el libro de texto de 8º básico. Por otro lado, es posible evidenciar que el área de contenido de panorama financiero está ausente en la totalidad de los libros de texto analizados.

En cuanto a los contextos para la alfabetizacion financiera en los libros de texto, A partir del análisis de las distintas actividades se identificaron los contextos para la alfabetización financiera, que distribuyen como se muestra en la Tabla 2. Se observa que el contexto individual es el que se aborda mayoritariamente (74.2%), a través de actividades vinculadas a las finanzas personales que incluyen la elección de ciertos productos para cubrir necesidades personales, en algunos casos vinculadas al ocio y el recreo.

El siguiente contexto más habitual (15.5%), es el de educación y trabajo, en el cual los estudiantes deben comprender nóminas de liquidación de sueldo, planificación del ahorro, riesgos asociados a pedir un préstamo, etc.

Tabla 2.

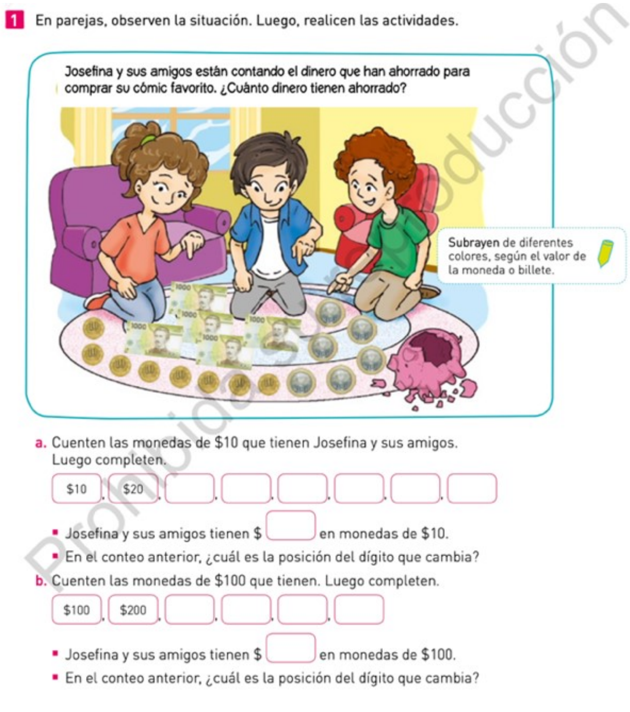
Distribución de los contextos para la alfabetización financiera.

Contextos	**Presencia (n = 120)**
Educación y trabajo	15.5%
Hogar y familia	0.8%
Individual	74.2%
Sociedad	7.5%

A modo de ejemplo se muestra en la Figura 2, perteneciente a la unidad de números y operaciones, cuyo foco está en el área de contenido de dinero y transacciones, dado que los estudiantes deben reconocer diferentes formas y finalidades del dinero, en este caso reconocer los billetes y monedas del contexto nacional como un método de pago para realizar la compra de un artículo, en este caso la compra de un comic.

Figura 2.

Actividad con foco en el área de contenido de dinero y transacciones.



Fuente: T4 (p. 24).

Discusión y consideraciones finales

En este estudio hemos analizado 120 actividades presentes en libros de texto chilenos para la asignatura de matemática de 1º a 8º año de Educación Básica. Tales actividades se vinculan con aspectos de la alfabetización financiera (áreas de contenido y contexto), lo que nos ha permitido identificar puntos de encuentro entre la Educación Financiera y los distintos ejes de contenidos que conforman la Educación Matemática. Dentro de los principales hallazgos de este estudio, se evidencia el fuerte nexo existente entre la alfabetización financiera y el eje de contenido de números, seguida del eje de contenidos de álgebra y estadística y probabilidad. Mientras que solo en el libro de texto de 2º básico se observan actividades que tienden puentes entre el eje de medida y la alfabetización financiera. En este punto es importante reflexionar en la importancia de tender puentes hacia la alfabetización financiera desde eje de contenidos que en pocas ocasiones son considerados pese al gran potencial que poseen, tal es el caso de la Educación Estocástica, entendida en el sentido de Batanero y Borovcnik (2016), se interpreta como la disciplina que aglutina el conocimiento de la estadística y de la probabilidad. Pues, tal y como plantean Giordano, Feio y Jaques (2021), desde la Educación Estocástica, cuando estudiamos las tareas que se presentan a los estudiantes, en torno por ejemplo a la probabilidad, podemos ver que muchas de estas tareas se sitúan en torno a contextos que podemos clasificar como socioculturales. Estos juegos de azar se relacionan con conocimiento financiero, pues los valores esperados, el estudio de la independencia o bien el análisis del juego justo y las apuestas, se puede relacionar con riesgo, beneficio, ahorro, consumo, entre otros.

En lo que respecta a los contextos para la alfabetización financiera presentes en los libros de texto analizados, destaca la baja presencia de actividades que aborden los contextos de tanto sociales y de hogar y familia. Consideramos que este es un aspecto al que se debe prestar atención, pues precisamente tales contextos son más cercanos para los estudiantes y, por ende, les permitirá aproximarse de mejor manera a la alfabetización financiera. En consecuencia, consideramos que es necesario enriquecer el tipo de actividades que buscan promover la alfabetización financiera en la Educación Básica, aprovechando además el potencial que presentan para ello el eje de contenidos de estadística y probabilidad. De manera tal de permitir a los estudiantes desarrollar y alcanzar, poco a poco, la alfabetización financiera tan necesaria hoy en día.

Agradecimientos

Trabajo realizado en el marco del proyecto FONDECYT Nº 1200356 financiado por la Agencia Nacional de Investigación y Desarrollo del Gobierno de Chile.

Referencias

Batanero, C., y Borovcnik, M. (2016). *Statistics and probability in high school*, Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.

Cohen, L., Manion, L. y Morrison, K. (2018). *Research methods in education* (Octava edición). Nueva York, NY, Routledge.

Domínguez Martínez, J. M. (2017). Los programas de educación financiera: aspectos básicos y referencia al caso español. *E-pública. Revista electrónica sobre la enseñanza de la Economía Pública.* vol 20, p19-60.

Ey (2017). *Digital economy and society in the EU*. http://ec.europa.eu/eurostat/cache/infographs/ict/index.html

Giordano, C., Lima, R. F., y Silva, A. W. J. (2021). Literacia estatística, probabilística e financeira: caminos que se cruzam. *REnCiMa*, vol 12, num 6, p 1-26.

Klapper, L., Lusardi, A., y Ondheusden, P. V. (2015). *Financial literacy around the world: insights from the Standar&Poor's ratings services global financial literacy survey*. http://www.finlit.mhfi.com

Krippendorff, K. (2013). *Metodología de análisis de contenido: Teoría y práctica*. Barcelona: Paidos.

OCDE. (2005). *Recommendation of Principles and Good Practices for Financial Education an Awareness*. https://www.oecd.org/finance/financial-education/35108560.pdf

OCDE. (2009). *Financial Literacy and Consumer Protection: Overlooked Aspects of the Crisis*, OECD Publising. http://www.oecd.org/finance/financial-markets/43138294.pdf

OCDE. (2013). *The OCDE Action Plan for Youth: Giving Youth a Better Start in the Labour Market*, OECD Publishing, Paris.

OCDE. (2017). How technology and globalization are transforming the labour market. *OECD Employment Outlook 2017*, OECD Publishing, Paris.

OCDE. (2019). *PISA 2021. Financial literacy analytical and assessment framework.* OECD Publishing. Paris.

OCDE. (2020). *Recomendación del Consejo sobre Alfabetización Financiera*. OECD/LEGAL/06461.

Educação Financeira e Investimentos Financeiros: a elaboração de uma sequência didática para a Educação Básica

Financial Education and Financial Investments: the elaboration of a didactic sequence for Basic Education

Educación Financiera e Inversiones Financieras: la elaboración de una secuencia didáctica para la Educación Básica

Laís Macedo de Almeida Nunes[869]
CEFET/MG
https://orcid.org/0000-0001-5795-6474

Érica Marlúcia Leite Pagani [870]
Centro Federal de Educação Tecnológica e Minas Gerais-CEFET-MG
https://orcid.org/0000-0001-9025-3420

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Relação da Matemática com outras áreas de conhecimento.

Resumo

O trabalho que aqui relatamos é parte de uma pesquisa mais ampla que foi desenvolvida no âmbito do programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), no Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais (CEFET/MG), que buscava abordar e discutir questões relativas à Educação Financeira na Educação Básica. Na pesquisa mais ampla, de natureza qualitativa, elaboramos e desenvolvemos uma sequência didática que aborda a teoria de investimentos financeiros para alunos do 9º ano do Ensino Fundamental e investigamos se tal sequência contribuiu para a educação financeira desses estudantes. Neste artigo, nosso objetivo é apresentar como se deu a construção dessa sequência didática que foi elaborada na perspectiva da Educação Financeira Escolar e à luz das orientações da Base Nacional Comum Curricular - BNCC (2018). Nesse sentido, a sequência didática foi construída de maneira a estimular habilidades e competências específicas sugeridas pela BNCC e com o intuito de contribuir para a Educação Financeira dos estudantes. A sequência didática explora temas como Educação Financeira, Matemática Financeira, Calculadora do Cidadão, taxas de juros, taxa Selic, inflação e investimentos em Renda Fixa e Variável, as quais foram selecionadas de forma a obtermos um desenvolvimento crescente de complexidade. Diante disso, e considerando a importância da Educação Financeira, sobretudo da Educação Financeira Escolar, esperamos que a sequência didática elaborada sirva como instrumento de estímulo e auxílio para outros professores que desejem trabalhar com conceitos de Investimentos Financeiros na Educação Básica.

Palavras-chave: Educação Matemática, Educação Financeira Escolar, Investimentos Financeiros, Sequência Didática, Ensino Fundamental.

[869] laismanunes@hotmail.com
[870] leitepagani@gmail.com

Abstract

The papper we report here is part of a broader research that was developed within the scope of the Programa de Mestrado Profissional de Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) at the Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais (CEFET/MG), and that sought to address and discuss issues related to Financial Education in Basic Education. In the broader qualitative research, we designed and developed a didactic sequence that addresses the theory of financial investments for students in the 9th year of Elementary School and we investigated whether this sequence contributed to the financial education of these students. In this article, our objective is to present how this didactic sequence was constructed, which was elaborated from the perspective of School Financial Education and in the light of the guidelines of the National Common Curricular Base - BNCC (2018). In this sense, the didactic sequence was construtec in order to stimulate specific skill and competences suggested by the BNCC and with the aim of contributing to the student's Financial Eucation. The didactic sequence explores topics such as Financial Education, Financial Mathematics, Citizen Calculator, interest rates, the Brazilian Selic rate, inflation and Fixed and Variable Income Investiments, which were selected in order to obtain a growing development of complexity. In view of this, and considering the importance of Financial Education, especially School Financial Education, we understand that the didactic sequence prepared will serve as a stimulus and aid instrument for other teachers who wish to work with concepts of Financial Investments in Basic Education.
Keywords: Mathematics Education, School Financial Education, Financial Education, Didactic Sequence, Basic Education.

Resumen

El trabajo que aquí relatamos es parte de una investigación más amplia que se desarrolló en el ámbito de lo Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, en Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais (CEFET/MG) y que buscó abordar y discutir cuestiones relacionadas con la Educación Financiera en la Educación Básica. En la investigación cualitativa más amplia, diseñamos y desarrollamos una secuencia didáctica que aborda la teoría de las inversiones financieras para estudiantes del 9º año de la Educación Básica e investigamos si esa secuencia contribuyó a la educación financiera de estos estudiantes. En este artículo, nuestro objetivo es presentar cómo se construyó esta secuencia didáctica, que fue elaborada desde la perspectiva de la Educación Financiera Escolar y a la luz de los lineamientos de la Base Curricular Común Nacional - BNCC (2018). En ese sentido, la secuencia didáctica fue construída com el fin de estimular habilidades y competências específicas sugeradas por la BNCC e com el objetivo de contribuir a la Educación Financiera de los estudiantes. La secuencia dedáctica explora temas como Educación Financiera, Matemática Financiera, Calculadora Ciudadana, tasas de interés, tasa Selic, inflación e inversiones en Renta Fija y Variable, los cuales fueron seleccionados con el fin de obtener un desarrollo de complejidad creciente. En vista de ello, y considerando la importancia de la Educación Financiera, en especial de la Educación Financiera Escolar, entendemos que la secuencia didáctica elaborada servirá como instrumento de estímulo y ayuda para otros docentes que deseen trabajar con conceptos de Inversiones Financieras en la Educación Básica.
Palabras clave: Educación Matemática, Educación Financiera Escolar, Inversiones Financieras, Secuencia didáctica, Educación Básica.

Introdução

A Educação Financeira promove o desenvolvimento de competências pessoais, possibilitando ao indivíduo maior condição para a tomada de decisões no âmbito financeiro, influenciando diretamente nas decisões econômicas individuais e em sociedade. Em função de sua importância, a temática de Educação Financeira tem ganhado espaço em diversas esferas ao longo dos últimos anos, principalmente no que tange à sua abordagem no ambiente escolar. A exemplo, temos a criação da Estratégia Nacional de Educação Financeira (ENEF) em 2010 que tem como objetivo promover a Educação Financeira por meio de ações voltadas à população e; a homologação, em 2018, da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), documento normativo escolar que orienta que a Educação Financeira seja contextualizada em todo o Ensino Fundamental e Médio.

Como educadoras e professoras do Ensino Básico acreditamos que a escola tem um papel fundamental em desenvolver a Educação Financeira dos estudantes. Sendo assim, iniciamos uma pesquisa de mestrado, de natureza qualitativa, no âmbito d**o** programa de Mestrado Profissional em Rede Nacional (PROFMAT) no Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais (CEFET/MG), que buscava abordar e discutir questões que contribuíssem com Educação Financeira na Educação Básica, cujo um dos objetivos específicos foi construir uma sequência didática que abordasse a teoria de investimentos financeiros para alunos do 9º ano do Ensino Fundamental.

Neste artigo, objetivamos apresentar como se deu a construção dessa sequência didática na perspectiva da Educação Financeira Escolar e à luz das orientações da BNCC (BRASIL, 2018). Este artigo estrutura-se em três seções, além dessa introdução. Na primeira seção expomos, inicialmente, alguns referenciais teóricos que abordam e discutem a Educação Financeira e Investimentos Financeiros. Na segunda, apresentamos a sequência didática elaborada e, por fim, apresentamos as considerações finais trazendo algumas reflexões.

Educação Financeira, Educação Financeira Escolar e Investimentos Financeiros

Nos anos 2000, a Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) realizou uma pesquisa, em nível internacional, com objetivo de medir o nível de educação financeira da população. Nessa pesquisa, verificou-se um alto nível de analfabetismo financeiro, que pode ser compreendido como a ignorância de um indivíduo em relação a temas básicos de finanças (FREITAS, 2021). Esse termo associa-se de maneira antônima a literacia financeira, que é definida como a capacidade de ler, analisar, gerir e comunicar sobre questões financeiras (ORTON, 2007, *apud* SOMAVILLA, BASSOI, 2016).

Assim, podemos compreender a Educação Financeira como "o processo capaz de levar um analfabeto financeiro ao estado de literacia financeira" (FREITAS, 2021, p. 22). Nesse mesmo sentido, a OCDE (2005) estabelece que a Educação Financeira

> [...] pode ser definida como o processo pelo qual consumidores e investidores financeiros aprimoram sua compreensão sobre produtos, conceitos e riscos financeiros e por meio de informação, instrução e/ou aconselhamento objetivo, desenvolvem as habilidades e a confiança para se tornarem mais conscientes de riscos e oportunidades financeiras, a fazer escolhas mais informadas, a saber onde buscar ajuda, e a tomar outras medidas efetivas para melhorar seu bem-estar financeiro. (OCDE, 2005, p. 5)

No entanto, a Educação Financeira promovida no ambiente escolar "não se limita ao conhecimento e escolha de produtos financeiros e nem a maximização do bem-estar a longo prazo" (MUNIZ, 2016, p. 46). A Educação Financeira Escolar deve ser um convite à reflexão sobre questões financeiras que considerem aspectos não apenas matemáticos, mas também sociais, envolvendo consumo, poupança, investimentos e financiamentos, de maneira a promover a tomada de decisão consciente, que se faz necessária para a cidadania crítica (MUNIZ, 2016). Somavilla, Silva e Bassoi (2016) apontam que "o ambiente escolar é propício para a formação de um aluno-cidadão, mais crítico, proativo e autônomo em relação às finanças" (p. 10).

Em 2018 foi homologada a BNCC, documento normativo que define as aprendizagens essenciais que os estudantes devem desenvolver ao longo da Educação Básica. Esse documento expõe que tem crescido "a importância da educação financeira e da compreensão do sistema monetário contemporâneo nacional e mundial, imprescindíveis para uma inserção crítica e consciente no mundo atual" (BRASIL, 2018, p. 568). A BNCC traz a Educação Financeira como orientação desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, por meio do estudo do Sistema Monetário Brasileiro, dando continuidade nos Anos Finais, com o estudo de porcentagens e suas aplicações. Já no Ensino Médio, apesar do documento não mencionar explicitamente o termo Educação Financeira, há indicações de várias habilidades que sugerem o seu desenvolvimento utilizando, sobretudo, ferramentas da Matemática Financeira.

A BNCC ainda sugere que sejam abordados, durante o período da Educação Básica, "conceitos básicos de economia e finanças, visando à educação financeira dos alunos. Assim, podem ser discutidos assuntos como taxas de juros, inflação, aplicações financeiras (rentabilidade e liquidez de um investimento) e impostos" (BRASIL, 2018, p. 269).

No crescente movimento no sentido de incentivar e favorecer a Educação Financeira Escolar foram criadas, em 2021, as Olimpíadas Brasileiras de Investimentos (OBInvest) que têm como objetivo disseminar os conhecimentos de Finanças para os estudantes do Ensino Médio, proporcionando-lhes Educação Financeira e uma visão integrada de conceitos de Finanças e outras disciplinas que compõem o currículo da Educação Básica (OBINVEST, 2021). Diante disso, percebemos que as discussões e reflexões a respeito da Educação Financeira e Investimentos Financeiros em ambiente escolar têm crescido e evoluído até então.

Nesse sentido, com intuito de colaborar para a crescente valorização deste tema em ambiente escolar, desenvolvemos nosso trabalho de mestrado buscando abordar temas que contribuam com a Educação Financeira na Educação Básica e, para isso, construímos uma sequência didática, para o 9º ano do Ensino Fundamental, que aborda a teoria de investimentos financeiros. A seguir apresentamos tal sequência e algumas considerações de acordo com o referencial teórico.

A Sequência Didática

Entendemos sequência didática como “um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecido tanto pelos professores como pelos alunos” (ZABALA, 1998, p. 18). Pais (2002) afirma que “uma sequência didática é formada por um certo número de aulas planejadas e analisadas previamente com a finalidade de observar situações de aprendizagem, envolvendo os conceitos previstos na pesquisa didática” (p. 102).

Ressaltamos que o público-alvo para o qual as atividades da sequência didática foram elaboradas eram estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola particular de Belo Horizonte, Brasil, os quais já haviam estudado conceitos básicos de Matemática Financeira, como porcentagens, porcentagens sucessivas, juros simples e juros compostos. Diante dessas condições, a sequência didática foi elaborada de maneira a retomar conceitos básicos de Matemática Financeira e, discutir e explorar temas visando uma introdução de conceitos necessários aos investimentos financeiros.

Levando em conta que a Educação Financeira deve conscientizar investidores e oferecer informações e compreensões sobre os tipos de investimentos disponíveis na atualidade, tentamos abordar, na sequência didática, o básico da teoria sobre os tipos de investimentos de maneira simples e adaptada à faixa etária dos estudantes, sem viés comercial e de maneira crítica e reflexiva, de acordo com a perspectiva da definição de Educação Financeira Escolar (MUNIZ, 2016).

A sequência didática foi elaborada tendo como base 4 encontros de 1 hora e meia cada. Como auxílio para o professor que deseje utilizar essa sequência em suas aulas, foi criado um material de apoio que conta com slides, no intuito de colaborar com a condução dos encontros. Esses slides podem ser acessados por meio do link compartilhável: Slides - Produto Educacional - Google Drive.

Cada encontro possuía temáticas centrais as quais foram selecionadas de forma a obtermos um desenvolvimento crescente de complexidade em relação ao tema de Educação Financeira e Investimentos Financeiros. A seguir, apresentamos as temáticas propostas para cada encontro e comentamos figuras que apresentam atividades que compõem a sequência didática e que se encontram no material de apoio.

Para o **primeiro encontro,** foram selecionadas as temáticas de *Educação Financeira (EF), Matemática Financeira (MF), Juros e Calculadora do Cidadão.* Dessa forma, poderíamos introduzir e discutir a diferença entre EF e MF, seguindo para uma revisão do conceito de juros, por meio de uma conexão didática com as aulas regulares de Matemática, e um aprofundamento utilizando-se a Calculadora do Cidadão[871], ferramenta criada pelo Banco Central do Brasil com o intuito de auxiliar o cidadão a fazer simulações de diferentes operações financeiras.

Uma vez que as atividades desse encontro são introduzidas discutindo o que é Educação Financeira, sua importância e necessidade para o indivíduo e para a sociedade como um todo, acreditamos que possa desenvolver a Competência Específica 7 de Matemática do Ensino Fundamental (BNCC, 2018), que aponta que os estudantes devem ser capazes de discutir sobre questões de urgência social.

A Figura 1 apresenta um slide desse material no qual tem-se uma atividade que propõe uma reflexão sobre o "poder dos juros compostos".

[871] Disponível em: https://www.bcb.gov.br/acessoinformacao/calculadoradocidadao.

Figura 1.

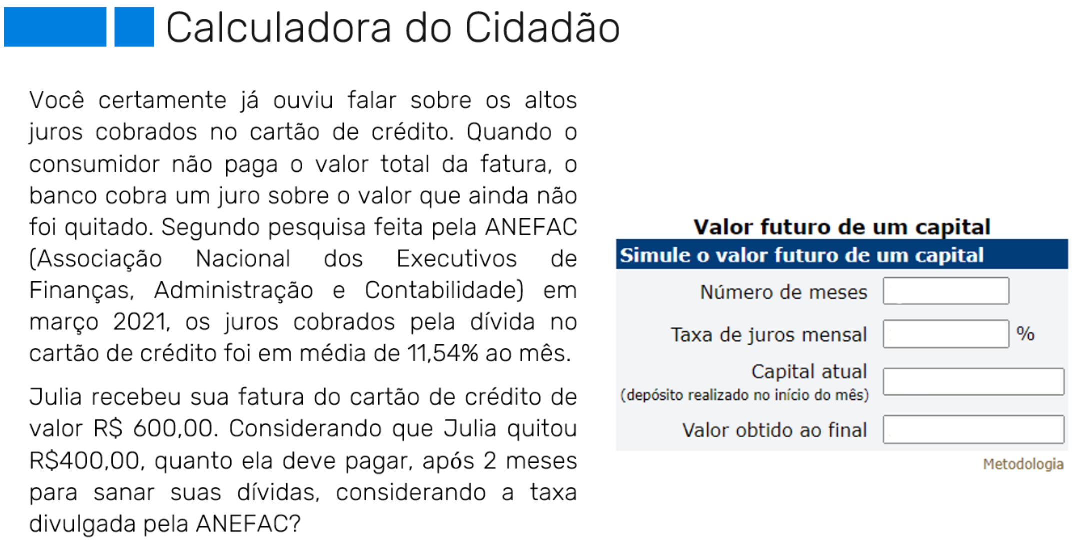
O poder dos juros compostos – Slide do material de apoio (a autora, 2021)

Essa atividade está de acordo com a Competência Específica 2 de Matemática do Ensino Fundamental (BNCC, 2018) uma vez que os estudantes serão incentivados a produzirem argumentos durante às discussões levantadas, recorrendo também à conhecimentos matemáticos para essa argumentação.

Já na Figura 2, apresentamos um slide no qual é trabalhada uma atividade em relação às taxas de juros abusivas dos cartões de crédito, utilizando-se o recurso digital da Calculadora do Cidadão.

Figura 2.

Atividade Calculadora do Cidadão – Slide do material de apoio (a autora, 2021)



Ao utilizar a Calculadora do Cidadão, essa atividade, bem como outras presentes na sequência didática, incentiva o uso de ferramentas tecnológicas para resolver problemas, o que está de acordo com a Competência Específica 5 de Matemática no Ensino Fundamental (BRASIL, 2018), que aponta a importância de utilizar processos e ferramentas matemáticas, incluindo tecnologias digitais, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas do conhecimento.

Para o **segundo encontro,** foram selecionadas as temáticas: *Calculadora do Cidadão, Taxa Selic, Inflação e Rendimento real de um investimento.* A Calculadora do Cidadão continuou sendo utilizada; no entanto, dessa vez, utilizando recursos diferentes dos utilizados no encontro anterior. Em seguida, são apresentados alguns conceitos como a Taxa Selic, Inflação e a Taxa de rendimento real de um investimento com a proposta de que esses sejam também discutidos com os alunos. Esses conceitos são de extrema importância para se compreender o cenário econômico nacional e os rendimentos dos investimentos.

A Figura 3 apresenta um slide do material de apoio desse encontro no qual tem-se uma atividade na qual os estudantes deverão ser questionados sobre o que eles entendem por inflação.

Figura 3.

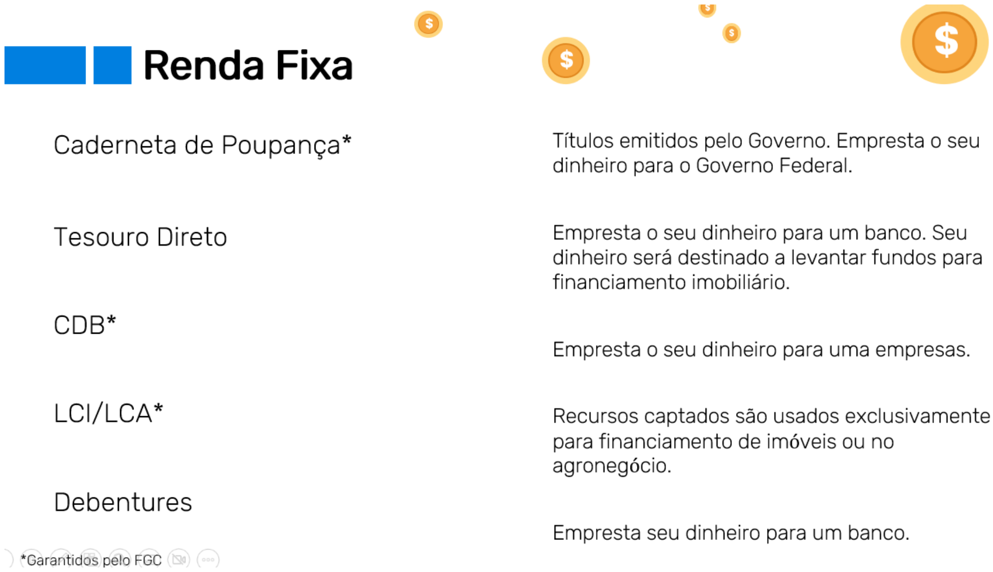
Inflação – Slide do material de apoio (a autora, 2021)

Acreditamos que a Competência Específica 4 de Matemática do Ensino Fundamental (BRASIL, 2018) também se faz presente, uma vez que os estudantes terão a oportunidade de fazer observações de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais que permeiam a ideia de inflação. A exemplo, temos as discussões sobre a Inflação e o ganho real de um investimento.

No **terceiro e quarto encontros** foram selecionadas temáticas em relação ao conceito de investimentos e suas diferentes modalidades em Renda Fixa e Renda Variável. A Figura 4 apresenta uma dessas atividades e, nesta, o estudante deverá conectar o nome do investimento em Renda Fixa a sua respectiva definição, de maneira que compreenda o conceito e as diferenças de investimentos em Renda Fixa.

Figura 4.

Modalidades Renda Fixa – Slide do material de apoio (a autora, 2021)

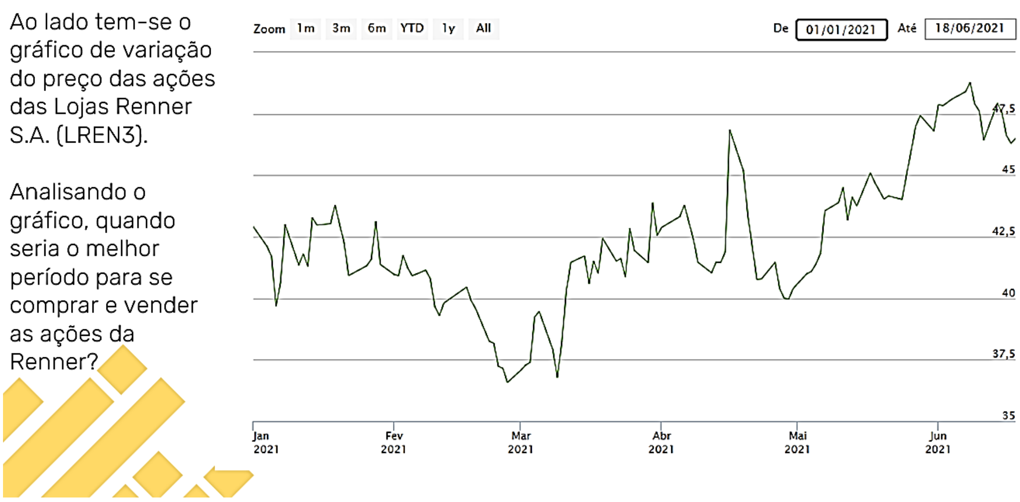


Esses encontros também estimulam a Competência Específica 5, já mencionada, uma vez que incentiva o uso de recursos tecnológicos como Simuladores Digitais de Investimentos do Tesouro Direto e da OBInvest.

Ainda sobre o terceiro e quarto encontros, temos a Figura 5 que apresenta um slide no qual temos uma atividade de análise de gráficos com o intuito de potencializar a discussão sobre compra e venda de ações.

Figura 5.

Compra e venda de ações – Slide do material de apoio (a autora, 2021)



Ao trabalhar o conceito e aplicações de investimentos em renda variável, acreditamos que a Competência Específica 4 de Matemática mais uma vez se fez presente, uma vez que as discussões envolvem aspectos quantitativos e qualitativos, variáveis matemáticas e não matemáticas.

Como já mencionado, acreditamos que as atividades propostas na sequência didática também favorecem o desenvolvimento de habilidades, tais como EF09MA05, EM13MAT104, EM13MAT203 e EM13MAT303 (BRASIL, 2018). Mesmo que as duas últimas habilidades sejam para o Ensino Médio, que não é o público-alvo dessa sequência didática, acreditamos que essas habilidades podem ser adaptadas para a faixa etária desejada.

As atividades que compõem essa sequência foram elaboradas de modo a favorecer que os estudantes usassem Matemática Básica na leitura de informações financeiras; estimular a reflexão sobre a importância do planejamento financeiro e investimentos financeiros; instigar a curiosidade sobre produtos financeiros e sobre mecanismos de escolha e incentivar a reflexão e produção de significados, por parte dos estudantes, de temas e conceitos financeiros.

De acordo com o apresentado, esperamos que o desenvolvimento da sequência didática junto aos estudantes contribua para estes aprimorem sua compreensão sobre produtos, conceitos e risco financeiros, desenvolvendo habilidades e confiança para se tornarem mais conscientes, o que está de acordo com a definição de Educação Financeira na perspectiva da OCDE (2005). No entanto, esperamos também que a sequência didática não se limite a promover apenas um conjunto de informações e conhecimento de produtos financeiros uma vez que as discussões promovidas podem proporcionar reflexões de maneira crítica sobre situações envolvendo consumo, poupança e investimentos, o que está de acordo com a perspectiva de Educação Financeira Escolar de Muniz (2016).

Considerações Finais

Uma vez que a sequência didática foi elaborada com base nos princípios da Educação Financeira Escolar e nas orientações da BNCC, ao tratarmos questões financeiras por meio do convite à reflexão, envolvendo ideias matemáticas e não matemáticas, julgamos que sua aplicação junto aos estudantes crie um ambiente favorável ao desenvolvimento da Educação Financeira.

Essa sequência didática foi aplicada em uma escola particular, na cidade de Belo Horizonte, Brasil, e os relatos e análises sobre essa experiência/pesquisa pedagógica podem ser encontrados na dissertação de Nunes (2022). Os dados analisados nessa dissertação fornecem indícios de que o desenvolvimento dessa sequência oportunizou discussões de conceitos e aspectos financeiros de forma crítica, promovendo a Educação Financeira dos estudantes.

Vale ressaltar que a Educação Financeira promovida no ambiente escolar deve fazer parte da formação integral do estudante. Reforçamos que a Educação Financeira Escolar não se limita apenas aos conceitos de finanças pessoais, sendo baseada na reflexão crítica em torno desses conceitos.

Esperamos que a sequência didática produzida estimule estudantes a se interessarem mais pela área de finanças e que sirva como apoio para os professores que desejem trabalhar com Educação Financeira e, principalmente, Investimentos Financeiros, na Educação Básica.

Referências

Brasil. Ministério da Educação (MEC). (2018). *Base Nacional Comum Curricular: Educação é a Base.* Brasil, Brasília.

Freitas, B. G. (2021). *Empréstimos & Financiamentos: uma abordagem sobre o ensino de sistemas de amortização à luz da Educação Financeira.* [Dissertação de Mestrado em Matemática em Rede Nacional, Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais].

Muniz, I. Jr. (2016). *Econs ou humanos? Um estudo sobre a tomada de decisão em ambientes de Educação Financeira Escolar.* [Tese de Doutorado em Engenharia de Produção, Universidade Federal do Rio de Janeiro].

Nunes, L. M. A. (2022). *Discutindo conceitos de Educação Financeira e Investimentos Financeiros: uma sequência didática para a Educação Básica.* [Dissertação de

Mestrado em Matemática em Rede Nacional, Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais].

Organização de Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE). (2005). *Recomendação sobre os Princípios e as Boas Práticas de Educação e Conscientização Financeira.* Tradução. https://www.oecd.org/daf/fin/financial-education/%5bPT%5d_Recomendação_Princípios_de_Educação_Financeira_2005_.pdf

Pais, L. C. (2002). Didática da Matemática: uma análise da influência francesa. Belo Horizonte: Autêntica.

Somavilla, A. S.; Bassoi, T. S. (2016). A Literacia Financeira: cenário e perspectivas. *Revista Boletim online de Educação Matemática.* Joinville, v. 4, n. 7, p. 7-22, ago/dez 2016.

Somavilla, A. S.; Silva, C. R. G. X.; Bassoi, T. S. (2016). A Literacia Financeira em discussão. *Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática.* São Paulo.

Zabala, A. (1998). A Prática Educativa: como ensinar. Tradução: Ernani F. da Rosa. Porto Alegre: Artmed.

Uma atividade contextualizada na Eletrônica Analógica e o enfrentamento de obstáculos epistemológicos relativos à noção de função: uma análise a partir de*podcasts* produzidos por futuros engenheiros

A contextualized activity in Analogical Electronics and the confrontation of epistemological obstacles related to the notion of function: an analysis frompodcasts produced by future engineers

Una actividad contextualizada en la Electrónica Analógica y la confrontación de los obstáculos epistemológicos relacionados con la noción de función: un análisis apartir de podcasts producidos por futuros ingenieros

Barbara Lutaif Bianchini[872]
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
Id orcid 0000-0003-0388-1985

Eloiza Gomes[873]
Instituto Mauá de Tecnologia
Id orcid 0000-0002-1217-9904

Gabriel Loureiro de Lima[874]
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
Id orcid 0000-0002-5723-0582

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Relação da Matemática com outras áreas de conhecimento

Resumo

Nesse trabalho analisamos, a partir da audição e posterior transcrição, os *podcasts* desenvolvidos por quatro estudantes do primeiro ano de um curso de Engenharia, tendo por referência seis afirmações, elaborada pelos pesquisadores, relacionadas ao conceito matemático função, após participarem de uma atividade, na qual resolveram um problemarelativo ao estudo da curva característica de um diodo semicondutor, elaborado seguindoos preceitos da Teoria A Matemática no Contexto das Ciências. Dessa forma, nosso objetivo é responder se a atividade vivenciada oportunizou-os enfrentar alguns obstáculosepistemológicos relacionados ao referido conceito. Como resultado da análise dos *podcasts*, pudemos perceber que quatro dentre os seis

[872] barbara@pucsp.br
[873] eloiza@maua.br
[874] gllima@pucsp.br

obstáculos foram superados e doisdeles ainda permanecem parcialmente presentes. Notamos também que utilizar o recurso dos *podcasts* permitiu aos estudantes refletirem sobre a Matemática e em particular ao conceito de função.

Palavras-chave: Obstáculos epistemológicos, conceito de função, *podcasts*, estudantes de Engenharia.

Abstract

In this study, four first year students of an Engineering course, solved a problem related to the study of the characteristic curve of a semiconductor diode, elaborated following theprecepts of the Theory of Mathematics in the Context of Science. Thereafter the authors of this paper developed six statements, related to the mathematical concept of function, which were used by the students to develop podcasts and subsequentially analyzed by usin this article. Our goal is to answer if the activity experienced gave them the opportunityto face epistemological obstacles related to this concept. As a result, we were able to realize that four out of the six obstacles were overcome and two of them were still partiallypresent. We also noticed that using the podcasts allowed the students to reflect about mathematics and in particular about the concept of function.

Keywords: Epistemological obstacles, concept of function, podcasts, engineering students.

Resumen

En este trabajo se analizan, a partir de la audición y posterior transcripción, los podcasts desarrollados por cuatro alumnos de primer año del curso de Ingeniería, teniendo como referencia seis afirmaciones, elaboradas por los investigadores, relacionadas con elconcepto matemático función, después de participar de una actividad, en la que resolvieron un problema relacionado con el estudio de la curva característica de un diodo semiconductor, elaborado siguiendo los preceptos de la Teoría Matemática en el Contextode las Ciencias. Así, nuestro objetivo es responder si la actividad vivida les dio la oportunidad de enfrentarse a algunos obstáculos epistemológicos relacionados con este concepto. Como resultado del análisis de los *podcasts*, pudimos constatar que cuatro de los seis obstáculos fueron superados y dos de ellos siguen estando parcialmente presentes.También observamos que el uso de los *podcasts* permitía a los alumnos reflexionar sobrelas matemáticas y, en particular, sobre el concepto de función.

Palabras clave: Obstáculos epistemológicos, concepto de función, podcasts, estudiantesde ingeniería.

Introdução

Neste trabalho, apresentamos as análises de *podcasts* desenvolvidos por quatro estudantes do primeiro ano de um curso de Engenharia de uma instituição privada do estado de São Paulo, com interesse na habilitação Controle e Automação, após participarem de uma atividade, composta por uma etapa de preparação prévia e três encontros remotos síncronos via plataforma Zoom, na qual, por meio do trabalho com dez questões norteadoras, resolveram um problema relacionado ao estudo da curva característica de um diodo semicondutor.

A partir da audição e posterior transcrição destes *podcasts*, elaborados pelos sujeitos tendo por referência seis afirmações relacionadas ao conceito matemático função,apresentadas a eles por nós pesquisadores, buscamos analisar se a atividade vivenciada oportunizou-os enfrentar alguns obstáculos epistemológicos relacionados ao mencionadoconceito. A atividade foi elaborada e implementada, conforme detalhado em Lima, Bianchini e Gomes (2021a), em consonância aos preceitos da Teoria A Matemática no Contexto das Ciências (TMCC) em torno de um problema, denominado **evento contextualizado** (EC) no âmbito deste referencial, que deve ser não rotineiro, com enunciado que cause um conflito cognitivo nos estudantes intrigando-os e motivando-osa resolvê-lo (CAMARENA, 2021).

Nas seções seguintes, apresentamos o problema elaborado da forma como ele foi proposto aos estudantes, os preceitos teóricos e metodológicos que guiaram sua elaboração e sua implementação, considerações teóricas acerca dos obstáculosepistemológicos relacionados à noção de função que foram empregadas nas instruções por nós disponibilizadas para a elaboração dos *podcasts*, a apresentação e a análise dos dados e, por fim, as considerações que puderam ser depreendidas do estudo realizado.

Um evento contextualizado vinculando a Matemática e a Eletrônica Analógica

Apresentamos a seguir, na Figura 1, o EC que elaboramos e em torno do qual, nointuito de proporcionar aos estudantes uma revisita às funções exponenciais reais de umavariável real já direcionada à Engenharia e não como uma revisão do que estudou no Ensino Médio, organizamos toda a atividade realizada, conforme detalharemos oportunamente neste artigo.

Figura 1.

O evento contextualizado (elaborado pelos autores)

Evento Contextualizado: um diodo, assim como os demais componentes eletrônicos, precisa de certo tempo para passar do seu estado de condução para não condução; é o chamado tempo de recuperação do diodo. Muitas aplicações práticas exigem diodos que "se recuperem" com facilidade, isto é, que passem no mínimo intervalo de tempo possível do estado de condução para o de não condução. Um dos diodos de silício com essa característica é o 1N4148, um dos mais empregados na eletrônica e que possui tempo de recuperação de 4 nA. O *Datasheet* do diodo 1N4148, no qual são destacadas as características elétricas deste dispositivo, pode ser acessado em https://pdf1.alldatasheet.com/datasheet-pdf/view/551820/WINNERJOIN/1N4148.html.

Considere esse diodo 1N4148 submetido a uma corrente de 30 mA e determine a queda de tensão direta através dele e os valores aproximados de suas correntes de saturação nas seguintes temperaturas: $-45°C$, $50°C$ e $125°C$.

Por meio do estudo de conceitos relacionados à Física do Estado Sólido, demonstra-se que as características gerais de um diodo semicondutor podem ser relacionadas, para as regiões de polarização direta e reversa, por uma equação chamada equação de Shockley: $I_F = I_R\left(e^{\frac{V_F}{nV_T}} - 1\right)$. Nesta equação, I_F representa a corrente direta que passa pelo diodo, I_R representa a corrente de saturação reversa, V_F representa a tensão de polarização direta aplicada ao diodo, n representa um fator de idealidade, que depende das condições de operação e de construção física do diodo e V_T representa a tensão térmica, definida por: $V_T = \frac{kT_K}{q}$ em que k é a constante de Boltzmann cujo valor é $1{,}38 \times 10^{-23}$ J/K, T_K é a temperatura absoluta em Kelvin, que é dada pela adição entre 273 e a medida da temperatura em graus Celsius, q é a magnitude da carga elétrica elementar, que é dada por $1{,}6 \times 10^{-19}\ C$.

Passamos então, na próxima seção, a apresentar os preceitos teórico- metodológicos da TMCC que subsidiaram a elaboração deste EC, a organização didáticae a implementação da atividade desenvolvida a partir dele.

A TMCC: subsídios teórico-metodológicos para a elaboração do EC e para a organização didática e a implementação da atividade

Conforme apresentamos de maneira detalhada em Lima, Bianchini e Gomes (2021a), o EC presente na Figura 1 foi elaborado tendo por subsídios alguns preceitos da TMCC, referencial desenvolvido por Patricia Camarena Gallardo especialmente para fundamentar reflexões acerca do ensino e da aprendizagem de Matemática em cursos universitários que não visam formar matemáticos. A Teoria é estruturada em torno de cinco fases interatuantes, denominadas **curricular**, **epistemológica**, **didática**, **cognitiva**e **docente** e que, na acepção de Camarena (2021), fazem-se presentes no ambiente de aprendizagem. Como salienta Camarena (2021, p. 77), as fases "são áreas de conhecimento nas quais incidem as problemáticas abordadas na TMCC, conjuntamente com as metodologias, processos e constructos desenvolvidos no âmbito deste referencialpara abordar as problemáticas [...] e são áreas de investigação desta teoria". A elaboraçãode materiais didáticos vinculando a Matemática com áreas profissionais às quais ela estáa serviço é objeto da fase epistemológica da TMCC. Maiores detalhes sobre a elaboraçãodo EC podem ser encontrados em Gomes, Bianchini e Lima (2021b).

Elaborado o EC, este foi implementado conforme os pressupostos do Modelo Didático da Matemática em Contexto (MoDiMaCo), concernente à fase didática da TMCC. Tal Modelo tem como elemento central a Didática do Contexto, que, como pontua Camarena (2017), foi elaborada a partir de pilares construtivistas (Piaget, Vygotsky e Ausubel). Preconiza-se que os EC sejam solucionados por equipes compostaspor estudantes com estilos de aprendizagem que, em um trabalho colaborativo, se complementem. A identificação destes estilos para a composição das equipes se dá a partir das respostas a questionários elaborados para esta finalidade. Em nossos trabalhos, temos recorrido ao instrumento, denominada CHAEA 32, elaborado por Hernández e Alonso (2013).

Uma vez constituídas as equipes e o EC tendo sido entregue a elas, estas poderão interagir umas como as outras, compartilhar ideias de resolução, consultar o professor, materiais impressos ou virtuais e utilizar ferramentas tecnológicas como instrumentos de apoio. Nos trabalhos que temos realizado, ao invés de propor somente o próprio EC paraos estudantes, como preconizado originalmente na TMCC, organizamos didaticamente otrabalho por meio de uma série de tarefas elaboradas no intuito de subsidiar os alunos a, paulatinamente, resolver o EC.

Na experiência apresentada neste artigo, a atividade elaborada contemplou, inicialmente, de modo assíncrono, uma etapa de preparação prévia, realizada individualmente pelos sujeitos, na qual deveriam preparar um vídeo de 10 minutos respondendo à 10 questões, que foram criadas pelos pesquisadores e enviadas previamente aos estudantes, sobre aspectos de um diodo. (GOMES; BIANCHINI; LIMA,2021b).

Após esta etapa de preparação prévia, a atividade prosseguiu com três encontros síncronos, de duas horas cada, realizados na plataforma Zoom. No primeiro encontro o EC foi proposto aos estudantes, mas, como descrito em Gomes, Bianchini e Lima (2022),estes "não o resolveram diretamente: a cada encontro, questões norteadoras [...] foram respondidas por eles de forma que, no terceiro encontro [...] estavam preparados para voltar ao problema inicial e solucioná-lo" (GOMES; BIANCHINI; LIMA, 2022). As questões norteadoras trabalhadas no segundo encontro são apresentadas na Figura 2.

Figura 2.

Questões norteadoras propostas no segundo encontro (elaborado pelos autores)

Questões Norteadoras
Q4. Considerando as informações presentes no *Datasheet* do diodo 1N4148, responda:
(i) Qual é a sua corrente de saturação reversa (I_R) em 25°C a uma tensão de polarização reversa (V_R) de 20 V?
(ii) Considerando que, conforme apresentado no *Datasheet*, para conduzir uma corrente direta (I_F) de 10 mA, o diodo 1N4148 necessita, em geral, de uma tensão direta (V_F) de 0,86 V, determine o fator de idealidade deste diodo.
Q5. Considerando o diodo 1N4148, construa uma representação gráfica para I_F em função de V_F considerando uma temperatura de 25°C.
Q6. Analisando a representação gráfica construída em Q5, responda:
(i) O que acontece com os valores de V_F à medida em que os valores de I_F crescem ilimitadamente? Como tal comportamento poderia ser explicado a partir da expressão algébrica de I_F?
(ii) O que acontece com os valores de I_F à medida em que os valores de V_F decrescem ilimitadamente? Como tal comportamento poderia ser explicado a partir da expressão algébrica de I_F?
(iii) Na representação gráfica construída na questão 5, o primeiro quadrante representa a região de polarização direta do diodo. Você observa, nesta região, um ponto em que há uma mudança no comportamento da função I_F? Se sim, que ponto é esse e qual seu significado no contexto do estudo dos diodos?
(iv) Qual é a corrente conduzida quando a tensão direta é de 0,86 V? Esse comportamento era esperado? Explique.
(v) Na representação gráfica construída na questão 5 o terceiro quadrante representa a região de polarização reversa. Nesta região, qual o significado de trabalhar com valores negativos de corrente e valores negativos de tensão? Do ponto de vista físico, tais valores são, de fato, negativos?
(vi) Descreva o comportamento de I_F em função de V_F na região de polarização reversa (3° quadrante).
Q7. A partir de suas respostas à questão 6, por qual expressão algébrica você poderia aproximar a equação de Shockley na região de polarização direta do diodo? E na região de polarização reversa?

Após os três encontros, foi proposta uma etapa de finalização da atividade, composta por duas tarefas cumpridas de maneira assíncrona e individual. A primeira delasconsistiu em um questionário de percepção da atividade. A segunda tarefa de finalização da atividade – exatamente a que é alvo de análise neste artigo – foi a produção de um *podcast*, no qual os estudantes deveriam discorrer acerca de algumas afirmações, como explicitado no enunciado da tarefa apresentado na Figura 3. Por meio desta tarefa, nós pesquisadores, intentamos analisar se o processo vivenciado pelos estudantes ao longo de todas as etapas da atividade havia possibilitado o enfrentamento de alguns dos obstáculos epistemológicos identificados por Sierpinska (1992) como sendo relativos à noção de função. Os obstáculos relacionados a determinado objeto de conhecimento que são denominados de **epistemológicos** são, segundo Brousseau (1983, p. 178), "aqueles dos quais não podemos, e não devemos nos esquivar, em razão de seu papel constitutivo no conhecimento visado. Eles podem ser encontrados na história dos próprios conceitos".

Figura 3.

Orientação para a produção do podcast *(elaborado pelos autores)*

Produção de *Podcast* - A partir de sua experiência nessa atividade sobre a curva característica de um diodo, elabore um *podcast*, de no máximo 10 minutos, comentando a respeito da veracidade ou não das afirmações apresentadas a seguir. A ideia é que as questões sejam comentadas por meio de uma conversa fluida com o ouvinte e não na forma de afirmação 1 é verdadeira porque tal coisa e tal... Inspire-se nos *podcasts* que você costuma ouvir.
Afirmação 1: a Matemática não se preocupa com problemas práticos.
Afirmação 2: ao analisar um fenômeno em que há variação das grandezas envolvidas, o fundamental é focar em como as coisas mudam, ignorando o que muda.
Afirmação 3: ao analisar as variáveis envolvidas em um fenômeno, a ordem dessas variáveis não é relevante.
Afirmação 4: as leis na Física e as funções na Matemática não têm nada em comum, pertencem a diferentes domínios de pensamento.
Afirmação 5: o gráfico de uma função é um modelo geométrico que não precisa ser fiel, pode conter pontos (x, y) tais que a função não seja definida em x.
Afirmação 6: as mudanças de uma variável envolvida em um fenômeno são sempre mudanças em relação ao tempo.

Dos sete estudantes que participaram da atividade, quatro nos enviaram os*podcasts* que produziram. Estes foram por nós transcritos e analisados tendo por referência a abordagem de Sierpinska (1992) para obstáculos epistemológicos relativos à noção de função, conforme discorremos na sequência.

Obstáculos Epistemológicos concernentes à noção de função: o que relevam os *podcasts* produzidos pelos estudantes

Dezesseis obstáculos epistemológicos relacionados à noção de função foram estudados e sintetizados por Sierspinka (1992). Conforme apresentamos no Quadro 1, seis deles, em nossa concepção, podem se apresentar aos estudantes durante o trabalho com a atividade que desenvolvemos, os quais coincidem com as afirmações presentes nas orientações para a produção do *podcast* explicitadas na Figura 3.

Quadro 1.

Obstáculos epistemológicos e condições para o entendimento da noção de função(elaborado pelos autores a partir de Sierpinska, 1992)

Obstáculo epistemológico
1. A Matemática não se preocupa com problemas práticos.
2. Considerar as mudanças como fenômenos, focando em como as coisas mudam, ignorando o que muda.
3. Considerar a ordem das variáveis como irrelevante.
4. Leis na Física e funções na Matemática não têm nada em comum; pertencem a diferentes domínios (compartimentos) de pensamento.
5. O gráfico de uma função é um modelo geométrico de uma relação funcional. Não precisa ser fiel, pode conter pontos (x, y) tais que a função não seja definida em x.
6. As mudanças de uma variável são mudanças em relação ao tempo.

Portanto, ao analisarmos as considerações dos estudantes acerca de cada uma dessas afirmações, pudemos fazer inferências a respeito das possíveis contribuições da atividade para a superação ou para a minimização dos mencionados obstáculos.

A Matemática não se preocupa com problemas práticos

Em relação a este aspecto, as argumentações dos estudantes nos *podcasts*[875] revelamque, em suas concepções, *"a Matemática se preocupa sim com problemas práticos. Precisamos dela para diversos fatores no dia a dia e seus conceitos conseguem ser transportados para os fenômenos que acontecem em nosso cotidiano"* (Pod2). Ressaltamque *"toda e qualquer função matemática, qualquer regra matemática foi criada visandoresolver algum problema prático [...] surgiram de uma inconveniência de não ter como solucionar os problemas [...] uma 'coisa' leva a outra"* (Pod4).

Os participantes da atividade destacam que, no ensino, em muitas situações, ocorre um distanciamento da Matemática em relação aos problemas práticos. Um dos sujeitos conjectura que na origem deste distanciamento pode estar a intenção de apresentar aos estudantes conceitos matemáticos sem que seja necessário recorrer a aqueles de outras áreas de conhecimento. *"Acho que o ensino da Matemática se preocupacom problemas práticos, mas não da maneira correta, não da melhor maneira possível [...]. No estudo da Matemática, geralmente nós somos apresentados a vários problemasque tratam de situações práticas como, por exemplo: é dada a (medida da) área de um terreno e pede-se para 'calcular o cercado' daquele terreno para ajudar o proprietário,mas apesar de serem situações práticas, são também genéricas e não acrescentam novos conhecimentos para quem faz exercícios. Eles são feitos para você justamente aprender a assimilar os conceitos matemáticos sem se preocupar com a Física ou a Química ou qualquer outra coisa"* (Pod1).

Outro estudante argumenta que, muitas vezes, no ensino da Matemática, no intuitode vincular os conceitos desta ciência a situações ditas práticas, acaba-se recorrendo a contextos tão artificiais que os efetivos significados do que está sendo trabalhado se perdem. *"Até o Ensino Médio, aprendemos Matemática, mas não sabemos para que elarealmente serve. Estudamos (função) exponencial, que também estamos vendo agora, mas não sabemos para que realmente serve. Tem aí alguns exemplos bobos, 'tipo' João cada dia comprava três vezes a quantidade de melancias que ele comprava no dia anterior e aí chega final do mês o João tem uma quantidade absurda de melancias, algoque não faz o menor sentido. Mas aqui a gente viu situações em que essas coisas fazem sentido. A curva característica do diodo… ela é uma (função) exponencial e faz sentido,não é como o caso do João, que chega ao final do mês com*

[875] PodX significa *podcast* produzido pelo sujeito X.

um trilhão de melancias, semmotivo nenhum. Aqui tem motivo… você 'tá' aumentando a tensão e então a quantidadede corrente que vai passar pelo diodo vai aumentar exponencialmente" (Pod3).

Considerar as mudanças como fenômenos, focando em como as coisas mudam, ignorando o que muda

Todos os sujeitos discordam desta ideia. Um estudante destaca, inclusive, que aovoltar a atenção apenas a como as coisas mudam, não será possível obter conclusões significativas a respeito da situação. Salienta que, ao analisar um fenômeno, não é adequado desprezar o fenômeno em si e *"focar apenas em sua variação, pois esta é umaconsequência de algo do fenômeno. [...] Se você decide analisar somente a variação dasgrandezas 'fica uma coisa assim meio jogada' porque você nem sabe do que se trata talvariação, porque ela está acontecendo... só sabe que ela acontece. [...] Por exemplo, (seestivermos analisando) um gráfico de espaço em relação ao tempo, se eu 'colocar lá' só*

x, y... a variação não vai significar quase nada para mim, mas se eu considerar que o espaço está mudando com o tempo, eu vou saber que aquela variação é a velocidade" (Pod1). Outro sujeito da pesquisa afirma que *"o importante é ver a obra por completo. [...] Nada deve ser descartado. Principalmente o que muda é essencial. [...] Você pode acabar não vendo muitos erros nos resultados se não analisar tudo"* (Pod3).

O mesmo estudante que havia mencionado muitas vezes não haver sentido nas situações apresentadas nas aulas de Matemática, estabelece uma relação entre este aspectoe o foco na maneira como as grandezas envolvidas em um fenômeno mudam emdetrimento da análise do que muda. *"Voltando para a Matemática e para o João, esses exemplos acontecem porque o que as pessoas estão realmente se importando é ver como muda, por exemplo, 'o gráfico de uma parábola', ver que 'ele vai aumentando cada vez mais'. Geralmente, a gente já não se importa com o que muda e então esses exemplos não precisam ser tão interessantes. Aqui (na atividade realizada) não estamos nos importando apenas com como se dá a mudança, mas o que muda, porque muda"* (Pod2).***Considerar a ordem das variáveis como irrelevante***

O equívoco presente nesta ideia foi destacado explicitamente por um dos quatro estudantes que produziram os *podcasts*. Sua explicação ao comentar esta afirmação faz referência às funções como instrumentos para analisar fenômenos e é por meio deste contexto que percebe a importância de atentar-se para a ordem das variáveis em uma relação funcional:

"dependendo do problema ou do fenômeno, uma variável pode ser dependente da outra, então acho que a ordem dessas variáveis e como você vai usá-las nas suas análises é importante" (Pod1).

Convém ressaltar que, ao analisar os *podcasts* considerando especificamente esta afirmação, notamos que dois dos quatro sujeitos a compreenderam não como estando relacionada às noções de variáveis dependentes e independentes, mas sim à ordem com que os termos são apresentados em uma expressão algébrica, o que pode ser consequência de uma imprecisão na maneira como a afirmação foi redigida e, consequentemente, como o obstáculo epistemológico vinculado a ela foi enunciado por Sierpinska (1992). Um estudante afirma que: *"a gente não pode só analisar um 'pedaço' de uma fórmula, esquecer do resto. Aquela fórmula é uma fórmula por algum motivo e todos aqueles 'pedaços' estão naquela ordem por um motivo"* (Pod3). Outro sujeito ressalta a importância de, ao analisar fenômenos, *"focar em como as coisas mudam e também no que é mudado, analisando todas as variáveis individualmente, mas também como um todo, assim como a ordem em que aparecem"* (Pod2). Por fim, um dos sujeitos, pela maneira que comenta a afirmação, não deixa claro se a compreendeu em termos de variáveis dependentes e independentes ou como a ordem segundo a qual as variáveis se fazem presentes em uma expressão algébrica. *"Quando se mexe com algo assim, com um fenômeno, a ordem de tudo é relevante, tudo tem que ser levado em consideração, porque o mínimo erro pode acarretar uma solução completamente diferente da que se está procurando e pode acarretar inúmeros erros futuros. É sempre importante levar em consideração a ordem de tudo"* (Pod3).

Leis na Física e funções na Matemática não têm nada em comum; pertencem a diferentes domínios (compartimentos) de pensamento

As percepções de todos os sujeitos em relação à esta afirmação é a de que *"as matérias (no caso a Física e a Matemática) trabalham entre si e se juntam para resolução de um problema. São essenciais e se conectam para um único objetivo"* (Pod2). Salientam que, o desenvolvimento dos conceitos matemáticos se deu no intuito de analisar fenômenos físicos: *"a Matemática foi feita para conseguir entender as observações físicas. Ambas as vertentes caminham juntas, uma necessita da outra"* (Pod4). Ressaltam que, embora sejam áreas de conhecimento complementares, *"a Matemática não depende da Física, mas a Física depende muito da Matemática para desenvolver a maior parte das 'coisas', tem que fazer todos os cálculos para entender melhor os fenômenos físicos"* (Pod1).

O gráfico de uma função é um modelo geométrico de uma relação funcional. Não precisa ser fiel, pode conter pontos (x, y) tais que a função não seja definida em x

Por meio das reflexões dos estudantes acerca desta afirmação, pudemos perceberque dois deles confundem a representação gráfica de uma função, que deve traduzir fielmente as mesmas informações presentes em sua representação algébrica, com um esboço de um gráfico no sentido estrito deste termo e que, portanto, não necessariamente precisa transpor o comportamento da função com extrema precisão. Esta análise pode ser ilustrada pelas manifestações dos sujeitos em seus *podcasts*. Um deles afirma: *"acho queessa afirmação pode ser correta em certos casos e errada em outras, porque se você estátentando analisar um fenômeno e está fazendo uma abordagem mais geral, você não precisa realmente ver todas as restrições ou o gráfico pode não ficar tão perfeito ou nãoseguir a realidade ou a teoria, mas se ele te faz entender melhor, acho que ele é bem útile necessário. Agora se você 'tá' realmente analisando um caso real que precisa ser exato,então você necessita de um gráfico que consiga representar todos os valores de maneiraprecisa, fiel ao que você tem"* (Pod1). Outro estudante destaca: *"sobre a parte de não precisar ser fiel, acho que digo que sim, pois o gráfico muitas vezes é simplesmente umarepresentação simplificada, por assim dizer"* (Pod4).

Outro aspecto importante de ser salientado na análise desta afirmação, diz respeitoà consideração de um dos estudantes acerca do trecho: pode conter pontos (x, y) tais quea função não seja definida em x. O sujeito afirma que: *"enquanto estar definida em x eu acho que é essencial, eu acho que não se pode definir uma função em y pelo menos eu nunca presenciei isso"* (Pod4), indicando que interpretou a afirmação no sentido de que estar definida em x quer dizer a variável ser denotada por x e não como sendo necessárioque uma relação funcional esteja definida para todo elemento x de seu domínio.

As mudanças de uma variável são mudanças em relação ao tempo

Todos os sujeitos compreenderam, com evidenciam seus comentários nos *podcasts*, que não necessariamente as mudanças de uma variável em uma função são emrelação ao tempo, havendo diferentes grandezas que podem estar envolvidas em um fenômeno físico que não o tempo. Consideramos relevante mencionar a afirmação de umestudante acerca da prevalência, no ensino, de situações físicas nas quais a variável é o tempo, o que, em sua concepção após participar da atividade, lhe parece uma limitação. *"Outra coisa que a gente viu foi como na Física a gente pensa limitado. Geralmente se põe em gráfico a variação da posição pelo tempo* *ou da velocidade pelo tempo, que vai dar a aceleração e é quase tudo sempre pelo tempo. E aqui a gente viu que não precisa ser pelo tempo. Por exemplo, na curva do diodo, a tensão era quem estava no eixo x"* (Pod3).

Considerações finais

Analisando de maneira global os *podcasts*, percebemos que a atividade propicioua superação de quatro obstáculos, a saber: 1, 2, 4 e 6 apresentados no Quadro 1. Mas, doisdeles, o de número 3. "Considerar a ordem das variáveis como irrelevante" e o de número 5. "O gráfico de uma função é um modelo geométrico de uma relação funcional. Não precisa ser fiel, pode conter pontos (x, y) tais que a função não seja definida em x.", nãoforam totalmente superados, uma vez que os estudantes ainda apresentam dificuldades para discriminar as variáveis dependentes das independentes. Em relação ao gráfico de uma função, alguns sujeitos acreditam que o esboço de um gráfico não precisaria ser fielà sua expressão algébrica, que pode ser uma representação simplificada, ainda apresentamdificuldade em entender que o gráfico de uma função é uma das diferentes maneiras de fornecê-la.

Um fato a ser salientado é que os estudantes utilizaram o *podcast* também para sugerir mudanças em relação ao ensino da Matemática, chegaram até a fazer críticas ao seu ensino nos moldes tradicionais. Um dos estudantes salienta: *Acho que seria muito melhor se esses problemas fossem contextualizados relacionando algumas áreas e algumas matérias, como a gente fez nessa atividade. Acho que isso traria muito mais bagagem para os alunos e ofereceria uma experiência melhor, porque você realmente vai ligar com problemas reais. Acho que é uma boa prática colocar problemas reais parase ensinar Matemática* (Pod1). Outro estudante aponta: *Eu acho que a matemática tem que ser mais contextualizada, mesmo porque aí eu acho que haveria maior vontade de aprender a matemática e as outras matérias e assim já dá um norte em relação ao que vamos aprender no futuro* (Pod3).

A tarefa de produzir *podcasts* poderia nos causar, à primeira vista, uma certa estranheza, para se falar de e sobre a Matemática. Mas, pelas análises das falas dos discentes, tanto em relação aos obstáculos contidos nas afirmações em relação ao conceitode função e também suas impressões sobre o desenvolvimento da atividade, foi de certa forma, algo surpreendente, tanto pela naturalidade com que eles exprimem suas ideias, quanto pelas suas reflexões que não são superficiais, muito pelo contrário. A nosso ver, ao oportunizar aos estudantes que enfrentem estes obstáculos e necessitem superá-los ou,ao menos, minimizá-los, por meio das diferentes tarefas constituintes da atividade pode- se também possibilitar a eles que desenvolvam condições essenciais para uma melhor compreensão da noção de função.

Referências

Camarena, P. (2012). Epistemología de las impedancias complejas en ingeniería. *Revista Innovación Educativa*, v. 12, n. 58, pp. 35-54.

Camarena, P. (2017). Didáctica de la matemática en contexto. Educação Matemática Pesquisa,v.19, n.2,pp. 01-26. http://dx.doi.org/10.23925/1983-3156.2017v19i2p1-26

Camarena, P. (2021). Teoría de la matemática en el contexto de las ciências. EDUNSE.

Gomes, E., Bianchini, B. L., & Lima, G. L. (2021a). Desenvolvimento de Competências Matemáticas e Competências Gerais por meio de uma atividade contextualizada no estudo de um diodo semicondutor. Em: *Anais do XLIX Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia* (pp. 1-14).

Gomes, E.,Bianchini, B. L., & Lima, G. L. (2021b). As Potencialidades das Perguntas dos Professores em uma Abordagem Contextualizada da Matemática na Engenharia. Em: *VIII Anais do Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática* (pp. 699-717).

Gomes, E.; Bianchini, B. L.; Lima, G. L. (2022). Dificuldades Cognitivas Relacionadas à Noção de Função: uma análise a partir da resolução de um problema no contexto da Engenharia. Em: L Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia – Associação Brasileira de Educação em Engenharia, *Anais*... no prelo.

Hernández, C. V.; Alonso, C. P. (2013). CHAEA 32 simplificada: Propuesta basada em Análisis Multvariantes.2013. Dissertação (Mestrado) – Análisis Avanzado de Datos Multivariantes. Universidad de Salamanca, Salamanca. Disponível em: http://hdl.handle.net/10366/122182 . Acesso em: 03 mar. 2021.

Lima, G. L., Bianchini, B. L., & Gomes, E. (2021). Estudando a Curva Característica de um Diodo Semicondutor na disciplina inicial de Cálculo Diferencial e Integral: oportunidade para odesenvolvimento de competências matemáticas e gerais na Engenharia. Em: Libro de actas del XXII Encuentro Nacional y XIV Internacional de Educación Matemática en Carreras de Ingeniería (pp. 178-189).

Sierpinska, A. (1992). On understanding the notion of function. Dubinsky, E.; Harel, G. (Eds): The concept of function - aspects of epistemology and pedagogy. Mathematical Association of America, pp. 25-58.

Elaboração de jogos: uma proposta pedagógica "do it yourself" para o ensino de matemática financeira em uma instituição de ensino superior

Game development: a "do it yourself" pedagogical proposal for the teaching offinancial mathematics in a higher education institution

Desarrollo de juegos: una propuesta pedagógica "do it yourself" para la enseñanzade las matemáticas financieras en una institución de educación superior

Robson dos Santos Costa[876]
Doutorando em Ciências Contábeis e Administração pela FUCAPE Business SchoolId orcid 0000-0002-3865-2042

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Relação da Matemática com outras áreas de conhecimento

Resumo

Esta pesquisa teve como objetivo relatar uma abordagem de ensino divergente dacomumente utilizada na didática da matemática tradicional, situada na síntese teórica seguida de exemplos resolvidos e exercícios propostos para o aluno. Sob uma perspectivainterdisciplinar e baseada nos princípios "*do it yourself"* foram solicitados, aos alunos dos cursos de ciências contábeis e administração matriculados na disciplina de matemática financeira de uma instituição de ensino superior privada em Olinda (PE), a elaboração de jogos (não necessariamente matemático) que possuam algum conteúdo curricular abordado na disciplina. Para o planejamento e orientação das atividades foi utilizado a ferramenta Canvas. A verificação da aprendizagem foi realizada nas duas fasesprevistas no plano de ensino. Na primeira, a avaliação formativa resultou dos debates e apresentações dos seminários. Na fase 2, além do mencionado na primeira, houve a exposição de protótipos e experimentos. Entre os resultados ficou evidente a intersecçãoda matemática financeira com outros campos de conhecimento quando os discentes apresentaram seus projetos além da predominância de conteúdos de porcentagem e jurossimples nos jogos propostos.

Palavras-chave: do it yourself, jogos, matemática financeira.

Abstract

[876] robson.gtcon@gmail.com

This research aimed to report a teaching approach that differs from the one commonly used in traditional mathematics didactics, based on theoretical synthesis followed by solved examples and exercises proposed for the student. From an interdisciplinaryperspective and based on "do it yourself" principles, students of accounting and administration courses enrolled in the discipline of financial mathematics at a private higher education institution in Olinda (PE) were asked to develop games (not necessarily mathematical) that have some curricular content covered in the discipline. For theplanning and guidance of activities, the Canvas tool was used. The verification of learning was carried out in the two phases foreseen in the teaching plan. In the first, the formativeevaluation resulted from the debates and presentations of the seminars. In phase 2, in addition to what was mentioned in the first, there was the exhibition of prototypes and experiments. Among the results, the intersection of financial mathematics with other fields of knowledge was evident when the students presented their projects in addition to the predominance of percentage content and simple interest in the proposed games.

Keywords: do it yourself, games, financial math

Resumen

Esta investigación tuvo como objetivo informar un enfoque de enseñanza diferente al comúnmente utilizado en la didáctica matemática tradicional, basado en la síntesis teórica seguida de ejemplos resueltos y ejercicios propuestos para el estudiante. Desde una perspectiva interdisciplinaria y con base en los principios de "hazlo tú mismo", estudiantes de cursos de contabilidad y administración matriculados en la disciplina de matemática financiera en una institución privada de educación superior en Olinda (PE) fueron invitados a desarrollar juegos (no necesariamente matemáticos) que tuvieran algunos contenidos curriculares tratados en la disciplina. Para la planificación y orientación de las actividades se utilizó la herramienta Canvas. La verificación de los aprendizajes se realizó en las dos fases previstas en el plan docente. En el primero, la evaluación formativa resultó de los debates y presentaciones de los seminarios. En la fase2, además de lo comentado en la primera, se realizó la exposición de prototipos y experimentos. Entre los resultados, se evidenció la intersección de las matemáticas financieras con otros campos del conocimiento cuando los estudiantes presentaron sus proyectos además del predominio del contenido porcentual y el interés simple en los juegos propuestos.

Palabras clave: do it yourself, juegos, matemáticas financieiras.

Contextualização da situação-problema

As inquietações que motivaram este projeto foram frutos das discussões promovidas durante os intervalos das aulas na sala dos professores no semestre anterior (2021.2). Entre as reflexões, foram discutidas, com base nas experiências dos professoresque ensinam matemática na instituição sobre a predominância das aulas expositivas no ensino da matemática financeira na educação superior no Brasil e como o artefato livro utilizado em sala de aula corrobora com esse método. Segundo os achados de Barroso e Kistemann (2013) há, nos livros desta disciplina, uma predominância de abordagem desíntese teórica seguida de exemplos resolvidos e exercícios propostos para o aluno.

Ou seja, roteiros para encontrar a resposta correta tendo como auxiliares o uso de artefatos tecnológicos como calculadora financeira ou de planilhas eletrônicas parafacilitar resoluções sem que haja uma reflexão como instrumento de crítica ao objeto estudado dentro dos mais diversos contextos sociais (consumismo, desigualdades sociais,aposentadoria etc.).

A cultura *maker* – movimento *"do it yourself"* (DIY) – que estimula a autonomiado indivíduo, sua criatividade e capacidade investigativa, assim como o estímulo pelo uso de tecnologias, além da interdisciplinaridade e o trabalho em equipe, visando a resolução de problemas (Milne et al., 2014). No campo educacional, essa metodologia coloca o aluno como ser ativo no processo de sua aprendizagem ao explorar assuntos de seu interesse com ênfase em suas experiências cotidianas construindo seu conhecimento pormeio de seus erros e acertos (Blikstein, 2013). Além de promover e estimular a criação, investigação, resoluções de problemas e autonomia; motivando o aluno a pesquisar e extrapolar os conteúdos vistos em sala de aula. (Braga de Paula et al., 2019; Milne et al., 2014).

O ensino da matemática financeira, por estar inserido dentro de um campo interdisciplinar, há a necessidade de trazer olhares de outros campos do conhecimento (psicologia, sociologia, marketing, contabilidade, finanças, economia, direito entre outras) além da matemática propriamente dita. Para Sousa e Pinho (2017, p. 95) "a interdisciplinaridade requer entender suas origens e características, perpassando pelo contexto em que é referenciada como atitude que visa entrelaçar os diferentes conhecimentos disciplinares". Hofmann & Moro (2013) corroboram com essepensamento uma vez que:

> Dentre as múltiplas formas de manifestação da matemática na atividade humana, talvez a mais recorrente seja a atividade econômica. É nela que as operações matemáticas encontram amplo espaço de aplicação, sendo imprescindíveis à prática de trocas mercantis. Talvez por isso os problemas de caráter financeiro e econômico protagonizem, em muitos livros, a contextualização textual dos problemas matemáticos numa função semiótica (Hofmann & Moro, 2013, p.47).

Neste contexto, houve a necessidade de utilizar práticas pedagógicas que favoreçam o processo de ensino-aprendizagem do aluno. Diante deste contexto, surge a seguinte problemática: Como a metodologia *"do it yourself"* pode contribuir para o ensino de matemática financeira?

Apresentação da proposta para solucionar o problema identificado

A matemática financeira é um ramo da matemática aplicada que estuda o valor do dinheiro no tempo e está presente na grade curricular dos cursos de graduação em Ciências Contábeis e Administração. Para Silva et al. (2014):

> A disciplina de Matemática Financeira, além de contribuir para o processo de educação financeira dos alunos, importante para a sua atuação profissional e organização das finanças pessoais, desenvolveu conhecimentos e técnicas necessárias para o ensino e a aprendizagem de disciplinas posteriores, como: Administração Financeira, Análise das Demonstrações Financeiras, Contabilidade de Custos e Contabilidade Gerencial. (SILVA et al., 2014, p. 376).

Como estratégia para reduzir o uso metodologias de ensino mais passivas (aulas expositivas), foi solicitado aos discentes dos cursos de ciências contábeis e administração matriculados na disciplina de matemática financeira de uma instituiçãode ensino superior privada em Olinda (PE) a elaboração de jogos (não necessariamente matemático) que possuam algum conteúdo curricular abordado na disciplina.

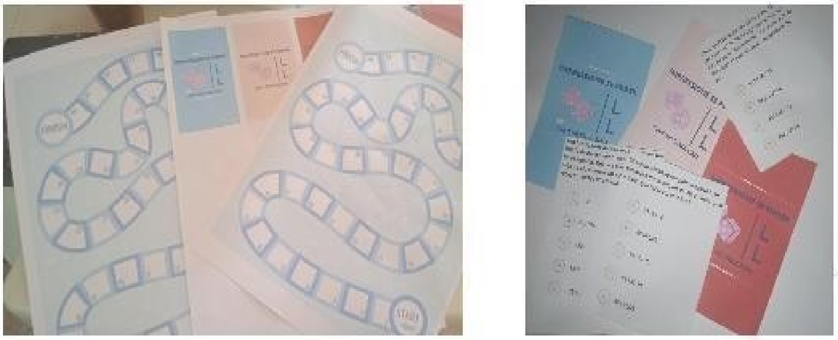
Tal solicitação visa dar um maior protagonismo ao aluno com relação a sua aprendizagem. Ao deixar de sua livre a escolha o que produzir, logo, abre-se espaço paraa criatividade e inovação que são preceitos do DIY (Milne et al., 2014). Sendo assim, a escolha do que produzir bem como a sua idealização e concretização ficaram a cargo dosalunos sendo a única condicionante à vinculação do produto a pelo menos um conteúdo previsto na ementa da disciplina. As atividades ocorreram nos meses de fevereiro e marçode 2022.

Para isto, no primeiro encontro da disciplina, após apresentar os conteúdos programáticos da ementa do curso, foi solicitado que os 12 alunos formassem quatro grupos com três componentes cada e criassem jogos de sua livre escolha e apresentassem sua ideia/projeto em sala de aula em datas pré-determinadas. Tendo as orientaçõesrecebidas, a proposta pedagógica foi dividida em duas fases.

Para exemplificação será evidenciado o produto de uma das equipes o “Impressione se puder”, jogo de tabuleiro para até quatro participantes que contacomum quiz de múltiplas escolhas sobre porcentagem e juros simples. Podendo serutilizadocomo material pedagógico em escolas de séries iniciais pelo seu baixo custo.

Figura 1.

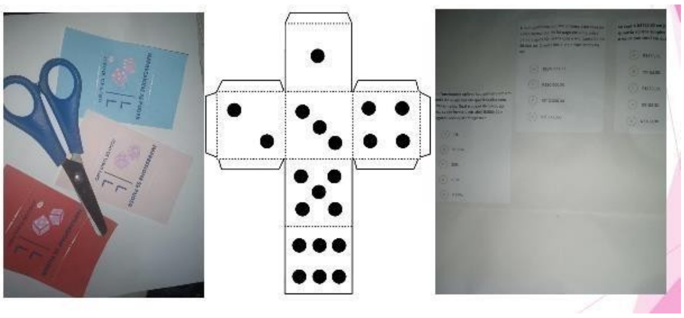
Processo de elaboração de um jogo de tabuleiro por uma das equipes



Nota. Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Figura 2.

Montagem do jogo de tabuleiro proposto por uma das equipes



Nota. Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Figura 3.

Jogo de tabuleiro proposto por uma das equipes

Nota. Fonte: Dados da pesquisa (2022).

A primeira fase ocorreu cinco semanas após a aula inaugural da disciplina. Os trios apresentaram, em *power point,* uma visão preliminar, com os seguintes pontos dosjogos propostos:

(1) a justificativa do objetivo do jogo (para que ele serve e propõe);

(2) informações sobre a quantidade mínima de integrantes;

(3) as regras do jogo; e

(4) qual(is) conteúdo(s) da matemática financeira o jogo abordou.

A segunda fase ocorreu após três semanas da etapa 1. No momento da apresentação, além de revisitar os pontos tratados na primeira fase com os devidos ajustes, os alunos deveriam inserir os demais pontos do projeto:

(5) o porquê jogá-lo; e

(6) qual proposta para sua comercialização.

Análise dos resultados obtidos

Após as apresentações da primeira fase do projeto, a avaliação formativa resultoudos debates e apresentações dos seminários. Nesta etapa, os expositores argumentaram suas ideias sobre o projeto e os demais alunos junto com o professor realizaram apontamentos dos pontos fortes e fragilidades do jogo. Esta abordagem gerou debates riquíssimos sobre os conteúdos abordados e sua relação interdisciplinar com outras áreasdo saber, levando os alunos a reflexão da relação da matemática financeira com temas como *marketing*, empreendedorismo, *startup*, tecnologia e sustentabilidade.

Na segunda rodada de apresentações, além do mencionado na primeira fase, houve a exposição de protótipos e experimentos. As equipes optaram em realizar as apresentações em *power point* com a elaboração de um relatório final. Além disso, uma das equipes formulou um protótipo do jogo e realizou uma simulação com os alunos da classe e com o professor. Diante do vivenciado para um melhor aprimoramento da abordagem, para as próximas turmas, as seguintes propostas como sugestões:

(1) Incluir no planejamento da disciplina mais um encontro para rodada de

apresentações e orientações da etapa 1. Tal fato justifica-se em virtude de uma das equipes não conseguir vincular nenhum conteúdo da matemática financeira a sua criação de jogo;

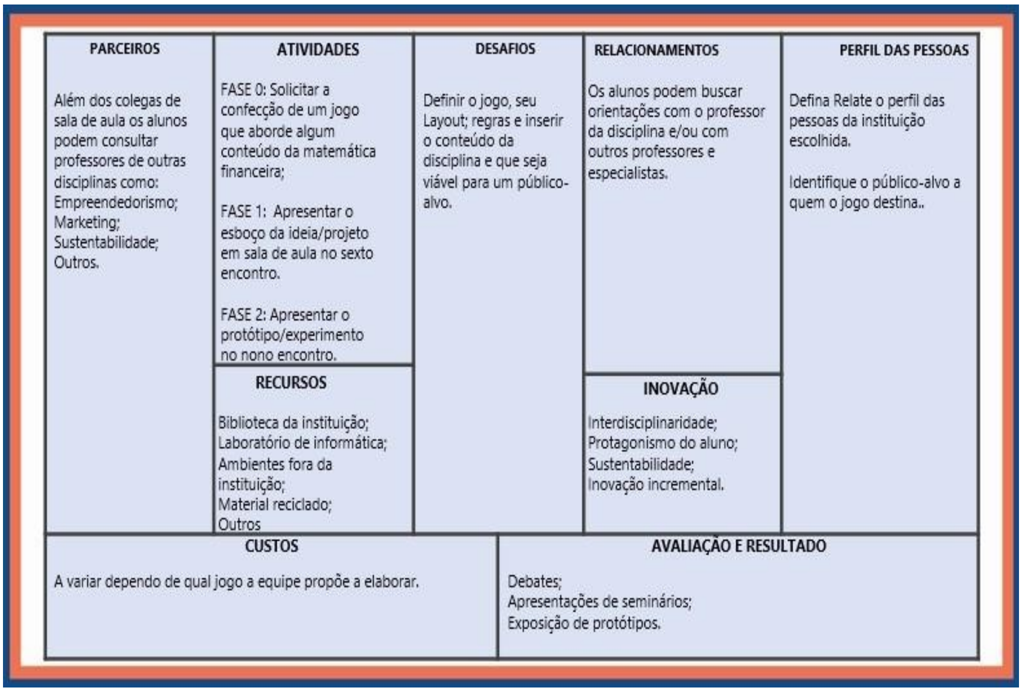
(2) Retirar do rol de opções os conteúdos de porcentagem e juros simples para elaboração de jogos. Tal argumento justifica- se pela predominância destes conteúdos nas atividades elaboradas pelos alunos. Suspeita-se de duas hipóteses que expliquem a preferência por tais conteúdos: (i) domínio por parte dos alunos dos conteúdos de porcentagem e juros simples; (ii) possível dificuldade em abordar outros conteúdos como, por exemplos, juros compostos, sistemas de amortização ou série de pagamentosseja em razão de não domínio ou por não conseguirem contextualizar situações- problema nos jogos nos quais possam inseri-los;

(3) Migrar a execução da atividade para o segundo bimestre da disciplina. Suspeita-se que, com a evolução natural do plano de ensino da disciplina, os alunos sintam-se mais seguros em vincular outros conteúdos da matemática financeira ao jogo.

Apresentação do framework com a síntese da proposta

Figura 4.

Framework "Canvas"



Nota. Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Para a exposição da síntese da proposta neste *Projeto* foi utilizado a ferramenta Canvas e para que fossem executadas com clareza pelos alunos.

Considerações Finais

Esta proposta pedagógica visou relatar as contribuições da metodologia "*do it yourself*" com alunos da disciplina de matemática financeira em uma instituição de ensinosuperior. Numa abordagem interdisciplinar, a elaboração de jogos estimulou a intersecçãodesta disciplina com outros campos de conhecimento.

Entre algumas das criações, houve desde proposta de aplicativo de celular simulando um banco para difundir noções de educação financeira para crianças entre 08(oito) a 10 (dez) anos para contribuir com a redução, no futuro, do número de jovens inadimplentes. Evidenciando uma consciência e criticidade da equipe quanto a realidadedo jovem brasileiro.

Outro jogo em destaque foi o exemplificado neste artigo. O jogo de tabuleiro poderia facilmente ser utilizado como material pedagógico complementar nas turmas deséries iniciais do ensino fundamental. Outro fator interessante, sua confecção ter sido através de material reciclado refletindo não apenas questões de educação ambiental comotambém pelo baixo custo podendo ser utilizado em ambientes não-escolares. Como sugestões para futuras aplicações do método, recomenda-se atentar para as sugestões de melhorias propostas no campo análise dos resultados deste artigo.

Referências

Barroso, D. F; Kistemann, M. A. (2013). Uma Proposta de Curso de Serviço para a disciplina Matemática Financeira. *Revista do Programa de Estudos Pós- graduados em Educação Matemática. PUC/SP*, São Paulo, 15(2), 1-21. https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/13194

Blikstein, P. (2013). Digital Fabrication and "Making" in Education The Democratizationof Invention. FabLab. http://dx.doi.org/10.14361/transcript.9783839423820.203

Braga de Paula, B., de Oliveira, T., & Bertini Martins, C. (2019). Análise do Uso da Cultura Maker em Contextos Educacionais: Revisão Sistemática da Literatura. *RENOTE*, *17*(3), 447–457. https://doi.org/10.22456/1679-1916.99528

Hofmann, R. M., & Moro, M. L. F. (2013). Educação matemática e educação financeira: perspectivas para a ENEF. *Zetetike*, *20*(2), 37–54. https://doi.org/10.20396/zet.v20i38.8646609

Milne, A.P., Riecke, B.E., & Antle, A.N. (2014). Exploring Maker Practice: Common Attitudes, *Habits and Skills from Vancouver's Maker Community.*

Silva, M. Z., Theiss, V., & Rausch, R. R. (2014). Avaliação da aprendizagem na educação superior: relato de uma experiência. *RACE - Revista De Administração, Contabilidade E Economia*, *12*(3), 363–398. Recuperado de https://periodicos.unoesc.edu.br/race/article/view/3349

Sousa, J., & Pinho, M. (2017). Interdisciplinaridade e transdisciplinaridade como fundamentos na ação pedagógica: aproximações teórico-conceituais. *Revista Signos, 38*(2). doi:http://dx.doi.org/10.22410/issn.1983-0378.v38i2a2017.1606

A educação fiscal no contexto da BNCC: explorando abordagens pedagógicas

Fiscal education in the context of the BNCC: exploring pedagogical approaches

Educación fiscal en el contexto de la BNCC: explorando enfoques pedagógicos

Celso Ribeiro Campos[877]
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
https://orcid.org/0000-0001-7371-2437

Andrea Pavan Perin[878]
Faculdade de Tecnologia de São Paulo
https://orcid.org/0000-0002-2791-7682

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Relação da Matemática com outras áreas de conhecimento

Resumo

Este estudo aborda a problemática da inserção da educação fiscal na escola básica a partir da exigência feita pela BNCC em 2018. Tendo sido elencada como um Tema Contemporâneo Transversal (TCT), sua abordagem na escola básica passa a ser obrigatória. Nessa linha, o objetivo deste trabalho é investigar o que é a educação fiscal, qual é o seu objetivo, em que medida ela se alinha com a educação crítica e quais abordagens pedagógicas são possíveis. Para tanto, trazemos o texto da BNCC que se refere à educação fiscal, estudamos o documento oficial que versa sobre o contexto histórico e os pressupostos pedagógicos relativos aos TCTs e apresentamos o Programa Nacional de Educação Fiscal, como ele se dá em termos da nação e dos estados. Adicionalmente, buscamos exemplos de abordagens pedagógicas diversas sobre o tema, as quais trazem uma ótima possibilidade de trabalho com a educação crítica, na medida em que percebemos que a matemática e a Educação Fiscal potencializam a formação da cidadania no aluno.
Palavras-chave: educação fiscal, educação financeira, temas contemporâneos transversais, BNCC, educação crítica.

Abstract

This study addresses the issue of the insertion of fiscal education in basic school from the requirement made by BNCC in 2018. Having been listed as a Transversal Contemporary Theme (TCT), its approach in basic school becomes mandatory. In this line, the objective of this work is to investigate what fiscal education is, what is its objective, to what extent it aligns with critical education and what pedagogical approaches are possible. In order to do so, we bring the BNCC text that refers to fiscal education, we study the official document that deals with the historical context and pedagogical assumptions related to TCTs and we present the National Fiscal Education Program, as it occurs in terms of the nation and of the states. Additionally, we

[877] profcrcampos@gmail.com
[878] andreapavanperin@gmail.com

look for examples of different pedagogical approaches on the subject, which bring a great possibility of working with critical education, as we realize that mathematics and Fiscal Education enhance the formation of citizenship in the student.
Keywords: Fiscal education, financial education, contemporary cross-cutting themes, BNCC, critical education.

Resumen

Este estudio aborda el tema de la inserción de la educación fiscal en la escuela básica a partir de la exigencia realizada por la BNCC en 2018. Habiendo sido catalogado como Tema Contemporáneo Transversal (TCT), su abordaje en la escuela básica se torna obligatorio. En esta línea, el objetivo de este trabajo es indagar qué es la educación fiscal, cuál es su objetivo, en qué medida se alinea con la educación crítica y qué enfoques pedagógicos son posibles. Para ello, traemos el texto de la BNCC que se refiere a la educación fiscal, estudiamos el documento oficial que trata sobre el contexto histórico y los presupuestos pedagógicos relacionados con las TCT y presentamos el Programa Nacional de Educación Fiscal, tal como se da en términos de la nación y de los estados. Además, buscamos ejemplos de diferentes enfoques pedagógicos sobre el tema, que traen una gran posibilidad de trabajar con la educación crítica, ya que percibimos que las matemáticas y la Educación Fiscal potencian la formación de ciudadanía en el estudiante.
Palabras clave: educación fiscal, educación financiera, temas contemporáneos transversales, BNCC, educación crítica

Introdução

Em tempos atuais, temos notado um crescente debate sobre a tributação dos combustíveis, mais especificamente sobre a alíquota do Imposto sobre a Circulação de Mercadorias e Serviços (ICMS), que é cobrado pelos estados brasileiros. Além desse tema, muito também tem sido discutido acerca da lei de responsabilidade fiscal (Brasil, 2000) no âmbito da campanha presidencial visando as eleições de 2022.

Esse debate nos remete a uma reflexão sobre a tributação dos produtos no Brasil e como os impostos são abordados no contexto da escola básica. A educação fiscal foi introduzida como tema contemporâneo transversal (TCT) na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para o ensino fundamental e médio (Brasil, 2018).

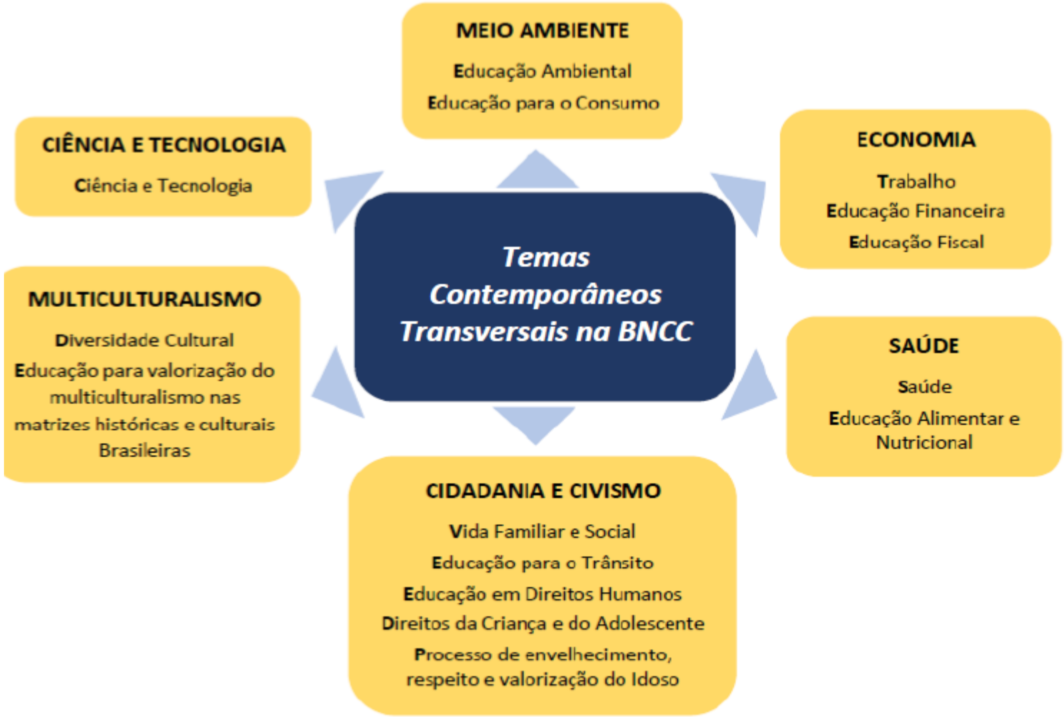
Os TCTs incluem diversos assuntos e cada um deles é vinculado a um parecer ou resolução do Conselho Nacional de Educação (CNE). Teóricos consagrados, que se interrogam sobre o futuro e a importância da educação, defendem a visão da necessária associação do conteúdo escolar com a realidade vivida, consideram que a educação escolar tem responsabilidade de transformar a realidade, trabalhando conteúdos que tenham uma finalidade crítica social (Brasil, 2019).

Na BNCC, são quinze TCTs agrupados em seis macroáreas, conforme mostra a figura 1.

Nessa configuração, a educação fiscal aparece em destaque na macroárea de Economia, juntamente com a educação financeira, evidenciando a sua importância.

Figura 1.

TCTs na BNCC (Brasil, 2019, p. 13)



O caráter normativo torna os TCTs obrigatórios para os currículos da escola básica. Diante disso, o objetivo deste estudo é apresentar uma investigação sobre o que vem a ser a educação fiscal, quais são os seus objetivos, qual sua relação com a educação crítica e como levar a cabo uma abordagem pedagógica do tema.

Para tanto, vamos buscar pesquisas acadêmicas sobre a educação fiscal e vamos examinar propostas pedagógicas sobre o tema, explorando possibilidades de abordagens diversas para contribuir com a construção de material de aula para o professor.

A pesquisa acadêmica sobre o tema da educação fiscal

Sobre os TCTs e os itinerários formativos, muito já se investigou e publicou no contexto da educação financeira (Campos e Coutinho, 2020, Kistemann Junior, Rosa e Orey, 2021, Perin e Campos, 2021), mas sobre a educação fiscal a produção acadêmica é escassa. Uma busca feita em 05/06/2022 no banco de dissertações e teses da CAPES, filtrando por dissertações de mestrado acadêmico e teses de doutorado no período de 2018 a 2022, retornou 116 resultados para educação financeira e apenas 6 para educação fiscal, sendo que destes apenas um é da área de educação matemática.

Todos sabemos que a educação fiscal precisa ser inserida nas aulas da escola básica, mas, diante do exposto, fica evidente a escassez de investigações pedagógicas sobre como fazer essa abordagem ou essa inserção.

Sobre a educação fiscal e a educação crítica

Em termos de marco legal, a educação fiscal é contemplada na Portaria Conjunta do Ministério da Fazenda e da Educação, n. 413, de 31/12/2002, no qual é implementado o Programa Nacional de Educação Fiscal (PNEF), com os objetivos de promover e institucionalizar a Educação Fiscal para o pleno exercício da cidadania, sensibilizar o cidadão para a função socioeconômica do tributo, levar conhecimento ao cidadão sobre administração pública e criar condições para uma relação harmoniosa entre o Estado e o cidadão (MF/MEC, 2002).

A Escola Fazendária do Estado do Rio de Janeiro (EFAZ, n. d.), informa sobre o PNEF foi criado não só para tratar da percepção sobre a importância da arrecadação dos tributos, mas também da correta alocação dos recursos, tendo como objetivo a construção de uma consciência voltada ao exercício da cidadania, favorecendo a participação cidadã em um efetivo controle social e fiscal para melhorar a relação do Estado com a sociedade.

Já no estado de São Paulo, a educação fiscal é oferecida pelo Grupo de Educação Fiscal Estadual (GEFESP, n. d.), o qual informa que ela tem por objetivo dar base ao pleno exercício da cidadania por meio da sensibilização do cidadão quanto à importância dos tributos para a sociedade e economia, bem como quanto à relevância do controle social dos gastos públicos e da transparência na aplicação dos recursos.

Ainda buscando uma conceituação para a educação fiscal, encontramos o documento base do PNEF, o qual atesta que ela é um “processo educativo que visa à construção de uma consciência voltada ao exercício da cidadania, objetivando e propiciando a participação do cidadão no funcionamento e aperfeiçoamento dos instrumentos de controle social e fiscal do Estado” (BRASIL, 2017, p. 6).

Diante do exposto, entendemos que as principais finalidades da educação fiscal dizem respeito à conscientização sobre os direitos e deveres fiscais do cidadão, compreensão da função socioeconômica dos tributos como viabilizadores e financiadores de políticas públicas e, ainda, o entendimento sobre a incidência dos tributos no cotidiano do cidadão.

Dessa forma, o trabalho com a educação fiscal abre espaço para uma educação crítica, na medida em que se discute a importância social dos tributos e se propõe a debater o controle dos gastos públicos, entre outras coisas.

De acordo com Moraes et al. (2003, p. 204), os Temas Contemporâneos Transversais favorecem uma pedagogia com viés político social, pois eles

> [...] são o caminho ideal para a politização de nossos alunos, indo além do discurso dos PCN, na consecução de uma sociedade igualitária. São eles que permitem a apropriação de conceitos, mudanças de atitudes e procedimentos onde cada aluno participará de forma autônoma na construção e melhorias da comunidade em que se insere.

Esse argumento se alinha com a Educação Crítica, a qual nos remete a um objetivo de caráter social do ensino/aprendizagem, que além de procurar dar significado aos conteúdos, procura fazê-lo de forma democrática, incentivando o desenvolvimento, nos alunos, de espírito crítico, responsabilidade ética e conscientização política.

Nessa linha, D'Ambrosio (2002) assevera que a educação deve possibilitar ao estudante a "aquisição e utilização de instrumentos comunicativos, analíticos e materiais que serão essenciais para seu exercício de todos os direitos e deveres intrínsecos à cidadania" (p. 66).

Um dos grandes expoentes da educação crítica, Paulo Freire defendia que a educação deveria ser, acima de tudo, uma tentativa constante de mudança de atitude, de criação de disposições democráticas por meio das quais se substituíssem hábitos de passividade por outros de participação e de ingerência na realidade do educando. Assim, haveria de ser a atitude de uma educação crítica e criticizadora que levasse o homem a uma nova postura diante dos problemas de seu tempo e de seu espaço (FREIRE, 1965).

Uma característica fundamental da educação crítica é a valorização da reflexão e da conscientização. A reflexão que a educação crítica freiriana propõe, por ser autêntica, não é sobre um homem abstrato nem sobre um mundo sem homem, mas sobre os homens em suas relações com o mundo. A conscientização do homem o leva a assumir uma postura de autorreflexão e de reflexão sobre seu tempo e seu espaço, resultando na sua inserção na história, não mais como espectador, mas como figurante e autor. Assim, ele vai dinamizando o seu mundo, vai dominando a sua realidade e vai humanizando-a. Vai acrescentando a ela algo de que ele mesmo é o fazedor e, dessa forma, faz cultura.

Diante disso, entendemos que problematizações envolvendo a educação fiscal abrem espaço para discussões e debates com os alunos sobre o conceito de cidadania, de responsabilidade social do indivíduo e do poder público, o que se mostra em linha com os conceitos de educação crítica evidenciados.

Como inserir a educação fiscal na escola básica: sugestões pedagógicas

Uma primeira ideia de inserir a educação fiscal em aulas de Matemática da educação básica pode ser relacionando-a ao cálculo de porcentagens, pois ela

> Aparece em situações que envolvem cálculos de impostos, juros, multas, descontos, bulas de remédios, produtos alimentícios e de limpeza, anúncios/cartazes (de lojas, farmácias, supermercados quando estão com alguma promoção), jornais, rádio, televisão, livros didáticos e científicos, propaganda política, constituição brasileira, hollerith, contratos de aluguel, notas fiscais, etc. (Andrade, 1998, p. 103).

Santos (2019, p. 83) acredita que "os impostos podem ser usados para introduzir o conteúdo porcentagem nas aulas de matemática, porque o primeiro depende do segundo."

Andrade (1998) propõe um problema envolvendo porcentagem e cálculo de imposto, o qual é mostrado na figura 2.

Figura 2.

Abordagem de impostos por meio de porcentagem (Andrade, 1998, p. 16)

Numa loja de artigos de vestuário, tem-se 20% de desconto, mas é necessário pagar um imposto de venda de 17%.
a) O que é preferível calcular primeiro: o desconto ou o imposto?
b) Imagina agora que o preço do artigo que compraste é de R$ 1000,00. Quanto pagarás, se o vendedor fizer primeiro o desconto? E se o vendedor aplicar primeiro o imposto?
c) Comenta os resultados que obtivesse e compara-os com a tua resposta inicial.
d) Tenta com outros valores à tua escolha. Que conclusões tiras?

Embora a proposta do autor seja interessante, esse exemplo foge da realidade, na medida em que não especifica a base de cálculo do imposto. Não obstante, Santos (2019) acredita que com esse problema já é possível discutir com os alunos conceitos ligados ao exercício da cidadania no que diz respeito aos impostos.

> - O que são impostos? Para que servem? Estão a serviço de quem?
> - Como são usados os impostos de nossa cidade? De nosso Estado? De nosso país? E de outros países?
> - É justo o pagamento de impostos?
> - Como seria o mundo sem pagamento de impostos?
> - Quem paga mais impostos são os ricos ou os pobres?

> - Quais as relações entre impostos e fome? Quem se beneficia dos impostos?
> - Quais são os impostos que você, sua família e as pessoas de seu bairro pagam? Para que eles servem?
> - Como funciona a política de descontos no comércio?
> - Como a Matemática se relaciona com essas coisas? Qual a nossa responsabilidade nessas coisas? (Santos, op. cit., p. 89)

A abordagem dada por Santos (op. cit.) ao problema proposto por Andrade (1998) abre margem para debates e discussões sobre contextos sociais e políticos agregados à cobrança de impostos, o que está em linha com os objetivos da educação crítica.

Em outra atividade (figura 3), Santos (2019) propõe uma situação na qual é apresentado o imposto pago por um profissional autônomo (padeiro).

Figura 3.

Impostos em atividades profissionais (Santos, 2019, p. 142)

Um padeiro produz bolos Rocambole de 400g a unidade e revende em 8 porções. Sabendo que pelo menos três porções é pago em impostos e, que o todo sai a um custo de R$ 5,60, com todas as despesas inclusas, encontre:
a) O imposto pago pelo padeiro?
b) O imposto pago para produzir 800g de Rocambole? E 1 kg?
c) Qual a taxa percentual pago pelo padeiro nos dois casos anteriores?
d) Se em uma encomenda o padeiro vender R$ 56,00 de Rocambole, que porcentagem ele paga de imposto?
e) Quanto de imposto, é pago por porção?

Essa atividade nos parece bastante apropriada para abordar a educação fiscal na escola básica, pois expõe a problemática da cobrança de imposto para microempreendedores, além de dar a chance de se perceber que parte do valor cobrado por um produto ou serviço é referente ao imposto envolvido na atividade profissional.

O trabalho de Hermínio (2008) sugere uma atividade (figura 4) voltada para o entendimento e discussão sobre um imposto conhecido pela sigla de ICMS, que é o Imposto sobre a Circulação de Mercadorias e Serviços. A atividade em questão foi aplicada pelo autor em uma turma de ensino médio, mas como se tratava de uma tarefa para casa, ela não foi analisada em sua obra. O problema apresenta uma temática relevante, pois evidencia que o imposto é cobrado sobre o total da fatura e não sobre o valor do serviço. Isso faz com que a alíquota seja subestimada pelo cidadão.

Figura 4.

ICMS na fatura de energia elétrica (Hermínio, 2008, p. 117)

Tarefa para casa:

Numa fatura de energia elétrica de valor total igual a R$97.43, é declarada a cobrança do ICMS, que corresponde a uma taxa de 27%. Veja como isso aparece:

Demonstrativo de Tributos			
Descrição	Alíquota	Base do Cálculo	Valor em R$
ICMS	27,00%	R$ 97,43	26,30

a) Você concorda que a base do cálculo do ICMS seja R$ 97,43? Por quê?

b) Qual a taxa de ICMS que realmente é cobrada em uma fatura de energia elétrica como essa?

c) O que podemos concluir sobre isso?

Questões:

a) Você sabe o que significa ICMS? Para que serve esse imposto?

b) É realmente necessário que a taxa de ICMS seja cobrada?

c) Para que servem os impostos?

d) Como são usados os impostos de nossa cidade? E do nosso estado? E do nosso país?

Essa atividade proposta por Hermínio (2008) também tem bastante aderência com os princípios da educação crítica, pois permite a discussão sobre a forma como os impostos são cobrados, como o consumidor é informado sobre o tributo, além de permitir diversos outros questionamentos importantes que são expostos na figura 4.

A educação fiscal também apareceu no contexto da prova de letramento financeiro do PISA (sigla em inglês para Programa Internacional de Avaliação de Estudantes), aplicado em 2015 no Brasil. Foram três questões cujo enunciado está na figura 5. Alertamos que a prova em questão informava que as questões envolviam situações hipotéticas vividas em uma localidade chamada Zedlândia, cuja moeda corrente era chamada Zed. O PISA é aplicado periodicamente em estudantes com 15 anos de idade.

Figura 5.

Situação hipotética apresentada na prova do PISA (2015)

Sara recebe esta fatura pelo correio.

BC

Boas Compras

Fatura
Número da Fatura: 2034
Data de emissão: 28 de fevereiro

Sara Santos
Rua da Esperança, 100
Bairro do Sol
Zedlândia 0310

Boutique Boas Compras
Rua do Desconto, 10
Bairro Alvorada
Zedlândia 0320

Código do Produto	Descrição	Quantidade	Custo Unitário	Total (excluindo imposto)
C011	camiseta	3	20	60 zeds
J023	*jeans*	1	60	60 zeds
CH002	echarpe	1	10	10 zeds

Total Excluindo Impostos:	130 zeds
Imposto 10%:	13 zeds
Taxa de postagem:	10 zeds
Total incluindo Impostos:	153 zeds
Valor Pago:	0 zeds
Total devido:	153 zeds
Data de vencimento:	31 de março

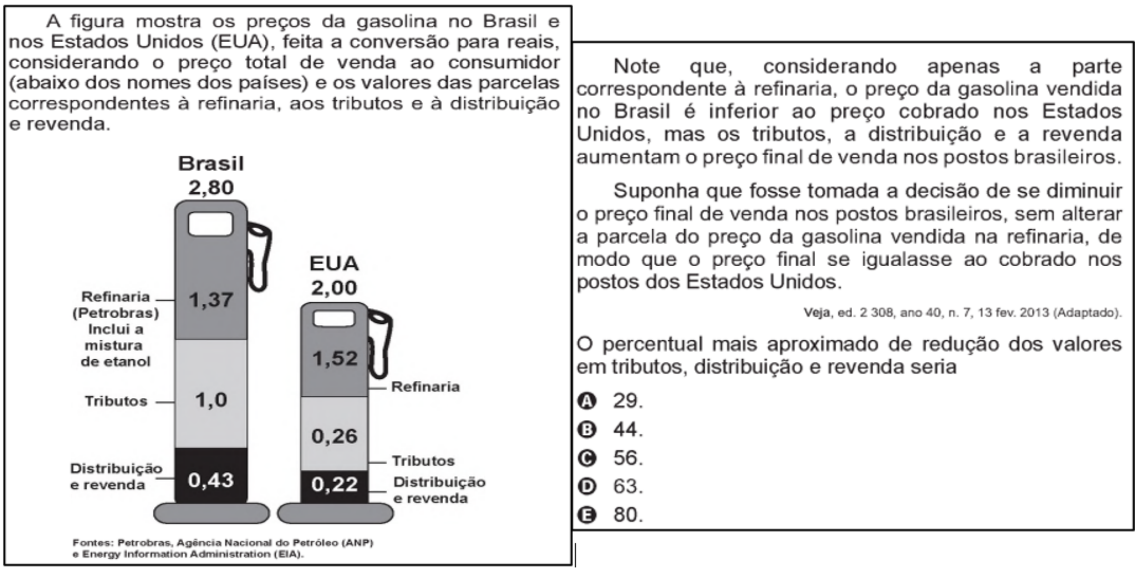
A primeira questão pergunta por que a fatura foi enviada para Sara. A segunda questão indaga quanto a Boutique Boas Compras cobra pelo serviço de entrega. Já a terceira questão sugere que Sara percebe um erro na fatura, pois teria comprado duas camisetas e não três. Nesse contexto, considerando a postagem como um valor fixo, a questão indaga qual seria o valor total da nova fatura.

Essas questões abordam diversos conceitos importantes para a educação fiscal, como por exemplo o reconhecimento do objetivo da nota fiscal (ou fatura), que é contemplado na primeira questão. Outra característica interessante desse problema é o fato de a nota fiscal apresentar o preço dos produtos sem o imposto, sendo esse valor a base de cálculo do tributo. Isso não é comum no Brasil, pois em nosso país o imposto estadual, que é cobrado no consumo, é calculado sobre o total da nota fiscal, que inclui o preço dos produtos e o próprio imposto. Essa problemática pode dar origem a discussões com os alunos sobre a vantagem ou desvantagem desse tipo de cálculo, além de questionamentos sobre o porquê de a cobrança de impostos ser feita dessa forma. Na última questão relativa a esse problema existe a oportunidade de debater com os alunos a importância de se ler com atenção a nota fiscal. No caso apresentado houve um erro na cobrança e isso dá margem a discutir com os alunos os direitos do consumidor e a importância de se ficar atento para não pagar algo que não foi comprado ou consumido.

Além dessa abordagem do PISA que aqui destacamos, houve, na edição de 2014 do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), a incidência de uma questão abordando uma problemática ligada à tributação, a qual mostramos na figura 6.

Figura 6.

Tributos sobre combustíveis em questão do ENEM (MEC/INEP, 2014)


A figura mostra os preços da gasolina no Brasil e nos Estados Unidos (EUA), feita a conversão para reais, considerando o preço total de venda ao consumidor (abaixo dos nomes dos países) e os valores das parcelas correspondentes à refinaria, aos tributos e à distribuição e revenda.

Note que, considerando apenas a parte correspondente à refinaria, o preço da gasolina vendida no Brasil é inferior ao preço cobrado nos Estados Unidos, mas os tributos, a distribuição e a revenda aumentam o preço final de venda nos postos brasileiros.

Suponha que fosse tomada a decisão de se diminuir o preço final de venda nos postos brasileiros, sem alterar a parcela do preço da gasolina vendida na refinaria, de modo que o preço final se igualasse ao cobrado nos postos dos Estados Unidos.

Veja, ed. 2 308, ano 40, n. 7, 13 fev. 2013 (Adaptado).

O percentual mais aproximado de redução dos valores em tributos, distribuição e revenda seria

A 29.
B 44.
C 56.
D 63.
E 80.

Essa questão do ENEM, embora seja da edição de 2014, apresenta uma temática interessante e bastante atual diante da situação que vivemos no Brasil de aumentos sucessivos dos preços dos combustíveis e tentativa do governo de limitar a cobrança de impostos estaduais na venda ao consumidor. O trabalho com essa questão em uma sala de aula de ensino médio pode suscitar debates profícuos acerca da tributação dos combustíveis, além de permitir uma abordagem do impacto da inflação na vida das pessoas. Dito de outra forma, o tema é importante para a educação financeira (inflação e orçamento doméstico), assim como para a educação fiscal (impacto dos tributos nos preços).

Considerações finais

Nossa investigação mostrou uma escassez de pesquisas acadêmicas sobre a educação fiscal. Mesmo sendo uma exigência recente, publicada na BNCC em 2018, notamos que a educação fiscal não vem tendo o mesmo tratamento que a educação financeira. Não obstante essa escassez, pudemos levantar e apresentar algumas propostas pedagógicas sobre algumas possibilidades de abordagem de temas relativos à educação fiscal para a escola básica. Para além dos conteúdos matemáticos, percebemos que o trabalho com a educação fiscal permite que se façam abordagens pedagógicas valorizando a educação crítica, conforme descrevemos com apoio nos trabalhos de D'Ambrosio (2002) e Freire (1965), na medida em que nos parece mister que o debate sobre a necessidade dos impostos e como o poder público utiliza o dinheiro arrecadado nos parece essencial para o pleno desenvolvimento da cidadania dos estudantes.

Por fim, nos cabe destacar que este estudo não pretende esgotar o assunto, mas sim abrir caminho para um aprofundamento do tema em pesquisas subsequentes, na medida em que acreditamos que *a matemática e a Educação Fiscal potencializam a formação da cidadania no aluno.*

Referências

Andrade, S. (1998). *Ensino–aprendizagem de matemática via resolução, exploração e decodificação de problemas e a multicontextualidade da sala de aula.* 1998. [Dissertação DE Mestrado em Educação Matemática de UNESP de Rio Claro].

Brasil. (2000). Lei Complementar n. 101 de 4 de maio de 2000. Brasília. Retirado em 03/06/2022 de: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/lcp/lcp101.htm>.

Brasil. (1996). Parâmetros Curriculares para o Ensino Médio. Brasília: MEC/SEF.

Brasil. (2017). *Programa Nacional de Educação Fiscal – PNEF*. Documento Base. Programa Nacional de Educação Fiscal. 3. ed. Brasília: Ministério da Fazenda. Escola de Administração Fazendária (ESAF), 36 p. (Série Educação Fiscal).

Brasil. (2018). Base Nacional Comum Curricular: educação é a base. Brasília: MEC/SEB.

Brasil. (2019). Temas Contemporâneos Transversais na BNCC: contexto histórico e pressupostos pedagógicos. Brasília: MEC/SEB.

Campos, C. R., & Coutinho, C. Q. S. (orgs.) (2020). *Educação financeira no contexto da educação matemática: pesquisas e reflexões*. Taubaté: Akademy.

D'Ambrosio, U. (2002). *Etnomatemática– Elo entre tradições e modernidade*. 2a ed. Belo Horizonte: Autêntica.

EFAZ/RJ. (n. d.). Programa Nacional de Educação Fiscal. Rio de Janeiro: SEFAZ/RJ. Disponível em: <http://www.efaz.fazenda.rj.gov.br/. Acesso em 03/06/2022.

Freire, P. (1965). *Educação e liberdade*. Rio de Janeiro: Paz e Terra.

GEFESP. (n. d.). Sobre a educação fiscal. São Paulo: Governo do Estado de São Paulo. Retirado em 03/06/2022 de: <https://www.educacaofiscal.sp.gov.br/>.

Herminio, P. H. (2008). Matemática financeira: um enfoque da resolução de problemas como metodologia de ensino e aprendizagem. [Dissertação de Mestrado em Educação Matemática da UNESP de Rio Claro].

Kistemann Junior, M. A.; Rosa, M., & Orey, D. C. (2021). *Educação financeira: olhares, incertezas e possibilidades*. Taubaté: Akademy.

MEC/INEP. (2014). Exame Nacional do Ensino Médio. Brasília. Disponível em: https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/enem/provas-e-gabaritos

MF/MEC. (2002). Portaria n. 413 de 31 de dezembro de 2002. Implementa o Programa Nacional de Educação Fiscal (PNEF). DOU, Brasília, 02/01/2003, Seção 1, p. 4. Retirado em 03/06/2022 de: <http://normas.receita.fazenda.gov.br/sijut2consulta/link.action?visao=anotado&idAto=27597>.

Moraes, M. S. S. et al. (2003). Temas político-sociais/transversais na educação brasileira: o discurso visa à transformação social? *Ciência Geográfica*, Bauru, v. 9, n. 2, p. 199-204.

OECD (2017), PISA 2015 Results (Volume IV): Students' Financial Literacy, PISA, OECD Publishing, Paris, http://dx.doi.org/10.1787/9789264270282-en.

Perin, A. P, & Campos, C. R. (2021). Educação financeira: uma possibilidade de integração com a educação estatística. *ReviSeM*, n. 1, p. 339-358.

Santos, R. O. (2020). Educação fiscal nas aulas de matemática: cenários para investigação e exploração de problemas. [Dissertação de Mestrado em ensino de ciências e educação matemática da UEPB].

IX CIBEM
Congresso Iberoamericano de Educação Matemática
05 a 09 de dezembro de 2022
FISEM
SBEM
PUC-SP 75 anos 1946 • 2021

Modelagem Matemática e Astronomia: o estudo de um meteoro

Modelado Matemático y Astronomía: el estudio de un meteoro

Mathematical Modeling and Astronomy: the study of a meteor

Amanda Faria de Oliveira[879]
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sul de Minas Gerais
0000-0002-0768-8157

Jenifer Rodrigues Teixeira[880]
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sul de Minas Gerais
0000-0002-4688-9429

Cintia da Silva[881]
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sul de Minas Gerais
0000-0002-6666-5713

Modalidade: Comunicação Cientifica
Núcleo Temático: Relação da Matemática com outras áreas de conhecimento

Resumo

Este trabalho apresenta uma pesquisa desenvolvida com o objetivo de obter um modelo para a trajetória de um meteoro que atingiu a atmosfera da terra, em janeiro de 2022 e quepôde ser avistado na Região do Triângulo Mineiro em Minas Gerais, Brasil. Com os resultados obtidos, espera-se contribuir para o estudo de meteoros e apresentar ferramentas para que professores explorem a temática nas salas de aula. As informaçõesaqui utilizadas foram extraídas da Rede Brasileira de Monitoramento de Meteoros (BRAMON) e analisadas com o auxílio do *software tracker*. O modelo foi obtido por meio de sistemas lineares, e com isso pode-se discutir os resultados e validar o modelo matemático. Frisamos que ao explorar conceitos da astronomia via modelagem matemática o ensino de matemática torna-se menos abstrato e mais interessante, pois dessa forma o aluno consegue enxergar o papel da matemática em outras áreas do conhecimento bem como a sua utilidade na tomada de decisões.

Palavras-chave: Astronomia, Modelagem Matemática, Meteoro, *Tracker*.

Abstract

This work presents a research developed with the objective of obtaining a model for the trajectory of a meteor that hit the Earth's atmosphere in January 2022 and could be seen in the Triângulo Mineiro Region in Minas Gerais, Brazil. With the results obtained, it is expected to

879 amandafoliveira09@gmail.com
880 jeniferrodriguesteixeira@gmail.com
881 cintia.dasilva@ifsuldeminas.edu.br

contribute to the study of meteors and present tools for teachers to explore the theme in classrooms. The information used here was extracted from the Brazilian Meteor Monitoring Network (BRAMON) and analyzed with the help of tracker software.The model was obtained through the method of least squares, and with that the results can be discussed and the mathematical model validated, comparing the values with those provided by BRAMON. We emphasize that when exploring astronomy concepts via mathematical modeling, mathematics teaching becomes less abstract and moreinteresting, because in this way the student can see the role of mathematics in other areasof knowledge as well as its usefulness in decision making.

Keywords: Astronomy, Mathematical Modeling, Meteor, Tracker.

Introdução

Segundo Iachel (2011) quando pequenos vestígios vindos do espaço (pedaços de rochas por exemplo) cruzam a atmosfera da Terra, surge o fenômeno luminoso que conhecemos como meteoro. A luminosidade do evento está relacionada com o atrito do ar que ocasiona o aquecimento do corpo ao atingir a atmosfera terrestre, econsequentemente produz um rastro luminoso, que popularmente é chamado de estrela cadente.

Ressaltamos que o corpo antes de cruzar a atmosfera é chamado de meteoroide, ao atingi-la passa a ser um meteoro, e caso toque o solo é denominado meteorito. Posteriormente, esses conceitos serão retomados no texto.

Na noite de 14 de janeiro de 2022, a passagem de meteoro pela Região do Triângulo Mineiro foi detectada pelas câmeras da Rede Brasileira de Observação de Meteoros (BRAMON), o fenômeno também pôde ser avistado por diversos moradores da região. O corpo atingiu a atmosfera da Terra em um ângulo de 38,6°, em relação ao solo, e começoua brilhar a 86,6 km de altitude. Seguiu a 43,7 mil km/h, percorrendo 109,3 km em 9,0 segundos, e desapareceu a 18,3 km de altitude (BRAMON, 2022).

Com origens na Matemática Aplicada, a partir da década de 1970, a modelagem matemática passou por uma transposição para a Educação Matemática. Apesar de haver diversas formas de compreendê-la na literatura, concordamos com Kluber e Burak (2012) ao afirmarem que a modelagem trata-se da investigação de um assunto qualquer, e que apartir dessas especulações, recursos matemáticos podem sem aplicados para a obtenção de um modelo que descreva os resultados encontrados. Isto vai ao encontro do que afirmam Biembengut e Hein (2000). Eles ressaltam que os modelos podem ser encontrados "utilizando expressões numéricas ou fórmulas, diagramas, gráficos ou representações geométricas, equações algébricas, tabelas etc".Barbosa (2003) também complementa o entendimento ao qual defina a modelagem matemática como uma alternativa para a aplicação da matemática em outras áreas do conhecimento e nocotidiano.

Diante disso, torna-se mais clara a influência da modelagem no estudo de diferentes assuntos, concordando com Bassanezi (2016) que frisa a importância de buscar o equilíbrio e harmonia entre a teoria e a prática, mostrando o valor intrínseco da matemática, assim como sua plasticidade e beleza, como ferramenta para o entendimentode outras áreas. Assim, destaca-se a presença dos modelos matemáticos nas ciências em geral, tanto para o desenvolvimento de fórmulas quanto de teorias, sendo comumente notados principalmente na Física (BARBOSA, 2009).

Sendo assim, objetivamos contribuir para os estudos relacionados a meteoros, chegara um modelo matemático que descreva o movimento do corpo e fornecer subsídios para que professores explorem a temática na sala de aula. Ressaltamos que esse texto é continuação de uma pesquisa já desenvolvida sobre o assunto (OLIVEIRA, A.F.; SILVA,C.; SANDER, Renan S., 2022).

Meteoros

Apesar de serem confundidos como sendo a mesma coisa, os meteoros, meteoritos, asteroides e cometas são corpos distintos, sua composição química e nomenclatura podemvariar dependendo do lugar do espaço em que surgem.

Os meteoroides são corpos menores que asteroides, que vagueiam pelo espaço. Eles podem representar restos de destroços vindos de colisões entre asteroides, cometas ou outros corpos, e podem ser fragmentos derivados da formação do Sistema Solar. Inúmerosmeteoroides cruzam a atmosfera terrestre todos os dias (IAG JÚNIOR, 2019).

Quando um meteoroide atravessa a atmosfera da terra, surge um fenômeno muito luminoso, o meteoro. Essa luminosidade ocorre devido ao aquecimento do corpo ao cruzar a atmosfera, ocasionado pelo atrito com o ar, deixando assim, um rastro de luz no céu. Os meteoros também são conhecidos popularmente por estrela cadente, e podem seravistados sozinhos ou em conjunto, dando a origem ao fenômeno denominado chuva de meteoros.

A chuva de meteoros é um evento que acontece devido a passagem de cometas que cruzam a órbita da Terra e deixam fragmentos de suas caudas, que são aquecidos pelopróprio

Sol. Assim, surge a “chuva de meteoros”, que ocorre quando diversos meteoros surgem de um mesmo ponto em comum chamado “radiante” (IAG, 2013).

Segundo o Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas da USP, os cometas são corpos rochosos e gelados, os quais só podem ser observados quando orbitam próximos ao Sol, já que absorvem grande parte da luz solar que incide na sua superfície, tornando-se impossível visualizá-los a partir da Terra. Embora meteoros e cometas sejam corpos rochosos, existem algumas diferenças entre esses corpos, o segundo libera vapores que originam sua cauda (devido a volatização, ao se aproximaremdo sol) e são vistos por mais tempo no céu, enquanto o primeiro aparece por um curto período.

Os meteoros podem ser confundidos com meteoritos, no entanto, os meteoritos são os fragmentos de um meteoroide que conseguiu superar a elevada temperatura ocasionada pelo atrito com ar da atmosfera terrestre. Logo, quando um meteoroide cruzaa atmosfera e colide com a superfície, ele passa a ser chamado de meteorito. Esses corpospodem chegar a pesar 570 quilos ou até mesmo 60 toneladas, que é o peso do maior meteorito já encontrado (MARTÍNEZ-FRÍAS, Jesús; GARCÍA GUINEA, Javier; BENITO, R., 1989).

Para mais detalhes sobre meteoros, asteroides, meteoritos, meteoroides e cometas recomendamos (LANGHI, Rodolfo; NARDI, Roberto., 2007).

Modelagem Matemática

A modelagem matemática pode ser vista como uma forma de estudar conceitos extra matemáticos por meio da matemática, sendo assim, é possível compreender fenômenos da realidade através da modelagem e dessa forma, entender e refletir sobre o papel da matemática no cotidiano.

Sendo assim, concordamos com Almeida e Dias (2004) ao definirem a modelagem matemática como uma forma de analisar problemas da realidade, desenvolver hipóteses simplificadoras e obter modelos matemáticos que descrevam a situação problema. Para além disso, no desenvolvimento de uma modelagem, é indispensável uma reflexão acerca dos resultados obtidos.

Portanto, é fundamental que haja uma percepção dos conceitos matemáticos envolvidos, bem como se os resultados encontrados condizem com a realidade em estudo,de forma que, em algumas situações, o modelo pode ser melhorado através de modificações nas hipóteses simplificadoras e no próprio desenvolvido matemático.

Logo, entende-se a modelagem matemática como um processo cíclico, onde cadaetapa envolvida pode ser retomada e modificada, objetivando um modelo que descreva cada vez melhor o problema em questão.

De acordo com Silva (2011) uma atividade de modelagem matemática pode ser desenvolvida de maneiras diferentes, dependendo dos objetivos e do nível de escolaridade onde será trabalhada. Portanto, estabelecer sob qual perspectiva a modelagem seráabordada depende da situação em questão. Para mais detalhes das formas como amodelagem matemática pode ser concebida, recomendamos (SILVA, Cíntia da., 2011).

Neste trabalho, adotaremos a perspectiva de Burak (1992). Para ele a modelagemé um "conjunto de procedimentos cujo objetivo é estabelecer um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e a tomar decisões" (p. 62). Segundo essa percepção, Burak(1994, 2004) sugere cinco etapas para o desenvolvimento da modelagem: escolha do assunto, pesquisa sobre o tema, levantamento da situação problema, resolução do problema através da matematização (etapa em que o modelo é construído) e reflexão dassoluções.

Obtendo o modelo matemático: da situação problema à validação do modelo

A partir da notícia "Bólido ilumina a noite no Triângulo Mineiro" disponível no site da BRAMON[882] desenvolvemos a modelagem matemática com base na seguinte situação problema: encontrar um modelo matemático que descreva a trajetória do meteoro.

Na construção do modelo, utilizamos o *software* de vídeo-análise *traker*[883] para obtermos algumas informações do meteoro. O primeiro passo consiste na calibração do *software* com dados "reais" do fenômeno, logo para isso, foi utilizado o valor da altitudedo meteoro, 86,60 km. Após isso, foi possível delimitar a localização do corpo em cada instante de tempo, bem como sua trajetória (Figura 1):

Figura 1.

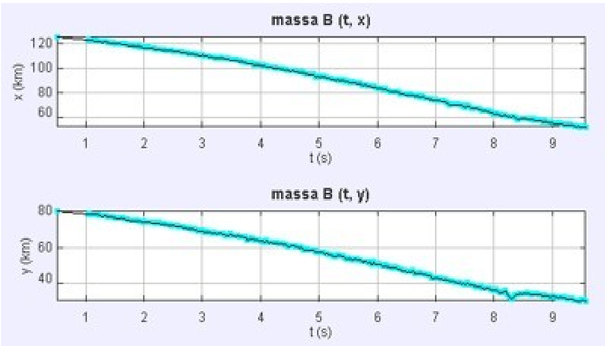
[882] Disponível em http://www.bramonmeteor.org/bramon/bolido-ilumina-a-noite-no-triangulo-mineiro/
[883] https://physlets.org/tracker/

Trajetória do meteoro obtida com Tracker.

Veja que em rosa tem-se o eixo das coordenadas, em verde a trajetória do corpo em cada instante de tempo e em azul a altitude que o meteoro começa a ser visto, a exatos80,6 km. Além dessas informações, o *tracker* forneceu alguns gráficos (Figura 2):

Figura 2.

Gráficos dos deslocamentos em função do tempo.



Os gráficos indicam o deslocamento do meteoro em cada eixo (em quilômetros) em função do tempo (em segundos). Não obstante, por fim, são exibidas algumas tabelascom os valores do tempo e dos deslocamentos.

Com base nessas informações, delimitamos as seguintes hipóteses simplificadoras:

Hipótese 1: O observador encontra-se em cima do eixo de coordenadas x, exatamente na mesma posição que o segmento em azul (figura 1).

Hipótese 2: O observador vê a trajetória do meteoro igual à fornecida pelo *software* (figura 1).

Hipótese 3: A trajetória do corpo pode ser considerada uma reta.Hipótese 4: O movimento do meteoro acontece no plano xy.

Para encontrar um modelo que descreva a trajetória do meteoro, iniciamos a faseda matematização:

Como a trajetória do corpo pode ser considerada uma reta, temos que o modelo da trajetória será do tipo $at + b = y$, onde t é o tempo em segundos, y é a altitude do meteoro em quilômetros. Para obter os valores dos coeficientes[884] a e b respectivamente pode-se aplicar o método dos mínimos quadrados, no entanto, para alcançar tais resultados utilizamos sistemas lineares do primeiro grau.

Além dos dados que aqui foram mostrados, o *tracker* forneceu uma tabela com osvalores do $tempo$, $deslocamento\ vertical\ x(m)\ e\ deslocamento\ horizontal\ y(m)$ que corresponde a altitude do meteoro. Consideramos apenas o $tempo$ e o $deslocamento\ horizontal\ y(m)$ nos cálculos do modelo.

Como mostrado pelo *software*, no $tempo\ inicial\ t = 0{,}500\ s$, o corpo estava a uma altitude de $y = 80{,}56\ km$. Já no $tempo\ final\ t = 9{,}567\ s$, o objeto encontrava-se à uma altitude de $y = 30{,}26\ km$. Sabendo disso, foi possível estabelecer uma relação entre os valores, chegando ao seguinte sistema:

$$\begin{aligned} 0{,}500a + b &= 80{,}56 \\ 9{,}567a + b &= 30{,}26 \end{aligned} \qquad (1)$$

feito isso, foi utilizado o método da substituição para chegar ao valor do coeficiente a:

$$b = 80{,}56 - 0{,}500a\ , \qquad (2)$$

então realizando a substituição na segunda equação:

$$9{,}567a + 80{,}56 - 0{,}500a = 30{,}26\ ,$$

logo, após realizar as manipulações algébricas, obtemos que o valor do coeficienteangular a é $a = -5{,}55$.

Para encontrar o coeficiente linear b substitui-se o valor de $a = -5{,}55$ em (2),portanto, obtemos que $b = 83{,}36$.

Sendo assim, o modelo que descreve a trajetória do meteoro aqui estudado tem a seguinte lei de formação:

$$-5{,}55t + 83{,}36 = y.$$

[884] Coeficiente angular a: é a medida que caracteriza a declividade de uma reta em relação do eixo das abscissas de um plano cartesiano. Coeficiente linear b: indica por qual ponto numérico a reta intercepta o eixo das ordenadas.

Ao testarmos o modelo, fazendo substituições nos valores de t e y, pudemos observar que os valores encontrados estavam bem próximos dos disponibilizados pela tabela do t*racker*. Tal diferença pode ser justificada pelos arredondamentos feitos durante os cálculos para encontrarmos o coeficiente angular e linear, e também durante o processode vídeo-análise.

Veja uma das validações que foi feita, ao considerarmos $t = 3{,}533\ s$:

$-5{,}55.\ (3{,}533) + 83{,}36 = y \rightarrow y = 63{,}75\ km$. Na tabela, quando $t = 3{,}533\ s$, o meteoro encontrava-se a uma altitude de $y = 66{,}74\ km$. Logo, pode-se perceber que o modelo encontrado, aproxima-se consideravelmente das medidas reais do fenômeno, tendo em vista que outros testes foram realizados.

Conclusões

De acordo com os resultados encontrados anteriormente, concluímos que omodelo obtido descreve, com certo grau de precisão, a trajetória do meteoro estudado, demodo que o mesmo pode ser utilizado para fazer algumas previsões a respeito do movimento do meteoro, desde que as hipóteses simplificadoras sejam semelhantes as queaqui foram consideradas, principalmente a hipótese 3.

Não obstante, percebe-se que o valor negativo do coeficiente angular indica quea trajetória é decrescente, o que de fato corresponde com a realidade do fenômeno, já queo meteoro estava perdendo altitude com o decorrer do tempo, logo, outras situações problemas podem ser exploradas, como por exemplo, “em quanto tempo o corpo atinge o solo?”.

Sendo assim, o estudo feito nesse trabalho também apresenta um viés educativo, de forma que pode ser apresentado na sala de aula durante aulas de matemática e física, de modo que o professor possa introduzir diversos conteúdos, como equações, sistemas lineares, decrescimento de gráficos, funções, etc. Já no ensino superior, é possível trabalhar com conceitos do cálculo diferencial integral, como a derivada da equação paraobter a velocidade do corpo, bem como a aceleração.

Referências

ALMEIDA, Lourdes Marai Werle; DIAS, Michele Regiane. Um estudo sobre o uso da Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem. Bolema- Boletim de Educação Matemática, v. 17, n. 22, p. 19-35, 2004.

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática na sala de aula. Revista Perspectiva, p. 65-74,2003.

BARBOSA, Jonei Cerqueira; CALDEIRA, Ademir Donizeti; ARAÚJO, J. de L. GT 10– Modelagem Matemática: relatório das sessões do GT10 no IV SIPEM. 2009.

BASSANEZI, R. C. Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma novaestratégia. São Paulo: Contexto, 2016.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. Modelling in Engineering: Advantages and Difficulties. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON THE TEACHING OF MATHEMATICAL MODELLING AND APPLICATIONS, 12., 2007, Londres. Proceedings… Chichester: Horwood Publishing, 2007. p. 415-423.

Bólido ilumina a noite no Triângulo Mineiro. BRAZILIAN METEOR OBSERVATION NETWORK. 15 de jan. de 2022. Disponível em: < http://www.bramonmeteor.org/bramon/bolido-ilumina-a-noite-no-triangulo-mineiro/>. Acesso em: 16 de fev. de 2022.

BURAK, D. Modelagem matemática: ações e interações no processo de ensino- aprendizagem. Tese de Doutorado. Campinas, 1992, Unicamp.

BURAK, D. Modelagem Matemática e a sala de aula. In: ENCONTRO PARANAENSEDA MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1., 2004, Londrina. Anais... Londrina: UEL, 2004.

IACHEL, Gustavo. O conhecimento prévio de alunos do ensino médio sobre as estrelas. Revista Latino-Americana de Educação em Astronomia, n. 12, p. 7-29, 2011.

KLÜBER, T. E., BURAK, D. Sobre a pesquisa qualitativa na modelagem matemática em educação matemática. Bolema, Rio Claro, v. 26, n.43, 2012

LANGHI, Rodolfo; NARDI, Roberto. Ensino de Astronomia: Erros conceituais mais comuns presente em livros didáticos de ciência. Caderno Brasileiro de Ensino deFísica, v. 24, n. 1, p. 87-111, 2007.

Meteoros, meteoritos e asteroides, que confusão!. Observatório Abrahão de Moraes. 27 de mar. 2013. Disponível em: < http://www.observatorio.iag.usp.br/index.php/mencurio/curiometeo.html>. Acesso em: 18 de mar. de 2022.

MARTÍNEZ-FRÍAS, Jesús; GARCÍA GUINEA, Javier; BENITO, R. Los meteoritos. Mundo Científico, v. 93, p. 742-749, 1989.

O que são meteoros, meteoritos, asteroides e cometas?.IAG Júnior. 29 de out. 2019. Disponível em:< https://iagjunior.wordpress.com/2019/10/29/o-que-sao- meteoros-meteoritos-asteroides-e-cometas/>. Acesso em: 11 de jun. de 2022.

SILVA, Cíntia da. A perspectiva sociocrítica da modelagem matemática e a aprendizagem significativa crítica: possíveis aproximações. 2011. Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual de Maringá.

Fatores envolvidos na seleção de recursos didáticos manipulativos por professoresem uma instituição pública em Bucaramanga, Santander

Factors involved in the selection of teaching resources by teachers in a publicinstitution in Bucaramanga, Santander

Factores que intervienen en la selección de recursos de enseñanza en los docentesde una institución pública de Bucaramanga, Santander

María Fernanda Mejía Barajas[885]
Estudiante de Licenciatura en Educación Básica PrimariaAuxiliar de investigación Escuela de Educación - Universidad Industrial de Santander (Colombia)
https://orcid.org/0000-0002-2072-0983

Gresly Yarhit Moreno Jaimes[886]
Estudiante de Licenciatura en Educación Básica PrimariaAuxiliar de investigación Escuela de Educación - Universidad Industrial de Santander (Colombia)
https://orcid.org/0000-0003-0762-5428

Jenny Patricia Acevedo Rincón[887]
Profesora e investigadora de la Escuela de EducaciónUniversidad Industrial de Santander (Colombia)
https://orcid.org/0000-0003-3872-5130

Modalidad: Comunicación
Núcleo Temático: Relación de las Matemáticas con otras áreas del conocimiento

Resumo

Os recursos didáticos são um aspecto fundamental da educação primária básica, onde o conhecimento precisa ser compreendido de forma experiencial e manipuladora. Entretanto, esta seleção de recursos requer um planejamento que permita a articulaçãode diferentes fatores como a idade dos estudantes, interesses, objetivos de aprendizado ecaracterísticas do material. Levando isso em consideração, surge uma pergunta: Quais são os fatores que intervêm na seleção dos recursos didáticos dos professores do ensino fundamental? O objetivo da pesquisa é descrever os fatores que intervêm na seleção dosrecursos didáticos dos professores do ensino fundamental de uma instituição pública em Bucaramanga, Santander. Para o desenvolvimento desta pesquisa, uma metodologia quantitativa com uma abordagem correlacional foi implementada utilizando um questionário como principal instrumento. Resultados parciais indicam que: 1) o número de horas investidas no planejamento não é proporcional aos recursos

[885] maria2191029@correo.uis.edu.co
[886] gresly2191029@correo.uis.edu.co
[887] jepaceri@uis.edu.co

didáticos implementados; 2) professores com mais experiência não levam em conta recursos manipuladores para o ensino no ensino fundamental; 3) professores que usam principalmente recursos digitais contemplam características tangíveis nos recursos didáticos; 4) aspectos formais e legais são considerados mais no planejamento das aulas do que as características e necessidades dos alunos.

Palabras clave: Recursos, temas básicos, professores, seleção de recursos, escola primária.

Abstract

Teaching resources are a fundamental aspect in basic primary education, where it is necessary to understand knowledge in an experimental and manipulative way. However,this selection of resources requires a planning that allows articulating different factors such as students' age, interests, learning objectives and characteristics of the material. Taking this into account, a question arises: What are the factors involved in the selection of teaching resources in elementary school teachers? The objective of this research is to describe the factors that intervene in the selection of teaching resources in elementary school teachers of a public institution in Bucaramanga, Santander. For the development of this research, a quantitative methodology with a correlational approach isimplemented through the use of a questionnaire as the main instrument. Partial results indicate that: 1) the number of hours invested in planning is not proportional to the didactic resources implemented; 2) teachers with more experience do not considermanipulative resources for elementary school teaching; 3) teachers who mostly use digital resources contemplate tangible characteristics in the didactic resources; 4) formaland legal aspects are considered more in class planning than the characteristics and needs of students.

Keywords: Resources, basic subjects, teachers, resource selection, elementary school.

Resumen

Los recursos de enseñanza constituyen un aspecto fundamental en la educación básica primaria, donde es preciso comprender los conocimientos de una forma experimental y manipulativa. No obstante, esta selección de recursos requiere una planeación quepermita articular diferentes factores como la edad de los estudiantes, los intereses, objetivos de aprendizaje y características del material. Teniendo en cuenta esto, surge una pregunta: ¿Cuáles son los factores que intervienen en la selección de recursos de enseñanza en los docentes de Básica Primaria? La investigación plantea como objetivo describir los factores que intervienen en la selección de recursos de enseñanza en los docentes de Básica Primaria de una institución pública de Bucaramanga, Santander. Para el desarrollo de esta se implementa una metodología cuantitativa con enfoque correlacional mediante el uso del cuestionario como instrumento principal. Los resultados parciales indican que: 1) no es proporcional el número de horas invertidas en la planeación con los recursos didácticos implementados; 2) los docentes con mayor experiencia no tienen en cuenta los recursos manipulativos para la enseñanza en básica primaria; 3) los docentes que mayormente usan recursos digitales contemplan manifiestan contemplar características tangibles en los recursos didácticos; 4) se contemplan más los

aspectos formales y legales para planear las clases que las características y necesidades de los estudiantes.

Palabras clave: Recursos, asignaturas básicas, docentes, selección de recursos, básica primaria.

Introducción

Los recursos didácticos empleados por los docentes se convierten en un factor base para la implementación de prácticas educativas significativas, donde el maestro seafacilitador de conocimientos mediante estrategias de enseñanza que vinculen las necesidades y los ritmos de aprendizaje de cada estudiante (Becerra, 2021). Es conveniente que las características de los recursos educativos seleccionados sean coherentes con los aspectos curriculares del contexto educativo. Para esto, se deben tener en cuenta aspectos como los objetivos pretendidos, los contenidos a trabajar, lascaracterísticas de los estudiantes y del contexto físico, así como las estrategias didácticas con la que es posible implementar con este recurso (Marqués, 2001 citado por Navarrete, 2017). No obstante, la educación tradicional impuesta en el siglo XXI tiene relación con el uso inadecuado de los recursos didácticos. Esto se presenta porque,así se procure actualizar de alguna manera la práctica educativa, el objetivo en el aula de clases se enfoca hacia los aspectos procedimentales, repetitivos y memorísticos que intervienen dentro del proceso de aprendizaje de los estudiantes (Jihuaña y Puma, 2017). Esta prioridad que se le da a los aspectos memorísticos acarrea problemas a futuro como la implementación de metodologías sin fundamentación teórica, psicológica y pedagógica, lo cual influye en el aprendizaje de los estudiantes (Pamplona, Cuesta y Cano, 2019). El uso de estrategias y recursos inapropiados generaun inadecuado proceso de enseñanza por parte del docente; obteniendo resultados de dispersión, desmotivación, bajo rendimiento académico y deserción escolar (Pamplona,Cuesta y Cano, 2019).

Dicha perspectiva tradicional no logra satisfacer las necesidades de los estudiantes que se encuentran en básica primaria, quienes se encuentran desarrollando las etapas de la teoría cognitiva propuesta por Piaget, en las cuales se abordan particularidades del pensamiento del niño entre cada una de ellas, es decir, a medida quecada uno de los niños avanza a la siguiente etapa cuenta con un razonamiento e interpretación más consistente respecto a la etapa anterior, lo cual hace referencia a la modificación de la organización de sus conocimientos (Papalia y Martorell, 2017).Por lo tanto, requieren que sus maestros propicien espacios pedagógicos seguros y amenos con el propósito de favorecer su proceso de aprendizaje desde la motivación a partir de sus intereses y su misma capacidad de asombro (González y Sánchez, 2019; Orozco y Henao, 2012). Por tal razón, distintos autores se han enfocado en examinar la incidenciade los recursos e enseñanza dentro de la comunidad educativa; un ejemplo de ellos son González y Sánchez (2019), quienes demuestra en su investigación la relevancia del juego como una estrategia pedagógica y los materiales didácticos como recurso de apoyo en el aula que genera un alto impacto en estudiantes, padres de familia, docentesy directivos.

Desde este abordaje investigativo, surge el interés por ahondar en los procesos de enseñanza de docentes de la ciudad de Bucaramanga desde la planeación hasta la implementación de sus clases, teniendo en cuenta el uso de los recursos didácticos dentro de estas. Por ende, la investigación se encamina hacia la realización de un cuestionario que permita cumplir con el objetivo de investigación: describir los factoresque intervienen en la selección de recursos de enseñanza en los docentes de Básica Primaria en una institución pública de Bucaramanga, esto desde una pregunta central:

¿Cuáles son los factores que intervienen en la selección de recursos de enseñanza en los docentes de Básica Primaria en una institución pública de Bucaramanga?

Metodología

La investigación se realiza desde una perspectiva cuantitativa a partir de un tipo de estudio correlacional, donde se pretende abordar la asociación entre dos o más variablesque intervienen en el proceso de investigación. El estudio correlacional se caracteriza por conocer el comportamiento de una variable en contacto con otras variables investigadas dentro del contexto, las cuales son sustentadas dentro de las hipótesis propuestas para su comprobación (Hernández, Fernández & Baptista, 2014).

Este estudio se lleva a cabo bajo un diseño no experimental, en tanto que los fenómenos estudiados se observan y se analizan tal y como ocurren en su forma natural.Por tal motivo, no se altera el ambiente ni las variables que intervienen (Ibid., 2014). Asimismo, se desarrolla desde un tipo de diseño transeccional correlacional-causal, debido a que los datos se recolectan en un único momento y tiempo determinado con lafinalidad de encontrar el grado de relación entre las variables determinadas (Ibid., 2014).

El instrumento de recolección es la encuesta, que puede comprenderse como una técnica de recolección de datos que utiliza procedimientos de interrogación con el fin derecoger información de una muestra representativa para su posterior análisis (Torres et. al, 2019). Así mismo, la técnica de recolección es el cuestionario, entendido como una agrupación de preguntas en relación con las variables que se van a medir y las hipótesis que se quieren comprobar (Chasteauneuf, 2009 citado en Hernández, Fernández & Baptista, 2014). Las preguntas se delimitan en seis categorías: caracterización (sietepreguntas de opción múltiple), planeación del recurso (tres preguntas de opción múltiple), preparación del recurso (ocho preguntas con escalamiento de Likert), uso delrecurso (dos preguntas con escalamiento de Likert), enseñanza y aprendizaje (cinco preguntas con escalamiento de Likert) e incorporación de recursos en las prácticas de enseñanza (tres preguntas abiertas).

De otra parte, la población se entiende como un conjunto de individuos quecomparten una serie de características en común (Lepkowski, 2008 citado por Hernández 2014). En investigación, esto se puede tomar como el grupo de individuos uobjetos de los que se requiera conocer algo en específico. La población, o universo, según Pineda et. al (1994) "puede estar constituido por personas, animales, registros médicos, los nacimientos, las muestras de laboratorio, los accidentes viales entre otros"(p.108). En este caso, la población son todos los docentes de Básica Primaria de una Institución Pública de Bucaramanga. El total de docentes es de dieciséis.

A partir de la población surge la muestra, entendida desde Hernández, Fernández y Baptista (2014) como un subconjunto del universo seleccionado, del cual se recoge información de interés que representará al total de la población. Para esta investigaciónse trabaja con una muestra no probabilística, es decir, la selección depende de las características de la investigación y la voluntariedad de los participantes. Se elige unamuestra de catorce profesores colombianos, 11 mujeres y 3 hombres cuyas edades se encuentran en su mayoría en un rango de 30 años en adelante (85.8% de los profesoresencuestados) que poseen más de 16 años de experiencia (85.7% de los participantes), presentando poca participación de profesores nóveles (14.2% de los profesores participantes). La mitad de estos docentes poseen estudios posteriores a la finalización de sus pregrados (50% de los participantes). Dado que la población es mínima, y con elfin de mantener una confiabilidad del 99% y un margen de error del 1%, se selecciona atodos los docentes que componen el universo como muestra.

Resultados parciales

La primera categoría: planeación de recursos, se presenta como un compromiso con las exigencias sociales y educativas en las instituciones. El plan de clase es el eje transversal que permite al docente aterrizar las actividades y estrategias de enseñanza y aprendizaje de manera sistémica en el contexto escolar. Es por ello que la planeación debe realizarse con base en las necesidades e intereses de los estudiantes (Reyes, 2017).En este sentido Santos (2004) sugiere considerar las siguientes categorías esenciales enla preparación de toda clase: la determinación y formulación de los objetivos, la selección del contenido, la selección de los métodos y los procedimientos metodológicos, la selección de los medios de enseñanza, la determinación de las formas en que se organizará el proceso de enseñanza aprendizaje y la determinación delas formas de evaluación. Estas categorías son reconocidas por la mayoría de los docentes; no obstante, estos deben ser coherentes con las acciones realizadas, en este caso, en relación con los recursos de enseñanza.

En cuanto a esta categoría se identifica la variable tiempo. Seis de los docentes manifiestan invertir más de dos horas en la planeación de sus clases, cuatro de ellos gastan entre 1 y 2 horas, tres invierten entre 31 y 60 minutos y uno de estos gasta entre0 y 30 minutos.

En la segunda variable denominada aspectos, los docentes manifiestan que en sumayoría tienen en cuenta las características, capacidades e intereses de los estudiantes y el objetivo de la sesión. Otros de los aspectos que se tienen en cuenta con menor frecuencia son las edades de los estudiantes y los intereses de la institución educativa; yen menor medida los intereses del docente y los padres de familia.

En la tercera variable: consideración de recursos. Siete de los docentes manifiestan que algunas veces consideran los recursos didácticos dentro de sus planeaciones. Cinco de ellos comentan que siempre consideran los recursos y el dos deestos los contemplan casi siempre.

La tercera categoría de preparación de recursos es primordial para la perspectiva científica del mundo y la asimilación de conocimientos por parte del estudiantado. Esta categoría se encuentra estrechamente relacionada con la anterior (planeación de recursos), dado que los recursos didácticos no pueden seleccionarse de manera espontánea e inmediata, por el contrario, deben ser considerados con anterioridad segúnel propósito con el cual se pretende implementarlo (Gutiérrez et. al, 2013), dentro del cuestionario cuenta con cinco variables que permiten ahondar en este. Esta cuenta concinco variables. En la primera y segunda variable, recursos propios y recursos de internet, se evidencia que la totalidad de los docentes implementan regularmente recursos de su autoría o recuperados de internet dentro de sus clases.

En la tercera variable: recursos manipulativos. Solo tres docentes los utilizan constantemente para sus estudiantes, mientras que diez de ellos suelen usarlos pocasveces y uno nunca los incluye en sus clases.

La cuarta variable correspondiente a los recursos digitales confirma que diez maestros emplean con mayor frecuencia recursos de tipo digital, mientras que cuatro losutilizan muy pocas veces dentro de sus prácticas docentes.

En la última variable: características de los recursos didácticos. Se evidencia que: 1) un docente siempre tiene en cuenta su color, diez contemplan su color enalgunas ocasiones y dos nunca lo toman en cuenta, 2) dos maestros acostumbran considerar su tamaño, otros dos suelen hacerlo en la mayoría de sus recursos, ocho lo hacen pocas veces y dos nunca lo hacen, 3) dos docentes contemplan en su mayoría la textura, nueve de ellos algunas veces la tiene en cuenta, mientras que tres nunca prestanatención a este aspecto del recurso, 4) dos maestros siempre consideran la forma de susrecursos, diez solo lo hacen en algunas ocasiones y dos nunca lo hacen.

En cuanto a la cuarta categoría relacionada con el uso de los recursos en el aula,debe realizarse desde una postura crítica permanente, donde el docente analice constantemente cualquier recurso didáctico que pretende implementar en su aula de clase mediante el establecimiento de criterios y pautas que le indiquen al educador la pertinencia del recursos (Herrero, 2004); esta criticidad del docente lleva a un procesoreflexivo de su práctica, el cual permite mejorar buscando el beneficio de sus estudiantes. Dentro del cuestionario se evidencia la poca reflexión por parte de los docentes, quienes en su mayoría no analizan el desarrollo de sus prácticas pedagógicas.Se tienen en cuenta dos variables: la regularidad con la cual utilizan los recursos y la reflexión acerca de su práctica docente desde la implementación de los recursos didácticos. Ante estas dos variables, se halla que, la totalidad de los docentes exponen que utilizan recursos didácticos en la mayoría de sus clases. Sin embargo, uno de ellos reflexiona sobre sus prácticas docentes y la implementación de los recursos didácticos que decide implementar en su aula, mientras que nueve realizan este análisis pocas veces y uno nunca lo hace.

La quinta categoría denominada enseñanza y aprendizaje juega un papel importante en el proceso comunicativo de los estudiantes con su docente. Esta relación se enfoca hacia unos factores determinados que favorecen las interacciones en el aula(López y Mesa, 2016): 1) el vínculo formativo entre el docente y su estudiante para complir propositos,

2) la relación del docente como facilitador y mediador del procesode aprendizaje y

3) la interacción entre el estudiante y el docente para adquirir conocimientos mutuos.

Los docentes encuestados observan resultados positivos dentrodel proceso de enseñanza y aprendizaje de sus estudiantes, ya que estos mantienen un interés permanente mediante su motivación y curiosidad por aprender, así como un mejor rendimiento académico. La categoría presenta cinco variables. La primera de ellas son las interacciones.

Cinco docentes manifiestan que el uso de recursos didácticos algunas veces genera resultados positivos en las interacciones de los estudiantes. Cuatro de los docentes manifiestan que esto sucede casi siempre y otros cuatro que siempre.

La segunda variable es la motivación. Seis de los docentes exponen que el usode los recursos didácticos siempre genera resultados positivos en la motivación de losestudiantes. Otros seis manifiestan que esto sucede casi siempre y dos comentan que algunas veces.

La tercera variable son los intereses. Siete de los docentes manifiestan que el usode recursos didácticos genera resultados positivos en los intereses de los estudiantes.

Cuatro comentan que casi siempre genera resultados positivos y tres que solo algunas veces.

Como cuarta variable se encuentra el rendimiento académico. Cinco de los docentes expone que solo algunas veces el uso de los recursos didácticos mejora el rendimiento académico de los estudiantes. Otros cinco docentes comentan que casisiempre lo mejora; y cuatro manifiestan que siempre genera resultados positivos.

Finalmente, como quinta variable está la participación activa. Nueve de los docentes comentan que los recursos didácticos fomentan la participación activa en los estudiantes. Cuatro manifiestan que esto sucede casi siempre y uno solo algunas veces.

En la última categoría denominada incorporación de recursos en las prácticas de enseñanza, se realizan tres preguntas abiertas con el objetivo de identificar los recursos didácticos que implementan en sus prácticas, las condiciones que deberían tener las aulas de clase para implementar recursos didácticos y las condiciones que tienen losdocentes en las instituciones con respecto a los recursos didácticos.

En primer lugar, cinco de los docentes manifiestan que utilizan los vídeos educativos/explicativos como recurso didáctico. Otros cinco no responden la pregunta ono escribe recursos didácticos en específico, es decir, menciona acciones o actividades que realiza en su práctica. Tres exponen que utilizan guías en su práctica de enseñanza; y uno hace referencia a material manipulable como material reciclable y regletas.

La segunda pregunta hace referencia a las condiciones que deberían tener lossalones de clase. Siete de los docentes manifestaron que el espacio debe mejorar en

cuanto a la amplitud del aula y lugares para guardar cosas. Otros siete comentan que las aulas deben tener tecnología como televisores, video beam, parlantes y computadores. Finalmente, solo tres de los docentes hacen referencia a material didáctico o concreto enel aula de clases.

En cuanto a la tercera pregunta sobre los recursos mínimos y suficientes para implementar prácticas de enseñanza en la institución, alrededor de once de los docentes manifiestan que el colegio no cuenta con los recursos mínimos.

Conclusiones

Llama la atención que cinco de los docentes de básica primaria de la institución de carácter público sean mayores de cincuenta años. Teniendo en cuenta la edad, tiene un tiempo de experiencia mayor a treinta años en el sector educativo. De este porcentajede docentes la mitad manifiesta que siempre considera los recursos didácticos en su práctica de enseñanza y la otra mitad que casi siempre. Uno de los principales recursos que se utilizan en la primaria son los manipulativos, ya que según Becerra (2021), nos permiten pasar del pensamiento concreto al abstracto, teniendo un mayor aprendizaje denociones. No obstante, solo el 16,6% dice siempre usar recursos manipulativos; otro 16,6% casi siempre; un 33,3% los usa algunas veces y otro 33,3% casi nunca. Dadas lasrespuestas de los docentes, se puede interpretar que al menos una vez han usado o utilizan recursos manipulativos. Sin embargo, cuando se les pide escribir los recursos que incorpora en la enseñanza, solo el 33,3% hace referencia a posibles recursos manipulativos (recortables y armables y regletas), los otros docentes solo hacen referencia a guías y vídeos o no responden la pregunta.

Ahora, teniendo en cuenta la variable tiempo de planeación con el tipo de recurso que los docentes utilizan se puede identificar que, aunque diez de los docentesmanifiestan invertir más de una hora en la planeación de sus clases, cinco utilizan vídeos de internet como recurso didáctico en sus clases; otros cinco no responden la pregunta y dos utilizan guías para la enseñanza, no obstante, no hacen claridad si son propias o de internet. Esto refleja poca coherencia entre el tiempo invertido y los recursos que llevan a su práctica de enseñanza docente.

En cuanto a la preparación de sus clases, existen dos variables que se relacionande forma inconsistente. Por una parte, más de la mitad de los docentes (diez de los encuestados) respondieron que utilizaban con frecuencia recursos digitales, estos recursos carecen de textura y de una forma compacta, ya que no son recursos virtuales que se desarrollan en el mundo cibernético (Rabajoli y Ibarra, 2012). No obstante, el once afirma que acostumbran a tener en cuenta la textura para construir e implementar los recursos didácticos que llevan al aula. Estas respuestas llevan al cuestionamiento de la utilización de los recursos por parte de los docentes, dado que estas variables tendríanuna relación coherente si los docentes emplean material manipulativo en sus prácticas con los infantes.

En la planeación de las clases, cinco de los docentes encuestados mencionan quesiempre tienen en cuenta los intereses de la institución educativa y el objetivo de la sesión a realizar. Esto llama la atención, ya que este porcentaje de los encuestados selecciona ambas opciones como las únicas que considera dentro de su planeación,dejando de lado al actor más importante del proceso de enseñanza-aprendizaje: el estudiante. Tal como lo presentan Nelson y Sánchez (2000) la planificación debe

considerar tanto los elementos curriculares y formales como las necesidades de todos los estudiantes. Desde otro panorama, diez reconocen las características de sus estudiantes como un factor que interviene en la planeación de sus clases. Sin embargo,es importante que dicha planeación esté compuesta por aspectos tanto del estudiantadocomo del currículo y los documentos legales de educación.

Después de haber analizado las respuestas de los encuestados y conocer losaspectos que juegan un papel relevante dentro de la selección, construcción e implementación de recursos didácticos, surge la necesidad de ahondar más en esta partede las prácticas docentes dentro de un ámbito tan determinante como lo es la Educación Básica Primaria. Respondiendo parcialmente al objetivo de investigación, los factores que mayormente intervienen en la selección de recursos de enseñanza en los docentes son: 1) el tiempo de planeación, ya que no llega a ser coherente con los recursos mencionados; 2) la edad, en este caso los docentes, en su mayoría, tienen sobre cincuenta años. Estos docentes suelen utilizar recursos realizados por otras personas como vídeos educativos y guías de internet, sin tener en cuenta una adaptación para lapoblación específica.

Agradecimientos

Esta publicación es producto de la investigación titulada "Tareas para eldesarrollo del pensamiento matemático. Un estudio teórico desde el modelo del conocimiento especializado del futuro profesor de matemáticas en Educación BásicaPrimaria", desarrollada desde el Grupo de investigaciones educativas ATENEA de laEscuela de Educación de la Universidad Industrial de Santander (Bucaramanga, Colombia). Las investigadoras agradecen el apoyo al semillero STEAM+H de laEscuela de Educación de la Universidad Industrial de Santander, por la asesoría investigativa durante el desarrollo de la investigación.

Referencias

Becerra, M. (2021). El uso de material concreto como estrategia didáctica para favorecer el aprendizaje de las matemáticas de los estudiantes de 4º2 del Instituto Técnico Alfonso López, sede IV Centenario, de Ocaña. Colombia.

González-Giraldo y Castellanos, M. (2019). El ábaco cerrado como mediación pedagógica en la construcción de las operaciones de multiplicación y división enel grado tercero de instituciones educativas oficiales. Inclusión y Desarrollo, 6(2),98–108. México.

Hernández-Sampieri, R., Fernández, C y Baptista, P. (2018). Metodología de la investigación (Vol. 4, pp. 310-386). México: McGraw-Hill Interamericana.

Herrero, I. M. (2004). La utilización de medios y recursos didácticos en el aula. Departamento de Didáctica y Organización Escolar.

Jihuaña, A y Puma, M. (2017). Tablero lúdico de multiplicación como material didáctico en la ejecución de ejercicios matemáticos en niños (as) del cuartogrado de la IEP Nº 70025 Independencia Nacional-2016. Perú.

Navarrete-Rodríguez, P. (2017). Importancia de los materiales didácticos en elaprendizaje de las matemáticas. Jaén: Universidad de Jaén. España. https://hdl.handle.net/10953.1/5752.

Nelson, K y Sánchez, M. (2000).Educación: Planeación diaria de clases. Madrid:Paraninfo Thomson Learning. España.

Pamplona, J., Cuesta, J. y Cano, V. (2019). Estrategias de enseñanza del docente en lasáreas básicas: una mirada al aprendizaje escolar. Revista Eleuthera, 21, 13-33. DOI: 10.17151/eleu.2019.21.2. Medellín, Colombia.

Papalia, D y Martorell, G. (2017). *Desarrollo Humano* (Decimotercera ed.). Nomos S.A. Estados Unidos.

Orozco, A. y Henao, A.. (2013). El material didáctico para la construcción de aprendizajes significativos. Revista Colombiana de Ciencias Sociales, 4(1),101-108. Colombia.

Rabajoli, G. y Ibarra, M. (2012). Recursos digitales para el aprendizaje. Recuperado de: http://www. webinar. org. ar/sites/default/files/actividad/documentos/Graciela% 20rabajoli% 20Webinar2012.pdf. México.

A Matemática no contexto das Ciências Agrárias: uma proposta para o ensino de Cálculo na Agronomia

Mathematics in the context of Agricultural Sciences: a proposal for teachingCalculus in Agronomy

Matemáticas en el contexto de las Ciencias Agrícolas: una propuesta para laenseñanza del Cálculo en Agronomía

Giselle Moraes Resende Pereira[888]
Universidade Federal de Uberlândia
0000-0001-8154-0540

Danilo Elias de Oliveira[889]
Universidade Federal de Uberlândia
0000-0002-2062-369X

Arlindo José de Souza Júnior[890]
Universidade Federal de Uberlândia
0000-0002-5175-6129

Vania de Fátima Lemes de Miranda[891]
Universidade Federal de Uberlândia
0000-0002-0624-6840

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Relação da Matemática com outras áreas de conhecimento.

Resumo

Neste artigo apresentamos o relato de uma experiência pedagógica desenvolvida com o uso da Modelagem na Educação com 50 estudantes do Curso de Graduação em Agronomia. O objetivo da pesquisa foi identificar e compreender as contribuiçõesalcançadas no desenvolvimento de uma proposta para ensinar e aprender Cálculo Diferencial e Integral II a partir do projeto de um dos grupos de estudantes sobre o crescimento de fungos filamentosos do gênero *Colletotrichum* em soluções contendo farinha de mandioca e farinha de milho. Iniciamos fazendo uma discussão acerca da Modelagem no ensino de Matemática no contexto das Ciências Agrárias.

[888] gisellemoraes@ufu.br
[889] daniloelias@ufu.br
[890] arlindo@ufu.br
[891] vaniaflm@ufu.br

Em seguida, descrevemos como a experiência foi conduzida com o uso de dados experimentais realizados pelos estudantes na disciplina de Microbiologia Agrícola para direcionar o ensino de alguns conteúdos da disciplina de Matemática II durante um semestre letivo, efinalizamos discutindo as contribuições do projeto para os estudantes. O projeto configurou-se como experiência e possibilidade interdisciplinar na universidade. Permitiu-lhes aprimorar conhecimentos sobre: ‘Máximos e Mínimos’ de Funções de duas variáveis reais, Método Multiplicadores de Lagrange, além de inteirar-se do processo requerido na pesquisa. Os resultados apontaram contribuições para a apropriação e o aperfeiçoamento sobre a linguagem matemática, científica e tecnológicados estudantes.

Palavras-chave: Cálculo Diferencial e Integral; Modelagem Matemática; Agronomia; Tecnologias Digitais.

Abstract

In this article we present the report of a pedagogical experience developed with the use of Modeling in Education with 50 students of the Graduation Course in Agronomy. The objective of the research was to identify and understand the contributions achieved in the development of a proposal to teach and learn Differential and Integral Calculus II from the project of one of the groups of students on the growth of filamentous fungi of the genus Colletotrichum in solutions containing cassava flour and corn flour. We beginby making a discussion about Modeling in the teaching of Mathematics in the context ofAgricultural Sciences. Then, we describe how the experiment was conducted using experimental data performed by students in the discipline of Agricultural Microbiology to guide the teaching of some contents of the discipline of Mathematics II during a semester, and we end by discussing the contributions of the project to students. The project was configured as an interdisciplinary experience and possibility at the university. It allowed them to improve their knowledge about: 'Maximums and Minimums' of Functions of two real variables, Lagrange Multipliers Method, in additionto learning about the process required in the research. The results pointed to contributions to the appropriation and improvement of the students' mathematical, scientific and technological language.

Keywords: Differential and integral calculus; Mathematical Modeling; Agronomy; Digital Technologies.

Resumen

En este artículo presentamos el relato de una experiencia pedagógica desarrollada con eluso de la Modelación en Educación con 50 estudiantes del Curso de Graduación enAgronomía. El objetivo de la investigación fue identificar y comprender los aporteslogrados en el desarrollo de una propuesta para enseñar y aprender Cálculo Diferenciale Integral II a partir del proyecto de uno de los grupos de estudiantes sobre elcrecimiento de hongos filamentosos del género Colletotrichum en soluciones. quecontiene harina de mandioca y harina de maíz. Comenzamos haciendo una discusión sobre la Modelización en la enseñanza de las Matemáticas en el contexto de las CienciasAgrícolas. Luego, describimos cómo se realizó el experimento utilizando datosexperimentales realizados por estudiantes de la disciplina de Microbiología Agrícolapara orientar la enseñanza de algunos contenidos de la disciplina de Matemáticas IIdurante un semestre, y finalizamos discutiendo los aportes del proyecto a los estudiantes. . El proyecto se configuró como una experiencia y posibilidad interdisciplinaria en la universidad. Les permitió mejorar sus conocimientos sobre:'Máximos y Mínimos' de Funciones de dos variables reales, Método de Multiplicadoresde Lagrange, además de conocer el proceso requerido en la investigación. Los resultados apuntaron contribuciones para la apropiación y perfeccionamiento del lenguaje matemático, científico y tecnológico de los estudiantes.

Palabras clave: Cálculo Diferencial e Integral; Modelo Matematico; Agronomía; Tecnologías digitales.

Disciplinas de Matemática para cursos superiores fora da área de exatas, as denominadas disciplinas em serviço, têm sido evidenciadas por alguns pesquisadores da Educação Matemática (BARBOSA (2004); SCHEFFER (1998); SILVA (2007)). Barbosa (2004) menciona que essas disciplinas se tornam isoladas no currículo de cursos superiores como ilhas, não mantendo relação com as disciplinas específicas e motivando as mais variadas insatisfações nos estudantes, e sugere a Modelagem Matemática como um caminho para superar essa questão.

Assim como esse autor, Scheffer (1998) e Silva (2007) também trazem reflexõessobre o uso da Modelagem Matemática em cursos para não matemáticos, a saber, aprendizagem matemática no meio rural e para o curso de Engenharia Florestal, respectivamente. Nesta perspectiva, apresentaremos neste artigo o relato de uma experiência vivenciada, via Modelagem, no curso de Agronomia na disciplina Matemática II, que aborda em essência os conteúdos do Cálculo Diferencial e IntegralII.

Trata-se de um recorte de uma pesquisa de doutorado (PEREIRA, 2019) que se orienta pela questão-guia: Qual a contribuição do desenvolvimento de uma proposta de Trabalho de Projeto que inseriu Modelagem Matemática e Tecnologias Digitais no âmbito da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral II?

Na tentativa de responder a essa questão, fez-se um Projeto com estudantes do Curso de Graduação em Agronomia da Universidade Federal de Uberlândia – campus Monte Carmelo, reunidos em grupos, sobre temas/assuntos da Agronomia, fazendo uso das etapas envolvidas na Modelagem, para direcionar o ensino de alguns conteúdos do programa curricular da disciplina Matemática II e, paralelamente, orientar à pesquisa.

Nos dias atuais (2022), há diversas concepções de Modelagem Matemática na Educação, contudo, elas convergem ao entendimento de que, na Educação, a Modelagem propicia experiências entre estudantes e professores envolvidos na produção do conhecimento (BIEMBENGUT, 2016). Em essência, a Modelagem na Educação, apesar das múltiplas concepções, cada uma mostra um denominador comum: levar o/a estudante a querer-saber. É nesse sentido que, coadunando com Meyer, Caldeira e Malheiros (2011), propomos que a Modelagem esteja a serviço da aprendizagem da Matemática.

As experiências e pesquisas dos autores acima apresentados mostram a importância da Modelagem para o ensino e aprendizagem da Matemática. Em particular, ao refletirmos sobre o ensino dos conteúdos do Cálculo Diferencial e Integralpara cursos da área Ciências Agrárias, percebemos o quão desafiador e possível é, via Modelagem, tornar o ensino da matemática atrativamente compreensível e aplicável aosconceitos e habilidades que fazem parte de estudos das disciplinas dos núcleos básico e técnico. Assim, a Modelagem Matemática apresenta-se como uma proposta de forte caráter interdisciplinar capaz de contribuir diretamente para uma educação de qualidade.

A seguir, apresentamos o relato de experiência e os resultados de um projeto de Modelagem desenvolvido na disciplina de Matemática por um dos grupos de estudantes do curso de Agronomia sobre o crescimento de fungos filamentosos do gênero *Colletotrichum* em soluções contendo farinhas de mandioca e de milho.

Relato da experiência e destaque para um dos projetos

A experiência envolvendo o ensino de Matemática no contexto das Ciências Agrárias ocorreu no primeiro semestre letivo de 2017, em uma turma de estudantes do Curso de Graduação em Agronomia da Universidade Federal de Uberlândia, Campus Monte Carmelo, matriculados na disciplina Matemática II, que trata dos conteúdos: Funções reais de duas variáveis, Máximos e Mínimos de Funções de duas variáveis, Integrais Múltiplas, Equações Diferenciais de primeira ordem e Matrizes e Sistemas Lineares.

Baseado nos conceitos de Modelagem Matemática na Educação, foi desenvolvido um Projeto, com 50 estudantes, reunidos em grupos, sobre temas/assuntos da Agronomia de seu interesse, visando estimular a percepção-apreensão, a compreensão-explicitação e a significação-expressão dos estudantes. A pesquisa foi realizada pelos grupos e os respectivos dados obtidos, por meio da realização de experimentos, o professor direcionou cada projeto, por meio de fichas-guias para o ensino de alguns conteúdos do programa curricular da disciplina, e, paralelamente, pela orientação à pesquisa - entendida como algo que "requer conhecimento do assunto de que se está tratando e das teorias e técnicas que possam subsidiar o que se pretende melhor entender e, assim, criar ou propor algo" (BIENBENGUT, 2016, p. 173), que vai além da busca e/ou cópia de informações e dados.

Após a apresentação da proposta à turma e da formação dos grupos, cada grupo definiu uma 'cultura' para a realização do experimento. A proposta também abarcava a utilização de dados obtidos por meio de experimentos realizados em outras disciplinas/pesquisas do curso pelos estudantes.

Dos dez grupos, sete culturas diferentes foram escolhidas pelos estudantes.Neste relato, apresentamos o Projeto sobre o crescimento de fungos filamentosos do gênero *Colletotrichum* em soluções contendo farinhas de mandioca e de milho, que foi desenvolvido por um grupo de 5 estudantes.

Esse grupo optou por trabalhar com o crescimento de fungos em culturas diversas (milho e mandioca), aproveitando a realização e coleta de dados de um experimento na disciplina de Microbiologia Agrícola, situação essa sugerida e que configurou-se como experiência e possibilidade interdisciplinar na universidade.

Foi muito bacana... nós enrolamos na hora de plantar, aí como os meninos eram todos veteranos, faziam matérias para frente, eles faziam matéria de fungos, aí decidimos fazer de fungos. Conversamos com o [redacted] *[professor da disciplina] e ele deixou fazer com os fungos, e acabou que ficou muito mais interessante, porque ficou diferente de todo mundo e ficou bem complexo e de fácil entendimento. Usou muitas áreas da Agronomia para nós. Usou muitos conhecimentos, dos meninos que estavam mais para frente e a nossa, que estava vendo a matéria, com as matérias pra frente. (Estudante, entrevista gravada em 26/06/2018)*

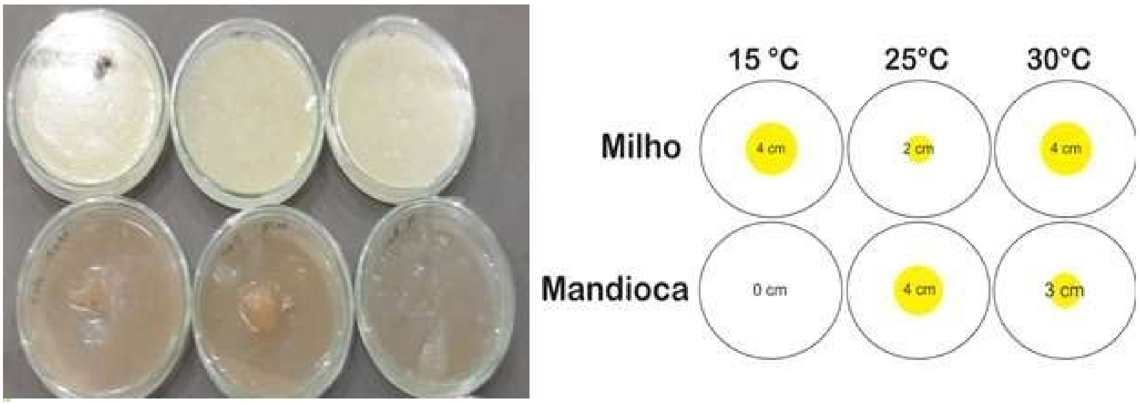
O Estudante ao realizar e obter os dados de um experimento, proposto em uma disciplina específica do curso, mencionou que o projeto se mostrou como diferenciado dos demais grupos e interessante, pois segundo ele, envolveu um assunto complexo (de semestres mais avançados), mas, de "fácil entendimento". As turmas eram mistas,formada por alunos de diversos períodos do curso (já que havia repetentes). Consideramos que essa diversidade promoveu uma maior interação entre os alunos com o curso, no caso, com as disciplinas específicas do curso, numa experiência interdisciplinar e, além disso, pode ser vista como uma possibilidade de aprimoramento do conhecimento desses alunos, tanto em relação aos alunos que estavam cursando Matemática II pela primeira vez, quanto para aqueles que estavam lá pela segunda ou mais vezes.

No experimento foram utilizadas 6 placas de Petri, sendo que 3 delas continham uma solução de milho e as outras 3 placas continham uma solução de mandioca. Estas 6placas foram divididas em pares, onde cada par continha uma placa com cada tipo de solução, e, além disso, estes pares de placas foram submetidos a diferentes temperaturas(15ºC, 25ºC e 30ºC) por um período de 7 dias. O grupo acompanhou o crescimento de fungos filamentosos do gênero *Colletotrichum* em cada placa de Petri.

Os valores obtidos no experimento foram apresentados ao professor da disciplina Matemática II por meio de um relatório, submetido no Ambiente Virtual de Aprendizagem da disciplina no Moodle. O grupo apresentou uma tabela com resultados da Figura 1, a seguir, onde z(x,y) são os resultados observados a partir do experimento:

Figura 1.

Experimento – Fungos (Variáveis temperatura e solução).



Fonte: Relatório final do Grupo.

Os grupos fizeram seus respectivos estudos–pesquisas extraclasses e secomunicavam sobre o projeto por meio do aplicativo WhatsApp Messenger, e-mails, etc. Também, ocorreram reuniões com o professor responsável, durante o desenvolvimento dos projetos. Em uma dessas reuniões os dados foram aproximados por uma função de duas variáveis do tipo paraboloide de rotação: $f(x, y) = a(x - x^*)^2 + a(y - y^*)^2 + c$. Para o grupo destacado neste relato. a função polinomial de duas variáveis que representava o tamanho que o fungo ocupava em cada placa de Petri ao final deste experimento foi $f(x, y) = -0,3667x^2 + 19,8x - 0,3667y^2 + 0,5867y - 262,5347$, onde x representa a temperatura (ºC) e $y \in [0, 1]$ é a combinação das soluções de milho e mandioca, sendo que y=0 significa que foi utilizada apenas a solução de milho e y=1 significa que foi utilizada apenas a solução de mandioca.

O *Maple* foi o *software* utilizado para obter as funções. O cálculo dos valores de a e c foram realizados com o seguinte algoritmo implementado no *Maple* (Quadro 1):

Quadro 1

Algoritmo implementado no Maple para obter as funções.

1	Escolha de um ponto (x*,y*) que seria o ponto máximo (vértice) desse paraboloide. Foi definido que y* seria igual à y1, porém x* diferente de x0, x1 e x2;
2	Estimativa do valor de z(x*,y*);
3	Estimativa de valores z(x*,0) e z(x*,2);
4	Cálculo do polinômio interpolador de grau 2 em y, denominado P2(y), sobre os pontos (y0,z(x*,0)), (y*,z(x*,y*)) e (y2,z(x*,2));
5	O termo linear do polinômio P2(y) foi desconsiderado (para que não aparecesse um termo \sqrt{x^2+y^2} na expressão de f(x,y)). Assim, P2(y) foi reescrito como sendo P2(y) = ay^2 + c;
6	Rotação de P2(y) em torno do eixo z substituindo y por \sqrt{x^2+y^2}. Dessa forma, foiconstruído o polinômio P2(x,y);
7	Translação de P2(x,y) com as seguintes substituições na expressão de P2(x,y): x → (x-x*) ey → (y-y*);
8	Finalmente, f(x,y) = P2(x,y) = a(x-x*)^2 + a(y-y*)^2 + c.

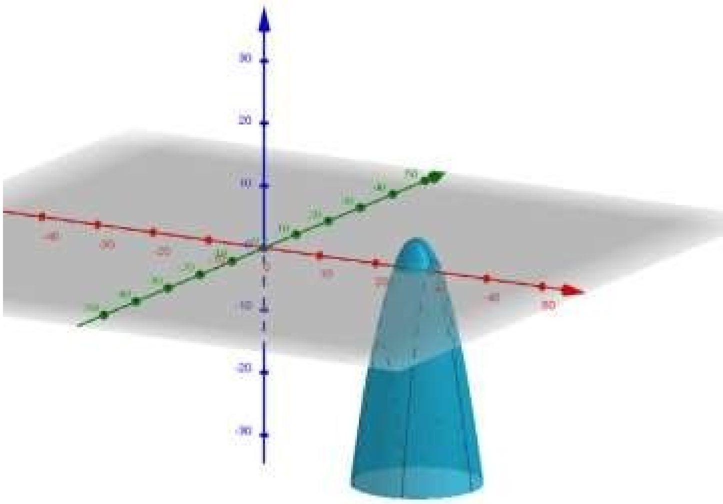
Fonte: Registros do professor.

A essa função, foi solicitado aos estudantes em uma ficha-guia: a representação do gráfico; encontrar e classificar o ponto crítico; determinar o maior valor assumido; encontrar o maior e menor valor assumido em uma região fornecida; além de encontraro máximo dessa função restrita a uma função do primeiro grau, denominada função restrição, utilizando os Multiplicadores de Lagrange.

O grupo de estudantes que estamos evidenciando neste relato utilizou o GeoGebra para construir o gráfico da função polinomial de duas variáveis. O gráfico exposto pelo grupo no relatório final está representado a seguir, na Figura 2:

Figura 2

Gráfico da função obtida.



Fonte: Material do Grupo.

Essa etapa ajudou-os no momento de saber de qual superfície sua funçãotratava. No dia do seminário os estudantes mencionaram tratar-se de um paraboloide elíptico.

Além disso, ao verificar quando as derivadas parciais se anulavam, os estudantes encontraram como ponto crítico (x, y) = (27,0.8) e, ao analisar o determinante da matriz Hessiana verificaram que H(27,0.8) = 0,5378 > 0 com

$\partial^2 f/\partial x^2 = -0{,}7334 < 0$, sendo, portanto, (x, y) = (27,0.8) um ponto de máximo da função. Na sequência, ao substituir esse ponto na expressão da função, encontraram f(27,0.8) = 4,97, como o maior valor que a função assumia.

Seguindo os itens da ficha-guia, o próximo passo do grupo consistiu em encontrar o maior e menor valor que a função assumiria no triângulo fornecido, de vértices (23, 0), (28, 0) e (28, 1). Trata-se de uma aplicação do Teorema de Weierstrass, e então, os estudantes tiveram que buscar pelos valores extremos nos pontos do interior do triângulo, onde as derivadas parciais se anulam, e nos pontos localizados na fronteirado triângulo.

Após expressarem seus cálculos, os estudantes avaliaram os possíveis pontos candidatos a pontos de máximo e mínimo e relataram suas conclusões, conforme a Figura 3, a seguir:

Figura 3
Análise dos pontos encontrados pelo Grupo.

(X,Y)	Posição	F(x,y)
(28; 0,8)	Fronteira	F (28; 0,8)
(27; 0,8)	Fronteira	F (27; 0,8)
(27,; 0)	Fronteira	F(27; 0)
(23; 0)	Vértice	F (23; 0)
(28; 0)	Vértice	F (28; 0)
(28;1)	Vértice	F(28; 1)
(27; 0,8)	Interior	F(27; 08)

Fonte: Relatório do Grupo

E por fim, uma função restrição foi apresentada, x+5y=30, para que o grupo encontrasse a solução de um problema restrito. Assumindo a função $L(x, y, \lambda) = f(x, y) - \lambda g(x, y)$, onde $g(x, y) = x + 5y - 30 = 0$, os estudantes utilizaram o método dos multiplicadores de Lagrange para encontrar x e y tais que AL = 0. E concluíram quea combinação ideal de temperatura e solução, para um maior crescimento de fungos filamentosos do gênero *Colletotrichum*, atendendo às condições impostas na questão, era de x=26,96ºC g e y=0,608.

Vale ressaltar que a ficha de cada grupo teve sua particularidade e o principal objetivo consistiu em deixar o problema 'melhor' para a sala de aula, de modo a fazer com que o estudante entendesse determinados conteúdos da disciplina com sua participação. Alguns estudantes destacaram que situação semelhante à da ficha-guia poderia acontecer na futura atuação profissional deles, onde o 'freguês' (produtor, etc.) propõe um problema da vida real e o estudante, futuro agrônomo, algumas vezes teria que realizar um experimento, simplificar o problema, escrevê-lo numa linguagem matemática, buscar por uma solução (aproximada), e analisar o resultado, verificar se a solução seria válida matematicamente e socialmente. E, se não fosse, seria necessário retornar e refazer o processo novamente até que se encontrasse uma solução naturalmente ou socialmente válida.

As resoluções obtidas pelos estudantes foram apresentadas aos demais estudantes e ao professor da disciplina, na forma de seminário e relatório final. Os seminários constituíram-se como momentos de manifestação das interações presenciais entre os estudantes (grupo) e o professor, e entre os grupos (turma). Foram momentos ricos de questionamentos e produção coletiva. Durante o seminário, os estudantes do grupo sobre o crescimento de fungos filamentosos do gênero *Colletotrichum* manipularam os *softwares* utilizados no desenvolvimento do projeto, mostrando passo a passo.

Sobre a etapa de validação, o professor deixou claro que, apesar dos estudantes terem efetuado um experimento, nem todos os desdobramentos dessa etapa poderiamser concluídos, principalmente considerando o quesito tempo. No entanto, consideramos que tal etapa foi contemplada por meio de análises, mesmo que superficiais, sobre as respostas dadas, a partir de questionamentos do professor nos seminários e na interação entre os próprios membros dos grupos.

No quesito avaliação dos projetos foi atribuída uma pontuação para compor a nota final da disciplina, distribuída entre a apresentação do seminário, a avaliação do relatório final e o desenvolvimento do experimento. Houve também uma avaliação realizada pelo grupo, entre os pares, mas não foi atribuída nota. As notas dos estudantes foram divulgadas ao final da última etapa do Projeto, em Matemática II.

Em relação aos processos interativos oportunizados pelas Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC), entendemos que eles estavam relacionados à interação entre pessoas, mediadas pelas tecnologias, e à interatividade, quando a comunicação se dá entre pessoas e máquina (BELLONI, 2002; LOPES, 2019; TONUS, 2007; TORREZZAN; BEHAR, 2009).

Mais ainda, pensamos que as TDIC atuaram no desenvolvimento do Trabalho de Projeto por três vias. A primeira estava relacionada ao processo de constituição da disciplina, envolvendo a criação de um ambiente para a disciplina com o Projeto no Moodle; a segunda ocorreu por meio do processo de modelagem dos dados e na elaboração e resolução das fichas-guias com a utilização dos *softwares* por estudantes e professor; e a terceira estava relacionada ao processo comunicativo entre os envolvidos, por meio do aplicativo WhatsApp Messenger, e-mails, fóruns, etc.

Considerações finais

Apesar de atividades experimentais serem comuns aos estudantes de Agronomia, para a maioria dos estudantes matriculados na disciplina Matemática II essa foi a primeira oportunidade de atividade com experimentos no curso. O projeto do grupo que destacamos nesse relato evidenciou a possibilidade da realização e coleta de dados de experimentos desenvolvidos em outras disciplinas do curso, que configurou-se como experiência e possibilidade interdisciplinar na universidade.

O acompanhamento do grupo de estudantes, que desenvolveu o projeto sobre o crescimento de fungos na disciplina de Microbiologia Agrícola, mostrou-nos que o desenvolvimento do Projeto, em que se utilizaram tecnologias digitais e Modelagem para ensinar e aprender Cálculo possibilitou que estudantes (e professor) produzissem, no seu cotidiano, saberes e conhecimentos. Entendemos que os estudantes tiveram que explorar diferentes contextos, realizar diversas análises (do ponto de vista matemático, agronômico, tecnológico, etc.), emitir opiniões/pensamentos.

O percurso acompanhado e apresentado nesse relato, sobretudo pelas experiências vivenciadas, nos permite ponderar que o modo como foi desenvolvida essa experiência pedagógica, com uma diversidade de contextos, interações/interatividades, contribuiu para a apropriação e aperfeiçoamento da linguagem matemática, tecnológica e científica pelos estudantes.

Acreditamos que o aprendizado foi gerado de forma harmônica, com conexões entre os conteúdos matemáticos e o da Agronomia e de modo significativo aos estudantes, ao perceberem que os conteúdos estudados nessa disciplina de Matemática II não estão limitados ao universo da disciplina em si, isoladamente, mas estão em sintonia, sobretudo com o curso escolhido por eles, e que se integram e se inter-relacionam.

Referências

Barbosa, J . C . (2004). Modelagem Matemática em curso de não-matemáticos. In : CURY, H. N. (Org.) *Disciplinas Matemáticas em Cursos Superiores*: Reflexões, relatos e propostas. Porto Alegre : EDIPUCRS, p. 63-84.

Belloni, M. L. (2002). Ensaio sobre a educação a distância no Brasil. *In: Educação e Sociedade*, v. 23, n. 78, p.117-142.

Biembengut, M. S. (2016). *Modelagem na educação matemática e na ciência.* São Paulo: Ed. Livraria da Física.

Lopes, E. M. C. (2019). Integração de mídias na disciplina de geometria analítica em um curso de graduação em matemática. 270 p. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

Meyer, J. F. C. A.; Caldeira, A. D.; Malheiros A. P. S. (2011). *Modelagem em educação matemática*. Belo Horizonte: Autêntica.

Pereira, G. M. R. (2019). *Cálculo diferencial e integral no curso de agronomia:* uma perspectiva de trabalho de projetos com modelagem matemática e tecnologias digitais de informação e comunicação. 2019. 311 f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

Scheffer, N . F. (1999). *Modelagem Matemática:* Uma abordagem para o Ensino-Aprendizagem da Matemática. Educação Matemática em Revisata – RS, nº1, p. 11-16.

Silva, M . D . F. (2007). O uso da Modelagem Matemática no curso de Elementos de Cálculo para Engenharia Florestal. *Anais da V Conferência Nacional sobreModelagem na Educação Matemática* (pp. 706-721).

Tonus, M. (2007). *Interações digitais:* uma proposta de ensino de radiojornalismo por meio das TIC. 2007. Tese (Doutorado em Multimeios) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

Torrezzan, C. A. W.; Behar, P. A. (2009). Parâmetros para a construção de materiais educacionais digitais do ponto de vista do design pedagógico. *In:* BEHAR, P. A.(org.). *Modelos pedagógicos em educação a distância.* 2. ed. Porto Alegre:Artmed, p. 33-65.

Matemática e Astronomia: Relatos da Participação dos Alunos de Uma EscolaPública no Universo da Pesquisa Cientifica.

Mathematics and Astronomy: Accounts of the Participation of Students of a Public School in the Universe of Scientific Research.

Matemáticas y Astronomía: Relatos de la participación de Estudiantes de unaEscuela Pública en el Universo de la Investigación Científica

Roger da Trindade Gomes[892]
Prefeitura Municipal de Linhares-ES
https://orcid.org/0000-0002-1338-7879

Janielli de Vargas Fortes[893]
Prefeitura Municipal de Linhares-ES
https://orcid.org/0000-0002-9240-6205

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Relação da Matemática com outras áreas do conhecimento.

Resumo

Este artigo apresenta um relato de experiência, realizado em uma Escola de Ensino Fundamental do município de Linhares ES, com alguns alunos de 9º Ano. A reflexão teórica deve-se a participação da Escola EMEF Prefeito "Roberto Calmon" na Mostra deAstronomia do Estado do Espírito Santo, participação esta que rendeu dois trabalhos premiados: um em 2020 (Terceiro lugar categoria 9º Ano) e um em 2021 (Primeiro lugarcategoria 9º Ano). Vale ressaltar que a premiação é bem-vinda, entretanto a participaçãodos alunos em grupos de iniciação cientifica do CNPq, foi de fato o mais importante. Este trabalho teve como principal objetivo, oferecer aos professores um material de consulta com boas informações, descrever as etapas percorridas durante a pesquisa e apresentação dos projetos, bem como os pressupostos teóricos envolvidos. Como principais resultados, temos a divulgação científica de astronomia e matemática aplicadapara medir grandes distâncias no espaço, e o manuseio dados científicos. Também, esperamos que esse relato seja de incentivo para professores pesquisadores que também estão atuando na educação básica, para que aproveitem materiais como esse para as aulasde matemática.

***Palavras-chave*:** Astronomia, Matemática, Iniciação Cientifica.

Abstract

This article presents an experience report, carried out in an Elementary School in the municipality of Linhares ES, with some 9th grade students. The reflection is due to the participation of the Escola EMEF Prefeito "Roberto Calmon" in the Astronomy Exhibition of

[892] rogertrindadeufes@gmail.com
[893] janiellivf@gmail.com

the State of Espírito Santo, participation that yielded two award-winning works: one in 2020 (Third category 9th Year) and one in 2021 (First place category 9th Year) Year). It is worth mentioning that the award is welcome, while the participation ofstudents in scientific initiation groups at CNPq was in fact the most important. The mainobjective of this work was to offer teachers a reference material with information as wellas to describe the steps taken during the presentation of the projects, as well as the theoretical exercises performed. As the main results, long-distance scientific astronomy and popularization applied to medieval space, and we have scientific data at a distance. Also, we hope that this will be an incentive for teachers who also address basic education,to take advantage of materials like this for math classes.

Keywords**:** Astronomy, Mathematics, Scientific Initiation.

Resumen

Este artículo presenta un relato de experiencia, realizado en una Escuela Primaria del municipio de Linhares ES, con alumnos del 9º grado. La reflexión se debe a la participación de la Escola EMEF Prefeito “Roberto Calmon” en la Exposición deAstronomía del Estado de Espírito Santo, participación que arrojó dos obras premiadas: una en 2020 (Tercera categoría 9º Año) y otra en 2021 (Primer lugar categoría 9° Año) Año). Cabe mencionar que el premio es bienvenido, siendo la participación de los alumnos de los grupos de iniciación científica del CNPq lo más importante. El objetivo principal de este trabajo fue ofrecer a los docentes un material de referencia coninformación, así como describir los pasos seguidos durante la presentación de losproyectos, así como los ejercicios teóricos realizados. Como principales resultados, la astronomía científica a larga distancia y su divulgación aplicada al espacio medieval, y tenemos datos científicos a distancia. Asimismo, esperamos que esto sea un incentivo para que los docentes que también atienden la educación básica, aprovechen materiales como este para las clases de matemáticas.

Palabras clave: Astronomía, Matemáticas, Iniciación Científica.

Introdução

As inovações tecnológicas, os novos caminhos presentes nas escolas criam continuamente a demanda por novas práticas de ensino, pois ideias originais e recursos inovadores naturalmente repercutem nas motivações, na aprendizagem, nas estruturas e metas relacionados à educação. Ou seja, o que vem acontecendo nas escolas é uma evolução análoga à que ocorre na sociedade em geral, visto que:

> As tecnologias, em suas diferentes formas e usos, constituem um dos principais agentes de transformação da sociedade, pelas modificações que exercem nos meios de produção e por suas consequências no cotidiano das pessoas (BRASIL, 1997, p. 43).

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) reconhece explicitamente a importância do domínio da tecnologia ao colocá-lo entre as competências específicas a serem desenvolvidas pelos alunos nas escolas, bem como a relação entre áreas deconhecimento, disciplinas escolares que conhecemos e historicamente e sempre a tratamos de forma individual.

> **Competência Específica 7**: Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva (BRASIL, 2018, p.497).

Este relato de experiência narra uma prática educativa e de divulgação cientifica que passou a fazer parte de nossa escola: EMEF "Prefeito Roberto Calmon" no ano de 2020. Com a participação da Escola na Mostra de Astronomia do ES, evento que contoucom a participação de alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, que teve como objetivoiniciar uma proposta de trabalho de divulgação cientifica e pesquisas voltadas para Matemática e Astronomia.

Ao iniciar um processo de pesquisa em um local novo, é necessário que as pessoasse envolvam no processo, e durante o desenvolvimento do trabalho, observou-se a importância da parceria da escola e profissionais do ensino. A prática de pesquisa é algo que deve ser trabalhado, e se leva tempo para criar-se uma cultura. "É experiência aquiloque "nos passa", ou que nos toca, ou que nos acontece, e ao nos passar nos forma e nos Transforma" (LARROSSA, 2002, p. 26).

O percurso metodológico da pesquisa

Para o primeiro ano de estudos foram selecionados 06 alunos com objetivo de enviar duas inscrições para a III Mostra, entretanto, somente 02 alunos seguiram firmes até fim e apenas um trabalho foi enviado.

Débora Batista da Silva e Rayssa Bonjardim Silva escolheram o seguinte tema: **Telescópio James Webb**, e foram desenvolvidas as seguintes ações: Construção de um resumo sobre o assunto, construção de um vídeo de divulgação[894], entrevista com a equipeorganizadora e apresentação do projeto na primeira etapa. Após os resultados, o trabalho

foi classificado e apresentado na etapa final, sendo agraciado com o terceiro lugar. As alunas foram contempladas com uma bolsa de iniciação cientifica júnior do CNPq, e durante o ano de 2021 participaram do grupo de estudos organizado pela Universidade Federal do Espirito Santo/ Cosmo.

[894] Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=Z-YUvPwmUXk&t=16s

Figura 1.

Alunas premiadas e professor orientador

Fonte: Arquivo dos autores.

Para o segundo ano de estudos, foram selecionados 08 alunos com objetivo de enviar duas inscrições para a IV Mostra, entretanto, quatro alunos deram continuidade e mais uma vez tivemos um trabalho enviado.

Ágata Mayra de Souza Batista**,** Julia Oliveira de Souza, Kéwyson Bruno Marculino Feu, Thaís Santos Dias escolheram o seguinte tema: **Plutão e as descobertas da sonda New Horizons**, e desenvolveram as seguintes ações: Construção de um resumo sobre o assunto, construção de um vídeo de divulgação[895], apresentação do projeto na primeira etapa, após os resultados o trabalho foi classificado e apresentado na etapa final, sendo agraciado com o primeiro lugar. Receberam o direito de publicação de um artigo na Revista Cadernos de Astronomia[896] da UFES/Cosmo.

Os alunos foram contemplados com uma bolsa de iniciação cientifica júnior do CNPq, e durante o ano de 2022 participam ativamente do grupo de estudos organizado pela Universidade Federal do Espírito Santo/ Cosmo. Atualmente, eles continuam como pesquisadores e continuam apresentando novos trabalhos já como alunos do Ensino Médio.

Figura 2.

Alunos premiados e professor orientador

[895] Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=7SpNs379WoI
[896] Disponível em: https://doi.org/10.47456/Cad.Astro.v3n1.37361

Fonte: Arquivo dos autores.

Contexto do projeto e a influência na escola.

Neste relato de experiência, o objetivo é apresentar os resultados aparentes de umprojeto inicial para inserção de astronomia na escola, e através dos conceitos pesquisados,perceber a Matemática presente no contexto das pesquisas. Compreendemos que a Matemática é fundamental dentro da Astronomia e se torna indispensável para trabalhar com dados, dados estatísticos, unidades de medida, trajetórias de sondas, equações e fórmulas, grandezas físicas dentre outras aplicações.

Os alunos consultados e que aceitaram participar do projeto, deixaram transpassarque as pesquisas de extrema importância para a sua vida acadêmica. Surgiram por parte dos alunos muitas informações novas, o que evidenciou a importância das discussões, dasproduções, das oportunidades que foram oferecidas aos alunos para registrarem seus nomes de forma diferenciada.

O trabalho sobre o **Telescópio James Webb** foi escolhido pelos alunos por se tratar de um tema atual, que estava na mídia devido à proximidade de seu lançamento, pelo investimento e pela tecnologia utilizada. Nas palavras das alunas em sua produção:

Com objetivo de avançar nos estudos referentes à formação do universo, o telescópio espacial James Webb (JWST) está em processo final de construção,sendo um projeto ousado que conta com a participação da Agência Espacial Canadense, da Agência Espacial Europeia (ESA) e da Agencia Espacial Americana (NASA), com um custo estimado em 10 bilhões de dólares. Ele será posicionado a uma distância de 1,5 milhões de quilômetros da Terra, em um ponto que *haja anulação entre a gravidade do Sol e da Terra. O JWST contarácom uma precisão tão grande que como comparação seria possível observar aqui da terra um inseto na superfície da Lua. O telescópio terá muitas funçõesquando posto em órbita, dentre elas: deverá observar a formação das primeiras galáxias e estrelas; estudar a evolução das galáxias; ver a produçãode alguns elementos químicos pelas estrelas por fusão nuclear; observar os processos de formação das estrelas dos planetas.*

Quando o professor pesquisador envolve os estudantes, oportunizado as experiências com a participação do aprendiz, em práticas exitosas, com o uso de recursos diversos em uma perspectiva de organização e possibilidade, com objetivo de potencializar as habilidades, podemos até enfrentar desafios no início, no percurso do trabalho, mas que provavelmente serão de grande valor, tornando o estudante um sujeito da escola, que constróiconhecimento a partir da pesquisa e dos diálogos com o professor mediador.

O trabalho sobre o **Plutão e as descobertas da sonda New Horizons**, foi escolhido pelos alunos pelas inquietações a respeito de Plutão, pelo contexto de uma missão que se pensarmos desde a sua elaboração até a conclusão, estamos falando de umapesquisa de pelo menos 20 anos para se obter dados relevantes. Nas palavras das alunas em sua produção, segue o resumo do artigo publicado na revista Cadernos de Astronomiada Ufes/Cosmo:

> Com o objetivo de avançar nos estudos referentes aos corpos celestes mais distantes do planeta Terra, a sonda New Horizons foi lançada pela NASA em 19 de janeiro de 2006. A missão não tripulada teve como destino o Cinturão de Kuiper, região longínqua do Sistema Solar que abriga o Planeta-anão Plutão. Nossa pesquisa procurou informações a respeito da sonda NewHorizons, entre elas destacam-se quais foram suas prioridades de pesquisa e possíveis benefícios para a astronomia, com o principal intuito de participar da IV Mostra de Astronomia do Espírito Santo e apresentar aos estudantes de nossa escola. Ademais aplica-se também para o público em geral, que não possui contato com astronomia. Neste artigo discutimos quais foram os dadoscoletados pela sonda durante a passagem por Plutão, além de retomar alguns conceitos e teorias da astronomia e apresentar algumas perspectivas futuras. (Batista, Souza, Feu, Dias e Gomes, 2022 p.145)

As práticas se apresentaram durante todo o processo da Mostra de Astronomia doES. Os trabalhos puderam proporcionar aos estudantes, um laboratório de aprendizagem,onde eles puderam elaborar suas hipóteses, para que em seguida pudessem verificá-las, testá-las, e como possibilidade a reflexão e construção do seu próprio conhecimento, aaprendizagem foi fruto de todo esse processo.

Tabela 1

Evolução das produções na Escola "Roberto Calmon"

Trabalhos em 2020		Trabalhos em 2021		Trabalhos em 2022	
Alunos	Projetos	Alunos	Projetos	Alunos	Projetos
2	**1**	**4**	**1**	**10**	**2**

Fonte: Elaborado pelos autores.

A partir dos dados, podemos perceber que, ser um professor pesquisador da educação básica pode proporcionar aos estudantes oportunidades de construção de conhecimento, envolvimento dos estudantes, visibilidade para a escola e a prática da pesquisa dentro do chão da escola básica.

O espaço escolar carece do envolvimento dos estudantes nas pesquisas emMatemática. Podemos perceber a partir dos trabalhos apresentados, que há uma tendênciaque, nos próximos anos, mais estudantes se envolvam e participem e mais projetos sejamenviados para a Mostra de astronomia.

Matemática presente no processo

Os conteúdos matemáticos presentes nos trabalhos apresentados na mostra de Astronomia aparecem nos PCN organizados para serem contextualizados, com aplicações diversas no contexto social e na resolução de problemas matemáticos. A organização dos conteúdos na BNCC para o 9°Ano do Ensino Fundamental, nos direciona a refletir: "Propiciar aos estudantes experimentar diferentes tipos de pesquisa, inclusive articuladascom atividades de outras áreas do conhecimento [...]." (BRASIL, 2018, p.516) e também:

> "(EM13MAT103) Interpretar e compreender textos científicos ou divulgadospelas mídias, que empregam unidades de medida de diferentes grandezas e asconversões possíveis entre elas, adotadas ou não pelo Sistema Internacional (SI), como as de armazenamento e velocidade de transferência de dados, ligadas aos avanços tecnológicos" (BRASIL, 2018, p.533).

A BNCC também menciona a importância de desenvolver habilidades básicas como interpretar, representar e produzir ampliações e reduções de figuras. Os estudantes devem ser incentivados a formular e resolver problemas em contextos diversos, aplicandoos conceitos de congruência e semelhança. Nesse relato considera uma abordagem da aprendizagem em que conceitos, ideias e definições matemáticas são encontradas mediante a exploração e a pesquisa realizada pelos alunos durante o processo de elaboração das atividades propostas pela Mostra de Astronomia.

Ponte, Brocardo e Oliveira (2015) afirmam que existe uma relação muito forte entre os problemas propostos em matemática e a prática investigativa, pois esta costumadesenvolver-se em torno de situações-problema. Conhecendo essa possibilidade, entendemos que a prática de investigação e pesquisa em áreas afins, no caso da Astronomia, ela também pode ser utilizada com objetivo de facilitar a aprendizagem.

Nosso objetivo, nesse contexto, é que o aluno pudesse fazer descobertas, que se revelariam importantes, pois, investigar também é descobrir relações escondidas, identificar propriedades que possam contribuir para a aprendizagem de matemática.

Algumas considerações

É notável que o professor enquanto pesquisador dentro da educação básica traz inúmeras oportunidades para os estudantes para a construção do seu próprioconhecimento. Nas palavras de Paulo Freire,

> Não há ensino sem pesquisa e pesquisa sem ensino. Esses quefazeres seencontram um no corpo do outro. Enquanto ensino, continuo buscando,reprocurando. Ensino porque busco, porque indaguei, porque indago e me indago. Pesquiso para constatar, constatando intervenho, intervindoeduco e me educo. Pesquiso para conhecer o que ainda não conheço e comunicar ou anunciar a novidade (FREIRE, 2008, p.29).

Não há como dissociar esses dois elementos: pesquisa e ensino. O métodotradicional de ensino, que traz o professor como detentor do conhecimento e nãomediador do processo, dificilmente oferece ao estudante a oportunidade de participar de forma ativa, proporcionando para si as indagações e o conhecer mais sobre o objeto de estudo.

Nessa pesquisa, podemos evidenciar que houve um aumento na participação dos estudantes, pela visibilidade que o projeto tomou diante da comunidade escolar, pela empolgação dos estudantes em ganhar a premiação, no caso, as bolsas Cnpq e as medalhas, e pelo prazer dos discentes em participar do projeto enquanto pesquisadores e protagonistas do processo.

Vale ressaltar que a escola tem estudantes provenientes de regiões mais periféricasdo município, e que ter projetos de iniciações científicas para estudantes dessa região, é oportunizar o início de uma carreira acadêmica que dificilmente teriam oportunidades emoutros espaços.

De certo que esse projeto continuará oportunizando a estes estudantes o sabor deser pesquisador, de conhecer e ver a matemática sob a ótica de um protagonista no processo da construção do conhecimento.

Referências

BATISTA, Ágata M. de S., SOUZA, J. O. de, FEU, K. B. M., DIAS, T. S., e GOMES, R. D. T. "Plutão e as descobertas da sonda New Horizons", **Cadernos de Astronomia**, vol. 3, nº 1, p. 145, fev. 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. **Base Nacional Curricular Comum**. Ministério da Educação. Brasília: MEC. 2018.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia:** saberes necessários à prática educativa. 37. ed. São Paulo: Paz e Terra, 2008.

LARROSA BONDIA, Jorge. **Notas sobre a experiência e o saber da experiência.** Tradução de João Wanderley Geraldi. Universidade Estadual de Campinas, Departamento de Linguística. Revista Brasileira de Educação. Nº 19, Jan/Fev/Mar/Abr 2002.

PONTE, João Pedro da; BROCARDO, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações matemáticas na sala de aula**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

Compartilhando Saberes em Defesa do Território Rural, "Etnomatemática e BemViver no e para o Território"

Sharing knowledge in defense of rural territory, "Ethnomathematics and GoodLiving philosophy, in and for the territory"

Compartiendo Saberes en Defensa del Territorio Rural, "Etnomatemática y BuenVivir en y Para el Territorio"

Contreras Avendaño Maira Liseth[897]
Colegio Rural Pasquilla, Bogotá, Colombia

Modalidad: Comunicación
Núcleo Temático: Relaciones de las Matemáticas con otras áreas del conocimiento

Resumen

Compartiendo Saberes en Defensa del Territorio Rural, "Etnomatemática y Buen Vivir en y Para el Territorio" es una propuesta que llega a reforzar el trabajo pedagógico existente en la sede C del Colegio Rural Pasquilla, Bogotá, Colombia, donde a partir de tres estrategias, trabajo entre pares, finca medioambiental y manejo de residuos sólidos se enlazan a las diferentes áreas del saber. Al encontrar la posibilidad brindada por la institución de trabajar con el territorio, la pedagogía dialogante y Buen Vivir, se abren puertas de profundizar la matemática en y desde el contexto, es así como surge una propuesta de trabajo integrado con los estudiantes de los diferentes niveles de básica primaria y la comunidad, donde compartan saberes matemáticos y se comprendan como personas poseedoras de los mismos llevándolos a la práctica en los espacios dispuestos tales como la finca y el aula de manejo de residuos y aprendiendo de mejor manera su uso en el territorio y en cada zona brindado por la escuela y la comunidad.

Palabras clave: Etnomatemática, Territorio, Buen Vivir.

Compartiendo Saberes en Defensa del Territorio Rural, "Etnomatemática yBuen Vivir en y Para el Territorio"

[897] maylis742@gmail.com

La escuela de Pasquillita es la sede C del Colegio Rural Pasquilla I.E.D. Ubicadaen una de las nueve veredas en que está dividido el gran territorio rural de Ciudad Bolívar, o Localidad 19, como también se la llama. Situada en el Sur Occidente del Distrito Capital de Bogotá, Colombia, en un área eco estratégica de subpáramo, en estosmomentos, peligrosamente afectada por el avance de la gran urbe hacia sus territorios productores de oxígeno y agua para los habitantes urbanos y rurales.

La escuela está compuesta por 67 niños y niñas provenientes de familias campesinas dedicadas a la agricultura y ganadería en pequeña escala. En su mayoría conservan grandes valores de los ancestros y abuelos, prevaleciendo la paz, fiel a sus tradiciones católicas, respetuosa del derecho ajeno y defensora de la honradez y la solidaridad como supremos valores de convivencia.

En Pasquillita se desarrolla trabajo social comunitario a través de la organización ASOPASQUILLITA (Asociación de Campesinos para el Desarrollo Sostenible de la Vereda de Pasquillita), desde hace cerca de 20 años, en espacios específicos como La Finca Ambiental y el Manejo de Residuos Sólidos, desde tres campos del saber Convivencia, ciudadanía y participación, Educación ambiental y Lectura, escritura y oralidad.

El Colegio Rural Pasquilla se encuentra en construcción actual, donde busca relacionar y adaptar al contexto social, económico y cultural de la población, la Pedagogía Dialogante, propuesta por Julián de Zubiría y el Buen Vivir, de las culturas ancestrales entendido como "Buen vivir que demanda una nueva ética, una ética del cuidado, que supone: a) El cuidado de uno mismo, de su cuerpo, de su espíritu, de su mente; b) El cuidado de los otros, de los No conocidos y de aquellos que desconocemos".(ACURIO, 2012, p 112), en la creación de un modelo pedagógico propio visto y trabajado en y desde el territorio.

El proceso de construcción en el que se encuentra la Institución abre las puertasa nuevas propuestas educativas, donde la creación de conocimiento se dé a partir de la interacción entre pares de diferentes culturas y con distintos saberes ancestrales, esto responde a que "Se plantea una educación desde una visión dinámica de la cultura que no mira a las sociedades indígenas como enclaves tradicionales y aislados, sino que las comprende como realidades en "permanente interacción con otras situaciones socioculturales, de las cuales se pueden nutrir para enriquecer su propio proyecto civilizador" (LÓPEZ, 1997 citado por VILLAGÓMEZ, 2014, p 39).

El trabajar matemática en y desde el territorio se convierte en un espacio de conflicto ya que, en su mayoría, el docente realiza su práctica en aula, sin interacción con los diferentes saberes que se encuentran en la comunidad educativa y en el territorio,a esto se le agrega la colonización de la educación interpuesta desde hace algún tiempodonde “La calidad educativa se ha centrado en torno a los resultados de aprendizaje, perdiendo su pertinencia e imposibilitando la construcción de proyectos curriculares desde la comunidad” (CRESPO, 2015, p 42).

Las anteriores condiciones son generadoras del punto de partida y el horizonte hacia el cual se pretende dirigir la labor pedagógica y social, según PALLASCO, 2012,p 122, “Busca la ruptura de la práctica docente del conductismo para liderar la práctica de una educación y escuela innovadora basada en la realidad” llegando a la formación de ciudadanía, sociedad y seres consientes de la necesidad de convivir en armonía y equilibrio con el entorno, enmarcados en una educación participativa, de buena calidady con estrecha relación entre Etnomatemática y Buen Vivir para llevarla a práctica en ydesde el territorio.

Así surge la propuesta de un proceso de enseñanza y aprendizaje de Etnomatemática y Buen Vivir en y para el Territorio, basados en la profundización de las tres estrategias ya existentes, Trabajo entre pares, Finca ambiental y Fomento a la Cultura y manejo de los residuos sólidos.

Trabajo entre pares

El trabajo entre pares se da de manera transversal en los dos espacios restantes, su objetivo es compartir y reforzar saberes mediante el trabajo dando lugar a comprenderdiferentes realidades y saberes, esto abre las puertas a una transformación haciendo que “la escuela se convierta en el punto de convivencia, conocimiento, respeto mutuo entreel niño indígena, negro y mestizo, sin discriminación de ninguna” (PALLASCO, 2012,p 123). Como ejemplo de ello se encuentra el ejercicio de comprensión y definición de algunas figuras geométricas, esto basado en la cantidad de lados y vértices que tiene cada una.

Figura 1.

Grupo de estudiantes de 4° y 5° preparando material para compartir.

Para ello los estudiantes de 4° y 5° estudian y comprenden que las figuras geométricas tienen un nombre basado en la cantidad de lados y vértices, paso seguido se reúnen con los estudiantes de preescolar y 1° y comparten esos saberes médiate experiencias vivenciales y trabajo entre pares.

Figura 2.
Grupo de estudiantes de 4° y 5° compartiendo saberes con estudiantes de 1º.

Finca ambiental

La finca ambiental es un espacio cercano a la Escuela, de propiedad de ASOPASQUILLITA, esta cuenta con cuatro invernaderos para la producción orgánica de hortalizas y un espacio lo suficientemente grande para el asentamiento de frutales nativos. La producción se usa, una parte, para la alimentación sana de las familias y la restante para venta, de esta manera se generan ingresos para la sostenibilidad del proyecto y la compra de uniformes escolares de los estudiantes.

El trabajo agrícola se realiza con ayuda de los estudiantes y sus familias, teniendocomo base que "los pensamientos de los pueblos originarios ofrecen orientacionesfundamentales para imaginar nuevos modos de convivencia social y nuevos sentidos para la educación. Los pueblos originarios nos brindan premisas para la "con-vivencia"armónica entre todas las formas y modos de vida humana y no humana" (CRESPO, 2015, p 43) de esta manera se cultivan alimentos tradicionales con tecnologías orgánicasamigables con el medio ambiente. Aquí los participantes aprenden a llevar una alimentación sana y económica, siendo al mismo tiempo benévolos con los medios natural y social, aprendiendo a proteger las fuentes de agua y el suelo e interactuando prolíficamente con sus semejantes.

Adicionalmente del servicio prestado por la finca como espacio para la convivencia, también es el laboratorio para la experimentación en Ciencias naturales y el ejercicio integrado de las matemáticas, la ética social y el resto de las materias de estudio previstas en nuestro currículo, los estudiantes comparten sus vivencias y sus aprendizajes con sus pares y transmiten estos aprendizajes a sus compañeros más pequeños. De esta manera desarrollan procesos de liderazgo y vivencian las competencias ciudadanas.

El trabajo matemático se ejerce de diversas maneras y con distintos propósitos específicos, todos ellos enlazados entre sí, el cuadro que a continuación se muestra pretende dar a conocer la práctica educativa realizada en los distintos espacios pedagógicos, donde los niños y niñas son los principales actores y los constructores de su saber, médiate actividades campesinas cotidianas que abren la posibilidad de comprender la necesidad y relación del saber académico con el medio y el territorio.

Tabla 1.

Actividad y trabajo pedagógico.

ACTIVIDAD PEDAGOGICA	TRABAJO PEDAGOGICO	IMAGEN
Contabilidad	Los estudiantes de 4º y 5º son los encargados de llevar una pequeña contabilidad, en ella registran ingresos, egresos, ganancias y/o pérdidas. 1. Todos los jueves realizan venta de hortalizas, llevando registro de ello. 2. Se cuenta con registro de compra de materiales y materia prima. 3. Calculan la ganancia y/o pérdida acumulada mes a mes.	Figura 3. *Estudiantes con su compra de lechuga.* 
Toma de medidas	Luego de un trabajo previo en aula, en la finca se practica la toma de medidas de longitud,volumen y tiempo. 1. Longitud, se da de manera grupal entre estudiantes de 2º, 3º, 4º y5º, los que se encuentran en grados superiores enseñan y ayudan a los demás a manejar el metro en la toma de medidas de camas de siembra e invernaderos.	Figura 4. *Estudiantes de 2º y 5º compartiendo la forma adecuada de usar el metro a estudiantes de 3º.* 
	Volumen, los estudiantes de 4º y 5º enseñan a los de 2º y 3º a medir volúmenes pequeños, con abonos, sustratos y fungicidas líquidos, los niños y niñas menores realizan la actividad de observación, esto por precaución. Tiempo, Los estudiantes calculan el tiempo de crecimiento de las plantas sembradas, esto para poder cosechar las hortalizas luego de tres o cuatro meses.	Figura 5. *studiantes de 2º, 4º y 5ºusando el metro.* 

Cálculo de áreas y Volúmenes	El cálculo de estos valores se realiza con los datos obtenidos en el proceso anteriormente mencionado, sirve para calcular la cantidad de tierra, abono, plantas a sembrar y material para la construcción de invernaderos y camas de siembra.	Figura 6. *Estudiante de 5º calculando perímetros* 

Manejo de los residuos sólidos

El aprovechamiento de los residuos sólidos es otra parte de la estrategia, que busca, por un lado sembrar conciencia en nuestros estudiantes y sus familias de la importancia de reducir consumo, reciclar y reutilizar para proteger el medio ambiente yde otra parte, reunir recursos económicos para compra de útiles escolares de losestudiantes que participan en esta actividad.

Esta estrategia a la vez que está fortaleciendo el Proyecto Ambiental Escolar también nos sirve como mecanismo para la vivencia de valores como la equidad, la solidaridad y la responsabilidad social, igualmente ayuda a los estudiantes a comprenderque es la masa y como usar la báscula para hallar dicha medida, mediante el peso del material reciclado y separado desde casa, contabilizar los puntos obtenidos por la cantidad de material y calcular si lograron los necesarios para obtener un kit escolar completo o no.

Figura 7.
Estudiantes pesando reciclaje.

De la mano se encuentra la construcción de material educativo con elementos reutilizados, esto como muestra de la no necesidad de comprar y apoyo con el cuidado del medio ambiente, así mismo generar implementos que ayuden con los diferentes saberes matemáticos de manera poco tradicional y lúdica.

Figura 8.
Tomas, con la máquina sumadora.

A modo de conclusión, desde la labor docente, luego de experimentar una nuevaforma de trabajo, cambia el sentido de la práctica pedagógica, pues como lo menciona CRESPO, 2015, p 45 ya no es el docente el actor principal en la producción de conocimiento posibilitando experiencias educativas y suponiendo realidades, sino que se convierte en parte de una construcción social a partir de la perspectiva y significadosde quienes la viven en el contexto rural, por lo anterior, se hace necesario que el docente entre en un proceso constante de aprendizaje y siempre esté dispuesto a recibirlo de todos los actores de la comunidad, pues "Educar y educarse es, en consecuencia, encontrar sentido a la propia vida, descolonizándonos de la razón y buscando nuestra conciencia cósmica; como experiencia compleja, significa volver a la tierra fecunda conmitos, leyendas, tradiciones, ritos, cuentos y poesía" (CRESPO, 2015, p 44).

Finalmente, desde los diferentes logros de los estudiantes, se observan procesosde reconocimiento matemático desde el contexto, dando solución a problemas cotidianoscon los conocimientos adquiridos en las tres estrategias mencionadas y trabajadas, es desde allí que se hace exitoso desde el área del saber, igualmente se crean seres amigables, respetuosos del territorio y su comunidad, alcanzando parte de una felicidadpropia y grupal de la vida humana y no humana como lo propone el Buen Vivir.

Referencias

Acurio, D. (2012). Educación para el buen vivir: aproximaciones y distancias. *Educacióny buen vivir: reflexiones sobre su construcción,* 1ra. Edición, 111-116

Pallasco, M (2012). Educación y Buen Vivir. *Educación y buen vivir: reflexiones sobre su construcción,* 1ra. Edición, 125-132

Villagómez, M (2014). Buen vivir y educación para la práctica de la interculturalidad enel Ecuador. Otras prácticas pedagógicas son necesarias. *Alteridad. Revista de Educación,* Vol.9, No. 1, 36-42

Crespo, C. (2015). Nuevos sentidos y alternativas para la educación en contextos de transformación. *Educación y Ciudad No 29.*39-48.

A Teoria da Matemática no Contexto das Ciências como balizadora na construção de um Projeto Integrador.

The Theory of Mathematic in the Context of Sciences as a guide in the construction of an Integrating Project.

La Teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias como guía en la construcción de un Proyecto Integrador.

Clarissa Maciel Cavalcante[898]
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
Instituto Federal de Ciência e Tecnologia do Pará
https://orcid.org/0000-0003-0423-6611

Barbara Lutaif Bianchini[899]
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
https://orcid.org/0000-0003-0388-1985

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Relação da Matemática com outras áreas de conhecimento.

Resumo

No Brasil, desde 2004 se prevê a possibilidade de a Educação Profissional Técnica de Nível Médio estar integrada ao Ensino Médio. A partir de então, diversos textos oficiais regulamentam a necessidade da promoção da integração curricular, articulando as duas formações, com vistas a promoção de uma educação integral e integrada. Nesse contexto, os Institutos Federais, nascidos em 2008, trazem a incumbência de priorizar esta modalidade de cursos. Este artigo aborda esse contexto e busca articular – valendo-se de uma minuta de orientação para elaboração de Projetos Integradores (PI) do Instituto Federal Baiano – a matemática ao contexto profissional dos cursos técnicos integrados. Para isso, balizando-se nos pressupostos teóricos da Teoria da Matemática no Contexto das Ciências (TMCC), especialmente na metodologia DIPCING, construiu-se uma proposta de Projeto Integrador. Foi apontado o caráter promissor dessa metodologia para a promoção da integração curricular, bem como sua relevância para pesquisas nesse contexto.
Palavras-chave: Projeto integrador, matemática, educação profissional, TMCC, DIPCING.

Abstract

In Brazil, since 2004, the possibility has been foreseen for the Technical Vocational Education of Secondary Level to be integrated into Secondary Education. Since then, several official texts regulate the need to promote curricular integration, articulating the two courses, with a view to promoting an integral and integrated education. In this context, the Federal Institutes, created in 2008, are responsible for prioritizing this type of courses. This article addresses this context

[898] engclarissacavalcante@gmail.com
[899] barbara@pucsp.br

and seeks to articulate – using a draft guideline for the elaboration of Integrating Projects (IP) of the Instituto Federal Baiano – mathematics to the professional context of integrated technical courses. For this, based on the theoretical assumptions of the Theory of Mathematics in the Context of Sciences (TMCC), especially in the DIPCING methodology, a proposal for an Integrating Project was built. The promising character of this methodology for the promotion of curricular integration was pointed out, as well as its relevance for research in this context.
Keywords: Integrating project, mathematics, professional education, TMCC, DIPCING.

Resumen

Desde 2004 se prevé en Brasil la posibilidad de que la Educación Técnica Profesional de Nivel Secundario sea integrada a la Educación Secundaria. Desde entonces, varios textos oficiales regulan la necesidad de promover la integración curricular, articulando los dos cursos, con miras a promover una educación integral e integrada. En ese contexto, los Institutos Federales, creados en 2008, son los encargados de priorizar este tipo de cursos. Este artículo aborda ese contexto y busca articular – utilizando un texto primario de directriz para la elaboración de Proyectos Integradores (PI) del Instituto Federal Baiano – las matemáticas al contexto profesional de cursos técnicos integrados. Para ello, con base en los presupuestos teóricos de la Teoría de las Matemáticas en el Contexto de las Ciencias (TMCC), especialmente en la metodología DIPCING, se construyó una propuesta de Proyecto Integrador. Se señaló el carácter promisorio de esta metodología para la promoción de la integración curricular, así como su relevancia para la investigación en este contexto.
Palabras clave: Proyecto integrador, matemáticas, educación profesional, TMCC, DIPCING.

Introdução – Contexto

Em 20 de dezembro de 1996 foi sancionada a Lei nº 9.394, estabelecendo as Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) e instituindo a Educação Profissional e Tecnológica entre os níveis e as modalidades de educação e ensino.

Conforme descrito nas Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica, o capítulo da LDB sobre a Educação Profissional foi inicialmente regulamentado pelo Decreto nº 2.208/97. Em 23 de julho de 2004, o Decreto nº 2.208/97 foi substituído pelo de nº 5.154/2004, o qual trouxe de volta a possibilidade de integrar o Ensino Médio à Educação Profissional Técnica de Nível Médio. Em decorrência, a Câmara de Educação Básica (CEB) do Conselho Nacional de Educação (CNE) atualizou as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio e as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Profissional Técnica de Nível Médio, por meio da Resolução CNE/CEB nº 1/2005 (Brasil, 2013).

Em 13 de julho de 2010, a CEB definiu as Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais (DCN) para a Educação Básica, por meio da Resolução CNE/CEB nº 4/2010, normatizando ainda a Câmara a Resolução CNE/CEB nº 2/2012 (definidora das DCN para o Ensino Médio) (Brasil, 2013).

Ao menos documentalmente, a atualização das DCN para Educação Profissional Técnica de Nível Médio, ultrapassando os limites do campo estritamente educacional, considera o papel da Educação Profissional e Tecnológica no desenvolvimento do mundo do trabalho na perspectiva da formação integral do cidadão trabalhador. Portanto, deverá conduzir à superação da clássica divisão social do trabalho, historicamente consagrada, entre aqueles comprometidos com a ação de executar e aqueles envolvidos com a ação de pensar e dirigir ou planejar e controlar a qualidade dos produtos e serviços oferecidos à sociedade.

Ao definir as Diretrizes Curriculares Gerais para a Educação Básica, a Resolução CNE/CEB nº 4/2010 assim distingue a Educação Profissional Técnica de Nível Médio:

> Art. 32. A Educação Profissional Técnica de nível médio é desenvolvida nas seguintes formas:
> I – articulada com o Ensino Médio, sob duas formas:
> a) integrada, na mesma instituição; ou
> b) concomitante, na mesma ou em distintas instituições;
> II – subsequente, em cursos destinados a quem já tenha concluído o Ensino Médio.
> § 1º Os cursos articulados com o Ensino Médio, organizados na forma integrada, são cursos de matrícula única, que conduzem os educandos à habilitação profissional técnica de nível médio ao mesmo tempo em que concluem a última etapa da Educação Básica (Brasil, 2010).

Nesse tom, a:

> integração do conhecimento teórico com a prática profissional é um grande desafio presente no processo educacional, sobretudo na Educação Profissional, pois a prática a constitui e organiza, integrando as cargas horárias mínimas de cada habilitação profissional de técnico e correspondentes etapas de qualificação e de especialização profissional técnica. [...].
> Para garantir essa integração, é importante adotar metodologias que a privilegiem e cuidar da definição dos conteúdos e de sua organização nas diferentes etapas de ensino (Brasil, 2013, p. 245).

Destacamos, ainda, o Art. 14, Inciso VIII, da Resolução nº 2, de 30 de janeiro 2012, o qual orienta que:

> "os componentes curriculares que integram as áreas de conhecimento podem ser tratados como disciplinas, sempre de forma integrada, ou como unidades de estudos, módulos, atividades, práticas e projetos contextualizados e interdisciplinares ou diversamente articuladores de saberes, desenvolvimento transversal de temas ou outras formas de organização" (Brasil, 2012, s.p.).

De acordo com dados extraídos do Censo da Educação Básica de 2019 (Brasil, 2020), de todas as etapas de ensino, a educação profissional é a que apresenta o maior número de matrículas na rede federal. Além disso, das matrículas do Ensino Técnico Integrado ao Ensino Médio 57,32% são desta rede.

Os IFs fazem parte da Rede Federal de Educação Profissional, Científica e Tecnológica (RFEPCT), regulamentada em 2008 pela lei 11.892. De acordo com o Ministério da Educação (BRASIL, 2018, s. p.), a Rede nasce com uma "nova concepção sobre o papel e a presença do sistema de ensino federal na oferta pública da educação profissional e tecnológica". Em 2019, a Rede contava com 661 unidades de ensino, vinculadas a 38 Institutos Federais (IF) e 2 Centros Federais de Educação Tecnológica (CEFET). Em todos os estados brasileiros há pelo menos um Instituto Federal (IF), com diversos *campi*. O MEC regulamenta que essas instituições tenham como obrigatoriedade a oferta de pelo menos 50% de suas vagas destinadas ao ensino profissional, prioritariamente na forma integrada.

Cavalcante e Bianchini (2022) trazem um quantitativo de vinte pesquisas concluídas de mestrado e doutorado, abordando a interface entre a Matemática e as disciplinas do eixo tecnológico dos Cursos Técnicos Integrados ao Ensino Médio, desde 2016. Destes, foram observados 14 com caráter mais propositivo no sentido da integração curricular. Ressaltamos o dado de que, das 52 teses e dissertações encontradas pelas autoras que tratavam "de cursos integrados nos Institutos Federais e do componente curricular Matemática e/ou aspectos desta disciplina" (Cavalcante & Bianchini, 2022, p. 79), apenas 20 versavam sobre "a integração, da interdisciplinaridade, da modelagem no contexto da formação profissional e/ou de atividades contextualizadas com a formação técnica" (Cavalcante & Bianchini, 2022, p. 79), saltando aos olhos o quantitativo proporcional diminuto deste tema, considerando o contexto previamente exposto.

Nesse sentido, em busca de um aporte teórico que nos permita contribuir para esse caráter integrador, tendo como ponto de partida a matemática, a Teoria da Matemática do Contexto das Ciências (TMCC), de Patrícia Camarena, traz diversas proposições contributivas ao nosso foco de pesquisa e ao recorte aqui apresentado.

Por conseguinte, o presente artigo objetiva apresentar a possível contribuição da TMCC, em especial, a metodologia DIPCING – do original, *Diseño de Programas de Estudio de las Ciencias Básicas en Ingeniería* – (que explicaremos mais detidamente a seguir), como subsídio para a formulação de um Projeto Integrador nos Cursos Técnicos em Edificações Integrados ao Ensino Médio.

Projetos Integradores dos Cursos Técnicos Integrados ao Ensino Médio nos Institutos Federais Brasileiros

Os Projetos Integradores estão previstos na legislação educacional brasileira e são a forma mais corriqueiramente utilizada para cumprir as determinações da referida resolução.

Fizemos um levantamento dos Projetos Pedagógicos dos Cursos Técnicos em Edificações Integrados ao Ensino Médio que estavam disponibilizados nos *sites* oficiais dos Institutos Federais, encontrando um total de 68 PPCs. Igualmente, realizamos um recorte temporal a partir de 2015, restando 46. Destes, 20 mencionam os Projetos Integradores como proposta de um (ou mais) componente curricular com vistas a promover a integração. Ressalta-se que o Projeto Integrador, ou outro componente com objetivo similar, não necessita estar detalhado no PPC; porém, em se tratando de um Componente Curricular (vide resolução CNE/CEB nº 4/2010 supracitada), a forma de proposição da efetiva integração deverá estar minimamente indicada nos PPCs.

Destacamos que não é objeto deste artigo avaliar os Projetos Integradores (desenvolvidos ou planejados) em si, mas desenvolver uma reflexão propositiva com base da TMCC visando a contribuir com esses instrumentos.

Citamos aqui o caso do Instituto Federal Baiano, que elaborou, em 2017, uma minuta de um Guia Orientador do Projeto Integrador dos Cursos da Educação Profissional Técnica de Nível Médio, em que se aponta:

> O Projeto Integrador é um componente curricular obrigatório dos Cursos Técnicos de Nível Médio do IF Baiano, que tem como objetivo central articular as diversas áreas de conhecimento do curso com o exercício profissional, através da articulação teoria e prática em uma perspectiva interdisciplinar, integrada e contextualizada para uma formação qualificada do(a) discente. (Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia Baiano [IF Baiano], 2017, p. 4)

E continua:

> É importante ressaltar que o Projeto Integrador se configura como eixo articulador dos demais componentes curriculares, da formação teórico-prática e do exercício profissional. Esta articulação pode ocorrer através de situações problematizadoras das áreas específicas, capacitando o(a) educando a gerir a própria aprendizagem de forma autônoma, proativa, construtiva, criativa, ética, com responsabilidade socioambiental e respeito aos direitos humanos (IF Baiano, 2017, p. 5).

O documento expressa como objetivo geral do PI:

> Articular as diversas áreas de conhecimento do curso, bem como os conhecimentos acadêmicos com a prática profissional, assegurando a interdisciplinaridade, integração e contextualização dos conhecimentos adquiridos ao longo do processo educativo para formação qualificada e exercício profissional competente (IF Baiano, 2017, p. 8).

É possível perceber, a partir do exemplo citado, o caráter promissor dos Projetos Integradores para a promoção da integração de saberes, de forma interdisciplinar para a vida profissional. Porém cabe mencionar que não possível, nesta etapa da pesquisa, mensurar quaisquer resultados percebidos no IF Baiano, por não termos dados para tal. Nesse sentido, nossa avaliação da potencialidade do documento supracitado subjetiva.

Teoria da Matemática no Contexto das Ciências e suas potencialidades para a promoção da integração curricular

A Teoria da Matemática no Contexto da Ciência (TMCC) nasce no nível universitário, especificamente em carreiras de engenharia, nas quais a matemática não é um objetivo em si; pois não se vão formar matemáticos, mas sim, desenvolver competências matemáticas intrínsecas à profissão (Camarena, 2021).

Nos Cursos Técnicos Integrados ao Ensino Médio a matemática não tem função apenas de desenvolver competências à profissão técnica, mas também faz parte dos componentes curriculares da BNCC. Porém, dentro do contexto da integração curricular, ela deve dispor (assim como tudo que norteia o currículo destes cursos) ferramentas a fim de promover a articulação de competências também do eixo tecnológico.

Advogamos, portanto, que a metodologia DIPCING, elaborada por Patrícia Camarena, pode contribuir no sentido de nortear a elaboração dos Projetos Integradores, a partir da construção de um currículo que atenda as expectativas e anseios desta modalidade e área de ensino. Diz ela:

> A metodologia [DIPCING] é a principal representante da Fase Curricular da TMCC, metodologia que vem sendo desenhada desde 1982, quando o conceito de competências como está atualmente concebido não foi discutido, porém, o desejo de formar os alunos de forma ideal, apoiou o desenvolvimento dos componentes das competências nos alunos.
> A metodologia DIPCING [...] segue um processo de pesquisa para a concepção de programas de estudo de disciplinas que são de apoio à profissão [...]. Esse processo metodológico é gerado para abordar a disciplina da matemática, porém, atualmente é utilizado para outras disciplinas que também apoiam uma profissão.

> [...] [com esta metodologia] se identificam competências matemáticas da profissão, ou seja, competências intrínsecas à profissão são construídas, não isoladas dela, mas imersas nela. (tradução nossa) (Camarena, 2021, p. 133).

O projeto para a elaboração do processo de pesquisa da DIPCING exigiu um método de trabalho que estabelece uma rede entre os problemas da matemática com suas possíveis formas de abordá-los. Para isso, os problemas foram reescritos pela primeira vez em questões de pesquisa que deram à luz ao método de trabalho (Camarena, 2002).

Consideramos que esse método pode balizar a elaboração dos Projetos Integradores. Trazemos a seguir um quadro, apresentado por Camarena, que descreve esse processo.

Quadro 1.

Problemas de matemática e formas de abordá-los

PROBLEMÁTICA	PERGUNTAS DE PESQUISA	FORMA DE ABORDAR AS PERGUNTAS
Ementa como lista temática de matemática.	Por que se incluem os temas de matemática?	Identificar o que necessita de matemática nos textos e projetos.
Vinculação da matemática com a profissão	Como vincular a matemática com a profissão?	Identificar em cada tema como se vincula a matemática com a profissão.
Onde se usará a matemática?	Onde se aplicam?	Determinar por que se usam os temas da matemática na profissão?
Por que estudar a matemática?	Em que beneficia a matemática na profissão?	Indagar como contribui a matemática na profissão.
Há pouco interesse pela matemática	Como motivar o estudante?	Analisar bibliografia sobre os elementos que motivam o aluno de nível superior.
Se quer um egresso competente.	O que se solicita da matemática no trabalho profissional?	Entrevistas aos profissionais em funções, sobre a matemática e as competências que exigem do egresso.
Dar solução a formação prévia deficiente.	O que fazer com a formação prévia deficiente da maioria dos estudantes?	Determinar o nível de conhecimentos prévios do aluno quando do seu ingresso no curso.

Nota: Fonte: (adaptado e traduzido de Camarena, 2021, p. 136)

No Quadro 1, a coluna do meio mostra as questões de pesquisa selecionadas para o presente estudo, que se correlacionam com os problemas acima mencionados da matemática. A terceira coluna mostra as diferentes formas, selecionadas, de abordar as questões de pesquisa.

Neste artigo propomos partir desta proposta de projeto para a elaboração do processo de pesquisa da DIPCING, para construção de um Projeto Integrador que contemple as normativas vigentes, tomando como documento balizador a minuta do Instituto Federal Baiano supracitada, por ter sido o primeiro documento institucional desta natureza que encontramos durante a pesquisa. O recorte aqui feito se debruçará em nortear caminhos do Projeto Integrador pelas Perguntas de Pesquisas e formas de abordá-las, expostas no Quadro 1.

Construção do Projeto Integrador

De acordo com a minuta supracitada, o "Projeto Integrador deve ser regido por um(a) Docente Coordenador(a) [...] [contando] com no mínimo, 22 (dois) professores(as), como membros articuladores" (IF Baiano, 2017, p. 9). Propomos aqui que este docente seja professor de matemática e que os demais sejam professores do eixo profissional, mas de especialidades diferentes.

"O(a) Docente Coordenador(a) e os dois membros articuladores devem construir o esboço do Plano de Trabalho do Componente Curricular" (IF Baiano, 2017, p. 9). E é aqui que nos valeremos de parte da DIPCING.

De forma a pavimentar esse percurso de construção, fizemos uma adaptação do Quadro 1, a fim de contextualizá-lo com a realidade do curso de edificações.

Quadro 2.

Reelaboração dos Problemas de matemática e formas de abordá-los.

PROBLEMÁTICA	PERGUNTAS DE PESQUISA	FORMA DE ABORDAR AS PERGUNTAS
Ementa como lista temática de matemática.	Quais temas da matemática subsidiam resolução de problemas concretos da profissão?	Identificar o que necessita de matemática nas disciplinas envolvidas com o PI.
Vinculação da matemática com a profissão	Como vincular a matemática com a profissão?	Identificar como se vincula a matemática nas disciplinas envolvidas com o PI.
Onde se usará a matemática no curso?	Onde se aplicam?	Determinar por que se usam os temas da matemática na profissão?
Por que estudar a matemática correlacionada ao curso?	Em que beneficia a matemática na profissão?	Indagar como contribui a matemática na profissão.
Há pouco interesse pela matemática	Como motivar o estudante?	Analisar bibliografia sobre os elementos que motivam o aluno de nível médio
Se quer um egresso competente.	O que se solicita da matemática no trabalho profissional?	Entrevistas aos profissionais em funções, sobre a matemática e as competências que exigem do egresso.
Dar solução a formação prévia deficiente.	O que fazer com a formação prévia deficiente da maioria dos estudantes?	Determinar o nível de conhecimentos prévios do aluno até o momento do PI.

Nota: reformulado a partir do Quadro 1

De acordo com a minuta do IF Baiano:

> O(a) Docente Coordenador(a) e os dois membros articuladores devem construir o esboço do Plano de Trabalho do Componente Curricular [...]. O referido Plano de Trabalho deve ser desenvolvido a partir dos conteúdos curriculares abordados no curso, em articulação com o perfil profissional, demandas locais e regionais.
> [...]
> A partir do Plano de Trabalho do Componente Curricular, os(as) estudantes devem construir seus Planos de Trabalho. O Plano de Trabalho Discente pode ser elaborado e executado por equipes [...] e orientado por um(a) professor(a), a ser definido(a) em conjunto com o(a) Docente Coordenador(a). (IF Baiano, 2017, p. 10)

Nesse sentido, propomos que a construção do projeto aconteça em 3 etapas; uma, exclusiva do grupo docente envolvido, outra, em conjunto com os alunos e outra, dando a eles autonomia de investigação. Propomos ainda que sua aplicação ocorra ao longo e paralelamente a um período do curso, vinculada às disciplinas que os alunos participantes cursarão.

Elencamos então algumas etapas com seus respectivos agentes atuantes:

I. Etapa preparatória, exclusivamente dos docentes envolvidos.

Essa fase se concentrará na:

a) busca pela motivação dos discentes (item 5), para o que os docentes analisarão a bibliografia sobre os elementos que motivam o aluno de nível médio a ter interesse pela matemática. Dessa forma, seu agir pedagógico será balizado e norteado por pesquisas científicas.
b) promoção de um diálogo interdisciplinar objetivando refletir conjuntamente sobre as perguntas e as formas de abordá-las relativas aos itens 1 a 4, com elaboração de um mapeamento elencando os temas da matemática desenvolvidos durante o curso que subsidiam as resoluções de problemas das disciplinas do eixo tecnológicas arroladas no PI.

II. Etapa diagnóstica, discentes e docentes.

Essa fase buscará realizar um diagnóstico (referente ao item 7) a fim de terminar o nível de conhecimentos prévios do aluno quando do seu ingresso no curso até o momento do PI.

III. Etapa construtivista, dada autonomia ao discente.

Fase executada em grupo, com 2 enfoques que dialogam:

a) durante o período letivo vinculado ao PI, os alunos deverão buscar encontrar respostas e reflexões perguntas e as formas de abordá-las relativas aos itens 1 a 4, também elaborando de um mapeamento tal qual ao que os docentes procuraram fazer na etapa preparatória.
b) o discente fará entrevistas aos profissionais atuando no mundo do trabalho, questionando-os sobre a matemática e as competências que exigem depois de formados (referentes ao item 6), procurando compreender a articulação e utilização da matemática no contexto do trabalho profissional.

Conforme IF Baiano, 2017:

> Finalizada a execução do Plano de Trabalho Discente, os(as) estudantes devem apresentar os resultados dos trabalhos desenvolvidos, a exemplo de:
> a) análise de situações problema;
> b) projeto de intervenção;
> c) manual;
> d) cordel;
> e) projeto de pesquisa;
> f) relatório;
> g) protótipo/maquete;
> h) artigo;
> i) exposição;
> j) projeto de extensão;
> k) documentário;
> l) curta metragem;
> m) animação;
> n) dentre outros. (IF Baiano, 2017, p. 10-11)

Para nossa proposta, contempla-se como forma de apresentar os resultados as seguintes possibilidades:

1. Análise de situações-problema;
2. Projeto de Pesquisa;
3. Projeto de extensão ou
4. Artigo.

Todas as possibilidades de conclusão do Projeto Integrador buscarão evidenciar como os temas da matemática se articulam com as disciplinas do eixo tecnológico e a vida laboral relacionadas ao curso técnico.

Considerações finais

Consideramos que a metodologia DIPCING, contida na TMCC, oferece contribuições substanciais para a elaboração de um Projeto Integrador com vistas a integração curricular, articulação entre disciplinas e interdisciplinaridade, ainda que no pequeno recorte apresentado neste artigo.

Apontamos que a TMCC pode ser potencialmente contribuitiva para a discussão e promoção da real integração dos componentes curriculares conforme as regulamentações preconizam. Em que pese ser uma teoria nascida no berço universitário, a realidade dos cursos técnicos integrados ao ensino médio e suas potencialidades dialogam fortemente com o que desenvolve Patrícia Camarena e não só para a Matemática, mas para diversas outras disciplinas da BNCC.

Neste artigo, tal contribuição aparece evidenciado, apresentando tal potencialidade, a fim de contribuir com pesquisas relacionadas ao tema.

Referências

Brasil. Presidência da República. Casa Civil. (1996). *Lei nº 9.393, de 20 de dezembro de 1996*. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Casa Civil. http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l9394.htm

Brasil. Presidência da República. Casa Civil. (2008) *Lei nº 11.892, de 29 de dezembro de 2008*. Institui a Rede Federal de Educação Profissional, Científica e Tecnológica, cria os Institutos Federais de Educação, Ciência e Tecnologia, e dá outras providências. Casa Civil. http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2007-2010/2008/lei/l11892.htm

Brasil. Ministério da Educação. *Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental de 9 (nove) anos*. Resolução CNE/CEB nº 7/2010. https://normativasconselhos.mec.gov.br/normativa/view/CNE_RES_CNECEBN42010.pdf?query=AGR%C3%8DCOLA

Brasil. Ministério da Educação. (2012). *Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio.* Resolução CNE/CEB nº 2/2012.

Brasil. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Secretaria de Educação Continuada, Alfabetização, Diversidade e Inclusão. Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica. Conselho Nacional da Educação. Câmara Nacional de Educação Básica. (2013). *Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica* / Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Currículos e Educação Integral.

Brasil. Ministério da Educação. (2018). *Instituições da Rede Federal*. MEC. http://portal.mec.gov.br/rede-federal-inicial/instituicoes.

Brasil. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). 2020. *Censo da Educação Básica 2019*: Resumo Técnico. Brasília, 2020.

Camarena, P G. (2021). *Teoría de la matemática en el contexto de las ciencias*. editado por Nori Esther Cheeín; Marys Margarita Arlettaz. (1a ed) - Santiago del Estero: EDUNSE. Libro digital, PDF - (Ciencia y técnica).

Camarena, P G. (2002). *Constructos teóricos de la metodología DIPCING en el área de la matemática.* Memorias del Tercer Encuentro de investigación educativa, IPN, México

Cavalcante, C. M., Bianchini, B. L. (2022). Mapeamento das metodologias adotadas nas dissertações e teses que abordam a interface da Matemática com os Cursos Técnicos Integrados ao Ensino Médio. *Revista de Produção Discente em Educação Matemática.* São Paulo, 11(1), 75-87.

IF Baiano. (2017). Minuta. Guia orientador do Projeto Integrador dos cursos da Educação Profissional Técnica de Nível Médio. *Instituto Federal Baiano de Ciência e Tecnologia.* Salvador.

Educação, Matemática e Literatura: quais referenciais teóricos estão sendomobilizados nas pesquisas?

Education, Mathematics and Literature: which theoretical references are being mobilized in research?

Educación, Matemáticas y Literatura: ¿qué referentes teóricos están siendomovilizados em las investigaciones?

Alessandra Heckler Stachelski[900]
Universidade Federal do Rio Grande do Sul
0000-0002-0278-844X

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Relação da Matemática com outras áreas de conhecimento

Resumo

Nesta comunicação apresentamos um estudo bibliográfico que se propôs a buscar pesquisas produzidas na interface entre matemática e literatura, com o intuito de identificar os referenciais teóricos mais utilizados pelos pesquisadores das teses e dissertações consideradas. O levantamento se deu no repositório da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) e, com o auxílio de revisões de literatura de outras pesquisas, foram localizadas 33 pesquisas. O estudo aponta para a presença de referências-autores que discorrem sobre Literatura Infantil e Educação Matemática, outros que abordam aspectos linguísticos (e de leitura) que são tidos como importantes e/ou intrínsecos às aulas de Matemática, e ainda outros que teorizam sobre as conexões entre imaginação e cognição (aguçadas pela Literatura). Destacamos a expressividade daspessoas que abordam a Literatura Infantil em conjunto com práticas pedagógicas nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Também foi possível notar as relações e convergências entre referenciais teóricos diferentes trabalhadas pelos pesquisadores de maneira que consigam estabelecer as conexões desejadas dentre Matemática, Literatura, História e Educação (aprendizagem, ensino e cognição).

Palavras-chave: Matemática e Literatura, Revisão de Literatura, Referencial teórico.

Abstract

In this communication, we present a bibliographic study that aimed to find research produced at the interface between mathematics and literature, in order to identify the theoretical references most used by researchers of the theses and dissertations considered.The survey took place in the repository of the Brazilian Digital Library of Theses and Dissertations (BDTD) and, with the help of literature reviews of other research, 33 researches were located. The study points to the presence of author-references who discuss Children's Literature and Mathematics Education, others who address linguistic (and reading) aspects that are considered important

[900] Bolsista CAPES/BRASIL. E-mail: alessandra.hs@live.com

and/or intrinsic to Mathematics classes, and still others who theorize about the connections between imagination and cognition (sharpened by Literature). We highlight the expressiveness of people who approach Children's Literature together with pedagogical practices in the Initial Years ofElementary School. It was also possible to notice the relationships and convergences between different theoretical frameworks worked by the researchers so that they can establish the desired connections between Mathematics, Literature, History and Education (learning, teaching and cognition).

Keywords: Mathematics and Literature, Literature Review, Theoretical Framework.

Resumen

En esta comunicación, presentamos un estudio bibliográfico orientado a la búsqueda de investigaciones producidas en la interfaz entre matemáticas y literatura, con el fin de identificar los referentes teóricos más utilizados por los investigadores de las tesis y disertaciones consideradas. La encuesta se realizó en el repositorio de la Biblioteca Digital Brasileña de Tesis y Disertaciones (BDTD) y, con la ayuda de revisionesbibliográficas de otras investigaciones, se localizaron 33 investigaciones. El estudio apunta la presencia de autores-referencias que discuten sobre Literatura Infantil y Educación Matemática, otros que abordan aspectos lingüísticos (y de la lectura) que se consideran importantes y/o intrínsecos a las clases de Matemática, y otros más que teorizan sobre las conexiones entre imaginación y cognición (agudizada por la literatura). Destacamos la expresividad de las personas que abordan la Literatura Infantil junto a lasprácticas pedagógicas en los Años Iniciales de la Enseñanza Fundamental. También fue posible notar las relaciones y convergencias entre diferentes marcos teóricos trabajados por los investigadores para que puedan establecer las conexiones deseadas entre Matemáticas, Literatura, Historia y Educación (aprendizaje, enseñanza y cognición).

Palabras clave: Matemáticas y Literatura, Revisión de Literatura, Marco Teórico.

Introdução, ou o Prólogo

Este texto é parte da pesquisa de mestrado acadêmico, em andamento, intitulada “Tecendo conexões entre Matemática e Literatura em um contexto formativo”, a qual está vinculada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. A pesquisa tem como objetivo analisar potencialidades deconexões entre Matemática e Literatura para a formação de professores em um ambientecolaborativo de ensino e aprendizado.

Sabendo que a revisão de literatura é parte importante de qualquer pesquisa, realizamos um levantamento de dissertações e teses que abordam conexões entre Matemática e Literatura. Não apenas com o intuito de conhecer o que já foi e vem sendopesquisado sobre este tema, mas identificar quais referenciais teóricos estão sendo utilizados pelos pesquisadores no que tange as relações entre Matemática e Literatura.

Uma primeira busca na internet (em sites de vendas de livros) com o termo "matemática e literatura", traz o livro de Jacques Fux (2016). Ao pesquisar em repositórios acadêmicos (como o Google Acadêmico), é recorrente os artigos de Rafael Montoito (MONTOITO, 2019; GARIM e MONTOITO, 2019) sobre o assunto. Um olharpara os referenciais destes autores sinaliza para outros trabalhos que possibilitam a abordagem das relações entre Matemática, Literatura e Educação. Deste modo nos perguntamos: para além destes autores, que referenciais teóricos os pesquisadores deste tema utilizam em seus trabalhos?

Procedimento metodológico, uma investigação elementar

Em um primeiro momento, nos dirigimos ao site da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) para realizar a busca utilizando as seguintes expressões: "matemática e literatura", "matemática e leitura", "matemática e ficção", "matemática e livros" e "Malba Tahan". Por meio da leitura dos títulos e resumos dos trabalhos levantados pela busca, conseguimos estabelecer uma lista de 26 pesquisas. Com o auxílioda revisão de literatura realizada pela Luara Zwiernik em seu trabalho de conclusão de curso (ZWIERNIK, 2015), adicionamos 5 trabalhos à lista original. Já no decorrer da leitura das referências bibliográficas de cada trabalho, foram encontradas mais duas dissertações de mestrado. Assim concluímos o levantamento com um total de 33 trabalhos, sendo 28 dissertações de mestrado e 11 teses de doutorado.

Estes trabalhos foram dispostos em uma tabela (Quadro 1), contendo o título, autor(a) e orientador(a), ano de defesa e instituição vinculada.

Quadro 1.

Disposição das teses e dissertações levantadas na revisão de literatura (Arquivopessoal)

Autor(a)/orientador(a)	Título	Tipo	Ano	Instituição
Neuza Bertoni Pinto /Zelia Milleo Pavão	leitura da "Aritmética daEmília"	Dissertação	1991	Universidade Federal do Paraná
Mariangela de Andrade Paraizo / Maria Luiza Ramos	O labirinto e a bússola	Tese	1997	Universidade Federal de Minas Gerais

Cristiane Coppe deOliveira / UbiratanD´Ambrósio	Do menino “Julinho” à "Malba Tahan": Uma viagem pelo Oásisdo Ensino da Matemática	Dissertação	2001	UNESP
Juraci Conceição de Faria / Elydio dos SantosNeto	A Prática Educativa de Júlio César de Mello e Souza MalbaTahan: um olhar a partir da concepção de Interdisciplinaridade de Ivani Fazenda	Dissertação	2004	Universidade Metodista deSão Paulo
Adriano Edo Neuenfeldt / Deisi Sangoi Freitas	Matemática e literatura infantil: sobre os limites e possibilidadesde um desenho curricular interdisciplinar	Dissertação	2006	niversidadeFederal de Santa Maria
Rafael Montoito Teixeira / Iran AbreuMendes	Uma visita ao universo matemático de Lewis Carrol e o(re)encontro com sua lógica do nonsense	Dissertação	2007	Universidade Federal do Rio Grande do Norte
Ana Paula Gestoso de Souza / Rosa Maria Moraes Anunciato deOliveira	Histórias infantis e matemática: a mobilização de recursos, a apropriação de conhecimentos e a receptividade de alunos de 4ª série do ensino fundamental	Dissertação	2008	UFSCAR
Cristiane Coppe deOliveira / UbiratanD'Ambrósio	A sombra do arco-íris: um estudo histórico/mitocrítico do discurso pedagógico de Malba Tahan	Tese	2008	USP
Thaís Philipsen Grützmann / Nara Regina de Souza Basso	A formação dos professores de matemática por meio dos jogos teatrais	Dissertação	2009	Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul
Jacques Fux / Maria Ester Maciel de OliveiraBorges	A matemática em Georges Perece Jorge Luis Borges: um estudo comparativo	Tese	2010	Universidade Federal de Minas Gerais
Alexandro José Correia Scopel / Dimas Felipe de Miranda	Contribuições didáticas de Malba Tahan para o Ensino de Matemática	Tese	2010	Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais
Luci Fátima Montezuma / Rosa Maria Moraes Anunciato de Oliveira	Saberes mobilizados por um grupo de professoras diante dodesafio de integrar a Literaturainfantojuvenil e a Matemática	Dissertação	2010	UFSCAR
Paulo Henrique Amorim Biazoli / Regina Maria	Professores de matemática da educação básica: relações entre	Dissertação	2012	Universidade Presbiteriana Mackenzie

Simões PuccinelliTancredi	literatura e conhecimento profissional			
Bernadete Verônica Schäeffer Hoffman / Vânia Maria Pereira dosSantos-Wagner	O uso de diferentes formas de comunicação em aulas de matemática no ensino fundamental	Dissertação	2012	Universidade Federal do Espírito Santo
Gisele Romano Paez / Maria do Carmo de Sousa	A produção de sentidos e significados matemáticos por estudantes do último ciclo do ensino fundamental por meio daleitura da obra “O homem que calculava”	Dissertação	2012	Universidade Federal de São Carlos
Ana Paula Gestoso de Souza / Rosa Maria Moraes Anunciato deOliveira	Contribuições da ACIEPE histórias infantis e matemática naperspectiva de egressas do curso de pedagogia	Tese	2012	Universidade Federal de São Carlos
Rafael Montoito Teixeira / AntonioVicente Marafioti Garnica	Euclid and his modern rivals (1879), Lewis Carrol: tradução ecrítica	Tese	2013	iversidadeEstadual Paulista
Luiza Gabriela Razêra de Souza / Moisés Alvesde Oliveira	Quem calculava: representações de gênero na relação mulher-matemática na obra O homem que calculava de Malba Tahan	Dissertação	2013	Universidade Estadual de Londrina
Anildo Gonçalves Pinto / Eulina Coutinho Silvado Nascimento	Uma proposta de livro paradidático como motivaçãopara o ensino de matemática	Dissertação	2013	Universidade Federal Ruraldo Rio de Janeiro
Betânia Lopes Balladares / FranciscoEgger Moellwald	Malba Tahan, matemática a e histórias em quadrinhos: produção discente de HQs emuma colônia de pescadores	Dissertação	2014	Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Adriel Gonçalves Oliveira / Arlete deJesus Brito	Memórias das aritméticas da Emília: o ensino de aritméticaentre 1920 e 1940	Tese	2015	Universidade Estadual Paulista
Clarice Segantini /Moysés GonçalvesSiqueira Filho	Problemas recreativos na obra O Homem que Calculava, de Malba Tahan, e a resolução de problemas	Dissertação	2015	Universidade Federal do Espírito Santo
Michelle Aparecida Silveira / VanderleiMinori Horita	A interdisciplinaridade da obra O homem que calculava, aplicada ao ensino de matemática	Dissertação	2015	Universidade Estadual Paulista
Denise Soares Arnold / Andreia Dalcin	Matemáticas presentes em livrosde leitura: possibilidades para a educação infantil	Dissertação	2016	Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Valéria Ciabotti / Ailton Paulo de Oliveira Junior	Elaboração de livro paradidático para o Ensino de Probabilidade: o trilhar de uma proposta para os anos finais do Ensino Fundamental	Dissertação	2016	Universidade Federal do Triângulo Mineiro
Meily Cassemiro Santos / Maria da Rosa Capri	Pedagogia de Malba Tahan na formação de professores e no ensino-aprendizagem de Matemática	Dissertação	2016	Universidade de São Paulo
Cecília Bobsin do Canto / Fernanda Wanderer	Enamoramento entre matemáticae literatura experiências linguageiras	Dissertação	2019	Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Angela Maria Santana / Romeu Miqueias Szmoski	Compreensão leitora no processode resolução de problemas matemáticos	Dissertação	2020	Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Leandro Corrêa / PiazzonAndre LuizPaulilo	A biblioteca e o arquivo feitos obra: a publicação das antologiasdo Bom Professor de Malba Tahan	Dissertação	2020	Universidade Estadual de Campinas
Luara Zwiernik /Andreia Dalcin	Um estudo sobre elementos matemáticos em contos de Malba Tahan	Dissertação	2021	Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Maria Kênia Firmino da Silva / Paulo Meireles Barguil	Literatura infantil e educação matemática na Educação Infantil: atuações pedagógicas, inspiradasem histórias infantis, com múltiplas linguagens e o voo de crianças bem pequenas	Dissertação	2021	Universidade Federal do Ceará
John Lennon Lindemann / Frank Thomas Sautter	A Lógica, o Nonsense e a filosofia da lógica de LewisCarroll	Tese	2021	Universidade Federal de Santa Maria
Maria Silvia Almeida de Souza França / Célia Regina Tomachuk dos Santos Catuogno	A literatura de Malba Tahan: a interdisciplinaridade como abordagem significativa para o ensino e aprendizagem de Matemática e o uso das TICs como forma de disseminação do aprendizado	Dissertação	2021	Universidade de São Paulo

Por meio da leitura parcial das pesquisas e da seção “referências” de cada uma, buscamos identificar autores que abordassem relações como Literatura e Educação, Literatura e Matemática, e Literatura e Educação Matemática. Esse exercício possibilitou perceber os referenciais teóricos mais utilizados, outros menos utilizados, e ainda os que eram desconhecidos para nós. Na próxima seção apresentamos os autores utilizados comoreferencial teórico e suas contribuições para o tema Matemática e Literatura.

Análise das pesquisas, garimpando seus referenciais teóricos

No que tange o assunto das conexões entre Literatura Infantil e Educação Matemática, o referencial teórico mais utilizado foi o livro intitulado "Era uma vez na matemática: uma conexão com a literatura infantil", de Smole et al (2004). Junto com outros trabalhos (SMOLE, 1996; SMOLE e DINIZ, 2001; SMOLE, CÂNDIDO e

STANCANELLI, 1999), estes autores foram utilizados em 13 das 33 pesquisas consideradas neste estudo. Isso mostra a expressividade em trabalhos acadêmicos que, dentro do tema Literatura e Matemática, abordam a Literatura Infantil em conjunto com práticas pedagógicas nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, como exposto porStachelski e Dalcin (2022 – no prelo).

Smole (1996) aborda a curiosidade das crianças como algo a ser explorado por meio da Literatura nas aulas de Matemática.

> [...] se um material de literatura infantil usado em aulas de Matemática estiver adequado às necessidades do desenvolvimento da criança, as situações- problemas colocadas a ela enquanto manipula esse material farão com que haja interesse e sentimento de desafio na busca por diferentes soluções aos problemas propostos. (SMOLE, 1996, p.72).

No entanto, um aspecto importante é a escolha dos livros a serem utilizados em sala de aula, como Montezuma (2010, p. 49) afirma, utilizando as ideias de Smole (1996),que

> ao observar um livro que pretenda apresentar aos alunos, o professor deve refletir se os assuntos que ele aborda têm relação com o mundo da criança e com os interesses dela, facilitando suas descobertas e sua entrada no mundo social e cultural. Também é importante observar se os assuntos, a linguagem, a apresentação e os valores do livro correspondem ao desenvolvimento psicológico e intelectual do leitor.

O segundo referencial teórico mais mobilizado foi utilizado em 7 das pesquisas que levantamos. Trata-se do livro intitulado "Matemática e língua materna: a análise de

uma impregnação mútua", Machado (2001), que é desdobramento da Tese do autor[901], e que abriu possibilidades teóricas para a realização de pesquisas, no campo da Educação Matemática no Brasil, que abordem aspectos linguísticos e literários. Em seu livro, Machado (2001) teoriza sobre a Matemática e a Língua Materna representarem elementosfundamentais,

[901] Tese intitulada "Matemática e Língua Materna: Uma impregnação essencial", defendida em 1989 na Universidade de São Paulo.

mas que também são complementares e que, para serem compreendidos plenamente, não podem ser considerados de maneira isolada.

Arnold (2016), utilizando as ideias de Machado (2011), afirma que a exploração de livros literários em sala de aula

> pode alavancar o processo de leitura e escrita alfabéticas por conferir sentido e contexto aos símbolos gráficos das letras. Desta forma, ler deixa de ser decodificar e escrever não se trata apenas de transcrever a fala; ler e escrever deixam de ser apenas técnicas, para serem concebidas como sistema de representação, e 'quando, no entanto, a escrita é concebida como um sistema de representação, uma singular simbiose entre a técnica e o significado tem lugar no signo nascente.' (MACHADO, 2011, p.100).

O mesmo autor acredita que isto acontece também no aprendizado da matemática, se concebida como linguagem. Portanto, a narrativa, seja ela conduzida por textos de gêneros variados ou por imagens, tem papel importante na conexão entre literatura e matemática.

Seguindo por um caminho teórico semelhante, identificamos duas dissertações (NEUENFELDT, 2006; ARNOLD, 2016) que utilizaram o livro de Danyluk (1991), intitulado "Alfabetização Matemática: o cotidiano da vida escolar", como referencial teórico. A autora também discorre sobre a importância da língua materna, e da fala, nas aulas de matemática. Porém, diferentemente de Machado (2001), Danyluk (1991) ressaltaque a leitura de um texto matemático e de um texto em língua materna se dão da mesmaforma — a diferença está entre os textos, na linguagem que cada um utiliza.

Neuenfeldt (2006, p. 30) destaca o trecho do livro em que a autora explica esta visão da Matemática como linguagem:

> A Matemática olhada como um corpo de conhecimento organizado por uma lógica, possui uma linguagem peculiar de expressão e revela certos aspectos do mundo. Esses aspectos não são isolados de outras áreas de conhecimento, pois a Matemática possui o seu modo de ser e diz algo do mundo. E, por revelaraspectos do mundo, o texto que fala de matemática não pode ser olhado comoalgo isolado. (DANYLUK, 1991, p. 40)

A partir das ideias de Danyluk (1991), Arnold (2016) destaca a necessidade e urgência de se trabalhar a linguagem matemática por meio da linguagem usual, para dar sentido aos símbolos — trabalho facilitado pelo uso da Literatura em sala de aula —,afirmando que Quando os significados historicamente construídos para os símbolos matemáticos não são compartilhados, tais signos tornam-se códigos, com os quais é possível operar, porém mecanicamente e, aos poucos, tornam-se completamente estranhos para aquele que está em processo de aprendizagem. (ARNOLD, 2016, p. 43)

Destacamos os trabalhos de Kasner e Newman (1976) e de Farias (2006), que foram encontrados em duas pesquisas cada um. Na sua tese, Paraizo (1997) apenas menciona Kasner e Newman (1976) em uma nota de rodapé. Já Fux (2010) utiliza os autores como parte importante de sua pesquisa, visto que o livro intitulado “Matemática e imaginação” foi de grande influência para a obra de Jorge Luis Borges[902] — a qual tantoFux (2010) quanto Paraizo (1997) utilizaram como material de análise.

Utilizando as ideias de Kasner e Newman (1976), Fux (2010, p. 117) afirma que

> há na Matemática três tipos distintos de paradoxos: as proposiçõescontraditórias e absurdas, que surgem de raciocínios falsos; os teoremas que parecem estranhos e incríveis, mas que, por serem logicamente inatacáveis, tem que ser aceitos mesmo que transcendam a intuição e a imaginação (muitasvezes falhas); e os paradoxos lógicos (os mais importantes), que aparecem emligação com a teoria de conjuntos e que resultaram num exame detalhado dos fundamentos da matemática. Esses últimos são os mais trabalhados por Borges.

Já com relação ao livro intitulado “Alfabetos da alma: histórias da tradição na escola” de Farias (2006), utilizado nos trabalhos de Montoito (2007) e Oliveira (2015), éestabelecido teorias que relacionam cognição e imaginação, por meio da concepção de que a leitura é uma prática que aguça nosso poder imaginativo e cognitivo.

Farias (2006, p. 89) afirma que “quando lemos ou ouvimos uma história, somos capturados por sintonias de tensão e de espanto diante do desconhecido, porque elas propiciam a oportunidade de ultrapassar as fronteiras do mundo pessoal através de uma incursão imaginária desencadeada por esse processo de acionamento cognitivo”. A partirdisso, Montoito (2007, p. 19) diz ser

> comum acharmos trechos das aventuras da turma do Sítio do Pica-Pau Amareloem livros didáticos para as aulas de língua portuguesa, mas não nos de matemática, o que retrata um desconhecimento dos autores a respeito do desenvolvimento imaginativo e cognitivo que uma história, casada com elementos matemáticos, pode suscitar na mente do leitor-aluno.

Por fim, gostaríamos de salientar a tese de doutorado de Mariangela de Andrade Paraizo, intitulada “O labirinto e a bússola” e defendida em 1997, em que a autora procuraexplorar a obra de Jorge Luis Borges para analisar a maneira como ele trabalha com o tempo. Por ser o trabalho mais antigo encontrado, além de não pertencer ao campo da Educação Matemática, é previsível

[902] Foi um escritor argentino, nascido em 1899 e que veio a falecer em 1986, com grandes contribuições para o gênero da literatura fantástica. “O Aleph” e “Ficções” estão dentre seus livros mais famosos. “Podemos considerar que Jorge Luis Borges utilizou diferentes conceitos matemáticos para criar suas ficções (...). Os conceitos mais importantes presentes em sua obra, que objetivam criar uma ligação entre matemática e literatura, são a Cabala, os paradoxos autorreferentes e a análise matemática.” (FUX, 2016, p. 139).

que não haja referenciais teóricos que abordam especificamente o tema das relações entre Matemática e Literatura. No entanto, sendo uma pesquisa mais situada no campo da Literatura, a autora explica que, "na leitura de Freud, principalmente sob a ótica explorada por Lacan, podemos encontrar uma maneirade se pensarem os conceitos da matemática e alguns elementos da lógica" (PARAIZO, 1997, p. 20).

Considerações finais, recolhendo as evidências

A partir desta investigação e da análise das pesquisas levantadas neste estudo bibliográfico, foram encontrados autores que discorrem sobre as potencialidades da Literatura Infantil na Educação Matemática (SMOLE et al, 2004), outros que abordam aspectos linguísticos (e de leitura) que são tidos como importantes e/ou intrínsecos às aulas de Matemática (MACHADO, 2001; DANYLUK, 1991), e ainda outros que teorizam sobre a relação entre nossa imaginação e cognição, que podem ser aguçadas pormeio da Literatura (KASNER e NEWMAN, 1976; FARIAS, 2006).

Destacamos, por um lado, a expressividade de trabalhos acadêmicos que, dentro do tema das relações entre Literatura e Matemática, abordam a Literatura Infantil em conjunto com práticas pedagógicas nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Por outro lado, também é interessante notar as relações e convergências entre referenciais teóricosinusitados — como Lacan e Freud (PARAIZO, 1997) — trabalhadas pelos pesquisadoresde maneira que consigam estabelecer as conexões desejadas dentre elementos de Matemática, Literatura, História e Educação (aprendizagem, ensino e cognição).

Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamentode Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

Referências

ARNOLD, D. S. *Matemáticas presentes em livros de leitura:* possibilidades para a educação infantil. 2016. 241 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino deMatemática) - UFRGS, 2016.

DANYLUK, O. S. *Alfabetização Matemática:* o cotidiano da vida escolar. 2a ed. Caxiasdo Sul: EDUCS, 1991.

FARIAS, C. A. *Alfabetos da alma:* histórias da tradição na escola. Porto Alegre: Sulina,2006.

FUX, J. *A matemática em Georges Perec e Jorge Luis Borges:* um estudo comparativo. Orientador: Christelle Reggiani. 2010. 249 p. Tese (Doutorado em Letras) - Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2010.

FUX, J. *Literatura e Matemática:* Jorge Luis Borges, Georges Perec e o Oulipo. 1 ed. São Paulo: Perspectiva, 2016. 256 p.

GARIM, L. C.; MONTOITO, R. A Literatura como potencializadora de discussões no campo da educação: os saberes de Edgar Morin em discussão no livro Holy Cow:uma Fábula Animal. *Revista Thema*, [S. l.], v. 16, n. 2, p. 381–390, 2019. DOI: 10.15536/thema.V16.2019.381-390.1117. Disponível em: https://periodicos.ifsul.edu.br/index.php/thema/article/view/1117. Acesso em: 18 jul. 2022.

KASNER, E.; NEWMAN, J. *Matemática e imaginação.* 2. ed. Rio de Janeiro: Zahar, 1976.

MACHADO, N. J. *Matemática e língua materna:* a análise de uma impregnação mútua. 5ed. São Paulo: Cortez, 2001.

MACHADO, N. J. *Matemática e língua materna:* análise de uma impregnação mútua.6ª edição. São Paulo: Cortez, 2011. 207 p.

MONTEZUMA, L. F. *Saberes mobilizados por um grupo de professoras diante do desafio de integrar a Literatura infantojuvenil e a Matemática.* 2010. 241f. Dissertação (Mestrado em Educação) – UFSCar. 2010.

MONTOITO, R. *Uma visita ao universo matemático de Lewis Carrol e o (re)encontro com sua lógica do nonsense.* 2007. 190 f. Dissertação (Mestrado em Educação) -Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2007.

MONTOITO, Rafael. Entrelugares: pequeno inventário inventado sobre matemática e literatura. *Bolema*, Rio Claro (SP), v. 33, n. 64, p. 892-915, 2019. Disponível em: https://www.scielo.br/pdf/bolema/v33n64/1980-4415-bolema-33-64-0892.pdf. Acesso em: 2 mar. 2021.

NEUENFELDT, A. E. *Matemática e literatura infantil:* sobre os limites e possibilidadesde um desenho curricular interdisciplinar. 2006. 195 f. Dissertação (Mestrado emEducação) – UFSM. 2006.

OLIVEIRA, A. G. *Memórias das aritméticas da Emília:* o ensino de aritmética entre 1920e 1940. 2015. 201 f. Tese - (doutorado) - Universidade Estadual Paulista, Institutode Geociências e Ciências Exatas, 2015.

PARAIZO, M. de A. *O labirinto e a bússola.* 1997. 388 f. Tese (Doutorado em Letras) –UFMG. 1997.

SMOLE, K. C. *A matemática na educação infantil:* a teoria das inteligências múltiplas na prática escolar. 1 ed. Porto Alegre: Artmed, 1996.

SMOLE, K. C.; CÂNDIDO; P. T.; STANCANELLI, R. *Matemática e literatura infantil. 4ª.* ed. Belo Horizonte: Editora LÊ, 1999. 134 p.

SMOLE, K. C.; DINIZ, M. I. (Org.). *Ler, escrever e resolver problemas:* habilidades básicas para aprender matemática. Porte Alegre: Artmed, 2001. 203 p.

SMOLE, K. C. et. al.. *Era uma vez na matemática:* uma conexão com a literatura infantil. 4ª ed., São Paulo: IME-USP, 2004. 99 p.

STACHELSKI, A. H.; DALCIN, A. Um mapeamento sobre pesquisas na interface Matemática e Literatura nos anais do ENEM (1987–2019). In: XIV ENCONTRONACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2022, *Anais*. No prelo.

ZWIERNIK, L. *Matemática no país da literatura:* uma proposta didática com o livro “Alice no país dos números”. 2015. 83 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – UFRGS. 2015.

O Triângulo das Tecelãs: uma experiência com produções narrativas *tecidas* poralunos do ensino médio de Tabatinga/AM

O Triângulo das Tecelãs: an experience with narrative productions *woven* by highschool students of Tabatinga/AM

O Triângulo das Tecelãs: una experiencia con producciones narrativas *tejidas* por estudiantes de bachillerato de Tabatinga/AM

Érick André Lima Machado[903]
Universidade Federal do Pará
https://orcid.org/0000-0001-6111-2813

Isabel Cristina Rodrigues de Lucena[904]
Universidade Federal do Pará
https://orcid.org/0000-0001-9515-101X

Karem Keyth de Oliveira Marinho[905]
Universidade do Estado do Amazonas
https://orcid.org/0000-0002-7270-4301

Edson Pinheiro Wanzeler[906]
Universidade Federal do Amazonas
https://orcid.org/0000-0002-9571-5361

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Relação da Matemática com outras áreas de conhecimento

Resumo

Ao imergir em uma narrativa literária, o leitor não só mergulha numa galáxia de palavras,como também multiplica as várias possibilidades de emergir em outros universos,inclusive criá-los. Partindo desta perspectiva, a presente comunicação, recorte de uma pesquisa de trabalho de conclusão de curso, realizada com alunos do ensino médio do município de Tabatinga/AM, busca inferir como as habilidades imaginativas e criativas, exploradas e manifestas por meio da leitura e da escrita projetam-se em eventuais contribuições no/para os processos de ensino e aprendizagem da matemática. De caráter qualitativo, esta etapa da pesquisa consistiu na criação de personagens e de narrativas literárias, utilizando-se da linguagem matemática aliada à literatura infantojuvenil. Os resultados, analisados reflexiva e criticamente, apontaram amadurecimento dos participantes com relação às suas escritas e à própria linguagem matemática incorporada em seus vocabulários, mostrando habilidades narrativas, reflexivas, raciocinativas ecriatividade.

[903] machadoeal@gmail.com
[904] ilucena@ufpa.br
[905] kmarinho@uea.edu.br
[906] wanzelerjr@gmail.com

Palavras-chave: Educação matemática. Literatura infantojuvenil. Narrativas. Linguagem matemática.

Abstract

Immersing in a literary narrative, the reader not only dives in a galaxy of words, but also multiplies the several possibilities of emerging in other universes, even creating new ones. Considering this perspective, the present communication, part of an undergraduate thesis,done with high school students of Tabatinga/AM, aims to deduce how the imaginative and creative abilities, explored and expressed by reading and writing, project themselves in eventual contributions in the processes of teaching and learning of mathematics. This step of this qualitative research consisted in creating characters and literary narratives, using mathematical language and youth literature. The results, analyzed reflexively and critically, indicated development of the participants in relation to their writing and their own mathematical language included in their vocabularies, showing narrative, reflexive and ratiocinative abilities and also plenty of creativity.

Keywords: Mathematical Education. Youth literature. Mathematical Language.

Resumen

Al sumergirse en una narración literaria, el lector no solo se sumerge en una galaxia de palabras, sino que multiplica las diversas posibilidades de emerger en otros universos, incluso de crearlos. Desde esta perspectiva, la presente comunicación, extracto de una investigación de trabajo de conclusión de curso, realizada con estudiantes de secundaria del municipio de Tabatinga/AM, busca inferir cómo las habilidades imaginativas y creativas, exploradas y manifestadas a través de la lectura y la escritura, se proyectan en eventuales aportes en/a los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. De carácter cualitativo, esta etapa de la investigación consistió en la creación de personajes y narrativas literarias, utilizando lenguaje matemático aliado a la literatura infantil. Los resultados, analizados reflexiva y críticamente, apuntaron a la maduración de los participantes con relación a su escritura y al propio lenguaje matemático incorporado en sus vocabularios, mostrando habilidades narrativas, reflexivas, de razonamiento y creatividad.

Palabras clave: Educación matemática. Literatura juvenil. Lenguaje matemático

Introdução

Lemos por enésimos motivos, nos mais diversos contextos e damos identidade aonosso palato literário através de tudo aquilo que elegemos como sendo importante para tal finalidade. Ao ler, o leitor abre portas da imaginação, expande e descobre nas palavras,um universo de incógnitas, de ideias e experiências enriquecedoras (ZILBERMAN, 2009).

Através de narrativas infantojuvenis, com todas as suas possibilidades de aproximação do leitor à compreensão, permitidas por uma linguagem "mais" didática, é possível contemplar e democratizar múltiplos debates, convidar o leitor a entrar em umaequação de autorreflexão e ressignificação de pensamentos e ações projetados sobre contextos importantes (políticos, éticos, culturais, entre outros) que marcam a nossa existência. Aliadas à matemática, as narrativas podem se tornar importantes instrumentosde significação de conceitos matemáticos; de estímulo a "manifestações matemáticas" escritas; e, em um nível mais geral, de reflexão nos processos de ensino e aprendizagemda matemática.

Desse modo, a presente comunicação, recorte de uma pesquisa de conclusão de curso[907], busca inferir como as habilidades imaginativas e criativas, exploradas e manifestaspor meio da leitura e da escrita projetam-se em eventuais contribuições no/para os processos de ensino e aprendizagem da matemática, a partir de práticas de escritas criativas junto ao Clube de Leitura Os Livreiros de Matemazônia, composto por alunos de ensino médio de Tabatinga/AM, projetado em 2019 com intuito de estimular aquelesque se propõem a participar (dele) e ler as desventuras matemazônicas[908] a transpassá-las, refletindo-as através da criatividade e da imaginação (MACHADO; SOUZA; WANZELER; MARINHO, 2019).

Matemática e literatura infantojuvenil, uma equação possível

Ao imergir na narrativa de um livro, o leitor não só mergulha numa galáxia de palavras, como também multiplica as várias possibilidades de emergir em outros universos. Por exemplo, é possível acordar no País das Maravilhas[909], tomar um chá com o Chapeleiro Maluco, confrontar não apenas a Rainha de Copas e sua armada de cartas, como também perder a cabeça com a lógica por detrás das linhas, parágrafos e textos daobra.

Na compreensão de Rosa e Nunes (2011) a literatura infantojuvenil marcou, por várias gerações, a vida de crianças e jovens que se encantaram com muitas obras literáriasdevido às altas doses de lógica e fantasia em histórias que favoreciam o imaginário, se mostrando um

[907] A presente comunicação é um recorte do Trabalho de Conclusão de Curso intitulado "Clube de Leitura Os Livreiros de Matemazônia: das *éxis* questionadas à matemática conceituada, da leitura à escrita, uma narrativa de equações matemazônicas".

[908] As Desventuras Matemazônicas constituem-se das narrativas fantasiosas presentes nos manuscritos da obra ***Matemazônia***, do autor Érick Machado, resultado de uma atividade do Laboratório de Educação matemática e Inclusão (LEMIn), do Centro de estudos Superiores de Tabatinga (CSTB) da Universidade do Estado do Amazonas (UEA)

[909] Referência à obra "Alice no País das Maravilhas" (*Alice in Wonderland*), lançada em 1865, por Charles Lutwidge Dogson, sob o pseudônimo Lewis Carroll.

instrumento de compreensão, possibilitando-os a aprender a lidar com suasemoções, construindo sua individualidade e sua personalidade.

Em perspectiva congruente, Brito (2010) e Souza et al. (2019) apresentam narrativas literárias como mobilizadoras de diversidade; por meio delas, mais do que se preocupar com a decifração de códigos linguísticos ou uma interpretação dos signos do alfabeto, alunos passam a construir visões diversificadas de questões socioculturais, éticas, políticas etc. conjeturando suas experiências sociais à experiência literária, desenhando à sua frente opiniões e posicionamentos, compartilhando-os com a realidadea que fazem parte.

Neste sentido, a literatura ganha notoriedade por atuar neste campo de cognição, por sua possibilidade de explorar leitura, escrita, interpretação, abstração, com maior ou menor grau de complexidade; de incitar a imaginação; por compreender a oportunidade do debate; se mostrando, dessa forma, uma aliada ao processo de ensino e aprendizagem,afinal, por meio da literatura podemos aprender algo novo a todo momento e, a todo momento, podemos ensinar algo novo a alguém, semear debates saudáveis, respeitar a pluralidade e promover diversidade.

Especificamente quanto à escrita, podemos personalizá-la com inumeráveis contornos, formas, identidades; sua projeção pode ser isenta de opiniões, veicular informações de caráter imparcial e/ou pode estar intimamente relacionado ao que sentimos e aos sentimentos que queremos transmitir (e transmitimos!) através de, por exemplo, poesias, composições musicais, rascunhos em diários, cadernos e livros. Escrever também é produzir arte, é sensibilizar, é criar (PONDÉ, 2017).

Partindo dessa premissa, celebramos, neste trabalho, a matemática como uma linguagem criativa, uma vez que a criatividade está relacionada à capacidade de
formação, de dar forma a algo novo, tratando-se, à luz do que define Ostrower (1977, [p.1]), de "[...] novas coerências que se estabelecem para a mente humana, fenômenos relacionados de modo novo e compreendidos em termos novos."

Obras como "Aritmética de Emília" (1935), de Monteiro Lobato e "O homem que calculava" (1938), de Malba Tahan, são exemplos de combinações de elementos narrativos fantasiosos articulados com a realidade, projetados à matemática e, num nívelmais interessante, ao seu processo de ensino e aprendizagem, se tornando uma "espécie"de fonte para a pesquisa na matemática, seja através de conhecimentos aritméticos "disfarçados" em uma literatura infantojuvenil, em que números desfilam pelas páginas do livro (LOBATO, 2020) ou desbravando um oriente de muitas "[...] descobertas retumbantes nos misteriosos arcanos da

Matemática, a ciência que os árabes tantocultivaram e engrandeceram [...]" (TAHAN, 2013, p. 17).

Metodologia da pesquisa: novas equações matemazônicas

A presente pesquisa, do tipo qualitativa[910], foi realizada de forma remota, considerando o período pandêmico[911] em que ocorreu a sua execução, respeitando os protocolos de proteção ao contágio da doença *Coronavirus Disease 2019* (Covid-19), orientadas pela Organização Mundial da Saúde (OMS), por meio das atividades práticasdo Clube de Leitura *Os Livreiros de Matemazônia*, que se adaptou, de modo que os participantes da pesquisa (alunos do ensino médio do município de Tabatinga/AM) não se expusessem a eventuais riscos, razão pela qual as interações ocorreram por meio do aplicativo de mensagens WhatsApp®, sem comprometer, contudo, a atmosfera sob a qualo clube foi projetado, que [...] remonta do desejo de estabelecer um liame entre a leitura,a escrita e a matemática, de modo a trabalhá-las com sincretismo, implicando reflexões, incitando imaginação e criatividade, estimulando a simpatia pela leitura [...]. (MACHADO; SOUZA; WANZELER; MARINHO, 2019, p. 76).

Para além de relacionar matemática, leitura e escrita, as dinâmicas propostas foram planejadas de modo a contemplar e incitar as habilidades criativas, críticas e reflexivas, que tangenciassem as particularidades e personalidade de cada participante. Eneste recorte, será apresentada a atividade nomeada como "novas equações matemazônicas"[912], que resultou na produção da narrativa O Triângulo das Tecelãs[913], umanarrativa, construída em múltiplos capítulos, que gira em torno de uma enigmática lendasobre uma aliança entre humanos e estrelas, que é colocada em risco quando um dos astroscelestiais se desintegra em vários pedaços, estando o seu coração partido em quatro fragmentos; cada quarto correspondente a uma das personagens, que deveriam fazer o seutraslado em segurança, até a uma das extremidades da aldeia das tecelãs de Matemazônia,apresentada geograficamente como:

---

[910] Por meio da investigação qualitativa é possível compreender os fenômenos, explorando desde asperspectivas dos participantes em um ambiente natural até a relação com seu contexto, examinando como percebem e experimentam tais fenômenos, aprofundando suas visões, interpretações e significados (SAMPIERE, 2014).

[911] Referência à maior emergência de saúde pública enfrentada em décadas pela comunidade internacional, provocada pelo novo coronavírus (SCHMIDT; CREPALDI; BOLZI; NEIVA-SILVA; DEMENECH, 2020).

[912] Compreendeu-se como um processo de criação das narrativas dentro do Clube e do LEMIn a partir de leituras e discussões sobre temáticas e conteúdos propostos pelos participantes.

[913] Não estando presente em sua totalidade nesta comunicação devido à sua extensão de páginas, serão apresentados posteriormente alguns fragmentos da narrativa, também a ser analisados.

Um terreno triangular delimitado pelas mais altas árvores que já existiram, capazes de tocar o próprio céu, cujas extremidades acabavam formando um ângulo reto, onde a parcela da estrela deveriaser cravada e protegida. [914]

A partir participação de quatro integrantes do Clube, esse processo criativo teve duração de um mês e se consistiu na criação de uma narrativa compartilhada – sem, todavia, prejudicar as narrativas próprias de cada participante[915] –, cujo (único) critério foide encontro à inserção da linguagem matemática[916] na composição do texto. A dinâmica pode, ainda, ser dividida em dois momentos principais: a criação de personagens e o desenvolvimento de um enredo.

Antes de iniciar a construção da narrativa, considerando que os participantes não estavam habituados a desenvolver textos literários que incorporassem a linguagemmatemática, foram-lhes apresentadas algumas maneiras de agregar terminologias e explorar conteúdos matemáticos com sutileza, ficando a critério de cada um o que seria ou não utilizado. Tais “dicas” foram estruturadas nos tópicos: qualificação, quantificaçãoe substituição, que serão dialogados durante as análises.

Desdobramentos matemazônicos: análise e discussões dos resultados

No primeiro processo criativo para produção do texto O Triângulo das Tecelãs,os participantes tiveram a tarefa de criar personagens, com liberdade para adjetivá-lasconforme entendessem interessante, sendo um dos objetivos desta dinâmica que apresentassem codinomes, que refletissem a suas próprias personalidade, o que resultou em notáveis manifestações de criatividade: *Milênio*, um ser milenar, com força e agilidadesobre-humana; *Álgebrix* ou *X*, uma curandeira, protetora misteriosa das matas e dosanimais; *Damática* (a dama da matemática), uma mestiça (meio humana, meio bruxa) quevive na floresta, aprendendo a controlar seus poderes; e *Coisinha Incógnita*, uma“apaixonada” por magia, que constituíram então do clube à quatro seres matemazônicos.A partir de então, da desintegração da estrale, problemática apresentada no prefacio do texto, os participantes deveriam conduzir os destinos de suas personagens, sendo elas:

---

914 Por se tratar de fragmentos de uma produção que, não necessariamente, implica em referencial teórico, será adotada formatação distintas nos trechos da narrativa O Triângulo das Tecelãs, de modo a diferenciar tais fragmentos das demais citações longas.
915 Todos os integrantes escreveram a mesma história, no entanto, com suas partes específicas, seus “capítulos”. A narrativa funciona como uma fração: várias partes que compõe um todo.
916 Ao fazer referência à linguagem matemática, me refiro à sua verbalização, isto é, na sua manifestação escrita em linguagem natural, de modo a contribuir na significação de conceitos matemáticos (SOUSA, 2006).

Milênio, criação de um participante agitado e com notáveis habilidades em ilustrações, foi o primeiro a apresentar sua perspectiva, que acaba incorporando em sua escrita referências cartunescas, cuja familiaridade encontra em desenhos animados e histórias em quadrinhos (HQ), que dão um ar cômico e criativo ao monólogo dapersonagem, desde o momento em que é atingido por um meteoro até o último devaneiode seu próprio capítulo, como destacado a seguir.

> [...] Milênio então ouve um barulho estranho vindo de cima, olha para o céu, em um de seus poucos momentos sem falar sozinho como um maluco imortal, após tantos anos dormindo havia se esquecido de como a imensidão do céu somado ao brilho sútil das estrelas oencantava tanto [...] naquela noite uma estrela se destacava dasoutras, era maior e mais brilhante.

Em seguida temos duas criações complementares (não por acaso): as criadoras de Damática e Coisinha Incógnita já demonstravam, mesmo antes desta dinâmica, um alinhamento nas suas narrativas próprias. Ambas as personagens sendo feiticeiras, de mesma faixa etária, trouxeram à O Triângulo das Tecelãs a possibilidade de cruzar as duas histórias, dando ao enredo a cumplicidade de duas jovens que somam forças para algo grandioso.

[Damática e Eu, Coisinha Incógnita] decidimos multiplicar forças, somar aventuras e seguir viagem juntas, como escrito no destino. As órfãs andavam com potência e linearmente rumo ao Triângulo das Tecelãs com a bela função de salvar a relação das estrelas e os homens.

Por fim, temos a aparição de Álgebrix, ora a boticária mais solicitada e solícita detoda Matemazônia, ora a Justiceira X, que encontra nas suas poções o anúncio de mais uma desventura, que relutante no início, acaba cedendo ao destino e embarca em mais uma jornada desconhecida, mas com cautela, sistemática e decisiva em suas escolhas, com "muita personalidade", tal como sua criadora, que munida de escolhas empoderadasnos diz:

[...] minha nossa, é um quarto da estrela! Tudo bem... Se acalme!... Você não tem muito tempo... Já sei onde devo ir e qual trajetória seguir,mas o menor caminho é muito perigoso... Bem, é perigoso paraÁlgebrix... – então, disfarçada como a justiceira X, ela pegou o cristal ecomeçou a correr em direção ao seu destino, sem ideia do que iria enfrentar em sua jornada

Ademais, para organizar os resultados da dinâmica, neste recorte, retorno aos trêstópicos alicerçam a análise dos resultados: qualificação, quantificação e substituição, apresentadas durante os momentos criativos dos participantes do clube.

A **qualificação** se expressa como adjetivos, atributos que podem caracterizar lugares, pessoas, ações, objetos etc.; nela, os termos matemáticos são utilizados como qualificações e preservam o seu significado matemático ao dar características a algo ou alguém. Por exemplo, em uma das primeiras passagens do capítulo de Milênio, após umlongo período “hibernando”, já desperto, ele (Milênio) resmungava:

[...] Eu devia ter ouvido o ancião, dormir por 300 anos não me trouxe benefício nenhum, e nem uma barba! – disse Milênio enquanto caminhava pela densa floresta **hexagonal**. (grifo nosso).

Paralelamente, em outra linha narrativa, há quilômetros de distância narrativas e próximas de realidades geográficas, Damática e Coisinha Incógnita estariam em apuros,seriam suas próprias heroínas e seguiriam com a missão de levar os pedaços da estrela para o Triângulo das Tecelãs.

— Coisinha incógnita! — [Damática] sorri e, em um salto, me abraça
— Você viu uma chave? — sua expressão é de preocupação.
— Essa? — respondo tirando a chave de extremidades pequenas da bolsa. Ela puxa da minha mão e vai em direção a uma caixa com formato de **paralelepípedo**, abrindo-a em seguida. (grifo nosso).

Nestes trechos, podemos identificar que os participantes suscitaram qualificações geométricas, a partir do entendimento matemático delas, caracterizando um espaço físico(no caso da floresta matemazônica, através de uma figura de seis lados) e um objeto (no caso da caixa, um bloco de seis faces), facilitando ao leitor, uma eventual visualização docenário e do elemento, assim como da presença dos conhecimentos matemáticos materializados na natureza.

A **quantificação**, por sua vez, se responsabiliza por dar características numéricasao texto ou sugerir quantidade, sem necessariamente apontar números. Podemos tomar como exemplo, os 300 anos em que Milênio passou dormindo ou ainda os seguintes trechos que localizam o momento em que o personagem milenar se regenera, após ser atingido por um dos fragmentos da estrela.

O corpo de Milênio se regenerava de forma anormal após o impacto, de forma que em menos de **1 minuto** ele estaria **100% curado** [...].

— Espero que, no mínimo, tenha me trazido relógio alienígena que permita eu me transformar em pelo menos **10 espécies** de alienígenasdiferentes, só assim pra compensar o estrago no meu manto e o incômodo de esperar **mais da metade** do meu corpo ser regenerado.
– disse Milênio um pouco irritado, antes de perceber o que havia lhe atingido. (grifo nosso).

Deste modo, seja no trecho narrado ou nos monólogos de Milênio, presentes no texto integral, é possível identificar imediatamente a função sumária de cada passagem destacada; 10 espécies é texto que dá característica numérica e, portanto, exata; com relação aos “em menos de um minuto” e “mais da metade do meu corpo”, o participanteestabelece parâmetros, ainda que não exatos, entregando ao leitor um referencial para queeste se localize na narrativa: a cura não leva mais do que 1 minuto e a maior parte do corpo de Milênio ficou lesionado; os 100% (cem por cento) vem como um parâmetro de regeneração, uma vez que, ao atingir tal porcentagem, Milênio estaria completamente curado das lesões causadas pelo impacto.

Tais compreensões, relacionadas as unidades de medidas, nos direcionam apercepção de um reconhecimento por parte do participante da utilização mais indicada decada unidade evocada durante a produção do texto.

Damática também traz ao seu capítulo a características de quantificação, ao afirmar que

> Sentia que corria o **dobro** do perigo estando aqui, eu tive a sensação de estar sendo perseguida. Em uma fração de segundos escuto algo sendo lançado em minha direção, que por pouco não me atingiu. (grifonosso).

Utilizando-se da palavra "dobro", a participante intensifica a ideia provocada pelapalavra seguinte, "perigo", ou seja, recorre a uma duplicação para promover um sentimento de apreensão, diante da sucessão de eventos que acabam levando Damática àfloresta, indicando a compreensão sobre processos multiplicativos de objetos concreto e abstratos e suas reverberações durante a expressão da fala.

Mais adiante, a participante, que dá "vida a personagem", aparentemente recorreao conteúdo de Frações e se utiliza da expressão "uma fração de segundos", que sugere uma noção de tempo, mesmo que indefinida, assim como a apresentação das unidades detempo a partir desse conhecimento sobre divisão e fração.

Álgebrix, a última e tão quanto complexa, quanto um número complexo, faz o mesmo, utiliza de conhecimento relacionados a fração e unidades de medidas, no entanto,estabelecendo um referencial numérico:

> — Minha nossa, **é um quarto** da estrela! (grifo nosso).

Assim, ao se utilizar da expressão "um quarto da estrela", a participante indica que uma das quatro partes do coração da estrela está à sua frente, e para além disso, que a divisão deste coração foi exata, de forma que três outros pedações encontrariam outrascriaturas.

Já a **substituição** implicou na permuta de determinadas palavras por sinônimos que preservam o seu teor, ao mesmo tempo em que incorporam, nas entrelinhas, significado matemático, ao se utiliza, por exemplo, de um entendimento elementar promovido pela operação de soma provocando a união de outras duas expressões, ou conjuntos de características espaciais, usando a palavra "somado" como conectivo esinônimo de palavras como "unido" e "junto", como no trecho a seguir.

[...] após tantos anos dormindo [Milênio] havia se esquecido de como a imensidão do céu **somado** ao brilho sútil das estrelas o encantava tanto, como uma criança perdida que finalmente via seu lar. (grifo nosso).

A substituição também é perceptível em outros trechos da narrativa, em que palavras que fazem referência às operações matemáticas também são agregadas ao textoe preservam o seu sentido primário, tais quais: “[...] o fragmento havia **adicionado** uma pequena cratera à paisagem da trilha [...]” (grifo nosso); “[...] o medo se faz presente, tento **subtrai-lo**, mas é em vão [...]” (grifo nosso); “[...] decidimos **multiplicar** forças, **somar** aventuras e seguir viagem juntas [...]” (grifo nosso).

Outros trechos que também incorporam a substituição são os seguintes:

Indo como um cometa desgovernado em direção a algum lugar do planeta, em uma velocidade altíssima, com um brilho ofuscante, os fatores que representam o fragmento da estrela no céu noturno representavam um perigo **incógnito**. (grifo nosso).

— Bem, agora precisamos sair, o nosso estoque ficou **nulo** e precisamos de mais ingredientes para nossa fonte de renda, não é mesmo, minha querida?... Vamos! (grifo nosso).

Fazendo referência às incógnitas, comumente utilizadas em expressões matemáticas, indicando valores desconhecidos, a expressão “perigo incógnito” sugereque se tem à frente uma situação perigosa cujos riscos são desconhecidos. Já o estoquenulo de Álgebrix indica ideia de vazio, evidenciando que sua botica está sem mercadoria.

Todos esses três fenômenos (qualificação, quantificação e substituição) presentesna produção criativa dos participantes, embebem nossa compreensão sobre oreconhecimento e entendimento dos conteúdos matemáticos por parte deles. Seja pela aplicação correta dos conceitos e definições, ou seja, até mesmo, pela utilização despretensiosa dos termos matemáticos, podemos inferir a partir da vasta literatura sobre Linguagem Matemática e Educação Matemática (cf. MONTOITO, 2019, 2020, 2021), que produzir conhecimentos matemáticos não se limitam em produzir conteúdo numéricos ou algébricos, mas sim perceber a produção de sentidos desses conhecimentosno cotidiano do sujeito.

Considerações finais

Conforme apresentada neste recorte, a matemática – uma linguagem que decorreda abstração, da capacidade humana de inventar, de se comunicar, que remonta aos métodos biunívocos[917] –, permite um caminho fermentado em imaginação. Neste sentido,me pareceu natural, recorrer a essa possibilidade criativa e propor que, por meio da escritade O Triângulo das Tecelãs, os participantes da pesquisa pudessem pensar matematicamente, desenvolver maneiras de raciocinar, levantar ideias matemáticas,estabelecer conexões entre literatura e matemática, e comunicá-las em suas manifestaçõesescritas.

Conforme sugere Kleiman (2009) não se pode evidentemente ensinar compreensão ou cognição a alguém, entretanto, podem-se criar oportunidades que contribuam com o desenvolvimento de um processo cognitivo. Desse modo, quanto à atividade “novas equações matemazônicas”, foi possível perceber amadurecimento dos participantes com relação às suas escritas e à própria linguagem matemática incorporada em seus vocabulários, mostrando habilidades narrativas, reflexivas, raciocinativas e muitacriatividade.

E mesmo apresentando resultados que vão de encontro a relativo bem- sucedimento, é importante sustentar a reflexão de que muito ainda pode ser feito nesta temática, tanto por suas possibilidades que esbarram na liberdade criativa, quanto nas maneiras de se abordar a própria matemática, que pode ter um olhar mais específico paraa História da Matemática, para a Álgebra, para a Geometria e para a Estatística, por exemplo.

Referências

BRITO, Danielle Santos de. A importância da leitura na formação social do indivíduo. São Paulo. *Revela*, v. 4, n. 8, 2010. Disponível em: http://fals.com.br/novofals/revela/REVELA%20XVII/Artigo4_ed08.pdf. Acesso em: 09 abr. 2020.

KLEIMAN, Angela. *Texto e leitor*: aspectos cognitivos da leitura. 12. ed. Campinas-SP:Pontes, 2009.

KRAMER, Sonia. *Leitura e escrita como experiência*: seu papel na formação de sujeitos sociais. Presença Pedagógica. Rio de Janeiro, v. 6, n. 31, p. 18-27, 2000.Disponível em: encurtador.com.br/bTUX6. Acesso em: 28 fev. 2020.

LOBATO, Monteiro. *Aritmética da Emília*. São Paulo: Círculo dos Livros, [2020]. Disponível em: https://imatematica.weebly.com/uploads/5/4/6/3/54632983/aritmetica_da_emilia_cort.pdf. Acesso em: 16 jun. 2020.

MACHADO, Érick André Lima; SOUZA, Alícia Michely Silva de; WANZELER, Edson Pinheiro; MARINHO, Karem Keyth de Oliveira. Nas Raízes

[917] “[...] diz-se da relação de correspondência em que a um elemento de um primeiro conjunto correspondeum elemento de um segundo conjunto, e reciprocamente” (BIUNÍVOCO, Dicionário *online* Infopédia, [202-]. Disponível em: https://www.infopedia.pt/dicionarios/lingua-portuguesa/biunívoca. Acesso em: jul.2022).

Matemazônicas do Clube de Leitura “Os Livreiros de Matemazônia”. *In*: Simpósio de Educação em Ciências na Amazônia, 9, 2019, Manaus. *Anais*...,UEA Edições, 2019, p. 74-78. 83 Disponível em: https://sites.google.com/uea.edu.br/secam/anais. Acesso em: jul. 2022.

MONTOITO, R. Às Avessas: outros percursos para se pensar/discutir as inter-relaçõesentre matemática e literatura. **Revista Internacional De Pesquisa Em Educação Matemática**, v. 10, n. 2, p. 89-106, 2020. Disponível em: https://doi.org/10.37001/ripem.v10i2.2170. Acesso em: jul. 2022.

MONTOITO, R. Entrelugares: pequeno inventário inventado sobre matemática e literatura. **Bolema**: Boletim de Educação Matemática [online], v. 33, n. 64, p.892-915, 2019. Disponível em: https://doi.org/10.1590/1980-4415v33n64a22.Acesso em: jul. 2022.

MONTOITO, R.; MINKS, R. Três Viagens por Planolândia: estudos interdisciplinares. **Bolema**: Boletim de Educação Matemática [online], v. 36, n. 72, P. 71-91, 2022. Disponível em: https://doi.org/10.1590/1980-4415v36n72a04. Acesso em: jul. 2022.

MOTA, P. H. Alice no País das Maravilhas: história, significado e inspiração. *In*: Segredos do Mundo. [*s. l.*], [202-]. Disponível em: https://segredosdomundo.r7.com/alice-no-pais-das-maravilhas/. Acesso em: jul.2022.

PONDÉ, Gloria. *A arte de fazer artes*: como escrever histórias para crianças eadolescentes. 1. ed. São Paulo: Editora SESI, 2017.

OSTROWER, Fayga. *Criatividade e Processos de Criação*. 9. ed. Petrópolis, RJ:Vozes, 1993.

ROSA, Maria Eunice de Almeida; NUNES, Rosemeire Irene da Silva. Literatura Infanto-Juvenil: contação de histórias na escola e na biblioteca. *In*: CongressoBrasileiro de Biblioteconomia, Documentação e Ciência da Informação, 24, 2011, Maceió. *Anais*..., v. 24, 2011. Disponível em: http://repositorio.bc.ufg.br/handle/ri/10977. Acesso em: jul. 2021.

SAMPIERE, Roberto Hernández. *Metodologia de la Investigación*. 6. ed. México D.F.: McGraw Hill Education, 2014.

SCHMIDT, Beatriz; CREPALDI, Maria Aparecida; BOLZE, Simone Dill Azeredo; NEIVA-SILVA, Lucas; DEMENECH, Lauro Miranda. Saúde mental e intervenções psicológicas diante da pandemia do novo coronavírus (COVID-19). *Estudos de Psicologia*, Campinas, v. 37, n. e200063, 2020. Disponível em: http://dx.doi.org/10.1590/1982-0275202037e200063. Acesso em: 17 jul. 2021.

SOUSA, Ana Lucinda Afonso. *A verbalização da linguagem matemática*: os númerosrelativos - um estudo de caso no sétimo ano. 2006. Dissertação (Mestrado em Comunicação Educacional). Faculdade de Letras da Universidade de Lisboa e Universidade do Algarve. Faro, 2006. Disponível em: https://sapientia.ualg.pt/bitstream/10400.1/6781/1/S14_SOUSA--Verbalizacao_da_linguagem_matematica.pdf. Acesso em: 19 jul. 2021.

SOUZA, Tatiane Almeida de; PESSANHA, Luciana dos Santos Jorge; ALMEIDA, Luciana da Silva; MONTEIRO, Rysian Lohse; LUGUETTI, Eliana Crispim França. A importância da leitura infantojuvenil no processo de ensino– aprendizagem sob a ótica dos docentes. *Philologus*, Rio de Janeiro, v. 25, n.75, p. 297-314, 2019. Disponível em: http://www.filologia.org.br/rph/75supl.html.Acesso em: 28 fev. 2020.

TAHAN, Malba. *O homem que calculava*. 8. ed. Rio de Janeiro: Record, 2013.

VILELA, Denise; DORTA, Deizieli. Contribuições para compreender o que é desenvolver o raciocínio lógico dos alunos: estudo do livro Alice no País das Maravilhas. *Revista Ibero-Americana de Estudos em Educação*, v. 4, n. 2, p.174–184, 2010. Disponível em: https://doi.org/10.21723/riaee.v4i2.2771. Acesso em: 21 set. 2020.

ZILBERMAN, Regina. O papel da literatura na escola. *Via Atlântica*, n. 14, p. 11- 22, 2009. Disponível em: http://www.revistas.usp.br/viaatlantica/article/view/50376/54486. Acesso em: 13jun. 2020.

Abordagem numérica, gráfica e analítica da lei de resfriamento de Newton: O caso do sistema de refrigeração e aquecimento do motor

Numerical, graphical and analytical approach to Newton's cooling law: The case of engine cooling and heating system

Acercamiento numérico, gráfico y analítico a la ley de enfriamiento de Newton: El caso del sistema de enfriamiento y calentamiento del motor

Rafael Pantoja Rangel[918]
Universidad de Guadalajara, México
0000-0002-7116-1157

Manuel Arciga Vargas[919]
[1]Universidad Tecnológica de la Costa Grande de Guerrero, México
0000-0003-1101-3432

Alexander Yakhno[920]
Universidad de Guadalajara, México
0000-0002-8531-8936

Karla Liliana Puga Nathal[921]
Instituto Tecnológico de Ciudad Guzmán, TNM, SEP, México
0000-0002-0350-1260

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Relação da Matemática com outras áreas do conhecimento

Resumo

A pesquisa está relacionada com as aproximações numéricas, gráficas e analíticas à Equação Diferencial Ordinária que modela a Lei do resfriamento de Newton, desde o início da ignição do motor até que se ativa o ventilador do motor várias vezes, e depois se desliga. Conecta-se a ferramenta automotriz Scanner e Osciloscópio MaxiDAS DS808 ao motor para obter às aproximações numéricas, gráficas y analíticas ao Sistema de Resfriamento e Aquecimento do Motor do Automotivo (SECMV) e compará-lo com a solução da equação diferencial. A teoria que sustentou o estudo foi a abordagem ontosemiótica e, como resultado da implementação, os 17 alunos do curso de Matemática II da Universidade Tecnológica da Costa Grande de Guerrero, relacionaram a matemática com uma situação problema da vida cotidiana. A seqüência didática foi publicada na plataforma LMS INSTRUCTURE CANVAS, onde foram gravados os vídeos e as histórias em quadrinhos "Em busca de um modelo matemático". Foram geradas videoconferências no Google Meet como meio interativo estudante-professor e estudante-estudante, para fornecer explicações do tema e resolver dúvidas. O estudo foi qualitativo e os processos de aprendizagem dos alunos foram estudados ao trabalhar com uma

[918] profe.rpantoja@hotmail.com
[919] manuel.arciga7@gmail.com
[920] alexander.yakhno@academicos.udg.mx
[921] karlalpn4@gmail.com

situação problema da vida cotidiana, para compreender a relação existente entre o funcionamento do sistema de resfriamento do motor e as aproximações numéricas, gráficas e analíticas para modelar a Lei do resfriamento de Newton, em sua forma ideal.

Palavras-chave: lei de resfriamento de Newton, modelagem, teoria EOS, situação problemática, adequação da função.

Abstract

The research is related to the numerical, graphic and analytical approaches to the Ordinary Differential Equation that models Newton's law of cooling, from the start of the engine ignition until the motorized fan is activated several times and then turns off. The MaxiDAS DS808 Scanner and Oscilloscope automotive tool is connected to the engine to obtain the data of the time and temperature variables, required to achieve the objective of obtaining the numerical, graphic and analytical approaches to the Automotive Engine Cooling and Heating System (SECMV). and compare it with the solution of the differential equation. The theory that supported the study was the Ontosemiotic approach and as a result of the staging, the 17 students of the Mathematics II course of the Technological University of the Costa Grande of Guerrero, related mathematics with a problem situation of daily life. The didactic sequence was published on the LMS platform INSTRUCTURE CANVAS, in which the videos and the comic "In search of a mathematical model" were registered. Videoconferences were generated in Google Meet as an interactive student-teacher and student-student medium, to provide explanations of the subject and to raise doubts. The study was qualitative and were studied the learning processes of the students when working with a problem situation of daily life, to understand the relationship between the operation of the engine cooling system and the numerical, graphic and analytical approaches to model the Newton's law of cooling, in its ideal form.

Keywords: Newton's cooling law, modeling, EOS theory, problem situation, function fitting.

Resumen

La investigación se relaciona con los acercamientos numéricos, gráfico y analítico a la Ecuación Diferencial Ordinaria que modela de la ley de enfriamiento de Newton, desde el inicio de encendido del motor hasta que se activa el motoventilador varias veces y después se apaga. Se conecta la herramienta automotriz *Scanner y Osciloscopio MaxiDAS DS808* al motor para obtener los datos de las variables tiempo y temperatura, requeridas para lograr el objetivo de obtener los acercamientos numérico, gráfico y analítico al Sistema de Enfriamiento y Calentamiento del Motor del Automóvil (SECMV) y compararlo con la solución de la ecuación diferencial. La teoría que sustentó el estudio fue el enfoque Ontosemiótico y como resultado de la puesta en escena, los 17 alumnos del curso Matemáticas II de la Universidad Tecnológica de la Costa Grande de Guerrero, relacionaron las matemáticas con una situación problema de la vida cotidiana. La secuencia didáctica se publicó en la plataforma *LMS INSTRUCTURE CANVAS,* en la que se registraron los videos y la historieta "En busca de un modelo matemático". Se generaron videoconferencias en *Google Meet* como medio interactivo alumno-profesor y alumno-alumno, para brindar explicaciones del tema y plantear dudas. El estudio fue cualitativo y se estudiaron los procesos de aprendizaje de los alumnos al trabajar con una situación problema de la vida cotidiana, para comprender la relación existente entre el funcionamiento del sistema de enfriamiento del motor y los acercamientos numérico, gráfico y analítico para modelar la ley de enfriamiento de Newton, en su forma ideal.

Palabras clave: Ley de enfriamiento de Newton, modelación, Teoría EOS, Situación problema, Ajuste de funciones.

Antecedentes

La propuesta incorpora la situación problema de la vida cotidiana, el sistema de enfriamiento y calentamiento de un vehículo (SECMV), con el propósito de que el estudiante comprenda la relación existente con la ley de enfriamiento de Newton, por medio de un acercamiento analítico, numérico y gráfico, pues por lo regular se toman ejemplos de libros que se orientan al planteamiento de la ecuación diferencial y su solución, es decir, se orientan al proceso algorítmico dejando de lado alternativas para fortalecer la comprensión del alumno al aplicar la matemática escolar al SECMV.

Se han realizado diferentes trabajos (Artigue, 1989; Blanchard, 1994; Arslan, Chaachoua y Laborde, 2004) respecto a la predominancia de métodos analíticos sobre los acercamientos numérico y gráfico, en los que se señala que el aprendizaje logrado por los estudiantes es parcial, situación que propicia replantear su enseñanza de una forma alternativa, por ejemplo, a partir de situaciones problema de la vida cotidiana (Pantoja, Guerrero, Ulloa, Nesterova, 2016; Pantoja, Sánchez, López, Pantoja-González, 2021), en la que se incluyan ajustes de polinomios, representaciones gráficas y numéricas, como herramientas para la resolución e interpretación de las soluciones, con el apoyo de las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC), como se describe en varios trabajos (Buchanan 1991; Moreno y Laborde, 2003; Blanchard, 1994).

En este estudio el alumno con el uso de la herramienta de diagnóstico automotriz Scanner y Osciloscopio automotriz *MaxiDAS DS808 (Figura 1)*, establece comunicación con la Unidad de Control (ECU) del motor de vehículo y monitorea el sensor de temperatura del líquido refrigerante para la obtención de datos (acercamiento numérico), que fueron exportados a GeoGebra en el que se graficaron (acercamiento gráfico) para analizar el comportamiento del SECMV y posteriormente a cada una de las etapas, ajustarle la función que lo modelan. Como una fuente de validación los alumnos, con las condiciones iniciales de la temperatura ambiente del líquido refrigerante del motor, plantearon y solucionaron la ecuación diferencial, en su forma ideal, para comparar con los acercamientos obtenidos de forma experimental, lo que resultó muy satisfactorio.

Figura 1.

Escáner osciloscopio MaxiDAS808 conectado al automóvil

MAxiDAS DS808

La propuesta se diseñó para llevar a cabo los trabajos en la modalidad presencial, pero debido a la pandemia mundial Covid-19, se rediseñó la puesta en escena, misma que se ubicó en la plataforma *LMS INSTRUCTURE CANVAS,* en la que se integraron los módulos del curso, los materiales y recursos de esta propuesta. En *Google Meet* se llevaron a cabo las actividades sincrónicas estudiante-estudiante y estudiante-profesor. A través de uso de estas plataformas el aprendizaje fue activo, atractivo y centrado en el estudiante.

Dado el desconocimiento de los alumnos del SECMV, se empleó un video para fortalecer los conocimientos previos sobre la situación problema, en la que identificaron, primero la etapa de calentamiento desde el arranque del motor, luego la fase periódica en la que entra en acción el motoventilador, donde la temperatura del líquido refrigerante se mantiene en un rango entre 93°C y 101°C; y finalmente, la etapa de enfriamiento cuando se apaga el motor, que fueron analizadas para obtener las funciones ajustadas a los datos.

La investigación se llevó a cabo en el Programa Educativo de Ingeniería Metal Mecánica en la Universidad Tecnológica de la Costa Grande de Guerrero (UTCGG), en la que participaron 17 alumnos del octavo cuatrimestre, con el propósito de determinar el efecto que produce sobre el aprendizaje y la comprensión de la ley de enfriamiento de Newton, por medio de los acercamientos numérico, gráfico y analítico del SECMV, valorar el trabajo realizado por los alumnos en la plataforma *LMS INSTRUCTURE CANVAS,* la interacción con el *Google Meet* y el empleo del programa *GeoGebra* así como la satisfacción de los estudiantes sobre su experiencia con la propuesta didáctica.

Se realizó una investigación cualitativa, pues se estudiaron principalmente los procesos de aprendizaje en la interacción y experiencia de los alumnos durante el desarrollo de las actividades propuestas, la motivación al trabajar con una situación problema del contexto en el que se desarrolla el estudiante, que mediadas por las actividades planeadas, lograron identificar la relación existente entre los datos recopilados con el Scanner y Osciloscopio *MAXIDAS DS808* y el objeto matemático.

El Enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática

De acuerdo con Godino (2002), en el Enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática (EOS), se define un objeto matemático:

> como todo aquello que puede ser indicado, todo lo que puede señalarse o a lo cual puede hacerse referencia, cuando se hace, comunica o se aprende matemáticas (p. 434).

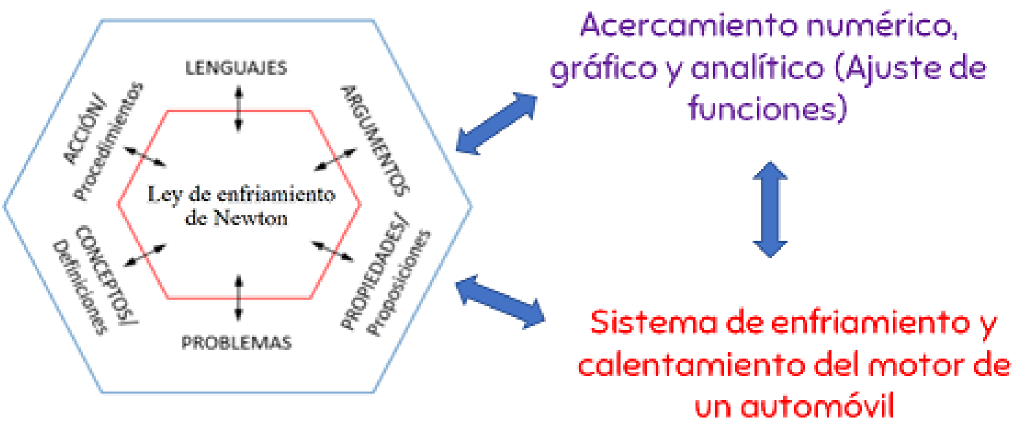
Por lo tanto, al hacer referencia al objeto matemático en este trabajo, se entenderá como el acercamiento numérico, gráfico y analítico al SECMV y su relación con la aplicación de la ley de enfriamiento de Newton. También se toma en consideración que la ley de enfriamiento de Newton se aplica al SECMV en su forma ideal, pues tal sistema es complejo para describirla con la modelación de una ecuación diferencial de variables separables.

La situación problema, se refiere a aquellas tareas que inducen la actividad matemática, como esta propuesta, en la que se analizan aspectos relacionados con la SECMV. Una situación problema tiende a promover una apertura de pensamiento, para que emerjan representaciones funcionales que guíen a los estudiantes a lograr la comprensión matemática del objeto matemático en cuestión (Hitt, 2013; Hitt y Quiroz, 2017).

En la EOS para propiciar la interpretación de los parámetros de la situación problema, se propusieron seis entidades matemáticas básicas o primarias, que se desarrollan en función de la solución al SECMV a saber: situación problema, lenguaje, conceptos, propiedades, procedimiento y argumento. Los objetos primarios que intervienen en las prácticas matemáticas se muestran en la figura 2 (Godino y Batanero, 1994: Godino, 2002).

Figura 2.

Objetos intervinientes en las prácticas de las cuales emerge el objeto matemático



Estos objetos primarios no son independientes, sino que se relacionan entre sí, de modo que forman configuraciones, las cuales pueden ser vistas como redes de objetos en las cuales unos intervienen y otros emergen de los sistemas de prácticas.

La fase de experimentación se llevó a cabo en tres sesiones con un grupo de 17 alumnos de octavo cuatrimestre de enero – abril del 2021. Las dos primeras sesiones fueron de dos horas y la última sesión comprendida de una hora. Al finalizar se aplicó una entrevista clínica y una encuesta en la que los participantes expresaron sus ideas y conclusiones sobre su experiencia con las actividades realizadas en el taller.

Se consideraron tanto los conceptos que intervienen durante el proceso de solución de la situación problema, como aquellos que surgen como resultado (Tabla 1).

Tabla 1.

Conceptos intervinientes y emergentes del sistema de práctica institucional

Conceptos intervinientes	El funcionamiento del SECMV y las variables que intervienen en el fenómeno. El ajuste de funciones para un conjunto de datos de la temperatura en función del tiempo del SECMV. Análisis de gráficas de cada una de las fases del SECMV
Conceptos emergentes	Análisis de la gráfica de los datos y búsqueda de la relación con el funcionamiento del SECMV. Determinación de las funciones ajustadas al ciclo del SECMV. La comprensión de los acercamientos numérico, gráfico y analítico como solución de la ecuación diferencial del SECMV.

Análisis de resultados

Durante la aplicación de tres pruebas piloto, se identificaron detalles que debían de ser corregidos antes de la aplicación de la fase experimental, por ejemplo, se evidenció que les faltaba información sobre la modelación de la situación problema, por consiguiente, se incluyó información al respecto con el diseño de la historieta titulada *"en busca de un modelo matemático"* y la inclusión de videos explicativos en los que se explica el método de separación de variables y evaluación de funciones. Las hojas de trabajo también se modificaron para ser aplicadas en la puesta en escena en la fase experimental.

Las hojas de trabajo para cada una de las fases de estudio del SECMV, se integran de apartados en los que se incluyeron los conceptos, propiedades y procedimientos para el desarrollo de la práctica matemática, considerados fundamentales para el aprendizaje y comprensión del objeto matemático. Se agregaron diferentes formas de evaluación para valorar la interacción de los alumnos sobre su aprendizaje y comprensión en diferentes niveles de conocimientos y, a su vez, propiciar la emergencia de otros objetos matemáticos primarios de acuerdo con la teoría del EOS. Se construyó un applet en *GeoGebra* orientado a problemas de calentamiento y enfriamiento de un motor, con el propósito de que el aprendizaje pretendido sea alcanzable para ellos y la falta de conocimientos previos no sea un obstáculo.

Los alumnos señalaron que les pareció interesante el empleo de una situación problema relacionada con su formación profesional, como medio para aprender matemáticas. Con los acercamientos numérico, gráfico y analítico al SECMV, se propició la argumentación de los estudiantes, respecto a cada una de las actividades que se realizaban en cada fase de operabilidad del SECMV, al tener como punto de partida un aspecto de mecánica automotriz, con el cual relacionaron sus conocimientos previos con los emergentes.

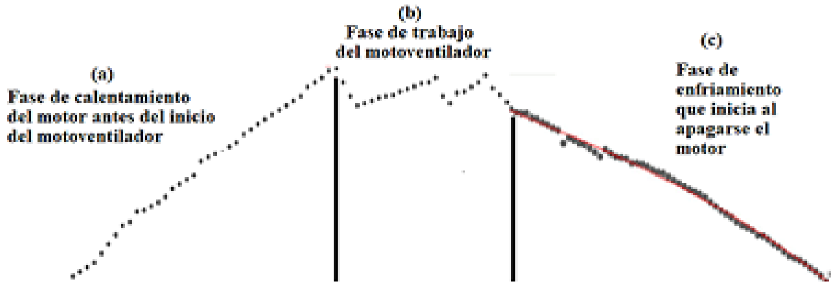
La actitud y disposición de los estudiantes durante el desarrollo del curso-taller en línea siempre fue atenta, pues se observó que en todo momento trabajaron con las actividades publicadas en los módulos de la plataforma *LMS INSTRUCTURE CANVAS*, en las sesiones grupales para generar discusión en los hallazgos y argumentación de los equipos y, a su vez, en sesiones síncrona en *Google Meet* los equipos de trabajo expresaban libremente sus dudas.

De inició se pretendía que los alumnos desarrollaran el proceso con el escáner, pero por cuestiones de la pandemia Covid-19, el profesor del curso obtuvo los datos y se los presentó a los estudiantes en video. Una vez que los alumnos los obtuvieron, se les pidió que los graficaran e indicaran las coordenadas donde se presentan algunos cambios, actividad relacionada con la identificación de las tres fases (Figura 3) de funcionamiento del SECMV.

Figura 3.

Fases del SECMV

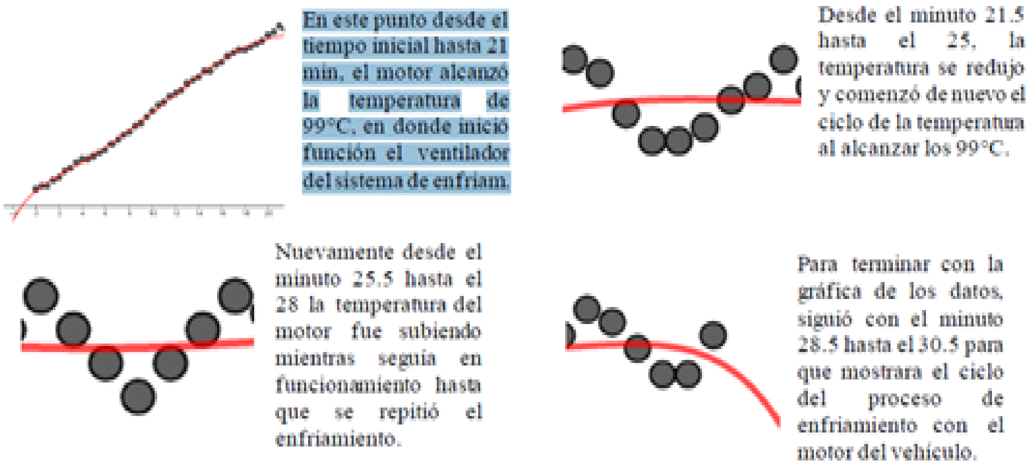
Fase 1. Calentamiento del motor hasta encender el motoventilador.
Fase 2. Se enciende y se apaga el motoventilador.
Fase 3. Se apaga el motor e inicia la etapa de enfriamiento.



En las gráficas realizadas en el *GeoGebra* se observa que se presenta un desfase al alcanzar cierta temperatura del líquido refrigerante y, posteriormente se mantienen en un rango, donde los datos no se ajustan a una función particular. Con esto se pide a los alumnos indiquen en la gráfica el tiempo correspondiente t_1 y t_2 y las temperaturas correspondientes a cada tiempo T_1 y T_2, que debían señalarlas en la tabla de datos numéricos.

Cinco equipos completan correctamente la gráfica (Figura 4), al identificar los datos cuando el motoventilador se acciona en cada etapa de la fase de calentamiento de acuerdo a la información que se les dio y ajustaron de manera correcta los datos.

Figura 4.
Descripción de puntos donde se activa el motoventilador y la temperatura comienza a incrementar



Al finalizar lo planteado en la hoja de trabajo se llevó a cabo una actividad sincrónica, en la cual se les planteó a los equipos diferentes preguntas acerca de la práctica realizada, a fin de conocer sus argumentos. En algunas preguntas, se les pidió a los alumnos que compartieran pantalla desde su celular o equipo de cómputo para explicar sus respuestas, que se interpretan tomando como referencia la figura 5, orientadas a indagar el grado de comprensión del objeto matemático.

Investigador: De acuerdo con los datos numéricos recabados, se consideraron puntos críticos en las fases de calentamiento y enfriamiento del motor, ¿Cuáles son las coordenadas?

Equipo 2: *Primeramente, GeoGebra nos muestra que el motor va elevando su temperatura conforme el tiempo avanza…Alcanzando así una temperatura la cual activa el ventilador, esto pasa… Cuando: x=18.5 (tiempo en minutos) y=101 (temperatura en °C)*

Sustenta su respuesta en la gráfica que ya construyó con los datos en GeoGebra (Figura 5), en la que sólo muestra la parte representativa de la primera fase, es decir, el calentamiento del motor hasta que se activa el motoventilador e identifica las coordenadas (18.5, 101). ***Investigador****:* ¿Cuál es la interpretación matemática de la gráfica?

Equipo 2*: El comportamiento que se observó fue que al llegar el líquido refrigerante del motor a la temperatura de 101ºC el ventilador es accionado para después bajar la temperatura hasta 93. 5º C, esto sucede constantemente (sube la temperatura y el ventilador se encarga de bajarla) optimizando el motor. "temperatura máxima que se alcanza desde 45º hasta 101º donde automáticamente el ventilador se acciona".*

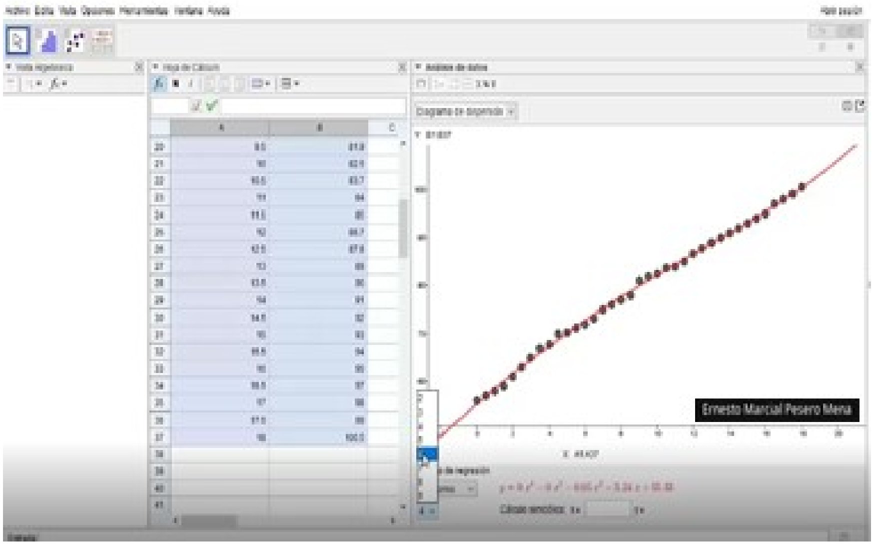
Parte de su respuesta si corresponde a la interpretación del SECMV, pero tiene un error de apreciación pues considera que la temperatura del motor inicia desde 0 °C, lo cual es incorrecto, lo que significa que logran relacionar de manera correcta lo matemático con el funcionamiento del SECMV, para ello se deben tomar en consideración varios factores, entre ellos la temperatura ambiente 35 °C que es el valor que se extrapola para un tiempo t =0 y el escáner marca la temperatura inicial del motor de 45 °C, valor que se tomó para el ajuste polinomial.

Equipo 2: *En el GeoGebra al ajustar los datos donde nosotros consideramos que el motoventilador se activa, obtuvimos polinomio de grado 3,* $0.0001x^3 - 0.7774x^2 + 3.665x^2 + 54.2362$ *que se ajusta aproximadamente. Como eje horizontal tenemos el tiempo y eje vertical la temperatura (°C). Se observan que a partir de que el vehículo llega a los 101 °C comienza a descender por la activación del motoventilador, permaneciendo la temperatura constante entre los 95 y 101 °C. Las gráficas se asemejan en esos puntos, pero son funciones diferentes ya que tenemos primero una función algebraica y al hacer los cálculos obtenemos una función exponencial, pero consideramos que el estudio lo hicimos en ciertos intervalos por lo que se obtienen dos modelos matemáticos, el primero se ajusta a los datos obtenidos con el scanner y el segundo no se ajusta de acuerdo a la teoría ya que hay factores o variables que* *intervienen como algún componente mecánico o eléctrico del sistema o del mismo líquido refrigerante.*

Se observa que el alumno del equipo 2 interpreta e identifica una relación entre el ajuste de una función mediante el acercamiento numérico de la ecuación subyacente al problema y el acercamiento numérico y gráfico que modela el calentamiento de cuerpo, sin embargo, se percata que las funciones son diferentes debido a que los datos numéricos del ajuste son polinomiales de grado tres y en la fase 2 es una función periódica.

Figura 5.

Gráfica de la primera fase del SECMV



Investigador: Referente al punto donde consideran que se activa el motoventilador ¿qué tipo de acercamiento analítico se emplea?

Equipo 5: *Se grafican por secciones los cambios de temperatura ajustando a un modelo de regresión (polinomio a 4 grados) que llega al primer punto.*

Investigador*:* ¿En qué punto de la gráfica la temperatura empieza a descender?

Equipo 5*: En el trayecto en el punto B, así lo consideramos nosotros, la temperatura comienza a descender a partir del accionamiento del motoventilador. El punto B tiene coordenadas (18.5, 101) y el C (21, 94).*

Investigador: ¿Qué representan esas coordenadas?

Equipo 5: *Tiempo y temperatura, el tiempo es en relación al eje x, es la variable independiente y la temperatura es la vertical el eje y, es decir, en el tiempo 18.5 minutos después de arrancar el motor el líquido refrigerante alcanza su temperatura óptima de funcionamiento y el motoventilador se activa para extraer el calor.*

Investigador: Después de los puntos señalados ¿Cuál es el comportamiento del sistema en esa fase de activación del motoventilador?

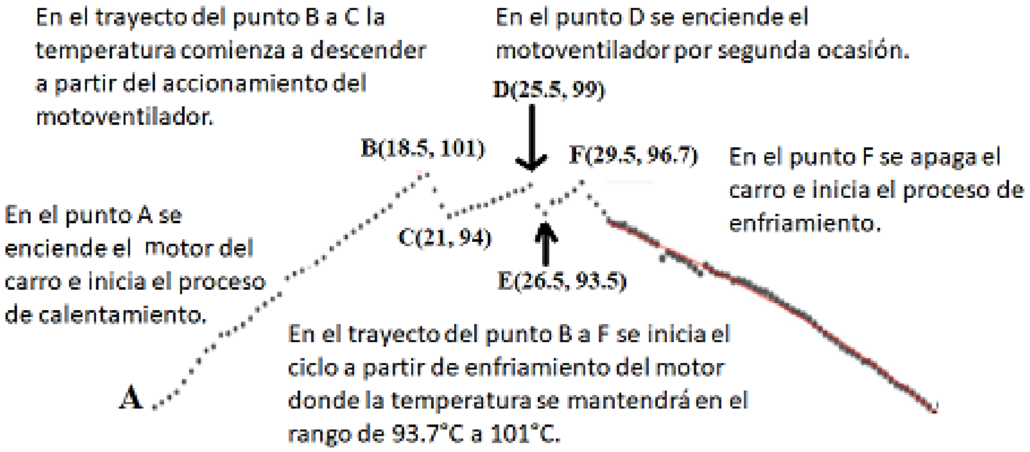
Equipo 5: *Se hace repetitivo, primeramente, el motor al parecer de acuerdo con los datos del scanner no presenta problemas de calentamiento, nosotros indicamos esos puntos que mi compañero mencionó y nos percatamos que el proceso se repite, es decir, se hace cíclico, llega a su temperatura máxima y vuelve a descender cada vez que se activa el motoventilador y esos puntos los hemos señalados en el ajuste como punto D, E y F.*

En la sesión síncrona, el alumno 1 representa matemáticamente la fase 1 (de A a B) mediante el polinomio (Figura 6), pero cuando se activa el motoventilador le resulta complicado realizar un ajuste a esos datos, porque simplemente se refiere a los puntos donde "*disminuye la temperatura y vuelve a subir*" y lo relaciona con diferentes polinomios y no se le ocurre emplear un ajuste sinusoidal, solo menciona que se puede ajustar una función cíclica y obtener modelos particulares para cada fase del SECMV, donde el motor mantiene un rango de temperatura y lo muestra en la sesión sincrónica.

Con los distintos acercamientos al SECMV se propició la intervención de los objetos primarios que lo componen a partir de una situación de la vida cotidiana con aspectos numéricos, gráficos y analíticos, con lo que se guío al alumno a desarrollar un aprendizaje y comprensión del objeto matemático y se concluye que la propuesta influyó en el aprendizaje y comprensión de los alumnos al propiciar la relación entre los diferentes objetos matemáticos que componen al objeto matemático solución EDO y en que lograran describirlo de forma numérica, gráfica y analítica.

Figura 6.

Ubicación de los puntos donde se activa el motoventilador, (gráfica del alumno 1)



Conclusiones

La propuesta didáctica para aprender el objeto matemático mediante el acercamiento gráfico, numérico y analítico del SECMV con el apoyo del programa *GeoGebra* y equipo de diagnóstico automotriz *MaxisDAS DS808*, fue positivo para los participantes de las pruebas piloto y fase experimental, quienes expresaron que el trabajo bajo esta propuesta didáctica resultó ser una buena alternativa para lograr conocimiento y propiciar motivación hacia las matemáticas que permitan resolver un problema de contexto.

Los conocimientos matemáticos previos y el manejo de herramientas tecnológicas son muy importantes en esta propuesta didáctica, pues permitieron relacionar los diferentes objetos matemáticos intervinientes en la práctica con una situación problema de su contexto.

Durante el diseño la propuesta se deben considerar diferentes perspectivas y no limitar la enseñanza y aprendizaje únicamente a los métodos algorítmicos, pues se desprovee al estudiante otros acercamientos que le permitirían incentivar la motivación por la aplicación de la matemática escolar a la vida cotidiana, pues en este caso, resultó relevante el trabajo realizado para guiar el aprendizaje del alumno sobre la comprensión del objeto matemático.

Los acercamientos numérico, gráfico y analítico del SECMV fue de ayuda para las actividades propuestas para el alumno partiera de un evento conocido, con el cual se influyó directamente en su motivación e interés por el estudio del objeto matemático.

Referencias

Artigue, M. (1989). Ingénierie didactique. *Publications mathématiques et informatique de Rennes, 1989 (S6),* (pp. 124-128. Ingénierie didactique (numdam.org).

Arslan, S., Chaachoua, H., y Laborde, C. (2004). Reflections on the teaching of differential equations. What effects of the teaching of algebraic dominance? In Niss, M. A. (Ed.), *Proceedings of the 10th International Conference in Mathematics Education 10*, 54-69.

Blumer, H. (1982). *El Interaccionismo Simbólico: Perspectiva y Método*. Barcelona: HORA, S.A

Blanchard, P. (1994). Teaching differential equations with a dynamical systems viewpoint.*College Mathematics Journal, 25*(5), 385-393. doi: 10.2307/2687503

Buchanan, J. L., Manar, T. J. y Lewis, H. (1991). Visualization in diferrential equiations, *Visualization in Teaching and Learning Mathematics*, USA, 139-146.

Godino, J. (2002). Un Enfoque Ontológico y Semiótico de la Cognición Matemática.*Recherches en Didactique des Mathématiques, 22.* Recuperado de:http://www.ugr.es/~jgodino /funciones-semioticas/04_enfoque_ontosemiotico.pdf

Godino, J., Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. Recuperado de: http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/03_SignificadosIP_RDM94.pdf

Hitt, F. (2013). *Aprendizaje de las matemáticas en ambientes de colaboración y resolución de problemas y de situaciones problemas*. Quebeq, Cánada: UQAM, DépartEment de Mathématiques.

Hitt, F., y Quiroz, S. (2017). Aprendizaje de las matemáticas a través de la modelación matemática en un medio sociocultural ligado a la teoría de la actividad. *Revista Colombiana de Educación*, 73, 151-175. Recuperado de: https//www.redalyc.org/articulo.oa?id=413651843-0008

Moreno, J. y Laborde, C. (2003). Articulation entre cadres et registres de représentation des équations différentielles dans un environnement de géométrie dynamique. *Actes du Colloque Intégration des Technologies dansl'Enseignement des Mathématiques* (1), 1-11.

Pantoja, R., Guerrero, L., Ulloa, R., Nesterova, E. (2016*). Modeling in problem situations of daily life. Journal of Education and Human Development, 5*(1), 62-76. Recuperado: http://jehdnet.com/.

Pantoja, R., Sánchez, M. T., López, M. E., Pantoja-González, R. (2021). Examples to relate school mathematics to everyday life mediated by video, Tracker and GeoGebra. *South Florida Journal of Development*, 2 (3), 4417-4434. DOI: 10.46932/sfjdv2n3-046.

Resolução de problemas em aulas de Matemática

Resolução de problemas para o desenvolvimento de competências e habilidades matemáticas no Ensino Médio

Problem Solving for the development of mathematical competences and abilities inHigh School

Resolución de problemas para el desarrollo de competencias y habilidadesmatemáticas en la Enseñanza Media

Manoel dos Santos Costa[922]
Instituto Estadual de Educação, Ciência e Tecnologia do Maranhão – IEMAUniversidade Federal do Maranhão - UFMA
0000-0002-8774-9633

Wallesson Alexandre de Sousa Lima[923]
Instituto Estadual de Educação, Ciência e Tecnologia do Maranhão – IEMA
0000-0002-4451-5597

Norma Suely Gomes Allevato[924]
Universidade Cruzeiro do Sul - UNICSUL
0000-0001-6892-606x

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Resolução de problemas em aulas de Matemática

Resumo

O presente artigo foi organizado, a partir da Base Nacional Comum Curricular, com o objetivo de verificar o papel da Resolução de Problemas no desenvolvimento de competências e habilidades matemáticas de alunos do Ensino Médio, de acordo com essedocumento, que define as aprendizagens essenciais a serem garantidas a todos os estudantes, e que orienta a elaboração de currículos e propostas pedagógicas para a Educação Básica. Trata-se, portanto, de uma pesquisa bibliográfica, de natureza qualitativa, cujo objeto de análise foi o arcabouço documental que inclui, entre outros, documentos oficiais da educação. O estudo possibilitou concluir que a Resolução de Problemas proporciona ir além da descrição da realidade e da utilização de fórmulas matemáticas, desenvolvendo nos alunos competências e habilidades para elaborar e resolver problemas. Dessa forma, estimulam-se os alunos a desenvolver sua capacidade de aprender a aprender, habituando-os a pensar por si próprios, indo à procura de soluçõesaos problemas que lhes são propostos, ao invés de esperar uma solução imediata e previsível e como fim em si mesma.
Palavras-chave: BNCC, Competências e Habilidades, Resolução de Problemas.

Abstract

[922] manolopromat@hotmail.com
[923] wallessonlima@hotmail.com
[924] normallev@gmail.com

The present paper was organized from Curricular Common National Base, aiming to check the role of Problem Solving in the development of mathematical competences andabilities of High School students, according to such document, which defines the essentiallearning that should be guaranteed to all students and guides the elaboration of curriculaand pedagogical propositions for Elementary Education. Therefore, this is bibliographic research of qualitative approach, whose analysis object was the document framework that includes, among others, official education documents. The study allowed us to concludethat Problem Solving provides to go beyond reality description and use of mathematical formulae, helping students develop competences and abilities to elaborate and solve problems. Thus, the students are encouraged to develop their ability of learning to learn and to get used to thinking for themselves, going for resolutions to the proposed problemsinstead of waiting for a fast and predictable resolution with an end in itself.
***Keywords*:** BNCC, Competences and Abilities, Problem Solving.

Resumen

Este artículo fue organizado a partir de la Base Nacional Común Curricular, con el objetivo de verificar el papel de la Resolución de Problemas en el desarrollo de las competencias y habilidades matemáticas de los estudiantes de la enseñanza media, de acuerdo con este documento, que define los aprendizajes esenciales a ser garantizados a todos los estudiantes, y que orienta la elaboración de currículos y propuestas pedagógicaspara la Educación Básica. Se trata, por tanto, de una investigación bibliográfica, de carácter cualitativo, cuyo objeto de análisis fue el marco documental que incluye, entre otros, los documentos oficiales de la educación. El estudio permitió concluir que la Resolución de Problemas permite ir más allá de la descripción de la realidad y el uso de fórmulas matemáticas, desarrollando en los alumnos competencias y habilidades para elaborar y resolver problemas. De esta forma, se incentivan los alumnos a desarrollar su capacidad de aprender a aprender, acostumbrándolos a pensar por sí mismos, yendo en búsqueda de soluciones a los problemas que se les plantean, en lugar de esperar una solución inmediata y previsible y como un fin en sí misma.
Palabras clave: BNCC, Competencias y Habilidades, Resolución de Problemas.

Introdução

A Base Nacional Comum Curricular do Ensino Médio – BNCC (BRASIL, 2018)foi organizada para dar continuidade ao proposto pelo documento que foi elaborado para a Educação Infantil e o Ensino Fundamental (BRASIL, 2017), ambos centrados no desenvolvimento de competências e habilidades. As competências estabelecidas para a Educação Básica orientam tanto as aprendizagens essenciais a serem garantidas no âmbito do Ensino Médio, quanto os itinerários formativos a serem ofertados pelos diferentes sistemas e redes de ensino. É importante ressaltar que a Base[925] não deve ser confundida com um currículo, mas constitui um conjunto de orientações que deveconduzir as equipes pedagógicas na construção dos seus currículos locais.

[925] Utilizamos a expressão “Base” para denotar a BNCC do Ensino Médio, a fim de evitar repetições.

Trata-se de um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longoda Educação Básica, de modo que tenham seus direitos de aprendizagem assegurados.
Para a área da Matemática e suas tecnologias, a BNCC propõe que

> [...] os estudantes devem consolidar os conhecimentos desenvolvidos na etapaanterior e agregar novos, ampliando o leque de recursos para resolver problemas mais complexos, que exijam maior reflexão e abstração. Também devem construir uma visão mais integrada da Matemática, da Matemática comoutras áreas do conhecimento e da aplicação da Matemática à realidade (BRASIL, 2018, p. 471).

A Matemática do Ensino Médio é descrita na Base com o objetivo de fazer com que os estudantes adquiram um entendimento de como a Matemática se aplica em diversas situações cotidianas, tanto como área isolada quanto como interligada a outras áreas do conhecimento. A proposta é que os alunos ampliem os conhecimentos adquiridosno Ensino Fundamental com o intuito de aperfeiçoar, desenvolver e consolidar esses saberes. Assim, o presente estudo surgiu a partir de nossas inquietações acerca das competências e habilidades a serem desenvolvidas pelos alunos do Ensino Médio a partirdas orientações da BNCC (BRASIL, 2018).

Para isso, organizamos o texto em três seções principais, além desta introdução. Iniciamos com os caminhos metodológicos da pesquisa; em seguida, apresentamos a Resolução de Problemas no Ensino de Matemática. Na terceira seção, intitulada "A BNCC e a Resolução de Problemas no desenvolvimento de competências e habilidades matemáticas no Ensino Médio", fazemos a descrição e análise dos dados; e finalizamos com as Considerações finais, onde sintetizamos os resultados da pesquisa.

Caminhos metodológicos da pesquisa

Levando em conta nossas motivações e o objetivo deste estudo, considerou-se adequado desenvolver uma pesquisa de natureza qualitativa, tendo como base a pesquisabibliográfica, ou seja, aquela que se propõe realizar análise de documentos escritos a partir de arquivos e/ou acervos e que ainda não tiveram nenhum tratamento analítico, sendo, dessa forma, matéria-prima, a partir da qual o pesquisador vai desenvolver sua investigação e análise. Na abordagem qualitativa, a interpretação dos fenômenos e a atribuição dos significados são básicas no processo, pois é possível perceber um vínculoentre a subjetividade do pesquisador e o meio pesquisado. O meio em que o pesquisador está inserido é a fonte dos dados que serão apresentados de forma descritiva (FIORENTINI; LORENZATO, 2012; SEVERINO, 2016).

Dessa forma, no presente artigo, utilizamos a BNCC como documento escrito como intuito de compreendermos o papel da Resolução de Problemas no desenvolvimento de competências e habilidades, por meio do currículo de Matemática do Ensino Médio, de acordo com as indicações propostas pelo documento.

A Resolução de Problemas no Ensino de Matemática

Embora, no geral, a expressão "problema matemático" remeta às questões relativas ao ensino de Matemática, percebemos que ela também vem sendo amplamente utilizada em outras áreas do conhecimento; por isso, tem sido um tópico presente nos currículos escolares da Educação Básica (ALLEVATO; ONUCHIC, 2021; BRASIL, 2017, 2018). Assim, parece pertinente perguntar: O que é um problema matemático?

Esse questionamento é, para nós, o impulso para o desenvolvimento das atividades em sala de aula e, consequentemente, para a produção do conhecimento matemático. Polya (1985, p. 13) expressa em sua concepção que "temos um problema sempre que procuramos os meios para atingir um objetivo. Quando temos um desejo quenão podemos satisfazer imediatamente, pensamos nos meios de satisfazê-lo [...]".

Para Onuchic (1999, p. 215), um problema "é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em resolver". E ainda esclarece: um problema matemático "não é um exercício no qual o aluno aplica de forma quase mecânica uma fórmula ou umadeterminada técnica operatória", mas exige a elaboração de estratégias que possibilitem o aprimoramento do conhecimento durante a construção de sua resolução.

Vale destacar que existem diferentes maneiras de desenvolvê-la em sala de aula. Uma delas é a que Allevato e Onuchic (2021) denominam "Metodologia de Ensino- Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas", e que estábastante alinhada com as orientações da Base, conforme salientam as autoras. Talconcepção é apresentada como uma metodologia de ensino em que regras de "como fazer" não são privilegiadas. Trata-se de uma metodologia na qual a construção de conhecimento se faz "a partir" e "através" de problemas que são propostos aos alunos como ponto de partida e orientação para o ensino e a aprendizagem de novos conteúdos,conceitos, princípios ou procedimentos matemáticos.

Ao tratarem dos termos "a partir" e "através" da resolução de problemas, as autoras destacam, respectivamente, que o problema é visto como ponto de partida para ensinar Matemática, e a aprendizagem se dá "através de", ou seja, no decorrer do processode resolução (ALLEVATO; ONUCHIC, 2021). Daí a importância de os professores desenvolverem uma cultura para trabalhar com a resolução de problemas em suas aulas, de modo que esta possa fazer parte regular e consistente de sua prática de sala de aula (CAI; LESTER, 2012). Nessa perspectiva, o aluno torna-se protagonista de sua aprendizagem, pois, ao resolver problemas, precisa refletir sobre as ideias que estão ligadas a eles.

A partir disso, a BNCC (BRASIL, 2018) orienta que a aprendizagem matemáticadeve estar intrinsecamente relacionada à compreensão, ou seja, à apreensão de significados dos objetos matemáticos. Nesse contexto, algumas das competências ehabilidades indicadas pelo documento são enunciadas como resolver e elaborar problemas.

A BNCC e a Resolução de Problemas no desenvolvimento de competências ehabilidades matemáticas no Ensino Médio

Discussões no campo da Educação Matemática buscam melhores formas de ensinar e aprender a Matemática na Educação Básica. Nos Estados Unidos, o NCTM já recomendava que a resolução de problemas deveria ser o foco da Matemática escolar paraa década de 1980 (NCTM, 1980). No Brasil, essa recomendação surgiu a partir do final da década de 1990, com a chegada dos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1998), e é reafirmada com destaque pela BNCC (BRASIL, 2018), indicando-a como uma das ações a serem praticadas em sala de aula, constituindo-se uma metodologia voltada para a construção de novos conceitos matemáticos que estimula a curiosidade, a investigação e a descoberta pelos alunos.

A Base apresenta um conjunto de orientações para a construção do currículo da Educação Básica, incluindo o Ensino Médio (BRASIL, 2018), com foco em competênciase nas habilidades a serem desenvolvidas pelos alunos. Perrenoud (2002) define competência como sendo um conjunto de habilidades, saberes e conhecimentos; é um saber-fazer relacionado à prática do trabalho, mais do que mera ação motora. As habilidades são essenciais na ação, mas demandam domínio de conhecimentos. O conceito de competência surgiu para satisfazer uma demanda do campo profissional, estando presente em diversos documentos da área educacional. Na BNCC, por exemplo,

> [...] competência é definida como a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho (BRASIL, 2018, p. 8).

Segundo o documento, no decorrer do Ensino Médio, os alunos precisam desenvolver algumas competências: saber raciocinar, representar, comunicar-se e argumentar. No entanto, para que desenvolvam tais competências, é necessário que haja interação com seus colegas de sala e com os professores, que saibam investigar, explicare até justificar respostas dadas a determinados problemas, com ênfase nos processos de argumentação matemática. Embora todas as habilidades pressuponham a mobilização doraciocínio, nem todas se restringem ao seu desenvolvimento. Assim, a identificação de regularidades e padrões exige, além de raciocínio, da representação e da comunicação para expressar as generalizações, a construção de uma argumentação consistente para justificar o raciocínio utilizado (BRASIL, 2018).

As competências que estão diretamente associadas a representar, pressupõem a elaboração de registros para evocar um objeto matemático. Apesar dessa ação não ser exclusiva da Matemática, uma vez que todas as áreas têm seus processos de representação, é, em especial, nessa área, que podemos verificar de forma inequívoca a importância das representações para a compreensão de fatos, de ideias e de conceitos, uma vez que o acesso aos objetos matemáticos ocorre por meio delas. Nesse sentido, na Matemática, o uso dos registros de representação e das diferentes linguagens é, muitas vezes, necessário para a compreensão, resolução e comunicação de resultados de uma atividade. Por sua vez, o trânsito entre os diversos registros de representação pode favorecer aos estudantes que tenham maior flexibilidade e fluidez na área e, ainda, promover o desenvolvimento do raciocínio.

Após resolverem os problemas matemáticos, os estudantes precisam apresentar e justificar seus resultados, bem como interpretar os resultados dos colegas e interagir comeles (ALLEVATO; ONUCHIC, 2021). É, nesse contexto, que a Base afirma que a competência de se comunicar ganha importância. Nas comunicações, os estudantes devem ser capazes de justificar suas conclusões, não apenas pelos símbolos matemáticose conectivos lógicos, mas também por meio da língua nativa, realizando apresentações orais dos resultados e elaborando relatórios, entre outros registros. Com relação à competência de argumentar, seu desenvolvimento pressupõe também a formulação e a testagem de conjecturas, com a apresentação de justificativas, além dos aspectos já citados anteriormente em relação às competências de raciocinar e representar.

É nesse sentido que a BNCC indica que o ensino de Matemática deve ser organizado de modo que possibilite a construção de uma visão mais integrada a essa Ciência e condizente à sua aplicabilidade em contextos reais e ao seu papel na construçãocidadã; por isso, o objeto do ensino de Matemática deve ultrapassar a simples memorização de fórmulas e a realização de cálculos. Além disso, considera a resolução de problemas como sendo o coração do desenvolvimento das atividades matemáticas, sendo compreendida como uma forma privilegiada da atividade matemática, motivo peloqual deve ser, “ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem [...]" (BRASIL,2017, p. 266). Assim, o documento reconhece o papel da resolução de problemas no ensino e na aprendizagem dos conteúdos (objetos de conhecimentos) matemáticos e, consequentemente, sua relevância para o desenvolvimento das competências ehabilidades matemáticas, essenciais para a formação do aluno na Educação Básica.

A BNCC foi estruturada de modo a explicitar as competências específicas que devem ser desenvolvidas ao longo do Ensino Médio como expressão dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento de todos os estudantes. Considerando esses pressupostos e, em articulação com as competências gerais da Educação Básica e com asda área de Matemática, deve-se garantir aos alunos o desenvolvimento de cinco competências específicas e, para cada uma delas, o desenvolvimento de várias habilidades. Neste trabalho, elencaremos somente duas dessas competências em que as habilidades que envolvem a resolução de problemas aparecem com destaque.

Cada habilidade é apresentada na BNCC por meio de um código alfanumérico, em que o primeiro par de letras (EM) indica a etapa de Ensino Médio; o primeiro par de números (13) indica que as habilidades descritas podem ser desenvolvidas em qualquer série do Ensino Médio, conforme definição dos currículos; a segunda sequência de letrasindica a área (TRÊS LETRAS): MAT = Matemática e suas Tecnologias; e os números finais indicam a competência específica à qual se relaciona a habilidade (1º número) e a sua numeração no conjunto de habilidades relativas a cada competência (dois últimos números). Vale destacar que o uso de numeração sequencial para identificar as habilidades não representa uma ordem ou hierarquia esperada das aprendizagens.

Nos quadros a seguir, serão apresentadas algumas das competências específicas, indicadas pela BNCC (BRASIL, 2018), esperadas que os alunos desenvolvam no Ensinode Matemática do Ensino Médio, bem como as habilidades relacionadas à resolução de problemas sobre as quais serão feitas uma breve análise e reflexão.

Quadro 1 – Competências e Habilidades – BNCC de Matemática

COMPETÊNCIA 3
Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos em seus campos – Aritmética, Álgebra, Grandezas e Medidas, Geometria, Probabilidade e Estatística –, para interpretar, construir modelos e **resolver problemas** em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.
HABILIDADES

EM13MAT304 - **Resolver e elaborar problemas** com funções exponenciais, nos quais é necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos comoo da Matemática Financeira e o do crescimento de seres vivos microscópicos, entre outros.
EM13MAT305 - **Resolver e elaborar problemas** com funções logarítmicas, nos quais é necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos comoos de abalos sísmicos, pH, radioatividade, Matemática Financeira, entre outros.
EM13MAT306 - **Resolver e elaborar problemas** em contextos que envolvam fenômenos periódicos reais, como ondas sonoras, ciclos menstruais, movimentos cíclicos, entre outros, e comparar suas representações com as funções seno e cosseno, no plano cartesiano, com ou sem apoio de aplicativos de Álgebra e Geometria.
EM13MAT308 - **Resolver e elaborar problemas** em variados contextos envolvendo triângulos, nos quais se aplicam as relações métricas ou as noções de congruência e semelhança.
EM13MAT309 - **Resolver e elaborar problemas** que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos (cilindro e cone) em situações reais, comoo cálculo do gasto de material para forrações ou pinturas de objetos, cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados.
EM13MAT310 - **Resolver e elaborar problemas** de contagem envolvendo diferentes tipos de agrupamento de elementos, por meio dos princípios multiplicativo e aditivo, recorrendo a estratégias diversas, como o diagrama de árvore.
EM13MAT311 - **Resolver e elaborar problemas** que envolvem o cálculo da probabilidade de eventos aleatórios, identificando e descrevendo o espaço amostral e realizando contagem das possibilidades.
EM13MAT312 - **Resolver e elaborar problemas** que envolvem o cálculo de probabilidade de eventos em experimentos aleatórios sucessivos.
EM13MAT313 - **Resolver e elaborar problemas** que envolvem medições em que se discutao emprego de algarismos significativos e algarismos duvidosos, utilizando, quando necessário,a notação científica.
EM13MAT314 - **Resolver e elaborar problemas** que envolvem grandezas compostas, determinadas pela razão ou pelo produto de duas outras, como velocidade, densidade demográfica, energia elétrica etc.
EM13MAT315 - **Reconhecer um problema** algorítmico, enunciá-lo, procurar uma solução e expressá-la por meio de um algoritmo, com o respectivo fluxograma.
EM13MAT316 - **Resolver e elaborar problemas**, em diferentes contextos, que envolvem cálculo e interpretação das medidas de tendência central (média, moda, mediana) e das de dispersão (amplitude, variância e desvio padrão).

Fonte: Dados da Pesquisa - BNCC (BRASIL, 2018, grifos nossos)

Observamos, de forma mais específica, que a BNCC tem uma preocupação de queos alunos desenvolvam competências e habilidades relacionadas à interpretação, construção de modelos, resolução e formulação de problemas matemáticos envolvendo noções, conceitos e procedimentos quantitativos, espaciais, estatísticos, probabilísticos, entre outros, nos seus diversos contextos, e em conexão com a própria Matemática e com outras áreas do conhecimento.

No Ensino Médio, os estudantes devem desenvolver e mobilizar, entre outras, habilidades que servirão para resolver problemas ao longo de sua vida; por isso, as situações propostas devem ter significados para eles. Nesse sentido e de acordo com o documento, os problemas cotidianos têm papel fundamental na escola para o aprendizado e a aplicação de conceitos matemáticos, considerando que o cotidiano não se refere apenas às atividades do dia a dia dos estudantes, mas também às questões da comunidade mais ampla e do mundo do trabalho.

Para que o aluno desenvolva essa competência, cabe ao professor pensar no planejamento de suas atividades, de modo a buscar essa relação nos diferentes contextos matemáticos e destes com as demais áreas do conhecimento, e a pensar em problemas deacordo com a série/ano de escolaridade em que o aluno se encontra e com o conteúdo a ser desenvolvido.

Contudo, os estudantes precisam atribuir significados para os problemas, mobilizando seus conhecimentos e as habilidades adquiridas para resolvê-los, construindo, assim, novos conhecimentos. Dessa forma, eles irão conseguir identificar os conceitos e procedimentos matemáticos necessários, ou os que possam ser utilizados, nachamada formulação matemática do problema. A partir dessa identificação, eles terão condições de aplicar esses conceitos, aprender mais Matemática, executar procedimentos e, ao final, validar os resultados com o problema original, apresentando a solução aos colegas e justificando-a por meio de argumentação consistente (BRASIL, 2018; ALLEVATO; ONUCHIC, 2021). O Quadro 2, a seguir, refere-se, especificamente, à Competência 5.

Quadro 2 – Competências e Habilidades – BNCC de Matemática

COMPETÊNCIA 5
Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando recursos e estratégias como observação de padrões, experimentações e tecnologias digitais, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.
HABILIDADES
EM13MAT505 - **Resolver problemas** sobre ladrilhamentos do plano, com ou sem apoio de aplicativos de geometria dinâmica, para conjecturar a respeito dos tipos ou composição de polígonos que podem ser utilizados, generalizando padrões observados.

Fonte: Dados da Pesquisa - BNCC (BRASIL, 2018, grifo nosso)

A competência 5 (última apresentada pela BNCC) demonstra ser o ápice de todasas outras, pois as habilidades vinculadas a essa competência, principalmente a relacionada à resolução de problemas, assumem um importante papel na formação matemática dos estudantes, que, mediante investigações, devem formular conjecturas, validá-las e comunicar com precisão suas conclusões. As habilidades aqui apresentadas e previstas para serem desenvolvidas na Matemática do Ensino Médio são fundamentais para que o letramento matemático se concretize. De acordo com o documento, as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas, podem ser definidas como letramento matemático.

Nos quadros apresentados anteriormente, principalmente no primeiro, é notório o destaque que a resolução de problemas ganha na BNCC. O documento indica diversas habilidades a serem desenvolvidas na aprendizagem matemática “enunciadas de essenciais e indispensáveis” a todos os estudantes da Educação Básica. Além disso, a resolução de problemas aparece como uma das formas de abordagem no processo de ensino-aprendizagem, sendo citada como uma forma privilegiada da atividade matemática, motivo pelo qual é, ao mesmo tempo, objeto e estratégias para a aprendizagem (BRASIL, 2018).

Nas diferentes etapas da Educação Básica (Ensinos Fundamental e Médio) e áreasde ensino (inclusive na Matemática), percebe-se a necessidade de os alunos desenvolverem competências e habilidades que lhes proporcionem a obtenção, por si próprios, de novos conhecimentos e não apenas a obtenção de conhecimentos prontos e acabados, que fazem parte da nossa cultura educacional. Sendo assim, provavelmente umdos aspectos fundamentais para que haja mudança, nesse processo, seria o professor experimentar as diferentes formas de ensinar a Matemática em sala de aula, buscando desenvolver nos alunos a capacidade de aprender por si mesmos. Uma das maneiras de proporcionar esse desenvolvimento é estimular o aluno a pensar matematicamente por meio da resolução de problemas.

A resolução de problemas baseia-se na apresentação de situações que exijam dosalunos uma atitude ativa para buscar suas próprias soluções e, consequentemente, a construção do seu próprio conhecimento e/ou aprendizado. Dessa forma, quando se ensina Matemática através da resolução de problemas, estimula-se os alunos a desenvolver sua capacidade de aprender a aprender, habituando-os a pensar por sipróprios, indo em busca de soluções aos problemas que lhes são propostos, ao invés de esperar uma solução imediata e previsível.

Considerações finais

A BNCC (BRASIL, 2018) chegou trazendo algumas mudanças com relação à reformulação/construção do currículo para a Educação Básica no Brasil, o que gerou muitas críticas. Esse documento passa a ser uma referência obrigatória, tanto no que diz respeito à elaboração de currículos, como de materiais didáticos, formação de professorese elaboração de avaliações em larga escala nacional.

Entre as mudanças que a Base propõe, está o desenvolvimento de competências e habilidades específicas para cada área do conhecimento, como a Matemática e suas tecnologias, bem como as relativas aos seus processos de reflexão e de abstração, que promovam sustentação a modos de pensar criativos, analíticos, indutivos, dedutivos e sistêmicos e que favoreçam a tomada de decisões. Essa forma de fazer pensar dessa Ciência possibilita ir além da descrição da realidade e da utilização de fórmulas.

Em seu papel formativo, ela deve contribuir para o desenvolvimento de processosde pensamento que vão além da própria Matemática, desenvolvendo nos alunos habilidades para elaborar e resolver problemas, conforme indicação da BNCC. Além disso, a resolução de problemas tem a capacidade de estimular os alunos à construção desua aprendizagem, pois envolve situações novas e diferentes atitudes na apropriação de seus conhecimentos.

Referências

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: Por que através da Resolução de Problemas? In: ONUCHIC, L. R. et al. (Org). **Resolução de Problemas**: teoria e prática. 2. ed. Jundiaí, SP: Paco Editorial, 2021. p. 37-57.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Secretaria de Educação Fundamental. Matemática. Brasília, 1998. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/introducao.pdf. Acesso: 01. mai. 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**: Ensino Fundamental. Secretaria de Educação Básica. Brasília, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso: 04. abr. 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**: Ensino Médio. Secretaria de Educação Básica. Brasília, 2018. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=85121-bncc-ensino-medio&category_slug=abril-2018-pdf&Itemid=30192.

CAI, J; LESTER, F. Por que o ensino com Resolução de Problemas é importante para a aprendizagem do aluno? Tradução: Antônio Sérgio A. Monteiro Bastos e NormaSuely Gomes Allevato. **Boletim GEPEM**, Rio de Janeiro, n. 60, p. 241-254, 2012.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigações em educação matemática**: percursos teóricos e metodológicos. 3. ed. Campinas: Autores Associados, 2012.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHER OF MATHEMATICS. An agenda for action: recommedations for school mathematics for the 1980s. Reston: **NCTM**, 1980. Disponível em: https://www.nctm.org/Standards-and-Positions/More-NCTM-Standards/An-Agenda-for-Action-(1980s)/. Acesso: 25 abr. 2022.

ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem de Matemática através de Resolução de Problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática:**Concepções e Perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 199-218.

POLYA. G. O ensino por meio de problemas. Tradução: Elza F. Gomide e Seiji Hariki. **Revista do Professor de Matemática**. São Paulo, n. 7, p. 11-16, 2º sem., 1985.

SEVERINO A. J. **Metodologia do trabalho científico**. 24. ed. rev. e atualizada. São Paulo: Cortez, 2016.

IX CIBEM Congresso Iberoamericano de Educação Matemática
05 a 09 de dezembro de 2022

A elaboração de problemas de Equação de 2º grau nos livros didáticos de Matemática

The problem-posing of 2nd-Degree Equation problems in Mathematics textbooks

La elaboración de problemas de ecuaciones de segundo grado en los libros de texto de Matemáticas

Fernando Francisco Pereira[926]
Universidade Estadual de Maringá - UEM
0000-0003-2082-5416

Iara Souza Doneze[927]
Universidade Estadual de Maringá - UEM
0000-0003-2766-5072

Marcelo Carlos de Proença[928]
Universidade Estadual de Maringá - UEM
0000-0002-6496-4912

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Resolução de problemas em aulas de Matemática

Resumo

Este trabalho objetivou analisar as tarefas de elaboração de problemas de Equações de 2º grau nos livros didáticos aprovados pelo Plano Nacional do Livro Didático. Recorreu-se a uma pesquisa exploratória de caráter bibliográfico em que o *corpus* de investigação constituiu-se em 9 das 11 obras. As tarefas foram classificadas a partir das ações de: elaborar um problema que se adapte a uma dada conceituação matemática; elaborar um problema com estrutura matemática semelhante a um anterior; elaborar um problema ou questionamentos a uma representação contextual. Como considerações, destaca-se a elaboração de problemas que considerem determinadas estruturas como a soma e produto ou valores reais que constituem solução de uma equação e a elaboração de problemas que se adaptem a contextos envolvendo a Geometria de regiões retangulares como calçamentos e piscinas dados os valores de áreas, perímetros e dimensões.
Palavras-chave: Educação Matemática, Pesquisa bibliográfica, Resolução de problemas.

Abstract

This paper aimed to analyze the tasks of problem-posing 2nd-degree Equation problems in textbooks approved by the Plano Nacional do Livro Didático (National Textbook Plan). Exploratory bibliographic research was used, in which the research corpus consisted of 9 of the 11 textbooks. The tasks were classified based on the actions of: elaborating a problem that adapts to a given mathematical concept; elaborating a problem with a mathematical structure

926 fernandoutfcp@gmail.com
927 iaradoneze@gmail.com
928 mcproenca@uem.br

similar to a previous one; elaborating a problem or questioning a contextual representation. As considerations, we highlight the elaboration of problems that consider specific structures such as the sum and product or real numbers that constitute the solution of an equation, and the elaboration of problems that adapt to contexts involving the Geometry of rectangular regions such as pavements and pools, given the values of areas, perimeters, and dimensions.
Keywords: Mathematics Education, Bibliographic review, Problem solving.

Resumen

Este trabajo tuvo como objetivo analizar las tareas de elaboración de problemas de ecuaciones de segundo grado en libros didácticos aprobados por el Plan Nacional de Libros Didácticos. Recurrido a una investigación bibliográfica exploratoria en la que el corpus de investigación estuvo constituido por 9 de los 11 trabajos. Las tareas se clasificaron con base en las acciones de: elaborar un problema que se adapte a un concepto matemático dado; elaborar un problema con una estructura matemática similar a uno anterior; elaborar un problema o cuestionar una representación contextual. Como consideraciones destacamos la elaboración de problemas que consideren ciertas estructuras como la suma y el producto o valores reales que constituyen la solución de una ecuación y la elaboración de problemas que se adapten a contextos que involucren la geometría de regiones rectangulares como pavimentos y piscinas dados los valores de áreas, perímetros y dimensiones.
Palabras clave: Educación Matemática, Investigación bibliográfica, Resolución de problemas.

Introdução

Se por uma via, o livro didático é concebido pelos professores como um fiel aliado no planejamento, condução e avaliação de suas aulas, por outra, é o local onde os alunos encontram complementação teórica ao que lhes foi apresentado pelos professores em sala de aula (COSTA; ALLEVATO, 2010). Nos últimos anos, a publicação de documentos educacionais norteadores como os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (BRASIL, 1998) e a Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2018) procuram apresentar orientações que influenciem a elaboração de livros que valorizem o estudo do conteúdo matemático integrado a situações que levem ao exercício da análise, da sistematização e reflexão. Para ambos, a exercitação de tais processos suscitam a habilidade de elaborar problemas.

Na literatura, há décadas tem emergido estudos relacionados a temática proposição, criação, elaboração ou reelaboração de problemas como abordagem de ensino e de aprendizagem de conteúdos matemáticos (KILPATRICK, 1987; SILVER, 1994; ENGLISH, 1997; CAI *et al*., 2012; CAI *et al*., 2016). Há o entendimento que não basta apenas ao aluno saber resolver um problema apresentado pelo professor ou pelo livro didático, mas ainda ser capaz de reformulá-los para tornar claro o processo de resolução, extrair novos problemas ou elaborar novos problemas.

Limitando-se ao campo da Álgebra, este artigo se propôs *a analisar as tarefas de* *elaboração de problemas de Equações de 2º grau nos livros didáticos aprovados pelo Plano Nacional do Livro Didático – PNLD, quadriênio 2020/2023*. Para isso, é apresentada uma fundamentação teórica, depois a nossa metodologia, de caráter bibliográfico-exploratória, e as Considerações finais.

Fundamentação teórica

No âmbito do ensino de Matemática, a resolução de problemas tem sido discutida desde o início do século XX, principalmente após a publicação do livro *How to solve it*, de George Polya. Na resolução de problemas proposta por Polya (2006) o cerne era desenvolver bons resolvedores de problemas. Após décadas de influência na produção de livros didáticos e na compreensão e prática dos professores, o National Council of Teachers of Mathematics – NCTM (1980) recomendou a resolução de problemas como foco do ensino da matemática escolar. Nesse âmbito surgem três abordagens da resolução de problemas: ensinar *sobre* resolução de problemas, ensinar *para* resolver problemas e ensinar *via/através* resolução de problemas (HATFIELD, 1978; SCHROEDER; LESTER, 1989).

Tendo o foco do ensino de Matemática nos problemas, surge a preocupação com as caraterísticas estruturais dos problemas a serem resolvidos. Kilpatrick (1987) investigou na literatura que havia três características: *problemas bem estruturados*; *problemas estruturados que exigem pensamento produtivo*; *problemas mal estruturados*. Os problemas mal estruturados, que necessitam de uma formulação clara, de um procedimento que garanta uma solução e de critérios para determinar se a validade da solução foi alcançada, são a base de discussão para a formulação de problemas, cabendo ao aluno reformulá-los, adicionando ou removendo informações. Diante disso, novas contribuições à resolução de problemas envolveram o papel do aluno, o qual passou de apenas resolvedor para o de formulador de problemas. Isso foi importante porque "a formulação de problemas deve ser vista não apenas como um objetivo de estudo, mas também como um meio de estudo" (KILPATRICK, 1987, p. 123).

Assumindo a expressão *problem posing*, em seus apontamentos, Silver (1994) apresenta que ao resolver um problema, o aluno se engaja, recriando um determinado problema alternativo que torna a resolução do problema inicial mais acessível para solução. Para esse autor, a formulação de problemas tem figurado proeminentemente para uma atividade investigativa, que libertou alunos e professores do livro didático como a principal fonte de conhecimento e que possibilitou aos alunos escreveram seus próprios livros de atividades de matemática para si ou para outros estudantes que virão subsequente, promovendo uma relação pessoal com a criação da própria Matemática.

Nesse interim, diversas pesquisas foram produzidas utilizando-se de diferentes vocábulos – *problem formulating* (KILPATRICK, 1987); *problem posing* (SILVER, 1994; ENGLISH, 1997; CAI et al., 2012; CAI *et al*., 2016); *invención de problemas* (ESPINOZA; LUPIÁÑEZ; SEGOVIA, 2014); *criação de problemas* (POSSAMAI; ALLEVATO, 2022), mas com intenções semelhantes. Independente da denominação, no ensino e aprendizagem de matemática, não se pode conceber a resolução e a elaboração de problemas como disjuntas, haja visto a interdependência de ambas. Nesse sentido, para Silver (1994) e English (1997), a elaboração de problemas pode ocorrer antes, durante e depois do processo de resolução de problemas, dependendo da intencionalidade do professor. Cai *et al*. (2012) constataram na literatura uma reciprocidade entre o desempenho em resolver e de elaborar problemas, inferindo que o desenvolvimento de tais habilidades estão intrinsicamente relacionados. Portanto, propostas como a de organização do ensino em meio à resolução de problemas, apresentada por Proença (2021), na qual o contato com o problema não ocorre apenas como ponto de partida, mas ainda ao longo do trabalho com determinado conteúdo matemático, revela-se de oportunidade ímpar para o desenvolvimento de ambas as habilidades.

Tanto Silver (1994) quanto Espinoza, Lupiáñez e Segovia (2014) investigaram os diferentes perspectivas intencionais de professores e pesquisadores frente a elaboração de problemas em sala de aula, de forma consonante, as principais são*: como meio para melhorar o desempenho dos alunos na resolução de problemas*; *como possibilidade de melhorar a disposição e atitude dos alunos em relação a Matemática*; *como janela para observar a compreensão matemática dos alunos*; *como ferramenta de avaliação da aprendizagem dos alunos*. Investigando a elaboração de problemas por parte de alguns documentos oficiais internacionais, as reformulações curriculares e, consequentemente, a implicação em livros didáticos de Matemática dos Estados Unidos e China, Cai *et al.* (2016) constaram a baixa incidência de tal estratégia didática no trabalho com a Álgebra e maior frequência na unidade de Números e Operações.

Os pesquisadores constataram nos livros analisados cinco tipologias de tarefas relacionadas às ações a serem desempenhadas na elaboração de problemas, a saber: *elaborar um problema que corresponda a uma dada informação matemática*; *elaborar problema como variação de outro com a mesma relação ou estrutura matemática*; *elaborar problemas ou questionamentos adicionais com base nas informações de um problema já resolvido*; *elaborar* *um problema ou questionamentos com base em um contexto e informações fornecidas*; *elaboração de problemas sem critérios ou restrições* (CAI *et al*., 2016). Com semelhanças, Çimen e Yıldız (2017) identificaram certas tipologias de tarefas, tais como: *elaborar problemas sem critérios, mas adequados ao conteúdo; elaborar problemas semelhantes a um apresentado anteriormente*; *elaborar um problema relacionado a um resultado/operação/sentença/regra matemática; elaborar um problema de acordo com uma informação visual (gráfico/tabela/diagrama/imagem); elaborar um problema a partir de um objeto real*.

Nos documentos oficiais brasileiros, que exercem grande influência na editoração de livros didáticos, como os PCN (1998) e a atual BNCC (2018), é dado ênfase maior na reelaboração ou elaboração de problemas do campo da Aritmética, relacionado ao trabalho com os diferentes conjuntos numéricos e suas propriedades, pouca atenção é destinada à Álgebra, que surge apenas no trato às Equações de 1º e 2º grau. Afunilando ao conteúdo e ano escolar foco deste artigo, a BNCC (2018) prevê como habilidade a ser desempenhada "Compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, com base em suas relações com os produtos notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º grau" (BRASIL, 2018, p. 317). Diante de tal proposição, cabe aos autores de livros didáticos interpretarem, reformularem e traduzirem em tarefas a serem desempenhadas pelos alunos.

Procedimentos metodológicos

A pesquisa é de caráter bibliográfico e exploratório, segundo Gil (2008), pois, como justificativa, debruçou-se sobre os livros didáticos do 9º ano com o objetivo de investigar as tarefas de elaboração de problemas relacionados as Equações de 2º grau. Dos 11 livros didáticos aprovados pelo PNLD, quadriênio 2020/2023, após processo de *leitura analítica* das unidades correspondentes ao conteúdo de Equações de 2º grau, houve um refinamento no qual apenas nove livros constituíram o *corpus* da investigação, visto que os demais livros didáticos não apresentaram atividades que se caracterizariam como tarefas de proposição de problemas segundo o referencial teórico adotado. A Tabela 1 apresenta o título de cada livro e as codificações atribuídas em ordem decrescente, relacionando as coleções do ano escolar em questão.

Tabela 1.
Descrição e codificação dos livros didáticos analisados

Livros PNLD – Matemática		
Código do livro	**Título do livro**	**Código das tarefas do capítulo/unidade**
01C9A	LONGEN, A. **Apoema**: Matemática. 9º Ano, 1. ed. São Paulo: Editora do Brasil, 2018.	T1, T2, T3, T4, T5
02C9A	CHAVANTE, E. R. **Convergências matemática**. 9º Ano, 2. ed. São Paulo: Edições SM, 2018.	T1, T2
03C9A	OLIVEIRA, C. N. C de; FUGITA, F. **Geração alpha matemática**. 9º Ano, 2. ed. São Paulo: Edições SM, 2018.	T1, T2
04C9A	BIANCHINI, E. **Matemática Bianchini**. 9º Ano, 9. ed. São Paulo: Moderna, 2018.	T1, T2, T3, T4, T5
05C9A	SILVEIRA, Ê. **Matemática**: compreensão e prática. 9º Ano, 5. ed. São Paulo: Moderna, 2018.	T1, T2, T3
06C9A	PATARO, P. M.; BALESTRI, R. **Matemática essencial**. 9º Ano, 1. ed. São Paulo: Scipione, 2018.	T1, T2, T3, T4
07C9A	SOUZA, J. R. de. **Matemática**: realidade & tecnologia. 9º Ano, 1. ed. São Paulo: FTD, 2018.	T1, T2
08C9A	DANTE, L. R. **Teláris matemática**. 9º Ano, 3. ed. São Paulo: Ática, 2018	T1, T2
09C9A	SAMPAIO, F. A. **Trilhas da matemática**. 9º Ano, 1. ed. São Paulo: Saraiva, 2018.	T1, T2

A Tabela 2 mostra as classificações tipológicas baseadas em Cai *et al.* (2016) e Çimen e Yildiz (2017), e as nossas tipologias, adotadas no estudo para a análise das tarefas de elaboração de problemas, evidenciadas nos livros didáticos.

Tabela 2.
Tipologia original das tarefas e tipologia de análise

Tipologia original – Cai et al. (2016) e Çimen e Yildiz (2017)	**Tipologia de análise**
Elaborar um problema que corresponda a uma dada operação matemática (CAI *et al.*, 2016)	Elaborar um problema que se adapte a uma dada conceituação matemática
Elaborar um problema relacionado a um resultado/operação/sentença/regra matemática (ÇIMEN; YILDIZ, 2017)	
Elaborar problema como variação de outro com a mesma relação ou estrutura matemática (CAI *et al.*, 2016)	Elaborar um problema com estrutura matemática semelhante a um anterior
Elaborar problemas semelhantes a um apresentado anteriormente (ÇIMEN; YILDIZ, 2017)	
Elaborar problemas ou questionamentos adicionais com base nas informações de um problema já resolvido (CAI *et al.*, 2016)	Elaborar problemas ou questionamentos adicionais com base nas informações de um problema já resolvido
Elaborar um problema ou questionamentos com base em um contexto e informações fornecidas (CAI *et al.*, 2016)	Elaborar um problema ou questionamentos a uma representação contextual
Elaborar um problema de acordo com uma informação visual (gráfico/tabela/diagrama/imagem) (ÇIMEN; YILDIZ, 2017)	

Elaboração de problemas sem critérios ou restrições (CAI *et al*., 2016)	Elaborar problemas sem restrições para situações reais ou não, associados ao conteúdo
Elaborar problemas sem critérios, mas adequados ao conteúdo (ÇIMEN; YILDIZ, 2017)	
Elaborar um problema a partir de um objeto real (ÇIMEN; YILDIZ, 2017)	

Análise e discussão dos resultados

A Tabela 3 mostra a classificação das tarefas quanto a tipologia e as ações requisitadas dos alunos.

Tabela 3.
Classificação dos tipos de tarefas/ações requisitadas pelos livros didáticos

Tipologia	Código das tarefas do capítulo/unidade	(%) N = 27
Elaborar um problema que se adapte a uma dada conceituação matemática	T101C9A T501C9A T103C9A T401C9A T203C9A T104C9A T204C9A T304C9A T404C9A T504C9A T105C9A T107C9A T207C9A T108C9A T208C9A T109C9A	59,26%
Elaborar um problema com estrutura matemática semelhante a um anterior	T202C9A T306C9A T406C9A	11,11%
Elaborar problemas ou questionamentos adicionais com base nas informações de um problema já resolvido.	-----------	0%
Elaborar um problema ou questionamentos a uma representação contextual	T201C9A T301C9A T102C9A T205C9A T305C9A T106C9A T206C9A T209C9A	29,63%
Elaborar problemas sem restrições para situações reais ou não, associados ao conteúdo	-----------	0%

Na classificação *Elaborar um problema que se adapte a uma dada conceituação* *matemática,* destaca-se que correspondeu a 59,26%, sendo que todas as tarefas de elaboração de problemas contidas nos livros 03C9A, 04C9A e 08C9A foram classificadas nessa classificação. Os livros 02C9A e 06C9A não tiveram tarefas nessa classificação. Como exemplificação é apresentado na Figura 1 a tarefa T504C9A.

Figura 1.
Tarefa de elaboração de problema extraído do livro 04C9A

67 ***Hora de criar*** – Troque com um colega um problema, criado por vocês, sobre soma e produto de raízes de uma equação do 2º grau. Depois de cada um resolver o problema elaborado pelo outro, destroquem para corrigi-los.

Especificamente à tipologia e ação requisitadas, nota-se que cabe aos alunos elaborarem uma situação envolvendo a conceituação de soma e produto sem que seja requisitado a adaptação à um contexto ou recorrência a informações previamente fornecidas. Conforme apontam Cai *et al*. (2016) e Çimen e Yildiz (2017), é solicitado ao aluno adequar um problema que contemple um procedimento matemático já estabelecido pelo professor, nesse caso, a soma e produto.

Na classificação *Elaborar um problema com estrutura matemática semelhante a um anterior* destaca-se que correspondeu a 11,11%, sendo que apenas os livros 02C9A e 06C9A tiveram tarefas classificadas. A Figura 2 ilustra esse resultado pela tarefa T306C9A.

Figura 2.
Tarefa de elaboração de problema extraído do livro 06C9A

53. Observe os problemas que Talita escreveu.

I) A soma das raízes da equação $x^2-(2m+3)\cdot x=10$ é igual a 9. Qual é o valor de m?
II) O produto das raízes da equação $(8n-2)-9x=-x^2$ é igual a 14. Qual é o valor de n?

a) Resolva os problemas escritos por Talita e escreva os procedimentos que você utilizou para resolvê-los.
b) A partir dos valores de **m** e **n** obtidos no item **a**, escreva a equação de cada problema na forma reduzida e, em seguida, resolva-a.
c) Elabore dois problemas parecidos com os de Talita e dê para um colega resolver. Depois, verifique se ele resolveu corretamente.

Quanto à tipologia e ação, as tarefas nessa classificação requerem que os alunos elaborem um problema semelhante, podendo alterar os valores e quantidades iniciais, entretanto é fundamental que seja mantido a mesma relação ou estrutura matemática, segundo afirma Cai *et al.* (2016). Para Çimen e Yildiz (2017), sempre é apresentado um problema anteriormente, que deve ser resolvido, e subsequente vem a proposição de um novo. Portanto, fica evidenciado na Figura 2 que é atribuído autonomia aos alunos na elaboração de seu problema, mas deve-se respeitar a relação de soma e produto.

Na classificação *Elaborar um problema ou questionamentos a uma representação contextual*, obtivemos 29,63%, sendo que os livros 03C9A, 04C9A, 07C9A e 08C9A não tiveram tarefas classificadas. Como exemplificação é apresentada a tarefa T205C9A na Figura 3.

Figura 3.
Tarefa de elaboração de problema extraído do livro 06C9A

17. Uma piscina ocupa uma superfície retangular cuja medida da área é 32 m^2. A medida de seu comprimento é o dobro da medida de sua largura. Elabore um problema envolvendo a situação descrita e dê para um colega resolver. Depois, verifique se ele resolveu corretamente.

Quanto à tipologia e ações, destaca-se que as tarefas nessa classificação se limitaram ao contexto da Geometria, sendo que as ações requisitadas associavam-se a área e perímetro de regiões retangulares. Nota-se que, inicialmente, ao aluno cabe elaborar um contexto ao problema envolvendo as informações já apresentadas, podendo ele apresentar informações adicionais ou não relacionadas ao contexto, visto que não é atribuído um critério ou restrição a um método resolutivo (CAI *et al.,* 2016; ÇIMEN; YILDIZ, 2017). Porém, as informações apresentadas certamente levarão os alunos a recorrem ao processo de fatoração tanto na representação quanto na resolução da situação, indo ao encontro da habilidade esperada na BNCC (BRASIL, 2018).

Por fim, conforme mostra a Tabela 3, não foi possível classificar tarefas pertencentes aos livros analisados em duas classificação. Estas exigiam ações do tipo: apresentar problemas adicionais, como questionamentos, depois de resolver um determinado problema; apresentar um problema bem definido com aplicação da matemática na vida real, sem restrições sobre a estrutura, o que, segundo Proença (2021), envolve contextos como o cotidiano que ajudam os alunos a ressignificarem os conteúdos.

Considerações

Vale considerar que o objetivo foi atingido, visto que as tarefas analisadas evidenciaram três características tipológicas de ação dos alunos: a elaboração de problemas que se adapte a uma equação de 2º grau ou regra matemática, como por exemplo, a soma e produto ou dois números reais iguais ou diferentes que constituem solução de uma equação; a elaboração de problemas semelhantes a um anterior onde foi determinado a solução e representação de uma equação de 2º grau; a elaboração de problemas relacionados à contextos Geométricos, por exemplo regiões retangulares, piscinas ou calçamentos em que é dado os valores ou as dimensões. Entretanto, não requerem ações que contribuam para que os alunos levantem questionamentos adicionais a problemas já resolvidos ou às próprias resoluções, tão pouco recorrem a eventos da vida real.

Conforme previsto por Silver (1994) e Espinoza, Lupiáñez e Segovia (2014), as tarefas perspectivam como meio para melhorar o desempenho dos alunos na resolução de problemas, a disposição, atitude e compressão dos alunos em relação as Equações de 2º grau em suas diferentes representações e conceitos associados. Por conseguinte, não se constituem como instrumentos que possibilitem uma avaliação precisa da aprendizagem dos alunos, embora solicitem ações de propor e resolver problemas entre os pares, não é oportunizado uma relação entre alunos e professor ou dinâmica que contribua para uma investigação das discussões.

É considerável que a elaboração de problemas como meio de estudo de conteúdos matemáticos faz-se necessária no início, durante ou depois do processo de resolução de problemas, principalmente ao recriar problemas alternativos à resolução ou questionamentos adicionais a um já determinado pelo professor. Cabe destacar a importância da investigação da elaboração de problemas relacionados a propostas como a de Proença (2021), de organizar o ensino em meio a resolução de problemas. Com isso, etapas como a de formação do conceito e definição do conteúdo, apontadas por esse autor, permitem a possibilidade dos alunos elaborarem problemas ou questionamentos que auxiliem na sua aprendizagem conceitual, bem como para o professor observar tal aprendizagem.

Referências

Brasil. Ministério da Educação (MEC). (1998). *Parâmetro Curriculares Nacionais: 3º e 4º ciclo - Matemática*. Brasília: Secretaria de Educação Fundamental (SEF).

Brasil. Ministério da Educação (MEC). (2018). *Base Nacional Comum Curricular: Educação é a base*. Brasília: Secretaria de Educação Básica (SEB).

Cai, J., Moyer, J. C., Wang, N., Hwang, S., Nie, B., & Garber, T. (2012). Mathematical problem posing as a measure of curricular effect on students' learning. *Educational Studies in Mathematics*, 83(1), 57-69.

Cai, J., Jiang, C., Hwang, S., Nie, B., & Hu, D. (2016). How do textbooks incorporate mathematical problem posing? An international comparative study. In P. L. Felmer, E. Pehkonen & J. Kilpatrick (Eds.). *Posing and solving mathematical problems* (pp. 3-22). Springer International Publishing.

Costa, M. D. S., & Allevato, N. S. (2010). Livro Didático de Matemática: Análise de Professoras Polivalentes em Relação ao Ensino de Geometria. *Vidya*, Santa Maria, 30(2), 71-80.

English, L. D. (1997). Promoting a problem-posing classroom. *Teaching children mathematics*, 4(3), 172-179.

Espinoza, J., Lupiáñez, J. L., & Segovia, I. (2014). La invención de problemas y sus ámbitos de investigación en educación matemática. *Revista Digital Matemática*, 14(2), 1-12.

Gil, A. C. (2008). *Introdução à Metodologia do Trabalho Científico: elaboração de trabalhos na graduação*. São Paulo: Altas.

Hatfield, L. (1978). Heuristical emphases in the instruction of mathematical problem solving: Rationales and research. In *Mathematical problem solving: Papers from a research workshop* (pp. 21-42). ERIC Clearinghouse for Science, Mathematics and Environmental Education.

Kilpatrick, J. (1987). Problem formulating: Where Do Good Problem Come From. In A. H. Schoenfeld (Ed.), *Cognitive Science and Mathematics Education* (pp. 123-148). Routledge.

National Council of teachers of mathematics (NCTM). (1980) *An agenda for action: recommendations for School Mathematics of the 1980s*. Reston: NCTM.

Polya, G. (2006). *A arte de resolver problemas*. 2. ed. Rio de Janeiro: Interciência.

Possamai, J. P., & Allevato, N. S. G. (2022). Elaboração/Formulação/Proposição de Problemas em Matemática: percepções a partir de pesquisas envolvendo práticas de ensino. *Educação Matemática Debate*, 6(12), 1-28.

Proença, M. C. (2021). Resolução de Problemas: uma proposta de organização do ensino para a aprendizagem de conceitos matemáticos. *Revista de Educação Matemática*, (18), 01-14.

Schroeder, T. L., & Lester, F. K. (1989). Developing understanding in mathematics via problem solving. In P. R Trafton & A. P. Shulte (Eds.). *New Directions for Elementary School Mathematics*. (pp. 31-42). Reston: NCTM.

Silver, E. A. (1994). On mathematical problem posing. *For the learning of mathematics*, 14(1), 19-28.

IX CIBEM
Congresso Iberoamericano de Educação Matemática
05 a 09 de dezembro de 2022

Movimentos do trabalho pedagógico em relação ao uso de problemas de matemática[929]

Movements of pedagogical work in relation to the use of mathematical problems

Movimientos del trabajo pedagógico en relación con el uso de problemas matemáticos

Cristina de Jesus Teixeira [930]
Universidade de Brasília
https://orcid.org/0000-0001-8174-3735

Geraldo Eustáquio Moreira [931]
Universidade de Brasília
https://orcid.org/0000-0002-1455-6646

Modalidade: Comunicação Científica
Núcleo Temático: Resolução de problemas em aulas de Matemática

Resumo

Esta comunicação científica tem por objeto de investigação os movimentos do trabalho pedagógico em relação ao uso de problemas de matemática. Buscou *apresentar e descrever* os movimentos identificados em pesquisas que abordaram, em alguma medida, a formulação de problemas por estudantes, na última década; e, especificamente, *definir* e *descrever* um movimento alternativo em relação ao uso de problemas que contemple diferentes estratégias e todas as etapas de uma sequência didática. O estudo, compreendendo a abordagem qualitativa de natureza teórica, caracterizado como exploratório, teve a construção teórica e descritiva apoiada em literatura específica, em sua maioria, sobre resolução de problemas, e em resultados de uma revisão sistemática empreendida para a tese citada. O texto foi estruturado a partir das concepções sobre o uso de problemas na sala de aula; do trabalho com problemas com foco no que tem sido desenvolvido no Brasil; do percurso metodológico; seguido da apresentação e descrição dos diferentes movimentos em relação ao uso de problemas de matemática identificado; de uma proposta de movimento para o trabalho pedagógico e das considerações. Como resultado, a partir da apresentação e descrição do material, foi possível definir e descrever um modelo alternativo de movimento em relação ao uso de problemas, denominado bidirecional cíclico.
Palavras-chave: Movimentos do trabalho pedagógico, Problemas de matemática, Perspectiva metodológica, Concepção sobre uso de problemas, Formulação de problemas.

Abstract

This conference paper, has as its object of investigation the movements of pedagogical work in relation to the use of mathematical problems. Sought to present and describe the movements

929 Esta comunicação é recorte de parte de uma pesquisa componente da Tese de Doutoramento em andamento da primeira autora, sob orientação do segundo autor.
930 cristina.j.teixeira@gmail.com
931 geust2007@gmail.com

identified in research that addressed, to some extent, the problem posing by students in the last decade; and, specifically, to define and describe an alternative movement in relation to the use of problems that includes different strategies and all the stages of a didactic sequence. The study, comprising a qualitative approach of theoretical nature, characterized as exploratory, had its theoretical and descriptive construction supported by specific literature, mostly about problem solving, and by the results of a systematic review undertaken for the cited thesis. The text was structured from the conceptions about the use of problems in the classroom; of working with problems with a focus on what has been developed in Brazil; the methodological path; followed by the presentation and description of the different movements in relation to the use of math problems identified; a proposed movement for the pedagogical work and considerations. As a result, from the presentation and description of the material, it was possible to define and describe an alternative model of movement in relation to the use of problems, called cyclical bidirectional.
Keywords: Pedagogical work movements, Mathematical problems, Methodological perspective, Conception about problem use, Posing problem.

Resumen

Este trabajo de investigación, cuyo objeto de estudio son los movimientos del trabajo pedagógico en relación con el uso de problemas matemáticos. Buscó presentar y describir los movimientos identificados en las investigaciones que abordaron, en cierta medida, la formulación de problemas por parte de los alumnos en la última década; y, específicamente, definir y describir un movimiento alternativo en relación con el uso de problemas que incluye diferentes estrategias y todas las etapas de una secuencia didáctica. El estudio, que comprende el abordaje cualitativo de naturaleza teórica, caracterizado como exploratorio, tuvo la construcción teórica y descriptiva apoyada en literatura específica, en su mayoría, sobre resolución de problemas, y en resultados de una revisión sistemática realizada para la citada tesis. El texto se estructuró a partir de las concepciones sobre el uso de los problemas en el aula; del trabajo con problemas centrándose en lo que se ha desarrollado en Brasil; el recorrido metodológico; seguido de la presentación y descripción de los diferentes movimientos en relación con el uso de los problemas de matemáticas identificados; una propuesta de movimiento para el trabajo pedagógico y consideraciones. Como resultado, a partir de la presentación y descripción del material, fue posible definir y describir un modelo alternativo de movimiento en relación con el uso de problemas, denominado bidireccional cíclico.
Palabras clave: Movimientos de trabajo pedagógico, Problemas matemáticos, Perspectiva metodológica, Concepción sobre el uso de problemas, Formulación de problemas.

Concepções sobre o uso de problemas de matemática no trabalho pedagógico

A condução do trabalho pedagógico pode dar indícios que possibilitem a diferenciação do modelo de ensino adotado, por exemplo: a forma de intepretação e intervenção do professor diante dos erros dos estudantes; as práticas avaliativas; e, principalmente, a concepção do uso de problemas no contexto da organização do trabalho pedagógico (Charnay, 2001; Van De Walle, 2009).

A concepção[932] que o professor tem sobre o uso de problemas na sala de aula influencia e reflete na escolha dos materiais didáticos, nas orientações do ensino, nos currículos, acarretando implicações relevantes para/na prática pedagógica (Branca, 1997; Charnay, 2001; Diniz, 2001; Hatfield, 1978; Onuchic & Allevato, 2005, 2011; Schroeder & Lester, 1989; Van De Walle, 2009).

A forma de uso de problemas de matemática na sala de aula converge para três concepções mais conhecidas, cunhadas por Hatfield (1978) e por Schroeder e Lester (1989) que, respectivamente, coincidem com a interpretação de Branca (1997), que, com alguma variação na terminologia, tem orientado os processos de ensinar: (i) *sobre* resolução de problemas (*processo*); (ii) *para* a resolução de problemas (*meta*); (iii) *através/via* resolução de problemas (*habilidade básica*). As duas primeiras concepções (*sobre* e *para)* estão assentadas na vertente mais tradicional do processo de ensinar matemática, a terceira concepção (através/via) se fundamenta em princípios construtivistas e interacionistas (Van De Walle, 2009).

As diferentes concepções acerca da resolução de problemas podem coexistir (Onuchic, 1999**)**, mas em proporções variáveis, em conformidade com a orientação e compreensão de ensino e de uso de problemas subjacentes. Branca (1997) reforça que ainda que a proposição de problemas se refira à resolução de problemas como uma habilidade básica, ela também pode ser considerada como meta/razão para o estudo da matemática e como processo de aplicação de conhecimento.

A forma de uso dos problemas, como já citado anteriormente, pode dar indicação de qual concepção está subentendida no trabalho pedagógico desenvolvido em sala de aula, e a depender dessa concepção e da forma de uso dos problemas, pode ser considerada como uma metodologia de ensino.

Esse estudo se ampara na concepção adotada por Teixeira e Moreira (2022a), que no ensino fundamentado no uso de problemas, o trabalho pedagógico deve utilizar o problema como indutor do processo de aprendizagem, fazer uso da maior variedade de estratégias (formulação, reformulação, elaboração, resolução) nas tarefas e contemplar todas as etapas da sequência didática (introdução, aprofundamento e consolidação do objeto de conhecimento).

---

[932] Nesse estudo, concepção refere-se à maneira/ ao modo que o professor compreende e faz uso da resolução de problemas na sala de aula. Constitui-se pelo produto da experiência e da interação desta com a experiência dos outros/pares. Assim, a concepção que o professor tem/constrói, sobre resolução de problemas, fundamenta e ancora a prática desenvolvida em sala de aula.

O trabalho com problemas com foco no que tem sido desenvolvido no Brasil

Com os movimentos em prol da melhoria do ensino da matemática (Onuchic, 1999), a resolução de problemas, que desde Polya (1945) já vinha ganhando espaço e orientando diferentes concepções de ensino, no final do século XX, passou a ser considerada, por alguns pesquisadores, como uma metodologia de ensino (Allevato & Onuchic, 2014; Andrade, 1998, 2008; Dante, 2009; Diniz, 2001; Onuchic, 1999) constituindo, de modo geral, "um conjunto de estratégias para o ensino e desenvolvimento da aprendizagem da matemática" (Diniz, 2001, p. 88), sendo compreendida como orientação para o processo de aprendizagem ao longo do trabalho pedagógico (Dante, 2009; Onuchic & Allevato, 2004).

Sobre metodologias de ensino ou de ensino-aprendizagem, envolvendo o uso de problemas, Teixeira e Moreira (2022b) encontraram com maior representatividade a heurística e etapas de resolução de problemas de Polya (1945); a Resolução de Problemas como Metodologia de Ensino da Matemática de Dante (2009); a Perspectiva Metodológica Resolução de Problemas de Diniz (2001); a Metodologia de Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução, Exploração, Codificação e Descodificação de Problemas de Andrade (1998); a Metodologia de Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas de Onuchic (1999) e a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-avaliação de Matemática e através da Resolução de Problemas de Onuchic e Allevato (2011).

Essas metodologias de ensino, no estudo de Teixeira e Moreira (2022b), deram origem ao elemento *perspectiva metodológica do trabalho com problema adotada na pesquisa*, que, juntamente a outros elementos, possibilitou identificar diferentes movimentos em relação ao uso de problemas de matemática nas pesquisas investigadas.

Percurso metodológico

De forma ampla, buscou-se *apresentar* e *descrever* os movimentos do trabalho pedagógico em relação ao uso de problemas identificados em pesquisas que abordaram, em alguma medida, a formulação/reformulação/elaboração de problemas por estudantes na última década; e, especificamente, *definir* e *descrever* um movimento alternativo em relação ao uso de problemas que contemple as diferentes estratégias e as etapas de uma sequência didática[933].

[933] Uma sequência didática pode ser definida como um mecanismo de estruturação do trabalho pedagógico que se constitui por uma seleção de tarefas organizadas, integradas e articuladas, pelo professor, a partir de um ou mais objetos de conhecimento, com a finalidade de alcançar determinado objetivo de aprendizagem. Composta, geralmente, pelas etapas: introdução, aprofundamento e consolidação do objeto de conhecimento.

A pesquisa compreendendo a abordagem qualitativa de natureza teórica, caracterizada como exploratória (GIL, 2008), propõe analisar e modificar ideias, sobre uso de problemas no trabalho pedagógico nas aulas de matemática.

A construção teórica/conceitual e descritiva teve suporte em literatura específica sobre o uso de problemas em aulas de matemática, em sua maioria, resolução de problemas e no estudo de revisão sistemática empreendido para a tese citada.

Movimentos do trabalho pedagógico em relação à formulação, reformulação e elaboração de problemas de matemática

O material apresentado e descrito nesse estudo, movimentos do trabalho pedagógico em relação ao uso de problemas, foi previamente analisado e sintetizado a partir dos elementos[934]: perspectiva metodológica do trabalho com problema, adotada na pesquisa; momento da pesquisa de campo destinado às tarefas de formulação/reformulação/elaboração (FP/RP/EP[935]) de problemas; e, encontros da pesquisa de campo destinados a tarefas de FP/RP/EP de problemas.

A partir dessa síntese foi possível estabelecer um panorama da dinâmica envolvendo o uso de problemas no trabalho pedagógico das pesquisas. Esse estabelecimento foi estruturado com base no espaço ocupado pela FP/RP/EP de problemas no desenvolvimento do trabalho com problemas e na etapa da sequência didática na qual ocorreu o desenvolvimento de tarefas de FP/RP/EP, resultando num quadro "direcional" do enfoque dado a essa estratégia no decurso do trabalho pedagógico.

A partir da análise do material, foi possível identificar três movimentos e estabelecer o panorama constante no Quadro 1.

Quadro 1.
Movimento do trabalho pedagógico em relação à formulação/reformulação/elaboração de problemas

UNIDIRECIONAL linear (Introduz o objeto de conhecimento) Objeto conhecimento → resolução → formulação/reformulação/elaboração de problemas
UNIDIRECIONAL flexível (Inicia com a resolução de problemas) Resolução → formulação/reformulação/elaboração de problemas ⟺ objeto de conhecimento
BIDIRECIONAL (Inicia com a formulação/reformulação/elaboração de problemas e resolução) Formulação/reformulação/elaboração de problemas ⇌ resolução ⟺ objetos do conhecimento

[934] Elementos originados no estudo de revisão sistemática de literatura de Teixeira e Moreira (2022b).
[935] A referência a tarefas, que envolveram, em alguma medida, formulação, reformulação, elaboração, criação ou reelaboração de problemas, está/foi indicada como FP/RP/EP (formulação/reformulação/elaboração).

ou
Resolução ⇌ formulação/reformulação/elaboração ⟺ objetos do conhecimento

Fonte: De autoria própria.

O termo *unidirecional* foi adotado para designar as sequências didáticas que inicialmente desenvolvem a resolução de problemas e a desvinculam da FP/RP/EP, isto é, apresentam uma solicitação inicial e determinada, para cada tarefa. *Bidirecional* refere às sequências didáticas que podem demandar, em suas tarefas, tanto o uso da resolução quanto a FP/RP/EP de problemas.

Movimento unidirecional linear

O movimento *unidirecional linear* se inicia centrado no objeto de conhecimento. A sequência didática segue uma ordem determinada, na qual primeiro são trabalhados os objetos de conhecimento, depois a estratégia resolução de problemas, e por último a FP/RP/EP de problemas.

Descrição sequência didática possível: No primeiro momento, o professor introduz o objeto de conhecimento; no segundo momento solicita que o estudante resolva problemas de aplicação desse objeto de conhecimento; no terceiro momento, ele corrige os problemas junto aos estudantes; no quarto momento, solicita que o estudante formule problema a partir do objeto de conhecimento; no quinto momento, pode haver solicitação de reformulação de problemas formulados anteriormente, após passarem pela correção do professor.

Movimento unidirecional flexível

No movimento *unidirecional flexível*, a sequência didática se inicia com tarefa de resolução, mas a partir dela, não apresenta regularidade determinada, de modo que depois da tarefa de resolução, pode-se haver tarefa de FP/RP/EP de problemas; e, na próxima tarefa voltar à resolução de problemas. Nesse tipo de movimento, subentende-se que o objeto de conhecimento já tenha sido introduzido anteriormente. Por outro lado, o aprofundamento e a consolidação do objeto de conhecimento podem ocorrer ao logo do desenvolvimento da sequência didática.

Descrição sequência didática possível: No primeiro momento, o professor solicita ao estudante que resolva um ou mais problemas; no segundo momento, o professor corrige os problemas problematizando-os junto aos estudantes, e pode haver a solicitação de correção pelo estudante; no terceiro momento, solicita que reescrevam o problema inicial alterando uma informação ou completem um problema ou formulem um problema.

Movimento bidirecional

No terceiro movimento, denominado *bidirecional*, a sequência didática inicia com tarefa de FP/RP/EP de problemas simultaneamente à resolução ou inicia com tarefa de resolução simultaneamente à FP/RP/EP de problemas, ao mesmo tempo que pode aprofundar ou consolidar objetos do conhecimento. Nesse movimento não há determinação do tipo de estratégia com uso de problemas a ser utilizada na tarefa. Entretanto, subentende-se que o objeto de conhecimento já tenha sido introduzido. O aprofundamento e a consolidação ocorrem ao logo do desenvolvimento da sequência didática.

Descrição sequência didática possível: No primeiro momento, o professor solicita ao estudante que a partir de uma *história* (de supermercado, por exemplo) formule um problema; no segundo momento, promove a problematização da situação entre e com os estudantes; no terceiro momento, o professor troca os problemas entre os estudantes e solicita-lhes que os resolvam. Ou, no primeiro momento o professor solicita a resolução de um problema e espera que dentro do processo de resolução, o estudante reescreva esse problema; e, no segundo momento, solicita-se que formule um problema similar ao problema resolvido.

A partir da apresentação e descrição dos três movimentos identificados, estruturou-se o Quadro 2, que ressalta as diferenças entre os movimentos, com ênfase no foco escolhido como ponto de partida do trabalho pedagógico e nas etapas da sequência didática, contempladas em cada movimento.

Quadro 2.

Movimentos do trabalho pedagógico com relação à formulação, reformulação e elaboração de problemas e da sequência didática

Movimento	Ponto de partida	Etapas da sequência didática
Unidirecional linear	Objeto de conhecimento	Introduzir, aprofundar, consolidar
Unidirecional flexível	Resolução de problemas	Aprofundar e consolidar
Bidirecional	Formulação/reformulação/elaboração e resolução de problemas	Aprofundar e consolidar

Fonte: De autoria própria.

O movimento *unidirecional linear* apresenta abordagem mais tradicional, no qual a resolução de problemas tem função de aplicação do objeto de conhecimento, ou seja, aprendizagem *para* resolução de problemas. Nessa abordagem a FP/RP/EP de problemas acontece ao final e desvinculada das demais tarefas.

O movimento *unidirecional flexível*, apesar de intercalar tarefas de FP/RP/EP de problemas e resolução, inicia com a resolução de problemas desvinculada da FP/RP/EP de problemas. Não se observou para esse movimento, possibilidade de introdução do objeto de conhecimento.

O movimento *bidirecional* admite iniciar a sequência didática tanto com tarefa de FP/RP/EP de problemas quanto com resolução desde que vinculada à FP/RP/EP de problemas, entretanto, também não foi observada possibilidade de introdução de objeto de conhecimento para esse movimento.

A partir desses dados e dessas informações, pode-se inferir que os movimentos, tanto unidirecional linear e flexível quanto bidirecional, apresentaram lacunas para o trabalho pedagógico sustentado no uso de problemas de matemática, visto que na concepção adotada nesse estudo, o trabalho pedagógico deve utilizar o problema como indutor do processo de aprendizagem, fazer uso da maior variedade de estratégias (formulação, reformulação, elaboração, resolução) e contemplar todas as etapas da sequência didática (introdução, aprofundamento e consolidação do objeto de conhecimento).

Partindo desses resultados, e com suporte no estudo empreendido por Teixeira e Moreira (2022a, 2022b), e na prática e reflexões sobre a prática da proposição de problemas de Teixeira e Moreira (2020), propôs-se o movimento *bidirecional cíclico*.

Movimento bidirecional cíclico

Nesse movimento a sequência didática se inicia, preferencialmente, com FP/RP/EP de problemas. A resolução pode ser proposta a partir dos problemas formulados/reformulados pelos próprios estudantes. Não há linearidade com relação à estratégia a ser utilizada, uma vez que elas devem ser desenvolvidas de forma complementar.

Figura 1.
Movimento bidirecional cíclico no trabalho pedagógico com problemas

↱Reformulação/formulação/elaboração ⇌ resolução ⇔objeto de conhecimento↲

Fonte: De autoria própria.

A introdução sistematizada do objeto de conhecimento pode ser feita ao final da sequência, passando do conhecimento mais amplo e informal à forma mais organizada e específica. Outro aspecto importante, é que esse movimento prevê a possibilidade que sejam desenvolvidas todas as etapas da sequência didática (introdução, aprofundamento e a consolidação do objeto de conhecimento).

Descrição sequência didática possível: No primeiro momento, o professor distribui envelopes com um problema anotado em tiras cortadas, solicita ao estudante/grupo que leia, interprete, organize as tiras de forma que resulte num problema para um colega/grupo resolver; no segundo momento, distribui os problemas obtidos entre estudantes/grupos diferentes e solicita-lhes que os resolvam; no terceiro momento, o estudante/grupo, que resolveu o problema, deve apresentar sua resolução para a turma; no quarto momento, o professor sistematiza o objeto de conhecimento; no quinto momento, o professor solicita ao estudante/grupo que formule um problema sobre o objeto de conhecimento a partir de uma solução (resultado).

Esse movimento se ampara no uso de problemas, numa concepção metodológica que inclui e permite o trânsito de diferentes estratégias: reformulação, formulação, elaboração, resolução de problemas, na qual o problema de matemática se configura como indutor do processo de ensino-aprendizagem, estando presente em todas as etapas da sequência didática.

Considerações

As diferentes concepções sobre o uso de problemas e metodologias de ensino presentes em pesquisas brasileiras, na última década, possibilitaram identificar três movimentos do trabalho pedagógico em relação à FP/RP/EP de problemas.

A partir das informações e dados depreendidos do material sobre os movimentos do trabalho pedagógico em relação ao uso de problemas, foi possível inferir que os movimentos, tanto unidirecional linear e flexível quanto bidirecional, apresentam lacunas para o trabalho pedagógico sustentado no uso de problemas de matemática.

Partindo desse resultado, foi definido e descrito um movimento alternativo, denominado *bidirecional cíclico*. A proposta do movimento bidirecional cíclico, evidencia a necessidade e aponta a possibilidade de construir sequências didáticas que contemplem o uso das estratégias formulação, reformulação e elaboração de problemas em todas as suas etapas, inclusive na introdução de objetos do conhecimento.

Agradecemos ao Grupo de Pesquisa *Dzeta* Investigações em Educação Matemática (DIEM); à Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal (SEEDF); à Fundação de Apoio à Pesquisa do Distrito Federal (FAPDF, Edital 03/2021, Demanda Induzida) e aos Programas de Pós-Graduação em Educação da Universidade de Brasília (PPGE/UnB, Acadêmico e Profissional) pelo apoio.

Referências

Allevato, N. S. G., & Onuchic, L. R. (2014). Ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática: por que através da resolução de problemas. In Onuchic L. R; Allevato N. S. G.; Noguti F. C. H.; Justulin A. M. (org.). *Resolução de problemas: teoria e prática*. Paco.

Andrade, S. (1998). *Ensino-aprendizagem de matemática via exploração de problemas, exploração, codificação e descodificação de problemas e a multicontextualidade da sala de aula*. [Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual Paulista].

Andrade, S. (2008). *A pesquisa em educação matemática, os pesquisadores e a sala de aula*: *um fenômeno complexo, múltiplos olhares, um tecer de fios*. 2008. [Tese de Doutorado, Universidade de São Paulo]. Repositório da USP. https://teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-29112010-135412/publico/silvanio2.pdf

Branca, N. A. (1997). Resolução de problemas como meta, processo e habilidade básica. *In*: S. Krulik, & R. E. Reys (org.), *A Resolução de Problemas na Matemática Escolar* (H. H. Domingues, & O. Corbo, Trad.). Atual.

Charnay, R. (2001). Aprendendo (com) a resolução de problemas. In C. Parra, & I. Saiz (org.), *Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas* (pp. 36-47). Artes Médicas.

Dante, L. R. (2009). *Formulação e resolução de problemas de matemática*: *teoria e prática.* São Paulo: Ática.

Diniz, M. I. (2001). Resolução de problemas e comunicação. In K. S. Smole, & M. I. Diniz (org.), *Ler, escrever e resolver problemas: Habilidades básicas para aprender matemática* (p. 87-98). Artmed.

Hatfield, L. (1978). Heuristical emphases in the instruction of mathematical problem solving: Rationales and research. In L. Hatfield, & A. Bradbard (org.), *Mathematical problem solving: Papers from a research workshop*. ERIC Clearinghouse for Science, Mathematics and Environmental Education.

Gil, A. C. (2008). *Métodos e técnicas de pesquisa social*. 6. ed. São Paulo: Atlas.

Onuchic, L. R. (1999). Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In M. A. V. Bicudo (org.), *Pesquisa em Educação Matemática*: *concepções e perspectivas* (pp. 199-220). Editora UNESP.

Onuchic, L., & Allevato, N. S. G. (2005). Novas Reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In M. A Bicudo, & M. Borba (orgs.), *Educação Matemática: pesquisa em movimento* (pp. 213-231). Cortez.

Onuchic, L., & Allevato, N. S. G. (2011). Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. *Bolema*, Rio Claro, 25(41), 73-98.

Polya, G. (1945). *How to solve it.* Princeton University Press.

Schroeder, T. L., & Lester, F. K. (1989). Developing understanding in mathematics via problem solving. In P. R. Trafton, & A. P. Shulte (org.), *New directions for elementary school mathematics* (pp. 31-42). NCTM.

Teixeira, C. J., & Moreira, G. E. (2020). *A proposição de problemas como estratégia de aprendizagem da Matemática*: *Uma ênfase sobre efetividade, colaboração e criatividade.* Editora Livraria da Física.

Teixeira, C. J., & Moreira, G. E. (2022a). Ensino-Aprendizagem da Matemática por meio da Proposição de Problemas: uma proposta metodológica. *Revista de Investigação e Divulgação em Educação Matemática*, *[S. l.]*, v. 6, n. 1, 2022b. Disponível em: https://periodicos.ufjf.br/index.php/ridema/article/view/38476.

Teixeira, C. J., & Moreira, G. E. (2022b). Formulação de problemas de matemática: itinerário das produções acadêmicas brasileiras no período de 2011 a 2020. *Revista Prática Docente*, v. 7, n. 2, p. e22025, 2022. DOI: https://doi.org/10.23926/RPD.2022.v7.N2.e22025.id1495

Van de Walle, J. A. (2009). *Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula* (P. H. Colonese, Trad., 6a ed.). Artmed.

Desempenhos de estudantes dos 6º e 9º anos na resolução de problemas deproporção: um estudo comparativo

Performances of 6th and 9th grade students in solving proportion problems: a comparative study

Desempeño de estudiantes de 6º y 9º grado en la resolución de problemas de proporciones: un estudio comparativo

Vera Lucia Merlini[936]
Universidade Estadual de Santa Cruz – UESC
https://orcid.org/0000-0001-9784-3546

Aparecido dos Santos[937]
Secretaria da Educação do Estado de São Paulohttps://orcid.org/0000-0001-6805-7423

Sandra Maria Pinto Magina[938]
Universidade Estadual de Santa Cruz – UESC
https://orcid.org/0000-0003-0383-9744

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Resolução de problemas em aulas de Matemática

Resumo

Este artigo apresenta parte dos resultados de uma pesquisa realizada com estudantes do 6º e 9º anos do Ensino Fundamental, cujo foco foi o de traçar um perfil comparativo entre dois grupos de estudantes na direção de avaliar e comparar seus desempenhos de acordo com três variáveis independentes, quais sejam: o nível de escolaridade, a ordem de aplicação dos problemas e relações de correspondência funcional ou escalar multiplicativo. Trata-se de um estudo diagnóstico comparativo, envolvendo 292 participantes, aos quais foram pedidos que resolvessem problemas de proporção simples. A base teórica do artigo é a Teoria dos Campos Conceituais, especificamenteas Estruturas Multiplicativas. Em relação às variáveis de pesquisa, os resultados apontam que: (1) é possível identificar uma diferença positiva e estatisticamente significativa entre os desempenhos do 6º e 9º anos, em favor desse último; (2) nãohouve uma diferença, estatisticamente significativa, entre aos grupos quando analisadoo desempenho segundo a ordem de aplicação dos instrumentos; (3) que a relaçãofuncional de correspondência parece ser mais simples para os estudantes, tanto para aqueles que já aprenderam formalmente a proporcionalidade, como para os que ainda não aprenderam a lidar com situações multiplicativas envolvendo a proporcionalidade.

Palavras-chave: Estrutura Multiplicativa, Ensino Fundamental, Estudo Diagnóstico Comparativo, Resolução de Problema.

[936] vlmerlini@uesc.br
[937] cido10@uol.com.br
[938] smpmagina@uesc.br

Abstract

This article presents part of the results of a research carried out with students from the 6th and 9th years of Basic Education, whose focus was to draw a comparative profile between the groups in order to evaluate their performance according to three independent variables. This is a quantitative study, involving 292 participants, who were asked to solve simple proportion problems. The theoretical basis of the article isthe theory of conceptual fields, specifically Multiplicative Structures. The results indicate that schooling is an important factor in the performance of these students, as well as the type of relationship between the quantities of the variables involved. The study concludes that the school still lacks an investment in the teaching of proportion, bringing in particular situations in which the functional relationship of correspondence does not translate into a reason belonging to the set of naturals.
Keywords: Multiplicative Structure, Elementary School, Comparative Diagnostic Study, Problem Solving.

Resumen

Este artículo presenta parte de los resultados de una investigación realizada con estudiantes de 6° y 9° año de Educación Básica, cuyo enfoque fue trazar un perfil comparativo entre los grupos para evaluar su desempeño de acuerdo a tres variables independientes. Este es un estudio cuantitativo, en el que participaron 292 participantes, a quienes se les pidió que resolvieran problemas de proporciones simples. La base teórica del artículo es la teoría de los campos conceptuales, específicamente las Estructuras Multiplicativas. Los resultados indican que la escolaridad es un factor importante en el desempeño de estos estudiantes, así como el tipo de relación entre las cantidades de las variables involucradas. El estudio concluye que la escuela aún carece de inversión en la enseñanza de la proporción, trayendo en situaciones particulares en que la relación funcional de correspondencia no se traduce en una razón de pertenencia al conjunto de naturales.
Palabras clave: Estructura Multiplicativa, Escuela Primaria, Estudio Diagnóstico Comparado, Resolución de Problemas.

Introdução

A multiplicação é um conteúdo matemático, introduzido já nos anos iniciais do Ensino Fundamental, que perpassa por toda a Educação básica. Esta operação está no cerne dos conceitos de proporção e ainda da álgebra. Esta última por meio do conceito de função. A multiplicação tem um destaque especial na Teoria dos Campos Conceituais (TCC), quando Vergnaud (1983, 1988) a toma como objeto de estudo no que ele chamou de Campo Conceitual Multiplicativo, ou simplesmente, EstruturasMultiplicativas.

Dessa forma, este artigo investiga as Estruturas Multiplicativas no âmbito do conceito de proporção simples. O objetivo do artigo é traçar um perfil comparativo entreos grupos de estudantes dos 6º e 9º anos do Ensino Fundamental, na direção de avaliar ecomparar seus desempenhos de acordo com três variáveis independentes elencadas no estudo, a saber: (a) o

nível de escolaridade, (b) a ordem de aplicação dos problemas, e
(c) relações de correspondência funcional ou escalar multiplicativo.

Diante do objetivo exposto, buscamos na (TCC) o apoio necessário para traçarmos a metodologia e termos um suporte teórico consistente para análise dosdados. Assim, a seguir apresentamos de maneira resumida, a TCC, em especial no que concerne as Estruturas Multiplicativas.

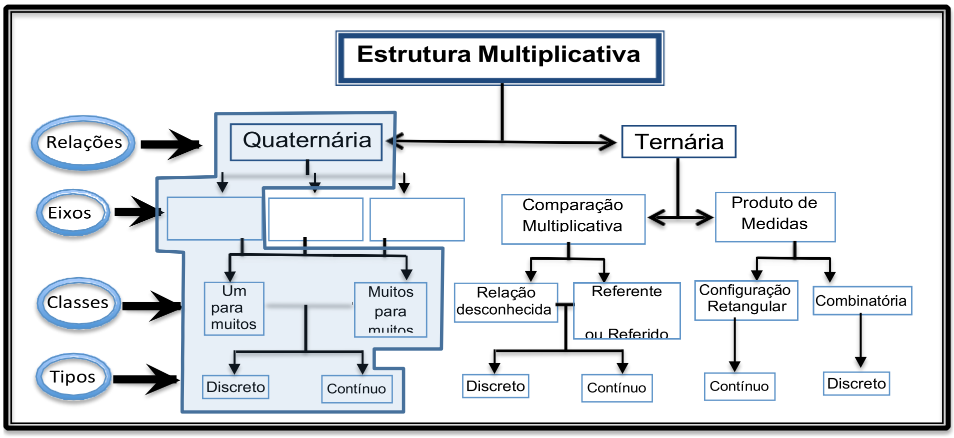
Proporcionalidade no Campo Conceitual Multiplicativo

A proporcionalidade é uma das mais antigas noções no âmbito da Matemática útil e frequentemente aplicada na Geometria, na Física como também na vida cotidiana, o que resulta o interesse pelo seu ensino (LIMA, 1991). Embora este autor discuta sobregrandezas direta ($y = kx$) e inversamente proporcionais ($y = k/x$), nosso interesse está focado na primeira.

No âmbito desse estudo, as situações de proporção elaboradas no instrumento diagnóstico e os esquemas de resolução estão atrelados ao Campo Conceitual Multiplicativo de Vergnaud (1994). Esse campo envolve um conjunto de situações, cujotratamento implica as operações de multiplicação, de divisão ou a combinação entreelas. Além disso, aborda um conjunto de conceitos, dentre eles o espaço vetorial, a análise dimensional, a fração, razão, proporção, número racional, multiplicação e a divisão. A partir das ideias teóricas de Vergnaud (1983, 1988) sobre o referido campo conceitual, elaboramos um esquema com o objetivo de sintetizar suas ideias centrais. O esquema apresentado na Figura 1 agrupa as situações-problema das Estruturas Multiplicativas considerando duas relações: (i) a quaternária caracterizada por relações entre quatro quantidades de duas grandezas distintas, duas a duas, e apresenta três eixos: proporção simples, proporção dupla e proporção múltipla; e (ii) a ternária cuja relação está entre três quantidades, sendo que uma delas é o produto das outras duas, contemplando dois eixos: comparação multiplicativa e produto de medidas. Cabe ressaltar que nesse estudo não temos a pretensão de explorar todas as situações concernentes a esse campo, limitar-nos-emos a discutir o desempenho dos estudantes no âmbito das relações quaternárias, especificamente situações relacionadas à proporção simples da classe muitos para muitos.

Figura 1.

Esquema Estrutura Multiplicativa



Fonte: Magina, Merlini, Santos (2016)

É importante observar que nas situações da classe muitos para muitos, nenhuma das grandezas envolvidas traz o valor da unidade explicitamente (MAGINA, LAUTERT e CAZORLA, 2022). Isso significa que a estratégia de resolução difere daquela utilizada em situações da classe um para muitos, a qual basta multiplicar os valores de grandezas distintas que resulta na quarta proporcional, uma vez que o numeral 1 é elemento neutro da multiplicação. Trouxemos um exemplo, no quadro 1 a seguir, que caracteriza a classe das situações discutidas nesse estudo.

Quadro 1
Exemplo de problema multiplicativo discutido neste artigo

Problema	**Esquemas de ação (cálculo relacional)**
João comprou 5 litros de suco e pagou R$ 15,00. Maria comprou 6 litros desse mesmo suco. Quanto Maria pagou?	Suco Reais 5 (X 3) 15 (X 1,2)
	6 x

Para que possamos resolver tal situação podemos pensar em pelo menos dois esquemas de ação: (i) relação funcional de correspondência; e (ii) fator escalar. Nesta situação a relação funcional de correspondência pode ser representada pela funçãolinear $f(x) = 3x$, sendo x a quantidade de sucos e f(x) a quantidade de reais a ser paga. Para encontrar o coeficiente 3, basta dividir a quantidade de reais pela quantidade de sucos e replicar este mesmo coeficiente na quantidade 6 litros de suco. Outro esquema édividir as quantidades de litros de suco (6 ÷ 5) para encontrar o fator escalar (1,2) e replicar, multiplicando este fator pela quantidade de reais conhecida (R$ 15,00). Uma terceira possibilidade poderia se encontrar o valor unitário do litro de suco para depois multiplicá-lo por 6 litros, isso significa transformar uma situação de muitos para muitos em uma de um para muitos.

Procedimentos metodológicos

Este estudo é diagnóstico que, segundo Rudio (2001), trata-se de uma pesquisa descritiva a qual o pesquisador busca conhecer e interpretar a realidade sem alterá-la. Quanto à análise dos dados, esta foi realizada de forma quantitativa, apoiada, rigorosamente, em testes estatísticos.

A coleta de dados foi realizada em uma Escola Pública dos anos finais Ensino Fundamental da capital de São Paulo, em turmas do 6º e 9º anos, sendo que o critério para a escolha da escola foi o da acessibilidade. Foram ao todo 292 estudantes participantes da pesquisa, 155 do 6º ano cuja faixa etária variava de 11 a 12 anos, e 137 do 9º ano de idade ente 14 a 15 anos. O instrumento diagnóstico utilizado foi composto por 10 situações, das quais para esse estudo estamos analisando quatro delas. Os estudantes responderam as questões, durante uma aula dupla aula de Matemática, de forma individual e sem consulta a qualquer tipo de material. O instrumento foi elaborado levando em conta duas formas de organização dos problemas: na primeira foi apresentada aos estudantes os problemas “A”, para depois virem os problemas “B” (chamamos de ordem AB); e na segunda os problemas “B” foram apresentados antesdos problemas “A” (denominada BA).

As quatro situações, denominadas por 2A, 2B, 5A e 5B, pertencem à Relação Quaternária, do eixo de Proporção Simples e da classe de Muitos para Muitos, e buscam encontrar a 4ª proporcional. Todas elas são diretamente proporcionais e podem ser resolvidas pelo algoritmo da Regra de Três. Contudo, ao apresentarmos cada uma delas,discutimos outras duas formas de resolução, a relação funcional de correspondência entre as duas grandezas distintas e o operador escalar entre as duas grandezas de mesma natureza. A Figura 2 apresenta as quatro situações para que possamos discuti-las em seguida.

Figura 2.

Problemas analisados e esquemas de ação

Problemas	Esquemas de ação (cálculo relacional)
2A) O professor de Educação Física falou que a cada 2 voltas que o aluno desse correndo na quadra ele ganharia 5 pontos na sua nota. Ana se animou e deu 8 voltas. Quantos pontos ela ganhou?	Volta Ponto 2 (X 2,5) 5 (X4) 8 x
2B) Para fazer 2 litros de suco Joana coloca 6 colheres de açúcar. Para fazer 5 litros do mesmo suco quantas colheres de açúcar ela precisará?	Suco Açúcar 2 (X3) 6 (X2,5) 5 x
5A) Com 24 reais Maria compra 8 sanduiches. Com 15 reais quantos sanduiches ela compra?	Reais Sanduiche 24 (:3) 8 (:1,4) 15 x
5B) Em 24 horas João consegue fazer 15 aquários pequenos. Trabalhando no mesmo ritmo, em 8 horas quantos aquários ele consegue fazer?	Hora Aquário 24 (:1,6) 15 (:3) 8 x

Cabe salientar que elaboramos estas quatro situações relacionadas duas a duas. Iniciamos a discussão com as situações 2A e 2B. Na situação 2A, para encontrar a quantidade de 20 pontos que Ana ganhou, os estudantes podem resolver pela relação funcional de correspondência (×2,5) entre as grandezas distintas, quantidade de voltas equantidade de pontos; ou pelo operador escalar (×4) entre as quantidades de grandezas de mesma natureza (volta).

Na situação 2B, a quantidade de 15 colheres de açúcar que Joana colocará pode ser calculada pela correspondência (×3) entre as grandezas distintas, quantidade delitros de suco e quantidade de colheres de açúcar; ou pelo operador escalar (×2,5) entre as quantidades de grandezas de mesma natureza (litros de suco). Como podemos observar tanto na 2A quanto na 2B, as quantidades solicitadas são maiores que as conhecidas. Contudo, na 2A a quantidade 2 é divisor da quantidade 8 e estas correspondem a grandezas de mesma natureza (voltas), portanto o operador escalar éum número natural (4). Na 2B, a quantidade 2 é divisor da quantidade 6 e estas correspondem a grandezas de naturezas distintas (suco e açúcar, respectivamente), nestecaso o coeficiente angular (×3), dessa relação funcional, é um número natural (3).

No que diz respeito à situação 5A, para encontrar a quantidade de 5 sanduiches que Maria compraria, os estudantes podem resolver pela relação funcional de correspondência (÷ 3) entre as grandezas distintas, quantidade de reais e quantidade de sanduiches; ou pelo operador escalar (÷ 1,4) entre as quantidades de grandezas de mesma natureza (reais). No que se refere à situação 5B a quantidade de 5 aquários que João fará pode ser calculada pela correspondência (÷ 1,6) entre as grandezas distintas, quantidade de horas e quantidade de aquários; ou pelo operador escalar (÷ 3) entre as quantidades de grandezas de mesma natureza (horas). Ressaltamos que tanto na 5A quanto na 5B, as quantidades solicitadas são menores que as conhecidas. Entretanto, na 5A a quantidade 24 é múltiplo da quantidade 8 e estas correspondem a grandezas de naturezas distintas (reais e sanduiches, respectivamente), o que significa um quociente natural (3). Na 5B, a quantidade 24 é múltiplo da quantidade 8 e estas correspondem ao operador escalar, o que significa grandezas de mesma natureza (tempo em horas).

Esta situação pode ser comparada à situação 5A pelo fato da primeira quantidadeà esquerda (24) ser maior que a quantidade correspondente à direita (15), ao mesmo tempo que é maior que a quantidade de mesma grandeza (8). A diferença entre elas éque a relação de correspondência entre as grandezas distintas é um número racional, ao passo que o operador escalar é um número natural. Isso significa que, no esquema das duas situações, a primeira quantidade à esquerda é múltiplo da quantidade correspondente à direita (5A) ou é divisor da quantidade de mesma natureza (5B).

Análise dos dados

A análise dos dados será realizada apenas do ponto de vista quantitativo, quando serão comparados os desempenhos dos quatro grupos segundo os seguintes critérios: (a) o ano escolar, (b) a ordem em que os grupos resolveram os problemas, (c) relações de correspondência funcional ou escalar multiplicativo.

Apresentamos, na Figura 3 a seguir, os quatro problemas analisados neste artigo, acompanhados de seus esquemas (cálculo relacional). Lembramos que houve duasordens de aplicação, aquela em que foi primeiro apresentado aos estudantes os problemas “A”, para depois virem os problemas “B” (chamamos de ordem AB) e aquelaque os problemas “B” foram apresentados antes dos problemas “A”. Assim, a Figura 3 ainda apresenta os percentuais de acerto por grupo (6AB, 6BA, 9AB, 9BA).

Figura 3.

Problemas analisados, esquemas de ação e percentual de acerto por grupo

Problemas	**Esquemas de ação (cálculo relacional)**	**% de acerto**
2A) O professor de Educação Física falou que a cada 2 voltas que o aluno desse correndo na quadra ele ganharia 5 pontos na sua nota. Ana se animou e deu 8 voltas. Quantos pontos ela ganhou?	Volta Ponto 2 (X 2,5) 5 (X 4) 8 x	6AB 23,8 6BA 14,7 9AB 54,1 9BA 44,2
2B) Para fazer 2 litros de suco Joana coloca 6 colheres de açúcar. Para fazer 5 litros do mesmo suco quantas colheres de açúcar ela precisará?	co Açúcar 2 (X3) 6 (X2,5) 5 x	6AB 37,7 6BA 17,0 9AB 52,9 9BA 50,0
5A) Com 24 reais Maria compra 8 sanduiches. Com 15 reais quantos sanduiches ela compra?	uis Sanduiche 24 (:3) 8 (:1,4) 15 x	6AB 35,8 6BA 27,2 9AB 61,1 9BA 44,2
5B) Em 24 horas João consegue fazer 15 aquários pequenos. Trabalhando no mesmo ritmo, em 8 horas quantos aquários ele consegue fazer?	Iora Aquário 24 (:1,6) 15 (:3) 8 x	6AB 8,9 6BA 8,0 9AB 38,8 9BA 23,1

A primeira análise diz respeito às diferenças nos desempenhos entre os quatro grupos. Constatamos que essa diferença reside apenas de acordo com o ano escolar. Em outras palavras, segundo o teste de Duncan há uma diferença significativa entre dois grupos ($F_{(3,288)} = 21,521$; $p = 0,000$), a qual é coincidente com os anos escolares, conforme Tabela 1 a seguir

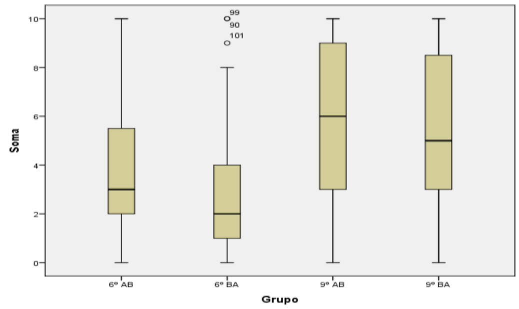
Tabela 1.

Estatísticas do desempenho dos participantes por grupo

Grupos	Nº de participantes	Média (1)	Desvio Padrão
6º AB	67	3,78 a	2,557
6º BA	88	2,89 a	2,452
9º AB	85	5,89 b	3,043
9º BA	52	5,50 b	2,832
Total	292	4,43	3,002

Gráfico 1.

Desempenho global dos quatro grupos de estudantes



A informação contida na Tabela 1, somada com as do Gráfico 1 acima, evidenciam claramente a diferença nos comportamentos dos grupos, permitindo queseja feita uma análise agrupando-os dois a dois, segundo o ano escolar. De fato, não há diferença significativa entre os dois grupos do 6º ano, tampouco entre os do 9º. Contudo, quando comparados o 6º ano, como se fora um só grupo, com o 9º ano, considerando seus dois grupos como um só, é possível identificar uma diferença consistente e estatisticamente significativa entre os desempenhos do 6º e 9 anos. Essa diferença foi identificada pelo teste t-student (t(269,1) = -7,4625; p = 0,000) paraamostra independente.

Esse resultado indica uma influência positiva da escola no conhecimento dos estudantes, em que os do 9º ano se mostram mais capazes para resolver os problemas multiplicativos propostos que os do 6º ano. E isso foi verdade tanto no que tange ao desempenho global (Gráfico 1), como para cada um dos problemas (Figura 2).

Analisamos os grupos segundo a ordem em que os problemas foram aplicados(se na ordem de resolver primeiro os problemas "A" para depois os "B" – 6ºAB e 9ºAB – ou se foi na direção oposta – 6ºBA e 9ºBA. Notamos que, embora os grupos ABtenham obtido médias de acerto superiores aos grupos BA, comparando-os dentro do mesmo grupo escolar, essa diferença não foi significativa. Dessa forma, não podemos afirmar que a ordem de aplicação dos problemas tenha interferido no sucesso dosestudantes.

Fizemos uma análise comparativa entre os problemas cujos valores de umamesma variável eram múltiplos (problemas 2A) e os problemas em que essa relação múltipla ocorria entre os valores de variáveis distintas (5A). Os resultados indicam queo problema 2A (em que 8 voltas é múltiplo de 2 voltas) apresentou um grau decomplexidade maior que o problema 5A (em que 24 reais é múltiplo de 8 sanduiches) para esses estudantes. Foi aplicado o teste McNemar e este indicou que essa diferença nos desempenhos foi estatisticamente significativa

(x^2 = 7,953 e P = 0.005). Da mesma forma, ao compararmos o problema 2B (em que 6 colheres de açúcar é múltiplo de 2 litros de suco) com o problema 5B (24 horas é múltiplo de 8 horas), constatamos que o problema 5B mostrou-se muito mais complexo que o problema 2B para esses alunos, e diferença nos desempenhos dos estudantes em um e outro problema foi estatisticamente significativo segundo o teste McNemar (x^2 = 20,132 e P = 0.000). Esses resultados nos incentivam a hipotetizar que os problemas multiplicativos de proporção simples, em quehá uma relação funcional de correspondência entre os valores das variáveis distintas, a qual está dentro do domínio dos números naturais, são considerados mais simples para os estudantes do que os problemas em que essa relação não se encontra no domínio dos naturais.

Por fim, para investigar mais de perto a influência da relação funcional de correspondência versus relação do fator escalar, comparamos os resultados obtidos pelos estudantes nos problemas 5A e 5B. Consideramos essa comparação importante porque os números dos problemas são os mesmos (8, 15 e 24), sendo que no problema 5A os números 8 e 24 estão em relação de correspondência funcional, enquanto no problema 5B esses dois números aparecem na relação escalar multiplicativa. Foi utilizado o teste estatístico McNemar para avaliar o grau de discrepância (discórdia) entre os resultados dos dois grupos e este apontou que a diferença entre os grupos foi significativa, como mostra a figura 3 a seguir:

Figura 4.
Resultado do teste McNemar para comparação dos problemas 5A e 5B

5A & 5B

5A	5B: 0	5B: 1
0	145	9
1	65	49

Teste[a] estatístico McNemar

	5A & 5B
N	268
Qui-quadrado[b]	40,878
Significância Sig.	,000

Teste de McNemar
Continuidade Corrigida

Esse resultado indica que problemas em que a relação de correspondência acontece entre múltiplos parece ser mais simples para os estudantes do que quando os múltiplos estão na relação escalar multiplicativa. Em outras palavras, o problema emque os números na relação de correspondência funcional tinham uma relação de múltiplo/divisor apresentou-se como aquele de maior sucesso para esses alunos, se comparado com problemas em que a relação múltiplo/divisor estava entre o fator escalarmultiplicativo. Esse resultado encontra-se alinhado com o que encontramos entre ao compararmos os desempenhos dos estudantes nos problemas 2A e 2B, o que reforça a hipótese de que resolver problema estabelecendo uma relação de correspondência funcional é mais simples para os estudantes do que resolver o problema por meio do escalar multiplicativo.

Conclusão

Ao olharmos com acuidade para os resultados apresentados na seção anterior e no objetivo do estudo, sentimo-nos confortáveis para anunciarmos algumas considerações em relação às variáveis de pesquisa explicitadas. Ao avaliarmos comparativamente a primeira variável de pesquisa, qual seja ano de escolaridade, é possível identificar uma diferença consistente e estatisticamente significativa entre os desempenhos do 6º e 9º anos, em favor desse último.

No que se refere a variável de pesquisa, ordem de apresentação dos problemas, observamos que, embora os grupos AB tenham obtido médias de acerto superiores aos grupos BA, comparando-os dentro do mesmo grupo escolar, essa diferença não foi estatisticamente significativa, o que não nos permite afirmar que a ordem da aplicação dos problemas interferiu no desempenho dos estudantes. Por fim, no que se refere a terceira variável de pesquisa, a influência da relação funcional de correspondência versus relação do fator escalar, os resultados nos permitem defender a ideia de que parece ser mais simples para os estudantes. Isso é válido tanto para aqueles que já aprenderam formalmente a proporcionalidade, como os que ainda não aprenderam alidar com situações multiplicativas a partir da relação de correspondência funcional.Para além das variáveis, interpretamos esse último resultado como uma boa notícia para pensarmos na introdução do conceito de função a partir da generalização de situações multiplicativas, no âmbito da relação quaternária, explorando tanto a classe de um para muitos, como, principalmente, a classe de muitos para muitos.

Referências

LIMA, Elon L. de. Meu professor de Matemática e outras histórias. Rio de Janeiro:SBM Ed. 1991.

MAGINA, Sandra; MERLINI, Vera.; SANTOS, Aparecido dos. A Estrutura Multiplicativa sob a Ótica da Teoria dos Campos Conceituais: uma visão com foco na aprendizagem. In: Castro Filho et al. (org) Matemática, cultua e tecnologia: perspectivas internacionais. Editora CRV: Curitiba, 2016. pp.65-82.

MAGINA, Sandra; SPINILLO, Alina; LAUTERT, Sintria. Raciocínio multiplicativo discutido a partir da resolução de problemas. REMATEC, v.15, n.36. 2020. pp. 78-94.

MAGINA, Sandra; LAUTERT Sintria; CAZORLA, Irene. A Teoria dos Campos Conceituais na Sala de Aula. In: MAGINA, Sandra; LAUTERT, Sintria; SPINILLO, Alina (Org) Processos Cognitivos e Linguísticos na Educação Matemática teoria, pesquisa e sala de aula. SBEM. 2022. pp 55-97.

RUDIO, Franz V. Introdução ao projeto de pesquisa cientifica.32.ed. Petrópolis: Vozes, 2001.

VERGNAUD, Gerard. Multiplicative structures. In R. Lesh & M. Landau (Eds.), Acquisition of math concepts and processes. London: Academic Press. 1983. pp.127–174.

________. Multiplicative Structures. In: Hiebert, H. & Behr, M. (Eds) Reseach Agenda in Mathematics Education. Number Concepts and Operations in Middle Grades. Hillsdale: Laurence Erlbaum Ed. 1988. pp. 141-161.

________. Multiplicative conceptual field: what and why? In. Guershon, H. e Confrey, J.(Eds.). The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics. Albany, N.Y.: State University of New York Press. 1994. pp. 41- 59.

Modelo Exploratório de Resolução de Problemas na Formação Inicial de Professores de Matemática

Exploratory Model Problem-Solving for Initial Teacher Formation in Mathematics

Modelo exploratorio de resolución de problemas en la formación inicial de profesores de matemáticas

Flávia Sueli Fabiani Marcatto
Universidade Federal de Itajubá-UNIFEI
https://orcid.org/0000-0002-9998-5705

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Resolução de problemas em aulas de Matemática

Resumo

Esta comunicação apresenta alguns resultados de um projeto de pesquisa sobre a implementação de estudos de pesquisa em Educação Matemática, mais especificamente do Modelo Exploratório de Resolução de Problemas (MERP), na formação inicial de professores de matemática, na abrangência das horas de prática como componente curricular que se constituem como facilitadoras do autêntico desenvolvimento profissional. Nesse sentido, buscou-se investigar se a implementação de um modelo de exploração matemática no contexto da aprendizagem profissional era pertinente para construir um ambiente investigativo, com vistas a alcançar a Educação Básica. A metodologia de pesquisa baseada em design apoiou este processo de implementação. As tarefas de resolução de problemas, baseadas na perspectiva do MERP, constituíram uma proposta relevante na formação inicial de professores, pois os estudantes tiveram a oportunidade de conjecturar, explicar e produzir argumentos matemáticos e justificá-los; construir ideias, partindo das ideias uns dos outros, contribuindo para o desenvolvimento de sua capacidade e da vontade de se engajar com a matemática, resultando em uma identidade positiva como produtor de matemática e dando sentido aos processos de ensino por meio dos discursos do colegas universitários.

Palavras-chave: Tarefa de resolução de problema; prática como componente curricular; experimento de design; estudos de implementação em educação matemática.

Abstract

This communication presents some results of a research project on the implementation of research studies in Mathematics Education, more specifically, the Exploratory Problem-Solving Model (MEPS), in the initial training of mathematics teachers, in the scope of hours of practice as curricular component, which constitute facilitators of authentic professional development. In this sense, we sought to investigate whether the implementation of a model of mathematical exploration, in the context of professional learning, was relevant to build an investigative environment, with a view to achieving Basic Education. The design-based research methodology supported this implementation process. Problem solving tasks, based on the MEPS perspective, constituted a relevant proposal in the initial training of teachers, as students had the opportunity to conjecture, explain and produce mathematical arguments and justify them; build ideas, starting from each other's ideas, contributing to the development of their ability and willingness to engage with mathematics, resulting in a positive identity as a producer of mathematics and giving meaning to teaching processes through the discourses of university colleagues.

Keywords: Problem solving task; practice as a curricular component; design experiment; implementation studies in mathematics education.

Resumen

Esta comunicación presenta algunos resultados de un proyecto de investigación sobre la implementación de estudios de investigación en Educación Matemática, más específicamente, el Modelo Exploratorio de Resolución de Problemas (MERP), en la formación inicial de profesores de matemáticas, en el ámbito de las horas de práctica como componente curricular, que se constituyen en facilitadores de un auténtico desarrollo profesional. En ese sentido, buscamos investigar si la implementación de un modelo de exploración matemática, en el contexto del aprendizaje profesional, era relevante para construir un ambiente investigativo, con vistas al logro de la Educación Básica. La metodología de investigación basada en el diseño apoyó este proceso de implementación. Las tareas de resolución de problemas, basadas en la perspectiva MERP, constituyeron una propuesta relevante en la formación inicial de los docentes, ya que los estudiantes tuvieron la oportunidad de conjeturar, explicar y producir argumentos matemáticos y justificarlos; construyen ideas, a partir de las ideas de los demás, contribuyendo al desarrollo de su capacidad y voluntad de relacionarse con las matemáticas, resultando en una identidad positiva como productor de matemáticas y dando sentido a los procesos de enseñanza a través de los discursos de los colegas universitarios.

Palabras clave: Tarea de resolución de problemas; la práctica como componente curricular; experimento de diseño; estudios de implementación en la educación matemática.

Introdução

O ensino e a aprendizagem de matemática, têm buscado se afastar de um modelo onde o professor apresenta a maioria, senão todas, das ideias matemáticas e os procedimentos por meio de instrução direta, em direção à instrução orientada para a investigação e o discurso matemático, sendo uma das possibilidades envolver os estudantes em atividades de exploração de problemas desafiadores, oportunidade de interação e discussão das ideias matemáticas entre alunos e entre alunos e professor.

Segundo Liljedahl e Cai (2021), a Educação Matemática tem se concentrado na Resolução de Problemas (RP) há mais de 50 anos. Desde então, muitas pesquisas foram conduzidas e muito foi publicado sobre RP, o que gerou uma crença compartilhada de que ela é, parte importante do que significa ensinar e aprender matemática. A RP vem se incorporando aos currículos ao redor do mundo, tanto como uma habilidade a ser ensinada quanto uma forma através do qual a matemática é aprendida. No Brasil, ela está inserida na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) como uma perspectiva do desenvolvimento de habilidades e competências.

(BRASIL, 2017). No entanto, a RP ainda é fonte de dificuldades para professores e alunos (LILJEDAHL e CAI, 2021). O desafio é a adesão dos professores em trabalhar com a RP em sala de aula, e ainda todo o processo que envolve a implementação. A aceitação de uma abordagem instrucional não significa garantias sobre a adequada implementação.

Além de assumir um compromisso com a resolução de problemas no currículo de matemática, os professores precisam ser estratégicos na seleção de tarefas apropriadas e na orquestração do discurso da sala de aula para maximizar as oportunidades de aprendizagem. Em particular, os professores devem envolver os alunos em uma variedade de atividades de resolução de problemas: (1) encontrar várias estratégias para resolver um determinado problema, (2) engajar-se na formulação de problemas e exploração matemática, (3) proporcionar argumentos para suas soluções e (4) fazer generalizações (LESTER e CAI, 2015).

Este estudo faz parte de um projeto de pesquisa sobre o Desenvolvimento do Raciocínio Matemático através de tarefas de Resolução de Problemas. Os objetivos que contemplam essa comunicação são: implementar o Modelo Exploratório de Resolução de Problemas MERP (KOICHU, 2019) na formação de professores de Matemática; contribuir para tornar a RP parte integral da aprendizagem e assumindo a perspectiva de que não deve ser ensinada como um tópico separado no currículo de matemática; colaborar na construção de uma base de dados sobre a implementação da RP e do MERP.

Enquadramento teórico

Koichu, Cooper e Winder (2022), definem a RP como o envolvimento com situações matemáticas às quais o estudante atribui problematicidade e não tem um caminho de solução prontamente disponível, mas tem um pano de fundo apropriado para encontrar a solução. Resolver problemas, portanto, é entendido como um meio para ajudar os alunos a aprender a pensar matematicamente e, por isso, faz parte dos currículos de matemática em quase todos os países.

Os processos de RP podem ser caracterizados por sua estrutura interna ou externa. De acordo com Rott, Specht e Knipping (2021), a estrutura interna refere-se a processos metacognitivos como heurísticas, verificações ou crenças do resolvedor em relação ao tópico. A estrutura externa refere-se a ações observáveis que podem ser caracterizadas em fases, como a compreensão dos problemas, elaboração de um plano de solução e as fases que envolvem a resolução. Quase todos os modelos de RP são normativos, ou seja, representam processos idealizados. Geralmente, os modelos normativos são usados como uma ferramenta pedagógica para orientar os processos de RP dos alunos e ajudá-los a se tornarem melhores resolvedores de problemas. (ROTT, SPECHT e KNIPPING, 2021).

Ball, Thames e Phelps (2008) defendem que ao atribuir uma tarefa de RP, os professores precisam antecipar o que os estudantes podem fazer com a tarefa em mãos. Na fase de planejamento e antecipação, foi previsto como seria o envolvimento, a interação nos grupos e coletiva e possíveis caminhos para a resolução da tarefa. Na disciplina de prática de ensino, foi destacada a importância do envolvimento deles com a tarefa e as características de uma abordagem exploratória. A preocupação era que os licenciandos tivessem oportunidades de aprender a ensinar matemática na Educação Básica, não por meio de uma prática de ensino de instrução direta, e sim como um sistema de dimensões inter-relacionadas: (1) a natureza das tarefas, (2) o papel do professor, (3) a cultura, (4) as ferramentas matemáticas e (5) a preocupação com a equidade e acessibilidade. (LESTER e CAI, 2015)

É necessário compreender como se organiza uma aula dessa natureza e perceber os aspectos envolvidos na sua condução, desde a escolha de tarefas e modelos de RP apropriados para promover um ambiente de discussão e aprendizagem na sala de aula. Planejar e conduzir uma aula exploratória é ainda mais desafiante para os futuros professores que ainda não têm experiência no ensino da matemática. É fundamental que os cursos de formação inicial criem estas oportunidades de reflexão sobre a prática. (MARTINS, MATA-PEREIRA e PONTE, 2021)

Koichu (2018, 2019) sugere um Modelo Exploratório de Resolução de Problemas (MERP), conceituando a resolução de problemas orientada para o discurso matemático. O MERP, segundo Koichu (2019), é uma sequência de mudanças de atenção estimulada pela disponibilidade de três tipos de recursos: i) os individuais do resolvedor; ii) os da turma toda, ou seja, conectado aos recursos individuais existentes com os de outros resolvedores do mesmo problema; iii) aqueles baseados na interação com uma fonte externa de conhecimento sobre a solução, por exemplo, fazendo uma busca na internet ou um colega mais avançado no curso.

Metodologia de pesquisa

O processo formativo em que foram recolhidos estes dados foi desenvolvido na disciplina de Prática de Ensino de Matemática II, que compõe as horas de Prática como Componente Curricular (PCC), com 19 licenciandos de um curso de formação de professores de matemática durante a pandemia, em 2021. os encontros aconteceram de forma remota, na plataforma de colaboração Microsoft *Teams*. A interação se deu de forma síncrona e assíncrona, através da Plataforma e do grupo da turma no aplicativo de mensagens WhatsApp.

Para garantir as discussões, as interações aconteceram através da participação online durante as reuniões com abertura dos microfones, através do chat, compartilhamento de tela, compartilhamento das resoluções na plataforma e discussões através do aplicativo de mensagens. Os encontros foram dinamizados de forma a conciliar momentos de trabalhos (i) individuais, (ii) em pequenos grupos e (iii) em discussões coletivas.

Esta pesquisa tem cunho qualitativo e interpretativo. Qualitativo porque valoriza processos didáticos em ambiente natural (BOGDAN, BIKLEN, 1994). É interpretativo pois busca compreender, no contexto do ensino, os modos pelos quais professores e alunos constituem ambientes uns para os outros (ERICKSON, 1986). O estudo se apoiou na metodologia de Pesquisa Baseada em Design - PBD (COBB, et al, 2003). Estudos de design iniciais do tipo 'um a um', como é caso desta comunicação, um pesquisador conduz uma série de sessões de ensino com uma turma de alunos para estudar os processos de aprendizagem em um domínio particular. (COBB, JAKSON e DUNLAP, 2016). Os ciclos interativos da PBD envolvem antecipação da experiência de pensamento, seguidas de experiências de instrução e posterior reflexão e revisão e levam a novas experiências de pensamento. As conjecturas são revisadas, refinadas e melhoradas.

A Pesquisa em *Design* se constitui em um processo de pesquisa que envolve a pessoa que conhece (a pesquisadora em questão) o contexto em causa (a sala de aula da prática de ensino na formação de professores (FP) de matemática) e a atividade que participa (o experimento de *design*), tendo como objetivo estudar processos de implementação do MERP (estratégias de RP) ou de mudança e a forma (tarefas de RP) de os promover em contextos naturais (FP de matemática). Dessa forma, justifica-se a escolha dessa metodologia.

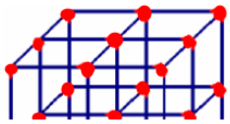
Apresentando uma análise geral de registros gerados pelas resoluções e sínteses reflexivas dos futuros professores, o problema selecionado foi Malha de Fósforos (Quadro 1), pois envolve o trabalho com figuras tridimensionais que implica uma maior exigência em termos do raciocínio espacial. Além disso, atendia um dos objetivos da ementa da disciplina de Prática de Ensino em Matemática: a abordagem da Geometria Espacial na Educação Básica de diferentes formas.

Quadro 1.

A tarefa de resolução de problemas (*Disponível em* [*http://www.fctec.ualg.pt/matematica/5estrelas/10-11/subs/sub12.htm)*](http://www.fctec.ualg.pt/matematica/5estrelas/10-11/subs/sub12.htm)

Resolvam o problema procurando justificar as estratégias que utilizarem.

Problema Malha de Fósforos: Fábio começou a construir uma malha de pequenos cubos, feita com fósforos. Cada aresta de um pequeno cubo é formada por um único fósforo, como ilustra a figura abaixo. Até agora, apenas criou uma malha composta por 8 cubos pequenos, mas o seu objetivo é construir uma malha cúbica de 1000 cubos pequenos. De quantos fósforos Fábio irá precisar para essa construção?



Apresentação e discussão dos resultados

As resoluções foram analisadas no que diz respeito aos recursos: i) individuais; ii) interação com os outros resolvedores; iii) interação com uma fonte externa. Esses três recursos são dedicados a abranger todas as situações frequentes de RP em ambiente de instrução e podem ser empregados de forma isolada ou complementares.

Os licenciandos inseriram dez resoluções na plataforma digital. Três resoluções interpretaram de forma equivocada o problema e apresentaram soluções simplificadas (ao realizarem a decomposição e/ou composição em pequenos cubos, não observaram arestas em comum e finalizaram suas soluções por meio de regra de três simples). Serão apresentados aqui trechos de outras três resoluções, que foram discutidas na reunião on-line durante a etapa de orquestração das discussões matemáticas, com destaque para as diferenças de raciocínios e estratégias utilizadas. Levou-se em conta que em todas os alunos identificaram que 1000 cubos pequenos correspondem a um cubo de aresta 10.

Fazendo uso de representação verbal e simbólica, a resolução 1 inicia contando, de uma forma organizada, quantos fósforos há na fileira composta por dez cubinhos. Para isso, conta o número de fósforos (arestas) de um cubinho e observa que, a cada novo cubo conectado, adiciona mais oito fósforos, totalizando 84 fósforos. Este raciocínio é repetido para as outras fileiras e, dada a regularidade e tridimensionalidade, conclui-se que a base, composta por 100 cubos, possui 561 fósforos. Nos processos mobilizados, a resolução baseia-se na identificação dos subconjuntos dos objetos, particularmente dos fósforos que estão na horizontal e na vertical. A resolução continua usando processos aritméticos a partir da generalização da estratégia usada anteriormente (Quadro 2). Os registros recorrem sempre às representações verbal e simbólica na forma da linguagem natural e por expressões numéricas.

Quadro 2.

Encontrando camadas (Resolução 1)

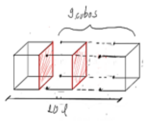
Agora encontraremos as camadas de cima, que também terão arestas em comum. O primeiro cubo terá 4 arestas em comum, precisando de oito fósforos para ser completo, o segundo terá sete, assim como o terceiro, quarto... Ficando então: 1ª fileira da segunda camada: 8-5-5-5-5-5-5-5-5-5 Como na base que achamos primeiro, a 2ª fileira da 2ª camada também terá arestas em comum com a primeira e a base que está abaixo. O primeiro cubo com 7 arestas iguais, e os demais com 9, o que ocasiona: 5-3-3-3-3-3-3-3-3-3-3 Equivalendo também as outras 8 fileiras, enfim, teremos como total de fósforos na segunda

A segunda resolução difere da anterior no que se refere à representação, fazendo uso, além da verbal e da simbólica, da representação visual (Quadro 3).

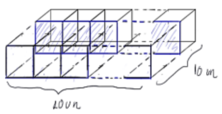
Quadro 3.

Número de fósforos para uma fileira e para uma base (Resolução 2)

$$F_{10} = 12 + (9 \cdot 8) = 84$$



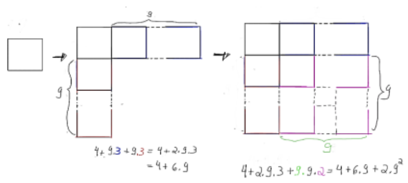
$$B_{10} = 84 + (9 \cdot 53) = 561$$



Se retiramos do total (561 fósforos) para formar uma "base", a quantidade de fósforos do lado em comum, temos que são 341 novos palitos de fósforo:

$$Nova\ Base\ = 561 - \ (4 + \ 2 \cdot 9 \cdot 3 + 2 \cdot 9^2) = 561 - 220 = 341\ fósforos$$

Para contar os fósforos do lado em comum, primeiro construímos 1 quadrado, ou seja, usamos 4 palitos de fósforo, em seguida fazemos uma fileira da mesma forma que o anterior adicionando 3 palitos, só que agora precisamos fazer esta fileira para dois lados, por isso multiplicamos por 3, e por fim precisamos fechar a área adicionando em cada fileira 2*9 palitos, só que temos 9 fileiras, por isso 2*9². Na figura abaixo, mostramos o processo de construção desta região comum entre duas bases.



Adicionando mais 9 bases "em cima" da construída anteriormente, para obtermos a altura de 10 un., e assim formar uma malha de 1000 cubos: a primeira base tem 561 palitos de fósforos, a segunda base terá mais 100 cubos, mas por ter um "lado" em comum com o primeiro (pintado em verde na figura abaixo) terá 341 novos fósforos e assim por diante, logo para construir uma malha de 1000 cubos pequenos precisamos de 3630 fósforos no total. $M_{10} = 561 + (9 \cdot 341) = 3630$

Assim como na Resolução 1, a segunda resolução começa por usar uma estratégia que aplica a um cubo e na sequência a replica para uma fileira com 10 cubos. A esse resultado, são acrescentados os fósforos que se ligam à fileira anterior, formando o que chamam de base`". Assim, a contagem do número de fósforos decorre de um modelo mental organizado a partir da identificação dos subconjuntos de objetos: as bases (em que contam nove "em acima" da 1ª. base) e o processo de construção de cada base sobreposta (representada pelas planificações dos cubos por cores). Estes subconjuntos estão bem coordenados, o que é perceptível em toda a Resolução 2 pela preocupação de não repetir fósforos.

Nessa resolução, observamos o raciocínio espacial, mas também o pensamento algébrico. As representações visuais evidenciam a presença de regularidades geométricas, mas a identificação de um padrão numérico parece ter um papel fundamental para chegarem à generalização. Além da utilização da simbologia através da qual é apresentada a generalização, que chamam de forma geral, associada a uma sequência, observa-se ainda a manipulação algébrica com que alguns elementos do grupo estão familiarizados pela sua formação escolar. Parece evidente a compreensão sobre o significado das expressões e a presença de pensamento funcional.

Na Resolução 3 (Quadro 4), observa-se uma sequência de mudanças de atenção de um licenciando estimulado pela disponibilidade de recursos à internet e a de um colega que está mais avançado no curso. Ele recorre à linguagem escrita e simbólica (representação tabelar) para resolver por meio de operações aritméticas. Aqui, as mudanças de atenção parecem ser caracterizadas por seus recursos matemáticos, heurísticos e afetivos.

Quadro 4.
Resolução obtida em interação com outra fonte (Resolução 3)

1 cubo – 12 arestas (palitos) Por essas simples informações que tirei olhando pelo desenho, percebe-

2 cubos – 20 arestas se que não há nenhuma sequência de proporcionalidade para que eu

3 cubos – 28 arestas possa fazer uma regra de três para encontrar a quantidade de palitos

4 cubos – 33 arestas que serão necessários para se montar 1000 cubos.

5 cubos – 40 arestas

6 cubos – 45 arestas Comentei sobre a regra de três porque foi a primeira tentativa que fiz

7 cubos – 49 arestas para tentar solucionar o problema mas como não deu certo tentei criar

8 cubos – 54 arestas uma fórmula e cheguei na seguinte: P = $12n - n^2 + 1$, P sendo o número de palitos necessários e n o número de cubos. Mas percebi que essa fórmula só funcionava para $n \neq 0 \; e \; n \leq 4$. Como não consegui chegar em nenhum resultado compreensível e aceitável fui pesquisar o problema na internet e com colegas do 4º. ano da matemática. A melhor sugestão que me deram foi organizar uma tabela:

Malha Cúbica	no. arestas base	no. arestas planos horizontais	no. Arestas verticais	Total de arestas na malha cúbica

Nas três resoluções apresentadas, identificam-se aspectos próprios dos raciocínios espacial e algébrico, e essa identificação de estilos permite avançar para uma conclusão relevante: essa abordagem de tarefa de RP permite ir ao encontro de diferentes estilos de aprendizagem e experiências que, num contexto de formação inicial de professores de matemática, é um aspecto significativo.

Os licenciandos mostraram estar familiarizados de forma distinta com a linguagem algébrica, considerando que a expressão das ideias algébricas pode ocorrer sem recurso à notação algébrica convencional, e é importante que esses futuros professores saibam desenvolver com seus alunos um percurso consistente até à utilização de uma linguagem mais formal.

Outro aspecto, associado à diversidade de abordagens, diz respeito às representações usadas. As resoluções mostram diferentes tipos de representações – verbais, simbólicas e visuais – embora com diferentes níveis de desenvolvimento. Há, contudo, o estabelecimento de relações entre essas representações que ilustram as conexões entre a Aritmética, a Álgebra e a Geometria. As conexões podem favorecer uma visão integrada da Matemática e o recurso a diferentes perspectivas e abordagens.

Considerações finais

As tarefas de RP devem ser convidativas, desafiadoras e apoiar o engajamento ativo de todos os alunos da turma em todas as fases da atividade. Eles devem sentir que podem contribuir no desenvolvimento da atividade, que seu raciocínio matemático, bem como de seus colegas, seja reconhecido, favorecendo, desse modo, que todos tenham acesso ao conteúdo matemático discutido.

O uso do ambiente digital interativo para discussões sobre ideias matemáticas online síncronas e assíncronas têm ganhado atenção nos últimos anos, e estudos como de Koichu e Keller (2019) revelaram que elas permitem que os alunos usem seu conhecimento matemático de forma significativa, aprimorem habilidades de autorregulação e apoiem a construção do conhecimento. O tempo alongado para resolver problemas, os horários flexíveis de participação nas discussões e o incentivo da escrita explícita e precisa de suas ideias são características das discussões online.

A RP colaborativa, no contexto deste estudo, possibilitou um ambiente rico em escolhas, que é um ambiente no qual os licenciandos têm o poder de “fazer escolhas informadas de um desafio a ser enfrentado, uma maneira de lidar com o desafio, um modo de interação, uma extensão de colaboração, e um agente com o qual aprender" (KOICHU e KELLER, 2019, p. 263).

Essa experiência realizada, na formação de professores de matemática, sugere que as discussões de ideias matemáticas, mesmo no ensino remoto, são ricas em oportunidades para promulgar os três tipos de recursos do MERP para a RP: recursos individuais, recursos compartilhados e recursos estipulados pelos membros do grupo (internet ou licenciando avançado no curso). Além disso, essas experiências podem dar novo sentido à forma como os futuros professores compreendem a natureza da RP em sala de aula, favorecendo que estes processos de implementação cheguem às salas de aula através de inovações na formação inicial.

Os licenciandos tiveram a oportunidade de conjecturar, explicar e produzir argumentos matemáticos e justificá-los; construir ideias partindo das ideias uns dos outros, contribuindo para o desenvolvimento de sua capacidade e da vontade de se engajar com a matemática, resultando em uma identidade positiva como produtor de matemática. No contexto da formação de professores, isso pode ser um uma experiência em que os futuros professores dão sentido ao mundo do ensino, por meio dos discursos dos seus colegas universitários.

Referências

BALL, D. L., THAMES, M. H., e PHELPS, G. C. (2008) Content knowledge for teaching what makes it special? *Journal of Teacher Education,* EUA, 59(5), 389–407.

BOGDAN, R. e BIKLEN, S. (1994) *Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos.* Porto: Porto Editora.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. (2017) *Base Nacional Comum Curricular.* Brasília: MEC/SEB.

COBB, P. et al. (2003) Design Experiments in Education Research. *Educational Researcher*, EUA, v.32, no. 1, p. 9-13, jan/fev.

COBB, P., JACKSON, K. e DUNLAP, C. (2016) Design Research: An analysis and critique. In L. D. English e D. Kirshner (Eds.), *Handbook of international research in mathematics education* (pp. 481-503). New York: Routledge.

ERICKSON, F. (1986) Qualitative methods in research on teaching. In: WITTRICK, Merlin. C.(org.). *Handbook of research on teaching,* New York: Macmillan, p. 119-161.

KOICHU, B. (2018) Mathematical problem solving in choice-affluent environments. In: KAISER, G. FORGASZ, H. GRAVEN, M. KUZNIAK, A. SIMMT, E. e XU, B. (Eds.), Invited Lectures from the 13th International Congress on Mathematics Education. *ICME-13.* Monographs (pp. 307–324). Cham, Switzerland: Springer.

KOICHU, B. (2019) A Discursively Oriented Conceptualization of Mathematical Problem Solving. In: FELMER, P. LILJEDAHL, P. e KOICHU, B. (Eds) *Problem Solving in Mathematics Instruction and Teacher Professional Development*. Research in Mathematics Education. Springer, Cham, p. 34-66.

KOICHU, B. e KELLER, N. (2019) Creating and Sustaining Online Problem Solving Forums: Two Perspectives. In: FELMER, P. LILJEDAHL, P. e KOICHU, B. (Eds) *Problem Solving in Mathematics Instruction and Teacher Professional Development.* Research in Mathematics Education. Springer, Cham, p. 263-287.

KOICHU, B., COOPER, J. e WIDDER, M. (2022) Implementation of Problem Solving in School: From Intended to Experienced, *Implementation and Replication Studies in Mathematics Education*, Israel, *2*(1), 76-106.

LESTER JR, F. K. e CAI, J. (2015) Can Mathematical Problem Solving Be Taught? Preliminary Answers from Thirty Years of Research. In: FELMER, P., KILPATRICK, J., e PEHKONNEN, E. (Eds.). *Posing and solving mathematical problems:* Advances and new perspectives. Buenos Aires: Springer, p. 2-30.

LILJEDAHL, P. e CAI, J. (2021) Empirical research on problem solving and problem posing: a look at the state of the art. *ZDM Mathematics Education,* Berlim, 53**,** 723–735.

MARTINS, M., MATA-PEREIRA, J. e PONTE, J. P. da. (2021) Os Desafios da Abordagem Exploratória no Ensino da Matemática: aprendizagens de duas futuras professoras através do estudo de aula. *Bolema*, Rio Claro-SP, v. 35, n. 69, p. 343-364.

ROTT, B., SPECHT, B. e KNIPPING, C. (2021) A descriptive phase model of problem-solving processes. *ZDM Mathematics Education,* Berlim, 53, 737–752.

A fração atua como operador: dificuldades de ensino e aprendizagem na resolução de problemas

The fraction acts as an operator: teaching and learning difficulties in problem solving

La fracción como operador: dificultades de enseñanza y aprendizaje en la resolución de problemas

Diana Herreros Torres
Universidad de Valencia
0000-0003-4773-0767

María Teresa Sanz García
Universidad de Valencia
0000-0002-7146-8087

Carlos Bernardo Gómez Ferragud
Universidad de Valencia
0000-0002-6742-644X

Modalidad: Comunicación
Núcleo Temático: Resolución de problemas en las clases de matemáticas

Resumo

Esta investigação exploratória busca detectar as dificuldades apresentadas no desenvolvimento de um dos conteúdos básicos da Educação Primária: a fração como operadores. Para alcançar este objetivo, se estudar, tanto qualitativamente como quantitativamente, os níveis de formação disciplinar de um grupo de estudantes de 6° ano e uma mostra de 40 professores são graduados em resolução de problemas com frações, donde este atua como operador. Os resultados alteram a necessidade de superar a falsa crença de compreensão que se cria do conceito de fração, assim como a insuficiente formação disciplinar por parte de ambos os educativos. A partir de seus resultados se planta a necessidade de replantar a funcionalidade que se outorga aos conteúdos matemáticos objeto de estudo nos diferentes currículos, buscando modificar e melhorar a realidade escolar no contexto pleno de suas diferentes etapas educativas.
Palabras clave: conhecimento do professor, resolução de problemas, números racionais, ensino fundamental.

Abstract

This exploratory investigation seeks to detect the difficulties presented in the development of one of the basic contents of Primary Education: the fraction as operators. To achieve this objective, we study, both qualitatively and quantitatively, the levels of disciplinary training of a group of 6th year students and a sample of 40 teachers who are graduated in problem solving with fractions, where the latter acts as an operator. The results change the need to overcome the false belief of understanding that is created from the concept of fraction, as well as the insufficient disciplinary training on the part of both educators. Based on its results, the need arises to replant the functionality that is given to the mathematical contents that are the object

of study in the different curricula, seeking to modify and improve the school reality in the full context of its different educational stages.
Keywords: teacher knowledge, problem solving, rational numbers, elementary school education.

Resumen

Esta investigación exploratoria busca detectar las dificultades que se presentan en el desarrollo de uno de los contenidos básicos de la Educación Primaria: la fracción como operador. Para lograr este objetivo, estudiamos, tanto cualitativa como cuantitativamente, los niveles de formación disciplinar de un grupo de estudiantes de 6º curso y una muestra de 40 profesores en resolución de problemas con fracciones, donde la fracción actúa como operador. Los resultados evidencian la necesidad de superar la falsa creencia de comprensión que se crea a partir del concepto de fracción, así como la insuficiente formación disciplinar por parte de ambos agentes educativos. A partir de sus resultados surge la necesidad de replantear la funcionalidad que se le da a los contenidos matemáticos objeto de estudio en los diferentes currículos, buscando modificar y mejorar la realidad escolar en el contexto pleno de sus diferentes etapas educativas.
Palabras clave: conocimiento disciplinar, resolución de problemas, números racionales, educación primaria.

Introducción

La resolución de problemas y las fracciones son habilidades matemáticas esenciales presentes en gran parte de la educación obligatoria. Sin embargo, la comprensión de los conceptos de fracciones y sus operaciones aún no está presente en la mayoría de los estudiantes. Investigadores como Kieren (1976) o Freudenthal (1983) admiten que las fracciones son uno de los contenidos matemáticos más difíciles, especialmente en los niveles educativos básicos. De hecho, Ceballos y Murillo (2013) destacan la necesidad de superar esta falsa creencia de comprensión que se crea en torno al concepto de fracción, lo cual se evidencia cuando se le pide al alumnado que aplique y traslade los algoritmos y conocimientos previamente adquiridos, a la resolución de problemas.

En este sentido, son muchos los autores que destacan la importancia de la resolución de problemas durante el proceso de enseñanza-aprendizaje, particularmente cuando se trata de fracciones (Doyle et al., 2016). Sin embargo, en los libros escolares, la resolución de problemas pasa a un segundo plano sin ser utilizada como herramienta para la producción y consolidación de conocimientos (Pino y Blanco, 2008). Del mismo modo, los diferentes significados del número racional, los conocidos subconstructos definidos por Kieren (1976), no reciben el mismo peso ni el mismo protagonismo. En concreto, el significado “operador” a pesar de su destacada presencia en la práctica escolar, tanto en Primaria como en Secundaria, sigue sin aportar conocimientos conceptuales relevantes al alumnado y no despierta una verdadera utilidad de los mismos en su vida cotidiana. Por tanto, parece un buen campo de estudio dentro de la educación matemática, recurrir a las confluencias existentes entre el contenido de la fracción como operador y la resolución de problemas.

En esta dirección, entre las referencias más cercanas se encuentran los estudios realizados por Sanz et al. (2018, 2020), quienes luego de estudiar el desempeño de los estudiantes en la resolución de problemas donde la fracción actúa como operador determinan que el éxito en el manejo de la fracción como operador es bajo; tanto en la representación gráfica, cálculo y resolución de problemas (Sanz et al., 2018), como en relación a la habilidad lectora cuando el operador actúa sobre un todo natural o fraccionario (Sanz et al., 2020). De hecho, en una investigación con estudiantes de 12 años a partir de una tarea de resolución de problemas con fracciones Ríos-Cuesta (2021) conduce al desarrollo conceptual de los problemas con fracciones desde la representación gráfica hasta la construcción del algoritmo, destaca que los estudiantes son ayudados por representaciones gráficas, pero aún dan un lugar privilegiado al uso de algoritmos para resolver estos problemas.

Considerando al futuro profesorado, su formación en matemáticas continúa siendo un tema relevante dentro de la educación matemática. Este hecho se produce no sólo por los resultados desfavorables en el desarrollo de las habilidades cognitivas por parte de los exámenes de los alumnos, sino también por la propia insatisfacción de los docentes a la hora de realizar su trabajo, unido a las distintas reformas curriculares que exigen una cierta renovación del profesorado (Godino et al., 1999). La cuestión es que, ante este escenario, persiste la idea de si es posible hacer algo más desde la formación inicial de los docentes para que a partir de ese momento el sujeto desarrolle un saber profesional específico (de matemáticas, en este caso). Estudios como el de Olfos et al. (2014) determinan que el conocimiento profesional de un docente sobre el tema en cuestión se asocia significativamente con el desempeño de los estudiantes, es por ello que parece importante evaluar en qué medida los docentes recién egresados de primaria están adquiriendo suficiente formación en matemáticas, en particular acerca de la fracción como operador sobre un número natural o fracción en un contexto de resolución de problemas, para detectar aquellos aspectos que podrían mejorar durante su formación inicial en la universidad y así evitar su posterior repercusión en los estudiantes.

Propósito del estudio (Objetivos)

En la presente investigación, el objetivo principal fue estudiar el comportamiento de los agentes educativos presentes en el proceso de enseñanza-aprendizaje, es decir, un grupo de alumnos de Educación Primaria y un grupo de futuros maestros para diagnosticar sus posibles dificultades en una tarea de resolución de problemas, donde la fracción aparece como operador en algunas situaciones multiplicativas concretas.

De esta forma, los objetivos específicos que se proponen son:

1. Analizar el proceso de resolución aritmética y gráfica ante problemas aritméticos verbales (PAEV) que involucran a la fracción como operador, por parte de ambos agentes educativos.

2. Determinar si existen diferencias en la resolución de PAEV con operador fracción cuando actúa sobre un número natural y un número fraccionario, por parte de ambos agentes educativos.

3. Valorar la posible relación entre las conductas evaluadas en los recién licenciados en magisterio y el alumnado de Educación Primaria.

Método

Muestra

Por un lado, participaron en este estudio 20 alumnos (9 niños y 11 niñas) de 6º de Educación Primaria (11 y 12 años). Todos ellos de un colegio público de nivel socioeconómico medio-bajo ubicado en el área metropolitana de Valencia (España). En algunos casos, esto implicó considerar a los diferentes participantes, no como una muestra estadística, sino como casos de estudio.

Por otro lado, también participaron en este estudio 40 docentes (16 hombres y 24 mujeres) recién egresados de la carrera de Magisterio de Educación Primaria en una Universidad Pública Española. Los encuestados tenían entre 22 y 26 años de edad, con una edad típica de 22 años. La muestra fue una muestra de conveniencia no probabilística, cuyos participantes cursaron una asignatura de contenido matemático disciplinar (Matemáticas para profesores) y dos asignaturas de carácter pedagógico (Didáctica de las matemáticas I y II).

Instrumentos

Para abordar los objetivos planteados en este trabajo, se requirió un cuestionario de lápiz y papel. Este cuestionario se brindó tanto a estudiantes como a docentes y estuvo enfocado a resolver dos PAEV's; uno donde la fracción actúa sobre un número natural (P1) y otro donde la fracción actúa sobre un número fraccionario (P2).

En primer lugar, se explicó en voz alta el contenido del cuestionario. En segundo lugar, se entregó el cuadernillo con la siguiente demanda:

Por favor, resuelve los problemas que te planteamos a continuación, utilizando las dos formas que se solicitan, gráfica y aritmética. (Disponían de 40 minutos).

P1. A un pozo con 20 litros de agua le vaciamos tres quintas partes (3/5) para regar las plantas. ¿Cuántos litros se han vaciado?

P2. La mitad (1/2) de un pozo está lleno de agua. Si vaciamos la tercera parte (1/3) para consumir, ¿qué parte de la cantidad inicial de agua se ha vaciado?

Para analizar las respuestas de la muestra en las resoluciones se tuvo en cuenta las resoluciones de dos expertos a ambos problemas y se realizó una comparación y categorización. Cuando hablamos de resolución nos referimos al proceso por el cual el sujeto identifica que se encuentra ante una tarea a la que debe dar solución y que finaliza cuando considera que ha sido resuelta, independientemente de que el resultado sea correcto o no. La categorización por su naturaleza fue dicotómica. De esta forma, para cada una de las variables a estudiar se obtuvo una medida nominal que respondía a un 0 o a un 1, siendo 0 una respuesta incorrecta y 1 una respuesta correcta. Para cada variable en particular, las consideraciones que llevaron a la obtención de estos dos valores fueron diferentes, por lo que ahora se especifica cada variable de estudio con sus respectivas calificaciones, teniendo en cuenta que la codificación realizada se hizo siguiendo los siguientes criterios: 1 La primera inicial siempre será (P) y corresponderá a la palabra "problema". 2. El número indica si actúa sobre un número natural (1) o sobre un número fraccionario (2). 3. La tercera inicial corresponde al tipo de resolución Aritmética (A) o Gráfica (G). Así, teníamos las variables P1A_E, P1G_E, P2A_E, P2G_E para estudiantes y las variables P1A_D, P1G_D, P2A_D, P2G_D para docentes.

El objetivo de esta herramienta fue explorar las posibles dificultades de estudiantes y docentes cuando se aborda este contenido disciplinar, considerando tanto los dos métodos de resolución (aritmético o gráfico) como los dos tipos de contexto según el problema (natural o fraccionario).

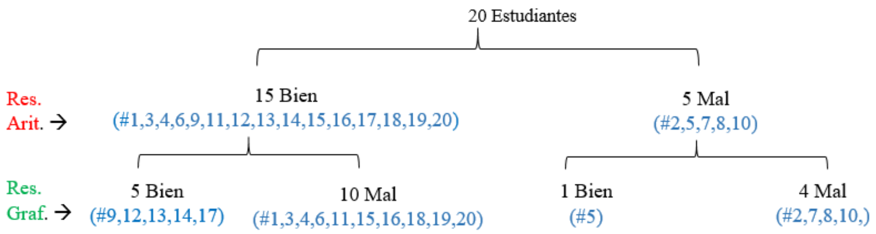
El análisis de los resultados será a) descriptivo, donde se observará la frecuencia de cada uno de los valores de codificación para cada una de las variables, y b) inferencial, donde se estudiará la relación entre los diferentes pares de estas variables según al objetivo propuesto. Para ello se utilizará a) el test de Fisher (TF), para determinar la existencia de asociación entre variables categóricas, b) la V de Cramer (VC), para medir la asociación entre variables categóricas, y c) el test de proporciones (TP), para analizar las posibles diferencias significativas entre las proporciones de diferentes categorías. En todo momento se utilizará un nivel de significación del 5%.

Resultados

Estudio 1: conocimiento sobre el operador de fracción en estudiantes de 6° grado.

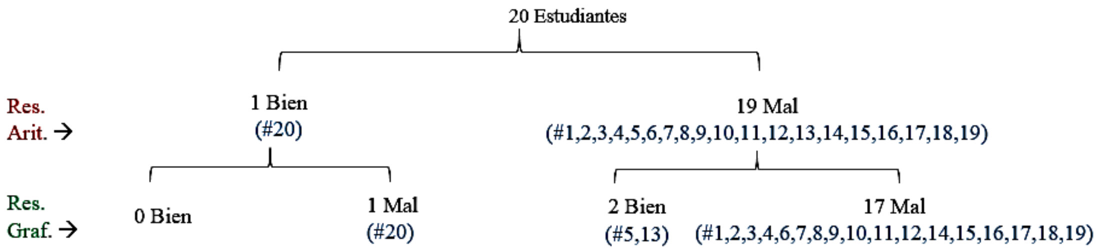
En cuanto al cuestionario, para P1, donde la fracción actúa sobre un número natural, todos los alumnos responden (o intentan) las dos formas de resolución. Se registraron resultados más satisfactorios para la resolución aritmética (15/20) que para la resolución gráfica (6/20). De los 6 que responden correctamente en resolución gráfica, solo uno lo hace mal en resolución aritmética. Esto indica que, de 20 encuestados, solo 5 han resuelto correctamente P1. Consulte la Figura 1 para obtener más detalles.

Figura 1. *Análisis de los resultados en P1 del cuestionario por estudiantes*



En referencia a P2, la Figura 2 presenta los resultados obtenidos. Se puede notar que no todos los estudiantes responden a las dos formas de resolución, ya que varios dejan en blanco la respuesta que se demanda en el tipo de resolución correspondiente, considerándolo como un resultado no exitoso (valor = 0). En este caso se registran mejores resultados en resolución gráfica (2/20) que en resolución aritmética (1/20). En su totalidad, ningún alumno ha resuelto correctamente P2 en su conjunto.

Figura 2. *Análisis de los resultados en P2 del cuestionario por estudiantes*



Al tratar de analizar si existe relación entre el éxito según los tipos de resolución o problemas la Figura 3 y la Tabla 1 nos muestran diferentes conclusiones. Por un lado, se puede observar que para P1 existen diferencias significativas (TP=6.416; p-valor=0.011) entre el éxito en la resolución aritmética y la gráfica, siendo superior para la primera, tal y como se ha comentado anteriormente (Figura 1). Por otro lado, se puede destacar que el éxito en la resolución aritmética es superior para P1 que para P2, siendo esta diferencia significativa (TP=17.604; p-valor=0.001). Finalmente, considerando en su totalidad el éxito para P1 y P2, se obtienen diferencias significativas (TP=5.714; p-valor=0.047) siendo superior el éxito en P1.

Figura 3. *Proporciones de éxito y tipo de tarea en estudiantes*

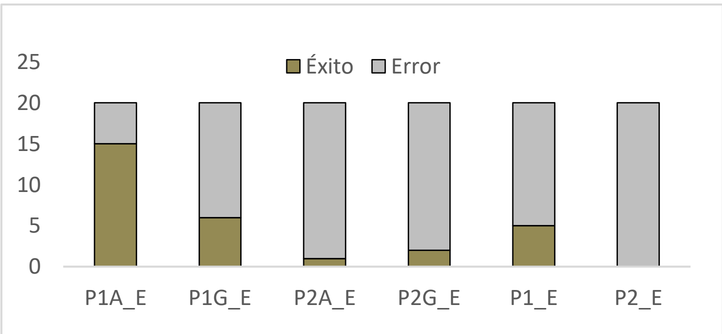


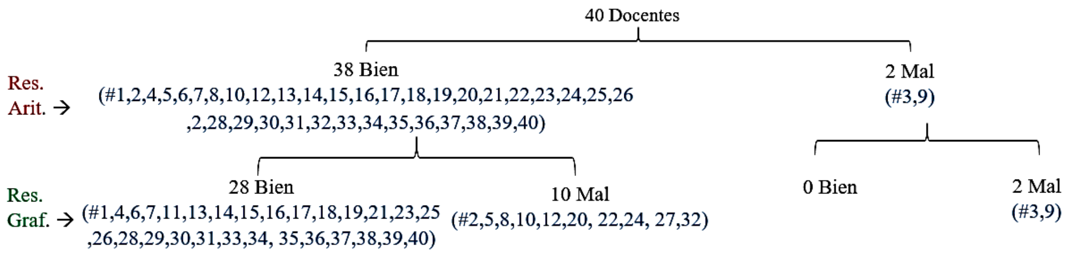
Tabla 1. *Asociación y diferencia de proporciones en estudiantes*

	TF(p-valor)	VC	TP(p-valor)
P1A_E vs P1G_E	8.42(0.010)	0.451	6.416(0.011)
P2A_E vs P2G_E	0.3620 (1.0)	0.095	0.117 (1.0)
P1A_E vs P2A_E	20.417(0.001)	0.714	17.604(0.001)
P1G_E vs P2G_E	2.500 (0.235)	0.25	1.406(0.235)
P1_E vs P2_E	3.657(0.056)	0.378	5.714(0.047)

Estudio 2: conocimiento sobre el operador fracción en docentes recién graduados

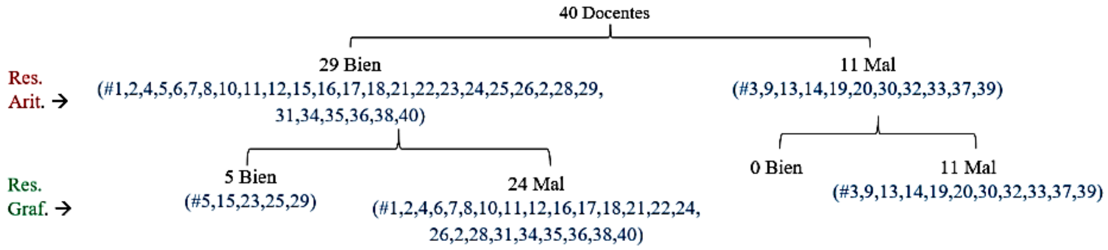
Para P1, donde la fracción actúa sobre un número natural, todos los docentes responden (o intentan) a las dos formas de resolución (Figura 4). Se registraron resultados más satisfactorios para la resolución aritmética (38/40) que para la resolución gráfica (28/40), siendo estos resultados análogos en el estudiantado. De los 28 que hacen bien la resolución gráfica, ninguno tiene mal la resolución aritmética, concluyendo así que solo 28/40 han resuelto correctamente P1.

Figura 4. *Análisis de los resultados en P1 del cuestionario por docentes*



La Figura 5 presenta los resultados obtenidos con P2. Se puede notar que todos los docentes responden a las dos formas de resolución, registrando resultados más exitosos en resolución aritmética (29/40) que en resolución gráfica (5/40). De los 5 que tenían acertada resolución gráfica, ninguno tiene mal la aritmética. Esto indica que, de 40 encuestados, solo 5 han resuelto correctamente el P2 en su conjunto.

Figura 5. *Análisis de los resultados en P2 del cuestionario por docentes*



El análisis comparativo refleja diferencias significativas en todas las categorías (Figura 6 y la Tabla 2). Esto evidencia que a) el éxito en la resolución aritmética es superior a gráfica, en ambos problemas, b) ambos tipos de resolución son más exitosos sobre números naturales que sobre fracciones, y c) P1 tiene una resolución más exitosa que P2.

Figura 6. *Proporciones de éxito por problema y tipo de resolución en docentes*

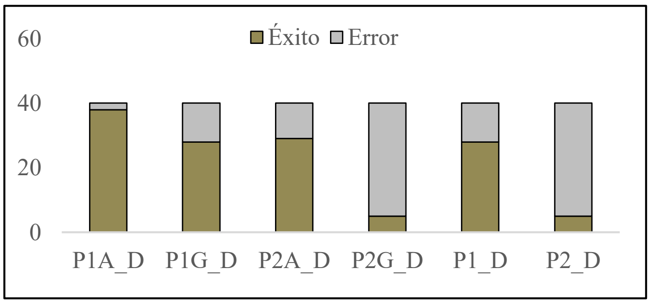


Tabla 2. *Asociación y diferencia de proporciones*

	TF(p-valor)	VC	TP(p-valor)
P1A_D vs P1G_D	8.658(0.006)	0.329	7.013(0.008)
P2A_D vs P2G_D	16.797(<0.001)	0.45	4.45(<0.001)
P1A_D vs P2A_D	7.440(0.013)	0.305	5.878(0.015)
P1G_D vs P2G_D	14.459(<0.001)	0.425	12.808(<0.001)
P1_D vs P2_D	14.459(<0.001)	0.425	12.808(<0.001)

Comparación: alumnos de Educación Primaria y profesores recién titulados.

Intentando valorar la posible influencia de ambos agentes educativos (Tabla 3), se procede ahora al desarrollo de una nueva influencia entre ellos para obtener información, a nivel disciplinario, sobre el conjunto de la muestra investigada. En cuanto a P1, se observa que todos ellos tuvieron una fuerte relación y que las diferencias entre las proporciones de éxito son significativas al respecto de la resolución gráfica (TP=7.135; p-valor=0.008), siendo superior el éxito en el caso del futuro profesorado (28/40 respecto a 6/20, Figura 4 y Figura 1, respectivamente). Al respecto de P2, las diferencias significativas se evidencian en el método de resolución aritmético, dónde se tiene TP=21.675(<0.001), y al igual que en el caso anterior, el futuro docente obtiene mayor éxito (29/40 respecto a 1/20, Figura 5 y Figura 2, respectivamente). Finalmente, el análisis global de los problemas refleja nuevamente diferencias, tanto en P1 (TP=9.167; p-valor=0.002) como en P2 (TP=5.023; p-valor=0.025).

Tabla 3. *Asociación y diferencia de proporciones para p1 y p2 entre ambos*

	TF(p-valor)	**VC**	**TP(p-valor)**
P1A_E vs P1A_D	5.175(0.036)	0.294	3.416(0.064)
P1G_E vs P1G_D	8.688(0.001)	0.381	7.135(0.008)
P1_E vs P1_D	10.909(0.002)	0.426	9.167(0.002)
P2A_E vs P2A_D	24.300(<0.001)	0.635	21.675(<0.001)
P2G_E vs P2G_D	2.550(0.184)	0.208	1.600(0.206)
P2_E vs P2_D	6.735(0.011)	0.335	5.023(0.025)

Discusión y conclusión

Al resumir las diferentes contribuciones de nuestra investigación, podemos ver que en relación con los PAEV experimentales, hay dos elementos principales que generan diferencias relevantes en la consideración final de los resultados. Con esto entendemos, por un lado, la cantidad o número sobre el que la fracción actúa como operador, según sea un número natural o racional y, por otro lado, el método de resolución solicitado, según sea aritmético o gráfico. Los resultados de esta investigación apuntan un mayor éxito cuando la fracción opera sobre un número natural y no sobre otra fracción. Este hecho es justificado ya que el número natural se introduce antes en la educación escolar, teniendo más peso en el currículo (LOMLOE, 2022). Por otro lado, Ríos (2007) señala que, en la enseñanza de la fracción como operador, el contexto que predomina es la fracción sobre un número natural, ya que la interpretación parte-todo se suele enseñar a través de representaciones gráficas de objetos discretos con cantidades pequeñas. Por otro lado, un estudio reciente (Sanz et al., 2020) sobre la relación entre la complejidad -medida a través de la comprensión lectora del propio enunciado- y el éxito en la resolución de problemas de las mismas características que los presentes en este estudio muestra que están relacionadas, siendo más complejas aquellas cuyo todo es una fracción. Se debe destacar, que los resultados para el futuro profesorado no difieren al respecto del alumnado, y esto es debido a que los racionales siguen presentando dificultades en niveles de educación superior (Martínez, 2018).

Teniendo en cuenta cada método de resolución, aritmético o gráfico, la mayoría de los participantes obtienen un nivel de éxito mucho mayor en la resolución aritmética que en la resolución gráfica. Una de las referencias importantes es el papel que juegan los materiales curriculares en base a lo dispuesto en el Real Decreto 157/2022, de 1 de marzo, ya que este documento incluye la representación gráfica como uno de los contenidos clave en relación con las fracciones hasta 3º de Educación Primaria. Posteriormente, este tipo de representación pasa a un segundo lugar, siendo sustituido por la priorización del tratamiento aritmético de las operaciones con fracciones. De acuerdo con estos resultados, el uso de diferentes representaciones en la formación docente debe enfatizarse y, en consecuencia, debe revisarse en el currículo de la escuela primaria.

Por lo tanto, en base a los resultados, en cuanto a la existencia de un posible vínculo entre el dominio del contenido en cuestión por parte de los docentes y su impacto en el aprendizaje de los estudiantes, se podría afirmar que las dificultades encontradas en los resultados de los estudiantes son consecuencia de razones como el insuficiente dominio a nivel disciplinar del contenido de fracción por parte de los docentes, por lo que esa fracción como operador, así como el significado de fracción en general, sigue siendo hoy un contenido en el que seguir investigando, en pro de mejorar la oferta educativa.

Referencias

Ceballos, L., y Murillo, A. (2013). Las prácticas de enseñanza empleadas por docentes de matemáticas y su relación con la resolución de problemas, mediados por fracciones. Revista Científica, 14, 253–257.

Doyle, K. M., Dias, O., Kennis, J. R., Czarnocha, B., & Baker, W. (2016). The Rational Number Sub-Constructs as a Foundation for Problem Solving. Adults Learning Mathematics, 11(1), 21-42.

Freudenthal, H. (1983). Didactical Phenomenology of Mathematical Structures.

Godino, J. D., Batanero, C., & Flores, P. (1999). El análisis didáctico del contenido matemático como recurso en la formación de profesores de matemáticas. Departamento de Didáctica y Organización Escolar, 165–185.

Kieren, T. (1976). On the mathematical, cognitive and instructional foundations of rational numbers. En Lesh, R. y Bradbard, D. (Eds.). Number and Measurement: Papers from a research workshop (pp. 101–144). ERIC/SMEAC.

Ley Orgánica 3/2020, de 29 de diciembre, por la que se modifica la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación. Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. BOE-A-2020-17264, nº 340, de 30 de diciembre de 2020. Madrid, España.

Martínez Moreno, F. W. (2018). Dificultades en la enseñanza de las fracciones de educación básica: una mirada desde los organizadores del currículo y el análisis didáctico en la perspectiva de la formación de profesores.

Olfos, R., Goldrine, T., & Estrella, S. (2014). How Much Is Teachers' Pedagogical Content Knowledge Related to Students' Understanding of Fractions? Revista Brasileira de Educação, 9(59), 913–944.

Pino, J., & Blanco, L. J. (2008). Análisis de los problemas de los libros de texto de Matemáticas para alumnos de 12 a 14 años de edad de España y de Chile en relación con los contenidos de proporcionalidad. Publicaciones, 38(1), 63–88.

Real Decreto 157/2022, de 1 de marzo, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria. Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. BOE-A-2022-3296, nº 52, de 3 de marzo de 2022. Madrid, España.

Ríos, Y. (2007). Ingeniería Didáctica referida al concepto de fracción. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 20(1), 270–275.

Ríos-Cuesta, W. (2021). Aplicación de las representaciones gráficas y la visualización a la resolución de problemas con fracciones: una transición hacia el algoritmo. Revista Virtual Universidad Católica del Norte, (63), 196-222.

Sanz, M. T., Figueras, O., y Gómez, B. (2018). Las fracciones, habilidades de alumnos de 15 a 16 años. Revista de Educación de la Universidad de Granada, 25, 257-279.

Sanz, M. T., López-Iñesta, E., Garcia-Costa, D., & Grimaldo, F. (2020). Measuring arithmetic word problem complexity through reading comprehension and learning analytics. Mathematics, 8(9), 1556.

IX CIBEM
Congresso Iberoamericano de Educação Matemática
05 a 09 de dezembro de 2022

Proposição de Problemas no âmbito da Resolução de Problemas: implicações para a sala de aula de Matemática

Problem Posing within the scope of Problem Solving: implications for the Mathematics classroom

Proposición de Problemas en el ámbito de la Resolución de Problemas: implicaciones para el aula de Matemáticas

Fabíola da Cruz Martins[939]
Universidade Estadual da Paraíba
https://orcid.org/0000-0001-6838-9671

Silvanio de Andrade[940]
Universidade Estadual da Paraíba
https://orcid.org/0000-0002-1490-812X

Modalidade: Comunicação oral
Núcleo Temático: Resolução de problemas em aulas de Matemática

Resumo

Este trabalho tem como objetivo discutir as contribuições da Proposição de Problemas como ponto de partida da atividade matemática e como ferramenta que operacionaliza e impulsiona o trabalho com Exploração e Resolução de Problemas. Para tanto, apresentamos uma atividade desenvolvida em uma oficina realizada no Grupo de Estudos e Pesquisa sobre Educação e Pós-Modernidade (GEPEP), composto por alunos do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática (PPGECEM) da Universidade Estadual da Paraíba (UEPB). Esta oficina é parte do estudo exploratório da pesquisa de doutorado da primeira autora, que desenvolveu a atividade considerando a Proposição de Problemas como ponto de partida, e a Exploração de Problemas como metodologia orientadora na proposição e resolução de problemas. Esta atividade, que envolveu o conteúdo de Progressão Aritmética, mostrou como as Múltiplas Representações da Álgebra possibilitam uma aprendizagem com mais compreensão, pois proporciona uma visão geral do problema, por meio de diferentes perspectivas, que também favorece a exploração do problema. Concluímos que a Proposição de Problemas como ponto de partida da atividade matemática na exploração de problemas permite uma exploração mais profunda do problema em questão. Além disso, no contexto da Exploração, Proposição e Resolução de Problemas como metodologia de ensino-aprendizagem, essa indissociabilidade tem sido perceptível, e que embora em algum momento da atividade algumas surjam mais que outras, não há possibilidade de separá-los, pois elas se complementam.
Palavras-chave: Representações Múltiplas de Álgebra, Exploração-Proposição-Resolução de Problemas, Progressão Aritmética, Ensino de Matemática.

Abstract

[939] fabiolaa--@hotmail.com
[940] silvanio@usp.br

This work aims to discuss the contributions of Problem Posing as a starting point of mathematical activity and as a tool that operationalizes and drives the work with Problem Exploration and Solving. To this end, we present an activity developed in a workshop held at the Study and Research Group on Education and Post-Modernity (GEPEP), composed of students from the Graduate Program in Science Teaching and Mathematics Education (PPGECEM) at the Universidade Estadual da Universidade Paraiba (UEPB). This workshop is part of the exploratory study of the first author's doctoral research, which have developed the activity considering Problem Posing as a starting point, and Problem Exploration as guiding methodology in problem posing and solving. This activity, which has involved the Arithmetic Progression content, has showed how the Algebra Multiple Representations enable learning with more understanding, as it provides an overview of the problem, through different perspectives, which also favor the problem exploration. We conclude that the Problem Posing as a starting point of the mathematical activity in problem exploration allows a deeper exploration of the problem in question. Furthermore, in the context of Problem Exploration, Posing and Solving as a teaching-learning methodology, this inseparability has been noticeable, and that although at some point in the activity some emerge more than the others, there is no possibility of separating them, as they complement each other.
Keywords: Multiple Representations of Algebra, Exploration-Posing-Solving Problem, Arithmetic Progression, Mathematics Teaching.

Resumen

Este trabajo tiene como objetivo discutir los aportes de la Proposición de Problemas como punto de partida de la actividad matemática y como herramienta que operacionaliza e impulsa el trabajo con Exploración y Resolución de Problemas. Para ello, presentamos una actividad desarrollada en un taller realizado en el Grupo de Estudios e Investigaciones sobre Educación y Post-Modernidad (GEPEP), integrado por estudiantes del Programa de Posgrado en Enseñanza de las Ciencias y Educación Matemática (PPGECEM) de la Universidade Estadual da Universidade Paraíba (UEPB). Este taller forma parte del estudio exploratorio de la investigación doctoral del primer autor, el cual desarrolló la actividad considerando como punto de partida la Propuesta de Problemas, y como elementos orientadores la Exploración y Resolución de Problemas. Esta actividad, que involucró el contenido de Progresión Aritmética, mostró cómo las Representaciones Múltiples del Álgebra permiten aprender con mayor comprensión, ya que brinda una visión amplia del problema, a través de diferentes perspectivas, que también favorecen la exploración del problema. Concluimos que la Proposición de Problemas como punto de partida de la actividad matemática permite una exploración profunda del problema en cuestión. Además, en el contexto de Exploración, Proposición y Resolución de Problemas como metodología de enseñanza, se notaba su inseparabilidad, y que si bien en algún momento de la actividad unas emergen más que otras, no hay posibilidad de separarlas, ya que se complementan entre sí otro.
Palabras clave: *Múltiples Representaciones de Álgebra, Exploración-Proposición-Resolución de Problemas, Progresión Aritmética, Enseñanza de las Matemáticas.*

Introdução

A Proposição de Problemas é um tema emergente na Educação Matemática que, nos últimos anos, vem ganhando proporção em termos de pesquisas e práticas educativas, tendo destaque em eventos e publicações internacionais e também estando presente no currículo educacional de muitos países. Ela constituiu o 17° *Topic Study Group* (Tópico Grupo de Estudos) do 14° *International Congress on Mathematical Education* (Congresso Internacional de Educação Matemática) realizado em Shanghai – China, no ano 2021.

De acordo com Silver (1994) a Proposição de Problemas foi identificada por alguns líderes consagrados em Matemática e Educação Matemática, a exemplo Freudenthal (1973) e Polya (1954), como um aspecto importante da Educação Matemática e apresentada em documentos oficiais, como nos *standards for teaching mathematics,* publicados pelo *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM, 1991) dos Estados Unidos.

Andrade (2017) aponta que a Proposição de Problemas tem impulsionado o trabalho com a Resolução e a Exploração de Problemas, podendo ocorrer tanto antes, como durante e depois do processo de exploração de problemas. Contudo, o autor orienta que ela ocorra no primeiro momento, sendo, dessa forma, o ponto de partida de todo esse processo.

Nesse sentido, consideramos neste trabalho que a Proposição de Problemas colabora no ensino-aprendizagem de Matemática como um todo, pois, ao propor problemas, o aluno tem a possibilidade de se inserir no contexto do problema, sendo ele o mundo físico ou não, e na ação Matemática, tornando-a, dessa forma, mais compreensiva.

Nessa perspectiva, desenvolvemos este trabalho com o objetivo de discutir as contribuições da Proposição de Problemas como ponto de partida da atividade matemática e como ferramenta que operacionaliza e impulsiona o trabalho com a Exploração e Resolução de Problemas.

Exploração, Proposição e Resolução de Problemas: aspectos teóricos

A Proposição de Problemas é uma ferramenta que auxilia e subsidia o trabalho com a Exploração e Resolução de Problemas, ela não se configura uma linha de pesquisa singular e independente, ou um momento trabalhado de modo isolado em sala de aula, sua proposta de utilização trata de uma integração à perspectiva atual da Metodologia de ensino-aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas.

Crespo (2015) afirma que a Proposição de Problemas está inextricavelmente ligada a Resolução de Problemas, pois ela envolve o trabalho de Resolução de Problemas, já que os problemas não surgem simplesmente do nada ou sem algumas explorações matemáticas significativas.

Brown e Walter (2005) apontam duas maneiras diferentes que explicam como a Proposição de Problemas está enraizada na atividade de Resolução de Problemas. Primeiro, eles apontam que é impossível resolver um novo problema sem antes reconstruir a tarefa colocando novos problemas no próprio processo de resolução. Em segundo, eles colocam que para compreendermos completamente o significado do processo realizado na resolução de um problema, é necessário que ao final dela, seja gerado e analisado um novo conjunto de problemas relacionado ao problema resolvido.

Crespo (2015) discute que no ano 2000, os pesquisadores começaram a se concentrar na Proposição de Problemas do professor e em como ela abre e fecha as oportunidades de aprendizado dos alunos. No entanto, a autora aponta que a Proposição de Problemas ainda não ganhou a mesma visibilidade que a Resolução de Problemas tem nos currículos de matemática escolar.

Atualmente, a Proposição de Problemas ainda é considerada um campo com territórios inexplorados, sobretudo a nível nacional, em que encontramos algumas pesquisas de mestrado e quase nenhuma pesquisa de doutorado. Já a nível internacional, temos uma literatura mais densa, com diversas pesquisas na área, contudo ainda é consensual entre eles que há uma necessidade de intensificar esses estudos.

De acordo com Kilpatrick (2017) a Proposição de Problemas tem chamado mais atenção nos últimos anos devido o trabalho realizado por Ed Silver e Jinfa Cai, a qual é evidenciado exemplos e consequências desse trabalho no livro *Mathematical Problem Posing: From Research to Effective Practice* publicado em 2015 pelos autores Florence Mihaela Singer, Nerida F. Ellerton e Jinfa Cai.

Para Singer, Ellerton e Cai (2013) a Proposição de Problemas é uma questão antiga, o que há de novo é a conscientização da necessidade dela permear os sistemas de ensino em todo o mundo, tanto como um meio de ensino (destinado a envolver os alunos em atividades de aprendizado genuínas que produzem uma compreensão profunda dos conceitos e procedimentos da Matemática) quanto como um objeto de ensino (focado no desenvolvimento da proficiência dos alunos na identificação e proposição de problemas de situações não estruturadas) com alvos importantes em situações da vida real.

No Brasil, temos algumas pesquisas a nível de Mestrado, desenvolvidas na UEPB, que têm dado forte atenção ao trabalho com a Proposição de Problemas. De forma prática, tem sido usada a expressão: Exploração, Proposição e Resolução de Problemas ou simplesmente Exploração de Problemas, por entender que a Exploração compreende tanto a Resolução como a Proposição (ANDRADE, 2017). Estes trabalhos, explicitam, a partir da sua vivência/experiência no âmbito do desenvolvimento da pesquisa, como acontece o processo de

Exploração, Proposição e Resolução de problemas dentro do cotidiano de sala de aula.

Andrade (2017) esclarece a conexão entre a Exploração, Proposição e Resolução de problemas, o qual ele expressa a necessidade da utilização de um hífen e cunha o termo Exploração-Resolução e Proposição, e explica:

> Na proposição de problemas, a exploração de problemas é vista como uma caixa de ferramentas que possibilita e avança o trabalho de proposição de problemas. Por sua vez, a proposição de problemas é também uma caixa de ferramentas que operacionaliza e avança o trabalho com a exploração de problemas. Da mesma forma é a resolução de problemas no contexto desse trabalho (ANDRADE, 2017, p. 389).

No entanto, Andrade (2017) aponta que em todas essas pesquisas realizadas, a Proposição de Problemas parece ser a ferramenta mais difícil de ser trabalhada e desenvolvida nos alunos e que ela só é desenvolvida após um período intenso de trabalho de sala de aula. Para o autor "isso advém de uma prática de sala de aula que tem sido concentrada apenas na resolução de problemas oriunda de problemas propostos exclusivamente pelo professor e nunca pelos alunos" (ANDRADE, 2017, p. 388).

Isto também foi percebido em nossa pesquisa de mestrado (AUTOR, 2019), desenvolvida com licenciandos em Matemática, em que trabalhamos com o Ensino-Aprendizagem de Sistemas Lineares na Formação do Professor de Matemática através da Exploração, Proposição e Resolução de Problemas. Na ocasião, foi realizada uma pesquisa qualitativa, na modalidade pesquisa pedagógica, em uma turma do 5º período do curso de Licenciatura em Matemática, em que a professora da turma era a própria pesquisadora.

No decorrer das atividades realizadas na pesquisa, percebemos que os estudantes - que de início tinham apenas conhecimentos teóricos, passaram a compreender e incorporar a Exploração e Proposição de Problemas ao trabalho com Resolução de Problemas. Contudo, ficou evidente que a etapa de Proposição de Problemas sempre era a fase mais difícil de ser trabalhada, sobretudo nas primeiras atividades da pesquisa. De acordo com o observado e mediante a fala dos alunos, isso aconteceu porque eles não estavam habituados a criar problemas, mas a apenas resolvê-los.

Exploração, Proposição e Resolução de Problemas na sala de aula de Matemática

A atividade discutida neste trabalho foi desenvolvida em uma Oficina realizada com os membros do GEPEP, composto por alunos do PPGECEM/UEPB, tendo uma duração de 4 horas. Esta atividade consiste em um estudo exploratório da pesquisa de doutorado da primeira autora, a qual é membro do grupo e mediou a oficina juntamente com o segundo autor, orientador da pesquisa e coordenador do grupo.

Essa pesquisa é considerada Qualitativa, sendo caracterizada por Bogdan e Biklen (1994) da seguinte forma: i) o ambiente natural é a fonte direta de dados e o investigador é o instrumento principal; ii) é descritiva; iii) o processo é tão importante quanto os resultados; iv) os dados são analisados de maneira indutiva e v) o significado é de importância essencial na abordagem qualitativa.

Para a análise de dados utilizamos como registro as notas de aula dos pesquisadores, registros dos alunos e fotografias de resoluções na lousa. Além disso, para auxiliar na descrição das atividades e melhor compreensão do raciocínio dos alunos, utilizamos, como registro, as suas falas, anotando os diálogos e comentários pertinentes.

A Oficina foi desenvolvida na perspectiva da Exploração-Proposição-Resolução de Problemas, tendo a Proposição de Problemas como ponto de partida e como ferramenta que operacionaliza e impulsiona o trabalho com a Exploração e Resolução de Problemas. Nesse sentido, tivemos a Exploração de Problemas como metodologia orientadora de todo o processo.

A oficina iniciou com a apresentação da situação apresentada a seguir (figura 1), em que os participantes deveriam explorá-la e em seguida, proporem o(s) seu(s) problema(s).

Os participantes ficaram livres na exploração e proposição, não sendo imposta nenhuma condição a ser contemplada. Diante disso, os problemas propostos pelos participantes estavam no âmbito da Matemática e também em temas além dela. Nesse momento de Proposição de Problemas, percebemos profunda Exploração, em que cada participante apresentou mais de um problema, como podemos ver na figura 2.

Figura 1.
Situação entregue aos participantes para realização de atividade
Fonte: adaptada de Carrillo e Cruz (2000, p. 26)

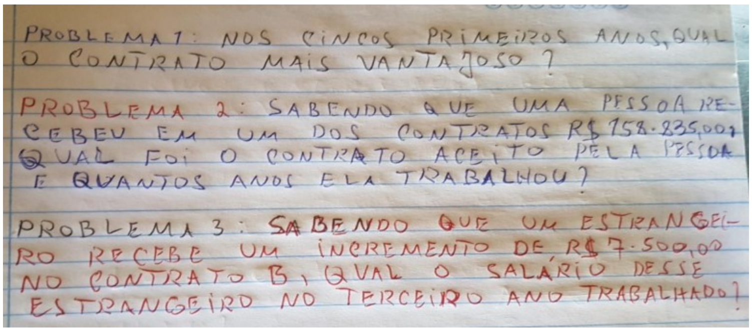
EMPRESA BRASILEIRA PROCURA
ENGENHEIRO QUÍMICO

REQUISITOS:
- Graduação em Engenharia Química
- Idade até 35 anos
- Bons conhecimentos de Inglês

CONDIÇÕES:
Contrato A
- Salário anual no 1º ano de R$ 128.069,00.
- Incremento salarial anual de R$ 15.368,00
Contrato B
- Salário semestral no 1º semestre de R$ 51.227,00
- Incremento semestral de R$ 5.122,00

Enviar CV para vagas nº 1251 nesta revista.

Figura 2.



PROBLEMA 1: NOS CINCOS PRIMEIROS ANOS, QUAL O CONTRATO MAIS VANTAJOSO?

PROBLEMA 2: SABENDO QUE UMA PESSOA RECEBEU EM UM DOS CONTRATOS R$ 158.235,00, QUAL FOI O CONTRATO ACEITO PELA PESSOA E QUANTOS ANOS ELA TRABALHOU?

PROBLEMA 3: SABENDO QUE UM ESTRANGEIRO RECEBE UM INCREMENTO DE R$ 7.500,00 NO CONTRATO B, QUAL O SALÁRIO DESSE ESTRANGEIRO NO TERCEIRO ANO TRABALHADO?

Problemas propostos pelo aluno A8

Nesse contexto, evidenciamos o que destaca Andrade (2017) ao tratar da perspectiva de Exploração, Proposição e Resolução de Problemas. O autor aponta que esta proposta além de ser considerada como uma metodologia de ensino, considera não somente os níveis de processos e conceitos matemáticos, mas também a nível de questões de natureza sócio-político-cultural, da educação em geral e da educação matemática em particular, observando a sala de aula em toda sua multicontextualidade.

Além dos problemas apresentados na figura 2, foram apresentados problemas sobre a melhor opção de contrato, a função algébrica que representaria os contratos, vantagens e desvantagens dos contratos, piso do Engenheiro Químico no Brasil, comparação de salários entre as profissões, Imposto de Renda, salário mensal, décimo terceiro, regime de contratação CLT ou CNPJ, carga horária de trabalho, dentre outros.

Após a discussão desses pontos, partimos para a Resolução do Problema. Nesse momento, foi consensual que todos os participantes se concentrassem no problema “Qual é o tipo de contrato mais vantajoso, o contrato A ou o contrato B?”, tendo em vista que todos os participantes propuseram este problema ou um problema semelhante. Assim, foi entendido que por meio dessa resolução, teríamos subsídios para discutir outros problemas propostos.

A princípio, os participantes afirmaram que o contrato B jamais superaria o contrato A. Discutiram, inclusive, sobre gênero, afirmando que o contrato B, por ser menos vantajoso, seria utilizado na contratação de mulheres, que, historicamente, tem uma desvantagem salarial comprovada.

Contudo, por meio da mediação/refutação foi percebido que essa conclusão foi obtida por meio de uma interpretação errônea em torno da palavra incremento, em que, inicialmente, foi compreendido que o incremento seria uma espécie de bônus anual ou semestral, mas que não seria incorporado ao salário. Após uma discussão e análise profunda, ficou esclarecido que o incremento seria uma incorporação, e houve a sugestão da alteração da palavra na situação apresentada para evitar essa dupla interpretação em outros momentos.

Após essa discussão, os alunos partiram para a resolução do problema, iniciando fazendo a projeção salarial nos próximos anos dos contratos A e B. Nesse momento, foi percebido uma inquietação por parte dos alunos, que começaram a discutir que teria algo estranho ao passar dos anos, pois os valores dos contratos começaram a se aproximar, o que era, aparentemente, impossível na discussão inicial.

A figura 3 a seguir, mostra o registro do aluno A1 com a projeção salarial dos próximos 7 anos no contrato A. A partir dos registros aritméticos realizados na resolução do problema, os participantes perceberam que se tratava de uma PA de razão r = 15.368 e assim, começaram também a investigar qual o termo geral dessa PA e qual função algébrica representaria a situação. De acordo com a fala dos alunos, essa seria uma forma de fazer a comparação dos contratos ao longo dos anos e uma forma mais eficaz de comprovar em quantos anos cada contrato seria mais vantajoso.

Figura 3.

Registro do aluno A1 da projeção salarial no contrato A nos primeiros 7 anos.

1º ano : 128.069 + 15.368 = 143.437
2º ano : 143.437 + 15.368 = 158.805
3º ano : 158.805 + 15.368 = 174.173
4º ano : 174.173 + 15.368 = 189.541
5º ano : 189.541 + 15.368 = 204.909
6º ano : 204.909 + 15.368 = 220.277
7º ano : 220.277 + 15.368 = 235.645

Nesse contexto, ressaltamos que ficou evidente as vantagens da representação numérica destacadas por Friedlander e Tabach (2001), os quais consideram que ela oferece uma ponte eficaz para Álgebra e precede as outras representações, além disso, é importante na compreensão inicial de um problema e na investigação de casos particulares.

De modo análogo, os participantes fizeram a projeção do contrato B nos próximos anos, e também perceberam que esta é uma PA de razão r = 20.488, assim, concluíram que não necessitaria fazer os 7 anos para comparar, pois, como identificaram a razão, poderiam encontrar o termo geral da PA e fazer o comparativo entre os dois contratos.

No registro da figura 4, o aluno A2, fez o registro da soma do valor recebido semestralmente e, anualmente no contrato B, para assim, fazer a comparação com o contrato A. Já no registro do aluno A3 (figura 5), o aluno não anexou os valores recebidos semestralmente, apenas os valores recebidos anualmente, chamando de a_1, a_2, a_3, a_4 e a_5, e foi registrando a diferença de um ano para o outro, que corresponde ao valor da razão r = 20.488.

Figura 4.

Registro do aluno A2 da projeção salarial semestral e anual no contrato B.

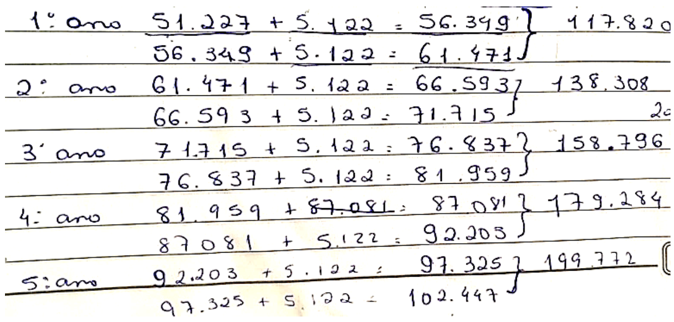
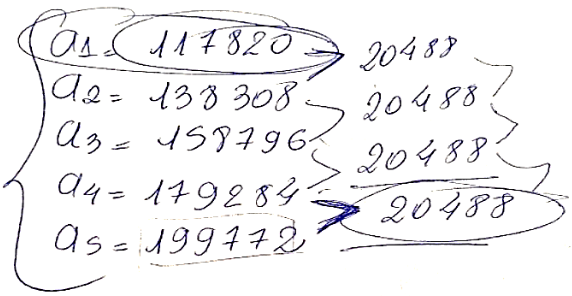


Figura 5.

Registro do aluno A3 da projeção salarial anual no contrato B nos primeiros 5 anos.

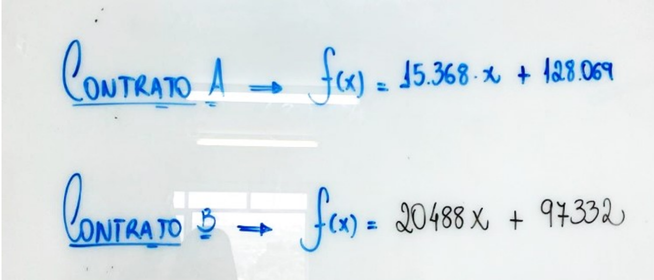


Ao concluírem que os dois tipos de contrato se tratavam de duas PA, sendo uma de r = 15.368 e a outra de r = 20.488, os alunos começaram a investigar qual o termo geral dessas duas PA. Assim, chegaram à conclusão de que a PA que representaria as condições de contrato A, poderia ser representada pela função $f(x) = 15.368x + 128.069$, $\{\, x \in N \,/\, x \geq 0 \,\}$ em que x representa o ano trabalhado. E o contrato B poderia ser representado pela função $f(x) = 20488x + 97.332$, $\{\, x \in N \,/\, x \geq 0\}$, em que x representa o ano trabalhado.

Essas funções foram registradas na lousa pelo aluno A4, como podemos ver na figura 6 a seguir:

Figura 6.

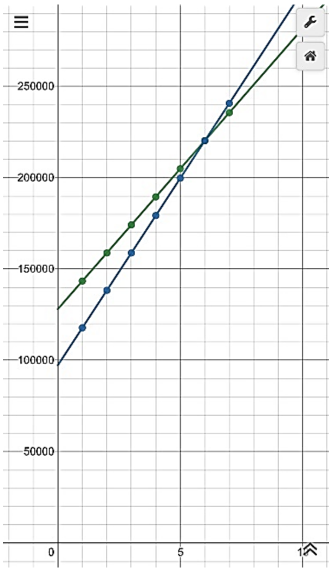
Registro do aluno A4 das funções que representam os contratos A e B.



Após essa discussão, um participante, o aluno A5, apresentou sua representação gráfica por meio do aplicativo Desmos, e elucidou em que momento o contrato B passaria a ser mais vantajoso, superando o contrato A, como podemos ver na imagem a seguir.

Figura 7.

Registros do aluno A5 da representação gráfica das funções.



Essa representação possibilitou uma visualização geral em torno da resolução do problema e possibilitou uma discussão sobre a importância das Representações Múltiplas de Álgebra e o quanto elas favorecem uma compreensão geral do problema. Além disso, ficou notório que as representações têm um maior potencial quando exploradas em conjunto, pois, como discutido em Friedlander e Tabach (2001), elas possuem vantagens e desvantagens, e a utilização destas de maneira conjunta, possibilita que as vantagens de umas, supram as desvantagens das outras.

Além dessa discussão, outros problemas propostos foram discutidos, os quais as resoluções puderam ser obtidas por meio das representações apresentadas. Se tratando de conteúdo matemático, houve uma discussão em torno do conteúdo Progressão Aritmética e Geométrica, destacando seus elementos – razão, termo geral e propriedades, como também foi discutido sobre as funções em questão, esclarecendo sobre domínio, contradomínio e imagem.

Conclusões

Este trabalho objetivou discutir as contribuições da Proposição de Problemas como ponto de partida da atividade matemática e como ferramenta que operacionaliza e impulsiona o trabalho com a Exploração e Resolução de Problemas.

A princípio, destacamos o quanto a Proposição de Problemas colaborou na exploração inicial do problema, em que os alunos foram minuciando a situação para compreendê-la com profundidade. Além disso, percebemos que por meio do ato de propor, os alunos buscaram compreender a situação por meio de um olhar que envolve temas de seu interesse e que estão além da matemática em questão.

Outro aspecto que vale ser mencionado é a contribuição das Representações Múltiplas de Álgebra na aprendizagem matemática e na resolução de problemas, pois, por meio delas foi possibilitada uma compreensão do problema como um todo. Além disso, também foi possível um aprofundamento na discussão de álgebra e de outros problemas relacionados.

Assim, concluímos que no contexto da Exploração, Proposição e Resolução de Problemas como metodologia de ensino, foi perceptível a indissociabilidade delas, e que embora em algum momento da atividade alguma emerja mais que as outras, não há a possibilidade de separá-las, pois elas se complementam.

Diante disso, por meio dessa oficina, salientamos que as atividades desenvolvidas na perspectiva de Exploração, Proposição e Resolução de Problemas não podem ser realizadas seguindo "passos", elas são realizadas por meio de momentos. Nesses momentos, o professor/mediador não prepara o que vai acontecer, mas se prepara para estes acontecimentos.

Referências

Andrade, S. (2017). Um caminhar crítico reflexivo sobre Resolução, Exploração e Proposição de Problemas Matemáticos no Cotidiano da Sala de Aula. In: Onuchic, L. R., Leal Junior, L. C., Pironel, M. (Orgs). *Perspectivas para resolução de problemas.* São Paulo: Editora Livraria da Física. (pp- 355-396)

Bogdan, R. C.; Biklen, S. K. *Investigação qualitativa em educação*: uma introdução à teoria e aos métodos. Portugal: Editora Porto, v.12, 1994.

Brown, S. I.; Walter, M. I. (2005). *The art of problem posing.* —3rd ed. Lawrence Erlbaum

Associates, Mahwah, New Jersey, London.

Carrillo, J.; Cruz, J. (2016). Problem-Posing and Questioning: Two Tools to Help Solve Problems In: Felmer, P.; Pehkonen, E.; Kilpatrick, J. (Eds.). *Posing and Solving Mathematical Problems: Advances and New Perspectives* (pp. 23-36). New York: Springer.

Crespo, S. (2015). *A Collection of Problem-Posing Experiences for Prospective Mathematics Teachers that Make a Difference*. In: Singer, F. M., Ellerton, N. F., Cai, J. (Orgs.) Mathematical Problem Posing: from Research to Effective Practice. New York: Springer. (pp- 493-511).

Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an education task.* Dordrecht: Reidel.

Friedlander, A.; Tabach, M.. Promoting Multiple Representations in Álgebra. In: *Cuoco, Albert A. The roles of representation in school mathematics* / Albert A. Cuoco, Frances R. Curcio. p. cm. — (Yearbook; 2001)

Kilpatrick, J. Reformulando: abordando a resolução de problemas matemáticos como investigação. In: Onuchic, L. R., Leal Junior, L. C., Pironel, M. (Orgs). *Perspectivas para resolução de problemas*. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017. (pp - 163-188).

Martins, F. C. (2019). *Ensino-aprendizagem de Sistemas Lineares na Formação do Professor de Matemática via Exploração, Resolução e Proposição de Problemas*. 138 p. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba (UEPB), Campina Grande.

National Council of Teachers of Mathematics. *Na Agenda for Action: Recommendations for School Mathematics of the 1980's*. Reston, VA-USA, 1980. Disponível em: < https://www.nctm.org/flipbooks/standards/agendaforaction/html5/index.html> Acesso em: 23 mar 2022.

Polya, G. (1945). *A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático* / G. Polya; tradução e adaptação Heitor Lisboa de Araújo. _ 2. Reimpr. – Rio de Janeiro: interciência, 1995.

Silver, E. A. (1994). *On Mathematical Problem Posing*. For the Learning of Mathematics. New Westminster, v. 14, n. 1, (pp- 19-28).

Singer, F. M; Ellerton, N. F.; Cai, J. (2013). *Problem-posing research in mathematics education: new questions and directions.* Educational Studies in Mathematics An International Journal. New York, v. 82, n. 3, (pp- 1-7).

Reflexões sobre a resolução de problemas complexos e competências: um olhar para a BNCC e além da Matemática

Reflections on complex problem solving and competences: a look at BNCC and beyond Mathematics

Reflexiones sobre resolución de problemas complejos y competencias: una mirada al BNCC y más allá de las Matemáticas

Claudia de Oliveira Lozada[941]
Universidade Federal de Alagoas
https://orcid.org/0000-0003-1425-9956

Anneliese de Oliveira Lozada[942]
Universidade Federal do ABC
https://orcid.org/0000-0002-1350-8546

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Resolução de problemas em aulas de Matemática

Resumo

Este trabalho traz os resultados iniciais de uma pesquisa que está sendo desenvolvida no âmbito do Grupo de Pesquisa em Educação, Matemática e Tecnologia e que aborda a resolução de problemas complexos nas aulas de Matemática e a importância do desenvolvimento de competências. Constatamos por meio de uma pesquisa qualitativa que a resolução de problemas complexos envolve aspectos cognitivos e não cognitivos e abrange problemas matemáticos e não matemáticos, centrando-se no desenvolvimento da competência em resolver problemas em diferentes contextos a partir de uma visão sistêmica e que gerem uma tomada de decisão assertiva. Tem como pilares construir, entender, controlar ou prever, sendo recomendado o trabalho colaborativo na resolução de problemas complexos. Os resultados demonstraram também que as concepções teóricas estudadas se alinham com as concepções da BNCC sobre competência e os diferentes matizes que a resolução de problemas adquire na área de Matemática no Ensino Fundamental e Médio ao longo do texto do documento. Além do mais, a BNCC lança um olhar claro para a resolução de problemas complexos em diferentes trechos do seu texto, sobretudo, aqueles relacionados às competências gerais, o que indica que este tipo de problema deve ser abordado pelos diferentes componentes curriculares da Educação Básica, auxiliando os alunos a lidar com a complexidade do mundo atual.
***Palavras-chave*:** Resolução de Problemas Complexos, Competências, BNCC.

Abstract

This work brings the initial results of a research that is being developed within the scope of the Research Group on Education, Mathematics and Technology and that addresses the resolution of complex problems in Mathematics classes and the importance of competence development.

[941] E-mail: clalloz@yahoo.com.br
[942] E-mail: prof.anne.01@gmail.com

We found through qualitative research that the resolution of complex problems involves cognitive and non-cognitive aspects and covers mathematical and non-mathematical problems, focusing on the development of competence in solving problems in different contexts from a systemic view and that generate a assertive decision making. Its pillars are to build, understand, control or predict, and collaborative work is recommended in solving complex problems. The results also showed that the theoretical concepts studied are in line with the BNCC's concepts of competence and the different nuances that problem solving acquires in the area of Mathematics in Elementary and High School throughout the text of the document. Furthermore, the BNCC takes a clear look at the resolution of complex problems in different parts of its text, especially those related to general competences, which indicates that this type of problem must be addressed by the different curricular components of Basic Education, helping students to deal with the complexity of today's world.
Keywords: Complex Problem Solving, Competencies, BNCC.

Resumen

Este trabajo trae los resultados iniciales de una investigación que se está desarrollando en el ámbito del Grupo de Investigación en Educación, Matemáticas y Tecnología y que aborda la resolución de problemas complejos en las clases de Matemáticas y la importancia del desarrollo de competencias. Encontramos a través de la investigación cualitativa que la resolución de problemas complejos involucra aspectos cognitivos y no cognitivos y abarca problemas matemáticos y no matemáticos, enfocándose en el desarrollo de competencias en la resolución de problemas en diferentes contextos desde una mirada sistémica y que generen una toma de decisiones asertiva. . Sus pilares son construir, comprender, controlar o predecir, y se recomienda el trabajo colaborativo en la resolución de problemas complejos. Los resultados también mostraron que los conceptos teóricos estudiados están en consonancia con los conceptos de competencia de la BNCC y los diferentes matices que adquiere la resolución de problemas en el área de Matemáticas en Primaria y Secundaria a lo largo del texto del documento. Además, la BNCC tiene una mirada clara a la resolución de problemas complejos en diferentes partes de su texto, especialmente aquellos relacionados con las competencias generales, lo que indica que este tipo de problemas deben ser abordados por los diferentes componentes curriculares de la Educación Básica, ayudando a los estudiantes a hacer frente a la complejidad del mundo actual.
Palabras clave: Resolución de Problemas Complejos, Competencias, BNCC.

Introdução

A resolução de problemas é um campo de investigação que vem se consolidando no Brasil nas últimas três décadas (PROENÇA, 2018; ONUCHIC; ALLEVATO, 2014; ANDRADE, 1998, 2017), tendo como um dos principais marcos de referência as mudanças curriculares ocorridas na década de 80 impulsionadas em grande parte pelo movimento de reforma curricular proposto pelo NCTM (National Council of Teachers of Mathematics) nos EUA, que recomendava o trabalho com resolução de problemas na Educação Básica.

Considerando que o NCTM[943] é um órgão com influência mundial, suas propostas alcançaram outros países e chegaram ao Brasil, que enfrentava ainda o ensino tecnicista, centrado na figura do professor e no paradigma do exercício, bastante utilizado para mecanizar procedimentos matemáticos.

No Brasil, os documentos curriculares da década de 90, os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCNs (BRASIL, 1998, p. 40) recomendavam que a resolução de problemas fosse o ponto de partida da atividade matemática, pois dessa forma o "conhecimento matemático ganha significado quando os alunos têm situações desafiadoras para resolver e trabalham para desenvolver estratégias de resolução".

Inicialmente, a proposta de Polya acerca da resolução de problemas ganhou espaço nas pesquisas brasileiras, com destaque para as quatro etapas de resolução de problemas que ele propôs em seu livro *How To Solve It* publicado em 1945: compreender o problema, construir um plano de ação, executar o plano e rever a resolução. Ao longo dessas quatro etapas espera-se que o aluno elabore heurísticas para resolver o problema proposto, ou seja, as etapas auxiliam a organizar-se cognitivamente para resolução.

No entanto, com o passar do tempo, outros autores começaram a estudar aspectos do processo de resolução de problemas e propor uma nova visão acerca de processos, etapas e das habilidades que são desenvolvidas e mobilizadas durante a resolução. Nesse sentido, Schoenfeld (1985) propõe 4 categorias de conhecimento/habilidades para que se possa resolver um problema: recursos, heurísticas, controle e crenças. Os recursos dizem respeito ao conhecimento de procedimentos matemáticos, as heurísticas se referem às técnicas e estratégias para resolver o problema, o controle está relacionado às decisões que o sujeito irá tomar, ou seja, qual momento e quais recursos e estratégias irá usar nas tentativas de resolução e as crenças dizem respeito às visões que o sujeito possui sobre a Matemática e que influenciam na forma com que resolve um problema. Essas categorias estão focadas nas estratégias e na seleção daquelas que são necessárias para a resolução, o que implica no sujeito desenvolver a habilidade de elaborar diferentes estratégias o que envolve a criatividade e o conhecer e/ou buscar aprender uma gama maior de conhecimentos matemáticos que combinados/recombinados gerem as estratégias, ou seja, as estratégias podem ser construídas (serem genuínas e novas, não

[943] O NCTM (National Council of Teachers of Mathematics) foi fundado em 1920 nos Estados Unidos e é uma organização voltada para a melhoria do ensino de Matemática. Publica e elabora padrões curriculares e de avaliação da aprendizagem de Matemática, além de promover o desenvolvimento profissional dos professores por meio de cursos e conferências e publicação de recursos didáticos para as aulas de Matemática e revistas voltadas para a pesquisa e práticas docentes em Matemática.

conhecidas), conhecidas ou derivadas (geradas de outras estratégias existentes conhecidas ou não pelo sujeito), como explica Schoenfeld (1987).

No entanto, no Brasil as pesquisas sobre Resolução de Problemas centraram-se em observar não só os aspectos cognitivos mas outros aspectos que envolvem a resolução de problemas na Educação Básica, como o processo de resolução, a aprendizagem desencadeada pela resolução de problemas, a mediação realizada pelo professor durante a aplicação da resolução de problemas nas aulas, a avaliação do processo de resolução de problemas, a organização didática do ambiente de aprendizagem para a aplicação da resolução de problemas, entre outros. Dessa forma, os autores brasileiros ampliaram as etapas de resolução de problemas no sentido de proporcionar uma visão holística do processo (que envolve cognição, didática, aprendizagem, desenvolvimento de habilidades e competências, mediação, interação entre os alunos, proposição/elaboração/resolução de problemas) e dos sujeitos (professor e alunos).

Assim, Onuchic (2012) propôs um roteiro para orientar os professores na preparação de uma aula que envolva resolução de problemas, sendo composto de 9 elementos: preparação do problema, leitura individual, leitura em conjunto, resolução do problema, observar e incentivar, registro das resoluções na lousa, plenária, busca de consenso e formalização do conteúdo. A autora e seu grupo de pesquisa denominado de GTERP (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014) trabalham com a perspectiva da Metodologia Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas na qual:

> O ensino e a aprendizagem devem ocorrer simultaneamente durante a construção do conhecimento, tendo o professor como guia e os alunos como co-construtores desse conhecimento. Além disso, essa metodologia integra uma concepção mais atual de avaliação. Ela, a avaliação, é construída durante a resolução do problema, integrando-se ao ensino com vistas a acompanhar o crescimento dos alunos, aumentando sua aprendizagem e reorientando as práticas em salas de aula quando for necessário (ONUCHIC, 2012, p. 12).

Com esta metodologia, Onuchic e Allevato (2011, p. 81) colocam o problema gerador como ponto de partida da resolução de problema, com o qual os alunos estabelecem "conexões entre diferentes ramos da Matemática, gerando novos conceitos e novos conteúdos". Por sua vez, Proença (2018) concebe o "Ensino – Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas" que é constituído de cinco ações: escolha do problema, introdução ao problema, auxílio aos alunos durante a resolução, discussão das estratégias dos alunos e articulação das estratégias dos alunos. Essas ações implicam em ações do professor durante a aplicação da resolução de problemas em sala de aula e mediação. Proença (2018) propõe quatro etapas de resolução de problemas: representação, planejamento, execução e monitoramento. Assim, a proposta de Proença (2018) é composta por ações docentes e etapas de resolução de problemas pelos alunos, ou seja, o foco está nos sujeitos do processo ensino-aprendizagem, que são o professor e os alunos.

Andrade (1998) apresenta uma perspectiva de "Ensino-Aprendizagem de matemática via resolução, exploração, codificação e descodificação de problemas". Destacamos os processos de codificação que consiste na representação do problema de uma forma simplificada e a descodificação que envolve a compreensão do problema fazendo uma análise crítica, além da exploração do problema por meio de diferentes enfoques, diferentes significados. O autor (2017) ainda expandiu essa perspectiva acrescentando a proposição de problemas pelos alunos, denominando-a de "Experiência de Exploração, Resolução, Proposição e Codificação - Descodificação de Problemas". Essas duas perspectivas apresentadas por Andrade (1998, 2017) visam em síntese numa desconstrução do problema com a finalidade de resolvê-lo, podendo outros problemas serem propostos ao longo desse percurso de resolução e que se relacionam entre si.

Assim, como pudemos observar a resolução de problemas proposta pelos autores brasileiros traz uma visão mais detalhada do processo primando pela aprendizagem e pela avaliação formativa do percurso de resolução realizado pelo aluno, além de que esse percurso exige maior atenção do professor em relação ao modo como os alunos resolvem os problemas, as dificuldades que enfrentam, como as resoluções incorretas devem ser trabalhadas pelo professor e como os feedbacks devem ser dados aos alunos. O objetivo é que todo esse percurso de resolução de problemas (que pode ser individual ou em grupo) seja de cunho analítico-crítico sem se resumir ao resultado numérico, mas discutir o processo de resolução, o que e como se aprende por meio da resolução de problemas e quais questionamentos matemáticos e não-matemáticos podem ser gerados. Com base no que foi exposto, apresentamos os resultados iniciais de uma pesquisa que está sendo desenvolvida no âmbito do Grupo de Pesquisa em Educação, Matemática e Tecnologia (Matedtec) sobre a resolução de problemas complexos, lançando um olhar para o desenvolvimento de competências.

Resolução de problemas complexos e o desenvolvimento de competências: o que prevê a BNCC e porquê devemos ir além da Matemática

A pesquisa que está sendo realizada é de natureza qualitativa (LUDKE; ANDRÉ, 1986) e os resultados iniciais que serão apresentados dizem respeito ao referencial teórico que foi levantado, trazendo um recorte relacionado às concepções de Funke, Fisher e Holt (2018) voltadas para a resolução de problemas complexos e as competências que devem ser desenvolvidas. A escolha pelas concepções de Funke, Fisher e Holt (2018) ocorreu em virtude de que os autores complementam e ampliam a visão sobre o que a Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2018) coloca acerca das competências gerais e das competências específicas para a resolução de problemas em Matemática. A competência adquiriu maior importância com a publicação da BNCC, tanto que a define logo nas primeiras páginas como:

> A mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho (BRASIL, 2018, p. 8).

Anteriormente, os PCNs publicados no final da década de 90 utilizavam com maior frequência a nomenclatura “capacidade” ao invés de competência, que foi citada expressamente nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (BRASIL, 2000). As competências gerais na BNCC (BRASIL, 2018) estão voltadas para todos os componentes curriculares e estão ligadas aos direitos de aprendizagem e ao desenvolvimento pleno dos alunos. Em sua definição, a BNCC (BRASIL, 2018) deixa claro que elas devem ser desenvolvidas para que os alunos aprendam a “resolver demandas complexas da vida cotidiana” (p.8) o que se refere explicitamente à resolução de problemas complexos, que abordaremos mais adiante.

A BNCC (BRASIL, 2018) cita a formulação, resolução de problemas e criação de soluções nas competências gerais n. 2 e n. 5, que se referem respectivamente ao pensamento científico, crítico e criativo e à cultura digital, considerando um contexto permeado pelo desenvolvimento tecnológico e pelos artefatos digitais que estão no cotidiano dos alunos criando novas formas de interação, comunicação e aprendizagem, recomendando que neste contexto tecnológico os alunos desenvolvam a pensamento crítico-reflexivo e a ética para lidar com a complexidade do mundo atual. Deste modo, a BNCC (BRASIL, 2018), nas competências gerais enseja que os alunos irão se deparar com problemas complexos que demandam o desenvolvimento de habilidades que estão além daquelas que estão citadas nos componentes curriculares do Ensino Fundamental e do Ensino Médio.

Mais adiante, na parte que se refere à área de Matemática no Ensino Fundamental e Médio, o documento volta a citar a resolução de problemas, sob diferentes matizes: a) resolver problemas, obter soluções e interpretá-las segundo os contextos das situações; b) formulação/elaboração e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas; c) processos matemáticos de resolução de problemas; d) solucionar problemas científicos e tecnológicos; e) modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados; f) enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens; g) interagir com seus pares de forma cooperativa, para a busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles; h) análise de problemas sociais; i) utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas; j) busca de solução e comunicação de resultados de problemas.

Todos esses matizes sobre a resolução de problemas presentes na BNCC expressam a importância de se desenvolver competências que atendam a complexidade do século 21, daí Funke, Fisher e Holt (2018) falam que os alunos se depararão com problemas complexos para resolver em situações não-rotineiras em diferentes contextos e precisam desenvolver competências, habilidades e conhecimentos que possibilitem resolvê-los. Os autores colocam que a resolução de problemas inclui determinados aspectos, como os cognitivos, o raciocínio causal, a construção de modelos, indução de regras e integração de informações, que é exatamente o que aparece nos matizes sobre RP presentes na BNCC. Situam a resolução de problemas para além de problemas matemáticos, englobando problemas não-matemáticos que surgem em diferentes contextos da vida dos sujeitos e de diferentes áreas que exigem a conjugação de uma ampla gama de conhecimentos. Assim, afirmam que componentes não cognitivos, como motivação, autorregularão e habilidades sociais, são também importantes para a resolução de problemas da vida real.

Funke, Fisher e Holt (2018) pontuam que a resolução de problemas é uma competência chave para o século XXI, com sua crescente complexidade em muitas áreas da vida e isso requer uma abordagem de resolução de problemas que envolva um alto grau de pensamento sistêmico, levando em conta a conectividade, dinâmicas complexas e às vezes também fragilidade dos sistemas com os quais convivemos. Os autores chamam a atenção de que nos últimos anos, está ocorrendo uma mudança nas formas analíticas de resolução de problemas que superam os problemas dos livros didáticos e alcançam problemas mais complexos, envolvendo dinâmicas de interação com tarefas que desencadeiam a solução ou elementos colaborativos nos quais a resolução depende da coordenação entre vários sujeitos e ações. Assim, é preciso ensinar os alunos a resolverem problemas não apenas na escola e sim para vida, para outros contextos além da escola, trazendo significado para os conteúdos que são aprendidos e que podem ser aplicados na busca das soluções dos problemas cotidianos, sejam eles matemáticos ou não.

Os autores explicam ainda que a competência em resolução de problemas pode ser entendida como uma construção formativa, na qual o desempenho bem-sucedido pode surgir de uma série de fatores diferentes, que podem ser mais específicos e que exigem domínio como conhecimento do conteúdo, mais gerais como as habilidades de regulação e de meio termo como as estratégias genéricas de resolução de problemas.

Funke, Fisher e Holt (2018) explicam que termo resolução de problemas complexos surgiu inicialmente em 1980 na Austrália por meio dos estudos de MacKinnon e Wearing sobre a tomada de decisões cotidianas e resolução de problemas, propondo uma reflexão acerca da tomada de decisão dinâmica proposta por Edwards em 1962. O tema deste novo campo de pesquisa foi denominado de "resolução de problemas complexos" e enfatizava que os problemas do mundo real diferem de simples problemas e de divertidos quebra-cabeças. E assertivamente diferem porque podem sofrer a influência de fatores que o sujeito não pode controlar e que trazem consequências não esperadas, diferentemente de problemas aplicados em sala de aula os quais há controle sobre as variáveis em problemas fechados e abertos e as resoluções não afetam diretamente as pessoas, mas que ficam no plano de ideias, de aprendizagem de tomada de decisões e de análises matemáticas e não matemáticas.

Nesse sentido, os autores explicam que a resolução de problemas complexos envolve o desenvolvimento de competências para resolver problemas. Essas competências abrangem uma variedade de recursos cognitivos e não cognitivos, ou seja, a resolução de problemas é um processo cognitivo de alto nível e orientado à objetivos. Funke, Fisher e Holt (2018) dizem que isso implica que, para que um problema seja resolvido, muitas operações cognitivas elementares, como atenção, percepção, aprendizado, uso da memória, etc., precisam ser coordenadas de forma eficaz, ou seja, de fato, a resolução de problemas pode ser vista como um processo de regulação. E esse processo envolve fatores não cognitivos como emoção, frustração, a própria personalidade de quem resolve o problema, afetos positivo e negativo, motivação, propensão ou não à colaboração para resolver problemas em grupo, entre outras, que interferem significativamente nas atitudes e decisões que os sujeitos têm ao resolverem os problemas.

Os autores (2018) falam em competência sistêmica que implica em formar e testar hipóteses e desenvolver estratégias para identificação e controle de variáveis que serão consideradas na resolução de um problema complexo da vida real, seja ele dependendo de elementos matemáticos para a resolução ou não. Eles explicam que os problemas complexos da vida real podem sofrer interferência de variáveis externas, que determinam mudanças na direção da resolução porque um novo estado foi gerado e consequentemente novas metas precisam ser definidas, daí apontarem que ao entrar em contato com o problema, os sujeitos devem primeiro interagir com o problema, gerar e testar hipóteses, para então, elaborar um plano de resolução que considere o feedback de uma série de intervenções que possam ser feitas na realidade sobre a qual a solução daquele problema se debruçará, se pautando também pela avaliação daquela resolução e de sua solução, para constatar (ou não) a sua validade. Aí, reside a relevância de diferentes aspectos da resolução de problemas complexos como construir, entender, controlar ou prever, que envolvem o pensamento analítico-crítico, o raciocínio, criatividade, elaboração de modelos e a capacidade de estabelecer diferentes relações entre as variáveis.

Por fim, Funke, Fisher e Holt (2018) chamam a atenção para dois aspectos da resolução de problemas complexos: o papel da comunicação e da colaboração na resolução de problemas. Muitos problemas complexos do mundo real não são enfrentados por indivíduos, mas por pessoas que colaboram em equipes. A colaboração traz certos benefícios, como por exemplo, compartilhar conhecimento, combinar habilidades especializadas ou distribuir trabalho, mas também introduz dificuldades por falta de comunicação, perda de coordenação e potenciais conflitos sobre as metas que devem ser traçadas. Na resolução de problemas sejam complexos ou não, mas que envolvem resolução em grupo, é natural que haja momentos nos quais os sujeitos desempenhem tarefas sozinhos, mas estas tarefas mesmo que desempenhadas individualmente devem estar coordenadas dentro das ações propostas pelo grupo para resolver o problema e que implicam em ações individuais numa ação maior que envolve a ação coletiva que exige assim colaboração entre todos. Deste modo, os autores concluem que a resolução de problemas complexos é uma atividade sistêmica que exige coordenação entre os aspectos cognitivos, sociais e autorregulatórios.

E como aplicar esses problemas nas aulas de Matemática? O professor deve dar preferência para problematização de situações oriundas da realidade, que tenham conteúdo factual (ZABALA, 1998), como por exemplo, aumento da tarifa de ônibus, aumento dos combustíveis e do botijão de gás de cozinha, organizando os alunos em grupos para resolver o problema, identificando como essas tarifas são constituídas (para os alunos pesquisarem como são formados os modelos matemáticos das tarifas de ônibus, dos preços dos combustíveis e botijão de gás) e como podem ser reduzidas (quais as variáveis que poderiam ser consideradas para a redução dos preços e quais impactos que teriam para os produtores, fornecedores e consumidores), porque ocorrem os aumentos e quais são os critérios dos aumentos, quem decide pelos aumentos, se é muito complicado baixar as tarifas ou manter os preços, que interesses de quais grupos há com o aumentos dos preços e tarifas, quais os impactos para a sociedade desses aumentos, o que fatos atuais como guerras podem impactar no preço dos combustíveis, que decisão os consumidores devem tomar diante do aumento de preços (por exemplo, usar a bicicleta ao invés do carro para ir trabalhar, o que envolve escolha e tomada de decisão), entre outros questionamentos, gerando também outros problemas e discussões, estimulando o processo argumentativo e o respeito aos diferentes pontos de vista. Nesse processo, o professor não pode esquecer de que os alunos têm que construir, entender, controlar ou prever, mobilizando aspectos cognitivos e não-cognitivos com uma visão sistêmica durante a resolução dos problemas complexos, pois estes envolvem a tomada de decisão e caracterizam a resolução de um problema complexo.

O professor poderá adotar as perspectivas de Polya, Onuchic e Allevato, Andrade ou de Proença para a aplicação da resolução de problemas complexos, uma vez que ainda não identificamos na literatura um roteiro pré-estabelecido para a resolução desses problemas. Outro aspecto que devemos destacar é que a resolução de problemas complexos nas aulas de Matemática se aproxima da Educação Matemática Crítica na medida em que coloca a compreensão do papel do Matemática na sociedade e se for em outro componente curricular, sempre colocará algum aspecto como relevante para a sociedade e que deve ser discutido e que encaminhe os alunos para discussão e reflexões.

Considerações finais

Ainda que a pesquisa esteja em andamento, os resultados iniciais apontam que é preciso observar a importância da resolução de problemas complexos tendo em vista o perfil da prova do PISA (Programa Internacional de Avaliação de Estudantes) que já abrange esse tipo de problema e as mudanças no Ensino Médio no Brasil trazidas pela BNCC que agrupa a Matemática no Ensino Médio por 5 competências, além de propor os itinerários formativos que abrem os horizontes dos alunos para os desafios da vida e do mercado de trabalho que estão cada mais complexos e exigem o desenvolvimento de competências, que levem os alunos a terem uma visão mais sistêmica, integrando conhecimentos e habilidades para resolver os diferentes problemas do dia a dia, sejam matemáticos ou não matemáticos, nos quais tenham que tomar decisões que envolvam escolhas e riscos de diferentes níveis. Além do mais, os resultados iniciais apontaram as características primordiais da resolução de um problema complexo (que pode ser ou não matemático), como construir, entender, controlar ou prever, mobilizando aspectos cognitivos e não-cognitivos a partir de uma visão sistêmica, implicando em tomada de decisão, considerando também aspectos sociais e autorregulatórios.

Também é preciso observar como os alunos trabalham de forma colaborativa quando resolvem esses problemas e como comunicam suas ideias e suas decisões, que estratégias sugerem para a resolução desses problemas, que conhecimentos e habilidades mobilizam. Além do mais, estando a BNCC alinhada à Agenda 2030 da ONU, que esboça objetivos de desenvolvimento sustentável, dada a complexidade do mundo atual, é preciso ensinar os alunos a enfrentar os problemas observando o todo e as partes e as relações entre eles. A continuidade da pesquisa permitirá a descoberta de outros aspectos da resolução de problemas complexos nas aulas de Matemática na Educação Básica tanto do ponto de vista dos alunos quanto do ponto de vista docente, com a aplicação dos problemas em sala de aula, análise do processo de resolução pelos alunos e mediação do professor, apresentando novos delineamentos práticos e teóricos.

Referências

Allevato, N. S. G.; & Onuchic, L. R. (2014). Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que através da resolução de problemas. In: Onuchic, L. R. et al. (Org.). *Resolução de problemas:* teoria e prática. Jundiaí: Paco.

Andrade, S. (1998). *Ensino-aprendizagem de matemática via resolução, exploração, codificação e descodificação de problemas e a multicontextualidade da sala de aula.* 1998. 325f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, SP.

Andrade, S. (2017). Um caminhar crítico reflexivo sobre resolução, exploração e proposição de problemas matemáticos no cotidiano da sala de aula. In: Onuchic, L. R; Leal Junior, L. C.; Pironel, M. (Orgs.). *Perspectivas para resolução de problemas.* (pp. 355-395). São Paulo: Livraria da Física.

Brasil. (2018). *Base nacional comum curricular.* Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica.

______. (1998). *Parâmetros curriculares nacionais:* Matemática. Brasília : MEC/ Sescretaria de Educação Fundamental.

______. (2000). *Parâmetros curriculares nacionais para o ensino médio:* Matemática. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica.

Funke, J., Fischer, A., & Holt, D. V. (2018). Competencies for complexity: Problem-solving in the twenty-first century. E. Care, P. Griffin, & M. Wilson (Eds.). *Assessment and teaching of 21st-century skills:* Research and applications (pp. 41–53). Dordrecht: Springer.

Ludke, Menga; André, Marli E.D.A. (1986). *Pesquisa em educação:* abordagens qualitativas. São Paulo: EPU.

Onuchic, L. R. (2012). A resolução de problemas na educação matemática: onde estamos e para onde iremos? In: Jornada Nacional de Educação Matemática, 4, 2012, Passo Fundo. *Anais...*UPF: Passo Fundo.

Onuchic, L. R.; & Allevato, N. S. (2011). Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. *Bolema,* Rio Claro (SP), 25 (41), pp. 73-98.

Polya, G. (1945). *How to solve it.* Princeton, NJ Princeton University Press.

Proença, M. C. (2018). *Resolução de problemas:* encaminhamentos para o ensino e aprendizagem de Matemática em sala de aula. Maringá: Eduem.

Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical problem solving*. New York: Academic Press.

______. (1987). *Cognitive science and mathematics education*. Hillsdale, NJ: Erlbaum Assoc.

Zabala, A. *A prática educativa:* como ensinar. Porto Alegre: Artmed, 1998.

Elementos da Coavaliação e Autoavaliação presentes na metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas

Elements of Co-Assessment and Self-Assessment present in the Teaching-Learning-Assessment methodology of Mathematics through Problem Solving

Elementos de Coevaluación y Autoevaluación presentes en la metodología de Enseñanza-Aprendizaje-Evaluación de las Matemáticas a través de la Resolución de Problema

Ricardo Gonçalves[944]
Escola Técnica Estadual – ETEC "Jacinto Ferreira de Sá"
Id orcid 0000-0001-9501-6117

Márcio Pironel[945]
Instituto Federal de São Paulo – IFSP, Campus Salto
Id orcid 0000-0002-7360-0571

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Resolução de Problemas nas aulas de Matemática

Resumo

O presente trabalho refere-se a uma pesquisa de doutorado que buscou analisar como se constituí a metodologia de trabalho através da Resolução de Problemas com vistas na coavaliação e autoavaliação. Participaram da pesquisa quinze alunos do 2° ano do Ensino Médio de uma escola particular localizada na cidade de Ourinhos/SP. Buscando promover a aprendizagem de funções definidas por várias sentenças, elaboramos e aplicamos uma proposta didática com base em problemas geradores adaptados de livros didáticos e outras fontes. Os dados dessa pesquisa qualitativa foram gravados em diversas fontes que serviram como documento para análise e apresentação dos dados. A partir da aplicação da proposta, aliada às orientações de documentos oficiais e às novas metodologias de ensino no âmbito da Educação Matemática temos como objetivo principal analisar como se constituí e se integra, especialmente, a coavaliação e autoavaliação à metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Durante o desenvolvimento das atividades os resultados apontaram que essa metodologia de trabalho favoreceu, dentre vários aspectos, a coavaliação e a autoavaliação, também, potencializou a investigação matemática, o diálogo e o trabalho colaborativo e reflexivo entre os estudantes e o professor.

Palavras-chave: Educação Matemática, Resolução de Problemas, Avaliação, Funções.

Abstract

The present work refers to doctoral research that sought to analyze how the work methodology was constituted through Problem Solving with a view to co-evaluation and self-evaluation. Fifteen 2nd year high school students from a private school located in the city of Ourinhos/SP participated in the research. Seeking to promote the learning of functions defined by several

[944] ri_gaia@hotmail.com.
[945] marcio.pironel@ifsp.edu.br

sentences, we developed and applied a didactic proposal based on generating problems adapted from textbooks and other sources. Data from this qualitative research were recorded in several sources that served as a document for data analysis and presentation. From the application of the proposal, combined with the guidelines of official documents and the new teaching methodologies in the field of Mathematics Education, our main objective is to analyze how co-evaluation and self-evaluation are constituted and integrated into the Teaching-Learning-Assessment methodology. Of Mathematics through Problem Solving. During the development of the activities, the results showed that this work methodology favored, among many aspects, co-evaluation and self-evaluation, as well as enhancing mathematical investigation, dialogue and collaborative work between students and the teacher.
Keywords: Mathematics Education, Problem Solving, Assessment, Functions.

Resumen

El presente trabajo hace referencia a una investigación doctoral que buscó analizar cómo se constituyó la metodología de trabajo a través de la Resolución de Problemas con miras a la coevaluación y autoevaluación. Participaron de la investigación quince estudiantes de 2º año de enseñanza media de una escuela privada ubicada en el municipio de Ourinhos/SP. Buscando promover el aprendizaje de funciones definidas por varias oraciones, desarrollamos y aplicamos una propuesta didáctica basada en la generación de problemas adaptados de libros de texto y otras fuentes. Los datos de esta investigación cualitativa fueron registrados en varias fuentes que sirvieron como documento para el análisis y presentación de los datos. A partir de la aplicación de la propuesta, combinada con los lineamientos de los documentos oficiales y las nuevas metodologías didácticas en el campo de la Educación Matemática, nuestro principal objetivo es analizar cómo la coevaluación y la autoevaluación se constituyen e integran en la Enseñanza-Aprendizaje- Metodología de evaluación de las Matemáticas a través de la Resolución de Problemas. Durante el desarrollo de las actividades, los resultados mostraron que esta metodología de trabajo favoreció, entre muchos aspectos, la coevaluación y la autoevaluación, además de potenciar la investigación matemática, el diálogo y el trabajo colaborativo entre los estudiantes y el docente.
Palabras clave: Educación Matemática, Resolución de Problemas, Evaluación, Funciones.

Introdução

A Resolução de Problemas[946] tem ocupado um lugar privilegiado na construção ou na reconstrução de conhecimentos matemáticos, contribuindo também para um novo olhar na dinâmica de trabalho em sala de aula. Para corroborar essa assertiva há uma gama enorme de orientações oficiais, tais como a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018) e o Currículo Paulista (SÃO PAULO, 2020) e diversas pesquisas desenvolvidas no âmbito da Educação Matemática, como os trabalhos desenvolvidos por Gonçalves (2015), Pironel (2019) e Onuchic e Allevato (2021).

Tais pesquisas têm mostrado que a Resolução de Problemas pode configurar-se como

[946] Utilizamos Resolução de Problemas com iniciais maiúsculas para indicar uma prática educativa orientada pela resolução de problemas, um tema, um campo de estudos e ou de investigação; enquanto com iniciais minúsculas refere-se ao ato, à ação de buscar pela solução de um problema.

uma possibilidade efetiva de ensino-aprendizagem-avaliação dos mais diversos conteúdos matemáticos, contribuindo para uma avaliação mais formativa, pautada no diálogo e no trabalho colaborativo e reflexivo em sala de aula. Nessa perspectiva, o objetivo deste trabalho é analisar como se constituí e se integra, especialmente, a coavaliação e autoavaliação à Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas (ALLEVATO; ONUCHIC, 2021) considerando como conteúdo matemático as funções definidas por várias sentenças.

De acordo com a BNCC, uma das habilidades em Matemática acerca do conteúdo de funções consiste em analisar funções definidas por várias sentenças em suas representações algébrica e gráfica e suas conversões. (BRASIL, 2018). Este documento também demonstra preocupação com o trabalho através da Resolução de Problemas e nossa pesquisa procura mostrar um caminho a ser trilhado na sala de aula de Matemática.

Metodologia da Pesquisa

Adotamos, nesta pesquisa, uma abordagem qualitativa. Atuando como professor e pesquisador da turma investigada, foi possível manter um contato direto com o grupo pesquisado. Para o desenvolvimento e a construção dos dados, adaptamos e aplicamos uma proposta didática envolvendo nove problemas, elaborados a partir de questões presentes nos livros didáticos, cinco deles desenvolvidos nos encontros presenciais, em sala, e quatro problemas como tarefa, que os alunos resolviam em casa e traziam para discussão no encontro seguinte.

No ano de 2014, realizamos cinco encontros, um para cada problema, envolvendo quinze alunos do segundo ano do Ensino Médio de uma escola particular da cidade de Ourinhos/SP durante dois meses, em um encontro por semana com duração de duas horas e trinta minutos em contraturno do período normal das aulas. Os dados coletados foram gravados em áudio e vídeo, fotografados e documentados; as descrições das atividades foram registradas em diário de campo e as resoluções dos alunos recolhidas para análise e interpretação.

Buscamos observar como os estudantes desenvolveram a resolução dos problemas geradore[947], os procedimentos adotados por eles e como apresentavam seus questionamentos e realizaram as interações. Nessa perspectiva, procuramos considerar como os participantes

[947] Para Allevato e Onuchic (2021) o problema gerador, tem como objetivo a construção de um novo conteúdo, conceito, princípio ou procedimento matemático em que o conteúdo necessário ou mais adequado para a resolução do problema ainda não foi desenvolvido em sala.

enfrentavam e tentavam resolver os problemas e como avançavam na construção do novo conhecimento matemático.

Adotamos a análise documental com o objetivo de captar elementos relevantes e consistentes referente ao trabalho realizado. Para Lüdke e André (1986):

> os documentos constituem uma fonte poderosa de onde podem ser retiradas evidências que fundamentam afirmações e declarações do pesquisador. Representam ainda uma fonte "natural" de informação. Não são apenas uma fonte de informação contextualizada, mas surgem num determinado contexto e fornecem informações sobre esse mesmo contexto. (LÜDKE; ANDRÉ, 1986, p. 39).

Os documentos analisados em nossa pesquisa consistem de resoluções escritas dos problemas geradores desenvolvidas pelos alunos, que, posteriormente foram analisadas pelos pressupostos da Análise Textual Discursiva – ATD (MORAES; GALIAZZI, 2011). Desse modo e através das categorias de análises que emergiram da construção e interpretação dos dados verificamos elementos relevantes da coavaliação e da autoavaliação integrados ao trabalho através da Resolução de Problemas que serão apresentados nas seções seguintes.

3) Marco Teórico: Resolução de Problemas e Avaliação

Uma das competências gerais propostas pela BNCC (BRASIL, 2018) para a Educação Básica, consiste em:

> Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, **formular** e **resolver problemas** e **criar soluções** [...] (BRASIL, 2018, p. 9, grifo nosso).

Essa sugestão de trabalho indica que a Resolução de Problemas se estabelece como uma abordagem de ensino que contribui para potencializar a investigação matemática, favorecendo a criatividade e a reflexão a partir de problemas geradores (GONÇALVES; ALLEVATO, 2020) acerca do ensino e aprendizagem das funções definidas por várias sentenças através da Resolução de Problemas.

Especificamente para o Ensino Médio, encontramos na proposta do Currículo Paulista (SÃO PAULO, 2020) ideias que reforçam a importância da Resolução de Problemas como metodologia de ensino. Esse documento propõe que:

> O desenvolvimento do conhecimento matemático envolve a utilização da **metodologia da resolução de problemas**, especialmente no que tange às contextualizações, à busca de instrumentação crítica para o mundo do trabalho e à aproximação dos conteúdos escolares. Nesse sentido, o ato de abstrair e ressignificar os saberes matemáticos pode favorecer a **elaboração de novas situações-problema**. (SÃO PAULO, 2020, p.112, grifo nosso).

Assim, ressaltamos que uma das possibilidades de abordagem que a Resolução de

Problemas oferece é a contextualização. Nesse sentido, ela pode servir como instrumento para aproximar conteúdos escolares da realidade dos estudantes, potencializando a interdisciplinaridade e favorecendo a promoção de um processo educativo de aprendizagem pelas conexões matemáticas. (ALLEVATO; ONUCHIC, 2019).

Contamos ainda com pesquisas em Educação Matemática que, nos últimos anos, vêm se consolidando como uma área relevante e importante para aprofundar concepções sobre ensinar, aprender e avaliar, bem como, compreender como se dá o pensamento matemático no ambiente escolar e fora dele.

Nesse cenário, utilizamos a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, na perspectiva desenvolvida por Allevato e Onuchic (2021), onde o conhecimento matemático é construído ou se amplia através da resolução de um problema gerador, integrando o ensino, a aprendizagem e a avaliação:

> os problemas são propostos aos alunos antes de lhes ter sido apresentado formalmente o conteúdo matemático necessário ou mais apropriado à sua resolução que, de acordo com o programa da disciplina para a série atendida, é pretendido pelo professor. Dessa forma, o ensino-aprendizagem de um tópico matemático começa com o problema [o problema gerador] que expressa aspectos-chave desse tópico e técnicas matemáticas dever ser desenvolvidas na busca de respostas razoáveis ao problema dado. (ALLEVATO, ONUCHIC, 2021, p. 52).

Quanto a palavra composta ensino-aprendizagem-avaliação "[...] tem o objetivo de expressar uma concepção em que o ensino, a aprendizagem e a avaliação devem ocorrer simultaneamente durante a construção do conhecimento matemático pelo aluno, com o professor atuando como guia e mediador" (ALLEVATO, ONUCHIC, 2021, p. 43).

Ou seja, uma proposta mais atual do processo de ensino e aprendizagem, integrando-se a avaliação é contemplada, com vistas a acompanhar continuamente o desenvolvimento do estudante durante esse processo, potencializando a aprendizagem enquanto ela ocorre e reorientado as ações de sala de aula quando necessário.

Nessa perspectiva e buscando desenvolver um trabalho através da Resolução de Problemas, Allevato e Onuchic (2021) sugerem dez etapas para seu desenvolvimento: 1. Proposição do problema; 2. Aluno desafiado a utilizar seus conhecimentos prévios; 3. Em pequenos grupos, alunos discutem e aprimoram compreensões; 4. Professor observa e incentiva; 5. Alunos, em grupos, resolvem os problemas; 6. Alunos apresentam soluções; 7. Em plenária, professores e alunos argumentam e discutem ideias e concepções; 8. Busca-se um consenso sobre os processos de resolução; 9. Professor formaliza o conteúdo matemática; 10. Proposição de novos problemas (Allevato, 2021).

Essas dez etapas subsidiam o trabalho através da Resolução de Problemas, orientando o professor a desenvolver atividades que possam potencializar a aprendizagem de conteúdos matemáticos, diversificando as ações de ensino e integrando a esses processos a avalição, colocando o aluno como agente ativo desse processo.

Nesse contexto, entendemos que a avaliação integrada ao ensino e à aprendizagem é formativa e pretende promover situações de aprendizagem mais dinâmicas, sendo realizada de forma contínua e reflexiva. É por meio desse tipo de avaliação que o professor acompanha, par e passo, o processo de aprendizagem dos estudantes, possibilitando novas e diferentes interações com o processo de ensino, valorizando o diálogo entre os envolvidos e otimizando a construção do conhecimento e favorecendo a criatividade, a criticidade e a autonomia.

A avaliação formativa é caracterizada por ser uma ferramenta que aproxima as interações em sala de aula colocando o professor como mediador do conhecimento e o estudante como agente próprio e consciente de suas ações, favorecendo outros tipos de avaliação como, por exemplos, a coavaliação e a autoavaliação.

Diante do exposto, Santos (2002) afirma que a coavaliação ocorre em situações “que levam os alunos a apoiar os outros e a receber ajuda dos pares constituem experiências ricas na reestruturação dos seus próprios conhecimentos, na regulação das suas aprendizagens, e no desenvolvimento da responsabilidade e da autonomia”. (SANTOS, 2002, p. 76). A coavaliação mostra-se presente nas etapas 03, 05 e 06 da metodologia de trabalho através da Resolução de Problemas sugeridas por Onuchic e Allevato (2021) como apresentaremos na seção seguinte. Ainda sobre coavaliação, Perrenoud (1999) aponta que:

> É um processo simultaneamente externo e interno ao sujeito. Implica outros, mas envolve igualmente o próprio. Reconhecendo a interação social como um recurso fundamental na construção do conhecimento, é através de situações de comunicação, que os alunos em interação são colocados “em situações de confronto, de troca, de interação, de decisão, que os forcem a explicar, a justificar, a argumentar, expor ideias, dar ou receber informações para tomar decisões, planear ou dividir o trabalho, obter recursos” (PERRENOUD, 1999, p. 99).

A coavaliação é entendida como um movimento de comparação de ideias, de argumentação e de base entre os alunos para que possam promover a reflexão e auxiliar a construção ou reconstrução do conhecimento matemático delineado por objetivos consistentes e claros. Vale ressaltar que esta prática necessita do auxílio e orientação do professor, para que seja significativo a todos os participantes e relevantes para os processos de ensino, de aprendizagem e de avaliação em geral.

A autoavaliação, por outro lado, é um processo exclusivamente interno ao sujeito.

Santos (2002) indica que é um olhar crítico consciencioso sobre o que se faz, enquanto se aprende ou ensina, no momento em que se faz. Como é um processo de metacognitivo, o aluno é capaz de tomar consciência dos próprios processos mentais, bem como, de reorganizar sua aprendizagem em um ambiente reflexivo e mediado pelo professor, a qual analisa, sugere, corrige, questiona e discute os resultados que estão sendo obtidos.

A autoavaliação, além de conter relatos sobre atividades e conteúdos aprendidos, tem espaço para o estudante colocar suas reflexões e se colocar como parte integrante desse processo dando a oportunidade para ele reconstruir e reavaliar suas ideias e o que ainda não foi plenamente compreendido.

A concepção de ensinar Matemática através da Resolução de Problemas não vê a Resolução de Problemas apenas como mais um conteúdo a ser abordado em aula de Matemática, ou como uma forma de tornar a Matemática útil, uma ferramenta para resolver problemas de outras áreas ou dela mesma. Nessa forma de trabalho, a Resolução de Problemas é uma metodologia pela qual o conhecimento matemático é constituído ou se amplia através da resolução de um problema gerador.

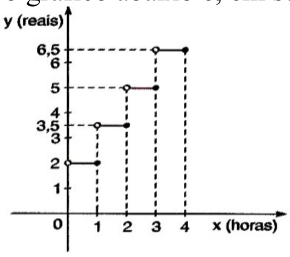
Apresentação e Discussão dos Dados

Nesta seção, buscaremos descrever como ocorreu a dinâmica da aula, apresentando o problema 02, a resolução de alguns alunos, elementos da coavaliação e autoavaliação e as reflexões sobre o desenvolvimento do trabalho através da Resolução de Problemas.

Apresentaremos o problema abordado no segundo encontro, apresentando os objetivos, as intenções e as relações com a metodologia de trabalho através da Resolução de Problemas. O problema (Problema 2, abaixo) apresentado envolve as funções definidas por várias sentenças e foi extraído e adaptado do livro Matemática Completa, 1ª série, de Giovanni e Bonjorno (2005).

Acerca do ensino de funções através da Resolução de Problemas, Van de Walle (2009) sugere a importância de enfatizar a representação gráfica das funções: o contexto dá sentido ao gráfico e o gráfico acrescenta maior compreensão ao contexto.

Problema 02: No gráfico abaixo o eixo das abscissas representa o tempo em horas, e no eixo das ordenadas os valores em reais. Observe o gráfico abaixo e, em seguida, faça o que se pede:



a) Elabore uma situação que possa ser representada pelo gráfico acima.
b) Elabore duas perguntas e as resposta de acordo com a situação que você elaborou no item a.
c) É possível encontrar a lei de formação da função representada nesse gráfico? Se sim, apresente-a. Se não, justifique sua resposta.
d) Complete a tabela

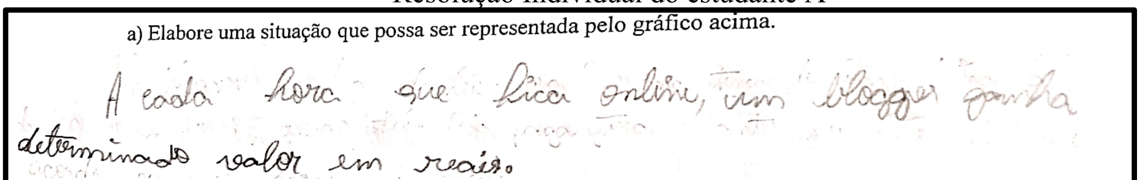
x	y
2,5	
	3,5

Explique o que significam os valores que você indicou em cada linha da tabela em relação à situação que você elaborou no item a.
e) Que outra situação poderia ser elaborada ou expressa por uma função com comportamento semelhante ao da função representada no gráfico acima? Escreva detalhadamente essa situação.
f) Assinale a denominação do gráfico apresentado acima.
( ) Gráfico de uma função de retas.
( ) Gráfico de uma função maior inteiro.
( ) Gráfico de uma função de várias sentenças.
( ) Gráfico de uma função infinita.
Agora, justifique a alternativa que você escolheu.
Fonte: Gonçalves, 2015.

Diante do contexto apresentado, buscaremos trazer elementos da coavaliação e da autoavaliação que possam estar presentes na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Apresentaremos para esse trabalho algumas análises e interpretações referente ao item a do problema 02. Inicialmente apresentaremos a resolução do item *a* desenvolvida por dois estudantes, denominados de A e B e, em seguida, apresentaremos a resolução desses mesmos estudantes no trabalho em grupo e submetidos ao trabalho através da Resolução de Problemas.

Em relação a resolução individual do estudante A, percebemos que ele elabora uma situação com pouca clareza a partir do gráfico dado, porém traz contexto para relacionar o tempo com o valor a ser pago como indicado no gráfico.

Resolução Individual do estudante A


a) Elabore uma situação que possa ser representada pelo gráfico acima.

A cada hora que fica online, um blogger ganha determinado valor em reais.

Fonte: Dados do pesquisador

Ao responder que "a cada hora que fica online, um blogger ganha determinado valor em reais", o estudante não apresenta uma situação clara que relaciona o tempo em horas com o valor em reais a ser representada por uma função definidas por várias sentenças. Um outro estudante, denotado B, a seguir, que compôs dupla com o estudante A na resolução individual, apresentou uma situação contextualizada e mais completa, porém, também sem consonância com o gráfico apresentado do problema gerador. No entanto, verificamos uma melhor explicitação dos valores do domínio (no eixo x – em horas) e da imagem (no eixo y – em reais) apresentando algum registro escrito.

Resolução Individual do estudante B

a) Elabore uma situação que possa ser representada pelo gráfico acima.

Um sorvete após 1 hora custará 3,5 reais, mais 1 hora 5 reais e mais uma 6,5 reais, outro sabor só foi contado uma hora depois do primeiro do outro pronto. (Chute)

Fonte: Dados do pesquisador

Na resolução individual que o aluno B apresentou é possível verificar que ele não possui a percepção de possíveis situações que podem ser representadas por uma função definida por várias sentenças. O contexto utilizado pelo aluno não está em consonância com o gráfico, porém apresenta as relações entre o tempo em horas e o valor em reais de acordo com as unidades explicitadas no gráfico.

Mesmo afirmando que "chutou" a resposta, é possível verificar uma predisposição do estudante em tentar resolver o item do problema, assim como aconteceu com a estudante A, mostrando que durante a resolução individual os estudantes são convidados a reativarem seus conhecimentos prévios, buscando em sua estrutura cognitiva, as ideias já existentes para resolver um problema, em um processo reflexivo e metacognitivo como ocorrer na autoavaliação.

Buscando avançar nossas análises, interpretação e a comunicação dos dados do item a, vamos apresentar a resolução dos mesmos alunos A e B, agora no trabalho em duplas, ou seja, avançando para as etapas 4 a 6 do trabalho através da Resolução de Problemas, conforme Allevato e Onuchic (2021).

Resolução em grupo dos estudantes A e B

a) Elabore uma situação que possa ser representada pelo gráfico acima.

Um bacon geneticamente modificado estufa sua carne de acordo com as horas que passam e seu preço consequentemente torna-se mais caro. Sendo seu preço normal R$ 2,00 e seu aumento correspondente a R$ 1,50 por hora.

Fonte: Dados do pesquisador.

A partir dessa resolução apresentada pela dupla foi possível perceber um avanço no texto escrito, bem como a criatividade e as relações mais coerentes com os valores representados no gráfico fornecido. Em nossas categorias de análises desenvolvidas pela ATD essa resolução foi considerada com a *elaboração de situações envolvendo relações matemáticas.* Também se efetivou uma maior interação entre a dupla e o professor, durante a resolução do problema gerador, como descrito a seguir:

Professor-Pesquisador: _Como assim? Não compreendi como vai ocorrer esse crescimento.
Dupla A e B: _Professor, inicialmente o bacon já custa R$ 2,00, até a primeira hora; após isso ele precisa ficar uma hora completa para aumentar seu valor em R$1,50.
Professor-Pesquisador: _Mas como ele vai aumentando?
Dupla A e B: _Após passada uma hora completa, "bummmmm"! Ele aumenta, cresce e fica R$ 1,50 mais caro em relação ao valor anterior.
Professor-Pesquisador: _Então ele não vai crescendo em cada instante?
Dupla A e B: _Não, precisa esperar uma hora inteira, aí cresce de uma vez.

Tomando como base a resolução da dupla dos estudantes A e B e esse diálogo com o professor-pesquisador, percebemos elementos da coavaliação. Esse episódio evidencia que os estudantes A e B em um processo de reflexão e ajuda conjunta, pois em dupla, demostraram maior domínio na proposição de novas questões considerando a situação com base no gráfico dado. Desempenharam um trabalho mais colaborativo e apresentaram uma resolução mais coerente em relação ao trabalho individual, certamente, como destaca Perrenoud (1999), por estarem envolvidos em situações de confronto, debates, trocas e interação entre eles, e mediado pelo professor, levando-os a justificar, a argumentar, explicitar e trocar ideias para tomada de decisões como propõe a coavaliação.

Segundo Van de Walle (2009) é importante que o professor deixe os alunos caminharem: "Deixar caminhar também significa permitir que eles cometam erros. Quando você observa um erro ou pensamento incorreto, não corrija imediatamente" (VAN DE WALLE, 2009, p. 65).

Para a promoção e avaliação da aprendizagem também realizamos um debate em plenária. É um momento importante na Resolução de Problemas como metodologia de ensino, aprendizagem e avaliação; nesse momento, professor e alunos discutem as diferentes resoluções construídas e apresentadas na lousa. Como mediador, o professor objetiva o consenso sobre a melhor resolução, promovendo a interação entre os envolvidos a fim de avaliar o que foi ou não compreendido pelos alunos, considerando seus avanços a partir das resoluções individuais conforme sugeridas por Allevato e Onuchic (2021).

A plenária é uma das etapas da Metodologia que favorece, a coavaliação e a autoavaliação. Quanto à autoavaliação, em particular, alunos e professores conseguem revisitar suas próprias resoluções e pensamentos durante a exposição das outras resoluções e ideias apresentadas, nas duplas e em plenária, por outras equipes. Acontece, por exemplo, a partir das questões dissertativas expostas na lousa, quando os estudantes comparam suas resoluções com as dos colegas, que, por sua vez, podem ser fontes de discussão e diálogo entre os pares e com o professor.

Por meio de interações, diálogos, questionamentos e reflexões o professor promove uma avaliação mais cíclica e formativa, ocorrendo concomitantemente ao desenvolvimento da aprendizagem dos alunos balizados pela resolução do problema gerador. Assim, a coavaliação e a autoavaliação se apresenta integrada ao trabalho através da Resolução de Problemas, apresentando-se como uma oportunidade interessante e relevante a se desenvolver em sala de aula como propõem Pironel e Vallilo (2017). Os estudantes têm a oportunidade de discutir e refletir sobre o seu próprio raciocino e sobre o raciocínio que seus colegas utilizaram para resolver o problema gerador. “Trocar” e compartilhar percepções, compreensões, dúvidas e aprendizagens.

Considerações Finais

Percebemos que estudante interessado em resolver o problema gerador mostra, a partir de seus próprios métodos, os avanços e equívocos que ocorrem durante o processo de aprendizagem, estabelecendo assim, um ambiente colaborativo, investigativo e avaliativo. É inconteste que a Resolução de Problemas leva o estudante para além da atividade individual por promover, dentre outros aspectos, um ambiente de interação e avaliação contínua entre alunos e professores, contribuindo para a reestruturação do próprio conhecimento enquanto e durante ele se constrói, como acontece na coavaliação.

Como agente protagonista de sua aprendizagem o estudante faz reflexões constantes sobre o que aprende durante sua aprendizagem, constituindo-se assim, o processo de avaliação formativa, de coavaliação e de autoavaliação ocorrendo integrada ao ensino e aprendizagem trazendo informações relevantes e constantes ao professor. Percebemos que o aluno quando se autoavalia torna-se crítico e autônomo, favorecendo a tomada de decisões em um processo reflexivo sobre seus avanços ou equívocos.

É preciso diversificar o modo de ensinar e de aprender Matemática, para além do tradicional. O professor deve lançar mão de diferentes recursos metodológicos, sejam a resolução de problemas, a modelagem matemática, a aula expositiva ou outros, buscando como isso, diversificar e integrar a avaliação num instrumento de ensino e aprendizagem.

Referências

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. As conexões trabalhadas através da Resolução de Problemas na formação inicial de professores de matemática. **REnCiMa**, São Paulo, v. 10, n. 2, p. 01-14, 2019.

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que através da resolução de problemas? ONUCHIC, L. R. *et. al*. (Org). **Resolução de Problemas**: teoria e prática. 2.ed. Jundiaí: Paco Editorial, 2021.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília: MEC/SEF, 600 p. 2018.

GIOVANNI, J. R; BONJORNO, J. R. **Matemática Completa** 1ª série. 2.ed. São Paulo: FTD, 2005.

GONÇALVES, R. **Resolução de Problemas: uma proposta para a aprendizagem significativa das funções definidas por várias sentenças.** Dissertação. 2015. 124 f. (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2015.

GONÇALVES, R.; ALLEVATO, N. S. G. **Resolução de Problemas como metodologia de ensino e aprendizagem significativa das funções definidas por várias sentenças**. Curitiba: CRV, 2020.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. A. **Pesquisa em educação**: abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

MORAES, R; GALIAZZI, M, C. **Análise Textual Discursiva**: 2. ed. Coleção educação em ciências. Ijuí: Unijuí, 2011.

PERRENOUD, P. **Avaliação**: Da excelência à regulação das aprendizagens: entre duas lógicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1999.

PIRONEL, M. **Avaliação para a aprendizagem:** A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas em Ação. 296f. Tese. (Doutorado em Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2019.

PIRONEL, M; VALLILO, S. A. M.; O papel da avaliação na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. In: ONUCHIC, L. R.; LEAL JUNIOR, L. C; PIRONEL, M. (org.) **Perspectivas para Resolução de Problemas.** São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017.

SÃO PAULO. Secretaria de Educação. **Currículo Paulista**. 2020. 529p.

SANTOS, L. Auto-avaliação regulada. Porquê, o quê e como? In ABRANTES, P.; ARAÚJO, F. (Coord.). **Avaliação das Aprendizagens**: Das concepções às práticas. Reorganização Curricular do Ensino Básico. Lisboa: Ministério da Educação - Departamento da Educação Básica, 2002. p. 77-84.

VAN DE WALLE, J A. **Matemática no ensino fundamental**. Formação de professores e aplicações em sala de aula. Trad. Paulo Henrique Colonese 6 .ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

La resolución de problemas matemáticos: un estudio entre actitudes y estrategias

Solving mathematical problems: a study between attitudes and strategies

Resolução de problemas matemáticos: um estudo entre atitudes e estratégias.

Amilcar Javier Fraga Hernández[948]

Modalidad: Comunicación

Núcleo temático: Resolución de problemas en las clases de Matemáticas.

Resumen

La resolución de problemas constituyen un eje importante dentro de la enseñanza de las matemáticas, da direccionalidad a la aceptación, los investigadores del tema convergen en que se trata de una forma de pensar en donde los alumnos adquieren y desarrollan estrategias y actitudes a través de resolver problemas, el objetivo es conocer cómo las actitudes del alumno intervienen en el desarrollo de estrategias en el proceso de la resolución de problemas matemáticos, los respondientes son estudiantes de los tres grados que comprenden la educación secundaria publica en México, la interrogante es, ¿Cómo intervienen las actitudes en el desarrollo y adquisición de estrategias del alumno al resolver problemas matemáticos? Por la proposición del objetivo está orientada al hallazgo, indica expresamente vínculos o relaciones encontradas fuera de norma o expectativa, carácter Cualitativo y Cuantitativo, en los resultados, los alumnos que resuelven problemas matemáticos desarrollan estrategias como: ensayo y error, semialgebraico y algebraicamente, su actitud es positiva (activo, atento, alegre, perseverante, comprometido y con alto ingenio)

Palabras clave: Resolución de problemas, actitudes y estrategias.

Abstract

Problem solving constitutes an important axis within the teaching of mathematics, it gives direction to acceptance, researchers on the subject converge that it is a way of thinking where students acquire and develop strategies and attitudes through solving problems, the objective is to know how the student's attitudes intervene in the development of strategies in the process of solving mathematical problems, the respondents are students of the three grades that comprise public secondary education in Mexico, the question is: How do they intervene? attitudes in the development and acquisition of strategies of the student when solving mathematical problems? By the proposition of the objective is oriented to the finding, expressly indicates links or relationships found outside the norm or expectation, Qualitative and Quantitative character, in the results the students who solve mathematical problems develop strategies such as: trial and error, semialgebraically and algebraically, their attitude is positive (active, attentive, cheerful, persevering, committed and with high ingenuity)

Keywords: Problem solving, attitudes and strategies.

[948] ja_fraga@uap.uaz.edu.mx

Introducción

Una de las tareas fundamentales en la educación matemática es la resolución de problemas, (Santos, 2007), la cual se refleja en el enfoque central de la asignatura de matemáticas de educación secundaria en México, (SEP, 2011). En ésta la resolución de problemas como metodología didáctica tiene la finalidad de que los estudiantes reflexionen, propongan sus propios procedimientos de solución y argumenten sus resultados (SEP, 2011). En este sentido la resolución de problemas es una actividad que debe favorecer el profesor en el aula, no es posible deslindar tan importante concepto, la tarea para los docentes es ardua, se debe buscar que los alumnos adquieran habilidades y estrategias para resolver problemas, teniendo los docentes la capacidad de identificar los conocimientos que el alumno adquirió en su recorrido escolar, así mismo las actitudes son fundamentales del proceso de resolución de problemas matemáticos. Por ello, la presente investigación tiene como objetivo identificar las estrategias y las actitudes que tiene los estudiantes ante la resolución de problemas matemáticos.

De acuerdo con diversos estudios, la resolución de problemas tiene un papel importante en el conocimiento matemático, lleva al estudiante a construir nuevo conocimiento, vialidad y poner en práctica lo que sabe. Para (Santos, 2007) en los últimos treinta años la resolución de problemas ha sido una línea de investigación trascendental en educación matemática, esto ha influido en el desarrollo de propuestas curriculares y por ende en el salón de clase.

En los últimos años se ha constatado un aumento de las investigaciones que relacionan la dimensión afectiva del individuo (creencias, actitudes y emociones) y la enseñanza - aprendizaje de las matemáticas.

(Watt, 2000) ha realizado un estudio que llevaba como objetivo, entre otros, conocer la relación entre la actitudes y el rendimiento académico en el área de las matemáticas y de qué modo ésta se encuentra influenciada por la edad de los estudiantes. Los resultados de su estudio fueron consistentes con estudios anteriores, señalando un cambio de actitudes hacia las matemáticas a través de los niveles escolares; es decir, a mayor nivel de estudios se observan actitudes más negativas hacia el aprendizaje de los conocimientos matemáticos (así como una tendencia del dominio masculino en las matemáticas).

Por otra parte distintos investigadores han puesto de manifiesto que los afectos (emociones, actitudes y creencias) de los estudiantes son factores claves en la comprensión de su comportamiento en matemáticas, el papel central de las creencias (Schoenfeld, 1992) y las emociones (Chacón, 1997) en el éxito o el fracaso en matemáticas ha sido apuntado por distintas didácticas de las matemáticas. Se destacan aspectos relativos a las consecuencias de los afectos:

- El impacto poderoso que tienen en como los alumnos que aprenden y utilizan las matemáticas. Los afectos establecen el contexto personal dentro de la cual funcionan los recursos, las estrategias heurísticas y el control al trabajar las matemáticas.
- La influencia en la estructura del auto concepto como aprendiz de las matemáticas.
- Las interacciones que se producen con el sistema cognitivo.
- La influencia en la estructuración de la realidad social del aula.
- El obstáculo que son para un aprendizaje eficaz.

El estudiante al aprender matemáticas, recibe continuos estímulos asociados con las matemáticas que le generan cierta tensión, ante ellos reacciona de forma emocionalmente de forma positiva o negativa. Si el individuo se encuentra con situaciones similares repetidamente, produciendo la misma clase de reacciones afectivas, entonces la activación de la reacción emocional puede ser automatizada, y se solidifica en actitudes. Estas actitudes y emociones influyen en las creencias y colaboran a su formación, (Chacón, 1997).

(Villarreal, 2005) realizo una investigación con alumnos de nivel secundaria en colegios de Chile donde se presenta la alta valoración que tienen los profesores para el uso de estrategias en la resolución de problemas, además permitió ver el escaso uso de los alumnos sobre estrategias de resolución de problemas, algunas conclusiones son las siguientes:

- Los alumnos observados son de segundo nivel de secundaria -grado 10-, un total de 44 alumnos, cuyas edades fluctuaban entre los 15 y 16 años. El curso estaba compuesto por un 34% de estudiantes de sexo femenino y un 66% de estudiantes de sexo masculino.
- Se observó que las estrategias utilizadas por los alumnos son de las que se consideran como básicas: leer el problema; buscar datos; relacionarse colaborativamente entre los estudiantes.
- Por otra parte, las menos observadas, con índices de rara vez, se pueden asociar a estrategias más avanzadas, como: generar planificación para resolver el problema; ejecutar este plan; y discutir sobre lo aprendido.
- Se puede señalar, que los alumnos fundamentalmente trabajaban de manera intuitiva respecto a estrategias de resolución de problemas, junto con señalar que el profesor no realizó actividades, no dirigió el actuar de los alumnos ni hizo mención al tema de estrategias de resolución de problemas, pidiéndoles solo leer el problema y buscar los datos.

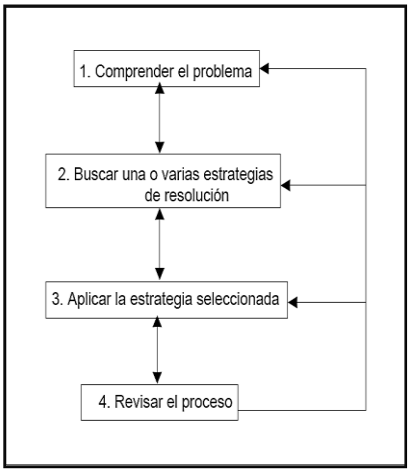
- Actitud de los alumnos en la sala expresado en comportamiento individual, automotivación, trabajo realizado y ausencia de trabajo.

Marco de referencia

La resolución de problemas implica habilidades y estrategias por parte del sujeto. En relación con esto, (Polya, 1965), en su libro "Como plantear y resolver problemas" establece que el resolver problemas es una cuestión de habilidad práctica como, por ejemplo, el nadar. La habilidad práctica se adquiere mediante la imitación y la práctica. Al tratar de resolver problemas, hay que observar e imitar lo que otras personas hacen en casos semejantes, y así aprendemos problemas ejercitándolos al resolverlos.

Además menciona que para resolver un problema se necesitan de cuatro componentes importantes:

Figura 1.
Componentes inmersos en la resolución de problemas matemáticos.



De acuerdo con Polya, cada componente tiene un objetivo que, en su conjunto, llevan al estudiante a resolver satisfactoriamente el problema:

- Comprender el problema: Es el proceso donde se introducen preguntas detonantes con el fin de acercar a los alumnos a la comprensión del problema, y no solo comprenderlo, sino también debe desear resolverlo. El problema debe escogerse adecuadamente, ni muy difícil ni muy fácil, y debe dedicarse un cierto tiempo a exponerlo de un modo natural e interesante.
- Buscar una o varias estrategias de solución: Lo esencial en la solución de un problema es el concebir la idea de un plan, esta idea puede formar parte poco a poco o bien, después de ensayos aparentemente infructuosos y de un periodo de duda, se puede tener de pronto una idea "brillante".

- Aplicar la estrategia seleccionada: Poner en practica el plan, concebir la idea de la solución, ello no es tarea fácil, para lograrlo, el concurso de toda una serie de circunstancias, conocimientos ya adquiridos, buenos hábitos de pensamiento, concentración, y lo que es más, buena suerte.
- Resolver el proceso (análisis del proceso empleado): ¿Puedes verificar el resultado?, ¿tienes otra estrategia de solución?, son lagunas de las interrogantes que los maestros deben hacer a sus alumnos para generar el razonamiento en la resolución de problemas.

Por su parte, las actitudes y las estrategias juegan un papel fundamental en la solución de problemas matemáticos, en los últimos años se ha constatado un aumento de las investigaciones que relacionan la dimensión afectiva del individuo (creencias, actitudes y emociones) y la enseñanza - aprendizaje de las matemáticas. Si el objeto es la matemática, se pueden distinguir dos grandes categorías relacionadas con las actitudes (NCTM, 2000), las cuales son:

- Actitudes hacia la matemática
- Actitudes matemáticas

Las actitudes hacia la matemática se refieren a la valoración y al aprecio de una disciplina y al interés por esta materia y por su aprendizaje, y subrayan más la componente afectiva que la cognitiva y se caracterizan por considerar las capacidades de los sujetos y su modo de utilizarlas (Martínez, 2008)

Para (Naranjo & Segura, 2010) la actitud se acompaña de creencias y justificaciones que funcionan como un sistema de explicación, por lo que la opinión de los estudiantes, basada en sus creencias, desencadena actitudes hacia las matemáticas que condicionan su forma de actuar.

(Naranjo, 2010) indica que las actitudes se adquieren de forma directa e indirecta. El modo directo es cuando la persona las adquiere mediante la experiencia, lo cual le produce satisfacción y significado; por su parte, en el modo indirecto, el individuo adquiere la actitud por medio de otros, a quienes respeta y admira, y que se convierten en modelos auténticos.

Por tal razòn el papel que juega el maestro en el aula es de suma importancia, es quien genera genera una formaciòn y cambio de actitudes de sus alumnos. Desde esta perspectiva, las conductas asumidas por el docente en gran medida tendran un efecto transformadro para sus alumnos (Álvarez, 2007)

Para (Piaget, 2000) sin afecto no habría interés, necesidad y motivación para el aprendizaje, ni tampoco cuestionamientos, y sin estos no hay desarrollo mental. Cognición y afectividad se complementan: se dan soporte, en la resolución de un problema sucede lo mismo par lograr resolverlo de manera efectiva se necesita interesarse, pues los alumnos solo resuelven lo que para ellos es interesante.

Lo anterior toma sentido en los panes y programas 2011, se crea un nuevo Estándar Curricular en Matemáticas, (Actitud hacía el estudio de las Matemáticas), estos comprenden el conjunto de aprendizajes que se espera de los alumnos en los cuatro periodos escolares para conducirlos a altos niveles de alfabetización matemática (SEP, 2011)

1. Sentido numérico y pensamiento algebraico
2. Forma, espacio y medida
3. Manejo de la información
4. Actitud hacia el estudio de las matemáticas

Metodología

La presente investigación se basó en un diseño mixto de dos etapas o fases, cuantitativo y cualitativa. En la primera se identificó las actitudes de los estudiantes con respecto a las matemáticas. En la segunda, se profundizó en las estrategias de solución de los estudiantes.

Participaron 326 estudiantes de secundaria pública, en Fresnillo, Zacatecas, México. La edad de los participantes oscila entre los 13 y 15 años y están cursando alguno de los tres grados que conforman la educación secundaria en México.

Para la primera etapa se construyó un instrumento tipo encuesta, para ello se tomaron supuestos teóricos relacionados con las actitudes, consistió en una escala centesimal 0-100.

Se utilizó el análisis de Cronbach para garantizar la validez y confiabilidad del protocolo de investigación, obteniéndose un alfa de .960395, y un estandarizado que difiere del anterior en .000323, lo que indica que los valores son muy parecidos.

Para la segunda etapa se les pidió resolver tres problemas, los cuales fueron seleccionados con la característica para que los alumnos tuvieran diferentes estrategias de solución (heurísticas) y así poder realizar un análisis mediante la observación (actitud y la manera que intentaba resolver) y rescatar cada heurística (estrategia seleccionada), además se incluyeron preguntas con la intención de dar apertura a la resolución de problemas. Para fines de esta ponencia, solo se muestran los resultados del problema 2, ¿por qué?, es un problema que cumple con las características idóneas para lograr rescatar estrategias de solución (heurísticas), donde los estudiantes (por sus características) podían resolverlo desde ensayo y error (primer año), hasta lograr desarrollar un método semialgebriaco o incluso algebraico, (segundo o tercero).

Coincidimos con (Polya, 1965), tener un problema significa buscar conscientemente alguna acción apropiada para lograr una meta claramente concebida pero no inmediata de alcanzar. Esta caracterización identifica tres componentes de un problema:

1. Estar consciente de una dificultad
2. Tener deseos de resolverla
3. La no existencia de un camino inmediato para resolverlo

Problema 1

Si mido un cable de 2 en 2 metros, sobra 1 m; si lo mido de 3 en 3, sobran 2; si lo mido de 4 en 4, sobran 3; si lo hago de 5 en 5, sobran 4. Sabiendo que tiene menos de 100 m. ¿Podrías encontrar la longitud del cable?

Problema 3

Un autobús escolar con capacidad para 36 personas, en su primera parada recoge a un estudiante; en la segunda recoge dos; en la tercera, tres, y así sucesivamente. Si ningún estudiante se baja del autobús, ¿después de que parada se llenara el autobús?

Figura 1: Problema planteado a los estudiantes

PROBLEMA 2

Un libro se abre al azar. El producto de los números de las dos páginas donde se abrió el libro es 3192. ¿Cuáles son los números de las páginas en que se abrió el libro?
¿Cuáles son las incógnitas?____________________
¿Cuáles son los datos?____________________
¿Te has encontrado con un problema semejante? ____________________
¿Conoces un problema relacionado con esté? ____________________
¿Conoces algún contenido matemático que te pueda ser útil? ____________________

El problema refiere a conocer dos números consecutivos, que sean los números de las paginas donde se abrió el libro, las preguntas se asocian a los cuatro componentes que (Polya, 1965) propone para acercar al alumno a comprender, buscar una solución, ejecutar un plan y realizar un análisis de su solución, tratando de indagar otras Heurísticas, la solución es 56 y 57.

Resultados

Los resultados que se muestran son de un análisis de caracterización (cuantitativo), utilizando media de medias para establecer los limites con respecto a la variable compleja de actitudes. Las actitudes miden el estado que presentan los estudiantes al resolver los problemas, señalar que se preguntó a los alumnos que resolvieron solo el problema tres, con la intención de establecer un vinculo entre las estrategias de solución y las actitudes.

“En escala de 0-100. Expresa en que medida muestras las siguientes actitudes cuando es necesaria desarrollar una estrategia en la resolución de problemas matemáticos”

Figura 2: Actitudes

	n	X	Md	Mo	Min	Max	S	Sk	K	CV	Z
Atento	***79***	***80.36***	***90***	***90/100***	***20***	***100***	***21.36***	***-1.24***	***1.01***	***0.27***	***3.76***
Comprometido	***79***	***75.70***	***90***	***90***	***10***	***100***	***23.38***	***-0.90***	***0.15***	***0.31***	***3.24***
Activo	***79***	***73.79***	***80***	***100***	***10***	***100***	***25.98***	***-1.05***	***0.32***	***0.35***	***2.84***
Responable	***79***	***71.03***	***80***	***50***	***0***	***100***	***26.52***	***-0.90***	***0.38***	***0.37***	***2.68***
Seguro	***79***	***70.15***	***80***	***50/80/100***	***0***	***100***	***27.02***	***-0.98***	***0.76***	***0.39***	***2.60***
Alegre	79	66.61	80	80	10	100	30.45	-0.61	-1.07	0.46	2.19
Ingenio	79	61.73	60	80	10	100	29.29	-0.49	-0.96	0.47	2.11
Optimista	79	58.15	70	100	0	100	33.74	-0.36	-1.32	0.58	1.72
Relajado	79	57.52	70	100	0	100	34.00	-0.29	-1.32	0.59	1.69
Persev	79	56.09	70	70/100	0	100	33.43	-0.26	-1.30	0.60	1.68
Curioso	79	51.30	53	100	0	100	36.95	0.00	-1.60	0.72	1.39
Confiado	79	47.18	49	40	0	100	30.81	0.04	-0.74	0.65	1.53
Angustia	79	26.15	10	0	0	100	30.64	1.18	0.49	1.17	0.85
Oposicion	79	21.85	10	0	0	80	22.86	0.74	-0.49	1.05	0.96
Aburrido	79	19.06	10	0	0	90	23.98	1.41	1.34	1.26	0.79
Agresivo	***79***	***15.58***	***10***	***0***	***0***	***100***	***24.40***	***2.12***	***4.10***	***1.57***	***0.64***
Indiferente	***79***	***12.24***	***5***	***0***	***0***	***80***	***19.92***	***2.28***	***5.03***	***1.63***	***0.61***
Irritabilidad	***79***	***11.24***	***5***	***0***	***0***	***90***	***19.33***	***2.83***	***8.89***	***1.72***	***0.58***
Desatento	***79***	***9.70***	***5***	***0***	***0***	***50***	***13.80***	***1.94***	***3.30***	***1.42***	***0.70***
Amargura	***79***	***8.97***	***0***	***0***	***0***	***60***	***15.64***	***2.07***	***3.67***	***1.74***	***0.57***
Mal_humor	***79***	***7.88***	***1***	***0***	***0***	***100***	***17.72***	***4.65***	***24.25***	***2.25***	***0.44***

Xx = 42.97	Ls = 69.74	Li = 16.2	Xs = 26.77

Los estudiantes presentan *atención al comprometerse con la actividad, son seguros y responsables al desarrollar el ingenio,* que es un factor importante para resolver problemas matemáticos al construir una heurística.

De lo anterior se puede inferir que los estudiantes que resuelven problemas (desarrollando una estrategia de solución) presentan actitudes positivas, ponen atención en clase, cumplen con sus actividades escolares y desarrollan su conocimiento al resolver problemas, buscan una solución y ejecutan el plan.

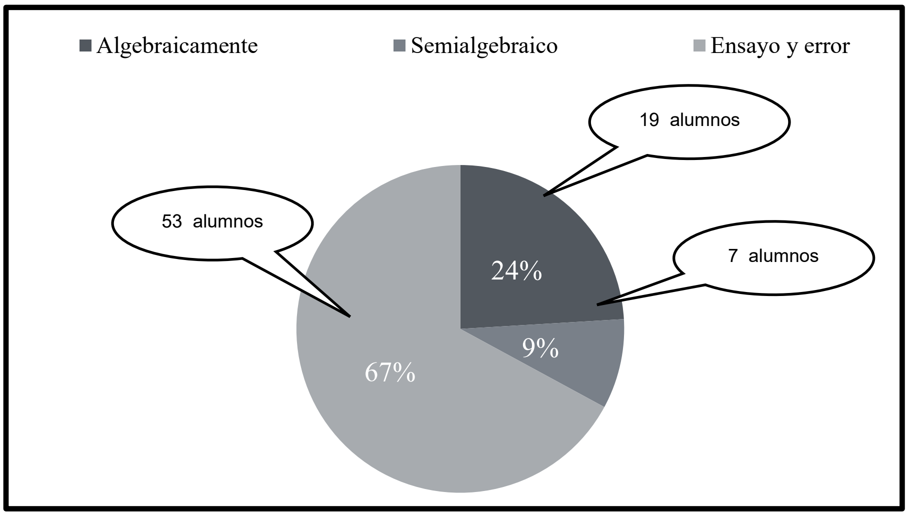
Las respuestas tienden hacia los valores más altos de la escala (-Sk), y están concentradas, evidenciándose una platicúrtica (K<3). Solo siete de las variables presentadas son predictivas dado que la mayoría de los puntajes Z son mayores de 1.96, por lo que los resultados pueden aplicarse en poblaciones semejantes.

Existe evidencia para afirmar que los alumnos que no resolvieron el problema tres tienen una actitud negativa hacia las matemáticas, no son comprometidos, y no son atentos al momento de resolver un problema.

En la relación con las estrategias, (Polya, 1965) identifica un conjunto de heurísticas que son comúnmente usadas al trabajar con problemas matemáticos. En el proceso de resolver un problema, un individuo puede explotar analogías, introducir elementos auxiliares en el problema o trabajar problemas auxiliares, descomponer o combinar algunos elementos del problema, dibujar figuras, trabajar con casos específicos. Las heurísticas son estrategias que pueden ayudar a avanzar o resolver un problema.

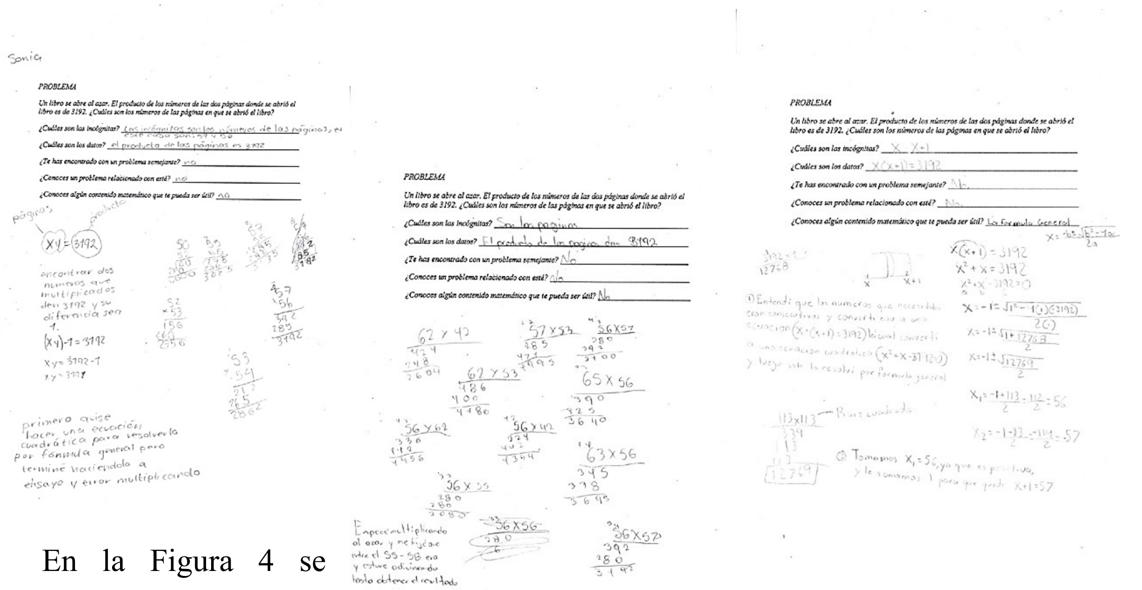
Del total de los estudiantes que participaron en este problema, solo 79 lo resolvieron satisfactoriamente; en promedio les llevó resolver 20 minutos. De acuerdo con las respuestas de estos estudiantes, se tiene que las estrategias que utilizaron los alumnos en mayor medida se presentan en la siguiente gráfica, de igual manera mostraremos las heurísticas de algunos estudiantes.

Figura 3.
Estrategias desarrolladas por los estudiantes en la resolución del problema 2



De acuerdo con la Figura 3, en el método algebraico los estudiantes resolvieron a través de (Formula general o factorización), conocimientos accesibles y prácticos, la introducción a estos temas se realiza en este nivel, sin embargo la mayoría opta por un método aritméticamente -ensayo y error-“este método puede ser usado inicialmente por el estudiante” (Santos, 2007).

Figura 4.
Estrategias desarrolladas algunos estudiantes en la resolución del problema 2.



En la Figura 4 se muestran las estrategias que implementaron los estudiantes.

Como puede observarse la estrategia algebraica (derecha) está centrada en (construir una ecuación para resolverla por algún método de solución), en este caso, formula general; por su parte, la estrategia semialgebraica (izquierda) trata de (asignar letras a las variables, construye una ecuación); sin embargo llega a su solución optando por ensayo y error, en cambio, la estrategia de ensayo y error (centro) la realiza la mayoría de los estudiantes y se refiere a (asignar valores a las variables y jugar con ellas).

Conclusiones

Con respecto a las actitudes se observa que los alumnos que resolvieron el problema muestran empatía al gusto por las matemáticas, destacando una actitud positiva (activo, atento, alegre, perseverante, comprometido y con alto ingenio), se interesaron por resolver el problema, realizaron algunas preguntas que les apoyo en la comprensión del problema, selección de estrategia y ejecución del plan.

Los resultados muestran que las actitudes positivas tienen un impacto directamente proporcional en el desarrollo y adquisición de estrategias des solución, reafirmamos el paradigma que el gusto por las matemáticas es importante para la generación de resultados a través de la resolución de problemas. Trabajar con los estudiantes en este nivel de manera que se reafirme el estudio de la resolución de problemas es tarea significativa, dotarlos de conocimientos matemáticos y estructuras definidas para despertar el gusto por las matemáticas. Particularmente en esta investigación se demuestra que es mínimo el porcentaje de estudiantes que logro resolver los problemas planteados y en particular el problema 2, sin embargo, es importante conocer las características de estos estudiantes pueden ser manipuladas para responder los estándares educativos, en este caso en la resolución de problemas.

El impacto que tienen los factores afectivos, en este caso, las actitudes, al resolver problemas son determinantes, requieren de una atención, esto puede llevar al éxito o fracaso en el aula, por lo tanto, es relevante el trabajo del docente, la interacción alumno – docente desde una perspectiva constructiva, de generar, de conocer la importancia de las actitudes para tener éxito cuando se requiera la resolución problemas matemáticos.

Referencias

Chacón, I. M. (1997). *Matamática emocional.* España: CLM, S. L.

Álvarez, Y. (2007). *Actitudes hacía la matemática de los estudiantes de ingeniería de las universidades venezolanas (Tesis Doctoral).* España: Universidad de Malága.

Martínez, O. (2008). *Actitudes hacía la matemática.*

NCTM. (2000). *Principles and Standards for school Mathematics.* EU: Reston, NCTM.

Naranjo & Segura, C. (2010). *Represenatcioes sociales de los estudiantes de la media vocacional sobre las matemáticas y química.* La Habana.

Naranjo, M. (2010). *Factores que favorecen al desarrollo de una actitud postivia hacía las actividades académicas.* Ediucación.

Piaget, J. (2000). *La equilibración de las estructuras cognitivas, problema del desarrollo central.* . México D. F.: Siglo veintiuno.

Polya, G. (1965). *Como plantear y resolver problemas.* México, D. F:: Trillas.

Schoenfeld, A. (1992). *Learning to think mathemativally; Problem solving. Metacognition and sense-making in Mathematical.* New York: In D. Grouws.

Santos, L. M. (2007). *Resolución de problemas matemáticos (recirsos cognitivos).* México, D:F:: Trillas.

SEP. (2011). *Planes y programas. Matemáticas.* México, D.F.

Villarreal, G. (2005). *La resolución de problemas en matemática y el uso de las TIC.* Chile: Electronica de tecnología educativa.

Watt, H. M. (2000). *Measuring attitudinal changein mathematics and english !st year of junior hugh school: a multidimensional analysis.* . The Joirnal of Experimental Education.

Uma abordagem da aprendizagem baseada em problemas voltada para a discussão do consumo

A problem-based learning approach focused on the discussion of consumption

Um enfoque de aprendizaje basado en problemas centrado en la discusión del consumo

Alexsandra Braga Horta[949]
Universidade Federal de Ouro Preto – UFOP
Id orcid: 0000-0002-3893-877X:

Paloma Ferreira dos Santos[950]
Universidade Federal de Ouro Preto – UFOP
Id orcid: 0000-0001-6661-357X

José Fernandes da Silva[951]
Universidade Federal de Ouro Preto – UFOP
Id orcid: 0000-0002-5798-5379

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Resolução de problemas em aulas de Matemática

Resumo

O presente relato de experiência aborda uma prática junto a uma turma do terceiro ano do Ensino Médio de uma escola pública do estado de Minas Gerais, realizada em outubro de 2021. Nesta perspectiva teve-se como objetivo propor uma atividade que instigasse o pensamento crítico, voltado para a realidade de consumo, por meio de uma situação problema. A abordagem teórico-metodológica adotada teve como pilar centrala Aprendizagem Baseada em Problemas. Desta experiência emergiram reflexões significativas acerca das questões financeiras, no entanto, ao longo do processo percebeu-se certa dificuldade por parte dos participantes em transpor seus conhecimentos para a forma escrita. Contudo, foi possível englobar o estudo das quatro operações básicas, cálculos de juros, porcentagem e construção de tabelas, bem como fomentar o processo de leitura, interpretação, análise do problema proposto e o protagonismo dos estudantes.
Palavras-chave: Aprendizagem Baseada em Problemas, Pensamento crítico, Resolução de Problema.

Abstract

The present experience report addresses a practice with a third year high school class of a public school in the state of Minas Gerais, held in October 2021. In this perspective, the objective was to propose an activity that instigated critical thinking, focused on the reality of consumption,

[949] alexsandra.horta@aluno.ufop.edu.br
[950] paloma.fs@aluno.ufop.edu.br
[951] jose.fernandes@ifmg.edu.br

through a problem situation. The theoretical-methodological approach adopted was based on Problem-Based Learning. Significant reflections on financial issues emerged from this experience, however, throughout the process, some difficulty was noticed on the part of the participants in transposing their knowledge into written form. However, it was possible to encompass the study of the four basic operations, interest calculations, percentage and construction of tables, as well as to encourage the process of reading, interpretation, analysis of the proposed problem and the protagonism of students.
Keywords: Problem Based Learning, Critical Thinking, Problem Solving.

Resumen

El presente relato de experiencia aborda una práctica con una clase de tercer año de secundaria de una escuela pública del estado de Minas Gerais, realizada en octubre de 2021. En esta perspectiva, el objetivo fue proponer una actividad que instigara elpensamiento crítico, centrada en la realidad. de consumo, a través de una situación problema. El enfoque teórico-metodológico adoptado se basó en el Aprendizaje Basado en Problemas. De esta experiencia surgieron importantes reflexiones sobre cuestiones financieras, sin embargo, a lo largo del proceso, se notó cierta dificultad por parte de los participantes para transponer sus conocimientos en forma escrita. Sin embargo, se logró abarcar el estudio de las cuatro operaciones básicas, cálculo de intereses, porcentaje y construcción de tablas, así como incentivar el proceso de lectura, interpretación, análisis del problema propuesto y el protagonismo de los estudiantes
Palabras clave: Aprendizaje Basado en Problemas, Pensamiento Crítico, Resolución de Problemas.

Introdução

No movimento de reflexão sobre os fatores que podem ter influência no insucesso da Matemática, as mudanças na sociedade emergem e compõem as discussões. O avanço tecnológico que permite o acesso às informações com maior facilidade e rapidez, se faz presente na vida dos estudantes da atualidade.

Diante do exposto, o modelo escolar construído ao longo de décadas, parece não atender às expectativas dos que nele estão atualmente inseridos. A educação bancária já não atende às demandas atuais pois "ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua própria produção ou a sua construção". (FREIRE, 1996, p. 47).

É necessário o desenvolvimento de práticas educativas nas quais o professor passe a ser um facilitador ou mesmo mediador do processo formativo do estudante. Posto isso, as aulas devem incitar o protagonismo, a curiosidade e o desejo pela construção de novos conhecimentos em diálogo com a realidade, buscando a inovação e o processo de emancipação. (FREIRE, 1996).

A possibilidade de romper com uma educação antidialógica e promover um ensino voltado para o estudante, pode ser uma realidade aos que se aventuram na perspectiva das

Metodologias Ativas (MA) de ensino e de aprendizagem. Este campo apresenta diversas possibilidades como:

> Aprendizagem por pares (Peer Instruction), por times e outros. O Peer Instruction é uma das metodologias inovadoras aplicadas por professores nos diversos cursos. Outros métodos utilizados são PBL – Project Based Learning (aprendizagem por meio de projetos ou de problemas); TBL –Team-based Learning (aprendizagem por times), WAC – Writing Across the Curriculum (escrita por meio das disciplinas) e Study Case (estudo de caso). (MORÁN, 2015, p. 21)

Nesse movimento, em que o professor se coloca em uma posição de abertura a novos modos de pensar sua prática pedagógica, o papel da reflexão se faz presente. Sendo assim, esse processo demanda por parte do professor a reflexão como forma de repensar e avaliar sua prática. (SCHÖN, 1995).

O uso de MA tem a contribuir para a construção de um cenário educativo que acolha e respeite o seu ator principal, o estudante. Para isso, faz-se necessário que os espaços formativos que preparam os professores, tomem para si a importância defomentar a implementação das MA desde a Universidade. Tem sido observado nas pesquisas atuais, em Educação Matemática, um cenário no qual o professor utiliza de recursos das MA, no entanto, não possui o conhecimento teórico disso. Nesse sentido, "muitos docentes, ao se depararem com os métodos utilizados, podem identificar o uso das metodologias ativas em suas aulas, sem ao menos se dar conta de que estavam aplicando um tipo de método sistematizado." (SOUZA; TINTI, 2021, p. 3).

Assumindo a importância das MA no auxílio para a construção de um processo de ensino e aprendizagem que traga significado aos estudantes, dentre as muitas metodologias ativas existentes, neste artigo iremos lançar luz sobre a aprendizagem baseada em problemas.

A Aprendizagem Baseada em Problemas

A proposta da aprendizagem baseada em problemas se coloca no sentido de proporcionar ao estudante o lugar de protagonismo. Nesta perspectiva o professorassume o papel de orientar o processo de construção dos conhecimentos.

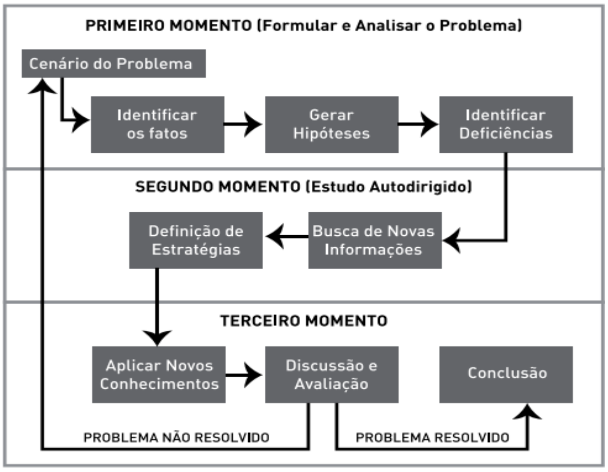
Segundo Lopes *et al*. (2017) o termo Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) deriva do inglês: *"Problem-Based Learning (PBL)"*. Para os autores, ao tratar daABP faz-se necessário ter em mente que esse processo de investigação, que envolve problemas, tenha ligação com o mundo real, no qual o estudante está imerso. E para queo processo, de fato, ocorra Torp e Sage (2002) delineiam três características próprias do trabalho com ABP:

> i) Envolve os estudantes como parte interessada em uma situação-problema; ii)

> Organiza o currículo ao redor desses problemas holísticos, espelhados no mundo real, permitindo ao estudante aprender de uma forma significativa e articulada; iii) Cria um ambiente de aprendizagem no qual os professores orientam o pensamento e guiam a pesquisa dos alunos, facilitando níveis profundos de entendimento da situação problema apresentada. (TORP;SAGE, 2002, p. 15).

Pensando na operacionalidade com o trabalho envolvendo a ABP, alguns autores buscaram um modelo base que tenha o papel de orientar o processo, neste sentido Hmelo-Silver (2004) traçaram o seguinte esquema:

Figura 1.
O ciclo de aprendizagem na ABP (Hmelo-Silver, 2004, apud. Lopes et al, 2017.



Conforme a Figura 1, o ciclo de aprendizagem apresentado é composto por três momentos. Sendo o primeiro, voltado para formular e analisar o problema. Na perspectiva dos autores, tal processo ocorre em grupo. Então dar-se-á a identificação dos dados do problema e quais conhecimentos o grupo possui sobre este, para então, pensar nas possíveis hipóteses para a solução. Na sequência o grupo busca informações necessárias.

No segundo momento envolve o trabalho individual, nos quais os estudantes buscam as informações relevantes e traçam estratégias de resolução, para que posteriormente os membros do grupo partilhem de suas posições.

Já no terceiro momento se dá novamente em organização coletiva, cada um com suas considerações. A dinâmica passa a ser a do debate, no qual o grupo buscará por conclusões coletivas. Após encontrarem uma solução, considerada adequada pela equipe, passam a registrá-la, de forma que este possa ser tomado pelo professor como um instrumento avaliativo.

Na perspectiva da ABP, de uma situação geradora (o problema proposto) os alunos partem em direção a soluções que podem ser diversas. Neste sentido, o estudantetoma as rédeas do seu conhecimento fomentando a prática de uma metodologia ativa.

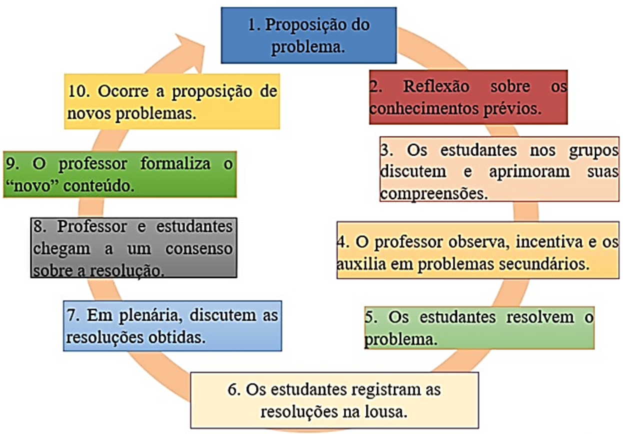
Pensando nessa nova ordem tem-se: "alunos autônomos, tendo um problema em mãos como ponto de partida para fazer Matemática, e um professor gerenciando o processo recursivo de ensinar, aprender, avaliar, reensinar, reaprender...” (BICALHO, ALLEVATO, SILVA, 2020, p. 23).

Com esse olhar voltado para o aluno como o protagonista pode-se pensar um modelo educacional que prepare o estudantes para a vida, de forma a promover cidadãoscom capacidade crítica e reflexiva.

Ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas

Pensando no trabalho voltado especificamente para a resolução de problemas matemáticos existem autores que possuem um construto teórico importante que temsido empregado e debatido. Dentre esses autores, Allevato e Onuchic (2011;2014; 2019) e colaboradores elaboraram um roteiro no qual buscaram sistematizar o trabalho voltadopara a sala de aula empregando a resolução de problemas, como pode ser observado:

Figura 2.
Roteiro para resolução de problemas (Allevato e Veira, 2016 - adaptado)



Na estrutura do roteiro apresentado na Figura 2 o trabalho com problemas édado em dez etapas. Sendo a etapa um o momento em que o professor prepara o problema que será abordado, buscando pela situação que se adequa a realidade dos alunos. A etapa dois consiste na leitura do problema de forma individual. Já na etapatrês a leitura é realizada de forma coletiva. A etapa quatro é o ponto no qual de fato ocorre o processo resolutivo. A etapa cinco pode acontecer paralelamente a quatro, pois será o momento em que o professor observa como o processo se dá, faz intervenções pontuais e incentiva os estudantes. A sexta etapa é o momento em que após os problemas serem resolvidos, os alunos são convidados a socializarem suas ideias comos colegas. Dado este momento de apresentação da resolução inicia-se o sétimo momento em que as discussões do coletivo ocorrem chamado pelas autoras de plenária. O oitavo momento o professor media a turma em busca de um consenso sobre aresolução mais adequada para a situação problema. No nono momento o professor formaliza o conteúdo, apresentando as estratégias matemáticas mais viáveis a serem empregadas. E por fim a etapa dez, que trata da proposição de novos problemas, tanto pelos professores quanto pelos estudantes.

Todo o processo de resolução de problemas, nesse viés, busca incentivar aleitura, o raciocínio e promover a autonomia do estudante para buscar formas de resolver o problema.

Das justificativas

Assumimos neste relato a compreensão de que os estudantes necessitam desenvolver habilidades como a capacidade de buscar soluções diversas para os problemas, não apenas os matemáticos escolares, mas os problemas que compõem o dia-a-dia da sociedade.

Ao pensar em problemas na atual conjuntura nacional, não nos faltam possibilidades de temas relevantes que merecem atenção. Neste relato, por limitações temporais dar-se-á uma discussão em torno de uma única temática. Abordaremos uma situação problema (elaborada pelos autores) voltada para a questão do processo de endividamento, que conforme pesquisado e analisado junto aos alunos, se trata dasituação em que muitos brasileiros encontram-se na atualidade.

A escolha por esse tema se deu pelo fato de tal conteúdo ser o previsto para ser abordado no Plano de Estudo Tutorado (PET)[952] do terceiro ano do Ensino Médio daRede estadual de Minas Gerais, durante o período de ensino híbrido. A turma conta comvinte e seis (26) alunos regularmente matriculados. No entanto, na data da aplicação houve a presença de seis (6) alunos. A opção por desenvolver o trabalho com este grupodeu-se pela facilidade de acesso ao público, pelo fato de uma das pesquisadoras ser a professora regente de Matemática desta turma.

Considerando o contexto pandêmico, o processo de aplicação da proposta se deu Buscou-se promover a abordagem da ABP a partir de uma situação-problema, desenvolvida em sala de aula valendo-se do roteiro estruturado por Allevato e Onuchic (2011; 2014; 2019) e colaboradores. Para tal, tomamos como objetivo da intervenção: *Propor uma atividade que instigue o pensamento crítico, voltado para a realidade de consumo, por meio da resolução de*

[952] Um material desenvolvido pela Secretaria de Estado de Educação do Estado de Minas Gerais, direcionado aos estudantes da rede estadual durante o período de atividades remotas. Assemelha-se à uma apostila de atividades.

problemas.

Do planejamento da proposta

No intuito de planejar a proposta envolvendo uma MA que neste relato tratasse da ABP, inicialmente estando definidos os participantes, houve o cuidado em pesquisar quais seriam as possibilidades de conteúdos a serem abordados junto ao grupo.

Neste movimento notamos que o PET a ser desenvolvido com a turma trataria dotema juros simples e compostos. Assim, definimos trabalhar a introdução dos conteúdosrelacionados à Matemática Financeira do Ensino Médio, com base em um tema atual da sociedade que pudesse promover em sala de aula um debate. Neste sentido, levantamos questionamentos sobre as questões financeiras, considerando os problemas econômicosvivenciados por parte da população atual, através da seguinte problemática:

Quadro 1.
Situação problema (Elaborado pelos autores, 2021)

Bruna é uma recepcionista de 32 anos e trabalha na prefeitura de uma cidade do interior de MG de segunda-feira a sexta-feira. Ela recebe um salário líquido de R$1.235,00 e mora em uma casa alugada e por esse aluguel paga todos os meses R$480,00. Sua conta de luz costuma ser de R$68,00 e no mês passado Bruna não pagou. Os juros na conta de luz são de 2% ao mês. Bruna também paga cerca de R$50,00 mensais equivalentes ao consumo de água e um valor fixo de R$100,00 pelo plano deinternet residencial, que ela usa apenas para assistir vídeo à noite, quando chega em casa. Este mês, Bruna já deu uma olhada na despensa e percebeu que precisa repor alguns alimentos que são básicos e outros que ela gosta muito. Ela já pesquisou o preço de alguns itens e já fez até a sua lista de compras, conforme figura abaixo.

Figura 3.

Folheto de ofertas e lista de compras (Elaborado pelos autores, 2021)

Além das despesas fixas e da compra de reposição de mercado, Bruna está com uma dívida no cartão de crédito, ela realizou algumas compras que foram se acumulando meses atrás, atualmente essa dívida está totalizando R$2.320,00. Os juros cobrados pelo cartão de crédito são de 14% ao mês. Como Bruna é muito vaidosa e gosta de estar sempre bem arrumada, semanalmente ela vai ao salão de beleza, lá ela faz as unhas e escovar o cabelo. Pela manicure ela costuma cagar R$30,00 e pela escova R $25,00. Neste mês de novembro, Bruna percebeu que seus rendimentos mensais não são suficientes para arcar com tantos gastos. São dívidas fixas, dívidas com o cartão de crédito e outros gastos variáveis!

Você tem o papel de auxiliar Bruna a encontrar a melhor forma de sair das dívidas. Como você resolveria essa situação? Pensando nesse mês de novembro e também pensando em traçar um planejamento financeiro que permita Bruna pagar suas dívidas, estabeleça prioridades e registre todo seu raciocínio.
* Que tal começar organizando os gastos da Bruna? Faça uma tabela indicando suas entradas (créditos)e as saídas (débitos).
*Quais gastos da Bruna você considera não essenciais? Quanto Bruna poderia economizar se cortasse tais gastos?
*Com essa economia seria possível que Bruna quitasse sua dívida no cartão de crédito? Em quanto tempo?
*Considerando os juros cobrados pelo cartão de crédito são de 14% ao mês e levando em conta que Bruna conseguisse economizar eliminando seus gastos não essenciais, quanto tempo Bruna levaria paraliquidar essa dívida? (Obs. Considere o sistema de juros simples e compostos. Discuta com os colegas do grupo qual deles é utilizado nas movimentação financeiras na atividade).

Com a proposta elaborada deu-se então o momento de aplicação em sala de aula,com a presença dos pesquisadores mediando o processo com os alunos presentes divididos em dois grupos de 3 (três) alunos cada.

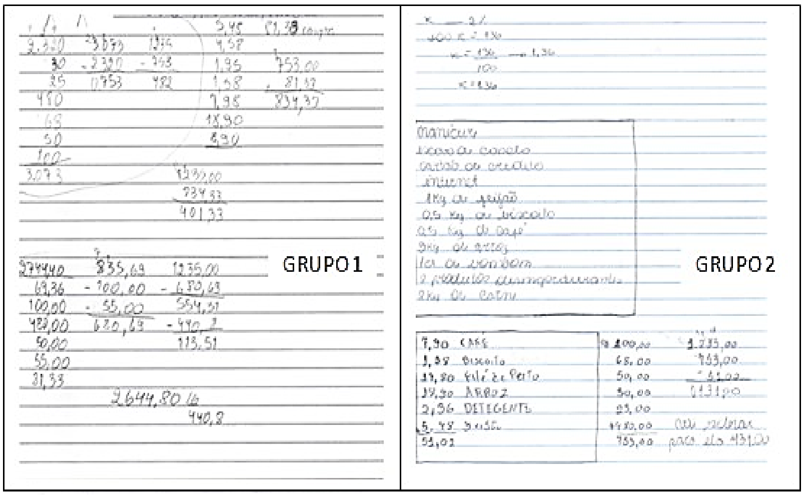
Análise e reflexões sobre a prática

Buscando analisar reflexivamente o movimento de planejamento da proposta baseada na perspectiva da APB, percebeu-se que ao trabalhar com esse nicho teórico-metodológico o professor necessita estar aberto a novas possibilidades que tendem a desafiar a proposta tradicional a qual já se está habituado.

Voltando a atenção para os momentos de interação entre os alunos, foi observado o constante debate entre os componentes dos grupos e entre os grupos. As soluções eram elencadas e discutidas, no intuito de analisar quais delas seriam mais adequadas à situação, como pode ser observado:

Figura 4.

Processo de resolução elaborado pelos grupos (Elaborado pelos autores, 2021)



Conforme os dados apresentados na Figura 4, notou-se que os alunos possuíam conhecimento matemático e habilidades de argumentação lógico-matemática, perceptíveis ao longo de suas falas, no entanto no movimento de transpor esses conhecimentos para a modalidade escrita apresentaram dificuldades que pode apontar para uma falha na habilidade com a linguagem escrita.

Ao verbalizar as possíveis soluções para a problemática da personagem Bruna, ogrupo 1 se colocou no sentido de buscar pelos gastos que poderiam ser eliminados, considerando estes não essenciais dentro da conjuntura vivida pela personagem. Ogrupo buscou organizar esses gastos não essenciais que poderiam ser descartados, comoas idas a manicures e as escovas semanais. Ao definir as compras optaram ainda pelos itens mais acessíveis da oferta do supermercado e decidiram por cancelar o cartão de crédito, parcelando os débitos vigentes em seis vezes. Neste momento, um dos integrantes conjecturou que ao cancelar o cartão de crédito poderia haver a possibilidadede acordo com o banco para que assim a personagem pudesse saldar suas dívidas em umregime de parcelamento abstendo-se dos juros de 14% ao mês.

Assim como o grupo 1, o grupo 2 também optou por eliminar os gastos não essenciais. Porém ao elencar estes, acresceram à lista o plano de *internet* pois consideram que devido à informação do problema relatar que a personagem fazia uso da*internet* somente à noite e considerando sua grave situação financeira, optaram por propor a economia do valor referente a essa despesa, que no caso seria de cem reais. Também optaram por cancelar o cartão de crédito e buscar por uma negociação junto aobanco para um pagamento do saldo devedor em quatro (4) vezes. Ao rever a lista de compras perceberam que a caixa de bombom prevista para a compra não seria de fato essencial à personagem, deste modo a excluíram.

O mesmo grupo ainda pontuou a questão de a personagem ter uma reserva financeira. Logo, ao organizarem os cálculos, destinaram o valor de cento e treze reais ecinquenta e um centavos a serem guardados mensalmente para a composição de uma reserva financeira, que segundo os componentes do grupo poderia ser gasta no futuro com remédios, lazer, dentre outros.

As pesquisadoras observaram as discussões e consideram pertinentes as reflexões dos alunos sobre as questões que envolvem juros abusivos do cartão, gastos não essenciais, consumismo e responsabilidade financeira. No entanto, quanto ao cálculo, verificou-se que os dois grupos não discutiram sobre o regime de juros simples e compostos e utilizaram o cálculo do juros simples, o que destoa com o que acontece na realidade.

Voltando a atenção para os conceitos matemáticos que foram abordados, foi possível englobar as quatro operações básicas, cálculos dos juros, porcentagem e construção de tabelas. Bem como fomentou o processo de leitura, interpretação e análisedo problema proposto.

Considerações finais

Considerando que o ambiente da sala de aula visa promover o aprendizado e desenvolver as competências necessárias para a construção de um sujeito crítico ereflexivo capaz de compor uma sociedade igualitária, as MA propõem um modelo de conhecimento teórico-prático em que o papel docente passa a ser o de um facilitador emuma proposta de ensino inovadora na qual os estudantes participem ativamente do processo.

Partindo dessa conjuntura, práticas pedagógicas voltadas para a ABP podem produzir uma nova ordem em que os alunos desempenhem o protagonismo. Ainda nesse cenário o professor ao pensar as situações problema poderá ter espaço para explorar o contexto ao qual seus alunos estão inseridos.

Indo ao encontro dessa perspectiva propor uma atividade que tem a intenção de instigar o pensamento crítico, voltado para a realidade, em especial de consumo valendo-se de problemas pode ser uma das alternativas na busca por um processo educativo que lance luz ao personagem principal deste cenário que é o estudante, o que coaduna com Fonseca e Gontijo (2020), os quais pontuam que:

> Quando os estudantes pensam criticamente em matemática, eles tomamdecisões e fazem julgamentos sobre suas ações e ideias. Em outras palavras, eles consideram critérios e bases para uma decisão ponderada e não apenas tentam adivinhar ou aplicar uma regra sem avaliar sua relevância. (FONSECA; GONTIJO, 2020, p. 961)

Participar dessa prática, permitiu compreender uma nova possibilidade de abordagem em sala de aula. Nesse sentido, pode-se ponderar que dentro das limitações naturais voltadas para uma primeira experiência com a ABP, considera-se essa vivência como positiva para o desenvolvimento profissional e pessoal das pesquisadoras que passaram por um movimento de sair da zona de conforto em busca de novas possibilidades promovendo uma reflexão acerca da prática docente.

Agradecimentos

À CAPES: O presente trabalho foi realizado com o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

À UFOP - Universidade Federal de Ouro Preto pelo apoio para realização dessa pesquisa.

Referências

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Revista Bolema**, Rio Claro (SP), v. 25,n. 41, dez. 2011, p. 73-98.

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que através da Resolução de Problemas? In: **ONUCHIC, L. R. et al. (Orgs).** Resolução de problemas: teoria e prática. Jundiaí: Paco Editorial, 2014.

ALLEVATO, Norma Suely Gomes; ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. As conexões trabalhadas através da resolução de problemas na formação inicial de professoresde Matemática. **REnCiMa,** São Paulo, v. 10, n. 2. p. 1-14, 2019.

BRASIL. **Ministério da Educação.** Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018.

BICALHO, J. B. S; ALLEVATO, N. S. G.; SILVA, J. F. A Resolução de Problemas na formação inicial: compreensões de futuros professores de Matemática. **Educação Matemática Debate**, v. 4, p. e202042-26, 2020.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia:** saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

FONSECA, M. G.; GONTIJO, C. H. Pensamento crítico e criativo em Matemática em diretrizes curriculares nacionais. **Ensino em Revista**, v. 27, n. 3a, p. 956-978, 2020.

HMELO-SILVER, C.E. Problem-Based Learning: What and How Do Students Learn? **Educational Psychology Review**, v. 16, n. 3, p. 235-266, 2004.

LOPES, R. M. et al. Aprendizagem Baseada Em Problemas: Fundamentos Para A Aplicação No Ensino Médio E Na Formação De Professores. **Publik**, Rio de Janeiro, 2019.

MORÁN, J. Mudando a educação com metodologias ativas. **Coleção Mídias Contemporâneas**, Ponta Grossa, v. 2, p. 15-33, 2015.

SCHÖN, D. A. Formar professores como profissionais reflexivos. In: **NÓVOA**, António (Coord). Os professores e a sua formação. 2. ed. Lisboa: Dom Quixote, 1995.

SOUZA, G.; TINTI, D. S. Um panorama das pesquisas brasileiras (2004 a 2019) envolvendo metodologias ativas no ensino de matemática. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, RPEM, Campo Mourão, PR, Brasil, v.10, n.22,2021.

TORP, L.; SAGE, S. **Problems as Possibilities:** Problem-Based Learning for K-16 Education. Alexandria: ACSD, 2002.

IX CIBEM Congresso Iberoamericano de Educação Matemática
05 a 09 de dezembro de 2022

Competências para a resolução de problemas possibilitadas num curso de reforço em matemática a partir de um contexto de inclusão.

Skills for problem solving made possible in a reinforcement course in mathematics from an inclusion context.

Habilidades para la resolución de problemas posibilitadas en un curso de refuerzo en matemáticas desde un contexto de inclusión.

Ana Mileydy González Garcia[953]
Universidad Industrial de Santander
Orcid 0000-0001-6901-7108

Sandra Evely Parada Rico[954]
Universidad Industrial de Santander
Orcid 0000-0001-5468-0943

Modalidad: Comunicación
Núcleo Temático: Resolución de problemas en las clases de Matemáticas.

Resumen

En este documento, presentamos resultados de una investigación que tuvo como objetivo: diseñar, implementar y valorar un curso de refuerzo en matemáticas dirigido a estudiantes provenientes de diferentes grupos priorizados que ingresaron a programas de ciencias e ingenieras en la Universidad Industrial de Santander(Colombia), con el fin de favorecer en ellos el desarrollo de sus habilidades en la resolución de problemas. Con el estudio se buscó atender las necesidades educativas de estudiantes que son admitido a la universidad bajo una política especial, pero que no tienen el acompañamiento para afrontar las asignaturas de matemáticas y por ende no logran desarrollar los programas académicos. La investigación se fundamentó teóricamente en los lineamientos curriculares establecidos por el Ministerio de Educación Nacional para el desarrollo del pensamiento variacional y los sistemas algebraicos. Además, se tomó como base la teoría de la resolución de problemas y su proceso metodológico, de donde emergieron los descriptores de las habilidades del proceso, que además se constituyeron en las categorías de análisis del estudio. El enfoque metodológico siguió la estructura de una investigación de diseño y desarrollo curricular, en la que el uso de tecnologías digitales fue fundamental. El estudio dio como resultado un curso planificado e incluido entre las actividades institucionales para la iniciación de los grupos priorizados; además permitió identificar y caracterizar, habilidades del proceso de resolución de problemas, estas son: i) comprender el problema; ii) plantear y ejecutar diversos caminos de solución iii) validar y verificar la solución del problema.
Palabras clave: Educación inclusiva, caracterización de habilidades, curso de refuerzo en educación superior, pensamiento variacional.

[953] ana2208097@correo.uis.edu.co
[954] sanevepa@uis.edu.co

Abstract.

In this document, we present the results of a research that had as its objective: to design, implement and assess a reinforcement course in mathematics aimed at students from different prioritized groups who entered science and engineering programs at the Universidad Industrial de Santander-Colombia, in order to encourage them to develop their problem-solving skills. The study sought to address the educational needs of students who are admitted to the university under a special policy, but who do not have the support to face mathematics subjects and therefore are unable to develop academic programs. The research was theoretically based on the curricular guidelines established by the Ministry of National Education for the development of variational thinking and algebraic systems. In addition, the theory of problem solving and its methodological process were taken as a basis, from which the descriptors of the process skills emerged, which also became the analysis categories of the study. The methodological approach followed the structure of a curricular design and development research, in which the use of digital technologies was fundamental. The study resulted in a course planned and included among the institutional activities for the initiation of the prioritized groups; also allowed to identify and characterize skills of the problem-solving process, these are: i) understand the problem; ii) propose and execute various solution paths iii) validate and verify the solution of the problem

Keywords: Inclusive education, skills characterization, reinforcement course in higher education, variational thinking.

Contexto y problemática.

La educación es concebida universalmente como un derecho fundamental y como un factor para la transformación social, cultural y económica de los pueblos. Por tal motivo, la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO), la Organización de las Naciones Unidas (ONU) y la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE) entre otros estamentos, han creado, promovido e implementado políticas que permitan dar cumplimiento a estas premisas.

En Colombia, desde la Constitución Política de 1991 se reconoce y protege la diversidad étnica y cultural, además, se define la educación inclusiva como aquella que reconoce y atiende las particularidades. Por lo anterior, en la política de educación superior inclusiva emitida por el Ministerio de Educación Nacional (MEN, 2013) se mencionan orientaciones para que las universidades emprendan acciones y estrategias encaminadas a promover y garantizar a los estudiantes el ingreso, la permanencia y la culminación de programas académicos. De esta manera, se recomienda favorecer prácticas y currículos flexibles al interior de los planes de estudios para ofrecer oportunidades a los estudiantes que les permitan mitigar barreras de aprendizaje, es decir, condiciones de tipo: social, lingüístico, personal, académico, entre otras, que imposibilita el acceso o la permanencia a los programas de educación superior.

Particularmente, la Universidad Industrial de Santander (UIS) desde la instancia del Consejo Académico se emite el (Acuerdo 282, 2017) que posibilita una política de admisión especial a bachilleres pertenecientes a diversos grupos priorizados MEN (2013), como los son estudiantes provenientes de comunidad o resguardo indígena, víctimas del conflicto armado, población afrocolombiana, desmovilizados, entre otros. En las disposiciones encontramos que a los estudiantes se les exige una puntuación en el examen de estado igual o superior al 80% respecto al corte del programa que aspira cursar.

Por otra parte, desde el grupo de investigación en Educación Matemática de la UIS (Edumat-UIS) se han desarrollado estudios que permitieron problematizar alrededor de la educación superior inclusiva en la universidad, así, Pineda (2018) y Echeverría (2022) se preguntaron: ¿qué acompañamiento ofrece la universidad a los estudiantes que ingresan a programas de ciencias e ingenierías para afrontar los cursos de matemáticas como cálculo diferencial o álgebra lineal? Lo anterior, porque según los informes de la Vicerrectoría Académica de la UIS esos cursos tienen un alto índice de repitencia y cancelación. Por ello, pretendimos orientar nuestra investigación a responder: ¿Qué habilidades para la resolución de problemas logran desarrollar estudiantes de admisión especial de la UIS que participan de un curso de refuerzo de matemáticas? En esta comunicación presentamos una descripción y un ejemplo de las habilidades posibilitadas en el curso de refuerzo.

Aspectos teóricos y conceptuales.

Los sustentos teóricos que fundamentan la formulación de los problemas que planteamos para el desarrollo del curso de refuerzo corresponden a las disposiciones de los lineamientos curriculares en matemáticas MEN (1998), los estándares básicos de matemáticas MEN (2006) y algunas investigaciones del campo de la educación matemática, los cuales, centran el proceso de resolución de problemas (objeto de estudio) como un eje organizador del currículo en matemáticas y que le permite a los estudiantes enfrentar una situación "sin una solución inmediata", es decir, se convierte en un desafío o reto para el estudiante, lo cual, implica la puesta en marcha de diversas estrategias, conceptos, ideas y procedimientos.

Polya (1965) afirma que "un gran descubrimiento resuelve un gran problema, pero en la solución de todo problema, hay cierto descubrimiento" (p.5). Además, según este autor, un docente de matemáticas tiene oportunidad de proporcionar problemas intelectualmente inspiradores y retadores a sus estudiantes, en consecuencia, desarrollar diversas estrategias y aptitudes favorables para el aprendizaje de las matemáticas.

En el curso de refuerzo se pretendía posibilitar a los estudiantes la resolución de problemas del pensamiento variacional y los sistemas algebraicos, que según el MEN (1998) implica el tratamiento matemático de situaciones que involucran la variación y el cambio. Con ello, los estudiantes desarrollaran habilidades para la resolución de problemas, entendiendo en este estudio por habilidad, según Rueda (2016) al "Conjunto de acciones secuenciales coherentes y coordinadas realizadas por un individuo, en la consecución de un objetivo. Estas acciones están mediadas por los conocimientos previos y pueden desarrollarse mediante la práctica" (p.57). Por lo anterior, referiremos desde la perspectiva de algunos autores la caracterización de la habilidad para:

Comprender el problema: Polya (1965) plantea que, para comprender un problema, el estudiante debería pensar sobre: qué es lo desconocido o la incógnita, qué le preguntan, cuáles son los datos, cuál (es) la condición(es) del problema, qué conocimientos necesito emplear, qué es lo que requiere. Es decir, se encamina obtener cuál es la información y establecer las relaciones entre los datos y las incógnitas. De lo contrario, es imposible llegar a la solución, porque como lo expresa el autor, no es posible contestar algo que no se comprende.

Plantear y ejecutar diversos caminos de solución: Krulik & Rudnick (1989) plantean que un problema debe permitir a los estudiantes desarrollar un repertorio amplio de estrategias sobre la resolución, ya que, algunas alternativas pueden servir, mientras que, otras deben ser abandonados por no conducir a la solución. En su obra, Polya (1965) menciona algunos métodos heurísticos los cuales son estrategias generales que les permiten a los estudiantes abordar los problemas, por ejemplo: emplear figuras, tablas, analogías, definiciones, elementos auxiliares, casos particulares, entre otras.

Validar y verificar la solución del problema: Polya (1965) y Santos-Trigo (2014), expresan que se sugiere que los estudiantes examinen y monitoreen sus razonamientos, procedimientos y reconsideren la solución para evaluar el sentido que puede llegar a tener (validar), además, pensar en la posibilidad de emplear dicho resultado a otros problemas o emplear otra estrategia para abordar la situación. Es necesario que los estudiantes se estén preguntando qué necesito, qué debo hacer, hacia dónde voy, qué conocimientos utilice, entre otras.

Por otro lado, para el desarrollo de los talleres se implementó la secuencia metodológica propuesta por los investigadores Fiallo y Parada (2018) en la cual se establecen problemas para rememorar saberes previos, conceptualizar y practicar, también se promueve la discusión y socialización de resultados con el fin de compartir procedimientos, estrategias e ideas empleadas para abordar los problemas.

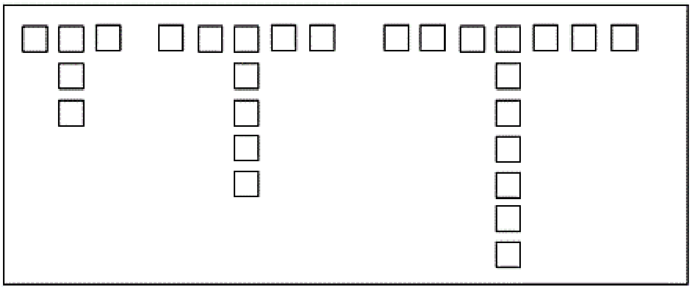
Metodología de investigación.

Debido a su objetivo, la investigación sigue una metodología de tipo diseño y desarrollo curricular, a la luz de los planteamientos de Díaz-Barriga et al. (1990), por lo tanto, este estudio se planteó en viii fases los cuales describiremos brevemente: i) análisis previo: se estudiaron las características y condiciones de la políticas de inclusión en la UIS-Colombia, ii) planeación del curso: se planeó bajo la modalidad de presencialidad remota, esto principalmente atendiendo a la emergencia sanitaria por el Covid-19, con una duración de 15 sesiones cada una de 4 horas. Se empleó el Aula Virtual de GeoGebra (AVG), allí en la modalidad de grupo se plasmaron los talleres a desarrollar. iii) diseño de talleres: se diseñaron 14 talleres cada uno de los cuales, sigue el proceso metodológico de Fiallo y Parada (2018), iv) implementación de los talleres: la investigadora asumió el rol de profesora, además, la primera implementación fue realizada con 23 estudiantes que ingresaron a la UIS en el periodo 2021-I. v) evaluación de la primera implementación: se analizan las hojas de trabajo de los estudiantes y las videograbaciones de las sesiones de clase (plataforma Zoom), luego, contrarrestaron los alcances en cuanto a los fines, objetivos, medios y procedimientos considerando las condiciones del análisis previo vi) replanteamiento y rediseño del curso: se realizaron algunos ajustes en los talleres diseñados e implementados, con el fin de establecer el diseño final del curso y realizar la segunda implementación para responder la pregunta de investigación. vii) segunda implementación: Se realizó con 14 estudiantes de primer semestre 2021-II, la investigadora asumió el rol de profesora y se realizó la recolección de datos con los instrumentos de videograbaciones (plataforma Zoom) y las evidencias del trabajo de los estudiantes en el AVG. Finalmente, en la fase viii) categorización de habilidades: A partir de la primera implementación y como resultado de la fase de evaluación (iv) se logran identificar algunas habilidades emergentes de la resolución de problemas, las cuales nos permitieron responder a la pregunta de investigación.

Resultados de la investigación

En este apartado, se mencionarán dos episodios obtenidos en transcripciones de la segunda implementación (estudiantes de primer semestre 2021-II). Se contó con la participaron 10 estudiantes a quienes llamaremos E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E10, finalmente, la investigadora In. A continuación, se presenta el análisis del problema Figura 1 con evidencias de las habilidades posibilitadas

Figura 10.
Problema 1 del taller 2 Adaptado de (Mason et al., 1999, p.47).



a) Dibuje la figura que sigue de la secuencia. Describe el proceso que usaste para construir la figura. **Explica tu respuesta.**
b) ¿Cuántos cuadros se necesitan para la figura 10, para la figura 37, etc.? **Justifica tu respuesta**

En el inciso a) se pretendió que los estudiantes crearan la representación figural de la secuencia dada, luego, describieran cómo cambiaba la configuración estableciendo una progresión aritmética y en el inciso b) dieran su respectiva generalización, se esperaba que los estudiantes lograran establecer la relación de covariación entre el número de la secuencia y la cantidad de cuadros que componen la figura.

i) Evidencias para la habilidad de comprensión del problema: usaremos algunas transcripciones tomadas de los momentos de socialización de sus respuestas de los estudiantes para ejemplificar. El inciso a) permite describir el proceso de construcción de la secuencia. En el

Episodio **1** mostramos la forma como ellos enuncian el problema con sus propias palabras, lo que para Polya (1965) es una acción propia de la comprensión.

E3: Una curiosidad para agregar es que, la figura siempre va a tener como el mismo número de cuadros hacia acá y hacia abajo [haciendo referencia a lo horizontal y vertical]. Es decir, si tiene ocho espacios a la derecha, también va a tener ocho espacios hacia abajo.

In: Muy bien, ahora ¿Quién más desea compartirnos lo que realizó?

E9: […] Lo único que hice fue establecer variables fijas, A que es de ancho y la L que es de largo. Sería A+L, n que sería el número de la figura que desea, [la tercera, cuarta…] más uno, porque en el centro queda un cuadrito. [A+L =4 por el número de la figura + 1]

E5: […] observé cuántos cuadritos aumentaba por cada figura; me fijé que estaba aumentado dos en la parte de abajo y uno y uno a los laterales, entonces, a partir de eso, realicé una fórmula que dice: $f(n) = 1 + 4n$.

Episodio 1

De lo anterior, se puede establecer las definiciones recursivas y el empleo del lenguaje natural por parte de los estudiantes para explicar el enunciado a sus compañeros y a la investigadora. Observamos cómo los estudiantes emplearon diversas variables como estrategias para consolidar la generalización.

ii) Evidencias de la habilidad para plantear y ejecutar diversos caminos solución

Se obtienen tres acercamientos en las respuestas registradas en la AVG por parte de los estudiantes. El primer acercamiento, corresponde a las respuestas de E2, E3, E4, E5, E7, E8, E9, E10, donde se muestra la habilidad de identificar el patrón o la regularidad de la configuración, es decir, la razón de cambio de la progresión aritmética que concierne a 4 unidades por cada posición (ver

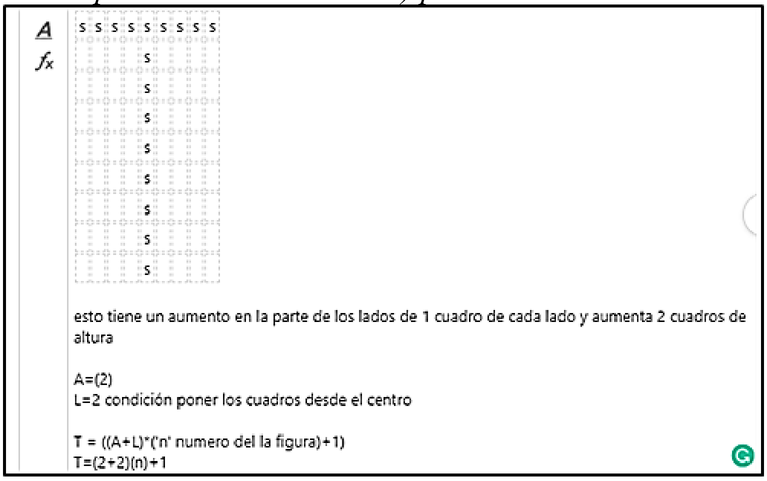
En el análisis antes de la implementación se estableció una posible respuesta empleando una expresión algebraica como $4n + 1$ con $n \geq 1$, donde n representa el número de la secuencia ($n \in \mathbb{N}$), al contrastar con la evidencia, existe una correspondencia.

Figura 11).

En el análisis antes de la implementación se estableció una posible respuesta empleando una expresión algebraica como $4n + 1$ con $n \geq 1$, donde n representa el número de la secuencia ($n \in \mathbb{N}$), al contrastar con la evidencia, existe una correspondencia.

Figura 11.

Respuesta de E9 al inciso a) problema 1 del taller 2



Observamos (

En el análisis antes de la implementación se estableció una posible respuesta empleando una expresión algebraica como $4n + 1$ con $n \geq 1$, donde n representa el número de la secuencia ($n \in \mathbb{N}$), al contrastar con la evidencia, existe una correspondencia.

Figura 11) cómo E9 combina las palabras y los símbolos para establecer la manera cómo cambia la secuencia figural. Al respecto Mason et al. (1999) menciona que en este tipo de razonamientos se deberían promover en el aula, puesto que mezclar los símbolos y las palabras muestran asociaciones de significados, que se van perfeccionando y se convierten en las más adecuadas cuando son entendidas por todos.

El segundo acercamiento, corresponde a la respuesta de E6, donde se establece la variación en términos de la posición de la secuencia menos la posición anterior, allí E6 muestra habilidad para reconocer qué cambia y cómo cambia alcanzando el tratamiento matemático del problema (Ver

Figura 12) Destacamos que, al desarrollar la expresión algebraica dada por E6 se obtienen una expresión equivalente a la expresada en el primer acercamiento por E9, así: $5n - (n - 1) = 5n - n + 1 = 4n + 1$

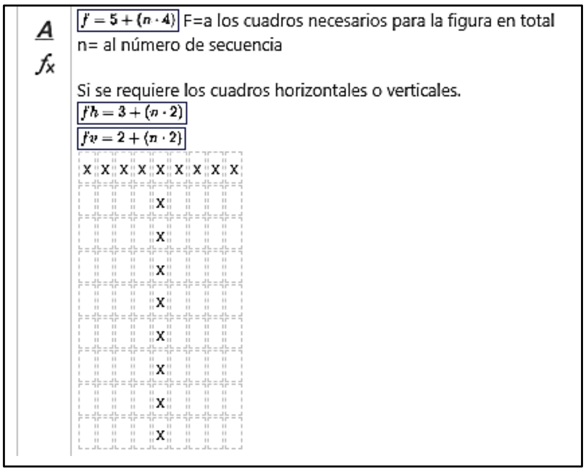
La estrategia empleada por E6 para comprender corresponde a la particularización, en su intento, está pasando de un tratamiento aritmético a la generalización, lo cual, corresponde a un acercamiento hacia la construcción de una regla del álgebra para expresar la generalidad presente en el problema. Mason et al. (1999) mencionan que el éxito de la aritmética generalizada radica en la correspondencia de los números como un sistema que cumple ciertas propiedades.

Figura 12.
Respuesta de E6 al inciso a) problema 1 del taller

	Multipliqué 5 por 4 y luego le resté 3, es decir, la posición anterior 5n-(n-1)

El tercer acercamiento, se evidencia en la respuesta de E1, donde se referencia el aumento del número de cuadros de la secuencia al multiplicar por cuatro unidades el número de la figura y sumar la cantidad invariante cinco ($5 + 4n$). Sin embargo, se deberá iniciar con la posición cero ($n = 0$) ver**Erro! Autoreferência de indicador não válida.** .

Figura 13.
Respuesta de E1 al inciso a) Problema1 del taller 2.



Al respecto Polya (1965) establece que una acción para comprender el problema es examinar sus hipótesis y las condiciones del problema E1 define la generalización con base en la figura inicial ($n = 0$) (ver Figura 10). A partir de la observación se fija que la figura inicial está compuesta por tres cuadros horizontales y dos cuadros verticales, es decir, cinco cuadros (5); luego, para cada nueva figura, se le agregan dos cuadrados por cada número de la figura, tanto horizontal como verticalmente $(4n)$. Es decir, se obtiene la generalización $5 + 4n$ con n representa el número de la secuencia ($n \in \mathbb{N}$), lo cual, coincide con una de las respuestas esperadas para este problema. En este sentido, Mason et al. (1999) menciona que los estudiantes le van asignando significado a las expresiones de acuerdo con la manera como han percibido la variación en la figura inicial. En este caso, desde la variación horizontal (f_h) y vertical (f_v) que E1 expresó.

iii) Evidencias para la habilidad para validar y verificar la solución

A continuación, en el

Episodio **2** se presenta un fragmento de la puesta en común del problema (Figura 10). Evidenciamos el planteamiento de tres generalizaciones diferentes, por lo tanto, se realizó la discusión y comparación de las soluciones

E6: Yo sumé, bueno, en la figura 1 [se refiere a la representación proporcionada en el problema Figura 10], sabemos que tiene 5 cuadritos. Entonces, me está pidiendo la figura 10; lo que hice fue multiplicar 5 por 10 y le resté la figura anterior ósea 9. Ahí, se hace como un patrón y siempre me va a dar la cantidad de cuadritos que se necesitan. Para la posición 37, multiplico 5 por 37 y luego le resto la anterior la posición (36) … me da 149 cuadritos. Sería como una ecuación $5n – (n - 1)$.

E3: […] Exactamente profe, queda igual al mío $4\text{n} + 1$, ya simplificado y más rápido [se refiere a que son expresiones algebraicas equivalentes]

E6: Es lo mismo, pero de otra forma.

In: E1 llegaste a otra respuesta ¿nos puedes explicar?

E1: […] tenemos como referencia la imagen inicial, así que, por eso mi formula es diferente, porque para mí ésta es la imagen cero y ésta es la imagen uno [encierra y enumera en la pantalla las dos primeras configuraciones]…digamos el cuadrito debe ir acomodándolo así, en cada una. Luego, los cuadritos que me quedaban los sumaba al resultado, y ya, después me daba que la sucesión que tenía era cuatro, es decir, la sucesión que tenía va aumentado de cuatro en cuatro ($5 + 4n$), comenzando en cero.

Episodio 2

De este episodio, identificamos algunas estrategias de los estudiantes, por ejemplo, E6 usó casos particulares; E1 empleó una figura donde planteó unas condiciones que hacen valida su conjetura. Mientras que, E3 logró comparar la expresión algebraica que él mismo había establecido con la de E6 y concluye que sus respuestas son equivalentes. Aunque E3 no lo dijo explícitamente, inferimos que E3 realizó las operaciones algebraicas así: $5n-(n-1) = 5n - n + 1 = (5n - n) + 1 = 4n + 1$.

Tal como lo sugiere Mason et al. (1999) en el trabajo con este tipo de problemas es importante que se reconozca un amplio rango de formas de expresar la generalidad, en especial, porque cada estudiante puede percibir la variación de manera distinta, lo cual representa una oportunidad para escuchar lo que ellos piensan y plantean, además, enriquecer el trabajo en el aula.

Conclusiones del estudio

La valoración del curso de refuerzo nos permite sin generalizar plantear que la habilidad para comprender el problema es fundamental, los estudiantes dan cuenta que más allá de no manejar unos procedimientos o algoritmos, lo que los lleva a fallar es no entender lo que el problema les pide, así como no poder extraer los datos del problema que se constituyen en recursos para abordarlos.

En la resolución de los problemas planteados evidenciamos el empleo de diversas estrategias para concebir un plan y ejecutarlo de esta forma, abordar el problema. Algunos estudiantes suelen emplear casos particulares para determinar algunos valores numéricos que den cuenta de la variación, construir una tabla de valores, gráficas o expresiones algebraicas entre otras estrategias, las cuales, permitieron enriquecer el trabajo personal y grupal.

Los estudiantes mostraron intentos infructuosos que habían emprendido para resolución de problemas, ellos valoraron la necesidad de ir monitoreando cada paso (estrategia o heurística) que usaban en el desarrollo del problema. Además, les permitió reconocer algunos elementos (conceptos, procedimientos, algoritmos, definiciones, etc.,) para validar y verificar la solución encontrada.

Agradecimientos

Al Ministerio de Ciencia, Tecnología e Innovación, Colombia – MINCINCIAS quien está financiando el programa de investigación "Innovar en la Educación Básica para formar ciudadanos matemáticamente competentes frente a los retos del presente y del futuro". Código1115-852 70767, con el proyecto "Diseños didácticos para la inclusión en matemáticas con la mediación de tecnología: procesos de formación y reflexión con profesores". Financiado por el Ministerio de Ciencia y Tecnología". Código70783, con recursos del Patrimonio autónomo Fondo Nacional de financiamiento para la ciencia, la tecnología y la innovación Francisco José de Caldas, contrato CT 183-2021.

Referencias

Acuerdo Académico 282 de 2017 [Consejo Académico]. Por la cual se dictan disposiciones sobre el ingreso a la Universidad de aspirantes por la modalidad de Admisiones Especiales. Noviembre 17 de 2017.

Constitución Política de Colombia [Const]. Art. 6. Julio 7 de 1991 (Colombia).

Díaz-Barriga, F., Lule, M., Pacheco, D., Rojas, S., & Saad, E. (1990). *Metodología de diseño curricular para educación superior*. Editorial Trillas.

Echeverria, C. (2022*). Enseñanza del cálculo a personas con características diferenciadas: Reflexiones de una comunidad de práctica de profesores de matemáticas en formación* (tesis de maestría) Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia.

Fiallo, J., y Parada, S. (2018). *Estudio Dinámico del cambio y la variación, curso de precálculo mediado por GeoGebra.* Ediciones UIS.

Krulik, S., & Rudnick, J. (1989). *Problem solving: A handbook for teachers*. Allyn and Bacon, Inc., 7 Wells Avenue, Newton, Massachusetts 02159.

Mason, J., Graham, A., Pimm, D., Gowar, N. (1999). *Rutas hacia el Álgebra, raíces del Álgebra*. Traducido Cecilia Agudelo Valderrama, Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia.

MEN (1998) *Lineamientos curriculares en matemáticas*. Bogotá. Recuperado de: https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf

MEN (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas*. Colombia.

http://www.eduteka.org/pdfdir/MENEstandaresMatematicas2003.pdf

MEN (2013). *Lineamientos política de educación superior inclusiva*. Colombia. https://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-357277_recurso_0.pdf

Pineda, S. (2018*). Formación inicial de profesores de matemáticas alrededor de la atención a la diversidad* (tesis de maestría). Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia.

Polya, G., (1965) *Cómo plantear y resolver problemas*. Editorial Trillas.

Rueda, N. (2016). *Habilidades cognitivas asociadas al proceso de representación de fenómenos de variación* (tesis de maestría). Universidad Industrial de Santander. Bucaramanga, Colombia.

Santos-Trigo, L. (2014) *Resolución de problemas matemáticos fundamentos cognitivos*. Editorial Trillas.

Reflexões sobre o ensino de estruturas multiplicativas à luz da Resolução deProblemas

Reflections on the teaching of multiplicative structures in the light of ProblemSolving

Reflexiones sobre la enseñanza de estructuras multiplicativas a la luz de laResolución de Problemas

Paloma Ferreira dos Santos[955]
Universidade Federal de Ouro Preto
Id orcid: https://orcid.org/0000-0001-6661-357X

José Fernandes da Silva[956]
Instituto Federal de Ciência, Tecnologia e Educação de Minas GeraisId orcid:
https://orcid.org/0000-0002-5798-5379

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Resolução de problemas em aulas de Matemática

Resumo

O presente artigo tem por objetivo analisar as repercussões da abordagem de estruturas multiplicativas com estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental anos finais, matriculados em uma escola pública do estado de Minas Gerais. Para tanto, realizou-se uma pesquisa qualitativa, com sete participantes, ao longo de cinco oficinas voltadas para a Resolução de Problemas pautados no campo multiplicativo. A abordagem teóricafoi baseada nas discussões do campo multiplicativo e Resolução de Problemas. Com vistas a aprofundar a análise, os dados foram agrupados em três categorias, a saber: organização retangular, raciocínio combinatório e proporcionalidade. Com a pesquisa foi possível notar avanços na construção dos conhecimentos voltados à multiplicação, sendo observado a importância de proporcionar espaços de protagonismo pela Resolução de Problemas que culminam na autonomia do processo de aprendizagem em Matemática.

Palavras-chave: Campo Concenceitual. Campo Multiplicativo. Resolução de Problemas.

Abstract

This article aims to analyze the repercussions of the multiplicative structures approachwith students of the 6th grade of Elementary School final years, enrolled in a public school in the state of Minas Gerais. Therefore, a qualitative research was carried out, with seven participants, over five workshops focused on the Problem Solving based on the multiplicative field. The theoretical approach was based on the discussions of the multiplicative field and Problem Solving. In order to deepen the analysis, the data were grouped into three categories, namely: rectangular organization, combinatorial reasoning and proportionality. With the research it was possible to notice advances inthe construction of knowledge focused on

[955] paloma.fs@aluno.ufop.edu.br
[956] jose.fernandes@ifmg.edu.br

multiplication, being observed the importanceof providing spaces of protagonism for Problem Solving that culminate in the autonomyof the learning process in Mathematics.
Keywords: Concenceitual Field. Multiplicative Field. Problem Solving.

Resumen

El presente artículo tiene por objetivo analizar las repercusiones del abordaje de estructuras multiplicativas con estudiantes del 6º año de la Enseñanza Fundamental años finales, matriculados en una escuela pública del estado de Minas Gerais. Para ello, se realizó una investigación cualitativa, con siete participantes, a lo largo de cinco talleres volcados para la Resolución de Problemas pautados en el campo multiplicativo. El enfoque teórico se basó en las discusiones del campo multiplicativo y Resolución de Problemas. Con vistas a profundizar el análisis, los datos fueron agrupados en tres categorías, a saber: organización rectangular, razonamiento combinatorio yproporcionalidad. Con la investigación fue posible notar avances en la construcción de los conocimientos volcados a la multiplicación, siendo observado la importancia de proporcionar espacios de protagonismo por la Resolución de Problemas que culminanen la autonomía del proceso de aprendizaje en Matemáticas.
Palabras clave: Campo Conceptual. Campo Multiplicativo. Resolución de Problemas.

Introdução

O contexto do ensino da Matemática, no âmbito da Educação Básica, temrepercutido de forma significativa nos espaços acadêmicos e sociais, em especial, os desafios relacionados ao processo de ensino e aprendizagem das operações fundamentais. Temos visto, nesse contexto, estudantes com uma fragilizada base de conhecimento que é desnudada pelas avaliações externas e pelos projetos educacionais alicerçados em rasas bases curriculares que pouco ou nada priorizam das abordagens da formação integral e omnilateral (FRIGOTTO, 2009).

Diante disso, diversas são as tentativas para caracterizar a complexidade do ensino da Matemática na Educação Básica brasileira, porém, é fato que "a abordagem dos conteúdos, divorciada de situações problemas, contribui para que o aluno nãoconstrua conhecimentos matemáticos" (SILVA; SILVA, FREITAS, 2019, p. 1).

No que tange aos conceitos relacionados às operações fundamentais, o domínio destes se constitui balizador para as condições mínimas do exercício da cidadania, pois subsidiam práticas sociais e culturais. Estudos prévios mostram a dificuldade dos estudantes em lidar com problemas relacionados às citadas operações, em especial, aqueles do campo conceitual multiplicativo (MAGINA, SPINILLO, LAUTERT, 2020). Ainda, segundo os citados autores, tal campo apresenta singularidadesimportantes (relações, eixos, classes, tipos) que implicam nos processos de ensino e aprendizagem da Matemática, fato que justifica a importância de constantes investigações com esta temática. Ademais, o uso combinado de elementos da Teoria dosCampos Conceituais e a Resolução de Problemas pode contribuir para a construção de novos conhecimentos advindos de um processo de reflexão, conjecturas, diálogos, protagonismos e formalização de raciocínios (VERGNAUD, 1982).

Deste modo, o presente trabalho tem como objetivo analisar as repercussões da abordagem de estruturas multiplicativas com estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental anos finais, matriculados em uma escola pública do estado de Minas Gerais.

O campo Conceitual Multiplicativo

Gerard Vergnaud, psicólogo e mestre em Educação Matemática, em 1977 desenvolveu a Teoria dos Campos Conceituais, a qual foi definida como:

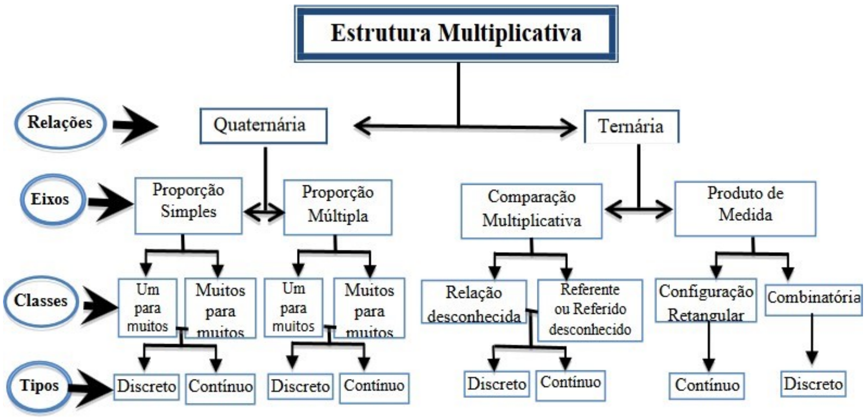
> Um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento, conectados uns aos outros e, provavelmente, entrelaçados durante o processo de aquisição (VERGNAUD, 1982, p. 40 – tradução nossa).

A Teoria dos Campos Conceituais destaca que um modelo de situação apenas, não pode construir um conhecimento significativo acerca de um tema. Deste modo, paraa formação de um indivíduo dotado de plenas capacidades de operar e valer-se destas operações para seu benefício cotidiano, ele necessita vivenciar situações diversas que o proporcione o contato com o conceito imerso em contextos distintos.

Defende, ainda, que uma situação problema não será solucionada com o aporte de um único conceito. Sendo assim, o campo conceitual está interligado de forma que para chegar a uma solução é possível que perpasse campos distintos. A compreensão crítica e a capacidade de analisar as situações se tornam mais sólidas quando o indivíduo vive experiências de construção de conhecimento que levam em conta a gênese dos conteúdos. Por fim, o autor afirma que os conceitos estudados demandamum tempo até que o indivíduo assimile e compreenda a essência dos mesmos.

Nesse contexto, das discussões sobre as estruturas multiplicativas Magina, Merlini e Santos (2012) elaboraram um esquema organizado em relações quaternárias e ternárias, como está representado na Figura 1:

Figura 1.
Esquema do Campo Conceitual Multiplicativo (2010, ajustado em 2012)



Pelo exposto, a noção de multiplicação pode ser explorada pelas vertentes da proporcionalidade (conceitos de grandezas, sendo uma forma inicial de introduzir a ideia de regra de três), combinatória (processos de contagem formando agrupamentos possíveis de acordo com situações dadas*)*, organização retangular (análise dimensional) e comparação entre razões (proporcionalidade). Ainda, nas palavras de Magina, Spinilloe Lautert (2020, p. 81):

> A relação quaternária se caracteriza por relações estabelecidas entre quatro quantidades de duas grandezas distintas, consideradas duas a duas. A relação ternária, por sua vez, envolve relações entre três quantidades, sendo uma o produto de outras duas, tanto no plano numérico como dimensional. Na relação quaternária são observados três eixos: proporção simples, proporção dupla e proporção múltipla. Esses eixos evocam duas classes de problemas: problemas que envolvem a correspondência um para muitos e a correspondência muitos para muitos. (MAGINA, SPINILLO e LAUTERT, 2020, p. 81).

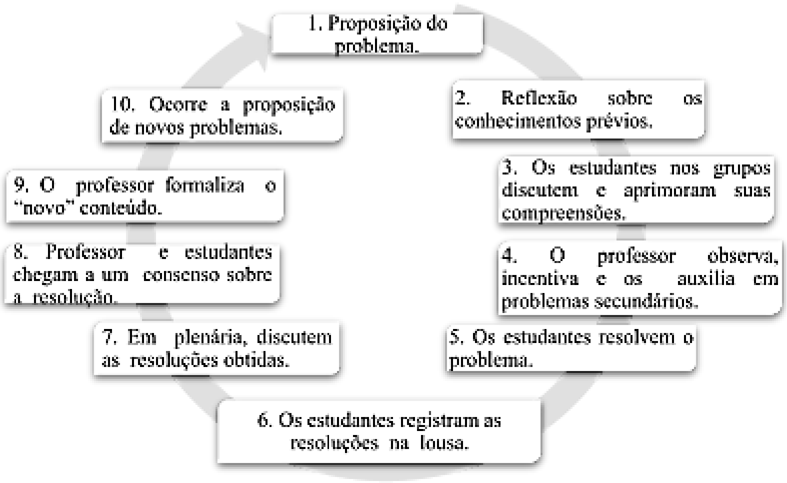
Posto isso, o processo de ensino e aprendizagem da Multiplicação requer a presença de variados problemas para que os estudantes ampliem seus conhecimentos acerca deste importante tema.

Resolução de Problemas

A Resolução de Problemas abordada neste trabalho está assentada nos pilares discutidos por Onuchic e Allevato (2011) que destacam ser o problema o ponto de partida para a construção de novos conceitos matemáticos. Nessa perspectiva, as autorasconcebem os alunos como agentes ativos na construção de seu próprio conhecimento e, os professores, os responsáveis por conduzir esse processo atuando como mediadores e apoiadores. O intuito desta abordagem é subsidiar os alunos a compreenderem osconceitos, os processos e as técnicas necessárias em cada atividade. A sistematização deum roteiro para auxiliar na prática pedagógica alicerçada na Resolução de Problemas,foi realizada pelas autoras, como pode ser observado, na Figura 2:

Figura 2.

Roteiro para Resolução de Problemas (Allevato e Vieira, 2016 - adaptado)



De acordo com o exposto, cada etapa tem um papel importante no processo da resolução do problema. Assim, no momento da preparação do problema é importante que o professor busque uma perspectiva geradora, pois a partir deste, poderá chegar a diferentes reflexões que podem se encaminhar para a formalização de um conceito matemático. Ademais, é importante explorar a leitura, o debate, o trabalho colaborativo e o processo da mediação pedagógica. Tal fato, conclama a uma nova ordem, ou seja, "alunos autônomos, tendo um problema em mãos como ponto de partida para fazer Matemática, e um professor gerenciando o processo recursivo de ensinar, aprender, avaliar, reensinar, reaprender..." (BICALHO, ALLEVATO, SILVA, 2020, p. 23).

Assim, entendemos que a aula de Matemática poderá ser espaço para resolver problemas e compreender que esta ciência é fundamental para o exercício da vida em sociedade.

Percurso Metodológico

O trabalho é de cunho qualitativo, onde houve o intuito de investigar e refletir sobre o processo vivenciado (GOLDENBERG, 1999). Para coleta de dados foram utilizados recursos de gravações de áudio e vídeo, fotografias, coleta dos protocolos produzidos, questionários e diário de campo, respeitando os princípios éticos.

A pesquisa foi desenvolvida em uma classe do 6º ano do Ensino Fundamental anos finais, de reforço escolar, contando com sete participantes, denominados aqui como estudantes: A, B, C, D, E, F e G, matriculados em uma escola pública do estadode Minas Gerais. Foram realizadas cinco oficinas, sendo propostos problemas relacionados às ideias da multiplicação de forma mediada pelos pesquisadores.

Para a condução das atividades foi considerado o roteiro elaborado por Allevato e Vieira (2016) para o trabalho pedagógico valendo-se da Resolução de Problemas. Por estar aportado nesta perspectiva, os participantes do estudo foram orientados a realizarem a leitura individual do problema, as reflexões grupais para em uma etapa seguinte procederem as resoluções.

Considerando o *corpus* dos dados produzidos no âmbito das oficinas cuja abordagem foi realizada tendo como foco o campo multiplicativo, analisamos os dados dentro das categorias: organização retangular, raciocínio combinatório e proporcionalidade.

Análise e discussão dos dados

Na primeira oficina objetivou-se oportunizar um espaço dialogado, onde osparticipantes se sentissem acolhidos. O foco dos pesquisadores, foi de compreender as demandas do grupo, com respeito às aulas de Matemática. Neste momento, foi possível notar o interesse, por parte dos alunos, em atividades que destoassem das já, habitualmente, praticadas nas aulas de Matemática. Nas conversas os participantesmostraram-se desejarem atividades onde fossem oportunizados espaços de diálogo e interação. Tal fato, remete-nos aos dizeres de Freire (1996, p. 47), os quais exortaram que “ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua própria produção ou a sua construção”.

As quatro oficinas subsequentes dedicaram-se, de fato, ao trabalho empreendido na Resolução de Problemas. A seguir, faremos a análise e reflexão tomando como base as categorias de análise. Traremos para exemplificar, cada uma das categorias, um problema que sintetize as ideias centrais que permeiam os conceitos multiplicativos.

Organização Retangular: Para as reflexões desta categoria apresentamos o problema do Quadro 1:

Quadro 1.

Tarefa 1 - relacionada a organização retangular (Silva, 2016)

No auditório da escola as cadeiras estão dispostas em 15 fileiras e 12 colunas. Quantas cadeiras há no auditório?

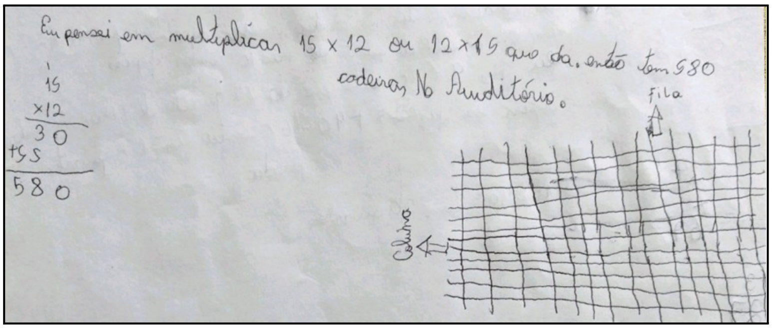
De início, os participantes alegaram, neste momento, que não sabiam realizar a tarefa uma vez que não havia sido explicada a matéria. Nesse momento, percebeu-se que eles estavam habituados a resolver as atividades propostas somente se estas fossem aplicadas, imediatamente, após a explicação do conteúdo. Esse fato pode ser observado por vezes nas falas dos participantes, como na expressão a seguir: *Professores a conta é de mais ou de menos?* (Fala do participante D).

Foi esclarecido que não havia um "modelo" de resolução a ser seguido, mas que existia uma resposta correta e diversos caminhos que os levariam a ela. Deste modo, foi exemplificado que poderia ser realizado cálculo, desenho, tabela ou texto, ou outra forma com a qual eles conseguissem expor o raciocínio.

O participante A apresentou, como resolução, a soma das fileiras e colunas encontrando o valor de 27 cadeiras e, complementou, justificando que optou pela soma, pois esta seria uma operação com a qual ele lidava com maior facilidade. Isso demonstra uma dificuldade desse estudante em compreender a multiplicação no contexto da organização retangular. Este mesmo processo pôde ser notado nos protocolos escritos pelos participantes C, F e D, os quais apresentaram a soma de fileiras e colunas, onde todos resultaram em 27 cadeiras e suas justificativas também foram no sentido de apontar que sabiam apenas a operação de adição. Os participantes apresentaram dificuldades em manejar as informações básicas do problema que, em síntese, configura um entrave para a tomada de decisão (SASSERON E CARVALHO, 2008).

O participante B, desenvolveu a resolução de forma diferente como pode ser notado na Figura 3:

Figura 3.
Resolução - organização retangular (Arquivo dos pesquisadores)



Para resolução do problema o aluno desenvolveu um raciocínio de multiplicaçãodas colunas pelas filas, o que está correto, mas ao efetuar a operação equivocou-se, encontrando a resposta final 580 cadeiras. Porém, podemos considerar como um avanço, a tentativa do participante B em organizar as informações e promover asrepresentações para a resolução do problema, pois entrelaçando as ideias de Sasseron e Carvalho (2008) e Onuchic e Allevato (2011), faz parte do processo de enfrentamentode situações problemas manejar os dados, buscar os conhecimentos prévios e conjecturar sobre eles.

Após finalizarem suas resoluções os participantes foram convidados a apresentá-las em formato de plenária, neste processo algumas dúvidas surgiram e,depois das discussões, foi possível chegar a um consenso que a resposta correta eram 180 cadeiras.

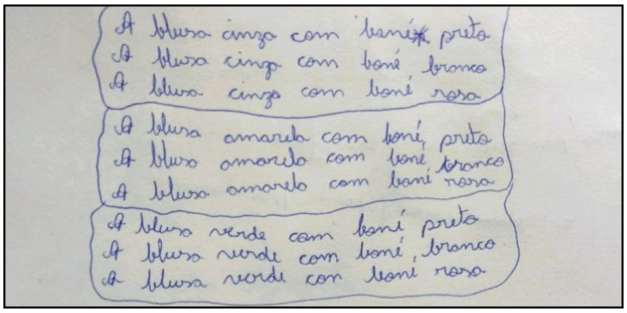
Raciocínio Combinatório: Objetivando maior compreensão dos problemas propostos foram entregues aos participantes recortes em EVA no formato de blusas e bonés. O problema do Quadro 2 ilustra a abordagem desta categoria.

Quadro 2.
Tarefa 1 - Tarefa relacionada a combinatória (Silva, 2016)

Paulo gosta muito de usar bonés. Ele tem 3 bonés: um preto, um branco e um rosa. Ele pretende usá-los com três camisas: uma amarela, uma verde e uma cinza. De quantas maneiras diferentes Paulo pode se vestir?

Para este problema, após a leitura individual e coletiva, os pesquisadores buscaram observar, sem intervir, como os participantes interagiram no processo de resolução. Os participantes A e E trabalharam juntos durante a resolução, buscando encontrar todas as possibilidades de combinações entre as peças. Nesse processo não foiutilizado cálculo, mas sim, valeram da escrita, onde foram organizando as combinações e anotando, conforme a Figura 4:

Figura 4.
Resolução - combinatória (Arquivo dos pesquisadores)



Os participantes se dispuseram a apresentar para os colegas a forma como haviam resolvido. Durante os diálogos, os pesquisadores encaminharam o debate para a formalização dos conceitos propondo que os participantes vislumbrassem uma outra forma de chegar ao resultado. Em seguida, os membros dos grupos disseram quebastava multiplicar o número de blusas pelo número de bonés. Com a operação estabelecida, os estudantes perceberam que a resposta seria a mesma encontrada, quando efetuaram todas as combinações. Este fato despertou a surpresa dosparticipantes que destacaram ser a multiplicação uma possibilidade para simplificar o processo demorado de combinar todas as possibilidades. Neste ponto, é possível notar que os envolvidos estão em processo de avanço com relação a conceitos multiplicativos (ONUCHIC E ALLEVATO, 2011).

Cabe destacar que nos debates no âmbito desta categoria, os participantes não demonstravam medo de errar, pois os pesquisadores fomentavam a reflexão e, após cadaerro apresentado, este era objeto de novas perguntas para o grupo. Essa perspectiva é importante para a aula de Matemática, pois de acordo com Sasseron e Carvalho (2008, p. 338) “o *raciocínio lógico* compreende o modo como as ideias são desenvolvidas e apresentadas e está diretamente relacionada à forma como o pensamento é exposto”. Assim, diante desta exposição das compreensões dos estudantes, das suas conjecturas e das suas hipóteses o professor pode mediar melhor o processo de ensino e aprendizagem.

Proporcionalidade: Nesta categoria, foram abordados problemas que podem ser representados como o do quadro 3:

Quadro 3.
Tarefa 1 - Tarefa relacionada a probabilidade (Silva, 2016)

Laura vai comprar quatro pacotes de biscoitos. Cada pacote custa R$3,50. Quanto ela pagará pelos quatro pacotes?

O problema apresenta uma situação que pode ser definida por Vergnaud (1990) como um problema de partição, onde é apresentado o valor referente a uma única unidade de determinado item, e se deve encontrar o valor total pago pelo número de unidades solicitado.

Os participantes A, B, C e E, desenvolveram o mesmo raciocínio, onde multiplicaram 3,5 por 4, encontrando assim o valor de R$14,00. As justificativas também foram semelhantes, onde os participantes esclareceram que, como cada pacote de biscoito custava R$3,50, então para comprar quatro pacotes, o caminho mais simplesseria o de efetuar a multiplicação. A aluna B foi ao quadro apresentando a resolução na lousa.

Ao observar que os alunos haviam compreendido o processo de resolução, foi possível perceber que, estes, assimilaram as primeiras noções do conhecimento referente a ideia de proporcionalidade, pois conforme propõe Vergnaud (1990) foirespeitado o tempo necessário para que eles internalizassem as informações relacionadas ao campo multiplicativo. Além disso, conforme argumentam Onuchic e Allevato (2011) é necessário que o professor deixe de ser o centro das atenções e delegue maior responsabilidade para os estudantes no processo de aprendizagem.

Algumas considerações

A partir do movimento das análises ficaram evidentes pontos importantes a serem considerados para a abordagem dos problemas relacionados ao campomultiplicativo.

Este estudo nos mostra a importância de dar protagonismo aos estudantes ao longo do processo da construção do conhecimento, pois através do diálogo, das reflexões e do empoderamento é possível desenvolver a autonomia no processo da aprendizagem. Nesse caso, o papel do professor é mediar, apoiar, incentivar e fomentara curiosidade com a investigação.

Além do exposto, os dados evidenciaram que os participantes tinham um histórico de rejeição à Matemática que ao nosso ver está materializado nas condições denão aprendizagens e/ou aprendizagens fragilizadas de conceitos básicos. Haja vista as dificuldades demonstradas para lidar com as noções de multiplicação.

Por fim, é possível destacar que a pesquisa não possui um fim em si, mas sim abre novas possibilidades a futuros trabalhos que possam contribuir com reflexõesvoltadas à contínua ressignificação dos conhecimentos do campo multiplicativo.

Referências

ALLEVATO, N.; VIEIRA, G. *Do ensino através da resolução de problemas abertos às investigações matemáticas: possibilidades para a aprendizagem.* Quadrante, Lisboa, v.25, n. 1, p.113-131, 2016.

BICALHO, J. B. S; ALLEVATO, N. S. G.; SIL.VA, J. F. *A Resolução de Problemas na formação inicial: compreensões de futuros professores de Matemática*. Educação Matemática Debate, v. 4, p. e202042-26, 2020.

FREIRE, P. *Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa*. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

FRIGOTTO, G. *Teoria e práxis e o antagonismo entre a formação politécnica eas relações sociais capitalistas*. Trab. educ. saúde, Rio de Janeiro, v. 7, supl.1, p. 67-82, 2009.

GOLDENBERG, M. *A Arte de Pesquisar*. Rio de Janeiro: Record, 1999.

MAGINA, S. M. P.; SPINILLO, A. G.; LAUTERT, S. L. *Raciocínio multiplicativo discutido a partir da resolução e formulação de problemas*. Rematec 15(36):78-94, 2020.

MAGINA, S.; MERLINI, V.; SANTOS, A. *A Estrutura Multiplicativa sob a Ótica da Teoria dos Campos Conceituais: uma visão do ponto de vista da aprendizagem*. 3º SIPEMAT, Fortaleza, 2012.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. *Pesquisa em Resolução de Problemas:caminhos, avanços e novas perspectivas*. Bolema (Rio Claro), v. 25, p. 73-98, 2011.

SASSERON, L. H., CARVALHO, A. M. P. *Almejando a alfabetização científicano ensino fundamental: a proposição e a procura de indicadores do processo*. Investigações em

Ensino de Ciências (UFRGS), v.13, p.333 - 352, 2008.

SILVA, S. V. P. *Ideias/Significados da Multiplicação e Divisão: O processo de aprendizagem via resolução, exploração e proposição de problemas por alunos do 5º ano do ensino fundamental*. Dissertação apresentada ao Programa dePós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, da Universidade Estadual da Paraíba. Campinas Grande - PB, 2016.

SILVA, J. F.; SILVA, V. M.; FREITAS, G. J. *Diálogo entre Matemática e Biologia no Exame Nacional do Ensino Médio*. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, v. 32, p. 347-354, 2019.

VERGNAUD, G. *A Classification of Cognitive Tasks and Operations of Thought Involved in Addition and Subtraction Problems*. In. T. Carpenter; T. Romberg; J. Moser (Eds.). Addition and Subtraction: a cognitive perspective. New Jerssey: Lawrense Erlbaun, 1982. p. 39–59.

VERGNAUD, G. *La théorie des champs conceptuels. Recherches en Didactique des Mathématiques*, Grenoble, v. 10, n. 23, p. 133–170, 1990.

Quantos divisores? A descoberta de padrões matemáticos não explícitos através da Resolução de Problemas

How many dividers? Discovering non-explicit mathematical patterns throughProblem Solving

¿Cuántos divisores? Descubrir patrones matemáticos no explícitos a través de la resolución de problemas

Márcio Pironel[957]
Instituto Federal de São Paulo – IFSP, Campus Salto
Id orcid: 0000-0002-7360-0571

Érica Marlúcia Leite Pagani[958]
CEFET
Id orcid: 0000-0001-9025-3420

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Resolução de problemas em aulas de Matemática.

Resumo

O presente trabalho tem como objetivo relatar uma experiência realizada na disciplina deTeoria dos Números de um curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal deSão Paulo. Apresentamos uma atividade cujo objetivo foi o de deduzir a fórmula para obtenção da quantidade de divisores positivos que um determinado número possui. O trabalho mostrou que a Metodologia de Ensino-aprendizagem-Avaliação em Matemática pode ter suas etapas adaptadas ou alteradas se isso for motivo para uma melhor compreensão da matemática trabalhada e se contribui para a construção do conhecimentomatemático pelo aluno.
Palavras-chave: Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática, Resolução de Problemas, Teoria dos Números, Divisores.

Abstract

The present work aims to report an experience carried out in the discipline of Number Theory of a Mathematics Degree course at the Federal Institute of São Paulo. We presentan activity whose objective was to deduce the formula to obtain the number of positive divisors that a certain number has. The work showed that the Teaching-Learning-Assessment Methodology in Mathematics can have its stages adapted or changed if this is a reason for a better understanding of the mathematics worked and if it contributes to the construction of mathematical knowledge by the student.
Keywords: Teaching-Learning-Assessment of Mathematics, Problem Solving, Number Theory, Dividers.

957 marcio.pironel@ifsp.edu.br
958 leitepagani@gmail.com

Resumen

El presente trabajo tiene como objetivo relatar una experiencia realizada en la disciplina de Teoría de Números de un curso de Licenciatura en Matemáticas en el Instituto Federalde São Paulo. Presentamos una actividad cuyo objetivo era deducir la fórmula para obtener el número de divisores positivos que tiene un determinado número. El trabajo mostró que la Metodología de Enseñanza-Aprendizaje-Evaluación en Matemáticas puede tener sus etapas adaptadas o cambiadas si ello es motivo para una mejor comprensión delas matemáticas trabajadas y si contribuye a la construcción del conocimiento matemáticopor parte del estudiante.

Palabras clave: Enseñanza-Aprendizaje-Evaluación de Matemáticas, Resolución de Problemas, Teoría de Números, Divisores.

Introdução

Durante cerca de 3 milhões de anos, os primeiros hominídeos do gênero Homo viveram sobre a superfície da terra como caçadores-extrativistas. Para que se tornassem mais, para se transformar na espécie que conhecemos como Homo Sapiens Sapiens era preciso mais. Havia a necessidade de se estabelecer num único ambiente e desenvolver atividades que hoje reconhecemos como caracteristicamente humanas.

Esse processo de sedentarização ocorreu entre 14mil e 8 mil anos atrás, período conhecido como “Revolução Agrícola”. Nessa época, o homo sapiens abandonou seus hábitos nômades e começou a se dedicar ao plantio de alimentos e à domesticação de animais. A partir dessa revolução, o ser humano começou a produzir e a guardar seu alimento, de modo que os problemas que precisavam enfrentar eram cada vez maiores e em maior número. O assentamento impôs a necessidade da divisão do trabalho, do desenvolvimento de tecnologias, de práticas comerciais e, eventualmente, de meios de defesa e ataque – práticas de guerra, da criação da matemática e da linguagem escrita, quetrouxeram o desenvolvimento de todas as outras ciências.

Todo o desenvolvimento da história foi sempre impulsionado por três elementos inatos do ser o humano, a necessidade, a curiosidade e o prazer, que descreviam ou inventavam situações problemáticas que deveriam ser resolvidas para satisfazê-los. No final do século XIX, o matemático alemão David Hilbert (1900) disse em sua palestra para o International Congress of Mathematicians, realizado em Paris no ano de 1900 quea oferta de problemas em matemática é inesgotável, assim que um problema é resolvido, muitos outros surgem em seu lugar (HILBERT, 1900). Embora a afirmação tenha sido dada num contexto de resolução de problemas matemáticos ainda não solucionados (Hilbert descreve 23 problemas não solucionados cuja discussão, segundo ele, poderia contribuir para o avanço da ciência), a ideia pode ser aplicada num contexto educacional, de modo que a resolução de um problema matemático leve à formalização de conteúdo matemático novo para o aluno e possibilite a formulação de novos problemas, para os quais os conceitos desenvolvidos possam se tornar ferramentas de resolução.

Nessa comunicação oral relatamos uma experiência na disciplina de Teoria dos Números de um curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de São Paulo – IFSP, cujo objetivo geral era a dedução de uma fórmula de generalização do número de divisores inteiros de um número natural e com objetivo específico de buscar identificar padrões aritméticos na decomposição de um número natural em fatores primos. A aula foi se desenvolveu apoiada na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas – MEAAMaRP.

Sobre a natureza dos problemas

Freudenthal (1978, p. 203) nos alerta que, "quando o problema é proposto, é bomque as crianças experimentem a dificuldade por completo, que trabalhem duro para obtera solução". E fala da importância que tem a observação durante o processo da resolução de um problema, salientando que os estudantes "não procedem de forma não sistematizada" (p. 203), pelo contrário, Freudenthal observou um certo sistema naresolução dos problemas que perseguem sempre uma determinada lógica adotada pelo aluno.

Mas, o que seria um problema? Marshall (1989) caracteriza a resolução de problemas como a resposta de um indivíduo a uma nova experiência ou situação que exijaalguma ação desse indivíduo. No cotidiano do mundo real, as pessoas adquirem conhecimentos ou habilidades relevantes para operar dentro de um determinado contexto. A habilidade de organizar o conhecimento e coordená-lo dentro de uma nova situação desconhecida é denominada, por Marshall, "capacidade de resolver problemas".

Pironel (2019) procura esclarecer a noção daquilo que entendemos por problemaa partir de uma situação concreta. Imagine-se trancado num quarto de um apartamento localizado no alto de um edifício. Imagine que esse quarto possua uma única porta de acesso a outros cômodos e uma janela com vistas para a rua. Essa situação pode ou não se configurar como um problema. Se você não quiser e nem precisar sair, não há problema. Imagine que queira ou sinta necessidade de deixar o quarto, mas tem consigo a chave que abre a porta, então não há problema algum. Uma situação como essa só serápara você um problema diante do interesse de deixar o quarto, expresso por vontade ou por necessidade, e da falta da chave para abrir a porta. A partir do despertar da vontade de alterar o estado apresentado inicialmente é que o indivíduo procurará, de fato, se mobilizar para atacar o problema para resolvê-lo (PIRONEL, 2019).

O professor que pretenda utilizar a resolução de problemas com um viésmetodológico, para ensinar Matemática, tem que elaborar estratégias para que a atividadelevada para a sala de aula seja uma situação verdadeiramente problemática para o aluno.Para Mason (2016), uma situação qualquer pode ser considerada como um problema quando alguém experimenta um estado de problematicidade, assume a tarefade dar sentido à situação e se envolve numa atividade que lhe faça sentido. Essa definiçãoé convergente com o conceito que considera como problema "tudo aquilo que nãosabemos fazer, mas que estamos interessados em resolver" (ONUCHIC, 1999, p. 215; ALLEVATO; ONUCHIC, 2011, p. 81).

Ou seja, um aluno só se sentirá mobilizado para a resolução de um problema se ele acreditar que a atividade proposta, seja ela uma situação-problema ou um problema da vida real, é um problema para ele. É preciso ainda que a solução não lhe seja conhecidae nem mesmo que ele saiba quais são os procedimentos necessários para a sua resolução.

A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas

É preciso entender que há uma simbiose na conexão entre resolver problemas e aprofundar a compreensão (LAMBDIN, 2003) e essa simbiose indica que a compreensão matemática pode nos levar à resolução de um problema tanto quanto a resolução de um problema pode nos levar à construção da compreensão matemática.

Isso significa que é possível transformar a resolução de problemas em uminstrumento bastante sólido de ensino de Matemática. A Metodologia de Ensino- Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas – MEAAMaRP propõe que, conforme preconizado por diversos autores, através da proposição e resolução de um problema, o aluno seja conduzido à construção de matemática nova para ele; ou a aprofundar seus conhecimentos matemáticos sobre conteúdos anteriormente vivenciados, seja na escola como fora dela. Ou seja, a MEAAMaRP considera o problema como ponto de partida para o ensino e como orientação para a aprendizagem e a construção do conhecimento acontece colaborativamente na sala de aula (ALLEVATO; ONUCHIC, 2009, 2011, 2021, ALLEVATO; JAHN; ONUCHIC, 2017).

Nessa metodologia, os professores têm a oportunidade de:

> - interagir com os alunos e compreender as diferentes ideias de cada um;
> - conhecer em quais conteúdos e noções matemáticas seus alunos apresentam maior dificuldade e, a partir daí, ajudá-los a superar suas incompreensões;
> - refletir e analisar suas ações e de seus alunos, avaliando a influência que estas têm sobre a aprendizagem. (PAGANI, 2016, p.78)

Por outro lado, o NCTM (2014) apresenta indícios de que o ensino de matemática apresenta sucesso quando se relaciona à utilização da Resolução de Problemas na sala deaula. Para eles:

> O ensino eficaz de matemática faz com que os alunos se envolvam na resolução e na discussão de tarefas que promovam o raciocínio matemático e a resolução de problemas e permitam múltiplos pontos departida e várias estratégias de resolução (NCTM, 2014, p.17, Traduçãonossa).

Quando o professor decide trabalhar com a Resolução de Problemas comometodologia pedagógica, os papéis de professores e alunos são profundamente alterados.O NCTM (2014) descreveu algumas mudanças na atitude dessas personagens na sala de aula, conforme mostra o Quadro 1.

Segundo Lambdin (2003):

> Um problema é, por definição, uma situação que causa desequilíbrio e perplexidade. Um princípio primordial do ensino através da resolução de problemas é que os indivíduos confrontados com problemas genuínos sejam forçados a um estado de necessidade de conectar o queeles conhecem com o problema proposto. Portanto, aprender através daresolução de problemas desenvolve a compreensão. As redes mentais de ideias dos alunos crescem mais complexas e mais robustas quando os alunos resolvem problemas que os obrigam a pensar profundamentee a se conectar, estender e elaborar sobre seus conhecimentos prévios (LAMBDIN, 2003, p.7, Tradução nossa).

Quadro 1.
Novos papéis de professores e alunos em tarefas que utilizam Resolução de Problemas para a aprendizagem

Implementar tarefas que promovam raciocínio e resolução de problemas Ações do professor e do aluno	
O que os professores fazem?	**O que os alunos fazem?**
Motivar o aprendizado dos alunos sobre a matemática através de oportunidades para explorar e resolver problemas que desenvolvam e ampliem sua compreensão matemática atual. Selecionar tarefas que forneçam múltiplos pontos de partida através do uso de várias ferramentas e representações. Propor tarefas regularmente, que exijam um alto nível de demanda cognitiva. Apoiar os alunos na exploração de tarefas sem assumir o pensamento dos alunos. Incentivar os alunos a usar abordagens e estratégias variadas para entender e resolver problemas.	Perseverar na exploração e no raciocínio através de tarefas. Responsabilizar-se pela compreensão das tarefas, recorrendo e fazendo conexões com seu entendimento pregresso e com suas ideias. Usar ferramentas e representações, conforme necessário, para apoiar seus pensamentos e a resolução de problemas. Aceitar e esperar que seus colegas de classe usem uma variedade de abordagens de solução e que eles discutam e justifiquem suas estratégias um para o outro.

Fonte: NCTM (2014, p. 24)

Essas ideias ajudam a sustentar a Metodologia de Ensino-Aprendizagem- Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, que não se propõe a ensinaros alunos a resolver problemas e nem a utilizar os problemas como aplicação direta de um determinado conteúdo matemático trabalhado na sala de aula.

Na MEAAMaRP o problema é ponto de partida e os alunos desafiados a fazer conexões entre diferentes ramos da Matemática, gerando novos conceitos e novos conteúdos. (ALLEVATO; ONUCHIC, 2011). Ensinar a partir de um problema exige quese faça a cada dia um planejamento ou uma seleção de atividades, levando em conta a compreensão dos estudantes e a necessidade de atender ao conteúdo programático(ALLEVATO; ONUCHIC, 2009). Embora se possa trabalhar metodologia de diversas maneiras, desde que seus propósitos de iniciar o processo de ensino com a proposição deum problema gerador para, através de sua resolução, chegar-se à aprendizagem de determinado conteúdo matemático.

É preciso ressaltar que essa metodologia integra deliberadamente uma concepçãomais atual de avaliação, que é:

> construída em meio à resolução do problema, integrando-se ao ensino com vistas a acompanhar o crescimento dos alunos, aumentando sua aprendizagem e reorientando as práticas em salas de aula quando for necessário (ONUCHIC, 2013, p. 101).

Por dentro da aula: Quantos divisores?

A proposta desse tópico do trabalho é relatar a experiência com uma atividade desala de aula sustentada pela Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, com 15 alunos de um curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de São Paulo, na disciplina de Teoria dos Números.

O objetivo da aula era o de deduzir uma fórmula para determinar a quantidade de divisores inteiros positivos de um número. Inicialmente dividimos a turma em três gruposcom quatro alunos cada e outro grupo com três alunos e entregamos uma folha com o seguinte problema:

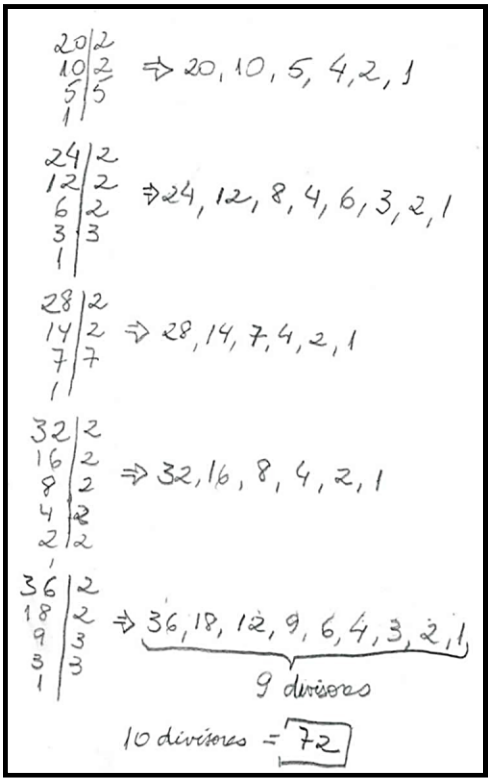
Qual é o menor número natural com exatamente 10 divisores inteiros positivos?
E qual é o próximo depois disso?

Solicitamos então que fossem escolhidos um redator e um orador em cada grupo, informando que após a realização da atividade cada orador deveria ir ao quadro para explicar a resolução do problema pelo grupo. Pedimos também que fossem feitas uma leitura individual por cada elemento e, depois, uma leitura em grupo antes que iniciassem os trabalhos de resolução.

Após essa etapa inicial, os grupos puseram-se a trabalhar para a resolução do problema. O professor colocou-se numa posição de observação e, durante algum tempo, tentou diagnosticar quais grupos poderiam estar com maiores dificuldades na resolução do problema. Depois passou a observar com maior acuro cada grupo individualmente e de maneira mais próxima.

Enquanto os alunos resolvem os problemas, o professor interage com os grupos procurando obter *feedback* sobre o desenvolvimento do problema para intervir e corrigirrotas fornecendo, ele próprio, um feedback aos elementos do grupo. Vejamos como ocorreu essa interação no Grupo 2:

Figura 1



Fonte: Material de alunos

Um dos diálogos se deu da seguinte maneira:

Professor: Como vocês desenvolveram o problema?
Aluno A2: Como são 10 divisores, começamos a fatorar pelo número 20. E fomosaumentando, tirando aqueles números que dava para perceber que tinham poucosdivisores.
Professor: Entendi! E como concluíram que o menor é o 72?Aluno B2: Está certo, então?
Professor: Não sei, quero entender o que vocês pensaram.
Aluno A2: É que o 36 tem 9 divisores, então o dobro dele terá 10!Professor: Será? Quantos divisores têm o número 6?
Aluno B2: São 4 divisores!
Professor: Certo! Então o 12 tem 5 divisores? Será mesmo? Vejam aí!Aluno A2: Espere... 12, 6, 4, 3, 2 e 1. São 6 divisores!
Professor: Não há nenhum padrão nessas fatorações, que possa ser relacionado com a quantidade de divisores?

Como mesmo após algum tempo e algumas intervenções, nenhum grupo havia chegado a uma resposta plausível. Colocamo-nos à frente da sala e realizamos uma intervenção genérica, para todos os grupos:

Professor: Procurem encontrar algum tipo de padrão entre os fatores primos e aquantidade de divisores...
Aluno A3: Mas professor... não há nenhum padrão!

Professor: É crível que exista um padrão. Se o padrão não está nos fatores em si, talvez esteja na quantidade de fatores. Vejam!

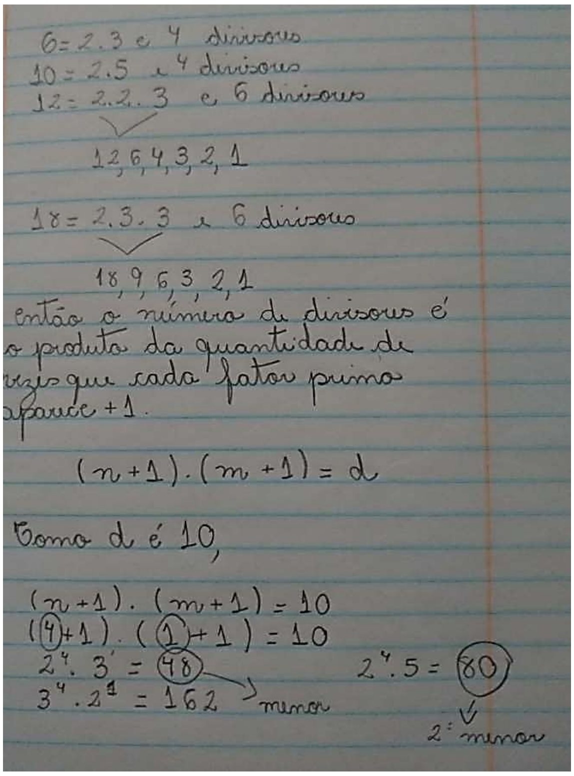
O professor continuou a falar, enquanto escrevia:

$$4 = 2^2, o\ 4\ possui\ 3\ fatores;$$
$$8 = 2^3, o\ 8\ possui\ 4\ fatores;$$
$$9 = 3^2, o\ 9\ possui 3\ fatores.$$

Professor: Percebem algum padrão?
Aluno B3: O número de fatores é (n + 1), n é o expoente.
Aluno A4: Mas professor... isso não resolve quando os fatores primos são diferentes. Por exemplo, o 6 que é a multiplicação de 3 e 2. Como posso relacionar o expoente com os divisores nesse caso?
Professor: Pois é! Existe algum padrão quando o número é composto por dois fatores primos distintos?
Aluno B3: Mesmo que a gente encontre esse padrão, como saber se é o menor?
Professor: Por isso é um problema, não sabemos como resolver, precisamos descobrir. Voltem ao trabalho e qualquer dúvida, me chamem!

Ao final do tempo dado para a resolução do problema, os alunos colocaram suas respostas no quadro. A Figura 2 é a resolução escolhida pela turma como a mais adequada, após discussão em plenária.

Figura 2


6 = 2.3 e 4 divisores
10 = 2.5 e 4 divisores
12 = 2.2.3 e 6 divisores
12, 6, 4, 3, 2, 1
18 = 2.3.3 e 6 divisores
18, 9, 6, 3, 2, 1
então o número de divisores é o produto da quantidade de vezes que cada fator primo aparece + 1.
$(n+1).(m+1) = d$
Como d é 10,
$(n+1).(m+1) = 10$
$(4+1).(1+1) = 10$
$2^4 . 3^1 = 48$ menor
$3^4 . 2^1 = 162$
$2^4 . 5 = 80$
2º menor

Essa solução resolve uma questão importante, sem a necessidade de grandes intervenções. Através dela, chegamos à seguinte formalização:

$$Dado\ um\ número\ natural\ n, tal\ que\ n = a^{p} \cdot b^{q}, onde:$$

$$a\ e\ b\ são\ números\ primos\ distintos, com\ p\ e\ q\ sendo\ inteiros\ não\ negativos.$$

$$Então, o\ número\ de\ divisores\ de\ n, d(n), é\ dado\ por\ d(n) = (p+1)(q+1).$$

Após essa primeira formalização, o professor lançou um novo problema, complementar a esse: *E qual seria a fórmula para determinar a quantidade de divisores de um número n qualquer composto por m fatores primos distintos?*

A partir da resolução dessa questão pudemos, enfim, formalizar:

$$Dado\ um\ números\ natural\ n, tal\ que\ n =\ a_1^{p_1} \cdot a_2^{p_2} \cdot a_3^{p_3} \cdot \ldots \cdot a_i^{p_1}, onde:$$

$$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_i\ são\ números\ primos\ distintos\ e$$

$$p_1, p_2, p_3, \ldots, p_i\ são\ números\ inteiros\ não\ negativos.$$

$$Daí, o\ número\ de\ divisores\ de\ n, d(n), é\ dado\ por:$$

$$d(n) = (p_1 + 1) \cdot (p_2 + 1) \cdot (p_3 + 1) \cdot\ \ldots \cdot (p_i + 1)$$

Considerações

A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas tem apresentado bons resultados na sala de aula de matemática,esses resultados vêm sendo demonstrados por diversas investigações realizadas emdiferentes grupos de pesquisa, espalhados pelo país.

A experiência aqui relatada mostra mais uma vez a possibilidade de utilização da MEAAMaRP como instrumento pedagógico. Nem sempre é possível seguir nitidamenteas etapas propostas por Allevato e Onuchic (2021), às vezes é preciso transgredir as regras estabelecidas. Nessa aula, por exemplo, há um momento em que o professor precisa fazeruma intervenção geral, para a turma toda, porque nenhum grupo conseguia chegar a um bom termo na resolução do problema gerador. Isso demonstra a necessidade de que o professor esteja atento às particularidades da aula para alterar os percursos traçados de maneira a direcionar o processo pedagógico para o seu fim.

A MEAAMaRP nos mostra que é preciso ousar e que o percurso da aula pode seralterado segundo a conveniência do professor e as necessidades da turma. Ela acontece se sua gênese é preservada: partir de um problema, chamado de problema gerador, para que se chegue à formalização de um conteúdo matemático novo para o aluno.

Referências

Allevato, N. S. G.; Jahn, A. P.; Onuchic, L. R. (2017). O Computador no Ensino e Aprendizagem de Matemática: reflexões sob a Perspectiva da Resolução de Problemas. In. Onuchic, L. R.; Leal Junior, L. C.; Pironel, M. *Perspectivas para aResolução de Problemas.* São Paulo: Livraria da Física. (pp. 247-278).

Allevato, N. S. G.; Onuchic, L. R. (2021). Ensino-Aprendizagem-Avaliação: por que através da Resolução de Problemas. In: Onuchic, L. R., Allevato, N. S. G.; Noguti,

F. C. H.; Justulin, A. M. (Orgs.). *Resolução de Problemas: Teoria e Prática.*

Jundiaí, Paco Editorial.

Allevato, N. S. G.; Onuchic, L. R. (2009) Ensinando Matemática na sala de aula através da resolução de problemas. *Boletim GEPEM. Rio de Janeiro, n.55 jul/dez*. (pp. 122-154).

Allevato, N. S. G.; Onuchic, L. R. (2011). Pesquisa em Resolução de Problemas:caminhos, avanços e novas perspectivas. *Bolema. Rio Claro (SP), v. 25, n. 41, dez.2011*. (pp. 73-98).

Freudenthal, H. (1978) Weeding and Sowing: Preface to a Science of Mathematical Education. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1978.

Hilbert, D. (1900). Mathematical Problems: Lecture delivered before the International Congress of Mathematicians at Paris in 1900. *Anais do International Congress ofMathematicians*. Paris.

Lambdin, D. V. Benefits of Teaching through Problem Solving(2003). In Lester Jr, F. K.; Charles, R. I. (Ed.) *Teaching Mathematics through Problem Solving: Prekindergarten – Grades 6*. Reston: NCTM.

National Council of Teachers of Mathematics. NCTM (2014). Principles to Action: Ensuring Mathematical Success for All. Reston: NCTM.

Marshall, S. P. (1989) Assessing Problem Solving: A Short-Term Remedy and a Long- Term Solution. In. CHARLES, R. I.; SILVER, E. A. (Editores): *The Teaching and Assessing of Mathematical Problem Solving*. Reston: Lawrence Erlbaum Associates, NCTM. (pp. 159-177)

Mason, J. When Is a Problem…? “When” Is Actually the Problem! (2016) In. Felmer, P.; Pehkonen, E.; Kilpatrick, J.: *Posing and Solving Mathematical Problems: Advances and New Perspectives*. Suiça: Springer. (pp. 263-286)

Onuchic, L. de la R. (1999). Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In Bicudo, M. A. V. (org.) *Pesquisa em Educação Matemática: Concepções* e *Perspectivas*. São Paulo: UNESP. (pp. 199- 218).

Onuchic, L. R. (2013). A resolução de problemas na educação matemática: onde estamos?para onde iremos?. *Espaço Pedagógico, v. 01*. (pp. 88-104).

Pagani, E. M. L. (2016). O Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Derivadas no Curso Técnico Integrado ao Médio através da Resolução de Problemas. *Tese de Doutorado*. São Paulo: Unicsul. 168p.

Pironel, M. (2019). Avaliação para a Aprendizagem: A Metodologia de Ensino- Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas em Ação. Tese de Doutorado. Rio Claro: Unesp. 297p.

Possibilidades de uso das tecnologias digitais na Exploração, Proposição eResolução de Problemas: o problema dos três marinheiros

Possibilities for the use of digital Technologies in Probem Exploration, Posing and Solving: the problem of the three sailors

Posibilidades de utilizar las tecnologias digitales para explorar, proponer yresolver problemas: el problema de los três marineros

Jair Dias de Abreu[959]
Universidade Estadual da Paraíba - UEPB
https://orcid.org/0000-0002-8844-2406

Fabíola da Cruz Martins[960]
Universidade Estadual da Paraíba - UEPB
https://orcid.org/0000-0001-6838-9671

Uedson Felix Rodrigues[961]
Universidade Estadual da Paraíba - UEPB
https://orcid.org/0000-0003-0650-9628

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Resolução de problemas em aulas de Matemática

Resumo

Este artigo objetiva discutir as possibilidades de uso das tecnologias digitais na Exploração, Proposição e Resolução de Problemas. Para tanto, apresentamos uma análisee discussão teórico-prática de uma oficina desenvolvida por alunos de um Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática (PPGECEM-UEPB), tendo como público-alvo da oficina alunos do programa e comunidade externa. A oficinafoi desenvolvida utilizando a plataforma Desmos, na perspectiva da Exploração, Proposição e Resolução de Problemas, de modo que estas foram consideradas como atividades e metodologias norteadoras. Através da oficina, ficou evidente que o uso de tecnologias digitais proporcionou um espaço mais interativo entre os participantes,podendo o professor coordenar em tempo real o desenvolvimento e participação dos alunos via plataforma Desmos. Além disso, utilizaram diversas ferramentas que permitiram múltiplas representações durante a exploração do problema e a fluidez da transição entre elas, constatando desta forma que a ausência dessas ferramentas digitais tem uma certa limitação. Assim, concluímos que as tecnologias digitais potencializam a Exploração, Proposição e Resolução de Problemas, colaborando com o ensino e aaprendizagem da Matemática.

Palavras-chave: Exploração de Problemas, Proposição de Problemas, Resoluçãode Problemas, Tecnologias Digitais, Desmos.

[959] jairedmat@gmail.com
[960] fabiolaa--@hotmail.com
[961] uedson.felix.rodrigues@aluno.uepb.edu.br

Abstract

This article aims to discuss the possibilities of using digital Technologies in Problem Exploration, Posing and Solving. Therefore, we preset an analysis and theoretical- practical discussion of a workshop developed by students of a Science and Mathematics Education graduate-Program (PPGECEM-UEPB), having as workshop target audience program students and external community. The workshop was developed using the Desmos platform, from the perspective of Problem Exploration, Posing and Solving, so that these were considered as guiding activities and methodologies. Through the workshop, it has become evidente that the use of digital Technologies has provides a moreinteractive space between the participants, and the teacher could coordinate in real time the development and participation of students via Desmos platform. In addition, they have used several tools that has allowed multiple representations during the problem exploration and the fluidity of the transition between them, noting this way that the absence of these technological digital tools has a certain limitation. Thus, we conclude that digital Technologies enhance the Problem Exploration, Posing and Solving, collaborating with the teaching and learning of mathematics.
Keywords: Problem Exploration, Problem Posing, Problem Solving, Digital Technologies, Desmos.

Resumen

Este artículo tiene como objetivo discutir las posibilidades del uso de tecnologías digitalesen la Exploración, Proposición y Resolución de Problemas. Para ello tanto, presentamos un análisis y discusión teórico-práctica de un taller desarrollado por estudiantes de un Programa de Posgrado en Enseñanza de las Ciencias y Matemáticas (PPGECEM- UEPB), teniendo como público objetivo a los estudiantes del programa de talleres y comunidad externa. El taller se desarrolló utilizando la plataforma Desmos, desde la perspectiva de Exploración, Proposición y Resolución de Problemas, por lo que estos se consideraron como actividades orientadoras y metodologías. A través del taller se evidenció que el uso de tecnologías digitales brindó un espacio más interactivo entre los participantes, permitiendo al docente coordinar en tiempo real el desarrollo y participación de los estudiantes a través de la plataforma Desmos. Además, utilizaron varias herramientas que permitieron múltiples representaciones durante la exploración delproblema y la fluidez de la transición entre ellas, notando así que la ausencia de estas herramientas digitales tiene cierta limitación. Así, concluimos que las tecnologías digitales potencian la Exploración, Proposición y Resolución de Problemas, colcaborando con la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas.
Palabras clave: Exploración de Problemas, Proposición de Problemas, Resolución de Problemas, Tecnologías Digitales, Desmos.

Discussões iniciais

Muitas são as propostas metodológicas e recursos didáticos que são discutidos cientificamente e criticamente voltados ao ensino e a aprendizagem de Matemática. Entre elas temos a Resolução de Problemas, considerada como um campo de pesquisa e metodologia de ensino, que vem ganhando espaço nas investigações cientificas, nos proporcionado novos aprofundamentos e direcionamentos pedagógicos.

Na oportunidade, discutimos neste artigo a utilização de recursos didáticos tecnológicos na perspectiva da Exploração, Proposição e Resolução de Problemas (ANDRADE, 2017), buscando identificar potencialidades e/ou limitações de tais recursos na perspectiva contemplada. De acordo com Andrade (2017, p. 367), "trabalhar com Exploração de Problemas é colocar-se sempre em movimento, em aventura, é um sair sempre para mergulhar reflexivamente e criticamente em si e além de si mesmo".

Assim, apresentaremos uma discussão dos resultados de uma oficina desenvolvidapor 4 discentes, a nível de mestrado e doutorado, do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba (PPGECEM-UEPB). A realização da oficina é fruto da culminância da disciplina intitulada "Resolução, Proposição e Exploração de Problemas e Construtivismo Social",ofertada pelo PPGECEM-UEPB no período letivo 2022.1. O público-alvo contou com alunos do programa de pós-graduação e a comunidade externa. A realização da mesma, possibilitou-nos consolidar de forma prática, a teoria contemplada durante a disciplina.

A oficina foi planejada em torno de um diálogo através da Exploração de Problemas com a narrativa problematizadora dos três marinheiros, extraído do livro "O homem que Calculava", de Malba Tahan (2021). Toda a atividade proposta foi planejadae desenvolvida na plataforma Desmos, com acesso por todos os participantes.

O Desmos teve sua gênese em 2011, criado por Eli Luberoff como uma calculadora gráfica. Hoje, conta com uma plataforma virtual rica em ferramentas, que são capazes de potencializar o ensino e a aprendizagem de Matemática. No ambiente destinado aos professores, é possível fazer uso das ferramentas disponíveis na plataformapara propor atividades que podem ser desenvolvidas junto aos alunos.

A oficina foi intitulada "Dividindo um tesouro para três: possibilidades e potencialidades da Exploração de Problemas no ensino-aprendizagem de álgebra", tendocomo objetivo precípuo discutir as possibilidades do uso das tecnologias digitais na Exploração, Proposição e Resolução de Problemas. Ao fim, podemos perceber o quanto a metodologia de Exploração, Proposição e Resolução de Problemas pode ser potencializada pelo uso das tecnologias digitais, permitindo novas discussões e alcances, por meio de diferentes possibilidades de representações que as ferramentas tecnológicas proporcionam tanto ao professor quanto ao aluno.

Exploração, Proposição e Resolução de Problemas e as Tecnologias Digitais

A Exploração, Proposição e Resolução de Problemas são consideradas atividades e metodologias orientadoras que se auxiliam e orientam o trabalho uma da outra. É uma perspectiva atual da Resolução de Problemas como metodologia de ensino, que apresenta uma proposta de trabalho aberta, considerando que a aprendizagem matemática em sala de aula sempre terá o problema como ponto de partida.

Esclarecemos que ao tratar da Exploração e Proposição de Problemas, não contrapomos a consolidada linha de pesquisa de Resolução de Problemas. Nessa perspectiva, nós evidenciamos que a atividade com Exploração e Proposição de Problemas vai além do problema em si e de sua resolução, é uma proposta em que estamos interessados em todo o processo.

Nesse sentido, utilizamos as concepções de Andrade (2017, p. 364) para conceituarmos o que entendemos por problema: a) O aluno não tem ou não conhece nenhum processo que lhe permita encontrar de imediato a solução; b) O aluno deseja resolver, explorar ou realizar algum trabalho efetivo; c) Introduz-se e/ou se leva o aluno à realização de algum trabalho efetivo.

Nessa discussão, Andrade (2017) esclarece que o interesse principal da proposta vai além da resolução do problema em questão, buscando o desencadeamento no aluno da realização de um trabalho efetivo, que por meio da mediação-refutação do professor e/ou dos próprios alunos possa chegar à resolução e muito além dela. Nesse sentido, o problema pode ser introduzido tanto pelo professor, como pelos alunos.

Kilpatrick (2017) aponta que a Proposição de Problemas tem chamado mais atenção nos últimos anos devido ao trabalho realizado por Ed Silver e Jinfa Cai, a qual é evidenciado exemplos e consequências desse trabalho no livro *Mathematical Problem Posing: From Research to Effetive Practice* publicado em 2015 pelos autores Florence Mihaela Singer, Nerida F. Ellerton e Jinfa Cai.

Este destaque da Proposição de Problemas vem sendo percebido a nível nacional e internacional, em que ela vem ganhando proporção em termos de pesquisas e práticas educativas, tendo destaque em eventos e publicações internacionais e também estando presente no currículo educacional de muitos países. A exemplo, ela constituiu o *17° Topic Study Group* (Tópico Grupo de Estudos) do *14° International Congress on Mathematical Education* (Congresso Internacional de Educação Matemática) realizado em Shanghai – China, no ano de 2021.

Dentre as alternativas em desenvolver um trabalho na perspectiva da Exploração, Proposição e Resolução de Problemas, podemos considerar o uso das tecnologias digitais, as quais são reconhecidas como ferramentas de apoio que chama a atenção do aluno, facilita e dinamiza o trabalho, auxilia no avanço de habilidades e proporciona a vivência de novas experiências e construção de conhecimento.

As tecnologias digitais estão frequentemente presentes no cotidiano das pessoas esão consideradas ferramentas que trazem diversas contribuições ao ensino e a aprendizagem. Além disso, a recomendação desta utilização tem aparecido com frequência em pesquisas atuais e orientações de documentos oficiais, evidenciando, portanto, a necessidade de sua efetivação na sala de aula.

De acordo com Abramovich e Cho (2015) as ferramentas tecnológicas digitais permitem gerar padrões numéricos e pictóricos, possibilidade de criação de novos problemas, facilitar mudanças nas estruturas conceituais e sintáticas de uma declaração de problema existente. Os autores explicam que ao utilizar atividades computacionais apropriadamente projetadas, podem surgir muitas situações problemáticas manifestando diferentes níveis de complexidade matemática.

Nesse sentido, consideramos que o uso das tecnologias digitais modifica o cenárioda sala de aula, promovendo a este, um espaço de interação, explorando e aprimorando. Para tanto, salientamos a necessidade de uma utilização planejada, como acontece com todo e qualquer recurso didático ao ser levado para a sala de aula. Pois, assim como é comumente discutido, nenhum recurso por si só, sem o planejamento e a mediação do professor, é capaz de possibilitar o alcance de objetivos propostos.

Corroborando as ideias de Meneghelli e Possamai (2019, p. 493) destacamos que:

> O ensino de Matemática é agraciado de forma especial quando se fala na inserção de recursos tecnológicos, visto que existe uma quantidade significativa de softwares educativos que podem ser utilizados e explorados com o intuito de promover um ambiente de aprendizagem dinâmico e interativo, onde aconteça a compreensão dos conceitos pretendidos.

Em especial, no contexto da utilização das tecnologias digitais na Exploração, Proposição e Resolução de Problemas, destacamos a oportunidade de o aluno explorar o problema de forma mais profunda, o qual tem a possibilidade de fazer suas conjecturas e explorar o pensamento matemático por meio de ferramentas digitais, as quais proporcionam melhor visualização e análise.

Além disso, as tecnologias digitais também podem proporcionar um espaçointerativo, sejam em aulas síncronas ou assíncronas, tanto presenciais quanto a distância.Nessas diferentes realidades, os alunos podem discutir, explorar, problematizar, compartilhar processos de resoluções, soluções e investigações matemáticas.

Allevato, Jahn e Onuchic (2017) afirmam que:

> O grande potencial das ferramentas computacionais (calculadoras, planilhas eletrônicas, sistemas de geometria dinâmica ou computacionais algébricos), disponibilizadas em sala de aula, pode confrontar os alunos a problemas mais complexos, menos usuais, mais interessantes e ricos do ponto de vista da aprendizagem, é o que se espera.

Contudo, precisamos destacar a existência de limitações, em que os alunos podemutilizar ferramentas de pesquisas na internet, softwares e aplicativos para buscar soluções,sem passar pelo processo de reflexão, o que se afasta da nossa proposta de trabalho com Exploração, Proposição e Resolução de Problemas. Nesse sentido, Allevato, Jahn e Onuchic (2017) orientam que cabe ao professor a tarefa de escolher atividades adequadasao trabalho dos alunos, para que eles aproveitem as possibilidades que as tecnologias podem proporcionar.

Assim, destacamos que esta proposta de trabalho deve ter seus momentos planejados, embora não admita um passa-a-passo de execução, de modo que exija o pensamento criativo do aluno e sua autonomia, para que assim, exista a realização de umtrabalho na aprendizagem.

O problema dos três marinheiros: exploração, discussões e conclusões

A oficina foi planejada para ser desenvolvida em 4 horas de forma presencial, sendo 3 horas de exploração dos problemas e 1 hora para discussões teóricas e avaliaçãoda mesma entre todos os envolvidos. Contamos com a participação de 12 pessoas, entre elas mestrandos, doutorandos e pessoas externas ao PPGECEM-UEPB, sendo elas professores da Educação Básica e do Ensino Superior de outras instituições. Todo o processo de exploração foi desenvolvido junto a plataforma Desmos, por meio da criaçãode uma atividade viabilizada pelas ferramentas disponíveis no ambiente destinado aos professores.

Incialmente, fizemos uma breve apresentação dos 4 ministrantes e dos participantes da oficina e em seguida, apresentamos a nossa proposta, chamando atençãopara o uso do recurso tecnológico Desmos. Facilmente acessado por todos, por meio de seus smartphones e/ou notebooks, demos início a atividade que foi motivada a todo momento pelo problema dos três marinheiros do livro O Homem que Calculava de MalbaTahan (2021, p. 199-201) que traz o seguinte contexto:

> Um navio que voltava de Serendibe, trazendo grande partida de especiarias, foi assaltado por violenta tempestade. A embarcação teria sido destruída pela fúria das ondas se não fosse a bravura e o esforço de três marinheiros que, no meio da tormenta, manejaram as velas com extrema perícia. O comandante, querendo recompensar os denodados marujos, deu-lhes certo número de catis.Esse número, superior a duzentos, não chegava a trezentos. As moedas foram colocadas numa caixa para que no dia seguinte, por ocasião do desembarque, o almoxarife as repartisse entre os três corajosos marinheiros. Aconteceu, porém, que, durante a noite, um dos marinheiros acordou, lembrou-se das moedas e pensou: “Será melhor que eu tire a minha parte. Assim não terei ocasião de discutir ou brigar com os meus amigos.” E, sem nada dizer aos companheiros, foi, pé ante pé, até onde se achava guardado o dinheiro, dividiu-o em três partes iguais, mas notou que a divisão não era exata e que sobrava um catil. “Por causa desta mísera moedinha é capaz de haver amanhã discussão e rixa. O melhor é jogá-la fora.” E o marinheiro atirou a moeda ao mar, retirando-se cauteloso. Levava a sua parte e deixava no mesmo lugar a que cabia aos companheiros. Horas depois o segundo marinheiro teve a mesma ideia. Foi à arca em que se depositara o prêmio coletivo e dividiu-o em três partes iguais. Sobrava uma moeda. Ao marujo, para evitar futuras dúvidas, veio à lembrança atirá-la ao mar. E dali voltou levando consigo a parte a que se julgava com direito. O terceiro marinheiro, ignorando, por completo, a antecipação dos colegas, teve o mesmo alvitre. Levantou-se de madrugada e foi, pé ante pé, à caixa dos catis. Dividiu as moedas que lá encontrou em três partes iguais; a divisão não foi exata. Sobrou um catil. Não querendo complicaro caso, o marujo atirou ao mar a moedinha excedente, retirou a terça parte para si e voltou tranquilo para o seu leito. No dia seguinte, na ocasião do desembarque, o almoxarife do navio encontrou um punhado de catis na caixa. Soube que essas moedas pertenciam aos três marinheiros. Dividiu-as em três partes iguais, dando a cada um dos marujos uma dessas partes. Ainda dessa vez a divisão não foi exata. Sobrava uma moeda, que o almoxarife guardou como paga do seu trabalho e de sua habilidade. É claro que nenhum dos marinheiros reclamou, pois cada um deles estava convencido de que já havia retirado da caixa a parte que lhe cabia do dinheiro.

Inicialmente, disponibilizamos o link e o código de acesso da plataforma a todos os participantes. Na primeira tela da atividade, apresentamos toda a narrativa do problemade forma escrita e em vídeo. Entre as ferramentas do Desmos, é possível integrar recursosde mídia a qualquer proposta de atividade. Com isso, pensamos em dinamizar a apresentação do problema por meio do vídeo, para chamar a atenção dos participantes e ir além da leitura, tendo em vista que a maioria dos nossos alunos hoje são atraídos maispelo áudio e visual do que pela leitura e escrita. As telas da atividade desenvolvida na oficina por meio do Desmos podem ser acessadas pelo link <https://teacher.desmos.com/activitybuilder/custom/62b90f78701de2c2b5286235?lang=pt-BR> e o vídeo produzido pelos ministrantes com a narrativa e animações do problemano link <https://www.youtube.com/watch?v=2nXgkV446ik>.

A narrativa original do livro conclui com a proposição de alguns problemas para serem resolvidos, na qual optamos por omiti-los. Esse posicionamento vai ao encontro daperspectiva utilizada em nossa oficina de Exploração, Proposição e Resolução de Problemas, em que fazemos uso da Proposição de Problemas como ponto de partida paraa exploração do problema (Andrade, 2017). Na segunda tela da atividade no Desmos, osparticipantes foram motivados a proporem problemas de acordo com a narrativa do problema dos três marinheiros. Os problemas foram propostos na própria plataforma Desmos. Para esse momento de exploração, foi destinado cerca de 50 minutos.

Na plataforma Desmos, o professor criador da atividade tem acesso a todo o material produzido (respostas) pelos alunos, em tempo real. Além disso, o Desmos possibilita a alteração do nome dos alunos para o nome de matemáticos famosos. Assim,prezaremos pelo anonimato dos participantes e também utilizaremos esses nomes neste trabalho. Os problemas propostos pelos alunos foram os seguintes:

Abu al-Wafa' Buzjani: *Levando em consideração o texto anterior. Se inicialmente tivéssemos 151 catis, todas as ações dos marinheiros ocorreriam conforme o texto? E quanto cada um receberia no final?*

Emmy Noether: *A partir da história narrada anteriormente, explique o fato de que a cada divisão feita pelos três marinheiros e em seguida pelo almoxarife, a divisão sempre tinha como resto uma moeda. Sendo que era estimando um total maior que 200, mas que não chegava a 300 moedas para serem divididas pelos marinheiros. Em seguida diga a quantidade de moedas que cada marinheiro ficou?*

Jagadish Chandra Bose: *Quantas moedas há no total? A "partilha" foi justa? Justifique sua resposta! Quanto de fato cabeira para cada marinheiro?*

Charles Lewis Reason: *Sabendo do contexto da história da divisão dos tesouros determine em porcentagem qual a parte do tesouro ficou o primeiro marinheiro.*

Julio Cesar de Mello e Souza: *Utilizando o algoritmo de Euclides escreva expressões que representem as quantidades que cada marinheiro ficou. A partir dessas expressões e do algoritmo de Euclides, por meio da experimentação, analise a possível quantidade de moedas dispostas inicialmente.*

Erika Camacho: *Diante da história narrada/contada/lida, quando o almoxarife do navio chegou no dia seguinte, quantas moedas ele encontrou na caixa?*

Erika Camacho: *Diante da história narrada/contada/lida como a Matemática pode auxiliar na dimensão ética no processo de Educação voltada para a Justiça Social?*

Erika Camacho: *Diante da história narrada/contada/lida percebe-se uma caracterização matemática muito presente em livros textos, no que se refere a "nuances mágicos" conduzindo os leitores a um encantamento, que por vezes, como essa, tenta justificar artifícios. Fico imaginando... Por mais que o texto apresente uma coerência textual e matemática, alguns elementos podiam induzir leitores, como alunos da Educação Básica, a tirar proveito diante das situações cotidianas. Neste sentido, a forma de divisão mais justa diante desse cenário, sabemos como fazer, por que não foi feita?*

Erika Camacho: *[...] Quantas moedas cada marinheiro ficou?*

Jamshid al-Kashi: *Represente por meio de uma função a quantidade de moedas acumulada pelo primeiro marinheiro.*

Gloria Conyers Hewitt: *Com base nos seus conhecimentos matemáticos e considerando o texto apresentado, podemos identificar se os marujos aguardassem a partilha com a proporção adequada, eles teriam recebido mais ou menos moedas como recompensa, se o capitão tivesse disponibilizado 220 moedas para partilhar entre eles?*

Hertha Ayrton: *A partir da história narra anteriormente, explique o fato de que a cada divisão feita pelos três marinheiros e em seguida pelo almoxarife, a divisão sempre tinha como resto uma moeda. Sendo que era estimado um total maior que 200, mais que não chegava a 300 moedas para serem divididas pelos marinheiros. Em seguida, diga a quantidade de moedas que cada marinheiro ficou.*

Na plataforma, cada participante teve acesso a mais três problemas propostos pelos demais participantes, escolhidos aleatoriamente pelo Desmos. Como estávamos presencialmente, fomos além desses três e a exploração dos problemas propostos envolveu todos os problemas e todos os participantes.

Os problemas propostos pelos participantes contemplam os apresentados ao finalda narrativa do problema dos três marinheiros no livro, que questiona quantas eram as moedas e quanto recebeu cada um dos marinheiros. Na perspectiva da exploração de problemas, apresentar questionamentos já prontos aos alunos inibe o desenvolvimento dasua habilidade de formular problemas e o raciocínio lógico crítico, deixando muitas vezesa ideias para os alunos que esses problemas sempre virão prontos, tendo eles a necessidade de apenas resolvê-los.

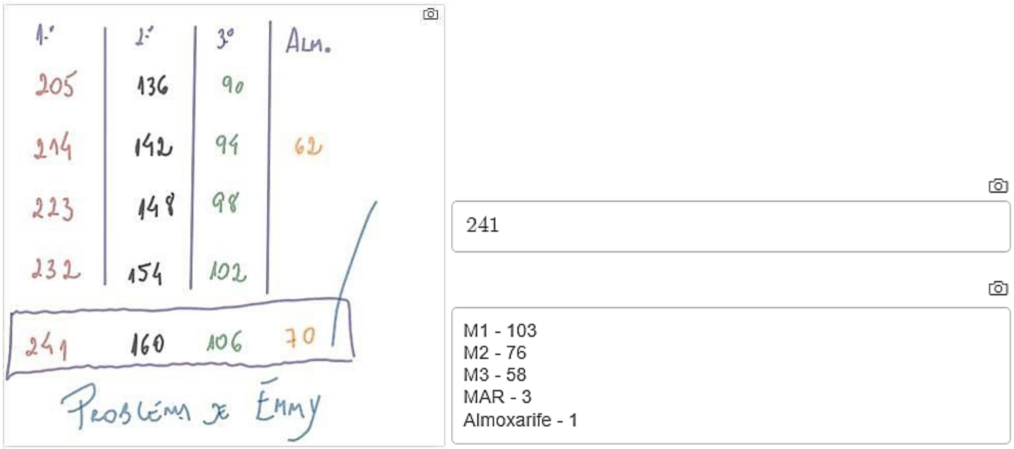
Percebemos que o uso da proposição de problemas como instrumento de exploração do problema amplia as ideias e questionamentos em torno problema e nos permite perceber a Matemática além da solução (numérica, algébrica, gráfica) do problema, nos levando a refletir sobre questões de cunho social, político, cultural, justiça social, entre outros. Com isso, a Matemática ajuda aos alunos a entenderam de forma crítica as situações do seu cotidiano e contribui para o desenvolvimento de sua cidadania.Os problemas propostos em nossa oficina, refletem um pouco dessa preocupação com o social, onde no momento de exploração o debate consegue extrair, mesmo que de forma oral, posicionamentos críticos e conscientizações sobre os temas sociais. A Matemática ela não é fechada em si no processo de exploração de problemas.

Após a socialização dos problemas propostos, cada participante escolheu um desses problemas para explorá-lo e apresentar seu itinerário de exploração. No Desmos, disponibilizamos ferramentas gráficas, de mídia (inserir imagem, vídeo, arquivo), nota (escrever por extenso o seu processo exploratório), expressões, desenho (ferramenta quepermite desenhar ou escrever de forma cursiva as suas ideias). Todas essas possibilidades potencializaram o momento de exploração dos problemas, buscando contemplar as diferentes habilidades e formas de expressar o raciocínio por parte dos alunos.

A seguir iremos discutir o itinerário exploratório apresentado por *Erika Camacho*na figura 1, que explorou o problema de *Emmy Noether* que questionou a quantidade de moedas que cada marinheiro ficou. O Desmos permite ao participante expressar-se de forma numérica, verbal, gráfica, algébrica e por desenhos.

Figura 1.

Exploração apresentada pelo participante Erika Camacho no Desmos

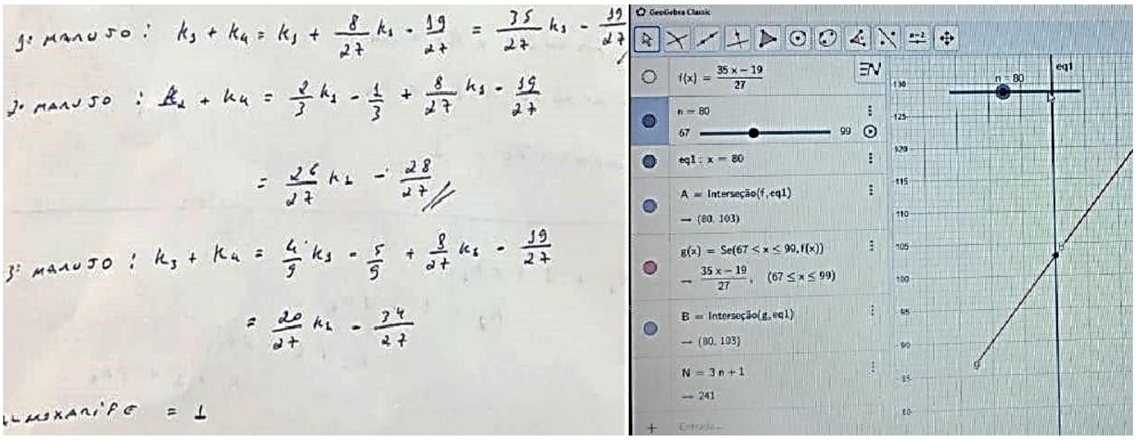


Podemos perceber uma exploração numérica do problema, apresentando uma resposta que não deixa transparecer, inicialmente, o pensamento algébrico, mas que por meio de tentativas e erros, lógica, manipulação aritmética o participante consegue expressar o seu raciocínio e uma resposta que atende ao problema explorado. Além do mais, o participante teve a oportunidade de compartilhar verbalmente o seu raciocínio com os demais o que motivou outro participante a expressar a sua exploração.

Para o mesmo problema proposto o participante *Julio Cesar de Mello e Souza* explorou inicialmente o problema de forma algébrica por meio do algoritmo de Euclidese em seguida de forma gráfica, de acordo com a figura 2. Por ser o seu primeiro contato com o Desmos e já ter experiência o Geogebra, fez-se o uso do mesmo para explorar graficamente o problema.

Figura 2.

Exploração apresentada pelo participante Julio Cesar de Mello e Souza



A partir das discussões em torno das explorações de *Erika Camacho* e *Julio Cesarde Mello e Souza*, muitos participantes se identificaram com tais representações de solução e foram gerando novas reformações no problema, por meio da alteração de dados,do surgimento de novas informações, o que nos permitiria ir mais além nesse processo deexploratório. Porém, devido o tempo da oficina tivemos que direcionar as discussões paraa avaliação final de tudo que o que feito e discutido durante a oficina.

Nas discussões conclusivas e avaliativas, pudemos perceber o quanto os participantes foram motivados desde a narrativa do problema escolhido, pelo uso dos recursos tecnológicos digitais e pela metodologia de Exploração, Proposição e Resolução de Problemas. Os participantes da oficina que não eram alunos da disciplina no PPGECEM-UEPB, passaram a ter um novo olhar para a Resolução de Problemas desta vez sob a ótica da Exploração, Proposição e Resolução de Problema, enquanto os que cursaram puderam ver na prática exploratória as teorias estudadas.

Tratando do uso dos recursos tecnológicos digitais é perceptível o quanto foi capaz de potencializar a ação exploratória, permitindo diversas formas de apresentar o problema, de interação entre os envolvidos e de expressar seus itinerários exploratórios em torno do problema. Na Exploração, Proposição e Resolução de problemas as tecnologias digitais contribuem tanto com o professor, como também com o aluno. Porém, é preciso ficar atento as possíveis limitações que determinados recursos podem ter, não permitindo o comprometimento da prática pedagógica.

Em uma perspectiva exploratória deste problema sem o uso do Desmos, não teríamos uma interação tão rica entre os alunos, tanto pela plataforma, como presencial. As explorações poderiam ter levado um pouco mais tempo, ou não ter contemplado representações como a gráfica. Ao mesmo tempo, o Desmos dispõe de ferramentas que permite o aluno se expressar de diferentes formas, não direcionado apenas para um determinado tipo resposta, levando em consideração o pluralismo de caminhos para explorar um determinado problema. Sendo assim, concluímos que o Demos e outros recursos tecnológicos digitais potencializam a metodologia de Exploração, Proposição e Resolução de Problemas e colaboram no ensino e a aprendizagem de Matemática.

Referências

Abramovich, S. Cho, E. K. (2015) *Using Digital Technology for Mathematical Problem Posing*. In: Singer, F. M., Ellerton, N. F., CAI, J. (Orgs.) **Mathematical Problem Posing: from Research to Effective Practice**. New York: Springer. p. 71-102.

Allevato, N. S. G. Jahn, A. P. Onuchic, L. R. (2017) *O computador no Ensino e Aprendizagem de Matemática: reflexões sob a Perspectiva da Resolução de Problemas.* In: Onuchic, L. R., Leal Junior, L. C., Pironel, M. (Orgs). **perspectivas para resolução de problemas.** São Paulo: Editora Livraria da Física. p. 247-277.

Andrade, S. (2017) *Um caminhar crítico e reflexivo sobre Resolução, Exploração Proposição de Problemas Matemáticos no Cotidiano da Sala de Aula*. In: Onuchic, L. R., Leal Junior, L. C., Pironel, M. (Orgs). **perspectivas para resolução de problemas.** São Paulo: Editora Livraria da Física. p. 367.

Kilpatrick, J. (2017) ***Reformulando:*** *abordando a resolução de problemas matemáticos como investigação.* In: Onuchic, L. R., Leal Junior, L. C., Pironel, M. (Orgs). **perspectivas para resolução de problemas.** São Paulo: Editora Livraria da Física. p. 163-188.

Meneghelli, J. Possamai, J. P. (2019) ***Resolução de Problemas e o software GeoGebra****: um caminho para a compreensão das funções seno e cosseno*. Revista Educação Matemática Pesquisa, 21(2). p. 491-512.

Tahan, Malba. (2021). **O Homem que calculava**. 100. ed. Rio de Janeiro: Ed. Record.2021.

Proposição de Problemas via Transformação: experiências com alunos da pós-graduação

Problem Posing via Tansformation: experiences with graduate students

Proposición de Problemas vía Transformación: experiencias con estudiantes deposgrado

Jair Dias de Abreu[962]
Universidade Estadual da Paraíba - UEPB
0000-0002-8844-2406

Adriano Alves da Silveira[963]
Universidade Estadual da Paraíba - UEPB
0000-0002-1004-9938

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Resolução de problemas em aulas de Matemática

Resumo

O presente estudo é fruto da discussão do artigo intitulado "Conceptualizing Problem Posing via Transformation" (MILINKOVIĆ, 2015) durante a disciplina "Resolução, Proposição e Exploração de Problemas e Construtivismo Social", ofertada pelo Programade Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática (PPGECEM-UEPB). Nesta perspectiva, apresentaremos o relato do estudo realizado que nos permitiu exploraro texto inicialmente de forma prática com todos os participantes da disciplina (mestrandose doutorandos), culminando com a discussão teórica e desdobramentos oriundos da temática. Desse modo, o nosso trabalho tem como objetivo descrever e analisar como sedeu a operacionalização de algumas tarefas de Proposição de Problemas a partir da perspectiva de Milinković (2015). Selecionamos três tarefas, tendo em vista que as mesmas discutem dois tipos Proposição de Problemas via Transformações: transformar problemas alterando os elementos do espaço do problema e propor problemas por meio da transformação da representação. No momento em que realizamos a discussão, as aulas estavam acontecendo de forma remota. Sendo assim, todo trabalho realizado ocorreu via Google Meet. Cremos que a teorização após a transformação dos problemas possibilitouaos professores refletirem sobre: como novos problemas podem ser propostos; a possibilidade de gerar um problema mais rico e complexo quando se altera mais de um elemento do espaço do problema; as sucessivas alterações no espaço do problema e suas representações, podem gerar uma sequência de problemas que podem dar conta de um conceito/conteúdo com mais profundidade; a importância da proposição de problema na formação inicial do professor de matemática.

Palavras-chave: Transformação de Problemas, Proposição de Problemas, Resolução de Problemas.

Abstract

The present study is the result of the discussion of the article entitled *"ConceptualizingProblem Posing via Transformation"* (MILINKOVIĆ, 2015) during the course "ProblemSolving, Posing

962 jairedmat@gmail.com
963 adriano.exatas@hotmail.com

and Exploration and Social Constructivism" offered by the Graduate Program in Science Teaching and Mathematics Education (PPGECEM-UEPB). In this perspective, we will present the report of the study that allowed us to initially explore thetext in a practical way with all the participants of the discipline (masters and doctoral students), culminating with the theoretical discussion and developments arising from thetheme. Thus, our work aims to describe and analyze how the operationalizations of someProblem Proposition tasks took place from the perspective of Milinković (2015). We selected three tasks, considering that they discuss two types of Problem Posing via Transformations: transforming problems by altering the elements of the problem space and proposing problem by transforming the representation. At the time we held the discussion, classes were happening remotely. Therefore, all work carried out took place via Google Meet. We believe that theorizing after the transformation of the problems made it possible for teachers to reflect on: how new problems can be proposed; the possibility of generating a richer and more complex problem when more than one element of the problem space is changed; the successive alterations in the problem spaceand its representations, can generate a sequence of problems that can account for a concept/content in more depth; the importance of the problem proposition in the initial formation of the mathematics teacher.
Keywords: Problem Transformation, Problem Posing, Problem Solving.

Resumen

El presente estudio es el resultado de la discusión del artículo titulado *"Conceptualizing Problem Posing via Transformation"* (MILINKOVIĆ, 2015) durante el curso "Resolución, Proposición y Exploración de Problemas y Constructivismo Social" ofrecido por el Programa de Posgrado em Ciencias y Educación Enseñanza de las Matemáticas (PPGECEM-UEPB). Em esta perspectiva, presentaremos el informe del estudio que nos permitió explorar inicialmente el texto de forma práctica con todos los participantes de la disciplina (estudiantes de maestría y doctorado), culminando con la discusión teórica y los desarrollos derivados del tema. Así, nuestro trabajo tiene como objetivo describir y analizar como se llevó a cabo la operacionalización de algunas tareasde Proposición de Problemas desde la perspectiva de Milinković (2015). Seleccionamos tres tareas, considerando que discuten dos tipos de Proposición de Problemas vía Transformaciones: transformar problemas alterando los elementos del espacio del problema y proponer problemas transformando la representación. En el momento en quetuvimos la discusión, las clases se estaban dando de forma remota. Por lo tanto, todo el trabajo realizado se realizó a través de Google Meet. Creemos que teorizar después de latransformación de los problemas posibilitó que los docentes reflexionaran sobre: como se pueden proponer nuevos problemas; la posibilidad de generar un problema más ricoy complejo cuando se cambia más de un elemento del espacio del problema; las sucesivas alteraciones em el espacio del problema y sus representaciones, pueden generar una secuencia de problemas que pueden dar cuenta de un concepto/contenido con mayor profundidad; la importancia de la proposición de problemas en la formación inicial del profesor de matemáticas.
Palabras clave: Transformación de problemas, Propuesta de Problema, Solución de Problemas.

Palavras iniciais...

O presente estudo é fruto da discussão do artigo intitulado "*Conceptualizing Problem Posing via Transformation"*- Conceituando a Proposição de Problemas via Transformação

(MILINKOVIĆ, 2015) durante a disciplina "Resolução, Proposição e Exploração de Problemas e Construtivismo Social" ofertada pelo Programa de Pós- Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática (PPGECEM-UEPB). Nesta perspectiva, apresentaremos o relato do estudo realizado que nos permitiu explorar o textoinicialmente de forma prática com todos os participantes da disciplina (mestrandos e doutorandos), culminando com a discussão teórica e desdobramentos oriundos da temática.

Os textos trabalhados durante o desenvolvimento da disciplina se concentravam, principalmente, na literatura internacional de Resolução de Problemas. Milinković (2015) explica que há uma extensa literatura de pesquisa e suporte profissional sobre a Resoluçãode problemas. O mesmo não ocorre com a Proposição de problemas, visto que é uma temática comparativamente nova para a comunidade educacional. Os estudos realizados,nos permitiu um aprofundamento teórico e prático da Proposição de Problemas em diversas perspectivas metodológicas, dentre elas a Proposição de Problemas via Transformação, nos levando a refletir seus pontos de encontros e desencontros com outras discussões teóricas, identificando suas contribuições e importância na formação inicial do professor de Matemática.

Nesse contexto, foi dada uma atenção especial a temática de Proposição de Problemas, visto que para avançar na pesquisa e na prática de Resolução de Problemas, as pesquisas sugeriram diferentes abordagens, como a Proposição de Problemas (SILVER, 94, MILINKOVIĆ, 2015; FELMER, PEHKONEN, KILPATRICK, 2016; JURADO, 2016; CAI & HWANG, 2020). A Proposição de Problemas nos permite conhecer o domínio do professor e do aluno acerca do conhecimento matemático, ao mesmo tempo em que explora diversas outras habilidades pedagógicas e criativas.

Durante uma das aulas, fomos incumbidos de escolher um texto do livro *"Mathematical Problem Posing: From Research to Effective Practice"* (SINGER; ELLERTON; CAI, 2015), no qual optamos pelo estudo de Milinković (2015). Feito isso, deveríamos selecionar no mínimo uma tarefa do respectivo texto, e aplicar com os outrosparticipantes da turma. Ao fim, discutir fazendo o entrelaçamento entre a teoria e a prática. A partir do estudo de Milinković (2015) selecionamos três tarefas, tendo em vista que as mesmas discutem dois tipos de Proposição de Problemas via Transformações: transformar problemas alterando os elementos do espaço do problema e propor problemaspor meio da transformação da representação. Sendo assim, iniciamos com uma tarefa quenos permitiu discutir a transformação do Problema variando elementos conhecidos e desconhecidos dentro do mesmo espaço do problema. Em seguida, escolhemos duas tarefas que nos permitiu discutir e transformar o problema mudando sua representação.

Desse modo, o nosso trabalho tem como objetivo descrever e analisar como se deu a operacionalização de algumas tarefas de Proposição de Problemas a partir da perspectiva de Milinković (2015). Nessa pesquisa, ela discute a importância da Proposição de Problemas advinda dos professores, e sugere algumas estratégias que podeimpulsionar o desenvolvimento de competências dos professores e futuros professores naproposição de problemas para as suas aulas de Matemática. Com isso, provocamos discussões críticas, sobre essa temática, juntamente as atividades propostas, tendo em vista que o nosso público contava com professores em formação continuada e professoresformadores de professores.

Descrição e análise das tarefas

No momento em que realizamos a discussão a qual estamos aqui relatando, as aulas estavam acontecendo de forma remota. Sendo assim, todo trabalho realizado ocorreu via Google Meet. Para iniciar, inserimos no chat do Google Meet o primeiro problema (Tabela 1) por nós selecionados do texto em estudo. O nosso contato se deu a parti desse problema, sem a menção de nenhum pressuposto teórico. Solicitamos que os participantes propusessem problemas a partir do mesmo e compartilhassem por meio do chat, compartilhamento de tela ou grupo do WhatsApp. Estavam presentes 12 pessoas no momento da aplicação. Para uma melhor organização das informações, e preservar a identidade dos sujeitos, denotaremos aqui os participantes que propuseram problemas por: P1, P2, P3, P4, P5, P6, P7, P8, P9, P10, P11 e P12. A seguir, destacaremos os problemas que foram propostos, observando que nem todos os que estavam presentes chegaram a propor problemas, porém estavam atentos as discussões.

Tabela 1.

Primeira tarefa de Proposição de Problemas (Milinković, 2015, p. 54)

Problem 1. How many 2-digit numbers may be written using the digits 2 and 4: Write them down.
Tradução Nossa Quantos números de 2 algarismos podem ser escritos usando os algarismos 2 e 4? Escreva-os.

P1: *Quantos números de 2 algarismos podem ser escritos usando: ambos osalgarismos 2 e 4; apenas um dos algarismos 2 e 4; nem 2 nem 4? Escreva- os.*

P2: *Quantos números de 2 algarismos que é(são) divisor(es) de 3, podem serescritos usando os algarismos 2 e 4?*

P3: *Em uma corrida na cidade de Campina Grande, os atletas são codificados com números* *de dois algarismos. Quantos atletas podem ser codificados com os algarismos 2 e 4? Quantos desses atletas tem pelo menosos algarismos 2 e 4? Se fossem 3 algarismos quantos seriam?*

P4: *Quantos e quais números de 3 algarismos podem ser escritos usando osalgarismos 1, 2 e 3, com e sem repetição?*

P5: *Quantos números de 2 algarismos podem ser escritos usando os algarismos 2 e 4? Sabendo que é maior que o número 23.*

P6: *Quantos números de 3 algarismos podem ser escritos usando os algarismos 2 e 4? Escreva-os.*

O estudo de Milinković (2015) tem como objetivo delinear uma abordagem para desenvolver a competência dos professores em propor problemas por meio de transformações. “Transformar um problema em um novo significa que alguns (um ou mais) dos elementos do espaço do problema serão alterados enquanto os outros permanecem os mesmos” (MILINKOVIĆ, 2015, p. 53, tradução nossa).

Ela explica que os problemas podem ser transformados de modo que reflitam na mudança da estrutura matemática. Sendo assim, um novo problema pode ser formulado mudando: (a) o que é dado - correspondem às respostas às perguntas de Polya, (b) o queé procurado (desconhecido) - as relações entre os elementos (dados e desconhecidos)também fazem parte das "condições" de Polya ou (c) o contexto (MILINKOVIĆ, 2015).É importante ressaltar que à aplicação de todas as tarefas aqui analisadas, antecederam a teorização da proposta de Proposição de Problemas via Transformação apresentada por Milinković (2015). Desse modo, os participantes foram alterando um oumais elementos do espaço do problema inicial e obtendo novos problemas, em nível maisavançado ou não, sem estarem cientes da teoria que estava por trás de toda essa propostae posterior discussão. Podemos perceber também que em um dos problemas foi ampliadoa sua estrutura conceitual.

Ao analisarmos os problemas que foram propostos, observamos que os participantes P1, P2, P3, P4, P5 e P6 alteraram o que é desconhecido no espaço do problema (números divisíveis por 3, números de 3 algarismos com e sem repetição, números maiores que 23), enquanto apenas a participante P4 conseguiu modificar mais de um elemento (o que é dado e procurado), além disso todos os problemas formulados mantiveram o mesmo contexto.

Ademais, os problemas transformados podem ser analisados com relação a sua clareza e dubiedade na escrita; e principalmente se os problemas possuem solução. Sobre isso, Milinković (2015) argumenta que a transformação bem-sucedida do problema decorre do conhecimento do professor sobre o assunto ou da falta dele. Acreditamos que apenas a participante P1 propôs um problema com informações dúbias. Se voltarmos a nossa atenção para o fato dos participantes serem professores de matemática, nos inquietaa preocupação de Milinković (2015) quanto a proposição de problemas por parte dos professores, nos fazendo perceber a importância que essa temática tem na formação do professor de matemática. Esse dado nos alerta para fragilidades existentes nesse processo formativo e a necessidade de reflexões críticas que impulsionem o desenvolvimento de habilidades e competência ligadas a Proposição de Problemas.

Os problemas propostos podem ser sequenciados, partindo do problema mais simples para o mais complexo. Observamos que o problema que foi transformado tratava-se de uma tarefa que abordava o conceito do Princípio Fundamental da Contagem. A partir das sucessivas transformações, a estrutura conceitual do problema inicial foi modificada, como observamos no problema proposto pela participante P4, que abordavao conceito de Permutação simples.

Nota-se que a mudança de mais de um elemento no espaço do problema pode gerar um problema que exija conceitos e procedimentos mais complexos durante a sua resolução. Contudo, isso depende da compreensão que o professor possui sobre as ideiasmatemáticas inerentes a estrutura do problema que será transformado.

Demos continuidade com a apresentação de mais uma tarefa. Para este momento da discussão o nosso objetivo voltava-se em discutir a transformação do problema por mudanças na representação.

Em si tratando das representações, Milinković (2015) aponta que as diferentes representações mencionadas pelos matemáticos, geralmente está relacionada ao pensar em diferentes maneiras de representar um problema. Ela considera a "representação" como referindo-se à proposição de um certo problema em diferentes níveis de abstração.Destaca a introdução de representações simbólicas de números como um grande passo à frente no desenvolvimento da matemática. No que tange a Resolução de Problemas, acredita que uma maneira de ajudar os alunos a se tornarem confiantes no uso de diferentes representações na solução de problemas é confrontá-los com diferentes formasde problemas.

Milinković (2015) explora aspectos do uso de representações na proposição de problemas, observando a proficiência dos professores de formação inicial no uso de representações. A parti de suas pesquisas, ela destaca que o pedido de uso de representações visuais na proposição de problemas provou ser um desafio para os professores de formação inicial.

Retomando a discussão desenvolvida em sala de aula, inserimos no chat do Google Meet o segundo problema (Tabela 2). Na sequência solicitamos aos participantesque propusessem novos problemas a parti do problema apresentado. Os problemas propostos serão apresentados a seguir.

Tabela 2.

Segunda Tarefa de Proposição de Problemas (Milinković, 2015, p. 62)

Problem 24. Friends are shaking hands when They meet each other. How many handshakes happened if there were: (a) 2 friends (b) 3 friends (c) 4 friends (d) 5 friends?
Tradução Nossa Amigos apertam as mãos quando se encontram. Quantos aperto de mão aconteceramse houvesse: (a) 2 amigos (b) 3 amigos (c) 3 amigos (d) 5 amigos?

P7: *Em uma festa, todos os convidados se cumprimentam com um aperto demãos. Se houve 28 apertos de mãos, quantas pessoas estavam na festa?*

P1: *Amigos apertam as mãos quando se encontram. Quantos aperto de mãoaconteceram se houvesse eles apenas se cumprimentam com as mão cruzadase frete um ao outro: (a) 2 amigos (b) 3 amigos (c) 4 amigos (d) 5 amigos?*

P3: *Em uma festa havia 7 pessoas e entre elas três não queriam se cumprimentar. Qual é o número mínimo de aperto de mão?*

P4: *Amigos apertam as mãos quando se encontram. Desenhe e conte as quantidades de apertos de mão se houvesse: (a) 2 amigos (b) 3 amigos (c) 4 amigos (d) 5 amigos.*

P6: *Maria e João estão indo ao shopping e encontra seus dois amigos. Nessecontexto, quantos aperto de mão representaríamos em desenho.*

P1: *Amigos apertam as mãos quando se encontram. Quantos aperto de mãoaconteceram se eles apenas se cumprimentam com as mãos cruzadas e frenteum ao outro: (a) 2 amigos (b) 3 amigos (c) 4 amigos (d) 5 amigos?*

É perceptível a transformação do problema seguindo os mesmos artifícios do primeiro problema (Tabela 1). Percebemos variação nos elementos conhecidos e desconhecidos dentro do mesmo espaço do problema. Ao mesmo tempo, nos chama a atenção os problemas propostos por P1, deixando transparecer uma dificuldade na clarezado problema e dubiedade na escrita. Explorando um pouco mais o problema proposto porP1, podemos perceber que para alguns questionamos o problema pode não ter solução.

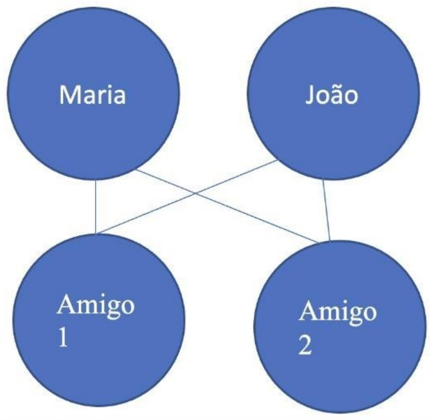
O problema apresentado aborda o conteúdo de Análise Combinatória. A medida que o problema foi sendo transformado novas formas de representações foram surgindo,como nos problemas propostos por P4 e P5. Durante o momento de transformação do problema e à medida que iam sendo colocados no chat, alguns participantes se motivavama explorar o problema por meio da sua resolução. P1 chegou a comentar no chat "*fiz desenhando... kkk*", fazendo referência a um dos problemas que estavam sendo propostos. Diferentes representações já surgem na própria resolução do problema, como o uso de desenho e/ou esquemas para melhor apresentar o raciocínio.

Do mesmo modo, mudanças na forma de representar o problema foram acontecendo naturalmente sem nenhuma indução de nossa parte. A necessidade de diferentes representações começara a fazer parte do enunciado dos problemas que foram sendo propostos, com direcionamento para o tipo de representação desejada. Porém, no momento de resolver e explorar o problema o aluno pode se sentir motivado a usar outrostipos de representações que devem ser levadas em consideração pelo professor. Durante o desenvolvimento da atividade, P6 compartilhou com a turma o seu problema propostoe uma possível representação para auxiliar a resolução do problema (Figura 1).

Figura 1.

Transformação do Problema por mudanças na representação apresentado por P6

Maria e João estão indo ao shopping e encontra seus dois amigos. Nesse contexto, quantos apertos de mãos representaríamos em desenho.



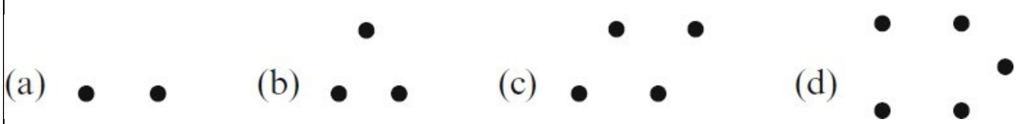
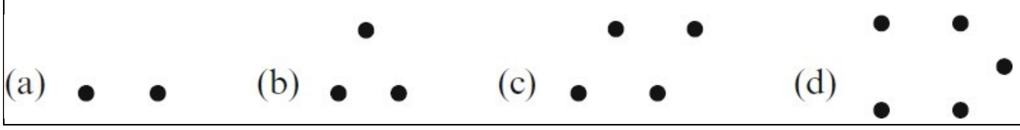
Milinković (2015) nos leva a refletir que quando estamos cientes de que diferentestipos de representações podem fornecer bons contextos para definir um espaço deproblema, podemos considerar as transformações de um para o outro. O que vemos na proposta de P6 por meio da representação é um novo problema, que alterou elementos doespaço inicial do problema, mas que o mantém. A representação auxilia o aluno em umamelhor exploração do problema, ao mesmo tempo em que deixa transparecer no professorhabilidades de proposição de problemas. A autora destaca que diferentes representações do problema levam os alunos a entendimentos bem-sucedidos e diversos.

O tempo que tínhamos a nossa disposição durante a aula para a discussão do textoe aplicação das tarefas, não nos permitia uma exploração dos problemas, ficando a resolução alheia esse momento, mantendo o foco apenas na proposição dos problemas. Nem todos os alunos propuseram problemas. À medida que novos problemas iam sendo apresentados para transformações, percebemos uma quantidade menor de problemas sendo propostos. Isso pode estar relacionado ao curto intervalo de tempo que dispúnhamos, tendo alguns participantes priorizado as análises críticas e discussões dos problemas propostos pelos demais. Diante desse contexto, não nos foi possível trabalharas diferentes abordagens apresentada por Milinković (2015) na resolução dos problemaspropostos, sendo elas a abordagem de ação, abordagem icônica e a abordagem simbólica.

Depois de um certo momento em que os problemas iam sendo propostos e apresentados no chat, discussões eram travadas, trazendo uma análise crítica dos problemas propostos, por todos que estavam participando da aula, tendo em vista que o tempo não nos permitia explorar cada um dos problemas. Ainda na perspectiva de transformar o problema mudando sua representação, apresentamos um novo problema a turma e solicitamos a proposição de novos problemas, na qual apresentaremos a seguir.

Tabela 3.

Terceira Tarefa de Proposição de Problemas (Milinković, 2015, p. 62)

Problem 25. How many segments can be drawn through the given points?  (a) (b) (c) (d)
Tradução Nossa Quantos segmentos podem ser desenhados através dos pontos dados?  (a) (b) (c) (d)

P7: *Como podemos representar algebricamente a relação entre os pontos ea quantidade de segmentos que podemos desenhar?*

P1: *Quantos segmentos podem ser desenhados através dos pontos dados?Construa um gráfico das possibilidades.*

Neste problema, já é perceptível em sua proposta inicial alterações na representação fazendo uso de imagens. O espaço do problema é o mesmo do anterior, trabalhando Análise

Combinatória. As alterações provocadas tanto nos elementos quanto na representação demonstram uma apropriação da proposta de transformação do problema por meio das duas ideias discutidas por Milinković (2015). Na maioria dos casos, a representação mais comum de problemas é por palavras. Aqui vemos, o uso de imagens e propostas de problemas com o uso da representação algébrica e gráfica.

Podemos observar que os dois últimos problemas são aparentemente diferentes, devido as suas diferentes representações. Porém, exploram as mesmas ideias voltando a Análise Combinatória. Milinković (2015) mostra que a escolha de diferentes representações de tarefas afeta a aprendizagem dos alunos e argumenta que as múltiplas representações podem ajudar no desenvolvimento da flexibilidade de raciocínio e podemaprofundar a compreensão de conceitos e procedimentos matemáticos.

Após a Proposição dos Problemas via transformações, foram feitas discussões a luz das ideias de Milinković (2015) que nos permitiram um entendimento de uma nova dimensão das pesquisas em Resolução de Problemas com foco na Proposição de Problemas. Desta forma, o entendimento da proposta teórica ficou mais fácil de ser entendido pelos participantes da aula, tendo em vista que facilmente conseguiram associarcom a parte prática realizada durante a proposição dos problemas.

Palavras finais...

Cremos que a teorização após a transformação dos problemas possibilitou aos professores refletirem sobre: como novos problemas podem ser propostos, a possibilidadede gerar um problema mais rico e complexo quando se altera mais de um elemento do espaço do problema; e que as sucessivas alterações no espaço do problema podem gerar uma sequência de problemas que podem dá conta de um conceito/conteúdo com mais profundidade.

Os professores puderam refletir sobre as suas habilidades de propor problemas, ou se a sua prática pedagógica sempre esteve voltada ao uso dos problemas propostos pelos livros didáticos. Com isso, os professores têm a oportunidade de se inserir nesse espaço de teoria e prática motivado pelas nossas discussões, a partir da transformação deproblemas e desenvolver a habilidade de propor um problema tomando como ponto de partida os seus conhecimentos matemáticos e o objetivo que se deseja para tal conteúdo.Ou será que enquanto professores, acreditam que a responsabilidade de propor problemasé apenas dos autores dos livros didáticos?

A ausência de discussões profundas sobre resolução de problemas na formação inicial do professor de matemática, pode levá-lo a ser um simples aplicador de problemas.Sendo que, enquanto professor de matemática essa deve ser uma das mais importantes competências no exercício da profissão. A habilidade de propor problemas evidencia o domínio do conteúdo matemático e de fazer matemática por meio de conhecimentos pedagógicos voltados ao ensino da mesma.

Por fim, ressaltamos que a perspectiva de Proposição de Problemas que adotamosem nossas pesquisas e práticas de sala de aula é idealizada a partir da proposta de Andrade(1998; 2017; 2021) intitulada, "Ensino-aprendizagem de matemática via Exploração- Proposição-Resolução de Problemas". Notamos que o ponto de convergência entre ambas as propostas de Proposição de Problemas decorre do descontentamento em parar na proposição e solução do problema. Desse modo, esses autores apontam que um conceitoé construído e/ou compreendido a partir de um conjunto/sequências de problemas que serão formulados pelos alunos/professores. Por outro lado, Milinković (2015) concebe aProposição de Problemas a partir de um olhar para os processos e conceitos matemáticos(visão cognitiva ou internalista), enquanto a proposta de Andrade (1998; 2017; 2021), além de contemplar esse olhar para o conhecimento matemático, abrange também questões de natureza sócio-político-culturais (visão externalista), sendo este um ponto de desencontro dessas diferentes perspectivas de Proposição de Problemas.

Referências

ANDRADE, S. **Ensino-aprendizagem de matemática via resolução, exploração, codificação e descodificação de problemas e a multicontextualidade da sala de aula.** 1998. 325f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Institutode Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, SP,1998.

ANDRADE, S. **Um caminhar crítico reflexivo sobre Resolução, Exploração e Proposição de Problemas Matemático no Cotidiano da Sala de Aula.** In: ONUCHIC, L. R.; JUNIOR, L. C. L.; PIRONEL, M.(Orgs). Perspectivas para Resolução de Problemas, São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017. p. 355-395.

ANDRADE, S. **Mathematics problem multicontextual exploration, solving and posing in the classroom and teacher education: a perspective in critical education.** In: ICME 14 (TSG 17), The 14th International Congress on Mathematical Education (TSG 17. Problem posing and solving in mathematics education). Shanghai, China, 2021. Disponível em <https://www.icme14.org/static/en/news/37.html?v=1646813795650>.

CAI, J; HWANG, S. (2020). **Learning to teach through mathematical problemposing:** theoretical considerations, methodology, and directions for future research. International Journal of Educational Research, v. 102.

FELMER, P., PEHKONEN, E.; KILPATRICK, J. (Eds.). (2016). **Posing and solving**

mathematical problems: advances and new perspectives. Switzerland: Springer.

JURADO, U.M. **Problem Posing:** An Overview for Further Progress. In: LILJEDAHL,Peter et al. Problem solvin in Mathematics education. Hamburg, Germany, University of Hamburg, 2016b, p. 31-34.

MILINKOVIĆ, J. **Conceptualizing Problem Posing via Transformation**. In: SINGER,

F. M., ELLERTON, N. F., CAI, J. (Eds.). Mathematical problem posing: fromresearch to effective practice. New York: Springer, 2015, p. 47-70.

SILVER, E. A. **On mathematical problem posing.** For the Learning of Mathematics, 14(1), p. 19–28, 1994.

Refletindo sobre a Resolução de Problemas na perspectiva do Lesson Study

Reflecting on Problem Solving from a Lesson Study Perspective

Reflexionar sobre la Resolución de Problemas desde la perspectiva del Lesson Study

Sandra Regina D'Antonio Verrengia[964]
Universidade Estadual de Maringá (UEM)
0000-0002-9999-9971

Ademir Pereira Junior[965]
Universidade Estadual de Maringá (UEM)
0000-000201119-9394

Guilherme Oliveira Santos[966]
Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR)
0000-0002-1298-1833

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Resolução de problemas em aulas de Matemática

Resumo

Este artigo apresenta o relato de uma experiência de ensino desenvolvida na Escola Estadual Adaile Maria Leite, localizada no município de Maringá, PR, com uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental no âmbito do Projeto Residência Pedagógica (PRP) – Subprojeto Matemática. O objetivo da proposta foi o de fazer com que docentes e graduandos, participantes do projeto Residência Pedagógica, pudessem refletir a respeito da metodologia da Resolução de Problemas na perspectiva do *Lesson Study*, isto é, mediante um trabalho conjunto e colaborativo envolvendo a sistematização do planejamento de aula, a escolha da situação problema, o desenvolvimento e implementação da proposta e a subsequente análise e reflexão dessa experiência letiva. A experiência aqui descrita, não só, contribuiu com as discussões entre professores e licenciandos a respeito do papel docente frente ao uso da Resolução de Problemas em sala de aula, como também, com a formação dos futuros licenciandos permitindo-os ver na prática aspectos teórico-metodológicos estudados durante sua formação acadêmica.

Palavras-chave: Planejamento de aula, Ensino e aprendizagem, Formação docente, Programa Residência Pedagógica.

Abstract

This article presents the report of a teaching experience developed at the State School Adaile Maria Leite, located in the municipality of Maringá, PR, with a 6th grade class of elementary school in the context of the Pedagogical Residency Project (PRP) - Mathematical Subproject. The objective of the proposal was to make professors and undergraduates, participants of the

[964] sandradantonio@hotmail.com
[965] profadjr@gmail.com
[966] prof.guilherme.o.s@gmail.com

Pedagogical Residency project, can reflect on the problem solving methodology from the perspective of Lesson Study, that is, through a joint and collaborative work involving the systematization of class planning, the choice of the problem situation, the development and implementation of the proposal and the subsequent analysis and reflection of this school experience. The experience described here, not only contributed to the discussions between teachers and undergraduates about the teaching role in the face of the use of Problem Solving in the classroom, but also with the training of future undergraduates allowing them to see in practice theoretical and methodological aspects studied during their academic training.
Keywords: Lesson planning, Teaching and learning, Teacher training, Pedagogical Residency Program.

Resumen

Este artículo presenta el relato de una experiencia docente desarrollada en la Escuela Estatal Adaile Maria Leite, ubicada en el municipio de Maringá, PR, con una clase de 6º grado de la escuela primaria en el contexto del Proyecto de Residencia Pedagógica (PRP) - Subproyecto Matemático. El objetivo de la propuesta fue lograr que profesores y estudiantes de pregrado, participantes del proyecto de Residencia Pedagógica, pudieran reflexionar sobre la metodología de Resolución de Problemas desde la perspectiva del Lesson Study, es decir, a través de un trabajo conjunto y colaborativo que involucre la sistematización de la planificación de clases, la elección de la situación problemática, el desarrollo e implementación de la propuesta y el posterior análisis y reflexión de esta experiencia escolar. La experiencia aquí descrita, no sólo contribuyó a las discusiones entre profesores y estudiantes sobre el papel docente frente al uso de la Resolución de Problemas en el aula, sino también con la formación de futuros estudiantes de pregrado permitiéndoles ver en la práctica aspectos teóricos y metodológicos estudiados durante su formación académica.

Palabras-clave: Planificación de lecciones, Enseñanza y aprendizaje, Formación del profesorado, Programa de Residencia Pedagógica.

Introdução

O Programa de Residência Pedagógica (PRP) oferecido pela CAPES, é uma das ações que integram a Política Nacional de Formação de Professores, com o objetivo de estimular o aperfeiçoamento do Estágio Curricular Supervisionado nos cursos de licenciatura, oportunizando a imersão do licenciando em escolas de educação básica, a partir da segunda metade de seu curso (BRASÍLIA, 2020).

Essa imersão dar-se-á pela realização de intervenções pedagógicas e regências em sala de aula, acompanhadas por um professor da rede básica de ensino denominado preceptor, com formação na mesma área dos licenciandos. Os licenciandos e preceptores participam de momentos de preparação, estudo e planejamento, sendo orientados por um docente coordenador da instituição de Ensino Superior. Tais encontros têm como objetivo levar os futuros professores a refletir a respeito da docência a partir de estudos, leituras, discussões e atividades que envolvam o pensar sobre como, porque e para que ensinar os conteúdos matemáticos preconizados pela Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2018) e pelos Referenciais Curriculares do Paraná – RCP (2018).

Ao longo dos momentos de formação do Programa Residência Pedagógica (PRP) – Subprojeto Matemática da Universidade Estadual de Maringá, os licenciandos foram levados a perceber a importância da comunicação nas aulas de matemática, tanto na perspectiva professor-aluno quanto aluno-aluno bem como, a necessidade de refletir sobre o papel do professor frente às diferentes estratégias e metodologias de ensino.

Em algumas reuniões realizadas com os licenciandos e preceptores, nos propusemos a estudar a metodologia *Lesson Study* tendo como ênfase o estudo de questões inerentes ao ensino de matemática e a construção de uma proposta de implementação em sala de aula na perspectiva da Resolução de Problemas. Compreendendo como apontam Pozo e Echeverría (1998), a Resolução de Problemas como uma interessante metodologia a ser utilizada pelo professor, visto que se baseia na apresentação de situações abertas e sugestivas, escolares ou da vida cotidiana, que exigem dos estudantes um posicionamento ativo de reflexão e ação que corroboram com a construção de novos conceitos matemáticos.

Considerando-se as questões acima citadas, descreveremos neste trabalho, um relato de experiência envolvendo a elaboração, a implementação e a análise de uma proposta letiva construída de forma colaborativa entre docentes e futuros docentes do Programa Residência Pedagógica, Subprojeto Matemática da Universidade Estadual de Maringá que tinha como intuito, fazer com que docentes e graduandos, participantes do PRP - Matemática, pudessem refletir a respeito da metodologia da Resolução de Problemas. A experiência ocorreu em uma turma do 6º ano da escola Adaile Maria Leite, localizada no noroeste do Paraná, de forma remota e tinha por intuito levar os estudantes a entender o conceito de múltiplos.

A *Lesson Study* e a Resolução De Problemas

A *Lesson Study* (Estudos/Pesquisa de Aula) teve origem no Japão constituindo-se como uma política pública voltada a formação de professores. Trata-se de um processo dinâmico e colaborativo embasado em três elementos principais: o planejamento, a observação e a reflexão sobre a aula (CURY, 2021).

As etapas que constituem essa metodologia variam de quatro a seis, porém independentemente da quantidade de etapas a ênfase recai sobre os três elementos apresentados anteriormente. Nesse relato utilizamos a caracterização do *Lesson Study* retratada por Baldin

(2009), uma vez que a autora compreende que a Resolução de Problemas provoca um ambiente em que o aluno se torna o centro do processo de ensino, priorizando o que é preconizado pela metodologia *Lesson Study*.

Tabela 1.

Etapas da Lesson Study – Baldin (2009).

Etapas	Característica
Planejamento da Aula	Etapa em que se define um tema dentro do planejamento curricular. A partir do tema, um plano de aula é elaborado coletivamente por um grupo de professores contendo um problema desafiador cujo objetivo seja o de levar os estudantes a desenvolver uma determinada habilidade.
Execução da Aula	Etapa de implementação do plano junto a turma escolhida em que, um docente assume a turma e os demais observam a atuação do professor, a reação dos alunos e as interações que são por professor-alunos e alunos com seus pares estabelecida, registrando todos os aspectos que possam contribuir com a próxima etapa do Lesson Study com o intuito de aperfeiçoar a aula e verificar se o que fora estabelecido no plano de aula está, ou não, coerente com o objetivo proposto
Análise da Aula	Nessa etapa os registros da aula são observados e discute-se sobre o que ocorreu ao longo de seu desenvolvimento com foco no aluno e em sua aprendizagem, bem como, de avaliar se o plano inicial deverá ou não ser alterado ou adaptado.
Retomada	Etapa em que o plano de aula é novamente estudado e, caso necessário, modificado ou readaptado e, em seguida, reaplicado em outra turma

Na *Lesson Study* o plano de aula é a espinha dorsal de todo o processo, servindo como: ferramenta de ensino (roteiro para as atividades de aula), ferramenta de comunicação (forma de explicitação de pensamento) e ferramenta de observação (análise do que fora proposto). Ao elaborar o plano de aula, Murata (2011) afirma que se faz necessário o trabalho colaborativo, a prática investigativa e reflexiva, além do foco na aprendizagem dos alunos.

No Brasil, a utilização da metodologia *Lesson Study* no campo da Educação Matemática tem, em pesquisas como Baldin (2009) e Fiorentini e Lorenzato (2012), denotado uma aproximação dos Estudos de Aula com a Resolução de Problemas, isto por compreender que a Resolução de Problemas é uma metodologia que, se bem utilizada pelo professor, fará com que o aluno seja o centro do processo.

De acordo com Branca (1997), a resolução de um problema envolve um processo de aplicação de conhecimentos prévios dos alunos em situações novas e desconhecidas nas quais o uso de tentativa e erro e a elaboração de outras estratégias possibilitarão aos estudantes a aplicação de regras lógicas para se chegar a conclusões válidas, bem como, os tornarão corajosos e dispostos a colocar suas conclusões a par de um exame minucioso por parte dos demais alunos e do professor.

Nesse sentido, quando levamos para a sala de aula problemas a serem resolvidos, Schoenfeld (1997) afirma que é importante que o professor estimule, questione e incentive os alunos orientando-os a refletir, verificar, avaliar e, se necessário, buscar novas estratégias para solucionar o problema. Que os auxiliem na validação dessas estratégias incentivando-os a justificar *por que fiz isso assim* ao invés de dizer *é assim que se faz*. Explicar aos discentes de onde vêm os argumentos — ou, melhor ainda, "[...] compreender os argumentos com eles, quando possível no intuito de desmistificar a matemática permitindo-lhes enfrentá-la com menos medo e apreensão" (SCHOENFELD, 1997, p. 23).

Com o objetivo de atingir essas e outros potencialidades com a resolução de um problema, Polya (2006) sugere quatro etapas para se bem resolvê-lo: compreensão do problema, elaboração de um plano, execução do plano, retrospecto. Para o autor:

> Uma grande descoberta resolve um grande problema, mas há sempre uma pitada de descoberta na resolução de qualquer problema. O problema pode ser modesto, mas se ele desafiar a curiosidade e puser em jogo as faculdades inventivas, quem o resolver por seus próprios meios, experimentará a tensão e gozará o triunfo da descoberta (POLYA, 2006, p. v).

Pensando na Resolução de Problemas enquanto metodologia, Walle (2009) sugere três fases: antes, durante e depois. Segundo o autor, na fase antes (preparando os alunos) o professor deve verificar se o problema foi compreendido, além de ativar os conhecimentos prévios dos alunos que possam ser úteis na resolução daquele problema.

Na fase durante (alunos trabalhando), o professor deve deixar os alunos construírem seu conhecimento sem fazer antecipações desnecessárias. Schoenfeld (1997) sugere que os alunos trabalhem em pequenos grupos de forma que possam discutir e refletir sobre suas estratégias. Cabe ao professor ser apenas um mediador do processo, fazendo sugestões adequadas que instiguem a investigação dos alunos.

Por fim, a terceira fase para Walle (2009) é a depois (alunos debatendo), em que deve ser encorajada uma comunidade de estudantes de forma que as soluções encontradas sejam ouvidas, aceitas sem julgamentos e devolvidas com reflexões para que os próprios alunos sejam capazes de justificá-las como corretas ou não. Após as considerações postas, cabe ao professor sintetizar as principais ideias e junto aos alunos formalizar o conceito abordado em questão, sem deixar de lado as estratégias utilizadas para resolvê-lo e as justificativas do porque são ou não adequadas.

Pensar a Resolução de Problemas é, portanto, pensar em um ambiente no qual possa aflorar diferentes estratégias e formas de pensamento, sendo, de acordo com a BNCC (BRASIL, 2018), um dos objetos para a aprendizagem dos estudantes ao longo de todo o Ensino

Fundamental. Ainda segundo esse documento:

> Esses processos de aprendizagem são potencialmente ricos para o desenvolvimento de competências fundamentais para o letramento matemático (raciocínio, representação, comunicação e argumentação) e para o desenvolvimento do pensamento computacional (BRASIL, 2018, p. 264).

Nesse sentido, na *Lesson Study* é importante que as etapas da Resolução de Problema sejam pensadas a partir de uma situação-problema escolhida com o devido cuidado no que diz respeito ao nível de dificuldade, aos conhecimentos prévios, ao envolvimento de conteúdos matemáticos em contextos que lhes sejam peculiares, à possibilidade de elaboração de hipóteses e de discussões que suscitem interações significativas entre alunos-alunos e alunos-professor em sala de aula (TAKAHASHI; MACDOUGAL, 2018).

Caracterização da Pesquisa

O objetivo deste trabalho foi o de fazer com que docentes e graduandos, participantes do projeto Residência Pedagógica, pudessem refletir a respeito da metodologia da Resolução de Problemas mediante um trabalho conjunto e colaborativo envolvendo a sistematização do planejamento de aula, a escolha da situação problema, o desenvolvimento e implementação da proposta e, a subsequente análise e reflexão dessa experiência letiva.

Trata-se assim de uma pesquisa participante, uma vez "em que há um envolvimento dialógico, e de destinação tão amplo quanto possível e em que os 'sujeitos pesquisados' são também essencialmente coautores e coatores de todo o seu acontecer" (BRANDÃO, 2013, p. 5), sendo também seus destinatários únicos ou prioritários que buscam caracterizar a qualidade de uma aula baseada em resolução de problemas.

Os dados foram coletados por meio das gravações dos encontros e aulas que ocorreram via Google Meet e as análises recaíram sobre dois momentos distintos: o do planejamento de aula e o da execução da aula. A etapa de planejamento envolveu os 28 integrantes do PRP de Matemática da UEM (2020-2022), visando não só o estudo do tema como sobretudo a estruturação do plano tendo-se em vista a metodologia da Resolução de Problemas de forma a possibilitar o repensar sobre uma prática que dá maior liberdade de ação e participação aos alunos. A etapa de execução contou com a participação de 01 professor preceptor – o docente da turma, de 02 residentes que o auxiliaram na execução do plano, de 04 residentes e do coordenador de área que ficaram responsáveis por fazer os apontamentos referentes à aula executada.

Desenvolvimento

Descreveremos nessa seção o delineamento da experiência vivenciada desde a opção por se utilizar a metodologia do *Lesson Study* à escolha do tema, da situação problema e dos encaminhamentos a serem desenvolvidos em sala de aula. É importante ressaltar que a experiência aqui descrita ocorreu de forma remota a partir de encontros de discussão e de aplicação do plano em sala de aula via Google Meet.

Partindo da plataforma disponibilizada aos docentes – *o Google Meet* – começamos a pensar como os professores de matemática poderiam propor aulas nas quais os alunos interagissem de forma significativa, participassem ativamente ao invés de apenas serem ouvintes. Começamos então a estudar um pouco mais sobre a metodologia do *Lesson Study* e decidimos utilizá-la como suporte para estruturar uma aula envolvendo a Resolução de Problemas, tendo como foco a tríade planejamento-execução-reflexão. Pautamo-nos na participação e aprendizagem do aluno por considerarmos que:

> [...] falar de ensino e aprendizagem implica a compreensão de certas relações entre alguém que ensina, alguém que aprende e algo que é o objeto de estudo – no caso, o saber matemático. Nessa tríade, professor-aluno-saber, tem-se presente a subjetividade do professor e dos alunos, que em parte é condicionadora do processo de ensino e aprendizagem (ONUCHIC, 2013, p. 89).

O tema da aula (múltiplos de um número) foi escolhido por fazer parte da sequência de planejamento destinada ao 6º ano – turma de um dos professores preceptores. A ideia era de se propor algo diferente que motivasse a participação dos alunos, bem como, seu envolvimento com o assunto a ser tratado.

O problema escolhido foi o seguinte: *Alice tem uma coleção de miniaturas de animais pré-históricos. Dispondo-as em grupos de 5 em 5, sobram duas. Dispondo-as em grupos de 9 em 9 sobra uma. Determine a quantidade de miniaturas sabendo que a coleção de Alice tem menos de 50 miniaturas*[967]. A escolha do problema deve-se ao fato de o mesmo possibilitar uma discussão interessante por parte dos estudantes a respeito das ideias matemáticas, permitindo que os alunos estabelecessem novas ideias matemáticas a partir dos conhecimentos que já possuíam.

A aplicação da proposta levou em consideração as fases previstas por Walle (2009): o antes, durante e depois pensadas a partir das etapas da Resolução de Problema propostas por

[967] Problema retirado de: VALENTIM, E. S. **A divisibilidade no Ensino Fundamental**. 2017. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2017.

Polya (2008): compreensão do problema, elaboração de um plano, execução do plano e retrospecto. A análise do episódio, levou em consideração a forma de condução da proposta pelo professor preceptor e acadêmicos, bem como, a receptividade dos alunos e sua participação.

Para melhor visualização de todo o percurso escolhido pelo grupo e como forma de sistematização das etapas do trabalho apresentamos a tabela a seguir.

Tabela 2.

Etapas do Lesson Study pensada a partir da Metodologia de Resolução de Problemas (Os Autores, 2022)

Etapas do Lesson Study	**Atividades realizadas**	**Encontros**
Planejamento	Escolha do conteúdo e da turma em que a proposta seria aplicada: Optou-se por desenvolver a atividade de Resolução de Problemas em uma turma do 6º ano na qual o professor preceptor iria introduzir um novo conceito – o de múltiplos. Tanto o professor preceptor quanto os alunos acharam pertinente fazer uso da Metodologia de Resolução de problemas nessa turma por considerarem os alunos bem receptivos. Delineamento de critérios e escolha da situação problema: O critério era de que a situação problema não fosse algo simples ou complexo demais para os alunos podendo desestimulá-los, mas que contribuísse com uma discussão interessante tendo-se em vista o conteúdo escolhido – múltiplos e que, ao mesmo tempo, fosse uma situação motivadora, relacionada a algo do interesse dos alunos tendo em vista a idade dos mesmos. Ações a serem executadas caso fossem identificados obstáculos na compreensão do problema por parte dos estudantes. Foi se discutido que se respeitasse o tempo dos alunos e, que no caso de incompreensão os professores procurassem discutir com os estudantes as dúvidas sem cair na tentação de dar-lhes a resposta ou conduzir a uma determinada forma de resolução – os estudantes deveriam ficar livres para pensar em suas próprias estratégias.	Para essa atividade foram destinados três encontros – ocorridos em maio de 2021
Execução	Aplicação da aula elaborada – com ênfase na metodologia da Resolução de problemas Nessa etapa foram consideradas as fases previstas por Walle (2009): o antes, o durante e o depois, pensadas a partir das etapas da Resolução de Problema propostas por Polya (2008): compreensão do problema, elaboração de um plano, execução do plano e retrospecto: ✓ ***o antes*** *– compreensão do problema,*	Foram destinadas cinco aulas remotas para o desenvolvimento da proposta com os alunos – ocorridas em maio de 2021

	estabelecimento de como os alunos irão trabalhar (nesse caso, pelas aulas serem de forma remota os alunos primeiro trabalharam sozinhos (refletindo sobre o problema) e, em um momento posterior puderam conversar e trocar ideias e dúvidas em dupla via WhatsApp); *elaboração de um plano* incentivar os alunos a propor estratégias de resolução para o problema pautando-se nos conhecimentos matemáticos que possuem; ✓ ***o durante*** **–** deixar os alunos construir seu conhecimento evitando antecipações desnecessárias, abrir espaço para a partilha de ideias – visando a escuta cuidadosa e o fornecimento de sugestões adequadas por meio de questionamentos lançados pelo professor a turma toda (*discussão e análise das estratégias*); momento de encorajar a fazer a verificação e a validação de suas ideias (*execução do plano*); ✓ ***o depois*** **–** formação de uma comunidade de estudantes (envolvimento da turma em uma discussão produtiva visando a constituição de uma comunidade de aprendizes)**;** escuta das soluções dos alunos sem julgamento (deixar que nesse momento os alunos avaliem os métodos e as soluções apresentadas – descobrir como pensam (**retrospecto**); síntese das principais ideias e identificação de problemas para futuras explorações	
Fase de observação e registro da aula enfocando a metodologia de resolução de problemas (Análise da aula)	A fase de observação e registro da aula considerou cada uma das fases propostas por Walle (2009) pensadas a partir das etapas da Resolução de Problema propostas por Polya (2008) descritas acima e pautou-se nos seguintes questionamentos: O antes: Houve por parte dos estudantes dificuldade na compreensão do problema? O professor verificou palavras, expressões e trechos passíveis de bloqueio no fluxo de compreensão do problema pelos alunos? O professor obteve sucesso no esclarecimento de palavras, expressões e trechos passíveis de bloqueio no fluxo de compreensão do problema pelos alunos? Os alunos conseguiram elaborar e executar um plano? O durante: Os discentes fizeram a exposição de suas estratégias e puderam discuti-las junto a seus colegas? O professor valorizou a participação de todos na construção da solução do problema? O professor compartilhou as diferentes resoluções efetuadas pelos alunos? A partir das resoluções apresentadas e das discussões e confronto das ideias o professor conseguiu fazer com que os discentes percebessem regularidades que os levassem a alguma reflexão a respeito do conceito matemático abordado? O depois: A formalização do conceito ocorreu de forma	Para essa atividade foram destinados dois encontros – ocorridos em junho de 2021

	natural a partir das discussões desencadeadas entre professor e alunos? Para uma análise mais condizente e profunda de cada uma dessas questões foram feitos registros em diário e também a análise posterior das aulas – gravação via Google Meet.	
Avaliação dos alunos frente à proposta e a condução do professor	A avaliação da proposta aconteceu com a apresentação dos registros e conclusões dos alunos (ouvintes) e também do professor orientador em relação a aplicação da aula suscitando discussões que procurassem envolver os aspectos teóricos previamente estudados a respeito da Metodologia de Resolução de Problemas e sua relação com a prática empreendida em sala de aula (se aconteceu e como aconteceu) levando em consideração as fases propostas por Walle (2009) e as etapas de Resolução de Problemas de Polya (2006).	Para essa atividade foram destinados dois encontros – ocorridos em junho de 2021
Retomada	Tendo em vista a análise do passo anterior, consideramos que não se fazia necessária a retomada da situação.	

Considerações

O pensar a respeito da tríade didática professor, aluno e conhecimento só é possível se estruturada e alicerçada em uma prática que tenha o planejamento não como algo burocrático, mas como o delineamento de situações didáticas pensadas para o aluno com vistas em sua aprendizagem.

Nesse sentido, o trabalho com a Resolução de Problemas alicerçado nas etapas do *Lesson Study* envolvendo a sistematização do planejamento de aula, a escolha da situação problema, o desenvolvimento e implementação da proposta e a subsequente análise e reflexão dessa experiência letiva, mediante um trabalho conjunto e colaborativo entre professores e acadêmicos da licenciatura, contribuiu de forma significativa com a formação desses estudantes que puderam experienciar na prática o que estudam na academia desmistificando assim a ideia de que o trabalho com a Resolução de Problemas é algo complexo e difícil de ser praticado em sala de aula.

Referências

BALDIN, Y. Y. O significado da introdução da Metodologia Japonesa de Lesson Study nos Cursos de Capacitação de Professores de Matemática no Brasil. *In:* **XVIII Encontro Anual da SBPN e Simpósio Brasil-Japão**, 2009, São Paulo, SP. Anais do SBPN 09. São Paulo, SP: SBPN, 2009.

BRANCA, N. A. Resolução de problemas como meta, processo e habilidade básica. *In:* KRULIK, S.; REYS, R. E. (Orgs.). **A resolução de problemas na matemática**

escolar. Tradução de: Hygino H. Domingues e Olga Corbo. São Paulo: Afiliada, 1997. p. 4-12

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**, 2018.

BRASÍLIA, Coordenação De Aperfeiçoamento De Pessoal De Nível Superior – CAPES, **Programa Residência Pedagógica**. Edital N°1/2020, de 03 de janeiro de 2020. Disponível em: https://www.gov.br/capes/pt-br/centrais-de-conteudo/06012020-edital-1-2020-residencia-pedagogica-pdf

BRANDÃO, C. R. **A pesquisa participante e a participação na pesquisa**. Rascunho elaborado para o IV Seminário do Observatório de Educação do Campo SC/PR/RS realizado em Florianópolis, entre 18 e 20 de março de 2013.

CURI, E. Lesson Study: Contribuições para Formação de Professores que Ensinam Matemática. **Revista Perspectivas em Educação Matemática:** Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS) – INMA/UFMS. v. 14, n. 34. 2021.

FIORENTINI, D. LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos.** Campinas, SP: Autores Associados, 2012.

ECHEVERRÍA, M. D. P; POZO, J. I. Aprender a Resolver Problemas e Resolver Problemas para Aprender. *In:* POZO, J. I. (Org.). **A Solução de Problemas:** aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: ArtMed, 1998. p.13-42

MURATA, A. Introduction: conceptual overview of lesson study. *In:* HART, L. C.; ALSTON, A. S.; MURATA, A. (Eds.). **Lesson Study Research and Practice in Mathematics Education**, Learning Together, Springer, 2011, p.1-12.

ONUCHIC, L. L. R. A resolução de problemas na Educação Matemática: Onde estamos? Para onde iremos? **Revista Espaço Pedagógico**, v. 20, n. 1, Passo Fundo, p. 88-104, jan./jun. 2013 | Disponível em: www.upf.br/seer/index.php/rep

PARANÁ. **Referencial Curricular do Paraná:** princípios, direitos e orientações. Curitiba: SEED, 2018. Acesso em: 15 de junho de 2022. Disponível em: https://www.educacao.pr.gov.br

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 2008.

SCHOENFELD, A. H. Heurística na sala de aula. *In:* KRULIK, S.; REYS, R. E. (Orgs.). **A resolução de problemas na matemática escolar**. São Paulo: Afiliada, 1997. p. 13-31

TAKAHASHI, A.; MACDOUGAL, T. Collaborative Lesson Research (CLR). *In*: QUARESMA, M. A. *et al* (ed.). **Mathematics lesson study around the world**: theoretical and methodological issues. Hamburg: Springer, 2018. p. 143-152.

WALLE, J. A. V. Ensinando pela Resolução de Problemas. *In*: WALLE, J. **Matemática no Ensino Fundamental**: Formação de Professores e Aplicação em Sala de Aula. Tradução de: Paulo Henrique Colonesse. 6. ed. São Paulo: Penso Editora, 2009. p. 57-79.

A Teoria dos Campos Conceituais no Processo Formativo dos Estudantes do Ensino Fundamental dos Anos Iniciais

The Theory of Conceptual Fields in the Formation Process of Elementary School Students in the Initial Years

La Teoría de los Campos Conceptuales en el Proceso de Formación de Estudiantes de Educación Básica en los Años Iniciales

Valdete Aparecida do Amaral Miné[968]
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP)
0000-0003-2087-1017

Sonia Barbosa Camargo Igliori[969]
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo - (PUC-SP)
0000-0002-6354-3032

Vanderson Sizino Menezes[970]
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – (PUC-SP)
0000-0002-1120-3183

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Resolução de problemas em aulas de Matemática.

Resumo

Este trabalho traz um recorte da pesquisa de doutorado, em andamento, a qual tem por objetivo avaliar, os efeitos da coordenação pedagógica dos primeiros e segundos anos do Ensino Fundamental, realizada à luz dos constructos teóricos da Abordagem Documental do Didático – ADD. A pesquisa está sendo realizada com seis professoras de uma escola pública do interior de São Paulo, onde estão ocorrendo reuniões para elaboração de cenários a partir dos eixos temáticos da Matemática. Nesse recorte, vamos trazer ações relativas as representações de situações-problema elaborada para analisar o processo das estruturas aditivas e multiplicativas dos estudantes dos primeiros e segundos anos do Ensino Fundamental do Anos Iniciais. Essas ações e esquemas de utilização dos recursos didáticos, ou seja, a documentação dos professores como espaço profícuo contribuiu para a definição da questão de pesquisa, que resultou assim: "Qual(is) contribuição(ões) o acompanhamento pedagógico realizado pela metodologia reflexiva traz(em) para o desenvolvimento de professores de primeiros e segundos anos do Ensino Fundamental?". Os resultados preliminares evidenciam a importância da participação do coletivo das professoras no planejamento dos cenários para a construção de novos recursos.

[968] valdetemine@yahoo.com.br
[969] sigliori@pucsp.br
[970] vandersmenezes@hotmail.com

Palavras-chave: Teoria dos Campos Conceituais, Formação de Professores, Situações-problema, Estruturas aditivas, Anos iniciais.

Abstract

This work brings an excerpt of the doctoral research, in progress, which aims to evaluate the effects of the pedagogical coordination of the first and second years of Elementary School, carried out in the light of the theoretical constructs of the Documentary Approach of Didactic - ADD. The research is being carried out with six teachers from a public school in the interior of São Paulo, where meetings are taking place to elaborate scenarios based on the thematic axes of Mathematics. In this clipping, we will bring actions related to the representations of problem situations designed to analyze the process of additive and multiplicative structures of students in the first and second years of Elementary School of the Initial Years. These actions and schemes for the use of didactic resources, that is, the documentation of teachers as a fruitful space contributed to the definition of the research question, which resulted in the following: "What contribution(s) does the pedagogical monitoring carried out by the reflective methodology bring (in) for the development of teachers of the first and second years of Elementary School?". The preliminary results show the importance of the collective participation of teachers in the planning of scenarios for the construction of new resources.

Keywords: Theory of Conceptual Fields, Teacher Training, Problem-situations, Additive Structures, Early Years.

Resumen

Este trabajo trae un extracto de la investigación doctoral, en curso, que tiene como objetivo evaluar los efectos de la coordinación pedagógica del primero y segundo año de la Enseñanza Fundamental, realizada a la luz de los constructos teóricos del Enfoque Documental de la Didáctica – ADD. La investigación se está realizando con seis profesores de una escuela pública del interior de São Paulo, donde se están realizando reuniones para elaborar escenarios a partir de los ejes temáticos de las matemáticas. En este recorte, traeremos acciones relacionadas con las representaciones de situaciones problema destinadas a analizar el proceso de estructuras aditivas y multiplicativas de los estudiantes de primero y segundo año de la Enseñanza Fundamental de los Años Iniciales. Estas acciones y esquemas para el uso de los recursos didácticos, es decir, la documentación de los docentes como espacio fructífero contribuyeron a la definición de la pregunta de investigación, que resultó en lo siguiente: "¿Qué aporte(s) tiene el seguimiento pedagógico realizado por ¿La metodología reflexiva trae (en) para el desarrollo de docentes de primero y segundo año de la Enseñanza Básica?". Los resultados preliminares muestran la importancia de la participación colectiva de los docentes en la planificación de escenarios para la construcción de nuevos recursos.

Palabras clave: Teoría de los Campos Conceptuales, Formación Docente, Situaciones-Problema, Estructuras Aditivas, Primeros Años.

Introdução

O termo representação tem vários significados, Vergnaud (1985) traz alguns significados para o termo, os quais vamos trazer nesse artigo acerca das reflexões a partir de atividades realizadas por estudantes do Ensino Fundamental dos Anos Iniciais. Para tanto "O conceito de representação é essencial para analisar a formação dos conhecimentos operatórios e para analisar os processos de transmissão dos conhecimentos (VERGNAUD, 1985, p.245)".

Nesse sentido, esse trabalho com a representação operatória evidencia que os estudantes precisam compreender os sentidos dos números, ter o raciocínio a partir de estruturas aditivas e em outras situações. Nessa busca da formação dos conhecimentos operatórias, os estudantes têm um papel ativo nas situações as quais remetem a vários conceitos, simbolizações e representações para compreensão desses elementos. Assim, os estudantes devem ser capazes de justificar as situações diversas dentro do quadro do campo das estruturas aditivas.

No entanto, a realização deste tipo de ensino é um desafio para os professores, exigindo a utilização de esquemas e recursos ou *design* de recursos proporcionando novos recursos. Exigindo uma evolução dos professores em relação aos esquemas a serem trabalhados durante as aulas para as intervenções necessárias.

Nesse trabalho analisamos as atividades a partir das representações das situações-problema do campo das estruturas aditivas para promover a aprendizagem dos estudantes, dando atenção especial aos esquemas trazidos durante o processo formativo no desenvolvimento do raciocínio matemático.

Dentre os esquemas da representação operatória que apresentaremos o mais usual no cotidiano escolar é aquele que os estudantes buscam o estado final da situação. Entendemos, que o professor nesse processo cognitivo tem o papel de conduzir os estudantes para um grau de conhecimento mais amplo. Assim, "[...] não se pode estudar Matemática sem compreender o processo cognitivo da criança, do adolescente e também do professor" (Vergnaud, 2017, p.47).

Referencial Teórico

A Teoria dos Campos Conceituais (TCC), é uma teoria cognitivista que tem como objetivo fornecer subsídios de estudos para o desenvolvimento de competências complexas da aprendizagem. Vale ressaltar que a TCC apresenta características realista por se tratar de uma teoria voltada a situações ligada a estrutura cognitiva do indivíduo. Nesse sentido, achamos pertinente problematizar algumas ideias acerca das representações operatórias. Para tanto “O conceito de representação é essencial para analisar a formação dos conhecimentos operatórios e para analisar os processos de transmissão dos conhecimentos (VERGNAUD, 1985, p.245)”.

Para Vergnaud (1985) a representação é fundamental para que possamos analisar os conhecimentos operatórios e os processos de transmissão dos conhecimentos. Desse modo, os conhecimentos não se reduzem a ser constituído apenas no âmbito escolar, muitos são aprendidos fora da escola, com seus familiares, por meio de jogos, brincadeiras e ações do cotidiano.

Dessa forma, torna-se imperioso delimitar os campos de estudo sobre esquemas e conceitos em uma representação operatória, pois

> A representação não é um conjunto homogêneo de elementos e de funções psicológicas. Vamos mostrá-lo, insistindo em dois termos de uma cadeia que compreende muitos outros termos: o conceito e o esquema (VERGNAUD, 1985, p. 246).

Para compreendermos melhor o funcionamento da representação trazida por Vergnaud (1985), temos que partir do real para o plano do significado, preservando a estrutura entre ambos. Para tanto há a necessidade de compreendermos o *conceito* e o *esquema* na Teoria dos Campos Conceituais.

O conceito de *esquema “*designa a atividade organizada que o sujeito desenvolve em face de determinada classe de situações (Vergnaud, 2003, p.66)”. O conceito de esquema dentro da TCC tem uma relevância na funcionalidade da representação e seu significado em uma estrutura aditiva.

Desse modo, para uma melhor compreensão das representações é apresentado por Vergnaud (1985) que c*onceito* é um conjunto de situações, invariantes e simbolizações, representado por um tripé de três conjuntos: C = (S, I, R)[971]. Esse tripé nos proporciona

[971] Campo conceitual C = (S, I, R) S é um conjunto de situações que dão sentido ao conceito; I é um conjunto de invariantes (objetos, propriedade e relações) associados ao conceito, ou seja, o conjunto de invariantes que podem ser reconhecidos e usados pelos sujeitos para analisar e dominar as situações de S; e R é um conjunto de representações simbólicas (linguagem natural, gráficos, diagramas etc.) que podem ser usadas para representar as situações e os procedimentos para lidar com elas. (Curso em Rede/2021).

situações nas quais possibilitam razões da ordem funcionalista, da ordem estruturalista e relativa ao desenvolvimento e de ordem epistemológica. Esse tripé está imbricado na relação das situações, dos invariantes operatórios e das simbolizações ou significantes. Assim, não podemos estudá-las separadamente.

Vergnaud (1990) apresenta situações tanto do campo conceitual das estruturas aditivas, como das estruturas multiplicativas. Com isso, permite uma melhor percepção da compreensão das estruturas cognitivas das crianças.

Quadro 1 - Estruturas Aditivas

Categorias de relações das Estruturas Aditivas
Problemas de Composição
Problemas de Transformação
Problemas de Comparação
Composição de duas transformações
Transformação de uma relação
Composição de duas relações

Fonte: Elaborado pela autora acerca do Caderno 4 - PNAIC.

Para esse artigo pautamos nas estruturas aditivas mais usuais do dia a dia escolar, a composição, a transformação e a comparação. Segue a seguir as situações nas quais os estudantes realizaram.

Quadro 2 - Situações-problema

Composição:
Em um estojo há 12 lápis pretos e 6 lápis amarelos. Quantos lápis há ao todo no estojo?
Transformação:
Fábio tem 4 bolinas de gude. Ganhou 8 bolinhas de gude de seu tio. Com quantas bolinhas de gude Fabio ficou?
Comparação:
Antônio tem 8 figurinhas e seu primo Júlio tem 13 figurinhas. Quem tem mais figurinhas? Quantas a mais?

Fonte: Elaborado pela autora acerca do Caderno 4 - PNAIC.

No tópico a seguir traremos as situações-problema realizadas pelos estudantes em um contexto escolar.

Situações-problema em estruturas aditivas

Os conceitos de adição e subtração envolvem estruturas e representações operatórias do campo conceitual aditivo. Nesse sentido, Vergnaud (2009) coloca que conceitos não podem ser compreendidos de modo isolado, mas a partir de campo conceitual. Assim,

> O sentido de adição para um sujeito individual é o conjunto de esquemas que ele pode utilizar para lidar com situações com as quais se defronta e que implicam a idéia de adição; é também o conjunto de esquemas que ele pode acionar para operar sobre os símbolos numéricos, algébricos, gráficos e lingüísticos que representam a adição (MOREIRA, 2002, p. 11).

Nessa seção, abordaremos situações-problema envolvendo as estruturas aditivas da composição, transformação e comparação, realizadas por estudantes de 6 e 8 anos. As vivências trazidas pelos estudantes antes da escolarização são riquíssimas para o desenvolvimento dos conhecimentos conceituais nas representações operatórias durante o processo da escolarização. "Além disso, a própria ação exerce um papel decisivo na própria elaboração desta representação, uma vez que é por suas ações e suas expectativas que o sujeito elabora e corrige suas representações" (VERGNAUD, 1985, p. 4)". Diante desse contexto os estudantes C1[972] e o C2[973] realizaram as mesmas atividades. Com isso

> O desenvolvimento dos conhecimentos de uma criança se faz por meio de um conjunto relativamente vasto de situações, entre as quais existem parentescos (analogias, contrastes, variações...); e, para a análise dessas situações, é preciso apelar para muitos conceitos e para muitos tipos de simbolizações (VERGNAUD, 1985, p. 6).

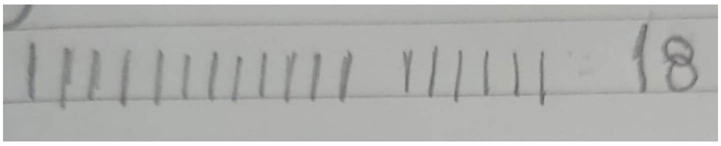
Situação-problema de composição - "*Em um estojo há 12 lápis pretos e 6 lápis amarelos. Quantos lápis há ao todo no estojo?*"

Para a resolução do problema, a professora fez a leitura para que a C1 pudesse escolher qual estratégia de resolução utilizaria. Ao terminar a leitura a criança perguntou se poderia fazer com risquinhos. Primeiro fez 12 risquinhos dizendo que eram os 12 lápis pretos. Para ter certeza da quantidade fez a contagem duas vezes. Desenhou os 6 risquinhos indicando os lápis amarelos. Como fez com os 12 lápis pretos, fez a contagem dos lápis amarelos. Voltou e contou todos ao mesmo tempo para saber quantos lápis tinham no estojo. Como C1 está no primeiro

[972] C1 - criança de 6 ano - estudante do 1º ano do ensino fundamental.
[973] C2 - criança de 7 anos - estudante do 2º ano do ensino fundamental.

ano do ensino fundamental, recorreu ao quadro numérico para ter certeza do registro. A seguir, a Foto 1 mostra como foi a estratégia de resolução da C1.

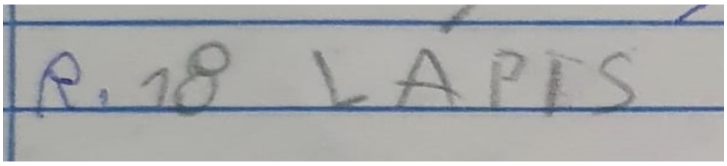
Foto 1 - resolução C1



Fonte: Arquivo da autora.

A C2, ouviu a leitura com atenção. Durante a leitura dava para perceber que estava fazendo a resolução mentalmente. Após a leitura, contou em seus dedos 13, 14, 15, 16, 17, 18. E falou tem 18 lápis. Ao ser questionada como chegou a 18 lápis, C2 respondeu que contou na cabeça e com os dedos também. Dizendo que colocou 12 (fez um gesto com a mão levando a cabeça) e nos dedos mais seis. Repetindo o que havia feito no primeiro momento.

Foto 2 - resolução C2

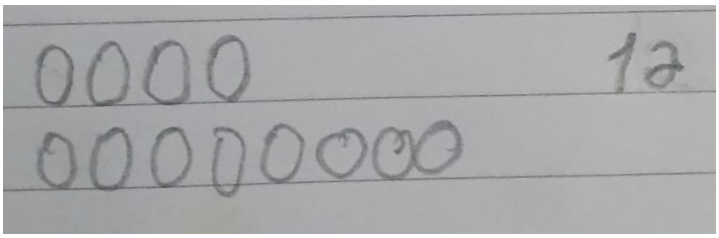


Fonte: Arquivo da pesquisadora.

Situação-problema de transformação - "*Fábio tem 4 bolinhas de gude. Ganhou 8 bolinhas de gude de seu tio. Com quantas bolinhas de gude Fábio ficou?*"

A estratégia da C1 para a resolução do problema foi a mesma que utilizou para o problema anterior, com desenhos, mas com a diferença na disposição, na organização das figurinhas. A C1, alegou que tinha que colocar um em cada linha, porque tinha 4 e depois ganhou 8. Como fez no primeiro problema utilizou-se da contagem para colocar o total de figurinhas que Fábio ficou no total.

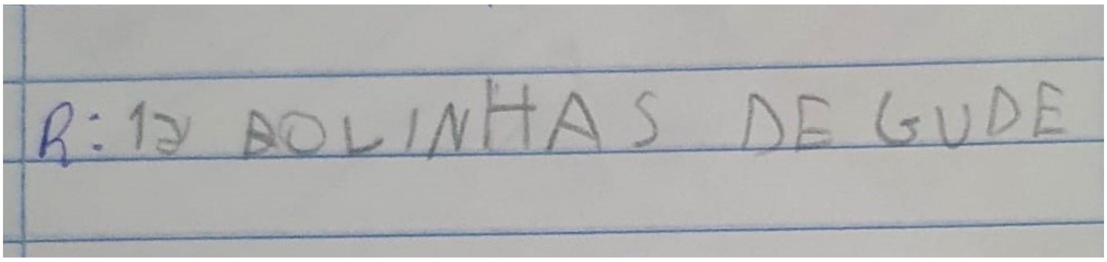
Foto 3 - resolução C1



Fonte: Arquivo da autora.

C2 utilizou a mesma estratégia do problema de composição para a resolução do problema de transformação Foto 4. Guardou o 8 na cabeça e contou o 4 com os dedos. Ao ser questionado sobre a estratégia de resolução, C2 falou rindo. “Deixei 8 na cabeça e contei de 1 em 1 até terminar.”

Foto 4 - resolução C2



Fonte: Arquivo da autora.

Percebemos que tanto nas situações de composição quanto de transformação a evolução dos esquemas nas representações operatórias são evidentes, principalmente ao explicar como foi a estratégia utilizada na resolução. Mesmo percebendo que muitos detalhes as crianças não conseguem explicitar, tendo necessidade da intervenção e questionamentos do professor. Assim,

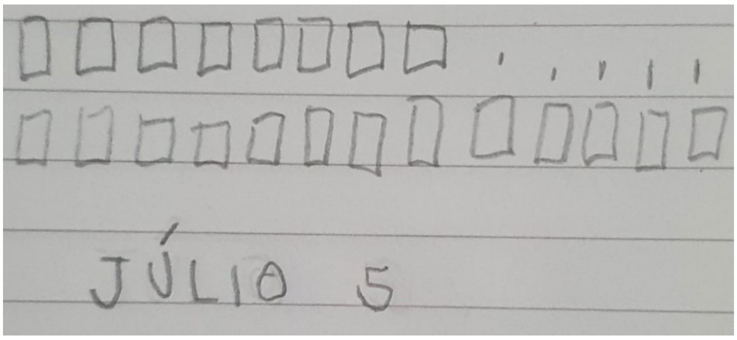
> [...] o desenvolvimento de situações progressivamente dominadas, dos conceitos e teoremas necessários para operar eficientemente nessas situações, e das palavras e símbolos que podem representar eficazmente esses conceitos e operações para os estudantes, dependendo de seus níveis cognitivos (MOREIRA, 2002, p. 9).

A evolução dos estudantes é percebida nas representações e em como explicita seu conhecimento em relação a situação apresentada.

Situação-problema de comparação - “*Antônio tem 8 figurinhas e seu primo Júlio tem 13 figurinhas. Quem tem mais figurinhas?”*

Para a resolução desse problema a representação seguiu o mesmo raciocínio das anteriores. No entanto, para chegar ao resultado a C1 utilizou novos esquemas que não tinha utilizado nos problemas de composição e transformação. Durante a resolução, mais especificamente no registro das 13 figurinhas, a C1, disse que colocaria um embaixo do outro e o que sobrasse seria a quantidade que Júlio tem a mais. Percebe-se que a C1 marcou as cinco figurinhas restantes, pois estava contando quantas figurinhas Júlio tem a mais que Antônio.

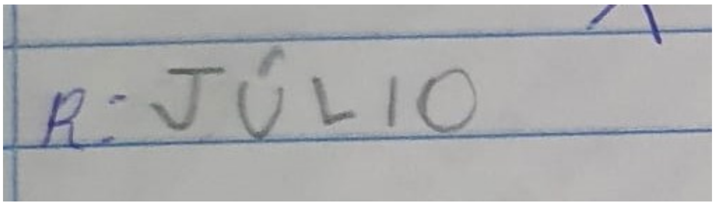
Foto 5 - resolução C1



Fonte: Arquivo da autora.

Nessa situação, C2 ouviu a leitura do problema com atenção e em seguida falou - “Júlio” e anotou a resposta. Ao ser questionado qual a estratégia utilizou. Falou de imediato - “eu sei que 8 é menor que 13 e 13 é maior que 8, eu comparei. Júlio tem mais”. Ao ser questionado quantos a mais, utilizou-se da mesma estratégia das resoluções anteriores e falou - “5 a mais”.

Foto 6 - resolução C2



Fonte: Arquivo da autora.

Diante das situações apresentadas percebemos que a evolução dos esquemas dos alunos é progressiva. A C1 recorre a contagem em todos os passos da resolução, evidentemente o esquema da contagem é complexo nessa fase da aprendizagem. Já C2 percebe-se uma evolução nas representações dos esquemas em relação ao C1. No entanto um quanto o outro não foram capazes de explicitar o seu conhecimento em relação a soma dos cardinais.

Considerações Finais

Este trabalho teve como objetivo apresentar resolução de situações-problema de estruturas aditivas realizadas por estudantes dos anos iniciais do ensino fundamental, no contexto da Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1985).

Optamos em trazer as situações de composição, transformação e comparação por se tratar de situações com estruturas aditivas que mais aparecem nos recursos que os professores dispõem em seu dia a dia. Tanto na elaboração como nos livros didáticos. Nesse contexto, percebemos a complexidade envolvendo o conhecimento dos estudantes a partir das representações e esquemas por eles apresentados. Assim, buscamos entender a partir da TCC as estruturas aditivas em suas representações, conceitos e esquemas.

Para tanto, o trabalho dos professores no âmbito da ADD propõe “mudança de paradigma, analisar o trabalho dos professores pela lente dos “recursos” para o e no ensino, ou seja, os recursos que eles preparam para nutrir suas práticas de sala de aula, e o que é continuamente renovado por essas práticas” (TROUCHE, L. et. al, 2020, p. 3).

Nesse sentido consideramos que a TCC proporciona ao trabalho do professor maior compreensão e reflexão dos esquemas acerca da evolução da aprendizagem dos estudantes.

Agradecimentos

Agradecemos à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES pela bolsa cedida para realização de doutorado (em andamento) no Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da PUC-SP.

Referências

BRASIL. Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Operações na resolução de problemas / Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. – Brasília: MEC, SEB, 2014.

MOREIRA, M. A. A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área. **Investigações em Ensino de Ciências**. v.7, n.1, 2002, p. 7-29. Disponível em <https://www.if.ufrgs.br/cref/ojs/index.php/ienci/article/view/569/361>.

Acesso em: 18 set. 2021.

VERGNAUD, G. Piaget e Vygotsky em Gérard Vergnaud Teoria dos Campos Conceituais. **GEEMPA**, 2017.

VERGNAUD, G. O que é aprender? In. BITTAR, M.; MUNIZ, C.A. (Orgs.) **A aprendizagem matemática na perspectiva da teoria dos campos conceituais**. Curitiba: CRV, 2009.

VERGNAUD, G. A gênese dos campos conceituais. In. EP Grossi (Ed) **Por que ainda há quem não aprende? A teoria**. Petrópolis, Vozes, 2003.

VERGNAUD. G. La théorie des champs conceptuels. **Recherches en Didactique des Mathématiques,** 10 (23): 1990, p.133-170.

VERGNAUD, G. Concepts et schèmes dans une théorie opératoire de la répresentation. **Psychologie Française**, 30, 1985, p. 245-252. (Traduzido por Maria Lucia Faria Moro, com revisão de Luca Rischbieter e Maria Tereza Carneiro Soares, do original em francês).

Reflexões referente a tarefas com sequência recursivas aplicadas em laborconjunto a estudantes do 4º ano do ensino fundamental

Reflections on tasks with recursive sequence applied together with students of the 4th year of elementary school

Reflexiones sobre tareas con secuencia recursiva aplicadas junto con estudiantes del 4to año de primaria

Ludmila Wanderley Martins
Programa de Pós Graduação em Educação Matemática e Tecnológica - UFPE
0000-0003-4415-7619

Simone Ferreira da Silva
Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências - UFRPE
0000-0003-0166-9198

Jadilson Ramos de Almeida
Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências - UFRPE
0000-0003-3707-4807

Modalidade: Comunicação
Núcleo temático: Resolução de problemas em Aulas de Matemática

Resumo

No presente artigo apresenta-se uma Atividade de Ensino e Aprendizagem (AEA) sobre sequência recursiva e generalização de padrões com três estudantes do 4° ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do município de João Pessoa. A AEA em questão está ancorada nas ideias da Teoria da Objetivação acerca do Pensamento Algébrico e Labor Conjunto. Nosso objetivo é identificar os indícios do Pensamento Algébrico materializados por esses estudantes ao se engajarem de forma coletiva para resolver tarefas. Para isto, as tarefas desenvolvidas foram registradas através de videogravações e analisamos a interação, os registros escritos e as formas de objetivação dos sujeitos envolvidos. As análises das falas e imagens apontam que, mesmo tão jovens, estudantes dos Anos Iniciais são capazes de generalizar padrões de sequência por meios semióticos(gestos, desenhos, língua materna), evidenciando formas algébricas de pensar, e que é salutar promover atividades para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico desde os Anos Iniciais.

Palavras-chave: Pensamento Algébrico, Teoria da Objetivação, Labor Conjunto, Sequência Recursiva.

Abstract

This article presents a Teaching-Learning Activity (TLA) on recursive sequence and pattern generalization with three students from the 4th year of Elementary School in a public school in the city of João Pessoa. The TLA in question is anchored in the ideas ofObjectification Theory about Algebraic Thinking and Joint Labor. Our objective is to identify the signs of Algebraic Thinking materialized by these students as they engage collectively to solve tasks. For this, the tasks developed were recorded through video recordings and we analyzed the interaction, the written records and the forms of objectification of the subjects involved. The analysis of the speeches and images show that, even so young, students of the Initial Years are able to generalize sequence patterns by semiotic means (gestures, drawings, mother tongue), evidencing algebraic ways of thinking, and that it is healthy to promote activities for the development of Algebraic Thinking since the Early Years.

Keywords: Algebraic Thinking, Objectification Theory, Joint Labor, Recursive Sequence.

Resumen

Este artículo presenta una Actividad de Enseñanza y Aprendizaje (AEA) sobre secuencia recursiva y generalización de patrones con tres alumnos del 4º año de la Enseñanza Fundamental de una escuela pública del municipio de João Pessoa. La AEA en cuestión está anclada en las ideas de la Teoría de la Objetivación sobre el Pensamiento Algebraico y el Trabajo Conjunto. Nuestro objetivo es identificar los signos de Pensamiento Algebraico materializados por estos estudiantes cuando se involucran colectivamente para resolver tareas. Para ello se registraron las tareas desarrolladas a través de videograbaciones y se analizó la interacción, los registros escritos y las formas de objetivación de los sujetos involucrados. El análisis de los discursos e imágenes muestra que, aun siendo pequeños, los estudiantes de los PrimerosAños son capaces de generalizar patrones de secuencia por medios semióticos (gestos, dibujos, lengua materna), mostrando formas de pensar algebraicas, y que es saludable promover actividades para el desarrollo del Pensamiento Algebraico desde los Primeros Años.

Palabras clave: pensamiento algebraico, teoría de la objetivación, trabajo conjunto, secuencia recursiva

Introdução

Ao buscarmos uma definição sobre Álgebra, é comum que este campo da matemática seja reduzido apenas a uma linguagem específica, uma combinação de letrase números, para muitos indecifrável, utilizada para descobrir valores desconhecidos (ALMEIDA, 2017). Dessa forma, muitos questionam como é possível inserir o ensinode Álgebra nos Anos Iniciais e, se é possível, o que ensinar sobre álgebra para criançase como as atividades de ensino e aprendizagem desse campo podem ser organizadas.

As respostas para essas questões só são possíveis de serem dadas se passarmos a compreender a Álgebra não apenas como uma linguagem simbólica, mas como uma forma de pensar acerca das situações matemáticas (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009). Nesse sentido, o ensino de Álgebra para crianças em fase inicial de escolarizaçãofaz sentido quando o foco está no desenvolvimento do pensamento algébrico, cujos objetos algébricos e a linguagem utilizada para representá-los sejam aprendidos de forma significativa (BRASIL, 2018).

Como uma maneira de dar respostas a esses questionamentos, apresentamos nesse artigo uma proposta de Atividade de Ensino-Aprendizagem (AEA) para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico nos Anos Iniciais, a partir da perspectiva da Teoria da Objetivação. Portanto, nesse texto, nosso objetivo é analisar os elementos que caracterizam o pensamento algébrico alcançados por três estudantes do 4° ano doEnsino Fundamental (alunos de 8 e 9 anos) durante a vivência de uma AEA. Os alunose a professora trabalharam de forma colaborativa em um problema com foco em sequência recursiva e generalização de padrões, em torno de sequência figural. Por meio de uma série de questões, os alunos puderam pensar algebricamente para produzir uma fórmula que desse conta de identificar o valor de termos distantes na sequência,sem necessariamente fazer uso de simbolismo alfanumérico.

Pensamento algébrico à luz da teoria da objetivação

No senso comum, o saber algébrico está relacionado às sentenças matemáticas com a presença de incógnitas. Tal concepção tem relação intrínseca com as experiênciasescolares nas últimas décadas no ensino de Álgebra, que o reduziam a simplificação de expressões algébricas, resolução de equações, aplicação de regras e macetes para manipular símbolos. Já na literatura científica, não existe uma concordância sobre o queseja pensamento algébrico, porém há um consenso em muitas pesquisas ao defenderem que o ensino da álgebra não deve ter sua ênfase na manipulação de símbolos, no transformismo algébrico, em que o foco é essencialmente na linguagem simbólicaalgébrica, mas no desenvolvimento de uma forma especial de pensar: o pensamento algébrico (ALMEIDA, 2017).

Essa forma específica de pensar inclui a capacidade de manipulação de símbolos, porém, vai muito além disso. Trata-se de um conjunto de habilidades que antecedem o uso da linguagem algébrica e que possibilitam pensar para generalizar e compreender as relações e as estruturas dos números e operações.

Alguns estudiosos têm conceituado o pensamento algébrico numa perspectiva histórico-cultural. É o caso de Luis Radford, que compreende o pensamento algébrico como "um tipo de reflexão e ação cultural muito sofisticado, um modo de pensamento que foi refinado sucessivamente ao longo de séculos antes de alcançar sua forma atual" (RADFORD, 2021a, p 319).

Esse pesquisador compreende a aprendizagem da álgebra como a tomada de consciência acerca dos objetos algébricos, o que se dá dentro de um processo histórico-cultural coletivo de reflexão, no qual os indivíduos, para a satisfação de suas necessidades comunitárias, trabalham juntos, e na maioria das vezes, com tensões, conflitos e contradições (RADFORD, 2021b).

Para esse teórico, o pensamento algébrico difere das demais correntescontemporâneas nos seguintes aspectos: o pensamento algébrico não deve estar associado apenas ao pensamento simbólico alfanumérico e não deve ser visto como umaaritmética generalizada. Ou seja, o simples fato da presença da linguagem alfanumérica numa atividade matemática "não é condição necessária nem suficiente para pensaralgebricamente" (2021a, p 175). Além disso, é preciso distinguir a aritmética da álgebra,posto que pensar algebricamente pressupõe operar dedutivamente e tratar grandezas desconhecidas como se fossem conhecidas, abrindo mão de estratégias intuitivas, comoa tentativa e erro, tão comuns no pensamento aritmético.

Para Radford, três vetores caracterizam o pensamento algébrico: aindeterminação de grandezas, a denotação das grandezas (que podem ser nomeadas ou simbolizadas) e a analiticidade (operar dedutivamente) (RADFORD, 2021b), sendo os dois primeiros também comuns ao pensamento aritmético, indicando, portanto, que a condição para se pensar algebricamente é a analiticidade, ou seja, operar com o desconhecido como se fosse conhecido a partir de deduções.

A indeterminação, ou senso de indeterminação, se caracteriza pelo desconhecido, designado para os objetos algébricos, como incógnitas e variáveis, sendo oposto à determinação numérica. A denotação é a forma como esses objetos algébricos são representados, a partir de diversos meios semióticos, como ações concretas, palavras, gestos, movimentos, desenhos, entre outros, além da linguagem alfanumérica.

Já a analiticidade é caracterizada pelo modo como os estudantes trabalham como desconhecido, de maneira analítica, a partir de premissas se realizam deduções para sechegar a determinados resultados, operando com o desconhecido como se fosse conhecido.

Nesse sentido, entendemos que um sujeito inicia seu processo de desenvolvimento do pensamento algébrico lançando mão de múltiplas linguagens, as quais precisam ser percebidas e estimuladas pelos professores. Sem, necessariamente, fazer uso de uma linguagem alfanumérica, os estudantes podem expressar o que pensam sobre objetos algébricos por diferentes meios semióticos, como gestos, postura corporal,desenhos, língua natural.

Percurso metodológico

Delineamento da tarefa

Para compreender as maneiras como crianças dos Anos Iniciais tornam-se conscientes de formas algébricas de pensar as situações matemáticas, foi proposto, no âmbito da disciplina de Didática da Álgebra[974], o delineamento e execução de uma tarefa com foco em sequências recursivas e generalização de padrões. Esta tarefa envolveu a consonância entre uma habilidade da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2018) e a utilização de um referencial dentre as teorias estudadas no semestre. Assim, ancorados no conceito da Teoria da Objetivação (TO) acerca de Pensamento Algébrico e na compreensão de que, nesta teoria, toda atividade de ensino-aprendizagem está associada a uma tarefa, elaboramos um enunciado contextualizado e uma série de perguntas dotadas de uma dificuldade conceitual crescente, a partir de uma sequência figural (apresentados nas Figuras 1), com que os estudantes deveriam lidar de forma colaborativa. Participaram dessa AEA três estudantes do 4º ano (9 e 10 anos), aqui indicados pelos nomes fictícios Pedro, Lucas e Ricardo, e uma professora pedagoga de uma escola pública da cidade de João Pessoa,.

Figura 1.

Sequência figural: os primeiros termos da sequência investigativa

[974] Disciplina oferecida pelos programas de pós-graduação da UFRPE (Programa de Pós Graduação em Ensino das Ciências) e da UFPE (Programa de Pós Graduação em Educação Matemática e Tecnológica), com carga horária de 30 h.

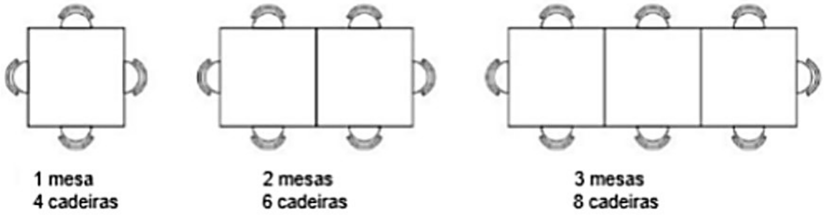


Figura 1 Figura 2 Figura 3

Ao escolhermos esta sequência figural e pensarmos nesta série de perguntas, levamos em consideração alguns elementos defendidos por Radford (2021) para odelineamento de tarefas, preconizando um dos aspectos metodológicos da TO: o conhecimento está diretamente associado à atividade de ensino-aprendizagem. Taiselementos são: levar em conta os saberes que os alunos já estão familiarizados; conceber problemas matemáticos em um contexto lúdico ou narrativo, que devem ser interessante do ponto de vista dos alunos; ter uma complexidade conceitual crescente e baseados em uma unidade conceitual e contextual; envolver o uso de artefatos e organizar a sala de aula de maneira que propicie uma forte interação entre os sujeitos e fomente formas coletivas de produção de saber.

A professora Cristina está organizando uma atividade com a turma do 4º ano. Para isso, ela

terá que distribuir as mesas e cadeiras da sala, conforme as figuras acima. Responda às questões abaixo, lembrando que você pode utilizar o material disponível para seu grupo:

a. Utilize os materiais disponibilizados pela professora e faça um desenho para mostrar
como as mesas e as cadeiras devem estar organizadas na figura seguinte. E, na figura 5, como ficaria esse desenho?

b. Descubra a quantidade de cadeiras necessárias para uma fileira formada por 10 mesas e por 20 mesas.

c. E pra 100 mesas? Quantas cadeiras serão necessárias?

d. Agora que tal você escrever um bilhete para crianças de outra escola, que também resolveram estes problemas, explicando como você fez para descobrir quantas cadeiras serão usadas para qualquer quantidade de mesas.

Baseados ainda nos aspectos metodológicos da TO, pensamos na organização dos sujeitos em um pequeno grupo e nos momentos da atividade: o primeiro momento foi a apresentação da atividade pela docente, seguido do trabalho do grupo sobre a tarefa. Num determinado momento, a professora participa, ombro a ombro, do processo numa concepção de labor conjunto, numa sistemática onde professor e estudante trabalham juntos e sempre ativos, como diz Radford no labor conjunto é afirmado o papel ontológico e epistemológico fundamental da matéria, do corpo, do movimento, daação, do ritmo, da paixão e da sensação do ser humano (RADFORD, 2021a)

Descrição e análise

A professora apresentou e descreveu a situação-problema na lousa. Já durante a descrição, foi possível perceber que os alunos identificam regularidades importantespara formular a generalização, como a relação funcional entre o número do termo da figura com a quantidade de mesas e que a cada termo o número de cadeiras aumenta, como descrito no diálogo a seguir:

Professora: Observem as organizações das mesas e cadeiras em cada figura. O quevocês conseguem perceber?

Pedro: Ah! Figura 1, é só uma mesa; figura 2, duas mesas; figura 3, três mesas.

Ricardo: E quanto maior a mesa, mais cadeiras…

(O que acham de colocar as transcrições nesse formato?)

A professora pede que Ricardo explique melhor essa relação entre a quantidade de mesas e cadeiras.

Ricardo: Uma mesa tem quatro cadeiras e aí quando tem duas mesas acrescentam mais duas cadeiras.

Pedro: E pra três mesas aumentou mais duas…

Ricardo: Não… Calma! Aumentou 4! Aqui 4, aqui 8 *(diz apontando ecomparando a quantidade de cadeiras da Figura 1 e Figura 3)*

Inquieto, Pedro levanta-se, vai até a lousa e começa a explicar suas conclusões, apontando para as figuras:

Pedro: Aqui tem quatro (*apontando para figura 1*)…Aqui tem 1, 2, 3, 4 … 1, 2. *(se refere a figura 2, indicando com o dedo inicialmente as quatro cadeiras que conserva da figura 1, e depois contando as duas que foram acrescentadas, indicando inclusive a posição delas).* Aqui, olha: 1, 2, 3, 4, 5, 6… 1, 2.

(*agora aponta na figura 3 as seis cadeiras que se mantém da Figura 2 e indica as duas acrescentadas, indicando a mesma posição).*

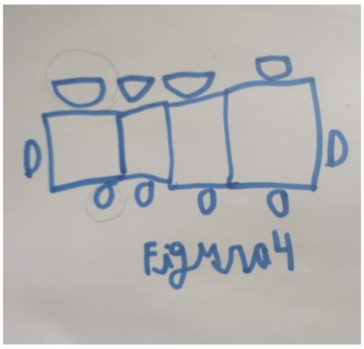
Professora: Acho que entendi o que você quer dizer. Na figura 2 você mantém 4 +2… Depois 6 + 2. Não é isso? *(a professora ao dizer isso aponta para as figuras).* **Pedro:** Ali tem quatro, depois seis, depois oito *(diz se distanciando do quadro e apontando para as figuras)* E conclui: Agora notei que a quantidade de cadeiras é par.

Ricardo faz um gesto de cabeça e uma expressão facial, indicando que agora concorda com Pedro. Nesse sentido, apesar da explicação verbal de Pedro não ser completamente compreendida, sua ação de apontar inicialmente para o número decadeiras mantidas e depois para as duas que foram acrescentadas, tanto da figura 2 quanto na figura 3, auxilia na compreensão do seu raciocínio.

A professora então propôs que as crianças continuassem a sequência até a figura 5, podendo fazer registros pictóricos. Sem dificuldade e sem precisar barganhar muito entre eles, Lucas, o estudante que se manteve apenas observando até o momento, dizque na Figura 4 são quatro mesas e os demais concordaram prontamente. Mas nas demonstram tanta segurança para dizer a quantidade de cadeiras. A docente entãosugere que usem o material disponível. Os estudantes desenham as quatro mesas e as cadeiras, conforme figura a seguir.

Figura 3.

Desenho feito por Lucas da Figura 4



Professora: São quantas cadeiras na figura 4?

Lucas: São 4 mesas e… 10 cadeiras *(usando quatro dedos para apontar as cadeiras de um ladodas mesas e depois repetindo o gesto para o outro lado da mesa).*

Ricardo: 4, 6, 8 e… 10 *(diz, virando-se para a lousa e apontando para cada figura até chegar num espaço vazio na lousa quando diz o 10, como se naquele espaço estivesse representada a figura 4).* Não precisava desenhar para saber!

Professora: Ok, Ricardo! Então eu posso achar a quantidade de mesas e cadeiras da figura 5, sem desenhar?

Ricardo: 4, 6, 8, 10… 12 *(faz uma contagem rítmica, recorrendo às figuras desenhadas na lousa e que já se sabe a quantidade de cadeiras)*

Até esse momento, fica evidente que as crianças lançam mão de estratégias aritméticas. Elas precisam recorrer a um termo anterior para encontrar o próximo. Essa relação de recorrência não dá conta de encontrar o número de cadeiras de termos distantes.

Professora: E na figura 10?

Lucas: 10 mesas e 22 cadeiras!

Professora: Você respondeu tão rápido! Não tive tempo nem de pensar *(diz a professora impressionada e rindo)***.**

Lucas: Eu pensei… Com 4 mesas são 10 cadeiras. Eu dobrei. Então na mesa 8 são 20. Então pra figura 10 seriam 22 cadeiras. Ah, não! São 24 cadeiras.

Pedro: É 22! É 22! *(levanta-se e fala com muito entusiasmo).* Olha, Em cada mesatem 2 cadeiras. Dez vezes 2… 20. Daí mais duas da ponta…22

Lucas e Pedro usam estratégias diferentes: o primeiro se valendo de uma estratégia aritmética de duplicação (calculando, de forma equivocada, o dobro da posição de um termo da sequência), enquanto o segundo aponta alguns indícios de pensamento algébrico, uma vez que não recorreu a termos anteriores, identificando queo número de mesas é primordial para encontrar o valor desconhecido. Radford (2021) nomeia essas diferentes formas de proceder de contradição e que isso não deve ser considerado uma falha, mas, ao contrário, deve ser entendida como “o motor queimpulsiona a atividade e a mantém em movimento. A contradição é parte do movimentodo saber” (RADFORD, 2021a p. 129)

Apesar de duas formas sofisticadas de generalização apresentadas por esses dois estudantes, ainda não podemos dizer que mobilizaram formas algébricas de pensar, pois ainda não atendem às três condições desse pensamento: a indeterminação, a denotação e a analiticidade. Até este momento, eles ainda não estabelecem uma covariação entre o valor do referido e sua posição, que os tornaria capazes de encontrar valores em termos remotos e a variável não consegue ser denotada.

Nesse momento, a professora se engajou numa ação de colaboração para criar condições para que Lucas e Ricardo compreendessem o raciocínio de Pedro, sugerindo que ambos usassem artefatos disponibilizados para montar as mesas e cadeiras da Figura 10.

Professora: O que a gente já sabe sobre a relação entre o número da figura e a quantidade de mesas?

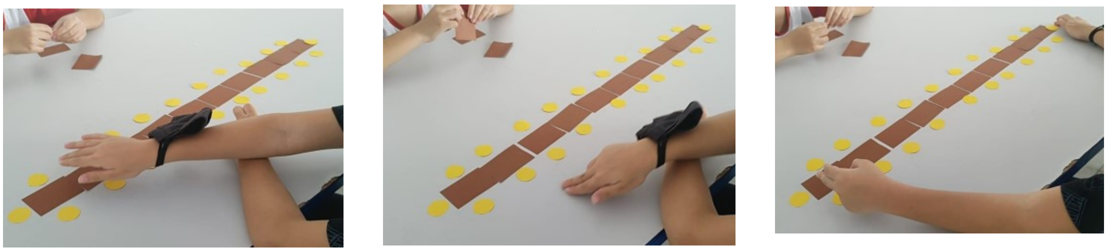
Lucas e Ricardo: É a mesma! *(em resposta uníssona)*.

Prontamente Ricardo pega 10 quadrados marrons para representar as mesas e os organiza. Os demais colegas vão organizando as cadeiras. Enquanto Lucas conta uma a uma, Ricardo faz uma contagem rápida e conclui que são 22 cadeiras. O trecho do diálogo a seguir, evidencia que o indivíduo não foca apenas na numerosidade, mas na espacialidade dos termos (linha de cima e linha de baixo):

Ricardo: 10, 20… Mais duas das pontas. *(deslizando o dedo e apontando para todas as 10 cadeiras de um lado das mesas e depois, repetindo o gesto, apontando e adicionando mais 10 cadeiras que estão do outro lado. Depois aponta para as cadeiras das extremidades)*

Figura 5.

Ricardo deslizando os dedos nas filas de cima e de baixo e indicando a necessidade de adicionar mais duas cadeiras das pontas



Professora: E na figura 20?

Lucas: Pegue as 20 mesas, multiplique por dois. Some as duas das pontas.

Professora: E na figura 100?

Ricardo: 100, 100.. (demonstrando insegurança)

Lucas: Multiplica, Ricardo.

Ricardo: 202!

Lucas: Se tiver 1000 mesas, vai ter 2002 cadeiras.

Nesse momento as crianças abrem mão da estratégia de duplicação. Pedro e Ricardo mobilizam formas algébricas de pensar levando em consideração o número de mesas e número da figura, entretanto, sustentam suas conclusões em estratégias diferentes, embora muito parecidas. Pedro percebe que em cada mesa há duas cadeiras, logo multiplica o número de mesas por dois; já Ricardo conta o número de cadeiras da linha superior e inferior, dando ênfase à questão espacial. É nesse momento que a relação funcional entre a variável (número de cadeiras) e o número da figura torna-se aparente para os alunos e eles são capazes de deduzir o número de cadeiras em qualquerfigura. Logo, respondem a todas as questões subsequentes prontamente.

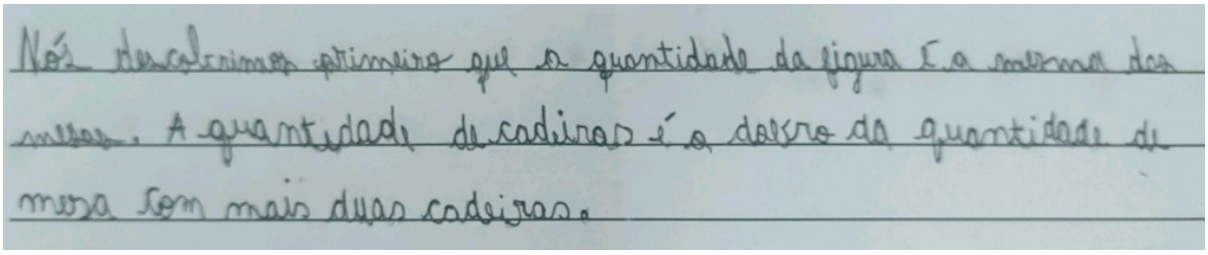
Isso é possível porque foram capazes de identificar uma característica comum e utilizá-la de forma analítica, Isso significa que a premissa percebida será utilizada como um princípio para deduzir uma fórmula capaz de encontrar a indeterminação de qualquer termo. É esse raciocínio dedutivo, capaz de estabelecer relações entre duas grandezas diferentes, que nos leva a concluir que a natureza do pensamento é algébrico.

Os meios semióticos de objetivação que emergiram nesse momento da atividade,os artefatos, os gestos indicadores, a entonação e ritmo da voz, foram determinantes na tomada de consciência. Os artefatos, por exemplo, auxiliaram a modelar e foram fundamentais para a organização visual das cadeiras para a percepção da relação funcional da posição da figura com o número de cadeiras fosse progressivamente notadas.

No último momento da tarefa, Ricardo, Pedro e Lucas deveriam escrever um bilhete que explicasse como descobrir a quantidade de mesas e cadeiras de qualquer figura dessa sequência. Mantendo a colaboração entre eles, as crianças escreveram o bilhete a seguir, que expressa, por meio de uma fórmula verbal, a generalização que objetivaram:

Figura 6.

Bilhete que explica a forma de encontrar a quantidade de cadeiras em qualquer figurada sequência.


Nós descobrimos primeiro que a quantidade da figura é a mesma das mesas. A quantidade de cadiras é o dobro da quantidadi di mesa com mais duas cadeiras.

Ao analisar a mensagem do bilhete, identificamos que, embora os estudantes não expressem a generalização do padrão algébrico de uma forma mais sofisticada, através de signos alfanuméricos, ela é algébrica. E é algébrico porque satisfaz as três condições: a indeterminação de grandezas, a denotação e a analiticidade.

Considerações finais

A atividade aqui relatada ilustra o encontro dos indivíduos com formas algébricas de pensar, mesmo tão jovens e com pouca vivência com tarefas de generalização de padrões, à medida que tiveram que lidar com uma série de perguntas progressivamente mais complexas. Para Radford, esse encontro só é possível na atividade. Nesse sentido, a interação entre os sujeitos, trabalhando juntos, levou amaterialização do saber.

É importante perceber que as formas de pensar emergiram não de forma linear e não ocorreram concomitantemente entre as crianças, mas o senso de coletividade, fundamental no Labor Conjunto, foi importante para que todos atingissem o processo deobjetivação. Ao longo de toda tarefa, numa relação dialógica com as crianças, a professora exerceu uma importante função: por meio de questionamentos, incentivou o debate e um espaço para troca de ideias de maneira respeitosa, despertando nos estudantes o senso de responsabilidade e zelo pelos colegas.

As primeiras perguntas e a forma como as crianças chegaram às respostas estão associadas a uma experiência sensorial concreta e determinações sensíveis (relação de recorrência e a forma da figura), uma vez que as reflexões entre eles aconteceram a partir do uso de materiais concretos para modelar e resolver o problema. A crescente complexidade das perguntas aponta que formas aritméticas de pensar não seriam suficientes para encontrar o indeterminado em qualquer posição da sequência figural.

Outrossim, nessa experiência fica claro para nós o papel mediador da atividade para que a aprendizagem aconteça: ela exerce um papel chave na atualização do saber em conhecimento, uma vez que foi por meio do Labor Conjunto que as formas culturaise históricas de pensamento algébrico se tornaram objetos de consciência dos indivíduos.Para Radford (2021a, p. 111) "a consciência emerge da atividade e é na atividade histórico-cultural que a consciência encontra sua substância".

Referências

Almeida, J. (2017) Álgebra Escolar na Contemporaneidade: uma discussão necessária. Em teia - Revista de Educação Matemática e tecnológica Iberoamericana, Recife (PE), v. 8, n. 1. p. 1 - 18.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Terceira versão revista. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br

Radford, L. (2021a). *Teoria da Objetivação:* Uma perspectiva vygotskiana sobre conhecer e vir a ser no ensino e aprendizagem da matemática. Tradução de Bernadete B.Morey e Shirley T. Gobara. São Paulo: Editora Livraria da Física.

Radford, L. (2021b). Aspectos conceituais e práticos da teoria da objetivação. In V. Moretti & L. Radford (Eds.), Pensamento algébrico nos anos iniciais: Diálogos e complementaridades entre a teoria da objetivação e a teoria histórico-cultural (pp. 35-56). São Paulo: Editora Livraria da Física.

Ponte, J.; Branco, N.; Matos, A. (2009) Álgebra no Ensino Básico. Ministério daEducação, Portugal. Direção Geral de Integração e de Desenvolvimento Curricular(DGIDC). Portugal

Tecnologia digital e outros recursos para o ensino e aprendizagem da matemática

Ensinar matemática a partir de uma perspectiva interdisciplinar: percepções sobre o uso da plataforma Aleks

Teaching mathematics from an interdisciplinary perspective: perceptions of the use of Aleks platform

Enseñar matemáticas desde una perspectiva interdisciplinar: percepciones del uso de la plataforma Aleks

Felipe Marín Álvarez
Universidad Andrés Bello
0000- 0002-2345-3104

Gala Fernández Frésard
Universidad Católica de Chile
0000-0001-7496-6447

Modalidad: Comunicación
Núcleo Temático: Tecnología digital y otros recursos para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

Resumo

Esta pesquisa investiga o processo de aprendizagem da disciplina de Matemática em estudantes universitários do primeiro ano da carreira de Engenharia Comercial, em uma universidade privada chilena durante o início da pandemia. O objetivo do estudo foi identificar as percepções desenvolvidas pelos alunos sobre o processo em que a disciplina foi desenvolvida. Os participantes foram XX alunos do curso de Matemática I inseridos na malha curricular da carreira de Engenharia Comercial, sendo assim uma amostra mista. A questão de pesquisa que foi trabalhada foi qual a percepção dos alunos sobre o processo de ensino-aprendizagem da disciplina de Matemática I trabalhando com a plataforma Aleks? Assim, a metodologia foi qualitativa, utilizando como instrumentos a entrevista estruturada. Os resultados mostraram percepções favoráveis, alta recomendação e atitude positiva em relação ao estudo virtual quando acompanhado da plataforma utilizada. O estudo fundamenta a continuidade do uso do Aleks na disciplina observada e possibilita projetar uma futura ampliação de sua implementação em outras disciplinas e carreiras.
Palavras-chave: aprendizagem ativa, matemática, TIC, estudante universitário, ensino multimídia.

Abstract

This research investigates the learning process of the Mathematics subject in first-year university students of the Commercial Engineering career, in a Chilean private university during the beginning of the pandemic. The objective of the study was to identify the perceptions developed by the students about the process in which the subject was developed. The participants were XX students of the Mathematics I course inserted in the curricular mesh of the Commercial Engineering career, thus being a mixed sample. The research question that was worked on was what are the students' perceptions of the teaching-learning process of the Mathematics I subject working with the Aleks platform? Thus, the methodology was

qualitative, using the structured interview as instruments. The results showed favorable perceptions, high recommendation and a positive attitude to virtual study when accompanied by the platform used. The study bases the continuity of the use of Aleks in the observed subject and makes it possible to project a future expansion of its implementation in other subjects and careers.
Keywords: active learning, mathematics, ICT, university student, multimedia teaching.

Resumen

La presente investigación indaga en el proceso de aprendizaje de la asignatura de Matemáticas en estudiantes universitarias(os) de primer año de la carrera de Ingeniería Comercial, en una universidad privada chilena durante el inicio de la pandemia. El objetivo del estudio fue identificar las percepciones desarrolladas por las(os) estudiantes sobre el proceso desarrollado. Las(os) participantes fueron 23 estudiantes del curso Matemáticas I inserto en la malla curricular de la carrera Ingeniería Comercial, siendo de esta manera uma muestra mixta. La pregunta de investigación sobre la que se trabajó fue ¿cuáles son las percepciones de las(os) estudiantes al proceso de aprendizaje de la asignatura Matemáticas I trabajando con la plataforma Aleks?. Así, la metodología fue la cualitativa empleando como instrumentos la entrevista estructurada. Los resultados dieron cuenta de percepciones favorables, alta recomendación y una actitud positiva al estudio virtual cuando es acompañado por la plataforma utilizada. El estudio fundamenta la continuidad del uso de Aleks en la asignatura observada y hace posible proyectar una futura ampliación de su implementación en otras asignaturas y carreras.
***Palabras clave*:** aprendizaje activo, matemáticas, TIC, estudiante universitario, enseñanza multimedia.

Introducción

En Chile, con la llegada de la pandemia, la gran mayoría de las instituciones universitarias han tenido que virtualizar sus clases para dar continuidad a sus modelos educativos. Al ingreso a la educación universitaria, los estudiantes se encuentran con un continuo de cambios y vivencias, marcados por diferentes factores que van desde las conductas que traen adquiridas desde el periodo escolar, hasta un plano actitudinal que presentan frente al estudio (Marín, 2018). Una de las asignaturas donde con fuerza se observa lo anterior es la de matemáticas, no solo por el nivel de dificultad de su contenido, lo que ha instalado una imagen negativa, restricciones emocionales, estados de ánimo y humores (McLeod, 1994) sino también por las respuestas emocionales que trae consigo en quienes las estudian (Vejar y Ávila, 2020).

El impacto que el confinamiento ha tenido en estudiantes universitarios en cuarentena, reportado por Khan et al. (2020), ha estado asociado a vivencias de ansiedad, crisis de pánico, trastornos del sueño, ira y desilusión. En China se realizó un estudio con universitarias(os), pertenecientes a una zona donde se inició el brote de Covid-19, los resultados mostraron en ellas/os síntomas como depresión, estrés y ansiedad (Wang et al., 2020). En el reciente Informe del Instituto Internacional de la UNESCO para la Educación Superior en América Latina y el Caribe (Alvárez, 2020), se menciona que el impacto de la pandemia en la salud emocional, producida por la perdida de contacto social y de las rutinas de socialización, está dentro de las principales consecuencias de la pandemia (Velázquez, 2020). Las medidas de distanciamiento social, confinamiento, el miedo al contagio y la suspensión de actividades sociales y recreativas han generado niveles altos de estrés en la población (Barraza, 2020). Así, el ingreso de miles de estudiantes al primer año de universidad durante el 2020 estuvo marcado por la adaptabilidad a la virtualización de contenidos hasta allí entregados en forma presencial. Considerando que en los cursos de matemáticas se observan posicionamientos emocionales, actitudinales y relaciones con saberes matemáticos anteriores dado por características personales (Gómez y Marbán, 2019), así como saberes matemáticos anteriores (Gómez-Chacón, 2016), entonces resulta relevante observar este fenómeno donde las emociones se suscitan en el escenario de una nueva experiencia multidimensional, entendida como subjetiva, somática, motivacional y teñida por factores contextuales y culturales (Hofmann, 2018).

La plataforma interactiva Aleks en la enseñanza de las matemáticas

Los contextos pedagógicos han evolucionado y con ellos sus prácticas, las que intentan dar respuesta a los cambios, demandas y necesidades emergentes. La combinación de la sociedad del conocimiento y la sociedad en red, constituyen un nuevo espacio social que posee estructuras e interacciones nuevas y más eficientes (Gurung, 2015); así ha nacido un nuevo concepto de alfabetización digital, compuesto por los conocimientos previos, las competencias centrales, las actitudes y perspectivas (García y Manso, 2018). Estos cambios en las prácticas pedagógicas y metodológicas, con principios reinventados desde perspectivas innovadoras, han promovido la reflexión sobre el desarrollo de otros espacios formativos y de creación. En los últimos años, se ha instalado el uso de tecnologías aplicadas a la educación, a partir de las que es posible asociar el componente tecnológico con su impacto en la gestión de la información (Cammaerts, 2017). Así, las TIC's son herramientas tecnológicas digitales que apoyan la comunicación y la información (Sánchez, García, Steffens y Palma, 2019) y poseen diversas características, que van desde la inmaterialidad, interactividad, instantaneidad, innovación, y elevada calidad en imagen y sonido; hasta la digitalización e interconexión (Jin y Cho, 2015).

De esta manera, se dispone de una diversidad de herramientas que permiten a las(os) docentes interactuar con sus estudiantes para fomentar la participación, motivación e interés por el tema tratado, con la finalidad de transmitir el conocimiento de una manera significativa (Torres y Velandia, 2013). Diversas instituciones universitarias en Chile han planteado estrategias metodológicas de carácter altamente responsivo que apuntan a trabajar conceptos desde el prisma lúdico, con ejercicios con retroalimentación. Se ha trabajado estrategias de innovación en el aula centrada en la incorporación de contenidos de nivel superior; conexiones intra-matemáticas y extra-matemáticas, junto a la incorporación de materiales visuales, manipulativos y recursos informáticos mediante el pensamiento crítico (Breda, 2020). Ejemplo de esto lo constituye el programa Assessment and Learning in Knowledge Spaces (Aleks).

Esta plataforma es un sistema de inteligencia artificial desarrollado por un equipo de investigadores de la Universidad de Nueva York y la Universidad de California, con el apoyo de la National Science Foundation y tiene como objetivo formar un marco básico de comprensión de los conceptos matemáticos (Boykin y Xiao, 2009).

La utilización de esta herramienta evalúa en primer lugar el conocimiento de las(os) estudiantes mediante una serie de preguntas introductorias que la plataforma llama ‘verificación de conocimientos’. Luego, Aleks elige el tema adecuado para cada estudiante, según el resultado de dicha verificación, junto al grado de dificultad de los contenidos con los que se continuará ejercitando (Maćkowski, Brzoza, Żabka y Spinczyk, 2018). Para ello, se enfoca en las brechas del conocimiento individual de las(os) estudiantes, empleando herramientas de evaluación y aprendizaje personalizado que fortalezcan sus habilidades; estrategias de flexibilidad de contenido; gestión de recursos; y acceso ilimitado en línea, dado su nivel de adaptabilidad a cualquier dispositivo tecno- lógico (Boykin y Xiao, 2009), caracterizados por la capacidad de soportar una amplia gama de contenidos evitando preguntas de opción múltiple (Nwaogu, 2012).

La presente investigación

Se consideró necesario indagar en las percepciones que tienen las(os) estudiantes sobre el proceso de aprendizaje en esta nueva realidad virtualizada. La pregunta de investigación fue ¿Cuáles son las percepciones que tienen las(os) estudiantes sobre el proceso de aprendizaje de la asignatura Matemáticas 1, asociadas al trabajo con la plataforma interactiva Aleks en contexto de pandemia?, interrogante fundada en la necesidad de conocer la satisfacción que las(os) estudiantes pudieran o no tener con el uso de esta TIC como recurso metodológico fundamental de la asignatura en estudio. El objetivo del estudio fue identificar las percepciones de las(os) estudiantes sobre el proceso de aprendizaje de la asignatura Matemáticas 1, asociadas al trabajo con la plataforma interactiva Aleks. Los objetivos específicos fueron identificar las percepciones de las(os) estudiantes respecto del diálogo con la plataforma, con el profesor y con el contexto de pandemia que estaban viviendo.

La metodología

Fue la cualitativa, tomando por objeto de estudio el relato de las(os) estudiantes, con foco en el entendimiento del discurso, desde la perspectiva de las ciencias humanas de Fischer, Laubascher y Brook (2016), y en poder comprender lo observado por medio de significados (Guerrero, Prado, Kempfer y Ojeda, 2017), considerando que la investigación cualitativa se construye en un cuadro holístico y complejo, detallando los puntos de vista de los informantes en un escenario natural (Pérez, 1998).

El enfoque epistemológico correspondió al paradigma interpretativo, en tanto se consideró que los objetos de conocimiento son construidos y no registrados pasivamente, y que el principio de esa construcción es el sistema de disposiciones estructuradas y estructurantes que se constituye en la práctica y que está siempre orientado hacia funciones prácticas (Vasilachis, 1992). El enfoque metodológico del estudio fue el hermenéutico, dado su carácter naturalista a fin de interpretar los fenómenos en términos de los significados que las personas les otorgan (Fuster, 2019). El diseño del estudio fue el fenomenológico, en tanto se enfocó en las experiencias individuales y subjetivas de las(os) participantes (Salgado, 2007), indagando en el significado, estructura y esencia de las experiencias vividas. Así, la investigación pretende comprender los motivos y creencias que están detrás de las acciones (Quecedo y Castaño, 2002), junto con describir y entender los fenómenos basado en el análisis de contenidos y temas específicos (Sampieri, 2018). Se ha escogido una muestra no probabilística, por conveniencia, compuesta por 23 estudiantes que cursaron la asignatura Matemáticas 1, dado que el foco está puesto en la particularidad de sus vivencias donde lo que importa es la riqueza, calidad y profundidad de la información por sobre la generalización, la cantidad y estandarización (Scharager y Reyes, 2001).

Resultados

En la línea de las percepciones que presentan las(os) estudiantes respecto del diálogo con la plataforma, diálogo con el profesor y diálogo con el contexto de pandemia, se observó por separado los significados que cada estudiante construyó, para así tener una imagen global del fenómeno, apuntando a "comprender cómo funcionan todas las partes juntas para formar un todo" (Pérez, 1998, p.81), aspecto que se consideró central, dado que el mundo social está construido de significados y símbolos (Jiménez, 2000) y puede comprenderse a raíz de la recepción e interpretación de dichos significados.

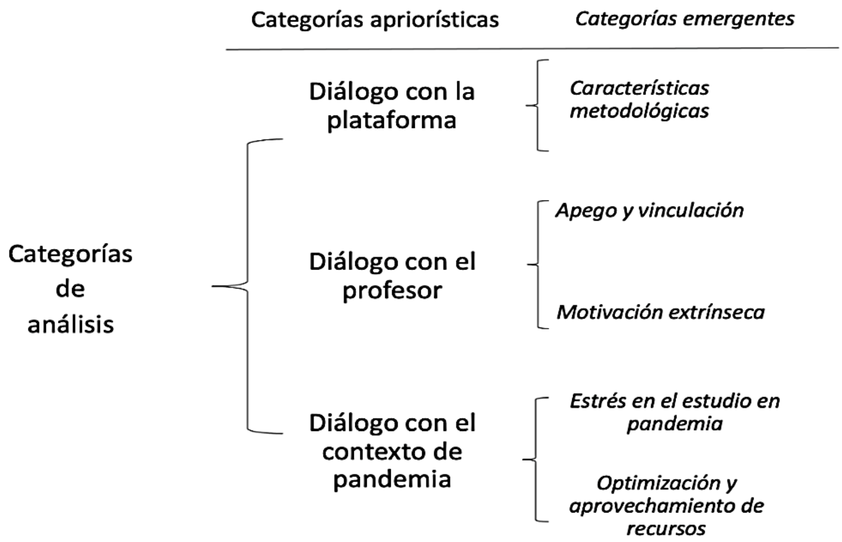
Así, las entrevistas realizadas buscaron un diálogo abierto en el encuentro (Guerrero et al., 2017) en el cual el fenómeno es transmitido a través del discurso de las personas (Heidegger, 2015) respecto de una vivencia que ha sido experimentada y que ha almacenado en su conciencia, es decir, le ha dado significación. De esta forma, lo que se rescata es el discurso ya procesado por la persona (Maurice, 2006). Además, la inclusión de elementos lúdicos de Aleks, haría el proceso de aprendizaje mucho más llevadero y cercano, a través del establecimiento de conexiones matemáticas (Breda, 2020), posibilitadas por la combinación del juego y la ejercitación, incorporando materiales visuales, manipulativos y recursos informáticos mediante el pensamiento crítico (Breda, 2020) lo que por sí mismo hace necesaria la mirada interdisciplinar del aula.

Respecto de los resultados obtenidos relativos al diálogo que las(os) estudiantes pudieron establecer con el profesor, se establece a éste como una figura homologable con una figura de apego, lo que se considera de gran relevancia en el escenario de alta incidencia de variaciones emocionales o desregulaciones generadas por el estrés, la ansiedad y la incertidumbre, producidos por largos períodos de confinamiento (Khan et al., 2020; Wang et al., 2020; Ozamiz et al., 2020), en los que el contacto con compañeras(os) y profesoras(es) se restringe a los espacios de videoconferencias sincrónicas. De acuerdo con la teoría del apego, abocada al estudio de las relaciones entre adolescentes y adultos y de los procesos psicológicos como funcionamiento interpersonal, emoción y regulación (Mikulincer y Phillip, 2012), el profesor como figura que transmita seguridad a las(os) estudiantes, posibilitaría la baja en la sensación de estrés y en la recurrencia de problemas de salud mental, que se ven alterados en situación de confinamiento. Respecto de los resultados obtenidos relativos a la motivación extrínseca que el profesor pudo haber promovido en las(os) estudiantes, se obtuvieron percepciones de alta motivación por el estudio, generadas por la acción del profesor en el proceso de aprendizaje. Ello se considera de gran relevancia dada la relación directa que es posible establecer entre la motivación y el rendimiento académico (Cerasoli et al., 2014; Cook y Artino, 2016), y las dificultades que el primer año de estudios trae consigo, tanto en el plano relacional y actitudinal (Marín, 2018), como en el emocional (Vejar y Ávila, 2020).

En síntesis, los resultados permiten afirmar que, efectivamente, el profesor fue capaz de interactuar con las(os) estudiantes para fomentar su participación, motivación e interés, con la finalidad de transmitir el conocimiento de una manera significativa (Torres y Velandia, 2013). Respecto de los resultados obtenidos relativos al diálogo de las(os) estudiantes con el contexto de pandemia, la alta valoración de la virtualización del proceso de aprendizaje en contexto de confinamiento, obedecería en gran medida a la optimización de recursos, en especial respecto de la economía en tiempo y costos de traslado y la posibilidad de compatibilizar el estudio con actividades de la vida laboral o personal, lo que deja en evidencia que la carga de responsabilidades que las(os) estudiantes deben enfrentar en un primer año de estudios es elevada. En este sentido las percepciones que mantienen las(os) estudiantes respecto de una sensación de estrés transversal frente al estudio virtualizado, hace visible que los procesos educativos deben estar bien acompañados en todas las asignaturas que se cursen en paralelo, de manera que las(os) estudiantes puedan mantener un posicionamiento emocional y actitudinal (Gómez y Marbán, 2019) apropiado a la incorporación de nuevo conocimiento y acorde a la magnitud de los desafíos de una sociedad en creciente virtualización y cambio.

Figura 1

Categorías presentes en la investigación



Conclusiones

Como resultado de la reflexión sobre las percepciones de las(os) estudiantes del curso matemáticas 1, sobre el proceso de aprendizaje en esta nueva realidad virtualizada y el uso de la plataforma interactiva Aleks, guiada por el profesor de la asignatura, se concluye que las percepciones que tienen las(os) estudiantes son de valoración altamente positiva asociadas al diálogo tanto con la plataforma, como con el profesor. Asociadas al diálogo con el contexto de pandemia, hay percepciones de valoración negativa en relación con el nivel de estrés, y de valoración positiva en relación a la optimización de recursos. Se observa gran satisfacción hacia el proceso experimentado por las(os) estudiantes, gracias al refuerzo de contenidos de álgebra elemental que provee Aleks, otorgando una base más sólida para la asignatura.

Las características de la plataforma mejor valoradas por las(os) estudiantes son su alto nivel de responsividad (pudiendo ser trabajada en Tablet, iPod, celulares y computadores, en cualquier instante o día de la semana); y la capacidad de trabajo de ejercicios en forma secuenciada (de menor a mayor grado de dificultad). En general, las percepciones negativas tienen relación con el nivel de exactitud que el sistema exige en la corrección de respuestas (por ejemplo, la forma en que deba estar ordenado un polinomio, o el orden en la que se presenta la escritura de suma de fracciones parciales). Queda expuesta la complejidad del escenario de pandemia y la alta incidencia de indicadores de estrés, devenidos de problemas externos al desarrollo propio del curso tales como dificultad de conectividad y problemas asociados a la disponibilidad y comodidad del espacio físico de estudio.

Además, los conflictos emocionales relacionados con la falta de contacto físico e interacción presencial influyen en el nivel de motivación y la continuidad del proceso de aprendizaje, sobre todo considerando que se enfrenta un primer año de estudios. Por otro lado, es posible concluir que la valoración positiva de la optimización de recursos que las(os) estudiantes reportan, en relación con la mejora considerable en la organización del tiempo y ahorro de dinero, responde a una preexistencia de sobrecarga de actividades, que exige demasiado a las(os) estudiantes, tanto en tiempo, como en dinero.

Sin perjuicio de lo anterior, respecto del supuesto del estudio, es posible afirmar que las(os) estudiantes tuvieron percepciones favorables y actitud positiva al estudio virtualizado con la plataforma Aleks, dadas sus características de ejercitación y respuesta inmediata con recursos lúdicos. Éstas otorgaron una percepción de satisfacción y alivio a las(os) alumnas/os, respecto de la sensación de estrés asociada al proceso de aprendizaje, incrementada en el contexto de pandemia. Además, han manifestado el deseo de tener programas como Aleks en los siguientes cursos de matemáticas de la carrera, pues lo consideran un apoyo constante.

Finalmente, se observa un alto reconocimiento y valoración del apoyo y acompañamiento entregados por el profesor del curso, relevando la flexibilidad metodológica en contexto de pandemia, idea que sustenta que la implementación de TIC debe ser mediada y acompañada por el(la) docente, a fin de propiciar una respuesta emocional y actitudinal favorable de las(os) estudiantes ante la herramienta tecnológica, el aprendizaje y el estudio.

Referencias

Ávila, J. y Vejar, M. (2020). Emociones de estudiantes de tercer año básico en el contexto de evaluaciones escritas en educación matemática. *Paulo Freire. Revista De Pedagogía Crítica*, *23*, 47-68. https://doi.org/10.25074/07195532.23.1652

Barraza, A. (2020). El estrés de pandemia COVID 19 en la población mexicana. Centro de Estudios Clínica e Investigación Psicoanalítica S.C, México. Disponible en: http://www.upd.edu.mx/PDF/Libros/Coronavirus.pdf

Boykin, K. y Xiao, Z. (2009). New Artificial Intelligence Systems for Improving Student Math Skills: Assessment and Learning in Knowledge Spaces (ALEKS). Disponible en: http://www.map.ua.edu/more/EMAP-ALEKS-Distance-Learning.pdf

Breda, A. (2020). Características del análisis didáctico realizado por profesores para justificar la mejora en la enseñanza de las matemáticas. *Bolema: Boletim de Educação Matemática,* 34, 69-88. https://doi.org/10.1590/1980-4415v34n66a04

Cammaerts, B. (2017). ICT-usage Among Transnational Social Movements in the Networked Society: To Organise, to Mobilise and to Debate. En: *Media, Technology and Everyday Life in Europe* (pp. 71-90). Routledge.

Cerasoli, C., Nicklin J. y Ford, M. (2014). La motivación intrínseca y los incentivos extrínsecos predicen conjuntamente el rendimiento: un metaanálisis de 40 años. *Psychol Bull*, 140(4), 980-1008.

Cook, D. y Artino, A. (2016), Motivation to learn: an overview of contemporary theories. *Medical education,* 50(10), 997-1014. https://doi.org/10.1111/medu.13074

Fischer, Laubascher, y Brook (Edits.). (2016). *The Qualitative Vision for Psychology. An invitation to a human science approach*. Pittsburgh, Pennsylvania: Duquesne University Press.

Fuster, D. (2019). Investigación cualitativa: Método fenomenológico hermenéutico. *Propósitos y Representaciones*, 7(1), 201-229. https://dx.doi.org/10.20511/pyr2019.v7n1.267

García, C., y Manso, J. (Eds.). (2018). *Transforming education for a changing world*. Adaya Press.

Gómez-Chacón, I., y Marbán, J. (2019). Afecto y conocimiento profesional docente en matemáticas. Disponible en: http://funes.uniandes.edu.co/22741/

Gómez-Chacón, I. (2002). Afecto y aprendizaje matemático: Causas y consecuencias de la interacción emocional. Disponible en: https://eprints.ucm.es/id/eprint/23048/

Guerrero-Castañeda, R., Prado, M., Kempfer, S., & Ojeda, M. (2017). Momentos del proyecto de investigación fenomenológica en enfermería. *Index de Enfermería*, *26*(1-2), 67-71.

Guerrero-Castañeda, R., Menezes, T. y Prado, M. (2019). La fenomenología en investigación de enfermería: reflexión en la hermenéutica de Heidegger. *Escola Anna Nery*, 23. https://doi.org/10.1590/2177-9465-ean-2019-0059

Gurung, B. (2015). Pedagogías emergentes en contextos cambiantes: pedagogías en red en la sociedad el conocimiento. *Enunciación*, 20(2), 271-286.

Heidegger, M. (2015). *Ser y tiempo*. Santiago de Chile: Trotta.

Hofmann, S. (2018). *La emoción en psicoterapia: De la ciencia a la práctica.* Paidós.

Jiménez, B. (2000). Investigación cualitativa y psicología social crítica. *Contra la lógica binaria y la ilusión de la pureza. Investigación cualitativa en Salud*, 17.

Jin, S. y Cho, C. (2015). Is ICT a New Essential for National Economic Growth in an Information Society? *Government Information Quarterly*, 32(3), 253-260

Khan, S., Siddique, R., Li, H., Ali, A., Shereen, M. A., Bashir, N., y Xue, M. (2020). Impact of coronavirus outbreak on psychological health. *Journal of Global Health,* 10(1), 1–6. https://doi.org/10.7189/jogh.10.010331

Marín Álvarez, F. (2018). Actitudes de los estudiantes hacia el estudio de las matemáticas en su entorno familiar y en el aula, un acercamiento desde el dominio afectivo. 192-199. Disponible em: http://funes.uniandes.edu.co/13304/

McLeod, D. (1994). Research on Affect and Mathematics Learning in the JRME: 1970 to the Present. *Journal for Research in Mathematics Education*, *25*(6), 637. https://doi.org/10.2307/749576

Maurice, M. (2006). *Fenomenologia da percepção.* São Paulo: WSF Martins Fontes.

Maćkowski, M., Brzoza, P., Żabka, M., y Spinczyk, D. (2018). Multimedia platform for mathematics interactive learning accessible to blind people. *Multimedia Tools and Applications*, 77(5), 6191-6208.

Mikulincer, M. y Phillip, S. (2012). An attachment perspective on psychopathology. *World Psychiatry*, *11*(1), 11-15.

Nwaogu, E. (2012). The effect of ALEKS on students' mathematics achievement in an online learning environment and the cognitive complexity of the initial and final assessments. Georgia State University.

Alvárez, M. (2020). COVID-19 y educación superior: De los efectos inmediatos al día después. Análisis de impactos, respuestas políticas y recomendaciones. *Revista Argentina de Educación Superior*, (20), 156-158.

Organización Mundial de la Salud (2020). Preguntas y respuestas sobre la enfermedad por coronavirus (COVID-19). Disponible em: https://www.who.int/es/emergencies/diseases/novel-coronavirus-2019/advice-for-public/q-a-coronaviruses

Ozamiz-Etxebarria, N., Dosil-Santamaria, M., Picaza-Gorrochategui, M., & Idoiaga-Mondragon, N. (2020). Stress, anxiety, and depression levels in the initial stage of the COVID-19 outbreak in a population sample in the northern Spain. *Cadernos de saude publica*, *36.*

Pérez, G. (1998). *Investigación cualitativa retos e interrogantes*. España, La Muralla.

Quecedo, R., y Castaño, C. (2002). Introducción a la metodología de investigación cualitativa. *Revista de psicodidáctica,* (14), 5-40.

Salgado, A. (2007). Investigación cualitativa: diseños, evaluación del rigor metodológico y retos. *Liberabit,* 13(13), 71-78.

Sampieri, R. (2018). *Metodología de la investigación: las rutas cuantitativa, cualitativa y mixta*. McGraw Hill México.

Sánchez-Otero, M., García-Guiliany, J., Steffens-Sanabria, E., y Palma, H. (2019). Estrategias Pedagógicas en Procesos de Enseñanza y Aprendizaje en la Educación Superior incluyendo Tecnologías de la Información y las Comunicaciones. *Información tecnológica*, 30(3), 277-286. http://dx.doi.org/10.4067/S0718-07642019000300277

Scharager, J., y Reyes, P. (2001). Muestreo no probabilístico. *Pontificia Universidad Católica de Chile, Escuela de Psicología*, 1, 1-3.

Torres, J. y Velandia, S. (2013). Influencia de las Estrategias Pedagógicas en los Procesos de Aprendizaje de los Estudiantes de una Institución de Básica Primaria de la Ciudad de Bucaramanga, Puente. *Universidad Pontificia Bolivariana,* 7(2), 117-130.

Vasilachis, I. (1992). *Métodos cualitativos I. Los problemas teórico-epistemológicos.* Centro Editor de América Latina, Buenos Aires.

Velázquez, L. G. (2020). Estrés académico en estudiantes universitarios asociados a la pandemia por COVID-19. *Espacio I+D, innovación más desarroll,,* 9(25). https://doi.org/10.31644/IMASD.25.2020.a10

Wang, C., Pan, R., Wan, X., Tan, Y., Xu, L., Ho, C. S., y Ho, R. C. (2020). Immediate psychological responses and associated factors during the initial stage of the 2019 coronavirus disease (COVID-19) epidemic among the general population in China. *International Journal of Environmental Research and Public Health*, 17(5). https://doi.org/10.3390/ijerph17051729

O movimento maker no ensino da Matemática, uma metodologia investigativa

The maker movement in mathematics teaching, an investigative methodology

El movimiento maker en la enseñanza de las matemáticas, una metodología investigativa

Jéssica Agna C. de Andrade Silva[975]
UFRN – Brasil
0000-0002-6293-5384

André Parducci Soares de Lima[976]
UFRN – Brasil
0000-0002-2393-7627

Ismenia Blavatsky de Magalhães[977]
UFRN – Brasil
0000-0003-2390-0194

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Tecnologia digital e outros recursos para o ensino e aprendizagem da matemática

Resumo

O objetivo desse trabalho é mostrar a cultura maker como uma ferramenta investigativa e motivadora na aprendizagem matemática a partir da criação de jogos, propor o desenvolvimento afetivo e cognitivo do aluno na sua formação social e nos aspectos da aprendizagem, além de mostrar como o movimento maker pode ser usado como ferramenta educacional, proporcionando a motivação em criar e aprender matemática. Essa experiência foi realizada em uma turma do Ensino Fundamental II anos finais no município de Natal/RN/Brasil. A metodologia desse trabalho foi o uso da cultura maker para a criação de jogos e como esse recurso é interessante para o processo criativo e cognitivo dos alunos, proporcionando uma fixação mais significativa dos conteúdos. Na realização dessa intervenção os alunos criaram jogos a partir dassuas experiências e vinculando-os aos conteúdos de matemática que eles conheciam. Os resultados obtidos permitem considerar que esse processo desperta a criatividade e a contextualização dos conteúdos de matemática dentro da sala de aula, proporcionando uma aprendizagem mais significativa e odesenvolvimento de novas habilidades e a autonomia na busca do conhecimento.

[975] jessica.agna@gmail.com
[976] andre_parducci@hotmail.com
[977] ismenia@imd.ufrn.br

Palavras-Chaves: Cultura maker, Jogos, Criatividade, Motivação, Matemática.

Abstract

The objective of this work is to show the maker culture as an investigative and motivatingtool in mathematical learning from the creation of games, to propose the affective and cognitive development of the student in their social formation and in the aspects of learning, in addition to showing how the maker movement can be used as an educational tool, providing the motivation to create and learn mathematics. This experience was carried out in a class of Elementary School II final years in the city of Natal/RN/Brazil. The methodology of this work was the use of the maker culture for the creation of gamesand how this resource is interesting for the creative and cognitive process of the students,providing a more significant fixation of the contents. In carrying out this intervention, thestudents created games based on their experiences and linking them to the mathematics content they knew. The results obtained allow us to consider that this process awakens creativity and the contextualization of mathematics content within the classroom, providing more meaningful learning and the development of new skills and autonomy inthe search for knowledge.

Keywords: Maker culture, Games, Creativity, Motivation, Mathematics.

Resumen

El objetivo de este trabajo es mostrar la cultura maker como herramienta investigativa y motivadora en el aprendizaje matemático a partir de la creación de juegos, proponer el desarrollo afectivo y cognitivo del estudiante en su formación social y en los aspectos del aprendizaje, además de mostrando cómo el movimiento maker se puede utilizar como una herramienta educativa, proporcionando la motivación para crear y aprender matemáticas.Esta experiencia fue realizada en una clase de los últimos años de la Enseñanza Básica II en la ciudad de Natal/RN/Brasil. La metodología de este trabajo fue el uso de la cultura maker para la creación de juegos y cómo este recurso resulta interesante para el proceso creativo y cognitivo de los estudiantes, brindando una fijación más significativa de los contenidos. Al realizar esta intervención, los estudiantes crearon juegos basados en sus experiencias y vinculándolos con los contenidos matemáticos que conocían. Los resultados obtenidos permiten considerar que este proceso despierta la creatividad y la contextualización de los contenidos matemáticos dentro del aula, propiciando un aprendizaje más significativo y el desarrollo de nuevas habilidades y autonomía en la búsqueda del conocimiento.

Palabras - clave: Cultura maker, Juegos, Creatividad, Motivación, Matemáticas.

Considerações Iniciais

Os jogos são ferramentas milenares, que foram apreciados por diferentes momentos na história da humanidade. Além do caráter de diversão, os jogos têm sua importância em diferentes áreas do conhecimento, desde o âmbito educacional, terapêutico e neuropsicológico. No âmbito neuropsicológico serve de estímulos e respostas desenvolvendo a capacidade cognitiva do jogador, estimulando e reforçando as conexões neurais e fazendo novas plasticidades cerebrais. Entretanto, não são somente ashabilidades mentais e cognitivas que melhoram com o desenvolvimento de jogos, mas outras habilidades, como a perseverança, capacidade de estudo, autoconhecimento, organização pessoal, motivação e ambição.

Todo esse processo faz parte da construção do indivíduo e os jogos podem ser uma forte ferramenta para facilitar esse caminho. Autores como Borin (2007) e Macedo (2000) destacam que o jogo é um meio de diversão que acaba por motivar, desenvolver habilidades, estimular o raciocínio, a capacidade de compreensão dos conteúdos matemáticos e de outras áreas do conhecimento.

O jogo é um grande parceiro na prática pedagógica, oportunizando e explorando processos comportamentais e cognitivos, processos esses, que facilitam a fixação e a compreensão dos conteúdos vistos durante as aulas de matemática, é uma ferramenta muito útil em várias esferas educacionais, cognitivas e comportamentais.

Segundo Kohl (1995) o jogo pode motivar o aluno, tornando a aula dinâmica e prazerosa. Na Educação é possível observar que o lúdico faz parte da faixa etária dos alunos, servindo como meio de expressão das emoções através das competições, participações e aplicabilidade do que foi passado. Além disso, oportuniza o processo criativo, no que diz respeito as regras e estratégias usadas, assim como o manejo das emoções e a motivação em aprender.

Para Piaget (1998), o jogo é essencial na vida da criança, o jogo pode ser usado como recurso didático para a aprendizagem em matemática, por isso se torna importantea prática e o uso do lúdico nas aulas de matemática. Além do uso dos jogos, a criação dosmesmos traz novas possibilidades para o desenvolvimento do aprendizado dos alunos, a criatividade ocupa um papel fundamental no que diz respeito a autoconfiança, autoestima e a motivação, principalmente quando é algo criado pelos próprios alunos.

Oliveira (2005), ressalta que é através da criatividade que o aluno cria desejos e novas necessidades em relação ao meio, gerando novas perguntas e questionamentos, dando condições ao indivíduo construir um ambiente rico em mudanças, onde criar e recriar se torna uma atividade constante nesse meio. Estimular a criatividade é um processo importante no desenvolvimento do sujeito, que deve-se iniciar na infância e se faz necessário que se prolongue ao longo da vida.

Fryberg (2000), afirma que os jogos são vistos de várias maneiras distintas comoa de socialização, como também é tido como um recurso de aprendizagem, e é através dojogo que as crianças podem ter contato com vários recursos didáticos de aprendizagem,esses recursos podem ser construídos por elas mesmas. O autor Vygotsky (1998), abordae entende que a capacidade de resolver um problema pode ser estimulada na educaçãoatravés da utilização de jogos. Cabe ao professor possuir conhecimento e sensibilidade,em relação à importância do lúdico, para o desenvolvimento das capacidades da criança.O desenvolvimento das formas de pensar, a criatividade e a resolução de problemas, devem ser estimulados sempre que possível pelos professores, para que ocorraa promoção e o desenvolvimento de uma aprendizagem mais significativa e duradoura.Diante disso, podemos estimular os nossos alunos a desenvolverem estratégias de associaros conteúdos vistos durante as aulas de matemática com fatos do seu cotidiano, e os jogostrazem essa oportunidade. No momento em que o docente relaciona os conteúdos vistosem sala com a criação de jogos por parte dos alunos, isso gera motivação, correlação deconteúdos com a vida cotidiana e suas experiências, assim como o trabalho das funções superiores e cognitivas dando base para uma aprendizagem mais significativa e motivadora.

Movimento maker no ensino da matemática

Para uma aprendizagem mais significativa faz-se necessário que os alunos sejam os protagonistas nesse processo, e a utilização de ferramentas digitais e métodos inovadores ocupam um papel fundamental, deixando o ambiente de aprendizagem mais rico e estimulante, capaz de instigar a curiosidade e propiciar momentos de reflexão acerca do mundo em que vivem.

De acordo com Moran (2010), o intuito é que o ambiente físico da sala de aula também seja interessante para os alunos, possibilitando múltiplas interações com o universo midiático e apresentando a tecnologia como instrumento que colabora noprocesso de aprendizagem. Diante disso o professor deve propor atividades em que os educandos construam sua aprendizagem, possibilitando processos de experimentação, criatividade, raciocínio, desafiando-os a propor soluções para diversos problemas.

Por tanto, a cultura maker potencializa a prática no qual o educando passa a ser protagonista do seu processo de construção de saberes, utilizando-se temas de seuinteresse e considerando as suas experiências individuais. Vincular a prática da cultura maker com o ensino de matemática torna-se uma rica oportunidade de aquisição de conhecimentos e de habilidades, fazendo com que o aluno consiga vincular os conteúdosvistos em sala com o seu processo criativo, percebendo a aplicabilidade dos conceitos matemáticos com o seu cotidiano.

Segundo Blikstein (2013), o movimento maker está relacionado a prática na qualo aluno é protagonista do processo de construção do seu conhecimento, explorando assuntos de seu interesse e satisfação. Nessa prática ocorre a valorização da experiência do educando, permitindo que ele aprenda com seus erros e acertos, com satisfação em compreender assuntos e temas de seu próprio interesse que estão relacionados com seu cotidiano.

Diante disso, o movimento maker torna-se uma prática enriquecedora nas aulas de matemática, propiciando aos alunos a construção e elaboração concreta dos conhecimentos matemáticos, atribuindo significados e contextualização dos conceitosapreendidos durante as aulas.

Criação de jogos a partir dos conteúdos vistos em sala de aula

Este trabalho foi realizado em uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental anosfinais de uma escola pública da cidade de Natal/RN/Brasil. Para estimular a criatividade e a fixação dos conteúdos vistos em sala de aula e o interesse dos alunos por jogos, sugeriu-se que fossem criados jogos com base nos conteúdos vistos durante as aulas de matemática.

Para a elaboração dessa proposta tendo base na cultura maker com a criação de jogos, algumas perguntas foram geradoras, tais como, "o que é um jogo?", "do que se precisa para criar um jogo?", "quais são as características de um jogo?", "quais os jogos que eles mais conhecem e gostam?". Diante disso, os alunos participaram falando sobre os jogos e suas experiências com essa atividade, os alunos relataram alguns jogos que faziam parte do seu cotidiano e que os mesmos já tinham a prática de jogar, tais como, ouno, xadrez, dama, dominó, aliado, baralho e bafo. A partir disso, questionou-se do que era preciso para a criação de um jogo tais como regras, curiosidades, criatividade, nome do jogo e ilustração.

Logo após, discutiu-se sobre a matemática e quais os conteúdos os discentes mais identificavam-se e conheciam, os conteúdos citados pelos alunos foram, as operações fundamentais, raiz quadrada e potenciação. Após essa discussão, sugeriu-se a divisão dosalunos em grupos, e foi proposto que os mesmos criassem jogos a partir do que foi discutido anteriormente, vinculando os conteúdos de matemática citados por eles nos jogos que seriam criados.

Durante a realização da criação dos jogos os alunos tiraram suas dúvidas em relação a matemática e ao processo criativo. Diante disso, os estudantes tiveram a oportunidade de explorar e investigar a matemática a partir das experiências que eles traziam, assim como a sua imaginação e sua criatividade, vinculando isso aos jogos que seriam criados

Após a elaboração e com os jogos prontos, ocorreu um rodízio em sala de aula para que todos da turma pudessem jogar os jogos uns dos outros, realizando uma rotação por estações, facilitando o processo interativo e colaborativo entre os alunos. A partir dessa prática realizou-se uma roda de conversa em que foram abordadas as dificuldades encontradas e quais as estratégias e os conteúdos de matemática os grupos usaram para acriação de cada jogo.

Figura 1.

Momento da elaboração dosjogos pelos alunos do 9º anode uma escola pública do município.

Figura 2.

Jogo: Escape with Math, criado por um dos gruposde alunos.

Figura 3.
Jogo: Jogo da lua, criadopor um dos grupos de alunos.

Figura 4.
Jogo: Bingo das operações,criado por um dos grupos de alunos.

Fonte: Arquivo Pessoal

Essas imagens, mostram alguns dos jogos criados pelos alunos. Essa atividade foi bastante enriquecedora, pois os alunos foram protagonistas do seu processo de aprendizagem durante toda a elaboração dessa intervenção, desde a escolha dos conteúdosabordados em sala, até a criação e elaboração dos jogos, despertando a curiosidade dos alunos ao perceberem a associação dos conteúdos vistos em sala com a criação dos seus próprios jogos.

Considerações Finais

Diante das observações e da intervenção realizada, percebe-se que o movimento maker associado a produção de jogos nas aulas de matemática, são de primordialimportância no processo de ensino e aprendizagem, pois possibilita o discente a refletir econtextualizar conteúdos trabalhados em sala, oportunizando uma aprendizagem mais significativa.

A produção e a realização dos jogos matemáticos proporcionam um ambiente lúdico e criativo, pois estimula a aprendizagem promovendo um real significado. Tais atividades devem ser planejadas pelo docente de forma que crie um ambiente que promova a interação, a socialização e a participação de todos os alunos, sendo um ambiente agradável e que possibilite o prazer e estimule o interesse em aprender, fazendocom que o estudante seja protagonista do seu processo de aprendizagem.

Assim, percebemos que o uso de jogos nas aulas de matemática incentiva a criatividade e a participação dos alunos nesse processo de forma colaborativa e se torna um recurso pedagógico capaz de promover uma aprendizagem significativa e o desenvolvimento no processo de ensino e aprendizagem.

Finalizamos destacando que com a abordagem maker pode-se instigar os discentespara o aprender com mais significado, sendo ela uma poderosa aliada para que as aulas de matemática sejam mais inovadoras, desafiadoras e criativas. Educação maker coloca os alunos como principais agentes de seu aprendizado, estimulando a crítica e a reflexão, ficando o professor com o papel de mediador, ocorrendo um engajamento dos alunos comos seus pares e com a matemática.

Referências

BEST, John B. Cognitive psychology. St. Paul: West Publishing Company, 1992BRASIL. Ministério da Educação e do Deporto - Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília, 1998.

BLINKSTEIN, Paulo. Digital fabrication and ‘making’ in education: the democratizationof invention. In: WALTER, Herrmann Julia.; BUCHING, Corinne. (Eds.). FabLabs of machines, makers and inventores. Bielefeld: Transcript, 2013.

FREIRE, Paulo. Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à prática educativa. São Paulo, Paz e Terra, 1998.

FRYBERG, F. Educação infantil. São Paulo: Ática, 2000.

KOHL, MaryAnn.; & SOLGA, Kim. Descobrindo grandes artistas, a prática da arte para crianças. Porto Alegre: Artmed, 1995.

KRAMER, Sonia. Currículo de Educação Infantil e a Formação dos Profissionais de Creche e Pré-escola: questões teóricas e polêmicas. In: MEC/SEF/COEDI. Por uma política de formação do profissional de Educação Infantil. Brasília-DF. 1994a.

MORAN, José. A educação que desejamos: novos desafios e como chegar lá. Campinas: Papirus, 2010. Disponível em: <https://biblio.unoesc.edu.br/pergamum/biblioteca/index.php. Acesso em: 20 abr.2022.

OLIVEIRA, Manfredo Araújo de. A Teoria da educação no conflito das racionalidades. Educação em Debate. Fortaleza, 14(2), p. 1-19, jul./dez. 1997.

OLIVEIRA, Marta Kohl de. Vygotsky e o processo de formação de conceitos. In: LA TAILLE, Ives de, OLIVEIRA, Marta Kohl de, DANTAS, Heloysa. Piaget, Vygotsky, Wallon: teorias psicogenéticas em discussão. São Paulo: Summus, 2005.

PIAGET, Jean. A psicologia da criança. Rio de Janeiro: Bertran Brasil, 1998. VYGOTSKY, Lev. A formação social da mente. São Paulo: Martins Fontes, 1998.

O uso do cinema como forma de estímulo investigativo e criativo para o ensino de matemática

The use of cinema as a form of investigative and creative stimulus for mathematics teaching

El uso del cine como forma de estímulo investigativo y creativo para la enseñanza de las matemáticas

Jéssica Agna C. de Andrade Silva[978]
UFRN-Brasil

Ismenia Blavatsky de Magalhães[979]
UFRN-Brasil

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Tecnologia digital e outros recursos para o ensino e aprendizagem da matemática**.**

Resumo

O objetivo desse trabalho, é relatar os resultados de uma experiência aplicada em uma turma do Ensino Fundamental II no município de Natal/RN/Brasil. A metodologia do trabalho foi apresentar o filme: "O jogo da imitação" que aborda a história do matemático Alan Turing e suas contribuições para a matemática, e observar os efeitos dos mesmos nos alunos com uma orientação centrada no uso das Tecnologias Digitais, os alunos tiveram a oportunidade de ampliar os seus conhecimentos em relação àHistória da Matemática a partir da história de vida do matemático Alan Turing utilizando-se da ferramenta do cinema. Nossa finalidade principal foi oportunizar aos alunos o conhecimento da história de vida de um matemático que trouxe grandes contribuições para a sociedade particularmente na área da matemática, a tentativa de que trata esse trabalho é a de que os alunos se percebam nas histórias de vida narradasno filme; identifiquem-se nas vivências dos grandes matemáticos do passado,motivando-se para o aprendizado e identificando o conteúdo presente em seu cotidiano. Como parte da experiência os alunos finalizaram a atividade construindo jogos com conteúdos matemáticos apresentados no filme, assim como fatos da vida de Alan Turinge a sua contribuição para a sociedade. Os resultados obtidos permitem considerar,parcialmente, que essa prática didática experienciada torna-se viável para o alcance da aprendizagem matemática dos alunos, ainda é possível observar que a atividade estimula para a aquisição de habilidades investigatórias e o crescimento da autonomia na busca de conhecimento a partir do uso do cinema.

Palavras-Chaves: Cinema. Tecnologias Digitais. Motivação. História da Matemática. Jogos.

[978] jessica.agna@gmail.com
[979] ismenia@imd.ufrn.br

Abstract

The objective of this work is to report the results of an experience applied in a class of Elementary School II in the city of Natal/RN/Brazil. The methodology of the work was to present the film: "The imitation game" that addresses the history of mathematician Alan Turing and his contributions to mathematics, and to observe their effects on students with an orientation centered on the use of Digital Technologies, students had the opportunity to broaden their knowledge of the History of Mathematics from the life story of mathematician Alan Turing using the movie tool. Our main purpose was to provide students with the knowledge of the life history of a mathematician who brought great contributions to society particularly in the area of mathematics, the attempt that this work deals with is that students perceive themselves in the life stories narrated in the movie; identify themselves in the experiences of the great mathematicians of the past, motivating themselves for learning and identifying the content present in their daily lives. As part of the experience, the students completed the activity by building games with mathematical content presented in the film, as well as facts from Alan Turing's life and his contribution to society. The results obtained allow us to consider, partially, that this experienced didactic practice becomes viable for the achievement of students' mathematical learning, it is still possible to observe that the activity stimulates the acquisition of investigative skills and the growth of autonomy in the search for knowledge to from the use of cinema.

Keywords: Cinema. Digital Technologies. Motivation. History of Mathematics. Games.

Resumen

El objetivo de este trabajo es relatar los resultados de una experiencia aplicada en una clase de la Escuela Básica II en la ciudad de Natal/RN/Brasil. La metodología del trabajo fue presentar la película: "El juego de la imitación" que aborda la historia del matemático Alan Turing y sus aportes a las matemáticas, y observar sus efectos en los estudiantes con una orientación centrada en el uso de las Tecnologías Digitales, los estudiantes tuvieron la oportunidad de ampliar sus conocimientos de Historia de las Matemáticas a partir de la historia de vida del matemático Alan Turing utilizando la herramienta de la película. Nuestro propósito principal fue brindar a los estudiantes el conocimiento de la historia de vida de un matemático que trajo grandes aportes a la sociedad particularmente en el área de las matemáticas, el intento que trata este trabajo es que los estudiantes se perciban a sí mismos en las historias de vida narradas en la película; identificarse en las experiencias de los grandes matemáticos del pasado, motivándose para aprender e identificando los contenidos presentes en su vida cotidiana. Como parte de la experiencia, los alumnos completaron la actividad construyendo juegos con contenidos matemáticos presentados en la película, así como hechos de la vida de Alan Turing y su aporte a la sociedad. Los resultados obtenidos permiten considerar, parcialmente, que esta práctica didáctica experimentada se vuelve viable para el logro del aprendizaje matemático de los estudiantes, aún es posible observar que la actividad estimula la adquisición de habilidades investigativas y el crecimiento de la autonomía en la búsqueda de conocimiento a partir del uso del cine.

Palabras - clave: Cine. Tecnologías digitales. Motivación. Historia de las Matemáticas. Juegos.

Considerações Iniciais

O cinema é uma ferramenta tecnológica que acompanha a sociedade a algum tempo. Assistir a um filme vai além das emoções que as cenas provocam, das imagens que interpretamos, dos valores e dos questionamentos que nos estimulam, assistir filmesou ir ao cinema, de certa forma, está vinculado ao aprender a aprender, pois, elaboram- se questionamentos, discussões sociais e coletivas narradas na tela, em um ambiente apropriado como o cinema, ou naquelas nos quais dispomos dentro das nossas escolas.

Segundo Villaça (2016), por intermédio da leitura e da análise de imagens para além das ferramentas utilizadas pelo cinema, o trabalho com essa linguagem, entre outros aspectos, contribui para o desenvolvimento da compreensão crítica do mundo e das novas tecnologias, tendo em vista os benefícios que proporciona à formação do aluno. A cada exibição cinematográfica, novos olhares, sensações e experiências se renovam e se fortalecem além disso, e ainda podem gerar reflexões que se prolongam por toda a vida.

Diante dessas características, o cinema torna-se uma metodologia interessante paraa sala de aula, pois é algo presente na vida dos alunos, com ela podemos considerar que existe uma identificação e afinidade por fazer parte do cotidiano dos alunos. Alémdisso, é uma ferramenta tecnológica, pois está vinculado as mídias digitais e eletrônicas e que possui uma facilidade de acesso por parte dos alunos e da comunidade escolar.

Cinema como ferramenta para o ensino da matemática

O ensino da matemática cada vez mais tem sido algo desafiador para os professores e alunos, principalmente com o avanço da tecnologia e seus recursos. Como bem sabemos, por muito tempo o ensino de matemática se resumia a aulas tradicionais ecom repetição na resolução de questões, causando desgaste mental e emocional porparte dos alunos. Além disso, este fato pode ser considerado o responsável por uma série de frustrações e resistências para o aprendizado da matemática. Embora seja uma disciplina importante e obrigatória, são muitos os problemas vividos nessa relaçãoprofessor-alunos e a matemática. Destes podemos destacar alguns, como falta de atenção, comportamentos desajustados, falta de afetividade e falta de comprometimento com o processo de aprendizagem (Brito, 1996).

Como bem sabemos, a aprendizagem está totalmente associada às questões emocionais, como a motivação e o prazer de aprender algo novo e perceber a sua evolução neste processo.

Segundo Haidt (1990), para que haja uma aprendizagem efetiva e duradoura é preciso que existam propósitos definidos e auto-atividade reflexiva dos alunos. Assim, a aprendizagem acontece quando o aluno está motivado e quando as condições dessa aprendizagem são favoráveis e coincidem com a realidade dos mesmos.

As dificuldades no processo de ensino-aprendizagem da matemática na escola vêm aumentando aceleradamente, uma vez que os professores não se utilizam de recursos que coincidem com a realidade dos alunos. Ocorre que, cada vez mais, há umdistanciamento do que é visto em sala de aula com a realidade dos alunos no cotidiano. Diante disto é preciso que os professores de matemática utilizem-se mais derecursos tecnológicos em sala de aula. Recursos esses com quais os alunos sentem prazer e têm afinidade, pois fazem parte do seu cotidiano.

De fato, o uso das ferramentas que proporciona um aprendizado mais significativo é o uso das tecnologias digitais em sala de aula. Isso porque ela faz parte da realidade dos alunos, assim como pode fazer parte da metodologia utilizada em salade aula.

Segundo Napolitano (2006), o cinema pode ser considerado uma “nova” linguagem centenária, pois apesar de haver completado cem anos em 1995 a escola o descobriu tardiamente. O que não significa que o cinema não foi pensado, desde os seus primórdios, como elemento educativo, sobretudo em relação às massas trabalhadoras. O autor ainda ressalta que a escola deve reencontrar a cultura ao mesmotempo cotidiana e elevada, pois o cinema é o campo no qual a estética, o lazer, a ideologia e os valores mais amplos são sintetizados numa mesma obra de arte. Assim, dos mais comerciais e descomprometidos aos mais sofisticados e “difíceis”, os filmes têm sempre alguma possibilidade para o trabalho escolar.

Diante disso, o uso do cinema em sala de aula é uma ferramenta significativa para o ensino e a aprendizagem em matemática. Essa ferramenta tecnológica leva ao aluno a refletir, questionar e abranger os conceitos sociais e matemáticos vistos emsala de aula.

Metodologia

Este trabalho se trata de um estudo de caso, de acordo com Yin (2001), Em geral, os estudos de caso, representam a estratégia preferida quando se colocam questões do tipo "como" e "por que", quando o pesquisador tem pouco controle sobre oseventos e quando o foco se encontra em fenômenos contemporâneos inseridos emalgum contexto da vida real. A pesquisa possui o caráter de pesquisa qualitativa, segundo Gil (2011), a pesquisa qualitativa tem como principal foco a qualidade das informações, pois a mesma aborda temas subjetivos que não podem ser mensurados de forma estatística. Portanto, permite ao pesquisador entender a realidade social e compreender os fenômenos apresentados durante a pesquisa.

O estudo em tela foi realizado em uma turma dos anos finais do Ensino Fundamental em uma escola privada na cidade do Natal/RN/Brasil. Tendo em vista a curiosidade e o interesse despertados pelos alunos em uma determinada aula a respeito da história de vida do matemático Alan Turing, os alunos pediram para assistir o filmeO jogo da imitação. Esse filme, aborda a história de vida e as contribuições deste matemático em diversas áreas. Como se faz importante que os alunos sejam protagonistas do seu processo de aprendizagem, a partir do interesse dos mesmos, foi exibido o filme durante as aulas de matemática nesta turma.

O foco principal do desdobramento desta atividade era que os alunos percebessem que, apesar das criações inovadoras na matemática, os matemáticos da época possuíam uma história de vida pessoal e que não eram "seres tão diferentes" como a maioria das pessoas pensam, o objetivo estava em perceber por meio da história de vida do matemático através da exibição do filme, que seus antepassados também erraram, hesitaram, namoraram, estudaram, adoeceram, entre outros.

É nesse momento via exibição do filme, que se percebe o interesse e a curiosidade pelos alunos, quando estes começaram a se identificar com a história devida de Alan Turing. Os mesmos tiveram a oportunidade de enfatizar e perceber a desmistificação metodológica da matemática, quando identificaram sua contribuição social para o fim da Segunda Guerra Mundial. Dessa maneira fazendo uma interligação entre os conhecimentos existentes e os adquiridos a partir do filme e percebendo que o conhecimento matemático vai além dos cálculos.

Figura 1.

Exibição do filme: O jogo daimitação, para a turma do 9°ano de uma escola privada

A partir do filme visto em sala de aula e após uma roda de conversa realizada com os alunos, para fixar e contextualizar os conhecimentos adquiridos, sugeriu-se que os alunos em grupo criassem jogos relacionados ao contexto do filme e os conteúdos matemáticos que os alunos conseguiram identificar durante o filme. Para a elaboração desses jogos, discutiu-se a respeito do que seria um jogo, suas regras e características. Logo após, foi realizada uma discussão acerca das preferências individuais por jogos e que faziam parte do seu cotidiano. A partir da discussão foi proposto que eles pudessem criar o seu próprio jogo com base no filme. E então, os alunos se dividiram em grupos para a criação dos jogos.

Figura 2.
Momento da pesquisa dos jogos, realizado pelos alunos do 9° ano de uma escola privada do município.

Durante a elaboração dos jogos, o professor desempenhou o papel de mediador sem interferir no processo criativo dos alunos. Quatro dos cinco grupos escolheram jogos de trilha, relacionado à criptografia, contribuições sociais, curiosidades ou até mesmo sobre a história de vida de Alan Turing, conforme conteúdo abordado no filme. Durante a criação dos jogos, os alunos pesquisavam na internet a partir de seus aparelhos celulares fatos relacionados ao matemático para acrescentarem em seus trabalhos.

Figura 3.

Elaboração dos jogos pelos alunos, a partir do processo de criatividade e associação do filme aos conteúdos vistos em sala.

Com os jogos prontos, os alunos fizeram em sala de aula um rodízio entre os grupos para que todos da turma pudessem jogar os jogos uns dos outros. Além disso, os jogos foram expostos em outro momento, para que os alunos das demais turmas tivessem a oportunidade de conhecer os materiais produzidos pelos colegas de escola. Essa exposição foi importante para que a comunidade escolar pudesse conhecer ahistória de um matemático tão importante e suas contribuições para a sociedade, além de prestigiar um trabalho que foi criado pelos próprios alunos. Com isso, foram estimuladas habilidades comportamentais e de comunicação que dificilmente seriam desenvolvidas em uma aula de matemática tradicional.

Figura 4.

Jogo: O enigma de Turing, criado por um dos grupos de alunos.

Figura 5.

Jogo: Jogo da criação, criado por um dos grupos de alunos

Figura 6.

Momento de exposição dos jogos para a comunidade escolar.

Fonte: Arquivo Pessoal

É importante ressaltar que as figuras 4, 5 e 6 foram apenas três jogos dos cinco criados pelos alunos. A participação do professor como mediador no processo de construção dessa atividade foi muito enriquecedora, por ser uma experiência significativa e diferente, despertou a curiosidade e o interesse dos alunos em relação à matemática e à sua história, assim como permitiu perceber a contribuição dessa ciência para a sociedade além de mostrar que a matemática vai além dos conteúdos vistos em sala de aula.

Considerações Finais

A partir dessa vivência realizada com os alunos em sala de aula, foi possível perceber como as ferramentas tecnológicas podem contribuir com o aprendizado da matemática. Essas ferramentas levaram os alunos a refletir, questionar e abranger os conceitos matemáticos vistos anteriormente.

Diante disso, percebeu-se que o uso do cinema em sala de aula é uma possibilidade dentro do cotidiano escolar e de realização de experiências pedagógicas significativas. É importante ressaltar que o cinema é uma ferramenta tecnológica que acompanha a evolução social e trás discussões pertinentes que contribuem para o aprendizado em geral.

Aprender matemática através do cinema é algo relevante, pois a arte tem um papel fundamental de transformação e construção do pensamento crítico, habilidade de fundamental importância para o conhecimento matemático. Este é um processamento cognitivo essencial para o aprendizado em matemática e que o cinema pode proporcionar experiências diferentes no sentido da obtenção e reflexão dos seus conteúdos.

A construção de jogos a partir do filme O jogo da imitação foi algo significativo para o processo de aprendizagem, pois, durante a criação e elaboração dos jogos, os alunos trabalharam as funções cognitivas superiores, como pensamento crítico, tomada de decisão, raciocínio lógico e processo criativo. Estes são elementos importantes que devem ser explorados para que se tenha uma aprendizagem significativa em matemática.

Em suma, perceber a identificação e a empolgação dos alunos ao conhecer a história de vida e as contribuições do matemático Alan Turing através do cinema, foi pertinente, pois destruiu o paradigma de que a matemática está apenas disponível para as pessoas especiais ou as escolhidas. Também possibilitou motivar o aluno para esse aprendizado e fez com que pudessem perceber que existem outras formas de aprender matemática. Ademais indicar que as mesmas vão além dos cálculos é significativo tanto para o professor, em proporcionar essa descoberta, quanto para os alunos, ao adquirem conhecimentos matemáticos de uma forma enriquecedora.

Referências

BRITO, Marcia Regina. Um estudo sobre as Atitudes em Relação à Matemática em Estudantes de 1º e 2º graus. Tese de Livre Docência não Publicada, UNICAMP, Campinas, 1996.

GIL, Antônio Carlos. Métodos e técnicas de pesquisa social. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2011.

HAIDT, Regina Celia. C. Curso de didática geral: Série educação. 6ª ed. São Paulo: Ed. Ática, 1999.

MINAYO, Maria Cecilia de Souza.; DESLANDES, Suely Ferreira.; GOMES, Romeu.Pesquisa social: teoria, método e criatividade (29 a). Petrópolis: Vozes, 2010.

NAPOLITANO, Marcos. Como usar o cinema na sala de aula. 4ª Ed – São Paulo: Contexto, 2006.

NAPOLITANO, Marcos. Cinema e Escola: encontros e desencontros. São Paulo:Revista Nova Escola – Edição Especial, 2011.

PCN - Parâmetros curriculares nacionais: Matemática Secretaria de Educação Fundamental – Brasília: MEC/ SEF, 1998. 148p.

PARRA, Cecilia.; SAIZ Irma. Didática da Matemática: Reflexões Psicopedagógica. Porto Alegre: Artmed (Artes Médicas), 1996. 258p.

SOUZA, Roberto de Joami; PATARO, Patrícia Rosana Moreno. Vontade de saber Matemática. 1ª Ed. São Paulo: FTD, 2009.

VILLAÇA, Mariana. Dilemas e Ilusões da Vida em Sociedade no Cinema, 2021 Disponível em < HTTP://www.culturacurriculo.fde.sp.gov.br/cinema/cinema.aspx > Acesso em: 14 de setembro de 2021.

YIN, Robert K. Estudo de caso: planejamento e métodos. 2ª ed. Porto Alegre (RS): Bookman; 2001.

Articulação entre Juros Compostos, Geometria Analítica e Vetores em um trabalho colaborativo remoto de professoras

Articulation between Compound Interest, Analytical Geometry and Vectors in a remote collaborative work of teachers

Articulación entre Interés Compuesto, Geometría Analítica y Vectores en un trabajo colaborativo remoto de docentes

Chrystian Bastos de Almeida[980]
PUC-SP
0000-0002-5062-0836

Celina Aparecida Almeida Pereira Abar[981]
PUC-SP
0000-0002-6685-9956

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Tecnologia digital e outros recursos para o ensino e aprendizagem da matemática

Resumo

Este artigo apresenta um recorte de uma pesquisa de doutorado, a qual tem por objetivo geral caracterizar a Gênese Documental de duas professoras de Matemática do Ensino Médio em um trabalho colaborativo remoto para o ensino de Juros Compostos articulado com o *software* GeoGebra. Como referencial teórico para o desenvolvimento da pesquisa foi adotada a Abordagem Documental do Didático, que considera o trabalho documental desenvolvido pelo docente ao planejar sua aula. Como referencial metodológico, foi utilizada a metodologia de investigação reflexiva, na qual ocorre um comprometimento dinâmico do docente, o que favorece uma atitude reflexiva, pois ele é conduzido a detalhar sua própria atividade e compartilhar com os outros. Neste artigo, focamos a descrição e análise de uma das atividades desenvolvidas. Essa atividade corresponde a situações-problema que articulam conhecimentos de Juros Compostos, Geometria Analítica e Vetores, de maneira que foi possível verificar os esquemas de utilização construídos.
Palavras-chave: Gênese Documental, Trabalho Colaborativo, Juros Compostos, Geometria Analítica, Vetores.

Abstract

This article presents an excerpt from a doctoral research, which has the general objective of characterizing the Documentary Genesis of two High School Mathematics teachers in a remote collaborative work for the teaching of Compound Interest articulated with the GeoGebra

[980] chrystian.bastos.irara@gmail.com.
[981] abarcaap@pucsp.br.

software. As a theoretical reference for the development of the research, the Documentary Approach of the Didactic was adopted, which considers the documental work developed by the teacher when planning his class. As a methodological reference, the methodology of reflective investigation was used, in which there is a dynamic commitment of the teacher, which favors a reflective attitude, as he is led to detail his own activity and share it with others. In this article, we focus on the description and analysis of one of the activities developed. This activity corresponds to problem situations that articulate knowledge of Compound Interest, Analytical Geometry and Vectors, so that it was possible to verify the constructed usage schemes.
Keywords: Documentary Genesis, Collaborative Work, Compound Interest, Analytical Geometry, Vectors.

Resumen

Este artículo presenta un extracto de una investigación doctoral, que tiene como objetivo general caracterizar la Génesis Documental de dos docentes de Matemáticas de Enseñanza Media en un trabajo colaborativo a distancia para la enseñanza del Interés Compuesto articulado con el software GeoGebra. Como referente teórico para el desarrollo de la investigación, se adoptó el Enfoque Documental de la Didáctica, que considera el trabajo documental desarrollado por el docente al planificar su clase. Como referente metodológico se utilizó la metodología de la investigación reflexiva, en la que existe un compromiso dinámico del docente, que favorece una actitud reflexiva, en tanto se ve llevado a detallar su propia actividad y compartirla con los demás. En este artículo nos centramos en la descripción y análisis de una de las actividades desarrolladas. Esta actividad corresponde a situaciones problema que articulan conocimientos de Interés Compuesto, Geometría Analítica y Vectores, de modo que fue posible verificar los esquemas de uso construidos.
Palabras clave: Génesis Documental, Trabajo Colaborativo, Interés Compuesto, Geometría Analítica, Vectores.

Introdução

Neste artigo, apresentamos um recorte de uma pesquisa de doutorado, cujo objetivo geral é caracterizar a Gênese Documental de duas professoras de Matemática do Ensino Médio em um trabalho colaborativo remoto para o ensino de Juros Compostos articulado com o *software* GeoGebra, por meio da Abordagem Documental do Didático - ADD (Gueudet & Trouche, 2015).

Acreditamos que a ADD contribuiria de maneira efetiva para este estudo, visto que também estávamos focados na produção de documentos para o ensino de Juros Compostos viabilizada pelas professoras.

Realizamos as escolhas metodológicas que, em nossa percepção, cooperariam com os objetivos de nosso estudo, levando-nos a responder à questão de pesquisa e revelar novas contribuições para a área de Educação Matemática. Dessa forma, em nossa pesquisa de natureza qualitativa, utilizamos como referencial metodológico a investigação reflexiva (Gueudet &

Trouche, 2010), em um contexto de trabalho colaborativo remoto de professoras. Com fundamento nesse referencial metodológico, analisamos a ação e o aperfeiçoamento profissional das docentes, verificando os tópicos de estabilidade e avanços do trabalho documental no período considerado.

A questão que norteou a nossa investigação foi a seguinte: De que forma caracterizar a Gênese Documental de duas professoras de Matemática do Ensino Médio em um trabalho colaborativo remoto para o ensino de Juros Compostos articulado com o *software* GeoGebra?

Dessa forma, neste artigo, focamos a descrição e análise de uma das atividades desenvolvidas no trabalho colaborativo remoto. Essa atividade corresponde a situações-problema que articulam conhecimentos de Juros Compostos, Geometria Analítica e Vetores, na qual foi possível perceber, os esquemas de utilização mobilizados.

Referencial Teórico

A Abordagem Documental do Didático (Gueudet & Trouche, 2009) considera o fazer pedagógico dos docentes começando com suas interações com vários materiais manipulados na trajetória de elaboração de suas aulas. Ela se baseia na Abordagem Instrumental (Rabardel, 1995), a qual enfatiza as interações existentes entre o sujeito, o artefato e os esquemas de utilização.

Artefato é todo meio material (caderno, lápis, computador, etc.) ou simbólico (gráfico, tabela) sobre o qual o sujeito desempenha uma ação. Segundo Vergnaud (1990), esquema é a organização invariante da conduta para uma classe de situações dadas, através da qual se devem investigar os conhecimentos em ato do sujeito, ou seja, os elementos cognitivos que permitem que essa ação seja operatória. Um esquema possui como um de seus elementos as invariantes operacionais, as quais incluem conceitos em ação (aqueles considerados importantes) e teoremas em ação (enunciados considerados verdadeiros).

Gueudet e Trouche (2008, p. 6) destacam que a Abordagem Instrumental "tem sido usada em um grande número de pesquisas que utiliza estudantes como sujeitos e ferramentas digitais como artefatos". Ela inclui um processo denominado Gênese Instrumental, que busca compreender de que forma um sujeito age para gerar um instrumento a partir de um artefato. Na gênese instrumental, dois processos distintos são destacados: a instrumentação e a instrumentalização. Sobre isso, discute Bittar (2011):

> Consideremos um professor para o qual o software é desconhecido. Ao entrar em contato com este material que não conhece, não sabe manipular nem mesmo as

> ferramentas básicas, este software é, para este professor, um artefato. À medida que ele começa a desvendar o material, descobrir como ele funciona e elaborar situações de uso do software, o professor está desenvolvendo e agregando ao artefato esquemas de utilização e, então, o artefato é transformado, para este professor, em instrumento. Quanto mais ele usar este instrumento, mais esquemas podem ser construídos, agregados ao software e o professor terá, então, um novo instrumento (p. 161).

Dessa forma, quando o docente começa a desvendar o artefato, associando-o a esquemas de utilização, ocorre o processo da instrumentação; à medida que diferentes esquemas são desenvolvidos e associados ao instrumento, ocorre o processo da instrumentalização.

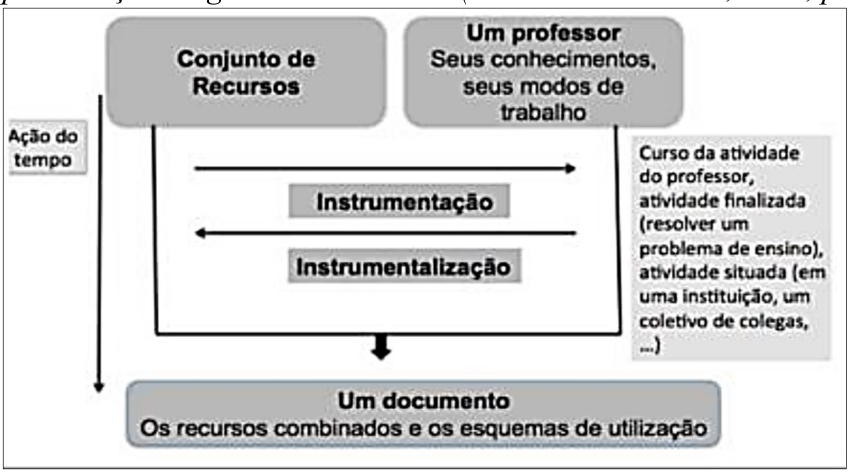
A Abordagem Instrumental serve de apoio à Abordagem Documental do Didático (Gueudet & Trouche, 2009), segundo a qual, periodicamente, os recursos de um professor são modificados, obtendo novos sentidos e formas de aplicação. Diferentes recursos passam a agregar a sua coletânea e as interações com os estudantes no contexto de sala de aula modificam e impactam a escolha e elaboração de atividades, inclusive seu planejamento pode ser transformado em razão da interação com outros docentes.

Nesse sentido, Dias, Almeida e Abar (2021) destacam que:

> A construção de um documento é algo contínuo e passa por diferentes fases, a escolha do recurso, sua adaptação, sua utilização e após análise a posteriori, sua reformulação, se necessário. Essa construção se dá ao longo de toda carreira docente, os documentos vão sendo constantemente renovados apoiados pelo surgimento de novos recursos, mudanças na grade curricular, metodologia de ensino da instituição, entre outros fatores. A Abordagem Documental do Didático vem com a perspectiva de compreensão do trabalho docente fundamentada na noção de recursos e se caracteriza como um trabalho de pesquisa a longo prazo (p. 7).

Essa abordagem envolve um processo chamado Gênese Documental, a qual, segundo Gueudet e Trouche (2015), é o processo de transformação de recursos em documentos. Nesse processo, os recursos associados aos esquemas de utilização geram os documentos. A Figura 1 ilustra esse processo:

Figura 1.
Representação da gênese documental (Gueudet & Trouche, 2015, p. 8)



Conforme a Figura 1, durante a Gênese Documental, os recursos guiam a ação do professor (instrumentação) e, em contrapartida, o professor se apropria deles, ajustando-os e modificando-os ao longo de sua utilização (instrumentalização). O vocábulo recurso aqui é compreendido de maneira abrangente, designando tudo o que nutre a prática do docente e seu aprimoramento pedagógico, como uma apostila, as diretrizes curriculares, uma calculadora, um aplicativo, bem como uma produção dos estudantes ou uma atividade elaborada por outro professor.

Referencial metodológico

Para a realização da pesquisa, de natureza qualitativa, utilizamos como referencial metodológico a investigação reflexiva proposta por Gueudet e Trouche (2010), em um contexto de trabalho colaborativo remoto de professoras. Na metodologia de investigação reflexiva, há uma participação ativa do docente, o que possibilita uma atitude reflexiva, pois ele é estimulado a detalhar sua própria ação, compartilhar com os outros.

Em relação à definição de Trabalho Colaborativo, Pinto e Leite (2014) pontuam:

> [...] trabalho em conjunto (dois ou mais sujeitos) com benefício para o desenvolvimento profissional dos envolvidos, visando ao alcance do seguinte objetivo comum: a formação integral dos estudantes, em que a aprendizagem e a ampliação do êxito são as metas. O conceito pressupõe apoio mútuo, interação produtora de conhecimentos e de saberes e concretização de ações conjuntas entre os atores escolares (p. 148).

Tendo em vista as ações que são valiosas à integração entre pesquisa acadêmica e trabalho colaborativo de docentes, espera-se, além de compreender os problemas da escola ou das ações em sala de aula, conduzir o docente ao entendimento e elaboração de diferentes alternativas a serem somadas às suas práticas.

O trabalho colaborativo seria realizado de forma presencial e, preferencialmente, no laboratório de informática da escola; no entanto, em razão da situação de isolamento social provocada pela pandemia de COVID-19, houve a necessidade de se realizar o trabalho de forma remota, através das plataformas virtuais *Google Docs* (processador de texto on-line que possibilita criar e editar documentos e compartilhar com outras pessoas) e *Google Meet* (aplicativo de videoconferência baseado em padrões que usa protocolos proprietários para transcodificação de vídeo, áudio e dados) onde foram desenvolvidos recursos para o ensino. A execução do trabalho ocorreu no período de março até junho de 2021.

O pesquisador assumiu a função de mediador de todo processo e, com base na metodologia de investigação reflexiva (Gueudet & Trouche, 2010), elaborou anotações e gravações sobre as situações do trabalho colaborativo com um grupo de professoras, compartilhando de suas reflexões.

Descrição e Análise de Dados

Neste artigo, apresentamos a descrição e análise de uma atividade em um contexto de trabalho remoto e colaborativo de duas professoras, observando que se trata de um recorte de uma tese de doutorado em desenvolvimento.

No decorrer do trabalho colaborativo, através da plataforma *Google Docs,* a professora A propôs as seguintes situações-problema envolvendo conhecimentos de juros compostos, geometria analítica e vetores, conforme a Figura 2:

Figura 2.

Situação-problema envolvendo juros compostos, geometria analítica e vetores **(***Professora A)*

Situação-problema resolvida pela professora: Há exatamente 3 meses, Antônio fez uma aplicação de R$ 1.000,00 no Banco X, a uma taxa de juros compostos de 2% ao mês, durante 3 meses; no entanto, ele tinha um saldo negativo na sua conta do Banco Y de R$ 2.000,00. Hoje, ele fez um depósito na sua conta do Banco Y, quitando sua dívida e restando-lhe um saldo positivo de R$ 1.000,00. A partir de um sistema de eixos cartesianos, represente o vetor associado à variação dos saldos dessas contas entre os dois momentos. Determine, também, o módulo desse vetor.

Segue a resolução da situação-problema proposta pela professora A, conforme a Figura 3:

Figura 3.

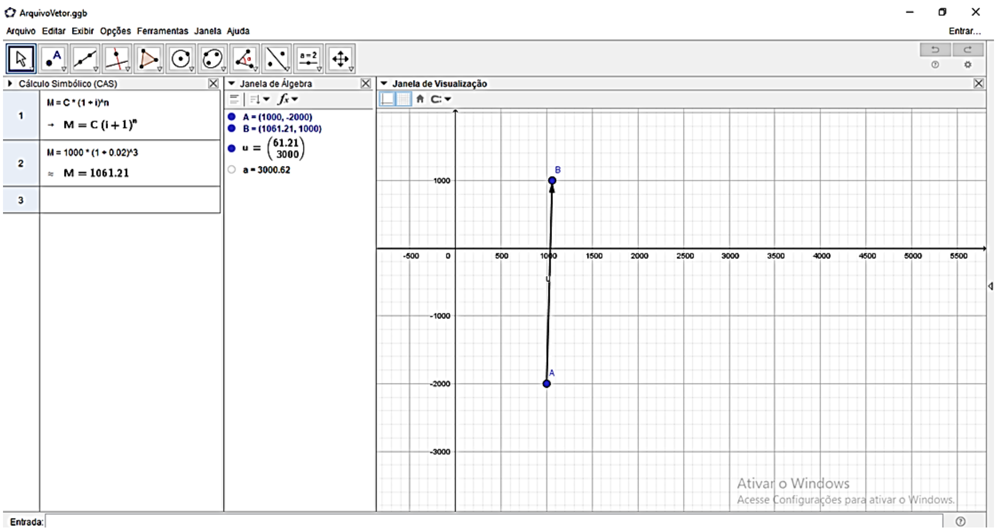
Resolução da situação-problema envolvendo juros compostos, geometria analítica e vetores (Professora A)

Resolução a) Através da janela CAS do Geogebra, encontre o montante da aplicação no Banco X, após 3 meses, cujo valor é de R$ 1.061,21. b) Através da Janela de Visualização do Geogebra, marque dois pontos cujas coordenadas correspondam ao saldos das duas contas nos dois períodos. Os pontos são A(1000, -2000) e B(1061.21, 1000). c) Na Janela de Entrada do Geogebra, digite Vetor(<Ponto Inicial>, <Ponto Final>), substituindo ponto inicial por A e ponto final por B. Na Janela de Visualização, aparecerá a representação do vetor u = (61.21, 3000) cujos componentes correspondem às variações nos saldos das contas. d) Na Janela de Entrada, digite Comprimento(<Objeto>), substituindo Objeto por u. Na Janela de Álgebra, aparecerá a = 3000,62, que corresponde ao módulo do vetor. Discutir com os alunos que esse valor também pode ser interpretado como a distância entre os pontos A e B.

A professora A também apresentou o *print* da tela do GeoGebra com a solução, conforme a Figura 4:

Figura 4.

Resolução da situação-problema envolvendo juros compostos, geometria analítica e vetores no GeoGebra (Professora A)



Segue a situação-problema proposta pela professora A para ser resolvida pelos alunos, conforme a Figura 5:

Figura 5.

Situação-problema envolvendo juros compostos, geometria analítica e vetores a ser resolvida pelo aluno (Professora A)

Situação-problema a ser resolvida pelos alunos: Represente o vetor associado à variação dos saldos das contas de Antônio entre os dois momentos e determine o módulo desse vetor, considerando agora que as situações de Antônio nos dois bancos são as seguintes: Há exatamente 4 anos, Antônio fez uma aplicação de R$ 3.000,00 no Banco X, a uma taxa de juros compostos de 0,25% ao mês, durante 4 anos; no entanto, ele tinha um saldo negativo na sua conta do Banco Y de R$ 2.000,00. Hoje, ele fez um depósito na sua conta do Banco Y, quitando sua dívida e restando-lhe um saldo positivo de R$ 1.000,00. **Obs.: Nesse caso, a taxa e o tempo estão em unidades de medida diferentes.**

A professora A destacou que também fez adaptações de questões do livro didático (Leonardo, 2016) para criar essas situações-problema. Sobre esse recurso, a professora B e o pesquisador fizeram as seguintes observações:

Professora B: Muito boa essa articulação entre juros compostos, geometria analítica e vetores, o conteúdo de matemática financeira costuma ser trabalhado de forma muito isolada, sem conexão com as outras áreas da matemática.
Pesquisador: Também é possível um trabalho interdisciplinar, pois o conteúdo vetores também é trabalhado na disciplina de Física.

Convém ressaltar que esse recurso proposto pela professora A resultou da adaptação de uma questão do livro didático (Leonardo, 2016, p. 22) a qual abordava juros simples, porém a professora modificou para juros compostos, além de combinar com a utilização das janelas CAS, janela de álgebra e janela de visualização do GeoGebra, a fim de se articular conhecimentos de juros compostos, geometria analítica e vetores. Esse é mais um recurso que permite fazer uma integração dos juros compostos com outros conhecimentos matemáticos, em especial a geometria analítica que também costuma ser trabalhada no 3º ano do Ensino Médio, relacionando-se as variações nos saldos da contas com as noções de coordenadas cartesianas, distância entre dois pontos, vetores etc.

Os pares de coordenadas dos pontos mostram os saldos de duas contas e os vetores (que deslocam os pontos) são considerados como pares de depósitos (ou retiradas) que modificam os valores das duas contas. Assim, os pontos estão relacionados às posições das contas, os vetores aos deslocamentos dessas posições. A proposta desse recurso também permite contribuir para a aprendizagem dos estudantes por meio da comparação entre os resultados obtidos com o GeoGebra e os resultados obtidos com lápis e papel.

Com base na Abordagem Documental do Didático (Gueudet & Trouche, 2009), essas situações-problema do livro didático consistiam em um recurso novo para as professoras até o momento da realização do trabalho colaborativo, quando passaram a utilizá-lo, sendo orientadas por ele e associando-o a alguns esquemas comuns de utilização (relativos a alguns procedimentos algébricos com lápis e papel). Nesse caso, temos o processo de instrumentação. Reciprocamente, as professoras passaram a associar novos esquemas de utilização ao recurso relativos à articulação entre os registros de representação algébrico e gráfico por meio do GeoGebra, à relação entre diferentes conteúdos matemáticos e à comparação entre os resultados obtidos com o GeoGebra e os resultados obtidos com lápis e papel, o que caracterizou o processo de instrumentalização.

Dessa maneira, para analisar a transformação do recurso em documento (entidade mista composta pelos esquemas de utilização e o recurso), observamos no trabalho das professoras os esquemas de utilização desenvolvidos, tendo em vista que esses esquemas poderiam ser tanto individuais como coletivos.

Conclusões

Acreditamos que as análises da etapa relacionada às situações-problema envolvendo juros compostos, geometria analítica e vetores, no âmbito do trabalho colaborativo realizado na pesquisa, favoreceram a verificação dos esquemas de utilização mobilizados pelas professoras quando adotavam esses recursos no planejamento de aulas para o ensino de Juros Compostos.

Destacamos que a Abordagem Documental do Didático foi oportuna para nossa investigação, pois, com o auxílio dela pudemos pesquisar o trabalho colaborativo de duas professoras, quando mobilizavam recursos na criação de documentos para o ensino de Juros Compostos, ou seja, pesquisamos o processo de Gênese Documental dessas professoras para o ensino desse tema, em suas duas dimensões: instrumentação e instrumentalização.

Concluindo, esperamos que a trajetória metodológica que apresentamos, relacionada à Abordagem Documental do Didático, possa estimular novas investigações nessa área de formação continuada docente.

Referências

Bittar, M. (2011). A abordagem instrumental para o estudo da integração da tecnologia na prática pedagógica do professor de matemática. *Educar em revista,* Curitiba, pp. 157-171.

Dias, A. O., Almeida, C. B. & Abar, C. A. A. P. (2021). Estado de conhecimento sobre a Abordagem Documental do Didático em pesquisas na Língua Portuguesa. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática,* v. 12, n. 1, pp. 1-25.

Gueudet, G. & Trouche, L. (2008). *Investigation réflexive des genèses documentaires des enseignants:* vers une méthodologie pour l'analyse des genèses et des systèmes documentaires des enseignants. Lyon: Ifé, pp. 1-14. http://educmath.enslyon.fr/Educmath/recherche/approche_documentaire/methodo_approchedoc_dec08.pdf.

Gueudet, G. & Trouche, L. (2009). Towards new documentation system for mathematics teachers? *The International Journal on Mathematics Education*- ZDM, Springer, v. 71, pp. 199-218.

Gueudet, G. & Trouche, L. (2010). Des ressources aux documents, travail du professeur et genèses documentaires. In: Gueudet, G. & Trouche, L. (dir.), *Ressources vives. La documentation des professeurs en mathématiques,* 57-74, INRP et PUR.

Gueudet, G. & Trouche, L. (2015). Do trabalho documental dos professores: gêneses, coletivos, comunidades: o caso da Matemática. *Em teia,* 6(3). Tradução de Katiane de Moraes. https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/view/2243.

Leonardo, F. M. (Org.). (2016). *Conexões com a matemática.* 3. ed. São Paulo: Moderna.

Pinto, C. L. L. & Leite, C. (2014). Trabalho Colaborativo: um conceito polissêmico. *Conjectura:* Filos. Educ., Caxias do Sul, v. 19, n. 3, pp. 143-170.

Rabardel, P. (1995). *Les hommes et les Technologies: une approche cognitive des instruments contemporains.* Paris: Armand Colin.

Vergnaud, G. (1990). La teoria de los campos conceptuales. [Traducción de Juan D. Godino. Espanha]. *Recherches em Didactique dês Mathématiques.*Vol. 10, pp. 133- 170.

Pesquisas sobre gamificação na educação matemática em contexto remoto

Research on gamification in mathematics education in remote context

Investigación sobre gamificación en educación matemática en contexto remoto

Thiago Novaes Silva[982]
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
0000-0002-0480-6234

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Tecnologia digital e outros recursos para o ensino e aprendizagem da matemática

Resumo

O presente artigo é parte de um doutorado em andamento e tem como objetivo analisar pesquisas que utilizaram gamificação na educação matemática e que foram desenvolvidas durante a pandemia do Coronavírus. No contexto de uma análise crítico-reflexiva procurou-se identificar os principais desafios e dificuldades que cada pesquisador informou em seu trabalho. No entanto, os estudos evidenciaram que a gamificação, que consiste na aplicação de elementos de um jogo em um ambiente que não necessariamente seja um jogo, mostrou ser uma metodologia versátil, tanto para o ensino remoto quanto para o presencial, capaz de engajar os alunos e motivá-los na resolução de problemas.
***Palavras-chave*:** Gamificação, Ensino remoto, Tecnologias digitais, Educação Matemática.

Abstract

This article is part of a doctorate in progress and aims to analyze research that used gamification in mathematics education and that was developed during the Coronavirus pandemic. In the context of a critical-reflexive analysis, we tried to identify the main challenges and difficulties that each researcher reported in his work. However, the studies showed that gamification, which consists in the application of elements of a game in an environment that is not necessarily a game, proved to be a versatile methodology, both for remote and face-to-face teaching, capable of engaging students and motivate them in problem solving.
Keywords: Gamification, Remote education, Digital technologies, Mathematics Education.

Resumen

Este artículo es parte de un doctorado em curso y tiene como objetivo analizar la investigación que utilizó la gamificación en la educación matemática y que se desarrolló durante la pandemia de Coronavirus. En el contexto de un análisis crítico-reflexivo, se trataron de identificar los principales desafíos y dificultades que cada investigador reportó en su trabajo. Sin embargo, los estudios demostraron que la gamificación, que consiste en la aplicación de elementos de un juego en un entorno que no es necesariamente un juego, demostró ser una metodología versátil,

[982] tns_16@yahoo.com.br

tanto para la enseñanza remota como presencial, capaz de involucrar a los estudiantes y motivarlos en la resolución de problemas.
Palabras clave: Gamificación, Educación remota, Tecnologías digitales, Educación Matemática.

Introdução

Em 2020 e 2021 o mundo passou um momento atípico causado pela descoberta do novo Coronavírus (SARS-CoV-2). A doença, chamada de Covid-19, se espalhou por todos os continentes e medidas drásticas foram necessárias para tentar diminuir a taxa de transmissibilidade do vírus. Com isso, diversos setores tiveram que fechar suas portas a fim de evitar a aglomeração de pessoas, incluindo os ambientes escolares. Com essa situação, as aulas presenciais foram suspensas e, como medida provisória, foi implementado o ensino remoto emergencial por meio de aulas virtuais em plataformas digitais na maioria das escolas.

Diversas pesquisas desenvolvidas em programas de pós-graduação foram afetadas pela pandemia e tiveram que ser adaptadas durante esse período. Trabalhos que seriam realizados presencialmente com alunos tiveram que ser realizados de forma virtual. No entanto alguns estudos foram realizados e, desse modo, o presente artigo tem como objetivo fazer uma análise crítico-reflexiva de algumas pesquisas na área de gamificação em educação matemática que foram afetadas durante a pandemia e analisar os desafios, dificuldades e conclusões que os pesquisadores enfrentaram durante suas investigações.

O interesse pelo tema gamificação, no contexto da educação matemática, já está presente em algumas práticas docentes, é um tema com poucas pesquisas na literatura e despertou interesse para meu estudo de doutorado. A gamificação, que consiste na aplicação de elementos de um jogo em um ambiente que não necessariamente seja um jogo, mostrou ser uma metodologia versátil, tanto para o ensino remoto quanto para o presencial, capaz de engajar os alunos e motivá-los na resolução de problemas.

Para a seleção dos trabalhos, foi feita uma busca no banco de teses e dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) utilizando a palavra "gamificação" como descritor, com os seguintes filtros: tipo (mestrado e doutorado) e o espaço temporal de 2020 a 2022. Foram encontrados 101 trabalhos dos quais selecionamos dois deles que estão ligados à área de educação ou ensino de matemática. Trabalhos que não foram desenvolvidos durante a pandemia foram excluídos. Devido à pouca quantidade de trabalhos relacionados ao tema, foi feita uma outra busca, na mesma plataforma, aplicando-se os seguintes filtros: tipo (mestrado profissional) e ano (2021 e 2022) e foram encontrados 61 trabalhos. Desses dois deles foram selecionados por estarem inseridos no tema abordado. Totalizamos, assim, quatro trabalhos de interesse para o estudo proposto.

Assim, o presente trabalho está organizado da seguinte maneira: introdução sobre o tema; considerações sobre ensino e conceitos de gamificação; pesquisas selecionadas e suas respectivas características. Apresento uma análise crítico-reflexiva, detalhando seus enfrentamentos perante a pandemia e por fim, as considerações finais.

Considerações sobre ensino e gamificação

Na prática docente do dia a dia, percebemos, cada vez mais, a dificuldade em despertar o interesse dos alunos em sala de aula. Aulas mecanizadas baseadas em memorização são situações que ainda persistem, em que os professores escrevem o conteúdo no quadro e os alunos o copiam e resolvem exercícios se configurando como um dos principais obstáculos no processo de aprendizagem. Fazer com que os alunos se sintam engajados com as atividades de ensino, objetivando proporcionar compreensão no conteúdo abordado é algo desafiador (Santos & Oliveira, 2018).

Com o passar das gerações percebemos o avanço das tecnologias e suas diferenças frente ao ensino tradicional, que não acompanha a evolução dos recursos que são utilizados cotidianamente. Os alunos de hoje não são mais os sujeitos para os quais o sistema de ensino foi projetado. Estamos em uma época na qual eles são considerados nativos digitais, ou seja, nasceram e cresceram na era da tecnologia (Mattar, 2013). Observa-se um avanço do uso de tecnologias em salas de aula a fim de torná-las mais atrativas e condizentes com a nossa realidade. Diante disso, consideramos o recurso da gamificação, para o ensino e aprendizagem de matemática, como uma proposta motivadora, visto que esses estudantes já possuem familiaridade com tecnologias e utilizam ambientes gamificados para se divertirem (Andreetti, Egido & Santos, 2017).

A gamificação é uma metodologia de ensino que se popularizou em 2010 e que vem ganhando cada vez mais adeptos. Para Deterding, Sicart, Nacke, O'hara e Dixon (2011) a gamificação consiste na utilização de elementos de um jogo em um sistema de não jogo para aprimorar a experiência e o engajamento do sujeito em uma determinada tarefa. Para Kapp

(2012) a gamificação é a utilização de mecânicas, estéticas e pensamentos dos jogos com o objetivo de engajar pessoas, motivar a ação, solucionar problemas e promover a aprendizagem. Zichermann e Cunningham (2011) definem gamificação como um processo de pensamento e mecânica do jogo para engajar usuários e resolver problemas.

Pesquisas Realizadas no Contexto Remoto

Pesquisas desenvolvidas em tempo de pandemia, no contexto da gamificação e educação matemática, envolvem uma situação diferenciada pelas dificuldades de serem realizadas na prática escolar e são objeto de estudo desse artigo por meio de uma análise crítico-reflexiva: um exercício de reflexão considerando os aspectos positivos e negativos dos trabalhos.

No Quadro 1 estão as pesquisas selecionadas.

Quadro 1

Arquivos selecionados para a pesquisa (Produção do autor)

Título do Trabalho	**Autor**	**Tipo**
Uma proposta para o ensino do Teorema de Tales com gamificação	Rafael Rix Geronimo	Doutorado em Educação Matemática – PUC-SP (2021)
Percepções dos estudantes do sexto ano do ensino fundamental sobre a aprendizagem matemática por meio de estratégias gamificadas e dos *games*	Denise Maria Pallesi	Mestrado em Educação em Ciências e em Matemática – UFPR (2021)
Xadrez de sociedade: do game à gamificação	Daniel Mattos Escobar	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – UnB (2021)
Gamificação no ensino de matemática: um estudo de caso	Edson Henrique da Silva	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – UFCA (2021)

Geronimo (2021) em seu trabalho "*Uma proposta para o ensino do Teorema de Tales com gamificação"* elaborou uma sequência didática gamificada com três alunos do nono ano do ensino fundamental de uma escola particular do município de São Paulo para ensinar o Teorema de Tales. Utilizou como metodologia a engenharia didática e se baseou nos aportes teóricos da Teoria das Situações Didáticas (TSD) e Dialética Ferramenta-Objeto (DFO).

Devido à pandemia, a atividade com os sujeitos foi realizada de forma remota por meio do aplicativo *Google Meet*. O pesquisador não conseguiu ir a campo colher os dados necessários para o término da investigação, sendo a aplicação à distância da pesquisa a única opção para o caso.

Foram realizados seis encontros on-line com os alunos, juntamente com o professor e o pesquisador. Durante esses encontros, o professor começou pela introdução da história e propôs desafios aos alunos. Em cada encontro seguinte os alunos resolviam os desafios e, à medida que eram solucionados, novos desafios eram propostos pelo professor. Ao longo dos encontros, houve um momento para a institucionalização do Teorema de Tales.

Em seu trabalho o autor relata alguns problemas durante esses encontros, como a impontualidade de alguns alunos por parte de problemas de conexão com a internet, falta em alguns encontros e a dificuldade do trabalho em grupo que prejudicou a dialética de validação. Diante desses fatos, o pesquisador informa a necessidade da reaplicação dessa sequência didática de forma presencial.

Pallesi (2021) em seu trabalho "*Percepções dos estudantes do sexto ano do ensino fundamental sobre a aprendizagem matemática por meio de estratégias gamificadas e dos games"* investigou se o uso de estratégias gamificadas por meio de *games* poderia engajar e incentivar os alunos na aprendizagem de conceitos matemáticos. Sua pesquisa foi realizada com alunos do sexto ano do ensino fundamental de uma escola da rede pública estadual do município de Curitiba. A autora informou que, devido à pandemia que durou ao longo de todo seu trabalho, sua pesquisa foi reestruturada e a aplicação aconteceu de forma remota. Para o estudo, foram usados os seguintes aplicativos: *Monster Numbers*, *Fractions Smart Pirates* e *Kahoot!*.

A pesquisa foi organizada em quatro etapas. A primeira foi a seleção dos conteúdos a serem trabalhados com os alunos de acordo com a informação da professora regente. A segunda foi a seleção para a escolha dos aplicativos móveis no formato de *games* a serem utilizados. Já na terceira etapa houve a aplicação das atividades gamificadas durante dois encontros remotos. A quarta e última etapa consistiu na organização e análise dos dados.

O estudo foi realizado em dois encontros on-line, um para cada duas turmas, por meio do *Google Meet* e quatro atividades assíncronas feitas no *Google Forms* que foram disponibilizadas no *Google Classroom*.

A pesquisa se iniciou com uma atividade diagnóstica, realizada de forma assíncrona, com a resolução de exercícios abordando os conteúdos propostos. Os sujeitos também responderam a um questionário inicial sobre o uso de tecnologias referente aos seus hábitos e familiaridades com os recursos tecnológicos. Durante o encontro on-line, os alunos realizaram exercícios por meio dos aplicativos baixados em seus *smartphones*. Por fim, também de forma assíncrona, responderam a um questionário final sobre suas percepções quanto ao uso de tecnologias nas atividades realizadas. Finalizaram o estudo com uma atividade avaliativa por meio de resolução de exercícios de forma remota.

A pesquisadora concluiu que a gamificação aplicada em *games* mostrou-se eficaz no engajamento e motivação dos alunos, tornando-se uma metodologia de ensino versátil para aprendizagem tanto no ensino presencial quanto no remoto.

Em seu trabalho **"***Xadrez de sociedade: do game à gamificação"*, Escobar (2021) objetivou criar um jogo que aumentasse o engajamento dos alunos na resolução de problemas. Seu trabalho aborda uma proposta de um jogo de cartas, Xadrez de Sociedade, que estimula a resolução de situações-problemas de matemática, questões de raciocínio lógico, exercícios de revisão e questões de olimpíadas de matemática e do ENEM.

Na proposta, o jogador girava uma roleta para identificar em qual setor de cartas iria responder. Cada setor tinha uma pontuação específica e, para ganhar essa pontuação, tinha que resolver o problema que estava descrito na carta. O autor sugeriu a criação de cartas com conteúdo de revisão, que representassem pré-requisitos para futuros conteúdos matemáticos. Em sua pesquisa, abordou questões com diversos temas matemáticos e não deixou claro para qual série o jogo seria aplicado, ressaltando que poderia ser adaptado para qualquer série, ficando a critério do professor criar suas cartas com as questões de acordo com o conteúdo em que estiver abordando.

Devido à pandemia do Covid-19, seu trabalho não foi aplicado com os alunos, ficando impossibilitado de analisar a viabilidade de seu jogo, visto que havia muitas regras e, em um primeiro momento, poderia se mostrar confuso. Acreditamos que seria necessária a aplicação dessa atividade gamificada com os alunos para avaliarmos sua eficácia. Por se tratar de um jogo de cartas onde não é necessário o uso de internet ou qualquer outro dispositivo digital, há possibilidade de realizá-lo em qualquer sala de aula.

Em sua pesquisa "*Gamificação no ensino de matemática: um estudo de caso"* Silva (2021) apresenta um estudo de caso com a metodologia de gamificação aplicada ao ensino de geometria para alunos do terceiro ano do ensino médio de uma escola pública estadual do município de Juazeiro do Norte. A proposta de aplicação da atividade ocorreu em um ambiente virtual de aprendizagem e se constituiu em três fases distintas: a fase exploratória, onde as aulas de geometria foram ministradas por meio da gamificação; a fase de coleta de dados, por meio de questionários e entrevistas individuais semiestruturadas e a fase de análise de dados, de forma crítico-reflexiva pelo pesquisador.

As atividades ocorreram durante quatro semanas, porém devido às mudanças de cronograma da escola pela pandemia, elas ocorreram de forma fragmentada, não seguindo o tempo formal do calendário. Na parte final de sua aplicação, a escola passou a adotar o sistema de ensino híbrido e os encontros pararam de acontecer de forma presencial.

O autor concluiu sua pesquisa informando que a proposta gamificada promoveu o engajamento dos estudantes, proporcionando uma aprendizagem ativa e motivando os sujeitos a resolverem as missões dadas.

Análise crítico-reflexiva dos trabalhos

Ao realizarmos uma análise crítico-reflexiva dos trabalhos, consideramos que eles foram desenvolvidos no contexto de uma pesquisa qualitativa. Segundo Bogdan e Biklen (1994), uma investigação qualitativa possui cinco características:

> 1. Na investigação qualitativa a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal; 2. A investigação qualitativa é descritiva; 3. Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos; 4. Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva; 5. O significado é de importância vital na abordagem qualitativa. (Bogdan & Biklen, 1994, p. 47)

Em uma observação, é comum selecionarmos algo conforme nossa bagagem cultural, fazendo com que sejamos tendenciosos ao nosso lado pessoal. Para que a observação seja um instrumento científico, ela precisa ser controlada e sistemática. Tanto quanto na entrevista, a observação permite ao investigador um contato mais direto com o sujeito, que é um fator importante em uma pesquisa qualitativa. A entrevista é um dos instrumentos básicos para a coleta de dados, permitindo uma captação imediata da informação almejada (Lüdke & André, 2018).

Em sua pesquisa Geronimo (2021) utilizou sequências de ensino, incluindo estudos preliminares e levantamento de pesquisas do objeto matemático. Os dados coletados pelo pesquisador foram obtidos por arquivos de texto, áudios e vídeos por meio de um aplicativo de dispositivo móvel. Já Pallessi (2021) usou uma metodologia de cunho qualitativo descritivo que tinha como proposta realizar comentários a partir do objeto de estudo. Seus instrumentos de coleta e análise de dados consistiam em sequências didáticas, questionários, observações e anotações. Por sua vez, com o intuito de analisar o impacto de sua metodologia nas aulas, Silva (2021) coletou seus dados por meio de observações anotadas durante a fase exploratória de sua pesquisa, onde as respostas foram obtidas com o auxílio de questionário fechado e entrevistas semiestruturadas. Enquanto que Escobar (2021) utilizou uma pesquisa bibliográfica para realizar uma revisão sistemática da literatura por meio de estudos acadêmicos, artigos, jornais e revistas eletrônicas.

Em uma pesquisa qualitativa, a ética é de extrema importância e tem um grande impacto pois consiste em normas relativas de procedimentos que são considerados certos e errados em uma investigação. Essas normas devem garantir que os sujeitos participem voluntariamente da investigação e que não sejam expostos a riscos que possam surgir (Bogdan & Biklen, 1994). Observa-se nos trabalhos a preocupação dos pesquisadores em preservar a identidade dos sujeitos envolvidos a fim de garantir seu anonimato.

Segundo Silva, Sales e Castro (2019), alguns elementos devem estar conectados para que ocorra o processo de gamificação a fim de produzir uma experiência completa de um jogo: os objetivos que mostram o resultado cujos jogadores pretendem alcançar, as regras que limitam as ações desses jogadores para a realização do jogo, o *feedback* que informa aos participantes se estão perto ou longe de alcançar seus objetivos e participação voluntária que implica na aceitação das regras do jogo.

Geronimo (2021) em seu trabalho informou que um dos sujeitos de sua pesquisa obteve um resultado abaixo do esperado em relação aos demais. Um dos motivos relatados por esse sujeito foi o fato de não gostar da referência a jogos, prejudicando assim seu engajamento na atividade. Pallesi (2021) também informou que teve dificuldades devido à baixa participação dos alunos durante o ensino remoto. A pesquisadora teve que ampliar a quantidade de turmas de uma para quatro, a fim de que obtivesse uma maior quantidade de sujeitos em seu trabalho.

Apesar disso, relatou que a incerteza sobre a quantidade de alunos que participariam das atividades em determinados dias, dificultou o planejamento de seu trabalho.

Quando pensamos em uma atividade gamificada em sala de aula, devemos sempre nos preocupar com a questão dessa voluntariedade do aluno em querer participar. Pois em qualquer lugar uma pessoa pode se negar em participar, mas e em sala de aula? O que fazer para motivar esse aluno que em primeiro momento reluta em participar e tornar sua aprendizagem mais divertida? Esse é um dos desafios do professor ao introduzir esse tipo de metodologia em um ambiente escolar.

Um ponto em comum em todos os trabalhos e principal motivo para a escolha dos mesmos foi o fato das pesquisas terem sido realizadas durante a pandemia. Tal situação aconteceu em diversos setores e os pesquisadores se viram obrigados a modificarem e adaptarem seus trabalhos mediante às adversidades ocorridas nesse período. Todos os autores alegaram mudanças em seus trabalhos, pois o que seria feito presencialmente, teve que ser realizado de forma remota.

Dentre as principais dificuldades, os autores relatam o atraso em suas pesquisas pois, a princípio, pensaram que tais medidas de isolamento seriam por um curto período de tempo e na verdade durou diversos meses. Geronimo (2021) só conseguiu realizar sua sequência gamificada com três sujeitos, que faltavam ou chegavam atrasados aos encontros remotos por problemas de conexão com a internet. Pallesi (2021) alterou os aplicativos que seriam usados incialmente em sua pesquisa escolhendo aplicativos gratuitos de fácil instalação e entendimento, para que fossem compatíveis com a faixa etária dos sujeitos de seu trabalho. Seus questionários também foram adaptados a fim que fossem de fácil interpretação. Já, Escobar (2021), não teve tempo hábil para aplicar seu jogo de cartas com os alunos. Silva (2021) foi o único dos pesquisadores analisados que conseguiu ter contato físico com os sujeitos de sua pesquisa, visto que ao final de seu trabalho, as atividades escolares passaram a ser híbridas. Relatou também que sua pesquisa sofreu várias adaptações pois o cronograma da escola sofria constantes mudanças. Apesar de trabalhar com alunos do último ano do ensino médio, informou que eles tinham dificuldades em utilizar os recursos digitais e trabalharem no computador. Mesmo sendo nativos digitais, sabiam usar a internet apenas para acessarem suas redes sociais.

Considerações finais

Nos trabalhos analisados, ao responderem suas questões de pesquisa, os autores concluíram que a gamificação corrobora de forma significativa para os processos de ensino e aprendizagem de matemática, aumentando o engajamento dos alunos e tornando as aulas mais divertidas. Segundo Schlemmer (2014), essa metodologia de ensino possibilita a construção de novos conhecimentos de forma mais prazerosa, engajando alunos na resolução de problemas e contribuindo para uma reflexão do contexto educacional formal.

A gamificação não se resume apenas em utilizar recursos digitais em sala de aula. Podemos aplicá-la também em ambientes que não possuem recursos tecnológicos, como podemos observar na proposta de Escobar (2021) ao desenvolver um jogo de cartas.

Os resultados das pesquisas foram compatíveis com os que Santos e Oliveira (2018) concluíram ao realizarem uma análise sistemática da literatura sobre o tema. Os autores mencionaram que, em relação ao engajamento dos alunos, eles se sentiram motivados em participar das competições matemáticas a fim de se destacarem em seu grupo escolar, avançando de fase e objetivando alcançar os resultados.

Cabe ressaltar que quando realizamos algo que nos desperte o interesse e eleve nosso nível de motivação, principalmente quando jogamos algo, estamos suscetíveis a despertar o estado de *Flow*. Segundo Csikszentmihalyi (1990), o *flow* é o estado em que as pessoas estão tão envolvidas em uma atividade que nada mais ao redor parece importar, a experiência por si só é tão agradável que as pessoas a executarão mesmo a um grande custo pelo simples prazer de poder fazê-la.

Esse trabalho, no contexto de um doutorado em desenvolvimento, apresentou um levantamento bibliográfico sobre estudos relacionados à gamificação que foram realizados durante a pandemia. Tais estudos irão contribuir para a construção da tese e para a área de educação matemática, assim como para o processo de ensino e aprendizagem da matemática no contexto da gamificação.

Referências

Andreetti, T. C., Egido, S. V., & Santos, L. M. *A gamificação no âmbito da Educação Matemática*. III COLBEDUCA – Colóquio Luso-brasileiro de Educação, Florianópolis, 2017.

Bogdan, Roberto C., & Biklen, San Knopp. *Investigação Qualitativa em Educação*. Porto: Porto Editora, 1994.

Csikszentmihalyi, M. *Flow*: the psychology of optimal experience. New York, USA: Harper & Row, 1990.

Deterding, S., Sicart, M., Nacke, L. E., O'hara, K., & Dixon, D. *Gamification: Using Game Design Elements in Non-Gaming Contexts*. In: Proc. Of the 2011 Annual Conference on Human factor in Computing Systems – CHI 2011, Vancouver, Canadá, 2011.

Escobar, D. M. *Xadrez de sociedade: do game à gamificação*. 2021. 120 f. Dissertação (Mestrado Profissional) – Curso de Matemática em Rede Nacional, Universidade de Brasília, Brasília, 2021.

Geronimo, R. R. *Uma proposta para o ensino do teorema de Tales com gamificação*. 2021. 176 f. Tese (Doutorado) - Curso de Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2021.

Kapp, K. M. *The Gamification of Learning and Instruction: Game-based Methods and Strategies for Training and Education*. Published by Pfeiffer An Imprint of Wiley One Montgomery Street, Suite 1200, San Francisco, CA, 2012.

Lüdke, M., & André, M. E. D. A. *Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas*. 2. ed. Rio de Janeiro: Editora Pedagógica e Universitária, 2018.

Mattar, J. *Games na educação: como os nativos digitais aprendem*. São Paulo: Pearson, 2013.

Pallesi, D. M. *Percepções dos estudantes do sexto ano do ensino fundamental sobre a aprendizagem matemática por meio de estratégias gamificadas e dos games*. 2021. 150 f. Dissertação (Mestrado) – Curso de Educação em Ciências e em Matemática, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2021.

Santos, R. A. P., & Oliveira, R. F. *Gamificação na educação matemática básica: uma revisão sistemática da literatura*. 2018. Disponível em http://aprender.posse.ueg.br:8081/jspui/handle/123456789/197. Acesso em 16/06/2022.

Schlemmer, E. Gamificação em espaços de convivência híbridos e multimodais: design e cognição em discussão. *Revista da Faeeba – Educação e Contemporaneidade*, Salvador, v. 23, n. 42, p. 73-89, 2014.

Silva, E. H. *Gamificação no ensino de matemática: um estudo de caso*. 2021. 87 f. Dissertação (Mestrado Profissional) – Curso de Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal do Cariri, Juazeiro do Norte, 2021.

Silva, J. B., Sales, G. L., & Castro, J. B. *Gamificação como estratégia de aprendizagem ativa no ensino de Física*. Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 41, n. 4, 2019.

Zichermann, G., & Cunningham, C. *Gamification by Design: Implementing Game Mechanics in Web and Mobile Apps*. Sebastopol, CA: O'Reilly Media, Inc. 2011.

Mentalidades Matemáticas e o uso do smartphone como recurso de aprendizagem

Mathematical Mindsets and the use of the smartphone as a learning resource

Mentalidades Matemáticas y el uso del teléfono inteligente como recurso de aprendizaje

Liliana Manuela Gaspar Cerveira da Costa[983]
Colégio Pedro II, Rio de Janeiro, RJ
0000-0002-5258-1447

Roberto Pereira Azevedo[984]
Centro Educacional Amélia Bittencourt, Rio de Janeiro, RJ
0000-0003-4018-2841

João Domingos Gomes da Siva Junior[985]
Colégio Pedro II, Rio de Janeiro, RJ
0000-0002-1745-0302

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Tecnologia digital e outros recursos para o ensino e aprendizagem da Matemática

Resumo

O presente trabalho resulta de pensar conjuntamente dois tópicos atuais em Educação Matemática: a utilização do celular como recurso de aprendizagem e a abordagem Mentalidades Matemáticas (MM) proposta por Jo Boaler. Visando aliar estas duas temáticas elaborou-se uma atividade piso baixo/teto alto, que foi aplicada em turmas dos anos finais do Ensino Fundamental. O uso de recursos tecnológicos e ferramentas didáticas deve ser pensado de forma a incentivar a postura curiosa e investigativa dos alunos, trazendo elementos de matemática presentes nos campos de interesse daqueles que estão aprendendo e que, muitas vezes, têm uma relação com a matemática marcada por insucesso, medo, frustração e desconforto. Este tipo de atividade insere-se numa prática que visa desenvolver as MM junto dos alunos, contribuindo para a mudança de algumas crenças sobre quem pode ter êxito em matemática, incentivando os estudantes a pensar profundamente sobre matemática, ensinando-os a trabalhar em conjunto e a estabelecer conexões. É fundamental recorrer a este tipo de atividades para desenvolver de uma mentalidade de crescimento em nossos alunos.
Palavras-chave: Mentalidades Matemáticas, Aplicativo 1Line, Smartphone, Atividade piso baixo/teto alto, Grafos.

Abstract

The present work results from thinking together two current topics in Mathematics Education: the use of the cell phone as a learning resource and the Mathematical Mindsets (MM) proposed

[983] liliana.costa.1@cp2.edu.br; Núcleo de Estudos e Pesquisas em Ensino de Matemática- NEPEM
[984] robertokrz@gmail.com; Núcleo de Estudos e Pesquisas em Ensino de Matemática- NEPEM
[985] joao.dgomes@gmail.com; Núcleo de Estudos e Pesquisas em Ensino de Matemática- NEPEM

by Jo Boaler. Aiming to combine these two themes, a low floor/high ceiling activity was elaborated, and applied in classes of the final years of Elementary School. The use of technological resources and didactic tools must be thought of in order to encourage curiousity and investigative attitude of students, bringing elements of mathematics present in the fields of interest of those who are learning and who, often, have a relationship with mathematics marked by failure, fear, frustration and discomfort. This type of activity is part of a practice that aims to develop MM with students, helping to change some beliefs about who can succeed in mathematics, encouraging students to think deeply about mathematics, teaching them to work together and to establish connections. It is essential to use these types of activities to develop a growth mindset in our students.
Keywords: Mathematical Mindsets, App 1Line, Smartphone, Low-floor/high-ceiling activity, Graphs .

Resumen

El presente trabajo resulta de pensar en conjunto dos temas actuales en la Educación Matemática: el uso del celular como recurso de aprendizaje y el enfoque de Mentalidades Matemáticas (MM) propuesto por Jo Boaler. Con el objetivo de combinar estos dos temas, se elaboró una actividad de piso bajo/techo alto, que se aplicó en las clases de los últimos años de la Enseñanza Fundamental. Se debe pensar en el uso de recursos tecnológicos y herramientas didácticas para fomentar la actitud curiosa e investigativa de los estudiantes, acercando elementos de las matemáticas presentes en los campos de interés de quienes están aprendiendo y que, muchas veces, tienen una marcada relación con las matemáticas. por el fracaso, el miedo, la frustración y el malestar. Este tipo de actividad es parte de una práctica que tiene como objetivo desarrollar MM con los estudiantes, ayudando a cambiar algunas creencias sobre quién puede tener éxito en matemáticas, motivando a los estudiantes a pensar profundamente sobre las matemáticas, enseñándoles a trabajar juntos y a establecer conexiones. Es fundamental utilizar este tipo de actividades para desarrollar una mentalidad de crecimiento en nuestros estudiantes.
Palabras clave: Mentalidad matemática, Aplicación 1Line, Teléfono inteligente, Actividad de piso bajo/techo alto, Grafos.

Introdução/Justificativa

A importância e facilidade do uso, pela geração Z[986], dos dispositivos eletrônicos como recurso de aprendizagem é reconhecida por especialistas e, também, pelos próprios jovens[987]. A inclusão desses dispositivos nas atividades de sala de aula tem sido estudada por vários pesquisadores como Romanello (2016) e Silva, Silva e Groenwald (2018). A apropriação da utilização de smartphones como recurso de aprendizagem conduz professores e alunos a se

---

986 O "Z" vem de "zapear", ou seja, trocar os canais da TV rápida e constantemente com um controle remoto, "Zap", do inglês, significa "fazer algo muito rapidamente" e também "energia" ou "entusiasmo". E inclui as pessoas nascidas a partir de 1995, familiarizadas com as últimas tecnologias digitais e sem dificuldade alguma em aprender a lidar com as novidades que surgem. <http://comciencia.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1519-76542011000700004&lng=en&nrm=iso> acesso em 19 de junho 2022

987 <https://blog.mbauspesalq.com/2021/07/01/por-dentro-da-geracao-z-como-eles-estudam/?gclid=Cj0KCQjwkruVBhCHARIsACVIiOzjdMgadIif9c3WUmY-ybso6-DUdOO7NWWcRvFEEFj5Q5HfRz51l4gaAiLoEALw_wcB> acesso em 19 de junho de 2022

tornarem atores colaborativos nos processos de ensino e aprendizagem. Mas, para que tal aconteça, é necessário elaborar propostas pedagógicas comprometidas com uma construção significativa do conhecimento, que visem a formação integral do estudante, e que tenham presentes práticas promotoras de uma matemática crítica e criativa. Tais propostas estão presentes na abordagem pedagógica preconizada por Jo Boaler nas práticas de Mentalidades Matemática (BOALER, 2018, 2019, 2020) que trazem para a sala de aula um outro olhar para o ensino e a aprendizagem da matemática.

> A matemática é uma disciplina muito ampla e multidimensional, que requer raciocínio criatividade, estabelecimento de conexões e interpretação de métodos, ela é um conjunto de ideias que ajudam a iluminar o mundo está em constante mudança. (BOALER, 2018, p. xv)

Uma das ideias chave preconizadas por Boaler reside no tipo de atividade que se propõe ao estudante. As atividades denominadas de **piso baixo/teto alto** são, num primeiro estágio, acessíveis a qualquer um, mas as propostas devem ser desafiantes e instigantes, a fim de promoverem questionamentos, bem como a necessidade de ampliar conhecimentos que conduzam ao aprendizado de novos conceitos, visando, deste modo, oferecer a todos os estudantes conteúdos de alto nível. Este tipo de atividades contribui para a mudança de algumas crenças sobre quem pode ter êxito em matemática, incentivando os estudantes a pensar profundamente sobre matemática, ensinando-os a trabalhar em conjunto e a estabelecer conexões (BOALER, 2018). Diante disso, é necessário que tanto as propostas de atividade como as mensagens que são transmitidas aos estudantes contribuam para desenvolver neles uma **mentalidade de crescimento** (DWECK, 2017) que, contrariamente à mentalidade fixa, assenta na premissa de que a inteligência não é fixa, que ela pode aumentar com esforço e persistência, podendo ser desenvolvida ao longo da nossa vida. Neste sentido, é necessário trabalhar com uma matemática mais aberta, visual e criativa, assim como com mensagens positivas e inspiradoras que levem os estudantes a acreditar que são capazes de aprender o que quiserem e a ter uma relação prazerosa com ela.

Pretendendo conectar os dois eixos referidos anteriormente surge o questionamento: De que forma conseguimos aliar as práticas MM ao uso do celular como recurso de aprendizagem?

Procurando responder à questão anterior optou-se por elaborar uma atividade com duas etapas distintas: em um primeiro momento, os alunos são desafiados a resolver, no papel, uma tarefa com alguns exercícios e a responder a alguns questionamentos; depois, são convidados a jogar um jogo envolvendo um aplicativo disponível para smartphone. Após terem jogado, os alunos irão responder a um questionário sobre o jogo em que se retomam alguns dos questionamentos já colocados anteriormente.

Após apresentar as tarefas que compõem a atividade e o aplicativo 1Line, é feito um relato sobre a aplicação da atividade e a finalizar iremos efectuar algumas considerações sobre todo o processo.

A tarefa em papel

Planejar e adaptar as tarefas matemáticas para que elas tenham como foco procurar incentivar o engajamento nos alunos é fundamental para a aprendizagem. Jo Boaler sugere seis itens que devem ser tidos em consideração ao propor ou adaptar uma tarefa matemática. A saber:

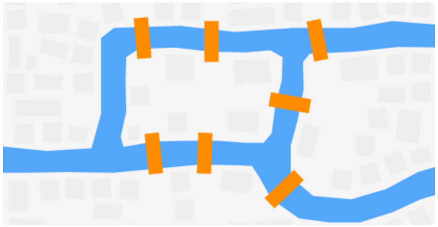
> 1. Abra a tarefa para que haja diversos métodos, rotas e representa-ções.
> 2. Inclua oportunidades de investigação.
> 3. Formule o problema antes de ensinar o método.
> 4. Acrescente um componente visual e pergunte aos alunos como eles veem a matemática.
> 5. Amplie a tarefa para que ela tenha "piso mais baixo e teto mais alto.
> 6. Peça aos alunos que convençam e argumentem; sejam céticos (BOALER, 2018, p. 77).

Tendo em atenção os itens anteriores e, também, que os alunos “precisam resolver problemas complexos, fazer muitas perguntas e usar, adaptar e aplicar métodos padronizados, bem como fazer conexões entre conceitos e métodos, e raciocinar matematicamente” (BOALER, 2019, p.8), pensamos numa atividade que teve como principal preocupação deixar a tarefa acessível para todos os alunos, mas com desdobramentos matemáticos mais elaborados, ou seja, uma atividade de piso baixo/teto alto. Desse modo, pretendia-se verificar se os alunos conseguiriam elaborar estratégias eficientes para a realização das atividades, identificando as propriedades necessárias para tal.

Como motivação para a tarefa, foi contada a história das pontes de Konigsberg, cidade onde existiam sete pontes que ligavam as margens do rio Pregel, conforme mostra a Figura 1. Os moradores da cidade tinham a curiosidade de saber se era possível andar pela cidade, percorrendo todas as pontes mas atravessando cada uma delas apenas uma vez. Devido às tentativas frustradas de alguns cidadãos, acreditava-se não ser possível realizar tal tarefa. Coube a Euler[988] a incumbência de apresentar uma solução da impossibilidade deste problema, considerado como precursor da Teoria dos Grafos.

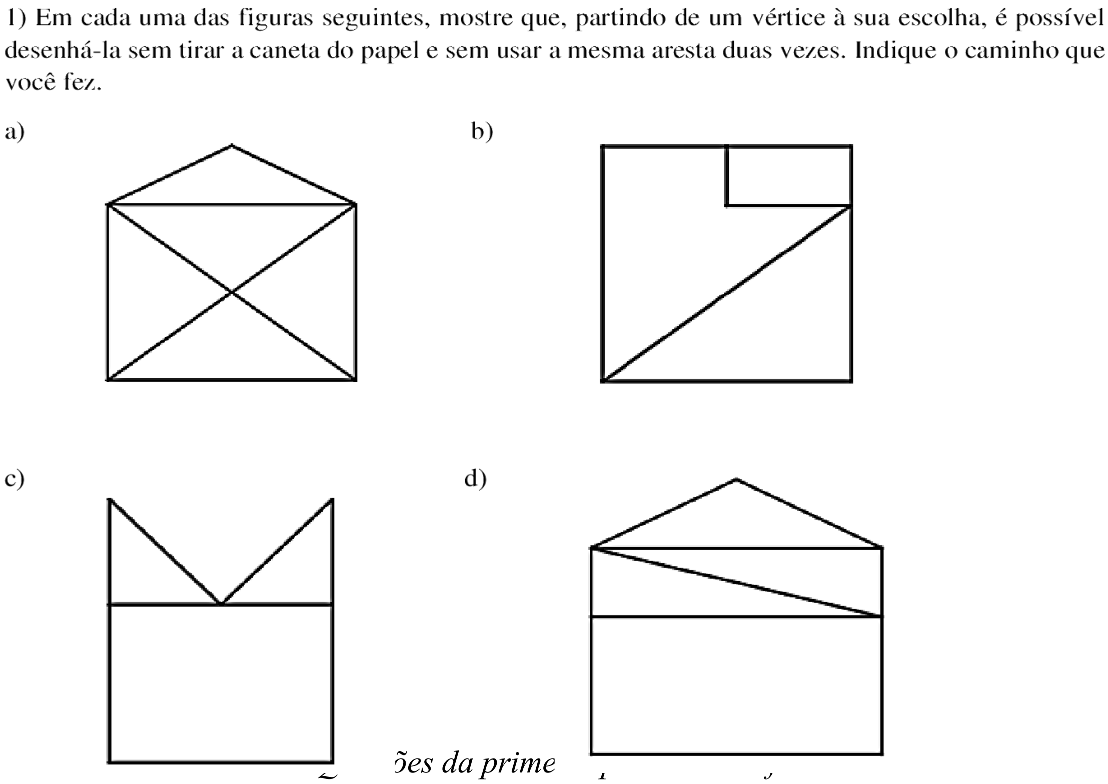
Figura 1.

Pontes de Konigsberg[989]



De seguida, sem ter feito previamente nenhuma consideração teórica sobre o assunto, começamos por fornecer aos alunos algumas figuras formadas por segmentos consecutivos, Figura 2, com o objetivo de percorrer cada uma delas sem levantar a caneta do papel e sem passar duas vezes pelo mesmo segmento.

Figura 2.



[988] Leonard Euler (n.1707, Basiléia, Suíça — m. 1783, São Petersburgo, Rússia)

[989] <https://pt.mathigon.org/course/graph-theory/bridges> acesso em 19 de junho 2022

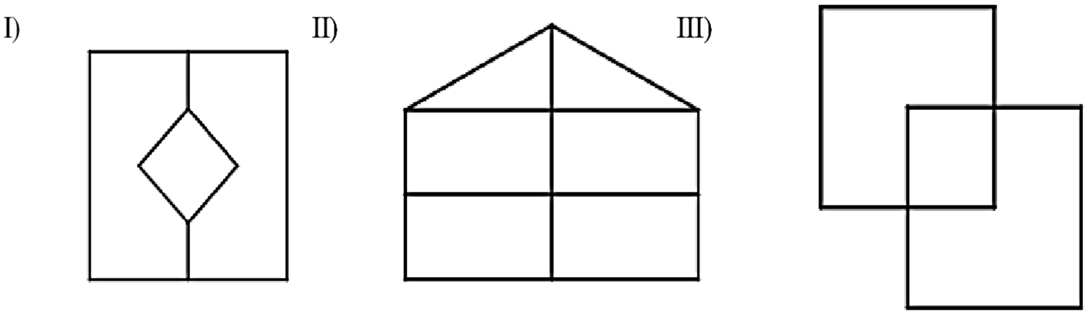
Os questionamentos então colocados aos alunos foram os seguintes: É possível fazer o desenho partindo de qualquer vértice? Você consegue encontrar alguma regra a ser seguida na hora de fazer o desenho?

Com a mesma finalidade, foi apresentado aos alunos outro conjunto de figuras, Figura 3. Aqui, contrariamente ao primeiro grupo de figuras, em que é sempre possível resolver o problema, algumas das figuras não podem ser desenhadas da maneira indicada.

Figura 3.

Questões da segunda parte da tarefa

2) Abaixo se encontram algumas figuras que podem ser feitas seguindo as regras do exercício 1 e outras que não podem ser feitas dessa forma.



Quais figuras representam os desenhos que podem ser desenhados da maneira desejada?

Interessava, agora, que os alunos comparassem as figuras que podem ser desenhadas com as que não podem, de modo a encontrar alguma propriedade que as primeiras tenham e que as segundas não possuam. Na sequência, era pedido que os alunos dessem sugestões de procedimentos admissíveis que tornassem possível desenhar as figuras que era impossível desenhar.

Os alunos, dos anos finais do Ensino Fundamental de uma escola particular do Rio de Janeiro, individualmente ou em dupla, resolveram as questões apresentadas em uma aula de um tempo de 50 minutos. Ao final dessa primeira aula, foi-lhes dito que deveriam baixar o aplicativo do jogo 1Line, que será descrito na próxima seção. Entretanto, alguns alunos baixaram o jogo de imediato e começaram a jogar no final da aula. Outros baixaram em casa e começaram a jogar em seguida. A ideia inicial era de que todos baixassem o aplicativo ao início da segunda aula. No entanto, a escola não possuía internet disponível para os alunos, e muitos deles não tinham como baixar na escola e, por isso, baixaram, previamente, em casa. Por isso, a maioria dos alunos teve contato com o jogo antes da aula, de um tempo de 50 minutos, que era destinada a essa finalidade.

O aplicativo 1Line ou One Line[990]

Escolheu-se o aplicativo gratuito 1Line (Figura 4) disponível para os sistemas Android ou iOs. A descrição do aplicativo diz "uma linha com um toque é uma maneira simples de fazer exercícios de treinamento cerebral todos os dias.[…] Basta tentar conectar todos os pontos com apenas um toque"[991]

Figura 4.

Aplicativo 1line versão android e respetivo Nível 1

Este aplicativo é um jogo, que apresenta 30 níveis de dificuldade, e cada nível possui 26 fases. Ele possui, também, um desafio diário, em que apresenta um novo quebra-cabeça a ser resolvido. Cada fase apresenta um grafo (Figura 4), e o desafio é percorrer todas as arestas do grafo apenas uma vez. O jogo ainda oferece uma ou mais ajudas caso o jogador sinta necessidade. O jogo permite desfazer algumas jogadas recorrendo ao primeiro botão, situado à esquerda na linha inferior, e recomeçar o jogo desde o início, ao clicar no segundo botão que se situa no meio.

[990] Uma linha

[991]<https://play.google.com/store/apps/details?id=com.one1line.onetouch.onestroke.dotgame&hl=pt_BR&gl=US> acesso em19 de julho 2022

No segundo nível já encontramos grafos que possuem arestas orientadas, isto é, um caminho que aponta a direção que tem de ser percorrida e encontramos arestas que devem ser percorridas duas ou mais vezes conforme indicado no jogo.

Aplicação da atividade

Após a realização do primeiro exercício (Figura 2), foi proposto aos alunos que refletissem sobre o que haviam feito, sendo questionados se seria possível fazer o desenho começando por qualquer um dos vértices e se eles identificavam alguma regra que deveria ser seguida para conseguir realizar o que era pedido. A grande maioria dos alunos conseguiu realizar a parte da tarefa que consistia em desenhar sem grandes dificuldades, a única diferença era que uns faziam mais rapidamente do que outros.

No segundo exercício (Figura 3), foram apresentadas três figuras e os alunos deveriam identificar quais poderiam ser desenhadas da mesma maneira que as do primeiro exercício. Em seguida, os alunos foram orientados a observar as figuras e a identificar características que diferenciassem aquelas que poderiam ser desenhadas conforme o procedimento orientador, daquelas que não poderiam. Na sequência, foi solicitado aos alunos que sugerissem possíveis alterações na estrutura das figuras que não poderiam ser desenhadas, a fim de que passassem a poder ser desenhadas. Neste exercício, os alunos conseguiram identificar quais figuras poderiam ser desenhadas e quais não poderiam, mas não conseguiram identificar alguma característica que diferenciasse a classe a que pertenciam (ser possível desenhá-las ou não). Eles conseguiram resolver essa parte da tarefa por tentativa e erro. Assim, eles não conseguiram perceber que se tirassem ou acrescentassem arestas algumas figuras poderiam passar a ser desenhadas.

O segundo dia de atividades foi dedicado à realização do jogo de forma individual, durante 40 minutos. Nos 10 minutos finais da aula, os alunos preencheram um questionário sobre as tarefas realizadas. O questionário era composto por cinco perguntas, com o objetivo de informar, respectivamente, quais fases o aluno achou mais fáceis de resolver, quais foram as mais difíceis, até qual fase o aluno jogou, se o aluno encontrou alguma regra a ser seguida para conseguir fazer o desenho e, por fim, se gostou do jogo.

Os alunos mostraram-se muito motivados e envolvidos com o jogo. Alguns solicitaram ajuda quando chegaram a fases mais complexas, sendo necessária a mediação do professor. Todos os alunos participaram ativamente e se empenharam em realizar os desafios. A maior parte dos alunos não conseguiu identificar a propriedade que permitiria a obtenção das figuras. Os resultados das atividades realizadas revelam a dificuldade dos alunos que partem de uma mentalidade fixa — acreditando que a inteligência é algo imutável, que se possui ou não —, sem a prática da reflexão e autonomia na aprendizagem matemática.

É indispensável envolver os alunos conceitualmente, Boaler afirma que "[…]é importante dar-lhes acesso às razões pelas quais os métodos funcionam, e não apenas lhes dar métodos para memorizar"(2020, p. 118). Desse modo, seria necessário maior tempo desenvolvendo atividades envolvendo estes conceitos, possibilitando a construção do raciocínio analítico, através de dicas norteadoras instigantes. Convém ressaltar a importância de trabalhar a mentalidade de crescimento desde cedo, enviando mensagens de reforço aos alunos, reafirmando que eles poderão **ainda** não conseguir resolver as atividades, mas que com esforço e persistência, irão conseguir chegar lá.

Considerações finais

A atividade apresentada viabiliza uma resposta à questão motivadora deste trabalho. No entanto, ficou evidente a existência de lacunas deixadas pela mentalidade fixa no aprendizado da matemática e na relação que os alunos têm com essa matéria. Eles necessitam de mais experiências para aprender com os erros que cometem, e procurar ter mais autonomia quando encontram um obstáculo.

No decorrer da atividade, o que acontecia era justamente o contrário, ao encontrar alguma dificuldade ou barreira, os alunos buscavam ajuda do professor procurando que este dissesse se o caminho que estavam seguindo estava certo ou errado, acabando por não se predisporem a pensar com profundidade sobre o que estavam fazendo e como estavam fazendo. Qual estratégia estavam seguindo? que hipóteses deveriam ser consideradas? o que deveriam manter e o que deveria ser alterado? A troca de ideias com os colegas, apesar de existir, não é uma prática habitual e precisa ser fomentada. Acredita-se que, com mais atividades e mais tempo, seria possível desenvolver uma nova atitude diante deste tipo de tarefas, em que o aluno deixaria de se preocupar apenas com a solução correta, mas passaria a produzir questionamentos, a alcançar os porquês e a desbravar caminhos possíveis para encontrar a solução, contribuindo assim para que a mentalidade dos alunos deixe de ser uma mentalidade fixa e passe a ser uma mentalidade de crescimento.

Conforme podemos observar em Silva, Silva e Groenwald (2018) existe uma vasta gama de aplicativos associados às mais diversas temáticas da Matemática e que poderão ser usados em sala de aula, mas se faz necessário exercer com mais perseistência, junto dos alunos, a prática de questionar, de criar hipóteses, de investigar e fazer análises sobre os desafios que são apresentados, em resumo do raciocínio matemático. Na atividade realizada, não foi observada uma postura reflexiva sobre a tarefa proposta, de forma que os alunos tentavam fazer os desafios de modo automático sem tentar identificar padrões, sem procurar procurar generalizações, sem compreender os porquês dos procedimentos e sem tentar refletir acerca dos erros que cometiam. No entanto, constatou-se que o uso das tecnologias em sala de aula, mais especificamente de aplicativos de jogos, traz maior engajamento e motivação dos alunos, aumentando o nível de participação e entusiasmo.

Aprender matemática é para todos. O papel do professor, portanto, é o de promover o acesso aos conteúdos de modo que todos os alunos, cada um com sua individualidade, possam compreender e construir os conceitos matemáticos e que estes façam sentido em sua experiência prática. Para isso, é preciso desenvolver formas de ensinar que contribuam para maior motivação, interesse e confiança dos estudantes em sua capacidade de aprender. Nestas práticas se inserem as propostas de Jo Boaler na abordagem MM e que tem por base os seguintes principios: 1.Todo o mundo pode aprender Matemática em altos níveis, com esforço e persistência e as condições adequadas; 2.Valorização do erro; 3.Perguntas são muito importantes, "Tem significado?"; 4.A Matemática é uma ciência criativa; 5.A Matemática é uma ciência de conexões e colaborações; 6.Profundidade é mais importante do que velocidade; 7. A aula deve focar na aprendizagem e não no desempenho. Mas para que isso aconteça, a forma de conduzir o ensino da matemática tem que priorizar e se sustentar em mensagens de mentalidade de crescimento.

Desenvolver mentalidades matemáticas com os alunos é fundamental para mudar o quadro de desinteresse e insegurança em relação à matemática. Engajamento, protagonismo e curiosidade podem e devem ser parte da experiência de aprender matemática. Associado ao uso consciente de recursos e ferramentas didáticas, que devem ser pensados para incentivar uma postura curiosa e investigativa dos alunos, trazendo elementos de matemática presentes no cotidiano, aplicados à vida, dentro do campo de interesse daqueles que estão aprendendo e que muitas vezes, têm uma relação com a matemática marcada por insucesso, medo, frustração e desconforto.

Referências

Boaler, J. (2018). *Mentalidades Matemáticas: estimulando o potencial dos estudantes por meio de uma matemática criativa, das mensagens inspiradoras e do ensino inovador*. Porto Alegre: Penso.

Boaler, J. (2019) *O que a Matemática tem a ver com isso?: como professores e pais podem transformar a aprendizagem da matemática e inspirar sucesso*. Porto Alegre: Penso.

Boaler, J. (2020). *Mentes sem barreiras: as chaves para destravar seu potencial ilimitado de aprendizagem*. Porto Alegre: Penso.

Dweck, C. (2017). *Mindset: A nova psicologia do sucesso*. São Paulo: Objetiva.

Romanello, L.A. (2016). O celular como recurso didático nas aulas de matemática: a visão do professor. In: *XX Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática*. Curitiba: EBRAPEM p.1-12.

Silva, L. T. da; Silva, K. N. da; Groenwald, C. L.O. (jan-mar 2018)A utilização de dispositivos móveis na educação matemática. *SBEM- Educação Matemática em Revista*, Brasília, v.3 n. 57, p. 59- 76.

IX CIBEM
Congresso Iberoamericano de Educação Matemática
05 a 09 de dezembro de 2022

Implementação de sequência didática para ensino de conteúdos de álgebra linear utilizando processamento digital de imagens

Implementation of didactic sequence for teaching linear algebra content usingdigital image processing

Implementación de una secuencia didáctica para la enseñanza de contenidos deálgebra lineal mediante procesamiento digital de imágenes

Francesco Spina[992]
Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca - CEFET/RJ
0000-0003-3252-9200

Anna Regina Corbo Costa[993]
Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca - CEFET/RJ
0000-0002-6430-8114

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Tecnologia digital e outros recursos para o ensino e aprendizagem da matemática.

Resumo

O ensino de Álgebra Linear, disciplina obrigatória em diversos cursos da área de exatas,é tradicionalmente feito de maneira teórica e abstrata, sendo abordado poucos exemplos de aplicação de conteúdos. Além de ser comumente relatado a dificuldade dos discentes na assimilação de tais tópicos, havendo altos índices de reprovação nessa disciplina. Dessa maneira foi elaborado um minicurso de extensão universitária sobre Processamento de Imagens em que são utilizados vários conceitos de Álgebra Linear, buscando aumentar o interesse dos alunos na disciplina a partir de diversas aplicações. Para o curso foi utilizada a ferramenta Octave-Online. O mesmo foi dividido em formato de módulos onde são apresentados conceitos teóricos e propostos desafios em grupos. O feedback dos alunos participantes mostrou que em geral a experiência foi satisfatória e aumentou o interesse em Álgebra Linear. Por fim, torna-se promissora a ideia de aplicar alguns módulos do curso em turmas regulares de Álgebra Linear de modo a verificar o aumento da motivação dos alunos a partir de aulas mais dinâmicas e produtivas.

Palavras-chave: Ensino, Matrizes, Transformações Lineares, Imagem Digital.

Abstract

[992] Bolsista PIBIC CEFET/RJ, francesco.spina@aluno.cefet-rj.br
[993] Departamento Acadêmico de Matemática, anna.costa@cefet-rj.br

The teaching of Linear Algebra, a compulsory subject in several courses in the exact area, is traditionally done in a theoretical and abstract way, with few examples of content applications. In addition is commonly reported the difficulty of students in assimilating such topics, with high failure rates in this course. In this way, a mini-course on Image Processing was developed in which several concepts of Linear Algebra are used, looking for increase students' interest in this lecture. The Octave-Online tool was used for the mini-course. The same was divided into modules format where theoretical concepts are presented and challenges are proposed to be done in groups. Feedbackfrom participating students showed that overall the experience was satisfactory and increased interest in Linear Algebra. Finally, the idea of applying some modules of the course in regular Linear Algebra classes becomes promising in order to verify the increase in students' motivation from more dynamic and productive classes.

Keywords: Teaching, Matrix, Linear Transformations, Digital Image.

Introdução

A álgebra linear é um dos campos da matemática de maior aplicabilidade em áreas técnicas e tecnológicas. No entanto, o ensino desta disciplina é usualmente feito de modo a separar o conhecimento teórico de suas aplicações. Pesquisas em Educação Matemática, especificamente sobre o ensino e a aprendizagem de Álgebra Linear, comoem Bianchini, Lima & Gomes (2019), apontam a grande dificuldade que os estudantes enfrentam em adquirir os conhecimentos básicos do assunto.

Estudos recentes apontam que ainda são poucos os estudos sobre o ensino de Álgebra Linear na graduação. Bianchini, Lima & Gomes (2019) indicam a carência de estudos referentes à disciplina na Licenciatura, em cursos de serviço, em graduações a distância, no emprego de Tecnologias Digitais de Comunicação e de Informaçãoe também a análises de livros didáticos mais atuais.

Na última década foram publicados esforços para tornar o ensino da disciplina mais interessante e contextualizado para o aluno. Na maior parte das vezes, as propostaspassam pela utilização de software de visualização geométrica de modo a correlacionaro conhecimento axiomático com algo palpável. Karrer & Santos (2018) e Santana et al (2019) descrevem experiências com o Geogebra para o ensino de assuntos como vetores, matrizes, núcleo e imagem de transformações lineares. Já Parmegiani (2011) e Junior & Karrer (2019) descrevem sequências didáticas onde foi usado o programa Matlab para explorar o tema Transformações Lineares e contextualizar a Criptografia relacionando-a com os conteúdos matemáticos de transformação linear, independêncialinear, matrizes, congruência módulo e inversa modular de uma matriz.

A manipulação de imagens digitais em si é um tema bastante interessante para jovens alunos devido ao uso cotidiano deste tipo de ferramenta em redes sociais. Tirar fotos, aplicar filtros e publicar são atos cotidianos nos dias de hoje e acredita-se que correlacionar este tipo de ação com conteúdos matemáticos teóricos torne o ensino bastante atrativo.

De acordo com Gonzalez, Woods & Eddins (2009), a imagem digital pode ser representada matematicamente como uma função discreta f: Z^n -> Z^n, com $n=\{1,3\}$. O par *(x,y)* do domínio é a posição da menor unidade da imagem, chamada de pixel. Já a imagem *f(x,y)* é o valor de cor. Uma imagem digital também pode ser representada por uma matriz *A* onde cada elemento $a_{ij} = f(i,j)$ e representa o valor de cor do pixel na posição *(i, j)*. Quando o contradomínio é Z^1, a imagem será em tons de cinza, onde a intensidade do pixel será definida a partir de 0 (cor preta) a 255 (cor branca). Já quando o contradomínio é Z^3 a imagem será colorida e composta por três matrizes que representam a intensidade da cor vermelha (R), verde (G) e azul (B) do espaço, respectivamente (chamado de Espaço RGB). Nesse caso *f(x,y)* é um vetor com três parâmetros que correspondem às três componentes (RGB) com valores inteiros de 0 a 255. Nesse modelo matemático, as manipulações de cor e geometria da imagem são representadas como operações matriciais. Deste modo, para alterar a cor, rotacionar, refletir, cortar ou aplicar efeitos (conhecidos com filtros) é necessário operar as entradasda matriz através de transformações, muitas vezes, lineares. Para maiores detalhessugerimos consultar Gomes & Velho (2003) e Gonzalez, Woods & Eddins (2009).

Ibrahim et al (2012) discute uma reforma na abordagem de ensino de processamento de imagens de um método convencional para um novo método de ensinoque envolvia uma integração de conteúdos de matemática e processamento de imagens. Os tópicos de matemática relevantes para aplicações de processamento de imagens foram propostos para serem ensinados simultaneamente. Nesse sentido, professores de matemática e processamento de imagens estariam colaborando no ensino da aplicaçãode matrizes e transformação de matrizes na disciplina.

Trabalhos como Caridad (2011; 2019a) apresentam metodologias que visamcombinar conteúdos de Álgebra Linear e de Processamento de Imagens, no ensino da primeira disciplina. Ambas as metodologias baseiam-se em ensinar conceitos como matrizes e transformações lineares usando aplicações de processamento de imagens. Segundo os autores, este tipo de abordagem leva a um ambiente de aprendizagem totalmente novo e interessante, onde o ensino é mais estimulante para os alunos e o ambiente se torna mais produtivo e dinâmico para os professores. A mesma autora consolida a metodologia em Caridad (2019b) ao analisar os resultados e as opiniões dos alunos via questionários de aderência e motivação. Verificou-se que a utilização desta nova metodologia de ensino auxilia o 'aprender a aprender' desde que bem definida,com objetivos claros para quem implementa (professor) e quem interage (alunos) com ele.

Deste modo, o objetivo do presente trabalho é descrever a concepção e implementação de um minicurso que aborda, para um grupo de alunos de ensino superior, o processamento digital de imagem com uma aplicação de alguns conceitos de Álgebra Linear. O minicurso foi idealizado em módulos de modo a tratar de matrizes e transformações lineares através da construção de rotinas de visualização e modificação de imagens além da construção de filtros. As seções seguintes são divididas na seguinte sequência: em Metodologia será descrita a concepção do curso com a descrição dos módulos, conteúdos a serem abordados e resultados esperados em cada etapa. Em Resultados é descrito como o curso foi realizado e quais os feedbacks obtidos e,finalmente, na seção Conclusão é feito um balanço dos objetivos do curso versusresultados alcançados, em vista a opinião dos alunos participantes.

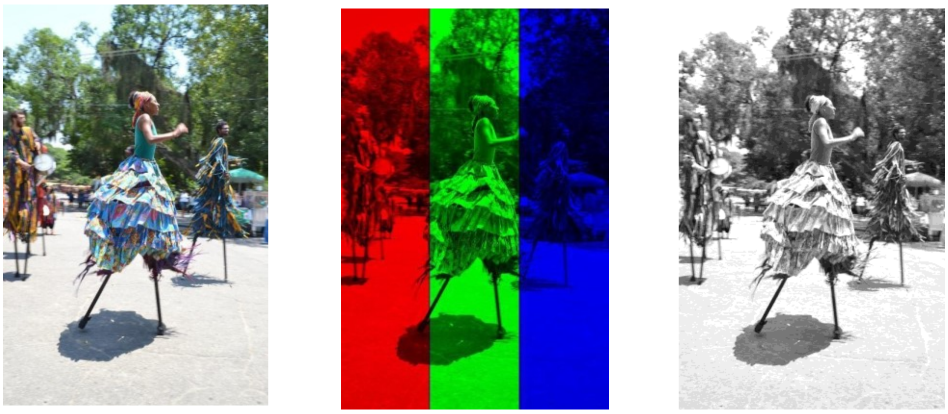
Metodologia

O curso foi idealizado como um minicurso de extensão universitária a ser ministrado de forma virtual com total de 8 horas de duração, sendo 6 horas ministradas de modo síncrono e 2 horas de modo assíncrono. A estrutura da parte síncrona do curso foi projetada com a exposição de conteúdo teórico de processamento de imagens e com práticas em algoritmos e comandos do Octave sendo dividido em 5 módulos, cada um deles de um assunto específico. Além do mais foram elaborados alguns exercícios práticos a serem realizados no intervalo entre os módulos para a fixação do conteúdo a serem feitos em grupo com imagens pré selecionadas. Os exercícios foram realizados previamente com uma imagem teste com o intuito de demonstrar aos alunos o resultado esperado.

O primeiro módulo apresenta a interface do Octave Online, além de demonstrar alguns de seus comandos básicos e na parte teórica é apresentada a ideia do que seria uma Imagem Digital do ponto de vista matemático. Dessa maneira os exercícios práticos desenvolvidos para essa seção consistem em carregar e imprimir uma imagem (Figura 1.a), imprimir cada um dos canais RGB (Figura 1.b) e transformar a imagem empreto e branco (Figura 1.c).

Figura 1.

a) Imagem Original. b) Canais RGB da Imagem. c) Imagem em Preto e Branco.



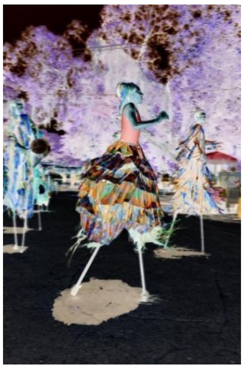
Fonte: Elaborado pelos autores

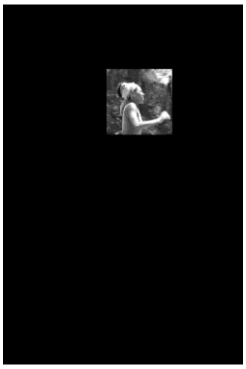
O segundo módulo aborda os principais sistemas de cores (RGB, CYMK, HSV),sendo também exposta a ideia do corte (crop) na imagem. A realização do crop é feita com uma matriz máscara que possui elementos com valor igual a 0, que representa a área a ser removida, e valor 1, que simboliza a região de interesse, sendo esta matriz multiplicada elemento a elemento com a imagem original criando o corte. Na Equação 1pode ser vista uma simplificação do algoritmo para uma matriz 4x4. Por fim é demonstrado a sintaxe do ciclo de repetição for. Nesta seção os desafios propostos consistem em criar e imprimir uma imagem randômica, imprimir o negativo (Figura2.a), realizar um corte (Figura 2.b), imprimir a imagem transposta e as 6 faces do cubo RGB.

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} .\times \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0\cdot a_{11} & 0\cdot a_{12} & 0\cdot a_{13} & 0\cdot a_{14} \\ 0\cdot a_{21} & 1\cdot a_{22} & 1\cdot a_{23} & 0\cdot a_{24} \\ 0\cdot a_{31} & 1\cdot a_{32} & 1\cdot a_{33} & 0\cdot a_{34} \\ 0\cdot a_{41} & 0\cdot a_{42} & 0\cdot a_{43} & 0\cdot a_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & a_{23} & 0 \\ 0 & a_{32} & a_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Figura 2.

a) Negativo da Imagem b) Corte da Imagem





Fonte: Elaborado pelos autores

No terceiro módulo é exposto a lógica de como pode ser feita a mudança de escala de uma imagem (Figura 3), aumentando ou diminuindo a sua largura, altura ou ambos. O desafio proposto é criar um código que somente dobre o tamanho da altura ouda largura de uma imagem digital.

Figura 3.

Duplicação da escala horizontal da imagem

Fonte: Elaborado pelos autores

Em sequência, o quarto módulo trata da aplicação de matrizes de transformações lineares, que causam o efeito de reflexão, cisalhamento e rotação, sendo exposto um algoritmo genérico (Figura 4.a) que exemplifica a aplicação das matrizes de reflexão, cisalhamento e rotação operadas com o vetor posição de cada pixel. Note que, para aplicar a transformação desejada, o vetor posição do centro da imagem original deve coincidir com a origem do sistema de coordenadas, para isso é necessário a utilização dematrizes de translação. Tal algoritmo é apropriado para esses três efeitos, havendo somente a necessidade de calcular a matriz de translação a ser usada para movê-la novamente de forma que ela fique em posição legível, com coordenadas apropriadas para a impressão. Consequentemente os exercícios propostos envolvem fazer a reflexão da imagem em torno do eixo y, cisalhar a imagem e também rotacioná-la 30° no sentidoanti-horário (Figura 4.b).

Figura 4.

a) Algoritmo de transformações lineares *b) Imagem rotacionada 30°*

```
%Será necessário deslocar a imagem para o centro
referencial de coordenadas:

Desin = [1 0 -round(linha/2); 0 1 - round(coluna/2); 0 0 1]

Desout = [1 0 round(linha/2); 0 1 round(coluna/2); 0 0 1]

%Quem sofrerá as trasformações matriciais serão os
vetores de posição que são as coordenadas dos pixels.

for i=1:linha
  for j=1:coluna
    Coord=(Desout*Operador*Desin*[i;j;1]);
    %Operador pode ser as matrizes de reflexão,
cisalhamento ou rotação.

    Nova_imagem(Coord(1), Coord(2)) = imagem(i,j);

  end
end
```

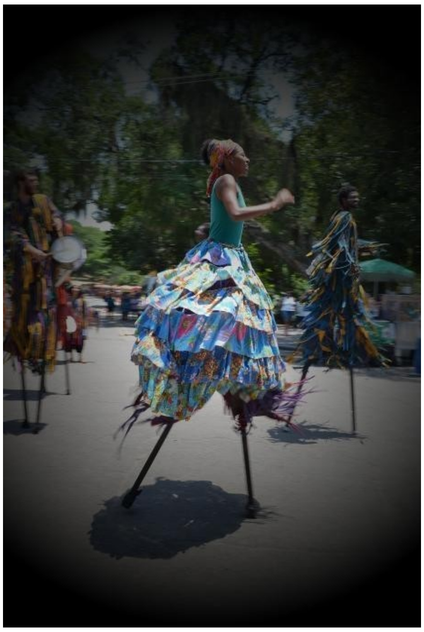
Fonte: Elaborado pelos autores

Por último, o quinto módulo trata de filtros de imagens, abordando um dehachura de maneira randômica e um filtro estilo CRT que simula a imagem como se ela fosse exibida nas chamadas “TV’s de Tubo” (CRT - cathode ray tube). Foi também demonstrado dois filtros de foco, que consistem em escurecer os pixels por um fator linear ou exponencial com base na distância que cada pixel está do centro da imagem(ou até outro ponto qualquer desejado): quanto mais longe do ponto central mais escuro o pixel ficaria. Foi descrito um algoritmo (Figura 5.a) para o filtro de foco de fator linear, denominado de Filtro Cone, que consiste em projetar um cone teórico sobrepostoa imagem (Figura 6). O centro do cone coincide com o ponto de foco e a distância vertical de cada pixel da imagem para a superfície cônica representa justamente o fator de escurecimento do respectivo pixel. No final há os últimos exercícios que tratam da criação de um filtro de hachura, o filtro de foco com fator linear (Figura 5.b) e um estiloCRT.

Figura 5.

a) Algoritmo do filtro de escurecimento linear *b) Filtro Cone*

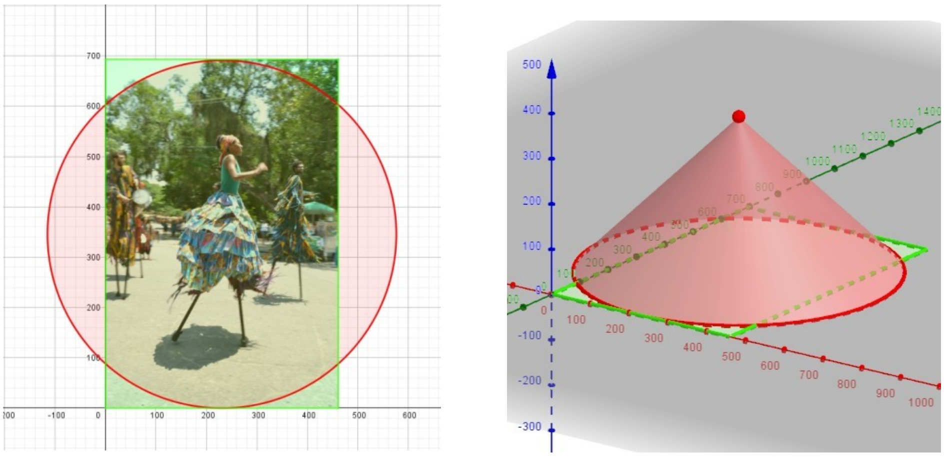
```
%Primeiro é necessário definir o centro da
projeção ortogonal do cone na imagem:

x_centro = coluna/2
y_centro = linha/2

%Definir também a altura/topo do cone:
h = x_centro ou h = y_centro


 %Para cada pixel calcular o valor da altura do
 cone:

 for i=1:linha
   for j=1:coluna
        z = - sqrt( (j-x_centro)^2 + (i-y_centro)^2) +h;
        %z é a equação do cone

         Filtro(i,j) = Im_Original(i,j)*(z/h);
         %Aplicação do fator de escurecimento
    end
 end
```



Fonte: Elaborado pelos autores

Figura 6.

a) Vista superior do cone sobreposto a imagem. b) Representação do cone no R³



Fonte: Elaborado pelos autores

O curso também teria uma parte assíncrona, com total de 2 horas, que consistiriaem cada aluno entregar um dos códigos produzidos em grupo durante as aulas, devendo este estar comentado linha a linha, sendo parte obrigatória do curso.

Resultados

Em relação a realização do curso, o mesmo ocorreu em Dezembro de 2021 no Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca (CEFET-RJ) através da plataforma Microsoft Teams. O público alvo eram estudantes de graduaçãoda instituição das áreas de engenharia e ciência da computação. Foram oferecidas duas turmas, uma do turno da manhã e outra da tarde, além de haver a possibilidade de participar de uma turma mista, na qual o aluno iria assistir parte das aulas de manhã e outra parte à tarde. Do total de 50 inscritos, 43 já haviam cursado todo o módulo de Álgebra Linear. Concluíram todas as atividades 24 alunos da turma da manhã, 9 datarde e 2 da mista.

O perfil da graduação dos alunos inscritos era de alunos de Engenharia de Ambiental, Civil, Controle e Automação, Elétrica, Eletrônica, Mecânica, Produção e Telecomunicações, além de alunos de Ciência da Computação. Durante os encontrossíncronos havia dois instrutores ministrando o curso.

Em cada uma das duas turmas da plataforma foram criados previamente canais com nomes “Grupo-1”, “Grupo-2” e assim por diante, para grupos de alunos se reunirem de modo a realizarem os exercícios propostos. Durante a realização dos exercícios, os instrutores passaram em cada grupo para observar e ajudar com dúvidas ou problemas que eventualmente surgiam. Ao longo do curso foi notado que nãohaveria tempo suficiente para abordar todo o conteúdo inicialmente proposto, assim foi retirado o módulo 4 de transformações lineares.

Em relação ao feedback foi aplicado um formulário aos alunos que participaram do minicurso para que eles pudessem expor suas opiniões. A maioria das questões foido tipo fechada com uma escala de 1 a 5, onde 1 seria o pior resultado e 5 o melhor. Houve também uma pergunta do tipo aberta onde os discentes poderiam escreversugestões e observações. Percebeu-se uma grande satisfação do público com o nível de conhecimento dos instrutores (média 4,97 de 5), uma satisfação também alta, em relação ao conteúdo (média 4,66 de 5) e a metodologia (média 4,74 de 5) empregadanas aulas práticas. Além do mais, houve uma grande satisfação a respeito da formacomo o curso foi organizado (média 4,80 de 5). A maioria dos alunos participantes indicou gostar do curso de modo geral (97%), somente 3% indicou gostar parcialmentee nenhum aluno indicou não ter gostado do curso. Por fim, a maioria disse que recomendaria este curso para um conhecido (média 4,91 de 5).

Outro ponto importante abordado no formulário de feedback é a percepção do nível de dificuldade das tarefas propostas, na qual a maioria (86%) considerou como regular e pouquíssimos consideraram como fácil (9%) ou difícil (6%), sendo este um resultado satisfatório pois um bom desafio não pode ser muito fácil nem muito difícil demodo a motivar os alunos durante a execução.

Percebeu-se o comprometimento dos estudantes com o minicurso tanto no formulário em que eles se autoavaliaram com um grau de comprometimento numa escala de 1 a 5, com resultado em média de 4,71, quanto na entrega assíncrona do código comentado em que houveram pessoas que enviaram mais de um código, criando até um próprio filtro não apresentado durante as aulas.

Na parte discursiva de sugestões e observações houveram elogios a didática dos instrutores e as recomendações estavam centradas em ter mais tempo de curso para abordar mais temas (que foram cortados da versão final) e melhorar a primeira parte,que trata da introdução ao Octave e do conceito da imagem digital, através de umamaior exemplificação dos comandos da linguagem. Foi perceptível durante o curso que houve, por parte dos alunos, uma demora na compreensão dos conceitos iniciais (a imagem ser entendida como uma matriz e comandos básicos do Octave), principalmentepara aqueles que nunca tiveram contato com o programa, porém, após passar por esta etapa, o curso evoluiu mais tranquilamente, com um aprendizado mais rápido dosestudantes.

Conclusão

Em síntese, pode-se aferir que o objeto deste estudo, minicurso de processamento de imagens, aumentou o interesse dos alunos sobre os conceitos apresentados na disciplina de Álgebra Linear, que tradicionalmente no ambiente acadêmico é ensinado de um ponto de vista mais teórico. No formulário de feedback existem vários comentários que ratificam este ponto como, por exemplo: “Eu achei o curso incrível, já tinha feito as duas matérias de álgebra antes mas teria me interessado muito mais na matéria caso tivesse feito esse curso antes”. Ainda assim podemosconstatar que, na primeira execução desse curso, certos problemas tenham ocorrido como poucos exemplos dos conceitos iniciais de imagem digital do ponto de vista matemático e os comandos do Octave Online que foram uma novidade para boa parte dos alunos.

Por fim, tendo em vista que o curso foi elaborado na forma de módulos, que são independentes entre si, torna-se promissora a ideia de aplicar alguns desses módulos emturmas de Álgebra Linear de modo a verificar o aumento da motivação dos alunos a partir de aulas mais dinâmicas e produtivas. Acredita-se que esta metodologia possa estabelecer uma mudança positiva do desempenho acadêmico dos discentes nessadisciplina.

Referências

BIANCHINI, B. L., LIMA, G. L., GOMES, E. Possibilidades de novas pesquisas em Cálculo, Análise e Álgebra Linear a partir de um mapeamento das investigações do GT04. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 10, n. 2, p. 112-124,2019.

CARIDADE, C. M. R. Applying image processing techniques to motivate students in linear algebra classes. In: **I World Engineering Education Flash Week (WEE2011).** Lisboa. v. 2, p. 13, 2011.

CARIDADE, C. M. R. Linear Algebra and Image Processing: A New Teaching Approach, In: **14th Iberian Conference on Information Systems and Technologies (CISTI)**, p. 1-6, 2019a.

CARIDADE, C. M. R. Applications (Ideas) in Linear Algebra with Digital Image Processing. Can we Do, Teach, Motivate and Evaluate?. **Journal of Information Systems Engineering and Management**, v. 4, n. 4, p. em0103, 2019b.

GOMES, J., VELHO, L. **Fundamentos da Computação Gráfica.** Rio de Janeiro: SBM/IMPA, 2003.

GONZALEZ, R. C., WOODS R. E., EDDINS S. L. **Digital Image Processing Using MATLAB®**. United States: Gatesmark Publishing, 2009.

IBRAHIM R., BAKRI N., SALLEH T. S. A., ZIN Z. M. Incorporating mathematics in teaching and learning of image processing, In: **4th International Congress on Engineering Education**, p. 1-5, 2012.

JUNIOR, R., KARRER, M. Contextualização em Álgebra Linear: um experimento de ensino sobre criptografia no Matlab. In: **XLVII Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia**, Fortaleza, 2019.

KARRER, M., SANTOS, R. C. M. Nucleus, Image and Composition of Linear Transformations: a graphical approach in computational enviroment. **Research, Society and Development**, [S. l.], v. 7, n. 10, p. e9710405, 2018.

LIMA, G. L., BIANCHINI, B. L., GOMES, E. Ensino e Aprendizagem de Álgebra Linear: uma análise das pesquisas do GT 04 da Sociedade Brasileira de Educação Matemática. **Educação Matemática Em Revista**, p. 140-154, 2019.

PARMEGIANI, R. Explorando as Transformações Lineares no Plano com o Uso do Matlab. In: **Anais do XXXIX COBENGE-Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia**, 2011.

SANTANA, F. T. et al. Inovação no processo de ensino e aprendizagem de álgebra linear usando o software geogebra. **Brazilian Journal of Development**, v. 5, n. 9, p. 15095-15105, 2019.

Relação entre tecnologias digitais e a docência universitária: a compreensão de professores sobre o aprender Matemática em uma Cibercultura

Relationship between digital Technologies and university teaching: teachers' understanding of learning Mathematics in a Cyberculture

Relación entre las tecnologías digitales y la docencia universitaria: la comprensión de los docentes sobre el aprendizaje de las Matemáticas en una Cibercultura

Daniel da Silva Silveira[994]
Universidade Federal do Rio Grande - FURG
0000-0002-1195-2117

Leonardo Eduardo da Costa Portal[995]
Universidade Federal do Rio Grande - FURG
0000-0001-8970-9857

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Tecnologia digital e outros recursos para o ensino e aprendizagem da matemática

Resumo

Este artigo tem como objetivo discutir sobre as compreensões dos professores de Matemática em relação ao uso das tecnologias digitais no processo formativo no Ensino Superior. A pesquisa foi constituída por nove professores de Matemática de uma Universidade Pública Federal. A pesquisa foi estruturada por meio de uma abordagem qualitativa, balizada pelo caminho explicativo da objetividade entre parênteses na perspectiva de Humberto Maturana por considerar os pesquisadores como observadores implicados e utilizou-se da técnica do Discurso do Sujeito Coletivo para analisar os registros produzidos a partir de um questionário on-line, o que resultou no discurso coletivo denominado: O aprender matemática enatuado na docência pelas tecnologias digitais. Esta pesquisa permitiu concluir que diferentes experiências de manipulação e reflexão sobre o operar das tecnologias digitais instigam o professor a experimentar, fazer e interagir, o que permite significar e aprender a matemática.
Palavras-chave: Aprender, professores de Matemática, tecnologias digitais.

Abstract

This article aims to discuss the comprehensions of Mathematics teachers in relation to the use of digital technologies in the formation process in Higher Education. The research was composed of nine Mathematics professors from the of a Federal Public University. The research was structured through a qualitative approach, is based on the explanatory path of parenthetical objectivity in Maturana's perspective, considering the researchers as implied observers and using the Collective Subject Discourse technique to analyze the records produced from an online questionnaire, which resulted in discours denominated: "The learning Mathematics

[994] danielsilvarg@gmail.com
[995] leonardop.094@gmail.com

enactioned in teaching by digital technologies". This article allowed to conclude that different experiences of manipulation and reflection on the operation of digital technologies instigate the teachers to experiment, do and interact, which allows to signify and to learn Mathematics.
Keywords: Learning, mathematics teachers, digital technologies.

Resumen

Este artículo tiene como objetivo discutir la comprensión de los profesores de Matemática respecto al uso de las tecnologías digitales en el proceso de formación en la Educación Superior. Esta investigación fue constituida por nueve profesores de Matemática de una Universidad Pública Federal. Esta investigación fue estructurada a través de un enfoque cualitativo, marcado por un método explicativo de la objetividad en la perspectiva de Humberto Maturana que considera los investigadores como observadores involucrados y se utilizó la técnica del Discurso Subjetivo Colectivo para poder analizar los registros producidos a través de un cuestionario on-line, dando resultado al discurso objetivo denominado: O aprender matemática enatuado en la docencia por las tecnologías digitales. Esta investigación nos permitió concluir en que experiencias de manipulación y reflexión sobre el funcionamiento de las tecnologías digitales instigan al docente a experimentar, hacer e interactuar, lo que permite significar y aprender matemáticas.
Palabras clave: Aprendizaje, profesores de Matemáticas, tecnologías digitales.

Introdução

Ao longo de nossa caminhada como observadores implicados na formação de professores compreendemos e valorizamos os diferentes pontos de vista dos futuros professores sobre a docência e, mais especificamente, sobre se tornar um professor de Matemática. Sabemos que a formação de professores não se reduz somente às experiências vividas na graduação, afinal, a constituição profissional de professor exige um processo recorrente e recursivo de reflexões e práxis, permeado por subjetividades e dimensões socioculturais que influenciam o modo de agir, viver e compreender a docência.

Partimos nossa discussão do seguinte problema de pesquisa: Como são operadas as tecnologias digitais pelos professores de Matemática no Ensino Superior? Entendemos o operar, a partir de Maturana e Varela (2001), como um mecanismo que gera uma conduta, um modo de viver, agir e entender. Neste contexto, estaremos nos referindo ao operar da tecnologia digital no Ensino Superior como uma forma de significá-la e de compreendê-la na formação de professores de Matemática.

O operar recorrente de tecnologias digitais, em confluência com a globalização econômica, política e social, gera outras formas de comunicação, novas construções culturais e uma diversidade de práticas sociais. Viver em uma sociedade em rede amplia o acesso e a produção da comunicação e do conhecimento, o que pode potencializar diferentes interações, alterando o cotidiano da vida dos sujeitos (CASTELLS, 2016).

Segundo Tardif e Lessard (2005, p. 235), "ensinar é um trabalho interativo", ou seja, a interação com os estudantes caracteriza-se como objeto essencial na atividade profissional docente. No entanto, entendemos que o desenvolvimento profissional docente precisa iniciar pela reflexão de sua própria formação e prática, em que as atividades devem favorecer "um ambiente de trocas de experiências, de transformações de saberes, de busca de inovações e soluções para problemas reais" (CASTRO FILHO; FREIRE; MAIA, 2016, p. 4), visto que essas demandas não estão focalizadas somente no aprender de conteúdos, mas também na apropriação de artefatos tecnológicos e na ampliação de seu uso, em busca de acompanhar as mudanças da sociedade. Assim, utilizar tecnologias digitais para ensinar incita a criatividade e a interação tanto do estudante quanto do professor, o que pode contribuir para a compreensão dos conceitos em diferentes áreas do conhecimento.

Nessa direção, como buscamos refletir sobre a dinâmica das relações humanas e sociais, acerca do que fazemos na convivência com os outros seres humanos ao operarmos as tecnologias digitais para o ensinar Matemática no espaço da Universidade, o nosso explicar estará baseado na objetividade entre parênteses que é quando "o observador se encontra como fonte de toda a realidade através de suas operações de distinção na práxis do viver" (MATURANA, 2014, p. 252). Assim, explicaremos o operar das tecnologias digitais pelos professores de Matemática, sob a perspectiva de que o conhecimento produzido é resultado do que emerge na convivência entre outros docentes e estudantes, como um entrelaçamento do emocionar e do linguajar em que vivemos. Dessa forma, o objetivo deste estudo é discutir sobre as compreensões dos professores de Matemática em relação ao uso das tecnologias digitais no processo formativo no Ensino Superior.

Contexto metodológico

O presente estudo é um recorte de uma pesquisa de doutorado realizada durante o ano de 2017, e quanto à abordagem, se configurou como uma pesquisa qualitativa. A investigação qualitativa, de acordo com Bogdan e Biklen (1994, p. 47-50), apresenta cinco características.

Estas características evidenciam à adequabilidade da pesquisa qualitativa ao estudo realizado, já que os registros foram produzidos por meio das interações entre pesquisador e professores a partir das respostas em um questionário. Cabe salientar, que esta pesquisa enfatizou o operar das tecnologias digitais pelos professores de Matemática no Ensino Superior, através da socialização e mobilização de práticas e conhecimentos docentes relacionados à Cibercultura[996], sem restringir-se a um resultado ou produto.

O questionário *on-line* foi criado em um formulário eletrônico no *Google Drive* e enviado a 41 professores de Matemática da Universidade, o que permitiu que eles respondessem conforme a disponibilidade do seu tempo, além de manter o sigilo das suas respostas e a preservação das suas identidades. Responderam o questionário somente nove professores de Matemática de uma Universidade Pública Federal do Extremo Sul do Brasil. No questionário, primeiramente foi esclarecido aos docentes os objetivos da pesquisa e, em seguida, dado acesso a duas questões de múltiplas escolhas e sete abertas.

Com esse questionário, foi possível construir o perfil dos docentes, identificar suas compreensões no que se refere à utilização das tecnologias digitais, assim como conhecer as experiências pedagógicas no operar dessas tecnologias no ensino de Matemática na Educação Superior. Por meio da análise das respostas das questões 1 a 4, definiu-se o perfil de cada um dos professores, evidenciando a formação, o gênero e o tempo de atuação na docência.

Dos nove professores respondentes, oito possuem formação em licenciatura em Matemática e a maioria apresenta mais de 15 anos de docência, ou seja, suas graduações ocorreram nas décadas de 1980 e 1990, período em que a tecnologia digital estava em expansão e seu uso ainda era restrito, mesmo no meio acadêmico.

De posse das respostas referente as questões abertas, adotou-se como mecanismo para auxiliar na explicação do fenômeno investigado, o Discurso do Sujeito Coletivo (DSC) proposta por Lefèvre e Lefèvre (2003), por ser uma forma de organizar os discursos pela análise qualitativa de diferentes materiais verbais que constituem seu corpus, possibilitando assim o

[996] Para Lévy (1999, p. 17) é um “conjunto de técnicas, de práticas, de atitudes, de modos de pensamento e de valores que se desenvolvem juntamente com o crescimento do ciberespaço”.

exercício de produzir e expressar sentidos no que se refere o operar da tecnologia digital para ensinar Matemática na Educação Superior.

A análise dos discursos é realizada através da identificação de três figuras metodológicas referenciadas como expressões-chave (fragmentação do discurso), ideias centrais (essência do conteúdo do discurso) e ancoragens (ideologias, valores e crenças presentes nas expressões-chave).

As expressões-chave são fragmentos contínuos ou descontínuos dos discursos, selecionados pelo pesquisador e que manifestam a essência do conteúdo do depoimento. Selecionar as expressões-chave consiste em refinar o discurso de tudo o que é irrelevante, mantendo ao máximo a essência do pensamento (LEFÈVRE; LEFÈVRE, 2003). Neste estudo, as expressões-chave emergiram do questionário *on-line* enviado aos professores.

A segunda figura metodológica do DSC são as ideias centrais que descrevem de maneira sintética os sentidos das expressões-chave. Para Lefèvre e Lefèvre (2003, p. 17), a ideia central é "um nome ou expressão linguística que revela e descreve, de maneira mais sintética, precisa e fidedigna possível, o sentido de cada um dos discursos analisados". Ao analisarmos as inúmeras expressões-chave referente aos depoimentos dos professores, emergiram várias ideias centrais intituladas como: utilização das tecnologias; finalidade conceitual; finalidade pedagógica; prática docente; construção do conhecimento; formação profissional; formação permanente; aprender pela necessidade; conhecimento sobre as tecnologias; acesso à tecnologia; e presença das tecnologias.

A ancoragem é a terceira figura metodológica e consiste na expressão de uma determinada teoria ou ideologia que o depoente manifesta. De acordo com Lefèvre e Lefèvre (2003), podemos considerar a ancoragem como afirmações genéricas usadas pelos sujeitos para enquadrar situações particulares. Ademais, para que haja ancoragem é preciso encontrar no depoimento, marcas discursivas explícitas a respeito dela. No que se refere nossos registros, percebemos o surgimento de cinco ancoragens que segue: dar-se conta nas práticas pedagógicas; cibercultura; enação[997]; interação; e aprender.

[997] É o fazer emergir na ação, ou seja, é um princípio lógico a recursividade, que extrapola a ideia de linear, o que pode garantir dinâmicas de interação em que são incluídos os sentimentos, as emoções, a dimensão histórica e o contexto em que ocorrem os fenômenos, entre os sujeitos e destes com o meio (VARELA, 1997).

No decorrer do processo, as três figuras metodológicas do DSC convergem para a constituição de um ou mais discursos coletivos. Nesse sentido, Lefèvre e Lefèvre (2003), apontam que o discurso coletivo é a síntese que deriva das etapas de extração das expressões-chave e das ideias centrais, representando o conjunto dos discursos. Além disso, os autores acrescentam que o discurso coletivo representa a manifestação de um grupo de sujeitos, ou seja, que em seu conjunto de ideias ou expressões, tal discurso é representativo do pensamento de todos.

Ao aplicarmos a técnica do DSC nas respostas dos professores foram gerados dois discursos coletivos que denominamos de: (i) A busca pelo operar a tecnologia digital na prática pedagógica; e (ii) O aprender Matemática enatuado na docência pelas tecnologias digitais. Neste trabalho optamos em problematizar o segundo discurso que evidencia diferentes experiências de manipulação e reflexão sobre o operar das tecnologias digitais, as quais instigam o estudante a experimentar, fazer e interagir, o que permite significar e aprender a Matemática.

Reflexões enatuadas no discurso coletivizado de professores

No discurso coletivo intitulado "O aprender Matemática enatuado na docência pelas tecnologias digitais", os professores consideram importante a utilização de tecnologias digitais na formação de profissionais e enfatizam os cursos de licenciatura. O discurso ainda salienta a necessidade de instituir nos currículos dos cursos de graduação disciplinas que sejam dedicadas à instrumentação das tecnologias, pois "em se falando diretamente no Ensino da Matemática, acredito ser muito importante ter-se uma disciplina específica voltada para as tecnologias educacionais, como alfabetização digital" (extrato do DSC). No entanto, consideramos que a oferta de disciplinas com enfoque inteiramente instrumental, mesmo que auxilie o docente e o futuro professor no uso básico das tecnologias digitais, pode não contribuir para o aprender, pois temos que buscar a relação com sua área de profissionalização ou com seu interesse. A própria velocidade com que um aplicativo ou software é renovado e atualizado não justifica o ensino para mecanizar operações. E mesmo se esse não fosse o contexto da tecnologia digital, compreendemos que o aprender ocorre pela coordenação de coordenações de ações, e essas são realizadas pelo sujeito no conversar, no viver, a partir de uma emoção e de um desejo.

Os professores vêm assumindo uma prática pedagógica que contempla o uso das tecnologias digitais de forma rica, recursiva, reflexiva e relacional na formação de professores (GOULART, 2010). Mas, o que fará com que os profissionais, ou futuros professores estejam preparados e atualizados para utilizar as tecnologias nas suas práticas são os interesses, os desejos e as necessidades coligados.

No discurso coletivo, é apontado que a tecnologia digital é utilizada “como objeto de exploração técnica e pedagógica para o meu planejamento, especialmente para pesquisas e busca de situações problemas para aproximar os conceitos matemáticos do que é desejado que seja fortalecido, reforçado na mente do indivíduo. Costumo usar programas de representação geométrica 3D por exemplo, para que realizem trabalhos de pesquisa em grupo, vídeos elaborados pelos alunos e/ou professor e AVA” (extrato do DSC). Nessa perspectiva, o professor se refere à inclusão das tecnologias digitais em sua prática pedagógica para a compreensão conceitual da Matemática. Usar a tecnologia com esse propósito pode, sim, desencadear o interesse do estudante, pois processos mais complexos podem ser visibilizados e, também, simulados pelas tecnologias, auxiliando na compreensão. Nesse mesmo trecho do DSC, está explicitado o uso das tecnologias digitais para potencializar aos sujeitos a busca pela informação, a criatividade, a autonomia, a análise de situações, o diálogo e as explicações de suas ações como modos de viver e experienciar que podem contribuir para a construção do conhecimento matemático e na constituição como indivíduos em uma cibercultura.

Durante nossas ações, acoplados às tecnologias digitais, fazemos emergir distintos modos de viver e, por conseguinte, construímos diferentes significações, tomados pelas capacidades cognitivas ligadas às históricas que vivemos, o que para Varela (1997) é a produção de um mundo através de uma histórica de acoplamento estrutural. A estrutura do sujeito, que pode ser gerada pelo acoplamento com a tecnologia digital, é o que determina as mudanças que ocorrem pela recursão da sua ação. Então, a interação não é instrutiva, “porque não determina qual serão seus desdobramentos em cada sujeito” (LOPES, 2009, p. 47).

Para Maturana (2014, p. 137), “a ação é tudo o que fazemos em qualquer domínio operacional que geramos em nosso discurso, por mais abstrato que ele possa parecer”. Pensar, refletir e explicar são ações dentro dos seus respectivos domínios, por isso na cultura fluida e tecnológica que vivemos, repensar nossas práticas, modos de viver, de formação e de profissão, é uma constante.

As tecnologias digitais nos possibilitam a gravação de passos na construção de um objeto matemático ou na resolução de um problema, bem como a captura e reprodução de procedimentos realizados, um reolhar e, portanto, a reflexão de um processo; além da agilidade e da diversidade de formas de compartilhar processos. Um exemplo desta situação, pode ser observado no excerto do discurso do professor que “No curso de licenciatura em matemática os alunos se dão conta do quanto trabalhar a variação de parâmetros de uma função se torna mais interessante aportado pelo uso das tecnologias, por exemplo, um problema de otimização, minimizar uma função custo” (extrato do DSC). Operar softwares dinâmicos gera possibilidades diversificadas, que proporciona interatividade entre os estudantes, a tecnologia digital e o conceito abordado.

Para Brito e Almeida (2005), o uso de tecnologias digitais auxilia os professores em trabalhos, que muitas vezes são árduos, minimizando esforços, como é o caso de ensinar a determinação de parâmetros de uma função por meio de um conjunto de dados. Esse fato permite que os sujeitos tenham a oportunidade de concentrar seus esforços na interpretação e na análise das situações que envolvem o problema, assim como simular diferentes condições para enriquecer a sua análise.

Utilizar os softwares durante as práticas de ensino proporciona ao professor uma possibilidade de instigar o aluno à construção de seu conhecimento, a partir da visualização e análise de situações, segundo o excerto do DSC: “toda a parte matemática que resolve o problema é mostrado e eles [estudantes] dizem sentir evolução, quando precisam resolver problemas e pesquisar conteúdos para ter técnicas para atacar problemas”. A proposição de uso das tecnologias digitais na sala de aula potencializa a aprendizagem de conceitos e podem transformar a cultura educativa.

Também, no DSC observamos o dar-se conta dos professores em relação à importância do uso das tecnologias digitais para potencializar o ensino e a aprendizagem da Matemática, assim como para analisar situações problemas e encontrar suas soluções, nas palavras dos professores: “acessando os aplicativos existente e a forma como eles são utilizados, sempre buscando mostrar a parte matemática que foi implementada para chegar no resultado seriam mais prazerosos e exitosos quando desenvolvidas por tecnologias que não fossem somente através de fórmulas específicas (extrato do DSC).

A adoção de tecnologias digitais nas práticas pedagógicas pode desenvolver inúmeras possibilidades aos professores como, por exemplo, a pesquisa individual ou em grupo, a comunicação e a interação entre eles para a execução das atividades em colaboração e para atingir seus objetivos na docência (SCHWERTL; LEONEL, 2016). Em processos de colaboração, os sujeitos se apoiam e buscam estabelecer relações de confiança, os quais podem legitimar os diferentes saberes e respeitar os outros na convivência, o que corrobora para fundar ou manter distintas relações sociais em quaisquer ações conjuntas, algumas delas fundamentais e constitutivas do humano (MATURANA, 2014).

Segundo Primo (2007), nesse processo, os laços de confiança criados e a ação colaborativa promovem a socialização de experiências, seja pela presencialidade, seja através das tecnologias digitais em rede, o que leva os professores a agirem com maior interesse durante a sua ação educativa e no decorrer da construção do conhecimento. A ideia é que o espaço educativo seja para além do aprender, mas que permita conhecer e aceitar o outro como legítimo na sua existência, sem submissão, sem competição, respeitando e valorizando as diferenças, estimando a bagagem cultural, no respeito pelo outro.

As tecnologias digitais podem auxiliar os professores de forma a gerar estratégias de ensino e de aprendizagem, seja trocando informações a partir de grupos em redes sociais, no acesso à videoaulas ou durante a construção de elementos matemáticos em softwares, como é o caso explicitado pelo professor referindo-se às aulas de Geometria que "seriam muito mais fáceis de serem desenvolvidas através das tecnologias, software como geogebra, cabri-geométrico, simuladores digitais para o ensino do traçado de curvas e superfícies, lousa digital, objetos virtuais de aprendizagem para visualização gráfica" (extrato do DSC). Especificamente na Matemática, durante o ensino da Geometria, o professor quando propõe ao estudante o operar da tecnologia digital, permite que esse visualize o passo a passo de sua solução por um aplicativo, além de desenhar uma curva ou plotar em um software, simulando diferentes comportamentos e a partir da variação dos parâmetros de um problema.

Apoiados nessa perspectiva, Pretto e Assis (2008, p. 81), comentam que a universidade e a escola se tornam espaços "de produção, ampliação e multiplicação de culturas, apropriando-se das tecnologias". Por isso, as tecnologias digitais, quando presentes nos espaços de ensino, transformam os professores e estudantes em produtores de culturas e conhecimentos, superando a lógica de serem recursos somente de consumo da informação.

Por esta razão, é necessário propormos diferentes atividades em sala de aula, operando as tecnologias digitais pedagogicamente para promover distintas "experiências que contemplem a criatividade, autonomia, envolvimento de todos na prática pedagógica para direcionar os estudantes a locais de pesquisa e aplicações relativas às áreas de atuação do futuro profissional" (extrato do DSC). As experiências geradas por estas atividades permitem não só aos professores, mais também ao estudante, produzir conhecimentos, desenvolver estratégias para resolução de problemas e criatividade para solucioná-los. Ademais, a incorporação recorrente das tecnologias digitais em sala de aula, especificamente no ensino de matemática, pode resultar na criação de ambientes de aprendizagem que possibilitam ao professor uma prática pedagógica que possa desencadear o desenvolvimento de novos conceitos e a consolidação da aprendizagem.

Considerações finais

Pela análise realizada, compreendemos que questões vinculadas ao operar das tecnologias digitais no ato de ensinar e de aprender adquirem mutabilidade que determinam outras dinâmicas de trabalho, marcadas por processos de contínua aquisição de informação e/ou construção de conhecimentos. Aprendemos quando incorporamos em nossas ações e emoções as informações, as vivências e as experiências em um coordenar recorrente e recursivo. Essa recorrência e recursividade através da rede de conversações possibilitam uma proposta de formação desenvolvida no próprio espaço universitário, uma vez que nossas reflexões e atitudes também constituem uma rede de conversações entrelaçada ao nosso viver.

Propor e vivenciar projetos e ações que primam pelo trabalho coletivo entre os docentes e estudantes, bem como promover a experienciação de atividades com as tecnologias digitais pode ser uma forma de potencializar uma cultura de ensino que seja flexível, solidária e democrática frente à realidade multifacetada da sociedade em rede, superando e rompendo com a tendência fragmentada e desarticulada dos processos formativos atuais. Ademais, fazer uso de tecnologias digitais em uma perspectiva colaborativa, pode transformar o espaço da sala de aula, uma vez que os sujeitos, ao se apoiarem e ao estabelecerem relações de confiança, podem legitimar os diferentes saberes e respeitar os outros na convivência.

Experienciar atitudes de humildade diante dos limites do próprio saber, de respeito ao olhar do outro e de cooperação, pode conduzir às parcerias, às trocas, a encontros mais de pessoas do que de disciplinas. Esses encontros podem propiciar transformações na concepção de nosso ensinar e no agir docente, quem sabe produzindo professores que se compreendem como sujeitos coletivos, que são singulares, mas que participam e constituem um coletivo e, sendo assim, ensinam em cooperação com outros professores. Logo, compreendemos que não se pode reduzir os cursos de formação de professores à mera realização de tarefas instrumentais e conceituais com o uso das tecnologias digitais, mas promover reflexões e ações que ressignifiquem os processos de ensinar e de aprender a Matemática para a formação do cidadão, que vive, que atua ou atuará profissionalmente e que possui desejos, interesses, questionamentos e vontades relacionadas ao seu próprio viver e conviver em uma rede de conversação.

Referências

Bogdan, R. C., & Biklen, S. K. (1994). *Investigação qualitativa em educação*. Porto Editora.

Brito, D. S., & Almeida, L. M. W. (2005). O conceito de função em situações de modelagem matemática. *Revista Zetetiké*, 13(23), 63-86.

Castells, M. (2016). *A sociedade em rede*. Paz e Terra.

Castro Filho, J. A., Freire, R. S., & MAIA, D. L. (2016). Formação docente na era da cibercultura. *Revista Tecnologias na Educação*, 16(8), 1-21.

Goulart, M. B. (2010). O uso do computador na formação inicial de professores de Matemática: integração de propostas curriculares em universidades públicas. In D. Burak, E. Pacheco & T. E. Klüber (eds.), *Educação Matemática: reflexões e ações* (pp. 251-270). Editora CRV.

Lefèvre, F., & Lefèvre, A. M. C. (2003). *O Discurso do Sujeito Coletivo:* um novo enfoque em pesquisa qualitativa. Educs.

Lévy, P. (1999). *Cibercultura.* Editora 34.

Lopes, G. P. (2009). *O oficinar como possibilidade de exercício da cognição enativa* [Dissertação de Mestrado em Psicologia Social e Institucional, Universidade Federal do Rio Grande do Sul]. https://lume.ufrgs.br/handle/10183/16343

Maturana, H. (2014). *Cognição, ciência e vida cotidiana.* Editora UFMG.

Maturana, H., & Varela, F. (2001). *A árvore do conhecimento:* as bases biológicas da compreensão humana. Palas Athena.

Pretto, N. L., & Assis, A. (2008). Cultura digital e educação: redes já! In N. L. Pretto & S. A. Silveira (eds.), *Além das redes de colaboração: internet, diversidade cultural e tecnologias do poder* (pp. 75-83). Edufba.

Primo, A. (2007). O aspecto relacional das interações na Web 2.0. *Revista da Associação Nacional dos Programas de Pós-Graduação em Comunicação*, 9(1), 1-21.

Schwertl, S. L., & Leonel, A. (2016). A discussão de tópicos de matemática básica nos espaços sociais da Web 2.0: desafios e possibilidades a partir da análise de uma intervenção pedagógica. *Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia*, 9(3), 83-102.

Tardif, M., & Lessard, C. (2005). *O trabalho docente:* elementos para uma teoria da docência como profissão de interações humanas. Vozes.

Varela, F. (1997). Prefácio de Francisco J. Varela à segunda edição. In H. Maturana & F. Varela (eds.), *De máquinas e seres vivos: autopoiese – a organização do vivo* (pp. 34-61). Artes Médicas.

A criação de um jogo digital para o ensino de probabilidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental

The creation of a digital game for teaching probability in the early years of Elementary School

La creación de un juego digital para la enseñanza de la probabilidad en los primeros años de la Enseñanza Primaria

Nilceia Datori Barbosa[998]
Universidade Federal do ABC
0000-0001-8745-0781

Ailton Paulo de Oliveira Júnior[999]
Universidade Federal do ABC
0000-0002-2721-7192

Diego Marques de Carvalho [1000]
Universidade Federal do ABC
0000-0002-5842-4653

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Tecnologia digital e outros recursos para o ensino e aprendizagem da matemática

Resumo

O objetivo deste trabalho é desenvolver um jogo digital para auxiliar alunos e professores nos processos de ensino e aprendizagem da probabilidade. O jogo é voltado para os anos iniciais e contém todos os objetos de conhecimento e habilidades propostos pela Base Nacional Comum Curricular – BNCC. O jogo é composto por um percurso, tipo tabuleiro, e dois tipos de cartas: (1) Perguntas: que são situações problemas envolvendo conteúdos de probabilidade; (2) Saiba mais: que trazem informações probabilísticas. Para o desenvolvimento do jogo nós nos apoiamos na metodologia de design iterativo proposta por Eric Zimmerman que é baseada num processo cíclico de prototipagem, teste, análise e refinamento. Com base no que foi desenvolvido até o momento, por conter em sua estrutura diversos elementos da aleatoriedade consideramos que o jogo além de aproximar as crianças da probabilidade também tem potencial de proporcionar reflexões importantes sobre os conceitos probabilísticos em maior ou menor grau, dependendo da mediação do professor. Na atual circunstância em que vivemos o uso de recursos tecnológicos em sala de aula tende a crescer e acreditamos que neste contexto jogos digitais com fins educativos são muito bem vindos, principalmente quando se trata do ensino de probabilidade nos anos iniciais.

Palavras-chave: jogo digital, ensino de probabilidade, anos iniciais.

998 nilceiadatori@gmail.com
999 ailton.junior@ufabc.edu.br
1000 maxbassoul@gmail.com

Abstract

The objective of this work is to develop a digital game to help students and teachers in the teaching and learning processes of probability. The game is aimed at the early years and contains all the objects of knowledge and skills proposed by the National Common Curricular Base - BNCC. The game is composed of a course, board type, and two types of cards: (1) Questions: which are problem situations involving probability contents; (2) Learn more: that bring probabilistic information. For the development of the game, we rely on the iterative design methodology proposed by Eric Zimmerman which is based on a cyclical process of prototyping, testing, analysis and refinement. Based on what has been developed so far, as it contains several elements of randomness in its structure, we consider that the game, in addition to bringing children closer to probability, also has the potential to provide important reflections on the concepts probabilistic to a greater or lesser degree, depending on the teacher's mediation. In the current circumstances in which we live, the use of technological resources in the classroom tends to grow and we believe that in this context digital games for educational purposes are very welcome, especially when it comes to teaching probability in the early years.

Keywords: digital game, probability teaching, early years.

Resumen

El objetivo de este trabajo es desarrollar un juego digital para ayudar a estudiantes y docentes en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la probabilidad. El juego está dirigido a los primeros años y contiene todos los objetos de conocimiento y habilidades propuestos por la Base Nacional Común Curricular - BNCC. El juego está compuesto por un curso, tipo tablero, y dos tipos de cartas: (1) Preguntas: que son situaciones problema que involucran contenidos de probabilidad; (2) Saber más: que aportan información probabilística. Para el desarrollo del juego nos basamos en la metodología de diseño iterativo propuesta por Eric Zimmerman que se basa en un proceso cíclico de creación de prototipos, pruebas, análisis y refinamiento. En base a lo desarrollado hasta el momento, al contener varios elementos de aleatoriedad en su estructura, consideramos que el juego, además de acercar a los niños a la probabilidad, también tiene el potencial de brindar importantes reflexiones sobre los conceptos probabilísticos en mayor o menor grado, según la mediación del profesor. En las circunstancias actuales que vivimos, el uso de recursos tecnológicos en el aula tiende a crecer y creemos que en este contexto los juegos digitales con fines educativos son muy bienvenidos, especialmente cuando se trata de enseñar probabilidad en los primeros años.

Palabras clave: juego digital, enseñanza de la probabilidad, primeros años.

Acreditamos que uma educação que não é direcionada para o mundo real não é atraente aos alunos. Vivemos numa época em que os alunos estão mais "exigentes" e querem aprender de uma forma diferente, de uma forma que lhe traga algum significado (Prensky, 2011).

Partindo desse aspecto, as tecnologias de informação são presença cada vez mais constante nas práticas de ensino em sala de aula, remetendo a necessidade de conhecer e nos familiarizar com ferramentas e possibilidades tecnológicas.

Cientes desta tendência e da necessidade de contribuir com a elaboração de recursos digitais voltado ao ensino remoto e híbrido, principalmente devido a pandemia COVID 2019, a criação do jogo digital partiu do jogo manipulável “Brincando com a Probabilidade” de Datori Barbosa (2019). Assim, esse estudo parte da seguinte questão de pesquisa: Como se aplica o design de interação na criação de um jogo educativo voltado ao ensino de probabilidade para os anos iniciais centrado no usuário?

Para o desenvolvimento do jogo nos embasamos na metodologia de design iterativo proposta por Zimmerman (2003) que é baseada num processo cíclico de prototipagem, teste, análise e refinamento. Neste modelo a interação com o sistema projetado é usada como uma forma de pesquisa para informar e evoluir um projeto conforme versões sucessivas ou iterações de um design são implementadas.

Assim, o objetivo deste trabalho foi apresentar o processo de criação de jogo educativo que seja capaz de auxiliar professores e alunos nos processos de ensino e aprendizagem da probabilidade. O jogo é composto por um tabuleiro e dois tipos de cartas: (1) Pergunta: situações problemas envolvendo os conteúdos probabilísticos; (2) Saiba mais: trazem informações probabilísticas. Está orientado pela Base Nacional Comum Curricular - BNCC (Ministério da Educação, 2018) e os objetos do conhecimento e habilidades relativos à probabilidade nos anos iniciais do Ensino fundamental.

Referencial Teórico

Novas formas de pensar, comunicar e aprender estão sendo elaboradas no mundo das telecomunicações, informática e mobilidade. De acordo com Levy (1993) as relações entre o homem, trabalho, aprendizagem e a inteligência dependem da metamorfose constante das diversas categorias de dispositivos informacionais.

Segundo Díaz (2013), o uso das Tecnologias de Informação e Comunicação - TIC na sala de aula produziu de alguma maneira uma mudança nas habilidades e na forma de pensar dos alunos, fazendo cada vez mais parte do sistema de pensamento e acesso à informação de crianças e jovens. Nesse sentido, o esforço do professor deve estar na articulação dos conteúdos com a realidade do aluno, também considerando os conceitos anteriores, para alcançar uma aprendizagem significativa.

Quanto aos jogos digitais, segundo Shaffer (2006) eles promovem novos experimentos que "transportam" os alunos a diversas realidades das quais passam a fazer parte, e esta simulação da realidade abre portas para a construção e ampliação dos conhecimentos.

Tanto nas áreas midiáticas e educacionais quanto no meio acadêmico científico, os jogos digitais representam um assunto em desenvolvimento de pesquisa (Maziviero, 2014). Muitos desses jogos estão ligados a propostas inovadoras que visam a ampliação e o crescimento dos processos educativos, ou seja, são jogos digitais com fins educativos.

Ainda, em relação a jogos digitais com fins educativos, de acordo com Nascimento (2018) estes devem envolver em sua estrutura a compreensão do ensino e didática do professor, pois são estes elementos que os diferencia dos demais jogos, tornando possível o estudo de conceitos das diferentes áreas do ensino, como a matemática. E ainda, acrescentamos, no ensino de probabilidade.

Nesta perspectiva o jogo digital foi e está sendo desenvolvido com uma estrutura de ensino e didática que possibilita ao professor trabalhar com temas, subtemas, objetos de conhecimentos e habilidades específicos da Probabilidade.

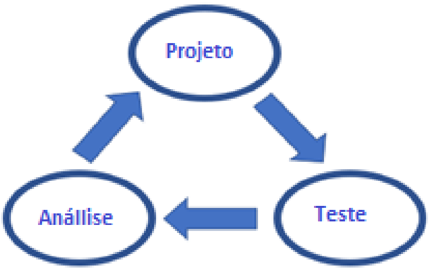
Metodologia de Pesquisa

A construção do jogo digital foi embasada na metodologia de *design* iterativo proposta por Zimmerman (2003). Em um processo iterativo as decisões de *design* são baseadas na experiência do protótipo em andamento, visto que a experiência de um espectador ou jogador, ou usuário, nunca pode ser completamente prevista. Assim, o protótipo é testado e revisado quantas vezes forem necessárias, num processo cíclico de testes e ajustes, de forma que venha a se desenvolver por um diálogo contínuo entre os designers, *design* e o público teste.

O processo iterativo de design é radicalmente diferente do desenvolvimento típico de jogos a varejo. Na maioria das vezes o processo de *design* desses jogos se inicia com um título e se pensa num conceito final, escrevendo logo em seguida um documento de *design* exaustivo que descreve todos os aspectos possíveis do jogo em detalhes. Invariavelmente, o jogo final nunca se assemelha ao original cuidadosamente concebido. Já um processo de design mais iterativo não apenas agilizará os recursos de desenvolvimento como também resultará em um produto final mais robusto e bem-sucedido.

Figura 1

Modelo do design iterativo proposto por Zimmerman (2003)



Resultados e análise dos dados

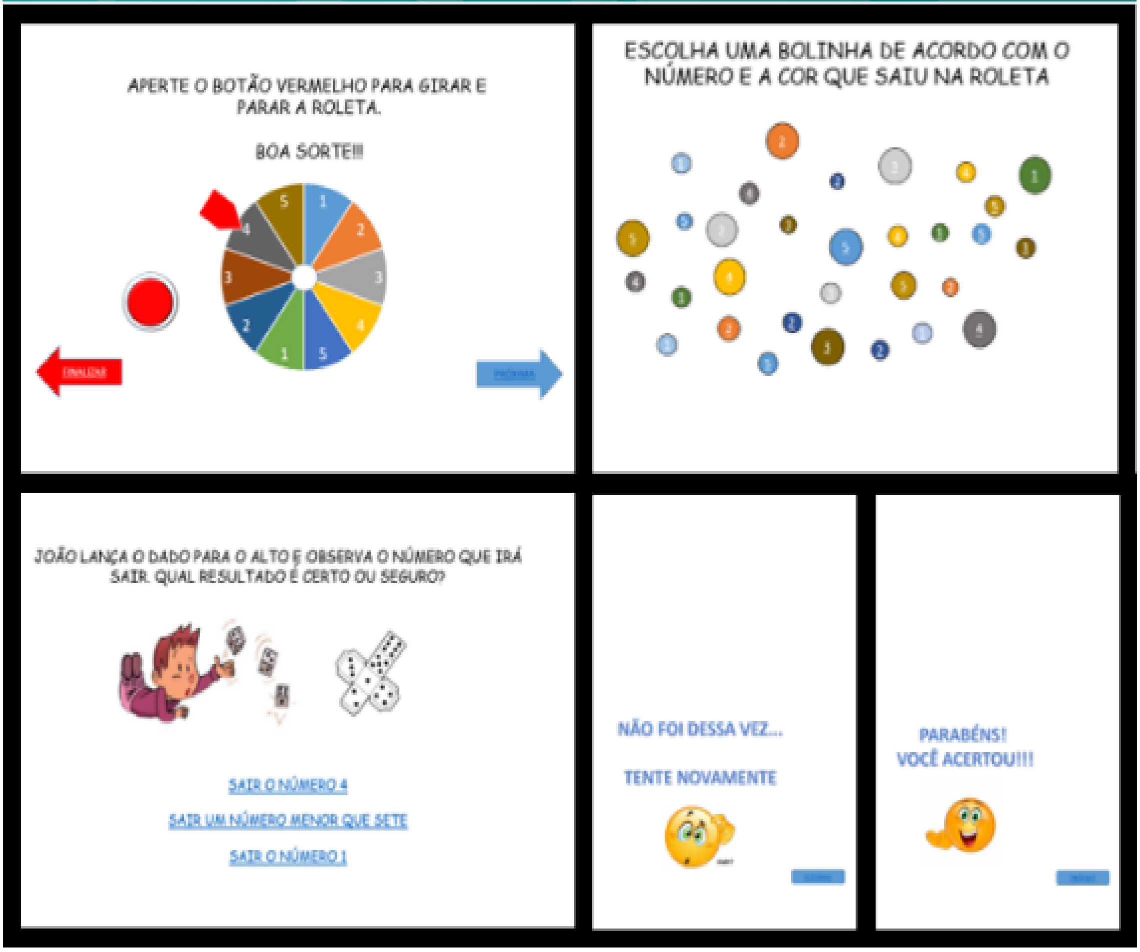
Desde o início do processo de construção do jogo vários protótipos foram criados, testados, analisados e ajustados até chegar a um protótipo mais elaborado, que também passará por testes e provavelmente ajustes antes de ser refinado.

Por se tratar do desenvolvimento de uma versão digital de um jogo manipulável já existente, alguns elementos iniciais que fazem parte do processo de concepção do jogo já estavam definidos como estilo, gênero e público alvo. No caso do estilo e gênero, trata-se de um jogo de tabuleiro e o público alvo são crianças dos anos iniciais, com faixa-etária entre 6 e 10 anos.

O primeiro protótipo desenvolvido, ainda numa fase bem embrionária, foi no *Power point* e era composto por uma roleta e diversos círculos numerados de tamanhos e cores diferentes. Era um jogo estilo "Quiz" com elementos de aleatoriedade na escolha da questão a ser respondida, utilizando hiperlinks para perguntas, respostas e feedbacks. O grande entrave foi em relação à construção do tabuleiro e suas possibilidades de ação.

Figura 2

Primeiro protótipo tipo "QUIZ" construído no Power Point



Fonte: Elaborado pelos autores

Assim, para desenvolver um tabuleiro que possibilitasse com mais facilidade as ações pretendidas passamos a utilizar a Plataforma *Construct* 2. A plataforma é um editor de jogos 2D baseado em HTML5, desenvolvido pela Scirra Ltda. É destinado tanto para não-programadores quanto para programadores experientes, permitindo a criação rápida de jogos, por meio do estilo *Drag-and-Drop* (arrastar e soltar) usando um editor visual e um sistema de lógica baseada em comportamento. Com esta plataforma foi possível criar, de maneira mais simples, um tabuleiro e desenvolver a mecânica principal do jogo com todos os elementos da versão manipulável: dado randômico, *player* se movimentando no tabuleiro conforme o número do dado, avanço e retrocesso de casas programado e *layout* para as cartas do jogo.

Figura 3

Protótipo com tabuleiro criado no Construct 2

Fonte: Elaborado pelos autores

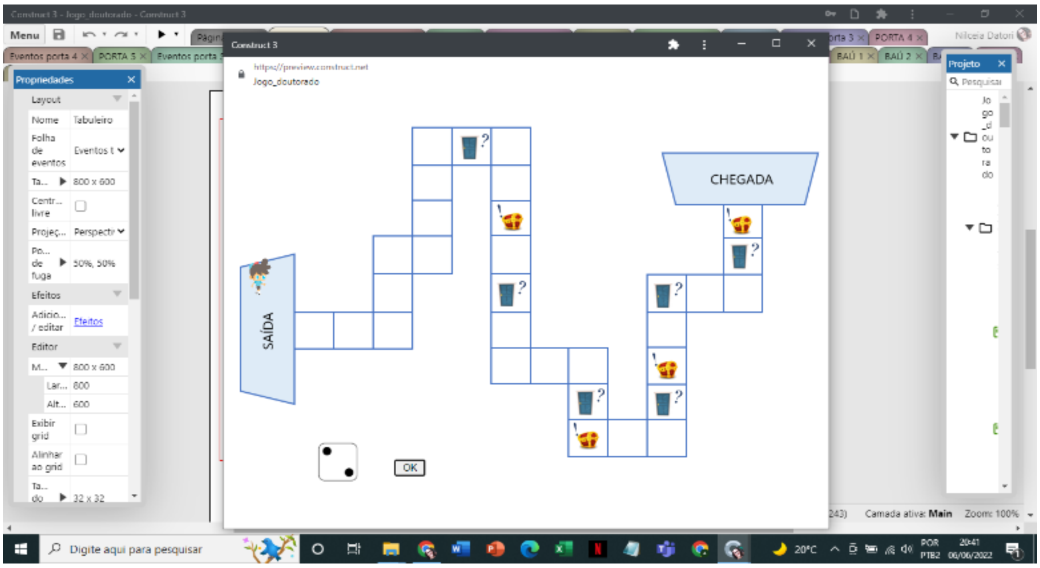
Neste protótipo o *player* percorria o número de casas conforme o número que saía no dado, mas, em forma de “aparição”, ou seja, o *player* simplesmente saía de uma casa e aparecia em outra, sem percorrer o tabuleiro. Jogando, ou seja, nos colocando no lugar do jogador para testar o jogo, percebemos que tudo estava muito automatizado. A mecânica estava em ordem, pois o *player* obedecia com rigor as comandas inscritas no tabuleiro (recuar uma casa, avançar uma casa, etc.), todavia essa movimentação ocorria de forma muito rápida.

Por questões de maior compatibilidade com reprodutores pós-desenvolvimento, atualizamos o jogo para a Plataforma *Construct* 3. Neste processo de prototipagem foram criados alguns elementos novos para representar as cartas do jogo, sendo as portas para representar as cartas “Perguntas” e os baús para simbolizar as cartas “Saiba mais”. Quanto aos layouts de pergunta do jogo, a programação desta versão para escolha randômica de uma das cartas ocorria de forma visível.

Após jogar esse protótipo por diversas vezes percebemos ser preciso melhorar a movimentação do *player* no tabuleiro e para isso criamos um formato de tabuleiro que permitia a movimentação de um personagem (criado para substituir o *player*) nos sentidos horizontal e vertical, para cima e para baixo, por meio das setinhas do computador. Consideramos esse aspecto, mas, não foi possível realizar essa programação porque não tínhamos conhecimentos de lógica e programação suficientes para delimitar a quantidade de casas que o jogador poderia se locomover, já que o controle estava nas mãos dele.

Figura 4

Versão do protótipo atualizada para o Construct 3 apresentando um personagem e um novo formato de tabuleiro



Fonte: Elaborado pelos autores

Assim, diante deste quadro passamos a contar com a colaboração de um *game designer* para colocar em prática as inovações tecnológicas necessárias ao nosso projeto.

É importante ter em mente que, segundo Zimmerman (2003), o *design* iterativo é uma metodologia baseada no processo cíclico de prototipar, analisar e refinar um produto ao longo do processo, de forma que o jogo é construído e desconstruído por diversas vezes até alcançar seu estágio ideal.

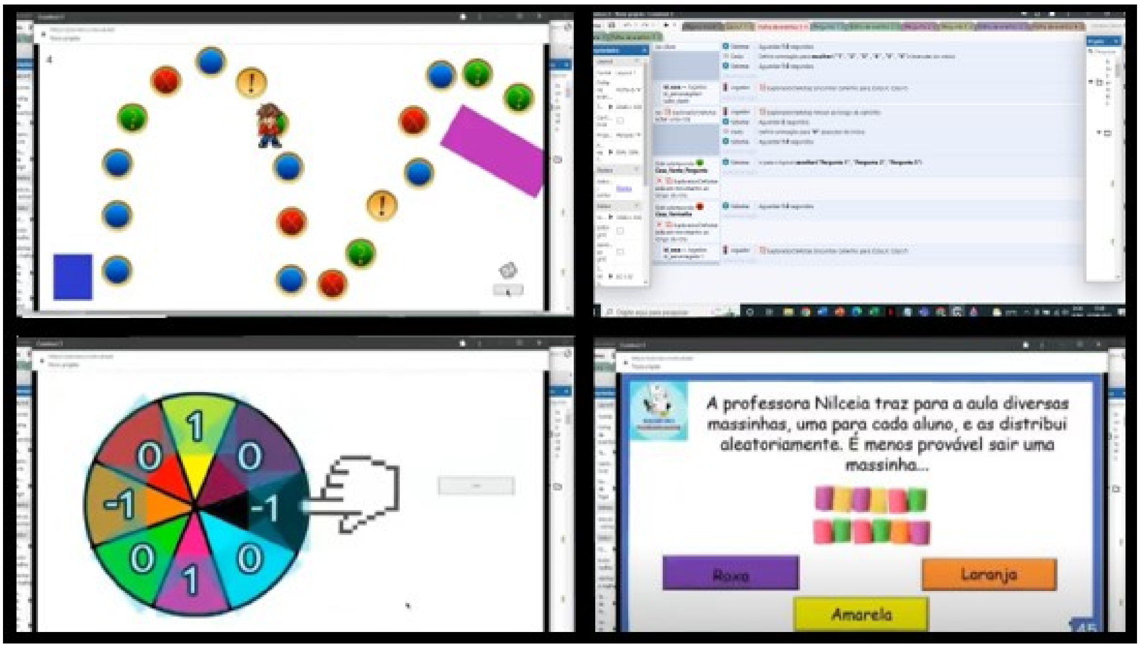
Nesta perspectiva, dando sequência a esse processo de construção e desconstrução do jogo, o foco foi definir e ajustar o personagem e sua forma de movimentação no tabuleiro e realizar algumas mudanças e inovações que emergiram justamente nos testes de jogabilidade realizados.

Experienciando e analisando o jogo sentimos a necessidade de tirar a visibilidade do “sorteio” randômico de escolha da carta, por exemplo, pois ao jogar percebemos que essa visibilidade não era nada agradável de visualizar. Também percebemos que se tirássemos um (1) ponto a cada resposta errada e se criássemos bônus (randômico) para as respostas corretas estimularia a criança a se concentrar mais para responder corretamente às questões no decorrer do jogo. E ainda, em relação à condição de vitória e derrota, seria interessante acrescentar a condição de que para ganhar o jogo, além de chegar ao final do tabuleiro, também é preciso ter conquistado uma quantidade mínima de pontos.

Assim, as mudanças e inovações nesta fase foram: (1) Aspectos gerais: regras do jogo; (2) Aspectos técnicos: programação da lógica referente a movimentação do personagem no tabuleiro, programação de *layout* para as cartas do jogo com randomização sem visibilidade, criação de um dado 3D, criação de um mini game simples (roleta) para gerar “Bônus” e sistema de pontuação.

Figura 5

Protótipo ampliado após iteração



Fonte: Elaborado pelos autores

Seguindo a metodologia de *design* iterativo continuamos jogando para testar o que estava dando certo e o que precisava ser melhorado. É importante frisar que os primeiros protótipos não são bonitos, pois não enfatizam a estética e sim os elementos mais fundamentais das regras e do jogo, tudo isso atrelado a interação do jogador.

Após realizarmos todos os ajustes citados, iniciamos o processo de ampliação do jogo com a criação de novos minis games e do mundo ficcional com foco na arte gráfica. Além da roleta ser melhorada, apresentamos dois dos minis games, sendo eles: “Oito direções do Baú” e “Oito direções das Portas”.

Figura 6

Protótipo expandido e com avanço na arte gráfica

Fonte: Elaborado pelos autores

O mini games "Oito direções do Baú" e "Oito direções das Portas" foram criados com a mesma mecânica de movimentos (eight directions) propiciando à criança o controle dos movimentos do personagem por meio das setinhas do teclado (horizontal, vertical, sobe, desce e diagonais). No caso do "Baú" é preciso escapar dos inimigos, pisar no botão vermelho para o baú aparecer e depois ir até o baú e bater nele para ele abrir e aparecer uma carta mostrando a pontuação "Bônus" e no mini game das "Portas", chegando à uma das portas, após passar pelos inimigos, ela se abre e mostra a pontuação "Bônus". Em ambos os mini games a criança tem duas chances (vidas) para completar a missão, cujo "Bônus" será acrescido a sua pontuação geral.

Figura 7

Mini games

Fonte: Elaborado pelos autores

Cientes de que no processo iterativo de *design* existe uma mistura de *designer* e usuário, criador e jogador, o próximo passo para o nosso jogo, que está em desenvolvimento, é ser jogado e testado por um grupo externo de usuários para ser analisado, avaliado e ajustado, podendo seguir para a fase de refinamento.

Considerações Finais

Consideramos que a metodologia de *design* interativo utilizada para a construção de jogo em todo o processo de prototipagem, testes e análises realizados contribui para a sua evolução ao sempre nos colocar como jogador e perceber, por exemplo, que os protótipos são estruturas que devem ser ajustadas, buscando uma versão que contribua para o ensino de probabilidade nos anos iniciais do ensino fundamental.

Para isso, fez-se necessário dedicar tempo no processo de refinamento e na pesquisa, realizar análises de relatórios e, no processo de interação, não se preocupar somente com os equipamentos, mas de forma especial, com os usuários dos sistemas analisados (alunos e professores), que devem estar inseridos no decorrer dos projetos de criação e correção do jogo digital aqui apresentado.

Ao propor a junção do ensino de probabilidade e jogos digitais educacionais, entendemos que podemos oferecer uma formação diferenciada aos nossos alunos e propor ferramenta de ensino ao professor para os anos iniciais do ensino fundamental, buscando criar espaços diversificados para o processo ensino e aprendizagem.

Referências

Batanero, C., & Diaz, C. (2011). *Estadística con proyectos*. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática Facultad de Ciencias de la Educación Universidad de Granada. https://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/Libroproyectos.pdf

Datori Barbosa, N. (2019). *O trilhar da construção de um jogo pedagógico como ferramenta para o ensino de probabilidade nos anos iniciais do ensino fundamental.* Dissertação de Mestrado em Ensino de Matemática, Universidade Federal do ABC. https://biblioteca.ufabc.edu.br/

Díaz A. (2013). Tic en el trabajo del aula. Impacto en la planeación didáctica**.** *Revista Iberoamericana* de Educación superior, 4(10), 3-21.

Levy, P. (1993). *As tecnologias da Inteligência: o futuro do pensamento na era da informática*. Editora 34.

Maziviero, H. F. G. (2014). *Jogos digitais no ensino de matemática:* o desenvolvimento de um instrumento de apoio ao diagnóstico das concepções dos alunos sobre diferentes representações dos números. Dissertação de Mestrado em Educação para a Ciência, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho. http://hdl.handle.net/11449/116058

Ministério da Educação. Brasil. *Base Nacional Comum Curricular (2018).* Educação é a base. Ministério da Educação, Brasília. http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf

Nascimento, J. B. (2018). *Jogos digitais e probabilidades:* uma possibilidade de ensino interdisciplinar. Dissertação de Mestrado em Modelagem Matemática e Computacional, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa. https://repositorio.ufpb.br/jspui/handle/123456789/15216?locale=pt_BR#:~:text=nal%20da%20pesquisa%20foi%20poss%C3%ADvel,conhecimento%20matem%C3%A1tico%20pode%20desenvolv%C3%AA%2Dlo.

Prensky, M. (2011). *Enseñar a nativos digitales:* Una propuesta pedagógica para la sociedad del conocimiento. Prólogo de Stephen Heppel. Ediciones SM.

Shaffer, D. W. (2006). *How computer games help children learn.* Palgrave.

Zimmerman, E. (2003). Play as Research: the interactive design process. In Laurell, B. (Ed.). *Design Research: methods and perspectives*. Cambridge: MIT Press. https://static1.squarespace.com/static/579b8aa26b8f5b8f49605c96/t/59921253cd39c3da5bd27a6f/1502745178453/Iterative_Design.pdf

Estudo do Gráfico da Função Cosseno com o GeoGebra: avaliando possibilidades

Study of the Cosine Function Graph with GeoGebra: evaluating possibilities

Estudio de la Gráfica de la Función Coseno con GeoGebra: evaluando posibilidades

Jean Lucas Acelino de Aguiar[1001]
Licenciando, bolsista de IC e membro do CEPIN – Centro de Pesquisa e Inovação em Educação Matemática e Formação de Professores do IFSP Guarulhos
0000-0002-8988-7677

Roberto Seidi Imafuku[1002]
Professor e membro do CEPIN – Centro de Pesquisa e Inovação em Educação Matemática e Formação de Professores do IFSP Guarulhos
0000-0002-4047-9533

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Tecnologia digital e outros recursos para o ensino e aprendizagem da matemática.

Resumo

Neste artigo investiga-se as potencialidades e limitações do uso do software GeoGebra nos processos de ensino e aprendizagem de funções trigonométricas. Com o objetivo de analisar se, e como, o uso do GeoGebra auxilia futuros professores na criação e validação de conjecturas acerca da influência dos parâmetros no comportamento do gráfico da função cosseno. Por meio das plataformas Google Meet e GeoGebra Classroom, aplicou-se uma oficina para 11 licenciandos em Matemática de uma instituição pública de ensino. Os Três Mundos da Matemáticas são as ideias teóricas que sustentam a análise das produções dos participantes. Verificou-se que o GeoGebra favoreceu a compreensão dos conceitos matemáticos estudados. As atividades realizadas foram satisfatórias para auxiliar os participantes na criação de conjecturas sobre o comportamento do gráfico de cossenóides definidas por $f(x) = c + \cos(x)$ e suficientes para identificar dificuldades com noções de intervalo real e notações em linguagem matemática.
*Palavras-chave***:** Ensino de Trigonometria, GeoGebra, Três Mundos da Matemática.

Abstract

This paper investigates the potential and limitations of the use of GeoGebra software in the teaching and learning processes of trigonometric functions. In order to analyze if and how the use of GeoGebra helps future teachers to create and validate conjectures about the influence of the parameters on the behavior of the cosine function's graph, through the Google Meet and GeoGebra Classroom platforms, a workshop was applied to 11 undergraduate mathematics students of a public educational institution. The Three Worlds of Mathematics are the theoretical ideas that support the analysis of the participants' productions. It was verified that

[1001] jean.lucas@aluno.ifsp.edu.br
[1002] roberto.imafuku@ifsp.edu.br

GeoGebra favored the understanding of the mathematical concepts studied. The activities performed were satisfactory to help the participants to create conjectures about the behavior of the cosine graph defined by f(x) = c + cos(x) and sufficient to identify difficulties with notions of real interval and notations in mathematical language.
Keywords: Teaching trigonometry, GeoGebra, Three Worlds of Mathematics.

Resumen

Este artículo investiga las potencialidades y limitaciones del uso del software GeoGebra en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las funciones trigonométricas. Con el fin de analizar si, y cómo, el uso de GeoGebra ayuda a los futuros docentes en la creación y validación de conjeturas sobre la influencia de los parámetros en el comportamiento de la gráfica de la función coseno, a través de las plataformas Google Meet y GeoGebra Classroom, se realizó un taller para 11 estudiantes de Matemáticas de una institución educativa pública. Los Tres Mundos de las Matemáticas son las ideas teóricas que sustentan el análisis de las producciones de los participantes. Se encontró que GeoGebra favoreció la comprensión de los conceptos matemáticos estudiados. Las actividades realizadas fueron satisfactorias para ayudar a los participantes a generar conjeturas sobre el comportamiento del grafo coseno definido por f(x) = c + cos(x) y suficientes para identificar dificultades con nociones de intervalos reales y notaciones en lenguaje matemático.
Palabras clave: Enseñanza de la Trigonometría, GeoGebra, Tres Mundos de las Matemáticas

Introdução

Em uma sociedade cada vez mais globalizada, as Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) se fazem cada vez mais presentes nas vidas das pessoas e, como consequência, dentro das salas de aula. Uma vez que esses recursos tecnológicos já se fazem presentes na vida dos alunos, sobretudo estudantes do Ensino Médio, as reflexões devem ser sobre como utilizar essas ferramentas de maneira efetiva durante as aulas, de modo que todas as características que potencializam o ensino sejam exploradas.

Em relação ao ensino de matemática, a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (2018) destaca que a utilização dessas tecnologias favorece o desenvolvimento de atividades que promovam a investigação do aluno e, ao mesmo tempo que estimula o pensamento computacional, favorece o estabelecimento de conjecturas sobre diversos conceitos e propriedades de objetos matemáticos (BRASIL, 2018)

Corroborando com a BNCC, Moreno-Armella e Hegedus (2009) afirmam que tecnologias digitais como computadores e smartphones, quando integrados às aulas de matemática, combinados com aplicativos de geometria dinâmica, são capazes de promover o contato entre os estudantes e os objetos matemáticos. Segundo os autores, os objetos matemáticos que antes eram definidos em um ambiente “lápis e papel” agora, por meio de aplicativos como o GeoGebra, podem ser significativamente explorados em um ambiente que produz uma representação digital desses objetos, permitindo que os estudantes investiguem suas propriedades enquanto exercem ações sobre eles. Os autores afirmam que por meio da manipulação e investigação de objetos matemáticos no ambiente digital, o estudante pode perceber e entender propriedades, criar conceitos, significados e conjecturas, ampliando seu conhecimento matemático (MORENO-ARMELLA; HEGEDUS, 2009).

O conhecimento matemático, de acordo com a teoria dos Três Mundos da Matemática de Tall (2013), se dá de três formas diferentes: pelo Mundo Conceitual Corporificado, o Mundo Operacional Simbólico e o Mundo Axiomático Formal.

O Mundo Conceitual Corporificado está baseado nas percepções e ações humanas sobre representações dos objetos matemáticos, sejam elas físicas ou imagens mentais. Características desse Mundo são exploradas, por exemplo, quando representamos física ou mentalmente gráficos de funções possibilitando que características desses objetos possam ser identificadas e compreendidas.

O Mundo Operacional Simbólico surge a partir da necessidade de ações e manipulações, sobre objetos do Mundo Corporificado, por meio de símbolos matemáticos que são utilizados em cálculos, manipulações aritméticas e algébricas. Características desse mundo são exploradas, por exemplo, na determinação de funções inversas e na representação algébrica de suas leis de formação.

O Mundo Axiomático Formal diz respeito ao conhecimento formal e é explorado por meio da compreensão e uso dos axiomas, teoremas e definições de forma que propriedades de objetos possam ser deduzidas por meio de demonstrações (TALL, 2013). A jornada pelo Mundo Formal se dá, por exemplo, quando o aluno consegue, além de enunciar por meio da escrita ou verbalização, compreender que se uma função nunca relaciona elementos distintos de seu domínio para o mesmo elemento no contradomínio, então essa função é injetora.

Para o pleno desenvolvimento da compreensão de conceitos matemáticos, deve-se possibilitar que o estudante desenvolva atividades que lhe permitam transitar pelos Mundos Corporificado, Simbólico e Formal.

Entendemos que as tecnologias digitais aliadas a softwares de geometria dinâmica podem promover um ambiente que torne possível e facilite uma articulação entre os Três Mundos, porém Chinellato (2014), ao entrevistar professores de escolas públicas estaduais da cidade de Limeira/SP, destaca a deficiência educacional do professor como um dos motivos que impossibilitam docentes de integrar tecnologias digitais em suas aulas. Argumenta que os professores têm dificuldade em utilizar uma abordagem educacional que não vivenciaram na educação básica e nem na formação inicial e continuada. Entretanto, Chinellato (2014) afirma que essa situação pode ser contornada se, na formação inicial ou continuada, o docente tiver contato com disciplinas que promovam uma interação com esses recursos, criando professores capacitados para atuar com tecnologias digitais e integrá-las em suas práticas pedagógicas.

Entendendo que os processos de ensino e de aprendizagem de funções trigonométricas pode ser melhorado promovendo o contato, ainda na formação inicial, entre professores de matemática, recursos tecnológicos e ambientes virtuais de aprendizagem, nesta pesquisa, à luz dos Três Mundos da Matemática (TALL, 2013), analisamos como o GeoGebra auxilia futuros professores de Matemática na criação e validação de conjecturas a respeito da influência do parâmetro responsável pela translação vertical do gráfico da função cosseno.

Materiais e Métodos

A oficina intitulada ‘O papel dos parâmetros no gráfico de funções trigonométricas com o auxílio do GeoGebra’ foi dividida em três etapas e teve como participantes onze alunos de um curso de Licenciatura em Matemática de uma instituição pública de ensino do Estado de São Paulo. Realizada remotamente por meio das plataformas Google *Meet* e GeoGebra *Classroom*, em dois encontros com duração de duas horas e meia cada.

A primeira etapa teve como objetivo revisar conceitos e ideias relacionadas a trigonometria, para que todos os participantes tivessem os conhecimentos necessários para o desenvolvimento das atividades. Aplicações interativas (*applets*) elaboradas com o software GeoGebra, foram utilizadas no GeoGebra *Classroom*, para resgatar e discutir alguns conceitos de trigonometria, tal como a apresentação do radiano como uma unidade de medida para arcos, o círculo trigonométrico, evidenciando a orientação dos arcos e como os valores das razões cosseno e seno de um arco de circunferência podem ser encontrados por meio de coordenadas no plano cartesiano. Ainda, foram discutidas algumas características das funções trigonométricas cosseno e seno, tais como: domínio, contradomínio, conjunto imagem, período e amplitude.

A segunda etapa teve como objetivo apresentar o software GeoGebra, algumas de suas funcionalidades e ferramentas de modo que houvesse um nivelamento dos participantes a respeito das usabilidades do software, a fim de que obtivessem o conhecimento necessário para o desenvolvimento das atividades. O controle deslizante, recurso que dinamiza o estudo do comportamento de gráficos de funções, obteve destaque nesta etapa ao ser ilustrado como associá-lo a coeficientes de funções e como manipulá-lo, facilitando a observação do comportamento das funções representadas graficamente.

Na terceira etapa, após todos os participantes lerem e assinarem o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, se iniciou o processo de investigação. Ao longo de quatro atividades, que continham duas questões cada, os estudantes analisaram a influência dos parâmetros a, b, c e d no comportamento das funções definidas respectivamente por $f(x) = cos(a \cdot x)$, $g(x) = b \cdot cos(x)$, $h(x) = c + cos(x)$ e $p(x) = cos(x + d)$ respectivamente. Cada parâmetro foi explorado individualmente e, para tal, os participantes construíram no GeoGebra um controle deslizante, a função definida por f(x) = cos(x) que servia de referência, e a função com o parâmetro a ser explorado em cada questão.

Cada atividade teve duração média de quinze minutos e foram realizadas no ambiente do GeoGebra *Classroom*, plataforma que tornou possível investigações em múltiplas plataformas como computador desktop, notebook, smartphone. Após o término de cada atividade havia uma formalização do conteúdo e uma discussão sobre as observações feitas pelos participantes que validava, ou não, as conjecturas levantadas por eles.

Resultados e Discussão

Neste artigo, analisamos apenas a questão cinco, que aborda a função $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $g(x) = c + \cos(x)$. Apresentamos a questão proposta e destacamos seu objetivo.

Questão 5 - Construa o gráfico da função $g(x) = c + cos(x)$ e movimente livremente o seletor c. Qual a influência do parâmetro “c” no gráfico da função? Fale sobre a imagem e o período dessa função.

O objetivo desta questão foi verificar se, por meio da manipulação do controle deslizante, os participantes apresentariam conjecturas apontando que o parâmetro "c" provoca uma translação vertical na curva. Esperava-se que, ao manipular o controle deslizante, os alunos percebessem: que as ordenadas do gráfico de $g(x) = c + cos(x)$ aumentam ou diminuem "c" unidades e que se as ordenadas aumentam, o gráfico translada verticalmente para cima e se as ordenadas diminuem o gráfico translada verticalmente para baixo; e que o parâmetro "c" é responsável pelo eixo central da onda.

A seguir, apresentamos a análise das respostas dos participantes, tratados nesse texto por codinomes, à questão 5 da atividade.

Vale ressaltar que no momento em que os participantes realizaram essa atividade, previamente, na oficina, já haviam estudado e formalizado os impactos que o parâmetro "a" (responsável por alterar o período da função $g(x) = cos(a \cdot x)$) e o parâmetro "b" (responsável por alterar a amplitude da função $g(x) = b \cdot cos(x)$) causam no comportamento do gráfico da função cosseno. As demais questões são discutidas em Costa, Vieira, Imafuku e Pereira (2021, 2022) e em Aguiar, Imafuku, Vieira e Pereira (2021).

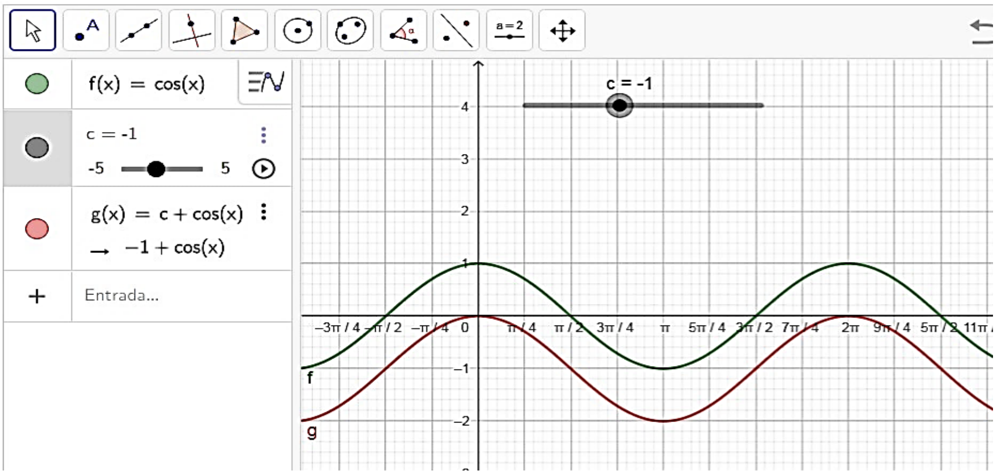
A resposta de Matheus à questão cinco (ver Figura 1) indica que o mesmo entendeu o papel do parâmetro, ao afirmar que seu papel é deslocar o gráfico da função verticalmente e, também, que o parâmetro "c" não altera a amplitude da imagem, mas sim seu intervalo ao adicionar "c" aos extremos. Entretanto, a generalização do estudante para a imagem da função g está incorreta em relação aos valores máximos e mínimos, pois o intervalo $[c-1, c+1]$ se torna falso quando o número adicionado ao "c" é negativo. A formalização correta para o conjunto imagem da função g é o intervalo $[c-|b|, c+|b|]$.

Figura 1.

Resposta de Matheus para a questão 5 (dados da pesquisa)

Questão 5

O parâmetro c não modifica o período e nem o tamanho da imagem. Ou seja, não muda o desenho do gráfico.
O parâmetro c apenas faz com que o intervalo da imagem mude, deslocando o desenho do gráfico para cima e para baixo.
O intervalo da imagem varia de acordo com o valor de c, tendo o máximo como c+1 e o mínimo como c-1.
Por exemplo: quando c=0, a imagem vai do intervalo de -1 até 1.
O período se mantém 2π.



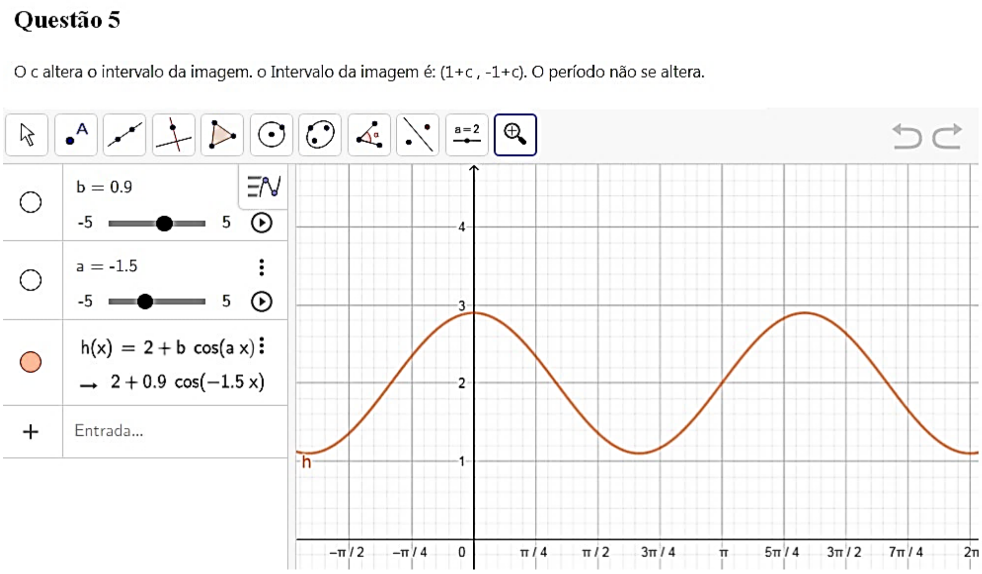
Apesar de não aparecer explicitamente na atividade, o parâmetro responsável pela amplitude do gráfico da função analisada pelo estudante tinha valor igual a 1, condição que pode ter influenciado o estudante em sua conjectura, ao exemplificar como se dá a alteração no intervalo da função conforme o parâmetro “c” era modificado.

As características corporificadas presentes na manipulação do controle deslizante do GeoGebra associado ao parâmetro “c”, possibilitou que o estudante observasse as transformações no gráfico da função e conjecturasse que o parâmetro está relacionado com a translação vertical do gráfico da função, apresentando características formais relacionadas a influência desse parâmetro na representação gráfica dessa função. Com características simbólico-formais, conjecturou sobre os extremos do intervalo do conjunto imagem, utilizando procedimentos e representações algébricas.

Marcos, em sua resposta à questão cinco (ver Figura 2), entende que a variação no parâmetro “c” provoca uma mudança no intervalo da imagem da função, representando-o simbolicamente.

Figura 2.

Resposta de Marcos para a questão 5 (dados da pesquisa)



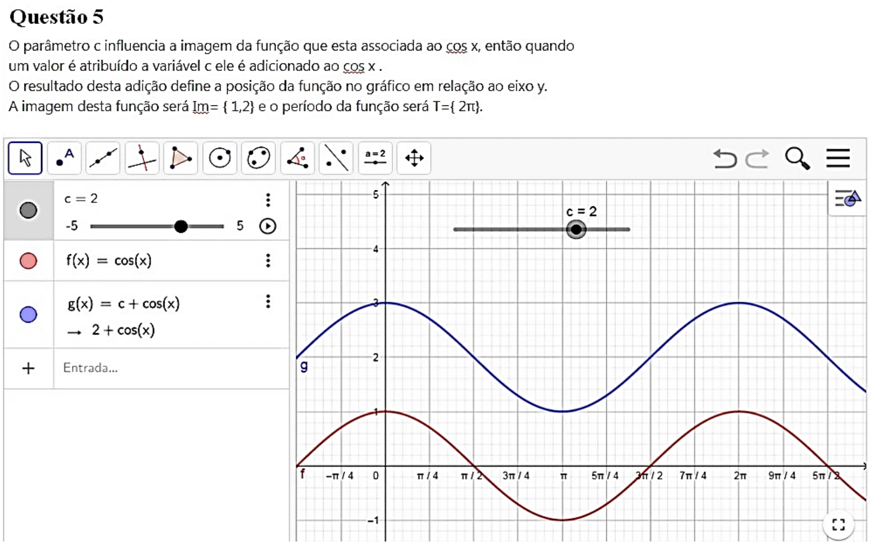
Ele representa os extremos do intervalo semelhantemente a Matheus, porém com os valores máximos e mínimos invertidos, e utiliza a notação de intervalo aberto. Isso pode ser ocasionado por uma falta de familiarização com a linguagem matemática e noção de intervalo real.

Marcos apresenta características simbólicas ao registrar o intervalo do conjunto imagem, porém, entendemos que as características corporificadas presentes na manipulação do controle deslizante não foram suficientes para que observações a respeito do deslocamento da curva ao longo do eixo das ordenadas aparecessem em sua conjectura, mas o permitiram perceber que o período da função não se altera, mesmo não o identificando.

Por meio da manipulação do controle deslizante e da observação do gráfico, características do Mundo Corporificado, a estudante Helena conseguiu estabelecer uma relação entre o parâmetro “c” e a posição da função observada ao longo do eixo das ordenadas (ver Figura 3).

Figura 3.

Resposta de Helena para a questão 5 (dados da pesquisa)



Mesmo sem mencionar diretamente uma translação da curva, a estudante explica o motivo do parâmetro influenciar a imagem da função cosseno. Entretanto, a estudante comete um equívoco ao representar o conjunto da imagem da função analisada, não utilizando colchetes ou parênteses para delimitar o intervalo, demonstrando também uma dificuldade com linguagem matemática e noções de intervalo real. Helena descreve um intervalo para o conjunto imagem impossível de aparecer em suas investigações, pois o intervalo $[1, 2]$ (representado pela estudante como um conjunto com dois elementos $\{1,2\}$) só poderia ser visualizado se tivéssemos c = 1 e o parâmetro responsável pela amplitude igual a $\pm$ 0.5, porém, ainda que implícito, este último tinha valor fixo em 1.

A estudante apresenta características do Mundo Corporificado ao conjecturar sobre a influência do parâmetro no comportamento do gráfico da função, e do Mundo Simbólico ao representar o conjunto imagem, mesmo que incorretamente.

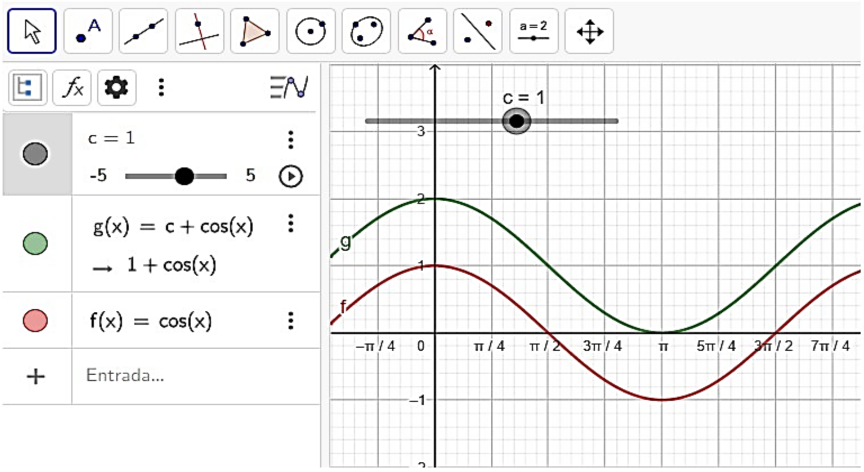
A percepção que Sarah (ver Figura 4) teve ao manipular o controle deslizante e ao observar o gráfico da função não foi suficiente para que realizasse uma conjectura que mencionasse a translação vertical da curva ocasionada pela variação do coeficiente, evidenciando que não entendeu o papel do parâmetro no comportamento da curva.

Figura 4.

Resposta de Sarah para a questão 5 (dados da pesquisa)

Questão 5

o período sempre permanece o mesmo, o intervalo da imagem é sempre de 2 números naturais, como [0,2], [1,3], [-1,1] e dependendo do c, varia os números que determinam o intervalo.



A estudante comete um equívoco quando afirma que os números que compõem os extremos do intervalo da imagem são sempre números naturais, porém utiliza o número (-1) para exemplificar sua conjectura, evidenciando que possui dificuldades em distinguir os elementos do conjunto dos números naturais do conjunto dos números inteiros e que um intervalo representa um subconjunto de números reais.

Apesar de Sarah apresentar características do Mundo Simbólico ao realizar a notação dos intervalos, não conseguiu de fato representar as alterações que o parâmetro causa no comportamento do gráfico. Ter contato com características corporificadas não foi suficiente para que a estudante apresentasse conjecturas válidas em suas observações.

Considerações Finais

Os resultados obtidos indicam que o GeoGebra é uma ferramenta que potencializa o estudo de funções trigonométricas. Realizar as atividades no contexto tecnológico dinamizou a construção dos gráficos das funções, evitando assim construções manuais que despenderiam de muito tempo. Por exercerem ações diretamente sobre as representações digitais dos objetos matemáticos, os participantes da pesquisa puderam se concentrar e avançar na criação significados e conjecturas sobre a influência dos parâmetros no comportamento do gráfico de funções trigonométricas, fato que corrobora com as observações de Moreno-Armella e Hegedus (2009).

O GeoGebra *Classroom* tornou possível que os estudantes explorassem as funções trigonométricas em múltiplas plataformas como computadores e smartphones. Além de se mostrar um ambiente de aprendizagem muito útil, evidenciou-se como uma ótima ferramenta de coleta de dados ao possibilitar uma visualização em tempo real das respostas dos estudantes e o arquivamento das mesmas para futuras análises.

A coordenação simultânea das representações gráfica e algébrica da função cosseno, propiciada pelo software GeoGebra, possibilitou que os licenciandos transitassem entre os Mundos Corporificado e Simbólico de modo dinâmico e fluido ao analisar características corporificadas dos gráficos e relacioná-los com as características simbólicas presentes na janela de álgebra do software. Essa coordenação simultânea de representações, proporcionada pela atividade desenvolvida com o auxílio da tecnologia, estimulou a investigação dos alunos, assim como os pensamentos matemáticos e computacionais dos mesmos, indo ao encontro das perspectivas levantadas pela BNCC (2018).

O momento de discussão, socialização e formalização das conjecturas levantadas pelos estudantes foi importante para proporcionar o contato dos futuros professores de matemática com elementos da matemática formal, com definições teóricas e provas matemáticas, viabilizando o contato com objetos do Mundo Formal.

Acreditamos que a oficina e as atividades realizadas com futuros professores de matemática minimizaram a deficiência educacional levantada por Chinellato (2014) a respeito da dificuldade dos professores em utilizar tecnologias digitais em suas aulas. Ao promover uma interação do licenciando com experiências pedagógicas que utilizam recursos tecnológicos, o futuro profissional poderá entender quais as vantagens e desvantagens de utilizar uma abordagem educacional que faz uso de tecnologia em suas aulas, a medida em que se capacita para integrá-las em sua prática pedagógica.

Referências

AGUIAR, J. L. A.; IMAFUKU, R. S.; VIEIRA, W.; PEREIRA, E. F. M. Uma análise do uso do GeoGebra no estudo do gráfico da função g(x) = c + cos(x). *In*: CONGRESSO DE INOVAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO IFSP, 12, 2021, Cubatão. **Resumos** [...]. Cubatão: IFSP, 2021. Disponível em: http://ocs.ifsp.edu.br/index.php/conict/xiiconict/paper/view/7589/2240. Acesso em: 01 jun. 2022.

BRASIL. Ministério da Educação (MEC). **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

CHINELLATO, T. G. **O uso do computador em escolas públicas estaduais da cidade de Limeira/SP**. 2014. 104 f. Dissertação - (mestrado) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2014. Disponível em: http://hdl.handle.net/11449/91021. Acesso em: 28 mar. 2021.

COSTA, L. B.; VIEIRA, W.; IMAFUKU, R. S.; PEREIRA, E. F. M. Uma análise do uso do geogebra no estudo do gráfico da função g(x) = b.cos (x). *In*: CONGRESSO DE INOVAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO IFSP, 12, 2021, Cubatão. **Resumos** [...]. Cubatão: IFSP, 2021. Disponível em: http://ocs.ifsp.edu.br/index.php/conict/xiiconict/paper/view/7568/2414. Acesso em: 01 jun. 2022.

COSTA, L. B.; VIEIRA, W.; IMAFUKU, R. S.; PEREIRA, E. F. M. O desenvolvimento dos três mundos da matemática no estudo de funções trigonométricas com o GeoGebra. **Ciência em Evidência**, Capivari, v. 2, n. 2, p. 91-104, 2022. Dossiê Especial. Apresentado no I Seminário TIC e Educação, 2021, Capivari, SP.

MORENO-ARMELLA, L.; HEGEDUS, S. Co-action with digital technologies. **ZDM Mathematics Education**, [s. l.] v. 41, n. 4, p. 505–519, ago. 2009.

TALL, D. O. **How humans learn to think mathematically**: exploring the three worlds of mathematics. 1. ed. New York: Cambridge University Press, 2013.

O uso do *Scratch* na aprendizagem de números inteiros: uma análise da produção de jogos com uso da plataforma no 7° Ano

The use of *Scratch* in the learning of integers: an analysis of the production of games using the platform in the 7th grade

El uso de *Scratch* en el aprendizaje de números enteros: un análisis de la producción de juegos utilizando la plataforma en el 7º grado

Antônio Carlos Buraneli Gomes[1003]
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
0000-0003-1528-3093

Claudete Cargnin[1004]
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
0000-0002-3067-1978

Melissa Cardoso Furtado Kisner[1005]
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
0000-0002-4934-5048

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Tecnologia digital e outros recursos para o ensino e aprendizagem da matemática

Resumo

A utilização de jogos na aprendizagem de números inteiros, a partir do *Scratch*, é temáticacentral desse estudo. A partir da necessidade de compreender se os alunos aprendem o conteúdo de números inteiros a partir da plataforma, o objetivo foi analisar a produção deum jogo do *Scratch* feito por estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental, na Matemática.Mediante aplicação prática e qualitativa, com uso de observação e intervenção nas etapasiniciais do projeto, os resultados demonstraram que o *Scratch* possui grande relevância eque participar do projeto passa a ser singular para os alunos, já que são colocados como autores, produtores de conhecimento.

Palavras-chave: Aprendizagem. Intervenção pedagógica. *Scratch*. Números Inteiros.

Abstract

[1003] antoniocbg@seed.pr.gov.br
[1004] cargnin@utfpr.edu.br
[1005] melissakisner@alunos.utfpr.edu.br

The use of games in learning integer numerals, from *Scratch*, is the central theme of thisstudy. Based on the need to understand whether students learn the content of integers fromthe platform, the objective was to analyze the production of a *Scratch* game made by students in the 7th year of Elementary School, in Mathematics. Through practical andqualitative application, using observation and intervention in the initial stages of the project, the results showed that *Scratch* has great relevance and that participating in the project becomes unique for students, since they are placed as authors, producers of knowledge.

Keywords: Learning. Pedagogical intervention. *Scratch*. Integer Numbers.

Resumen

El uso de juegos en el aprendizaje de números enteros, desde *Scratch*, es el tema central de este estudio. Partiendo de la necesidad de comprender si los estudiantes aprenden el contenido de los números enteros de la plataforma, el objetivo fue analizar la producciónde un juego *Scratch* realizado por estudiantes del 7º año de la Enseñanza Fundamental, en Matemáticas. A través de la aplicación práctica y cualitativa, utilizando la observacióny la intervención en las etapas iniciales del proyecto, los resultados mostraron que *Scratch* tiene gran relevancia y que la participación en el proyecto se vuelve única para los estudiantes, ya que se ubican como autores, productores de conocimiento.

Palabras- clave: Aprendizaje. Intervención pedagógica. rascar. Números enteros.

Introdução

Como professor de matemática, sempre foi instigante a busca por capacitação, na tentativa de aliar ao fazer docente, teoria e prática, com competência e dinamismo, e, comisso, tornar o contexto diário da sala de aula de matemática um ambiente desafiador e aomesmo tempo motivador. Inovar metodologias e recursos de ensino pode ser umaalternativa eficaz para dirimir dificuldades na compreensão de conteúdos matemáticos, para que os estudantes possam aprimorar os conhecimentos constituídos, tornando-se mais reflexivos e capazes de resolverem as diferentes situações problemas que envolvemconteúdos diversos.

Diante disso, surgiu a ideia de produzir uma ferramenta de ensino, utilizando o software *Scratch*, para o trabalho com números inteiros. Para o Grupo de Pesquisa em Inovação e Tecnologias na Educação (GPINTEDUC 2019), o jogo na forma digital ou analógica é uma atividade recreativa, tem finalidade de entretenimento, possui metas, regras e feedback. Esta era digital traz, para a escola, sobretudo ao professor de matemática, a necessidade de elaborar estratégias que valorizem a experimentação.

Neste viés, chegou-se a seguinte indagação norteadora da pesquisa: Como o *Scratch* pode contribuir com o ensino de números inteiros? Diante disso, o objetivo geral foi analisar a produção de um jogo do *Scratch* feito por estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental, na Matemática.

A investigação proposta, utilizando-se do software *Scratch* para produzir um jogodigital com conteúdo de números inteiros, poderá trazer viabilidade, de incorporar à prática educativa a tecnologia, apropriando-se dos softwares, aplicativos que são ferramentas que permitem ao educador propor materiais didáticos e objetos de ensino diferenciados acerca de conteúdos como os números inteiros, facilitando a apropriação sistemática dos conhecimentos dos estudantes.

Fundamentação teórica

Os jogos digitais apresentados pelas ferramentas educacionais são um caminho promissor, em vista das possibilidades de ampliar o raciocínio lógico dos estudantes. Deacordo com Motta (2017), o uso das tecnologias digitais nas aulas de matemática é um recurso que permite uma atividade experimental rica acerca dos conteúdos, em que o estudante se sente motivado para participar e aprender.

Logo, por que a disciplina de matemática não pode aproveitar as competências e habilidades que os estudantes já trazem consigo, frente à tecnologia, no uso de smartphones, tablets e notebook, conectando-se a informação, comunicação e entretenimento, atrelando a isso o como ensinar os seus conteúdos? Para Kenski (2012), a tecnologia proporciona outras formas de ensinar e de aprender, uma fase digital que corrobora para que haja interação entre professores, estudantes, objetos e informações, surgindo uma nova dinâmica educacional.

Na Matemática, a Base Nacional Comum Curricular determina que a escola precisa proporcionar ao aluno o ensino de matemática com aplicação em diferentes contextos, internos ou externos à escola. Isso significa que o documento propõe ao professor um trabalho que também se relacione com o dia-a-dia do estudante, de maneiraque perceba o conhecimento matemática em seu mundo e possa inseri-lo em diferentes contextos de sua vida (DOS SANTOS, 2018).

Mesmo assim, a BNCC não enfatiza que a aplicação seja efetivada em todos os conteúdos do currículo escolar. Abre-se a possibilidade para que a matemática possa ser explicada mediante suas próprias bases, sem influência direta na vida do estudante. Da mesma maneira, existem algumas competências e habilidades que a BNCC determina para que o ensino de matemática ocorra com maior qualidade e possibilidade de alcance dos objetivos traçados (DOS SANTOS, 2018).

As habilidades matemáticas relacionadas com números inteiros são nomeadas a partir da sigla EF07MAXX. No local onde está representado o "X", é localizado o número da habilidade. Assim, a habilidade EF07MA03 incide sobre comparar e ordenar númerosinteiros em diferentes cenários, muitos deles não diretamente vinculados com a Matemática. A habilidade também versa sobre a associação com pontos da reta numéricae seu uso em contextos que envolvam soma e subtração (CAVALCANTI, 2019).

A habilidade EF07MA04 também trata dos números inteiros. Ela enfatiza a necessidade de o aluno solucionar e formular problemas que envolvam operações com números inteiros. Essas duas habilidades estão identificadas com as letras EF porque precisam ser trabalhadas no Ensino Fundamental O número 07 indica que o sétimo ano éa turma na qual a atividade deve ser trabalhada (CAVALCANTI, 2019).

Existem diferentes formas para se trabalhar com os números inteiros. Uma delasé a gamificação. Para Alves (2018), a gamificação consiste em estratégia metodológica que articula diferentes conhecimentos e formas de interação em plataforma adaptativa com salas de aula virtuais, nas quais os alunos podem agir por meio de cooperação ou competição. A gamificação faz parte de um conjunto de metodologias ativas que permitem um trabalho mais interativo e dinâmico, assim como uma mediação mais atrativa para os estudantes.

Entretanto, para que a gamificação ocorra, é necessário que a escola disponha de acesso à Internet e que haja quantidade e qualidade de ferramentas tecnológicas para queo sistema funcione sem travamentos. Os principais recursos de gamificação conhecidos, atualmente, são o Quizlet, o Quizizz e o Kahoot, apesar de haver uma infinidade de outras ferramentas que possam ser utilizadas, no Brasil e no exterior (ALVES, 2018).

Aliás, para Gomes et al (2021), cada uma dessas plataformas conta com recursos e variedade de jogos disponível gratuitamente para que o usuário possa praticar ou propor atividades a um grupo maior, reunidos em salas virtuais criadas nos mesmos aplicativos.Os autores salientam que as tecnologias digitais são capazes de promover relação direta com a pedagogia, na medida em que o professor atue como mediador entre ambas. A gamificação é, portanto, uma das formas úteis de se promover uma educação atrativa e capaz de oportunizar aprendizagens matemáticas.

No estudo de De Oliveira et al (2017), por exemplo, foi utilizado recurso em FlashPlayer, programa que poderia ser instalado gratuitamente e com compatibilidade com o sistema Windows. Mas outros programas podem ser utilizados para criação de jogos, substitutos ainda mais completos do que o Flash. É o caso do *Scratch.*

Nesse ponto, o *Scratch* pode ser observado como recurso significativo, visto que a tecnologia em si não possui funcionalidade se não for produzida intencionalmente em prol de um ensino, com objetivos claros e concisos, uma avaliação estruturada e uma forma de organização capaz de trazer as reflexões almejadas. Para Gomes et al (2021), agamificação se coloca como aliada do professor e o *Scratch* é exemplo de possibilidade de ensino qualitativo, feito pelos próprios alunos e com amplas possibilidades de aprendizagem. Além disso, o uso do *Scratch* se coloca como parte integrante do reforço dos conteúdos matemáticos, visto que há uma variada gama de formas que podem ser adaptadas ou apropriadas para diferentes conhecimentos e faixas etárias.

Ademais, a amplitude temática do *Scratch* também se torna interessante, com desenhos animados criados, músicas, criação de roteiros, quizes e jogos dos mais diferentes tipos. O programa possui tantas extensões adicionadas que aumentaram e melhoraram a usabilidade do aplicativo com o tempo, extensões para aprimorar ainda mais sua efetividade, como o Makey Makey, o Lego Wedo 2.0 e o Micro: bit. O próprio portal disponibiliza informações para ensinar como manipular tal linguagem de programação, assim como também oferta materiais prontos, feitos por diferentes profissionais e usuários. Seu uso pode ser efetivado por intermédio de editor online e offline.

No primeiro, não há necessidade de download e o usuário pode salvar seus jogos dentro do próprio site, em conta privada criada. No último, é possível baixar e instalar o programa, que possui interface de apresentação e instalação simples, com uso possível em computador pessoal ou empresarial. Seus benefícios incluem o aprimoramento educativo do raciocínio lógico, a localização espacial, a criatividade, a construção de racionalidade matemática ampla, a resolução de problemas, dentre outros.

Vale lembrar que o *Scratch* é parte integrante de um universo tecnológico que está inserindo cada vez mais propostas e projetos para professores das mais variadas áreas, como a Matemática. Nesi (2018) defende a formulação de objeto de aprendizagem (OA)a partir do *Scratch,* visando sua usabilidade. Em sua pesquisa, enfatiza que OA podem ser aperfeiçoados e criados para trazer melhores resultados e que linguagensconstrucionistas e de codificação para fluência tecnológica podem corroborar esse processo. Seu discurso ampara-se na presença das tecnologias digitais e potencial de ampliação do ensino por meio de seu uso em espaço escolar.

Concorda-se com esse posicionamento. Para Lévy (2010), o desenvolvimento entre saber, ser humano e tecnologia se dá em forma equânime, isto é, em conjunto. As alterações tecnológicas desencadeadas a partir da chegada, permanência e popularizaçãoda internet se colocam como parte dessa integração e associar as tecnologias com formasdiferentes de ensino é uma maneira de corroborar para melhor otimização da relação entrehomem, saber e tecnologia.

Segundo Lummertz (2017), o *Scratch* possui ampla potencialidade para construção de literacia digital e deve ser usado em formato informacional com vistas à aquisição de conhecimento especializado. Suas contribuições vão além da edificação de conceitos como jogabilidade, simulação, apropriação, cognição distribuída e networking,dentre outros.

Brandt (2019) destaca que o *Scratch* pode gerar maior engajamento e atenção, sejacom manifestação verbal ou com o entusiasmo em cada etapa da atividade realizada. A programação em tempo real realizada pela autora promoveu nos alunos a resolução de conflitos, a cooperação, a negociação e o entendimento de aspectos da geometria que teriam maior complexidade de entendimento quando trabalhados somente em teoria.

Segundo Zoppo (2017, p.11) "[...] o software *Scratch* é uma plataforma de acesso gratuito que possui uma linguagem acessível para aqueles que não têm familiaridade com programação". Conforme Curci e Motta (2017), é um software de programação voltado para a criação de projetos interativos com recursos multimídia, permitindo aos estudantesaprenderem de forma criativa e colaborativa.

Com o pressuposto de estimular criatividade e colaboração nos estudantes, Resnick (2017) enfatiza que o software *Scratch*, propicia o conhecimento de uma nova linguagem de programação. Além disso, tem uma abordagem diferente e inovadora no processo de construção de novos conceitos matemáticos, oportunizando para o estudanteconstruir seus conhecimentos de uma forma mais lúdica e engajadora, visto que, jogar é uma atividade desafiadora e atrativa.

A plataforma *Scratch* foi apresentada aos alunos pelo pesquisador, de modo que os alunos aprendessem como utilizar uma linguagem de programação para a construção do jogo proposto a eles, explicando sobre a criação de personagens e cenários, que estãoem domínio público, chamados de licença Creative Commons, ou até mesmo a utilizaçãode personagens e cenários que a plataforma dispõe, com duração de 50 minutos cada aula de forma remota, podendo ser no contra turno.

Metodologia

A pesquisa foi realizada no Colégio Estadual Presidente Abraham Lincoln, localizado no Município de Colombo-Paraná, o qual realizou reunião com os professores de matemática e português da turma do 7º A, B e C ano e apenas 17 concordaram em colaborar com a pesquisa proposta. Porém, é válido considerar que as atividades foram feitas em 2022 de forma remota e todas as dúvidas também foram esclarecidas remotamente.

Caso houvesse indisponibilidade ou falta de acesso para a participação em turno regular, haveria disposição para realização da atividade em contra turno, sem perda de qualidade ou risco de exclusão. A coleta de dados ocorreu diretamente com as situações investigadas, por meio de observação participante. Houve acompanhamento dos alunos que realizaram a atividade e foi efetuado questionário após a aplicação, com objetivo de verificar suas impressões e aprendizagens no jogo.

Em 28/03/2022, foi iniciada a aplicação dos encontros remotos de orientação sobre programação e software, para os alunos que assinaram os termos de consentimento e de imagem, o que totalizou 17 pessoas. Foram três encontros remotos pelo google meet. O primeiro encontro foi em 28/03/2022, com a participação de 14 alunos, que teve duração de 50 minutos. Na oportunidade, o pesquisador se apresentou e comentou como seria o projeto e também o apresentou à orientadora.

Ao final da aula, foi solicitado para que os alunos já fossem fazendo pesquisas para quais cenários e personagens iam utilizar no projeto. O próximo encontro aconteceu no dia 30/03/2022, com a participação de 12 alunos. Foram apresentados todos os recursos que a plataforma oferece para a construção de um jogo digital, sendo eles: personagens, cenários, sons e blocos de programação.

Ao final, foi solicitado para que os alunos começassem a pensar no roteiro de cada história, porque o pesquisador deixou a escolha livre do nome do projeto, bem como os cenários e personagens que iriam utilizar, evidenciando que precisaria estar relacionado ao conteúdo de números inteiros: números negativos e positivos inteiros, números opostos ou simétricos, comparação entre números inteiros, operações com números inteiros.

No último encontro de apresentação da plataforma, o pesquisador ensinou como fazer a programação de um jogo, utilizando os recursos que a plataforma oferece. Nesse momento foi criado um jogo para que os alunos compreendessem as aulas anteriores e que possam iniciar a construção de seu jogo. Um dos jogos feitos foi selecionado e analisado para composição dos resultados do estudo.

Resultados e Discussão

Primeiramente, o professor explicou como seria a aplicação do conteúdo, explanandode que forma os números inteiros poderiam fazer parte dos jogos que eles haviam pensado anteriormente com as professoras de Língua Portuguesa e Matemática. Como aponta Silva (2019), o trabalho desenvolvido com os números inteiros perante a BNCC estabelece habilidade que precisam ser trabalhadas com ampla seriedade e compromisso, com diversificação e recurso. Em seguida, mostrou como seria o decorrer dos encontros, organizando a sequência de produção dos jogos, direcionando as melhorias em seus projetose ajudando-os no que fosse necessário nesta etapa.

Para este momento de análise, foram finalizados três projetos, ou seja, três duplas finalizaram a etapa de construção dos seus jogos, incluído neles, o conteúdo números inteiros: dupla 01, dupla 06 e dupla 07. A produção de uma das duplas será considerada e analisada.

A dupla elaborou uma produção escrita da sua história antes de iniciar o projeto no *Scratch,* dessa forma os estudantes organizaram um direcionamento para seu jogo, momentoeste que foi direcionado pelo professor responsável desta pesquisa, o autor Filgueira (2018)enfatiza que ao professor cabe trazer projetos com base pronta ou mesmo deixar que os alunos criem, mas que ambas as opções sejam amparadas por um planejamento avaliado e adequado para as necessidades.

Quadro 1

História da dupla

Tyler Núñez, nosso protagonista, discutiu com sua mãe e saiu de casa para esfriar a cabeça. Andando pela rua escura e silenciosa como se fosse um sonho, Tyler avista uma criatura toda branca e brilhante. Curioso com a situação, decide segui-la, avista a criatura entrando em uma estrutura abandonada; logo Tyler se aproxima e abre a porta,vê novamente a criatura e logo depois desmaia

Tyler acorda em um lugar estranho, escuro e com um som perturbador. Tyler dialoga sozinho e tenta sair por 2 minutos até desistir, ele acha um rastro de sangue no chão queleva pra uma porta fechada com chave. Ele ignora a porta e prossegue pelos rastros encontra um homem mascarado vendendo algumas coisas: uma lanterna, peças de um quebra cabeça, uma chave e uma máscara, ele disse que aceitava fragmentos como pagamento. Logo, Tyler, curioso como sempre, pergunta:

- O que são "fragmentos"?

O comerciante respondeu:

- Logo descobrirá, mas voce tem que ser rápido para ele não, para ele não te pegarTyler rebate com mais questionamentos:

Tyler rebate com mais questionamentos:

- Ele quem? Como assim me "pegar"? e quem é você?

Porém, não houve mais resposta.

Tyler continua seu caminho com mais dúvidas em sua cabeça. Muitos monstros surgirãopara batalhar com Tyler, e a cada monstro que derrotar, ganhará 50 fragmentos com 100fragmentos, será possível comprar uma peça do quebra cabeça; com as 5 peças, você recupera a consciência e volta ao mundo normal.

Fonte: : Enredo produzido pela dupla 07 (2022)

Após a produção da sua escrita apresentada ao professor, a dupla iniciou a elaboração do seu jogo na plataforma *Scratch,* escolha e construção dos autores, a junçãodos comandos necessários para o jogo acontecer. Segundo Zoppo (2017, p.11) "[...] o software *Scratch* é uma plataforma de acesso gratuito que possui uma linguagem acessívelpara aqueles que não têm familiaridade com programação".

No roteiro acima apresentado, percebe-se que houve intencionalidade de construção de um roteiro lúdico, com elementos de suspense e horror, assim como aspectos de intenção de ação. Da mesma maneira, percebe-se que os estudantes conseguiram apresentar um texto com início, meio e fim, desdobrando atenção para o jogo. Os elementos visuais também buscam essa maior semelhança com o gênero horror.No jogo intitulado *Old Memorie*, o jogador precisa coletar fragmentos (pontos) para quevença. Estes fragmentos são capturados conforme ele acerta perguntas referentes ao conteúdo números inteiros. Veja a seguir a página do projeto na plataforma *Scratch.*

Figura 1

Projeto Old Memorie

Fonte: o autor (2022)

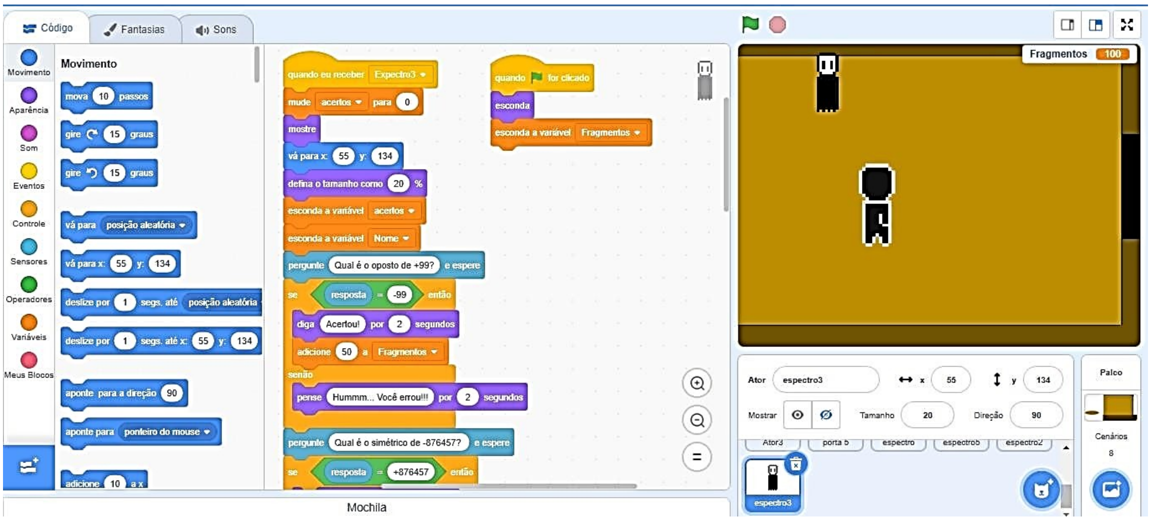
Para o desenvolvimento do jogo, foram inseridos onze autores e oito palcos (cenários), elaborados, em média, entre três a sete blocos de comandos para cadapersonagem. As perguntas sobre os números inteiros foram inseridas nos atores: espectro,espectro2, espectro3 e espectro5. O jogador responde as questões que os atores “espectros” realizam, se acertar movimenta-se e captura os fragmentos, caso erre nãoconquista os fragmentos do jogo.

A realização dos desenhos e dos personagens, assim como o cenário, traz parte integrante da trajetória, esclarecendo aspectos da narrativa estruturada no roteiro. Para DaSilva Vieira e Sabattini (2020), é importante que os adolescentes se engajem na produção de conteúdo e que tenham autonomia na realização dos projetos. A mediação passa a sercomo parte de um estímulo guiado na realização de parte técnica do projeto, mas sem interferir diretamente na representatividade e na produção de sentidos para os alunos autores. Nessa mesma linha de pensamento, Santos e Santos (2017) consideram arelevância de se propor metodologias ativas para os estudantes, não apenas na edificação,mas também na elaboração de projetos, propostas e produtos.

A interface do projeto na plataforma *Scratch* foi edificada da seguinte maneira:

Figura 2

Projeto Old Memorie - interface



Fonte: o autor (2022)

Nesi (2018) defende a formulação de objeto de aprendizagem (OA) a partir do *Scratch*, visando sua usabilidade. Em específico, no jogo Old Memorie elaborado pela dupla, compreende-se com facilidade o conteúdo dentro do jogo, de fato, pode-seacontecer uma aprendizagem na disciplina de Matemática.

Mesmo assim, é importante considerar que a produção de um jogo no *Scratch* podeser feita com pensamento e planejamento voltado para a turma dos produtores doconteúdo, mas também para alunos mais jovens, em séries anteriores, o que também trazsentimento de pertencimento e produção para outros aprenderem. Para Andrade, Silva e Oliveira (2013), o *Scratch* é plataforma essencial para expansão da criatividade e para queos estudantes se sintam parte de outro lugar social: o da produção de conhecimento.

Considerações Finais

A partir da análise do jogo e das considerações teóricas, destaca-se que o *Scratch* possuigrande relevância e que participar do projeto passa a ser singular para os alunos, já que são colocados como autores, produtores de conhecimento. Diante desse contexto de aprendizagem que o jogo traz, o *Scratch* é exemplo de possibilidade de ensino qualitativo,feito pelos próprios alunos e com amplas possibilidades de aprendizagem.

Ademais, a tecnologia pode auxiliar o professor de Matemática em diversos conhecimentos, como os números inteiros. Neste caso, os alunos ao entenderem oconteúdo conseguiram encaixá-lo dentro de um protótipo digital para que auxiliem os demais colegas estudantes da rede educacional. Diante disso, o objetivo foi alcançado, jáque foi possível analisar a produção de um jogo do *Scratch* feito por estudantes do 7º anodo Ensino Fundamental, na Matemática.

Referências

ALVES, L. M. (2018). *Gamificação na educação*. Clube de Autores.

ANDRADE, M.; SILVA, C.; OLIVEIRA, T. (2013). Desenvolvendo games e aprendendo matemática utilizando o *Scratch*. *Simpósio Brasileiro de Jogos e Entretenimento Digital*. São Paulo, p. 260-263.

BRANDT, N. (2019). *Programação nos anos iniciais*: uma contribuição para o ensino da matemática. São Paulo. Editora Sophos.

BRASIL, MEC. (2017). *Base Nacional Comum Curricular. Documento da base naíntegra*.

CAVALCANTE, Z. S. (2019). Um Olhar Sobre a História da Matemática e SuasContribuições para o Ensino Aprendizagem do Conjunto dos Números Inteiros. *In: XI Mostra da Pós-Graduação*.

DA SILVA VIEIRA, S.; SABBATINI, M. (2020). Cultura Maker na educação através do *Scratch* visando o desenvolvimento do pensamento computacional dos estudantesdo 5 ano de uma escola do campo da cidade de Olinda-PE. *Revista Docência e Cibercultura*, v. 4, n. 2, p. 43-66.

DOS SANTOS, M. J. C. (2018). O currículo de matemática dos anos iniciais do ensino fundamental na base nacional comum curricular (BNCC): os subalternos falam?. *Horizontes*, v. 36, n. 1, p. 132-143.

FILGUEIRA, L. A. B. V. (2018). *A utilização dos jogos no ensino de matemática nos anos iniciais do ensino fundamental*. Disponível em: chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/http://repositorio.fucamp.com.br/bitstream/FUCAMP/100/1/Utilizacaojogosensino.pdf

GOMES, A. C. B. et al. (2021). O Uso do Kahoot, Quizziz e Quizlet como Recursos Tecnológicos para Gamificar o Ensino de Geometria na Educação Básica. *Interacções*, v. 17, n. 57, p. 168-182.

KENSKI, V. M. (2012) *O novo ritmo das informações*. Campinas: Papirus.

LÉVY, P. (2010). *As mutações da educação e a economia do saber*. São Paulo. ArtMed.

LUMMERTZ, R. (2017) *As potencialidades do uso do software scratch para a construçãoda literacia digital*. Teses e Dissertações PPGECIM, p.18-213.

MOTTA, M.S. Formação inicial do professor de matemática no contexto das tecnologias digitais. *Contexto & Educação*, v. 32, n. 102, p. 170-204, 2017.

NESI, T. L. (2018) *Reformulando um objeto de ensino criado no Scratch*: em busca de melhorias na usabilidade. Dissertação de Mestrado. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. p.35-80.

OLIVEIRA, M. V. P. (2016). *Objetos digitais de aprendizagem no estudo das oscilações harmônicas*: contribuições ao ensino de física.72 f. Dissertação(Mestrado em Ensino de Física em Rede) - Universidade Federal de Goiás, Catalão, 2016.

RESNICK, M. (2017) The seeds that Seymour sowed. *International Journal of Child-Computer*.

SILVA, R.T. et al (2019) *Atividades para estudo de integrais em um ambiente de ensinohíbrido*. Dissertação de Mestrado. Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

SANTOS, J. G.; SANTOS, J. (2017). Primeiro contato com a programação através do Software *Scratch*: experiência no ensino técnico. In: *Anais do XXIII Workshop deInformática na Escola*. SBC. p. 362-371.

ZOPPO, B. M. *A contribuição do Scratch como possibilidade de material didático digitalde Matemática no ensino fundamental*. 2017. 135 f. Dissertação (Mestrado 123 em Educação em Ciências e em Matemática). Universidade Federal do Paraná. Curitiba.

Intersemioses na produção de vídeos em Educação Matemática

Intersemioses in the production of videos in Mathematics Education

Intersemiosis en la producción de videos en Educación Matemática

Liliane Xavier Neves[1006]
Universidade Estadual de Santa Cruz
0000-0001-8535-0779

Afonso Henriques[1007]
Universidade Estadual de Santa Cruz

Elisângela Silva Farias[1008]
Universidade Estadual de Santa Cruz

Rosane Leite Funato [1009]
Universidade Estadual de Santa Cruz

Modalidade: Comunicação oral
Núcleo Temático: Tecnologia Digital e outros recursos para o ensino e aprendizagem da Matemática

Resumo

A intensificação da comunicação audiovisual vivenciada na contemporaneidade evidencia o papel educativo das mídias e demanda novos papéis às instituições educacionais. Os vídeos sobressaem nesse cenário como tecnologias que estimulam os sentidos na produção de conhecimento matemático, levando a uma nova forma de conhecer. Nesse contexto, propõe-se com esse projeto de pesquisa realizar uma análise do potencial para a produção de significados de vídeos com conteúdo matemático. Essa proposta se refere à investigação das possibilidades de expansão semântica a partir da análise das escolhas de recursos semióticos (linguagem, simbolismo matemático, imagens, linguagem corporal, músicas, sons, entre outros) e das suas combinações, viabilizadas pela característica multimodal dos vídeos, a fim de construir o discurso matemático digital. Para o seu desenvolvimento, utilizar-se-á a metodologia qualitativa como veículo do design da pesquisa conduzida por um estudo bibliográfico sobre as funcionalidades individuais de recursos semióticos em torno de pesquisas em livros acadêmico-científicos, artigos, dissertações e teses. Os resultados desse estudo, juntamente com os pressupostos da abordagem teórica Sistêmico Funcional – Análise do Discurso Multimodal fundamentarão a análise do potencial semiótico do discurso matemático, a partir da análise intra e intersemiótica, em vídeos com conteúdo matemático disponíveis na internet. Esse projeto inscreve, portanto, a multimodalidade no campo das pesquisas sobre Tecnologias Digitais e Educação Matemática, ao analisar as possibilidades de construção do conhecimento

[1006] lxneves@uesc.br
[1007] henry@uesc.br
[1008] esfarias@uesc.br
[1009] rlfunato@uescc.br

matemático a partir da produção de significados que se desenvolvem na interação entre seres humanos e vídeos.
Palavras-chave: Multimodalidade, Vídeos digitais, Expansões semânticas.

Abstract

The intensification of audiovisual communication experienced in contemporary times highlights the educational role of the media and demands new roles for educational institutions. Videos stand out in this scenario as technologies that stimulate the senses in the production of mathematical knowledge, leading to a new way of knowing. In this context, it is proposed with this research project to carry out an analysis of the potential for the production of meanings in videos with mathematical content. This proposal refers to the investigation of the possibilities of semantic expansion from the analysis of the choices of semiotic resources (language, mathematical symbolism, images, body language, music, sounds, among others) and their combinations, made possible by the multimodal characteristic of the videos, in order to build the digital mathematical discourse. For its development, qualitative methodology will be used as a vehicle for the design of the research conducted by a bibliographic study on the individual functionalities of semiotic resources around research in academic-scientific books, articles, dissertations and theses. The results of this study, together with the assumptions of the Functional Systemic theoretical approach – Multimodal Discourse Analysis, will support the analysis of the semiotic potential of mathematical discourse, based on intra and intersemiotic analysis, in videos with mathematical content available on the internet. This project, therefore, inscribes multimodality in the field of research on Digital Technologies and Mathematics Education, by analyzing the possibilities of building mathematical knowledge from the production of meanings that develop in the interaction between human beings and videos.
Keywords: Multimodality, Digital videos, Semantic expansions.

Resumen

La intensificación de la comunicación audiovisual que se vive en la contemporaneidad destaca el papel educativo de los medios y demanda nuevos roles para las instituciones educativas. Los videos se destacan en este escenario como tecnologías que estimulan los sentidos en la producción de conocimiento matemático, dando lugar a una nueva forma de conocer. En este contexto, se propone con este proyecto de investigación realizar un análisis del potencial para la producción de significados en videos con contenido matemático. Esta propuesta se refiere a la investigación de las posibilidades de expansión semántica a partir del análisis de las elecciones de recursos semióticos (lenguaje, simbolismo matemático, imágenes, lenguaje corporal, música, sonidos, entre otros) y sus combinaciones, posibilitadas por la característica multimodal de los videos, para construir el discurso matemático digital. Para su desarrollo se utilizará la metodología cualitativa como vehículo para el diseño de la investigación realizada mediante un estudio bibliográfico sobre las funcionalidades individuales de los recursos semióticos en torno a la investigación en libros, artículos, disertaciones y tesis académico-científicas. Los resultados de este estudio, junto con los presupuestos del enfoque teórico Sistémico Funcional – Análisis del Discurso Multimodal, apoyarán el análisis del potencial semiótico del discurso matemático, a partir del análisis intra e intersemiótico, en videos con contenido matemático disponibles en Internet. Este proyecto, por tanto, inscribe la multimodalidad en el campo de la investigación de las Tecnologías Digitales y la Educación Matemática, al analizar las posibilidades de construcción del conocimiento matemático a partir

de la producción de significados que se desarrollan en la interacción entre los seres humanos y los videos.
Palabras clave: Multimodalidad, Vídeos digitales, Expansiones semánticas.

Introdução

Este artigo apresenta uma pesquisa que se encontra em andamento na qual propõe-se a análise das possibilidades de produção de significados em vídeos com conteúdo matemático, a fim de obter compreensões em torno da problemática que diz respeito às potencialidades dos vídeos com conteúdo matemático como material didático digital. Parte-se do pressuposto de que o conhecimento é produzido por coletivos que envolvem seres humanos e tecnologias, sendo que essas últimas promovem mudanças qualitativas nos processos de aprendizagem a partir da reorganização do pensamento (BORBA; VILLARREAL, 2005). No caso do vídeo temos uma ferramenta multimodal, ou seja, com ele é possível unir linguagem verbal, simbolismo, imagens, cenários, gestos, expressões faciais, iluminação, vestimentas, nas suas manifestações auditiva e visual, para a construção do discurso matemático digital (NEVES; BORBA, 2020). A combinação desses recursos organiza o discurso, lógica e esteticamente (NEVES, 2020), considerando suas funcionalidades de acordo com o contexto. O discurso matemático digital, dessa forma, tem o seu potencial para a produção de significados condicionados, qualitativamente, às escolhas desses recursos, chamados recursos semióticos.

Com base na abordagem teórica Sistêmico Funcional – Análise do Discurso Multimodal (SF-ADM), os *recursos semióticos* são recursos modelados ao longo do tempo através do seu uso para produção de significados em comunidades socialmente e culturalmente organizadas (JEWITT; BEZEMER; O´HALLORAN, 2016). Linguagem, gestos, expressões faciais, música, som, imagens gráficas, fotografias, pinturas, simbolismo matemático, objetos tridimensionais, figurino e cenário são exemplos de recursos semióticos. O processo de combinação desses recursos ou *intersemiose*, resulta na produção de significados contextualizados, chamados de expansões semânticas. O foco da investigação aqui apresentada, portanto, está nas contribuições das intersemioses realizadas em vídeos que expressam ideias matemáticas para o ensino e aprendizagem matemática e no papel do vídeo no coletivo que produz conhecimento seres humanos – com – vídeos digitais (DOMINGUES, 2015).

Setton (2015) afirma que entre as particularidades do mundo contemporâneo está o papel educativo das mídias, que assumem a sua participação na formação moral e cognitiva do indivíduo, sendo responsáveis pela produção de informações e valores. As novas formas de relação entre o indivíduo e o conhecimento impostas nesse cenário, demandam mudanças qualitativas nos processos de constituição dos saberes. Os vídeos digitais surgem como possibilidade para derrubar os muros da escola (OECHSLER; BORBA, 2020), criando um vínculo entre a sala de aula e as práticas educacionais que acontecem fora das instituições. De fato, um número significativo de estudantes afirma que utilizam vídeos disponíveis na internet como material de apoio para os seus estudos e os professores assumem que utilizam esses vídeos para planejar as suas aulas (BORBA; NEVES; DOMINGUES, 2018). As intersemioses estimulam os sentidos durante a produção de conhecimento matemático, auxiliando na associação entre conceitos matemáticos e contextos vivenciados pelos estudantes (NEVES; BORBA, 2019).

A SF-ADM fornece ferramentas para analisar os sentidos resultantes de combinações de escolhas semióticas, considerando as funções de recursos semióticos como sistemas de significados (O'HALLORAN; LIM FEI, 2014). Essa abordagem, então, fundamentará as análises das combinações de recursos semióticos de vídeos com conteúdo matemático, com vistas ao entendimento do seu potencial para produção de significado. Compreender o potencial dos vídeos como recurso para a aprendizagem matemática, considerando as funcionalidades dos recursos semióticos utilizados no discurso matemático expresso em vídeo é o objetivo da pesquisa aqui apresentada. A problemática a qual esse objetivo geral se refere envolve a análise da natureza das relações entre as representações matemáticas usuais, a saber, a linguagem, o simbolismo e as imagens matemáticas, com outros recursos semióticos, como recursos cinematográficos, presentes em vídeos que expressam ideias matemáticas. O objetivo geral faz emergir outras dimensões inerentes ao tema central da pesquisa. Essas dimensões dizem respeito, especificamente aos caminhos que levarão ao objetivo central da pesquisa e são apresentados como *objetivos específicos,* a saber

i) Analisar o papel do vídeo como tecnologia que possibilita a construção do discurso matemático digital.

ii) Investigar os recursos semióticos recorrentes em vídeos com conteúdo matemático disponibilizados na internet.

iii) Realizar estudo bibliográfico sobre recursos semióticos recorrentes em vídeos com conteúdo matemático.

iv) Analisar as funcionalidades individuais (análise intrasemiótica) de recursos semióticos recorrentes em vídeos com conteúdo matemático.

v) Analisar as combinações de recursos semióticos (intersemioses) em vídeos com conteúdo matemático.

Segundo Ferrés (1995), o vídeo é um recurso educacional que leva a uma nova forma de conhecer, provocando alterações nas formas de pensamento e de expressão, nos processos e atitudes mentais, nas pautas de percepção e na proporção dos sentidos. As possibilidades de produção de conhecimento matemático, com a mídia vídeo, dada a sua característica multimodal (O'HALLORAN, 2011), estão relacionadas à produção de significados e recursos cinematográficos, como oralidade, música, sons, movimentos de câmera, cenário, figurino, possibilitam novos formatos para o discurso matemático, trazendo novas leituras para a imagem da Matemática (SCUCUGLIA, 2014). Segundo Neves e Borba (2019), nesse contexto, a transformação do conhecimento matemático, estimulada pelo coletivo seres humanos-com-vídeos digitais, está relacionada ao potencial de expansão semântica do discurso matemático expresso no vídeo. Com base nessas ideias, busca-se ampliar os estudos teóricos realizados por Neves (2020), resultando em um aprimoramento das ferramentas teóricas necessárias a análise de vídeos com conteúdo matemático.

Fundamentação teórica

Segundo Jewitt, Bezemer e O'Halloran (2016), o termo multimodalidade foi criado em meados dos anos 90 e desde então tem sido amplamente utilizado no mundo acadêmico. Kress (2011) afirma que o conceito de multimodalidade tem ganhado importância em pesquisas de variadas áreas, incluindo semiótica, linguística, estudos de mídia, educação, sociologia, psicologia e medicina, abordando diferentes questões. Na Educação Matemática a multimodalidade foi introduzida em meados de 2004 com o advento e a democratização da internet rápida, que transformou a comunicação online, passando a ser conduzida por diversificados modos, unindo imagem, música, som, linguagem, simbolismo, gestos, expressões faciais, etc., a partir de interfaces amigáveis para produção e edição de vídeos (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2018).

Uma busca realizada no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES entre os anos de 2004 e 2018, mostrou que existem duas correntes consolidadas e uma nova corrente nas quais investigam-se cenários que envolvem fenômenos multimodais. A primeira delas realiza estudos em torno da utilização simultânea de diferentes modos semióticos no ensino de Ciências de nível Superior (MORTIMER; QUADROS, 2018). As pesquisas dessa corrente utilizam como principal pressuposto teórico a Semiótica Social (KRESS, 2011) com o intuito de revelar a performance do professor como um saber fazer que é idiossincrático e que pode ser melhorado como prática de desenvolvimento profissional.

A segunda corrente investiga as influências pedagógicas que a multimodalidade representacional e as representações múltiplas têm na construção de significados científicos. As pesquisas vinculadas a essa corrente realizam análises em torno de atividades e aulas voltadas para o ensino de Ciências articulando as ideias de múltiplos modos e registros de representação semiótica com a teoria da Aprendizagem Significativa (LABURÚ; SILVA, 2011). O foco das pesquisas está na compreensão da natureza das dificuldades de aprendizagem das representações científicas, buscando auxiliar na elaboração de ferramentas pedagógicas que possam enfrentar tais problemas.

Nas duas correntes supracitadas a discussão da multimodalidade no cenário da Educação Matemática não é evidenciado, sendo priorizado o Ensino de Ciências. Uma terceira corrente surge, então, investigando aspectos da multimodalidade na produção de conhecimento matemático com a utilização de tecnologias digitais. As bases teóricas adotadas nas pesquisas que seguem essa corrente são a Semiótica Social (KRESS, 2010) e a Sistêmico Funcional – Análise do Discurso Multimodal (O'HALLORAN, 2018). As pesquisas dessa corrente buscam compreensões em torno da relação entre a produção de conhecimento matemático e multimodalidade, considerando os vídeos como recursos didáticos. Esta pesquisa faz parte dessa terceira corrente com análises em torno das potencialidades dos vídeos como recurso multimodal para a aprendizagem matemática, dentro do escopo da SF-ADM.

A pesquisa aqui apresentada poderá contribuir com os estudos multimodais, dando prosseguimento à pesquisa de Neves (2020) ao analisar aspectos da multisemiose e multimodalidade para a construção de conhecimento matemático em processos que envolvem vídeos com conteúdo matemático. O aprimoramento do modelo de análise de fenômenos multimodais da SF-ADM é um dos objetivos desta pesquisa aos estudos multimodais na Educação Matemática, o qual permitirá a realização de conjecturas sobre a produção de significados e transformação do conhecimento matemático a partir da expressão de ideias matemáticas por meio de vídeos.

Metodologia e procedimentos

A metodologia, e consequentemente, os procedimentos de pesquisa, devem estar de acordo com a visão de conhecimento assumida pelo pesquisador (LINCOLN; GUBA, 1985). A posição que embasa essa pesquisa é aquela que considera que “conhecer é compreender de modo profundo em um processo quase infindável.” (BORBA; ALMEIDA; GRACIAS, 2018, p. 77). Além disso, admite-se que o conhecimento se constitui gradativamente sob a influência de seres humanos e das tecnologias envolvidas no processo (BORBA; VILLARREAL, 2005). Essas ideias compõem as bases da pesquisa aqui relatada, a qual apresenta interesse no potencial do coletivo seres humanos – com – vídeos digitais (DOMINGUES, 2015) para auxiliar na comunicação do conhecimento matemático, fazendo uso de combinações de recursos semióticos. Essa investigação gira em torno da análise do potencial das intersemioses para a aprendizagem matemática, considerando as funcionalidades de recursos semióticos utilizados em vídeos para a construção do discurso matemático digital.

Na busca por interpretações em torno do objetivo para a pesquisa apresentada, a saber, analisar o potencial dos vídeos como recurso para a aprendizagem matemática, a partir das possibilidades da produção de significados de intersemioses em vídeos com conteúdo matemático, confere-se importância a fatores subjetivos referentes aos dados da pesquisa, o que caracteriza a abordagem qualitativa da pesquisa (BOGDAN; BIKLEN, 2006). Caracterizada como bibliográfica, esta pesquisa segue duas etapas: (1) busca, análise e organização dos dados sobre funcionalidades de recursos semióticos provenientes de livros, artigos e teses que apresentam estudos a respeito de recursos semióticos recorrentes no discurso matemático, como linguagem verbal, simbolismo matemático, imagens matemáticas, e outros recursos cinematográficos; (2) análise intra e intersemiótica de vídeos com conteúdo matemático disponíveis na rede, com base nos resultados obtidos na primeira etapa da pesquisa.

Fará parte das análises o que Lincoln e Guba (1985) denominam revisão pelos pares (peer debriefing). Nessa perspectiva, pesquisadores do grupo de pesquisa discutem as interpretações feitas por um dado pesquisador sobre uma parte dos dados construídos. Dessa forma, é gerado um conhecimento em que a subjetividade das interpretações individuais é confrontada com colegas pesquisadores.

Nesta pesquisa adota-se ainda o design emergente, característico das pesquisas qualitativas, que possibilita modificações frente a acontecimentos não previstos resultantes da interação com os sujeitos. Segundo Lincoln e Guba (1985, p. 41, tradução nossa) a pesquisa qualitativa “permite que o design emerja no lugar de ser construído antecipadamente, visto que, é inconcebível que se possa saber o suficiente sobre as muitas realidades múltiplas para conceber o design adequadamente". Um design flexível permite que as estratégias sejam moldadas à medida que o pesquisador experiencia as etapas da pesquisa, o que confere maior maturidade e sofisticação à investigação. (LINCOLN; GUBA, 1985; ALVES-MAZZOTTI, 1998).

As análises a serem realizadas na segunda etapa girar-se-ão em torno dos modos pelos quais os recursos são integrados, a partir das funções que exercem nos contextos específicos inseridos nos vídeos. Além disso, serão analisadas as possibilidades de expansão semântica, a partir das intersemioses realizadas. O esquema apresentado na Figura 1 ilustra, de forma sistemática, o processo de análise de vídeos, com base nos pressupostos teóricos da SF-ADM.

Figura 1.

Modelo de análise de vídeos com base na SF-ADM.

Fonte: Neves (2020).

Algumas etapas desse processo de análise podem acontecer de forma simultânea. Na análise intrasemiótica as funcionalidades de recursos semióticos identificados em intersemioses são observados e catalogados, considerando a literatura existente e o contexto em que o discurso matemático está inserido. A título de ilustração, nesta pesquisa são utilizados estudos sobre as características psicológicas da música (Sekeff, 2007), estudos sobre os efeitos dos gestos na comunicação matemática (McNeill, 1992) e sobre recursos cinematográficos na composição de uma mensagem em formato audiovisual (Moletta, 2009), além de especificidades da linguagem verbal oral e escrita, do simbolismo matemático e das imagens matemáticas.

Com essa pesquisa reflete-se o interesse por recursos semióticos, além das modalidades em que esses se manifestam em vídeos que tratam de conteúdo matemático, a fim de produzir significados. A SF-ADM sugere análises baseadas na descrição dos sistemas de significados de cada recurso envolvido no fenômeno, de forma que sejam especificadas as unidades de análise para os significados que surgem através de intersemioses de acordo com o contexto. Para isso, serão realizadas análises intrasemióticas dos recursos que aparecem nos vídeos, assim como das intersemioses, as quais serão fundamentadas nos resultados obtidos na primeira etapa da pesquisa.

Considerações finais

A pesquisa aqui relatada está em fase inicial e busca aprofundar os estudos realizados em uma pesquisa anterior, ao realizar análises em torno das funcionalidades de diferentes recursos semióticos. Isso indica que os resultados já obtidos nortearão os novos caminhos considerados para a realização desta investigação. Na pesquisa anterior observou-se que as intersemioses nos vídeos produzidos na pesquisa levaram a conjecturas em torno das possibilidades de expansão semântica, com base nas funcionalidades dos recursos resultantes da análise intrasemiótica. Nos vídeos produzidos observou-se que o conteúdo de Geometria Analítica é apresentado em um cenário próximo ao da sala de aula no que diz respeito à sua formalidade. Nesse contexto algumas características dos recursos de linguagem verbal, simbolismo e imagens utilizados mantiveram a posição dominante da Matemática. Também foram repetidas estratégias que tornam o discurso matemático denso, como a supressão de passagens, consideradas pelos produtores dos vídeos como pré-requisitos em cálculos matemáticos. Por outro lado, os recursos cinematográficos ajudaram a construir um discurso matemático mais contextualizado, a partir da apresentação da aplicabilidade dos conteúdos abordados.

Os vídeos analisados nesta primeira pesquisa foram produzidos por estudantes de licenciatura em Matemática e tratavam de conteúdos específicos da disciplina que estava cursando naquele momento, a saber, geometria Analítica. A proposta agora é analisar o discurso matemático digital que está disponível online, considerando que uma quantidade significativa de estudantes e professores fazem uso deste material disponível na internet como material de apoio em seus estudos e para preparar aulas, respectivamente.

Com a realização da pesquisa aqui relatada espera-se lograr os objetivos apresentados em duas frentes de ações. (1) Proporcionar avanços para os estudos multimodais no campo da Educação Matemática a partir da análise do potencial das intersemioses realizadas em vídeos produzidos para expressar o conhecimento matemático e das possibilidades de produção de conhecimento matemático pelas expansões semânticas. (2) Apresentar um estudo teórico sobre as possibilidades educacionais dos vídeos como recursos didáticos para as aulas de Matemática pautado na funcionalidade de recursos semióticos, segundo a abordagem teórica SF-ADM e a literatura existente sobre os recursos cinematográficos. A utilização de vídeos faz parte da construção do conhecimento matemático e, juntamente com as atividades de produção de vídeos, viabilizam a colaboração e a aprendizagem significativa possibilitando mudanças qualitativas no processo de produção de conhecimento matemático

Referências

ALVES-MAZZOTTI, A. J. (1998). O método nas Ciências Sociais. *In:* ALVES-MAZZOTTI, A. J.; GEWANDSZNAJDER, F**.** *O método nas ciências naturais e sociais: pesquisa quantitativa e qualitativa.* São Paulo: Editora Pioneira, pp. 109 – 189.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. (2006). *Qualitative research for education: na introduction to theories and methods*. 5. ed. Boston: Pearson Education.

BORBA, M. C.; ALMEIDA, H. R. F. L.; GRACIAS, T. A. S. (2018). *Pesquisa em ensino e sala de aula: diferentes vozes em uma investigação.* Belo Horizonte: Autêntica Editora.

BORBA, M. C.; NEVES, L. X.; DOMINGUES, N. S. (2018). A atuação docente na quarta fase das tecnologias digitais: produção de vídeos como ação colaborativa nas aulas de matemática. *EM TEIA - Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana,* v.9, pp.1 – 24.

BORBA, M. C.; OECHSLER, V. (2018). Tecnologias na educação: o uso dos vídeos em sala de aula. *Revista brasileira de ensino de ciência e tecnologia*, v. 11, pp. 181-213.

BORBA, M. C.; SCUCUGLIA, R.; GADANIDIS, G. (2018). *Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento.* 2.ed. Belo Horizonte: Autêntica.

BORBA, M. C., VILLARREAL, M. E. (2005). *Humans-with-Media and the reorganization of mathematical thinking: information and communication technologies, modeling, visualization and experimentation.* New York: Springer.

DOMINGUES, N. S. (2015). *O papel do vídeo nas aulas multimodais de Matemática Aplicada: uma análise do ponto de vista dos alunos.* Dissertação [Mestrado em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Rio Claro].

FERRÉS, J. (1995). *Vídeo e educação.* 2.ed. Porto Alegre: Artes Médicas.

JEWITT, C.; BEZEMER, J.; O'HALLORAN, K. (2016). *Introducing Multimodality.* New York: Routledge.

KRESS, G. (2010). *Multimodality: a social semiotic approach to contemporary communication.* NewYork: Routledge.

KRESS, G. (2011). What is mode? *In:* JEWITT, C. (ed.). *The routledge handbook of multimodal analysis.* London: Routledge, pp. 54–67.

LABURÚ, C. E.; SILVA, O. H. M. (2011). Multimodos e múltiplas representações: fundamentos e perspectivas semióticas para a aprendizagem de conceitos científicos. *Investigações em Ensino de Ciências.* v.16, n. 1, pp. 7-33.

LINCOLN, Y.; GUBA, E. (1985). *Naturalistic Inquiry.* Londres: Sage Publications. Lisboa – Portugal: Edições 70.

MCNEILL, D. (1992). *Hand and mind: what gestures reveal about thought.* Chicago: University of Chicago Press.

MOLETTA, A. (2009). *Criação de curta-metragem em vídeo digital: uma proposta para produções de baixo custo.* 2.ed. São Paulo: Summus.

MORTIMER, E.F.; QUADROS, A. L. (2018). (org.). *Multimodalidade no Ensino Superior.* Ijuí: Editora Unijuí.

NEVES, L. X. (2020). *Intersemioses em vídeos produzidos por licenciandos em Matemática da UAB*. Tese [Doutorado em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro].

NEVES, L. X.; BORBA, M. C. (2020). Vídeos em Educação Matemática sob a luz da Sistêmico Funcional – Análise do Discurso Multimodal. *UNIÓN - Revista Iberoamericana de Educación Matematica,* v.16, n. 59, pp. 159-179. Disponível em: https://union.fespm.es/index.php/UNION/article/view/160

NEVES, L. X.; BORBA, M. C. (2019). Análise do discurso multimodal de um vídeo com conteúdo matemático. *Educação Matemática Debate*, v. 3, pp. 220-235.

OECHSLER, V.; BORBA, M. C. (2020). Mathematical videos, social semiotics and the changing classroom. *ZDM - The International Journal on Mathematics Education,* v. 1, p. 1.

O'HALLORAN, K. L. (2018). A multimodal approach for theorising and analysing mathematics textbooks. *Anais do 2º International Conference on Mathematics Textbook Research and Development* (pp. 362 – 372). Rio de Janeiro: Instituto de Matemática da Universidade do Rio de Janeiro.

O'HALLORAN, K. L. (2011). Historical changes in the semiotic landscape: From calculation to computation. *In:* JEWITT, C. *The routledge handbook of multimodal analysis.* New York: Routledge, pp. 98 – 113.

O'HALLORAN, K. L.; LIM FEI, V. (2014). Systemic functional multimodal discourse analysis. *In:* NORRIS, S.; MAIER, C. D. *Interactions, images and texts: a reader in Multimodality.* Berlin: De Gruyter, pp. 137 - 153.

SEKEFF, M. L. (2007). *Da música: seus usos e recursos.* 2. ed. São Paulo: editora UNESP.

SETTON, M. G. (2015). *Mídia e educação.* São Paulo: Contexto.

SCUCUGLIA, R. R. S. (2014). Narrativas Multimodais: a Imagem dos Matemáticos em Performances Matemáticas Digitais. *Bolema. Boletim de Educação Matemática*, v. 28, n. 49, pp. 950–973.

IX CIBEM Congresso Iberoamericano de Educação Matemática
05 a 09 de dezembro de 2022

A utilização do aplicativo *Kahoot* como possibilidade de estímulo e engajamento dos alunos na aprendizagem de Matemática

The use of the Kahoot application as a possibility to stimulate and engage students in the learning Mathematics

El uso de la aplicación *Kahoot* como posibilidad de estimular e involucrar a los estudiantes en el aprendizaje de las Matemáticas

Dyana Grazielli Altomani Braga [1010]
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
0000-0003-1079-3537

Roseli Araujo Barros [1011]
Universidade Estadual de Goiás
0000-0001-9830-7796

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Tecnologia digital e outros recursos para o ensino e aprendizagem de matemática

Resumo

A tecnologia digital tem proporcionado grandes transformações na vida dos alunos, de tal forma que gera influências significativas e positivas no modo de aprender Matemática. A presente pesquisa teve por objetivo investigar as contribuições do aplicativo *Kahoot* como recurso tecnológico para a aprendizagem do conteúdo de Equação do 1° grau. Norteia-se pela questão: A utilização do aplicativo *Kahoot* possibilita o estímulo e engajamento dos alunos na aprendizagem de Matemática? A pesquisa é de natureza qualitativa do tipo exploratória, com 31 alunos do oitavo ano do Ensino Fundamental da rede pública de ensino. A análise do *corpus* de pesquisa indicou que as atividades gamificadas, através de jogos, contribuíram para a aprendizagem e o aplicativo *Kahoot* foi considerado, pelos alunos, dinâmico e inovador. Mediante viés explicativo, descritivo e com uso de ferramenta tecnológica, foi possível verificar que o recurso é importante para inovação metodológica das aulas e pode ser apropriado didaticamente e conduzido a aprendizagens eficazes. Da mesma forma, nota-se que a aplicação do recurso tecnológico em si não significa aprendizagem, pois sua interatividade está condicionada às estratégias metodológicas, pelas quais são feitos os processos em cada questão, tempo de resposta, imagens utilizadas, teor das perguntas e estímulo docente no momento da participação.

Palavras-chave: Tecnologia Digital, *Kahoot*, Gamificação, Educação Matemática.

Abstract

[1010] dyanabraga@alunos.utfpr.edu.br
[1011] roseli.barros@ueg.br

Digital technology has provided great transformations in the students' lives, in such a way that it generates significant and positive influences in the way of learning mathematics. The objective of this work was to investigate the contributions of the Kahoot application as a technological resource for learning the 1st degree equation content. Therefore, it was guided by the following question: Does the use of the Kahoot application enable the stimulation and engagement of students in the mathematics learning process? The research is a qualitative exploratory study, with 31 students in the eighth-grade of elementary school, from a public-school system. The analysis of the research corpus indicated that gamified activities, through games, contributed to learning, and the Kahoot application was considered dynamic and innovative by the students. Through an explanatory and descriptive bias and with the use of a technological tool, it was possible to verify that the resource is important for the methodological innovation of the classes, it can also be didactically appropriate and it can lead to significant learning. In the same way, it was noted that the application of the technological resource itself does not mean learning, because its interactivity is conditioned to the methodological strategies, by which the processes are made in each question, in the response time, in the images used , in the content of the questions and the teacher stimulus at the time of participation.

Keywords: Digital Technology, *Kahoot*, Gamification, Mathematics Education.

Resumen

La tecnología digital ha hecho grandes transformaciones en la vida de los estudiantes, de tal manera que tiene influencias significativas y positivas en el modo de aprender las Matemáticas. El presente trabajo tuvo como objetivo investigar las contribuciones de la aplicación *Kahoot* como recurso tecnológico para el aprendizaje del contenido de Ecuaciones de 1er grado. En la investigación se buscó contestar la siguiente cuestión problema: ¿El uso de la aplicación *Kahoot* posibilita la estimulación y participación de los estudiantes en el aprendizaje de las Matemáticas? La investigación es de naturaleza cualitativa, del tipo exploratorio, con 31 estudiantes del octavo año de la Enseñanza Fundamental (EF) de la red pública de enseñanza. El análisis de los datos indicó que las actividades gamificadas a través de los juegos contribuyeron para el aprendizaje y que la aplicación *Kahoot* fue considerada, por los estudiantes, dinámica e innovadora. De un punto de vista explicativo, descriptivo y con el uso de la herramienta tecnológica, fue posible verificar que el recurso es importante para la innovación metodológica de las clases, y que puede ser apropiado con provecho desde un punto de vista didáctico, para alcanzar aprendizajes significativos y transformadores. Del mismo modo, se notó que la aplicación del recurso tecnológico en sí mismo no significa aprendizaje, pues su interactividad está condicionada a las estrategias metodológicas, que determinan los procesos en cada cuestión, el tiempo de respuesta, las imágenes utilizadas, el contenido de las preguntas y el estímulo docente en el momento de la participación.

Palabras-claves: Tecnología digital, *Kahoot*, Gamificación, Educación de las Matemáticas.

Introdução

As tecnologias digitais da comunicação e da informação podem ser utilizadas na transformação dos processos educativos, oferecendo um novo ritmo ao processo de aprendizagem, capaz de despertar a atenção dos alunos e possibilitar a relação com o cotidiano, proporcionando uma aprendizagem mais dinâmica e interativa.

Diante disso, faz-se necessário repensar sobre metodologias e estratégias a serem desenvolvidas, em sala de aula, de forma a permitir que os alunos se tornem sujeitos ativos na construção do próprio conhecimento. Assim, a Gamificação apresenta-se como uma alternativa para oportunizar aulas que possibilitem ao aluno a construção do conhecimento matemático.

A Gamificação se coloca como uma forma metodológica de atrelar conteúdo escolar e cotidiano a uma plataforma *online*, no caso, pode-se utilizar como recurso tecnológico o aplicativo *Kahoot*, para contribuir no desenvolvimento do processo de aprendizagem. Para Costa e Oliveira (2015), o aplicativo é uma ferramenta para resumir um tópico de uma forma divertida, interativa e envolvente. Outra maneira de usá-lo é para investigar os conhecimentos dos alunos sobre conteúdos abordados em sala de aula.

O aplicativo *Kahoot* [1012]é uma plataforma de aprendizagem baseada em jogos capazes de trazer inovação para a sala de aula, permitindo uma abordagem mais próxima dos interesses dos alunos e das suas motivações. A aprendizagem ocorre de forma eficaz e prazerosa, pois o *Kahoot* “[...] é de fácil aplicação por parte dos alunos” (SILVA, 2018, p.9), permitindo uma maior memorização e entendimento dos alunos, tornando a aprendizagem mais atrativa e duradoura, estimulando a interação entre os alunos (SANTOS *et al.,* 2019).

Neste texto, apresenta-se resultados de uma pesquisa que teve por objetivo investigar as contribuições do aplicativo *Kahoot* como recurso tecnológico para a aprendizagem do conteúdo de Equação do 1° grau. Esta, norteou-se pela seguinte questão investigativa: A utilização do aplicativo *Kahoot* possibilita o estímulo e engajamento dos alunos na aprendizagem de Matemática? A justificativa do estudo pauta-se na relevância de se analisar o conteúdo de Equação do 1° grau mediante metodologias ativas, na qual o aluno interage, compete, coopera, se diverte e aprende.

Referencial Teórico

D’Ambrósio (1999) afirma que um dos maiores erros cometidos na Educação Matemática é desvincular a Matemática das outras atividades humanas, já que ela fornece um

[1012] O *Kahoot* foi criado, em 2013, por pesquisadores da Universidade Norueguesa de Ciência e Tecnologia, baseado em jogos com perguntas de múltipla escolha que permite aos professores e alunos investigar, criar, colaborar e compartilhar conhecimentos e funciona em qualquer dispositivo tecnológico conectado à internet, além disso, seu uso é gratuito (COSTA; OLIVEIRA, 2015).

panorama histórico capaz de englobar elementos cujas naturezas estão voltadas a uma interligação entre conteúdo e atividade educacional. Também de possibilitar ao professor a criação de condições para que os alunos desenvolvam atitudes mais críticas e menos passivas.

As Equações, dentro dos estudos em Matemática, representam um tópico central e de grande relevância. Conforme Silva (2011), o ensino das equações do 1º grau, além dos objetivos curriculares da Matemática, possui finalidades como promover o desenvolvimento de habilidades para a solução de problemas do dia a dia, bem como fazer uso em diferentes áreas do conhecimento.

Ademais, as mudanças na sociedade contemporânea nos modos de produzir, comunicar e interagir com o uso de tecnologias, influenciam nas mudanças na aprendizagem, tendo em vista que "[...] os processos de aprendizagem são múltiplos, contínuos, híbridos, formais e informais, podem ser organizados ou abertos, intencionais e não intencionais (MORAN, 2017, p. 23).

Sobre a mudança no perfil atual dos alunos, Prensky (2001) destaca a ideia dos nativos digitais, uma vez que eles estão ligados às novas tecnologias, aos games e acostumados com elas, pois quando nasceram já era algo comum a eles. Com esse entendimento, os professores precisam se apropriar das possibilidades de utilização de recursos tecnológicos em suas aulas, buscando estratégias para desenvolverem um ensino de Matemática mais próximo da realidade de seus alunos.

Com essa perspectiva, as metodologias de ensino precisam promover o envolvimento ativo do aluno na sua aprendizagem, tendo em vista que nas diversas áreas de conhecimento, as ações educativas dos professores, conforme citam Bezerra e Carvalho (2011), devem estar centradas na construção de um processo educativo alicerçado na interatividade e criatividade, que provoque discussões, dúvidas e instigue a aprendizagem dos alunos.

Com base no exposto, as tecnologias digitais no ensino de matemática podem proporcionar aos alunos certa autonomia, que estabeleça uma reflexão sobre o conteúdo que está sendo ensinado, não como uma repetição e entrega de informações prontas e acabadas. Nesse aspecto, os jogos matemáticos podem propor e estabelecer novas diretrizes no âmbito educacional, desenvolvendo competências e habilidades, ao estimular habilidades de concentração, raciocínio prático, associação de ideias, aplicação de regras e participação coletiva.

Dentre as possibilidades de estratégias de ensino com a utilização das novas tecnologias, destaca-se a Gamificação, que colabora com o desenvolvimento e participação do aluno, ao oferecer estímulos externos que auxiliam na obtenção de conhecimento.

> A Gamificação não se refere somente à utilização dos jogos digitais ou a processos de construção desses processos, visto que tem como base a ação de se pensar como em um jogo, utilizando as sistemáticas e mecânicas do ato de jogar, só que em outros contextos, por exemplo, ampliando possibilidades de ensino e aprendizagem (BUSARELLO; ULBRICHT; FADEL, 2014, p. 15).

Uma das ferramentas para gamificar as aulas e que pode ser usados em atividades na sala de aula é o aplicativo *Kahoot*, que se trata de "[...] um sistema de resposta que envolve os alunos através de jogos pré-fabricados ou questionários, discussões e pesquisas improvisadas" (BYRNE, 2013 *apud* DELLOS, 2015, p.1). Para utilizá-lo em sala de aula, os professores precisam cadastrar-se e criar uma conta no site do aplicativo, já os alunos não precisam de uma conta *Kahoot* para acessar o questionário, podendo acessá-lo através de qualquer dispositivo com um navegador da Web, como um *iPad*, dispositivo *Android* ou *Chromebook* (DELLOS, 2015), ou seja:

> Para criar o *Quiz* do *Kahoot*, o professor deve fazer um cadastro no site[1013] da plataforma, em seguida, só é necessário elaborar as questões de múltipla escolha, com no máximo quatro alternativas, e determinar o tempo para os alunos resolverem as questões. A ferramenta dispõe de "[...] uma variedade de opções disponíveis ao escrever perguntas para o questionário. As opções incluem upload de vídeos, fotos e músicas, a fim de incentivar os alunos a pensar, ou simplesmente forneça energia otimista ao questionário" (DELLOS, 2015, p. 1).

Como o *Kahoot* foi desenvolvido como estrutura de auxílio ao ensino, ele possui ferramentas de controle para o professor, sendo possível conferir por meio de relatórios o desempenho dos participantes. Do mesmo modo, o tempo que os usuários levam para responder às perguntas e os acertos são delineados para posterior levantamento de informações que o professor pondere ser relevante. Além disso, possibilita uma avaliação da atividade pelo participante, o que pode facilitar o *feedback* (CALLEGARI, 2021).

O aplicativo é de fácil aproveitamento pelos alunos, ao permitir maior memorização e entendimento, num ambiente divertido, competitivo e interativo, que são importantes para uma aprendizagem eficaz aconteça.

Metodologia

[1013] https://create.kahoot.it/login?next=%2Fkahoots%2Fmy-kahoots

A presente pesquisa insere-se na perspectiva qualitativa do tipo exploratória. A pesquisa qualitativa favorece a compreensão com mais riqueza de detalhes da realidade e seus significados, no qual o ambiente natural é a fonte direta de dados, isto é:

> [...] o cientista é ao mesmo tempo o sujeito e o objeto de suas pesquisas. O objetivo da amostra é de produzir informações aprofundadas e ilustrativas: seja ela pequena ou grande, o que importa é que ela seja capaz de produzir novas informações (DESLAURIERS, 1991 *apud* GERHARDT; SILVEIRA, 2009, p. 32).

Dentro da abordagem qualitativa, trata-se de um estudo de natureza exploratória, pois tem por intuito obter informações mais esclarecedoras e consistentes sobre uma temática (FIORENTIN; LORENZATO, 2012), ou seja, o uso do aplicativo *Kahoot* como recurso tecnológico na aprendizagem de matemática.

A pesquisa foi desenvolvida com 31 alunos do oitavo ano do Ensino Fundamental, de uma escola da rede pública de ensino, numa cidade do interior do estado do Paraná, na qual a pesquisadora é professora. Nesta, realizou-se a observação por meio da aplicação de um *Quiz*, com 8 perguntas, elaborado pela professora, e aplicou-se um questionário com os alunos, abordando quais foram às contribuições que o uso do aplicativo *Kahoot* proporcionou na aprendizagem do conteúdo curricular de Equação do 1° grau.

As tarefas foram realizadas com os seguintes objetivos: (i) retomar os conceitos trabalhados sobre Equação do 1° grau, (ii) diversificar as ferramentas de ensino, mediante a utilização da Gamificação com o aplicativo *Kahoot*; (iii) averiguar as dificuldades encontradas pelos alunos no uso do aplicativo *Kahoot*; (iv) investigar a usabilidade do aplicativo *Kahoot* como recurso tecnológico na aprendizagem de Equação do 1° grau. A pesquisa foi dividida em seis etapas, conforme a Tabela 1.

Tabela 1.
Etapas da pesquisa (Autoria própria, 2022)

Etapas	Descrição
Primeira	Abordagem dos conceitos matemáticos sobre o conteúdo de Equação do 1° grau.
Segunda	Levantamento bibliográfico sobre os procedimentos teóricos e metodológicos, o qual permitiu delinear o planejamento da pesquisa.
Terceira	Análises preliminares da investigação, pelo desenvolvimento e organização de uma sequência didática[1014].
Quarta	Aplicação da sequência didática. Aplicação de um questionário para observação das contribuições do aplicativo na aprendizagem dos alunos.

[1014] Zabala (1998, p.18) define sequência didática como “[...] um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecido tanto pelos professores como pelos alunos”.

Quinta	Validação da investigação, confrontamento entre os dados obtidos na terceira e na quarta etapas.
Sexta	Reflexões a respeito do trabalho desenvolvido em sala de aula.

As etapas foram desenvolvidas em 5 aulas de Matemática, utilizando-se de conhecimentos trabalhados em aulas anteriores, a fim de otimizar o tempo de sala de aula. Detalhando as etapas, temos:

No primeiro dia, individualmente, os alunos realizaram a resolução das tarefas, elaboradas pela professora sobre o conteúdo de Equação de 1° grau. No segundo dia, os alunos formam conduzidos ao laboratório de informática institucional e, de modo individual, através de *smartphone* ou computadores do laboratório institucional responderam um *Quiz* do aplicativo *Kahoot*, elaborado com base nos conteúdos trabalhados em aulas anteriores, bem como as tarefas realizadas sobre Equação do 1° grau. No terceiro dia, em grupos, os alunos responderam a um questionário, elaborado de modo a permitir que eles relatassem suas opiniões sobre a utilização do aplicativo e investigar a potencialidade do recurso tecnológico na aprendizagem de Equação de 1° grau.

Resultados e Discussão

Durante as aplicações das atividades, observou-se o desempenho dos alunos na compreensão dos conceitos matemáticos, relação interpessoal dos grupos, utilização do aplicativo *Kahoot* e os relatos dos alunos sobre o uso do aplicativo *Kahoot* na aprendizagem. A atividade de Gamificação, por meio do aplicativo *Kahoot*, com o intuito de estímulo e engajamento dos alunos, foram importantes para cumprir com o objetivo proposto na pesquisa, ou seja, investigar a potencialidade do uso do aplicativo *Kahoot* como recurso tecnológico para a aprendizagem de Equação de 1° grau.

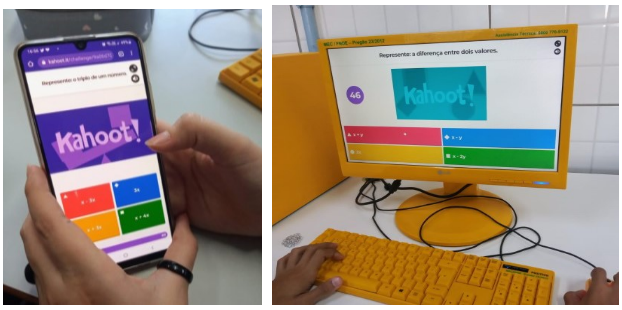
Em sala de aula, individualmente, os alunos resolveram tarefas, selecionadas pela professora, abordando expressões e problemas para fixação dos conceitos trabalhados sobre Equação de 1° grau. Nestas, observou-se que os alunos conseguiram identificar e compreender os conceitos de Equação de 1° grau. Mas, foi possível perceber que alguns alunos tiveram dificuldades na resolução dos problemas, pois não conseguiram identificar os dados do enunciado do problema. Nesse momento, a professora precisou intervir fazendo uma leitura do problema e direcionando os alunos para sua compreensão, assim, os alunos conseguiram resolver os problemas.

Para Lester (1994), existem três razões para os alunos não serem hábeis em resolver problemas: (i) a resolução de problemas é uma atividade intelectual complexa; (ii) falta de saber o que é necessário para resolvê-los; e; (ii) são dadas poucas oportunidades aos alunos para se envolverem na resolução de problemas. Também pode-se acrescentar uma quarta dificuldade, que está relacionada a leitura e interpretação de enunciados dos problemas, algo constatado no desenvolvimento das tarefas.

No Laboratório de Informática, os alunos responderam ao *Quiz* do aplicativo *Kahoot*, com base nas tarefas e conteúdos abordados em aulas anteriores sobre Equação do 1° grau. Para respondê-lo, os alunos utilizaram dispositivos móveis, recebendo o *link* de acesso ao *Quiz* e, outros alunos, usaram os computadores da instituição de ensino para acessá-lo no site da plataforma, inserindo o código PIN do jogo. Após, acessar o *link* ou inserir o código PIN, adicionaram seu nome ou apelido para iniciar o jogo. As questões possuem quatro opções com alternativa: vermelho, azul, amarelo e verde, sendo que cada cor possui uma forma (triângulo, losango, círculo e quadrado), conforme Figura 1.

Figura 1.

Quiz do aplicativo *Kahoot - Dispositivo Móvel e Computador (Autoria Própria, 2022)*



Ao término do jogo, o aluno teve acesso a planilhas de resultados, acertos e erros de cada jogador, tempo de resposta, pontuação, dentre outros itens. Também aparecem as questões com maior número de acerto e erros, bem como o *feedback* dos itens compreendidos e dos processos que carecem de revisão. Nessa atividade, os alunos não apresentaram dificuldades de acesso e manuseio do aplicativo *Kahoot*, já que conseguiram acessar o *Quiz*, responder as questões e finalizar o jogo. Também memorizando com facilidade as ferramentas e suas funções, considerando o recurso tecnológico dinâmico e inovador. Ao término da atividade, a professora acompanhou o desempenho dos alunos com o relatório do aplicativo *Kahoot*, observando a participação e interação com o recurso tecnológico, contribuindo para o estímulo e engajamento no processo de aprendizagem.

Para obter os relatos dos alunos sobre o uso do recurso tecnológico e as dificuldades do uso do aplicativo *Kahoot*, eles foram divididos em grupos de cinco alunos, escolhidos aleatoriamente, na qual receberam um questionário impresso com as seguintes perguntas: Como a Gamificação, utilizando o aplicativo *Kahoot*, contribuiu no processo de aprendizagem? Quais foram às dificuldades do uso do aplicativo *Kahoot*?

Sobre o uso do recurso tecnológico, os grupos relataram como a Gamificação, utilizando o aplicativo *Kahoot*, contribuiu no processo de aprendizagem. Vejamos alguns dos relatos: “Foi mais fácil e aprendemos mais rápido”(grupo 1); “É mais divertido aprender”(grupo 2); “Treinamos o conteúdo de maneira divertida”(grupo 3); “É mais fácil entender a matéria”(grupo 4), “Jeito fácil de aprender”(grupo 5), “Fácil de memorizar o conteúdo”(grupo 6), “Ajuda a ter raciocínio mais rápido”(grupo 7).

Assim, observou-se que, como aponta Romio e Paiva (2017), que o *Kahoot* gera entusiasmo nos alunos e apresenta benefícios a aprendizagem, devido às características que a ferramenta apresenta, despertando motivação e interesse deles pelos conteúdos ministrados. Do mesmo modo, Costa, Filho e Moita (2017) aludem que a utilização do *Kahoot*, na forma de *Quiz*, tem boa aceitação em sala de aula por parte dos alunos, em que se observa o empenho e motivação dos mesmos para participar e responder corretamente.

No que diz respeito à aprendizagem baseada em jogos, Dellos (2015), adverte que apesar de ser uma prática recomendada em educação, torna-se essencial encontrar maneiras de integrar jogos competitivos na sala de aula, que promovam o aprendizado. Deste modo, a partir dos relatos dos alunos, percebeu-se que a ferramenta *Kahoot* cria um ambiente divertido e competitivo que promove a aprendizagem.

Já sobre as dificuldades do uso do aplicativo *Kahoot*, os grupos relataram: “a internet trava algumas vezes e atrapalha o jogo” (grupo 1); “as vezes a lentidão da internet” (grupo 2); “as perguntas mais difíceis é pouco tempo” (grupo 3); “o tempo, as vezes é curto para pergunta” (grupo 4); “a internet trava um pouco e atrapalha” (grupo 5), “alguns bugs” (grupo 6); “não tem dificuldade porque é bem fácil” (grupo 7). As dificuldades relatadas pelos alunos estão relacionadas à instabilidade da internet na escola e o tempo para responder as questões, algo que pode ser redefinido pela professora. Sobre isso, Kenski (2008) afirma as escolas apresentam dificuldades em implantar tecnologias não somente porque não querem ou porque os professores não se sentem capacitados, mas porque dependem de investimento nas condições de trabalho.

Com base nas observações da professora, no relatório do desempenho das atividades desenvolvidas, bem como os relatos dos alunos, foi possível perceber que o recurso tecnológico aplicativo *Kahoot* desperta o interesse dos alunos, contribuindo para a compreensão dos conteúdos de Equação de 1° grau, por meio da Gamificação.

Considerações Finais

Os resultados da pesquisa, cujas observações foram registradas pela pesquisadora com base nos relatórios das respostas do *Quis* e questionários aplicados aos alunos, indicam que o recurso tecnológico, aplicativo *Kahoot*, favorece o estímulo e engajamento na aprendizagem do conteúdo de Equação de 1° grau, demostrando potencial para auxiliar os professores, em sala de aula, e contribuir para motivar e despertar o interesse dos alunos pelos conteúdos de Matemática.

Mediante a análise das informações, quando ao uso do aplicativo *Kahoot* no conteúdo de Equação do 1° grau, percebe-se que o recurso tecnológico é importante para inovação metodológica das aulas e pode ser apropriado por viés didático e conduzido a aprendizagens eficazes. Do mesmo modo, nota-se que a aplicação do recurso em si não significa aprendizagem, uma vez que sua interatividade está condicionada às estratégias pelas quais são feitos os processos em cada questão, tempo de resposta, imagens utilizadas, teor das perguntas e estímulo docente no momento da participação do aluno.

O conteúdo de Equação do 1° grau foi vislumbrado no jogo como parte da aula teórica e expositiva, o que não move estratégias inovadoras e apenas coloca o suporte como um diferencial. Assim, cabe ao professor estabelecer um planejamento capaz de colocar a Gamificação como parte do processo, mas não deixando de lado outras formas de ação, como enfatizar o potencial didático de cada aprendizagem obtida e efetuar uma mediação capaz de articular tecnologia e praticidade em sala de aula.

Referências

BEZERRA, M. A.; CARVALHO, A.B.G. (2011). Tutoria: Concepções e Práticas na Educação a Distância. In: SOUSA, R.P., *et al*. *Tecnologias digitais na educação* (Orgs). [online]. Campina Grande: EDUEPB. (pp. 232-257).

BUSARELLO, R. I.; ULBRICHT, V. R.; FADEL, L. M. (2014) A gamificação e a sistematização de jogos. In: FADEL, L. M.; ULBRICHT,V. R.; BATISTA, C. R.; VANZIN, T. (Orgs.). *Gamificação*. São Paulo/SP: Editora: Pimenta Cultural.

CALLEGARI, M. A. (2021). *kahoot! Em sala de aula*: otimizando a prática educativa Um guia para a construção e utilização de *quizes*. https://educapes.capes.gov.br/bitstream/capes/602788/2/kahoot_em_sala_de_aula.pdf.

COSTA, C. H. C.; FILHO, F. F. D.; MOITA, F. M. G. S. C. (2017). Marvinsketch e kahoot como ferramentas no ensino de isomeria. *Holos*, v. 1 (pp. 31-43). https://redib.org/Record/oai_articulo1241470-marvinsketch-e-kahoot-como-ferramentas-ensino-de-isomeria

COSTA, G. S. OLIVEIRA, S. M. B. C. (2015). *Kahoot*: a aplicabilidade de uma ferramenta aberta em sala de língua inglesa, como língua estrangeira, num contexto inclusivo. *Anais do 6º Simpósio Hipertexto e Tecnologias na Educação e 2º Colóquio Internacional de Educação com Tecnologias*. Recife: Ed. UFPE. (pp.1-17). https://www.academia.edu/27222315/Kahoot_a_aplicabilidade_de_uma_ferramenta_aberta_em_sala_de_l%C3%ADngua_inglesa_como_l%C3%ADngua_estrangeira_num_contexto_inclusivo

D'AMBRÓSIO, U. (1999). A história da matemática: questões historiográficas e políticas e reflexos na educação matemática. BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (Org.). *Pesquisa em Educação Matemática*: Concepções & Perspectivas. Editora UNESP, São Paulo. (pp. 97-115).

DELLOS, R. (2015). Kahoot! A digital game resource for learning. *International Journal of Instructional Technology and Distance Learning*. v. 12, n. 4. (pp. 49-52).

FIORENTINI, D; LORENZATO, S. (2012). *Investigação em educação matemática*: percursos teóricos e metodológicos. 3. ed. rev- Campinas –SP: Autores Associados. (Coleção formação de professores).

GERHARDT, T. E.; SILVEIRA, D. T. (Orgs). Métodos de pesquisa. Coordenado pela Universidade Aberta do Brasil – UAB/UFRGS e pelo Curso de Graduação Tecnológica – Planejamento e Gestão para o Desenvolvimento Rural da SEAD/UFRGS. – Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009.

KENSKI, V. M. (2008). *Educação e Tecnologias*. O novo ritmo da informação, 4 ed., SP, Papirus.

LESTER, F. (1994). O que aconteceu à investigação em resolução de problemas de Matemática? A situação nos Estados Unidos. FERNANDES, D;BORRALHO, A. M. A.; AMARO, G. (Orgs.) *Resolução de Problemas*: Processos Cognitivos, Concepções dos Professores e Desenvolvimento Curricular. 1. E. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional. (pp. 13-31).

MORAN, J. M. (2017). Metodologias Ativas e Modelos Híbridos na Educação. In: YAEGASHI, Solange e outros (Orgs). *Novas Tecnologias Digitais*: Reflexões sobre mediação, aprendizagem e desenvolvimento. Curitiba: CRV. (pp. 23-35).

PRENSKY, M.: Digital Natives Digital Immigrants. (2001). In: PRENSKY, Marc. *On the Horizon. NCB University Press*, Vol. 9 n. 5, October. (pp. 1-6)

ROMIO, T.; PAIVA, S. C. M. (2017). Kahoot e GoConqr: uso de jogos educacionais para o ensino da matemática. *Scientia cum Industria*, v. 5, n. 2. (pp. 90-94).

https://redib.org/Record/oai_articulo1279655-kahoot-e-goconqr-uso-de-jogos-educacionais-para-o-ensino-da-matem%C3%A1tica

SANTOS, E. M. *et al*. (2019). Projeto integra: o uso de um jogo educacional para o ensino interdisciplinar. In: A*nais 37º Seminário de Extensão Universitária da Região Sul-SEURS*. Florianópolis: PROEX. (pp. 1-6). https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/199409?show=full

SILVA, J. P. (2011). *As dificuldades dos estudantes na transposição de informações dos enunciados de problemas envolvendo equações do 1° grau para linguagem algébrica.* [Monografia em Licenciatura em Matemática à distância]. Universidade Federal da Paraíba, Universidade Aberta do Brasil. Centro de Ciências Exatas e da Natureza. Departamento de Matemática, Itaporanga, Paraíba. https://repositorio.ufpb.br/jspui/handle/123456789/352

SILVA, M. C. P. (2018). Uso do *kahoot* como ferramenta de avaliação e ensino-aprendizagem no ensino da membrana plasmática. *Revista Eletrônica Estácio Saúde*, v. 7, n. 2. (pp. 6-9). http://periodicos.estacio.br/index.php/saudesantacatarina/article/view/5434

ZABALA, A. (1998). *A prática educativa*: como ensinar. 1 Ed. Porto Alegre: Artmed.

A Gênese Documental na trajetória de uma professora de matemática

Documentary Genesis in the trajectory of a mathematics teacher

Génesis Documental en la trayectoria de un profesor de matemáticas

Adriana de Oliveira Dias[1015]
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
0000-0002-9415-9500

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Tecnologia digital e outros recursos para o ensino e aprendizagem da matemática.

Resumo

Esse trabalho é parte de um doutorado, em andamento, com suporte na Gênese Documental (GD) e na formação de professores da escola básica. A Abordagem Documental do Didático (ADD) no contexto da GD objetiva a compreensão do desenvolvimento profissional de professores por meio do estudo de suas interações com os recursos e seus usos para o desenvolvimento de sua prática. Devido à pandemia do Covid- 19, o estudo, com início em 2020, foi desenvolvido de modo remoto por meio das plataformas *Teams* e *Google Meet*, além do *WhatsApp,* permitindo a interação entre os professores participantes e pesquisadores, o que possibilitou o acompanhamento da construção de documentos e análise dos esquemas mobilizados, como preconiza a GD. Nesse estudo é apresentada uma análise da trajetória documental de uma professora de matemática e sua atuação, realizada *on-line,* reconhecendo a importância da prática docente para obtenção de um documento. A trajetória documental da professora é marcada por adaptações no sentido de acompanhar os avanços tecnológicos e o uso da internet aliada ao processo de ensino e aprendizagem.
Palavras-chave: Abordagem Documental do Didático, Trajetórias de Pesquisas, Gênese Documental.

Abstract

This work is part of a doctorate, in progress, with support in documentary genesis (GD) and in the training of elementary school teachers. The Documentary Approach of didactics (ADD) in the context of GD aims to understand the professional development of teachers through the study of their interactions with resources and their uses for the development of their practice. Due to the Covid-19 pandemic, the study, beginning in 2020, was developed remotely through teams and Google Meet platforms, in addition to WhatsApp, allowing interaction between participating teachers and researchers, which allowed the monitoring of the construction of documents and analysis of the mobilized schemes, as recommended by the GD. This study presents an analysis of the documentary trajectory of a mathematics teacher and her performance, performed online, recognizing the importance of teaching practice to obtain a document. The documentary trajectory of the teacher is marked by adaptations in order to

[1015] adrianadias@unemat.br

follow technological advances and the use of the Internet allied to the teaching and learning process.
Keywords: Documentary Approach to Didactics, Research Trajectories, Documentary Genesis.

Resumen

Este trabajo forma parte de un doctorado, en curso, con apoyo en génesis documental (GD) y en la formación de maestros de primaria. El Enfoque Documental de la didáctica (ADD) en el contexto de GD tiene como objetivo comprender el desarrollo profesional de los docentes a través del estudio de sus interacciones con los recursos y sus usos para el desarrollo de su práctica. Debido a la pandemia de Covid-19, el estudio, a partir de 2020, se desarrolló de forma remota a través de equipos y plataformas Google Meet, además de WhatsApp, permitiendo la interacción entre docentes e investigadores participantes, lo que permitió el seguimiento de la construcción de documentos y análisis de los esquemas movilizados, según lo recomendado por el GD. Este estudio presenta un análisis de la trayectoria documental de una profesora de matemáticas y su desempeño, realizado en línea, reconociendo la importancia de la práctica docente para obtener un documento. La trayectoria documental del docente está marcada por adaptaciones con el fin de seguir los avances tecnológicos y el uso de Internet aliado al proceso de enseñanza y aprendizaje. ***Palabras clave***: Aproximación Documental a la Didáctica, Trayectorias de Investigación, Génesis Documental.

Introdução

Com suporte na Gênese Documental (GD), introduzida por Trouche e Gueudet (2015), esse trabalho é parte de uma pesquisa de doutorado, em desenvolvimento, no contexto da Educação Matemática e das Tecnologias com professores da Escola Básica.

A Abordagem Documental do Didático (ADD), no contexto da GD, de acordo com Trouche *et al*. (2020), objetiva a compreensão do desenvolvimento profissional de professores por meio do estudo de suas interações com os recursos, uma variedade de artefatos, e seus usos para o desenvolvimento de sua prática. Desse modo, o objetivo do estudo aqui apresentado é analisar a Trajetória Documental de uma professora de Matemática da escola básica em exercício da profissão.

Nessa teoria existem duas noções, que são complementares e distintas, 'documento' e 'recurso'. Essas duas noções foram concebidas de forma similar e extensiva às noções 'artefato' e 'instrumento' propostas por Rabardel (1995), para o desenvolvimento da Gênese Instrumental.

Devido à pandemia do Covid- 19, o estudo, com início em 2020, é desenvolvido de modo remoto por meio da plataforma *Teams* e *Google Meet*, além do *WhatsApp,* permitindo a interação entre os professores participantes e pesquisadores, o que possibilita o acompanhamento da construção de documentos para o ensino e a análise dos esquemas mobilizados, como preconiza a Gênese Documental.

Diferentes recursos foram selecionados pela professora participante deste estudo, e o *software* GeoGebra teve um caráter central. Com suas diferentes possibilidades, tais recursos selecionados pela professora são aprimorados, transformados, adaptados e integrados para que seja possível a apropriação de novos recursos para a prática docente. De acordo com Trouche e Gueudet (2015) são essas metamorfoses, acompanhadas dos esquemas de utilização, que geram os documentos e é denominada de Gênese Documental.

Nesse texto busca-se identificar a trajetória do envolvimento ativo da professora reconhecendo a necessidade prática para obtenção de um documento direcionando-a a uma postura reflexiva e a uma atitude introspectiva, analisando constantemente seu sistema de recursos para a construção documental.

Referencial Teórico

A noção de recurso está fundamentada na atenção dada a eles, segundo Adler (2000), que se propôs a "pensar em um recurso em torno do verbo inglês *re-source*: nutrir da fonte novamente ou de maneira diferente" (p. 207, tradução nossa). Na perspectiva da ADD, Gueudet e Trouche (2012) salientam que:

> [...] um recurso pode ser um artefato, ou seja, o resultado da atividade humana, elaborado por uma atividade humana com um objetivo preciso. Mas os recursos vão além dos artefatos: a reação de um estudante, uma vara de madeira no chão também podem constituir-se como recursos por um professor que os adote em sua atividade (p. 24, tradução nossa).

Um recurso nunca é isolado, mas sim um conjunto de recursos. O professor esboça num conjunto de recursos seu trabalho de documentação ao preparar sua(s) aula(s) sendo o cerne tanto das atividades por ele desenvolvidas quanto ao desenvolvimento profissional do mesmo (Gueudet & Trouche, 2009). Esses autores definem que o trabalho de documentação é composto pelas ações na busca por recursos; na seleção e criação de tarefas matemáticas; no planejamento de sequências de atividades; no gerenciamento do tempo disponível e na administração dos artefatos disponíveis.

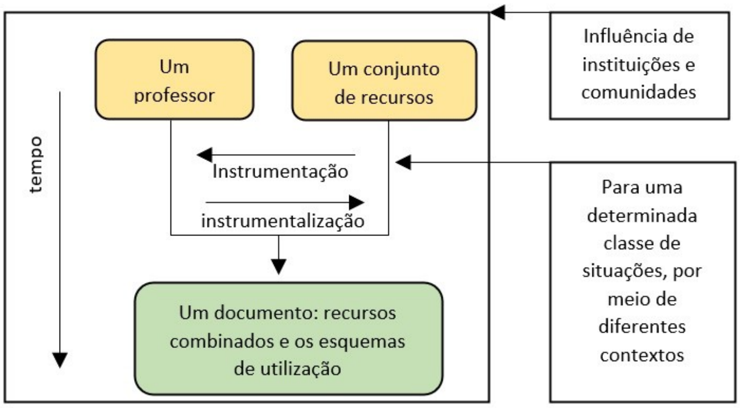
Os recursos, no processo de criação de documentos, por meio de esquemas de utilização, podem ser compreendidos de forma ampla e envolve tudo que é considerado pelo professor como necessário na preparação de um tema de aula e permite seu aprimoramento profissional. Estão no rol dos recursos: livros, orientações pedagógicas, aplicativos, *softwares*, materiais elaborados etc.

Um esquema de utilização pode ser compreendido, segundo Vergnaud (2009), como um plano de ação composto pelos componentes: objetivos, regras de ação, tomada de informação e controle, invariantes operatórios e inferências em situação.

Ao longo desta trajetória o professor pode enriquecer seus esquemas, integrando novas regras de ações e construir novos esquemas. Na Figura 1 é possível observar uma representação desta abordagem na Gênese Documental.

Figura 1.

Representação da Gênese Documental (Adaptado de Trouche & Gueudet, 2015, p.50)



Segundo Trouche *et al*. (2020) no campo do uso da tecnologia, a abordagem instrumental desenvolvida por Rabardel (1995) deu suporte ao processo da ADD por meio da Gênese Instrumental (que transforma um artefato em um instrumento) constituído por dois mecanismos inter-relacionados: a instrumentação (o artefato modela a ação) e a instrumentalização (o artefato é moldado pela ação dos sujeitos).

Assim, há um caminho a ser percorrido até ser obtido um documento, ou seja, há uma trajetória a ser percorrida pelo professor que é denominada de trajetória documental. a qual, segundo Rocha (2019, p. 73), é “como um percurso (que expressa continuidades e mudanças) que articula os eventos profissionais (individuais e/ou coletivos) vivenciados pelo professor e as transformações em seu trabalho documental ao longo do tempo”.

Com objetivo de investigar as relações entre trajetória documental da professora de matemática e as transformações em seu sistema de recursos ao longo do tempo apresentamos dois conceitos, eventos simbólicos de transição e dominante documental, segundo Rocha (2021):

> [...] procuramos identificar eventos que revelem rupturas (*fidelidade criativa*) no trabalho documental dos professores, desencadeando uma nova forma de criação de recursos, que chamamos *eventos simbólicos de transição*. A identificação desses eventos está ligada à modelagem da trajetória dos professores por períodos, para os quais podemos inferir uma orientação no trabalho dos professores para *uma família de atividades*; essa orientação é chamada de *dominante documental* (*fidelidade conservadora*). O conceito de *família de atividades* foi definido por Rabardel e Bourmaud (2005) sendo que uma família de atividades reúne várias classes de situações, por exemplo: buscar recursos, acumular recursos, revisar/adaptar recursos, disseminar recursos, dentre outros (Rocha, 2021, p.48).

A construção de um documento é algo contínuo e passa por diferentes fases, a escolha do recurso, sua adaptação, sua utilização e, após análise, sua reformulação, se necessário. Essa construção se dá ao longo de toda carreira docente, os documentos vão sendo constantemente renovados e apoiados pelo surgimento de novos recursos, além das mudanças na grade curricular, da metodologia de ensino da instituição, entre outros fatores. A Abordagem Documental do Didático se apresenta como uma perspectiva de compreensão do trabalho docente, fundamentada na noção de recursos e que pode ser caracterizada como um trabalho de pesquisa a longo prazo.

Trajetória Documental

Nesse estudo, é apresentada uma análise da trajetória documental de uma professora de Matemática, sua atuação em uma formação continuada e realizada on-line devido às restrições impostas pelo Covid-19.

A análise aqui apresentada, se baseia nas entrevistas feitas com a professora via plataforma *Zoom* e complementada com informações trocadas por *WhatsApp*, nas quais criou um mapa reflexivo para o seu sistema de recursos elaborado durante a formação continuada mapeando e revisando sua trajetória documental.

Apresentamos na Figura 2 o mapa reflexivo da trajetória documental da professora de Matemática no qual é identificado um evento simbólico de transição e o dominante documental relacionado.

Os eventos relatados pela professora, os quais considerou importante em sua trajetória, englobam sua formação enquanto docente, sua atuação fora da área de ensino e seus 22 anos de magistério. Os eventos foram classificados como eventos de formação, trabalhos em outras áreas e da carreira docente.

Após dez anos trabalhando em outras áreas, decidiu por tentar a carreira docente. Comenta: "*eu relutei muito para ser professora, relutei demais, porque eu não queria enfrentar o que eu sabia que eu ia enfrentar*". *"Não foi assim um sonho, eu já sabia, já tinha noção da situação". "O meu sonho era trabalhar na parte de estatística que eu não consegui trabalhar".*

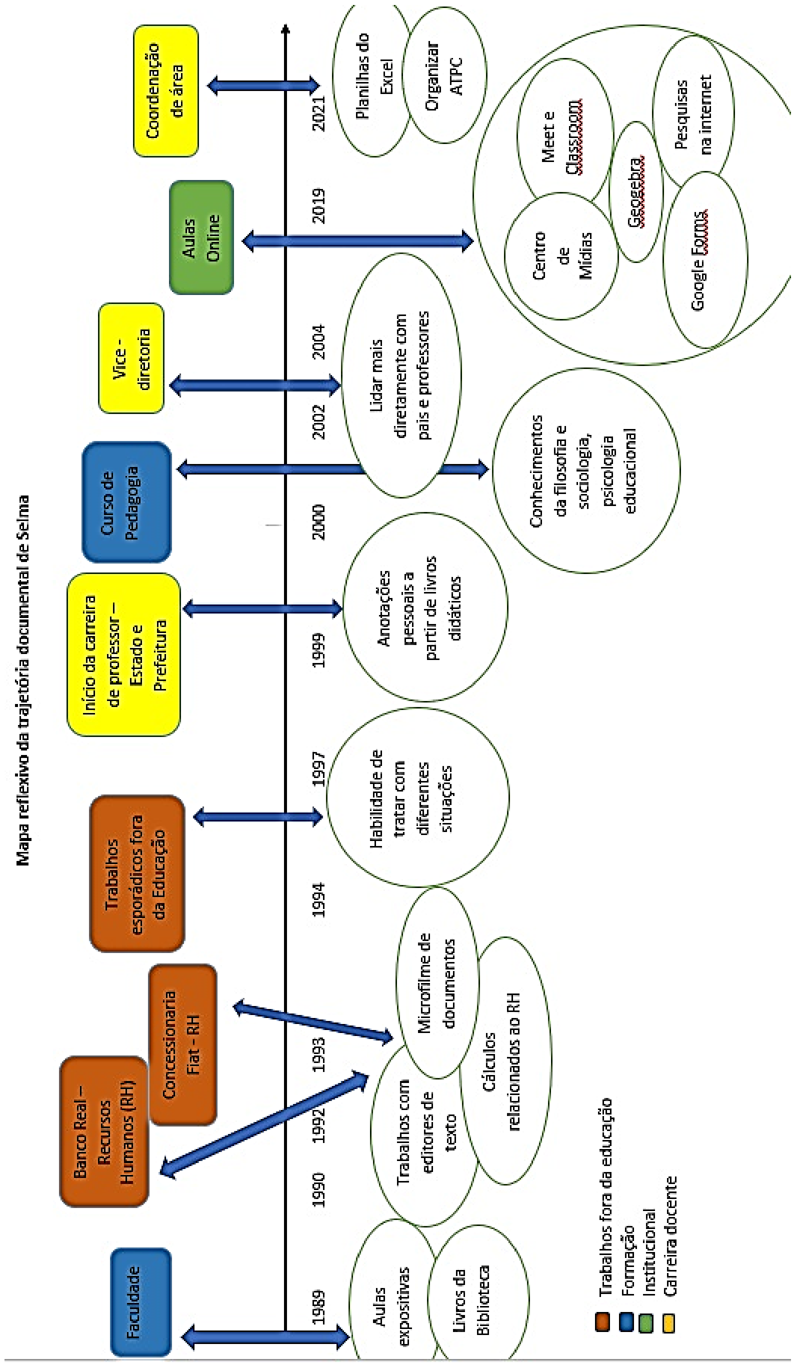
Iniciou sua carreira docente atuando em escolas da prefeitura e do Estado e permanece nas escolas do Estado até o momento desta entrevista, lecionando, além de Matemática, a disciplina de Física.

Relata que no início da carreira preparava suas aulas a partir de livros didáticos, e que costuma registrar suas aulas em um caderno. *"Então eu comecei a ter os meus acervos, a montar toda a minha biblioteca, então eu já sabia a coleção que eu ia usar, eu já comecei a selecionar, a partir daí eu comecei a conhecer os livros né".*

O livro didático é um recurso presente no sistema de recursos da professora, e comenta que gosta de preparar suas aulas todos os anos e que possui um caderno para cada turma onde constrói seus documentos e os renova anualmente. *"Eu sempre preparo porque eu gosto de fazer isso, eu acho que cada ano, cada turma é uma coisa específica".* Para este fim utiliza diferentes livros e sempre repensa suas aulas, *"eu gosto de inovar também, gosto de mudar alguma coisinha, outra, não gosto de ficar sempre: eu vou bater nisso aqui e pronto...não assim não, eu não gosto assim".*

Figura 2.

Mapa reflexivo da trajetória documental da professora de Matemática (Próprio autor)



A professora comenta que melhorou sua atuação após fazer um curso de Pedagogia agregando para sua formação conhecimentos de filosofia, sociologia e psicologia educacional os quais a possibilitaram assumir um cargo de vice-diretora na escola. Comenta que foi um período complicado e que teve que lidar mais diretamente com pais e alunos, *"é assim, você tem que ter muito jogo de cintura, sabe, porque por exemplo, você vai lidar com pais, com alunos, com professores, que é assim, é pisar em casca de ovos"*.

Em pouco tempo ela retorna para sala de aula onde se sente mais confortável, porém o fato de não ser uma professora efetiva a incomoda, pois passou por diversas escolas e não criou raízes, *“em partes é bom e em partes não”.* Comenta que aprende a se adaptar a diferentes ambientes, mas por outro lado não se cria um vínculo com a escola com muita rotatividade de professores, o que dificulta a organização do professor no aprimoramento de seus documentos.

Identificamos que a professora se preocupa em, constantemente, melhorar seus documentos, trazer novas formas de trabalhar o mesmo conteúdo, levando em consideração as especificidades de cada turma, porém mantém a prática de utilizar apenas livros didáticos para este fim.

Com a situação de pandemia e a necessidade do isolamento social, o sistema de ensino, as escolas e, consequentemente, os professores tiveram que se adaptar às aulas não presenciais. Como se pode observar no mapa reflexivo da trajetória documental da professora Figura 2, alguns recursos incluídos dependiam da internet.

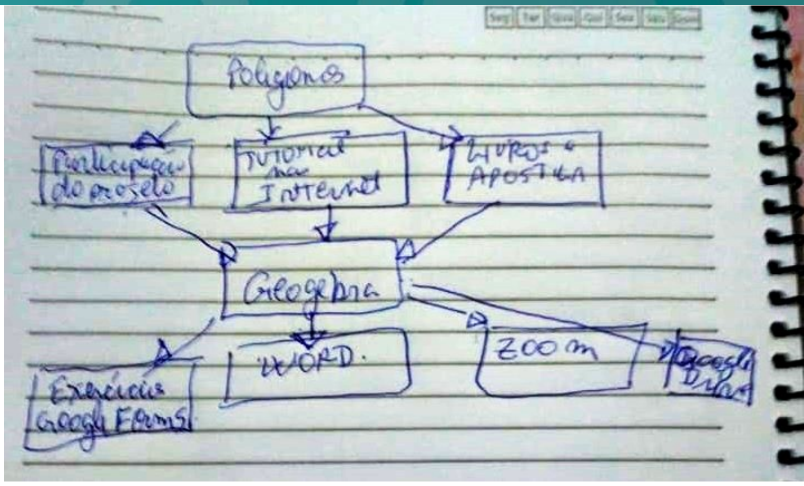
Pode-se afirmar que o evento que a professora chama de “*aulas online”* representa um evento simbólico de transição em sua trajetória. Este evento simbólico de transição está ligado à dominante documental “adaptação e/ou criação de recursos digitais”.

No mapa reflexivo de recursos da professora, Figura 3, são apresentados alguns recursos na elaboração de um documento destinado ao ensino de Polígonos, ministrado para o sexto ano do Ensino Fundamental.

Na representação da Figura 3, elaborada pela professora, o *software* GeoGebra é um recurso central, utilizado para fazer a construção de polígonos e, também para buscar algum A*pplet* relacionado ao conteúdo trabalhado. A sua participação na formação que ela indica como “participação do projeto” foi fundamental em utilizar o *software*.

Figura 3.

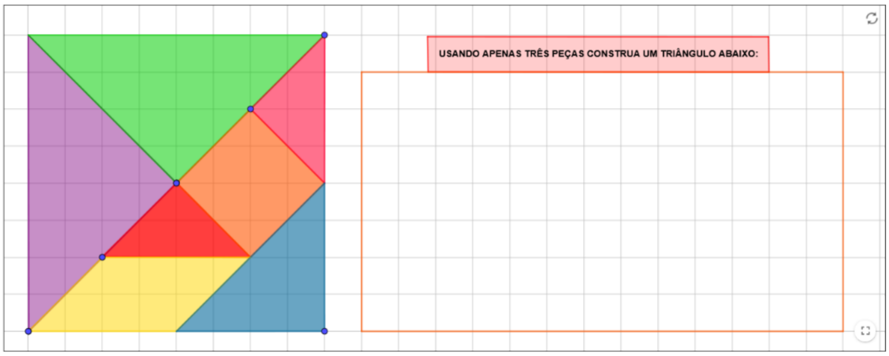
Representação esquemática do sistema de recursos da professora (Próprio autor)



O GeoGebra é um dos recursos elencados pela professora que não, necessariamente, depende de internet. Ela passou a utilizar o *software* a partir da formação continuada realizada para este estudo. A Figura 4 é um *Applet* utilizado pela professora e adaptado por ela com ajuda das formadoras.

Figura 4.

Atividades com o Tangran (https://www.geogebra.org/m/aftbhrqt)



Com relação aos recursos incorporados no período de Pandemia Covid-19, que dependem da internet, um importante recurso gerenciado pela Secretaria de Ensino do estado de São Paulo é o Centro de Mídias (https://centrodemidiasp.educacao.sp.gov.br/) no qual podem ser encontrados conteúdos elaborados por especialistas e oferecidos por meio de tecnologias digitais. As aulas são transmitidas a partir de estúdios de TV e podem ser acompanhadas, ao vivo ou consultadas posteriormente, pelo aplicativo do Centro de Mídias SP e suas redes sociais.

Com relação ao Centro de Mídias a professora relata "e*ntão, eu vejo assim, que é uma coisa que a gente está plantando, sabe, o protagonismo do aluno, deixando ele independente, então vai chegar um tempo que ele vai buscar essas aulas por livre e espontânea vontade."* Aqui verificamos que a professora estava atenta ao que era disponibilizado por meio do Centro de Mídias para auxiliar seus alunos. Esse acesso constante a uma plataforma digital era algo novo para ela.

Foram utilizadas também as ferramentas do *Google* que permitem criar uma sala de aula virtual e, assim, o *Classroom* e o *Meet* foram recursos aderidos por todo o sistema de Ensino da Secretaria de Educação do Estado de São Paulo. Por meio do *Classroom* o professor disponibiliza materiais de consulta e atividades que devem ser realizadas pelos alunos. Já o *Meet* é utilizado para os encontros virtuais que são realizados de forma síncrona com horários e datas pré-estabelecidas pelo professor. O *Google Forms* também foi utilizado para a criação de atividades para os alunos por meio de questionários.

As pesquisas por materiais na *internet* são relatadas pela professora como algo que foi iniciado durante esse período, "a*gora na pandemia a coisa mudou. Porque como aí eu vou ficar muito tempo na internet, então por comodidade também, fica bem mais fácil eu pegar via internet...mas não abro mão do livro".*

A necessidade de se ter um material em formato digital para disponibilizar aos alunos foi um dos fatores que a motivou criar um documento em *Word* apresentado na Figura 5, comparando o documento produzido antes da pandemia e o documento digital.

A figura digital construída pela professora utilizando o *Applet* do GeoGebra (Figura 4), foi um recurso importante para a construção do documento e segundo a professora com relação ao uso de recursos digitais comenta que pretende trazê-los para sua prática docente "*a gente tem que aproveitar essa parte da tecnologia a nosso favor, para fazer o quê, fazer as coisas ficarem mais fáceis para nosso aluno entender e motivar mais a aula."*

A trajetória documental da professora de Matemática aponta para uma ruptura causada pelas novas condições de trabalho impostas pela pandemia a qual a impulsionou a buscar por adaptações e uma renovação em seu sistema de recursos. Relata que *"essa pandemia, eu achei* *assim, neste sentido, foi bom porque mostrou que a gente tem que sair dessa zona de conforto né, tem que começar a se mexer, a não ter medo de errar, a se aventurar né".*

Figura 5.

Plano de aula manuscrito e plano de aula digital (Próprio autor)

Um novo desafio se desenha em sua trajetória documental, ela assume a função de coordenadora de área passando a auxiliar seus colegas de trabalho em suas práticas docentes, trazendo para seu sistema de recursos o uso de planilha do Excel e a missão de formadora na organização da Aula de Trabalho Pedagógico Coletivo (ATPC).

Considerações Finais

Com suporte na Gênese Documental (GD), esse trabalho tem o objetivo de apresentar resultados parciais de uma tese de doutorado em desenvolvimento. Analisa a Trajetória Documental de uma professora da Escola Básica em exercício, no contexto da Educação Matemática e das Tecnologias. Observamos que houve o envolvimento ativo da professora reconhecendo a importância da prática docente para obtenção de um documento e a evolução e modificação de seu sistema de recursos ao longo de sua carreira, bem como sua atuação realizada on-line devido às restrições impostas pelo Covid-19.

Podemos constatar que a trajetória documental da professora é marcada por adaptações, no sentido de se adequar a uma nova realidade, os avanços tecnológicos e o uso da internet associada ao processo de ensino e aprendizagem, que tem se mostrado uma tendência global, passam a fazer parte de seu sistema de recursos, modificando a maneira como constrói seus documentos.

Referências

Adler, J. (2000). Conceptualising resources as a theme for teacher education. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 3, pp. 205–224.

Gueudet, G. & Trouche, L. (2009). Towards new documentation systems for mathematics teachers? *Educational Studies in Mathematics*, 71(3), 199 - 218.

Gueudet, G. & Trouche, L. (2012). Teachers' Work with Resources: Documentational Geneses and Professional Geneses. In: Gueudet, G; Pepin, B. & Trouche, L. *From Text to 'Lived' Resources*: Mathematics Curriculum Materials and Teacher Development. Dordrecht: Springer Netherlands. pp.23-41. Mathematics Teacher Education. http://link.springer.com/chapter/10.1007/978-94-007-1966-8_2.

Rabardel, P. (1995). *Les hommes et les technologies: une approche cognitive des instruments contemporains*. Paris: Armand Colin.

Rocha, K. M. (2019). *Une étude des effets du travail documentaire et collectif sur le développement professionnel des enseignants de mathématiques:* apport des concepts d'expérience et de trajectoire documentaires. [Tese (Doutorado) – Curso de Didactique des Mathématiques, Ecole Normale Supérieure de Lyon]. https://tel.archives-ouvertes.fr/ tel-02399664/document.

Rocha, K. M. (2021). O Aporte do Conceito de Trajetória Documental para Análise do Desenvolvimento Profissional de Professores de Matemática. In: *Compreender o Trabalho dos Professores Brasileiros do Ensino Básico:* Uma Abordagem pelos Recursos. São Paulo: Blucher, (pp. 41-64). https://docplayer.com.br/214202325-O-aporte-do-conceito-de-trajetoria-documental-para-analise-do-desenvolvimento-profissional-de-professores-de-matematica.html

Trouche, L., Gueudet, G. & Pepin, B. (2020). The documentational approach to didactics. The Documentational Approach to Didactics Multilingual project, 2020, DAD-MULTILINGUAL/, ⟨10.1007/978-3-319-77487-9_100011-1⟩. ⟨hal-02494035v2⟩.

Trouche, L. & Gueudet, G. (2015). Do trabalho documental dos professores: gêneses, coletivos, comunidades: o caso da Matemática. *Em Teia - Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana*, 6(3), 1-43.

Vergnaud, G. (2009). The theory of conceptual fields. *Human development*, 52(2),83-94.

O ensino da trigonometria utilizando *Geogebra*

Teaching trigonometry using *Geogebra*

La enseñanza de la trigonometría usando Geogebra

Palomá Parra Leonel L.[1016]
Universidad de Caldas, Universidad Nacional de Colombia.

Serrano Suarez Fabian F.[1017]
Universidad Nacional de Colombia

Modalidad: Comunicación.
Núcleo Temático: Tecnología digital y otros recursos para la enseñanza y elaprendizaje de las matemáticas.

Resumo

O ensino tradicional das funções trigonométricas no Ensino Médio, bem como no Ensino Superior, não consiste em uma tarefa fácil; deste modo, neste modelo tradicional o processo da aprendizagem não é muito eficiente. Hoje dia, o uso adequado das tecnologias informáticas permite, a nós docentes, executarmos nossa função de maneira mais efetivae menos traumática, facilita ao estudante a apreensão do conhecimento de modo mais lucido e eficaz, aumentado assim sua autoestima, interesse pelo conhecimento matemático e sua motivação. Assim como Palomá P. e Serrano S., apresentamos neste trabalho uma forma alternativa de ensinar os conceitos da trigonometria por meio de *Applet* iterativos e dinâmicos, executado *no Geogebra* e hospedado na plataforma *Moodle* e na nuvem de *Geogebra*. A metodologia consiste em apresentar ao estudante os conceitos próprios da trigonometria, usando as ferramentas antes mencionadas, em atividade extraclasse e fazendo uso da plataforma *Moodle*. Com o objetivo de direcionar o estudante a inferir leis geométricas relacionas com a trigonometria os mesmos foram confrontados com situações-problema que envolviam conceitos trigonométricos. Como resultado da aplicação deste método emformato experimental durante a aula de Matemática Fundamental para engenheira, foi possível gerar maior motivação e melhor compreensão dos conceitos trigonométricos e suas aplicações no contexto real. Deste modo, conclui-se que o uso do *Software Geogebra*impacta de maneira positiva o processo do ensino aprendizagem da trigonometria para estudantes do curso de engenharia.

Palavras-chave: Seno, cosseno, tangente, secante, *Geogebra*.

Abstract

The traditional way of teaching trigonometric functions, both in high school and college,has not been an easy activity; therefore, the learning process is not efficient. Nowadays, the proper use of computer technologies allows us, to the teachers, to carry out our function in a more effective

[1016] pleonel@ucaldas.edu.co
[1017] ffserranos@unal.edu.co

and less traumatizing way, it facilitates the student's apprehension of knowledge in a more playful and effective way, increasing their self- esteem, interest in mathematical knowledge and motivation. In this work, Palomá P. andSerrano S. introduce an alternative way of teaching the trigonometric concepts through interactive and dynamic applets. These applets are made it in Geogebra, and hosted not only on the Moodle platform but also the Geogebra cloud. The methodology consists in to introduce the concepts of trigonometry to the students using the tools mentioned above and complemented with extra class work with activities in the Moodle platform. Such activities will allow them to infer geometric laws related to trigonometry, to describe situations and solve problems involving trigonometric concepts. We have done an experiment with the students of the subject of fundamental mathematical for engineering.As a by-product of these tools, in the experiment we have achieved greater motivation, greater understanding of the trigonometric concept and its applications in the real context.This leads us to conclude that the use of Geogebra software has a positive impact on the teaching-learning process of trigonometry.

Keywords: Sine, cosine, tangent, secant, Geogebra.

Resumen

La enseñanza tradicional de las funciones trigonométricas, tanto en el bachillerato comola universidad, no ha sido una actividad fácil; por ende, el proceso de aprendizaje no es eficiente. Hoy día el uso adecuado de las tecnologías informáticas permite, a nosotros los docentes, desempeñar nuestra función de una manera más efectiva y menos traumatizante, facilita al estudiante la aprehensión del conocimiento de una manera más lúdica y eficaz, aumentando su autoestima, el interés por el conocimiento matemático y su motivación. Es así como Palomá P. y Serrano S., presentamos en este trabajo una forma alternativa de enseñar los conceptos de la trigonométrica, mediante Applet interactivos y dinámicos,hechos en Geogebra y hospedados en la plataforma Moodle y la nube de Geogebra. La metodología consiste presentar al estudiantado los conceptos propios de la trigonometría, usando las herramientas antes mencionadas, labor que será completada entrabajo extra clase, usando la plataforma Moodle, con el fin de dirigirlos a inferir leyes geométricas relacionadas con la trigonometría, a describir situaciones y solucionar problemas que involucren conceptos trigonométricos. Como resultado de la aplicación de este método de forma experimental, en el marco de laasignatura matemática fundamentales para ingeniería, hemos logrado mayor motivación, mayor comprensión del concepto trigonométrico y sus aplicaciones en el contexto real. Esto nos conduce a concluir que el uso del software Geogebra impacta de manera positivael proceso enseñanza aprendizaje de la trigonometría.

Palabras clave: Seno, coseno, tangente, secante, Geogebra.

Introducción

La enseñanza de la trigonometría con los métodos tradicionales no ha sido lo suficientemente eficiente, el hecho de hacer gráficas, como círculo unitario y ángulos, en un tablero y explicar conceptos relacionados con las funciones circulares no facilita lalabor del docente, como consecuencia encontramos unos estudiantes apáticos y desinteresados por la aprehensión del conocimiento, situación detectada a lo largo de muchos años de experiencia docente y compartida en su mayoría por los colegas.

Por otro lado, el software GeoGebra posee muchas características favorables para nuestro trabajo, entre otras es de libre acceso con interfaz muy amigable y está diseñado de forma exclusiva para la enseñanza de la matemática en sus diferentes niveles, sin dejar de lado que profesores de otras áreas lo han estado utilizando.

Su uso ha dejado ver un mejor resultado del proceso enseñanza aprendizaje, como se muestra en trabajos: enseñanza del concepto de aleatoriedad y probabilidad expuesto en el trabajo "Desarrollo del pensamiento Aleatorio con estudiantes de grado decimo usando GeoGebra, CIBEM, Madrid, julio 2017; "Como enseñar el concepto de solido de revolución y el cálculo de su volumen, usando Geogebra". VII Congreso Internacional de Educación y Aprendizaje Paris, Julio 2018; La enseñanza de la Lógica Proposicional usando Geogebra", VIII Congreso Internacional de Educación y Aprendizaje, Oporto, Portugal, junio 20 de 2019, entre otros.

A raíz de las experiencias descritas en el párrafo inmediatamente anterior presentamos una alternativa de enseñar los conceptos trigonométricos, en el curso de matemáticas básicas para ingeniería de la Universidad de Caldas y Nacional de Colombia, Manizales.Describimos la metodología de trabajo, mostramos algunos applets, con su respectivo código QR, construidos para este fin específico, la enseñanza de la trigonometría, y la forma de manipularlos, allí definimos las funciones trigonométricas, la ley de los senos ycosenos.

Al finalizar mostramos una situación real donde usamos la trigonometría.

Cabe anotar que la plataforma Moodle nos sirve como medio de publicación de los contenidos de la actividad académica Matemáticas Fundamentales, incluyendo la incrustación de los Applet.

Metodología

Para el desarrollo de los conceptos trigonométricos se han implementado applets interactivos y dinámicos hechos en Geogebra y traducidos al lenguaje HTML, usamos lavista gráfica y la vista grafica2, en la primera se muestra conceptos y procedimientos algebraicos, simultáneamente en la segunda se muestra su interpretación gráfica.

Cada uno de los Applets esta hospedado en la nube de Geogebra y en la plataforma Moodle; los estudiantes los pueden descargar mediante código QR

Los diferentes momentos de ejecución son:

Preliminar. Desarrollar una primera guía, en presentación física, donde se indica al estudiante la secuencia de actividades que debe realizar utilizando cada uno de los applets, con el fin de aportar o recordar teorías preliminares al concepto principal, en este caso las funciones trigonométricas.

Conceptual. Con base en el anterior momento se define el concepto gráfico de las funciones seno, coseno, tangente, cotangente, secante y cosecante.

Algebraico. En labor conjunta entre profesor y estudiantes se traduce el conceptogeométrico a lenguaje algebraico para deducir las diferentes relaciones entre la parte gráfica y la parte algebraica.

Aplicativo. Mostrar diferentes aplicaciones de las funciones trigonométricas a la geometría y al mundo real.

Practica. El estudiante debe resolver, con ayuda de Geogebra, problemas relacionados con las funciones trigonométricas de tipo: geométrico, algebraico y aplicado.

Desarrollo de los conceptos trigonométricos.

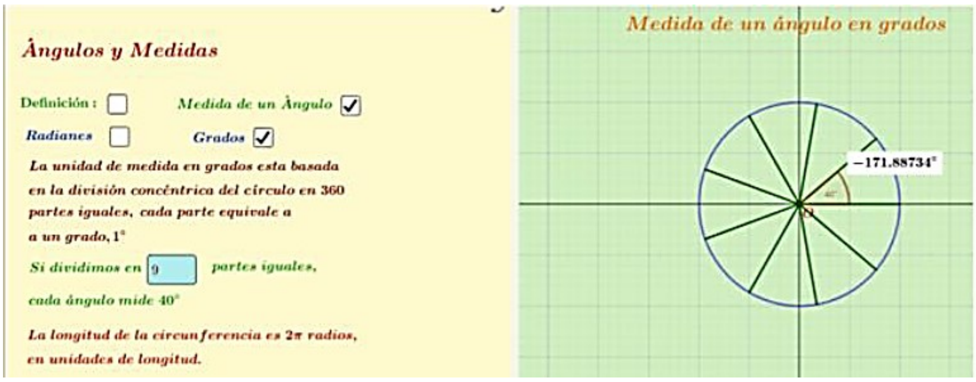
El capítulo de funciones trigonométricas en la asignatura matemáticas básicas para ingeniería tiene como objetivo el estudio de las funciones seno, coseno, tangente,cotangente, secante y cosecante, sus propiedades, sus gráficas y su aplicación al mundo real, tanto para triángulos rectángulos como triángulos más generales.

De la misma forma tratamos el concepto de identidades, ecuaciones trigonométricas y solución de triángulos.

El desarrollo de los diferentes conceptos y definiciones lo hacemos mediante applets dinámicos hechos en Geogebra, para tal fin. Cada figura muestra la textura del applet correspondiente y su respectivo código QR, que le permite acceso al estudiante, desde cualquier navegador de páginas web.

Figura 1.

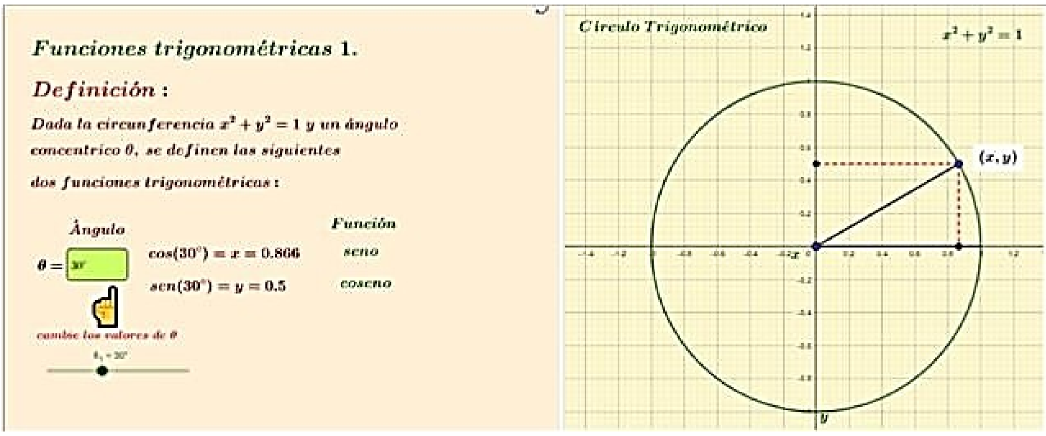
Definición de ángulo, dirección y unidades de medida.



Iniciamos el estudio definiendo ángulo y sus diferentes unidades de medida. Aquí el estudiante puede generar de manera aleatoria ángulos y diferenciar gráficamente entre grados y radianes.

Figura 2.

Definición de las funciones seno, coseno y la interpretación grafica

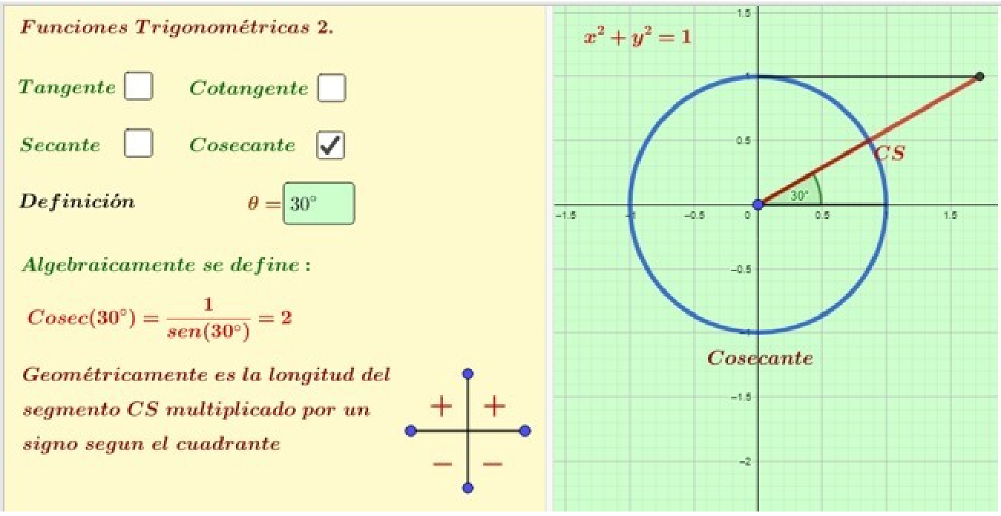


Luego a partir del círculo unitario centrado en el origen, abordamos la definición de las funciones coseno y seno como la abscisa y ordenada, que resulta de la intersección de unradio vector con punto inicial el origen y un punto final sobre la circunferencia.

El estudiante puede cambiar el valor del ángulo y encontrar diferentes valores de las funciones.

Figura 3.

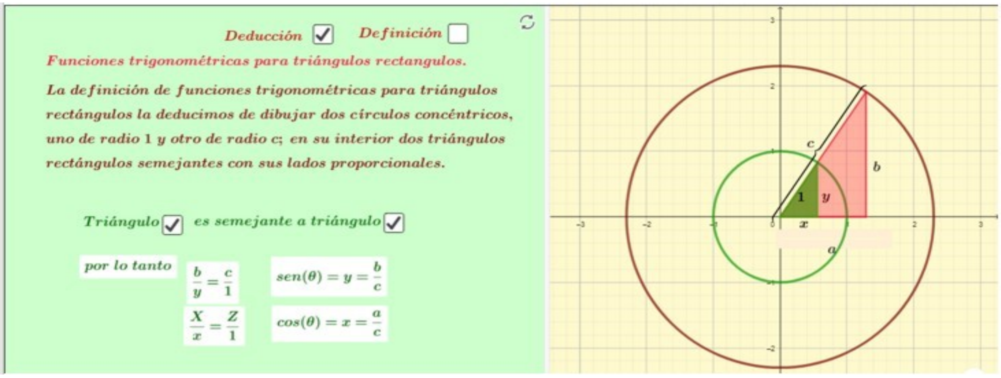
Definición de las funciones: tangente, cotangente, secante y cosecante y lainterpretación grafica.



Avanzamos el estudio con las otras funciones trigonométricas: tangente, cotangente, secante y cosecante. Para cada caso mostramos la interpretación geométrica sobre el circulo, el comportamiento para diferentes valores del ángulo, que se puede cambiar de forma manual.

Figura 4.

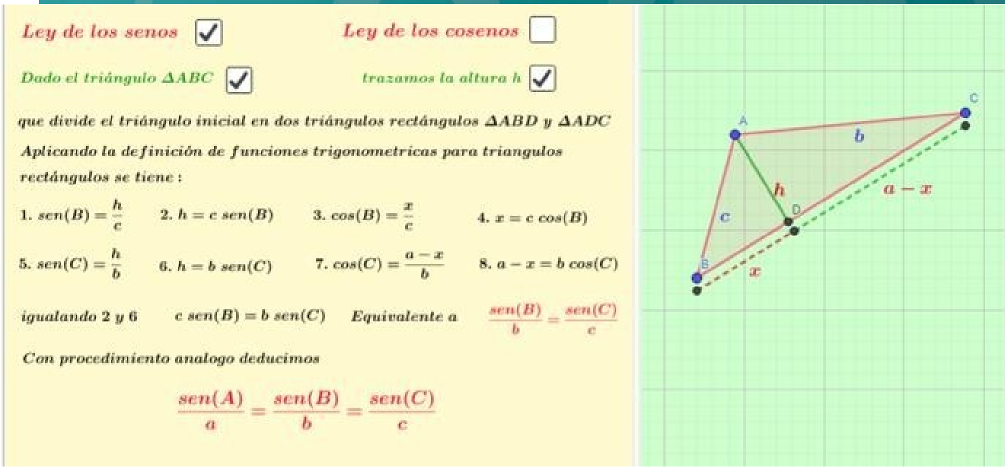
Definición de funciones trigonométricas en triángulos rectángulos.



Usando el concepto de semejanza y proporcionalidad, definimos las funciones trigonométricas en triángulos rectángulos.

Figura 5.

Ley de senos y cosenos.



Finalmente deducimos la ley de senos y cosenos para triángulos más generales, usando lateoría para triángulos rectángulos

Resultados

En este momento de la aplicación de la metodología no se ha realizado ningún análisis riguroso sobre el rendimiento de los estudiantes y la aprehensión de los temas expuestos, aún no hemos tratado la metodología con un grupo control, sin embargo, por la experiencia de orientación de estos temas en forma tradicional y en charlas con los estudiantes y colegas, se ha detectado una mayor participación de ellos, una mejor posturaen la clase y un mejor grado de entendimiento.

Conclusiones

La metodología expuesta no la tomamos como la solución definitiva ni la óptimapara la enseñanza de la trigonometría, pero si una alternativa que aporta al mejoramiento de la enseñanza y aprendizaje de estos conceptos.

Si bien las nuevas tecnologías facilitan el que hacer docente, es imprescindible la presencia física del profesor y textos didácticamente escritos, que, usados de una manera sincrónica, contextualizada, nos pueden conducir al éxito de nuestra labor.

Referencias

Palomá, P. Leonel; Salazar, Néstor. *Desarrollo del pensamiento Aleatorio conestudiantes de grado decimo usando GeoGebra*. CIBEM, Madrid.

Palomá, P. Leonel; Serrano S. Fabian. (2018). Como enseñar el concepto de solido de revolución y el cálculo de su volumen, usando Geogebra. *VII Congreso Internacional de Educación y Aprendizaje, Paris.*

Palomá, P. Leonel. (2019). Serrano S. Fabian La enseñanza de la Lógica Proposicional usando Geogebra. *VIII Congreso Internacional de Educación y Aprendizaje, Oporto, Portugal*.

Suvillan, Michael. (2006). Algebra y trigonometría. *Pearson educación.*

Veytia, María G.; Gómez, José; Morales, María B. (2019). Competencias investigativas y mediación tecnológica en doctorandos de Iberoamérica. *Revista Internacional de innovación e investigación educativa.*

A construção da Árvore Pitagórica utilizando o GeoGebra Classroom

The construction of the Pythagorean Tree using GeoGebra Classroom

La construcción del Árbol de Pitágoras usando GeoGebra Classroom

Luan Padilha dos Santos[1018]
Universidade Estadual do Paraná
0000-0003-4616-3182

Mariana Moran[1019]
Universidade Estadual de Maringá
0000-0001-8887-8560

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Tecnologia digital e outros recursos para o ensino e aprendizagem da matemática

Resumo

O presente artigo tem como objetivo relatar uma experiência relacionada à implementação de um Curso de Extensão da construção da Árvore Pitagórica utilizando a plataforma GeoGebra Classroom. A oficina foi realizada com 8 acadêmicos do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Paraná, campus de União da Vitória. A implementação do curso ocorreu de forma remota e foram utilizadas as plataformas GeoGebra Classroom, Google Forms e Google Meet. Durante a oficina os participantes realizaram tarefas que abordaram o cálculo das medidas de área e perímetro do fractal Árvore Pitagórica. Como resultados, destacamos que nem todos os cursistas conheciam o GeoGebra, a Geometria dos Fractais, e também desconheciam as possibilidades de exploração matemática derivadas dos fractais. Além disso, os participantes relataram que ficaram interessados em conhecer mais a respeito do software, pois o curso possibilitou novas alternativas e perspectivas de utilização.
Palavras-chave: Educação Matemática, Tecnologias Digitais, Geometria dos Fractais, Relato de experiência.

Abstract

This article aims to report an experience related to the implementation of an Extension Course on the construction of the Pythagorean Tree using the GeoGebra Classroom platform. The workshop was held with 8 students from the Mathematics Degree course at the Universidade Estadual do Paraná, União da Vitória campus. The implementation of the course took place remotely and the platforms GeoGebra Classroom, Google Forms and Google Meet were used. During the workshop, the participants performed tasks that addressed the calculation of area and perimeter measurements of the Pythagorean Tree fractal. As a result, we emphasize that not all course participants knew GeoGebra, the Geometry of Fractals, and were also unaware

[1018] padilha.luan16@gmail.com
[1019] mmbarroso@uem.br

of the possibilities of mathematical exploration derived from fractals. In addition, participants reported that they were interested in knowing more about the software, as the course provided new alternatives and perspectives for use.
Keywords: Mathematics Education, Digital Technologies, Geometry of Fractals, Experience report.

Resumen

Este artículo tiene como objetivo relatar una experiencia relacionada con la implementación de un Curso de Extensión sobre la construcción del Árbol de Pitágoras utilizando la plataforma GeoGebra Classroom. El taller fue realizado con 8 alumnos de la carrera de Matemáticas de la Universidade Estadual do Paraná, campus União da Vitória. La implementación del curso se realizó de forma remota y se utilizaron las plataformas GeoGebra Classroom, Google Forms y Google Meet. Durante el taller, los participantes realizaron tareas que abordaron el cálculo de medidas de área y perímetro del fractal del Árbol de Pitágoras. Como resultado, destacamos que no todos los participantes del curso conocían GeoGebra, la Geometría de los Fractales, y desconocían las posibilidades de exploración matemática derivadas de los fractales. Además, los participantes informaron que estaban interesados en conocer más sobre el software, ya que el curso brindó nuevas alternativas y perspectivas de uso.
Palabras clave: Educación Matemática, Tecnologías Digitales, Geometría de Fractales, Informe de Experiencia.

Introdução

A utilização de tecnologias digitais permite que profissionais da educação, em especial, professores de matemática, compartilhem produções e experiências com outros colegas, participem de discussões e debates a respeito de temas de interesse, além de possibilitar o envolvimento em produções coletivas e colaborativas.

Segundo Valente (1991), o computador pode ser útil no processo de ensino-aprendizado em razão da quantidade de programas educacionais e das diferentes modalidades de uso do computador. Para o autor, o computador passa a ser uma ferramenta educacional de possível mudança na qualidade de ensino (VALENTE, 1991).

O computador, como ferramenta educacional, será o instrumento com o qual o aluno desenvolve algo e, dessa forma, o aprendizado ocorre pela realização de uma tarefa por seu intermédio (VALENTE, 1991). Para Valente (1999, p. 42), "a qualidade da interação aprendiz-objeto, descrita por Piaget, é particularmente pertinente no caso do uso da Informática e de diferentes softwares educacionais".

Dentre os softwares que se destacam no contexto do ensino de Matemática, o GeoGebra é uma ferramenta educacional que se caracteriza como software de Geometria dinâmico, combinando álgebra, gráficos, geometria, tabelas, cálculos e estatística.

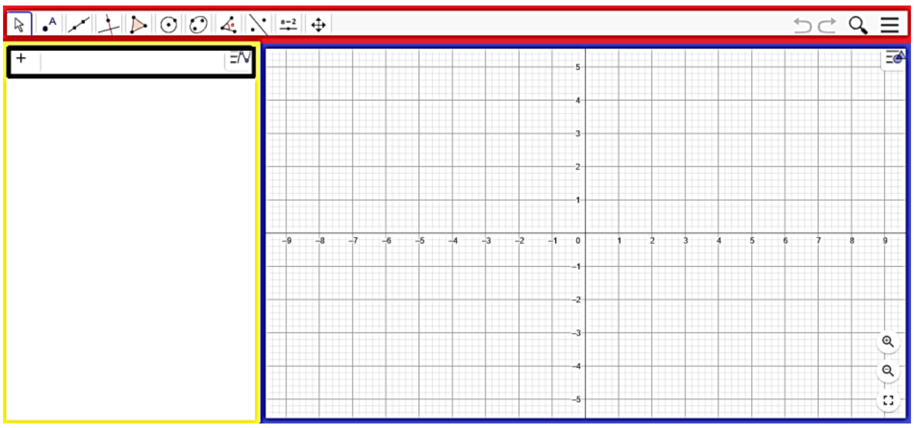
Com vistas a compartilhar uma experiência de utilização do software GeoGebra, como recurso educacional para o ensino de matemática, neste trabalho relatamos a implementação de um Curso de Extensão da construção da Árvore Pitagórica utilizando o GeoGebra Classroom. Na primeira seção abordamos noções a respeito do software GeoGebra, mais especificamente, o GeoGebra Classroom. Após, discutimos conceitos fundamentais da Geometria dos Fractais, em particular, a Árvore Pitagórica. Em seguida, apresentamos o percurso metodológico e o desenvolvimento do Curso de Extensão, seguido das considerações finais.

O GeoGebra

O software GeoGebra foi desenvolvido por Markus Hohenwarter e possui destaque no campo de ensino e de aprendizagem em Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática. O GeoGebra é um software de matemática dinâmica, livre e gratuito[1020] que reúne Geometria, Álgebra, Planilha de Cálculo, Gráficos, Probabilidade, Estatística e Cálculos Simbólicos. A seguir apresentamos o *layout* do GeoGebra Clássico (Figura 1).

Figura 1.

Layout do GeoGebra Clássico (Os autores, 2022)



[1020] Disponível em: www.geogebra.org

Na Figura 1 é possível perceber quatro regiões destacadas. Usando ferramentas disponíveis na *Barra de Ferramentas*, região destacada em vermelho, é possível criar construções geométricas na área da *Janela Gráfica* ou *Janela de Visualização*, destacada em azul. Ao mesmo tempo, coordenadas e equações correspondentes são exibidas na *Janela de Álgebra*, destacada em amarelo. Por outro lado, é possível inserir entradas, comandos e funções algébricas, usando o teclado, diretamente na *Barra de Entrada*, destacada em preto. Enquanto a representação gráfica de todos os objetos é exibida na *Janela de Visualização*, sua representação algébrica ou numérica é mostrada na *Janela de Álgebra*.

O GeoGebra Classroom

Um dos recursos presentes no site do GeoGebra é o GeoGebra Classroom. O GeoGebra Classroom é uma plataforma virtual através da qual os professores podem atribuir tarefas interativas para os estudantes, acompanhar o progresso dos alunos durante o desenvolvimento de uma tarefa, acompanhar quais tarefas foram iniciadas pelos alunos, fazer perguntas para os alunos e ver as respostas instantaneamente, além de realizar trabalhos em equipe.

Para criar uma lição no GeoGebra Classroom, o usuário precisa encontrar uma Atividade do GeoGebra[1021] que possa ser transformada em uma tarefa. O usuário pode encontrar uma Atividade do GeoGebra utilizando a barra de pesquisa do site do GeoGebra ou pode escolher uma atividade presente na sua conta de usuário. Podemos encontrar diversas atividades construídas por outros usuários para utilizar em uma lição no GeoGebra Classroom. Elementos como perguntas abertas, questões de múltipla escolha, GeoGebra Calculadora Gráfica, GeoGebra Calculadora Científica, GeoGebra Clássico, GeoGebra Notas, podem se tornar uma tarefa no GeoGebra Classroom.

Depois de encontrar a atividade, para criar uma lição a partir dela é necessário selecionar o botão *CRIAR SALA*. Em seguida, basta digitar o nome da tarefa e selecionar a opção *Criar* para que a lição seja salva no seu perfil. Quando o usuário cria uma sala de aula no GeoGebra Classroom, um código é gerado aleatoriamente e esse código será necessário para os estudantes acessarem a sala. Para convidar os estudantes, o usuário pode enviar o código da lição, para

[1021] Uma Atividade do GeoGebra ou Atividade GeoGebra é uma atividade interativa (online) que combina diferentes elementos (por exemplo, texto, *applets*, perguntas, vídeos, imagens) em um *layout* flexível.

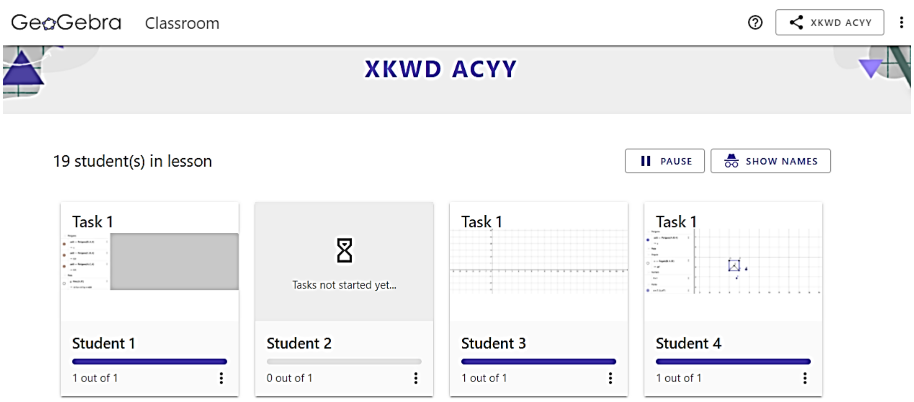
isso os estudantes podem acessar o endereço do GeoGebra Classroom[1022] e inserir o código para participar da lição.

Outra forma de convidar os participantes para acessar a sala é copiando o *link* direto para a lição e enviá-lo para seus estudantes. Após os estudantes inserirem o código da lição e ingressarem na sala ou seguirem o *link* direto para a sala, eles poderão fazer *login* com uma conta do GeoGebra ou inserir seu nome. Vale lembrar que os participantes que optarem por fazer *login* com sua conta do GeoGebra, terão os progressos das atividades salvos e poderão ser acessados posteriormente.

Feito isso, os alunos já poderão iniciar as tarefas. O professor terá uma visão geral da sala e à medida que os alunos entrarem, seus nomes aparecerão na visão geral da sala. O professor pode monitorar o progresso dos alunos conformem realizam as tarefas (Figura 2).

Figura 2.

Visão geral da sala (Os autores, 2022)



Vale lembrar, que o professor pode escolher a tarefa de um dos alunos para acessar, e caso queira compartilhar a tela com os demais, ele poderá ocultar os nomes para preservar a identidade dos alunos. Na próxima seção discutiremos brevemente sobre a Geometria dos Fractais, em especial, a Árvore Pitagórica.

[1022] https://www.geogebra.org/classroom

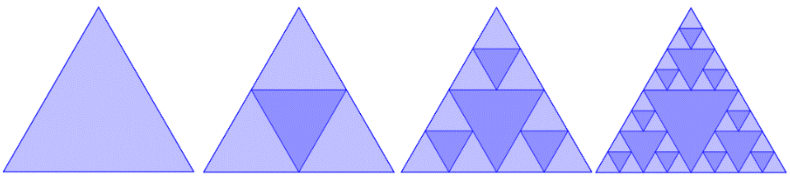
A Geometria dos Fractais

O matemático polonês Benoit Mandelbrot foi o iniciador do estudo de objetos geométricos chamados *fractais*. Essas entidades geométricas possuem propriedades particulares, e entre elas, destacam-se a autossimilaridade, a complexidade infinita e a dimensão fracionária (BARBOSA, 2005). Mandelbrot denominou esses objetos de fractais baseando-se na palavra *fractus*, adjetivo do latim, do verbo *frangere* que corresponde a quebrar, fragmentar.

Um fractal possui suas partes semelhantes ao conjunto como um todo, de forma exata ou aproximada, e isso é chamado de autossimilaridade (BARBOSA, 2005). A autossimilaridade exata é possível mediante instrumentos de desenho como o lápis, compasso, régua e esquadro, ou por meio de softwares de geometria dinâmica. Tomemos como exemplo a construção do fractal Triângulo de Sierpinski feita no GeoGebra conforme mostra a figura a seguir.

Figura 3.

Triângulo de Sierpinski (Os autores, 2022)



Em relação à noção de autossimilaridade aproximada, em que os padrões não se repetem com exatidão, podemos observar esses aspectos em elementos presentes na natureza, tais como brócolis e samambaia. O ramo da samambaia é semelhante a folha da samambaia que por sua vez é semelhante a samambaia como um todo, consistindo em uma forma de autossimilaridade aproximada.

Outra característica é a complexidade infinita, ela é expressa através do processo gerador dos fractais, podendo ser recursivo ou iterativo (BARBOSA, 2005). Em um fractal podemos realizar um número infinito de iterações e nunca obteremos a imagem final desse fractal. O fractal será a figura limite do seu processo gerador, e vale ressaltar que esses objetos geométricos não perdem a sua definição formal à medida que são ampliados, mantendo a estrutura idêntica à original.

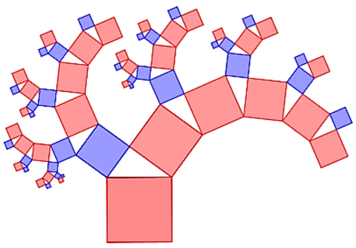
Já a dimensão de um fractal não é necessariamente um número inteiro, ela representa o grau de ocupação do fractal no espaço e está ligada ao grau de irregularidade ou fragmentação (BARBOSA, 2005).

A Árvore Pitagórica

O fractal Árvore Pitagórica consiste inicialmente em um triângulo retângulo cujos catetos e hipotenusa são dados pelo terno pitagórico fundamental (Figura 4). A partir da hipotenusa e dos catetos são construídos os quadrados que formam o fractal. O quadrado da hipotenusa é o tronco inicial e os quadrados dos catetos constituem o iniciador-gerador[1023].

Figura 4.

Árvore Pitagórica Fundamental (Os autores, 2022)

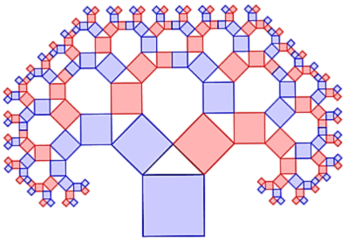


Para cada nova etapa são construídos sobre o lado de cada quadrado oposto ao respectivo cateto novos triângulos semelhantes ao inicial, tendo por hipotenusa justamente esse lado. A cada nova iteração, cada cateto se transforma em hipotenusa. Fractais de árvores pitagóricas podem variar o triângulo inicial, um exemplo é com um triângulo retângulo isósceles, conforme ilustra imagem a seguir.

Figura 5.

Árvore Pitagórica com triângulo retângulo isósceles (Os autores, 2022)

[1023] De acordo com Barbosa (2005) entende-se como iniciador-gerador o modelo gerador para todas as novas partes.



Para a realização do Curso de Extensão optamos por construir a Árvore Pitagórica com triângulo retângulo isósceles.

Percurso metodológico e desenvolvimento

Nesta seção, relatamos aspectos relacionados à uma experiência de um Curso de Extensão da construção do fractal Árvore Pitagórica utilizando o GeoGebra Classroom. Tal oficina foi realizada no dia 01 de dezembro de 2021 com 8 estudantes do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Paraná, campus de União da Vitória. A experiência ocorreu de forma remota, em virtude da suspensão das atividades presenciais das universidades estaduais do estado do Paraná em razão da pandemia da Covid-19. Foram utilizadas as plataformas GeoGebra Classroom, Google Forms e Google Meet.

Para a preparação e realização da oficina, os autores deste trabalho formaram uma equipe composta por oito integrantes contando com mais três professoras e três estudantes da graduação. Os integrantes da equipe do Curso de Extensão ficaram responsáveis por realizar intervenções de maneira a conduzir os cursistas a refletirem sobre suas ações quanto à utilização do GeoGebra Classroom e à resolução das tarefas matemáticas.

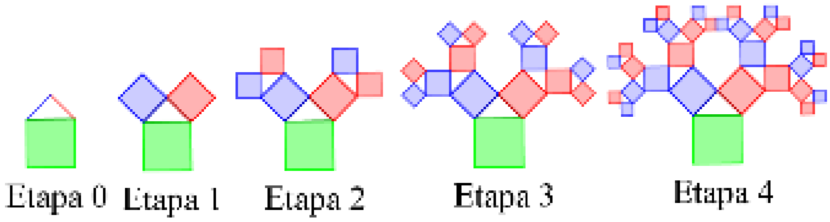
Para a inscrição no Curso de Extensão foi disponibilizado um formulário do Google Forms aos estudantes da graduação. Os inscritos receberam por e-mail *links* de acesso à sala de aula do GeoGebra Classroom e à reunião no Google Meet. No início da oficina, a segunda autora deste trabalho realizou uma breve apresentação em slides sobre noções fundamentais da Geometria dos Fractais. Em seguida, enviamos por e-mail um tutorial da construção, considerando que os estudantes poderiam consultar esse material como um auxílio.

Após, iniciou-se a construção do fractal Árvore Pitagórica no GeoGebra Classroom. O *applet* utilizado no Curso de Extensão foi o GeoGebra Calculadora Gráfica. A opção por utilizar a Calculadora Gráfica foi pela possibilidade de os cursistas acessarem diversas categorias de ferramentas, acompanharem elementos na janela de álgebra e criarem novos objetos na janela gráfica.

A construção do fractal Árvore Pitagórica aconteceu em etapas e ao final de cada uma, os participantes responderam a tarefa correspondente àquela etapa. Podemos tomar como exemplo a construção até a *Etapa 4*, conforme mostra a Figura 6:

Figura 6.

Construção da Árvore Pitagórica até a Etapa 4 (Os autores, 2022)



Os cursistas construíram o triângulo retângulo inicial e o tronco da Árvore Pitagórica, em seguida, responderam a tarefa correspondente a essa etapa. De forma geral, as tarefas tinham os seguintes objetivos: 1) Encontrar a quantidade de quadrados construídos na etapa; 2) Encontrar a quantidade total de quadrados na etapa; 3) Encontrar a medida do lado do quadrado construído na etapa; 4) Encontrar a medida do perímetro dos quadrados construídos na etapa; 5) Encontrar a medida da área dos quadrados construídos na etapa; e 6) Encontrar a medida da área total da figura na etapa.

Os cursistas tiveram entre 5 e 10 minutos para enviarem as respostas por meio de um formulário do Google. Após o envio das respostas, o formulário era travado para não aceitar mais envios e ficava disponível apenas na próxima tarefa.

As questões se repetiram para as próximas etapas de construção do fractal até a Etapa 4. Ao final de cada etapa e envio das repostas, realizamos uma formalização das respostas da respectiva tarefa. Para isso, duas professoras da equipe revezaram a apresentação e explicação de cada resolução. No momento da formalização os estudantes foram questionados sobre as respostas apresentadas e incentivados a explicarem o raciocínio utilizado. Entretanto, os participantes apresentaram um comportamento tímido durante o desenvolvimento do Curso de

Extensão e nenhum deles abriu a câmera. Apenas três estudantes ligaram o microfone para falar a respeito das soluções obtidas, os demais utilizaram o chat para interagir.

Após a exploração da Etapa 4, realizamos uma generalização para a quantidade de quadrados, o perímetro e a área da Árvore Pitagórica em uma Etapa *n*, chegando à construção da seguinte tabela:

Figura 7.

Generalização das etapas da Árvore Pitagórica (Os autores, 2022)

Etapa	Nº de quadrados construídos em cada etapa	Nº total de quadrados em cada etapa	Medida do lado de cada quadrado construído (cm)	Medida do perímetro de cada quadrado construído (cm)	Medida da área de cada quadrado construído(cm2)	Medida total da área da figura em cada etapa (cm2)
0	1	1	1 cm	4 cm	1 cm²	1 cm²
1	2	3	$\frac{\sqrt{2}}{2}$ cm	$2\sqrt{2}$ cm	$\frac{1}{2}$ cm²	2 cm²
2	4	7	$\frac{1}{2}$ cm	2 cm	$\frac{1}{4}$ cm²	3 cm²
3	8	15	$\frac{\sqrt{2}}{4}$ cm	$\sqrt{2}$ cm	$\frac{1}{8}$ cm²	4 cm²
4	16	31	$\frac{1}{4}$ cm	1 cm	$\frac{1}{16}$ cm²	5 cm²
:	:	:	:	:	:	:
N	2^n	$2^{n+1}-1$	$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n$	$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n \times 4$	$\frac{1}{2^n}$	$n+1$

Durante o desenvolvimento da oficina foi possível observar, por intermédio do recurso de visão geral da sala do GeoGebra Classroom, as tentativas de construção da Árvore Pitagórica pelos estudantes quando eles apagavam os objetos construídos e refaziam as etapas.

Por fim, após a conclusão da oficina, os participantes responderam a um formulário com questionamentos relacionados à utilização do GeoGebra, manuseio do software, conhecimentos a respeito da Geometria dos Fractais, pontos positivos e negativos do Curso de Extensão, e possíveis aprendizados. Esse formulário teve como finalidade evidenciar elementos que poderiam contribuir com a análise e aperfeiçoamento do Curso de Extensão.

Considerações finais

Analisando a experiência do Curso de Extensão, podemos concluir que o curso evidenciou que nem todos os participantes conheciam o GeoGebra, porém, aqueles que já conheciam o software, alegaram que conheceram por intermédio de professores da graduação e que utilizaram durante situações do curso de licenciatura, seja em aulas das disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral ou Geometria, seja em atividades do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência, seja em outros minicursos.

No que se refere aos estudantes que conheceram o GeoGebra apenas na oficina, os mesmos informaram que ficaram surpresos com a quantidade de ferramentas disponíveis para a realização de cálculos e construções. Em vista disso, cabe destacar que todos os participantes mencionaram que o Curso de Extensão proporcionou aprendizado acerca do GeoGebra, bem como, novas alternativas e perspectivas de utilização do software. Evidenciamos, ainda, que seis aprendizes tiveram dificuldade em compreender a interface do GeoGebra.

Sobre conhecer a Geometria dos Fractais, quatro participantes afirmaram nunca ter ouvido falar do assunto e os outros quatro conhecem o tema de forma superficial. E quando questionados como conheceram a Geometria dos Fractais, os estudantes relataram que foi mediante conversas com amigos e professores, em disciplinas da graduação, por curiosidade, e durante a Educação Básica.

Ademais, dentre várias noções novas que não conhecia de Geometria Fractal, um participante salientou que mesmo o curso não sendo destinado aos conceitos de Geometria Fractal, as breves explicações da professora sobre o assunto o deixaram curioso para buscar mais sobre o assunto. Tal como, em suas palavras, entendeu questões que envolvem a Árvore Pitagórica e cálculos possíveis de desenvolver em uma análise de fractal.

Outros pontos do Curso de Extensão destacados pelos participantes foram a abordagem dinâmica, clara e objetiva para a socialização e compartilhamento de ideias e métodos durante o desenvolvimento da oficina e a possibilidade de o estudante conhecer assuntos que não são discutidos em sala de aula. Além disso, a oficina proporcionou o trabalho com diversos assuntos da aritmética e da álgebra, por meio da exploração do fractal Árvore Pitagórica.

Referências

BARBOSA, R. M. **Descobrindo a Geometria Fractal:** para a sala de aula. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2005, 160p.

GEOGEBRA. **O GeoGebra**. Disponível em: https://www.geogebra.org/. Acesso em: 26 jan. 2022.

PAISAGISMO DIGITAL. **Samambaia**. 2015. Disponível em: https://paisagismodigital.com/noticias/?id=plantas-matematicas:-os-fractais-na-natureza-|-paisagismo-digital&in=439. Acesso: 26 jan. 2022.

PIXABAY. **Brócolis Espiral Fractal**. 2017. Disponível em: https://pixabay.com/pt/illustrations/br%C3%B3colis-espiral-fractal-formas-1981549/. Acesso: 26 jan. 2022.

VALENTE, J. A. Usos do Computador na Educação. In: VALENTE, J. A. (Org) **Liberando a Mente**: Computadores na Educação Especial. Campinas, SP: UNICAMP, p. 16-31, 1991.

VALENTE, J. A. Mudanças na sociedade, mudanças na Educação: o fazer e o compreender. In: VALENTE, J. A. (Org) **O computador na sociedade do conhecimento**. Campinas, SP: UNICAMP/NIED, p. 31-43, 1999.

Desafios de Lógica e Equações Lógicas como auxiliares no aperfeiçoamento doraciocínio lógico e raciocínio matemático: um estudo de caso

Logic Challenges and Logical Equations as aids in improving logical reasoning and mathematical reasoning: a case study

Retos lógicos y ecuaciones lógicas como ayudas para mejorar el razonamientológico y el razonamiento matemático: un estudio de caso

Marlon Augusto das Chagas Barros[1024]
Universidade Federal do Pará
0000-0002-3114-3771

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Tecnologia digital e outros recursos para o ensino e aprendizagemda matemática

Resumo

A utilização de atividades lúdicas como auxiliares para o aperfeiçoamento do raciocínio lógico e raciocínio matemático pode ser uma medida que pode contribuir para amenizar dificuldades no ensino e aprendizagem de matemática. Portanto, este trabalho, que constitui um estudo de caso, tem o objetivo de investigar as contribuições da utilização das tarefas intituladas “Desafios de Lógica” e “Equações Lógicas”, que estão presentes no site GENIOL, como ferramentas auxiliares no aperfeiçoamento do raciocínio lógico eda aprendizagem acerca de monômios e polinômios nas turmas de 7° e 8° ano de uma escola pública em Belém do Pará. Os dados foram obtidos por meio da observação individual, anotações e registros visuais. Os resultados obtidos apontam um melhoramento na capacidade de articulação dos pensamentos e resolução e compreensãode problemas envolvendo monômios e polinômios, explicitando a necessidade de mais pesquisas acerca desta temática a fim de apresentar, de maneira geral e precisa, as contribuições que estas e outras atividades lúdicas podem oferecer para o melhoramentono processo de ensino e aprendizagem de matemática.

Palavras-chave: GENIOL, Raciocínio Lógico, Equações Lógicas, Desafios de Lógica, Ensino de Matemática.

Abstract

The use of ludic activities as aids to the improvement of logical reasoning and mathematical reasoning may be a measure that can contribute to ease difficulties in teaching and learning mathematics. Therefore, this work, which is a case study, aims to investigate the contributions of using the tasks called "Logic Challenges" and "Logical Equations", which are

[1024] marlonbarros009@gmail.com

present on the GENIOL website, as auxiliary tools to improve logical thinking and learning about monomials and polynomials in 7th and 8th grade classes of a public school in Belém, Pará. The data was obtained through individual observation, notes and visual records. The results obtained point to an improvement in the ability to articulate thoughts and solve and understand problems involving monomialsand polynomials, explaining the need for further research on this topic in order to present,in a general and precise manner, the contributions that these and other playful activities can offer to improve the process of teaching and learning mathematics.

Keywords: GENIOL, Logic Challenges, Logical Equations, MathematicsTeaching, Logical Reasoning.

Resumen

El uso de actividades lúdicas como ayuda para la mejora del razonamiento lógico y el razonamiento matemático puede ser una medida que contribuya a paliar las dificultades en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Por lo tanto, este trabajo,que es un estudio de caso, tiene como objetivo investigar las contribuciones del uso de las tareas llamadas "Desafíos Lógicos" y "Ecuaciones Lógicas", que están presentes en el sitio web GENIOL, como herramientas auxiliares para mejorar el razonamiento lógico yel aprendizaje de los monomios y polinomios en las clases de 7º y 8º grado de una escuelapública en Belém do Pará. Los datos se obtuvieron mediante la observación individual, las notas y los registros visuales. Los resultados obtenidos indican una mejora en la capacidad de articulación de pensamientos y de resolución y comprensión de problemas que involucran monomios y polinomios, explicando la necesidad de seguir investigandosobre este tema para presentar, de manera general y precisa, los aportes que estas y otrasactividades lúdicas pueden ofrecer para la mejora del proceso de enseñanza y aprendizajede las matemáticas.

Palabras clave: Geniol, Razonamiento lógico, Ecuaciones lógicas, Desafíos lógicos, Enseñanza de las matemáticas.

Introdução

A matemática é uma área extremamente importante para a compreensão de diversos conceitos presentes na sociedade e para o exercício da cidadania. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que é o documento normativo que define oconjunto de aprendizagens essenciais que os alunos devem desenvolver ao longo da educação básica, explicita a importância da matemática ser estudada, dizendo que:

> A Matemática não se restringe apenas à quantificação de fenômenos determinísticos – contagem, medição de objetos, grandezas – e das técnicas decálculo com os números e com as grandezas, pois também estuda a incerteza proveniente de fenômenos de caráter aleatório. A Matemática cria sistemas abstratos, que organizam e inter-relacionam fenômenos do espaço, do movimento, das formas e dos números, associados ou não a fenômenos do mundo físico. Esses sistemas contêm ideias e

> objetos que são fundamentais para a compreensão de fenômenos, a construção de representações significativas e argumentações consistentes nos mais variados contextos. (BRASIL, 2018, p. 265).

Nesse sentido, a matemática é essencial para o desenvolvimento humano. Entretanto, na atualidade, o ensino de matemática, no Brasil, está passando por fragilidades. Segundo o Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP, 2020), o Programa Internacional de Avaliação de Alunos (PISA) apontou, em sua última edição, a baixa proficiência dos alunos da educação básica brasileira em matemática, ciências e leitura. Logo, faz-se importante e relevante refletir sobre as dificuldades no processo de ensino-aprendizagem de matemática e abordagens que visem contribuir para amenizar estas dificuldades, como, por exemplo, a utilização de tecnologias digitais, objetos manipuláveis e jogos.

As pesquisas de Silva e Luna (2019) e Kramm (2014), realizadas no ensino fundamental, apresentam a relação entre o raciocínio lógico e o raciocínio matemático, explicitando que ambos podem se auxiliar na construção de aprendizagens efetivas. Alémdisso, Grando (2001) apresenta algumas vantagens na utilização de jogos na educação matemática, como, por exemplo, o desenvolvimento da criatividade, senso crítico, fator motivador e (re)significação dos conceitos aprendidos de forma motivadora para o estudante. Ademais, Hakuk (2022) explicita, em seu trabalho, que os jogos podem ser auxiliares no desenvolvimento do raciocínio lógico. Assim, a utilização de jogos pode auxiliar no desenvolvimento do raciocínio e de outros processos cognitivos, como o pensamento e memória, explicitando a necessidade de pesquisas que analisem quais recursos podem, de maneira efetiva, auxiliar na construção do raciocínio logico, e suas limitações e possibilidades, visando, desta forma, contribuir para a criação de bases cognitivas para a abstração de conceitos matemáticos, isto é, desenvolvendo o raciocíniologico a fim de auxiliar na aprendizagem matemática.

Portanto, este trabalho tem o objetivo de investigar as possíveis contribuições dastarefas intituladas "Equações Lógicas" e "Desafios de Lógica", que estão presentes no site Geniol, para o desenvolvimento do raciocínio lógico e para a aprendizagem acerca do conteúdo de monômios e polinômios nas turmas de 7° e 8° ano de uma escola públicaem Belém do Pará. Além disso, este trabalho busca explicitar a importância da utilizaçãode recursos alternativos no processo de ensino e aprendizagem de matemática a fim de promover experiências enriquecedoras de aprendizagem, que possam amenizar asfragilidades presentes no cenário educacional.

Referencial teórico

Segundo Vasconcelos (2002), o raciocínio comporta um conjunto de ações cognitivas e parte de um diálogo que se estabelece em uma situação didática. Alguns exemplos do uso do raciocínio são: reconhecer algo que está sendo questionado, elaborarconjecturas, analisar algo com profundidade, estabelecer rigor por meio de abstrações, argumentar, exemplificar e problematizar (VASCONCELOS, 2002). Nessa perspectiva, o raciocínio é extremamente importante para o convívio social, pois permite que o indivíduo reflita e questione sobre os elementos presentes em sua vida, possibilitando o processo de abstração de conhecimentos existentes e novos. Além disso, a autora prossegue comentando que a lógica:

> Consiste na coordenação de relações abstraídas pelos indivíduos, através de sua ação sobre os objetos, que implica uma construção mental, uma abstração de relações (abstração simples e abstração reflexiva), que atuam de modo indissociável. Na perspectiva piagetiana a lógica é um processo resultante da formação contínua de esquemas produzidos através da adaptação (assimilaçãoe acomodação) e organização. A lógica, no estágio do pensamento lógico- formal, recai sobre as hipóteses e não mais somente sobre os objetos. O raciocínio hipotético-dedutivo torna-se possível e, com ele, a constituição de uma lógica formal aplicável a qualquer conteúdo. (VASCONCELOS, 2002, p.20-21).

Seguindo essa premissa, a lógica e o raciocínio são processos complexos e importantes para as relações de ensino e aprendizagem, pois, estão, diretamente, relacionados com a forma como os aprendizes lidam com as informações que estão recebendo nas aulas. Da Silva e Kamphorst (2015) atribuem que:

> Neste contexto, é de fundamental importância que o professor não foque seu trabalho apenas em conteúdos programáticos. O professor precisa se desacomodar e procurar se munir de diferentes possibilidades e recursos didáticos que favoreçam o desenvolvimento de habilidades, como a autoconfiança, a criatividade e a concentração, visando desenvolver também oraciocínio lógico dos seus alunos. (DA SILVA; KAMPHRORST, 2015, p. 18).

Logo, é importante que o docente busque recursos alternativos, como jogos, materiais manipuláveis, tecnologias digitais e outros recursos que possam auxiliar no desenvolvimento do raciocínio lógico, contribuindo para amenizar as dificuldades, que são apresentadas pelos alunos, no entendimento de conceitos matemáticos (ZANELLA; ROCHA, 2020). Assim, acreditamos, em concordância com Queiroga (2012), que estimular e aprimorar o raciocínio logico e o raciocínio matemático dos alunos possa serum importante diferencial para auxiliar na compreensão acerca de conceitos matemáticos,isto é, reduzindo as dificuldades de abstração e possibilitando uma melhor organização na resolução de atividades, e a reflexão crítica acerca de aspectos presentes no meio social.

Ademais, a BNCC, em sua segunda competência geral, diz ser necessário:

> Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas. (BRASIL, 2018. p. 9).

O documento também explicita a importância do raciocínio lógico em sua segunda competência especifica de matemática, que ser necessário "Desenvolver oraciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo." (BRASIL, 2018, p. 267). A partir das considerações apresentadas no documento, observa-se que o estimulo ao uso do raciocínio lógico se faz importante nos ambientes escolares, sendo base para a construção questionamentos, análise crítica e busca por soluções criativas e inovadoras. Sobre esta ótica, uma abordagem com atividades lúdicas,como jogos, pode auxiliar no desenvolvimento desta competência, exercitando a curiosidade intelectual, imaginação, resolução de problemas e a criatividade.

Assim, "no âmbito escolar contemporâneo, a ludicidade apresenta-se de forma mais propícia para o desenvolvimento de crianças e adolescentes, pois o brincar lhe é inerente e deve ser aproveitado em benefício de sua formação." (MOTA; ANDRADE, 2017, p. 44). Portanto, a utilização de atividades lúdicas pode ser uma estratégia que desperte a atenção e o interesse dos discentes, contribuindo para que estes aprendam enquanto se divertem.

Acerca do raciocínio matemático, Pontes, Quaresma e Mata-Pereira (2020, p. 7) comentam que:

> O raciocínio não é exclusivo da Matemática. Existe em todos os domínios do conhecimento bem como na vida do dia-a-dia. Há alguns aspetos, no entanto, que são caraterísticos da Matemática. Desde logo, há a referir a importância do raciocínio dedutivo, muitas vezes também referido como raciocínio lógico ouraciocínio lógico-dedutivo, que ocupa um lugar fundamental nesta ciência. Em Matemática, assumimos um conjunto de afirmações como verdadeiras (axiomas ou postulados) e assumimos um conjunto de regras de inferência, para obter novas afirmações verdadeiras (teoremas).

Além disso, o autor enfatiza que, embora o raciocínio dedutivo seja o mais explorado em matemática, os raciocínios indutivos e abdutivos podem ser complementares para a construção do conhecimento matemático. "Assim, é de grande importância saber como pode o professor, na sala de aula de Matemática, contribuir para que os alunos desenvolvam a capacidade de raciocínio nas suas diversas formas." (PONTES; QUARESMA; MATA-

PEREIRA, 2020, p. 8). Desta forma, é de suma importância que o docente busque estratégias que permitam que o discente compreendae reflita acerca do que está sendo ensinado. Logo, faz-se importante a construção de basescognitivas sólidas, que possibilitem as articulações entre conhecimentos anteriores e posteriores, isto é, que favoreçam o raciocínio matemático.

Procedimentos metodológicos

Esta pesquisa exploratória, que constitui um estudo de caso, que, segundo Severino (2017), caracteriza-se por uma pesquisa que se concentra no estudo de um casoparticular considerado representativo por um conjunto de casos análogos. A realização dapesquisa ocorreu em uma escola pública situada em Belém do Pará, em que o autor atuavacomo estagiário.

A coleta de dados se deu através da observação, que, segundo Marconi e Lakatos(2003), apresenta vantagens, como possibilitar meios diretos e satisfatórios de estudar uma ampla variedade de fenômenos e permitir a evidência de dados não constantes do roteiro de entrevistas ou de questionários. Além disso, a coleta de dados se deu, também,por meio de anotações acerca dos desempenhos e ação dos discentes e registros fotográficos.

Primeiramente, o Geniol, que é um site que apresenta jogos e passatempos para exercitar e aperfeiçoar o raciocínio lógico, foi explorado a fim de se escolher as tarefas que seriam utilizadas nas turmas de 7° e 8° ano da escola. As primeiras tarefas escolhidasforam os desafios de lógica, que são separados em 5 níveis: muito fácil, fácil, médio, difícil e muito difícil. Os desafios consistem em analisar as pistas e, com base nelas, fazerdeduções para chegar nas repostas corretas. Vale ressaltar que a atividade apresenta umatabela para auxiliar o jogador, e apresenta a possibilidade de ser impresso para ser aplicado nos ambientes de ensino-aprendizagem. Esta tarefa foi escolhida pela importância de fazer deduções com a finalidade de estabelecer relações entre as informações existentes para o descobrimento de informações implícitas, mostrando-se um jogo interessante para o exercício da curiosidade intelectual e para auxiliar no aperfeiçoamento do raciocínio dedutivo, que é importante para a matemática.

A segunda tarefa escolhida foi o jogo intitulado “Equações Lógicas”, que é um jogo cujo objetivo é atribuir valores na tabela de maneira que as restrições, que foram estabelecidas inicialmente, sejam respeitadas, ou seja, encontrar os valores que satisfazem, simultaneamente, todas as restrições estabelecidas. Cabe destacar que o jogoé dividido em níveis, que estão relacionados com a quantidade de elementos presentes natabela, tendo os níveis: 4x4, 5x5, 6x6, 7x7, 8x8 e 9x9. Este jogo foi escolhido com a finalidade de exercitar o raciocínio dedutivo na associação de diferentes restriçõesnuméricas e o senso investigativo dos discentes quanto ao conteúdo de monômios e polinômios, visando contribuir para melhorar o entendimento do conteúdo de equações do primeiro grau, que seria introduzido posteriormente, isto é, possibilitar a construção de bases cognitivas sólidas para a construção de novos conceitos, favorecendo, assim, o raciocínio matemático em conteúdos posteriores.

A pesquisa foi realizada nas turmas de 7° e 8° ano, que estavam acompanhando o conteúdo de desigualdades e monômios. A fim de incentivar o trabalho em equipe, que pode apresentar vantagens, como, por exemplo, a troca de ideias e debates, as turmas foram divididas em duas equipes para a realização das tarefas. As atividades de nível mais fácil foram, inicialmente, propostas com a intenção de se aumentar, gradativamente, o nível e realizar determinadas intervenções com explicações e dicas para auxiliar na compreensão das tarefas. Cabe destacar que as tarefas foram realizadas, em cada turma, durante uma aula de quarenta e cinco minutos, que foi cedida pela professora supervisora,e os discentes teriam cinco minutos para tentarem resolver as tarefas propostas.

Resultados e discussões

Inicialmente, nas turmas de 7° ano, observou-se a facilidade na resolução dos desafios de lógica de nível muito fácil e das equações lógicas de nível fácil, isto é, 4x4. Ao longo da aplicação, foi possível observar que os alunos debateram acerca de ideias para a solução das tarefas propostas, sendo um aspecto importante para o enriquecimento mútuo de suas ideias. Além disso, os discentes apresentaram interesse em desenvolver astarefas, sendo um fator de suma importância para que as possibilidades de aprendizagempossam ser explorar a partir daqueles recursos, como explicitado nas pesquisas de Da Silva e Kamphorst (2015) e Queiroga (2012).

Após a solução das tarefas de nível muito fácil, as tarefas de nível fácil foram aplicadas e os alunos sentiram dificuldades, fazendo com que houvesse a necessidade deintervenções a fim de auxilia-los na interpretação das tarefas. Após as intervenções, observou-se um melhoramento no desempenho das turmas quanto ao raciocínio naresolução das tarefas, resultando na resolução das tarefas propostas e de outras duas tarefas semelhantes.

Figura 1.

Registro de desenvolvimento das tarefas na turma do 7° ano

As turmas de 8° ano apresentaram facilidade nos desafios e equações lógicas de nível fácil e muito fácil, apresentando dificuldades nos desafios e equações de nível médio. Após as intervenções, observou-se um melhoramento da turma quanto a resoluçãodas tarefas de nível médio, resultando na resolução correta de outro desafio e equação lógica de nível médio e a construção das ideias iniciais para a resolução de um desafio denível difícil.

A partir das atividades realizadas, os alunos das turmas de 7° e 8° ano relataram que sentiram mais facilidade em organizar o raciocínio e fazer deduções com base em informações existentes. Além disso, relataram sentir mais facilidade na resolução de exercícios acerca de monômios e polinômios, representando um aspecto positivo para aconstrução de bases cognitivas para a aprendizagem e o raciocínio acerca de equações lineares, que seriam estudadas posteriormente. Cabe destacar, por fim, que a professora supervisora relatou, posteriormente, a melhora das turmas de 7° e 8° nas resoluções deexercícios acerca de monômios e polinômios e na compreensão acerca de desigualdades.Nessa perspectiva, as tarefas contribuíram, mesmo que parcialmente, para exercitar e estimular o raciocínio lógico dos alunos, possibilitando novas maneiras dearticular seus pensamentos quanto a resolução de uma determinada situação-problema, econtribuíram, também, para auxiliar na construção de bases sólidas para a compreensãodo conceito de equação do primeiro grau, explicitando a necessidade estudos maisaprofundados para a obtenção de resultados gerais acerca das contribuições destas e deoutras atividades lúdicas no processo de ensino e aprendizagem de matemática e para a construção do raciocínio lógico.

Conclusões

O processo de ensino-aprendizagem de matemática, na atualidade, apresenta fragilidades, explicitando a necessidade de reflexões e pesquisas sobre abordagens quepossam contribuir para melhorar a qualidade do ensino desta disciplina na educaçãobásica. Sendo assim, jogos, problemas, materiais manipuláveis e tecnologias digitaispodem ser estratégias interessantes para promover novas experiências de aprendizagem. A investigação realizada apresentou resultados positivos quanto ao aperfeiçoamento do raciocínio lógico e da aprendizagem acerca de monômios epolinômios, estando em concordância com as abordagens de Ponte, Quaresma e Mata-Pereira (2020) e Kramm (2014), e apresentando a necessidade de mais pesquisas a fim deexplicitar, de maneira geral e precisa, as contribuições que estas atividades podem oferecer para as relações entre professor, aluno e o saber matemático escolar.

Vale ressaltar que esta abordagem buscou contribuir para reflexões sobre atemática e sua importância para as relações de ensino-aprendizagem da atualidade, no quetange a disciplina de matemática. Além disso, espera-se que este trabalho colabore paraa construção de outras pesquisas que contemplem esta temática, que se mostra relevante,e incentive a utilização e investigação de recursos alternativos com a finalidade de auxiliarna diminuição das fragilidades presentes na educação atual de nosso país.

Por fim, é importante destacar que o site Geniol, que foi utilizado para a obtençãodas tarefas aplicadas neste trabalho, passa por constantes atualizações, adicionando novastarefas e, consequentemente, contribuindo para novas dinâmicas a fim de exercitar o raciocínio dos usuários. Ou seja, o site não apresenta uma quantidade estática de jogos epassatempos, havendo, ao longo do tempo, acréscimos para que as tarefas propostas não fiquem monótonas, representando uma ferramenta interessante para o aperfeiçoamento do raciocínio lógico e para a busca de possibilidades que possam ser incorporadas nos ambientes educacionais.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, 2018.

DA MOTA, Assislene Barros; ANDRADE, Keila Maria de Alencar Bastos. O lúdicocomo prática pedagógica no ensino da matemática. *Ensino da Matemática emDebate*, v. 4, n. 1, p. 37-51, 2017.

DA SILVA, Eula Paula Duarte; KAMPHORST, Carmo Henrique. A IMPORTÂNCIADOS JOGOS PARA O DESENVOLVIMENTO DO RACIOCÍNIO LÓGICO

NO ENSINO DE MATEMÁTICA. *MATEMÁTICA: Desafios e possibilidadespara a prática docente em matemática*, p. 16.

GRANDO, R. C. *O jogo na educação: aspectos didático-metodológicos do jogo naeducação matemática*. Unicamp, 2001.

HAKUK, Sara. *Jogos para o desenvolvimento do raciocínio lógico matemático*. Trabalhode conclusão de curso (Graduação) – Curso de licenciatura em matemática, Universidade Presbiteriana Mackenzie, 2022.

INEP. *Relatório Brasil no PISA 2018*. 2020. Brasília: INEP/ Ministério da Educação, 2020.

KRAMM, D. L. *Resolução de problemas: possíveis relações entre raciocínio lógico e desempenho em matemática***.** 2014. 398f. Dissertação (Mestrado em Educação: Psicologia da Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2014.

MARCONI, Marina de Andrade; LAKATOS, Eva Maria. *Fundamentos de metodologia científica*. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2003

PONTE, João Pedro da; QUARESMA, Marisa; MATA-PEREIRA, Joana. Como desenvolver o raciocínio matemático na sala de aula? *Educação e Matemática*,n. 156, p. 7-11, 2020.

QUEIROGA, Talita Lima. *Jogos de raciocínio lógico-matemático em alunos da Escola Fundamental II*. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo, 2012.

SEVERINO, Antônio Joaquim. *Metodologia do trabalho científico*. Cortez editora,2017.

SILVA, Simone de Oliveira Andrade; LUNA, Sérgio Vasconcelos de. Correlação entreo Raciocínio Lógico e o Raciocínio Matemático em Crianças

Escolarizadas. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, v. 33, p. 1047-1066,2019.

VASCONCELOS, M. C. *Um estudo sobre o incentivo e desenvolvimento do raciocíniológico dos alunos, através da estratégia de resolução de problemas*, 2002.

Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Universidade Federal deSanta Catarina, Florianópolis, 2002.

ZANELLA, Ana Claudia da Silva; ROCHA, Flavia Sucheck Mateus. Dificuldades na aprendizagem Matemática. *Caderno Intersaberes*, v. 9, n. 22, 2020.

Pensamento diferencial-com-GeoGebra e estudantes do Ensino Médio

Differential Thinking- with-GeoGebra and high school students

Pensamiento diferencial-con-GeoGebra y estudiantes de secundaria

Ana Rita Domingues[1025]
UNESP
0000-0002-4308-0261

Ricardo Scucuglia Rodrigues da Silva[1026]
UNESP
0000-0002-5810-2259

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Tecnologia digital e outros recursos para o ensino e aprendizagem da matemática

Resumo

Este artigo apresenta alguns embasamentos teóricos, análises e conclusões da pesquisa de Mestrado da primeira autora. O estudo é de cunho qualitativo e visa observar e compreender a manifestação de quatro aspectos do Pensamento Diferencial (PD) – Noção de limite e continuidade, Noção de infinitésimo, Conceito de integral definida e Concepção visual-geométrica – emergentes em um grupo de estudantes do Ensino Médioao pensar-com-GeoGebra atividades que envolvem a investigação da área de regiões limitadas por eixos e curvas e o cálculo do volume de regiões limitadas por superfícies planas e curvas. Foram realizadas sessões de experimentos de ensino com duplas de estudantes do Ensino Médio de uma escola pública estadual do interior de São Paulo. Parao desenvolvimento da pesquisa, foram elaboradas cinco atividades investigativas. Os procedimentos metodológicos de registro das sessões foram: filmagens do ambiente, captação de tela do computador e de *webcam* e os arquivos gerados pelos estudantes no GeoGebra. Os resultados da pesquisa indicam que o processo de pensar-com-GeoGebra oferece meios para o desenvolvimento de elementos investigativos, nos quais os estudantes elaboraram conjecturas, testando-as e (re)pensaram as estratégias de soluções utilizadas de maneira dinâmica. Quanto à emersão dos aspectos do PD, em particular, identificou-se indícios de que eles se complementam e manifestam-se em conjunto, atribuindo complexidade aos processos de pensamentos dos estudantes-com-tecnologias.

Palavras-chave: Pensamento Diferencial, GeoGebra, Ensino Médio, Educação Matemática.

[1025] ana.rita.domingues2@gmail.com
[1026] ricardo.scucuglia@unesp.br

Abstract

This article presents some theoretical foundations, analyzes and conclusions from the first author's Master's research. The study is qualitative and aims to observe and understand the manifestation of four aspects of Differential Thinking (PD) – Notion of limit and continuity, Notion of infinitesimal, Concept of definite integral and Visual-geometric conception – emerging in a group of high school students when they think-with- GeoGebra on activities that involve an investigation of the area of regions limited by axesand curves and the calculation of the volume of regions bounded by flat and curved surfaces. Teaching experiments were carried out with pairs of high school students froma state public school in the interior of São Paulo. For the development of the research, five investigative activities were elaborated. Methodological procedures for recording thesessions were: filming of the environment, capture of computer and webcam screens andfiles generated by students in GeoGebra. The results indicate that thinking-with- GeoGebra offers means for the development of investigative elements, in which the students elaborated conjectures, testing them and (re)thinking the solutions used in a dynamic way. As for the emergence of aspects of the DT, in particular, it was found thatthey complement each other and manifest themselves together, attributing complexity tothe thinking processes of students-with-technologies.

Keywords: Differential Thinking, GeoGebra, High school, Mathematics Education.

Resumen

Este artículo presenta algunos fundamentos teóricos, análisis y conclusiones de la investigación de maestría del primer autor. El estudio es cualitativo y tiene como objetivo observar y comprender la manifestación de cuatro aspectos del Pensamiento Diferencial(PD) – Noción de límite y continuidad, Noción de infinitesimal, Concepto de integral definida y Concepción visual-geométrica – surgiendo en un grupo de estudiantes de secundaria al pensar-com-GeoGebra actividades que implican investigar el área deregiones delimitadas por ejes y curvas y calcular el volumen de regiones delimitadas porsuperficies planas y curvas. Se realizaron sesiones de experimentos de enseñanza con parejas de estudiantes de secundaria de una escuela pública estadual del interior de São Paulo. Para el desarrollo de la investigación se elaboraron cinco actividades investigativas. Los procedimientos metodológicos para el registro de las sesiones fueron: filmar el entorno, capturar las pantallas de las computadoras y cámaras web y los archivosgenerados por los estudiantes en GeoGebra. Los resultados de la investigación indican que el proceso de pensar con GeoGebra ofrece medios para el desarrollo de elementos investigativos, en los que los estudiantes elaboran conjeturas, las contrastan y (re)pensanlas estrategias de solución utilizadas de forma dinámica. En cuanto al surgimiento de losaspectos del PD, en particular, se identificaron evidencias de que se complementan y se manifiestan juntos, atribuyéndole complejidad a los procesos de pensamiento de los estudiantes-con-tecnología.

Palabras clave: Pensamiento Diferencial, GeoGebra, Escuela secundaria, Educación Matemática.

Introdução

Quando o uso de tecnologias digitais é necessário no desenvolvimento de pesquisas ou mesmo em sala de aula, um dos principais pontos a considerar é qual delas permite uma conversação dialógica entre ela, o estudante e o professor/pesquisador, a fimde contribuir com o processo de ensino e aprendizagem. Diante desse momento de escolha, esse estudo optou em incorporar o *software* GeoGebra por sua facilidade de usoe linguagem, além de oferecer todos os recursos necessários para o desenvolvimento de atividades investigativas, permitindo principalmente a movimentação dos objetos criadosem seu ambiente de trabalho. O processo de **pensar-com-GeoGebra**[1027] estabelece uma aproximação entre investigação matemática e experimentação com tecnologias. Essa proposta permite um tipo diferente de investigação e a emersão de instâncias heurísticas a partir da exploração e visualização (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2018).

Embora o Cálculo Diferencial e Integral (CDI) seja ensinado nos cursos de Graduação, tem sido considerado pertinente ensinar seus conceitos, ideias e elementos também no Ensino Médio (PAGANI; ALLEVATO, 2014). Estudar o CDI é fundamentalmente diferente da Matemática que normalmente é apresentada na EducaçãoBásica. É dinâmico, aborda variação e movimento, bem como quantidades que tendem aoutras quantidades (STEWART, 2011). Por isso, considero que apresentá-lo aos estudantes do Ensino Médio é criar um cenário que permita a investigação de alguns de seus conceitos e elementos. Observar e estudar a manifestação das ideias e pensamentosdos estudantes é convergente com a proposta de voltar a atenção ao trajeto percorrido por eles durante o desenvolvimento de atividades investigativas e valorizar as diferentes maneiras de expressar o conhecimento sobre a Matemática.

Pensando na conversação dialógica, a combinação CDI e tecnologias digitais, nesse caso o GeoGebra, é significativamente relevante pois ambos se baseiam na visualização, variação e movimento e permitem o desenvolvimento de explorações e investigações.

[1027] Os autores esclarecem que "o uso de hifens na expressão, que conecta os atores humanos e não-humanos,busca enfatizar que tecnologias não são neutras ao pensamento, que a produção de conhecimento matemático é condicionada pela mídia utilizada" (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2018, p.44).

Desse modo, a pesquisa em questão tem como objetivo investigar aspectos do Pensamento Diferencial (PD) emergentes em um grupo de estudantes do Ensino Médio ao pensar-com-GeoGebra atividades que envolvem a investigação da área de regiões limitadas por eixos e curvas e o cálculo de volume de regiões limitadas por superfícies planas e curvas. Em se tratando da pergunta norteadora, a pesquisa busca responder o seguinte questionamento: "*Quais aspectos do PD e do pensar-com-GeoGebra emergem quando estudantes do Ensino Médio investigam atividades sobre cálculo de áreas evolumes.*[1028]

A seguir, o PD é apresentado, assim como algumas considerações e estruturas de determinados aspectos que o compõe.

Pensamento Diferencial

O CDI está presente na grade de disciplinas de diversos cursos de graduação, masnão há uma definição explícita e consensual de PD entre os pesquisadores da área. Visitando os livros *Um curso de cálculo: volume 1* (GUIDORIZZI, 2007) e *Cálculo: volume 1* (STEWART, 2011) observa-se que os assuntos abordados, de modo geral, são:números reais, funções, limite e continuidade, derivadas, integrais e equações diferenciaisordinárias. Assim, nesta pesquisa, o PD é baseado na tese de Sad (1998) e associado a ideia de pensar-cálculo e, por envolver estudantes do Ensino Médio e uma abordagem intuitiva (sem definição formal ou qualquer tipo de estruturação específica) para as atividades estudadas, está conceituado enquanto um tipo de Pensamento Matemático (PM) estruturado pelos seguintes aspectos[1029]:

- ***Noção de limite e continuidade*** - Quando há manifestação de raciocínios e conclusões envolvendo um processo de aproximação a um valor máximo ou mínimo, apresentando uniformidade nos elementos de investigação construídos.
- ***Noção de infinitésimo*** - Quando há a manifestação de ideias relacionadasà redução no tamanho de uma medida até que ela fique o mais pequena possível, mas sem se anular. Essa redução implica no aumento de repartições de um intervalo ou no número de lados de um polígono (inscrito e/ou circunscrito), por exemplo.
- ***Conceito de integral definida*** - Quando há a manifestação de propostas envolvendo o cálculo

[1028] Este artigo tem por base a Dissertação de Mestrado de Ana Rita Domingues, junto ao programa de Pós-Graduação em Ensino e Processos Formativos da UNESP – Campus de São José do Rio Preto – SP, 2021.
[1029] Nova categorização feita pela autora para alguns aspectos do PD e que foi inspirada pelas estipulações locais em núcleos de Campo Semântico definidas e caracterizadas por Sad (1998).

de área e/ou volume por meio de intervalos bem definidos.

- ***Concepção visual-geométrica*** - Quando há a manifestação de construçãode figuras planas e/ou espaciais, bem como a análise de figuras para a manifestação de raciocínios e conclusões.

É válido ressaltar que duas ou mais pessoas podem, em uma mesma atividade, fazer a leitura do enunciado e sugerir/exibir determinada resolução, produzindo significados diferentes ou não. Ou seja, trata-se de como o pensamento se manifesta (SAD, 2000).

Metodologia

Voltando a atenção ao objetivo – investigar aspectos do PD emergentes em um grupo de estudantes do Ensino Médio ao pensar-com-GeoGebra atividades que envolvem a investigação de área de regiões limitadas por eixos e curvas e o cálculo do volume de regiões limitadas por superfícies planas e curvas – e a pergunta norteadora deste trabalho – Quais aspectos do PD e do pensar-com-GeoGebra emergem quando estudantes do Ensino Médio investigam atividades sobre o cálculo de áreas e volumes? – é possível perceber que, de fato, toda a pesquisa está relacionada ao estudo epistemológico de um fenômeno, não a quantidade de vezes que ele se apresenta. Desse modo, a metodologia de pesquisa que corresponde à proposta apresentada é a de pesquisa qualitativa.

Produção de dados

A produção de dados foi dividida em duas sessões de ensino (STEFFE; THOMPSON, 2000) e contou com 11 estudantes, que se dividiram em 5 duplas e 1 individual, segundo o agrupamento: 2 duplas com estudantes da 1ª série; 1 dupla e 1 individual com estudantes da 2ª série; duas duplas com estudantes da 3ª série. Cada sessãode ensino contemplou uma dupla por vez e aconteceu em diferentes dias da semana. As sessões de ensino foram realizadas nos meses de novembro e dezembro de 2019, na Escola Estadual Padre Cesare Toppino, na cidade de Lavínia-SP, onde atuo como professora.

As observações de todas as sessões de ensino foram registradas por meio de filmagens do ambiente e do *software* OBS Studio[1030]. Além disso, todas as construções feitasno s*oftware* GeoGebra pelos estudantes foram salvas separadamente, as quais serviram como registro da produção de dados.

A *sessão 1* de cada dupla tinha como objetivo investigar aproximações para o cálculo da área de regiões, conforme a elaboração: região limitada pela circunferência $x^2 + y^2 = 1$ (participantes da 1ª série do Ensino Médio); e região sob a parábola $y = x^2$,com $0 \leq x \leq 1$ (participantes da 2ª e 3ª série do Ensino Médio). Já a *sessão 2* de cada dupla dava sequência a investigação anterior, mas fazendo uso do ambiente 3D, e objetivava investigar aproximações para o cálculo do volume de sólidos de revolução, seguindo a proposta: determinação do volume da esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ (participantes da 1ª série do Ensino Médio); e do paraboloide obtido pela revolução em torno do eixo yda curva $y = x^2$, com $-1 \leq x \leq 1$, além da investigação das relações entre os volumes de um cilindro, um paraboloide e um cone de mesma base e altura (participantes da 2ª e 3ª série do Ensino Médio).

Em cada uma dessas sessões, os estudantes foram desafiados a pensar-com-GeoGebra[1031] (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2018), ou seja, foram desafiados a usar o GeoGebra para produzir conhecimentos e significados matemáticos por meio da exploração e investigação matemática, e elaboração e testes de conjecturas, alcançando ou não uma generalização de relação entre os elementos construídos ao longo da investigação.

A análise dos dados desta pesquisa teve início durante o desenvolvimento das sessões de experimento de ensino, uma vez que já era possível observar e constatar a manifestação de alguns aspectos do PD (*Noção de limite e continuidade*; *Noção de infinitésimo*; *Conceito de integral definida*; e/ou *Concepção visual-geométrica*) por partedos participantes da produção de dados desta pesquisa em alguns momentos da investigação como, por exemplo, na estratégia de buscar o valor de uma áreadesconhecida por comparação com áreas de figuras já conhecidas por eles.

[1030] *Software* gratuito que fornece captura de fonte e dispositivo em tempo real, composição de cena, codificação, gravação e transmissão ao vivo. Disponível em: <https://obsproject.com/pt-br/download>. Último acesso em: 28 abr. 2021.

[1031] A base teórica pensar-com-GeoGebra proposta por Borba, Scucuglia e Gadanidis (2018), enfatiza a influência que a mídia, incorporada no processo de ensino e aprendizagem, tem no pensamento dos seres humanos ao desenvolver atividades matemáticas.

A fim de validar as primeiras percepções da pesquisadora frente aos aspectos do PD emergentes na pesquisa e estudar detalhadamente todos os discursos e construções dos estudantes em cada uma das atividades propostas, os registros audiovisuais foram revistos com a frequência e os métodos adequados para concluir a transcrição dos diálogos e de alguns gestos realizados pelos participantes. Essas informações foram trabalhadas e codificadas em um quadro segundo o modelo analítico para estudar o desenvolvimento do pensamento matemático proposto por Powell, Francisco e Maher (2004). Os autores empregam uma sequência de sete fases interativas e não lineares, quesão: Observar atentamente aos dados do vídeo; Descrever os dados do vídeo; Identificareventos críticos; Transcrever; Codificar; Construir o enredo; Compor a narrativa.

Para essa pesquisa, os eventos críticos foram relacionados aos momentos nos quais os estudantes realizaram a construção (visual ou não) de alguma aproximação paraa área ou para o volume do objeto investigado. A narrativa é composta por um quadro representando os momentos de manifestação de algum aspecto do PD por parte dos estudantes.

Análise e discussão dos dados

As atividades *O problema da área*, *O problema do volume* e *A relação entre os volumes* (DOMINGUES, 2021) foram pensadas-com-GeoGebra e exploradas por duplasde estudantes da 3ª série do Ensino Médio. Nesse caso, a primeira atividade foi trabalhadaem uma sessão de ensino e as demais em outra.

A codificação utilizada neste trabalho segue a proposta apresentada por Barbosa (2019), que consiste na construção de diagramas estruturados por linhas e colunas. Para essa codificação, foram considerados apenas os momentos em que a dupla iniciou uma construção (visual ou não) e terminou de modo a validar alguma aproximação ao valor desejado.

Os aspectos do PD que são discutidos e evidenciados pelos dados desta pesquisa são: *Noção de limite e continuidade*; *Noção de infinitésimo*; *Conceito de integral definida*; *Concepção visual-geométrica* (DOMINGUES, 2021).

O problema da área e o Pensamento Diferencial-com-GeoGebra

Tal atividade foi selecionada para ilustrar a proposta e o desenvolvimento da pesquisa de Mestrado da qual este artigo faz referência. A sessão de ensino iniciou com um momento de familiarização com o GeoGebra. Em seguida, ocorreu um diálogo introdutório, no qual foi abordada a história da matemática e o cálculo de áreas feito pelascivilizações antigas, com foco em figuras limitadas por curvas e o uso do π. A atividade seguiu com a construção do ambiente de investigação (Figura 1) e a primeira exploraçãodo mesmo (Figura 2).

Figura 1.

Construção do ambiente de investigação (Domingues, 2021, p.118)

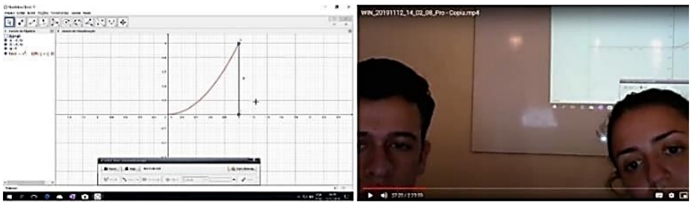
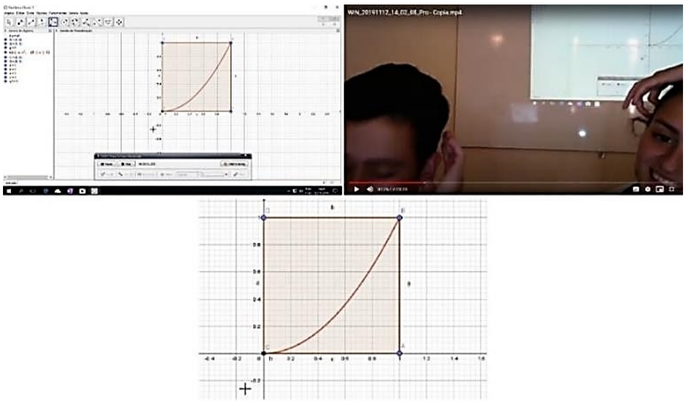


Figura 2.

Construção concluída - Aproximação área sob a curva da parábola: 1ª tentativa(Domingues, 2021, p.121)



Ao recorrer a construção do polígono e a análise do mesmo para a manifestação dos raciocínios e conclusões sobre a primeira aproximação à área desejada, é possível constatar a manifestação do aspecto do PD de ***Concepção visual-geométrica***. Astranscrições abaixo apresentam parte do diálogo que seguiu a construção acima.

Ana Rita*: E agora, qual será que é a área desse quadrado?*
Janaina: *Então, nós temos que é um, um... Um por um é um! [Matheus concorda com a Janaina, acenando com a cabeça]*
Ana Rita: *Isso... A área desse quadrado é um [...] Aí, olha pra região que nós queremos procurar o valor da área dela... Inicialmente, o que que vocês podem falar sobre essa área que nós queremos, comparado com a área desse quadrado, que é um?*
Janaina: *Ela é bem menor, né?*
Matheus: *É, ela não é nem metade, porque se fosse metade era pra tá aqui [passando o dedo sobre a tela e indicando a diagonal do quadrado] ... Então...*

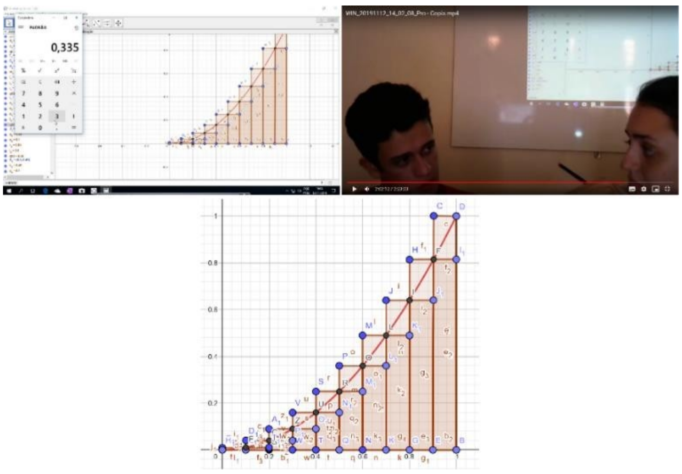
Matheus: *Quarenta por cento, né?...*
[...]
Janaina: *Um pouco menos da metade* [Matheus acena com a cabeça, concordando com Janaina]
Ana Rita: *Um pouco menos do que a metade! Então, ok! Pensando então nessa figura quadrado, ela acabou sendo uma boa aproximação pra trabalhar a área da região que a gente busca?*
Janaina: *Ahm... Mais ou menos...*
Matheus: *Sim, porque agora a gente tem uma noção, né?*

Nesse diálogo, que conclui a primeira construção visual realizada pela dupla no GeoGebra e que permitiu, pela experimentação com o GeoGebra, ou seja, pelo processode pensar-com-GeoGebra, estimar o valor da área desejada, é possível perceber osurgimento do aspecto do PD de ***Noção de Limite e continuidade*** onde, por aproximação, os estudantes manifestaram raciocínios e conclusões envolvendo um processo de aproximação a um valor máximo que pudesse ser associado a área da região investigada,apresentando uniformidade nos elementos de investigação construídos.

A dupla seguiu com mais seis tentativas de aproximação para calcular a área sob a curva da parábola, refletindo a partir de questionamentos emergentes entre os participantes em processos baseados no pensar-com-GeoGebra, muitas vezes mediados pela pesquisadora. Pensando-com-GeoGebra, os estudantes refinaram as construções decompondo a área desejada para determinar uma melhor aproximação. A Figura 3 ilustraa última tentativa construída pela dupla.

Figura 3.

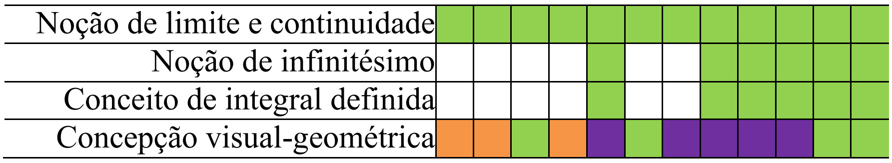
Construção concluída - Aproximação área sob a curva da parábola: 7ª tentativa(Domingues, 2021, p.127)



Ao todo, foram aproximadamente 50 minutos entre o início da 1ª tentativa e o desfecho da 7ª tentativa. Como é uma contagem de tempo muito alta, e as tentativas 5, 6e 7 seguem exatamente a mesma proposta da tentativa 4, além de apresentar a emersão dos mesmos aspectos do PD, o tempo decorrente da tentativa 1 a 4 foi transformado no diagrama apresentado na Figura 4, a seguir, o qual traz uma coluna para cada minuto de investigação dentre as tentativas selecionadas e destaca, em verde, os aspectos do PD quemanifestaram dentro de cada um desses minutos. A cor laranja, além de evidenciar a emersão do aspecto do PD, indica a troca de ferramenta (uso) no GeoGebra. Já a cor roxa,além de sinalizar tudo o que as outras cores representam, indica um tempo prolongado enão fixo de repetição de alguma ação feita pelos estudantes. Ou seja, as cores laranja e roxo evidenciam aspectos diversos que envolvem processos de se pensar-com-GeoGebra.

Figura 4.

Aspectos do PD que emergiram na exploração de "O problema da área": 1ª a 4ªtentativa de investigação (Domingues, 2021, p.130)



Verde: Emersão de aspecto do PD.

Laranja: Momento de troca de ferramenta (uso) no GeoGebra.

Roxo: 4 minutos trocando ferramentas e fazendo construções.

A partir do diagrama, construído a partir das gravações, construções e transcriçõesda sessão de experimento de ensino realizada, nota-se que a abordagem escolhida pela dupla (aproximação usando outras figuras planas) e pensada-com-GeoGebra torna constante a emersão dos aspectos do PD de ***Concepção visual-geométrica*** e de ***Noção de limite e continuidade***, uma vez que se fez presente em todas as etapas da investigação a manifestação de raciocínios e conclusões envolvendo a construção e análise de figuras planas (quadrados, triângulos e retângulos), além do processo de aproximação a um valormáximo que pudesse ser associado a área da região investigada. Os aspectos do PD de ***Noção de infinitésimo*** e de ***Conceito de integral definida*** emergiram simultaneamente em grande parte do tempo, quando os estudantes buscavam detalhar a investigação, reduzindo o tamanho de determinada medida até que ela ficasse o mais pequena possível,mas sem se anular, impactando no aumento de repartições aplicadas na área investigada. Desse modo os estudantes manifestaram algumas propostas envolvendo o cálculo por meio de intervalos bem definidos.

Considerações finais

Os aspectos de ***Noção de limite e continuidade*** e de ***Concepção visual- geométrica*** emergiram em todos os momentos de construção de objeto no GeoGebra, bemcomo nas análises e conclusões. Neste estudo, esses aspectos representaram a manifestação de raciocínios ligados às percepções geométricas básicas já observadas e trabalhadas pelos estudantes ao longo da vida pessoal e/ou escolar.

Os aspectos de ***Noção de infinitésimo*** e de ***Conceito de integral definida*** não se manifestaram em ideias iniciais e emergiram de modo mais pontual e específico dentro das investigações. Sempre surgindo diante dos outros dois, esses aspectos representaram o refinamento das ideias e conjecturas, envolvendo a ação de reduzir algo.

Neste estudo, o GeoGebra foi fundamentalmente importante na representação visual e movimentação dos objetos, uma vez que o *software* possibilitou a rápidaexecução das propostas de investigação feitas pelos estudantes e auxiliou na descoberta de novas relações e construções. O GeoGebra associado ao processo de ensino e aprendizagem mostrou-se um forte aliado ao desenvolvimento cognitivo de estudantes do Ensino Médio. Ele permitiu a produção de conhecimentos matemáticos relacionados a elementos do CDI, trazendo sutileza a conceitos que são apresentados e estudados no Ensino Superior. Diante disso, é possível concluir que o pensar-com-GeoGebrapotencializou a emersão dos aspectos do PD.

Referências

BARBOSA, L. M. *Aspectos do Pensamento Computacional na Construção de Fractais com o software GeoGebra*. 2019. 168f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas Universidade EstadualPaulista "Júlio de Mesquita Filho", Rio Claro, 2019.

BORBA, M. C.; SCUCUGLIA, R.; GADANIDIS, G. *Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática*: sala de aula e internet em movimento. 2. ed.; 1. reimp. Belo Horizonte: Autêntica, 2018.

DOMINGUES, A. R. *O pensamento diferencial-com-GeoGebra de estudantes do EnsinoMédio*. 2021. 178f. Dissertação (mestrado em Ensino e Processos Formativos) – Instituto de Biociências Letras e Ciências Exatas Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", São José do Rio Preto, 2021.

GUIDORIZZI, H. L. *Um curso de cálculo, volume 1*. 5. Ed.; 5. Reimp. Rio de Janeiro: LTC, 2007.

PAGANI, E. M. L.; ALLEVATO, N. S. G. Ensino e aprendizagem de cálculo diferenciale integral: um mapeamento de algumas teses e dissertações produzidas no Brasil. VIDYA, v.34, n.2, p.61-74, 2014.

POWELL, A. B.; FRANCISCO, J. M.; MAHER, C. A. Uma abordagem à Análise de Dados de Vídeo para investigar o desenvolvimento de ideias e raciocínios matemáticos de estudantes. *Bolema*, v.17, n.21, p.81-140, 2004.

SAD, L. A. *Cálculo Diferencial e Integral: uma abordagem epistemológica de alguns aspectos*. 1998. 371p. Tese (Doutorado em Ensino e Aprendizagem da Matemática e seus fundamentos Filosófico-Científicos). Rio Claro: IGCE - Cp. deRio Claro - UNESP, 1998.

SAD, L. A. *Uma abordagem epistemológica do cálculo*. CD – 23ª ANPEd, 2000.

STEFFE, L.; THOMPSON, P. W. Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements. *Research design in mathematics and science education*. Hillsdale, NJ, 2000.

STEWART, J. *Cálculo, volume I*. Tradução técnica Antonio Carlos Moretti, Antonio Carlos Gilli Martins. São Paulo: Cengage Learning, 2011.

Explorando a Geometria Plana com o GeoGebra Discovery

Exploring Plane Geometry with GeoGebra Discovery

Explorando la Geometría Plana con GeoGebra Discovery

Alexandre Matias Russo[1032]
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
0000-0002-6430-9141

Celina Aparecida Almeida Pereira Abar[1033]
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
0000-0002-6685-9956

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Tecnologia digital e outros recursos para o ensino e aprendizagem da matemática

Resumo

Esse trabalho é parte de um doutorado, em andamento, no contexto do ensino da geometria, mais precisamente no estudo de propriedades da geometria plana por meio de uma versão experimental do GeoGebra, denominada Discovery, que possui algumas Ferramentas de Raciocínio Automatizado (ART). O objetivo é identificar se há contribuições para o processo de aprendizagem da geometria de alunos do 9º ano do Ensino Fundamental e se as ferramentas disponíveis no Discovery permitem o desenvolvimento do pensamento geométrico, por meio de construções e conjecturas, transitando nos níveis propostos por van Hiele. Nesse trabalho, apoiado na metodologia *Design Research* é apresentado o desenvolvimento da exploração de uma atividade sobre circunferência e as reflexões apresentadas por uma dupla de alunos. Pode-se concluir que as ferramentas *Relação e Discover* do GeoGebra Discovery auxiliaram no processo de exploração, de verificação e de validação das conjecturas dos estudantes, apontando contribuições relevantes para o ensino-aprendizagem de propriedades da geometria plana.
Palavras-chave: Geometria plana, Níveis de van Hiele, GeoGebra Discovery.

Abstract

This work is part of a doctorate, in progress, in the context of the teaching of geometry more precisely in the study of properties of plane geometry through an experimental version of

1032 alexandremrusso@gmail.com
1033 abarcaap@pucsp.br

GeoGebra called Discovery, which it has some Automated Reasoning Tools (ART). The objective is to identify if there are contributions to the learning process of the geometry of 9th grade students and whether the tools available in Discovery allow the development of geometric thinking, through constructions and conjectures passing through the levels proposed by van Hiele. In this work, supported by the Design Research methodology, the development of the exploration is presented an activity on circumference and the reflections presented by a pair of students. It can be concluded that the Relation and Discover tools assisted in the process of exploration, verification and validation of student conjectures, pointing out relevant contributions to the teaching-learning of plane geometry properties.

Keywords: Plane Geometry, van Hiele levels, GeoGebra Discovery.

Resumen

Este trabajo forma parte de un doctorado, en curso, en el contexto de la enseñanza de la geometría, más precisamente en el estudio de las propiedades de la geometría plana a través de una versión experimental de GeoGebra, llamada Discovery, que cuenta con algunas Herramientas de Razonamiento Automatizado (ART). El objetivo es identificar si existen aportes al proceso de aprendizaje de la geometría de los estudiantes de 9º grado y si las herramientas disponibles en Discovery permiten el desarrollo del pensamiento geométrico, a través de construcciones y conjeturas que pasan por los niveles propuestos por van Hiele. En este trabajo, apoyado en la metodología Design Research, se presenta al desarrollo de la exploración de una actividad sobre la circunferencia y las reflexiones presentadas por un par de estudiantes. Se puede concluir que las herramientas Relación y Discover ayudaron en el proceso de exploración, verificación y validación de conjeturas de los estudiantes, señalando contribuciones relevantes a la enseñanza-aprendizaje de las propiedades de la geometría plana.

Palabras clave: Geometría Plana, Niveles de van Hiele, GeoGebra Discovery.

Introdução

O processo de ensino e aprendizagem da geometria, há anos, é apontado por pesquisadores como uma área da matemática que necessita de atenção, tanto por professores de matemática quanto por alunos do Ensino Fundamental, caracterizado por Frantz e Bisognin (2022) como um problema sistêmico. Segundo com as autoras, ao questionar um grupo de professores, participantes de uma pesquisa, sobre qual o conteúdo que apresentam dificuldade em ministrar, a geometria foi apontada como a mais complexa e a que mais os alunos demonstram dificuldades para criar relações entre o que estão aprendendo com o que já sabem.

As pesquisadoras observam que, atualmente, ainda ocorre o que já havia sido apontado por Pavanello (1993) sobre o ensino da geometria, como uma ocorrência mundial, ou seja, não se trata de um problema regional ou de um grupo de professores ou de alunos. (Frantz & Bisognin, 2022).

Frantz & Bisognin (2022) apontam que o ensino da geometria ainda necessita de atenção e um olhar cuidadoso e ressaltamos as inúmeras pesquisas que há na literatura sobre metodologias que visam contribuir para o ensino-aprendizagem da geometria e o desenvolvimento e aprimoramento de ambientes de geometria com representações dinâmicas, como o *software* livre GeoGebra.

Nessa perspectiva, programadores do *software* GeoGebra estão desenvolvendo, há algum tempo, uma versão experimental do aplicativo, denominada GeoGebra Discovery, que contém algumas Ferramentas de Raciocínio Automatizado (ART)[1034], as quais, à medida que se mostrem estáveis, serão incluídas na versão oficial do GeoGebra clássico (Kovács, 2022).

Os autores Hohenwarter, Kovács e Recio (2019) acentuam que o conjunto de ferramentas e comandos ART podem proporcionar um conhecimento acadêmico diferenciado e inovador, pois poderá auxiliar visualmente na exploração da geometria, na verificação de propriedades, contribuindo para uma melhor compreensão e aprofundamento dos conteúdos geométricos pelos estudantes.

Considerando a permissão de acesso para pesquisa, pelos criadores do GeoGebra Discovery, o presente artigo, sendo um recorte de uma tese em desenvolvimento, pretende analisar a utilização das ferramentas ART, por alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, com o objetivo de identificar se há contribuições para o processo de aprendizagem da geometria e se as novas ferramentas disponíveis podem contribuir para a ação pedagógica dos professores neste contexto.

Nesse trabalho apresentaremos uma das atividades desenvolvidas no GeoGebra Discovery sobre a exploração das propriedades de dois segmentos com uma extremidade comum e tangentes a uma circunferência, estruturada na metodologia *Design Research* de acordo com Brown (1992). As análises foram alicerçadas em van Hiele (1984) que indica a

[1034] ART – Automated Reasoning Tools

investigação de conjecturas e verificação, no contexto geométrico, para contribuir com a aprendizagem dos alunos.

Pensamento geométrico de van Hiele

O desenvolvimento do pensamento geométrico de van Hiele (1984) foi organizado em cinco níveis, como segue: Nível 0 – Visualização, no qual a criança reconhece as formas e figuras pela aparência visual, ou seja, não reconhece propriedades; Nível 1 – Análise, no qual a criança percebe propriedades, mas não sistematiza e não ordenas as propriedades; Nível 2 – Dedução informal, nesse nível a criança reconhece e ordena propriedades e consegue reconhecer que uma propriedade precede de outra, mas o resultado intrínseco da dedução não é percebido; Nível 3 – Dedução, nível em que a criança compreende o significado de um raciocínio dedutivo e estabelece relações axiomáticas. Nível, 4 – Rigor.

De acordo com o autor, esses níveis são independentes no processo de ensino-aprendizagem, por estarem enraizados na natureza da composição do pensamento. Usiskin (1982, p. 15) afirma que, "Um aluno não pode estar no nível *n* de van Hiele sem ter passado pelo nível *n-1*". Assim, conjecturamos que as ferramentas e comandos ART, por proporcionar a exploração, verificação e descobertas, podem ser uma ação pedagógica auxiliar, por permitir a "interação entre o raciocínio humano e o raciocínio da máquina" (Kovács et al., 2022).

Neste estudo, procuraremos detectar se as construções, a exploração, as interações, as conjecturas e os registros dos estudantes permitiram estruturar o desenvolvimento do pensamento geométrico e identificar se houve a transição dos primeiros níveis para o nível 3, contribuindo para o processo de ensino-aprendizagem da geometria.

Demonstrações e provas no ensino

Estudos realizados sobre o ensino e a aprendizagem de demonstrações e provas com a utilização de *softwares* com representações dinâmicas (Hanna, 2000; 2008; Mariotti, 2000; Hanna & Villiers, 2012) apontaram contribuições para as construções geométricas e para o estudo de propriedades da geometria plana, como também na visualização das figuras geométricas na tela do computador. Segundo Patsiomitou (2008), as etapas de construções apresentadas na janela do *software* exercem um papel importante no percurso da prova e permitem a interação dos estudantes com as respectivas ferramentas.

Para Villiers (1997), os *softwares* de geometria com representação dinâmica incentivam a criação de novas conjecturas, não apenas para verificar a validade, mas também são importantes na construção de contraexemplos.

Salientam os autores Patsiomitou et al. (2010, p. 47) que "o uso de *software* de computador pode efetivamente apoiar a progressão do aluno por meio dos níveis de van Hiele", dessa forma, acreditamos na importância do processo de criação, exploração e na participação ativa dos alunos para a construção dos novos conhecimentos, conforme observado por Abar e Cotic (2014, p. 53) de que "as orientações metodológicas dos atuais currículos de Matemática e em todos os níveis destacam a importância da participação ativa do aluno na construção de seu conhecimento".

Dessa forma, entendemos que a utilização do GeoGebra Discovery pode proporcionar aos estudantes a investigação, a descoberta, a testagem e a organização das ideias que serão o alicerce para a construção da aprendizagem, podendo proporcionar o estreitamento do ensino de geometria entre aluno, professor e conteúdo.

GeoGebra Discovery

O GeoGebra Discovery é uma versão experimental do *software* GeoGebra, e seu criador Kovács (2022) salienta que ele contém alguns recursos que estão ainda em desenvolvimento e, portanto, não estão incluídos na versão oficial do GeoGebra e outros que, em breve, serão integrados ao GeoGebra.

Os pesquisadores (Kovács & Yu, 2022; Kovács et al., 2022) afirmam que as ferramentas e comandos de ART permitem verificar, confirmar ou negar a validade matemática de um enunciado geométrico proposto para estudo. Segundo Kovács et al. (2022), ao implantar no GeoGebra o sistema de álgebra computacional, foi possível desenvolver algoritmos de prova automatizados, resultando nas Ferramentas de Raciocínio Automatizado (ART) que possibilitam a Prova Automática de Teoremas (ATP) e a descoberta.

O conjunto ART, até o momento, é composto de ferramentas e comandos denominados de: *Relação*, *LocusEquation, Prove, ProveDetails* e *Discover*.

A ferramenta *Relação*, existente na versão oficial do GeoGebra, retorna com respostas numéricas, afirmando ou não, a possibilidade de as relações ocorrerem. No Discovery, o comando permite verificar, validar ou negar conjecturas geométricas, como também a descoberta de propriedades relacionadas a determinados objetos, pois apresenta um botão adicional, chamado de *Mais...* na mensagem de verificação numérica que, ao clicá-lo, é acionado o sistema ART que traduz o objeto geométrico selecionado para equações polinomiais.

O comando *Discover* da versão experimental, busca de forma automática e combinatória, as possíveis relações geométricas envolvendo um determinado elemento à escolha do usuário.

Nesse trabalho, apresentaremos a utilização dos comandos *Relação* e *Discover*, em uma das atividades desenvolvidas no GeoGebra Discovery, por alunos do 9º ano no Ensino Fundamental, sobre a exploração das propriedades de dois segmentos com uma extremidade comum e tangentes a uma circunferência.

Metodologia

O estudo se apoia na metodologia *Design Research* ou *Design Experiments*, introduzida por Ann Brown e Allan Collins na década de 1990, desenvolvida para colaborar com estudos educacionais e proporcionar ao estudante a participação ativa de sua própria aprendizagem.

Para os autores Doerr e Wood (2006), trabalhos desenvolvidos no *Design Experiments* proporcionam o engajamento do docente para criar e observar procedimentos que permitam a leitura do ambiente de ensino, bem como oportunizar ciclos de análise para aperfeiçoar o produto e a compreensão em diferentes níveis, por meio do refinamento do projeto.

Procedimentos metodológicos

A atividade, nomeada de Circunferência, foi proposta a 40 alunos, de duas turmas do 9º ano do Ensino Fundamental de um colégio particular da cidade de São Paulo. Cada turma, constituída de 20 alunos, foi organizada em 10 duplas de livre escolha. Para este texto, apresentamos a atividade desenvolvida por uma dupla, na faixa etária de 14 anos, identificados por E1 e E2.

O estudo da circunferência, conteúdo inserido no planejamento do colégio, foi oportunizado aos estudantes por meio do GeoGebra Discovery, instalado previamente nos computadores do laboratório de informática e os alunos foram orientados para o seu acesso e à gravação do desenvolvimento da atividade pelo gravador de tela do Windows. No final da atividade, salvavam os arquivos em uma pasta, com o nome do pesquisador, localizada na área de trabalho. As sessões tinham a duração de 45 minutos e foram realizadas no horário de aula regular dos estudantes.

Desenvolvimento da atividade e análise

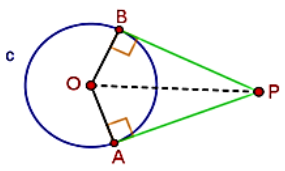
A atividade apresentada neste texto, Estudo da Circunferência, faz parte de uma sequência didática elaborada com conteúdos da geometria plana, constante na grade curricular do colégio e desenvolvida em duas aulas, de modo que, a primeira aula foi destinada para estudar alguns elementos da circunferência, como raio, diâmetro, corda e posições de um ponto e uma reta em relação a uma circunferência.

Na segunda aula os alunos deveriam descobrir por meio de uma construção no Discovery e com o uso das ferramentas ART, a propriedade "se de um ponto P conduzimos os segmentos $\overline{PA}$ e $\overline{PB}$, ambos tangentes a uma circunferência, com A e B na circunferência, então $\overline{PA} \equiv \overline{PB}$" (Dolce & Pompeo, 2013, p. 152), Figura 1, ou seja, que os segmentos de mesma origem e tangentes à circunferência possuem a mesma medida.

Figura 1.

Demonstração segmentos tangentes a uma circunferência (Dolce e Pompeo, 2013).

Hipótese: $\overline{PA}$ e $\overline{PB}$ tangentes a c; A, B $\in$ c.
Tese: $\overline{PA} \equiv \overline{PB}$
Demonstração: Considere o centro O de c.
Por congruência de triângulos, temos: $\overline{OA} \equiv \overline{OB}$ (catetos) $\overline{OP}$ (hipotenusa), então o $\Delta PAO \equiv \Delta PBO \Rightarrow \overline{PA} \equiv \overline{PB}$
Observação: O centro O de c pertence à bissetriz do vértice P.



Aberto o Discovery nos computadores e com a Janela de Álgebra oculta, o pesquisador instruiu os estudantes a ocultarem a malha, eixos cartesianos e verbalizou as seguintes instruções para as construções dos estudantes:

1. *Construa uma circunferência de raio qualquer e em seguida construa um ponto na região externa à circunferência.*
2. *Selecione a ferramenta Reta Tangente, clique no ponto construído na região externa à circunferência e clique na circunferência.*
3. *Construa os pontos de interseção, reta tangente e circunferência.*
4. *Abram a Caixa de Texto do GeoGebra e registrem informações ou conjecturas em relação à construção realizada.*

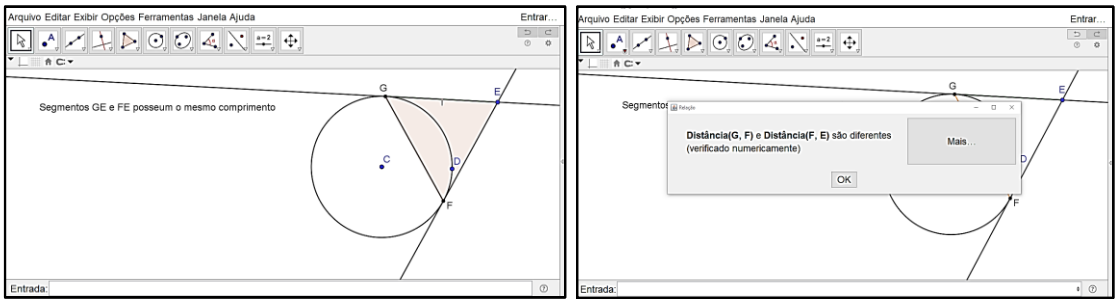
Após as construções iniciais, a dupla constrói um triângulo com os vértices GFE, registram a conjectura, *segmentos* $\overline{GF}$ *e* $\overline{FE}$ *possuem o mesmo comprimento,* conforme Figura 2a e E1 verbaliza: *Parece ser um triângulo equilátero*. E2 argumenta: *Parece, mas precisamos olhar.* Na sequência utilizam o comando *Relação* para verificar.

Figura 2.

Construção da circunferência e o comando Relação (Autor, 2022).

Figura 2a. Construção inicial da circunferência, triângulo e registro.

Figura 2b. Resposta do comando Relação.



Os estudantes ocultaram o polígono construído e digitaram na *Entrada* o comando *Relação (<Objeto>, <Objeto>)* e digitaram no primeiro objeto GF e no segundo objeto FE e teclaram Enter. O Discovery retornou com uma nova Janela, Figura 2b, exibindo a seguinte informação: *Distância (G, F) e Distância (F, E) são diferentes (verificado numericamente) e o botão Mais...* que, ao ser clicado, o Discovery confirma a informação, ou seja, os segmentos são diferentes.

E2: *Os segmentos não possuem o mesmo comprimento*
E1: *Vamos fazer a relação dos segmentos GE e FE.*

Os alunos digitam novamente o comando *Relação (<Objeto>, <Objeto>)* e digitam no primeiro objeto GE e no segundo objeto FE e teclam Enter, carregando uma nova Janela com a seguinte afirmação: *Distância (G, E) e Distância (F, E) são iguais (verificado numericamente)* *e o botão Mais...*. E1 clica no botão *Mais...* e o GeoGebra Discovery abre uma nova Janela, Figura 3a, com as informações: *É geralmente verdadeiro que: Distância (G, E) e Distância (F, E) são iguais sob a condição C e D são diferentes*. Na Figura 3a, observamos a resposta da ferramenta *Relação* após clicar no botão *Mais...* e na Figura 3b os diálogos dos estudantes E1 e E2.

Figura 3.

Resposta do comando Relação e diálogos dos estudantes (Autor, 2022).

Figura 3a. Resposta do comando Relação, após clicar o botão Mais...

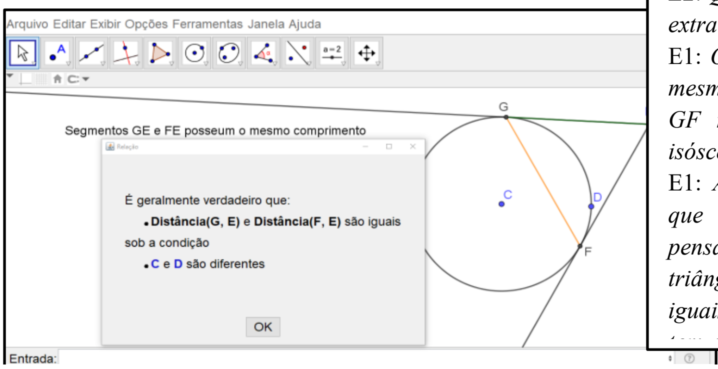


Figura 3b. Diálogo dos estudantes E1 e E2.

E2: *Quantas informações podemos extrair?*
E1: *Os segmentos GE e FE tem o mesmo comprimento e o segmento GF não, então é um triângulo isóscele.*
E1: *A gente fez errado, dissemos que o triângulo é equilátero, pensamos na propriedade do triângulo equilátero de ter os lados iguais.* Se o *triângulo é isóscele,*

Os alunos exploraram suas conjecturas e se as informações fornecidas pelo Discovery validaram ou não as conjecturas, promovendo a reflexão e contribuindo para a compreensão e transição do Nível de Visualização, reconhecimento do polígono, para o Nível 1 de Análise, pois perceberam propriedades do triângulo isósceles e alicerçam a transição para o Nível 2 de Dedução informal, pois notaram a propriedade dos lados iguais do triângulo, verificando a propriedade dos ângulos de mesma medida e solidificando a transição para o Nível 3 de Dedução de van Hiele (1984).

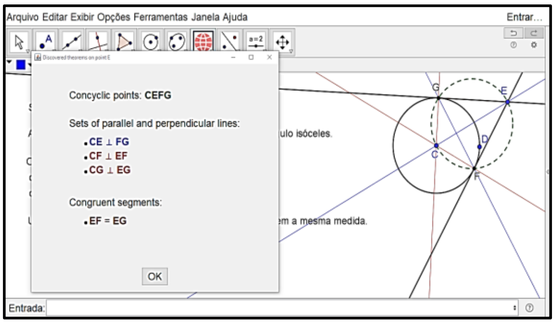
Na sequência, o pesquisador sugere aos alunos ocultar as construções, deixando somente as retas tangentes e a circunferência, como também explorar a ferramenta *Discover*, como observa-se na Figura 4, nas respostas e construções do *Discover.*

O estudante E1 lê as informações fornecidas pelo GeoGebra Discovery, *Pontos concíclicos: CEFG; Conjunto de retas paralelas e perpendiculares: CE ⊥ FG; CF ⊥ EF; CG ⊥ EG. Segmentos congruentes: EF=EG* e verbaliza: *Conseguimos acertar algumas coisas. Veja esses triângulos construídos. Tem essas extensões dessas retas e essa circunferência.*

Daria para termos construído essa circunferência. Mas qual o ponto que teríamos que iniciar a circunferência?

Figura 4.

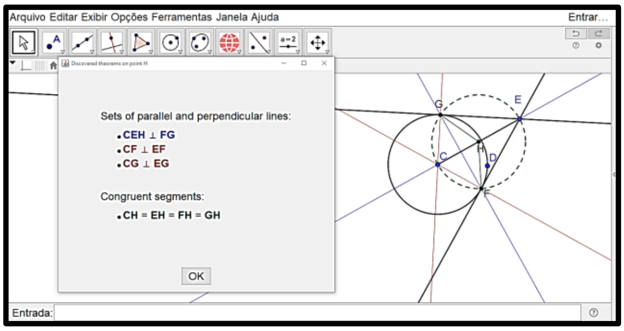
Resposta e construções da ferramenta Discover (Autor, 2022).



O pesquisador orienta os alunos a investigar como descobrir o centro da circunferência construída pela ferramenta *Discover*. Após algumas tentativas utilizando ferramentas de *Segmentos, Círculo definido por Três Pontos*, E1 seleciona a ferramenta *Ponto Médio* e clica nos pontos C e E, construindo o ponto médio H e verbaliza: *Achei, ponto médio*. *É muito simples.* O Aluno E2 incentiva o uso do *Discover* para verificar. Na Figura 5, observa-se as construções realizadas automaticamente e a Janela de Resposta da ferramenta *Discover* com as seguintes informações: *Conjunto de retas paralelas e perpendiculares: CEH ⊥ FG; CF ⊥ EF; CG ⊥ EG; Segmentos congruentes: CH=EH=FH=GH.*

Figura 5.

Comando Discover confirma o centro da circunferência (Autor, 2022).



Os alunos, lendo as informações, verificam que o centro da circunferência que encontraram está correto, pois os segmentos $\overline{GF}$ e $\overline{FE}$ são congruentes e acrescentam *"há mais coisas para descobrir com essa construção"*.

Considerações finais

Esse texto apresentou o desenvolvimento de uma atividade no universo da geometria plana, com alunos do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola particular da cidade de São Paulo, por meio de uma versão experimental do GeoGebra.

As análises realizadas foram apoiadas nos Níveis de van Hiele (1984), no qual observamos o desenvolvimento do pensamento geométrico por meio das construções, das conjecturas, dos registros e das interações dos estudantes antes e depois de utilizar os comandos *Relação* e *Discover* do GeoGebra Discovery.

Consideramos que as ferramentas *Relação e Discover* auxiliaram no processo de exploração, de verificação e de validação das conjecturas dos estudantes, apontando contribuições relevantes para o ensino-aprendizagem de propriedades da geometria plana.

Referências

Abar, C. A. A. P. & Cotic, N. S. (2014). GeoGebra: na produção do conhecimento matemático (1st ed.). Iglu Editora Ltda.

Brown, A. L. (1992). Design Experiments: Theoretical and Methodological Challenges in Creating Complex Interventions in Classroom Settings. Journal of the Learning Sciences, 2(2), 141–178. https://doi.org/10.1207/s15327809jls0202_2

Collins, A., Joseph, D. & Bielaczyc, K. (2004). Design Research: Theoretical and Methodological Issues. Journal of the Learning Sciences, 13(1), 15–42. https://doi.org/10.1207/s15327809jls1301_2

Doerr, H. M. & Wood, T. (2006). Pesquisa-Projeto (design research): aprendendo a ensinar Matemática. In M. C. Borba (Ed.), *Tendências internacionais em formação de professores de Matemática.* (Autêntica, pp. 113–128).

Dolce, O. & Pompeo, J. N**.** Fundamentos da Matemática Elementar**:** geometria plana. 9. ed. São Paulo: Atual, 2013. 456 p.

Frantz, D. de S. F. da S. & Bisognin, V. (2022). Ensino da Geometria nos anos finais do Ensino Fundamental: um problema sistêmico. Revista Educar Mais, 6, 28–45. https://doi.org/10.15536/reducarmais.6.2022.2648

Hanna, G. (2000). Proof, Explanation and Exploration: an Overview. In K. Jones, Á. Gutiérrez, & M. A. Mariotti (Eds.), Educational Studies in Mathematics (Vol. 44, pp. 5–23). Springer Nature. https://doi.org/10.1023 / A: 1012737223465

Hanna, G. (2008). Beyond verification : Proof can teach new methods. ICMI Symposium Rome 2008, (pp.1–5. http://www.unige.ch/math/EnsMath/Rome2008/ALL/Papers/HANNA.pdf

Hanna, G. & Villiers, M. de. (2012). Proof and Proving in Mathematics Education. In Gila Hanna & M. de Villiers (Eds.), Journal of Chemical Information and Modeling (Vol. 15, Issue 9). Springer Netherlands. https://doi.org/10.1007/978-94-007-2129-6

Hohenwarter, M., Kovács, Z. & Recio, T. (2019). Determinando propriedades geométricas simbolicamente con GeoGebra. Revista de Didáctica de Las Matemática, 100(1), 79–84. http://www.sinewton.org/numeros

Kovács, Z. (2022). GeoGebra Discovery. https://github.com/kovzol/geogebra-discovery

Kovács, Z., Recio, T., & Véliz, M. P. (2022). Automated Reasoning Tools with GeoGebra: What Are They? What Are They Good For? In P. R. Richard, M. P. Vélez, & S. Van Vaerenbergh (Eds.), *Mathematics Education in the Age of Artificial Intelligence: How Artificial Intelligence can Serve Mathematical Human Learning* (Vol. 17, p. 450). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-030-86909-0

Kovács, Z. & Yu, J. H. (2022). Automated Disco very of Geometrical Theorems in GeoGebra. Electronic Proceedings in Theoretical Computer Science, (pp. 1–12). https://doi.org/10.4204/EPTCS.354.1

Mariotti, M. A. (2000). Introduction to proof: The mediation of a dynamic software environment. Educational Studies in Mathematics, (pp. 25–53). https://doi.org/10.1023/a:1012733122556

Patsiomitou, S. (2008). The Development of Students Geometrical Thinking through Transformational Processes and Interaction Techniques in a Dynamic Geometry Environment. Issues in Informing Science and Information Technology, 5, 355–393. https://doi.org/10.28945/1015

Patsiomitou, S., Barkatsas, A. & Emvalotis, A. (2010). Secondary Students "Dynamic Reinvention of Geometric Proof" Through the Utilization of Linking Visual Active Representations. Journal of Mathematics and Technology. (pp. 43–56).

Pavanello, R. M. (1993). O abandono do ensino de geometria no Brasil: causas e consequências. *Revista Zetetiké*, v. *1*, n. 1, (pp.7–17). Campinas.

Usiskin, Z. (1982). Van Hiele Levels and Achievement in Secondary School Geometry. In CDASSG Project the University of Chicago.

Van Hiele, P. M. (1984). The Child's Thought and Geometry. In D. Geddes, D. Fuys, & R. Tischler (Eds.), Classics in Mathematics Education Research English Translation of Selected Writings of Dina van Hiele-Geldolf and Pierre M. van Hiele (1st ed., p. 243–252). http://geometryandmeasurement.pbworks.com

Villiers, M. de. (1997). The Role of Proof in Investigative, Computer-based Geometry: Some personal reflections. In Schattschneider, D. & King, J. Geometry Turned On! Washington: MAA, pp. 15-24.

Tecformação: um modelo formativo híbrido mediado por tecnologias digitais

Tecformation: a hybrid training model mediated by digital technologies

Tecformation: un modelo híbrido de formación mediado por tecnologías digitales

Mateus Souza de Oliveira[1035]
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia/ Instituto Federal da Bahia
0000-0003-4902-5527

Taiane de Oliveira Rocha Araújo[1036]
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia
0000-0002-1059-4936

Maria Deusa Ferreirada Silva[1037]
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia
0000-0003-3462-3882

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Tecnologia digital e outros recursos para o ensino e aprendizagem da matemática

Resumo

Este trabalho é um recorte de uma tese em construção e apresenta um modelo de formação pontuando uma pequena parte do seu desenvolvimento com ênfase na Teoria da Atividade aplicada ao processo de ensino e aprendizagem. Exibe como objetivo, discutir as possibilidades da Tecformação digital em um cenário híbrido com ênfase no desenvolvimento do pensamento geométrico na formação inicial de professores de matemática. Assim, tem uma abordagem qualitativa do tipo descritivo e explicativo com características de pesquisa-ação. O instrumento de coleta de dados utilizado foi a observação online dos registros digitais produzidos pelos sujeitos participantes. Como a pesquisa está em desenvolvimento, espera-se que este trabalho traga novos olhares para esse modelo formativo e abra os caminhos para outras discussões pertinentes a essa temática.
Palavras-chave: Teoria da Atividade, Tecformação, Professores de matemática.

Abstract

This work is an excerpt from a thesis under construction and presents a training model punctuating a small part of its development with emphasis on the Activity Theory applied to the teaching and learning process. Its objective is to discuss the possibilities of digital technology in a hybrid scenario with an emphasis on the development of geometric thinking in the initial training of mathematics teachers. Thus, it has a qualitative approach, of the descriptive and explanatory type, with action research characteristics. The data collection

[1035] matheusmathica@gmail.com
[1036] taiane.o.r@gmail.com
[1037] maria.deusa@uesb.edu.br

instrument used was the online observation of the digital records produced by the participating subjects. As the research is under development, we hope that this work will excite new perspectives for this formative model and open the way for other discussions relevant to this theme.

Keywords: Activity Theory, Tecformation, Mathteachers.

Resumen

Este trabajo es un extracto de una tesis en construcción y presenta un modelo de formación puntuando una pequeña parte de su desarrollo con énfasis en la Teoría de la Actividad aplicada al proceso de enseñanza y aprendizaje. Su objetivo es discutir las posibilidades de la Tecformación digital en un escenario híbrido con énfasis en el desarrollo del pensamiento geométrico en la formación inicial de profesores de matemáticas. Así, tiene un enfoque cualitativo, de tipo descriptivo y explicativo, con características de investigación-acción. El instrumento de recolección de datos utilizado fue la observación en línea de los registros digitales producidos por los sujetos participantes. Como la investigación está en desarrollo, esperamos que este trabajo suscite nuevas perspectivas para este modelo formativo y abra el camino para otras discusiones relevantes para este tema.

Palabras clave: Teoría de la actividad, Tecformación, Profesores de matemáticas.

Introdução

As últimas décadas têm sido marcadas por uma mudança tecnológica significativa em diferentes contextos profissionais. Essas transformações que afetam o mundo do trabalho têm impactos em todas as carreiras. Nesse contexto, os sujeitos são mobilizados, seja por um desejo próprio ou por uma determinação de chefia, a se capacitar numa perspectiva de atender as demandas socioculturais da atualidade, fato este, bastante presente para aquisição das habilidades tecnológicas.

Em meio a esse contexto, destaca-se a formação digital que se refere ao uso e manuseio das ferramentas digitais que aceleram e dinamizam as atividades. Além de ampliar as interações entre os sujeitos e minimizar a distância espacial, rompendo a temporalidade,essa argumentação pode ser entendida como uma educação digital na qual se busca viabilizar um bom direcionamento do uso e manuseio das novas tecnologias digitais da informação e comunicação (TDIC) e ferramentas tecnológicas modernas.

De uma forma geral, os espaços sociais, em especial, as instituições escolares vivenciam uma era digital que, conforme Kenski (2012), gera comportamentos, práticas, níveis de informações e saberes que se alteram com extrema velocidade. Essa autora ressalta que toda sociedade deve assumir o desafio de garantir que os ambientes formativos abram as portas “[...] para as novas educações, as quais resultam de mudanças estruturais na forma de ensinar e aprender possibilitadas pela atualidade tecnológica [...]” (*idem*, p. 41). Nesse sentido, os contextos educacionais necessitam de distintas e contínuas inovações formativas.

Em face do exposto, buscou-se, como objetivo principal, discutir as possibilidades da Tecformação digital em um cenário híbrido com ênfase no desenvolvimento do pensamento geométrico na formação inicial de professores de Matemática. Diante dessa expectativa, este trabalho apresenta um modelo formativo mediante a elaboração de um planejamento alinhado às premissas pedagógicas que colaborem para o desenvolvimento do pensamento geométrico. Apresentando atividades que podem ser articuladas em momentos presenciais e não presenciais e, sobretudo, com foco especial na ampliação das habilidades tecnológicas.

Articulações Teóricas

O ser humano vive em constante transformação, muda e modifica seus modos e costumes de acordo com a necessidade, o que possibilita seu desenvolvimento existencial. Esta ação sobre sua prática e ambientação pode ser compreendida como uma evolução humana que promove o seu prosseguimento histórico que, por sua vez, passa a ser algo cultural por ser específico. As observações sobre a autoconstrução do ser humano ao longo dos períodos juntamente com as ideias marxistas e dos fenômenos psíquicos possibilitou que Lev Vygotski desenvolvesse a abordagem histórico-cultural dando início a Teoria da Atividade Histórico-Cultural – TAHC, conhecida também de Teoria da Atividade. Essa teoria permanece em aberto e concebe que para cada etapa do processo do desenvolvimento humano existe uma atividade que pode ser considerada fundamental para despertar a motivação das ações que, por sua vez, amplia as estruturas psíquicas que servem de base para aquisição de novos conhecimentos.

Atualmente, a Teoria da Atividade está dividida em três gerações: sendo que a primeira geração está baseada nos conceitos de Vygotsky (1991, 2004) no que se refere à ação mediada e perspectiva do indivíduo no contexto histórico e cultural. A segunda geração está embasada nas ideias de Leontiev (2001) no que diz respeito ao sistema de atividade humana. Já a terceira geração está fundamentada nas idealizações de Engeström (2002) em relação aos múltiplos sistemas de atividade que são realizados em diferentes cenários na perspectiva de favorecer a aprendizagem de forma compartilhada. Existem, também, algumas evidências do surgimento de uma quarta geração que ainda não se mostra consolidada no cenário educacional, sendo assim, não vamos abordar neste trabalho as características dessa possível eventualidade.

Essas gerações que foram elencadas por Engeström (2002) estão conectadas, em vista disso, a segunda e a terceira gerações estão apoiadas nas noções de Lev Vygotsky. A terceira, também, deriva de algumas propostas levantadas por Alexei Leontiev. Dessa forma, algumas investigações vêm ampliando o desenvolvimento dos conceitos e das observações definidos por esses teóricos. Perante o exposto, apresenta-se a seguir algumas explanações sobre os termos relevantes para objetivo da pesquisa.

Na abordagem vygotskiana um sujeito ativo reconstrói seus conhecimentos através de suas relações. Nesse processo surge a mediação que se apresenta como uma ação humana que promove as interrelações sociais históricas ou históricas culturais. Assim, para Vygotsky (2004) o desenvolvimento cognitivo do sujeito em formação se dá por meio da interação social, ou seja, de sua interação com os demais indivíduos e com o meio no qual está inserido. Esse procedimento realizado entre os sujeitos oportuniza a produção de novas experiências e ampliação dos conhecimentos. Desse jeito, tem-se uma aprendizagem que é consequência da experiência social, mediada pelo aproveitamento de instrumentos e signos, como também, pela interação entre a linguagem e a ação.

As ideias leontivianas fortalecem esses conceitos e definem as atividades como "processos psicologicamente caracterizados por aquilo a que o processo, como um todo, se dirige (seu objeto), coincidindo sempre com o objetivo que estimula o sujeito a executar esta atividade, isto é, o motivo" (LEONTIEV, 2001, p.68). Essa afirmação revela que o termo atividade é visto como uma maneira em que os sujeitos se relacionam com os objetos, evidenciando a existência de uma triangulação entre sujeito, atividade e objeto. Nessa proposta surgem as manifestações do coletivo com a presença de regras, comunidade e a divisão do trabalho. Esses conceitos viabilizam as interações e ampliam a ideia triangular de possibilidades.

Ainda segundo Leontiev (2001) existem três tipos principais de atividade humana. Entre elas, destaca-se a atividade de estudo que é um sistema de ações formadas por operações executadas por sujeitos que estão em processo de formação e motivados para alcançar um determinado objetivo. Essa caracterização marca o desenvolvimento da objetivação da necessidade que é a produção do objeto organizada por ações e operações vinculadas às condições específicas de sua realização. Em vista disso, é preciso pensar na organização das "[...] ações pedagógicas de maneira que os sujeitos interajam entre si e com o objeto de conhecimento" (Moura, 2002, p. 159).

A Teoria da Atividade leontieviana está diretamente envolvida com o processo de aprendizagem. Convém enfatizar que, nesse contexto, a atividade é o processo que favorece a mediação entre o ser humano e a realidade a ser transformada, porém para uma situação ser caracterizada como uma atividade é essencial que esteja compreendida na relação entre: objeto, ação, motivo, operação, consciência e objetivo. Cabe a ressaltar que a ação é idealizada como um meio pela qual a atividade está sendo realizada e, durante esse momento, ela satisfaz o motivo que, por sua vez, está a todo o instante orientado para um determinado objetivo.

Nesse sentido, enquanto essa ação está motivando as relações com os objetivos conscientes para os quais ela se direciona, a operação está associando as condições da ação, no sentido de estabelecer as formas para a sua realização (LEONTIEV, 1983). Nesse ponto de vista, um sujeito só se encontra realizando uma atividade quando o objetivo de sua ação coincide com o motivo dessa atividade. Além disso, ele deve estar satisfazendo uma necessidade própria ou coletiva com a finalidade de alcançar tal objetivo.

Convém afirmar, também, que as atividades podem variar entre si pelo fato de depender da forma ou método de realização que ainda são diferenciadas pelo tempo, espaço e tantas outras possíveis variáveis que influenciam seu contexto de aplicação. Por isso, o principal aspecto que distingue uma atividade da outra é a distinção entre seus objetos. Dessa maneira, utilizou-se Moura (2000) para sinalizar que essas atividades podem ser construídas como atividade de ensino. Nessa perspectiva a

> [...] atividade é regida por uma necessidade que permite o estabelecimento de metas bem definidas. O estabelecimento de objetivos, por sua vez, permitirá a criação de estratégias para se chegar a cumprir as metas. É aí que aparece o conjunto de ações necessárias para levar a bom termo os objetivos a serem alcançados. Estas ações devem fazer parte de um plano no qual se inclui o uso de instrumentos, sejam eles simbólicos ou não, que servirão como auxiliares para a execução das ações (MOURA, 2000, p. 24).

De uma forma mais precisa Moura (2000) também defende que uma atividade de ensino é

> [...] aquela que se estrutura de modo a permitir que sujeitos interajam, mediados por um conteúdo, negociando significados, com o objetivo de solucionar coletivamente uma situação-problema. É atividade orientadora porque define elementos essenciais da ação educativa e respeita a dinâmica das interações que nem sempre chegam a resultados esperados pelo professor. Este estabelece os objetivos, define as ações e elege os instrumentos auxiliares de ensino, porém não detém todo o processo, justamente porque aceita que os sujeitos em interação partilhem significados que se modificam diante do objeto de conhecimento em discussão (MOURA, 2002, p. 155).

Agora que foi elucidado esse conceito para o cenário educacional, acrescenta-se as ideias de Yrjö Engeströn para explorar uma sistematização para sua aplicação. Dessa forma, a terceira geração que surge das ideias desse teórico evidencia a necessidade de desenvolver ferramentas conceituais para compreender o diálogo, perspectivas múltiplas e redes de atividade interativas. Assim, para Engeströn (2002) a Teoria da Atividade tem como foco o estabelecimento de um sistema de atividades onde é possível compreender como transformar a teoria em prática. Diante disso, ele destaca cinco princípios na ampliação dessa teoria.

O primeiro é o denominado de *sistema de atividade coletivo* que representa uma unidade primária de análise enfatizando as ações individuais e grupais dirigidas a metas, de forma relativamente independentes e sendo mediado por artefatos, como também, é orientado por um objeto. Esse princípio é visto como uma relação entre as redes de outros conjuntos de atividades. O segundo é chamado de *multivocalidadedos sistemas de atividade* por ser um grupo de atividade que exibe uma multiplicidade de pontos de vista, tradições e interesses da comunidade do sistema. Enfatiza a divisão de trabalho com posições e pontos de vista diferentes oriunda dos diferentes participantes que, por sua vez, já carregam suas próprias histórias e culturas. Dessa forma, a multivocalidade é ampliada quando existem as interações das redes de sistemas de atividade.

O terceiro é nomeado de *historicidade*, pois os sistemas de atividade assumem forma e são modificados durante um longo período de tempo. Por isso, suas complexidades e potencialidades só podem ser compreendidas com base em seu próprio percurso histórico. O quarto é conhecido como *contradições* que são fontes de mudança e desenvolvimento, já que nesse contexto existem as contradições que são as tensões estruturais historicamente cumulativas nos sistemas de atividades e entre eles. Isso, por um lado, promove as perturbações e os conflitos, por outro, gera as possibilidades da renovação com tentativas de mudar as atividades. Já o último corresponde às *transformações expansivas* em sistemas de atividades que ocorrem em decorrência de contradições, quando o objeto e o motivo da atividade são reconstruídos para alargar um horizonte de possibilidades radicalmente mais amplo do que aquele preestabelecido na atividade anterior.

Esses fatos colaboram para que Engestrom (2002) formulasse a existência de uma aprendizagem expansiva que oportuniza a articulação das aprendizagens: as transformativas que faz aparecer novos modelos; as experienciais que coloca os participantes em situações reais requerendo o empenho pessoal; as horizontais e dialógicas que enfatizam os cruzamentos das informações e as subterrâneas que revela novas vias cognitivas até então inapreendidas, as quais servem de âncoras e redes para estabilizar e garantir a viabilidade e sustentabilidade de novos conceitos e modelos.

Todos esses embasamentos teóricos promoveram reflexões que contribuíram para a construção de um modelo formativo em que se desenvolvem com uso e manuseio das tecnologias digitais tanto em cenários presenciais como virtuais e, sobretudo, de forma híbrida. Esse modelo é conceituado neste trabalho de Tecformação digital. A visão integradora dessa Tecformação digital proposta nele propõe uma formação tripolar que é mobilizado nas relações/interações humanas, pelos seguintes fatores: autoformação (relação consigo mesmo), heteroformação (interação com o outro) e Tecformação (interação com as tecnologias digitais).

Noutros termos, Tecformação digital é idealizada como a interação homem/tecnologia-digital no engajamento formativo em que está vinculado com os pilares da autoformação e heteroformação. Nessa visão, essa ideia formativa, sob a luz da Teoria da Atividade, é considerada como um sistema de atividade que necessita ser analisado dentro do contexto de desenvolvimento tecnológico que possibilita mesclar os diferentes cenários, atendendo a caracterização de cenários híbridos. Portanto, a Tecformação digital em cenários híbridos é um modelo de formação que traz elementos teóricos para uma prática de ensino e aprendizagem. Numa perspectiva de favorecer a fomentação das habilidades tecnológicas e a aquisição do conhecimento de forma aberta, visual e criativa.

Percurso Metodológico

Esta pesquisa é um recorte de uma tese de doutorado em ensino que está sendo desenvolvida. A sua aplicação foi realizada durante a execução do estágio a docência, especificamente, na disciplina Fundamentos da Matemática Elementar III, obrigatória para o primeiro semestre do curso de Matemática de uma universidade pública do interior do estado da Bahia. Diante do grande número de dados e ao pouco espaço de escrita para este trabalho, foram selecionadas apenas duas atividades de ensino orientadas e abertas que tratavam do conceito de quadriláteros. As citadas atividades foram previamente selecionadas e adaptadas dos roteiros construídos pela professora regente da disciplina. No Quadro 1 é apresentado as duas atividades selecionadas.

Quadro 1.

Atividade de Ensino Orientada e Aberta (Pesquisadores, 2022)

Atividade I	Atividade II
1. No GeoGebra, na janela de visualização, marque 4 pontos A, B, C e D, distintos, 3 não colineares, de modo que seja possível obter 4 segmentos e com a opção polígono feche os quatro lados. 2. Movimente um ou mais vértices. **O que é um quadrilátero?** **Quais características ela deve ter para ser um quadrilátero?** 3. Meça os ângulos formados pelos vértices e some-os. **Que valor obtém?** 4. Novamente movimente um ou mais vértice e observe. **Essa soma se mantém?** **Que conclusão se pode tirar disso (expresse verbalmente)?**	1. Use o GeoGebra e marque o ponto A e construa um segmento AB, de medida fixa 6 cm. 2. Na extremidade direita de AB, construa o segmento BC, de medida fixa 4 cm. 3. Movimente o ponto C, formando um ângulo qualquer (de modo que não seja nem 0 e nem 180), entre B e C. 4. Tomando por base o ponto C, trace a reta paralela ao segmento AB. 5. Em seguida, tomando por base o ponto A, trace a reta paralela ao segmento BC. 6. Marque o ponto D, interseção das duas retas e usando a opção polígono feche o quadrilátero ABCD. 7. Construa os segmentos AD e DC. 8. Clique sobre cada uma das retas, quando abrir a caixa de diálogo clique em exibir o objeto, para esconder as retas. 9. Pronto, seu paralelogramo está feito. **Tente movimentar cada um dos pontos, o que observa? É possível mover todos?** **Quais pontos podem ser movimentados? Justifique o porquê disso. A construção é única?**

A adaptação dessas atividades ocorreu por haver o entendimento que a perspectiva da atividade orientada de ensino de forma aberta (questionamentos que colabora para ampliação das reflexões sobre o objeto analisado), aborda aspectos que permeiam o desenvolvimento da formação com uso e manuseio das tecnologias digitais em cenários híbridos, ou seja, o que denominado no presente trabalho de Tecformação digital híbrida.

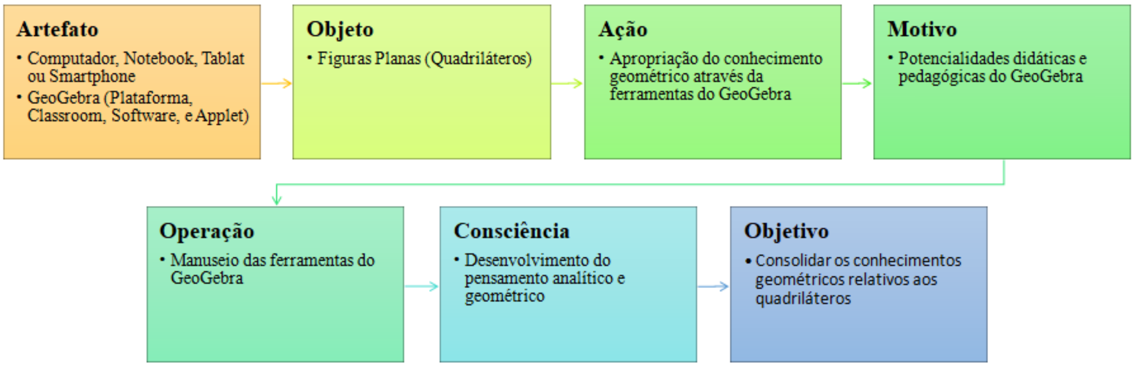
Diante disso, apresenta-se uma pesquisa de abordagem qualitativa, do tipo descritiva e explicativa, com características de pesquisa-ação. E como instrumento de coleta de dados utilizou-se a observação online dos registros digitais produzidos pelos sujeitos participantes. Convém destacar que as atividades foram desenvolvidas na plataforma do GeoGebra no recurso denominado Grupo, que funciona como um ambiente de sala de aula. Para atender as normas éticas de uma pesquisa identificou-se os 30 sujeitos participantes por código, de P01 a P30. Entretanto, devido também ao pouco espaço de escrita, será apresentado somente análise de duas respostas, uma de cada sujeito que foram selecionadas aleatoriamente.

Análise dos Resultados

As atividades de ensino orientadas e abertas aqui construídas, além de apresentar uma parte para o desenvolvimento do pensamento analítico do sujeito, promoveu um espaço para construção do pensamento geométrico. Desse jeito, cada atividade era acompanhada por *applet* do GeoGebra em que os sujeitos faziam suas produções com as experimentações. A Figura 1 apresenta nossa ideia de sistema de atividade.

Figura 1.

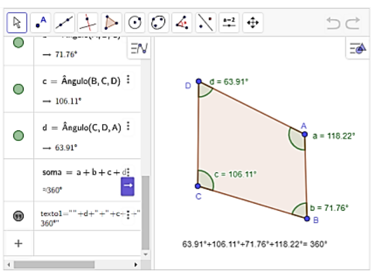
Sistema de Atividade (Pesquisadores, 2022)



Já o Quadro 2 ilustra o recorte da resposta da Atividade I produzido pelo sujeito P02 realizado na plataforma citada. A primeira pergunta aberta busca saber: *o que é um quadrilátero*?

Quadro 2.

Recorte das produções do sujeito P02 em relação à Atividade II (Pesquisadores, 2022)

Pensamento Analítico	**Pensamento Geométrico**
Um quadrilátero é um polígono formado por 4 pontos coplanares, distintos e 3 deles não colineares, e seus segmentos formados devem se interceptar apenas nas extremidades. Para ser um quadrilátero ele deve ter 4 pontos distintos e coplanares, 4 lados que se intersectem apenas nas extremidades e 4 ângulos. 360° Ao movimentar os vértices a soma dos ângulos internos se mantém. A conclusão é que a soma dos ângulo internos de um quadrilátero é sempre 360°.	

Nota-se que o sujeito participante define um quadrilátero de forma coesa, enfatizando que é um polígono formado por quatro pontos coplanares, ou seja, todos estão no mesmo plano e ainda acrescenta que três deles não são colineares. Infere-se que ele tenta expressar que tomando três desses pontos coplanares eles nunca estarão na mesma linha. Além disso, informa que os segmentos formados estão se interceptando apenas nas extremidades. Entretanto, não descreve a existências de quatro ângulos internos. Isso mostra que a multivocalidade desse sujeito precisa ser expandida.

A segunda pergunta aberta sonda: *quais características ela deve ter para ser um quadrilátero?* Assim, o sujeito destaca a necessidade de ter quatro pontos distintos e coplanares, quatro lados que se intersectam apenas nas extremidades e quatro ângulos. Como, provavelmente, os ângulos que ele cita são os internos, infere-se que o pensamento geométrico dele converge para as principais características do quadrilátero, porém é preciso ser mais preciso. Isso mostra a necessidade de uma mediação que pode ser feita na plataforma. A terceira pergunta questiona: *que valor obtém?* Fato que está relacionado a soma dos ângulos internos, sendo assim, o sujeito responde de forma eficiente e curta que é 360°.

Já em relação a quarta, que buscar saber se: *essa soma se mantém?* No sentido de movimentar um dos pontos sem perder a característica de quadrilátero, o sujeito demonstra firmeza ao pontuar que ao movimentar os vértices a soma dos ângulos internos se mantém. Observa-se que essa convicção só é possível devido a dinamicidade possibilitada pelo *applet* do GeoGebra. A última pergunta aberta questiona: *que conclusão se pode tirar disso (expresse verbalmente)?* Dessa forma, o sujeito conclui que a soma dos ângulos internos de quadrilátero é sempre 360°. Isso elucida a presença das contradições, já que,o sujeito é conduzido a experimentar diferentes construções de quadrilátero até conjecturar o valor esperado.

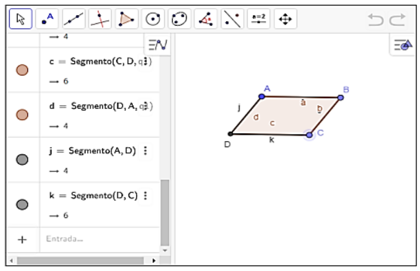
Convém ressaltar que segundo Moura (2000) esses processos de análise e síntese, ao longo da atividade, são momentos de avaliação permanente tanto para quem ensina como para quem aprende. E essa perspectiva se fez presente nesse processo formativo uma vez que a plataforma do GeoGebra com uso do recurso Grupo viabilizou a mediação com troca de conhecimentos e informações entre os sujeitos professor formador e os cursistas em momentos híbridos.

A Atividade II foca na experimentação, sendo assim, após as orientações para construção do paralelogramo é exposto o seguinte questionamento: *tente movimentar cada um dos pontos, o que observa?* Conforme o Quadro 3, o sujeito P06 descreve a pergunta em negrito e responde que "ao movimentar o ponto A o polígono inteiro se movimenta, o ponto B e C mudam os ângulos internos e a inclinação dos segmentos, e o ponto D é fixo" (2022). Essa resposta exibe que a dinamicidade promovida pelo recurso tecnológico favoreceu as conjecturas formativas do objeto geométrico analisado.

E esse fato é verificado também diante dos outros questionamentos abertos dessa atividade, principalmente, pelo fato da experimentação promovida pelas ferramentas do recurso tecnológico possibilitar a movimentação dos pontos A, B e C. Nesse sentido, infere-se que P06 percebeu que esses deslocamentos geram a mesma figura plana, porém com dimensões distintas e, além disso, ele certificou que o ponto D, de acordo a essa orientação, é o objeto geométrico fixo que preserva a característica de um paralelogramo. Outro ponto importante foi evidenciado ao questionar: *a construção é única?*O sujeito informa que "Não, pois pelo uso do GeoGebra é possível notar que existe[m] diferentes possibilidades [de] construção dessa figura." Dessa maneira, deduz-se que o uso do *applet* do GeoGebra juntamente com o manejo possibilitado por suas ferramentas colaborou para expansão do pensamento geométrico.

Quadro 3.

Recorte das produções do sujeito P06 em relação à Atividade II (Pesquisadores, 2022)

Pensamento Analítico	Pensamento Geométrico
Tente movimentar cada um dos pontos, o que observa? Ao movimentar o ponto A o polígono inteiro se movimenta, o ponto B e C mudam os ângulos internos e a inclinação dos segmentos, e o ponto D é fixo. **É possível mover todos?** Não, somente o D é fixo. **Quais pontos podem ser movimentados? Justifique o porquê disso.** A, B, C, pois o ponto A por ser o primeiro a ser feito ele pode ser movido e alterar a forma do quadrilátero, os pontos B e C podem ser movidos apenas para controlar a distância que a reta paralela terá da outra. **A construção é única?** Não, pois pelo uso do GeoGebra podemos notar que existe diferentes possibilidades construção dessa figura.	

Diante disso, o recurso tecnológico utilizado além de promover as produções digitais, possibilitou a criação de diferentes conexões de tal maneira que estabeleceu um aprendizado prático. Conforme as ideias de Engeström (1987) essa aquisição de conhecimento favoreceu a essa formação inicial de professores de matemática no que tange às transformações expansivas que podem ser entendidas como reconceitualizações dos elementos da atividade de ensino orientadas e abertas, sobretudo, em relação ao objeto analisado.

Considerações

Este trabalho apresenta um modelo de formação pontuando uma pequena parte do seu desenvolvimento com ênfase no embasamento teórico advindo da Teoria da Atividade aplicada ao processo de ensino e aprendizagem. Assim, tenta certificar a viabilidade de se utilizar essa teoria na formação inicial de professores de matemática com uso e manejo de tecnologias digitais. Em síntese, buscou mostrar o que é a Tecformação e como a mesma organiza as ações dos sujeitos envolvidos mediante aplicação das atividades de ensino orientadas e abertas por meio dos recursos tecnológicos digitais.

Assim, evidenciamos que ações dos sujeitos têm seu engajamento por meio da experimentação que possibilita a construção do objeto analisado em um dinamismo ágil, ou seja, em distintas visualizações que, por sua vez, acarretam nas reflexões que promovem a aquisição dos conhecimentos geométricos. Por fim, como a pesquisa está em desenvolvimento, espera-se que este trabalho mostre novos olhares para esse modelo formativo e abra caminho para outras discussões pertinentes a essa temática.

Referências

ENGESTRÖM, Y. (2002). Aprendizagem por expansão na prática: em busca de uma reconceituação a partir da teoria da atividade. Tradução D. Vilas Boas e M. Damiani. In: *Cadernos de Educação*. Pelotas: Ed. UFPel.

LEONTIEV, A. N. (1983). *Actividad, conciencia, personalidad*. Havana: Editorial Pueblo y Educación.

LEONTIEV, A. N. (2001). Uma contribuição à teoria de desenvolvimento da psique infantil. In: VIGOTSKII, L. S.; LURIA, A. R.; LEONTIEV, A. N. *Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem.* S. Paulo, Ícone, p. 59-83.

KENSKI, V. M. (2012). *Educação e tecnologias: o novo ritmo da informação*. 8. ed. Campinas: Papirus.

MOURA, M. O. (2000). *O educador matemático na coletividade de formação: uma experiência com a escola pública.* 2000. Tese (Livre Docência) – S. Paulo: Faculdade de Educação, USP.

MOURA, M. O. (2002). A atividade de ensino como ação formadora. In: CASTRO, A. D.; CARVALHO, A. M. P. (Orgs.). *Ensinar a ensinar: didática para a escola fundamental e média.* S. Paulo: Pioneira Thomson Learning.

VYGOTSKY, L. S. (1991). *A formação social da mente.* 4.ed. S. Paulo: Martins Fontes.

VYGOTSKY, L. S. (2004). *Teoria e método em psicologia.* S. Paulo: Martins Fontes.

Materiais Curriculares Educativos Online: um espaço para evidenciar concepções de licenciandos em matemática

Online Educational Curriculum Materials: a space to highlight conceptions of undergraduate students in Mathematics

Materiales Curriculares Educativos en Línea: un espacio para resaltar las concepciones de los estudiantes de grado en Matemáticas

Marcelo Almeida Bairral[1038]
Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
0000-0002-5432-9261

Vívia de Souza Marins[1039]
Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
0000-0001-7150-823X

Modalidade: Comunicação
Núcleo temático: Tecnololgia digital e outros recursos para o ensino e aprendizagem de matemática

Resumo

Este trabalho traz resultados preliminares de um projeto[1040] que tem como base um ambiente *online* síncrono localizado no portal do Grupo de Estudos e Pesquisas das Tecnologias de Informação e Comunicação em Educação Matemática (GEPETICEM). No portal é possível encontrar diversos materiais curriculares educativos *online* (MCEO) e para cada um deles há uma aba específica chamada *chat*, na qual ocorre o compartilhamento de ideias entre os sujeitos. O foco da análise aqui apresentada é elucidar concepções dos futuros professores quando analisam sincronamente um MCEO. As implementações foram feitas com licenciandos em matemática e ocorreram em março de 2022. O estudo mostra que o uso de MCEO também é um campo fértil na elucidação de concepções de licenciandos. Essas concepções podem ser sobre os elementos característicos do MCEO ou sobre a aprendizagem com este recurso. Para a formação inicial de professores com tecnologias a análise chama a atenção que a construção geométrica no GeoGebra articula procedimentos, habilidades e conceitos. Ela não pode ser vista de modo desarticulado, conforme interpretado em certas concepções.

Palavras-chave: MCEO; Chat; Interações; Formação inicial de professores.

Introdução

[1038] *mbairral@ufrrj.br*
[1039] *viviasouza.dsm@gmail.com*
[1040] Financiado pelo CNPq.

Atualmente a matemática está se recriando e se desenvolvendo de modo a cada vez mais ser ensinada de maneiras diversas e não apenas com utilização de exercícios rotineiros e de fórmulas. Os materiais curriculares educativos (MCE) surgem nesse contexto de inovação. Eles têm como característica a aprendizagem não somente dos alunos, mas também dos próprios docentes (DAVIS; KRAJCIK, 2005). Há pesquisas que buscam compreender a conexão entre os professores (suas práticas pedagógicas) e os materiais (utilização no conteúdo) com o propósito de melhorar este aprendizado do docente e do discente durante sua utilização (SOARES; JANUARIO; LIMA, 2022) ou a sua recontextualização (SILVA; BARBOSA; OLIVEIRA, 2013).

Os MCE também possibilitam aos professores a apropriação e a modificação dos materiais a partir do conhecimento sobre seus alunos e suas realidades, o que a investigação no campo denomina de recontextualização pedagógica (SILVA; BARBOSA; OLIVEIRA, 2013). Conhecimentos, crenças e concepções docentes sobre formas de adequar e alterar o material utilizado também são objetos de atenção em pesquisas (SOARES; JANUARIO; LIMA, 2022). Sendo assim, o foco da análise aqui apresentada é elucidar concepções[1041] dos futuros professores quando analisam um material curricular educativo disponibilizado *online* (MCE**O**) que traz uma abordagem diferente para o uso do GeoGebra com alunos da Educação Básica.

Alguns estudos com/sobre materiais curriculares educativos

Há pesquisas que abordam o assunto de MCEO, mais especificamente, a sua utilização com turmas de licenciatura em matemática (MUNIZ; BAIRRAL, 2020, BARBOSA; BAIRRAL, 2018). Muniz e Bairral (2020) descrevem o que é um MCEO, apresentam exemplos de *sites* e de recursos que são (ou não) consideradas um MCE e uma sessão na qual foram expostos os métodos utilizados com os licenciandos e as visões destes quanto aos MCEO destacando algumas das falas mais potenciais e interessantes durante as interações e as etapas desenvolvidas. A diferença entre MCE e MCEO é que o segundo está publicado *online*. E os MCEO produzidos em nosso grupo de pesquisa são frutos de experiências reais (não hipotéticas) de quem o elaborou, vivenciou, refletiu no grupo sobre a implementação e publicou *online* (MUNIZ; BAIRRAL, 2020).

[1041] Resumidamente, reflexão crítica sobre o ensino e a aprendizagem matemática, inclusive, seu próprio aprendizado e desenvolvimento profissional.

Em Barbosa e Bairral (2018) temos uma extensa explicação sobre os materiais curriculares educativos, seus significados e objetivos, as principais diferenças entre esses materiais e os didáticos e, assim como em Muniz e Bairral (2020), uma parte focada no processo da apresentação desses materiais para licenciandos em matemática e na evidência de alguns de seus pontos de vista.

Além disso, os MCEO quando utilizados por um docente fazem com que este repense sua prática pedagógica e aprenda diferentes métodos que possam ser postos em prática em seu contexto escolar (ARQUIERES; BAIRRAL, 2018). Ao se apropriar de um material curricular desenvolvido por outro docente, o professor, a partir deste primeiro material, poderá criar os seus materiais, divulgar, aprender com as ideias e dicas de outros colegas e assim ir redimensionando sua prática e sua profissão como docente. E, quando manuseado por um graduando que não tem experiência em sala de aula, o MCEO tem o intuito de fazê-lo refletir e compreender a docência a partir da prática pedagógica de outros professores (ARQUIERES; BAIRRAL, 2018). Por isso, o uso de MCEO em situações de estágio supervisionado pode ser providencial (BARBOSA; BAIRRAL, 2018).

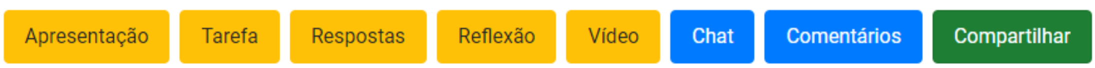
Quanto as alterações (apropriações) no MCE que são realizadas pelo docente, estes são influenciados tanto pela sua prática pedagógica, leitura e interpretação do material, pelo conhecimento que o professor tem dos conteúdos matemáticos e pela sua consciência dos alunos e do contexto em que estão inseridos (SOARES; JANUARIO; LIMA, 2022).

Os MCEO que produzimos e socializamos

No portal do GEPETICEM existem (em julho de 2022), 34 MCEO. Eles possuem, cada um, oito abas no total, sendo cinco delas para contextualização e compreensão do material e outras três para compartilhar, comentar e conversar com leitores e criador(es) do material sobre seu ponto de vista sobre o próprio, deixando dicas, dúvidas, experiências, entre outros, de modo síncrono ou assíncrono.

Figura 1

A organização das abas em cada MCEO no Portal do GEPETICEM. Fonte: GEPETICEM



As três últimas abas, chat, comentários e compartilhar, são as abas abertas para os visitantes do portal exporem sua visão sobre aquele material de modo assíncrono (comentários e compartilhar) e de modo síncrono (chat). A aba chat é o foco dessa pesquisa, particularmente, as interações ocorridas em três MCEO que serão descritos a seguir. Cada aba tem seu propósito específico. O quadro 1 apresenta a característica principal de cada uma das abas.

Quadro 1

As abas pertencentes a cada MCEO no Portal GEPETICEM e um resumo sobre seus objetivos.

Abas no Portal do Gepeticem	**Propósitos**
Apresentação	Um resumo da ideia, intenção e utilização do material.
Tarefa	As atividades que envolvem esse MCEO.
Respostas	As respostas da tarefa dadas por alguns alunos.
Reflexão	Expor a narrativa do professor de acordo com o que aconteceu durante a aula.
Vídeo	Apresentar partes da aula que foi utilizado o MCEO para auxiliar no entendimento do material.
Chat	Trocar ideias, dúvidas e pontos de vista com outro profissional ou licenciando naquele momento.
Comentários	Deixar sua perspectiva sobre o material, sem uma troca de informações no mesmo momento.
Compartilhar	Comentar e partilhar suas ideias e experiências, podendo adicionar imagens.

Fonte: Elaboração própria

Este projeto tem como finalidade introduzir os MCEO na licenciatura em matemática da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro (UFRRJ). Também objetiva a formação continuada (ARQUIERES, 2019).

O cenário de produção de dados

O encontro em que foi produzido os dados para a pesquisa ocorreu em uma turma com 7 licenciandos em matemática e o MCEO Pedalando no GeoGebra[1042] foi o material escolhido, pois este apresenta uma abordagem diferente para o uso do GeoGebra.

No trabalho de campo o mediador fez algumas perguntas - com base no roteiro de Muniz e Bairral (2020) - que já haviam sido formuladas na aba *chat* de cada MCEO e os licenciandos responderam com seu entendimento e sua visão sobre aquele material e sobre o método de

[1042] http://www.gepeticem.ufrrj.br/pedalando-no-geogebra/

ensino normalmente utilizado em aula. Este encontro *online* durou 40 minutos. Essa duração varia em função da desenvoltura da interação e do esgotamento das perguntas propostas.

Os procedimentos de coleta e análise de dados foram feitos pelo chat no Portal do Gepeticem. As mensagens eram copiadas e coladas em uma planilha do Excel, mantendo a ordem da postagem e o seu teor. Como se trata de uma análise preliminar, optamos por deixá-la ainda em cunho mais descritivo e exemplificar algumas concepções dos licenciandos que emergiram sobre o MCEO analisado.

As ideias do MCEO Pedalando no GeoGebra

O MCEO Pedalando no GeoGebra é um material que conta com a construção livre de uma bicicleta e de uma paisagem. A ideia principal é mostrar que há matemática em lugares inesperáveis e, utilizando a plataforma do GeoGebra 2D, aprender e explorar conceitos matemáticos que pareciam não existir por não haver um objetivo diretamente ligado a matemática. Este MCEO foi produzido por um professor a partir de sua vivência em uma turma com alunos sem experiências prévias com o GeoGebra. O diferencial deste MCEO no trabalho com o GeoGebra é que ele é oriundo de uma prática na qual o professor propõe uma situação e deixa os alunos trabalharem.

O autor do material relata que durante a aplicação do material com 12 (doze) alunos do Ensino Médio houve discussões sobre as diferentes maneiras de construir a bicicleta utilizadas pelos discentes. Ele completou comentando que, independentemente das ferramentas utilizadas, o resultado não mudaria. Uma curiosidade que o autor pôs na aba reflexão foi um apontamento feito por uma aluna durante a implementação desse material. A aluna, ao conectar um dos pontos pertencentes a construção da bicicleta a um controle deslizante, percebeu que uma das coordenadas do ponto se tornaria uma equação. O exemplo dado é o ponto A = (2+a, 4), no qual **a** seria o valor do controle deslizante. O controle deslizante é uma ferramenta que dá movimento as construções feitas no GeoGebra.

As interações na aba chat

Este chat ocorreu com a seguinte dinâmica: foram dados 20 minutos para os alunos lerem (de modo assíncrono) o MCEO Pedalando no GeoGebra e, passado esse tempo, nos reencontramos na aba chat do próprio material. Inicialmente foi questionado se os licenciandos tinham alguma colocação antes de começarmos com as perguntas. Os comentários foram diversos, tanto sobre a ideia do material, como ele foi apresentado, para quem, o propósito (ou a falta dele), como podemos ver abaixo[1043]:

C - achei a atividade super interessante, mas senti falta dos comentários de outros alunos

T - Acho que achei esta mais interativa. Mais instigante

F - gostei mais dessa da bicicleta

F - só a ideia de movimento já torna tudo mais atrativo

R - eu gostei da atividade, mas eu achei muito "infantil". Se não estou enganado a atividade foi feita com alunos do segundo ano, com graduandos e com professores, certo?

F - concordo com o Renan

Os graduandos começam com favoritismo em comparação ao MCEO lido anterior, comentando que este é mais “interativo” e “atrativo” por ter uma realização no GeoGebra e utilizando a ferramenta controle deslizante, diferentemente do MCEO anterior, que era uma folha de exercício e que poderia ser contextualizado em um ambiente de construção matemática. Porém, apesar de ter essas características, o aluno R comenta sobre ser um assunto infantil para se abordar com os participantes pois tem um ar só de “construção” e não de um assunto matemático, como se fosse uma atividade para desenhar, por isso ele o caracteriza desta forma. Veja que com as interações podemos ir percebendo concepções dos futuros professores. Neste caso, como se as construções no GeoGebra fossem desarticuladas do que o sujeito sabe ou pretende usar na construção.

Após isso, foi utilizado um comentário feito por um discente do período no qual ele disse que esse MCEO é “bem abrangente” e que não tem um “intuito (conteúdo) matemático explicito” e, por isso, não seria sua primeira escolha, como professor, de utilização em aula. Foi perguntado se eles concordam com o pensamento desse colega e vários comentários foram feitos quanto a isso.

R - Eu concordo. É bem legal o que é feito, e realmente colabora para um olhar diferente acerca da matemática nas coisas do dia a dia, mas no geral o geogebra é o que brilha, nao necessariamente um conteúdo em particular

T - Concordo

R - faz gerar aquela pergunta clássica quais habilidades estão sendo trabalhadas aqui

[1043] Os textos são reproduzidos da forma em que foram digitados.

L - Eu concordo que não tem o conteúdo matemático explícito, mas não que não seria minha primeira escolha

L - Acho que seria bem legal essa atividade num primeiro dia de aula

Ed - Realmente é algo mais "solto", creio que a escolha desta atividade depende do que o professor que trabalhar... Tipo, em uma atividade extra ou algo parecido

T - Eu acho que com um bom direcionamento é totalmente viável

Ed - Sim!

Todos os graduandos que participaram deste momento concordaram, mesmo que indiretamente, que o MCEO não possui um intuito matemático. Alguns disseram que poderia ser utilizado como uma “atividade extra”, uma atividade para descontrair os alunos, não muito pesada para um “primeiro dia de aula” e que se for abordado de um jeito mais focado em um assunto poderia até trazer um intuito, mas, como interpretado por eles, não há um conteúdo abordado.

O discente R diz que o papel principal neste material é do GeoGebra e que o coadjuvante seria a matéria que esse material envolve. Quando R questiona “quais habilidades estão sendo trabalhadas” remete a ideia de que o licenciando não enxerga algum assunto que é abordado nesta construção. Em sua visão tudo que acontece é uma movimentação no GeoGebra e, nesse processo, não há matemática, nem habilidades conceituais sendo desenvolvidas.

Posteriormente partimos para a pergunta de qual aba eles acharam mais interessante. Alguns estavam tendo problema em assistir o vídeo pelo Portal, então a mediadora baixou e colocou no grupo de WhatsApp enquanto a interação estava ocorrendo. No começo, antes de todos os discentes verem o vídeo, a aba majoritariamente escolhida foi a aba resposta, mencionada por 3 licenciandos (T, L, Ed), seguido pela aba vídeo, votado por 2 alunos (C, F) e então as abas tarefa (C) e reflexão (R).

Após isso foi então perguntado aos licenciandos a aba mais importante. Neste momento todos já conseguiram assistir o vídeo, e alguns comentaram sobre a aba vídeo. Uma aluna que anteriormente falou que achou interessante a aba respostas comenta que gostou do vídeo “pois conseguimos identificar o intuito da tarefa e visualizar um pouco da matemática ali”. As respostas que tivemos sobre as abas mais importantes teve algumas divergências para alguns estudantes, como podemos ver:

F - tarefa, porque ela é o centro da proposta

C - continuo com a reflexão, mesmo sentindo falta dos comentários de mais alunos

R - acho que vou trocar, acredito que esse feedback dos alunos é bem interessante mesmo, vou nas respostas agora!

L - O vídeo acho que seria mais importante que a proposta da tarefa, por ser algo mais visual, acho que fica mais fácil de entender o que é pra ser feito

Ed - Eu também gostei do vídeo, pois conseguimos identificar o intuito da tarefa e visualizar um pouco da matemática ali

Quando perguntados se sentiram falta de algo na aba reflexão o aluno F diz que poderia ter um comentário sobre as “questões matemáticas que estavam envolvidas na atividade”. Então foi perguntado se isto deveria estar na aba reflexão, dado que a pergunta era sobre esta aba específica e a discente L comenta que “isso caberia mais nas respostas, seria interessante se os alunos mostrassem isso pra gente”, dando a ideia de que o professor não deveria dar a ideia matemática por trás da construção, mas que o aluno perceba algo, o que é um dos motivos que alguns licenciandos estavam descreditando o material, pois ele não dá aos leitores um assunto certo, uma resposta clara de “quais habilidades estão sendo trabalhadas”. Logo, vemos uma inversão de pensamentos, porém eles mostram não perceber.

Continuando no chat sobre este ponto levantado por F ao dizer que poderia ter uma aba que “viesse antes das respostas e depois da proposta da tarefa”, que seria necessário neste caso, pois:

L - Nessa tarefa que é mais solta acho que caberia a aba finalidades sim, pra colocar isso que o F falou

L - Das questões matemáticas

Os alunos continuam no assunto de abas que poderiam ser introduzidas neste material:

C - talvez uma aba "construção", ensinando a fazer as construções no geogebra

F - sim

Ed - Uma aba de possíveis abordagens na sala de aula ou como foi feito o processo no geogebra

F - falar os pontos importantes da tarefa e como chegaram a isso

C e Ed comentam sobre a construção deste material no GeoGebra. Para eles é uma construção difícil, pois nem eles conseguiriam fazer e que o material não explicita como foi feita a construção, ainda que no material o autor comente que foi feito um passo a passo com os participantes, porém que poderiam utilizar outras ferramentas. O licenciando F continua a pensar confirmando com L ao comentar sobre a aba finalidades, dando mais uma atribuição que esta aba poderia ter.

A última pergunta feita engloba tudo o que eles viram nos dois materiais e o que eles já viram em livros didáticos, especificamente, o que eles observaram de diferente entre a abordagem dos dois.

Ed - Trabalham o conteúdo de uma maneira mais leve, menos tradicional

L - Acho que as atividades dos livros acabam sendo mais mecânicas, né? Mais voltado pra fazer conta

F - são práticos e interativos, focados na reflexão

C - acredito que a forma com que dialoga com o leitor, parecia que realmente estava em uma conversa com autor

Ed - Os alunos ficam mais livres para trabalhar e o professor também

R - as online são mais interativas

L - E acho que mais atrativas também

Er - Acredito que livros didáticos possuem atividades semelhantes, mas não voltadas para serem feitas no GeoGebra em geral. A diferença seria que o livro didático possui teorias sobre conteúdos de Matemática e diversas atividades, e esta atividade é algo específico.

Assim como em outros chats os acadêmicos comentam sobre a interatividade que o MCEO propõe, pois utilizam-se de materiais ou ambientes manipuláveis. Eles também relatam a falta de rigidez, pois ela não traz um resultado fixo esperado dos discentes nem uma proposta imutável para o docente e como o material aumenta o interesse no assunto abordado.

Resultados prévios em via conclusiva

Mediante as interações podemos ir percebendo algumas concepções dos futuros professores no MCEO analisado. As concepções emergentes podem ser organizadas em dois âmbitos: os elementos característicos do MCEO e a aprendizagem com o recurso.

Quadro 2: Concepções emergente

Concepção dos licenciandos	
Sobre elementos característicos do MCEO	Sobre o aprendizado com o MCEO
-Abordagem mais leve do conteúdo.	-Possibilidade de aprendizagem mais flexível.

-Maior liberdade de trabalho por parte dos alunos e do professor. -Mais atrativos e interativos.	- Habilidades matemáticas não articuladas ao que o sujeito faz com o GeoGebra. -A necessidade de explicitar a construção feita no GeoGebra.

Fonte: Material de pesquisa

Os elementos característicos são importantes para quem vai elaborar um MCEO, ou seja, o que pode levar em consideração. As concepções sobre aprendizagem constituem um desafio aos formadores de professores com tecnologias. Neste caso, ficou evidente a percepção que os licenciandos tem sobre as construções no GeoGebra. Para eles é como se elas fossem desarticuladas do que o sujeito sabe ou pretende usar na construção. Parece haver a ideia de que o procedimento (uso de ícones do software) não tem articulação com a construção matemática que está sendo feita. Cabe investigar mais sobre essa concepção.

É importante também relativizar (ou amenizar) as concepções elucidadas, pois o MCEO traz uma abordagem diferente (partir do sujeito e não ter uma tarefa fechada a ser feita) para os licenciandos e, talvez, essa novidade os tenha surpreendido. A dinâmica síncrona do chat pode também ser um complicador e precisa ser levada em consideração. Por outro lado, a rapidez da interação seja instigante na evidência de concepções. De todos os modos, elucidar concepções é importante pois coloca em xeque o conhecimento do futuro professor para ensinar e sua predisposição para ousar, criar, inovar e redimensionar, pois MCEO expressam o que pode ser ensinado e aprendido em diferentes épocas (SOARES et al. 2020).

Apenas com este chat podemos ver que os licenciandos analisam cada aspecto dos MCEO, tanto suas abas, seus propósitos e sua utilização. No material analisado observamos que os futuros professores parecem não considerar tarefas mais livres como uma boa escolha docente. Ainda que os acadêmicos não tivessem leitura prévia sobre a conceituação de um MCEO, o que foi proposital, este estudo também evidencia o processo interativo síncrono como um campo fértil para aprimorar a caracterização de um material curricular educativo, seja ele disponibilizado online ou não.

Referências

ARQUIERES, D. D. *Materiais Curriculares Educativos e Formação Continuada de Professores de Matemática*. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática). UFRRJ. Seropédica, 2019.

ARQUIERES, D. D.; BAIRRAL, M. A. Um mapeamento de pesquisas sobre o uso de materiais curriculares educativos na formação de professores de matemática. *Instrumento - Revista de Estudo e Pesquisa em Educação*, Juiz de Fora-MG, v. 20, n. 2, p. 239-250, 2018.

BARBOSA, R. C., BAIRRAL, M. A. Algumas reflexões de licenciandos em matemática sobre materiais curriculares educativos on-line. In *Tecnologias da informação e comunicação na educação matemática: Articulação entre pesquisas, objetos de aprendizagem e representações* (p. 97-116). Curitiba: CRV, 2018.

DAVIS, E. A.; KRAJCIK, J. S. Designing Educative Curriculum Materials to Promote Teacher Learning. *Educational Researcher*, v. 34, n. 3, 3-14, 2005.

DELMONDI, N. N.; PAZUCH, V. Um panorama teórico das tendências de pesquisa sobre o ensino de transformações geométricas. *RBEP*, Brasília-DF, v. 99, n. 253, p. 659-686, 2018. doi:10.24109/2176-6681.rbep.99i253.38616

MUNIZ, G.; BAIRRAL, M. A. Materiais Curriculares Educativos Online na Licenciatura. In M. A. Bairral (Ed.), *Ambiências e redes online: interações para ensino, pesquisa e formação docente* (p. 119-136). São Paulo: Editora Livraria da Física, 2020.

SOARES, M. C. R. A.; JANUARIO, G.; LIMA, K. Agência e seu deslocamento no uso de materiais curriculares de Matemática. *Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*, v. 12, n. 1, p. 72-86, 26 jan. 2022.

SILVA, M. S. da; BARBOSA, J. C.; OLIVEIRA, Andréia Maria Pereira de. Materiais curriculares educativos sobre modelagem matemática e a recontextualização pedagógica operada por professores iniciantes. *Unión. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, La Laguna, n. 34, p. 47-67, 2013.

Tecnologias aplicadas à matemática: relato de experiência sobre a produção de vídeos tutoriais

Technologies applied to mathematics: experience report in the production of tutorial videos

Tecnologías aplicadas a las matemáticas: relato de experiencia en la producción de videos tutoriales

Gisele Pereira de Oliveira Xavier[1044]
UEMG
0000-0002-9901-0430

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Tecnologia digital e outros recursos para o ensino e aprendizagem da matemática.

Resumo

A formação inicial de professores em Matemática busca a construção de conhecimentos específicos matemáticos e a consolidação pedagógica de práticas educativas que possibilitem ao licenciando refletir e contribuir para a preparação do ser humano de forma integral, considerando as demandas e mudanças sociais. Neste artigo, a autora apresenta um relato de experiência sobre a proposta de desenvolvimento de vídeos tutoriais como uma maneira de refletir a docência como experiência. Uma estratégia colaborativa e compartilhada entre licenciandos do 8º período do Curso de Matemática. O objetivo é a mobilização de saberes para o desenvolvimento da experiência profissional por meio de atos de currículos que considerem as urgências e características sociais. Compreende-se que o processo formativo balizados pela experiência social contribui para a experiência individual e coletiva.

Palavras-chave: Tecnologias, Ensino de Matemática, Vídeos Tutoriais, Aplicativos, Prática de ensino**.**

Abstract

The initial training of teachers in Mathematics seeks to build specific mathematical knowledge and the pedagogical consolidation of educational practices that allow the licentiate to reflect and contribute to the preparation of the human being in an integral way, considering the demands and social changes. In this article, the author presents an experience report on the proposal to develop tutorial videos as a way to reflect on teaching as an experience. A collaborative and shared strategy among undergraduate students of the 8th period of the Mathematics Course. The objective is to mobilize knowledge for the development of professional experience through curriculum acts that consider urgencies and social characteristics. It is understood that the training process guided by social experience contributes to the individual and collective experience.

[1044] gisele.xavier@uemg.br

Keywords: Idem Technologies, Mathematics Teaching, Video Tutorials, Applications, Teaching Practice.

Resumen

La formación inicial de los docentes em Matemática busca la construcción de conocimientos matemáticos específicos y la consolidación pedagógica de prácticas educativas que permitan al licenciado reflexionar y contribuir a la preparación del ser humano de manera integral, considerando las demandas y cambios sociales. En este artículo, el autor presenta un relato de experiencia sobre la propuesta de elaboración de videos tutoriales como forma de reflexión sobre la docencia como experiencia. Una estrategia colaborativa y compartida entre estudiantes de pregrado del 8º período de la Carrera de Matemáticas. El objetivo es movilizar conocimientos para el desarrollo de la experiencia profesional a través de actos curriculares que consideren urgencias y características sociales. Se entiende que el proceso de formación guiado por la experiencia social contribuye a la experiencia individual y colectiva.
Palabras clave: Tecnologías, Enseñanza de las Matemáticas, Videotutoriales, Aplicaciones, Práctica Docente.

Contextualização

No ano de 2020, em processo acelerado, decorrente da pandemia do covid-19, a educação, passou por um processo de imergir nas Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC). Embora muitos professores e instituições já fizessem uso das tecnologias e das possibilidades em rede, em suas práticas, grande parte realizou esse movimento de pensar com, sobre e através, de forma abrupta, sem preparo, recursos e até mesmo, sem formações específicas (XAVIER, 2021).

A urgência de manter o vínculo e dar continuidade, de alguma forma, aos currículos, foi incluir práticas que lançassem mão as tecnologias. Dessa forma, foi implementado o Ensino Remoto Emergencial (ERE). Uma mudança temporária e alternativa (do ensino presencial para o *online*), para suprir as demandas do contexto já mencionado (HODGES et al., 2020).

Esse aligeiramento da utilização e suporte das tecnologias para mediar os processos educativos não levou em consideração as emergências de formação, recursos, saberes e experiências nem dos alunos, tampouco das gestões e docentes (XAVIER, 2021). O ERE chegou em um momento de fragilidade emocional, medo e insegurança para além das questões sanitárias e de preservação a vida, mas também de receio do que fazer, como fazer, o que utilizar e como utilizar.

A busca pelo domínio de recursos e ferramentas digitais, ocorreu em suma maioria de forma autônoma por parte dos docentes e instituições (SALVADOR et. Al., 2020). Embora muitos esforços e empenho, o que foi observado durante esse período, é justamente a reprodução de uma aula presencial para o formato *online*. Reforçando que as ações pedagógicas acabavam não aproveitando o potencial tecnológico (HODGES et al., 2020).

Esse período vivenciado pela humanidade trouxe uma nova reconfiguração da vida. Para as pessoas que desempenhavam suas atividades e manifestações sociais por meio da tecnologia, o impacto a uma dependência maior ao digital em rede foi menos drástica (XAVIER, 2021). Já as que tinham maior dificuldade, aprenderam com essa nova realidade, desencadeando novos hábitos para resolver suas demandas cotidianas, como pagar conta, fazer uma reunião etc. (SYNDOW, 2020).

De fato, as tecnologias oferecem uma possibilidade diferente para que os sujeitos se relacionem e se ocupem (ALVES-MAZZOTTI; CAMPOS, 2011; CASTELLS, 2016). No entanto, isso nunca ficou tão evidente, pois essa presença híbrida ao ciberespaço e ao físico, traz alterações comunicativas e possibilidades de acesso a novas formas de interação, aprendizado e atuação (PORTO; OLIVEIRA; CHAGAS, 2017). O *Smartphone* (dispositivo móvel) acaba por viabilizar essas e outras oportunidades por meio de aplicativos (*apps*) que além de possibilitar a conexão entre sujeitos, os envolve na cultura digitalmente gerada no ciberespaço (AMANTE; FONTANA, 2017).

Há de se considerar que esse movimento de aligeiramento do uso e acesso ao digital em rede oferece configurações de modos para se envolver socialmente, contribuindo "para um universo de possibilidades que influencia e modifica os processos de ensino e aprendizagem, pois o aluno não é mais aquele que para aprender precisa estar dentro de quatro paredes de uma sala de aula com um professor" (XAVIER, 2021, p. 92). Pelo contrário, a iniciativa, a autonomia e processos autorais facilitadas pelo digital, modifica os atores em seus próprios processos de desenvolvimento e aprendizagem (SANTOS; CARVALHO; MADDALENA, 2017).

Essa é uma dinâmica que não tem volta. Não há como deixar de considerar atos de currículo sem considerar as demandas, ocorrências, urgências e emergências sociais. "Não se pode ignorar que os dispositivos móveis são ferramentas culturais do tempo, cheios de potencialidades e contextos de aprendizagem, que estão incluídos em nossas ações diárias"

(XAVIER, 2021, p. 94). Ponderando, é claro, que novas dificuldades também podem surgir (PORTO; OLIVEIRA; CHAGAS, 2017). O que não significa serem empecilhos, pois também se colocam como oportunidades de novos aprendizados.

É nesse contexto contemporâneo, em que a humanidade caminha para o fim da pandemia, levando em consideração as reflexões que foram expostas até aqui, que se faz necessário pensar na formação inicial desses novos professores. Como sujeitos que também foram impactados e influenciados pela dinâmica do ERE e seus desdobramentos, se faz necessário considerar que ao trabalhar com uma disciplina tão potente como a de Tecnologias Aplicadas à Matemática, essas e outras questões devem ser exploradas. E novos atos de currículo vislumbrados a partir dessa realidade.

O uso do vídeo como recurso pedagógico no ensino de Matemática

Como já exposto na seção anterior, não há como ignorar a presença das TICs no cenário social, tampouco não as considerar no ambiente educativo. O uso e exploração das tecnologias demanda da necessidade de considerar a geração de alunos conectados e participativos no mundo virtual, a formação de professores por sua vez, deve trazer essas reflexões de forma que os futuros docentes possam aproveitar, de forma analítica, crítica e incorporar ambiências formativas que considerem a tecnologia da comunicação e informação em seus planejamentos e atos de currículo.

Com esse propósito, a exploração do uso do vídeo como um recurso pedagógico, além de trazer a reflexão dessa nova demanda de alunos que buscam conhecimento na internet de forma mais autônoma e que utilizam a plataforma do *YouTube* para apropriações de saberes diversos, ou mesmo como forma de lazer precisam ser consideradas. Pois, o *YouTube*, cria uma modalidade comunicacional possível de ser acessada por *smartphones*, TVs digitais ou mesmo computadores (*desktops* e *notebooks)*, dispositivos móveis, sendo necessário apenas acesso à internet (GOMES, 2019). No entanto, é importante considerar que os vídeos são disponibilizados por usuários diversos, isso quer dizer que podem ser encontrados vídeos sem validação de especialistas, com conteúdo de credibilidade duvidosa (GOMES, 2019).

A proposta considerou que a docência como experiência é um processo dotado de “intencionalidade e significação de uma situação vivida por um indivíduo”, na qual o trabalho docente desenvolvido "é vivenciado e recebe significado por ele e para ele" (TARDIF; LESSARD, 2014, p. 51). O que torna o uso de vídeo como uma possibilidade de "induzir o docente a refletir sobre sua ação, para melhorar sua práxis" (SILVA, 2011, p. 53).

Além de disso, o vídeo "solicita constantemente a imaginação e reinveste a afetividade com um papel de mediação primordial no mundo" (MORAN, 2011, p.39). O que contribui para a formação do professor, pois "a mediação caracteriza as relações entre o homem e o mundo e, entre os próprios homens e ocorre por meio dos instrumentos físicos e dos signos" (COSTA, 2010, p. 101). Se espera que na formação docente, os sujeitos em formação sejam incentivados a aprender sempre, de forma a perceber e pesquisar sobre seus contextos sociais e suas necessidades, e não apenas dominar conhecimentos específicos de sua área do saber (COSTA, 2010). O grande desafio é explorar o conhecimento e adaptá-lo aos diferentes contextos e perfis de alunos (COSTA, 2010).

Considerando que a formação na cibercultura se articula a partir de um movimento "em rede e na rede, onde a interação entre os outros contextos e o modo como nessas interações incorporamos e significamos os conhecimentos e valores nos permitem atuarmos em nossas práticas" (SANTOS; CARVALHO; MADDALENA, 2017, p. 209), foi possível vislumbrar o desenvolvimento de vídeos tutoriais pelos licenciandos de matemática.

Cenário de pesquisa: Forjando um percurso

O trabalho foi realizado no componente curricular de prática de formação docente vinculado a disciplina de Tecnologias Aplicadas à Matemática, em uma turma de quatorze alunos do 8º período do curso de Licenciatura em Matemática. Vale destacar que essa dinâmica foi implementada durante a oferta da disciplina de forma remota, por conta do momento de afastamento social decorrente da covid 19. As aulas ocorreram por meio da Plataforma *Microsoft Teams* com momentos síncronos (interação simultânea) e assíncronos (interação não simultânea), entre os meses de setembro de 2021 a março de 2022.

Antes de trazer a proposta de criação e desenvolvimento de vídeos tutoriais, foi realizado uma roda de conversa *online* visando a discussão dos textos: *Dez mandamentos para professores* (George Polya) e *Todos os minutos contam: como fazer funcionar a aula de matemática* (David R. Johnson). Esse primeiro momento objetivou-se em levar os licenciados à reflexão de que a docência requer elementos além da referência do saber sábio, mas que é necessário considerar as demandas e influências histórico-culturais do fazer e do ser nas práticas escolares (CHERVEL, 1990).

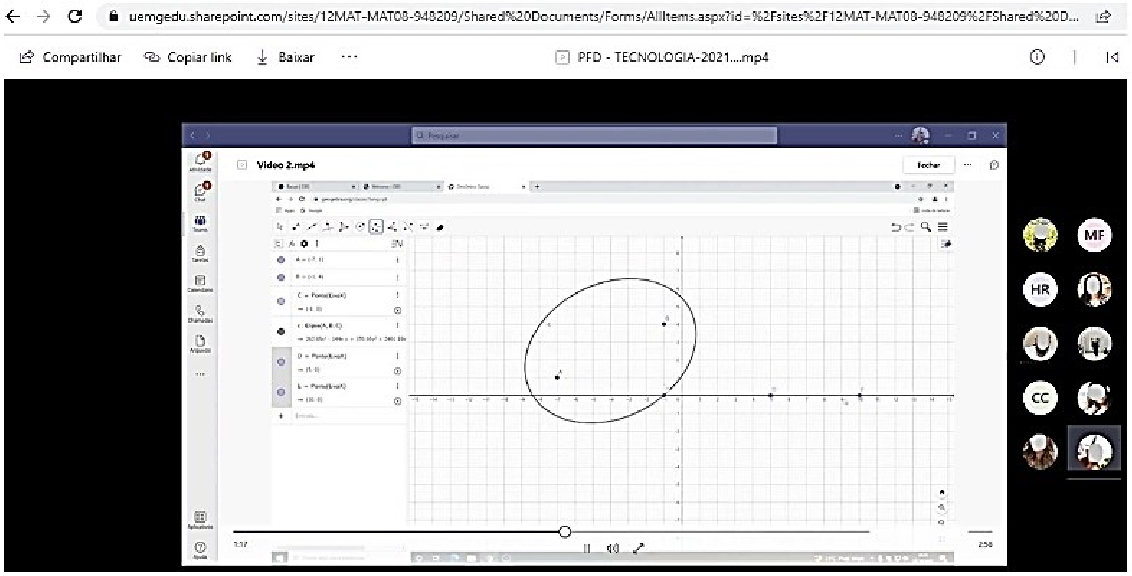
Um segundo momento foi dedicado a explicação da proposta que tinha como objetivo o desenvolvimento de dois vídeos tutoriais: um primeiro vídeo explorando as funcionalidades e informações sobre um aplicativo que pode ser utilizado em aulas de matemática. E um segundo vídeo com uma proposta de utilização. Nesse momento, foram discutidos: a funcionalidade educativa dos vídeos tutoriais; o potencial desse recurso; sugestões para gravação; elementos a serem considerados no início, meio e a conclusão dos vídeos); a criação de um roteiro, recursos para gravação e; o detalhamento da proposta.

<u>Proposta do vídeo tutorial 1</u>: a apresentação de recursos voltados para o ensino de matemática. Informações sobre o recurso: onde pode ser encontrado; para que tipos de tecnologias ele funciona; exploração das funções básicas. Tempo de duração: máximo de 7 minutos.
<u>Proposta do vídeo tutorial 2</u>: apresentação de uma proposta pedagógica envolvendo a utilização e exploração de um conteúdo matemático com base no recurso. Tempo de duração: máximo de 10 minutos.

A tarefa foi desenvolvida em equipes de até três estudantes. A escolha dos integrantes e a seleção do recurso ficou a critério dos alunos. Em um terceiro momento, os vídeos produzidos foram discutidos. Sendo assim, cada grupo teve um dia pré-agendado para compartilhar sua produção. Esses encontros envolveram a participação de todas as equipes, que após cada projeção dos vídeos, discutiam de forma crítica e traziam ponderações relevantes para realização ou não de possíveis ajustes.

Figura 1.

Apresentação dos vídeos: experiência social (Elaboração própria a partir de print de telas).



A figura acima é de um encontro na plataforma *Microsoft Teams*, ambiente utilizado nos encontros síncronos de aula. A imagem retrata a apresentação do vídeo elaborado por uma das equipes, para os demais alunos que cursavam a disciplina. Após cada apresentação a professora estimulava os demais grupos a trazerem contribuições sobre a apresentação do vídeo: conteúdo, abordagem, imagem, som etc.

A reflexão decorrente da discussão colaborativa dos licenciandos contribuiu para a formação, na medida em que considerou que a vivência de uma experiência profissional favorável ou não, não é apenas uma experiência pessoal. É também uma experiência social, na medida que "o grupo define uma ordem de valores e méritos atribuídos a ação [...] essa noção de experiência social do ator é precisamente as situações e significações pelas quais a experiência de cada um é também [...] experiência de todos" (TARDIF; LESSARD, 2014, p. 53).

Em um quarto momento, os alunos refletiram sobre a atividade proposta por meio do desenvolvimento de um relatório, ressaltando aspectos formativos, positivos, negativos e dificuldades vivenciadas.

Análise e discussão

O ensino remoto emergencial se coloca no cenário educacional em um momento delicado e espelha dificuldades encontradas por toda comunidade escolar, entre elas a questão da exclusão digital e tecnológica. No entanto, esses entraves embora não possam ser ignorados não foram o foco deste trabalho. Mesmo com as dificuldades de conexão encontradas por muitos alunos, as aulas conseguiram reunir uma boa parte do grupo.

Embora a internet e as tecnologias possam ser utilizadas como recursos no planejamento e desenvolvimento de aulas, é um disparate pensar que a utilização apenas garante ou contribui para a melhoria de processos formativos (XAVIER, 2021). Para possibilitar uma atividade formativa, a proposta foi pensada de forma que levasse em consideração as fragilidades, mas que pudesse contribuir na mobilização de saberes, gerar novas experiências e possibilitar experimentações de práticas não tão convencionais. Veja abaixo o relato do Aluno D:

Aluno D. *A construção do vídeo foi a parte mais complicada, pois tive pouco contato com edição de vídeo até o momento, mas com as devidas orientações e ajuda de nossa professora foi possível entregar um ótimo material.*

No momento em que a docente responsável percebeu que os alunos estavam fencontrando dificuldades para edição e que o tamanho do vídeo ficou ~~muito~~ grande, tornando-o difícil de ser postado via dispositivos móveis (utilizado por uma parte dos alunos). Foram disponibilizadas várias sugestões na equipe do *Teams* e posteriormente abordados em aula síncrona, a fim de nortear os licenciandos na finalização de seus vídeos.

Como Costa e Libâneo (2018) mencionam a mediação pedagógica se articula com o planejamento na medida em que ajuda os alunos “a superar as lacunas e dificuldades diagnosticadas até se apropriar do conhecimento” (COSTA; LIBÂNEO, 2018, p. 10). O relato ressalta a importância da mediação pedagógica, não como algo estático, mas como uma ação que se estabelece em parceria e vai sendo redesenhada conforme as demandas vão surgindo.

Aluno A. *Encontramos como dificuldade em editar o vídeo [...]. Mas, por outro lado, foi de grande importância, pois adquirimos novos métodos e novas ferramentas para incluir em nossas práticas pedagógicas.*
Aluno E. *[...] foi possível ter contato com vários recursos tecnológicos aos quais ainda não havia tido contato, foram experiencias únicas que trouxeram consigo um leque enorme de ferramentas para serem utilizadas em sala de aula.*

O relato dos alunos A e E ressaltaram a mobilização de experiências/saberes ao qual os alunos foram desafiados. Nesse sentido, Masseto (2000) acrescenta que o processo educativo não envolve apenas o cognitivo, mas também evidencia o desenvolvimento de atitudes, competências, além de considerar elementos da afetividade. Acreditamos que a proposta alcançou seu objetivo, pois, como Tardif e Lesssard (2014, p. 2015) destacam: “a experiência curricular baseia-se não apenas da duração, mas também na diversidade de situações vividas”. Uma vez que, o papel da gestão da experiência corrobora para a experiência profissional.

Aluno C. *Foi muito construtiva a elaboração desta atividade, onde apresentamos a construção de figuras geométricas e personalizamos com as ferramentas do próprio aplicativo.*

O relato do *Aluno C* retrata o quanto a experiência com o aplicativo durante a elaboração do vídeo contribuiu na construção das figuras geométricas. Como Valente (1997) menciona, as competências e habilidades não podem ser transmitidas, elas precisam ser construídas de forma individual, oriundas de um processo educacional que envolve a vivência de situações formativas.

Aluno B. *[...] tivemos dificuldades para realizar a edição [...] contanto que nenhuma das integrantes da equipe tinha habilidades e conhecimentos para realizar a função, mas depois de muita busca e vídeo aula, conseguimos realizar e finalizar com sucesso.*
Aluno A. *A experiência dessa disciplina me proporcionou uma grande melhora efetiva no pensamento crítico a respeito de metodologias de ensino [...] a importância de se adaptar a qualquer que seja a modalidade de ensino.*

O relato do *Aluno B* remete uma situação importante a considerar, que embora estejamos cercados pela tecnologia e consideremos as mudanças que elas trouxeram para a vivência cotidiana, isso não nos torna especialistas, tampouco dominadores de todos os aplicativos e processos. No entanto, a tecnologia pode propiciar condições de busca e do exercício da capacidade de procura, seleções, aprendizado e na resolução de problemas (VALENTE, 1993).

Um outro ponto a considerar a partir dos relatos do *Aluno B* e *Aluno A* é que a reflexão possibilita que o professor análise “se os conceitos são funcionais e se adaptam-se à prática” (COSTA, 2010). Essa possibilidade de refletir sobre a ação “permite que o professor obtenha uma impressão geral do andamento da aula: satisfação das expectativas e dos objetivos do programa, realização dos pontos importantes do planejamento apreciação das atitudes dos alunos, busca de causas da perturbação” (TARDIF; LESSARD, 2014, p. 219).

Um momento importante, pois ao planejar a gravação do vídeo sobre a exploração de um aplicativo atrelado a uma proposta de atividade matemática, além de possibilitar momentos criativos, fez com que os licenciados pudessem pensar na ação que seria implementada e refletir sobre ela.

Conclusões

A proposta do desenvolvimento de vídeos tutoriais proporcionou aprendizados não apenas para os discentes em formação, mas para a docência pelos lócus da experiência da professora regente, autora desse relato. A construção da experiência social a partir das discussões colaborativas trouxeram o conhecimento de novos recursos, o reconhecimento da influência da tecnologia e a necessidade de re/conhecimento dessa influência por parte da educação.

Esse desafio da criação de materiais autorais pedagógicos contribuiu para o desenvolvimento da autonomia e exploração de novas ferramentas, possibilitando um olhar para a prática pedagógica por meio da utilização de recursos do cotidiano (vídeos), com um fim educativo e sua utilização no contexto de sala de aula.

Consideramos que a docência se faz na caminhada por meio da formação, experimentação e da pesquisa de atos de currículos. À medida que os momentos iam sendo implementados, adaptações iam sendo realizadas e a mediação pedagógica redesenhada. A proposta além de incentivar os licenciados a utilização e exploração de ferramentas não tão convencionais na escola, trouxe a possibilidade de pensar na ação e sobre reflexão na ação reconfigurando a implementação e ajustes as ações docentes.

Referências

Alves-Mazzotti, A.J.; Campos, P.H.F. Cibercultura: uma nova "era das Representações sociais"? In: Almeida, A.M.O.; Santos, M.F.S.; Trindade, Z.A. (Org.). *Teoria das representações sociais: 50 anos*. Brasília: Technopolitik, 2011. p.457-488.

Amante, L.; Fontana, L. Mobilidade, WhatsApp e aprendizagem: realidade ou ilusão? In: PORTO, C.; OLIVEIRA, C. E.; CHAGAS, A. *WhatsApp e educação: entre mensagens, imagens e sons*. Salvador: EDUFBA, p. 129-150, 2017.

Castells, M. *A sociedade em rede*. 8ª ed. São Paulo: Paz e Terra, 1999.

Chervel, A. História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. *Teoria e Educação*, n. 2, Porto Alegre, 1990, p. 177-229.

Costa, N. M. L. Reflexões sobre tecnologia e mediação pedagógica na formação do professor de matemática. In: BELINE; COSTA (Orgs.). *Educação Matemática, Tecnologia e Formação de Professores: algumas reflexões*. Campo Mourão: FECILCAM, 2010.

Costa, R. L.; Libâneo, J. C. Educação profissional técnica a distância: a mediação docente e as possibilidades de formação. *Educação em Revista*. Belo Horizonte. vol. 34, nº 34. pp. 1-26, mar., 2018.

Gomes, A. C. *Planejamento da prática pedagógica utilizando o vídeo como recurso didático no ensino de matemática*. 2019. p. 116. Mestrado (Dissertação). Universidade Federal de Juiz de Fora – Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática, Instituto de Ciências Exatas, Juiz de Fora, MG, 2019.

Hodges, C. et al. As diferenças entre o aprendizado *online* e o ensino remoto de emergência. *Revista da Escola, Professor, Educação e Tecnologia*. vol. 2, nº 1, pp. 1-12, jun., 2020.

Masetto, M. T. Mediação Pedagógica e o uso da tecnologia. In: Moran, J. M.; Masetto, M. T.; Behrens, M. A. *Novas Tecnologias e mediação Pedagógica*. Campinas: Papirus, 2000.

Moran, J. M. Contribuições para uma pedagogia da educação *online*. In Educação *Online*. Org. Marco Silva. 3ª Ed. São Paulo: Edições Loyola, 2011.

Porto, C.; Oliveira, C. E.; Chagas, A. Educação mediada pelo WhatsApp: ensinar e aprender por mensagens instantâneas. In: ____. *WhatsApp e educação: entre mensagens, imagens e sons*. Salvador: EDUFBA, p. 9-14, 2017.

Rheingold, H. A Comunidade virtual. Lisboa: Gradiva,1993.

Salvador, D. F. et al. *Ensino Remoto: por onde começar?* Rio de Janeiro, 2020. Texto do Curso Ensino Presencial Virtualizado, Fundação CECIERJ. Disponível em: <https://extensao.cecierj.edu.br/mooc/mod/resource/view.php?id=4600>. Acesso em agosto de 2020.

Santos, R. dos.; Carvalho, F. da S. P.; maddalena, T. L. Conversas ubíquas via WhatsApp: ambiências formativas multirreferenciais. In: Porto, C.; Oliveira, C. E.; Chagas, A. *WhatsApp e educação: entre mensagens, imagens e sons*. Salvador: EDUFBA, p. 193-214, 2017.

Silva, A. M. *O vídeo como recurso didático no ensino da matemática*. 2011. 198 p. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) Universidade Federal de Goiás. PrPPG, 2011.

Syndow, L. *COVID 19 consumer behavior mobile*. App Annie, 2020. Disponível em: <https://www.appannie.com/en/insights/market-data/covid19-consumer behaviormobile/>. Acesso em: 04 de Junho de 2022.

Tardif. M.; Lessard, *C. O trabalho docente: elementos para uma teoria da docência como profissão de interações humanas*. 9. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2014.

Xavier, G. P. O. *Mediação pedagógica em ambientes virtuais de aprendizagem: um estudo em representações sociais*. 2021. p. 170. Tese (Doutorado) - Centro Federal de Educação Ciência e Tecnologia Celso Suckow da Fonseca – CEFET/RJ, Programa de Pós-Graduação em Ciência, Tecnologia e Educação, Rio de Janeiro, RJ, 2021.

Valente, J. A. O uso inteligente do computador na educação *PÁTIO – Revista Pedagógica*. Porto Alegre: Editora Artes Médicas Sul, Ano I, Nº 1, maio, 1997, (pp. 19-21).

____________. Diferentes usos do computador na educação. In: VALENTE, J. A. (Org.). *Computadores e conhecimento: repensando a educação*. Campinas, SP:Cnied/unicamp, 1993. (pp. 1-23).

Sequência didática para congruência de triângulos noensino fundamental

Didactic sequence for congruence of triangles inelementary school

Secuencia didáctica parala congruencia de triángulos eneducación básica.

Antonio Moreira da Silva Neto[1045]
Universidade Luterana do Brasil
0000-0003-4159-0521

Claudia Lisete Oliveira Groenwald[1046]
Universidade Luterana do Brasil
0000-0001-7345-8205

Modalidade: Comunicação

Núcleo Temático: Tecnologia digital e outros recursos para o ensino e aprendizagem da matemática

Resumo

O presente artigo é o recorte de pesquisa desenvolvida no âmbito do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Luterana do Brasil quetem como objetivo geral investigar como os alunos raciocinam sobre objetos e relações geométricas, à medida que os experimentam, por meio do ambiente de geometria dinâmica, e como as explicações matemáticas que oferecem evoluem à medida que se tornam mais experientes tanto com a geometria quanto com o software. A investigação encontra-se na fase de aplicação da sequência didática em uma turma de 8° ano, do Ensino Fundamental de uma escola pública do Estado do Amazonas. O eixo norteador do trabalho está na prova matemática, em especial a explicativa. Tendo-se em vista as mudanças de paradigma sofridas pela prova matemática em decorrência do uso de *software* em matemática, as reflexões realizadas potencializam a utilização da percepçãohumana, em especial a visualização, uma vez que, a mídia dinâmica e interativa fornecida pelo software Geogebra pode oferecer extensões e propriedades que durante o uso *drag drawing* possibilitam o surgimento de *insight* que convergem na organização do pensamento e consequentemente nos argumentos dados durante a atividade proposta.

Palavras-chave: Prova explicativa, Geogebra, Sequência didática, Congruência de triângulo.

Abstrat

[1045] amoreiraneto01@gmail.com
[1046] claudiag@ulbra.br

The present article is part of a research developed within the scope of the Postgraduate Program in Science and Mathematics Teaching at the Lutheran University of Brazil, whose general objective is to investigate how students' reason about objects and geometric relationships, as they experience them, through the dynamic geometry environment, and how the mathematical explanations they offer evolve as they become more experienced with both geometry and the software. The investigation is in the phase of application of the didactic sequence in a 8th grade class of Elementary School from a public school in the State of Amazonas. The guiding axis of the work is in the mathematical proof, especially the explanatory one. Bearing in mind the paradigm shiftssuffered by the mathematical proof as a result regarding the use of software in mathematics, the reflections carried out potentialize the use of human perception, especially visualization, since the dynamic and interactive media provided by the Geogebra software can offer extensions and properties that, during the use of drag drawing, allow the emergence of insights that converge in the organization of thoughts and consequently in the arguments given during the proposed activity.

Keywords: Explanatory proof, Geogebra, Didactic sequence, Triangle congruence.

Resumen

El presente artículo es parte de una investigación desarrollada en el ámbito del Programa de Posgrado en Enseñanza de Ciencias y Matemáticas en la Universidad Luterana de Brasil cuyo objetivo general es investigar cómo razonan los estudiantes sobre los objetos y las relaciones geométricas, a medida que van experimentando, a través del entorno de la geometría dinámica, y cómo las explicaciones matemáticas que ofrecen evoluciona a medida que adquieren más experiencia con la geometría y con el software. La investigación se encuentra en la fase de aplicación en secuencia didáctica, en una clase de 9^{no} grado de primaria de una escuela pública en el Estado Amazonas. El eje orientador del trabajo está en las demostraciones y razonamientos propios de los estudiantes en la matemática y sobre todo en la explicación que esta requiere. Ante los cambios de paradigma sufridos por dichas demostraciones en esta materia debido al uso de software, las deliberaciones realizadas realzan el uso de la percepción humana, especialmente la visualización, ya que los medios dinámicos e interactivos proporcionados por el software Geogebra pueden ofrecer extensiones y propiedades quedurante el uso de dibujo de arrastre permitan el surgimiento de intuiciones que convergen en la organización del pensamiento y consecuentemente en los argumentos dados durante la actividad propuesta.

Palabras clave: Prueba explicativa, Geogebra, Secuencia didáctica, Congruencia de triángulo.

Introdução

Esta comunicação científica é recorte da dissertação de mestrado desenvolvida no âmbito do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade

Luterana do Brasil, abordando a produção da sequência didática e a estrutura teórica utilizada nesse processo. A pesquisa em questão tem como objetivo geral investigar como os alunos raciocinam sobre objetos e relações geométricas, à medida que os experimentam, por meio do ambiente de geometria dinâmica, e como as explicações matemáticas que oferecem evoluem à medida que se tornam mais experientes tanto com a geometria quanto com o software.

A investigação foi desenvolvida com alunos dos anos finais do Ensino Fundamental de uma escola pública do Estado do Amazonas, especificamente do 8º ano.Segundo Brasil (2018, p. 272), nessa etapa, o processo de ensino-aprendizagem deve enfatizar as tarefas que analisam e produzem transformações e ampliações/reduções de figuras geométricas planas, identificando elementos variantes e invariantes, de modo a desenvolver os conceitos de congruência e semelhança.

Partindo do entendimento de que a dimensão da compreensão da prova de propriedade é um dos aspectos da congruência que recebe prioridade nas escolas, buscou-se entender as variáveis que intervêm e o papel que cada uma delas tem no processo de aprendizagem da temática Congruência de Triângulo. Para tanto optou-se por construir uma sequência de atividades, que Zabala (1998) define como unidade básica do processo de ensino/aprendizagem. A escolha se deu pelo valor que as atividades adquirem quando são colocadas numa série ou sequência significativa, que faz surgir assim, segundo Zabala (1998), uma nova unidade de análise, as sequências de atividades.

A análise das atividades foi de fundamental importância na produção da sequência apresentada, uma vez que, durante a construção, diversas variáveis envolvidas apresentaram estabilidade e diferenciação. A imersão nos micromundos construídos proporcionou a identificação de uma questão central na produção de provas em um ambiente dinâmico, onde a semântica dá lugar a semiótica pautada nos signos dinâmicos: Como se produzir Provas Aceitáveis, mas não formais, em um Ambiente de Geometria Dinâmica?

Os paradigmas da prova Matemática sofreram mudanças em decorrência das transformações tecno-culturais ocorridas nas sociedades contemporâneas. Para Coll; Martí (2001 apud Coll; Monereo, 2010), as Tecnologia Digitais (TD) mudaram a forma de transmitir, pensar, aprender, conhecer e representar. As TDs com suas interfaces gráficas e dinâmicas propiciam o surgimento de *insight* por meio de atividades exploratória e visuais. No entanto, essas atividades não poderiam ser a mera reprodução das atividades aplicadas no papel, visto que, o Ambiente de Geometria Dinâmica oferece novas possibilidades de construções e consequentemente de suas analises, ver Laborde (1993).

Dessa forma, buscou-se, nessa etapa, o entrelaçamento de referenciais que pudessem responder à questão levantada durante a construção da sequência de atividades. O subsídio foi dado por Hanna (1998), em especial seu conceito de prova explicativa e suas propriedades caracterizantes. Pois entende-se que os elementos caracterizantes descritos por Hanna (1998) norteariam a produção de provas explicativas mediadas por Tecnologias Digitais, em especial as que são produzidas no Ambientes de Geometria Dinâmica.

Sendo assim, apresenta-se abaixo o referencial utilizado nessa etapa, bem como as atividades investigadas desenvolvidas no software GeoGebra, e organizadas em uma sequência didática.

Referencial teórico

A prova é uma parte essencial da matemática e sua centralidade é evidenciada naobra os Elementos. Domingues (2002) reitera, destacando o papel especial desempenhado pela demonstração e pelo método dedutivo na busca pela "verdade". Segundo esse autor, muitos dos grandes progressos sofrido pela matemática no curso dotempo tiveram de ser precedidos por progressos concomitantes nos métodos de demonstração, o que evidencia, assim, a evolução da prova, em resposta aos problemas matemáticos.

Rav (1999 apud Hanna, 2010, p. 1) destaca que a importância da prova vai muito além do estabelecimento da verdade matemática. Para ele, uma prova é valiosa não apenas porque demonstra um resultado, mas também porque pode apresentar novos métodos, ferramentas, estratégias e conceitos de maior aplicabilidade e abrir novas direções matemáticas. Isso ocorreria pelo fato de que as provas geram novos *insights* matemáticos, novos *links* contextuais e novos métodos para resolver problemas, dando- lhes um valor muito além de estabelecer a verdade das proposições.

A razão da prática e a importância da prova matemática ser um objetivo declarado no currículo escolar está, segundo Hanna (1998), na centralidade da prova para a matemática. Apesar disso, a prova concentra-se, quase que exclusivamente, na noensino de geometria. A autora destaca que, historicamente a demonstração sempre foi associada ao ensino de geometria, talvez, seja pelo fato de que este campo do conhecimento tenha sido o primeiro a lançar mão da estrutura axiomática.

Outra evidência da importância atribuída a prova na geometria escolar é o benefício que se espera que ela traga além das fronteiras dessa disciplina. "O consenso parece ser que os principais objetivos do ensino de geometria são o desenvolvimento das habilidades de pensamento, da intuição espacial sobre o mundo, do conhecimento necessário para estudar mais matemática e da capacidade de interpretar argumentos matemáticos" (FEHR, 1973 et al HANNA, 1998, p. 2).

Nas aulas de geometria, espera-se que os alunos adquiram não apenas um grau de competência na compreensão e construção de provas, mas também, uma "objetividade de pensamento", no entanto, é nas aulas de geometria que os alunos encontram pela primeira vez o conceito de prova e seus termos relacionados (como axioma, teorema, método dedutivo, hipótese e analogia de uma situação com outra). Observa-se isto no descritor EF08MA14, que tem como habilidade: demonstrar propriedades de quadriláteros por meio da identificação da congruência de triângulos.

De acordo com Hanna (1990), devido ao uso excessivo de provas rigorosa no currículo escolar, inicia-se uma tendência ao afastamento destas. A autora acredita que seria útil introduzir na discussão uma distinção explícita entre *provas que provam* e *provas que explicam*, visto que, uma prova matemática é vista principalmente como um argumento válido, em oposição a um argumento que deve ser válido e explicativo.

Para Hanna (1990), uma *prova que explica* e uma *prova que prova* são ambas legítimas, pois os dois tipos de prova atendem aos requisitos para uma prova matemática, servindo assim, em igual medida para estabelecer a validade de uma afirmação matemática. Ambos consistem em declarações que são axiomas ou seguem de declarações anteriores (e, portanto, eventualmente de axiomas) como resultado da aplicação correta de regras de inferência. Eles não são necessariamente diferentes em seu grau de rigor, e ambos os tipos seriam reconhecidos como válidos pela comunidade matemática.

A autora afirma que há uma diferença muito importante entre esses dois tipos de prova (HANNA, 1990). Uma *prova que prova* mostra apenas que um teorema é verdadeiro; ela fornece razões evidenciais sozinha, neste formalismo é estritamente proibido haver apelo a uma definição metafísica de verdade, uma vez que a verdade de uma afirmação depende exclusivamente dos axiomas e da consistência interna do próprio sistema. Já por sua vez, uma *prova que explica*, mostra porque um teorema é verdadeiro; ela fornece um conjunto de razões que derivam do próprio fenômeno. Uma *prova que prova* pode basear-se em indução matemática ou mesmo em considerações sintáticas apenas, e uma *prova que explica* deve fornecer um raciocínio baseado nas ideias matemáticas envolvidas, as propriedades matemáticas que fazem com que o teorema afirmado seja verdadeiro.

A concepção de *prova de explicação* discutida por Hanna (1990), contrasta coma de Balacheff (1988), uma vez que, para este, uma prova parece ser uma explicação em virtude de ser uma prova, enquanto para Hanna (1990, p. 4), nem todas as provas têm poder explicativo. Dessa forma, Hanna (1990, p. 4), prefere usar o termo explicar apenas quando a prova revela e faz uso das ideias matemáticas que a motivam. Tal concepção de Hanna alinha-se a ideia de Steiner (1978, p.143 apud Hanna, 1998, p.5) de que a prova que faz referência a uma *propriedade caracterizante* de um objeto matemático ou estrutura mencionada no teorema, de modo a evidenciar os resultados dependentes da propriedade, classifica-se como prova explicativa.

Hanna (1990), salienta ainda, que muito se fala sobre a importância do convencimento na educação matemática, mas uma prova que convence não precisa ser uma prova que explique. Haja vista que, não é sua capacidade de convencer que distingue a *prova explicativa*, por mais convincente que seja, isto é, certamente é possível convencer-se de que uma afirmação é verdadeira sem saber por que ela é verdadeira. Tampouco uma *prova explicativa*, de acordo com Hanna (ibid) se distingue por seu grau de validade, no entanto, o foco de uma *prova explicativa* está claramentena compreensão, e não no mecanismo dedutivo. Assim, pode-se concluir que não há infidelidade à prática da matemática se o foco for dado as boas explicações ao invés do formalismo dedutivo, pois nesse caso será as ideias matemáticas importantes que levariam a validade da prova.

O advento de *softwares* com capacidades gráficas dinâmicas tem trazido um interesse renovado pelo ensino da geometria, esses softwares ajudam os alunos a compreenderem as provas, para Hanna (1998) a introdução de *softwares* deu suporte a uma visão entre os educadores de que a prova dedutiva em geometria deveria ser abandonadaem favor de uma abordagem inteiramente experimental da justificativa matemática.

Entende-se que o uso das Provas explicativas em um ambiente de Geometria Dinâmica seria interessante para o desenvolvimento do pensamento matemático. Neste sentido, organizou-se atividades, que permitam aos estudantes do Ensino Fundamental, no 8º ano, a compreensão das propriedades de Congruência de Triângulos, conforme apresentação a seguir.

Sequência didática com a congruência de triângulos

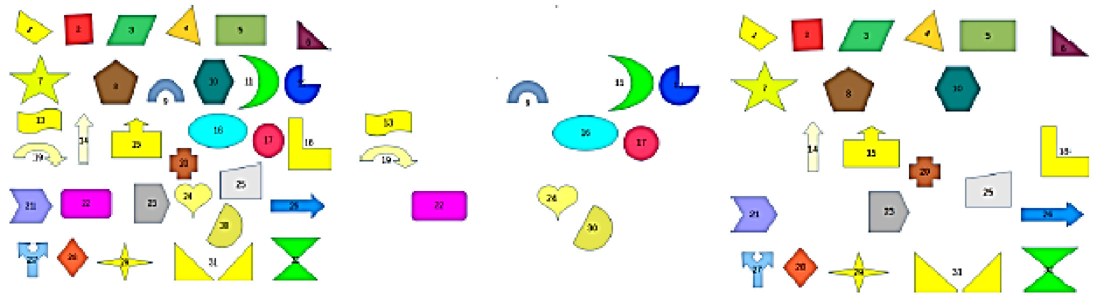
Ao operar os construtos no Ambiente de Geometria Dinâmica os alunos criam conexões entre a geometria sintética e a geometria analítica. Essa ecologia cognitiva mostrou-se, na etapa de criação da sequência, adaptar-se perfeitamente ao design que priorize a exploração, a descoberta e a investigação. Sendo assim, optou-se pelo software GeoGebra. Esse software tem como uma de suas características a capacidade de alterar os elementos soltos de uma construção já acabada, enquanto o resto da estrutura será redesenhado/redimensionado automaticamente de modo a preservar todos os elos que estiverem na construção dada. Permitindo-se, assim, estudar visualmente a variação de um aspecto enquanto mantém-se outros aspectos constantes, antecipando assim o surgimento de padrões invariantes. Mudando, assim, as relações do conhecimento geométrico com a prova matemática.

Na Figura 1, está organizado o resumo da sequência didática. Cada descrição está acompanhada do Processo de Aprendizagem Hipotético, que seria uma previsão de como o pensamento e a compreensão dos alunos evoluirão no contexto das atividades de aprendizagem, a saber:

Figura 1.

Sequência Didática com Congruência de Triângulos

Atividade 1 - Utilizando a ferramenta polígono



Slide 1 Slide 2 Slide 3

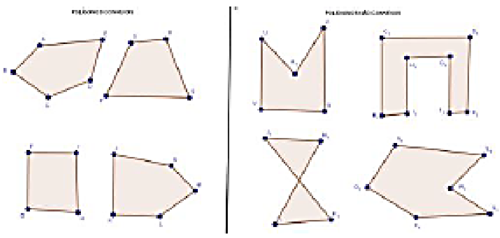
Descrição das Tarefas

- Apresenta-se aos alunos um slide (slide1) com figuras geométricas planas, que devem ser reconstruídas no Ambiente de Geometria Dinâmica, (GeoGebra) utilizando a ferramenta (polígono). As figuras devem ser listadas e construídas e não construídas, conforme sua respectiva numeração.
- Em um segundo momento, será apresentado o slide 2, com as figuras que não podem ser desenhadas.
- Será apresentado o slide 3 com as figuras que podem ser construídas com a ferramenta polígono.
- Ao final da tarefa, será solicitado que os alunos expliquem o que as figuras têm em comum, dando ênfase à utilização da ferramenta polígono.

Processo de Aprendizagem Hipotética

-Espera-se que os alunos ao observar o slide 2, percebam que tais figuras são formadas por curvas não retilíneas. E que, consequentemente, a isso, as figuras do slide 3 são formadas por curvas poligonais, ou seja, formadas por trechos retos. Sendo assim, espera-se que os alunos sejam capazes de identificar, por meio das propriedades topológicas as figuras que são polígonos e consequentemente as que não são.

Atividade 2 – Polígono convexo e não convexo



Descrição das Tarefas

- Os alunos abrirão o arquivo Atividade 2_Polígonos convexos e não convexos, na tela de visualização pode-se ver dois grupos de polígonos, um convexo e outro não convexo.
- Com a ferramenta segmento : alunos traçarão as diagonais dos polígonos listados.
- Em seguida solicita-se que os alunos participantes analisem a relação entre as diagonais e os grupos de polígonos (as classificações), lembrando-os que se trata de dois grupos disjuntos: o convexo e o não convexo.
- Ao final, solicita-se para que os alunos expliquem as relações entre as diagonais e os grupos analisados.
- E solicita-se, ainda, exemplos que justifiquem suas explicações.

Processo de Aprendizagem Hipotética

- Espera-se que os alunos consigam perceber a relação entre as diagonais e os polígonos convexos.
- Tendo como base a definição: um polígono diz-se convexo quando a região por ele limitada é uma figura plana convexa.
- Segue-se desta definição que, em particular, toda diagonal (segmento de reta que une dois vértices não consecutivos) de um polígono convexo está inteiramente contida na região por ele limitada.

Atividade 3 – Ângulos internos de polígonos convexos e não convexos

Descrição das Tarefas

- Os alunos reconstruirão dois polígonos quaisquer, sendo um convexo e outro não convexo, com a ferramenta polígono, na sua janela de visualização.
- Em seguida, com a ferramenta ângulo, medirão todos os ângulos internos dos supracitados polígonos.
- Agora, será solicitado que os alunos respondentes expliquem quais as relações entre os ângulos e a classificação do polígono.
- Ao final da atividade, os alunos devem dar exemplos de polígonos convexos e não convexos, justificando suas construções com base nos ângulos internos.

Processo de Aprendizagem Hipotética

- Após está atividade, espera-se que os alunos tenham adquirido habilidade para mensurar ângulos em um polígono qualquer. E classificar os polígonos, em convexo e não convexo, com base nas medidas dos ângulos internos, uma vez que os polígonos convexos possuem todos os ângulos menores que 180°.

Atividade 4 - Reflexão

Descrição das Tarefas

- Será solicitado que o aluno construa um polígono, com o auxílio da ferramenta (polígono), e em seguida trace uma reta qualquer com a ferramenta (reta).
- Logo após, o aluno será orientado a utilizar a ferramenta (reflexão), e observar o que ocorrerá.
- Com a ferramenta (mover), os alunos arrastarão, quando possível, vértices ou polígonos.

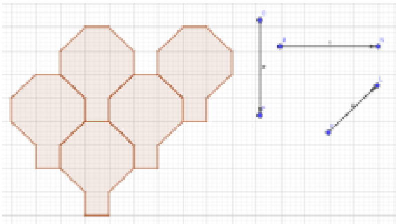
- Por último, os alunos, serão questionados acerca das propriedades variantes e invariantes. E sobre a distância entre vértices correspondentes da figura original e sua imagem.

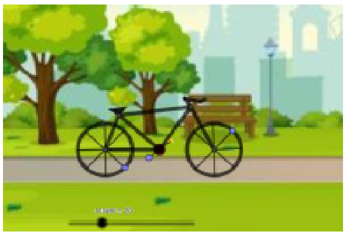
Processo de Aprendizagem Hipotética

- As atividades iniciadas em 2, tratam da transformação geométrica, em especial as isométricas.
- Tendo em mente que, uma Isometria é uma transformação geométrica que preserva distância entre pontos e amplitude dos ângulos.
- Nessa atividade, busca-se trabalhar as propriedades da reflexão no Ambiente de Geometria dinâmica, dando ênfase à preservação da distância.
- Sendo assim, espera-se que os alunos ao analisar as propriedades variantes da figura construída e sua imagem notem que: Uma figura e a sua imagem por reflexão sobre um eixo de reflexão são iguais.
- Espera-se que os termos utilizados pelos alunos sejam iguais, e não congruentes, visto que o conceito de congruência ainda não foi trabalhado.

No que tange, à distância usar-se-á as propriedades euclideanas, por meio da ferramenta distância.

Atividade 5 - Translação





Descrição das Tarefas

- Nessa atividade os alunos terão contato com dois Micromundos: o Mosaico e a Bicicleta.

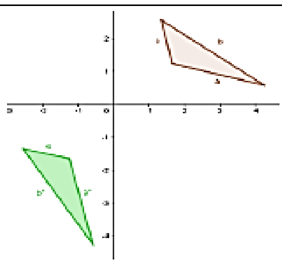
- Na primeira, os alunos terão que construir um mosaico utilizando apenas a ferramenta translação , uma vez que, os polígonos não estão habilitados para serem movidos com o *mouse*.

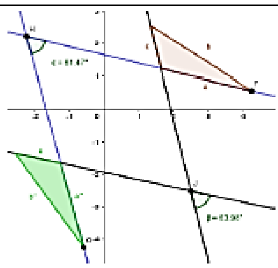
- Já o segundo, os alunos construirão uma bicicleta com todos os movimentos (rotação e translação).

Processo de Aprendizagem Hipotética

- Espera-se que os alunos percebam, que as figuras, originais e suas imagens, são geometricamente iguais. E, ainda, que as translações conservam a direção e o comprimento de segmentos de reta, e as amplitudes dos ângulos.
- Além dos conceitos de translação, espera-se que os alunos se apropriem, também, dos conceitos envolvidos na construção da bicicleta, por exemplo, retas paralelas, circunferência, figuras inscritas e outros.

Atividade 6 - Transformações Isométricas





Descrição das Tarefas

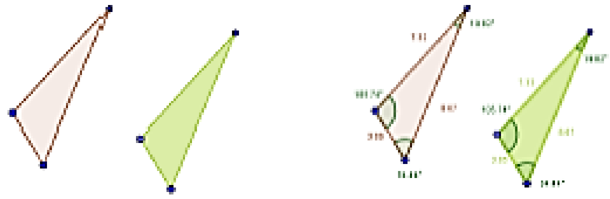
- Será apresentado um diagrama com dois triângulos.
- Nessa etapa é importante destacar que se dois triângulos são iguais então um é imagem do outro, portanto podem ser sobrepostos.
- Os alunos serão incentivados a investigar se os dois polígonos são iguais. No entanto, as construções não estão habilitadas para ser movidas pelo mouse, sendo assim, a prova deve ser feita através das ferramentas: rotação, translação e reflexão.
- Como a atividade anterior tratava da propriedade de rotação, será solicitado, que os alunos iniciem por essa propriedade.

- Será solicitado, ainda, que sejam listadas todas as transformações, em sua respectiva ordem de uso, para a prova explicativa da igualdade dos polígonos.

Processo de Aprendizagem Hipotética

- Espera-se que os alunos sejam capazes de utilizar os conhecimentos de reflexão, translação e rotação apresentados anteriormente.
- E que sejam competentes em descrever suas ações com riqueza de detalhes, seguindo uma sequência lógica.
- E serem capazes, ainda, de dizer que as figuras que sobreposta através das três ferramentas (transformações) são congruentes, justificando sua resposta.
- No que tange o uso da ferramenta rotação, espera-se que os respondentes façam uso dos conhecimentos apresentados na atividade anterior, que trata dos ângulos entre polígonos.

Atividade 7 - Condições totais de congruência



Descrição das Tarefas

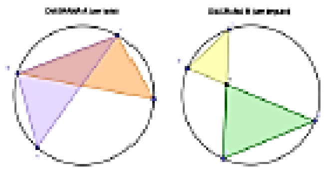
- Os alunos abrirão o arquivo, com mesmo nome da atividade, nela encontrarão dois triângulos idênticos.
- Nesse momento, deve-se destacar que quando dois polígonos se sobrepõem por meio das transformações isométricas são ditos congruentes entre si.
- Nessa atividade os polígonos podem ser arrastados com o mouse, ou seja, as transformações isométricas podem ser com o auxílio da ferramenta mover.

-Será solicitado que os alunos com o auxílio da ferramenta (ângulo) meçam os ângulos de ambos triângulos. E, com a ferramenta (Distância, Comprimento ou Perímetro), verifique o comprimento das arestas de ambos os triângulos.
- O professor mediador solicitará que os alunos sobreponham, novamente, os triângulos utilizando a propriedade *drag drawing*, com a ferramenta (Mover)
- Ao final da atividade, os alunos explicarão quais elementos os triângulos congruentes têm em comum.

Processo de Aprendizagem Hipotética

- Nessa atividade as atenções devem estar voltadas para os elementos dos triângulos. Os elementos seriam: três ângulos e três lados.
- Ao sobrepor as figuras os alunos respondentes devem perceber que há uma relação de igualdade entre os elementos correspondentes.
- Deve-se deduzir que a igualdade entre esses elementos correspondente é condição para a congruência.
- Espera-se, nessa atividade, que os alunos possam perceber que são seis as condições totais de congruência.

Atividade 8 - Um componente idêntico



Descrição das Tarefas

- Os alunos serão questionados sobre as condições de existência da congruência. Questionaremos se com apenas um elemento poderíamos construir triângulos congruentes.
- Para isso, será apresentado aos alunos uma atividade com dois diagramais, cada um deles possuem dois triângulos. Os triângulos de cada diagrama possuem apenas um elemento em comum. Sendo que, no primeiro caso, um lado igual, já no segundo um ângulo igual.
- No primeiro momento será solicitado aos alunos que verifiquem os seis elementos de todos os triângulos.
- No segundo momento, os alunos serão indagados acerca dos elementos desses pares de triângulos e se esses elementos garantem que os triângulos serão congruentes sempre.
- Independente das respostas dadas pelos alunos o professor mediador deve fazer um fechamento da atividade dando ênfase que o uso de um único elemento idêntico não garante a construção de triângulos congruentes.

Processo de Aprendizagem Hipotética

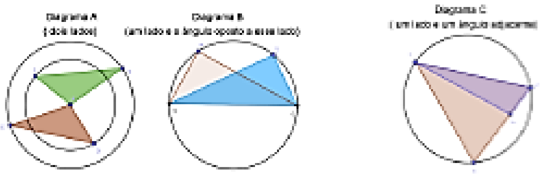
- Espera-se que ao analisarem os dois diagramas, os alunos concluam que apenas um elemento idêntico entre os triângulos não garante a congruência dos polígonos.
- Uma vez que um lado idêntico em ambos os triângulos, no "diagrama A" não garante a congruência dos polígonos. Do mesmo modo que um ângulo idêntico em ambos triângulos, no diagrama B, não garante congruência dos polígonos.

Atividade 9 - Dois componentes idênticos

Descrição das Tarefas

- Após o levantamento das construções possíveis com dois elementos iguais, chegou-se ao total de 4 diagramas. Sendo que, o quarto diagrama trata das construções com dois ângulos idênticos, no entanto, segundo a geometria euclidiana dados dois ângulos iguais entre triângulos, o terceiro ângulo também será igual. Seria impossível portanto construir um diagrama com apenas dois ângulos idênticos. Optou-se, assim, em construir apenas os três diagramas listados acima.

- Será solicitado que, os alunos, usem as ferramentas (ângulo) e a ferramenta (Distância, Comprimento ou Perímetro) para medir os elementos dos triângulos, e verificar os elementos idênticos.

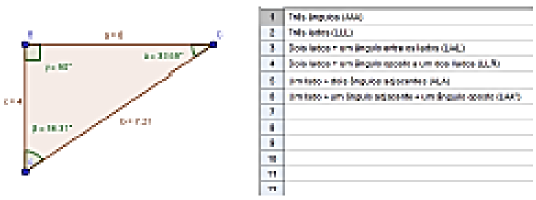


- Com os elementos idênticos identificados utilize a ferramenta mover para arrastar os vértices dos triângulos.
- Após as experimentações, os alunos responderão se dois elementos idênticos entre triângulos garantem a congruência entre as figuras.
- Independente das respostas dadas pelos alunos o professor mediador deve fazer um fechamento da atividade dando ênfase que o uso de dois elementos idêntico não garante a construção de triângulos congruentes.

Processo de Aprendizagem Hipotética

- Espera-se que os alunos percebam que apenas dois elementos idênticos não são suficientes para a construção de triângulos congruentes.
- Nessa etapa, espera-se que os alunos notem que ao arrastar os elementos habilitados estão observando contra exemplos, e com base na hipótese, concluam que pode até ocorrer alguns casos nessa atividade, mas de modo geral isso não ocorre.

Atividade 10 - Três componentes idênticos



Descrição das Tarefas

- Nessa atividade, será apresentado um triângulo em particular.
- O professor mediador solicitará dos alunos que com o auxílio das ferramentas ângulos e distância encontrem os valores dos elementos do triângulo dado, conforme na figura acima.
- O professor mediador fará uma explanação sobre as combinações possíveis de três elementos do triângulo dado, agrupando-os em:
C1 - três ângulos;
C2 - três lados;
C3 - dois lados e o ângulo contido pelos lados;
C4 - dois lados e o ângulo oposto a um dos lados;
C5 - um lado e seus dois ângulos adjacentes;
C6 - um lado e dois ângulos, um ângulo adjacente ao lado e outro oposto.
- Nessa atividade os alunos podem utilizar todos os recursos oferecidos pelo GeoGebra para construir os triângulos conforme os elementos fornecidos pelo professor mediador.
- Ao final de cada combinação de elementos idênticos, os alunos que conseguiram concluir a atividade, descreverão as etapas de sua construção para os demais colegas.

Processo de Aprendizagem Hipotética

- Espera que ao permitir a utilização de diversos recursos do GeoGebra os alunos ampliem seu repertório de ferramentas, o que teoricamente levariam a diversas construções.
- A socialização das respostas ampliará o espaço de discussão, tendo em vista, que a mesma, a priori, ocorreria apenas entre as duplas.
- Espera-se que os alunos percebam que as construções que não possuem propriedades variantes são as combinações que permite construções congruentes com três elementos idênticos.
- É importante que os alunos percebam que a única combinação que não permite a construção de triângulos congruentes é a de três ângulos.

Atividade 11 – Quatro ou mais componentes idênticos	
Descrição das Tarefas	**Processo de Aprendizagem Hipotética**
- A atividade consiste em construir o triângulo da atividade anterior, só que dessa vez com quatro elementos idênticos, ao final com cinco elementos idênticos.	- Espera-se que os alunos concluam que qualquer construção com quatro ou mais elementos idênticos sempre será congruente, independende do triângulo dado.

Conclusão

Essa dissertação de mestrado está em andamento, encontra-se na fase de aplicação da sequência didática com uma turma de 40 alunos, com idade de 12 – 14 anos, de uma escola Estadual, de Manaus/Amazonas. O foco, do trabalho, está nas explicações que os alunos estão dando para os problemas de construção dentro do Ambiente de Geometria Dinâmica, proporcionado pelo Geogebra, o teste de arrasto nessas construções, trazem consigo a necessidade de justificar a própria solução, no entanto, com base em Hanna (1998), pode-se afirmar que as explicações que possuem elemento caracterizador funcionam como prova explicativas.

Nessa etapa da pesquisa, pode-se notar uma crescente necessidade de uma justificativa para a solução das atividades propostas, uma vez que, os alunos são questionados a explicar por que uma determinada construção funciona e outras não, ou seja, determinadas construções feitas pelos alunos passam no teste de arrasto e outras construções não. Tal necessidade de explicação está sendo reforçada durante a discussãocoletiva em sala de aula, ao término de cada atividade, quando diferentes soluções são comparadas. Validando, assim, a própria construção dos alunos respondentes, para explicar porque funciona e / ou para prever se funcionará ou não.

Espera-se que os problemas de construção apresentados na pesquisa que deu base ao presente artigo impliquem mudança do foco do desenho obtido para o procedimento que o produziu, pois o entendimento do processo de construção tornará as explicações mais sofisticadas e ricas em elementos caracterizantes. Acredita-se, assim, que todo esse processo induz os alunos a deslocarem o foco para o procedimento e, ao fazê-lo, abre-se para uma nova perspectiva.

Referências

BRASIL Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 11 jul. 2022

BALACHEFF, Nicolas. A study of students' proving processes at the junior high school level. In: Second UCSMP international conference on mathematics education. NCTM, 1988a.

COLL, C.; MONEREO, C. Educação e aprendizagem no século XXI: nova ferramentas,novos cenários, novas finalidades. In: COLL, C.; MONEREO, C. e cols. Psicologia da educação virtual: aprender e ensinar as tecnologias da informação e da comunicação. Tradução Naila Freitas. Porto Alegre: Artmed, 2010. p. 15- 46.

HANNA, Gila. Some pedagogical aspects of proof. Interchange, v. 21, n. 1, p. 6-13, 1990.

HANNA, Gila. Proof as explanation in geometry. Focus on learning problems in mathematics, v. 20, p. 4-13, 1998.

LABORDE, Colette. The computer as part of the learning environment: the case of geometry. In: Learning from computers: Mathematics education and technology.Springer, Berlin, Heidelberg, 1993. p. 48-67.

ZAMBALA, Antonio. A prática educativa: como ensinar. Tradução Ernani F. d F. Rosa. Porto Alegre: Artmed, 1998.

IX CIBEM Congresso Iberoamericano de Educação Matemática 05 a 09 de dezembro de 2022

Las transformaciones en la formación docente incial de aritmética en la era digital

Transformations in initial teacher training in arithmetic in the digital age

Transformações na formação inicial de professores de aritmética na era digital

Rafael Alberto González Porras[1047]
Escuela Normal "Miguel F. Martínez" Centenaria y Benemérita

Cyomara Inurrigarro Guillén[1048]
Escuela Normal "Miguel F. Martínez" Centenaria y Benemérita
0000-0002-9771-1794

Benito Delgado Luna[1049]
Escuela Normal "Miguel F. Martínez" Centenaria y Benemérita

Octavio Garza Adame[1050]
Escuela Normal "Miguel F. Martínez" Centenaria y Benemérita

Modalidad: Comunicación oral
Núcleo temático: Tecnología digital y otros recursos para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas

Resumen

El estudio tuvo como objetivo analizar las transformaciones que la Era Digital ha introducido en la formación docente en una escuela normal de Monterrey, N.L. México, con el colegiado de Artimética, con el fin de explicar cuáles son las modificaciones y necesidades de formación que esas transformaciones demandan. Se siguió un enfoque cualitativo, con base en el Interaccionismo Simbólico y en la Teoría Fundamentada a partir de la entrevista. Se partió de categorías teóricas de sentido general, con el Atlas.Ti se conformaron 64 códigos agrupados en categorías: realidad social, transformaciones digitales y significados de las transformaciones digitales. Con una lógica inductiva y el método comparativo constante, se llegó a la teorización del aprendizaje de la enseñanza de la Aritmética mediada por el uso de las TICCAD y la Internet en el contexto de la Web 2.0. Los hallazgos revelan que los docentes son inmigrantes digitales alfabetizados tecnológicamente que hacen uso las TICCAD para formar los futuros docentes, nativos digitales; para lo cual recurren a la principal transformación digital: la Internet. El uso de la Web 2.0 es incipiente, se ponen en práctica formas superadoras del *broadcasting*, favorecen la interacción, la comunicación, la colaboración y la reflexión a través de las herramientas digitales. Se han autocapacitado con el uso del video, demandan capacitación en los usos educativos de las redes sociales y de la tecnología móvil.

Palabras clave: formación docente, enseñanza de la Aritmética, era digital, TICCAD. .

[1047] alberto.gonzalez@enmfm.edu.mx
[1048] cyomara.inurrigarro@enmfm.edu.mx
[1049] benito.delgado@enmfm.edu.mx
[1050] octavio.garza@enmfm.edu.mx

Introducción

La sociedad de la segunda década del siglo XXI, está caracterizada por ser digital y globalizada, esto por causa de la expansión de las tecnologías digitales de comunicación e información, donde la liquidez y la inestabilidad explican la realidad. Una sociedad en la que la información nos demanda nuevas habilidades para desempeñarnos como ciudadanos de la era digital, la que ligada al uso de las Tecnologías de la Información, Comunicación, Conocimiento y Aprendizaje Digitales (TICCAD), las redes sociales y la Internet propician una sociedad basada en el conocimiento (Teciero 2001, Castells 1999, Bauman 2003); ante este contexto resulta imperativo la formación de los nuevos ciudadanos para vivir en un nuevo entorno digital, donde la cultura digital abre paso al uso de la computadora y el acceso a la Internet en el aula con recursos de la Web 2.0 cuya esencia es la posibilidad de interactuar con los usuarios o aportar contenido (Tapscott, 2009).

El desafío es entender la educación desde estos parámetros, dado que no es suficiente con la alfabetización digital para convertir una clase en innovadora y en un espacio de aprendizaje significativo ante las demandas del siglo XXI (Schwartzman, *et al.,* 2014). Es preciso responder a las problemáticas que emergen, atender las necesidades de formación para un mundo digital, cambiante y contradictorio. En este contexto la tarea formativa con las nuevas generaciones debe estar orientada a aprender a operar las herramientas que tiene a la mano y construir conocimiento con sentido crítico y creativo (Casablancas, 2014). Esto tiene que ver con los modos de formación docente, la forma cómo incide en la enseñanza, la organización de la clase y el conjunto de prácticas profesionales en las que dichas acciones se concretan (Vaillant y García, 2015), para el caso de México la formación de los docentes que se ofrece en las escuelas normales.

Planteamiento del problema

En el contexto local de la formación docente no se conocen el sentido que adquiere la alfabetización digital ante los nativos digitales ni los usos que los migrantes digitales hacen de los recursos de la Web 2.0; el origen de esos usos, cómo son utilizados y compartidos. Se desconoce cómo se hacen presentes las transformaciones de la era digital: TICCAD, Internet, redes sociales, plataformas digitales, entre otras; y cuáles son las razones que explican esa forma de adopción de estos recursos en la formación de los futuros docentes.

Manuel Castells (1999) acuñó el término Era de la Información en la década de los 90, para ello profundizó en la relación existente entre la evolución económica y las transformaciones políticas, sociales y culturales, para crear una teoría global de la información. Este periodo temporal actual que vivenciamos es rotulado como Era Digital o Informática, designa al periodo en el que el movimiento de información se volvió más rápido que el movimiento físico, gracias a la creación y desarrollo de las TICCAD.

La evolución de los medios de comunicación digitales, según Castells y otros especialistas, ha modificado el funcionamiento de la sociedad a partir de los años 70 hasta crear una estructura social formada de redes de información; se trata de una transformación multidimensional que involucra todos los ámbitos de la actividad humana, creando, modificando o anulando las reglas sociales ya existentes, orignando con ello una serie de transformaciones que caracterizan la Era Digital.

La Era Digital está presente en los procesos educativos, los docentes han desarrollado competencias digitales a través de la alfabetización digital, sin embargo se reproducen los modelos mecánicos y tradicionales en la construcción de los aprendizajes. Es necesario entender cómo son percibidas estas transformaciones por los usuarios en el proceso de formación de los futuros docentes y cómo son implemantadas en esa realidad social, con el fin de responder a las necesidades formativas del docente en formación considerando las tecnologías imperantes. Ante esta realidad social surgió la siguiente interrogante: ¿Cómo se han dado las transformaciones derivadas de la Era Digital en la formación docente inicial? Algunas interrogantes específicas que permitieron dar respuesta al problema planteado son: ¿Qué significados les otorgan a las transformaciones que demanda la Era Digital los docentes? ¿Cómo proceden en su trabajo docente ante estos significados? ¿Cuál es la realidad social derivada de la interacción con las transformaciones de la Era Digital?

Objetivo

El problema de estudio tuvo como objetivo analizar las transformaciones que la Era Digital ha introducido en el proceso educativo de la formación docente inicial de la clase de Arimética, con el fin de explicar cuáles son las modificaciones y demandas que esas transformaciones exigen en el sistema educativo de la formación de docentes.

Contexto de estudio

El ámbito de estudio fue la Escuela Normal "Miguel F. Martínez" de Monterrey, Nuevo León en México, como población los docentes de Aritmética de la Licenciatura en Educación Primaria a los que se les aplicó previamente una autoevaluación de competencias digitales y se seleccionaron alfabetas digitales: docentes con uso y aplicación de las transformaciones digitales. Este es el espacio curricular del plan de estudios (SEP, 2018) donde se conjuga la formación profesional en TICCAD y la Arimética, asociada a formar para la enseñanza de los números, operaciones aditivas y multiplicativas.

Metodología

De acuerdo con el objetivo se diseñó un estudio cualitativo. Mediante la búsqueda de significado y la construcción de subjetividad, se buscó la comprensión de los motivos y creencias que están detrás de las acciones de los docentes, en contacto directo con ellos y en su escenario natural: la escuela normal de estudio. Se abordó la realidad como resultado de un proceso histórico, con énfasis en lo subjetivo, lo vivencial y la interacción de los docentes; donde se parte de teorías preliminares que solo actúan como referencia y orientación, porque se concibe el conocimiento como producto social que es atravesado por los valores, percepciones y significados de los sujetos de investigación (Denzin y Lincoln 2012).

Por lo tanto, no se partió de una teoría, se consideraron algunas pistas claves de interpretación que guiaron los primeros pasos de la recogida de datos: ¿Cuál es la competencia digital de los docentes de Aritmética? ¿Cómo utilizan los recursos de la Web 2.0? ¿Cómo se dan las formas de comunicación e interacción? ¿Cuáles son los desafíos y oportunidades de la transformación digital? Se pretendió descubrir, captar y comprender la explicación de significados en un contexto de descubrimiento teórico y exploración.

Con respecto a la perspectiva teórica para la recogida de información y análisis de los datos, se optó por el Interaccionismo Simbólico que estudia los significados subjetivos y las atribuciones individuales de sentido, donde se pone en primer orden el punto de vista del sujeto (Flick, 2011). Se partió del punto de vista del sujeto, los docentes de la escuela normal, y cómo la interacción social en la práctica docente atribuye sentido a esas ideas.

Se aplicaron entrevistas con una guía flexible para abordar preguntas para profundizar. La base fueron las preguntas de investigación, los postulados del Interaccionismo Simbólico, el objetivo general y aspectos teóricos del problema. Se partió con categorías teóricas del sentido general de referencia: datos sociodemográficos, aspectos del problema de estudio, significados del problema, ampliación o reafirmación con profundidad los significados. Se abordaron distintos tipos de preguntas: introductorias, de profundización, de sondeo, de especificación, directas, entre otras. En el aspecto ético se procuró el consentimiento informado y la confidencialidad.

El análisis de la información se hizo con los textos derivados de las entrevistas, para ello se preparó el texto de un audio con el uso de software Amazon Web Services. Se depuraron las entrevistas utilizando el estilo de transcipción Jefferson. Se cuidaron los aspectos de precisión, fidelidad e interpretación relacionados con la transcripción de la entrevista. Se siguó una lógica principalmente inductiva, donde se pretendió encontrar explicaciones con base en la acumulación de circunstancias (Gibbs, 2014), se propició que las teorías y los conceptos, en vez someterse a prueba, surgieran con la recogida de datos, para llegar a generalizaciones.

Después de la codificación y la categorización llegamos a la teorización, lo que representó los primeros hallazgos utilizando el Método Comparativo Constante. El cual es una estrategia a la que recurre la Teoría Fundamentada (Grounded Theory) de Glasser y Staruss (1967). Se trabajó con la codificación abierta, en un primer momento y despúes con codificación teórica teniendo como marco de referencia el Interaccionismo Simbólico, desde la perspectiva de la Escuela de Chicago (Blumer, 1992); y el resultado del planteamiento ontológico, la realidad actual de la clase de Aritmética en el contexto de la Era Digital. Conformamos 64 códigos, se hicieron los comentarios pertinentes en la unidad hermenéutica generada para el manejo del *Atlas.Ti*, y se agruparon en tres grandes categorías: realidad social, transformaciones digitales y significados de las transformaciones digitales.

Análisis de resultados

La categoría realidad social, trató de reflejar el estado de la Escuela Normal, derivó de la revisión de la literatura y del contexto en el uso de las TICCAD. Con la categoría, transformaciones digitales se indagaron los usos de los recursos de la Era Digital y la formación que para ello han recibido los docentes. Con la categoría, significado de las transformaciones digitales, se pretendió conocer el significado que tienen los objetos de la Era Digital y cómo cobran sentido desde la interacción y comunicación.

Realidad Social

En este contexto se utilizan las TICCAD con otro nivel de conectividad, lo que permite obtener más datos de los alumnos y las plataformas como Zoom y Meat viene a facilitar el trabajo. El docente es un inmigrante digital (Prensky, 2001), que tiene que adaptarse al desarrollo tecnológico para responder a las necesidades de sus alumnos. Estos nativos digitales usan el Instagram como su principal red social y se promueve el uso de Youtube para el análisis de video. Los docentes en el mejor de los casos son usuarios de Facebook. Con las TICCAD, en el contexto de la Web 2.0, "…que tiene como rasgo distintivo la oportunidad para los usuarios de Internet, de crear el contenido de la red, a través de material que fuera fácilmente subido, interactuar con otros creando contenido de manera conjunta y participar en las redes sociales en línea" (Schwartzman, 2014, p. 26), se ponen en práctica formas de comunicación superadoras del broadcasting (comunicación de pocos a muchos repoductor del modelo trasmisivo), se favorece la creación de contenidos de forma conjunta, relaciones horizontales con base en la interacción colaborativa y en las teorías constructivistas, y los modelos de aprendizaje colaborativo entre pares (Gros, 2011).

El uso de las TICCAD facilita que los alumnos tengan múltiples perspectivas, promueven el diálogo y la reflexión a través de los foros; además favorecen el trabajo colectivo con posibilidades de atender la diversidad, de forma individual, lo que constituye un reto. En el aula diversificada el educador acepta a sus alumnos tal y como son, y espera que den de sí lo máximo posible (Tomlinson, 2003). Un reto lo representa el uso de la Internet, cuyo significado es "..la principal transformación digital".

Se ha diversificado el acceso a las redes sociales con fines de comunicación, siendo la red más usada el Whatsapp. Es inminente promover el uso educativo de las redes sociales. Su formación ha de estar centrada en el alumno, no como simples consumidores de información, sino que contribuyen y ayudan a contextualizar el escenario de aprendizaje. Por ello la formación debe garantizar el aprendizaje independiente como un proceso social, donde se diseñen experiencias formativas que ofrezcan posibilidades para la colaboración. Un enfoque centrado en el alumno y el seguimiento constantes del profesor (Barberá, 2004).

La plataforma como el Espacio Virtual de Aprendizaje (EVA) propia de la Escuela Normal, que está diseñada en Moodle, presenta una interfaz amigable y con base en el uso de software libre, pero es de reciente uso. La tecnología ha favorecido los espacios para la retroalimentación de las producciones de los alumnos, apelando a los textos colaborativos y al uso de las bases de datos. Otra realidad es la posibilidad de trabajar con el Drive y generar ambientes de trabajo en "la nube", por lo que se demanda capacitación en el uso de estos recursos.

La formación tecnológica del docente de Aritmética ha sido por iniciativa propia y de manera autodidacta con el uso de videos tutoriales. Aunque la Escuela Normal también ha convocado a procesos de capacitación, el docente debe cambiar el significado que tiene de los recursos tecnológicos como espacios de almacenamiento y organización de información, para favorecer el trabajo colaborativo y la interacción entre los alumnos.

Las aspiraciones en el manejo de los recursos, están orientados al uso de la página de Web, esto representa una visión corta de las posibilidades educativas de la Web 2.0 con base en la interactividad y en un contexto donde el aprendizaje se concibe como un proceso social que ofrece posibilidades para la colaboración con otros aprendices mediante la interacción. Es una de las competencias básicas imprescindibles para sobrevivir en el Siglo XXI (Pozo y Monereo, 2011). Se debe profundizar en los recursos de la Web 2.0 y marcar el camino hacia los recursos de la Web 3.0 con base en la inteligencia artificial y la Internet de las cosas. El contexto digital presenta diversidad de recursos, favorecen la interacción digital y el intercambio de ideas. El uso plataformas ha sido reciente, es necesario mejorar y conocer las posibilidades educativas. La interacción de acuerdo con Bates es fundamental, cuando se presenta con materiales de estudio, con maestros y otros estudiantes, favorece el aprendizaje efectivo y ésta puede lograrse mediante las tecnologías adecuadas (1999). El teléfono móvil tiene cada vez más presencia, ha suplido a la computadora de escritorio y son cada vez más las posibilidades educativas de este recurso en el aula, pues facilitan el acceso a la red, audio, video, fotografía, podcast, comunicación instantánea. Estamos ante una gran red, vinculada a través de la Internet y forma parte de la vida cotidiana.

Transformaciones digitales

La tecnología es el territorio donde circulan los contenidos, se producen las interacciones y transcurre la propuesta educativa (Schwartzman *et al*., 2014). La percepción que se tiene de la tecnología es que no va a parar, por lo que hay que adaptarse a ella. Está presente en lo cotidiano y los estudiantes demandan estos recursos de los docentes. Estos recursos se utilizan para el aprendizaje en un entorno virtual, pueden ser seleccionados por el docente y los alumnos. El significado que tiene Moodle es que permite diversificar las actividades de manera sincrónica y asincrónica, además de ser recurso de software libre. Los medios digitales como Facebook, Kahoot, suite de Google o Zoom favorecen el trabajo compartido y la interacción. Se piensa en el portafolio como un recurso valioso que se puede concebir con estos recursos y como una colección de productos de aprendizaje del alumno.

Se conciben como usuarios tecnológicos de nivel intermedio, que no cuentan con dominios en medios visuales, reuso de Web o de aspectos específicos digitales. Aspiran a capacitarse en páginas Web para crear diseños para las necesidades de los alumnos, la Web 1.0 y sus elementos significan necesidad formativa. Se plantean ideas acerca de los recursos de la Web 2.0 como el uso de plataformas o de pantallas interactivas, pero sin incidir en aspectos como la interacción, la comunicación, personalización, la usabilidad, la ubicuidad, la interoperabilidad de los recursos para el aprendizaje (Gros, 2011 y Barberá, 2004).

Significados de las transformaciones digitales

En términos de Blumer el significado es un producto social, una creación que emana de y a través de las actividades definitorias de los individuos a medida que éstos interactúan (Blumer, 1972). Con base en sus premisas, define temas tales como sociedades y grupos humanos, interacción social, objetos, el ser humano como agente, los actos humanos y la interacción de las líneas de acción. Como grupo humano, la clase de Aritmética, se constituye en un proceso de formación. Cada grupo vive en mundos formados por objetos que se producen como fruto de las interacciones. Para Blumer un objeto "es todo aquello que puede ser indicado, todo lo que puede señalarse o lo cual puede hacerse referencia". Reconoce la existencia de tres grupos de objetos cuyos significados encontrados son: a) Los objetos físicos: el podcast, la tableta, el video, el Drive, la computadora, el teléfono móvil, las pantallas, el portafolio. b) Los objetos sociales: maestro y alumno. c) Los objetos abstractos: el uso de información, el desarrollo de la clase mediada por TICCAD, la concepción de aprendizaje, la evaluación, los conocimientos asociados al uso de las TICCAD.

El aprendizaje de la enseñanza de la Artmética ocurre durante los primeros semestres (SEP, 2018) demanda de un docente reflexivo y crítico con su trabajo, para que haga los ajustes de la propuesta curricular con base en las necesidades del grupo y el diseño de experiencias para el aprendizaje. Es en el proceso de interacción social donde se aprenden los significados de los objetos señalados anteriormente, es aquí donde pueden ocurrir diferentes significados para los mismos objetos, donde la comunicación juega un papel fundamental a través del lenguaje. Las personas se encuentran en permanente definición y redefinición de los objetos que comparten en la interacción. El foro de discusión que provee plataformas como Moodle, es visto como un espacio de registro y de autoevaluación para que el alumno se forme. La reflexión genera interacción cuando los alumnos por ejemplo confrontan sus puntos de vista en los foros de discusión. Cualidad que caracteriza al docente de Aritmética, con sentido crítico hace los ajustes necesarios, en colaboración con los demás.

Castells parte de su conocida propuesta de la sociedad red, característica de la estructura social de comienzos del siglo XXI, sosteniendo que "el proceso de formación y ejercicio de las relaciones de poder se transforma radicalmente en el nuevo contexto organizativo y tecnológico derivado del auge de las redes digitales de comunicación globales y se erige en el sistema de procesamiento de símbolos fundamental de nuestra época" (2009, pp. 24-25). Entre las diferentes redes a las que se tiene acceso, están las que facilitan la comunicación: Facebook, Instagram, Mesenger, Telegram, Whatsapp, que cada vez cobran mayor relevancia con el uso de la telefonía móvil, de tal forma que utiliza el lenguaje como medio de comunicación y de socialización. Un reto para los usuarios de redes sociales en la Escuela Normal, es probar las redes sociales más allá del uso personal, separando la vida y la escuela, pero conjugar esta doble vertiente en beneficio de lo educativo.

Conclusiones

Desde el interaccionismo simbólico y con base en la teoría fundamentada fue posible caracterizar el aprendizaje de la enseñanza de la Aritmética mediada por el uso de las TICCAD y la Internet, que se ofrece en la formación docente inicial en el contexto de la Escuela Normal "Miguel F. Martínez" de Monterrey, N. L. México, de la siguiente manera:

Los docentes que trabajan la enseñanza de la Aritmética forman una comunidad con experiencia. Son inmigrantes digitales alfabetizados tecnológicamente, sus alumnos son nativos digitales teóricamente con habilidades y competencias distintas, como la forma de aprender y comunicar, el aprendizaje experiencial y activo, el trabajo colaborativo, la interactividad; que son demandas emergentes de la Era Digital y están asociadas al uso de la llamada Web 2.0 o Web Social.

En la realidad social la principal transformación de la Era Digital que se hace presente es la Internet, se le concibe como una herramienta multifacética, con potencial pero como un posible distractor para el alumno, si esta red no es bien empleada. En las clases de Arimética se están utilizando las TICCAD porque la conectividad proporciona otro nivel de interacción y comunicación, lo que favorece el aprendizaje. Los recursos más utilizados a través de la Internet son las tabletas y el celular, por lo que se debe asumir el ritmo de crecimiento de la tecnología ya que todo está conectado en red. Reconocen la presencia de las redes sociales y la importancia que tienen, las más usada por los alumnos es Instagram, para la mensajería instantánea y como medio de comunicación el WhatsApp, los docentes se relacionan más con Facebook. La ventaja que se deduce es que se pueden triangular diferentes redes sociales.

En la enseñanza de la Aritmética las plataformas se utilizan para documentar procesos de los alumnos, como el uso del portafolio digital en Moodle que presenta una interfaz con diversas herramientas. Una aspiración es el uso de páginas de Web para responder las necesidades particulares, porque estamos en un mundo tecnológico libre, por lo que se debe atender lo emocional y lo psicológico del usuario, para que no se convierta en algo negativo.

En lo que se refiere a la realidad digital, los nativos digitales no presentan todas las ventajas asociadas al desarrollo tecnológico como se expresa en algunas propuestas teóricas como la de Prensky (2001). Es inminente desde la formación docente y con el apoyo del contexto orientar el uso educativo de la tecnología mediada con el uso de la Internet. Es adecuado trabajar con herramientas colaborativas como las plataformas virtuales y adecuar páginas de Web a las necesidades de los alumnos del grupo, así como utilizar las redes sociales, los recursos digitales se seguirán utilizando de manera híbrida. Es necesario fortalecer el desarrollo de las habilidades digitales de los docentes y de los futuros docentes.

En los significados de las transformaciones digitales, las pantallas interactivas y las tabletas son recursos recurrentes en las aulas de la clase de Aritmética. Algunas TICCAD son utilizadas para el consumo y registro de información, como el Podcast. Los videos sirven de tutoriales para la capacitación del docente. A través del Drive se comparten documentos en la nube. Un papel del docente es retroaliementar a los alumnos y los recursos digitales facilitan esa labor. Las herramientas no se incorporan por voluntad propia a la tarea docente, lo hace por el compromiso y la responsabilidad que se tiene, esto promueve la adaptación del docente. Las TICCAD brindan información en la toma de decisiones, le sirven al maestro para el registro de información, para recopilarla, organizarla y para documentar procesos. A través de las TICCAD los alumnos comparten ideas y contrastan conocimientos. Con el uso de las TICCAD, se puede evaluar el proceso de aprendizaje de los alumnos y el manejo de los textos se hace de mejor manera. La clase de Aritmética demanda un docente reflexivo y es a través de los foros de discusión donde se favorece la interacción y la reflexión, con ellos los alumnos siguen su proceso de aprendizaje, valora sus experiencias y las de sus compañeros. La comunicación se facilita con las redes sociales, se pueden mezclar entre ellas. Su uso es reciente entre los docentes, por lo que hay capacitarse su provecho. Las tres redes sociales más fuertes son: Instagram, Facebook y YouTube. WhatsApp fue el medio de comunicación directo más usado. Zoom facilitó el trabajo en grupos.

Referencias

Barberá, E. (2004). *La educación en la red. Actividades virtuales de enseñanza y aprendizaje.* Paidós. Barcelona, España.

Bauman, Z. (2003). *Modernidad líquida*, México DF, Fondo de Cultura Económica.

Casablancas, S. (2014*). Enseñar con tecnologías, transitar las TIC hasta alcanzar las TAC*. Buenos Aires, Argentina.

Castells, M. (1999). *La era de la información. La red sociedad*. *Vol 1. Economía, sociedad y cultura*. Siglo XXI editores. Madrid, España.

Castells, M. (2009). Comunicación y poder. España. Alianza editorial.

Denzin, N. y Lincoln, Y. (2012). *Manual de Investigación Cualitativa Vol. II. Paradigmas y perspectivas en disputas.* México: Gedisa Editorial. Introducción al Volumen II y Capítulo 8. Pp. 27-78.

Flick, U. (2011). *Introducción a la Investigación Cualitativa*, España: Morata.

Gibbs, G. (2014). *El análisis de datos cualitativos en Investigación Cualitativa*. Barcelona: Morata.

Glaser B. G. y Strauss, A. L. (1967): *The discovery of grounded theory: strategies for qualitative research.* New York. Aldine.

Gros, S. B. (2011). *Evolución y retos de la Educación Virtual. Construyendo el E-Learning del Siglo XXI.* Barcelona: UOC.

Prensky, M. *(2001) Digital games based learning. McGraw Hill. USA.*

Schwartzman G., Tarasow F. y Trech, M. (2014). *De la Educación a Distancia a la Educación en Línea. Aportes a un campo enn construcción.* Argentina: Homo Sapiens.

Tapscott, D. (2009). *La era digital. Cómo la generación net está transformando al mundo.* Mc Graw Hill. México.

Taylor, S. J. y R. Bogdan (1994). *Introducción a los métodos cualitativos de investigación*. *La búsqueda de significados*. Barcelona: Paidós.

Tomlinson, C. A. (2003). *El aula diversificada*. Biblioteca para la Actualización del Magisterio. Secretaría de Educación Pública. México.

SEP (2018). *Plan de estudios 2018. Licenciatura en Educación Primaria*. Secretaría de Educación Pública. México. Consultado en: https://www.dgesum.sep.gob.mx/planes/lepri

Vaillant D. y García, C. M. (2015). *El ABC y D de la Formación Docente*. Madrid: Narcea.

Integração da plataforma Khan Academy com o software Geogebra: uma possibilidade para o ensino de geometria analítica

Khan Academy plafform integration with Geogebra software: a possibility for the theaching of analytic geometry

Integración de la plataforma Khan Academy com el software Geogebra: uma possibilidad para la enseñanza de la geometría analítica

Sílvia Mourão Meireles[1051]
Universidade Cruzeiro do Sul (UNICSUL)
0000-0002-7270-0132

Juliano Schimiguel [1052]
Universidade Cruzeiro do Sul (UNICSUL)
0000-0001-8552-7984

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Tecnologia digital e outros recursos para o ensino e aprendizagem de matemática

Resumo

Esse estudo tem como objetivo analisar o percurso de incorporação das tecnologias na Educação Matemática e investigar as contribuições da integração do software Geogebra com a plataforma de ensino-aprendizagem Khan Academy, no estudo de geometria analítica. Trata-se de uma pesquisa exploratória, com abordagem de natureza qualitativa que se apoiou num questionário como instrumento de coleta de dados. Colaboraram com a pesquisa, setenta alunos do Ensino Técnico Integrado ao Médio (ETIM), de uma escola técnica localizada na cidade de São Paulo do curso de Edificações. Constata-se que os estudantes participaram de forma efetiva na construção do conhecimento matemático e manifestaram que o uso do da plataforma Khan Academy juntamente com o software Geogebra são favoráveis para a aprendizagem de geometria analítica.
Palavras-chave: Geogebra, Khan Academy, Tecnologias digitais, Educação Matemática.

Abstract

This study aims to analyze the path of incorporation of technologies in Mathematics Education and to investigate the contributions of the integration of Geogebra software with the teaching-learning platform Khan Academy, within the scope of analytical geometry. This is an exploratory research, with a qualitative approach that was supported by a questionnaire as a data collection instrument. Seventy students from the Integrated Technical Education to Middle School (ETIM), from a technical scholl located in the city of São Paulo from the Buildings course collaborated with the research. It appears that the students participated effectively in the

[1051] silviameireles0@gmail.com
[1052] schimiguel@gmail.com

construction of mathematical knowledge and expressed that the use of the Khan Academy platform together with the Geogebra software is favorable for the learning of analytical geometry.
Keywords: Geogebra, Khan Academy, Digital Technologies, Mathematics Education.

Resumen

Este estudio tiene como objetivo analizar el camino de incorporatión de tecnologías em la Educación Matemática e investigar las contribuciones de la integración del software Geogebra com la plataforma de enseñanza-aprendizaje Khan Academy, en el estúdio de la geometria analítica. Se trata de uma investigatión exploratória, com enfoque cualitativo que se apoyó em um cuestionario como instrumento de recolección de dados. Setenta estudiantes de la Enseñanza Técnica Integrada a la Enseñanza Media (ETIM) de una escuela técnica ubicada en la ciudad de São Paulo de la carrera de Edificación calaboraron con la investigación. Se evidencia que los estudiantes particaparon efectivamente en la construcción del conocimiento matemático y expresaron que el uso de la plataforma Khan Academy junto al software Geogebra es favorable para el aprendizaje de la geometría analítica.
Palabras clave: Geogebra, Khan Academy, Tecnologías digitales, Educatión Matemática.

Introdução

As tecnologias digitais perpassam diversos setores da sociedade e produzem mudanças significativas nas práticas sociais. Segundo Kenski (2003), desde o início da civilização, o predomínio de determinada tecnologia modifica o comportamento individual e social de um grupo. Por esta razão, todas as eras foram, com suas características particulares, “eras tecnológicas”. Assim, conhecemos a Idade da Pedra, do Bronze, até alcançarmos o contexto tecnológico atual, marcado pela Sociedade da Informação ou Sociedade Digital.

Nesse sentido, as tecnologias existentes em cada época, empregadas para uso de determinado grupo social, modificaram profundamente as formas de organização social, a comunicação, a cultura e a própria aprendizagem (KENSKI, 2003).

As tecnologias digitais contemporâneas produzem novas configurações e espaços educacionais. A pandemia da COVID-19 exigiu a implementação do ensino remoto emergencial, que por sua vez, apoiou-se amplamente no uso de tecnologias. Os professores e a toda a equipe escolar que atuam desde a educação infantil às universidades, viram-se pressionados a trabalhar num cenário para o qual não estavam preparados.

Mesmo no cenário pandêmico ainda vigente, a retomada gradativa das aulas presencias suscita reflexão acerca dos contextos de aprendizagem presentes e daqueles que serão necessários para o desenvolvimento de habilidades exigidas para atuar no século XXI.

Lima e Rocha (2022), sinalizam que ao utilizar as tecnologias para o ensino, o docente precisa buscar e adaptar essas ferramentas para que sejam acessíveis e compreensíveis ao estudante, uma vez que, muitos desses não têm contato frequente com tecnologias, mesmo que elas se apresentem de fácil acesso para a maioria dos estudantes.

Os mesmos autores relatam que é comum encontrar escolas que não apresentam laboratórios de informática e disponibilidade de rede de internet adequada. A falta de acesso às Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC), dificultam a integração de recursos digitais aos processos de ensino e aprendizagem e pode contribuir com a exclusão digital.

No âmbito da Educação Matemática, o debate quanto ao uso das TDIC vem sendo amplamente discutido. Borba, Silva e Gadanidis (2014) sintetizam a pesquisa sobre a inserção de tecnologias na Educação Matemática no Brasil, em quatro fases.

A primeira delas é marcada pelo surgimento da linguagem de programação LOGO, a segunda faz referência ao uso de softwares específicos, a terceira se caracteriza pela disseminação de cursos online e a quarta fase é identificada pela presença significativa das tecnologias digitais.

Nesse sentido, esse estudo traz como justificativa a possibilidade de adequação das TDIC aos processos educacionais no âmbito da aprendizagem de matemática, favorecendo a participação dos estudantes na produção do próprio conhecimento. Na perspectiva de Kenski (2007), o uso adequado de tecnologias favorece o desempenho de alunos e viabiliza melhor conhecimento e aprofundamento do conteúdo estudado.

A partir da contextualização realizada, surge a seguinte questão de pesquisa: Quais as contribuições da integração do software Geogebra com a plataforma de ensino-aprendizagem Khan Academy nos estudos de geometria analítica? Assim, este trabalho tem por objetivo analisar o percurso de incorporação de tecnologias na Educação Matemática e investigar as contribuições da integração da plataforma Khan Academy com o software Geogebra, no âmbito da geometria analítica.

Trata-se de uma pesquisa exploratória, na perspectiva de Marconi e Lakatos (2021), são investigações empíricas que têm por objetivo, a formulação de questões ou de um problema. Utilizou-se como metodologia, a pesquisa com abordagem qualitativa pela sua inevitável natureza interpretativa e por permitir a realização de estudos avançados sobre uma ampla variedade de tópicos (YIN, 2016).

A organização do presente trabalho está configurada da seguinte maneira: a seção 2 exibe a fundamentação teórica, a seção 3 descreve os procedimentos metodológicos realizados, a seção 4 detalha e argumenta os resultados obtidos e, a seção 5 expõe as considerações finais.

Tecnologias digitais na Educação Matemática: percurso trilhado

Segundo Sales e Kenski (2021), a comunidade acadêmica fortalece a disseminação de estudos, pesquisas e experimentos sobre o uso de Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC).

Para as mesmas autoras, mesmo considerando que muitos estudos teóricos vinculam a inovação com a inserção de recursos e dispositivos em escolas, salas de aula e instituições, convém destacar que diversos fatores inviabilizam essa integração. Entre eles, a falta de políticas públicas, treinamento e infraestrutura para a educação mediada digitalmente.

Borba, Silva e Gadanidis (2014), desenvolveram uma análise sobre o uso de tecnologias digitais no ensino e aprendizagem da Educação Matemática. Para eles, o panorama sobre o uso de tecnologias digitais em Educação Matemática no Brasil, pode ser compreendido em quatro fases ou quatro momentos.

A primeira fase com início em 1980, aponta o uso de calculadora simples e calculadora científicas e de computadores na Educação Matemática. A concepção de que as escolas deveriam ou poderiam ter um laboratório de informática surge nesse período. No entanto, é fundamentalmente marcada pelo uso do software LOGO que teve início por volta de 1985. O construcionismo de Papert (1993) é a principal perspectiva teórica no que se refere ao uso pedagógico do LOGO, evidenciando relações entre a linguagem de programação e o pensamento matemático (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2014).

A segunda fase tem início em 1990, se configura a partir da acessibilidade e popularização do uso de computadores pessoais. É marcada pelo uso de softwares de representações de funções (como o Winplot, o Fun e Graphmatica) e de geometria dinâmica (como o Cabri Géomètre e o Geometrikis), todos caracterizados pela natureza dinâmica, visual e experimental (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2014).

Estes mesmos autores, apontam que a terceira fase com início por volta de 1999, se configura pelo advento da internet. Na área da Educação, a internet começa a ser utilizada como fonte de informação e comunicação entre professores e estudantes e para a realização de cursos à distância, no âmbito de formação continuada de professores.

A quarta fase teve início em meados de 2004, é caracterizada pelo surgimento da internet rápida, viabilizando a qualidade da conexão e quantidade de recursos com acesso à internet, transformando de forma significativa a comunicação on-line.

Nessa fase se tornou comum, o uso do termo “tecnologias digitais” (TD), do software Geogebra, de cenários inovadores de investigação matemática, de acesso fácil a vídeos em plataformas ou repositórios, da produção de vídeos com câmeras digitais, de softwares de edição com interfaces amigáveis e intuitivas, de ambientes virtuais de aprendizagem como o Moodle, das tecnologias móveis, dos celulares inteligentes, de jogos e aplicativos, da interação através do toque na tela, das redes sociais como o Facebook, entre outros (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2014).

Essa ampla variedade de recursos que emergem na quarta fase, trazem questionamentos e configuram um cenário exploratório e fértil para o desenvolvimento de novas pesquisas na Educação Matemática.

Borba, Souto e Junior (2022), trazem reflexões acerca do surgimento de uma quinta fase ressaltando a importância de reconhecer que um vírus, o SARS-CoV-2, influenciou a presença das tecnologias digitais (TD) em Educação Matemática, como nenhum programa criado para esse intuito, alcançou. Para esses autores, as reformas que incluíam e priorizavam as TD parecem não ter conseguido torná-las parte preponderante na Educação Matemática, no entanto, a ação de um vírus mudou tudo.

Uma discussão pedagógica sobre o uso de TD em Educação Matemática não pode suprimir as imensas desigualdades sociais vivenciadas no Brasil e no mundo. A quinta fase, cronologicamente associada à pandemia e ao poder de ação do vírus em relação à utilização das TD em Educação Matemática, ocorre em um momento de grandes discrepâncias sociais (BORBA; SOUTO; JUNIOR, 2022).

Segundo Borba, Souto e Junior (2022), não se pode prever ao certo, o modo como a Educação Matemática se desenvolverá, após a intensa utilização de TD na educação. Voltaremos a ter uma sala de aula como era em 2019? Haverá mudanças no tocante a participação dos meios digitais? É perceptível que algum tipo de marca das TD ficará e implicará no desenvolvimento de novas pesquisas que ampliarão o debate sobre mudanças em diversos aspectos da educação básica e universitária.

Plataforma de ensino-aprendizagem Khan Academy e o Software Geogebra: concepções e possibilidades

A partir das discussões apresentadas sobre o uso de tecnologias nos contextos de aprendizagem da Matemática, este estudo oferece uma proposta de integração da plataforma de ensino-aprendizagem Khan Academy e o software Geogebra para o estudo de geometria analítica, conteúdo previsto no currículo da 3ª série do ensino médio na disciplina de Matemática.

A plataforma Khan Academy disponibiliza exercícios, vídeos educativos e um painel de aprendizado personalizado que viabiliza aos alunos estudarem no seu próprio ritmo, dentro e fora da sala de aula. Oferece estudos de Matemática, Português, Ciências, Computação, História, História da Arte, Economia, com conteúdos de ensino fundamental e médio e preparação para variados testes.

Araujo, Molina e Nantes (2020), relatam que a organização sem fins lucrativos Khan Academy se configura coma uma possibilidade de ensino on-line. Criada em 2006 pelo educador americano Salman Khan, com missão de oferecer uma educação gratuita, universal com alcance em diferentes lugares pelo mundo. Além disso, disponibiliza aos professores, dados a respeito do desempenho dos estudantes.

Gomes (2019), realizou um estudo sobre a utilização da plataforma de ensino-aprendizagem Khan Academy para o estudo da matemática. Relata que ao compreender o papel desta plataforma no ensino de matemática e aceitar a importância de explorar novos meios de aprendizagem, cria-se um caminho para o desenvolvimento do pensamento matemático em diferentes níveis.

O Geogebra é um software gratuito que reúne recursos da geometria, álgebra, gráficos, tabelas, cálculos simbólicos, probabilidade, estatística em um mesmo ambiente. Pode ser baixado gratuitamente ou utilizado em sua versão on-line. O software Geogebra oportuniza, de modo preciso, visualização das propriedades matemática que estão sendo estudadas ou problematizadas. Por consequência, não se limita às demonstrações, quando necessário, favorece múltiplas experimentações (FILHO; FILHO; AMARAL, 2022).

O uso do software Geogebra historicamente é associado à aprendizagem de matemática e "pode favorecer o fazer matemático e as experimentações matemáticas, bem como auxiliar na visualização, generalização e representação, permitindo a construção, interação e confronto entre teoria e prática (MACHADO, 2020, p. 19).

A integração desses recursos digitais permite que os estudantes ampliem suas possibilidades de observação e investigação. Os conceitos relacionados à geometria são corroborados com imagens e representações, a visualização favorece que estudantes façam generalizações, ao mesmo tempo em que, atuam como sujeitos ativos da própria aprendizagem.

Procedimento metodológico

Esse estudo se caracteriza como uma pesquisa exploratória com abordagem de natureza qualitativa. Para Marconi e Lakatos (2021), as pesquisas exploratórias são investigações empíricas que têm por objetivo, a formulação de questões ou de um problema com tripla finalidade: (1) desenvolver hipóteses; (2) aumentar a familiaridade do pesquisador com um ambiente ou fato para o desenvolvimento de uma pesquisa futura mais precisa; (3) clarificar conceitos.

Essa pesquisa apresenta abordagem qualitativa pela sua inevitável natureza interpretativa e por permitir a realização de estudos aprofundados sobre uma ampla variedade de tópicos (YIN, 2016). De acordo com Minayo (2009), a pesquisa com abordagem qualitativa abrange um nível de realidade que não pode ou não deveria ser quantificado, ou seja, trabalha com o universo de significados, dos motivos, das aspirações, das crenças, dos valores e das atitudes.

A pesquisa foi realizada em uma escola técnica localizada na cidade de São Paulo, com duas turmas de Ensino Técnico Integrado ao Médio (ETIM) do curso de Edificações e contou com a participação de setenta estudantes. Para a coleta de dados, foram utilizados registros das atividades produzidas e um questionário.

Num primeiro momento, os conceitos de geometria analítica sobre a temática de Distância entre dois pontos, Posição relativa entre retas no plano e Circunferência foram apresentados aos estudantes. A referida escola dispõe de televisores com telas amplas que estão conectados a um computador, possibilitando ao docente a realização do espelhamento da tela do computador à televisão.

Assim, toda a abordagem e desenvolvimento dos conceitos sobre geometria analítica foram apoiados por construções realizadas pela professora pesquisadora, com auxílio do software Geogebra. Dessa forma, a interface do referido software foi apresentada aos alunos, bem como as principais ferramentas necessárias para a construção de objetos geométricos nessa temática.

A dinâmica da aula favorecia que os estudantes desenvolvessem cálculos algébricos no âmbito da geometria analítica e aferissem os resultados com as representações propostas pela professora pesquisadora, a fim de que estes criassem conjecturas e validassem os resultados obtidos. Após a apresentação e abordagem dos temas elencados, os alunos foram apresentados à plataforma de ensino-aprendizagem Khan Academy e receberam orientações para explorar as interfaces e o material de estudo como vídeos, sequência de exercícios, artigos, glossários com definições e fórmulas, entre outros.

Em seguida, foram orientados a se dividirem em grupos, sendo que cada um destes, recebeu um tema de estudo para explorar as interfaces da referida plataforma, foi solicitado que escolhessem um exercício sobre a temática de estudo, realizassem o desenvolvimento e apresentassem a construção da situação de aprendizagem com apoio do software Geogebra. A apresentação ocorreu em duas aulas consecutivas de 50 minutos, os resultados e as discussões serão apresentados na seção seguinte.

Resultados e discussões

Considerando que os participantes foram orientados a desenvolverem atividades no âmbito da geometria analítica, presentes na plataforma de ensino-aprendizagem Khan Academy e no ambiente do software Geogebra, alguns registros são apresentados.

Figura 1.

Coeficientes angulares de retas paralelas (Os autores, 2022)

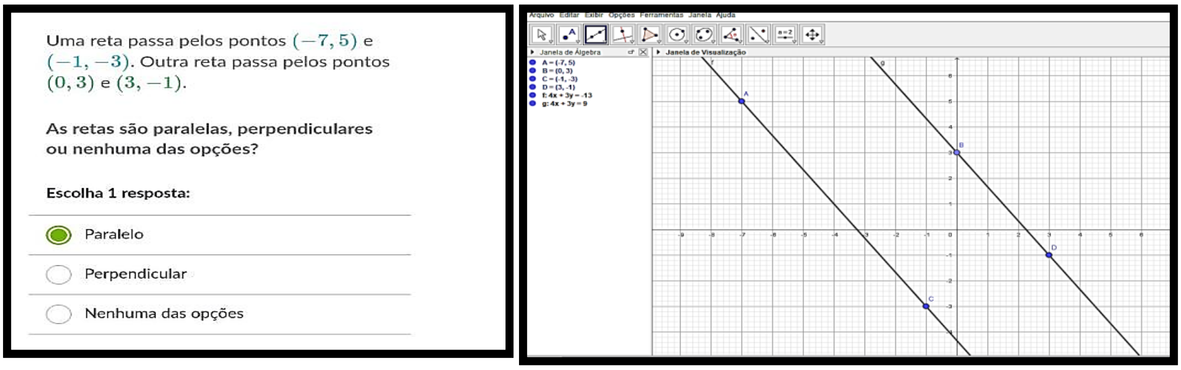
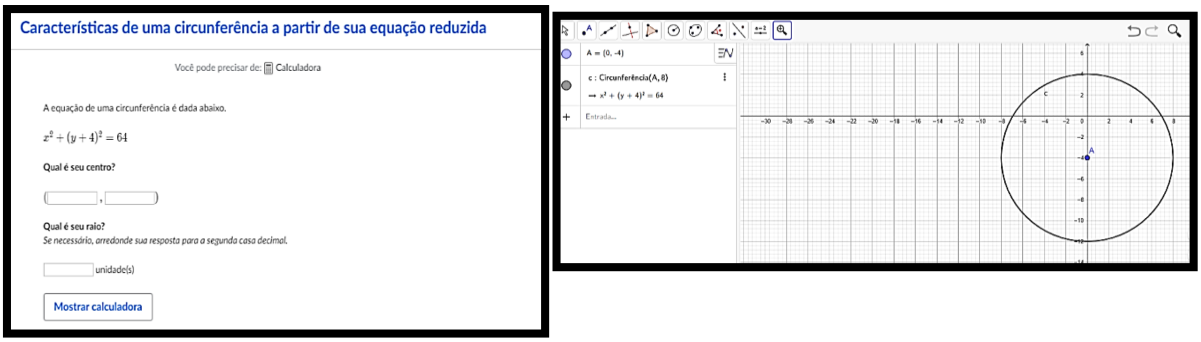


Figura 2.

Equação reduzida da circunferência: características (Os autores, 2022)

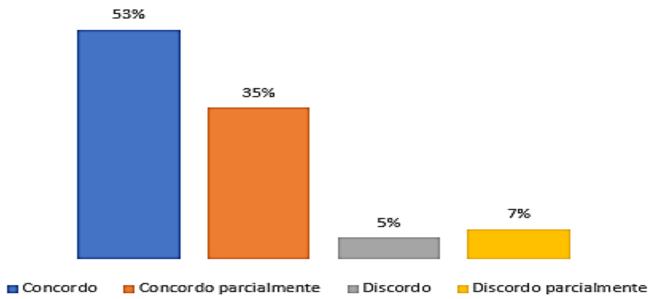


A apresentação dos grupos foi permeada de argumentação matemática, houve ampla exploração da plataforma de ensino-aprendizagem e os estudantes confrontaram resultados obtidos por meio do cálculo algébrico com as representações desenvolvidas no software Geogebra. Estes processos investigativos valorizam as noções intuitivas dos elementos geométricos estudados.

Além dos registros das atividades desenvolvidas durante essa investigação, foi solicitado que os participantes respondessem um questionário e manifestassem opiniões sobre a proposta de estudo desenvolvida. Setenta alunos responderam ao questionário cujos resultados são apresentados nos gráficos seguintes:

Gráfico 1.

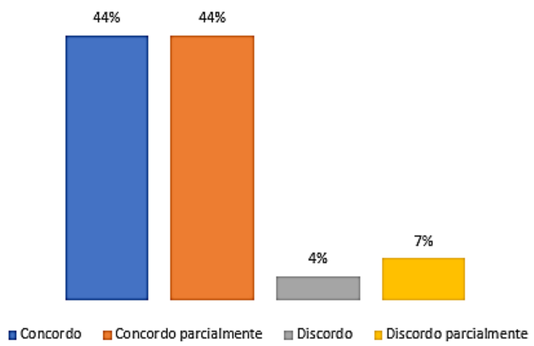
Feedback sobre o uso do software Geogebra (Autores, 2022)



No que tange a inserção do software Geogebra às aulas de geometria analítica, os resultados indicados no gráfico 1, revelam que aproximadamente 88% são favoráveis a utilização, sendo que 53% concordam com seu uso, 35% concordam parcialmente, 7% discordam parcialmente e 5% discordam de eventuais contribuições para essa temática da matemática. Em conversa com os estudantes, foi revelado que alguns deles sentiram alguma dificuldade para manipulá-lo, uma vez que, embora este recurso fora utilizado em aula sistematicamente, nem todos estão familiarizados com a interface do software.

Gráfico 2.

Feedback sobre o uso da plataforma Khan Academy (Autores, 2022)



Quando perguntados sobre a integração da plataforma de ensino-aprendizagem Khan Academy, 44% demonstraram que concordavam com seu uso, 44% concordavam parcialmente, 7% discordavam parcialmente e 4% discordavam. Os estudantes comentaram que a abordagem dos temas é numerosa, que conseguiram desenvolver de forma exitosa os exercícios apresentados, no entanto, alguns sentiram dificuldades em avançar para as fases seguintes da sequência de testes.

Considerações finais

A partir da análise realizada é possível responder à questão de pesquisa proposta inicialmente: Quais as contribuições da integração do software Geogebra com a plataforma de ensino-aprendizagem Khan Academy nos estudos de geometria analítica? Os resultados indicam que os participantes são favoráveis a essa integração, pois a junção dos dois recursos contribui para visualização e construção de conhecimentos matemáticos.

Este estudo teve como objetivo, investigar as contribuições da integração do software Geogebra com a plataforma Khan Academy, no âmbito da geometria analítica e analisar o processo histórico da incorporação de tecnologias na Educação Matemática.

A literatura revela que a integração das tecnologias na aprendizagem matemática perpassou constantes mudanças, iniciando com a linguagem de programação LOGO, em seguida foi influenciada pelo surgimento e popularização dos computadores. Na terceira fase, ganham destaque a implementação de cursos online e o advento da internet. A quarta fase é fortemente marcada pela internet rápida e pela presença significativa das tecnologias digitais.

Segundo Borba, Souto e Junior (2022), o aparecimento da pandemia da COVID-19 foi determinante para o uso de TD na Educação Matemática e que o cenário pandêmico ainda vigente e pós pandêmico é um campo fértil para repensar o lugar das tecnologias nos processos de aprendizagem no âmbito da matemática.

Os resultados apresentados revelam percepção favorável dos estudantes envolvidos no que se refere a integração do software Geogebra e da plataforma Khan Academy. Ambos ofertaram situações de aprendizagem com viés investigativo e oportunizaram dinamismo às aulas. Assim, é possível concluir que a exploração dos recursos digitais contribuiu para a realização de conjecturas, permitiu que os alunos confrontassem resultados algébricos com as representações geométricas e oportunizou aos participantes um papel ativo no desenvolvimento do pensamento matemático.

Referências

Araujo, V. S; Molina, L. P. P; Nantes, E. A S. Khan Academy: uma possibilidade para as aulas de matemática. Revista Eletrônica de Educação Matemática, v. 15, n. 1, p. 1-19, 2020.

Borba, M. C; Souto, D. L. P; Junior, N. R C. Vídeos na educação matemática: Paulo Freire e a quinta fase das tecnologias digitais. *Belo Horizonte: Autêntica*, 2022.

Borba, M. C; Silva, R. S. R; Gadanidis, G. Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento. Belo Horizonte: Autêntica, 2014.

Filho, M. A. B; Filho, R, S. M. C; Amaral, F. M. O uso da modelagem matemática com o Geogebra no ensino de funções trigonométricas: uma revisão bibliográfica. *Research, Society and Development*, v. 11, n.9, p.1-13, 2022.

Gomes, S. I. A. R. *O papel da plataforma Khan Academy na aprendizagem de matemática* [Dissertação de Mestrado, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Novoa de Lisboa, 2019] https://run.unl.pt/bitstream/10362/94110/1/Gomes_2019.pdf.

Kenski, V. M. *Tecnologias e ensino presencial e a distância*. Campinas: Editora Papirus, 2003.

___________. *Educação e Tecnologias: O novo ritmo da informação.* Campinas: Editora Papirus, 2007.

Lima, M. G.; Rocha, A. A. S. da. As tecnologias digitais no ensino de matemática. *Revista Ibero-Americana de Humanidades, Ciências e Educação*, v. 8, n.5, p. 729-739, 2022. https://www.periodicorease.pro.br/rease/article/view/5513.

Machado, M. M. *Geogebra: uma proposta para o ensino de funções trigonométricas* [Dissertação de Mestrado, PROFMAT – Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional, Catalão, 2020).

Marconi, M. A; Lakatos, E. M. *Técnicas de pesquisa.* São Paulo: Atlas, 2021.

Minayo. M.C.S. (org). *Pesquisa social: teoria, método e criatividade*. Petrópolis: Vozes, 2009.

Sales, M. V. S.; Kenski, V. M. Sentidos da inovação em suas relações com a Educação e as tecnologias. *Revista da FAEEBA-Educação e Contemporaneidade,* v. 30, n. 64, p. 19-95, 2021.

Yin, R. K. *Pesquisa qualitativa do início ao fim*; tradução: Daniel Bueno; revisão técnica: Dirceu da Silva. Porto Alegre: Penso, 2016.

Programa de inserción a la matemática universitaria, un modelo de nivelación de competencias básicas en matemáticas con el uso de una plataforma digital

Programa de inserção matemática universitária, um modelo de nivelamento de habilidades básicas em matemática com o uso de uma plataforma digital

University Mathematics Insertion Program, a model for leveling basic skills in mathematics with the use of a digital platform.

Carlos Eduardo Rojas Bruna[1053]
Pontificia Universidad Católica de Chile
0000-0003-0845-9986

Modalidad: Comunicación
Núcleo Temático: Tecnología digital y otros recursos para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

Resumen

El siguiente artículo tiene por objetivo dar a conocer el modelo aplicado durante la ejecución del Programa de inserción a la matemática universitaria, que tiene por objetivo diagnosticar, nivelar y acompañar a los estudiantes para que puedan enfrentar de manera exitosa los primeros cursos de matemáticas de sus carreras universitarias, buscando acortar la brecha existente entre los requerimientos mínimos de estos cursos y su formación durante la etapa escolar mediante la resolución guiada de problemas, debidamente secuenciados, en una plataforma digital construida para este objetivo.

Palabras clave: Matemáticas, nivelación, diagnóstico, plataforma, acompañamiento.

El Programa de Inserción a la Matemática Universitaria, PIMU, se inicia en el año 2013 como parte de un piloto incorporado en el convenio de desempeño entre el Ministerio de Educación y la Pontificia Universidad Católica de Chile, en el marco del Programa de Mejoramiento de la Calidad y Equidad de la educación (MECESUP) código PUC1107: "INCLUSIÓN E INSERCIÓN DE ESTUDIANTES DESFAVORECIDOS ACADÉMICAMENTE A TRAVÉS DE UN PROGRAMA DE NIVELACIÓN DE COMPETENCIAS BÁSICAS" (Pontificia Universidad Católica de Chile [PUC], 2011).

[1053] carojasb@uc.cl

Después del fin del financiamiento otorgado por MECESUP el año 2014, el programa continúa su desarrollo, en conjunto con la dirección de la Universidad, la Facultad de Matemática y la Vicerrectoría Académica a través de la dirección de inclusión.

Su propósito es entregar, bajo la vanguardia de la tecnología y en conjunto a un equipo capacitado y profesional de profesores y ayudantes, las instancias que propicien un apoyo efectivo para la disminución de las brechas curriculares y formativas, estos son las de diagnosticar, nivelar, si es necesario acompañar durante el primer año académico.

Su misión es generar las condiciones que posibiliten la equidad de oportunidades educativas para el éxito de los estudiantes en sus cursos matemáticos de primer año, ser un programa capaz de adaptarse a las necesidades atingentes de la generación matriculada y de entregar los insumos necesarios para el perfeccionamiento e innovación de los cursos matemáticos de la universidad.

Etapas del programa

El proceso comienza con la etapa de diagnóstico, posterior al proceso de admisión y matricula. Luego, los estudiantes pasan la etapa de nivelación y luego el programa continúa con una instancia de acompañamiento y seguimiento durante el semestre académico, para aquellos estudiantes que cumplen ciertos requisitos.

A continuación, se presentan los detalles metodológicos y de funcionamiento de cada una de las etapas del proceso.

Etapa de diagnóstico

Los estudiantes recién matriculados rinden el “Diagnóstico en Matemáticas UC”, que consiste en un conjunto de test, con el objetivo de medir el nivel de dominio en conocimientos de matemáticas que tienen sus estudiantes al momento de ingresar a la universidad y que busca profundizar en la evaluación de los contenidos más allá de los temas y competencias contempladas en la prueba de acceso a la educación superior PAES (Departamento de Evaluación, Medición y Registro Educacional [DEMRE], 2022).

Tabla 1.

Número de participantes del diagnóstico desde el año 2015 al 2022

Año	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022
Participantes	2466	2617	2586	2588	2857	3077	3618	3924

En la Tabla 1 se observa que durante los primeros años de implementación el número de participantes se mantuvo estable y desde el año 2018 en adelante se produce un aumento año a año, debido principalmente a las mejoras en la difusión, la gestión del proceso y la implementación de la modalidad online para la realización de los test.

Cada uno de los participantes, según los cursos de matemática que considera la carrera en la cual está matriculado, deberá rendir un test diferenciado en la plataforma Canvas (Canvas - Centro de Desarrollo docente UC, 2021).

Figura 1.

Tablero, plataforma Canvas

Los test están construidos con ítems de selección múltiple con 4 alternativas donde solo una de estas es la alternativa correcta. Los estudiantes disponen de 2 horas para responder el test y no hay descuento de puntos por respuestas incorrectas u omitidas.

Test de razonamiento cuantitativo (RC)

El *Test RC* es aplicado a los estudiantes de las carreras de orientación artística, humanista, comunicaciones y pedagogías no científicas, cuyas mallas curriculares no consideran cursos de matemática avanzada.

El objetivo del test es medir la capacidad de analizar, interpretar, razonar y comunicar eficazmente, al mismo tiempo que se plantean, formulan, resuelven e interpretan problemas presentes en la vida cotidiana. Específicamente, se presentan situaciones de la vida cotidiana o información presente en medios de comunicación masiva en los que se hace necesario comprender, criticar y analizar la información que estos contienen.

El *Test RC* consta de 30 preguntas divididas en 6 grupos de 5 preguntas cada uno. Cada grupo de preguntas busca medir el dominio en cada una de las siguientes habilidades: análisis, representación, cálculo, análisis de supuestos, comunicación e interpretación.

El puntaje reportado muestra un porcentaje de logro sobre el total de preguntas del test además del porcentaje promedio de la aplicación y la carrera a la cual pertenece el alumno.

Test de Introducción a la Matemática (IM)

El *Test IM* es aplicado a los estudiantes de las carreras de administración, economía, diseño, ciencias de la salud y pedagogías científicas, cuyas mallas curriculares contemplan cursos de matemáticas de nivel inicial e intermedio.

El *Test IM* mide el nivel de dominio de contenidos que son esenciales para enfrentar de buena forma los primeros cursos matemáticos de cada carrera, con énfasis particular en el curso MAT1000 Precálculo (PUC, 2016). El test está construido considerando cinco ejes temáticos, números, álgebra, geometría analítica, inecuaciones y conjuntos, funciones.

El puntaje reportado está en una escala de 0 a 100 puntos, la Facultad de Matemáticas considera que los alumnos que obtienen bajo los 50 puntos no se encuentran preparados para tener un desempeño suficiente en los primeros cursos matemáticos de su carrera.

Test de Precálculo (PC)

El *Test PC* es aplicado a las y los estudiantes de las carreras de ingeniería, ciencias físicas y matemáticas, cuyas mallas curriculares contemplan cursos matemáticos de nivel intermedio y avanzado.

El *Test PC* mide el nivel de dominio matemático que tienen los alumnos para enfrentar de forma satisfactoria el curso Cálculo I, MAT1610 (PUC, 2013). Este test consta de 40 preguntas divididas en 4 temas: álgebra y funciones, polinomios y números complejos, trigonometría, sucesiones y sumatoria. Cada uno de los temas se considera Aprobado si el estudiante logra un 60% de respuestas correctas y Reprobado si es logro es menor al 60%.

Los estudiantes que rinden el *Test PC* en la etapa de nivelación son integrados al curso de nivelación PIMU-A.

Etapa de nivelación

Según su desempeño en el diagnóstico correspondiente, los estudiantes participan en alguno de los cursos de nivelación PIMU-A, PIMU-B o PIMU-C.

Tabla 2.

Número de participantes por cursos en el año 2022

Curso	PIMU-A	PIMU-B	PIMU-C
Participantes	843	434	241

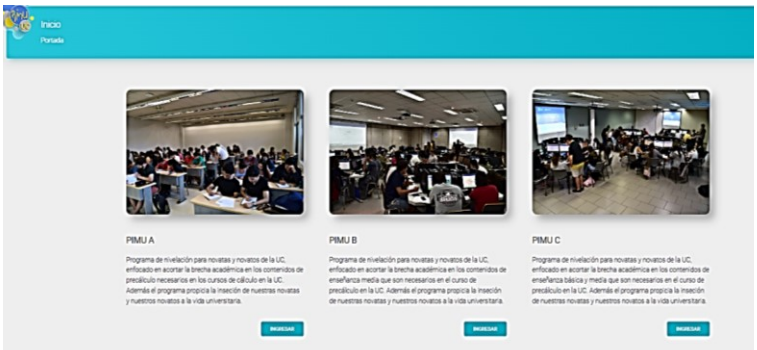
En la Tabla 2 se observa que el grupo PIMU-A concentra el mayor número de estudiantes, debido principalmente a que el número de matrículas en las carreras que conducen a él es es mayor y por otro lado, la metodología usada en la nivelación facilita que se puedan incorporar más estudiantes que en los otros grupos.

Plataforma de nivelación

La nivelación de contenidos para los tres cursos PIMU-A, PIMU-B y PIMU-C es ejecutada en modalidad presencial y online utilizando la plataforma construida para este propósito.

Figura 2.

Portada del sitio web de la plataforma de nivelación https://pimu-talleres.web.app/



Esta plataforma comenzó a ser desarrollada en el año 2019, buscando tener las características principales de un Sistema de gestión de aprendizaje, pero con funcionalidades específicas para su uso como herramienta de apoyo para la enseñanza de la matemática. Se usó por primera vez en el año 2021. Anteriormente se utilizaba una plataforma Moodle.

Las principales funcionalidades de la plataforma son las siguientes:

1. Autenticación integrada con el sistema de la universidad.
2. Matriculación masiva de estudiantes.en cursos organizados en módulos y secciones.
3. Construcción de ítems de distintos tipos de pregunta.
4. Construcción de cuestionarios con retroalimentación inmediata o diferida.
5. Publicación de material de apoyo, diapositivas, documentos, videos, noticias.
6. Datos de acceso y uso de la plataforma por usuario.

Nivelación PIMU-A

Los estudiantes incorporados al grupo PIMU-A, participan de un curso de nivelación construido en base a cuatro ejes: *funciones reales, funciones trigonométricas, polinomios y números complejos, sucesiones y sumatoria*.

El objetivo es dar a los estudiantes de primer año de carreras que requieren matemática avanzada y que obtienen un porcentaje de logro menor al 60% en algún tema del *Test PC*, una introducción a los conceptos de precálculo que la Facultad de Matemáticas considera que son necesarios para aprobar el curso Cálculo I, MAT1610 (PUC, 2013). Se estima que, en este grupo de estudiantes, aquellos que tienen reprobado el tema Álgebra y Funciones del *Test PC*, tienen sobre un 70% de probabilidad de reprobar el curso Cálculo I, MAT1610 (PUC, 2013)

Los estudiantes son separados en dos grupos PIMU-A1 y PIMU-A2 según el porcentaje obtenido en el *Test PC* y el número de cupos disponibles. El primer grupo está conformado por los estudiantes más desfavorecidos académicamente tiene dos días adicionales en donde se revisan temas de geometría analítica, orden en los números reales y conjuntos. Los estudiantes del curso PIMU-A2 también pueden acceder a este material adicional y se les recomienda su revisión. Aproximadamente un 70% de los estudiantes en este grupo cumple con este requisito.

Durante la mañana los estudiantes participan de clases expositivas dictadas por profesores de la Facultad de Matemáticas y en la jornada de la tarde trabajan resolución de problemas de forma autónoma en la plataforma de nivelación.

Nivelación PIMU-B

El curso de nivelación PIMU-B está organizado por módulos distribuidos en la jornada horaria de mañana y tarde. Se ajustan día a día según como los profesores vayan observando el avance de los estudiantes. Los módulos son los siguientes:

1. Plano cartesiano, ecuación de la recta y sistemas de ecuaciones.
2. Parábola, inecuaciones lineales y cuadráticas.
3. Inecuaciones racionales y valor absoluto.
4. Funciones y transformaciones de funciones.
5. Álgebra de funciones.

Al inicio de cada sesión el profesor realiza una breve presentación utilizando el material disponible en la plataforma, luego los estudiantes resuelven los cuestionarios de práctica con apoyo del profesor y los ayudantes. El profesor puede intervenir de manera general en caso de observar algún error o duda que se presente de forma recurrente.

El curso presencial se ejecuta en el laboratorio de computación y los estudiantes están en grupos de ocho, ubicados de forma circular, cada uno con un computador con conexión a la red. La presentación del profesor es proyectada en las cuatro paredes de la sala para que pueda ser vista por todos los estudiantes.

En modalidad online los estudiantes atienden a la presentación realizada por el profesor en la sala principal de la sesión de Zoom y luego se dividen en salas más pequeñas, tratando de replicar la dinámica usada en la versión presencial. En ambas modalidades los estudiantes rinden una evaluación intermedia y una evaluación final.

Nivelación PIMU-C

El grupo de estudiantes que participa de la nivelación PIMU-C es el más desfavorecido académicamente, lo que se evidencia en el resultado obtenido en el *Test IM*. El curso de nivelación tiene una duración de siete días y en cada día se trabaja en dos temas. Los temas estudiados son: *el conjunto de los números reales, operaciones con fracciones, expresiones algebraicas, potencias con exponente entero, potencias con exponente fraccionario, factorización, ecuaciones lineales, orden en los números reales, plano cartesiano, ecuaciones cuadráticas, ecuación de la recta, ecuación de la parábola*.

La metodología de trabajo es similar a la del curso de nivelación PIMU-B, pero la resolución de los cuestionarios de ejercicios se hace en conjunto con el profesor y el ayudante, dado el bajo nivel de trabajo autónomo de estos estudiantes.

Etapa de acompañamiento

El proceso termina con la etapa de acompañamiento que se realiza mediante un sistema de tutorías en los cursos de precálculo, cálculo I y álgebra lineal, dirigidas a aquellos estudiantes que participaron de la etapa de nivelación y que durante el semestre académico presentan dificultades en su desempeño.

Las tutorías son grupos cerrados de estudio, con un máximo de 12 estudiantes guiados por un tutor que se reúnen una vez a la semana a trabajar talleres para ejercitar. Son gratuitas y el estudiante asume el compromiso de asistir. Se espera que al finalizar esta etapa los estudiantes hayan adquirido cierto nivel de autonomía que les permita desenvolverse de manera exitosa en los cursos de matemáticas posteriores.

Resultados de la última ejecución y comentarios finales

El curso PIMU-B del año 2022 se realizó desde el 28 de febrero al 4 de marzo y tuvo 443 estudiantes matriculados, el curso PIMU-C del año 2022 se realizó desde el 24 de febrero al 4 de marzo y tuvo 243 estudiantes matriculados. Del total de matriculados 150 asistieron en alguno de los días, 132 tuvieron una asistencia mayor al 60%.

Como se puede observar en la Tabla XX, en ambos cursos se hay una baja progresiva de la asistencia, en parte, esto puede deberse a que los cursos de nivelación se ejecutan en paralelo con otras actividades del inicio del semestre académico. Esto deja de ser un inconveniente cuando los cursos de nivelación se ejecutan durante enero.

Tabla 3.

Asistentes por día

	Día 1	Día 2	Día 3	Día 4	Día 5	Día 6	Día 7
PIMU-C	133	128	129	132	122	119	90
PIMU-B	269	256	244	223	185		

Para el curso PIMU-B la baja en la asistencia también se explica por qué este grupo de estudiantes tiene una mayor autonomía y pueden revisar los contenidos disponibles en la plataforma sin la necesidad de la presencialidad.

Al finalizar ambos cursos se aplicó una encuesta, la cual fue respondida por 181 estudiantes correspondientes al 62% de los estudiantes matriculados que asistieron, en el curso PIMU-B, mientras que en PIMU-C fue respondida por 141 estudiantes. En la encuesta se preguntó acerca de aspectos de contenido, metodología y desempeño de los docentes y ayudantes.

La percepción acerca del reconocimiento de los contenidos por parte de los estudiantes es una de las variables que debemos analizar para lograr identificar de manera certera cuanto es que podemos suponer que nuestros estudiantes conocen al ingresar a la universidad, más allá de lo que digan las bases curriculares del sistema escolar.

Tabla 4.
Respuestas de los estudiantes en relación con los contenidos

Afirmación	Curso	Totalmente de acuerdo	De acuerdo	Ni de acuerdo ni en desacuerdo	En desacuerdo	Totalmente en desacuerdo
El curso me sirvió para reforzar contenidos ya conocidos	PIMU-B	67%	25%	8%	0%	0%
	PIMU-C	73%	23%	4%	0%	0%
El curso abordó contenidos que no conocía	PIMU-B	48%	27%	13%	7%	5%
	PIMU-C	40%	17%	17%	19%	7%

Los resultados de la Tabla 4 dejan en evidencia aspectos propios de la intención de cada curso y surgen algunas dudas, por un lado el curso PIMU-B recibe alumnos menos desfavorecidos y busca, además de nivelar, introducir contenidos que de su primer curso de matemáticas, por otro lado, el curso PIMU-C al recibir a los estudiantes más desfavorecidos solo busca nivelar y profundizar en contenidos conocidos, por lo que llama la atención que pese al análisis de las bases curriculares, el test de diagnóstico y la prueba de selección universitaria, todavía exista un porcentaje de estudiantes en este curso que no reconoce ciertos contenidos.

Respecto a la metodología implementada en cada curso, en la Tabla 5 se observan diferencias en la percepción de los estudiantes en los tres aspectos consultados. respecto al aporte de la clase expositiva, en concordancia con lo mencionado acerca de la asistencia, dado el mayor nivel de autonomía de los estudiantes de PIMU-B, comparados con los estudiantes de PIMU-C, lo cual a su vez hace que estos sean más críticos con el funcionamiento de la plataforma y al material disponible en ella.

Tabla 5.
Respuestas de los estudiantes en relación con la metodología

Afirmación	**Curso**	**Totalmente de acuerdo**	**De acuerdo**	**Ni de acuerdo ni en desacuerdo**	**En desacuerdo**	**Totalmente en desacuerdo**
La clase expositiva aportó a mi aprendizaje	PIMU-B	54%	24%	7%	0%	15%
	PIMU-C	82%	14%	2%	0%	2%
Los ejercicios de la plataforma fueron un aporte para mi aprendizaje	PIMU-B	59%	18%	6%	3%	14%
	PIMU-C	85%	13%	0%	0%	2%
La plataforma permite trabajar adecuadamente	PIMU-B	54%	23%	6%	4%	13%
	PIMU-C	82%	13%	2%	0%	3%

En términos generales la evaluación de la plataforma por parte de los estudiantes es buena y desde el punto de vista del proceso, sus características nos permiten maniobrar de manera eficiente ante la necesidad de modificaciones. Debemos ir ajustando de manera dinámica cada uno de los elementos de las etapas del proceso, de hecho, actualmente el test de diagnóstico IM está siendo rediseñado y en cada iteración del proceso se realiza modificación de contenido, incorporación de contenido nuevo y reestructuración de los cursos, en función de la respuesta que podamos dar a tres preguntas fundamentales: ¿Qué podemos suponer que conocen nuestros estudiantes? ¿Qué necesitamos que conozcan como mínimo? y ¿Hasta dónde podemos profundizar?

En relación con los resultados obtenidos acerca del trabajo específico en la plataforma, por ejemplo, las respuestas de los cuestionarios, autoevaluaciones y tiempo de uso, actualmente, los datos obtenidos desde la plataforma se encuentran en una etapa de análisis.

Referencias

Centro de Desarrollo Docente UC. (2021, agosto 09). Canvas. Recuperado Julio 15, 2022 de https://desarrollodocente.uc.cl/programas/canvas/

Departamento de Evaluación, Medición y Registro Educacional. (2022). Temario Prueba obligatoria de Matemática. [PDF]. Ministerio de Educación. Gobierno de Chile. https://acceso.mineduc.cl/wp-content/uploads/2022/ 01/Temario-Matematica.pdf

Pontificia Universidad Católica de Chile. (2011). Inclusión e inserción universitaria de estudiantes desfavorecidos académicamente a través de un programa de nivelación de competencias básicas. [PDF]. http://mecesup.uc.cl/images/FIAC/PUC1107/Docs/PUC1 107_Convenio.pdf

Pontificia Universidad Católica de Chile. (2013). *Cálculo I*. Catálogo de Cursos. Recuperado Julio 15, 2022 de https://catalogo.uc.cl/index.php?tmpl=component&option=com_catalogo&view=programa&sigla=MAT1610

Pontificia Universidad Católica de Chile. (2016). *Precálculo*. Catálogo de Cursos. Recuperado Julio 15, 2022 de https://catalogo.uc.cl/index.php?tmpl=component&option=com_catalogo&view=programa&sigla=MAT1000

IX CIBEM Congresso Iberoamericano de Educação Matemática 05 a 09 de dezembro de 2022

O uso do scratch para o estudo da razão áurea: uma proposta de atividadescom foco no pensamento computacional

The use of scratch for the study of the golden ratio: a proposal for activitieswith a focus on computational thinking

El uso de scratch para el estudio de la proporción áurea: una propuesta deactividades con enfoque en el pensamiento computacional

Rosane Rossato Binotto[1054]
UFFS - Universidade Federal da Fronteira Sul, Chapecó, SC
https://orcid.org/0000-0001-9420-9312

Marcus Vinicius Maltempi[1055]
Unesp - Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, SP
http://orcid.org/0000-0001-5201-0348

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Tecnologia digital e outros recursos para o ensino e aprendizagem da Matemática

Resumo

Com este artigo objetivamos apresentar material didático com atividades de programação elaboradas no Scratch e discutir aspectos do Pensamento Computacional (PC) que podem emergir em uma abordagem sobre a razão áurea. Estas atividades contemplam os conteúdos matemáticos: sequência de Fibonacci, sequência de retângulos áureos e espiralde Fibonacci, destinadas a estudantes da Educação Básica. Como resultados obtidos concluímos que as atividades propostas têm potencialidades para desenvolver nos estudantes habilidades do PC aliado ao fazer matemático.

Palavras-chave: Número de Ouro, Retângulo Áureo, Espiral de Fibonacci, Sequência de Fibonacci, Educação Básica.

Abstract

With this article we aim to present didactic material with programming activities developed in Scratch and discuss aspects of Computational Thinking (CP) that can emerge in an approach about the golden ratio. These activities contemplate the mathematical contents: Fibonacci sequence, sequence of golden rectangles and Fibonacci spiral, aimed at students of Basic Education. As obtained results we conclude that the proposed activities have potentialities to develop in the students PC skills allied to the mathematical doing.

[1054] rosane.binotto@uffs.edu.br
[1055] marcus.maltempi@unesp.br

Keywords: Golden Number, Golden Rectangle, Fibonacci Spiral, Fibonacci Sequence, Basic Education.

Resumen

Con este artículo pretendemos presentar un material didáctico con actividades de programación desarrolladas en Scratch y discutir aspectos del Pensamiento Computacional (PC) que pueden surgir en una aproximación sobre la proporción áurea. Estas actividades contemplan los contenidos matemáticos: secuencia de Fibonacci, secuencia de rectángulos áureos y espiral de Fibonacci, destinados a alumnos de Educación Básica. Como resultados obtenidos concluimos que las actividades propuestas tienen potencialidades para desarrollar en los estudiantes habilidades de PC aliadas al hacer matemático.

Palabras clave: Número áureo, Rectángulo áureo, Espiral de Fibonacci, Secuencia de Fibonacci, Educación básica.

Considerações Iniciais

As Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) estão cada vez mais presentes na sociedade, tanto a rede mundial de computadores quanto aplicativos ou softwares que são utilizados para os mais variados fins. As TIC têm revolucionado o cotidiano das pessoas, seu ambiente de estudo e de trabalho, influenciando "a maneira deser, viver, fazer e aprender da maioria das pessoas, de modo que ter a tecnologia a serviçoda transmissão de conhecimentos não é mais suficiente" (MALTEMPI, 2005, p. 2).

No ambiente escolar existe um movimento que tem ganhado força nos últimos anos, que é o uso do computador ou melhor da programação de computadores para o ensino e a aprendizagem. Foi introduzido por Seymor Papert, que realizou vários estudosmostrando o potencial da atividade de programação LOGO para o desenvolvimento dos estudantes (PAPERT, 1994). Esse movimento tem se intensificado com o advento do Pensamento Computacional.

O termo Pensamento Computacional (PC), traduzido do inglês *Computational Thinking*, "[...] baseia-se no poder e nos limites de processos de computação, quer eles sejam executados por um ser humano ou por uma máquina" (WING, 2006, p. 33). Essa autora afirma ainda que o "pensamento computacional é uma habilidade fundamental para todos, não somente para cientistas da computação" (WING, 2006, p. 33).

Conforme Valente (2016), não há um consenso sobre a definição de PC e como a programação pode ser utilizada para possibilitar o desenvolvimento do PC pelo estudante,bem como a implantação na Educação Básica de atividades que exploram esse tipo de pensamento e os benefícios que essas atividades produzem.

Todavia, ele apresenta um rol de possibilidades para a introdução do PC na Educação Básica, tais como: atividades sem o uso das tecnologias digitais (*desplugadas*),programação baseada na linguagem de blocos visuais (Scratch, por exemplo), robótica educacional, produção de narrativas digitais, criação de *games* e uso de simulações (VALENTE, 2016).

Como forma de contribuir com a produção de materiais didáticos digitais propomos esse trabalho que apresenta atividades que abordam a razão áurea para estudantes da Educação Básica. Essas atividades foram elaboradas no ambiente deprogramação Scratch com o objetivo de proporcionar aos estudantes o trabalho com a programação de computadores, desenvolver habilidades do PC, aliar o PC ao fazer e aprender matematicamente, com o estudo da razão áurea.

A opção pelo Scratch deve-se ao fato dele ser um ambiente de programação comversão em português, com uma linguagem de programação organizada em blocos lógicosque podem ser encaixados e, além disso, suas características podem possibilitar a construção de conhecimentos matemáticos (SÁPIRAS, VECCHIA e MALTEMPI, 2015;VALENTE, 2016), o que pode facilitar a inserção dos estudantes no mundo da programação. Além dele ser um ambiente de programação com potencialidades para desenvolver habilidades do PC (BRENNAN & RESNICK, 2012; VALENTE, 2016).

Com o propósito de justificar que as atividades elaboradas podem contribuir parao desenvolvimento do PC, nos pautamos nas sete possibilidades pedagógicas do PC mencionadas por Gadanidis *et al.* (2017, p. 78): piso baixo, teto alto; abstração eautomação; modelagem dinâmica; sensação tangível; surpresa conceitual; paredes largas; e poder de ação. Essas possibilidades surgiram na tentativa de conceituar o PC e sua inserção no ambiente educacional.

Optamos pelo objeto de conhecimento da Matemática razão áurea por esse possuir aplicações, tais como, sequência de Fibonacci, sequência de retângulos áureos e espiral de Fibonacci que apresentam padrões numérico, algébrico ou geométricos de repetição. Pelo termo padrão nos referimos à disposição ou aos arranjos de números, formas, coresou sons onde se detectam regularidades (FARIA e MALTEMPI, 2012). Além de ser umobjeto de estudo que contempla a beleza, arte e muitas aplicações na natureza, música entre outras.

Marco Teórico

Há uma tendência que tem ganhado força nos últimos anos, que é explorar o uso do computador, ou melhor, da programação de computadores para o ensino e aprendizagem. Esta tendência não é nova, as ideias iniciais surgiram com Seymour Papert, em meados de 1960, considerado um dos principais teóricos da Informática na Educação e criador da linguagem de programação LOGO.

De acordo com Papert (1994), os computadores podiam e deviam ser utilizados "como instrumentos para trabalhar e pensar, como meios de realizar projetos, como fontede conceitos para pensar novas idéias" (PAPERT, 1994) e não apenas como uma forma de apoio à instrução automatizada. Para Papert, a atividade de programação estimula o "pensar com" as máquinas e "pensar sobre" o próprio pensar, o que torna a programaçãouma excelente candidata a meio de inserção na Educação Básica.

Conforme Valente (2016), ao propor o ambiente de programação LOGO, Papert já estabelecia uma forte relação entre o uso de ferramentas e interfaces computacionais para estimular o desenvolvimento do que ele chamou de *Powerful ideas* e *Procedural knowledge* (VALENTE, 2016). Assim, percebemos nos trabalhos de Papert com a linguagem de programação LOGO, a presença de ideias do que hoje é denominado Pensamento Computacional.

O PC começou a ganhar destaque a partir de 2006 com os trabalhos de Wing. Paraessa autora o PC

> envolve a resolução de problemas, design de sistemas, e compreensão do comportamento humano, por meio de conceitos fundamentais da ciência da computação. O pensamento computacional inclui uma série de ferramentas mentais que refletem a vastidão do campo da ciência da computação (2006, p.33).

Ela afirma que o PC deveria ser mais uma habilidade a ser incluída além do rol de habilidades tradicionais trabalhadas com as crianças, tais como leitura, escrita e aritmética. Posteriormente, em 2011, a autora apresenta outra definição para o PC como,"[...] processos de pensamento envolvidos na formulação de problemas e suas soluções de modo que as soluções são eficazes, de tal forma que uma máquina ou uma pessoa possa realizar" (WING, 2011, p. 20). Percebemos nesta definição dois aspectos ligados àeducação: que é o saber como um processo de pensamento e, portanto, independe da tecnologia e o outro que atribui ao PC um tipo específico de resolução de problemas em que as soluções podem ser realizadas por um computador, uma pessoa ou uma combinação de ambos.

Ainda hoje não há consenso sobre uma definição para PC. Além disso, surgiram diversas tentativas para a elaboração de diretrizes para o PC e sua operacionalização na Educação Básica.

Neste trabalho adotamos as concepções sobre PC dadas por Gadanidis *et al.* (2017), com base nas atividades que realizaram em salas de aula, apoiadas em sete possibilidades pedagógicas para o desenvolvimento do PC, dadas por: piso baixo, teto alto; abstração e automação; modelagem dinâmica; sensação tangível; surpresa conceitual; paredes largas; e poder de ação.

Esses autores reforçam que:

> o ambiente de piso baixo, teto alto e paredes largas oferece oportunidades paraabstrair, automatizar e modelar dinamicamente conceitos, explorar suas relações e experimentar surpresas e insights conceituais, não apenasimplementando simulações pré-programadas, mas também criando e editando suas próprias, experimentando assim PC e a matemática como produtores e consumidores. (GADANIDIS *et al.*, p. 91, 2017).

Para esses autores a conexão destas possibilidades pedagógicas pode levar o estudante a desenvolver o PC, por meio da ação de implementar uma programação, pensar, refletir e depurar ela, não apenas reproduzindo algo que já está pronto.

Existem diversos ambientes e/ou linguagens de programação que podem ser utilizados na Educação Básica, sendo o Scratch um dos mais conhecidos. Desenvolvido no *Massachusetts Institute of Technology* (MIT), o Scratch

> [...] se constitui como uma linguagem de programação visual e permite ao usuário construir interativamente suas próprias histórias, animações, jogos, simuladores, ambientes virtuais de aprendizagem, músicas e arte. Para manuseio do Scratch, o usuário obrigatoriamente necessita expressar seupensamento na forma de comandos. Toda ação de qualquer objeto deve ser programada e explicitada. Os comandos são visualizados por meio de blocos que são arrastados para uma área específica e conectados, formando a programação do ambiente. (SÁPIRAS, VECCHIA e MALTEMPI, 2015, p. 979).

Ele tem características intuitivas e, diferente das linguagens de programação quetêm seus comandos em forma de texto, os comandos são feitos em forma de blocos coloridos que se encaixam, contribuindo na implementação em grupos iniciantes, sem perder as muitas possibilidades do universo da programação.

Conforme Valente (2016), ao analisarem atividades desenvolvidas no Scratch *on-line*, os pesquisadores Brennan e Resnick identificaram três dimensões que estão envolvidas com o PC:

> conceitos computacionais (conceitos empregados na definição de programas, como interação, paralelismo, condicionais), práticas computacionais (práticas de como desenvolver programas, como ser incremental ou interativo, depurar, reusar), e perspectivas computacionais (perspectivas que o programador desenvolve sobre o mundo à sua volta e sobre si mesmo, como capacidade deexpressão, de conexão) (VALENTE, p. 875, 2016).

A partir da descrição do que é o Scratch e de suas características, escolhemos esse ambiente de programação para elaborarmos as atividades apresentadas.

Descrição das Atividades

Desde os tempos primitivos o ser humano tem se indagado sobre a harmonia e a beleza do Universo. Para tanto tem buscado uma forma de comparação – uma medida comparativa – entre os objetos que o rodeiam.

Como a beleza é subjetiva, o ser humano procura demonstrar sua harmonia a partirde medidas comparativas, estabelecidas como proporções. Uma das proporções mais conhecidas é a que define a razão áurea ou secção áurea ou divina proporção.

$$\frac{comprimento\ do\ segmento\ todo}{comprimento\ da\ parte\ maior} = \frac{comprimento\ da\ parte\ maior}{comprimento\ da\ parte\ menor}.$$

o Suponha que o segmento AB tenha comprimento unitário, 1 unidade. Desejamos encontrar um ponto C (posição de ouro) que satisfaça (1), ou seja, considerando $AB = 1$, $AC = a$ e $CB = 1 - a$, obtemos, $\frac{1}{a} = \frac{a}{1-a}$.

Como $1 - a > 0$, obtemos a equação $a^2 + a - 1 = 0$ que possui as seguintes raízes: $a' = \frac{-1-\sqrt{5}}{2} < 0$ e $a'' = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} > 0$.

Logo, $AC = a'' = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \sim 0{,}618034...$, que é um número irracional, é denominada razão áurea do segmento AB.

O número $\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \sim 1{,}6180399...$ é um número irracional conhecido como número de ouro. Seu inverso é a razão áurea, isto é, $\frac{1}{\Phi} = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \sim 0{,}618034...$

A razão áurea e o número de ouro aparecem em diversas situações na Matemática,na natureza, na música, entre outros. Algumas delas são abordadas neste artigo, tais como:sequência de Fibonacci, retângulo áureo e espiral de Fibonacci.

Apresentamos atividades de programação no Scratch que abordam a razão áurea, indicadas para estudantes da Educação Básica, de qualquer série ou ano escolar, que tenham conhecimento de equação do segundo grau para entender o que é a razão áurea.

Atividade 1: Sequência de Fibonacci

O objetivo desta atividade é apresentar o problema dos coelhos de Fibonacci, a sequência de Fibonacci e duas programações implementadas no Scratch.

Em 1202, um matemático italiano Leonardo Pisa (1180-1250) conhecido como Fibonacci propôs o seguinte problema: Um casal de coelhos recém-nascidos foi posto num lugar cercado. Determine o número de casais de coelhos após um ano, supondo que,a cada mês, um casal de coelhos produz outro casal e que um casal começa a procriar doismeses após o seu nascimento.

A solução para esse problema é a sequência numérica dada por 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13,21, 34, ..., denominada sequência de Fibonacci. Essa sequência possui um padrãonumérico de repetição a partir do terceiro termo, ou seja, cada termo é a soma dos dois últimos termos anteriores.

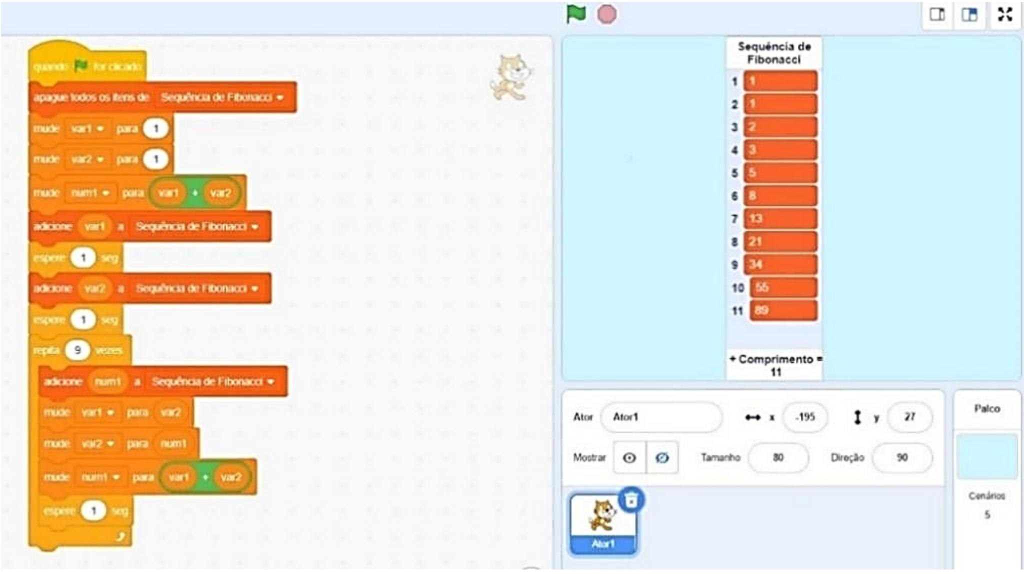
Sua lei de formação é dada por: $a_1 = 1$, $a_2 = 1$, $a_{n+2} = a_n + a_{n+1}$, onde a_1 e a_2 representam, respectivamente, o primeiro e o segundo termo da sequência e assim sucessivamente, para $n = 1, 2, 3, \ldots$.

Apresentamos duas soluções para essa atividade usando a linguagem de programação do Scratch para sua implementação. Atribuímos os valores 1 e 1 para as duas constantes iniciais, e a próxima variável é obtida da soma das anteriores e assim, sucessivamente. Temos um processo de abstração em que é necessário criar uma variávelpara determinar os próximos termos da sequência, além de um processo de repetição, quemuda dependendo do número de termos da sequência. Além disso, utilizamos o bloco **criar lista** do Scratch, que pode ser utilizado para gerar uma sequência de números.

A Figura 1 apresenta um *print* da tela do Scratch com a programação e sequênciade Fibonacci construída com 11 termos, em que o número de termos é fixado.

Figura 1:

Print da tela do Scratch de solução da sequência de Fibonacci.



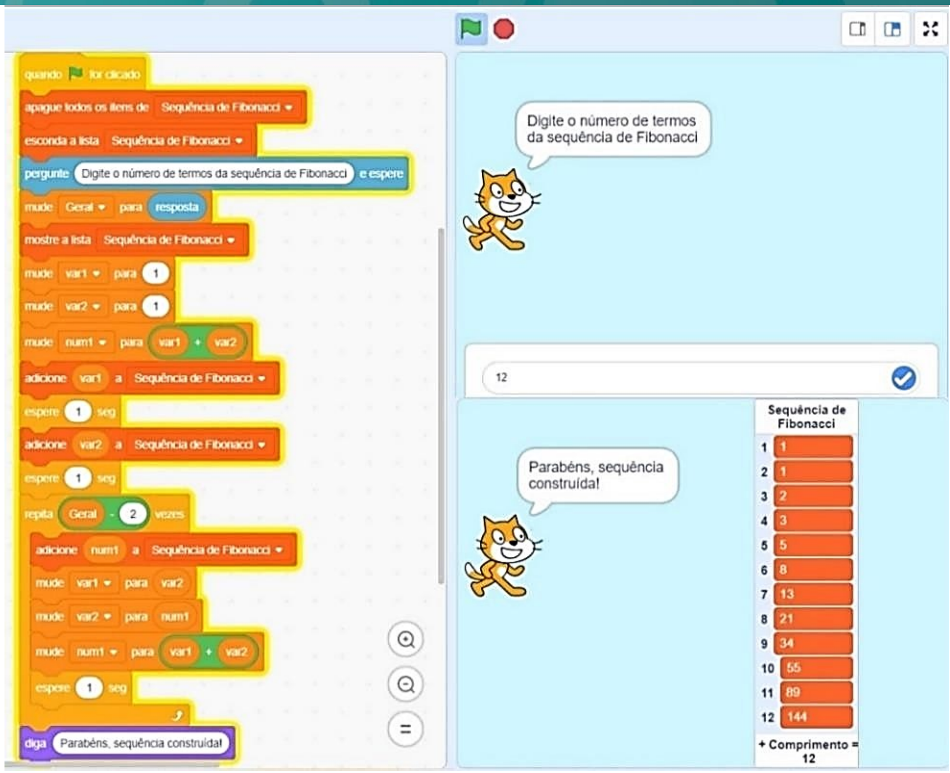
Fonte: Elaborado pelos autores (2022).

A Figura 2[1056] apresenta um *print* da tela do Scratch com a programação e os estágios inicial e final de outra solução para a sequência de Fibonacci. Nessa solução destacamosa possibilidade de indicação da quantidade de termos da sequência e comentários tornando a atividade interativa.

Figura 2

Print da tela do Scratch de solução da sequência de Fibonacci.

[1056] Disponível em: https://scratch.mit.edu/projects/715197503/. Acesso em: 18 jul. 2022.



Fonte: Elaborado pelos autores (2022).

A pergunta que surge é qual a relação entre a sequência de Fibonacci e a razão áurea? Um exercício que pode ser realizado com estudantes da Educação Básica é solicitar que eles dividam cada termo da sequência de Fibonacci pelo seu sucessor. Alguns exemplos:

$$\frac{2}{3} \sim 0{,}666\ldots,\ \frac{8}{13} \sim 0{,}61538\ldots,\ \frac{89}{144} \sim 0{,}61805\ldots,$$

e assim sucessivamente. Observamos que os números obtidos se aproximam da razão áurea 0,618034 …. Utilizando conceitos matemáticos é possível mostrar que essa relação sempre vale para os infinitos termos da sequência de Fibonacci. Também pode ser solicitado que eles dividam cada termo da sequência pelo seu antecessor e observar o queacontece.

Atividade 2: Retângulos áureos e espiral de Fibonacci

A finalidade desta atividade é construir uma sequência de retângulos áureos e a espiral de Fibonacci. Ela é composta de três partes: construção da sequência de Fibonacci;construção da retângulos áureos; e construção da espiral Fibonacci.

Uma atividade introdutória que exploramos é a construção de arcos de circunferências o Scratch. Para essa construção utilizamos os blocos do Scratch **mova** e **gire**, que são utilizados para descrever deslocamentos.

Lembramos que uma circunferência de raio r tem comprimento $C = 2\pi r$. Assim,

$$\frac{C}{360} = \frac{2\pi r}{360} = \frac{\pi r}{180},$$

sendo π ~ 3,1415... (3.1415 … no Scratch) e os ângulos 360 e 180 medidos em graus.

A partir da última razão obtida, para desenhar uma circunferência de raio r = 100, por exemplo, utilizamos a programação dada na Figura 3.

Figura 3

Print da tela do Scratch de programação para construir circunferência.

Fonte: Elaborado pelos autores (2022).

Assim, para desenhar uma semicircunferência basta trocar 360 por 180 e para desenhar ¼ da circunferência trocar por 90, na programação ilustrada na figura 3.

A espiral de Fibonacci pode ser obtida de uma sequência de arcos de circunferência de medida ¼ , cujo raio é um dos termos da sequência de Fibonacci.

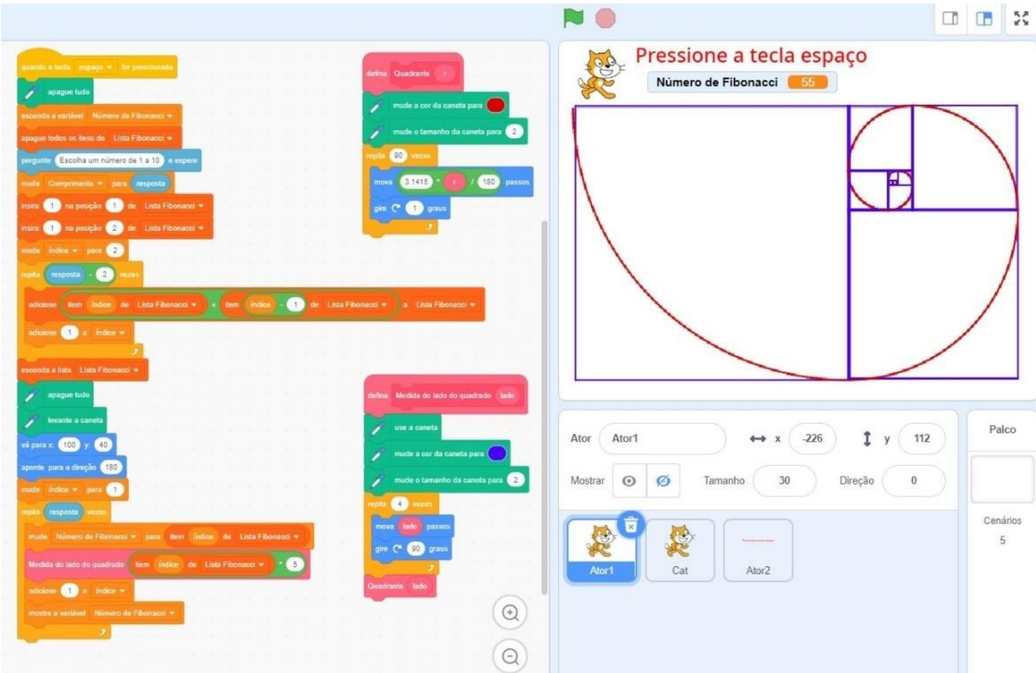
Já apresentamos programações para sequência de Fibonacci (Figuras 1 e 2) e nesta atividade vamos apresentar outra programação (Figura 4), também com o propósito de mostrar que não existe uma única programação como solução de determinado problema.

O retângulo áureo é um retângulo em que a razão entre o lado menor e o lado maior é a razão áurea. Nosso propósito nesta atividade é desenhar uma sequência de retângulos áureos construídos a partir de quadrados de lados cujas medidas são os termos da sequência de Fibonacci (Figura 4).

A partir do exposto, na Figura 4 apresentamos um *print* da tela do Scratch com a programação, a construção de uma sequência de retângulos áureos e a espiral de Fibonacci. Além disso, destacamos que se trata de uma atividade interativa em que podeser escolhido o número de termos da sequência de Fibonacci de 1 a 10. O número de Fibonacci 55 que aparece na figura representa a medida do lado do maior quadrado.

Figura 4

Print da tela do Scratch solução da Atividade 2.



Fonte: Elaborado pelos autores[1057] (2022).

Nesta programação, além dos blocos **criar variáveis** e **criar listas** utilizamos a opção **criar blocos** (dados pela cor rosa) para dividir a programação em partes. Os dois blocos criados, **defina Medida do lado do quadrado** e **defina Quadrante**, são programações para desenhar o quadrado e o arco (circular) da espiral, respectivamente, em cada parte do processo.

Concluímos que nas atividades apresentadas há a presença das seguintes possibilidades pedagógicas para o PC: piso baixo que faz referência aos conhecimentos prévios dos estudantes de conceitos de Geometria Plana e equações do segundo grau, e teto alto que faz referência aos novos conhecimentos, sobre razão áurea, sequência de Fibonacci, retângulo áureo e espiral de Fibonacci. O termo paredes largas faz referência às muitas formas de conexão e de expansão

[1057] Disponível em: https://scratch.mit.edu/projects/715191086/. Acesso em: 18 jul. 2022.

dos conhecimentos; abstração e automação, modelagem dinâmica e sensação tangível, pois usando Scratch e sua linguagem de programação é possível descrever essa programação de modo a resolver os problemas propostos. A partir do exposto em Gadanidis *et al*. (2017), por exemplo, na sensação tangível, conceitos como sequências numéricas, quadrados, arcos de circunferência e expressões como **repita, mude, adicione**, entre outras, são essenciais para determinar assequências de Fibonacci (Figuras 1 e 2) a sequência de retângulos áureos e a espiral de Fibonacci (Figura 4). Esses elementos tangíveis são "transformados em código ou objetosalgorítmicos que podem ser manipulados, listados, impressos, desenhados, grafados e assim por diante" (Gadanidis *et al*., 2017, p. 90).

Com relação à surpresa conceitual, o acesso a programação de conceitos matemáticos aumenta o potencial dos estudantes experimentarem a surpresa matemática, ao permitir o contato com os comandos postos na programação. O poder de ação está relacionado com o fazer consciente, com o estar no comando e ter o poder de tomada dedecisões que é o que esperamos que os estudantes façam ao desenvolverem suas própriasprogramações, a partir das atividades propostas neste trabalho.

Considerações Finais

Apresentamos neste trabalho atividades desenvolvidas no Scratch, em que os conteúdos matemáticos abordados possuem características de padrões de repetição que podem ser entendidos como processos algorítmicos, oportunizando abstrair, automatizar e modelar dinamicamente esses conceitos matemáticos e de experienciar a sensação tangível, conforme descrito na seção anterior. Além disso, ao desenvolverem a programação os estudantes poderão testar hipóteses e propor outras soluções para os problemas, aumentando seu poder de ação. Nesta ação o estudante está contribuindo paraa aquisição de conhecimentos sobre os temas trabalhados. Destacamos também, que nasatividades propostas é possível explorar conceitos da Matemática em uma etapa escolar, onde por vezes se estabelecem limites para novos conhecimentos que o estudante é capazde construir, evidenciando as características do PC - teto alto e paredes largas.

Neste sentido, reforçamos que estas atividades têm potencialidades para desenvolver habilidades do PC aliado ao fazer matemático. Esperamos que este materialseja utilizado por professores da Educação Básica como proposta para trabalhar o PC.

Referências

Brennan, K., & Resnick, M. (2012). New frameworks for studying and assessing the development of computational thinking. In: *Proceedings of the 2012 annual meeting of the American Educational Research Association*, Vancouver, Canada,p. 1-25.

Faria, R. W. S.; Maltempi, M. V. (2012). Padrões Fractais: conectando Matemática e Arte. *EccoS – Rev. Cient*., n. 27, p. 33-53.

Gadanidis, G.; *et al*. (2017). Computational Thinking, Grade 1 Students and the Binomial Theorem. *Math Educ*, v. 3, p. 77 - 96.

Maltempi, M. V. (2005). Novas Tecnologias e Construção de Conhecimento: Reflexões e Perspectivas. In: *V Congresso Ibero-americano de Educação Matemática (CIBEM)*. Porto, Portugal.

Papert, S. (1994). A máquina das crianças: *repensando a escola na era da informática*. Porto Alegre: Artes Médicas.

Sápiras, F. S.; Vecchia, R. D.; Maltempi, M. V. (2015). Utilização do Scratch em sala deaula. *Educação Matemática Pesquisa*, v. 17, n. 5, p. 973-988.

Valente, J. A. (2016). Integração do pensamento computacional no currículo da educaçãobásica: diferentes estratégias usadas e questões de formação de professores e avaliação do aluno. *Revista e-Curriculum*, v. 14, n. 3, p. 864-897.

Wing, J. M. (2006). Computational thinking. *Communications of the ACM*, v. 49, n. 3, p.33-35. Disponível em https://www.cs.cmu.edu/afs/cs/Web/People/15110-s13/Wing06-ct.pdf. Acesso em: 14 jul. 2022.

Wing, J. M. (2011). Computational Thinking: *What and Why*. Cambridge. Disponível em: http://www.cs.cmu.edu/link/research-notebook-computational-thinking-what and-why. Acesso em: 14 jul. 2022.

Contribuições do Geogebra para o ensino e a aprendizagem de funções: uma abordagem construcionista

Geogebra's contributions to the teaching and learning of functions: a constructionist approach

Las contribuciones de Geogebra a la enseñanza y el aprendizaje de funciones: un enfoque construccionista

Tatiane da Silva Alves[1058]
Universidade Federal da Grande Dourados
https://orcid.org/0000-0001-9295-1791

Adriana Fátima de Souza Miola[1059]
Universidade Federal da Grande Dourados
https://orcid.org/0000-0002-4757-2554

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Tecnologia digital e outros recursos para o ensino e aprendizagem da matemática

Resumo

O uso de Tecnologias Digitais é uma metodologia alternativa que busca proporcionar o construtivismo em sala de aula, e vem ganhando força durante a última década, devido à preocupação dos pesquisadores em contribuir com o ensino na formação básica. Nesse sentido, este trabalho tem por objetivo analisar as contribuições do Geogebra para ensino e aprendizagem de funções afins na perspectiva do Construtivismo. Para isso, essa pesquisa foi desenvolvida utilizando a perspectiva qualitativa descritiva. A produção de dados ocorreu com alunos do 3º ano do Ensino Médio de uma Escola Pública Estadual da cidade de Dourados - MS, a proposta foi proporcionar uma nova oportunidade de aprendizagem do conteúdo de função afim mediante a utilização da sequência didática Estudo de Funções no Geogebra. Como resultado, percebemos que os alunos conseguiram organizar os dados e executá-los com sucesso no software Geogebra, mesmo que para isso fosse necessário orientações por parte dos docentes.
Palavras-chave: Educação Matemática, Construtivismo, Geogebra, Função Afim, Tecnologias Digitais.
.

Abstract

The use of Digital Technologies is an alternative methodology that seeks to provide constructivism in the classroom, and has been gaining strength over the last decade, due to the concern of researchers to contribute to teaching in basic training. In this sense, this work aims

[1058] Tatianealves091320@gmail.com
[1059] Adrianamiola@ufgd.edu.br

to analyze the contributions of Geogebra to the teaching and learning of related functions from the perspective of Constructivism. For this, this research was developed using the descriptive qualitative perspective. The data production took place with students of the 3rd year of High School of a State Public School in the city of Dourados - MS, the proposal was to provide a new opportunity for learning the content of affine function through the use of the didactic sequence Study of Functions in Geogebra . As a result, we noticed that the students were able to organize the data and successfully execute them in the Geogebra software, even if it required guidance from the teachers.
Keywords: Mathematics Education, Constructivism, Geogebra, Affine Function, Digital Technologies.

Resumen

El uso de las Tecnologías Digitales es una metodología alternativa que busca aportar constructivismo en el aula, y ha ido tomando fuerza durante la última década, debido a la inquietud de los investigadores por contribuir a la docencia en la formación básica. En este sentido, este trabajo tiene como objetivo analizar las contribuciones de Geogebra a la enseñanza y aprendizaje de funciones relacionadas desde la perspectiva del Constructivismo. Para ello, esta investigación se desarrolló utilizando la perspectiva cualitativa descriptiva. La producción de datos se llevó a cabo con alumnos del 3º año de la Enseñanza Media de una Escuela Pública Estadual de la ciudad de Dourados - MS, la propuesta fue brindar una nueva oportunidad para el aprendizaje del contenido de la función afín a través del uso de la secuencia didáctica Estudio de Funciones en Geogebra. Como resultado, notamos que los estudiantes pudieron organizar los datos y ejecutarlos con éxito en el software Geogebra, incluso si requería la orientación de los profesores.
Palabras clave: Educación Matemática, Constructivismo, Geogebra, Función Afín, Tecnologías Digitales.

Introdução

Na medida em que o sujeito, na interação com o meio social e físico, é capaz de construir o conhecimento, os pressupostos da teoria de Jean Piaget revolucionam a ideia de conceber o desenvolvimento humano na condução da construção de novas teorias educacionais. Podemos então imaginar a concepção de inteligência por Piaget (1987, p. 336) "como desenvolvimento de uma atividade assimiladora cujas leis funcionais são dadas a partir da vida orgânica e cujas sucessivas estruturas que lhe servem de órgãos são elaboradas por interação dela própria com o meio exterior". O que teoricamente fundamenta várias investigações no campo educacional em busca de novas práticas educacionais embasadas no construtivismo de Piaget.

Considerar um modelo na concepção construtivista em que as práticas educacionais aplicadas na escola promovem o desenvolvimento de acordo como o aluno, sendo o sujeito ativo, que interage com as atividades de maneira construtiva, compete ao ensino da Matemática promover o efetivo aprendizado com seus diferentes procedimentos resolutivos em diversos campos do conhecimento, o que não seria diferente na matemática: seja na geometria, na aritmética ou na álgebra (principal objeto de nosso estudo). Proporcionar situações em que o aluno compreenda tais procedimentos e construa seus próprios significados.

Nos dias atuais as crianças estão acostumadas com a informatização, isso pode facilitar muito o uso dos laboratórios de informática das escolas. Há alguns anos as escolas da rede pública não disponibilizavam desses recursos, mas hoje a maioria das escolas públicas possui laboratório de informática e os professores podem utilizá-los, além de instalar nos computadores o software (programa computacional) que melhor lhe auxilie na disciplina ministrada no momento.

Durante nossos estágios pudemos debater com alguns professores de matemática sobre a dificuldade em lecionar Funções de forma prática e que chame atenção dos alunos, emergiu a ideia de sugerir a utilização do Geogebra como um auxílio para facilitar esse processo, pois se trata de um recurso computacional de fácil utilização, acesso e instalação.

Além disso, dentre os demais softwares disponíveis, selecionamos o Geogebra, pois dispõe de linguagem mais acessível e com maior número de ferramentas que permitem o aprofundamento de diversos assuntos que devem ser explanados em funções.

De acordo com uma das competências gerais da Base Nacional Comum Curricular [BNCC] (2017, p. 528), é necessário resolver e elaborar problemas cujos modelos são as funções polinomiais de 1º e 2º graus, em contextos diversos, incluindo ou não tecnologias digitais.

Nas competências específicas, a BNCC (2017) orienta que "os alunos do Ensino Médio devem utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral". (BNCC, 2017, p.8)

Visando contribuir para a melhoria do ensino e da aprendizagem do conceito da função do afim em uma escola pública estadual da cidade de Dourados - MS, tendo em vista a sua importância para o desenvolvimento do pensamento matemático e seu uso em várias áreas do conhecimento, objetivamos responder a seguinte questão: Quais as contribuições do Geogebra como ferramenta metodológica para o processo de ensino e de aprendizagem da função afim?

O construtivismo afirma que as pessoas aprendem quando estão diretamente envolvidas na criação, no contato ou manipulação de artefatos ou de objetos pessoalmente significativos. Motivando-se pela constatação dessa situação tivemos como objetivo propor e analisar as contribuições do Geogebra para ensino e aprendizagem de funções afins na perspectiva do Construtivismo.

Referencial teórico

De acordo com Silva (2014), Piaget vê o professor mais como um espectador do desenvolvimento e favorecedor dos processos de descobrimento autônomo de conceitos do que como um agente que pode intervir ativamente na assimilação do conhecimento. Pode-se observar que grande parte dos alunos que ingressam no Ensino Médio possuem dificuldades em matemática, principalmente quando se inicia o estudo de funções.

Costa, Bittencourt e Fernandes (2016, p.3) apontam que as principais dificuldades dos alunos tratam-se dos princípios básicos do raciocínio de função, ou seja, os alunos possuem dificuldades em compreender as relações existentes nos diversos registros de função. De acordo com Costa (2010, p.20), em um de seus estudos pôde-se constatar que:

> Pela conversa com alunos com relação às dificuldades de aprendizagem com relação ao conteúdo Função Afim, constatamos: nenhum lembrou o que é uma função afim, mas, a partir de algumas intervenções, alguns responderam que era um conteúdo carregado de definições e não sabiam por que estavam aprendendo aquilo. Além disso, lembraram que tinham dificuldades na construção de gráficos. (Costa 2010, p.20).

Ainda segundo Costa (2010) o aluno apresenta tais dificuldades devido à falta de envolvimento na sua aprendizagem. Há vários fatores que contribuem para esta situação, tais como a má formação de professores, falta de interesse dos alunos pela disciplina, dificuldade de raciocínio lógico-matemático.

Nesse sentido, pesquisas como de Santos e Pimentel (2017, p. 13) mostram que o ensino da Função, devido à sua linguagem própria e às regras e procedimentos que lhes estão associados, constitui um tema onde, geralmente, os alunos apresentam grandes dificuldades e pelo qual não revelam muito entusiasmo. Diante dessa realidade, estes autores acima asseguram que:

> Atualmente o ensino da Matemática se apresenta descontextualizado, inflexível e imutável, sendo produto de mentes privilegiadas. O aluno é, muitas vezes, um mero expectador e não um sujeito partícipe, sendo a maior preocupação dos professores cumprirem o programa. Os conteúdos e a metodologia não se articulam com os objetivos de um ensino que sirva à inserção social dos estudantes, ao desenvolvimento do seu potencial, de sua expressão e interação com o meio. (Santos & Pimentel, 2017, p. 13).

Para Silva (2014), Piaget vê o professor mais como um espectador do desenvolvimento e favorecedor dos processos de descobrimento autônomo de conceitos do que como um agente que pode intervir ativamente na assimilação do conhecimento.

Dado a problemática pretendemos contribuir no sentido de apresentar uma proposta para o ensino e aprendizagem do conceito de função, de uma forma que possibilite tornar o aluno um participante ativo no processo de construção do próprio conhecimento.

Para tanto, ao desenvolvermos essa proposta, com foco no Ensino Médio, enfatizamos a importância de abordar situações matemáticas desafiadoras para instigar o raciocínio matemático do aluno. Nesse sentido, propomos um estudo da Função, pautado na construção mental do aluno por meio da experimentação e da descoberta, tendo como ferramenta (ou recurso) o software Geogebra, trabalhando a partir de uma perspectiva do Construtivismo.

Dentre os diferentes softwares disponíveis na rede, com o Geogebra podemos visualizar expressões algébricas e sua respectiva representação geométrica ao mesmo tempo, alterar parâmetros, porém sem modificar as propriedades estabelecidas no início da construção (Basso & Gravina, 2012).

Metodologia

Para a obtenção dos dados, utilizamos uma abordagem qualitativa e descritiva, que tem sido uma linha norteadora de trabalhos dentro da Educação Matemática, pois a mesma é utilizada para entender o outro. Segundo Denzin e Lincoln (2006), a abordagem qualitativa envolve uma abordagem interpretativa do mundo, o que significa que, seus pesquisadores estudam as coisas em seus cenários naturais, tentando entender os fenômenos em termos dos significados que as pessoas a eles conferem.

A experiência foi desenvolvida com alunos do 3º ano do Ensino Médio de uma Escola Pública Estadual da cidade de Dourados - MS. A proposta foi proporcionar uma nova oportunidade de aprendizagem do conteúdo de função afim mediante a utilização da sequência didática Estudo de Funções no Geogebra, preconizada por Araújo e Nobriga (2010). Essa sequência envolve dois momentos de estudo:

Construir gráficos da função $f(x) = ax + b$ no software com valores aleatórios;

Analisar as alterações no gráfico da função $f(x) = ax + b$ ao se variarem os valores de a e b nos seletores (comandos variáveis);

Uma vez que, o conteúdo já tinha sido abordado anteriormente com os alunos envolvidos na atividade, a proposta foi tornar essa nova abordagem mais revisional e autônoma, com o intuito de sanar dúvidas ainda presentes e propor uma nova metodologia de ensino.

A primeira abordagem consistiu de uma breve revisão, nela foram reintroduzidas às primeiras noções do que é uma função e um exemplo contextualizado abordando a relação entre grandezas proporcionais. Em seguida, para apresentar as principais características de uma função afim, compartilhou-se um vídeo do canal Ferretto Matemática, disponível no YouTube.

Resultados e Discussão

Nesse sentido, buscamos interpretar sob um novo olhar os dados de uma função afim, por meio de construções no software Geogebra, possibilitando aos alunos uma aprendizagem que tenha significado, pois, essa abordagem contribui significativamente para além de uma aula diretiva, propiciando momentos de construção do conhecimento, isso devido à facilidade de variar coeficientes dentro do software, além do fator motivacional que desperta o interesse dos alunos. Dividimos a proposta metodológica em dois momentos, que detalharemos a seguir.

Primeira etapa– Oficina de comandos do Geogebra

O Geogebra é um software com um sistema de Geometria Dinâmica, que permite realizar construções tanto com pontos, vetores, segmentos, retas, secções cônicas como com funções. Além disso, as equações e coordenadas podem estar interligadas diretamente através do Geogebra. Ele foi inserido em uma atividade de investigação em que possibilidades foram ampliadas. Os recursos do Geogebra permitem construir elementos visuais e imprimir movimento ao que era visualizado no papel.

A Interface do software é constituída de uma janela gráfica que se divide em uma área de desenho, uma janela de álgebra e um campo de entrada de comandos. A área de desenho possui um sistema de eixos cartesianos onde o usuário faz as construções geométricas com o mouse. Ao mesmo tempo as coordenadas e equações correspondentes são mostradas na janela de álgebra. O campo de entrada de comandos é usado para escrever coordenadas, equações, comandos e funções diretamente e estes são mostrados na área de desenho imediatamente após pressionar a tecla “Enter”.

O software Geogebra é de fácil utilização. A partir da explanação da sua tela de apresentação, barra de menu e de ferramentas e diversos comandos é possível compreender melhor as suas utilidades. (Rocha, 2008). Segundo o manual do usuário do Geogebra logo na parte superior da tela de apresentação do software aparece a barra de menu e nela pode-se encontrar: arquivo, editar, exibir, opções, ferramentas, janela e ajuda. Ao clicar em cada um desses itens, surgirão funções específicas para cada um deles. Abaixo da barra de menu, encontra-se a barra de ferramentas com diversos comandos que dispõe de maneiras variadas de trabalho.

Ainda segundo o manual do usuário do Geogebra, existem duas janelas na tela inicial: a janela algébrica à esquerda, e a janela geométrica à direita. Para fechar e rever a janela algébrica o comando é bastante simples. Para fechar a janela utilizasse o comando no canto superior da janela algébrica e para que a mesma volte a ser exibida, basta utilizar o comando exibir da barra de menus, ao clicar em janela de álgebra.

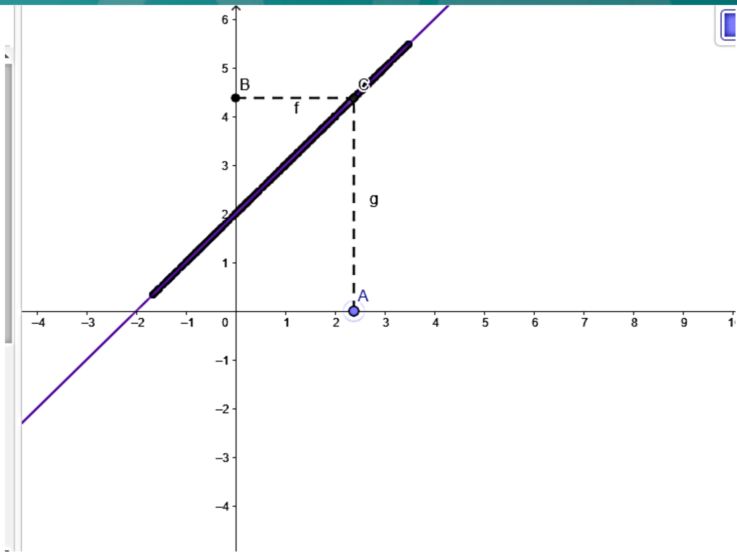
Segunda Etapa – O estudo de Funções do 2º grau com o Geogebra

Uma função afim é aquela que transforma um número real x em outro número real y onde $y = ax + b$, para algum a, b pertencente aos Reais, e $a \neq 0$.

Seja $a = 1$ e $b = 2$, teremos o gráfico a seguir representado na Figura 1:

Figura 1.

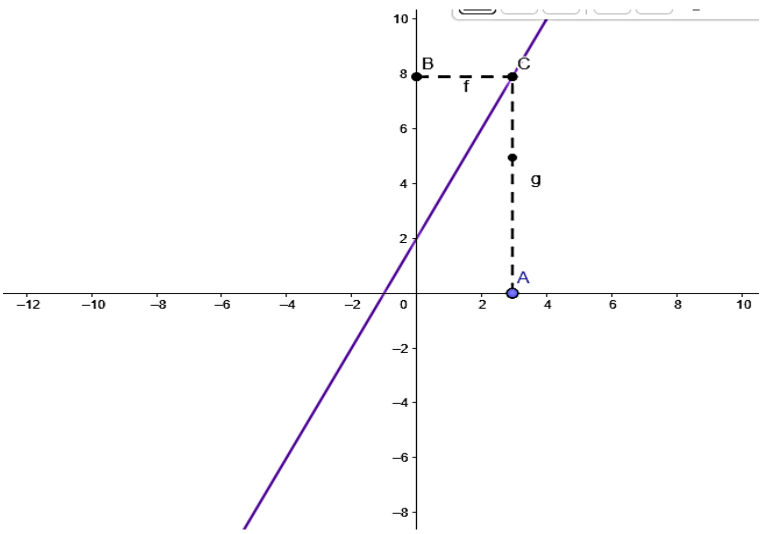
Gráfico de F(x)= x+2 (Autoras)



Altere os valores de “a” e “b” nos seletores. Para isto basta clicar no ponto preto sobre o segmento e arrastá-lo para direita ou esquerda. O que acontece com a reta quando mudamos o valor de “a” para 2 (Figura 2)? E quando mudamos para -3 (Figura 3)?

Figura 2.

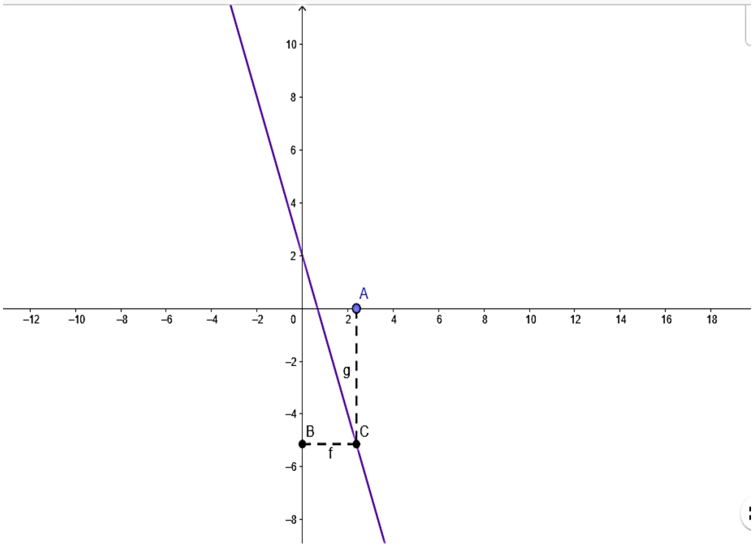
Gráfico de F(x)= 2x+2 (Autoras)



Flávia: Quando mudamos o valor de a para 2 a reta que passa pelo eixo y é deslocada para cima e passa pelo 2, mas continua crescente.

Figura 3.

Gráfico de F(x)= -3x+2 (Autoras)



Massaranduba: Mudando o valor de a para -3 a reta continua passando peço ponto 2, porém ela agora é decrescente.

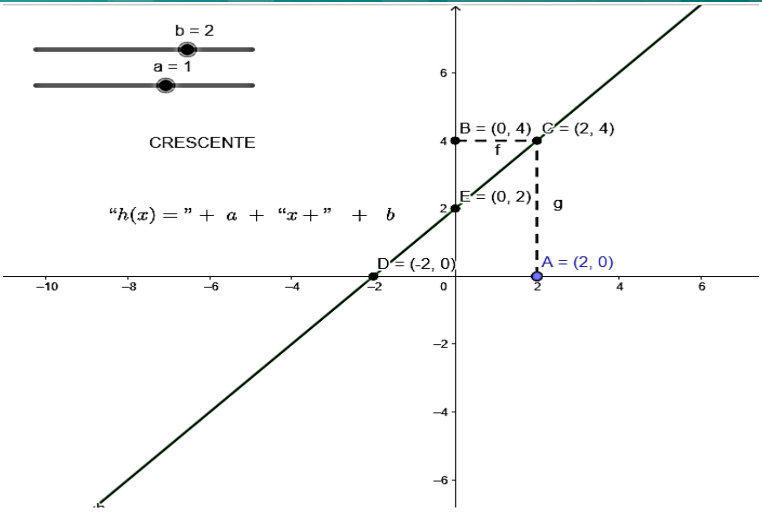
Quando a função afim é crescente? E descrescente?

Uma função é crescente no intervalo [a, b] se para qualquer x1 e x2 em [a, b], se x1< x2 então f(x1) < f(x2).

Uma função é decrescente no intervalo [a, b] se para qualquer x1 e x2 em [a, b], se x1< x2 então f(x1)> f(x2). A função f(x)= -2x-5 está representada na Figura 4 a seguir, na qual foi proposta aos alunos para sua construção e em seguida sua análise.

Figura 4.

Construção de F(x)= -2x+5 (Autoras)



Momento de reflexão

Na atividade anterior, você teve a oportunidade de ver uma ilustração sobre a relação existente entre o sinal do parâmetro “a” de uma função do tipo y = ax + b e o gráfico desta função. Produza um pequeno texto, falando sobre o observado. O que acontece com o gráfico da função se a > 0? O que você observa com respeito ao gráfico se a<0? O que você observa com respeito ao gráfico se a=0?

A partir desses questionamentos obtivemos respostas muito parecidas, porém, uma resolução que nos chamou bastante atenção foi a do aluno Pedrinho estava transcrita da seguinte maneira:

Pedrinho: Na questão 1 pode-se observar que sempre que o parâmetro “a” for negativo a função h(x) sempre será decrescente, e quando o parâmetro “a” for positivo a função h(x) sempre será crescente, porém a função h(x) só será constante quando a=0.

Pedrinho: Na questão 2 posso observar que para qualquer valor de a<0, a função h(x) será decrescente.

Pedrinho: Já na questão 3 para qualquer valor de b, a função h(x) será constante.

Apenas uma das alunas não conseguiu realizar a construção da sequência no Geogebra, devido ao fato de sua internet não possibilitar fazer o *download d*o aplicativo nem realizar as atividades *online*. Mesmo assim, ela se mostrou bastante interessada nas discussões e, em consequência disso, os demais alunos compartilharam com ela vídeos ou *prints*, o que confirma um dos objetivos da atividade: estimular o trabalho colaborativo entre os alunos, estimulando e valorizando a participação na construção coletiva do conhecimento.

Os resultados mostraram que a utilização do software Geogebra aliado às atividades contribui para a aprendizagem dos alunos, amenizando a falta de pré-requisitos necessários para o estudo da função do 1º grau. Além disso, esta metodologia possibilitou que os alunos tivessem uma postura ativa no processo de ensino e de aprendizagem, pois ao responder diretamente as questões, com o auxílio do software, o professor fazia apenas o papel de mediador, contribuindo para o processo de construção do conhecimento.

Considerações Finais

Analisando os resultados da aplicação da atividade, conclui-se que a proposta cumpriu os seus objetivos. Ao desenvolvê-la, percebemos que os alunos conseguiram organizar os dados e executá-los com sucesso no software Geogebra, mesmo que para isso fossem necessárias orientações por parte dos docentes.

Observa-se a importância do uso de tecnologias digitais no processo de construção do conhecimento, mas as ferramentas nunca devem ser utilizadas isoladamente, pois durante a execução da atividade foi necessária a mediação do professor durante todo o processo de construção, relembrando conceitos, explicando e exemplificando as atividades e até mesmo orientando na utilização do software. A interação entre os alunos teve papel central no desenvolvimento do processo de aprendizagem.

Por fim, ressalta-se a importância da utilização de estratégias e ferramentas que auxiliem e diversifiquem o processo de ensino e aprendizagem. Ficou constatada nessa atividade que o uso do Geogebra no ensino de função afim é uma das formas de contribuir para o aumento da motivação dos estudantes e para a compreensão do conteúdo e o consequente ensino remoto deixem para a melhoria da educação no nosso país.

Referências

Base Nacional Comum Curricular (BNCC). 2017. Educação é a Base. Brasília, MEC/CONSED/UNDIME.

Basso, M., & Gravina, M. (2012). Mídias Digitais na Educação Matemática. In: M. Gravina et al. (org): *Matemática, Mídias Digitais e Didática: tripé para a formação do professor de Matemática.* Evangraf (pp. 11-35).

Costa, A., & Bittencourt, R., & Fernandes, F. (2016). Análise de erros em questões sobre função afim. *Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática* (pp. 1-12). Sbem: Sociedade Brasileira de Educação Matemática. ISSN 2178-034X.

Costa, S. (2010). *Função afim: resolução de problemas – mídias*. https://lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/31620/000783851.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Denzin, N., & Lincoln, Y. (2006). Introdução: a disciplina e a prática da pesquisa qualitativa. In N. Denzin, & Y. Lincoln (org.): *O planejamento da pesquisa qualitativa*: *teorias e abordagens* (pp. 15-41). Ed. Artmed.

Gravina, M. (S/D). *O software Geogebra no ensino da matemática*. Rio Grande do Sul.

Piaget, J. (1987). *O nascimento da inteligência na criança*. 4. Ed. Guanabara.

Rocha, E. et al. (2008). *Uso do Geogebra nas aulas de matemática*: Reflexão centrada na prática.

Santos, A., & Pimentel, L. (2017). *Função afim:* atividades com auxílio da informática. https://www2.unifap.br/matematica/files/2017/07/tcc-2017-Adrielso-Costa-dos-Santos-e-Luiz-Douglas-Pereira-Pimentel.pdf.

Silva, A. A. (2014). *O ensino de funções lineares*: uma abordagem Construtivista/Construcionista por meio do Kit LEGO® Mindstorms. [Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática em rede nacional, Universidade Federal de Goiás]. https://repositorio.bc.ufg.br/tede/handle/tede/4025.

IX CIBEM
Congresso Iberoamericano de Educação Matemática
05 a 09 de dezembro de 2022
1946 • 2021 75 anos PUC-SP

Contexto histórico do uso da Realidade Aumentada para o ensino de Geometria Espacial em trabalhos disponíveis no Catálogo de Teses & Dissertações da CAPESentre os anos de 2015 a 2020

Historical context of the use of Augmented Reality for the teaching of SpatialGeometry in works available in the CAPES Theses & Dissertations Catalog between the years 2015 to 2020

Contexto histórico del uso de la Realidad Aumentada para la enseñanza de la Geometría Espacial en trabajos disponibles en el Catálogo de Tesis y Disertacionesde la CAPES entre los años 2015 a 2020

Paulo Henrique Firmino da Silva[1060]
Universidade Federal de Alagoas
0000-0003-1690-0014

Carloney Alves de Oliveira[1061]
Universidade Federal de Alagoas
0000-0002-2134-0587

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Tecnologia digital e outros recursos para o ensino e aprendizagem da Matemática

Resumo

As tecnologias digitais da informação e comunicação – TDICs são ferramentas que podem colaborar diretamente com o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, pois conseguem despertar no estudante a motivação e a curiosidade através da inovação e dinamismo. Neste sentido, a presente Revisão Sistemática da Literatura tem o objetivo de apresentar os estudos científicos produzidos entre os anos de 2015 e 2020, que relacionam a Realidade Aumentada - RA ao ensino de Geometria Espacial, de modo a observar os processos, objetivos, execução e conclusões ligados a esses estudos. Para isso, tomou-se como norte o seguinte questionamento: Em quais contextos os professores de Matemática utilizam a RA para o ensino de Geometria Espacial? Desta forma, após essainvestigação, foi possível concluir que dentre as 870 pesquisas identificadas a respeito daRA, apenas 08 se relacionavam ao ensino de Geometria Espacial. Dentre as pesquisas selecionadas: 03 abordaram suas propostas no contexto de aulas comuns; 02 no contextode experimentos; 01 através de sequência didática; 01 através de jogo; e 01 realizou apenas uma análise, sem execução. De um modo geral, é possível destacar que, mesmo com a diversidade de abordagens, todas as pesquisas avaliadas apresentaram uma preocupação comum, adotar um recurso que possa auxiliar o professor de

[1060] paulo.firmino@cedu.ufal.br
[1061] carloney.oliveira@cedu.ufal.br

Matemática na representação de elementos tridimensionais, e assim ajudar os estudantes na visualização, identificação de elementos e construção de conceitos.

Palavras-chave: Realidade Aumentada, Geometria Espacial, Ensino de Matemática, Revisão Sistemática da Literatura.

Abstract

Digital information and communication technologies – TDICs are tools that can collaborate directly with the teaching and learning process of Mathematics, because theycan awaken in the student motivation and curiosity through innovation and dynamism. In this sense, this Systematic Review of Literature aims to present the scientific studies produced between the years 2015 and 2020, which relate Augmented Reality - AR to theteaching of Spatial Geometry, in order to observe the processes, objectives, execution andconclusions related to these studies. For this, the following question was taken as the following: In what contexts do mathematics teachers use AR for the teaching of Spatial Geometry? Thus, after this investigation, it was possible to conclude that among the 870studies identified regarding AR, only 08 were related to the teaching of Spatial Geometry.Among the selected studies: 03 addressed their proposals in the context of common classes; 02 in the context of experiments; 01 through didactic sequence; 01 through game;and 01 carried out only one analysis, without execution. In general, it is possible to highlight that, even with the diversity of approaches, all the evaluated studies presenteda common concern, adopt a resource that can assist the mathematics teacher in the representation of three-dimensional elements, and thus help students in the visualization, identification of elements and construction of concepts.

Keywords: Augmented Reality, Spatial Geometry, Mathematics Teaching, Systematic Literature Review.

Resumen

Tecnologías digitales de la información y la comunicación – Los TDICs son herramientasque pueden colaborar directamente con el proceso de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas, porque pueden despertar en el alumno la motivación y curiosidad a través de la innovación y el dinamismo. En este sentido, esta Revisión Sistemática de la Literatura tiene como objetivo presentar los estudios científicos producidos entre los años 2015 y 2020, que relacionan la Realidad Aumentada - AR con la enseñanza de la Geometría Espacial, con el fin de observar los procesos, objetivos, ejecución y conclusiones relacionadas con estos estudios. Para ello, se tomó la siguiente pregunta como la siguiente: ¿En qué contextos los profesores de matemáticas utilizan la RA para la enseñanza de la Geometría Espacial? Así, tras esta investigación, fue posible concluir que entre los 870 estudios identificados respecto a la RA, sólo 08 estaban relacionados con la enseñanza de la Geometría Espacial. Entre los estudios seleccionados: 03 abordaron sus propuestas en el contexto de clases comunes; 02 en el contexto de los experimentos; 01 a través de secuencia didáctica; 01 a través del juego; y 01 realizó un solo

análisis, sin ejecución. En general, es posible destacar que, aún con la diversidad deenfoques, todos los estudios evaluados presentaron una preocupación común, adoptan unrecurso que puede ayudar al profesor de matemáticas en la representación de elementos tridimensionales, y así ayudar a los estudiantes en la visualización, identificación de elementos y construcción de conceptos.

Palabras clave: Realidad Aumentada, Geometría Espacial, Enseñanza de las Matemáticas, Revisión Sistemática de la Literatura.

Introdução

O uso das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação – TDICs no ensinojá não é mais uma novidade, ou uma situação especifica, tem se tornado uma alternativa cada vez mais utilizada pelo professor como forma de melhorar a aula e, por conseguinte,a compreensão e aquisição do conhecimento, por parte dos estudantes.

De acordo com D'Ambrosio,

> Ao longo da evolução da humanidade, Matemática e tecnologia se desenvolveram em íntima associação, numa relação que poderíamos dizer simbiótica. A tecnologia entendida como convergência do saber (ciência) e do fazer (técnica), e a Matemática são intrínsecas à busca solidária do sobreviver e de transcender. A geração do conhecimento matemático não pode, portanto, ser dissociada da tecnologia disponível. (D´AMBRÓSIO, 1996).

Essa afirmação de D'Ambrósio reflete a importância histórica do uso da tecnologia dentro do ensino de Matemática, já que se trata de uma ciência com peculiaridades relacionadas a sua abordagem com e para o ensino. Além disso, a dificuldade em relacionar alguns conteúdos em decorrência dessa complexidade e peculiaridade, a exemplo da representação de elementos no espaço tridimensional, informam o quanto a tecnologia se faz necessária e importante para efetivação daaprendizagem.

Dentre essas tecnologias, merece destaque as potencialidades possíveis de serem exploradas com a Realidade Aumentada, já que esta tecnologia remonta a aproximação do mundo real com o mundo virtual, que é um dos objetivos galgados pelo professor. Romero Tori apresenta sua influência para a aprendizagem, destacando que,

> O fato de o aluno poder sentir o objeto de estudo em suas mãos é um poderoso componente para a sensação de presença e interatividade por ele percebida.

> Conseguindo-se o envolvimento e presença do aluno, o professor terá o campo aberto para mostrar toda sua competência. (TORI, 2010)

Neste sentido, o surgimento da Realidade Aumentada – RA, como ferramenta possível para representação tridimensional dinâmica e interativa, pode se transformar numa ferramenta potencial capaz de atender a carência de ferramentas acerca dessa necessidade, já que se trata de uma tecnologia de fácil acesso e manuseio, aja vista sua utilização através de dispositivos móveis, como *smartphones*.

De acordo com Santos (2015, p. 37)

> Os métodos de ensino-aprendizagem tendem a acompanhar a atualidade. A realidade aumentada, que é uma dessas atualidades, já é utilizada em algumasinstituições de ensino. Porém, ainda é difícil encontrar essa tecnologia, disponível para todas as classes.

No que concerne a afirmação do autor, é perceptível que a RA não é uma tecnologia nova, mas seu uso na educação ainda é recente, o que acaba por reduzir a diversidade de produções disponíveis para que o professor possa realizar aplicações com essa ferramenta. Todavia, é um recurso que vem ganhando muita visibilidade e destaqueno ensino em geral, e, em especial, no contexto matemático.

Neste sentido, nos despertou o interesse em verificar os contextos em que os professores de Matemática utilizam a RA para o ensino de Geometria Espacial, disponíveis em produções científicas do Catálogo de Teses & Dissertações da CAPES, como forma de construir um panorama dessas pesquisas.

Por isso, o presente trabalho configura-se como uma Revisão Sistemática da Literatura – RLS, com o objetivo de analisar tais produções a partir de um viés analítico, elencando critérios adotados, planos seguidos e conclusões realizadas, como forma de sistematizar tais produções dentro de um caráter histórico e contextual.

Desta forma, reunimos trabalhos que estavam dentro dos critérios técnicos adotados e apresentamos um panorama resumido das abordagens em que as pesquisas consolidaram o uso da RA. Com isso, você tem a sua disposição um resumo qualificado dessas abordagens complementado com conclusões trazidas pelos pesquisadores, caracterizadas dentro de um viés histórico recente, considerando o intervalo de 2015 a 2020, em que tornou-se possível construir um marco histórico a respeito do uso da RA para o ensino da Geometria Espacial, considerando o pequeno número de produções encontradas. Além disso, reunimos tais trabalhos com rigor metodológico para construiresse marco, de modo a elaborar uma discussão ampla relacionada a convergência das abordagens percebidas dentro dos trabalhos escolhidos. Com isso, temos uma composiçãoque compara essas abordagens e efetiva conclusões relacionadas a uso da RA no ensino da Geometria Espacial.

Matérias e métodos

Nesta pesquisa, utilizou-se a Revisão Sistemática de Literatura - RSL proposta por Kitchenham (2004), que estabelece a RSL como método de identificação, avaliação e interpretação de pesquisas relevantes acerca da problemática abordada, compreendida com meio secundário de estudo e necessário para construir um panorama histórico, sistemático e resumido dessas produções.

Para construção da RSL, quatro etapas metodológicas foram seguidas:

1. **Identificação e planejamento da pesquisa** – Neste primeiro momento, foielencada uma questão para nortear a pesquisa, como forma de estabelecer o problema a ser investigado. Desta forma, foi escolhida a seguinte questão base:
Q1: Em quais contextos os professores de Matemática utilizam a Realidade Aumentada para o ensino de Geometria Espacial?

Para resolver tal questão, foram realizadas buscas na base de dados do Catálogo de Teses & Dissertações da CAPES; o período de busca correspondeu aos anos de 2015 a 2020; como critério de seleção, usou-se o filtro “ensino”, “ensino de Ciências e Matemática”, “Matemática” “e “Matemática aplicada”, ligados à área do conhecimento;para realização da busca na base de dados, utilizou-se o termo “Realidade Aumentada”; como critério de inclusão, optou-se por observar os títulos em que apareciam termos relacionados a “Geometria Espacial” e a partir daí, foram escolhidos daqueles que apontavam o uso da RA no ensino de Geometria Espacial.

2. **Seleção de estudos primários** – Na seleção dos trabalhos, foram escolhidos aqueles que possuíam palavras-chaves relacionadas a “Geometria Espacial” e que continham a palavra “Realidade Aumentada” no seu título; como critério de exclusão, foifeita a leitura dos resumos e descartados aqueles que não apresentavam relação com a temática pesquisada.
3. **Extração e monitorização dos dados** – Após a fase de seleção, foram realizadasas

leituras dos trabalhos escolhidos como forma de constatar a pertinência com o tema investigado.

4. **Síntese de dados** – Após identificar os trabalhos a serem utilizados, realizamos estudos e apresentação dos dados, como forma de sistematizar as produções num contextohistórico. Em relação a busca realizada no Catálogo de Teses e Dissertações da Capes com a palavra-chave "Realidade Aumentada", foram identificados 870 trabalhos. Após aleitura dos títulos, sendo a presença da palavra-chave "Realidade Aumentada" o critério de inclusão, foram selecionados 10 trabalhos. Em seguida, foi realizada a análise das palavras-chaves e leitura dos resumos para excluir aqueles que não abordavam o ensino de Geometria Espacial, chegando ao número final de 8 trabalhos selecionados. Neste sentido, foram excluídas as pesquisas que não abordavam o uso da RA no ensino de Geometria Espacial.

Resultados e discussões

A seguir, apresentamos um quadro resumo com as pesquisas selecionadas e categorizadas após aplicação do método da RSL:

Quadro 1.

Informações de Teses e Dissertações selecionadas do Catálogo da CAPES (Autoria nossa)

N.	Título do trabalho de pesquisa	Autor/Ano	Contexto de uso da RA	Modalidade	Programa de pesquisa
01	Realidade Aumentada aplicada aoensino de Geometria Espacial: umdesafio para a educação Matemática	Fredson Conceiçãodos Santos(2015)	JOGO	Dissertação	PROFMAT (UFPA)
02	Possibilidades do uso da Realidade Aumentada na visualização de elementos matemáticos	Neades Afonso Gomes (2015)	ANÁLISE	Dissertação	PROFMAT (UFG)
03	Utilização de dispositivos móveise recursos de Realidade Aumentada nas aulas de Matemática para elucidação dos Sólidos de Platão	Fernando Oliveira da Silva (2017)	EXPERIMENTO	Dissertação	PROFMAT (UNESP)
04	O uso da Realidade Aumentada noensino de Geometria Espacial	Thiago Antônio Valentim (2017)	AULA	Dissertação	PROFMAT (UFRJ)
05	O desenvolvimento do aplicativoRA.GEO: contribuições da Realidade aumentada para o ensino de Geometria Espacial	Vinicius Gouveia de Andrade (2017)	EXPERIMENTO	Dissertação	PGEDUCEM (IFG)
06	Uso da Realidade Aumentada noensino de Geometria Espacial	Elania Hortins Dantas (2018)	AULA	Dissertação	PROFMAT (UEPB)

07	Realidade Aumentada como interface para a aprendizagem dePoliedros do tipo Prismas	Roberto Carlos Delma da Silva (2019)	SEQUÊNCIA DIDÁTICA	Dissertação	PPGECIMA (UFS)
08	A aprendizagem da Geometria Espacial potencializada por meiode um aplicativo de Realidade Aumentada na perspectiva do Mobile Leraning	Bruno Resende (2019)	AULA	Dissertação	PPGEDUCEM (PUCRS)

De acordo com os dados apresentados no quadro 1, acima, é possível observar quedos 870 trabalhos selecionados com a busca pela palavra-chave "Realidade Aumentada",apenas 08 possuíam relação direta com o ensino de Geometria Espacial. Com relação a questão elaborada inicialmente, "Em quais contextos os professores de Matemática utilizam a RA para o ensino de Geometria Espacial?", levando em conta o quadro 1 acima,é possível observar que os contextos de aplicação da RA são bem diversificados: cerca de 37,5% usaram em aulas; 25% usaram em experimento-teste; 12,5% usaram em jogo; 12,5% usaram em sequência didática; e 12,5% usaram em análise.

De acordo com esses contextos, convém informar que: o uso em aulas se refere a utilização cotidiana, com atividades simples; o uso em experimento se refere a realizaçãode testes para observar o funcionamento do recurso; o uso dentro de uma análise se referea elaboração de uma proposta de uso, mas sem construção e execução do recurso; o uso em jogo e sequência, se refere a execução dentro de uma metodologia especifica,correlacionando a aplicação em conjunto.

A seguir, apresentamos um pequeno resumo dos trabalhos selecionados, de modoa expor as principais ideias propostas por cada autor:

- Santos (2015) considera que a inserção e utilização efetiva da Realidade Aumentada através de um jogo, juntamente com a criatividade do professor, pode ser umainiciativa de amenizar esse obstáculo, no ensino da Geometria Espacial, principalmente na observação de seus elementos, utilizando ferramentas fáceis de instalar e que contribuem na visualização e consequentemente na otimização do processo de ensino e aprendizagem.
- Gomes (2015) em sua análise, aponta que a utilização da tecnologia de RA visa a melhoria do processo de ensino, possibilitando ao aluno a visualização da informação pormeio do uso de um aparelho como, por exemplo, o celular, facilitando ao discente o aprendizado de forma mais interativa.

- Silva (2017) fez uso de um experimento, elaborado com o propósito de identificare analisar a pré-disposição de docentes em utilizar TDIC's nas aulas de Matemática, comotambém a interação e satisfação do uso do aplicativo *ARSolids* por alunos e docentes. Com a análise dos resultados, o autor constatou que os alunos obtiveram resultado satisfatório utilizando o aplicativo, com uma média de acertos de 82%.

- Valentim (2017) reflete que, ao verificar o impacto que o uso de RA no ensino da Matemática causa na rotina, é possível, por si só, explicar parte do bom resultado do experimento realizado em sua pesquisa, entendendo a importância do uso da tecnologia RA decorrendo de um aumento motivacional no empenho do aluno devido à afinidade que esta nova geração tem com as tecnologias e suas novidades

- Andrade (2017) acredita que, ao observar a execução do seu trabalho por meio da realização de um experimento, foi possível verificar que realmente existem dificuldades relacionadas ao uso exclusivo do livro didático e, consequentemente, à falta do desenvolvimento da visualização. Se por um lado alguns alunos possuem dificuldades de compreender as características de um objeto tridimensional ilustrado em uma folha de papel, por outro, o docente pode não conseguir repassar essas informações por falta de material de apoio adequado ao ensino.

- Dantas (2018) pôde concluir, após aplicação de sua proposta em suas aulas, que vivenciar a Matemática por meio de práticas pedagógicas que despertem a autonomia nae da aprendizagem é uma via passível de (re)construção do ensino, lapidando as competências que vão além da visão superficial, alcançando o campo empírico, prático ecientífico. Neste sentido, o autor relata que a realização da aplicação em sala de aula, vivenciando diretamente a reação dos alunos ao conhecer a tecnologia Realidade Aumentada como recurso didático e vê-los aproveitar tal recurso como via facilitadora daaprendizagem significativa, faz perceber que a Matemática pode e deve ser resgatada como disciplina viva e de uma relação concreta com o contexto cotidiano.

- Silva (2019) traz a proposta de construção e execução de uma sequência didática, integrada ao uso de um aplicativo de Realidade Aumentada com alunos da 2ª série do ensino médio. Em suas conclusões finais, o autor aponta que as Tecnologias Digitais, emespecífico a Realidade Aumentada, aplicada aos Poliedros Prismas, podem contribuir significativamente com a aprendizagem dos alunos, podendo ser utilizadas em outros conteúdos matemáticos, principalmente os que relacionam o espaço tridimensional.

- Resende (2019) apresenta sua ideia descrevendo a criação e execução de um aplicativo

de Realidade Aumentada, em suas aulas baseado no *mobile learning*, que, segundo o autor, é uma modalidade de aprendizagem móvel que permite aos estudantes serem os autores do próprio conhecimento. Em suas considerações finais, o autor apontaque a aprendizagem de geometria espacial com o uso do aplicativo de Realidade Aumentada através do *mobile learning* promoveu o engajamento dos estudantes,enriqueceu o desenvolvimento de novas formas de aprendizagem e contribuiu para umestudo mais autônomo, evidenciando o estudante como o objeto central da aprendizagem.De um modo geral, é possível observar que todos os trabalhos selecionados apresentam a preocupação em utilizar a RA como uma ferramenta que pode melhorar avisualização dos sólidos tridimensionais, e assim, por meio da dinâmica e interaçãopromovidas, despertar o interesse e a motivação nos estudantes, de forma a melhorar as
práticas de ensino da Matemática.

Neste sentido, as TDIC's se apresentam com significativo destaque por relacionar elementos que são característicos dessa nova geração, envolvida nas tecnologias e mídias digitais, capaz de produzir um ensino de Matemática pautado em elementos do mundo digital, sendo um contexto já conhecido por eles, referenciando, com certeza, o novo e osurpreendente como estratégia para dar importância ao conhecimento estabelecido nesteprocesso.

Considerações finais

A produção científica a respeito do uso da RA para o ensino de Geometria Espacial ainda é muito limitada e escassa, necessitando de mais pesquisas que possam construir uma base sólida para estabelecer o uso dessa tecnologia num cenário dediversidade, tornando-se um elemento que esteja mais próximo da sala de aula de Matemática.

No levantamento feito na presente revisão, através do Catálogo de Teses & Dissertações da CAPES, considerando o período de 2015 a 2020, foi constatado que de 870 produções relacionadas a RA, apenas 08 estavam ligadas ao ensino de Geometria Espacial. Além disso, todas sendo Dissertações de Mestrado, o que demonstra a baixa produção dessa temática, e também chamando a atenção na ausência de Teses deDoutorado.

Além do mais, foi observado que, dos 08 trabalhos selecionados, 05 são oriundosdo PROFMAT, fato que converge com o resultado apresentado Silva (2019), em um mapeamento realizado por ele, acerca do uso da RA para o ensino de Geometria Espacial.Na oportunidade, o autor só conseguiu localizar trabalhos que relacionam as duastemáticas oriundos do Programa em Rede.

Além disso, foi observado que os contextos de aplicação das propostas apresentadas nos estudos selecionados são variados e relacionados a sala de aula da educação básica. A maior frequência de aplicação ocorreu em aulas comuns, em cerca de 37,5% das pesquisas selecionadas, sem construção mais elaborada de um plano de execução. Além desse contexto, outros como jogo, sequência didática, experimento e análise de viabilidade também apareceram nos demais estudos.

As abordagens de aplicações representam uma diversidade sistemática que se transformam num pilar para o uso da ferramenta, pois os meios de utilização estendem ao professor uma diversidade de modelos. De uma forma geral, embora contextos e propostas distintas, é possível descrever que todas as pesquisas selecionadas e analisadasapresentam objetivos comuns, ligados ao interesse em promover um aprendizado inovador e dinâmico.

Essa realidade demonstra a grande preocupação sentida pelo professor de Matemática, com o interesse de favorecer a abstração, o pensamento geométrico, a capacidade de relacionar teoria e prática e de correlacionar situações práticas a partir do conhecimento escolar adquirido, tendo um ensino matemático emancipado e que favorecesentido e interesse dentro de sua construção individual

Por fim, acerca de como essa utilização da RA para o ensino de Matemática, sobretudo da Geometria Espacial, reflete dentro da sala de aula, Andrade (2017) apresentaem suas conclusões que:

> A possibilidade de visualizar e explorar sólidos geométricos nos smartphones dos próprios alunos, sob o contexto apresentado pelo livro didático, permitiu a independência necessária para que cada discente buscasse as informações que lhe eram relevantes. Ademais, a mobilidade possibilitada por estes aparelhos foi determinante parapermitir que cada aluno explorasse o seu próprio ponto de vista e manipulasse os objetos virtuais conforme lhe era necessário.

Essa constatação trazida pelo autor vislumbra alguns dos benefícios adquiridos para os estudantes quando se utiliza a RA na sala de aula, já que ele considera, além de tudo, a independência que se oferece ao estudante quando o mesmo é levado a utilizar a tecnologia a partir do seu próprio aparelho dando-lhe, sobretudo, autonomia em suas escolhas.

Referências

Andrade, V. G. (2017). *O desenvolvimento do aplicativo RA.GEO: contribuições da Realidade aumentada para o ensino de Geometria Espacial*. Dissertação deMestrado.

D'Ambrósio. U. *História da Matemática e Educação*. In: Cadernos CEDES 40. Históriae Educação Matemática. 1ª ed. Campinas, SP: Papirus, 1996, p.7-17.

Dantas, E. H. (2018) *Uso da Realidade Aumentada no ensino de Geometria Espacial*. Dissertação de Mestrado.

Gomes, N. A. (2015). *Possibilidades do uso da Realidade Aumentada na visualização de elementos matemáticos*. Dissertação de Mestrado.

Kitchenham, B. A. *Procedures for Performing Systematic Reviews*. Tech. Report TR/SE-0401, Keele University, 2014.

Resende, B. (2019). *A aprendizagem da Geometria Espacial potencializada por meio deum aplicativo de Realidade Aumentada na perspectiva do Mobile Learning*. Dissertação de Mestrado.

Santos, F. C. (2015). *Realidade Aumentada aplicada ao ensino de Geometria Espacial: um desafio para a Educação Matemática*. Dissertação de Mestrado.

Silva, F. O. (2017). *Utilização de dispositivos móveis e recursos de Realidade Aumentadanas aulas de Matemática para elucidação dos Sólidos de Platão*. Dissertação de Mestrado.

Silva, R. C. D. (2019). *Realidade Aumentada como interface para a aprendizagem de Poliedros do tipo Prismas*. Dissertação de Mestrado.

Tori, Romero. *Realidade Aumentada na Educação*. 2010. <Disponível em: Realidade Aumentada na Educação (esemd.org)>. Acesso em Outubro de 2022.

Valentim, T. A. (2017). *O uso da Realidade Aumentada no ensino da GeometriaEspacial*. 2017. Dissertação de Mestrado.

IX CIBEM Congresso Iberoamericano de Educação Matemática 05 a 09 de dezembro de 2022

Itinerários Formativos: implementação do Currículo de Matemática da Secretaria de Educação de São Paulo

Training Itineraries: Implementation of the Mathematics Curriculum of the São Paulo Department of Education

Itinerarios de Formación: Implementación del Currículo de Matemáticas de la Secretaría de Educación de São Paulo

Marcelo Navarro da Silva[1062]
Secretaria de Educação de São Paulo e Fatec/Guarulhos
https://orcid.org/0000-0001-9039-8937

Regiane Ramos de Oliveira Silva [1063]
Secretaria de Educação de São Paulo

Marco Rodrigo da Silva Assis [1064]
Centro Estadual de Educação Tecnológica de São Paulo – Fatec Guarulhos.
https://orcid.org/0000-0002-1911-2120

Modalidade: Comunicação
Núcleo temático: Tecnologia digital e outros recursos para o ensino e aprendizagem da matemática.

Resumo

Examina-se neste texto a apresentação da organização e estruturação curricular da etapa do Ensino Médio da Secretaria de Educação do Estado de São Paulo com foco na implementação dos Aprofundamentos Curriculares dos Itinerários Formativos. Partimos da hipótese de que as mudanças no Currículo refletem e impactam na renovação do Ensino Médio, contribuindo na construção da autonomia e protagonismo dos estudantes, estabelecendo uma relação dialógica entre a participação, responsabilização e criatividade como mecanismos de fortalecimento com o compromisso de educar para a valorização da vida. Nesse percurso descrevemos a nossa prática como Formadores na implementação dos Aprofundamentos Curriculares dos Itinerários Formativos para os professores da rede estadual de São Paulo.
Palavras-chave: Novo Ensino Médio; Implementação do Currículo; Aprofundamentos Curriculares dos Itinerários Formativos.

[1062] Doutor em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC/SP. Professor Especialista em Currículo pela Secretaria da Educação de São Paulo e Professor da Fatec/Guarulhos-SP. marcelnava@yahoo.com.br
[1063] Mestre em Educação Especializada em Formação de Professores
Professora Especialista em Currículo pela Secretaria da Educação de São Paulo
regiane.silva14@educacao.sp.gov.br
[1064] Doutor em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC/SP, Professor Centro Estadual de Educação Tecnológica de São Paulo "Paula Souza" - Fatec Guarulhos-SP
marco.assis@fatec.sp.gov.br

Abstract

This text examines the presentation of the curricular organization and structuring of the High School stage of the São Paulo State Department of Education, focusing on the implementation of the Curriculum Deepening of the Formative Itineraries. We start from the hypothesis that changes in the Curriculum reflect and impact on the renewal of High School, contributing to the construction of students' autonomy and protagonism, establishing a dialogic relationship between participation, accountability and creativity as mechanisms of strengthening with the commitment to educate for the appreciation of life. In this course we describe our practice as trainers in the implementation of the Curriculum Deepening of the Training Itineraries for teachers in the state network of São Paulo.
Keywords: New High School; Implementation of the Curriculum; Curricular Deepening of the Training Itineraries.

Resumen

Este texto analiza la presentación de la organización y estructuración curricular del Internado de Enseñanza Media de la Secretaría de Educación del Estado de São Paulo, con foco en la implementación de la Profundización Curricular de los Itinerarios de Formación. Partimos de la hipótesis de que los cambios en el Currículo reflejan e impactan en la renovación de la Enseñanza Media, contribuyendo a la construcción de la autonomía y protagonismo de los estudiantes, estableciendo una relación dialógica entre la participación, la rendición de cuentas y la creatividad como mecanismos de fortalecimiento con el compromiso de educar por valorar la vida. En este curso describimos nuestra práctica como formadores en la implementación de la Profundización Curricular de las Hojas de Ruta de Formación para profesores en la red estatal de São Paulo.
Palabras llave: Nuevo Liceo; Implementación del Currículo; Profundización Curricular de Itinerarios Formativos.

Introdução

A implementação dos Aprofundamentos Curriculares dos Itinerários Formativos é resultado das discussões, em âmbito nacional, esse movimento foi embasado por diretrizes contidas no Plano Nacional de Educação de 2014, descrito na Lei Federal 13.005/2014 assim como a mudança na Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional alterada pela Lei Federal 13.415/2017.

Essas mudanças refletem e impactam ~~n~~a renovação do ensino médio, pois trazem novas maneiras de aprender e ensinar a partir de ~~os~~ critérios e princípios que orientam os professores na direção de uma prática reflexiva, interdisciplinar e contextualizada, além da organização de currículos flexíveis:

> Institucionalizar programa nacional de renovação do ensino médio, a fim de incentivar práticas pedagógicas com abordagens interdisciplinares estruturadas pela relação entre teoria e prática, por meio de currículos escolares que organizem, de maneira flexível e diversificada, conteúdos obrigatórios e eletivos articulados em dimensões

> como ciência, trabalho, linguagens, tecnologia, cultura e esporte, garantindo-se a aquisição de equipamentos e laboratórios, a produção de material didático específico, a formação continuada de professores e a articulação com instituições acadêmicas, esportivas e culturais. (SÃO PAULO, 2021)

Nesse sentido, a implementação do currículo pretende atender às necessidades e expectativas dos estudantes, fortalecendo seu interesse, engajamento e protagonismo, além de discutir a aprendizagem por diferentes perspectivas como a sociocultural, política, filosófica, histórica, entre outras dimensões relevantes aos alunos da rede estadual de São Paulo.

Com o intuito de promover a aprendizagem do estudante e sua permanência na escola é necessário salientar que jovens e adultos trazem para a relação educativa as suas experiências que são advindas do contexto em que estão inseridos além de suas formas próprias de lerem o mundo que os cercam.

Nessa direção é comum a discussão entre os docentes que a educação tem início a partir da aproximação com a realidade dos sujeitos que dela necessitam. Temos assim, como pontos para reflexão a ser aprofundados a metodologia de ensino e as especificidades dos estudantes.

Para isso, o Currículo Paulista garante 1 800 horas, o máximo permitido por lei de formação geral básica (FGB), sendo distribuídas ao longo das três séries do ensino médio por meio de aulas semanais.

Para os itinerários formativos terão no mínimo 1.200 horas organizados em duas partes, sendo elas, o aprofundamento curricular (componentes curriculares áreas do conhecimento) e os componentes específicos (Eletiva, Projeto de Vida, Tecnologia e Inovação, Orientação de Estudos, Práticas Experimentais) para todos os estudantes.

Nessa perspectiva, a implementação dos Aprofundamentos Curriculares dos Itinerários Formativos garante o desenvolvimento das competências gerais e específicas de todos os componentes curriculares organizados por área de conhecimento, com aprofundamento e ampliação das aprendizagens.

Assim, vale ressaltar que os autores desse texto são agentes ativos da implementação curricular referente à nova estrutura e organização curricular do Ensino Médio da Secretaria de Educação do Estado de São Paulo, atuando como Formadores de Professores e Gestores cujo intuito é favorecer e subsidiar o processo de implantação do atual currículo.

Sendo assim, pretende-se descrever o processo de implementação dos Aprofundamentos Curriculares dos Itinerários Formativos para promover a formação continuada em serviço dos professores e ampliar a compreensão dos conceitos de formação integral dos estudantes.

Fundamentos teóricos

As mudanças curriculares são processos históricos e têm os seus marcos impressos nas políticas das Secretarias de Educação. A etapa denominada, Ensino Médio, da Secretaria de Educação do Estado de São Paulo no ano de 2021 sofreu alterações na organização e estruturação curricular para atender as bases legais da lei federal 13.415/2017 que prevê um novo Ensino Médio.

Na perspectiva dessas mudanças, os países da América Latina nas últimas décadas fizeram suas reformas curriculares devido aos aspectos econômicos e políticos (CASASSUS, 2001). Neste sentido, Burbules e Torres (2004) reforçam que os fatores de globalização como a integração de economias nacionais e internacionais e Silva et.al (2013), verbalizam essa mudança profunda

> Nesse período, intensificam-se mudanças que incidem sobre a reformulação do papel do Estado, e, na grande maioria dos países do continente latino-americano, constata-se mutações da ação de provedor a regulador de bens e serviços (SILVA et.al 2013, p. 42)

E ainda nesse contexto de mudança, as contribuições de teorias curriculares, mais especificamente na literatura de Sacristán (2000) afirma que

> As reformas curriculares nos sistemas educativos desenvolvidos obedecem pretensamente à lógica que através delas se realiza uma melhor adequação entre os currículos e as finalidades da instituição escolar, ou a de que com elas se pode dar uma resposta mais adequada à melhora das oportunidades dos alunos e dos grupos sociais. Neste sentido, o conteúdo é condição lógica do ensino, e o currículo é, antes de mais nada, a seleção cultural estruturada sob chaves psicopedagógicas dessa cultura que se oferece como projeto para a instituição escolar. (Sacristán 2000, p.18-19)

E segundo Sacristán (2000), o processo de implementação de currículos, obedece às fases que são caracterizadas em: I. Prescritos são os currículos oficiais que normativa os conteúdos, as metodologias, os processos avaliativos e todas as orientações necessárias de um sistema de ensino obrigatório; II. Moldados são os currículos apresentados por meio de materiais curriculares, como por exemplos os livros didáticos. São aqueles em que os professores e formadores interpretam e modelam os currículos apresentados, para que possam dar clareza e entendimento no processo de aprendizagem; III. Em ação são aqueles momentos de efetivação no processo de ensino e aprendizagem em sala de aula; IV. Realizados são aqueles que produzem efeitos tais como cognitivo, afetivo, social, moral e entre outros diante de uma sistematização de atividades práticas e V. Avaliados são considerados as avaliações internas e externas dos sistemas de ensino para verificação das exigências estabelecidas nos currículos prescritos.

E como fundamentos de Sacristán (2000) sobre o processo de implementação curricular, iremos tratar neste texto de documentos que prescrevem esse processo e ~~do~~ que dizem respeito especificamente aos Itinerários Formativos de Aprofundamento Curricular.

Sobre estes documentos, admite-se a relevância das prescrições curriculares a respeito do novo Ensino Médio do Estado de São Paulo, em que essa nova organização visa superar a visão fragmentada dos objetos de conhecimento no âmbito do ensino e aprendizagem, com foco nas abordagens metodológicas ativas, interativas, inclusivas e diversificadas. (SÃO PAULO, 2020)

Nesse sentido, o trabalho de Pacheco (2005) contribui para participação de atores na implementação de currículo. Ele salienta que a (re)construção curricular é um processo complexo e dinâmico e que estabelece princípios concretos, no qual envolvem projetos socioeducativos (político pedagógico) e projetos didáticos, em que o currículo se torna uma questão mais de orientação do que prática.

Na perspectiva do Currículo Paulista essas orientações têm como foco a educação integral, na articulação com temas contemporâneos, no desenvolvimento de competências e habilidades, letramento e multiletramento, uso das tecnologias digitais da informação e comunicação e do processo de avaliação que devem ser abarcadas com o uso das metodologias ativas que possibilite que o ensino e aprendizagem tenha uma abordagem investigativa para que possa compreender, aprofundar e utilizar o objeto de conhecimento em estudo em uma perspectiva transdisciplinar multidisciplinar.

Assim, como propostas de melhorias da educação, o governo paulista elaborou um plano estratégico que tem por objetivo orientar os profissionais, unidade central, diretorias de ensino e escolas, com base em indicadores relacionados a metas de aprendizagem. Assim este documento é denominado Plano Estratégico 2019-2022: Educação para o Século XXI, vale ressaltar que este documento possui seus princípios baseados na política da Secretaria da Educação do Estado de São Paulo.

As alterações na organização e estruturação curricular buscam assegurar o desenvolvimento de conhecimentos, habilidades, atitudes e valores capazes de formar as novas gerações para lidar com desafios pessoais, profissionais, sociais, culturais e ambientais do presente e do futuro, considerando a intensidade e velocidade das transformações que marcam as sociedades na contemporaneidade.

Dessa forma, o processo de implementação dos currículos pressupõe uma relação dinâmica entre a formação, o conhecimento, a participação e a responsabilização como mecanismo para fortalecer as práticas formativas numa perspectiva de educar para a cidadania.

Política da Secretaria da Educação do Estado de São Paulo

A Secretaria da Educação do Estado de São Paulo (SEDUC/SP) tem como objetivo e responsabilidade proporcionar aos estudantes paulistas uma educação de qualidade e equidade de forma a refletir em bons resultados no IDEB[1065], educar os estudantes para o século XXI, aprimorar a gestão de pessoas e aumentar a eficiência operacional dos gastos públicos, assim, espera-se que todos concluam as etapas da aprendizagem, da educação básica, na idade certa.

Sendo uma das maiores redes de ensino da América Latina com atendimento de mais de 3 milhões de estudantes por dia e com contingente de aproximadamente 250 milhões de servidores atuantes entre professores, gestores, agentes de organização escolar, assistente técnicos, entre outros. Nos últimos anos os índices relativos aos avanços da aprendizagem dos estudantes, não sinalizaram melhorias quando que comparados a outros estados brasileiros. Com base nisso, a SEDUC/SP ao elaborar seu plano estratégico se baseou na escuta de personagens conforme consta no documento

> O plano estratégico foi elaborado com base no diagnóstico da educação paulista e na escuta de gestores, equipes técnicas, dirigentes, diretores, professores e estudantes. Serviram de subsídio para a concepção do plano: estudos acadêmicos; dados de fontes secundárias; relatórios internos; planos de melhoria construídos pelas diretorias de ensino; contribuições de especialistas da área de educação; propostas e sugestões colhidas em um processo de escuta da rede. (SÃO PAULO, 2019, p. 5)

E ainda, conforme o plano estratégico elaborado pela SEDUC/SP, o processo de escuta de personagens ocorreu

> por meio de grupos focais, entrevistas com dirigentes, questionários preenchidos por professores e estudantes, reuniões de trabalho e, em grande medida, durante o Encontro com Dirigentes, Supervisores e Professores Coordenadores de Núcleo Pedagógico (PCNP) das 91 diretorias de ensino, realizado nos dias 7 e 8 de fevereiro de 2019, que contou com cerca de 400 pessoas, e durante o Encontro Regional de Diretores Escolares, ocorrido nos dias 25 e 26 de fevereiro de 2019, do qual participaram cerca de 1.500 pessoas. (SÃO PAULO, 2019, p. 5)

De acordo com a informação supracitada do documento, foi realizado após essa escuta, um seminário no mês de abril de 2019 com alguns profissionais e especialistas da educação

[1065] Índice de Desenvolvimento da Educação Básica, que afere a qualidade dos estudantes da Educação Básica com objetivo de propor melhorias no ensino e aprendizagem.

com intuito de desenhar o plano estratégico da rede de ensino do Estado de São Paulo, denominado Plano Estratégico 2019-2022 – Educação para o Século XXI – com proposta de focar na questão da missão, visão, valores, objetivos estratégicos, fundamentos e projetos prioritários da Secretaria de Educação.

Sendo assim, este documento traz como elemento central uma educação de qualidade na perspectiva da gestão da aprendizagem desenvolvida por meio do Currículo Paulista.

Arquitetura dos Aprofundamentos Curriculares dos Itinerários Formativos

De acordo com as diretrizes dos documentos normativos da Educação Básica, Brasil (2017)[1066] e Brasil (2018)[1067], estabelecem que o Ensino Médio será composto por Formação Geral Básica (FGB) e por Itinerários formativos (IF).

Os documentos da SEDUC/SP denominados resolução 69 e 97, ambos publicados no ano de 2021, dispõem respectivamente sobre o processo de implementação do Novo Ensino Médio e sobre a organização curricular na rede de ensino do Estado de São Paulo.

As áreas de conhecimento que abarcam a organização do Ensino Médio são: Linguagens e suas Tecnologias, Matemáticas e suas Tecnologias, Ciências da Natureza e suas Tecnologias e Ciências Humanas e Sociais Aplicadas.

Aos aspectos da Formação Geral Básica (FGB) devem garantir aprendizagens essenciais conforme proposto pela BNCC, Brasil (2017), e pelas Diretrizes Curriculares Nacionais do Ensino Médio (DCNEM), Brasil (2018), que as áreas de conhecimentos devem ser trabalhadas de forma articuladas. E no que diz respeito aos Itinerários Formativos, segundo o documento da SEDUC/SP, Currículo Paulista etapa do Ensino Médio sinaliza que

> Os itinerários formativos são compostos por diferentes arranjos curriculares, um conjunto de unidades curriculares que possibilita ao estudante aprofundar e ampliar as aprendizagens desenvolvidas na formação geral básica, em uma ou mais áreas do conhecimento, permitindo que vivencie experiências educativas associadas à realidade contemporânea e que promova a sua formação pessoal, profissional e cidadã. (SÃO PAULO, 2020, p. 196)

Os Aprofundamentos Curriculares têm o objetivo de aprofundar, ampliar e aplicar as competências e habilidades da Formação Geral Básica e da formação Técnica e profissional. O

[1066] Resolução nº 3 de 21de novembro de 2018 - Atualiza as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio
[1067] Portaria nº 1.432 de 28 de dezembro de 2018 - Estabelece os referenciais para elaboração dos itinerários formativos conforme preveem as Diretrizes Nacionais do Ensino Médio

processo de ensino e aprendizagem dos Aprofundamentos Curriculares dos IF dar-se-á por meio dos eixos estruturantes que são: Investigação Científica, Processos Criativos, Mediação e Intervenção sociocultural e Empreendedorismo.

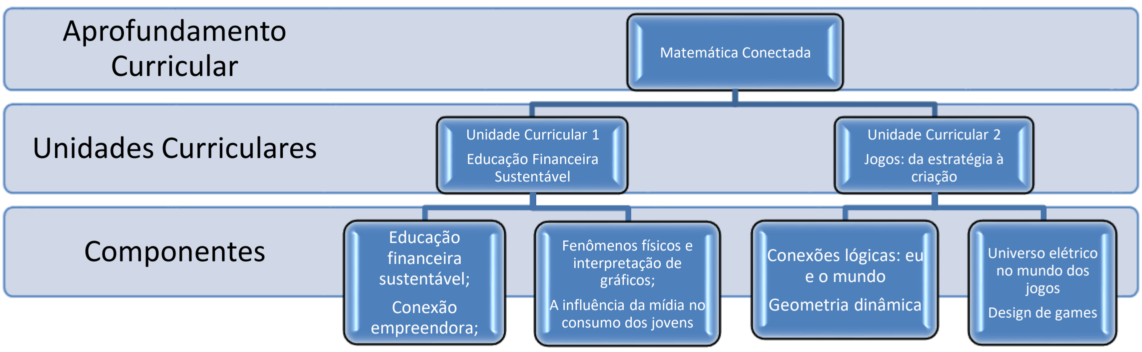
Pensando neste sentido, como forma de implementação do novo Ensino Médio, na rede paulista de ensino, a SEDUC, arquitetou os IF com fundamentos na portaria nº1.432 de dezembro de 2018, que os eixos estruturantes estejam incorporados em todos eles, permitem que os estudantes "experimentem diferentes situações de aprendizagem e desenvolvam um conjunto diversificado de habilidades relevantes para sua formação integral" (BRASIL, 2018, p.2)

Com base também na portaria, a SEDUC organizou os IF em unidades curriculares que são substanciadas em componentes curriculares. Os IF são dez, sendo quatro de aprofundamento curricular de área e seis integrados em duas áreas de conhecimento. No Aprofundamento Curricular de área da SEDUC/SP temos: Ciências Humanas e Sociais Aplicadas, Ciências da Natureza e suas Tecnologias, Linguagens e suas Tecnologias e Matemática e suas Tecnologias.

Já no Aprofundamento Curricular Integrado da SEDUC/SP são: Ciências Humanas e Sociais Aplicadas e Ciências da Natureza e suas Tecnologias, Ciências Humanas e Sociais Aplicadas e Linguagens e suas Tecnologias, Ciências Humanas e Sociais Aplicadas e Matemática e suas Tecnologias, Ciências da Natureza e suas Tecnologias e Linguagens e suas Tecnologias, Ciências da Natureza e suas Tecnologias e Matemática e suas Tecnologias e, também, Linguagens e suas Tecnologias e Matemática e suas Tecnologias. Assim, a figura abaixo mostra a distribuição dos componentes dentro da Unidade Curricular, 1ª e 2ª, do Aprofundamento Curricular do IF da área de Matemática e suas tecnologias.

Figura 1.

Aprofundamento Curricular do Itinerário Formativo da Área de Matemática e suas Tecnologias. (SÃO PAULO, 2021)



O Aprofundamento Curricular do IF da área de Matemática que tem como nome Matemática Conectada, as Unidades Curriculares um e dois, educação financeira sustentável e jogos: da estratégia à criação é um tipo exemplo de arranjo curricular que tem como estratégia no processo de ensino e aprendizagem, conforme citado nas DCNEM (2018) nas questões da resolução de problemas, análises complexas, funcionais e não-lineares, tratamentos estatísticos e de probabilidade, geometria plana, espacial e de topologia, robótica com abordagem na automação, na inteligência artificial, na programação e nos jogos digitais.

E como processo de implementação dos Aprofundamentos Curriculares dos Itinerários Formativos da rede paulista de ensino, como já supracitado, foi lançado pela SEDUC/SP no ano de 2021 o MAPPA (Material de Apoio ao Planejamento e Práticas ao Aprofundamento). É um material curricular que visa subsidiar os docentes nas suas práticas pedagógicas e didáticas em sala de aula. Este material é composto por sugestões práticas de atividades e orientações referentes a cada uma das Unidades Curriculares (UC).

O primeiro lançamento foi da 1ª UC dos dez Aprofundamentos Curriculares que contém em suas ementas as competências gerais e habilidades específicas da FGB a serem aprofundadas e as habilidades dos eixos estruturantes a serem desenvolvidas. Essas UC são compostas por quatro ou cinco atividades que integram os componentes das UC do Aprofundamento Curricular. No material, MAPPA, para UC do Aprofundamento Curricular, é feita uma introdução do mesmo e da Unidade Curricular, do percurso integrador e do quadro integrador das atividades que perpassam pelos componentes.

E nessa organização há quatro ou cinco atividades que se relacionam com os componentes, em via de síntese, como no caso do IF integrado de Ciências da Natureza e suas Tecnologias e Matemática e suas Tecnologias, os componentes Zoonoses, Energias Limpas, Estatística na saúde pública e no meio ambiente, Água: solvente universal? as atividades estão organizadas em introdução, desenvolvimento e sistematização. E o material sinaliza a duração das atividades, a aulas semanais, quais professores podem ministrar o componente, as competências e habilidades e da Formação Geral Básica a serem aprofundadas e Eixos Estruturantes e suas Competências e Habilidades. Importante salientar que o material fornece sugestões para ampliação e aprofundamento destes dos itens.

E nesse âmbito, o material é um suporte ao docente que pode ser adequado e ou adaptado a situação local de cada estudante da rede paulista de ensino, mas as competências e habilidades da Formação Geral Básica e os Eixos Estruturantes e suas competências e habilidades são pontos não negociáveis, ou seja, devem ser desenvolvidas no período do processo de ensino e aprendizagem estabelecido pela SEDUC[1068].

Uma das características do MAPPA é a ênfase na prática das metodologias ativas, permitindo ao estudante momentos propícios ao desenvolvimento da autonomia e de sua postura protagonista do seu processo de aprendizagem, colocando-o no centro desse processo.

Importante ressaltar que o processo avaliativo, sendo um dos fundamentos pedagógicos do Currículo Paulista, é uma ferramenta fundamental para o professor e estudante, por isso foram desenvolvidos cursos na modalidade a distância com ou sem tutorial, cursos para gestores, formadores, diretores, professores e ao quadro de apoio das Administrações da Secretaria da Educação e das Unidades Escolares.

Dessa forma, é importante lembrar que a mudança no ensino médio por meio desta arquitetura dos Aprofundamentos Curriculares dos Itinerários Formativos contribui para o aprofundamento e ampliação das aprendizagens desenvolvidas na formação geral básica, permitindo que o estudante vivencie experiências educativas associadas à realidade contemporânea e que promova a sua formação pessoal, profissional e cidadã.

Conclusão

O percurso aqui esboçado ressalta a implementação dos Aprofundamentos Curriculares dos Itinerários Formativos e o seu potencial para uma educação emancipadora, assim como para o fortalecimento de uma efetiva renovação do Ensino Médio.

Sabendo-se que as mudanças refletem e impactam nas realidades dos estudantes devem ser consideradas em todos os tempos e espaços na implementação do currículo, a atuação dos atores que contribuem para o fortalecimento das práticas docentes quanto ao desenvolvimento de habilidades para relacionar os conceitos, fatos, acontecimentos do passado com situações do presente para que estudantes e professores possam obter os resultados esperados. E nessa perspectiva, entende-se que atuar nesse segmento de ensino requer estabelecer esforços em relação à novas maneiras de aprender e ensinar a partir dos critérios e princípios que podem orientar os professores na direção de uma prática reflexiva, interdisciplinar e contextualizada, além da organização de currículos flexíveis. Assim, os atores desse texto, também atuantes como Formadores ao promoverem a formação continuada em

[1068] As competências e habilidades da Formação Geral Básica e os Eixos estruturantes e suas habilidades e competências não podem ser modificadas. A SEDUC criou critérios de escolhas das competências e habilidades a serem desenvolvidas na Unidades Curriculares com base em evidências de estudos elaborados pela própria Secretaria.

serviço dos profissionais da educação, contribuíram para práticas criativas e protagonistas, que a nosso ver, fortalece o trabalho quanto ao enfrentamento de tamanha complexidade a que corresponde a educação em nosso país.

Sendo assim, este texto procurou apresentar a nova estrutura e organização com foco nos Aprofundamentos Curriculares dos Itinerários Formativos de modo a fomentar a aprendizagem e a ampliação de competências e habilidades de estudantes e professores para a consolidação de um pensamento autônomo, crítico e democrático no interior das nossas escolas.

Referências

BRASIL. Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. **Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional.** Diário Oficial da União, Poder Executivo, Brasília, DF, 23 dez. 1996. Seção 1, p. 27833. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/lei9394_ldbn1.pdf. Acesso em 28 out. 2021.

BRASIL. Lei nº 13.415, de 16 de fevereiro de 2017. **Altera a Lei n º 9.394, de 20 de dezembro de 1996**. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2015-2018/2017/lei/l13415.htm. Acesso em 28 out. 2021.

BRASIL, (2017). Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica**. Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/. Acesso em 08 out 2021.

BRASIL; MEC; CNE. Resolução nº 3, de 21 de novembro de 2018**. Atualiza as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=102481-rceb003-18&category_slug=novembro-2018-pdf&Itemid=30192. Acesso em 28 out. 2021.

BRASIL. Portaria 1.432, de 28 de dezembro de 2018. Diário Oficial da União. Publicado em 05/04/2019. Ed. 66. Seção 1. Página 94**. Estabelece os referenciais para elaboração dos itinerários formativos conforme preveem as Diretrizes Nacionais do Ensino Médio.** Disponível em: https://www.in.gov.br/materia/-/asset_publisher/Kujrw0TZC2Mb/content/id/70268199. Acesso em 28 out. 2021.

BURBULES, N.C.; TORRES, C.A. (2004) **Globalização e Educação: perspectivas críticas.** Porte Alegre. Artmed.

CASASSUS, J. A. (1990). **Reforma educacional na América Latina no contexto de globalização: fundamentos e críticas.** Cadernos de Pesquisas, Fundação Carlos Chagas, n.74, p.11-19.

PACHECO, J.A. (2005). **Escritos Curriculares.** São Paulo, Cortez Editora.

SACRISTÁN, J. GIMENO. (2000) **O Currículo: uma Reflexão sobre a Prática.** 3. ed. Porto Alegre: Artmed.

SÃO PAULO. Secretaria da Educação. **Currículo Paulista – Etapas de Ensino Fundamental.** 2019. Disponível em: https://efape.educacao.sp.gov.br/curriculopaulista/. Acesso em 03 de nov. 2021.

SÃO PAULO. Secretaria da Educação. **Plano Estratégico 2019-2022. Educação para o século XXI.** 2019. Disponível em: https://www.educacao.sp.gov.br/wp-content/uploads/2019/07/Plano-estrategico2019-2022_final-5-min.pdf . Acesso em 03 de nov. 2021.

SÃO PAULO. Secretaria da Educação. **Currículo Paulista – Etapas de Ensino Médio.** 2020. Disponível em: https://efape.educacao.sp.gov.br/curriculopaulista/wp-content/uploads/2020/08/CURR%C3%8DCULO%20PAULISTA%20etapa%20Ensino%20M%C3%A9dio.pdf. Acesso em 03 nov. 2021.

SÃO PAULO. Secretaria da Educação. Resolução Seduc-69 de 11 de agosto de 2020. **Dispõe sobre o processo de implementação do Novo Ensino Médio e dá providências correlatas.** Disponível em: http://siau.edunet.sp.gov.br/ItemLise/arquivos/RESOLU%C3%87%C3%83O%20SEDUC%2069%20DE%2011.PDF?Time=03/11/2021%2023:43:04. Acesso em 28 out. 2021.

SÃO PAULO. Conselho Estadual de Educação. **Deliberação CEE 186/2020. Fixa normas relativas ao Currículo Paulista do Ensino Médio, de acordo com a Lei 13.415/2017, para a rede estadual, rede privada e redes municipais que possuem instituições vinculadas ao Sistema de Ensino do Estado de São Paulo, e dá outras providências.** Disponível em: http://www.ceesp.sp.gov.br/ceesp/textos/2020/Del%20186%202020.pdf. Acesso em 28 out 2021.

SÃO PAULO. Secretaria da Educação. **Resolução Seduc-97 de 08 de outubro de 2021. Estabelece as diretrizes para a organização curricular do Ensino Médio da Rede Estadual de Ensino de São Paulo e dá providências correlatas.** Disponível em: http://siau.edunet.sp.gov.br/ItemLise/arquivos/RESOLU%C3%87%C3%83O%2097.HTM?Time=03/11/2021%2023:46:36. Acesso em 28 out. 2021.

SÃO PAULO, (2021). **Itinerários Formativos. Catálogo das Ementas detalhadas do Aprofundamento Curricular.** Seduc-SP. COPED. Disponível em https://novoensinomedio.educacao.sp.gov.br/assets/docs_ni/Catalogo_Detalhado_Aprofundamentos_Curriculares.pdf Acesso em 20 out. 2021.

SILVA, M.V.; VALENTE, L.F.; LIMA, I.R.S. (2013). **Reformas Educacionais na América latina: abordagens sobre o trabalho docente e a avaliação sistêmica no Brasil e México.** Revista Teoria e Prática da Educação, volume 6, número 3, p.39-54.

Ensino Remoto Emergencial (ERE) e a contação de histórias nas aulas deMatemática: uma experiência na formação do pedagogo

Emergency Remote Teaching (ERE) and storytelling in Mathematics classes: an experience in the formation of the pedagogue

Enseñanza Remota de Emergencia (ERE) y cuentacuentos en las clases deMatemáticas: una experiencia en la formación del pedagogo

Mariana Tenório da Silva Lima[1069]
Universidade Federal de Alagoas
https://orcid.org/0000-0002-6294-554

Wilker Araujo de Melo[1070]
Universidade Federal de Alagoas
https://orcid.org/0000-0002-7433-878X

Carloney Alves de Oliveira[1071]
Universidade Federal de Alagoas
https://orcid.org/0000-0002-2134-0587

Modalidade: ComunicaçãoNúcleo Temático: Tecnologia digital e outros recursos para o ensino e aprendizagem da matemática

Resumo

Descrevemos, no presente artigo, uma experiência na formação inicial do pedagogo no cenário do Ensino Remoto Emergencial (ERE), em virtude da Pandemia da Covid-19, desenvolvida ao longo da disciplina Saberes e Didática do Ensino de Matemática 1 da Universidade Federal de Alagoas (Ufal). No escopo desta, o objetivo da ação refere-se aapresentar uma contação de história com foco no ensino de Matemática para os anos iniciais do ensino fundamental 1. Para isso, dialogamos com Ciríaco e Santos (2020), Giordano (2013), Santos e Ciríaco (2020), entre outros. A metodologia, de caráter qualitativo, numa abordagem descritiva, implica descrever o processo do desenvolvimento da atividade proposta com base nos episódios da contação de história, com o grupo de 26 alunos matriculados na disciplina. O relato ora apresentado indica, que é possível desenvolver atividades em ambientes virtuais de comunicação síncrona, decorrente da prática interativa entre os pares no espaço planejado e da sua importância com recursos ligados à tecnologia para a organização do trabalho pedagógico de forma autêntica, dinâmica e de modo a garantir a exploração matemática por meio da contaçãode histórias.

Palavras-chave: Contação de histórias, Formação inicial do pedagogo, Ensino de Matemática.

Abstract

[1069] mari2017pedagogia@gmail.com
[1070] wilker.melo@im.ufal.br
[1071] carloney.oliveira@cedu.ufal.br

We describe, in this article, an experience in the initial training of the pedagogue in the Emergency Remote Teaching (ERE) scenario, due to the Covid-19 Pandemic, developedduring the course Knowledge and Didactics of Mathematics Teaching 1 at the Federal University of Alagoas. (Whew). In the scope of this action, the objective of the action refers to presenting a storytelling focused on the teaching of Mathematics for the early years of elementary school 1. For this, we dialogue with Ciríaco e Santos (2020), Giordano (2013), Santos e Ciríaco (2020), among others. The methodology, of qualitativecharacter, in a descriptive approach, implies describing the process of development of theproposed activity based on the episodes of the storytelling, with the group of 26 studentsenrolled in the discipline. The report presented here indicates that it is possible to develop activities in virtual environments of synchronous communication, resulting from the interactive practice between peers in the planned space and its importance with resourcesrelated to technology for the organization of pedagogical work in an authentic, dynamic and to ensure mathematical exploration through storytelling.

Keywords: Storytelling, Initial Teacher Training, Mathematics Teaching.

Resumen

Describimos, en este artículo, una experiencia en la formación inicial del pedagogo en el escenario de Emergencia de la Enseñanza a Distancia (ERE), por la Pandemia del Covid-19, desarrollada durante el curso Conocimientos y Didáctica de la Enseñanza de las Matemáticas 1 en la Universidad Federal de Alagoas. En el ámbito de esta acción, el objetivo de la acción se refiere a presentar una narración centrada en la enseñanza de lasMatemáticas para los primeros años de la escuela primaria 1. Para ello, dialogamos con Ciríaco e Santos (2020), Giordano (2013), Santos e Ciríaco (2020), entre otros. La metodología, de carácter cualitativo, en un enfoque descriptivo, implica describir el proceso de desarrollo de la actividad propuesta a partir de los episodios de la narración, con el grupo de 26 alumnos matriculados en la disciplina. El informe aquí presentado indica que es posible desarrollar actividades en ambientes virtuales de comunicación sincrónica, resultado de la práctica interactiva entre pares en el espacio planificado y su importancia con recursos relacionados a la tecnología para la organización del trabajo pedagógico en un ambiente auténtico, dinámico y para asegurar la exploración matemática a través de la narración.

Palabras clave: Narrativa, Formación Inicial del Profesorado, Enseñanza de las Matemáticas.

Introdução

O cenário atual, marcado principalmente pela crise na saúde a partir da pandemiado coronavírus (Covid-19), nos coloca frente aos temas cruciais da vida, entre eles a educação. As Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC) têm provocado reflexões na educação por causa de sua capacidade de "ensinar". Com o desenvolvimento de novas funções na *web*, as TDIC têm conquistado seu espaço para serem utilizadas ematividades educacionais, numa perspectiva de formação do professor e salas de aula, e demodo particular, no Ensino Remoto Emergencial (ERE)[1072].

Considerando a necessidade de se repensar o cenário da formação inicial do pedagogo a partir do ERE, que viabilize uma proposta de produção de conhecimento tomando como base a contação de histórias nas aulas de Matemática, a qual possibilite aos alunos refletir sobre sua importância, este relato tem como objetivo descrever uma experiência na formação inicial do pedagogo no cenário do ERE, em virtude da Pandemiada Covid-19, desenvolvida ao longo da disciplina Saberes e Didática do Ensino de Matemática 1 da Ufal.

Partindo desse contexto, as TDIC no ensino de Matemática podem ser utilizadas na prática formação inicial do pedagogo como atribuição de sentido ao processo educativo e à produção de significados nas suas aulas de Matemática, possibilitando acesso às informações de diferentes formas por meio de sons, imagens, textos e vídeos, permitindo ao aluno melhorias na aprendizagem e contribuindo para o seu aperfeiçoamento e construção de conceitos matemáticos. É possível perceber nesses recursos, nas múltiplas interfaces oferecidas aos seus usuários, a oportunidade de discutire compartilhar elementos que favoreçam a interatividade e a aprendizagem.

Mediante reflexões sobre as formas de trabalhar com TDIC na formação inicial do pedagogo nas aulas de Matemática, durante a pandemia da Covid-19, pela circunstância do ERE, o artigo foi elaborado da seguinte forma: discussão dos pressupostos teóricos que fundamentam o texto; os fundamentos metodológicos; apresentação do relato de experiência; e, por fim, as considerações finais.

TDIC na formação inicial do pedagogo e Contação de Histórias

As TDIC podem proporcionar contextos de aprendizagem que favoreçam opensamento reflexivo e de autoria, destacando novas dimensões de interação em rede, indo além da linearidade com o hipertexto, pois a navegabilidade de um ambiente hipertextual corresponde à facilidade do usuário em encontrar a informação, disponível em forma de páginas ligadas por

[1072] O ERE é uma modalidade que visa ofertar acesso remoto temporário aos conteúdos curriculares que seriam desenvolvidos presencialmente na escola. Devido à necessidade do distanciamento social (medidasde combate à transmissibilidade do vírus) e pelo contexto sanitário de calamidade em saúde instalado, esseformato de ensino tornou-se a principal alternativa de instituições educacionais de todos os níveis de ensinono país, caracterizando-se como uma mudança temporária em circunstâncias de crise (HODGES et al., 2020).

links, permitindo ao usuário a rápida localização da informação. Assim, quando o leitor escolhe seu percurso na rede, ele interfere naorganização do espaço de sentido do texto, interliga redes escondidas sob os nós,ativando, deste modo, construções semânticas, ou as anula se não forem as de sua preferência (POWELL; BAIRRAL, 2006).

O potencial pedagógico das TDIC permite e oferece aos seus usuários acesso à informação, conversação com os sujeitos envolvidos e a liberdade de navegabilidade emtempo e espaço, possibilitando, de forma integrada, o desenvolvimento de tarefas,veiculação de dados, ajustes às necessidades e aos objetivos de cada curso, na organização, reorganização e flexibilização curricular, a fim de atender às novas exigências para a construção do conhecimento sistematizado, que instiguem à investigação e à curiosidade do sujeito em formação.

Do ponto de vista educativo, é possível associar às TDIC a contação de histórias como recurso que pode ser útil para aquisição de escrita e leitura dos estudantes,aproximando a disciplina de Matemática, pois a contação de história não se resume aos contextos educacionais e pode resgatar aspectos da tradição oral e os aspectos sociais, cultuais e a identidade de determinado grupo. Nas sociedades atuais, a contação de história no âmbito familiar recebe implicações de novas configurações familiares, nas quais é preciso atentar para as histórias infantis veiculadas pelas mídias e novas tecnologias da informação e comunicação (GIORDANO, 2013).

É através das habilidades de leitura e interpretação de textos que os alunos conseguem fazer a impetração de resolução de problemas. De acordo com Ciríaco e Santos (2020, p. 74-75).

> Torna-se indispensável para a ampliação do conhecimento das crianças acerca de determinados conteúdos matemáticos. Ilustra tal afirmativa o fato de que, com base na leitura da literatura infantil, competências e habilidades leitoras necessárias à resolução de problemas, por exemplo, passarão a compor o cenário da compreensão da história e da natureza matemática nela declarada e/ou implícita, isso porque para tal processo necessita-se saber ler e escrever matematicamente.

Diante deste cenário, torna-se primordial o papel do professor como contador de histórias, visando desenvolver a fantasia e libertar o pensamento infantil, algo tão benéfico para seu crescimento como ser humano, ampliando suas aptidões sociais,educacionais e comportamentais.

Esta, por sua vez, está diretamente relacionada ao imaginário infantil, visto que as crianças começam a ter os primeiros contatos com a contação de histórias dentro de seuslares, quando seus familiares lhes contam histórias, sejam elas conto de fadas, lendas, mitos ou até mesmo inventadas (SCHERBACHS et al., 2017).

De acordo com Santos e Ciríaco (2020, p. 48)

> Fazer uso da leitura nas aulas de Matemática, ler uma história, poesias, dentreoutros textos, proporciona contextos que trazem múltiplas possibilidades de exploração e desenvolvimento de estratégias para resoluções das questões colocadas para favorecer a aprendizagem na perspectiva da linguagem oral, escrita e da linguagem matemática, dado este que torna a leitura mais relevante, prazerosa e de conexão com a realidade das crianças.

Desta forma, ao contar uma história, a pessoa que a narra consegue a atenção do leitor de maneira inesperada, fazendo com que o ouvinte interaja, criando cenários, personagens, mundos, formas e figuras em sua imaginação.

Portanto, fazer uso da contação de histórias com o apoio das TDIC no contexto doERE permite ampliar o espaço de sala de aula, favorecendo a emergência de novas possibilidades, em que conhecimentos podem ser construídos, interesses, necessidades edesejos podem ser compartilhados, constituindo-se numa participação coletiva e de forma intuitiva, além da capacidade de aprender e do talento para socializar o aprendizado.

Metodologia

O relato de experiência tem caráter qualitativo, numa abordagem descritiva, poisé importante compreender o cenário como um lugar a ser estudado com o conjunto de elementos que o constitui (GRAY, 2012).

As aulas da disciplina de Saberes e Didática do Ensino da Matemática 1, no cursode Pedagogia, da Ufal, constituiu-se como *lócus* do estudo.

A turma foi constituída por 26 alunos matriculados na disciplina, no turnoNoturno e os dados foram coletados a partir de observação participante no ambiente online, registro visual e mensagem do chat no momento das apresentações, para que permitam a descrição e reflexão sobre a proposta, com rigor nos cuidados investigativos.

Compreendemos que este relato se dá como um processo criativo que deve ser identificado pela exploração e reflexão de múltiplas perspectivas que buscam a compreensão do fenômeno, sejam elas positivistas, construtivistas, interacionistas ou outras, implicando habilidades metodológicas mínimas em termos de saber montarpropostas dotadas de alguma cientificidade, em particular a capacidade de argumentar.

Desse modo, o bom andamento da experiência está relacionado ao procedimento metodológico escolhido, ao envolvimento e às indagações do pesquisador com o seu objeto pesquisado, já que o processo de pesquisa pode ser longo e árduo.

Descrição da experiência

Considerando o espaço dialético entre pesquisador e pesquisado, em suas múltiplas interações, compartilhando experiências e vivências, é necessário que estes momentos sejam de criatividade, postura autocorretiva, disciplina, perseverança, seleção,reflexão e confiança, para intervir de forma competente na realidade.

Nos dias atuais muitos professores utilizam metodologias diversificadas para o ensino de Matemática. Algumas delas são voltadas ao ensino tradicional, ou seja, uma Educação Bancária, onde o estudante é visto apenas como um receptor de conteúdo e atémesmo de técnicas (FREIRE, 2005).

A Matemática por muito tempo foi vista como uma disciplina seletiva e eletiva. Charlot (2005) estabelece em seus estudos que a matemática apresenta-se como uma disciplina pouco política. Na educação infantil e anos iniciais, a Matemática tornou-se uma problemática para os pesquisadores tanto na área de políticas públicas educacionaiscomo no campo de ensino.

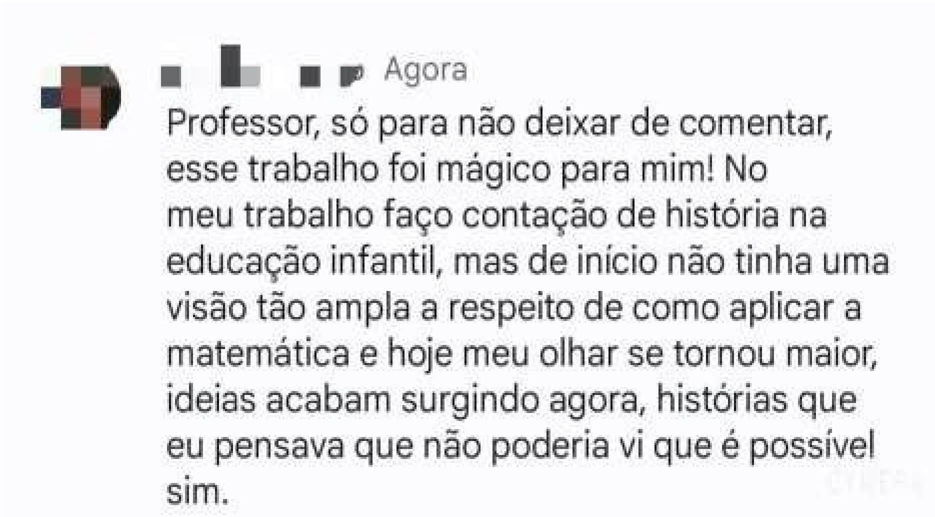
Como já destacado no nosso título, esse trabalho tem como objetivo relatar as experiências vividas pelos estudantes de pedagogia do 6º período, com uma atividade de Contação de Histórias como recurso para o ensino da matemática no contexto do ERE.

Os discentes foram divididos em dois grandes grupos, em que cada um desses grupos deveriam escolher uma história, apresentá-la e logo em seguida explicar onde queestava inserido o conteúdo matemático dentro dela.

Para alguns estudantes foi um pouco difícil a realização da atividade e ao mesmotempo "mágico/enriquecedor" (fig. 1), visto que não possuíam a percepção matemática de localizar o conteúdo explicitamente, ou implicitamente, dentro da história em questão, e outros não sabiam que poderiam utilizar a contação de histórias para ensinar Matemática, pois sempre aprendemos que essa atividade está ligada a disciplina de línguamaterna (SANTOS; CIRÍACO, 2020).

Figura 1.

Relato de uma estudante do curso de Pedagogia (Autores, 2022)


[redacted] Agora

Professor, só para não deixar de comentar, esse trabalho foi mágico para mim! No meu trabalho faço contação de história na educação infantil, mas de início não tinha uma visão tão ampla a respeito de como aplicar a matemática e hoje meu olhar se tornou maior, ideias acabam surgindo agora, histórias que eu pensava que não poderia vi que é possível sim.

Sobre a produção os estudantes foram desafiados a construírem cenários (fig. 2)e se caracterizarem, caso fosse necessário, ou construírem fantoches, para o embasamentoteórico realizaram leituras pesquisas em livros paradidáticos, assim como assistir a vídeosdisponíveis no *Youtube* para conseguirem uma boa produção.

Figura 2.

Cenário de um grupo para a Contação de História (Autores, 2022)

Ao longo da disciplina de Saberes e Didática do Ensino de Matemática 1, os encontros aconteceram de forma híbrida, porém essa atividade, estava programada para acontecer de forma presencial, com isso os discentes organizaram suas apresentações paratal formato, porém dias antes, choveu bastante na cidade de Maceió e em algumas cidadesvizinhas, causando grandes transtornos e a população, com isso o reitor da universidade cancelou as atividades presenciais de todo o campus, e essa atividade precisou acontecerde forma o*nline* (fig. 3).

Figura 3.

Apresentação online da Contação de História (Autores, 2022)

Apesar de ser desafiador a proposta de apresentação da contação de histórias, os estudantes conseguiram apresentar com excelência, uns se juntaram e apresentaram na residência de um colega, outros elaboraram vídeos e outros apresentaram de forma dinâmica, cada um em suas residências, com isso mostrou que futuros professores estão apenas exercitando à docência e que imprevistos podem acontecer, planejamento podemser refeitos para adequar se ao momento desejado, e esses futuros docentes mostraram que estão.

Considerando a importância das TDIC na formação inicial do pedagogo nas aulasde Matemática e nas interfaces disponíveis por estes dispositivos para a construção de ideias significativas e estratégias didáticas que possibilitem melhores práticas nas aulas de Matemática, fez-se necessário pensar numa postura investigativa que é possível nestesambientes desafiados e abertos criar e recriar situações de ensino e de aprendizagem quemobilizem conhecimentos e atitudes pedagógicas.

Dessa maneira, formar pedagogo para o ensino de Matemática com TDIC é umdos desafios da sociedade contemporânea. Os professores precisam avaliar suas práticase avançar em estratégias didáticas mais adequadas para cada situação de aprendizagem *online*, convidando os alunos a pesquisar e a elaborar com mão própria a sua autonomia.Nos cursos de formação, o professor precisa ter acesso direto a tais tecnologias (computador, internet, data show, *tablets*, *Ipod*, *Iphone*, máquina digital, lousa digital,aparelhos celulares inteligentes, dentre outras), contribuindo significativamente para oseu uso e apropriação em sala de aula, apontando formas dinâmicas, participativas edescentralizadas das suas práticas pedagógicas, dando liberdade ao sujeito a gerarautonomia, aprendizagem, criticidade, criatividade e uma postura investigativa a partir deuma situação apresentada, (BAIRRAL , 2015, p. 488), afirma que se o professor adquireautonomia no uso das tecnologias digitais, ele pode potencializar seu desenvolvimento profissional, o levando a "elaborar e explorar criticamente situações diversas para o

ensino de um conteúdo".

Compreender, portanto, as competências e habilidades do professor para o uso dasTDIC, e de modo particular, no contexto do ERE, é rever alguns conceitos desses elementos no contexto educacional, já que as mudanças no ensino exigem profissionais capazes de constituir, organizar, motivar, incentivar os seus alunos e mobilizá-los nas diferentes situações de aprendizagem.

Considerações Finais

Apesar da contação de histórias, ter sido um grande desafio, desde a proposta original de apresentação para ser no formato presencial os estudantes em formação para professores desenvolveram de forma brilhante seu trabalho, comportaram-se como docentes, diante da mudança da proposta de apresentação, reformulando o plano inicial, encontrando a melhor opção para cada grupo e assim reinventarem para não desistir do propósito.

Outra consideração, foi a quantidade de discentes que não tinha a ciência de que poderiam utilizar a contação de história como recurso pedagógico para o ensino da Matemática.

Defendemos o argumento, que as TDIC podem proporcionar múltiplas formas de representar diferentes situações na sala de aula, permitindo aos sujeitos envolvidos desenvolver estratégias e meios de compreensão para os assuntos propostos. Para que issopossa acontecer, o professor precisa compreender, identificar e inserir as diferentes TDIC na sua prática, explorando o potencial pedagógico de cada uma delas, já que elas podempossibilitar novas formas de interação entre professor e alunos, cooperando e aprendendojuntos.

Para responder a essas necessidades, faz-se necessário, no contexto atual, pensar em práticas pedagógicas com o uso das TDIC, pois o desenvolvimento de uma fluência tecnológica digital e pedagógica do pedagogo para ensinar Matemática apresenta inúmeras possibilidades para a interação, comunicação e a representação do conhecimento, levando em conta a relevância do espaço dialético e a criação de um cenário que permita aos sujeitos envolvidos se mostrarem, se integrarem, formarem grupos e colaborarem, participando de forma efetiva de uma comunidade deaprendizagem.

Enfim, a contação de história nas aulas de Matemática, com o apoio das TDIC no contexto do ERE pode enriquecer a prática pedagógica do pedagogo, desde que a propostade desenvolvimento seja planejada, despertando no aluno um pensamento crítico, autônomo, colaborativo e interativo, estimulando a iniciativa e a responsabilidade individual e coletiva favoráveis à valorização e à produção de novos conhecimentos.

Referências

Charlot, B. (2005). *Relação com o saber, formação de professores e globalização*: questões para a educação hoje. Porto Alegre: Artmed, 2005.

Ciríaco, T. K.; Santos, F. A. P. dos. (2020). Acervo paradidático do PNAIC e aspossibilidades da literatura infantil em aulas de matemática nos primeiros anos. *Interacções, [S. l.]*, v. 16, n. 53, p. 72–96, 2020. https://revistas.rcaap.pt/interaccoes/article/view/19620.

Bairral, M. A (2015). Pesquisas em educação matemática com tecnologias digitais: algumas faces da interação. *Perspectivas da Educação Matemática*, v. 8, n. 18, 18 dez.

Freire, P. (2005). *Pedagogia do oprimido*. Rio de Janeiro: Paz e Terra.

Giordano, A. (2013). A arte de contar histórias e o conto de tradição oral em práticaseducativas. *Constr. psicopedagogia*. São Paulo, v. 21, n. 22, p. 26-45.

Gray, D. E (2012). *Pesquisa no mundo real.* 2. ed. Porto Alegre: Penso

Hodges, C.et al. (2020). The Difference Between Emergency Remote Teaching andOnline Learning. *EDUCAUSE Review*. Disponível em: https://er.educause.edu/articles/2020/3/the-difference-between-emergency- remote-teaching-and-online-learning#fn3. Acesso em: 16 jun. 2022.

Powell, A.; Bairral, M. (2006). *Alguns aspectos teóricos para a análise do aprendizado matemático mediante a escrita.* A Escrita e o pensamento matemático: interações e potencialidades. Campinas, São Paulo: Papirus.

Santos, F. A. P. dos; Ciríaco, K. T. (2020). "Era uma vez..." e a Educação Matemática: uma abordagem a partir do acervo de literatura infantil do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa – PNAIC. *Instrumento:* Rev. Est. e Pesq. emEducação, Juiz de Fora, v. 22, n. 1, p. 43-59. https://periodicos.ufjf.br/index.php/revistainstrumento/article/view/29417

Scherbach, M. A. C; et al. (2017). A contação de história como recurso no processo de ensino-aprendizagem. *Trabalho de Conclusão de Curso*, Pedagogia. Disponível em: https://www.repositoriodigital.univag.com.br/index.php/ped/article/view/315. Acesso 19 jul. 2022

GeoGebra[1073] nos anos iniciais e a Teoria das Situações Didáticas: uma experiênciacom exploração de figuras planas

GeoGebra in the early years and the Theory of Didactic Situations: an experience exploring plane figures

GeoGebra en los primeros años y la Teoría de Situaciones Didácticas: una experiencia explorando figuras planas

Kátia Santos Frazão[1074]
Escola Vera Cruz

Paula Monteiro Takada[1075]
Escola Vera Cruz

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Tecnologia digital e outros recursos para o ensino e aprendizagem da matemática.

Resumo

O presente artigo traz o relato de uma experiência de utilização do software GeoGebra[3] na exploração de figuras planas por alunas e alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental, mais especificamente, do 5º ano de uma escola privada da cidade de São Paulo. O objetivo era transpor para o ambiente digital a sequência didática de elaboraçãode mensagens com figuras planas, planejada com base na Teoria das Situações Didáticas,de Guy Brousseau. Depois de algumas aulas de exploração para se familiarizarem com as ferramentas básicas, os/as estudantes, em duplas ou trios, foram desafiados/as a criaremuma composição com figuras no GeoGebra. Em seguida, precisaram elaborar umamensagem por escrito, no Word Online, explicando como reproduzir a construção que haviam elaborado. O passo seguinte foi trocar as mensagens e construir a composição criada por outro grupo, com base na mensagem enviada por ele. Ao finalizarem, as crianças puderam comparar a composição original com a que conseguiram construir combase na mensagem que receberam. Por meio de uma roda de conversa avaliativa,refletiram sobre propriedades de figuras planas presentes ou ausentes nas mensagens elaborada pelos/pelas colegas. Analisando os registros feitos em aula, identificamos significativas contribuições que os recursos digitais utilizados agregaram à sequência.

Palavras-chave: GeoGebra, figuras planas, teoria das situações didáticas, anos iniciais.

Abstract

1073 Optamos por manter a grafia do substantivo próprio GeoGebra, tal como aparece na plataforma do software, com a letra "G" maiúscula no início e no interior da palavra. Essa maneira de grafar também é utilizada pelo International GeoGebra Institute, e pelo Instituto GeoGebra de São Paulo, coordenado pelo grupo de pesquisa "Tecnologias e Meios de Expressão em Matemática" (TecMEM), do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da PUC-SP, e pelo Curso de Ciência da Computação.

1074 ksfrazao@portalveracruz.net
1075 pmtakada@portalveracruz.net

This article presents the report of an experience of using GeoGebra software in the exploration of flat figures by students of the initial grades of elementary school, more specifically, the 5th year of a private school in the city of São Paulo. The objective was to transpose to the digital environment the didactic sequence of elaboration of messages with flat figures, planned based on the Theory of Didactic Situations. After someexploration classes to familiarize themselves with the basic tools, the students, in pairs orthrees, were challenged to create a composition with figures in GeoGebra. They then hadto write a written message in Word Online explaining how to reproduce the building theyhad designed. The next step was to exchange messages and build the composition createdby another group, based on the message sent by them. At the end, the children were ableto compare the original composition with the composition they were able to build based on the message they received. Through an evaluative conversation, they reflected on theproperties of flat figures present or absent in the messages elaborated by colleagues. Analyzing the records made in class, we identified significant contributions that the digital resources used added to the sequence.
Keywords: Geogebra, flat figures, Theory of Didactic Situations, initial grades.

Resumen

Este artículo presenta el informe de una experiencia de uso del software GeoGebra en la exploración de figuras planas por parte de estudiantes de los grados iniciales de la escuela primaria, más específicamente, el 5to año de una escuela privada en la ciudad de São Paulo. El objetivo fue trasladar al entorno digital la secuencia didáctica de elaboración demensajes con figuras planas, planificada en base a la Teoría de Situaciones Didácticas. Después de clases de exploración para familiarizarse con las herramientas básicas, los estudiantes, en parejas o tres, fueron desafiados a crear una composición con figuras en GeoGebra. Luego tuvieron que escribir un mensaje escrito en Word Online explicando cómo reproducir el edificio que habían diseñado. El siguiente paso fue intercambiar mensajes y construir la composición creada por otro grupo, basada en el mensaje enviadopor ellos. Al final, los niños pudieron comparar la composición original con la composición que pudieron construir en función del mensaje que recibieron. A través de una conversación evaluativa, reflexionaron sobre las propiedades de las figuras planas presentes o ausentes en los mensajes elaborados por los colegas. Analizando los registrosrealizados en clase, identificamos aportes significativos que los recursos digitales utilizados agregaron a la secuencia.
Palabras clave: Geogebra, figuras planas, Teoría de Situaciones Didácticas, grados iniciales.

Introdução

A presença da Geometria nos currículos dos anos iniciais do Ensino Fundamentalainda representa um desafio a ser superado. Apesar de ter objetos de conhecimentos e habilidades indicadas como essenciais às aprendizagens do segmento em documentos como a Base Nacional Comum Curricular, na prática, esta área da Matemática nem sempre é priorizada nas salas de aula do 1º ao 5º ano. Em geral, o trabalho com foco nosnúmeros e nas operações se sobrepõem às experiências envolvendo localização espacial e exploração de figuras geométricas. Neste contexto, a experiência que vamos relatar busca implementar uma proposta de sequência didática, considerando o fazer geométricomais intelectual e menos empírico, isto é, colocando em jogo as propriedades das figuras, as relações entre elas e a visualização antecipada dessas propriedades, e não apenas a percepção ou manipulação de objetos físicos.

Além disso, escolhemos o trabalho com figuras planas para introduzir a utilizaçãodas ferramentas digitais do software GeoGebra com estudantes do 5º ano. Adaptamos uma sequência elaborada por Brousseau (Broitman e Itzcovich, 2011) para ser feita, originalmente, com lápis e papel. Essa transposição para o digital incluiu a construção deuma imagem com figuras planas, utilizando ferramentas do GoeGebra Clássico e a produção escrita de mensagens no editor de texto Word Online.

O GeoGebra possui muitas ferramentas e funções sofisticadas e a aparência inicialcom frequência assusta estudantes, professores e professoras dos anos iniciais. Estes e estas, em geral, são pedagogos e pedagogas. Dessa forma, o programa torna-se mais presente nas salas de aula dos anos finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio, nos quais lecionam Matemáticos. No entanto, uma preparação prévia das janelas de visualização e do menu de ferramentas é suficiente para torná-lo mais acessível às crianças mais novas.

Antes de relatar a experiência, apresentamos uma síntese da Teoria das Situações Didáticas na qual a sequência de Mensagem com figuras está ancorada. Em seguida, narramos as atividades realizadas em aula e encerramos com algumas reflexões provisórias, já que a experiência está em processo.

Teoria das Situações Didáticas

A experiência relatada neste artigo foi planejada sob a perspectiva da Teoria das Situações Didáticas proposta por Brousseau (2008). As situações didáticas são compostaspor momentos de ação, formulação e validação por parte dos/das estudantes. Esses momentos não são estanques e apresentam-se interligados, predominando em cada faseum tipo de comportamento, com a permanência dos demais.

Para construir essa teoria, Brousseau partiu das evidências obtidas anteriormentepor Piaget. “Dispositivos piagetianos mostraram que as crianças podiam se adaptar desenvolvendo conhecimentos matemáticos ainda não ensinados” (BROUSSEAU, 2008, p. 18). Esse pensamento foi um guia importante de suas pesquisas, pois revela a existênciade um processo interno do aluno responsável pela construção de conhecimento próprio (a despeito da transmissão direta, verbal, ou da imitação de processos com os quais o alunoteve contato). Brousseau passou a buscar as condições para que o sujeito tivesse a necessidade de resolver um problema proposto, colocando em jogo o que já conhecia e construindo novos conhecimentos. Assim, chegou ao conceito de situação didática: um contexto que conjuga interações entre o professor, o aluno e um determinado saber, também conhecido como triângulo didático. Essas interações acontecem com base em ummeio – que pode ser um jogo, uma situação-problema, um desafio ou até um exercício –,denominado de *milieu*.

Dessa maneira, cabe ao professor criar situações em que haja interação do sujeitocom a proposta (o *milieu*), sem a necessidade da presença constante do professor intervindo no processo. O *milieu* deve estar imbuído de intenções didáticas, que refletemas escolhas feitas pelo professor a respeito dos problemas propostos aos alunos, e que irão levá-los a entrar no processo de construção dos conhecimentos, adaptando-se a essemeio e assim apresentando novas respostas que levam à aprendizagem. O *milieu* não pode ser entendido como um facilitador, ele é um antagonista ao sujeito. Os problemas que o professor propõe devem representar um desafio ajustado: o aluno possui certos conhecimentos, mas estes precisam ser insuficientes, criando a necessidade de mobilizare reorganizar outros novos para conseguir resolver a situação.

Em outras palavras, Quaranta e Wolman (2006) resumem as etapas da Teoria das Situações Didáticas da seguinte maneira:

> Para que os alunos possam evoluir em seus conhecimentos, é necessário, então, que *atuem* para resolver problemas (situações de ação), isto é, que as situações propostas provoquem a elaboração e a colocação em funcionamento de conhecimentos implícitos; que *possam explicitá-los*, que os *expressem em uma linguagem* compreendida por todos (situações de formulação) e que *validem* sua utilização por meio de provas (situações de validação). (QUARANTA eWOLMAN, 2006, p. 115).

Ao planejar a atividade de mensagens com figuras planas no GeoGebra, buscamos construir um *milieu* com situações desafiadoras, proporcionando aos alunos diferentes momentos. Em cada um deles houve predomínio ora de ação, ora de formulação e de validação, para que mobilizassem e construíssem de maneira autônoma novos conhecimentos acerca das propriedades dessas figuras e sobre o funcionamento do software. Na seção a seguir, detalharemos essas etapas.

Mensagens com figuras planas no GeoGebra

Escolhemos adaptar a sequência didática de Mensagem com figuras planas – elaborada por Brousseau – para introduzir o trabalho com as ferramentas do GeoGebra com turmas do 5º ano de uma escola privada da cidade de São Paulo. O trabalho foi realizado com duas turmas, compostas por 24 alunos, totalizando 48 crianças, com idadeentre 10 e 11 anos. A sequência foi composta por 4 sessões com duração de 1 hora e 30 minutos cada. Agrupamos os alunos, misturando as duas turmas, aproveitando um horárioespecial que temos às sextas-feiras, em que metade de cada uma dessas duas turmas se juntam para a aula de Ateliê de Invenções. A outra metade, realizou o trabalho de Geometria antes do recreio. Em seguida, trocamos os grupos: quem estava no Ateliê de Invenções fez Geometria e vice-versa. Duas professoras pedagogas estiveram em sala conduzindo a sequência e documentando o processo.

A escola possui notebooks para uso coletivo, em quantidade suficiente para que cada estudante possa trabalhar com o seu próprio equipamento. Dessa forma, mesmo emduplas ou trios, todas as crianças estavam manipulando as ferramentas digitais: discutiame tomavam as decisões com o/a colega e executavam a tarefa cada uma em sua máquina. A internet de qualidade também garantiu condições favoráveis para o uso do GeoGebrae do Word Online.

Antes de iniciarmos a sequência, realizamos uma aula de exploração das ferramentas disponíveis no software. Preparamos um ambiente na plataforma do GeoGebra Clássico, eliminando a janela de álgebra. Mantivemos apenas a janela de visualização, sem os eixos e sem a malha quadriculada. Os e as estudantes foram provocados a criar desenhos livres, analisando o comportamento dos recursos disponíveis, a diferença entre criar, mover e modificar objetos, as configurações de cores,preenchimento das formas, polígonos, desenho à mão livre etc. A Figura 1 traz exemplosdessas primeiras produções. Brincar com o Tangram foi outro exercício proposto com o objetivo de promover maior domínio dos recursos do GeoGebra. Nesta etapa, utilizamosduas estratégias diferentes. No primeiro momento o desafio foi o de reproduzir no digitala montagem com as peças que já haviam feito no papel. Em seguida, puderam montar o quebra-cabeças disponível na própria plataforma do GeoGebra (Figura 2).

Figura 1.

Primeiras produções livres no GeoGebra.

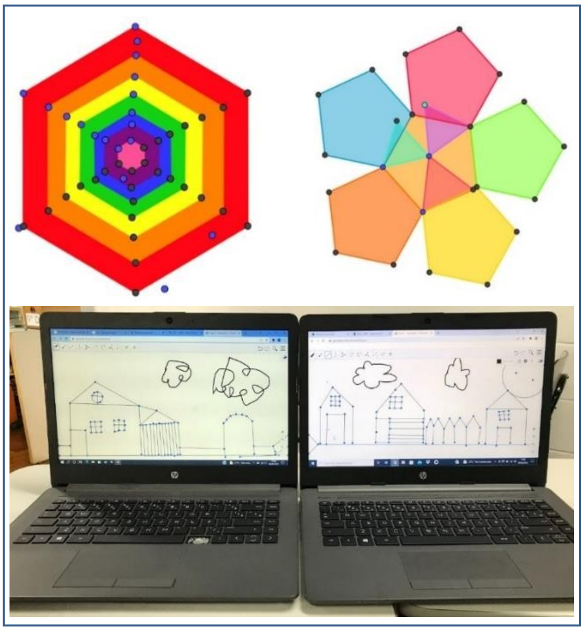
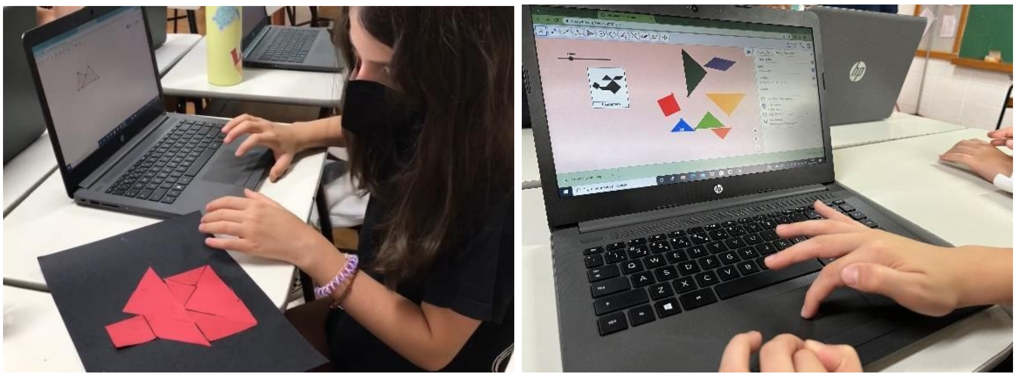


Figura 2.

Duas atividades com Tangram no GeoGebra.



Essas atividades foram imprescindíveis para que os recursos do software não representassem obstáculos durante a sequência de mensagem com figuras, garantindo assim que os estudantes se concentrassem exclusivamente nos desafios geométricos da proposta.

Iniciamos a sequência apresentando todas as etapas do trabalho: a) construção das imagens; b) elaboração da mensagem; c) troca de mensagens e novas construções; d) comparação e validação das construções; e) avaliação das mensagens e das imagens. Neste momento, explicamos que as etapas seriam percorridas em 4 aulas (dias) diferentes.

Na primeira etapa, a proposta era a construção de uma imagem com pelo menos cinco figuras planas no GeoGebra. Para esta atividade, preparamos novamente umambiente sem a janela de álgebra, com a janela de visualização, sem eixos, mas com a malha quadriculada principal. Em duplas ou trios, os alunos e as alunas discutiram o queproduzir e com que ferramentas, vivenciando o que Brousseau nomeou de momento de ação. No geral, utilizaram segmentos de reta, polígonos, polígonos regulares e círculos. Alguns grupos decidiram utilizar cores e preenchimentos, mas esses recursos não eram uma exigência obrigatória da proposta. Nesse momento, observamos que alguns grupos construíram uma imagem tendo como referência objetos reais, como casas com janelas eportas retangulares, telhados triangulares e chaminés retangulares. Outros fizeram composições estritamente geométricas utilizando cinco figuras com espaço entre elas e outros optaram pela sobreposição das formas. Houve utilização de uma mesma figura repetidamente, enquanto outros evitaram a repetição, utilizando cinco formas distintas. De modo geral, todos utilizaram a malha quadriculada como guia, trançando os segmentos de reta sobre ela.

Conforme as duplas ou trios concluíam essa primeira etapa, os estudantes chamavam as professoras para ajudá-los com os procedimentos de salvar o trabalho e arquivá-lo na pasta compartilhada da turma. Utilizamos para isso, arquivos de imagem no formato PNG, uma vez que não voltariam ser novamente editados no GeoGebra. Em seguida, passaram para a situação que, de acordo com a teoria das Situações Didáticas, identificamos como prioritariamente de formulação: elaborar por escrito uma mensagem,descrevendo o passo a passo para construir a composição que acabaram de produzir. Utilizaram nesta etapa o Word Online. Para garantir que todos e todas participassem dessaformulação, todos escreveram o mesmo texto, cada um e seu notebook.

Neste momento, pudemos registrar interessantes discussões entre os/as estudantes, tomando decisões acerca das propriedades e explicitando relações que no momento anterior estavam implícitas ou até mesmo invisíveis. Que ordem falar das imagens, isto é, seguir a ordem com que fizeram a construção ou falar das formas da esquerda para direita? Alguns grupos que criaram imagens representando objetos do mundo físico, iniciaram com esta informação, anunciando que a composição deveria resultar em uma casa, em um trem, em uma roda gigante etc. Que referências utilizar paralocalizar a primeira figura? Em geral, usaram a contagem de quadradinhos da malha quadriculada para orientar essa posição: *"Na tela cheia conte 11 quadrados da direita para a esquerda, suba um quadrado e faça um retângulo 6x7.* Mas nem todas as informações foram de fato detalhadas na elaboração das mensagens e lacunas e ambiguidades foram problematizadas na etapa de avaliação.

Na aula seguinte, cada dupla recebeu uma mensagem, vivenciando o papel de receptor com o objetivo de interpretar a mensagem e construir, também no GeoGebra, a imagem descrita. Utilizando o Word Online, os alunos e as alunas que faziam o papel dereceptores puderam registrar dúvidas nos documentos, que eram lidos em tempo real pelos emissores. Estes, imediatamente, editavam o texto, complementando informações.Assim, as mensagens originais ganharam sucessivas revisões que foram objeto de reflexão durante o momento de avaliação.

Com as imagens concluídas pelos receptores, passamos para o momento de validar as construções. As duplas compararam as imagens criadas originalmente pelos emissores com as elaboradas pelos receptores (Figura 3). De forma autônoma, constataram – como já vinha acontecendo no momento anterior – informações que não foram explicitadas na mensagem ou que permitiam uma interpretação ambígua.

Neste momento de validação, os e as estudantes foram provocados a identificar diferenças entre as produções gráficas, investigando se essas diferenças eramconsequência da escrita ou da interpretação da mensagem. Com base nessa última troca de informações, fizeram novas revisões no texto da mensagem. Na figura 4, podemos conferir a versão final da mensagem de uma das duplas.

Figura 3.

Situação de validação: comparação das imagens criadas pelos emissores e receptores.

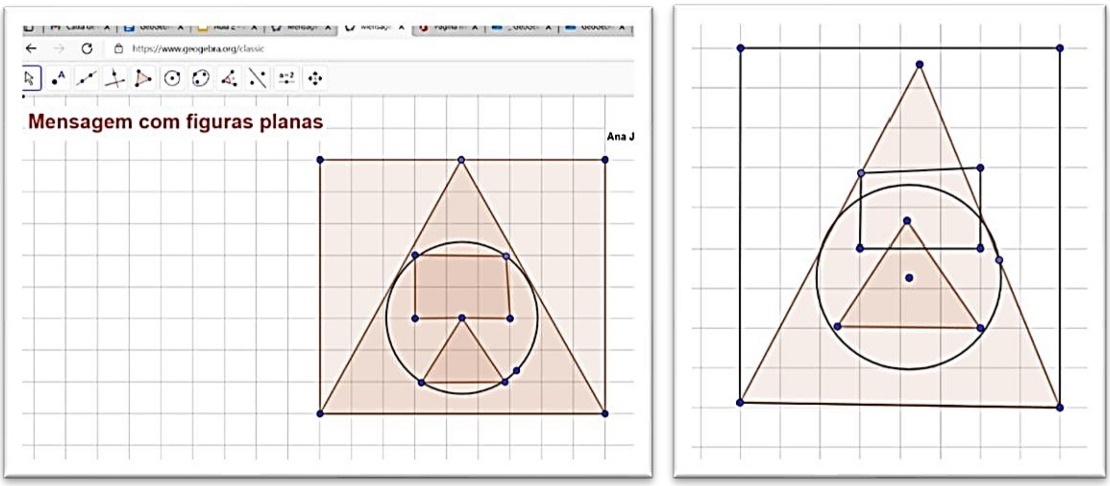
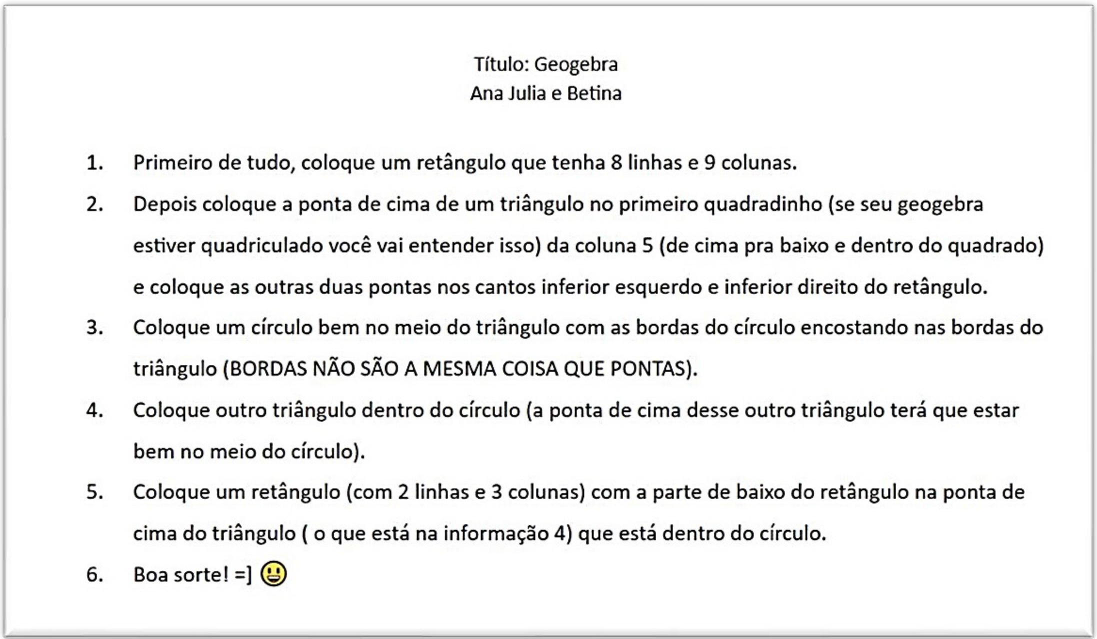


Figura 4.

Versão final da mensagem, após a situação de validação.



Título: Geogebra
Ana Julia e Betina

1. Primeiro de tudo, coloque um retângulo que tenha 8 linhas e 9 colunas.
2. Depois coloque a ponta de cima de um triângulo no primeiro quadradinho (se seu geogebra estiver quadriculado você vai entender isso) da coluna 5 (de cima pra baixo e dentro do quadrado) e coloque as outras duas pontas nos cantos inferior esquerdo e inferior direito do retângulo.
3. Coloque um círculo bem no meio do triângulo com as bordas do círculo encostando nas bordas do triângulo (BORDAS NÃO SÃO A MESMA COISA QUE PONTAS).
4. Coloque outro triângulo dentro do círculo (a ponta de cima desse outro triângulo terá que estar bem no meio do círculo).
5. Coloque um retângulo (com 2 linhas e 3 colunas) com a parte de baixo do retângulo na ponta de cima do triângulo (o que está na informação 4) que está dentro do círculo.
6. Boa sorte! =] 😃

Chegamos à terceira aula, momento de avaliação da sequência ou situação de institucionalização, na qual, o grupo elencou propriedades das figuras planas e características do processo de construção que não foram observáveis a todas as duplas nomomento de elaborar a mensagem. Apareceram também informações acerca de ferramentas específicas do GeoGebra que deveriam ter sido indicadas nos textos. Assim,a professora elaborou um cartaz com a lista de elementos importantes que precisariam serlevados em conta em uma próxima atividade como esta:

- Informar o lado (direito ou esquerdo) em que se deve desenhar;
- Apresentar pontos de referência para localização das figuras;
- Especificar o tamanho das figuras;
- Indicar a posição das figuras;
- Dizer que ferramenta utilizar.

Aproveitamos a discussão para formalizar a nomenclatura de alguns elementos das figuras planas – como vértice e lado – que haviam sido indicados de modo não convencional pelos estudantes.

Na última aula da sequência, selecionamos a composição de uma das duplas e elaboramos coletivamente uma mensagem, considerando os elementos apontados pelo grupo como imprescindíveis a um bom texto.

Considerações finais

O uso do GeoGebra nesta sequência didática propiciou a aprendizagem das principais características das figuras planas e dos elementos em questão quando se constrói uma composição geométrica utilizando essas figuras. Mais do que nomeá-los corretamente como triângulo, quadrado, retângulo, círculo, os alunos e as alunas compreenderam que essas figuras possuem outros atributos além da quantidade de lados:vértices, tamanho, posição. Esses foram os elementos menos explicitados nas mensagenselaboradas. A utilização de recursos digitais conferiu maior dinamismo às aulas e grandeenvolvimento dos e das estudantes. Além disso, o uso de um software de Geometria agrega aprendizagens ao processo, pois as próprias ferramentas disponíveis se comportamde acordo com propriedades específicas dos objetos geométricos. É o caso, por exemplo dos recursos para fazer polígonos e polígonos regulares que possibilitam a comparação de suas características, observando as diferenças de resultado quando se usa uma ou outraferramenta. Consideramos, portanto, que outras sequências podem ser transpostas para oambiente digital, mantendo-se os parâmetros da Teoria das Situações Didáticas. Por outrolado, também consideramos que essa experiência digital não substitui a prática analógica.Ou seja, a realização de um percurso semelhante ao que percorremos, feito com papel, lápis, régua, esquadros e compasso permitiria a construção de outros conhecimentos e o desenvolvimento de outras habilidades tão necessárias quanto as que observamos. De uma forma ou de outra, é preciso garantir o trabalho reflexivo – e não apenas empírico ouperceptivo – de geometria nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Referências

Brousseau, G. (2008). *Introdução ao estudo da teoria das situações didáticas: conteúdos e métodos de ensino*. São Paulo: Ática.

Broitman, C. e Itzcovich, H. (2006). Geometria nas séries iniciais do ensino fundamental: problemas de seu ensino, problemas para seu ensino. In: M. Panizza. *Ensinar Matemática na Educação Infantil e nas séries iniciais: análise e propostas.* PortoAlegre: Artmed.

Broitman, C. e Itzcovich, H. (2011). *O estudo das figuras e dos corpos geométricos.* SãoPaulo: Ática.

Quaranta, M. E. e Wolman, S. (2006). Discussões nas aulas de matemática: o que, para que e como se discute. In: M. Panizza. *Ensinar Matemática na Educação Infantile nas séries iniciais: análise e propostas.* Porto Alegre: Artmed.

Saiz, I. E. (2006). A direita… de quem? Localização espacial na educação infantil e nas séries iniciais. In: M. Panizza. *Ensinar Matemática na Educação Infantil e nas séries iniciais: análise e propostas.* Porto Alegre: Artmed.

Ensinando Matemática com Realidade Aumentada: uma proposta para o 6º ano do Ensino Fundamental

Teaching Mathematics with Augmented Reality: a proposal for the 6th grade of Elementary School

Enseñanza de las Matemáticas con Realidad Aumentada: una propuesta para el 6ºde Primaria

Carolina Cordeiro Batista[1076]
Universidade Estadual Paulista - UNESP
0000-0002-0923-647X

Rosa Monteiro Paulo[1077]
Universidade Estadual Paulista - UNESP
0000-0001-9494-0359

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Tecnologia digital e outros recursos para o ensino e aprendizagem da matemática

Resumo

Neste texto se apresenta uma proposta para ensinar matemática no 6º ano do ensino fundamental, com tarefas exploratórias, especificamente para o desenvolvimento de uma habilidade da Unidade Temática de Geometria da BNCC. Ensinar matemática com Realidade Aumentada é uma proposta que vem sendo discutida pelas autoras em uma pesquisa de pós-doutorado cujo objetivo é compreender e explicitar o modo pelo qual o professor de matemática da educação básica constitui conhecimento para ensinar (com RA). Para constituir os dados da pesquisa serão realizados encontros semanais com um grupo de professores de matemática de uma escola pública de tempo integral. Tais encontros estão previstos para o 2º semestre de 2022. A proposta de tarefa trazida neste texto dará início às discussões no grupo que, por meio de sua realização, poderá se familiarizar com o aplicativo e sugerir outros temas a serem elaborados coletivamente no grupo. Destaca-se que a postura assumida na condução da pesquisa é a qualitativa fenomenológica.

Palavras-chave: GeoGebra AR, Tecnologias Digitais, Estudo de Aula, Fenomenologia.

Abstract

1076 carolina.batista@unesp.br
1077 rosa.paulo@unesp.br

This text presents a proposal to teach mathematics in the 6th year of Elementary School,with exploratory tasks, specifically for the development of a skill of the Thematic Unit ofGeometry of the BNCC. Teaching mathematics with Augmented Reality is a proposal that has been discussed by the authors in a postdoctoral research whose objective is to understand and explain the way in which the mathematics teacher of basic education constitutes knowledge to teach (with AR). To constitute the research data, weeklymeetings will be held with a group of mathematics teachers from a full-time public school.Such meetings are scheduled for the 2nd semester of 2022. The task proposal presented in this text will start the discussions in the group that, through its realization, will be ableto become familiar with the application and suggest other topics to be collectively elaborated in the group. It is noteworthy that the stance taken in conducting the researchis qualitative phenomenological.

Keywords: GeoGebra AR, Digital Technologies, Lesson Study, Phenomenology.

Resumen

Este texto presenta una propuesta para la enseñanza de las matemáticas en el 6º año de Primaria, con tareas exploratorias, específicamente para el desarrollo de una habilidad dela Unidad Temática de Geometría de la BNCC. Enseñar matemáticas con Realidad Aumentada es una propuesta que ha sido discutida por los autores en una investigación posdoctoral cuyo objetivo es comprender y explicar la forma en que el profesor de matemáticas de educación básica constituye saberes para enseñar (con RA). Para constituir los datos de la investigación, se realizarán reuniones semanales con un grupo de profesores de matemáticas de una escuela pública de tiempo completo. Dichosencuentros están programados para el 2º semestre de 2022. La propuesta de tareapresentada en este texto iniciará las discusiones en el grupo que, a través de su realización,podrá familiarizarse con la aplicación y sugerir otros temas para ser elaborados colectivamente en el grupo. Cabe destacar que la postura adoptada en la realización de la investigación es cualitativa fenomenológica.

Palabras clave: GeoGebra AR, Tecnologías Digitales, Estudio de Clase, Fenomenología.

Introdução

As tecnologias de Realidade Aumentada (RA) tornaram-se populares após a divulgação mundial de jogos para smartphones, como o Pokémon Go criado em 2016 (Schuster & Rosa, 2021; Ferreira, 2018). De acordo com Schuster e Rosa (2021) trata-sede um tipo de tecnologia que dá liberdade para o usuário interagir por meio de "toques" na tela do aplicativo, controles deslizantes ou circundando objetos virtuais que são projetados em 3 dimensões (3D) no ambiente físico, através da tela do smartphone. Pode-se dizer que essa tecnologia possibilita avançar para além das possibilidades de outras emque os objetos ficam restritos ao ambiente virtual, tornando-se um modo de, na escola, explorar temas diversos como os de matemática.

Para investigar essa tecnologia para o ensino de matemática na educação básica, uma pesquisa de pós-doutorado vem sendo desenvolvida na UNESP – Campus de Guaratinguetá[1078]. De modo específico o objetivo é compreender e explicitar o modo pelo qual o professor de matemática da educação básica constitui conhecimento para ensinar com RA. Para dar conta desse objetivo um grupo de professores de matemática de uma escola de tempo integral, da rede pública estadual, foi convidado a participar. O trabalhocom o grupo será realizado seguindo o estudo de aula, uma proposta de desenvolvimentoprofissional conforme a descreve Ponte, Quaresma, Mata-Pereira & Baptista (2016). O aplicativo de RA eleito para o estudo é a versão de RA do GeoGebra[1079].

Para este texto trazemos um recorte do que vem sendo planejado para a pesquisa,isto é, apresentaremos o referencial teórico que nos possibilitou conhecer a RA, os aspectos metodológicos da pesquisa em desenvolvimento e uma proposta de tarefa com o recurso de RA do GeoGebra, que pode ser feita com alunos de 6º do ensino fundamentale será considerada para a familiarização dos professores com o aplicativo.

Realidade aumentada e a formação de professores: algumas compreensões

As tecnologias de RA permitem a combinação ou a mistura de elementos mundanos, isto é, de objetos e cenários que estão no mundo real ou no ambiente físico, dispostos ao redor da pessoa que as manipula, com elementos virtuais (Bulla & Rosa, 2017). Essa combinação de elementos "reais" e "virtuais" caracteriza o "ambientemisturado", no qual é possível interagir, de um modo intuitivo, com elementos virtuais por meio da tela de dispositivos móveis (*smartphones* ou *tablets*). Nesse ambiente, com o movimento do próprio corpo, movimento da pessoa que segura o dispositivo em suas mãos, é possível tocar, mover e transformar os

[1078] Pesquisa financiada pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq (processo nº 151812/2022-5). O título do projeto aprovado é "A Constituição de Conhecimento do Professor de Matemática em Forma/ação com Realidade Aumentada".

[1079] As explorações com RA no GeoGebra podem ser feitas por meio dos aplicativos: GeoGebra Augmented Reality (GeoGebra AR), nos dispositivos com o sistema operacional iOS; ou GeoGebra 3D, para o sistema operacional android, no qual são oferecidas as mesmas opções da janela de visualização 3D do GeoGebra Clássico, com a inclusão de uma funcionalidade para explorações em RA (Ferreira, 2018). Destaca-se quetemos IPads com essas versões do GeoGebra instaladas e que serão utilizados nas explorações da pesquisa.

elementos virtuais "de tal maneira que o cenário real e os objetos virtuais permanecem ajustados (técnica, associada ao rastreamento, chamada de 'registro'), mesmo com a movimentação do usuário no ambiente real" (Hounsell, Tori & Kirner, 2018, p. 39).

Para Bulla e Rosa (2017, p. 300), a RA cria um contexto que modifica tanto a estrutura do mundo real como a da realidade virtual, pois ao mesmo tempo em que insere na realidade mundana "elementos cuja materialidade é outra nesse ambiente", também possibilita "uma experiência qualitativamente diferente de uma decorrida na tela de um computador, em virtude dos objetos estarem 'presos' ou 'amarrados' apenas à realidade cibernética". Com isso, entendemos que as possibilidades abertas para a constituição de conhecimento também se transformam com essa tecnologia, pois a visualização dos objetos vai se dando não mais pela manipulação de imagens com o mouse (Schuster & Rosa, 2021), ou pelo toque na tela, mas também pelo movimento do corpo que, ao se mover ao redor dos objetos projetados no ambiente em que estamos com cadeiras, mesas,outras pessoas, etc., pode analisar o que vê em diferentes perspectivas.

Essa possibilidade de "mover-se para ver" é importante, pois, em uma perspectiva fenomenológica, entende-se que as tecnologias de RA têm "como solo constituinte a possibilidade de movimento" (Pinheiro & Detoni, 2018, p. 56), uma possibilidade que é efetivada pela pessoa - aluno ou professor -, que tem a tecnologia em suas mãos e se dispõe a mover-se. Vale destacar que, na perspectiva fenomenológica, o corpo é o pontozero de nossas vivências, uma vez que é nele que a experiência vivida vai sendocompreendida (Pinheiro, Bicudo & Detoni, 2018). O corpo é o que nos ancora no mundo,de modo que mover o "corpo é visar as coisas através dele, é deixá-lo corresponder à suasolicitação" (Merleau-Ponty, 1999, p. 193). Esse movimento, no contexto da RA, vai se dando com os gestos realizados de acordo com o que se tem a intenção de compreender na tela do aplicativo.

Ainda, conforme Merleau-Ponty (1999), o corpo é expressão e atribuição de significado, pois "o sentido do gesto não está atrás dele, ele se confunde com a estruturado mundo que o gesto desenha e que por minha conta eu retomo, ele se expõe no própriogesto" (Merleau-Ponty, 1999, p. 253). Com a RA o aluno que explora determinada situação com o aplicativo assume uma posição de onde pode ver algo. Tem a possibilidadede mover-se e buscar outra perspectiva, nova compreensão. Esse é um "espaço investigativo" que se situa na intenção do olhar, no modo pelo qual se busca ver, por exemplo, a face oculta de um poliedro. Desse modo, voltando-se para a atividade investigativa do aluno, o professor pode compreender o que esses gestos "dizem", o modopelo qual a vivência com a RA vai permitindo significar o que está sendo explorado.

Consideramos que essa exploração permite que as tarefas realizadas com a RA sejam de investigação matemática, conforme defendem Ponte, Brocardo e Oliveira(2016). Ou seja, sendo tarefas que possuem uma característica aberta, permitem diferentes caminhos para a solução, favorecem o levantamento de hipóteses, a construção deargumentos para serem validados ou refutados e podem, inclusive, levar a soluções não previstas pelo professor. Tarefas desse tipo, segundo os autores, oportunizam a realizaçãode práticas que podem avançar para além do que pode ser feito por meio de outros recursos, como lápis e papel, por exemplo.

Aliada a essa característica, aspectos como a possibilidade de as ações realizadasna realidade mundana serem feitas de modo espontâneo com suas propriedades táteis; a exploração de novos objetos virtuais e suas interações com o mundo real, sem precisar construir esses elementos; e a experimentação de interações físicas em um ambiente seguro e intuitivo (Hounsell et al, 2018), contribuem para a aprendizagem do aluno. Entretanto, entende-se que, para que possam favorecer a constituição de conhecimento matemático, as práticas com RA precisam ser planejadas, implementadas e avaliadas ao invés de serem realizadas de modo aleatório (Bulla & Rosa, 2017). Portanto, a formaçãode professores por meio do estudo de aula é propícia à realização dessas discussões.

No estudo de aula, os professores são reunidos em um grupo colaborativo e se envolvem com a elaboração de ciclos que preveem as etapas de: definição de um tema deestudo de comum interesse do grupo; planejamento de aula(s) acerca do tema eleito; suarealização por um membro do grupo; o retorno ao grupo para discussão de aspectos que se mostraram relevantes na experiência vivida junto aos alunos; e, dependendo dos conhecimentos constituídos nessa discussão, pode-se fazer um replanejamento da aula para que ela seja ministrada com outra turma de alunos. A realização da aula é gravada em vídeo e recortes dessa gravação subsidiam as discussões no grupo (Richit, Ponte & Tomkelski, 2019). Todo esse processo visa a formação do professor, tendo como foco situações de aprendizagem dos alunos (Ponte, Quaresma et al., 2016).

Para a formação de professores entendemos que um cenário de diálogo e reflexãovai se constituindo nesse ambiente de estudo de aula e isso permite a análise crítica do *como* e do *por que* fazer (Bicudo, 2018) com a RA. Esse fazer e compreender o feito é fundamental à formação do professor, pois permite avançar no processo de constituição de conhecimento, na forma de ser professor. Logo, esta é a proposta que se tem para a pesquisa em desenvolvimento: ao considerar a possibilidade de ensinar matemática comRA, compreender o modo de ser professor de matemática com RA.

Nas próximas seções trazemos os aspectos metodológicos da pesquisa e uma proposta de tarefa com RA que pode ser o ponto de partida para a discussão de práticas com esse tipo de tecnologia nas aulas de matemática da educação básica.

Aspectos Metodológicos

A pesquisa está sendo conduzida na abordagem qualitativa fenomenológica. De acordo com Bicudo (2020, p. 113), na pesquisa qualitativa são privilegiadas "descrições de experiências, relatos de compreensões [...], relatos de observações e outros procedimentos que deem conta de dados sensíveis, de concepções, de estados mentais, deconhecimentos, etc.", buscando alcançar aspectos do humano sem partir de métodos já definidos ou se prender à mensuração. Ainda, de acordo com a autora, ao se assumir a postura fenomenológica, busca-se a manifestação do que é dado na percepção, explícita por meio da descrição de vivências às quais se está atento no decorrer da ação.

Sendo assim, os dados da pesquisa são constituídos na vivência durante os encontros de estudo de aula. Neles os professores irão conhecer e explorar o aplicativo, planejar aulas de matemática com RA, realizar a aula com seus alunos, voltar-se para essavivência da aula com os alunos (por meio dos recortes do vídeo) buscando compreendero que se mostra e expressar o sentido que o vivido tem para cada um. Para interpretar o que do vivido se mostra para nós, pesquisadores, interrogamos: como o professor de matemática da educação básica constitui conhecimento para ensinar com RA? Com issopretende-se explicitar os modos de o professor constituir conhecimento para ensinar matemática, que vai se atualizando conforme ele planeja suas ações, elabora as tarefas, explora com RA e se volta para as suas vivências, nas aulas, buscando compreendê-las.

O grupo de estudo de aula será constituído por 4 professores de matemática de uma escola pública de tempo integral da cidade de Guaratinguetá, interior paulista. A escolha da escola deu-se devido a parceria já existente com a UNESP e a possibilidade de os professores terem em sua jornada de trabalho espaço para a sua formação. Os primeiros contatos já foram feitos com os professores e as reuniões com o grupo serão semanais, com duração de duas horas, durante o 2º semestre de 2022 e o 1º bimestre de 2023. Conforme dissemos, nos encontros serão discutidas estratégias para ensinar matemática com RA. As telas dos IPads em que os alunos realizarão as explorações nas aulas serão gravadas para a elaboração do vídeo[1080] que subsidiará as discussões pós-aula. Os temas a serem trabalhados, as tarefas a serem feitas nas aulas, a data de realização, etc. serão definidos coletivamente, isto é, junto ao grupo de professores.

Os primeiros encontros do grupo serão destinados à exploração do aplicativo pelos professores para que eles se familiarizem com suas funcionalidades. Os dados da pesquisa serão constituídos pela transcrição das gravações dos encontros do grupo, especificamente os encontros pós-aula, e serão analisados seguindo o movimento da pesquisa qualitativa fenomenológica.

A seguir apresentamos uma proposta de tarefa a ser explorada inicialmente com os professores para que eles conheçam o aplicativo.

Uma proposta para ensinar matemática no 6º ano com RA

A tarefa elaborada toma como motivo a habilidade "Quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função doseu polígono da base, para resolver problemas e desenvolver a percepção espacial", do objeto de conhecimento "Prismas e pirâmides: planificações e relações entre seus elementos (vértices, faces e arestas)", da Unidade Temática Geometria, do 6º ano do ensino fundamental, conforme descrito na Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Porém, conforme entendemos, ela pode ser realizada em outros anos, tanto do ensino fundamental quanto do ensino médio, que tenham por objetivo explorar aspectos e propriedades de prismas e pirâmides.

Para a sua realização é preciso que se tenha um IPad ou um smartphone em mãose as construções feitas no GeoGebra previamente salvas nos dispositivos (não se pretenderealizar as construções).

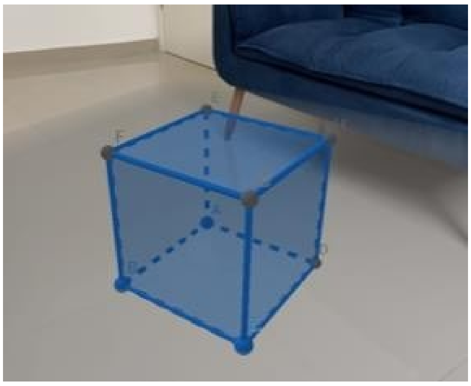
Começaremos com a exploração do cubo. Para isso sugere-se abrir o arquivo coma construção do cubo e o projetar em alguma superfície lisa - na sala de aula - por meio da funcionalidade de RA[1081], conforme Figura 1.

[1080] Esse vídeo é feito pela pesquisadora destacando situações que foquem a atitude dos alunos nas aulas ao realizarem as explorações em RA.

[1081] Para fazer a projeção de um objeto em RA, basta construir ou abrir uma construção já feita na tela do aplicativo, clicar na funcionalidade RA no canto inferior direito da janela de visualização, mover o IPad ouiPhone sobre uma superfície lisa – chão, carteira, mesa, etc. – e esperar aparecer a imagem de um marcadorque indicará o local onde

Figura 1.

Cubo em RA.



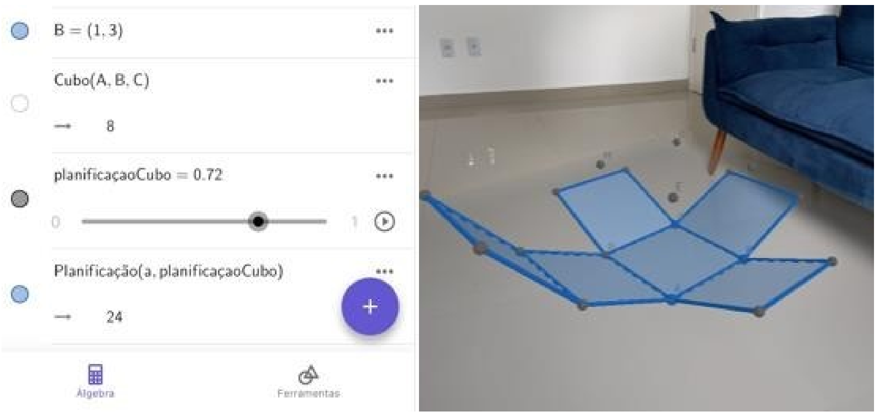
Fonte: Elaborado pela autora.

Nesse momento, é importante aumentar e diminuir o zoom da construção por meiode “toques” na tela do dispositivo e disponibilizar alguns minutos para que se movam aoredor da imagem projetada familiarizando-se com a RA para *ver* o cubo em perspectivasdiversas como, por exemplo, “de dentro”. O que se mostra para cada um? Este pode ser o espaço de diálogo e compartilhar do modo como o cubo se mostra em RA.

Após esse primeiro contato com a funcionalidade iremos solicitar que planifiquemo cubo (Figura 2) e movam o controle deslizante (PlanificaçaoCubo) que será criado na janela de álgebra.

Figura 2.

Controle deslizante e cubo sendo planificado.



Fonte: Elaborado pela autora.

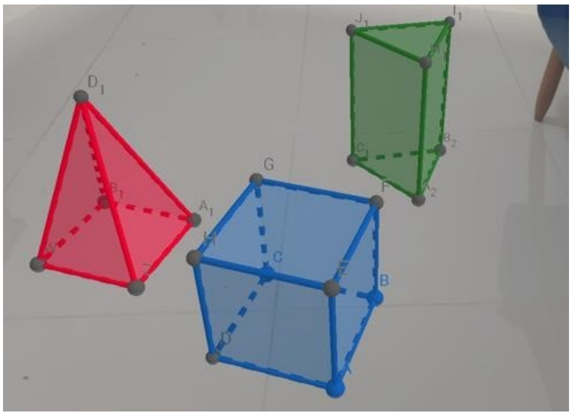
a construção será projetada. Após posicionar o marcador no local onde se desejarealizar a projeção, clica-se novamente na tela, para que a construção em RA seja projetada.

Durante as explorações questões como “Quais características vocês observam na imagem projetada? ”, podem ser feitas para que os professores expressem o que está lhes chamando a atenção. Pode-se, ainda, discutir possibilidades para a aula, como solicitar o registro do número de faces, vértices e arestas do cubo e buscar estabelecer relações entreeles.

Em um segundo arquivo teremos uma pirâmide de base quadrada e um prisma debase triangular, cuja imagem da projeção em RA é apresentada na Figura 3.

Figura 3.

Pirâmide de base quadrada e prisma de base triangular.



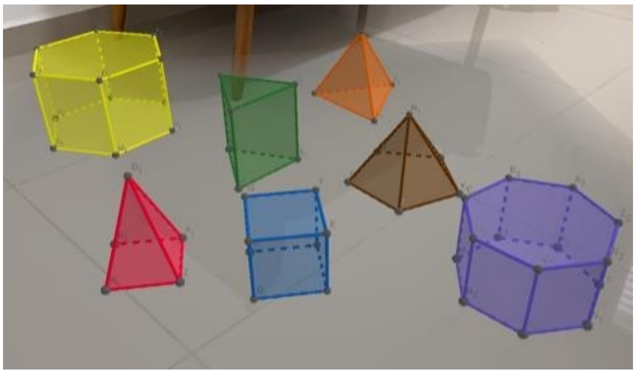
Fonte: Elaborado pela autora.

Pode-se começar com as mesmas explorações do cubo, isto é, solicitar que os professores se movimentem ao redor das construções observando suas características e explorar suas formas planificadas. Questões que favoreçam a classificação dos sólidos, ao serem explorados em sala de aula, podem ser discutidas como: quais características seobservam nas construções vermelha e verde? Quais figuras se observam nas faces? Quantas faces, arestas e vértices possuem cada sólido? Na construção vermelha, as arestasque partem dos vértices A1 e B1 em algum momento vão se encontrar? Em qual vértice? E quanto às arestas que partem dos vértices A2 e B2 na construção verde, isso também ocorre? Esses questionamentos põem em destaque as características dos sólidos, e os aspectos que os diferenciam. Por exemplo, apenas um deles (vermelho) tem convergência das arestas que “partem da base” para um ponto (característica das pirâmides).

Essas explorações levam a classificação e ao agrupamento de sólidos que possuem características comuns. Para isso, teremos um terceiro arquivo (Figura 4).

Figura 4.

Prismas e pirâmides.



Fonte: Elaborado pela autora.

A exploração começa sempre com o “mover-se ao redor das construções” para planificá-las e destacar suas características. Questões como: se fossemos organizar essasconstruções em grupos, quantos grupos vocês criariam? Quais construções ficariam em cada grupo? Descreva as características dos elementos que pertencem a cada grupo.

Durante a realização da tarefa é possível ocultar alguns sólidos, caso isso favoreçaa visualização. Em se tratando de trabalhar com alunos do 6º ano, pode-se chamar a atenção deles para o número de lados do polígono das bases de um prisma de modo que eles possam identificar que esse valor corresponde (é igual) ao número de faces laterais earestas laterais; ou instigá-los a analisar que, se esse valor (do número de lados do polígono da base) for multiplicado por 3, tem-se o número de arestas do prisma e se for multiplicado por 2 o número de vértices. Se a exploração for para alunos de outros anos pode-se escrever algebricamente algumas relações e explorá-las para as pirâmides.

Com essas tarefas entende-se que o professor tenha se familiarizado com o modopelo qual pode *se mover* para *ver* com o aplicativo RA e, então, podemos construir com eles outros tipos de prismas, pirâmides ou outras figuras que eles sugiram.

Considerações Finais

Entendemos que as explorações intuitivas dos objetos virtuais que, na tela do aplicativo, se mostram junto a objetos do mundo real (Hounsell et al., 2018), dentre as carteiras, cadeiras, alunos, etc. pode favorecer a disposição para lançar-se à atividade investigativa. Na familiarização com a RA, à medida que o professor se move ao redor das construções buscando uma perspectiva em que as características dos objetos possamser melhor *vistas*, ele vai desenvolvendo certa forma de visualizar prismas e pirâmides.

Não se trata de tocar na tela de um smartphone e ampliar ou reduzir figuras, ou mover com o mouse um controle deslizante; "entramos" no cubo, nos colocamos sobre um de seus vértices, podemos "estar" sobre uma aresta. Movendo-me faço mover os objetos que se projetam no espaço físico. Podemos dizer com Merleau-Ponty (1999, p. 153-154) que não estamos movendo um corpo objetivo, mas sim "nosso corpo fenomenal[...] que se levanta em direção aos objetos a pegar e que os percebia". O corpo-próprio, como o entende a fenomenologia, é o que nos dá acesso ao mundo, aos objetos, de modooriginal (Merleau-Ponty, 1999).

As explorações com RA no GeoGebra favorecem o movimento do corpo-própriopara que a percepção se dê, o sentido se faça e seja possível levantar hipóteses (Ponte, Brocardo et al., 2016) que são validadas ou não, promovendo o estabelecimento de relações, novos questionamentos, novas perspectivas. Logo, ao realizar explorações com RA na aula é importante que o professor se volte para o aluno, atento aos modos de as tarefas serem investigadas no movimento do corpo-próprio (Pinheiro et al., 2018). O corpo traz os gestos e falas usados para expressar o visto com a RA, que são uma forma de acesso às compreensões, ao vocabulário matemático, aos erros, etc.

Por fim, enfatizamos que as compreensões destacadas são possibilitadas por pesquisas anteriores. Uma delas realizada com o recurso de RA do GeoGebra, porém, nocontexto de um curso de Licenciatura em Matemática, com alunos explorando temas da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral[1082]. A outra foi sobre o modo de o estudo de aulaser um espaço de formação continuada de professores (Batista, 2021). De ambas se elabora a proposta de olhar para a educação básica, focando a constituição de conhecimento do professor para ensinar matemática com RA.

Referências

Batista, C. C. (2021). *Perceber-se professor de matemática com tecnologia no movimentode forma/ação* [Tese de Doutorado em Educação Matemática, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista]. https://repositorio.unesp.br/handle/11449/215834.

[1082] Pesquisa realizada com apoio da FAPESP (PROCESSO 2019/16799-4). O título do projeto é "AConstituição do Conhecimento Matemático com Realidade Aumentada".

Bicudo, M. A. V. (2020). Pesquisa qualitativa e pesquisa qualitativa segundo a abordagem fenomenológica. In M. C. Borba, & J. L. Araújo (Orgs), *Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática* (pp. 107-119). Belo Horizonte: Autêntica.

Bicudo, M. A. V. (2018). Filosofia da educação matemática: sua importância naformação de professores de matemática. In R. S. R. da Silva (Org.), *Processos formativos em educação matemática: perspectivas filosóficas e pragmáticas* (pp.29-45). Porto Alegre: Editora Fi. https://www.editorafi.org/310processosformativos.

Bulla, F. D., & Rosa, M. (2017). O design de tarefas-matemáticas-com-realidade- aumentada: uma autorreflexão sobre o processo. *Acta Scientiae*, 19(2), 296-319. https://lume.ufrgs.br/handle/10183/217826.

Ferreira, H. S. (2018). *O uso de software e seu impacto no tipo de resolução de exercíciosde geometria* [Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática, Unidade Acadêmica Especial de Ciências Exatas e Tecnológicas, Universidade Federal de Goiás]. https://repositorio.bc.ufg.br/tede/handle/tede/9272.

Hounsell, M. S., Tori, R., & Kirner, C. (2018). Realidade Aumentada. In R. Tori, & M. S. Hounsell (Eds), *Introdução a Realidade Virtual e Aumentada* (pp. 36-74). PortoAlegre: SBC. https://sol.sbc.org.br/livros/index.php/sbc/catalog/book/66.

Merleau-Ponty, M. (1999). *Fenomenologia da percepção* (2ª ed.). São Paulo: Martins Fontes.

Pinheiro, J. M. L., & Detoni, A. R. (2018). Possibilidades do trabalho investigativo coma Geometria Dinâmica. In R. M. Paulo, I. C. Firme, & C. C. Batista (Orgs), *Ser Professor com Tecnologias: sentidos e significados* (pp. 55-75). São Paulo:Cultura Acadêmica. https://doceru.com/doc/ecs0181

Pinheiro, J. M. L., Bicudo, M. A. V., & Detoni, A. R. (2018). O movimento do corpo- próprio e o movimento deste corpo com softwares de Geometria Dinâmica. In, R.

S. Kahlmeyer-Mertens et al (Orgs), *A Fenomenologia no oeste do Paraná: retrato de uma comunidade* (pp. 157-180). Toledo: Vivens.

Ponte, J. P., Brocardo, J., & Oliveira, H. (2016). *Investigações Matemáticas em Sala de Aula* (3a ed.) Belo Horizonte: Autêntica.

Ponte, J. P., Quaresma, M., Mata-Pereira, J., & Baptista, M. (2016). O estudo de aula como processo de desenvolvimento profissional de professores de matemática. *Bolema*, 30(56), 868-891. https://repositorio.ul.pt/handle/10451/28722.

Richit, A., Ponte, J. P., & Tomkelski, M. L. (2019). Estudos de aula na formação de professores de matemática do ensino médio. *Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos*, 100 (254), 54-81. https://repositorio.unesp.br/handle/11449/212190.

Schuster, P. E. S., & Rosa, M. (2021). Realidade Aumentada e a Cyberformação de uma Professora de Matemática: Pontos Críticos de Funções de Duas Variáveis. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática – JIEEM*, 14(2), 130-141. https://jieem.pgsskroton.com.br/article/view/9128.

O *Game Cuit* e as funções booleanas: Uma ressignificação de conceitos e aplicações lógico-matemáticas no ensino Superior

Game Cuit and Boolean functions: A resignification of logical-mathematical concepts and applications in Higher Education

Game Cuit y funciones booleanas: una resignificación de los conceptos lógico-matemáticos y sus aplicaciones en la Educación Superior

Cristiano Natal Tonéis[1083]
https://orcid.org/0000-0002-7828-8521

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Tecnologia digital e outros recursos para o ensino e aprendizagem da matemática.

Resumo

Neste trabalho delimitamos como nossa questão de pesquisa: De que modo o *game Cuit* colabora para apreensão da lógica booleana e da álgebra de Boole como uma ressignificação de conceitos e aplicações lógico-matemáticas? Para isso buscamos o jogar e o ressignificar por meio de um roteiro de atividade articulando a intencionalidade e a funcionalidade dos *edutainment games* sendo *Cuit* um *serious game* aplicável para o ensino superior, em nosso caso 62 estudantes de engenharia da computação. Por meio de uma metodologia ativa articulamos o *digital game based learning* como um espaço para produção de conhecimentos e ressignificações lógico-matemáticas como as funções booleanas e a álgebra de Boole. A partir destes pressupostos observamos que o jogo contribuiu para compreensão dos fundamentos dos operadores lógicos e uma introdução a álgebra de Boole nas simplificações de expressões booleanas; produção de funções booleanas e verificação suas possíveis aplicações (significações); compreensão de algoritmos procedimentais como base para codificação e relações entre lógica simbólica e a matemática – lógica-matemática.
Palavras-chave: *Cuit*, *games*, ensino superior, lógica booleana, educação.

Abstract

In this work we delimit as our research question: How does the game Cuit contribute to the apprehension of Boolean logic and Boolean algebra as a resignification of logical-mathematical concepts and applications? For this, we seek to play and resignify through an activity script articulating the intentionality and functionality of edutainment games, with Cuit like a possible serious game for higher education, in our case 62 computer engineering students. Through an active methodology, we articulate digital game based learning as a space for the production of knowledge and logical-mathematical resignifications such as Boolean functions and Boolean algebra. From these assumptions, we observed that the game contributed to the understanding of the foundations of logical operators and an introduction to Boolean algebra for simplification of Boolean expressions; production of boolean functions and verify their possible applications

[1083] E-mail cristoneis@gmail.com

(meanings); understanding of procedural algorithms as a basis for coding and relationships between symbolic logic and mathematic – logical mathematic.
Keywords: Cuit, game, University education, boolean logic, education.

Resumen

En este trabajo delimitamos como nuestra cuestión de investigación: ¿Cómo el juego *Cuit* contribuye a la aprehensión de la lógica booleana y el álgebra booleana como resignificación de conceptos y aplicaciones lógico-matemáticas? Con este fin buscamos jugar y resignificar a través de un guión de actividades articulando la intencionalidad y funcionalidad de los juegos digitales de entretenimiento educativo, *Cuit* siendo un juego digital serio aplicable a la educación superior, en nuestro caso 62 estudiantes de Ingeniería en Computación. A través de una metodología activa articulamos el aprendizaje basado en juegos digitales como un espacio de producción de conocimiento y resignificaciones lógico-matemáticos como las funciones booleanas y el álgebra booleana. A partir de estos supuestos, observamos que el juego, así propuesto, contribuyó a la comprensión de los fundamentos de los operadores lógicos y una introducción al álgebra booleana para la simplificación de expresiones booleanas; producción de funciones booleanas y verificación de sus posibles aplicaciones (significados); comprensión de los algoritmos procedimentales como base para la codificación y las relaciones entre la lógica simbólica y las matemáticas – la lógica-matemática.
Palabras clave: *Cuit*, juego digital, enseñanza superior, lógica booleana, educación.

Introdução

A álgebra booleana ainda se apresenta como fundamental para lógica de programação e utilizada em muitas das linguagens de programação e tem como base os valores 1 e 0 (verdadeiro e falso, respectivamente) que formam a linguagem binária.

Para além das características fundamentais da lógica booleana encontramos nos trabalhos de George Boole, Augustus de Morgan (Daghlian, 1995; Bispo et al, 2011), entre muitos outros, uma busca pela significação e fundamentação da lógica-matemática para superar a polissemia possível e existente na linguagem atingindo níveis de generalizações e formalizações simbólicas.

Em Tonéis (2022) encontramos um panorama dos *games* em sala de aula e das possibilidades que emergem neste espaço de aprendizagens. Na presencialidade nos espaços digitais como os *games* temos uma dinâmica que conduz para descobertas; diálogos e reflexões. Então, nosso desejo neste trabalho demarcou um esforço para se dar o tempo necessário para experiências e descobertas no ato de jogar.

Russell (2007, p.232) apresentou questões pertinentes a esta “matéria que pode ser chamada indiferentemente de matemática ou lógica”, destarte afirmou que o comum a ambas encontra-se na busca por formalizações, escapando das particularidades buscar as generalizações e acerca do que pode ser dito de “qualquer coisa ou propriedade”. “A ‘forma’ de uma proposição é o que, nela, permanece inalterado quando todos os constituintes da proposição são substituídos por outros” (Russell, 2007, p.236), com isto Russell nos conduz no caminho para reflexão das formas estéticas e simbólicas para a aprendizagem lógico-matemática e temos nossa questão de pesquisa: De que modo o *game Cuit* colabora para apreensão da lógica booleana e da álgebra de Boole como uma ressignificação de conceitos e aplicações lógico-matemáticas?

Metodologia

O *game Cuit* (gratuito pela *steam*) foi disponibilizado para 62 alunos regularmente matriculados, até a ocasião da atividade, no curso de engenharia da computação. A atividade totalizou 16 horas aulas remotas (devido a pandemia de *covid 19*) em 60 dias de atividades (fevereiro e março de 2021). Por se tratar de uma atividade na qual o jogador (aluno) joga avançando de acordo com seu ritmo observamos o tempo (inicial) médio de jogo foi de 6,3 horas (registrado pela *steam*) para ultrapassar o *level 20*.

A partir de Aarseth (2003) e Tonéis (2022) compreendemos que o estudo de um *game* e uma atividade envolvendo “*games* em sala de aula” articula três dimensões possíveis: 1) Jogar o jogo despretensiosamente desconectado de qualquer “conteúdo ou tema” da aula. 2) Jogar o jogo seguindo um roteiro estabelecido pelo professor para propor diálogos e identificar e produzir a tradução de suas metáforas. 3) Redirecionar a tradução dessas metáforas para o conteúdo ou tema das aulas observando a significação desse tema representado (metaforicamente) no *game*.

Este tipo de metodologia, *digital game based learning* (Prensky, 2003) pode ser considerado como uma metodologia ativa. Richartz (2015) afirmou que uma metodologia ativa contribui para o protagonismo do aluno ao “problematizar, refletir, escolher, criar, intervir e transformar”. Desse modo nossa metodologia se articula entre a fenomenologia heideggeriana e o *game* em sala de aula como uma proposta de feedbacks a propriedades e operadores lógico-booleanos visando uma compreensão aplicável as estruturas fundamentais da álgebra de Boole.

Simulação e experimento: Por uma distinção necessária

Para Kästner & Arnold (2013, p.4, tradução livre do autor) uma razão óbvia pela qual as simulações de computador são frequentemente rotuladas como “experiências de computador é que o processo de projetar, configurar, executar e avaliar uma simulação é, por sua aparência, bastante semelhante ao de projetar, configurar, executar e avaliar um experimento”. Tal qual, as simulações e os experimentos compartilham uma mesma estrutura: operam em um objeto para aprender algo sobre um objetivo.

Devemos observar que experimentos podem fornecer novos dados empíricos enquanto simulações de computador oferecem uma verificação de hipóteses e criação de novas conjecturas a partir de dados preestabelecidos (não empíricos). Portanto, se o termo “dados empíricos” for entendido como dados de origem empírica, as simulações computacionais não geram novos dados empíricos.

Por vezes, o termo “empírico” é utilizado em um sentido mais amplo. Barberousse et al. (2009, p. 560), por exemplo, falam dos “dados que são gerados por simulações como dados sobre sistemas empíricos”, mas também não os consideram novos dados de origem empírica. Nessa abordagem podemos elencar três aspectos igualmente importantes: (a) coisas que não estão logicamente implícitas em nosso conhecimento prévio, as simulações não podem nos ajudar; apenas os experimentos; (b) coisas que estão logicamente implícitas em nosso conhecimento prévio, mas desconhecidas para nós então as simulações e/ou experimentos podem nos auxiliar; (c) coisas que estão logicamente implícitas em nosso conhecimento prévio e também conhecidas por nós. Logo, nenhum dos dois é necessário, porque já conhecemos, trata-se do observado durante uma revisão documental, o “estado da arte”.

Outra maneira de colocar isso seria afirmar que as simulações só podem fornecer resultados que se enquadram no fechamento dedutivo de nosso conhecimento prévio (Winsberg, 2010), precisamente, experimentos podem operar no objetivo, o método experimental tem um alcance epistêmico que ultrapassa as simulações.

Experimentos também podem ser usados para testar hipóteses fundamentais (*experimentum crucis*), o que, simulações de computador não o fazem. Torna-se evidente que uma simulação não pode ser usada para testar hipóteses fundamentais, pois o resultado da simulação dependeria simplesmente da própria hipótese sobre a qual a simulação foi construída então ela gera um enviesamento de dados. As simulações podem verificar hipóteses não fundamentais.

Por exemplo, um experimento crucial como a decomposição da luz branca por um prisma como realizado por Isaac Newton (Barros et al., 2017) não poderia ser feito em uma simulação pois a simulação constaria do resultado esperado. No entanto poderíamos fazer uma simulação com um sensor de cor para sistemas robóticos uma vez que já conhecemos os resultados.

Em nosso caso, em *Cuit*, a simulação traduz o que foi conhecido e demonstrado lógico-matematicamente como apresentado por Daghlian (1995) ou Bispo et al. (2012), porém o *game* ainda oferece a seu interlocutor as possibilidades de produzir conjecturas; testá-las e avaliar os resultados, ou seja, atingiu um tipo de "empirismo lógico" mediado pelas metáforas oferecidas pelo *game*. Assim, como descrito em Tonéis (2017), essa é uma questão que possui interesse epistemológico e relevância epistêmica (prática).

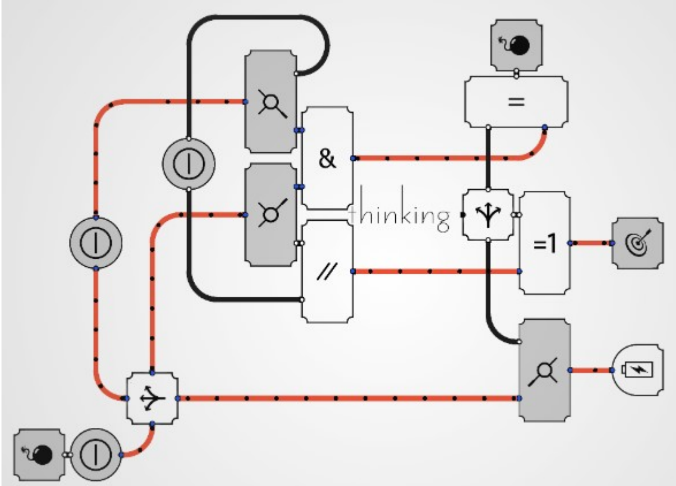
Seu interesse epistemológico reside na adjacência da relação entre raciocínio teórico, teste experimental e observação empírica na ciência. A questão tem relevância prática, pois é importante entender quando se pode confiar nos resultados de uma simulação que é oferecida como substituto para um experimento ou medição.

Atividades com *Cuit* – uma introdução a lógica e operadores lógicos booleanos

Cuit sendo um *edutainment game* – um tipo de *serious game* – pode ser caracterizado como um *puzzle game* (Tonéis, 2015) em um sentido amplo no qual os aspectos de *puzzle* estão condicionados as regras do jogo metaforicamente apresentados como "chaves" que operam a passagem de energia pelo sistema. "Os *serious games* e a gamificação pretendem que, por meio de sua aplicação, os seus usuários "sintam" um impulso de fazer uma tarefa que de outro modo não estariam tão atraídos em realizar (Santaella et al, 2018, p.12). Podemos ainda compreender o seu *game level* como um labirinto rizomático (Leão, 2002), ou seja, o labirinto como uma rede, como conexões de pensamentos e ações, um labirinto metafórico (Figura 1).

Figura 1.

Print screen do Level 14 resolvido no Game Cuit



Cuit apresenta-se como uma poética do labirinto, sua trilha sonora misteriosa e cativante coloca o jogador frente a desafios lógicos que se igualam ou ultrapassam muitas das atividades lógicas com expressões booleanas. Seus *levels* se organizam de modo progressivo e emergente (Juul, 2011), errar faz parte da "brincadeira" e explodir o circuito não é um problema pois podemos verificar onde erramos (Juul, 2013) e recomeçar, as vezes errar pode ser divertido.

Além disso, afirmou Huizinga (1990), que o jogo é "uma atividade voluntária, uma atividade livre" por isso compreendemos que no ambiente educacional requer espaço para o jogar despretensiosamente e posteriormente propormos as atividades na busca de ressignificações.

Primeira etapa: indicamos como instalar o *game* e para que ao terminar cada *level* o jogo não passe automaticamente para o novo desafio usamos nas opções do *game* (*options*) desligar o "*auto advance*". Convidamos todos para jogarem o jogo (por aproximadamente 15 dias) avançando o máximo possível.

Segunda etapa: para dimensão do *game* e suas metáforas foi disponibilizado um roteiro no qual além das instruções da primeira etapa foi pedido para que ao revisitar o *game* o jogador respondesse algumas questões, entre elas: descrever o objetivo do jogo; organizar os símbolos do jogo e descrever suas regras operatórias; escolher um *level* e escrever os valores lógicos assumidos no circuito e escrever uma função booleana.

Nesta etapa buscamos a conversão do *game* em sua representação booleana simbólica. "Não perderemos, portanto, nosso tempo tomando como premissa 'x é um homem', mas tomaremos ‘x é um α’” (Russell, 2007, p.234). Com isso Russel indica que para uma demonstração convém utilizarmos símbolos (variáveis) o que é útil tanto para lógica como para as ações matemáticas. Em momento algum descartamos a possibilidade da linguagem primária em uma problematização, ou de exemplos, no entanto, na busca da generalização a linguagem simbólica é necessária.

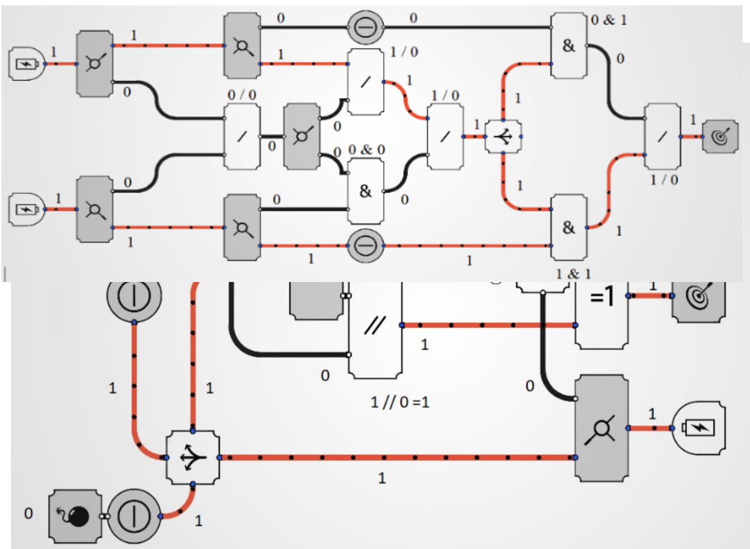
Terceira Etapa: para a tradução das metáforas do *game* em termos de operadores lógicos e funções booleanas promovemos diálogos e apresentação das considerações de cada jogador no processo de significações. Também foi pedido uma descrição de modo procedimental de como resolver um *level* qualquer (escolhido pelo jogador).

Nesta etapa foi possível buscarmos as relações existentes entre os operadores lógicos (ou conectivos) existentes no *game* e a lógica formal simbólica e a produção de algoritmos.

Resultados observados e considerações finais

O objetivo do *game* é ligar a fonte de energia (entrada) ao alvo (saída), evitando-se as bombas. Utilizaremos os *levels 11 e 14* do *game* para ilustrarmos os elementos fundamentais das etapas da atividade proposta e a produção de significados decorrentes da exploração e diálogos entre alunos e alunos; alunos e professor; alunos e pesquisas pela *web* e livros. Na segunda etapa foi proposto que fossem identificados os valores lógicos e a expressão booleana fornecida por um circuito escolhido pelo aluno (Figura 2).

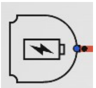
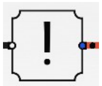
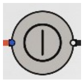
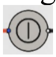
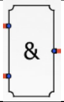
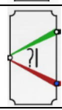
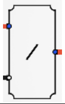
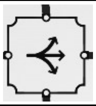
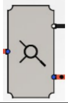
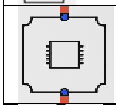
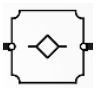
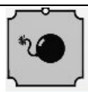
Figura 2.
Levels 11 e 14, respectivamente, resolvidos e editados (elaborado pelo autor).



Organizamos na Tabela 1 as principais metáforas e seus significados lógicos identificados no *game* – relação lógica existente entre o *game* e a lógica simbólica. Estes resultados foram organizados com a simulação oferecida pelo *game* e também com a revisão ou formalizações durante o curso de lógica e circuitos digitais.

Tabela 1.

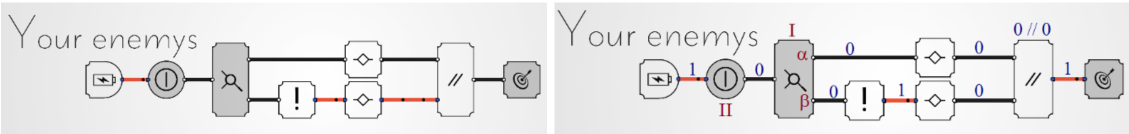
Relação entre os operadores de Cuit e a lógica formal (elaborado pelo autor).

Metáfora	Significado	Metáfora	Significado
	Entradas do sistema a; b; c; p; q; etc.		Operador não ou; *nor*
 	Negação; não  chave; interruptor		Bicondicional; se e somente se
	Operador e; *and*		Implicação logica; se... então...; condicional
	Operador ou; *or*		Divisor de sinal
	Operador ou exclusivo; *xor*		seletor de sinal; multiplexador
	*Buffer*, se for ligado libera energia constante (ligado)		*FlipFlop* alterna entre ligado e deslligado
	Objeto em cada *level* do *game*		Falha no *level*

Na identificação e tradução das metáforas do *game* (tabela 1) foi elencado a simbologia para os conectivos ou operadores lógicos e suas relações com a proposta do *game*. Por exemplo o operador negação (complementar) pode ser simbolicamente representado pela exclamação "!" e isso foi validado também no *game*. E ao relacionarmos com a lógica formal temos !a = a' (lê-se "a negado" ou "complementar de a") que poderia receber outras simbologias formais, como por exemplo: $\bar{a}$; $\sim a$; $\neg a$; a'.

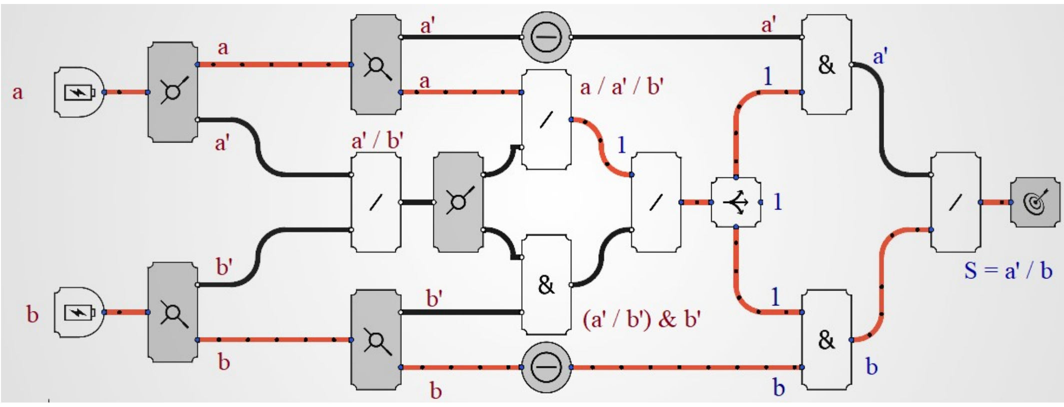
Realizadas as duas etapas então para próxima etapa as apresentações demonstraram as funções booleanas para o circuito escolhido e um algoritmo procedimental para sua resolução. No exemplo a seguir *level 16* (Figura 3) identificamos questões adjacentes que emergem a resolução como por exemplo identificarmos a posição da chave seletora, neste acaso ainda não possui a "bomba" então a ordem as ações podem não afetar a resolução, porém, em alguns casos a mudança dessas chaves antes de liberar a energia pode ser fundamental. Para isso a sugestão foi identificar elementos com números e letras, por exemplo chave I posição β (beta).

Figura 3.
Print screen level 16 - proposto e resolvido, respectivamente (elaborado pelo autor).



Temos: 0 // 0 = 1. Para isso um algoritmo procedimental válido será: (1) Chave I posição β; (2) Chave II – liga; (3) Chave II – desliga. Em muitos casos podemos proceder de maneiras redundantes repedindo-se movimentos, por isso verificamos a necessidade de produzirmos uma otimização nos processos. No próximo exemplo utilizamos o *level 11* para escrevermos as expressões booleanas resultantes de cada operação lógica no circuito até chegarmos a expressão de saída *S* (Figura 4).

Figura 4.
Level 11 resolvido e editado com as operações lógicas (elaborado pelo autor).



Organizamos as operações booleanas fundamentais apreendidas a partir do *game* e na tradução de seus operadores lógicos, como por exemplo (Tabela 2):

Tabela 2.
Tradução das metáforas para símbolos lógicos formais (elaborado pelo autor).

Operadores no *game*	Símbolo formal	Operadores lógicos formais
a / a' = 1	ou; /; v; +	a v a = a (redundância do conectivo "ou")
1 / a = 1		1 v a = 1 (adição lógica 1 + a = 1)
a & a' = 0	e; ^; .	a ^ a' = 0 (produto lógico a . a' = 0)
1 & a = a		1 ^ a = a (produto lógico 1 . a = a)

Assim, com auxílio do mapeado na Tabela 2 foi possível escrevermos uma expressão de saída operando-se resultados no circuito (Figura 4), ou seja:

a / a’ / b’ = 1 / b’ = 1
1 / ((a’ / b’) & b’) = 1
1 & a’ = a’
1 & b = b
S = a’ / b
S(a, b) = a’ / b (função Booleana)

E a partir de diálogos sobre a atividade foi possível questionarmos a possibilidade de um circuito equivalente (ou simplificado). Fonseca Filho (2007) afirmou que George Boole estava convencido de que sua álgebra poderia demonstrar a equivalência entre Matemática e Lógica e também conduzir para um formalismo simbólico que seria essencial para o cálculo. Deste modo compreendemos que a ciência da computação desvela-se desde Boole passando por Turing até os microcomputadores como uma forma de operar e significar símbolos (signos) igualmente fundamentais para lógica e para matemática.

Com isso identificamos nos aspectos do processo de jogar e posteriormente aplicados ao roteiro de atividades como determinante para: Compreensão dos fundamentos dos operadores lógicos; Produção de funções booleanas e verificação de suas possíveis aplicações; introdução a álgebra de Boole e simplificações algébricas fundamentais; compreensão e produção de algoritmos procedimentais como estruturas básicas para programação (codificação); verificação de algumas das relações entre lógica e matemática, como suas álgebras simbólicas que se aplicam, mutuamente, ao cálculo, álgebra e geometria analítica, entre outras.

Para Tonéis (2022, p. 73) “o universo virtual demanda a potencialidade do sujeito, provocando-o ao passo que este se reinventa nele”, com isso verificamos que *games* no ensino superior envolvem uma metodologia própria a qual desvela-se no jogar suas relações com a proposta curricular.

Com isso a necessidade do professor conhecer o *game* e jogar também o jogo para somente então ao conhecer suas potencialidades compor seu roteiro de atividades. Johnson (2005; 2012) afirmou que os videogames são capazes de desenvolver muitas habilidades cognitivas nos seus jogadores ao passo que exigem uma “sofisticação intelectual” para resolver problemas de curto a longo prazo, pois demandam uma tomada de decisões de nível tático e estratégico por seus jogadores.

Referências

Aarseth, E. (2003, May). Playing Research: Methodological approaches to game analysis. In *Proceedings of the digital arts and culture conference* (pp. 28-29). Australia: Melbourne.

Barberousse, A., Franceschelli, S., & Imbert, C. (2009). Computer simulations as experiments. *Synthese*, 169(3), 557-574.

Barros, N., Saraiva, C. P., & Schmiedecke, W. G. (2017). O “experimento crucial” das cores de newton e algumas contribuições no processo de formação de professores de física. *XXII Simpósio Nacional de Ensino de Física*, Anais. São Carlos, Suzano.

Bispo, C. A. F., Castanheira, L. B., & Souza Filho, O. M. (2012). *Introdução à lógica matemática*. Cengage Learning Edições Ltda.

Daghlian, J. (1995). *Lógica e álgebra de Boole*. Editora Atlas AS.

Fonseca Filho, C. (2007). *História da computação*: O Caminho do Pensamento e da Tecnologia. EDIPUCRS.

Huizinga, J. (1990). *Homo Ludens*: o jogo como elemento da cultura. Tradução João Paulo Monteiro. 2nd ed. São Paulo: Perspectiva.

Johnson, S. (2012). *Tudo que é ruim é bom para você*: como os games e a TV nos tornam mais inteligentes. Zahar.

Johnson, S. (2005). *Surpreendente!*: a televisão e o videogame nos tornam mais inteligentes. Rio de Janeiro: Campus.

Juul, J. (2013). *The art of failure*: An essay on the pain of playing video games. MIT press.

Juul, J. (2011). *Half-real*: Video games between real rules and fictional worlds. MIT press.

Kästner, J., Arnold, E. (2013). *When can a computer simulation act as substitute for an experiment?* A case-study from chemistry. Homepage Eckhart Arnold. https://eckhartarnold.de/papers/2013_Simulations_as_Virtual_Experiments/node4.html.

Prensky, M. (2003). Digital game-based learning. *Computers in Entertainment* (CIE), 1(1), 21-21.

Richartz, T. (2015). Metodologia ativa: a importância da pesquisa na formação de professores. *Revista da Universidade Vale do Rio Verde*, 13(1), 296-304.

Russell, B. (2007). *Introdução a filosofia matemática*. Tradução Maria Luiza Borges. Rio de Janeiro: Zahar Editores.

Santaella, L., Nesteriuk, S., & Fava, F. (Eds.). (2018). *Gamificação em debate*. São Paulo: Blucher.

Tonéis, C. N. (2022). *Os games na sala de aula*: Games na educação ou a gamificação da educação. 2nd ed. Clube de autores, 2022.

Tonéis, C. N. (2017). The act of playing and the logical and mathematical reasoning in digital games: The mathematical experience in the digital games. *Entertainment Computing*, 18, 93-102.

Tonéis, C. N. (2015). A Experiência Matemática nos Jogos Digitais: o Jogar e o Raciocínio Lógico e Matemático. *XIV SBGames*–Teresina–PI–Brazil.

Winsberg, E. (2010). *Science in the Age of Computer Simulation*. Chicago and London: The University of Chicago Press.

IX CIBEM Congresso Iberoamericano de Educação Matemática
05 a 09 de dezembro de 2022

Explorando superfícies com Realidade Aumentada: o app GeoGebra AR

Exploring surfaces with Augmented Reality: the GeoGebra AR app

Explorando superficies con Realidad Aumentada: la aplicación GeoGebra AR

Rosa Monteiro Paulo[1084]
Universidade Estadual Paulista, Unesp
https://orcid.org/0000-0001-9494-0359

Anderson Luís Pereira[1085]
Secretaria Municipal de Educação, Guaratinguetá
https://orcid.org/0000-0002-2052-8182

Modalidade: Comunicação Oral
Núcleo Temático: Tecnologia digital e outros recursos para o ensino e aprendizagem da matemática

Resumo

Este artigo tem como proposta apresentar compreensões acerca da constituição de conhecimento matemático ao se estar com a Realidade Aumentada. Para isso, voltamo-nos para os dados produzidos em um curso de curta duração cuja proposta era desenvolver tarefas sobre assuntos da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, com um aplicativo de Realidade Aumentada, o GeoGebra AR. Participaram seis alunos do curso de graduação da Licenciatura em Matemática de uma Universidade Pública. Assumindo a postura fenomenológica buscou-se por aquilo que se mostrava relevante para compreender o modo como a pessoa, participante do curso, constitui conhecimento matemático. Assume-se que a constituição de conhecimento se dá no corpo-próprio, veículo do ser no mundo que se volta para algo indagando e querendo entender o que a ele vai se mostrando. Com a RA os participantes se movem para compreender superfícies, fazem modificações em equações, exploram e expressam o que lhes vai fazendo sentido.
Palavras-chave: Constituição de Conhecimento, Cálculo Diferencial e Integral, Fenomenologia, Corpo-próprio.

Abstract

This article proposes to present understandings about the constitution of mathematical knowledge with Augmented Reality. For this, we turned to the data produced in a short course whose proposal was to develop tasks on subjects of the Differential and Integral Calculus subject, with an Augmented Reality application, GeoGebra AR. Six students from the undergraduate course in Mathematics from a public university, participated in the course. Assuming the phenomenological posture, we looked for what was relevant to understand the way in which the person, participant of the course, constitutes mathematical knowledge. It is assumed that the constitution of knowledge takes place in the own body, vehicle of the being

[1084] rosa.paulo@unesp.br
[1085] anderson.pereira@unesp.br

in the world that turns to something, inquiring and wanting to understand what is shown to it. With AR, participants move to understand surfaces, make changes to equations, explore and express what makes sense to them.
Keywords: Constitution of Knowledge, Differential and Integral Calculus, Phenomenology, Self-Body.

Resumen

Este artículo se propone presentar entendimientos sobre la constitución del conocimiento matemático al estar con Realidad Aumentada. Para ello, recurrimos a los datos producidos en un curso corto cuya propuesta era desarrollar tareas sobre temas de la asignatura Cálculo Diferencial e Integral, con una aplicación de Realidad Aumentada, GeoGebra AR. Participaron seis alumnos de la carrera de Matemáticas de una Universidad Pública. Asumiendo la postura fenomenológica, buscamos lo relevante para comprender la forma en que la persona, participante del curso, constituye el conocimiento matemático. Se supone que la constitución del conocimiento tiene lugar en el propio cuerpo, vehículo del ser en el mundo que se vuelve hacia algo, indagando y queriendo comprender lo que se le muestra. Con AR, los participantes se mueven para comprender las superficies, realizar cambios en las ecuaciones, explorar y expresar lo que tiene sentido para ellos.
Palabras clave: Constitución del saber, Cálculo Diferencial e Integral, Fenomenología, Autocuerpo.

Introdução

Neste trabalho vamos apresentar compreensões possibilitadas pela análise da vivência com alunos do curso de Licenciatura em Matemática de uma Universidade Pública, quando exploravam assuntos da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral (CDI) com um aplicativo de Realidade Aumentada (RA), o GeoGebra Augmented Reality (GeoGebra AR). Essa vivência deu-se no ano de 2019 em um curso de participação livre que teve 08 encontros de 02 horas cada. Contou com 06 alunos voluntários dos quais dois estavam, naquele ano, cursando a disciplina CDI-2 (no segundo ano da Licenciatura), um deles, por ter sido reprovado, havia optado por fazê-la novamente ao final do curso e outros três alunos já haviam concluído a disciplina. A proposta foi explorar tarefas, adaptadas do livro *Cálculo* (Stewart, 2013), com o GeoGebra AR.

Foi sugerido que os alunos trabalhassem em duplas, visando o diálogo entre eles. Os cinco primeiros encontros envolveram tarefas preparadas pelos pesquisadores. Essas tarefas eram sobre temas discutidos no estudo de funções de duas variáveis, como *Superfícies Cilíndricas e Quádricas*, *Limites* e *Derivadas Direcionais*, eleitos em conjunto com uma professora de CDI da instituição. No sexto encontro, os participantes pesquisaram, em duplas, um assunto dessa disciplina que poderia ser desenvolvido com a RA. Nos dois últimos encontros eles apresentaram os estudos elaborados que tratavam de *Integral Dupla*, *Plano Tangente* e *Máximos e Mínimos de Funções de Duas Variáveis*.

Durante o curso pedimos que cada dupla gravasse as explorações realizadas e a compartilhasse com os pesquisadores via Google Drive. Esses arquivos tornaram-se parte dos dados de uma pesquisa de doutorado (PEREIRA, 2022) e foi uma das ações de um projeto financiado pela FAPESP[1086] no qual se interrogava "como, ao fazer investigação com um aplicativo de RA, o aluno compreende os conteúdos de Cálculo Diferencial e Integral?". Com essas pesquisas foi possível compreender, em uma perspectiva fenomenológica, aspectos da constituição de conhecimento com RA.

Para este texto, optamos por trazer parte do que se mostrou nas explorações feitas pelos alunos sobre *Superfícies*. Antes, porém, é importante apresentar como entendemos a Realidade Aumentada, explicitar a postura assumida - a fenomenológica - e trazer o modo pelo qual, segundo essa postura, se entende a constituição de conhecimento.

Realidade Aumentada, o que se compreende?

As tecnologias de Realidade Aumentada (RA) e Realidade Virtual (RV) não são recentes. Segundo Kirner e Kirner (2011), surgiram no início da década de 60 com os avanços tecnológicos e, desde então, vêm sofrendo modificações. Várias são as experiências com as tecnologias de realidade virtual e aumentada em diversas áreas, incluindo a educação.

Mas o que caracteriza uma tecnologia de RA? Kirner e Kirner (2011, p. 16) afirmam que a "realidade aumentada pode ser definida como o enriquecimento do mundo real com informações virtuais (imagens dinâmicas, sons espaciais, sensações hápticas) geradas por computador em tempo real e devidamente posicionados no espaço 3D, percebidas através de dispositivos tecnológicos". Segundo Azuma (1997), para que uma tecnologia possa ser de RA, deve possuir uma combinação de três características: reunir real e virtual; proporcionar a interação em tempo real; apresentar registro em 3 dimensões.

Disso, pode-se concluir que não basta sobrepor imagens - objetos virtuais - ao espaço físico para que se tenha uma experiência em RA. Azuma (1997) traz como exemplo o filme

[1086] PROCESSO 2019/16799-4, cujo título do projeto é "A Constituição do Conhecimento Matemático com Realidade Aumentada", coordenado pela primeira autora do texto.

Jurassic Park que, embora tenha a projeção de elementos virtuais em articulação com objetos do espaço físico, não dá a possibilidade de interação.

A interação, conforme Lemos (2002, p. 119), envolve engajamento, o que requer "ação dialógica entre o homem e os objetos tecnológicos". Assim, ela não acontece por acaso e nem é determinada pela tecnologia em uso, diz respeito ao comportamento das pessoas, ao modo pelo qual elas se relacionam entre si e com a tecnologia; está imbricada na ação das pessoas com os objetos que se influenciam mutuamente.

Schuster e Rosa (2021), ao falarem da interação com a tecnologia RA, dizem que tocando na tela do aplicativo, movendo os controles deslizantes e circundando os objetos virtuais projetados, através da tela do smartphone, no ambiente físico em 3 dimensões, a pessoa tem uma experiência diversa e significativa, pois o modo de ela interagir com os objetos é ampliado (ela constrói os objetos no aplicativo, toca a tela do smartphone para ampliar, reduzir, fazer variar e se movimenta elegendo perspectivas para fazer explorações). Não há, no fazer com uma tecnologia de RA, uma linearidade, o que favorece a atitude exploratória, levando ao questionamento, à análise e à argumentação.

Essa possibilidade de interação é o que nos leva a olhar para a RA no contexto de ensino e considerar um aplicativo específico: o GeoGebra AR. O GeoGebra, desde a sua versão inicial 2D, foi amplamente defendido para o ensino de Matemática. Por meio do aplicativo *GeoGebra Augmented Reality* (GeoGebra AR), disponível para dispositivos móveis com o sistema operacional *iOS*, é possível ter uma experiência com os conteúdos de matemática em RA. Recentemente, o recurso de RA foi disponibilizado também para dispositivos com o sistema operacional *Android*, na versão *GeoGebra Calculadora 3D*.

Com o GeoGebra AR pode-se explorar diversos assuntos da Matemática pertencentes ao currículo escolar, como a construção de gráficos, as propriedades de objetos geométricos como prismas, pirâmides, etc. As construções podem ser feitas no GeoGebra 3D e, elegendo a função RA na tela do dispositivo móvel, vistas em sincronia com o espaço físico em RA[1087], abrindo-se à exploração.

[1087] Para que o objeto seja projetado no espaço físico escolhe-se a funcionalidade RA e, com a câmera do dispositivo móvel escolhe-se uma superfície plana - chão, carteira, mesa etc. - para a inserção/projeção do objeto. A exploração se dá pela combinação do movimento da pessoa que "segura o dispositivo em suas mãos" e elege

A opção da RA, segundo estamos entendendo, ampliam as possibilidades de, no contexto escolar, o aluno fazer investigação e, portanto, podem favorecer a constituição do conhecimento matemático. Mas como essa vivência se dá no fazer matemática? Como o aluno se sente realizando explorações com um aplicativo de RA? Como ele expressa suas compreensões? Essas questões nos levaram às pesquisas que mencionamos e, na sequência do texto, passamos a apresentar juntamente com a postura assumida e os procedimentos metodológicos para que seja possível compreender o recorte da análise feita na pesquisa de (PEREIRA, 2022)

A postura fenomenológica assumida na pesquisa

Dizer que, na pesquisa, se assume uma postura fenomenológica, indica mais do que eleger procedimentos para a produção e análise dos dados. Significa ter-se certo modo de compreender a realidade e de se estar com o outro, participantes da pesquisa. Requer abertura às inquietações e aos questionamentos que são expressos para que se possa expor compreensões; dispor-se e ser parte do grupo; se envolver com as ações dando-se conta de suas concepções e "estar atento para que suas experiências vividas em torno do que busca compreender não conduzam a investigação." (Venturin & Silva, 2014, p. 12).

Logo, ao mesmo tempo em que se envolve e vivencia as situações, o pesquisador deve se manter atento, ser crítico acerca de sua participação, ter clareza de que seu objetivo é convidar, informar, apoiar e desafiar as pessoas que, com ele, estão no grupo, participando das ações, lançando-se aos desafios. O *lócus* no qual a pesquisa se dá torna-se, pois, um ambiente em que os participantes se sentem com autonomia para investigar e liberdade para se expressar. As ações não são dirigidas, mas orientadas, tornando possível que as compreensões e as concepções se manifestem e iluminem o modo de cada um entender, em nosso caso, os objetos da Matemática.

É importante frisar que a fenomenologia não é somente uma metodologia, ela é uma corrente filosófica que ganhou destaque com os trabalhos de Edmund Husserl, matemático alemão que se voltou para a Filosofia e deu destaque à explicitação do sentido de consciência. Segundo Sokolowski (2004, p. 17),

---

um "melhor lugar" de visão, "toca na tela", se afasta ou se aproxima para verem tamanho maior ou menor e, também, movimenta os controles deslizantes construídos fazendo variações.

> [...] a doutrina nuclear em fenomenologia é o ensinamento de que cada ato de consciência que nós realizamos, cada experiência que nós temos, é intencional: é essencialmente 'consciência de' ou uma 'experiência de' algo ou de outrem. Toda nossa consciência está direcionada a objetos.

Com isso podemos afirmar que os objetos para os quais a fenomenologia se volta são sempre intencionais, são objetos para a consciência. Assim, quando falamos dos objetos matemáticos com os quais lidamos no contexto de ensino, também eles são constituídos por atos intencionais da consciência. Conforme Bicudo (2011, p. 64, tradução nossa), Husserl nos permite entender que esses objetos (matemáticos) são abstratos e ideais, o que significa que eles "carregam consigo possibilidades de complementação, de aplicação, de mobilidade na forma de suas articulações". Tanto a característica da abstração quanto a idealidade, como tratadas por Husserl, indicam que tais objetos são imutáveis, atemporais, sem causalidade, "são significados entendidos no contexto da afirmação de que a Matemática apresenta estabilidade e mobilidade essencial". (Bicudo, 2011, p. 64, tradução nossa). Mas, o que disso se entende?

Entende-se que, na para Husserl, os objetos matemáticos são atemporais pois podem ser compreendidos por outros matemáticos que não aquele que intuiu sua invariabilidade; eles não possuem causalidade, pois não são objetos empíricos; e são ideais por serem constituídos na intencionalidade, na subjetividade da pessoa, mas transcendem as experiências perceptivas individuais, uma vez que os atos da consciência são desdobrados,

> [...] quando o sujeito se dá conta do que está processando e pelo movimento de reflexão e de atos de abstração, reúne de forma articulada compreensões e interpretações já efetuadas sobre o objeto focado, dando origem a outros objetos. Estes, ao serem expressos e comunicados a cossujeitos, ganham vida na dimensão histórico-cultural, porém com características agora diversas daquelas concernentes às vivências de individuais. (Bicudo, 2013, p. 29).

A idealidade dos objetos da Matemática, segundo a concepção husserliana, é sustentada na linguagem (principalmente a escrita) que traduz "experiências dos indivíduos e processos de teorização. /.../ Transcendem a subjetividade /.../ e abrem possibilidades de complementaridade, aplicabilidade e de mobilidade, na cadeia de suas articulações" (Bicudo, 2013, p. 29).

São, conforme salienta Sokolowski (2004, p. 159), "projeções que têm suas raízes nas coisas que experimentamos diretamente", portanto, na vivência. Assim, uma pesquisa assumida na postura fenomenológica que interroga a constituição de conhecimento matemático pelo sujeito, volta-se para a experiência vivida, para as ações desses sujeitos que estão com a

Matemática, realizando explorações, investigando, levantando hipóteses, construindo argumentos, validando-os ou refutando-os.

A atitude fenomenológica é, portanto, o meio pelo qual podemos contemplar (sem preocupação racional) as intencionalidades da consciência, suas vivências, dando-nos a possibilidade de compreender o sentido do fenômeno que é da esfera do vivido.

Quando falamos do vivido ou da vivência, nos referimos a atos como percepção, reflexão, lembrança, imaginação e fantasia que, segundo Ales Bello (2004), nos levam a 3 dimensões do humano: corpo, psique e espírito (relativo à produção de conhecimento). Vivenciamos esses atos a todo instante de nossa vida, não de forma isolada, uma vez que se dão em um fluxo, mas de modo processual, sempre em movimento. As vivências são importantes tanto para a constituição da subjetividade quanto para compreender como a pessoa se relaciona com o outro com o mundo.

Cardoso (2007) afirma que a pessoa está no mundo e a vivência é o que a põe em diálogo com esse mundo, isto é, é a vivência que permite o "dar-se conta" do modo de ser no mundo, permitindo que as situações vividas adquiram sentido, expressem sua própria maneira de ser no mundo.

No curso, com os alunos da Licenciatura em Matemática, nos interessava o modo pelo qual eles vivenciavam situações do fazer matemática, exploravam com RA e explicitavam, via linguagem, o sentido que estava se fazendo para eles. Com Husserl, se entende que qualquer conhecimento, mesmo o científico, origina-se no mundo em que vivenciamos nossas atividades, "o mundo da sensibilidade, /.../ em sua imensa variedade de ocorrências e experiências possíveis de serem vividas pelos humanos, individual e coletivamente, que é invariante em sua estrutura e generalidade." (Bicudo, 2011, p. 64, tradução nossa). É nesse mundo que o conhecimento científico, a objetividade, tem suas raízes.

Então, ao nos voltarmos para a vivência dos participantes no curso, procuramos entender como eles estão constituindo o conhecimento matemático, reativando o sentido da evidência originária.

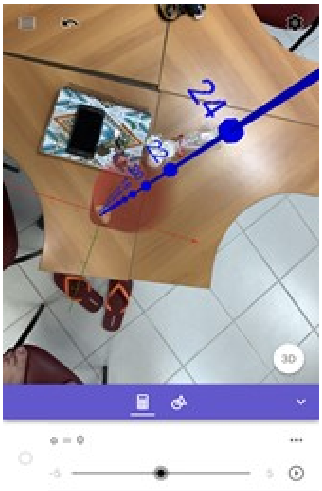
O que se mostra na vivência com os alunos durante o curso?

Considerar a vivência dos participantes é olhar para os modos pelos quais eles “se dão conta” dos objetos que exploram e como expressam o sentido que tais objetos vão adquirindo nesse movimento. No Quadro 1, trazemos um recorte de uma das situações ocorrida no terceiro encontro quando os participantes exploravam a tarefa de Superfícies Cilíndricas e Quádricas. A proposta da tarefa era que, dada a equação, os participantes manipulassem as constantes **m, n, o** e **p** para analisar as transformações gráficas. Para tanto, foram criados os controles deslizantes (**m, n, o** e **p**). Movendo-os, os alunos poderiam explorar as variações na superfície gerada, obtendo uma esfera, uma superfície cilíndrica e um elipsoide.

Como forma de registro das explorações solicitamos que, a cada construção, fosse feito um *print* da tela (captura de tela do smartphone) que deveria ser compartilhado no Google Drive. As imagens foram utilizadas como uma possibilidade[1088] para discutir a tarefa coletivamente e, no Quadro 1, trazemos uma delas.

Quadro 1.

Tarefa 1 - Exploração da equação $mx^2 + ny^2 + oz^2 = p^2$



Hércules: É uma bela visão (*risos*). **Participantes**: É um caderno. Um chinelo e um dedo (*risos*). **Helen**: É, a gente viu de cima. **Pesquisador**: Mas alguém duvida que isso daí é um cilindro? **Hércules**: É que a gente olhou de cima. **Pesquisador**: Será que se não tivesse a equação ali, os eixos… será que a gente iria falar que aquilo ali é um cilindro?

***Hércules**: Não sei se essa visão seria... se essa visão é mais confusa. Porque essa visão de cima, essa visão meio torta dele, às vezes a gente poderia pensar que era outra coisa. **Hélio**: Talvez a gente pudesse pensar que isso seria um cone. **Pesquisador**: Eu estava pensando exatamente no*

[1088] No decorrer das explorações em RA, outras discussões foram encaminhadas considerando-se as imagens em movimento (via controle deslizante) e o movimento da pessoa que fazia a exploração. Porém, também foi relevante discutir o que, na imagem estática, se mostrava aos participantes.

cone. Porque parece que ele faz assim, não é? (movimento com as mãos para expor a ideia de afunilar o cilindro). Parece que ele vai fechando. Mas não é! Vocês observaram que é um cilindro, correto? ***Hércules****: É que a gente olhou de outra perspectiva. Isso que ajuda a ver. Com a imagem parada assim já não ajuda.*

Hércules*: Porque nas imagens paradas, nos print, às vezes fica meio confuso. E isso que a gente faz aqui (momentos de exploração do curso), as variações, a gente fica olhando para todo lado. E a gente vai olhando de diferentes perspectivas.* ***Helen****: Eu achei interessante porque foi a partir de uma equação só. E podemos fazer variações e observar o que ocorre, e nós fizemos tudo.* ***[...]***

Pesquisador*: No elipsóide, dependendo de onde você olhar, você pode observar diferentes formas aparecendo.* ***Hércules****: Pode parecer uma esfera, se você olhar retinho assim num plano.*

Helen*: Dependendo do valor que você deixar, porque se você deixou só um pouquinho diferente vai ser uma elipse. Mas você vai conseguir observar que mudou só um pouquinho?* ***Hércules****: Sim, com certeza (concordando). Mas uma esfera é um elipsóide, não é?!* ***Pesquisador****: Sim, um elipsóide só que…* ***Hércules****: Os dois focos da elipse estão no mesmo lugar.* ***[...]***

Jennifer*: Eu já tinha usado o GeoGebra, mas não na parte de realidade aumentada. Então, dá uma outra visão quando você vê a figura e tudo mais.* ***Pesquisador****: O que vocês veem de diferente?* ***Hélio****: Acho que o que tem de diferente é que você consegue ver uma superfície assim, como se ela estivesse aqui na nossa sala, se você quer ver ela de lado, você só chega e vira assim para ver o lado. Se você quer ver ela de baixo, é só você se deitar e olhar por baixo. É como se fosse essa mesa aqui.* ***Hércules****: Acho que o diferente do Geogebra 3D do computador, do celular, que a gente já usava antes (referindo-se ao GeoGebra sem o recurso de RA), por exemplo, é que ali ainda é um negócio 2D. Na RA você tem a perspectiva toda, ainda não é um negócio 3D, mas parece muito mais 3D mesmo, muito mais tridimensional. Por exemplo, quando a gente desenha na lousa, tem toda uma distorção, é uma idealização, um recorte.*

Fonte: Elaborado pelos autores

O que se mostra significativo nesse diálogo para compreender a constituição de conhecimento? Conforme dissemos anteriormente, o conhecimento é constituído pela pessoa, em seus atos de consciência, atos intencionais. Constitui-se na vivência, nos modos de a pessoa voltar-se para as explorações que faz buscando compreendê-las, perceber o que se mostra, dar sentido ao que faz. Mas, o que se mostra? Nesse recorte mostram-se, especificamente, modos pelos quais os participantes interagem com a RA, *movem-se* para fazer as explorações. Destaca-se o movimento.

Merleau-Ponty (2018, p. 122), afirma que "o corpo é o veículo do ser no mundo e ter um corpo é, para um ser vivo, juntar-se a um meio definido, confundir-se com certos projetos, empenhar-se continuamente neles."

Corpo-próprio ou corpo vivente como diz Husserl, é uma totalidade constituída pelas esferas corpórea, psíquica e espiritual, as dimensões do humano que destacamos acima. É nesse organismo vivo que a vivência se dá (Bicudo, 2020). Assim, ao entender o corpo-próprio, podemos compreender o movimento da pessoa com a RA.

O corpo-próprio se move intencionalmente, o que significa dizer que ele realiza possibilidades; ele escolhe o lugar para ver, elege perspectivas e a motricidade é, então, certo modo de ser. Movendo-se ele faz mover, ligando-se por seus "fios intencionais aos objetos dados" (Merleau-Ponty, 2018, p. 153). Os "fios intencionais" é o que põe a pessoa no ato de exploração para ver o cilindro e entender que a esfera é um elipsoide. Não movemos "nosso corpo objetivo /.../ mas nosso corpo fenomenal /.../ potência de tais e tais regiões do mundo, que se levantava em direção aos objetos" (Merleau-Ponty, 2018, p. 154). No movimento do corpo-próprio a percepção se dá e o sentido vai se fazendo para a pessoa, pois a percepção é um acontecimento na corporeidade é o que abre um campo criador de sentido.

Com o aplicativo de RA os participantes do curso se movimentam no sentido de se deslocarem pela sala, mas também se movimentam para ver os objetos em diferentes perspectivas, assumem uma posição de abertura. Eles se voltam para os objetos virtuais visualizados, via tela do smartphone, no ambiente físico, procurando vê-los, entende-los e dizer o que se mostra para eles.

***Hércules**: É que a gente olhou de outra perspectiva. Isso que ajuda a ver. Com essa imagem parada assim (a do print) já não ajuda.*

O corpo-próprio é quem se posiciona e vê, sente, percebe. O ato de percepção vai se desdobrando em outros atos de compreensão e interpretação do visto, e é expresso.

***Hércules**: Porque nas imagens paradas, nos prints, às vezes fica meio confuso. E isso que a gente faz aqui (momentos de exploração do curso), as variações, a gente fica olhando para todo lado. E a gente vai olhando de diferentes perspectivas. **Helen**: Eu achei interessante porque foi a partir de uma equação só. E podemos fazer variações e observar o que ocorre.*

O sujeito da sensação não é nem um pensador que nota uma qualidade, nem um meio inerte que seria afetado ou modificado por ela; é uma potência que co-nasce em um certo meio de existência ou se sincroniza com ele. (Merleau-Ponty, 2018, p. 285).

Hélio*: se você quer ver ela de lado, você só chega e vira assim para ver o lado. Se você quer ver ela de baixo, é só você se deitar e olhar por baixo. É como se fosse essa mesa aqui.*

Os participantes interagem com a RA para analisar aspectos do objeto. Consideram que podem ver de diferentes perspectivas, pois podem se *posicionar*. Como corpo-próprio, se voltam para os objetos fazendo explorações para compreendê-lo. As compreensões vão sendo articuladas e expressas, gerando outro movimento: o da reativação da evidência originária. A pessoa é, portanto, sempre essa *potência* que conhece o modo pelo qual *é* e *se dirige* no/ao mundo, consciente das possibilidades para habitá-lo, constituir-se nele e constituir conhecimento.

Considerações Finais

O estudo realizado para conhecer as possibilidades de a pessoa constituir conhecimento matemático com a RA leva as diversas explorações. Compreende-se que a RA favorece o *movimento*. A pessoa se movimenta com a RA para atualizar uma possibilidade, para explorar, para verificar conjecturas, confirmar ou refutar hipóteses.

O corpo-próprio é quem, ao *voltar-se para*, vai se lançando ao que se mostra com a RA, movendo-se para encontrar o *melhor lugar* e *ver*. Conforme se entende com Merleau-Ponty (2018), o corpo-próprio é um sistema de ações possíveis e esse “melhor lugar” é eleito por ele para realizar a sua tarefa; “meu corpo está ali onde ele tem algo a fazer” (p. 336). Esse *ali* mostra-se para Hércules na possibilidade de mover-se e para Hélio no virar-se para ver de lado ou abaixar-se. Há nitidez na percepção que lhes oferece “um espetáculo tão variado e tão claramente articulado quanto possível” (Merleau-Ponty, 2018, p. 337), levando-os a fazer explorações, se expressarem e compreender matemática.

Pela RA revela-se elementos diversos e se abrem possibilidades de explorar e imaginar. Arriscamos a dizer, com Merleau-Ponty (2018) que os alunos reencontram, sob o saber objetivo, outro saber, aquele da experiência vivida, do sentido que lhe faz cada objeto matemático revisitado.

Referências

Ales Bello, A. (2004). *Fenomenologia e ciências humanas*: psicologia, história e religião. M. Mahfoud e M. Massini (Org. e Trad.). Bauru: EDUSC.

Azuma, R. T. (1997). *A Survey of Augmented Reality*. Presence: Teleoperators and Virtual Environments, 6(4), pp. 355-385. Disponível em: http://www.ronaldazuma.com/papers/ARpresence.pdf.

Bicudo, M. A. V. (2020). Pesquisa Qualitativa fenomenológica em Educação: possibilidades e desafios. *PARADIGMA (*(Edición Cuadragésimo Aniversario: 1980-2020), 30-56. http://revistaparadigma.online/ojs/index.php/paradigma/article/view/928/779

Bicudo, M. A. V. (2013). *Um ensaio sobre concepções a sustentarem sua prática pedagógica e produção de conhecimento* da Educação Matemática. In: Flores, C.R. & Cassiani, S. (Org.). Um ensaio sobre concepções a sustentarem sua (da educação matemática) prática pedagógica e produção de conhecimento. 1ªed.Campinas: Mercado das Letras, pp. 17-40.

Bicudo, M. A. F. (2011). The constitution of mathematical science from a phenomenological perspective. *RIPEM* – Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. SBEM. 9 (1), 54-67. http://sbemrevista.kinghost.net/revista/index.php/ripem/article/view/1125/pdf

Cardoso, C. L. (2007). *Um estudo fenomenológico sobre a vivência em família*: com a palavra a comunidade. 212f. Tese (Doutorado em Psicologia). Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro. Disponível em https://www.maxwell.vrac.puc-rio.br/11321/11321_1.PDF.

Kirner, C.; Kirner, T. G. (2011). Evolução e Tendências da Realidade Virtual e da Realidade Aumentada. In: SYMPOSIUM ON VIRTUAL REALITY AND AUGMENTED REALITY, 13., 2011. *Anais* … Uberlandia. Realidade Virtual e Aumentada: Aplicações e Tendências. Uberlandia: SBC - Sociedade Brasileira de Computação. Disponível em: http://de.ufpb.br/~labteve/publi/2011_svrps.pdf.

Lemos, A. (2002). *Cibercultura, tecnologia e vida social na cultura contemporânea*. Porto Alegre: Sulina.

Merleau-Ponty, M. (2018). *Fenomenologia da Percepção*. São Paulo: Martins Fontes.

Pereira, A. L. (2022). *Realidade Aumentada e o Ensino de Cálculo*: possibilidades para a constituição de conhecimento. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista, Unesp. Disponível em: https://repositorio.unesp.br/handle/11449/235076

Schuster, P. E. S., & Rosa, M. (2021). Realidade Aumentada e a Cyberformação de uma Professora de Matemática: Pontos Críticos de Funções de Duas Variáveis. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática – JIEEM*, 14(2), 130-141. https://jieem.pgsskroton.com.br/article/view/9128.

Sokolowski, R. (2004). *Introdução à Fenomenologia*. São Paulo: Loyola.

Stewart, J. (2013) *Cálculo, Volume 2*. ed. 7, São Paulo: Cengage Learning, 2013.

Venturin, J. A. & Silva, A. A. (2014). A postura fenomenológica nas pesquisas em Educação Matemática. In: I Simpósio Educação Matemática em Debate, 2014. Joinville. *Anais eletrônicos* ... (pp. 239-251). Joinville: Universidade do Estado de Santa Catarina. http://www.revistas.udesc.br/index.php/matematica/article/view/4763/3447.

Atividades didáticas que relacionam a criptografia, as matrizes e as planilhaseletrônicas do *Excel*

Didactic activities relating to cryptography, matrices and Excel spreadsheets

Actividades didácticas relacionadas con criptografía, matrices y hojas de cálculode Excel

Bárbara Elisa Kranz[1089]
Secretária Municipal de Educação – Montenegro/RS
https://orcid.org/0000-0002-5686-0005

Clarissa de Assis Olgin [1090]
Universidade Luterana do Brasil
https://orcid.org/0000-0001-5560-9276

Modalidade: Comunicação Científica
Núcleo Temático: Tecnologia digital e outros recursos para o ensino e aprendizagem da matemática

Resumo

A utilização de temáticas como, uma abordagem curricular, possibilita a integração de assuntos importantes e de interesse dos alunos, a fim de contextualizar os conteúdos ministrados em sala de aula. Do mesmo modo, as Tecnologias da Informação e Comunicação se fazem cada vez mais necessárias no ambiente escolar, pois propiciam a construção e compreensão dos conhecimentos matemáticos pelos alunos. Assim, um temaque possibilita elencar conteúdos matemáticos, mediante a sua parte histórica e relevânciana vida contemporânea, com recursos tecnológicos é a criptografia. Dessa maneira, a presente pesquisa tem o intuito de apresentar as atividades desenvolvidas para uma sequência didática que relaciona o tema criptografia com o conteúdo de matrizes, do Ensino Médio, com a utilização das planilhas eletrônicas do *Excel*. Os resultados provêm de uma análise qualitativa do objeto em estudo. Constatou-se que as atividades didáticasdesenvolvidas por meio do tema criptografia podem contribuir para o ensino do conteúdode matrizes, visto que possibilitam apresentar a aplicabilidade do conteúdo com o tema, bem como permitem o uso das planilhas eletrônicas do *Excel*, como recurso facilitador do processo de resolução.

***Palavras-chave*:** Currículo de Matemática, Ensino Médio, Criptografia, Matrizes, Planilhas eletrônicas do *Excel*.

Abstract

[1089] barbaraelisa13@hotmail.com
[1090] clarissa_olgin@yahoo.com.br

The use of themes such as a curricular approach, allows the integration of important issuesand students' interest, in order to contextualize the contents taught in the classroom. Likewise, Information and Communication Technologies are increasingly necessary in the school environment, as they provide the construction and understanding of mathematical knowledge by students. Thus, a topic that makes it possible to list mathematical content, through its historical part and relevance in contemporary life, withtechnological resources is cryptography. In this way, the present research aims to presentthe activities developed for a didactic sequence that relates the topic of cryptography withthe content of matrices, from High School, with the use of Excel spreadsheets. The resultscome from a qualitative analysis of the object under study. It was found that the didacticactivities developed through the cryptography theme can contribute to the teaching of thecontent of matrices, since they make it possible to present the applicability of the contentwith the theme, as well as allow the use of Excel spreadsheets, as a facilitator resource ofthe resolution process.

Keywords: Mathematics curriculum, High School, Cryptography, Matrices, Excel spreadsheets.

Resumen

El uso de temas como enfoque curricular, permite la integración de temas importantes y de interés de los estudiantes, con el fin de contextualizar los contenidos que se imparten en el aula. Asimismo, las Tecnologías de la Información y la Comunicación son cada vezmás necesarias en el ámbito escolar, ya que facilitan la construcción y comprensión del conocimiento matemático por parte de los estudiantes. Así, un tema que permite relacionar contenidos matemáticos, a través de su parte histórica y relevancia en la vida contemporánea, con recursos tecnológicos es la criptografía. De esta forma, la presente investigación tiene como objetivo presentar las actividades desarrolladas para una secuencia didáctica que relaciona el tema de la criptografía con el contenido de matrices,desde la Enseñanza Media, con el uso de hojas de cálculo Excel. Los resultados provienende un análisis cualitativo del objeto de estudio. Se constató que las actividades didácticasdesarrolladas a través del tema criptografía pueden contribuir a la enseñanza del contenido de matrices, ya que posibilitan presentar la aplicabilidad del contenido con el tema, así como permiten el uso de hojas de cálculo de Excel, como un recurso facilitadordel proceso de resolución.

Palabras clave: Currículo de Matemáticas, Escuela secundaria, Criptografía, Matrices, hojas de cálculo de Excel.

Introdução

Visando o ensino dos conteúdos de Matemática de forma contextualizada noEnsino Médio, compreende-se que uma abordagem por meio de temáticas relevantes paraa formação dos estudantes pode contribuir significativamente para a aprendizagem. Paratal, o Currículo de

Matemática pode ser esquematizado a partir de uma rede de assuntosque propiciem aos alunos aprender e interagir com diferentes realidades (Azcárate, 1997).

Ainda, os documentos curriculares brasileiros vêm recomendando o trabalho pormeio de temáticas, como os Temas Transverais (Brasil, 1997) e os Temas Contemporâneos Transverais (Brasil, 2019), bem como a necessidade de mostrar a aplicabilidade dos conteúdos em contextos do cotidiano de modo a contribuir para aformação cidadã dos estudantes (Brasil, 1998, 2000, 2013, 2018; Kranz & Olgin, 2021). Pensando em uma perspectiva no ensino de Matemática, Olgin (2015) propõem a inserção de assuntos relevantes para relacionar à vida contemporânea com os conteúdosmatemáticos, mediante as Temáticas de Interesse para o Currículo de Matemática do Ensino Médio. Dentre as temáticas estabelecidas por Olgin (2015), empregou-se, paraeste estudo, o Conhecimento Tecnológico e a Contemporaneidade, visto que abarcam autilização das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) e questões oriundas da vida em sociedade.

Um tema que abrange as temáticas citadas é a criptografia, pois possibilita contextualizar diferentes conteúdos matemáticos, como aritmética, análise combinatória, estatísticas, funções, matrizes, entre outros (Groenwald & Olgin, 2011; Olgin, 2011; Santos, 2013; Litoldo, 2016; Sousa & Pires, 2018). Além de permitir empregar as TIC como recurso facilitador para solucionar problemas relacionados com as cifras ou códigos. Dessa maneira, os conteúdos matemáticos podem ser desenvolvidos por meio de atividades didáticas de codificação e decodificação, a fim de aprimorar os conceitos estudados e atribuir significados para a aprendizagem dos estudantes do Ensino Médio (Olgin, 2011; Rosseto, 2018).

A criptografia refere-se a arte ou ciência de escrever em código, de forma que emergiu da necessidade de transmitir mensagens de forma eficientes e seguras sem que oseu conteúdo fosse interceptado por estranhos (Terada, 1988; Urgellés, 2018). Existem vestígios da utilização de uma escrita secreta no sistema de escrita hieroglífica dos egípcios e dos romanos, que a aplicavam para transmitir seus planos de batalha (Tamarozzi, 2001). Aliás, as guerras foram uma das principais fontes de desenvolvimentode métodos de criptografia, devido a exigência de uma comunicação segura entre os aliados.

Assim, o objetivo deste artigo é apresentar as atividades desenvolvidas para uma sequência didática[1091] que relaciona o tema criptografia ao conteúdo de matrizes, do Ensino Médio, com a utilização das planilhas eletrônicas do *Excel*.

Referencial teórico

Nas últimas décadas, vem ganhando força no currículo escolar do Brasil, as discussões em torno de um ensino contextualizado, mediante aplicabilidade dos conteúdos em contextos do cotidiano, e do trabalho por meio de temáticas importantes para a vida em sociedade. Visto que, o cenário educacional brasileiro necessita de mudanças que reflitam a realidade dos estudante, a fim de formar cidadãos cientes de seupapel na sociedade.

Para tanto, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) traziam os TemasTransversais (TT) com o propósito de contextualizar as teorias de sala de aula comsituações de caráter social (Brasil, 1997; Barbosa, 2013). Enquanto, os ParâmetrosCurriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM) destacavam a relevância de umaabordagem contextualizada e interdisciplinar dos conhecimentos escolares (Brasil, 2000).Ao encontro dos PCN e PCNEM, as Orientações Curriculares do Ensino Médio (OCEM) e as Diretrizes Curriculares Nacionais (DCN) ressaltavam a importância dotrabalho com temáticas e do ensino contextualizado, pois viabilizam significar, relacionare mostrar a aplicabilidade dos conteúdos em atividades cotidianas dos alunos (Brasil, 2006, 2013).

Por ora, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) mantém-se alinhada aos demais documentos curriculares brasileiros (Brasil, 1997, 2000, 2006, 2013) ao indicar anecessidade de as instituições de ensino desenvolverem um trabalho com temas contemporâneos em seus currículos (Brasil, 2018). Para tal propósito, trouxe os Temas Contemporâneos Transversais (TCT) que "[...] buscam uma contextualização do que é ensinado, trazendo temas que sejam de interesse dos estudantes e de relevância para seu desenvolvimento como cidadão" (Brasil, 2019, p. 7).

Dessa maneira, os TCT são assuntos que versam as questões das vivências da comunidade escolar, da contemporaneidade e que possam ser trabalhados de forma transversal

[1091] Sequência didática desenvolvida para a dissertação "Caminhos para o Currículo de Matemática do Ensino Médio: contextualizando o conteúdo de matrizes com o tema criptografia" (Kranz, 2021).

e integradora nas disciplinas escolares (Brasil, 2019; Viçosa *et al*., 2020). Esses temas visam contemplar assuntos relativos à utilização do dinheiro, a saúde, ao meio ambiente, as tecnologias digitais, a sustentabilidade, o respeito a diversidade, entreoutros (Brasil, 2019).

De antemão, há uma preocupação em se trabalhar com temáticas que sejam de interesse dos alunos, uma vez que possibilitam relacionar os conhecimentos escolares a situações contextualizadas. Para tal, é primordial produzir propostas de pesquisas acadêmicas que visem a contextualização dos conteúdos com a utilização de temáticas, sendo este um forte potencial para o ensino de Matemática.

Á vista disso, as Temáticas de Interesse vêm ao encontro dessa proposta, uma vezque integram os conteúdos matemáticos a temas que podem ser abordados ao longo do Currículo de Matemática, por meio de um conjunto de critérios estabelecidos para a seleção desses assuntos, de forma a propiciar "uma Educação Crítica, transformadora, reflexiva, rica em contextos, permitindo ao estudante envolver-se em cada assunto de forma a revisar, aprofundar, exercitar e estudar os conteúdos dessa área do saber" (Olgin,2015, p. 130).

Diante de tais aspectos, as Temáticas de Interesse foram classificadas em Contemporaneidade, Político-Social, Cultura, Meio Ambiente, Conhecimento Tecnológico, Saúde, Temáticas Locais e Intramatemática (Olgin, 2015). Na pesquisa realizada, utilizaram-se as temáticas Conhecimento Tecnológico e Contemporaneidade nesta pesquisa, visto que possibilitam a utilização das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) e viabilizar a aplicabilidade de assuntos oriundos da vida emsociedade.

Deste modo, um tema que contempla as temáticas acima é a criptografia, já que se relaciona com os conteúdos matemáticos de aritmética, aritmética modular, função linear, função quadrática, função exponencial, função logarítmica, polinômios e matrizes(Groenwald & Olgin, 2011; Olgin, 2011; Santos, 2013; Litoldo, 2016; Sousa & Pires, 2018). Isto é, este tema viabilizada a aplicabilidade desses conteúdos que podem ser desenvolvidos por meio de atividades didáticas de codificação e decodificação, com o propósito de aprimorar e atribuir significados para a aprendizagem dos estudantes do Ensino Médio (Olgin, 2011; Rosseto, 2018).

Mediante o elucidado, verifica-se que o trabalho com temáticas é próprio para o Currículo de Matemática do Ensino Médio, pois oportuniza desenvolver "[...] valores sociais, culturais, políticos, econômicos, de forma a atender as necessidades e objetivos dos sujeitos envolvidos [...]" (Olgin, 2015, p. 65), do mesmo modo que contribui para a formação de cidadãos atuantes e comprometidos com a sociedade. Além disso, a criptografia é um tema que pode ser aplicado, por meio de uma sequência de atividades que explorem sua história, os conteúdos matemáticos e as tecnologias digitais, para desenvolver o conteúdo de matrizes.

Metodologia

Neste artigo apresenta-se a etapa da pesquisa relacionada a construção e análise de atividades didáticas com o tema criptografia e o uso de recursos tecnológicos. Essa etapa da investigação está pautada em uma abordagem qualitativa, que deteve-se a elaborar e analisar as atividades desenvolvidas para uma sequência didática envolvendo o tema criptografia para a contextualização do conteúdo de matrizes, empregando as planilhas eletrônicas do *Excel*. Dessa forma, a pesquisa estruturou-se em três fases, sendoelas: organização de um referencial teórico que desse suporte para elaboração das atividades, visando contemplar um ensino contextualizado com a utilização de recursos tecnológicos que pudessem contribuir para o processo de ensino e aprendizagem do conteúdo abordado; em seguida, se teve a investigação e elaboração de atividadesdidáticas relacionadas com cifras históricas e o conteúdo de matrizes, buscando propiciaraos estudantes sentido ao conteúdo em estudo; e, por fim, foi realizada a análise das atividades propostas na sequência didática.

Apresentação e análise das atividades didáticas

As atividades desenvolvidas para a sequência didática contemplaram a parte histórica da criptografia, por meio das Cifras de Vigenère, Playfair, ADFGVX e Hill. Assim, está proposta vai ao encontro do que propõem a BNCC de desenvolver em sala de aula atividades que abarcam os conhecimentos historicamente construídos, a fim de valorizar e compreender a sociedade atual (Brasil, 2018). Ainda, foram elaboradasatividades que relacionaram o tema com o conteúdo de matrizes, mediante a Cifra MKO[1092]que explora as operações com matrizes.

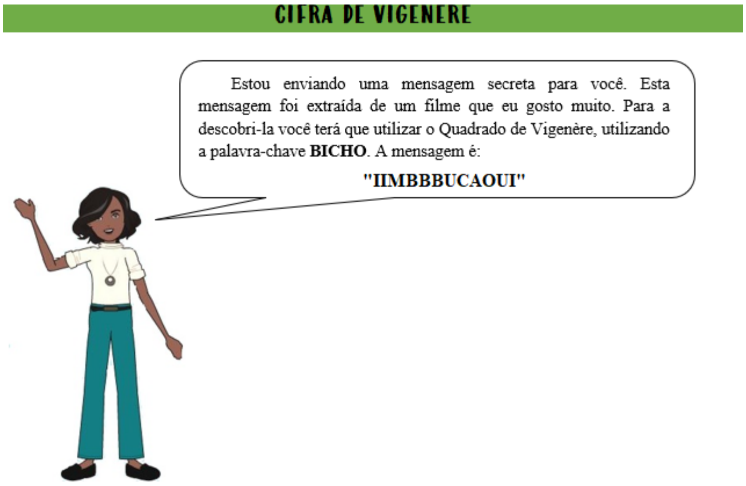
[1092] As atividades com a Cifra MKO foram elaboradas para a dissertação, a fim de contextualizar o ensino de matrizes por meio do tema criptografia, empregando as planilhas eletrônicas do *Excel* para a sua resolução.

Para este artigo, apresenta-se uma atividade das Cifras de Vigenère, contemplandoa parte histórica, e duas atividades da Cifra MKO, contextualizando o conteúdo de matrizes por meio do tema criptografia.

A Cifra de Vigenère é um método criptográfico de substituição polialfabética, idealizada por Blaise de Vigenère, no século XVI. É formado por um Quadrado compostode 26 linhas por 26 colunas, no qual está inserido um alfabeto simples e outros 25 alfabetos criptografados (Singh, 2003; Urgellés, 2018). Necessita de uma palavra-chave para a codificação ou decodificação da mensagem, a qual definirá quais os alfabetos serãoutilizados no processo. A Figura 1 apresenta uma atividade criada com a Cifra de Vigenère.

Figura 1.

Atividade com a Cifra de Vigenère (Kranz, 2021, p. 83)



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
A	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
B	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A
C	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B
D	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C
E	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D
F	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E
G	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F
H	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G
I	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H
J	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I
K	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
L	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
M	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
N	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
O	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
P	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
Q	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
R	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
S	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
T	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S
U	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
V	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U
W	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V
X	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W
Y	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X
Z	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y

Para decodificar a mensagem "IIMBBBUCAOUI" realiza-se a correspondência da mensagem com a palavra-chave "BICHO", letra por letra (repetindo a palavra-chave até completar a mensagem). Após, com o auxílio do Quadrado de Vigenère, identifica-sena linha da letra da palavra-chave a localização da letra correspondente da mensagem, para substituir a letra que aparece na interseção da coluna.

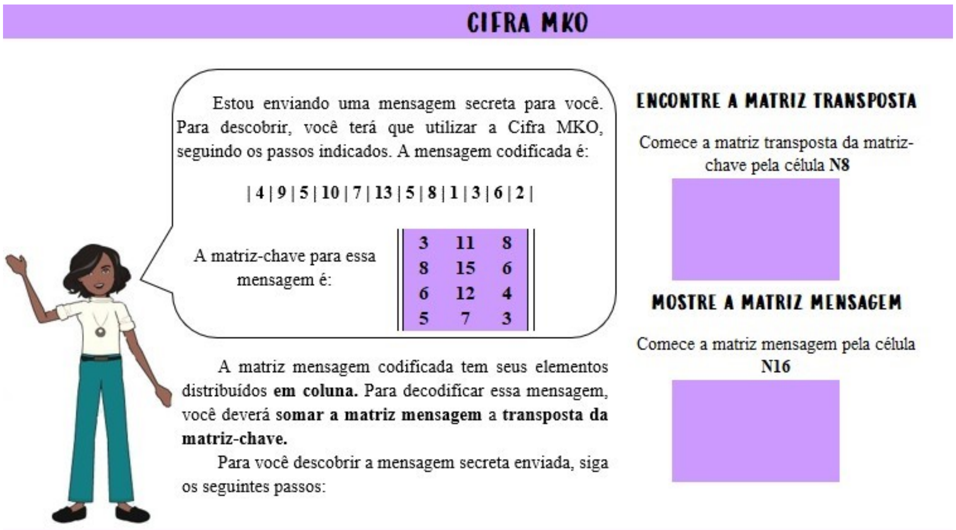
Ao utilizar as planilhas eletrônicas do *Excel* para decodificação de uma mensagemcom a Cifra de Vigenère é possível organizar individualmente as letras da mensagem (ideia que remete a distribuição de elementos de matrizes) e reorganizar (destacando ou deslocando) as linhas (alfabetos) do Quadrado de Vigenère, a fim de auxiliar na correspondência das letras da mensagem e da palavra-chave (Brasil, 2006; Kranz, 2021). Também pode-se explorar os conceitos de linha, coluna e elementos de matriz, visto queo Quadrado de Vigenère assemelha-se com uma matriz de ordem 26x26 (Kranz, 2021).

A Cifra MKO elaborada para a sequência didática com o intuito de explorar a ordem das matrizes, a matrizes identidade, a matriz transposta, a matriz inversa e as operações de adição, subtração, multiplicação da matriz por um escalar e multiplicaçõesentre matrizes, a partir da codificação de decodificação de mensagens (Kranz, 2021).

A Figura 3 apresenta uma atividade criada com a Cifra MKO, que explora a matriz transposta e a adição de matrizes.

Figura 3.

Atividade com a Cifra MKO: adição e matriz transposta (Kranz, 2021, p. 92)



REVELE A MATRIZ ORIGINAL

Comece a matriz original pela célula V8

QUAL É A MENSAGEM?

Utilize o alfabeto codificar/decodificar ao lado para descobrir a mensagem

ALFABETO

CODIFICADOR / DECODIFICADOR

A	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**	**G**
5	4	7	6	9	8	11
H	**I**	**J**	**K**	**L**	**M**	**N**
10	13	12	15	14	17	16
O	**P**	**Q**	**R**	**S**	**T**	**U**
19	18	21	20	23	22	25
V	**W**	**X**	**Y**	**Z**	**Ç**	*****
24	27	26	29	28	31	30

Para decodificar a mensagem "| 4 | 9 | 5 | 10 | 7 | 13 | 5 | 8 | 1 | 3 | 6 | 2 |" precisa-se transformar a mensagem em uma matriz, cuja ordem possibilite somar com a matriz transposta[1093] da matriz-chave. Feita a adição[1094], realiza-se a correspondência entre os valores da matriz com as letras do alfabeto.

Já, a Figura 4 traz uma atividade criada com a Cifra MKO, envolvendo a matriz inversa e a multiplicação entre matrizes.

Figura 4.

Atividade com a Cifra MKO: multiplicação e matriz inversa (Kranz, 2021, p. 92)

[1093] Para determinar a matriz transporta com as planilhas do *Excel*, inicialmente é preciso selecionar a quantidade de células na planilha correspondente a matriz transposta que será obtida. Em seguida, inserir os comandos "= TRANSPOR (seleciona a matriz) + ENTER" e obtém-se a matriz transposta desejada.

[1094] Para determinar a adição ou subtração de matrizes com as planilhas do *Excel*, primeiro deve-se selecionara quantidade de células na planilha correspondente a matriz resultante desta operação. Em seguida, insere-se os comandos "= (seleciona a primeira matriz) ± (seleciona a segunda matriz) + ENTER" e obtém-se a adição ou subtração de matrizes pretendida.

CIFRA MKO

Estou enviando uma mensagem secreta para você. Para descobrir, você terá que utilizar a Cifra MKO, seguindo os passos indicados. A mensagem codificada é:

| 5 | 30 | 15 | 5 | 16 | 51 | 17 | 13 | 10 | 31 | 11 | -5 |

| -30 | -14 | -5 | -13 | -72 | -17 | -17 | -4 | -40 | -13 |

A matriz-chave para essa mensagem é: $\begin{Vmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -3 \end{Vmatrix}$

A matriz mensagem codificada tem seus elementos distribuídos **em coluna.** Para decodificar essa mensagem, você deverá **multiplicar a matriz mensagem** pela **inversa da matriz-chave.**

Para você descobrir a mensagem secreta enviada, siga os seguintes passos:

ENCONTRE A MATRIZ INVERSA

Comece a matriz inversa da matriz-chave pela célula **Q6**

MOSTRE A MATRIZ MENSAGEM

Comece a matriz mensagem pela célula **M11**

REVELE A MATRIZ ORIGINAL

Comece a matriz original pela célula **AA6**

QUAL É A MENSAGEM?

Utilize o alfabeto codificar/decodificar ao lado para descobrir a mensagem

ALFABETO

CODIFICADOR / DECODIFICADOR

A	B	C	D	E	F	G
5	4	7	6	9	8	11
H	I	J	K	L	M	N
10	13	12	15	14	17	16
O	P	Q	R	S	T	U
19	18	21	20	23	22	25
V	W	X	Y	Z	Ç	*
24	27	26	29	28	31	30

Para decodificar a mensagem "| 5| 30 | 15 | 5 | 16 | 51 | 17 | 13 | 10 | 31 | 11 | -5 | -30| -14| -5 | -13 | -72 | -17 | -17 | -4 | -40 | -13 |" precisa-se transformar a mensagem em uma matriz, cuja ordem possibilite multiplicar com a matriz inversa[1095] da matriz-chave. Feita a multiplicação[1096], realiza-se a correspondência entre os valores da matriz com as letras do alfabeto.

Ao manipular as planilhas eletrônicas do *Excel* para decodificação ou codificaçãode uma mensagem com a Cifra MKO, propicia-se (re)organizar os dados inseridos (destacando e

---

[1095] Para determinar a matriz inversa com as planilhas eletrônicas do *Excel*, inicialmente é preciso selecionara quantidade de células no *software* que corresponde a matriz resultante da inversa. Em seguida, insere-se os comando "*MATRIZ.INVERSO (seleciona a matriz) + (CTRL+ SHIF + ENTER)*" e obtém-se a matriz inversa.

[1096] Para realizar a multiplicação entre matriz nas planilhas eletrônicas do Excel, inicialmente é preciso selecionar a quantidade de células no programa correspondente a matriz resultante da multiplicação. Em seguida, insere-se os comandos "= MATRIZ.MULTI (seleciona a primeira matriz) ; (seleciona a segundamatriz) +(CTRL + SHIFT + ENTER)" e obtém-se o produto das matrizes.

descolando) as matrizes, usufruindo da criatividade. Ainda, as planilhas permitem que os estudantes explorem os conceitos do conteúdo de matrizes (matriz transposta, matriz inversa, adição de matrizes, subtração de matriz, multiplicação de matriz por um escalar e multiplicação entre matrizes), pois para realizar os cálculos, por exemplo de matriz adição de matriz é preciso saber a definição, ou seja, as matrizes precisam ser de mesma ordem, caso contrário a planilha não dá o retorno correto (Flores,2021; Kranz, 2021).

As atividades apresentadas exemplificam possibilidades didáticas que podem ser exploradas em sala de aula a fim de potencializar o ensino do conteúdo de matrizes, pois apresenta-o de forma contextualizada por meio do tema criptografia e o uso de recursos tecnológicos.

Conclusão

As atividades desenvolvidas para a sequência didática possibilitaram apresentar a criptografia como um conhecimento historicamente construído (Brasil, 2018), por meio da proposta das cifras históricas. Assim como, apresentar as suas aplicabilidades ao relacionar com o conteúdo de matrizes. Ainda, as planilhas eletrônicas do *Excel* auxiliaram na resolução das atividades, por meio da distribuição dos elementos que remete as matrizes, da organização e dos comandos para os cálculos com matrizes (Brasil,2006; Dellinghausen, Galle & Olgin, 2017; Flores, 2021).

Portanto, identifica-se que atividades didáticas desenvolvidas a partir de temáticas, podem contribuir para o ensino de conteúdos matemáticos de modo a favorecera aprendizagem dos alunos, visto que possibilitam demonstrar a aplicabilidade dos conteúdos em situações do cotidiano (Olgin, 2015).

Referências

Azcárate, P. (1997). ¿Qué matemáticas necesitamos para comprender el mundo actual? *Revista Investigación em l Escuela*, 32, 77-85.

Barbosa, L. M. S. (2013). *Temas transversais*: como utilizá-los na prática educativa? Curitiba: Editora InterSaberes

Dellinghausen, F. & Galle, V. M. & Olgin, C. A. (2017). Utilização de planilha eletrônicano processo de ensino e aprendizagem de matrizes e sistemas (pp. 1-9). In Anais, 7. *Congresso Internacional de Ensino da Matemática*. 2017, Canoas, RS. Anaiseletrônico.

Flores, J. B. (2021). Mapeamento de pesquisas sobre o ensino de Matemática com planilhas eletrônicas no Ensino Fundamental e Médio. *Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática*, 1, 49-65.

Groenwald, C. L. O., & Olgin, C. A. (2011). *Criptografia e o Currículo de Matemática no Ensino Médio. Revista de Educação Matemática*, 13 (15), 70-78.

Kranz, B. E. & Olgin, C. A. (2021, abri/junho). *Construção de conhecimentos matemáticos utilizando a temática criptografia para o Ensino Médio*. REnCiMa,12(3), 1-21.

Kranz, B. E. (2021). *Caminhos para o Currículo de Matemática do Ensino Médio*: contextualizando o conteúdo de matrizes por meio do tema criptografia. [Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Luterana do Brasil].

Litoldo, B. F. (2016). *As potencialidades de atividades pedagógicas envolvendo problemas criptográficos na exploração das ideias associadas à função afim*. [Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista]. http://hdl.handle.net/11449/141470

Ministério da Educação (MEC). (1997). *Parâmetros Curriculares Nacionais: introduçãoaos parâmetros curriculares nacionais*. Diário Oficial, República Federativa do Brasil, Brasília.

Ministério da Educação (MEC). (1998). Resolução nº 3, de 21 de novembro de 2018. *Institui Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio*. Diário Oficial, República Federativa do Brasil, Brasília.

Ministério da Educação (MEC). (2000). Resolução CEB nº 3, de 26 de junho de 1998. *Institui Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio*. Diário Oficial, República Federativa do Brasil, Brasília.

Ministério da Educação (MEC). (2006). *Institui Orientações Curriculares para o EnsinoMédio*. Diário Oficial, República Federativa do Brasil, Brasília.

Ministério da Educação (MEC). (2013). Resolução nº 4, de 13 de julho de 2010. *Institui Diretrizes Curriculares Gerais da Educação Básica*. Diário Oficial, República Federativa do Brasil, Brasília.

Ministério da Educação (MEC). (2018). Resolução CNE/CP nº 2, de 22 de dezembro de2017. *Institui Base Nacional Comum Curricular*. Diário Oficial, República Federativa do Brasil, Brasília.

Ministério da Educação (MEC). (2019). *Temas Contemporâneos Transversais na BNCC: contexto histórico e pressupostos pedagógicos*. Diário Oficial, República Federativa do Brasil, Brasília.

Ministério da Educação (MEC). (2019). *Temas Contemporâneos Transversais na BNCC: proposta de práticas de implementação*. Diário Oficial, República Federativa do Brasil, Brasília.

Olgin, C. A. (2011). *Currículo no Ensino Médio: uma experiência com o tema criptografia*. [Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Luterana do Brasil].

Olgin, C. A. (2015). Critérios, possibilidades e desafios para o desenvolvimento de temáticas no Currículo de matemática do Ensino Médio. [Tese de Doutorado em Ensino de

Ciências e Matemática, Universidade Luterana do Brasil]. http://www.ppgecim.ulbra.br/teses/index.php/ppgecim/article/view/214/204

Rosseto, C. K. (2018). *Criptografia como recurso didático: uma proposta metodológicaaos professores de matemática*. [Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho"]. http://hdl.handle.net/11449/152825

Santos, J. L. (2013). *A arte de cifrar, criptografar, esconder e salvaguardar como fontes motivadoras para atividades de matemática básica*. [Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal da Bahia]. http://repositorio.ufba.br/ri/handle/ri/22928

Singh, S. (2003). *O Livro dos Códigos*: A Ciências do Sigilo - do Antigo Egito à Criptografia Quântica. Rio de Janeiro, RJ: Editora Record.

Sousa, D. P. de & Pires, J. D. (2018). Criptoanálise como proposta didática para o ensinode estatística. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, 9(2), 1-11.

Tamarozzi, A. C. (2001). Codificando e decifrando mensagens. *Revista do Professor de Matemática*,45, 41-43.

Terada, R. (1988). Criptografia e a importância das suas aplicações. *Revista do Professorde Matemática*, 12, 1-7.

Urgellés, J. G. (2018). *Matemática y códigos secretos*. Barcelona: Editora RBA Libros.

Viçosa, C. S. C. L. et al. (2020, novembro) Concepções de licenciados acerca de abordagens transversais no ensino de Ciências. *REnCiMa*, 11(7), 180-197.

O aplicativo Desmos e a Função Afim: explorações na sala de aula de matemática

The Desmos app and the affine function: explorations in the math classroom

La aplicación Desmos y la función afín: exploraciones en el aula de matemáticas

Jair Dias de Abreu[1097]
Universidade Estadual da Paraíba - UEPBhttps://orcid.org/0000-0002-8844-2406

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Tecnologia digital e outros recursos para o ensino e aprendizagem da matemática.

Resumo

O presente artigo traz discussões, reflexões e resultados quanto ao uso do aplicativo Desmos no ensino da Função Afim em uma atividade de pesquisa desenvolvida a nível de mestrado. Apresentamos aqui um recorte, focando neste momento da pesquisa. O objetivo consiste em explorar o aplicativo Desmos na tentativa de verificar suas potencialidades e limitações enquanto recurso didático e consequentemente suas contribuições para a aprendizagem da Função Afim. A pesquisa tem caráter qualitativo efoi desenvolvida na perspectiva de pesquisa pedagógica. A atividade envolveu alunos da1ª série do Ensino Médio de uma escola pública durante seis aulas de 45 minutos cada. Ao final, aplicamos um questionário de forma escrita para que os alunos pudessem expressar sua opinião sobre a atividade. Inicialmente a prática em sala se deu por meio da abordagem do conteúdo de Função Afim paralelamente a exploração dasfuncionalidades do aplicativo Desmos. Nas últimas aulas, foi direcionado aos alunos um problema onde os mesmos ficaram à vontade para explorá-lo usando o aplicativo. Os resultados obtidos nos mostram que o uso do aplicativo Desmos possibilitou uma melhorotimização do tempo na exploração do conteúdo, uma melhor interpretação dos dados pormeio da construção de tabelas, representação algébrica e gráfica. Nos chama atenção a mobilidade proporcionado pelo aplicativo Desmos e sua interatividade, estimulando o diálogo na sala de aula entre os alunos e consequentemente a formalização de conceitos e fortalecimento de ideias matemáticas.

Palavras-chave: Aprendizagem Móvel, Aplicativos Móveis, Desmos, Tecnologias Digitais, Álgebra.

Abstract

This article brings discussions, reflections and results regarding the use of the Desmos app in the teaching of the Affine Function in a research activity developed at the master'slevel. We present here a clipping, focusing on this momento of the research. The objectiveis to explore the Desmos app in an attempt to verify its potenciais and limitations to the teaching and learning of

[1097] jairedmat@gmail.com

the Affine Function. The research has a qualitative character and was developed from the perspective of pedagogical research. The activity involved students from the first grade of high school at a public school during six classes of 45 minutes each. At the end, we applied a written questionnaire so that the students could express their opinion about the activity. Initially, the practice in the classroom took placethrough the approach of the Affine Function contente in parallel with the exploration of the Desmos application’s functionalities. In the last classes, a problem was addressed to students where They were free to explore it using the application. The results obtained show us that the use of the Desmos app allowed for a better oprtimization of time in the exploration of the contente, a better interpretation of the data through the construction oftables, algebraic and graphical representation. The mobility provided by the Desmos appand its interactivity draws our attention, stimulating dialogue in the classroom between students and consequently the formalizations of concepts and strengthening of mathematical ideas.

Keywords: Mobile Learning, Mobile App, Desmos, Digital Technologies, Albegra.

Resumen

Este artículo trae discusiones, reflexiones y resultados sobre el uso de la aplicación Desmos en la enseñanza de la Función Afín en una actividad de investigación desarrollada a nível de maestria. Presentamos aqui um recorte, centrándonos em este momento de la investigación. El objetivo es explorar la aplicación Desmos en um intento de verificar supotencial y limitaciones como recurso didáctico y consequenetemente sus aportes a la enseñanza y aprendizaje de la Función Afín. La investigación tiene um carácter cualitativo y se desarrolló desde la perspectiva de la investigación pedagógica. Laactividad involucró a estudiantes del 1° grado de secundaria de una escuela pública durante seis clases de 45 minutos cada una. Al final, aplicamos um cuestionario escrito para que los alunos pudieran expressar su opinión sobre la actividad. Inicialmente, la práctica en el aula se llevó a cabo mediante el abordaje de los contenidos Affine Functionen paralelo con la exploración de las funcionalidades de la aplicación Desmos. En las últimas clases se abordo un problema a los estudiantes donde tenían la liberdad de explorarlo usando la aplicación. Los resultados obtenidos nos muestran que el uso de la aplicación Desmos permitió una mejor optimización del tiempo en la exploración del contenido, uma mejor interpretación de los datos a través de la construcción de tablas, reprsentación algebraica y gráfica. Llama la atención la movilidad que brinda la aplicación Desmos y su interactividad, estimulando el diálogo en el aula entre los estudiantes y consecuentemente la formalización de conceptos y fortalecimento de las ideas matemáticas.

Palabras clave: Aprendizaje Móvil, Aplicaciones Móviles, Desmos, TecnologíasDigitales, Álgebra.

Discussões iniciais

O ambiente escolar vem sofrendo interessantes transformações motivadas pelo crescente desenvolvimento tecnológico. Os recursos didáticos estão cada vez mais plurais e grande parte dessas contribuições vem das tecnologias digitais. Afirmar ser interessante é algo que depende muito da capacidade reflexiva e crítica de quem observa e analisa a forma como as tecnologias digitais moldam a sociedade e reflete diretamente na escola. Muitas são as contribuições que podem ser pautadas. Porém, a motivação gerada voluntariamente pela presença da tecnologia digital tem sobreposto a análise crítica e reflexiva quanto a sua verdadeira contribuição no processo de ensino e de aprendizagem.

Os computadores com seus respectivos softwares têm dado grandes contribuições a prática pedagógica do professor de Matemática. Para o contexto de nossa pesquisa, somos motivados pelo uso de uma tecnologia digital que tem invadido o ambiente escolar e chamando muito a atenção dos alunos e em alguns casos até comprometido o seu desempenho escolar. O que inicialmente era apenas um celular, hoje encontramos como smartphones e seus aplicativos. É este recurso digital que será explorado em nossa prática investigativa.

Zhang et al. (2015) discute que a pesquisa sobre o uso de smartphones e aplicativos móveis nas salas de aulas ainda está em sua infância. Desta forma, deixa transparecer a necessidade de serem realizados mais estudos para identificar aplicativos eficazes voltados ao ensino de Matemática. Além do mais, Economides (2008) destaca que poucos trabalhos se têm preocupado em avaliar a qualidade desses aplicativos de aprendizagem móvel. Já é possível identificar um crescente interesse em pesquisas com esse objetivo. Podemos destacar a nível de Brasil as pesquisas de Silva (2021), Amplatz (2020), Scremin (2019), Euzébio (2018) e Abreu (2018) envolvendo aplicativo Desmos. Porém, com a urgente necessidade do uso das tecnologias digitais durante o período de aulas remotas o leque de pesquisas tem-se ampliado.

Entre os diversos aplicativos com teor educacional que aborda conteúdos matemáticos, iremos explorar o Desmos. Desenvolvido por Eli Luberoff, foi apresentado inicialmente na conferência de Disrout em 2011 em Nova York. O aplicativo consiste em uma calculadora gráfica que permite a exploração numérica, algébrica e gráfica simultaneamente. Acessível e interativo, permite a realização de práticas que envolvem a exploração, proposição e resolução de problemas, como também a construção de conceitos e o fortalecimento de ideias matemática por meio da interação do aluno com o aplicativo e a mediação do professor. Pode ser baixado gratuitamente em lojas de download de aplicativos Android e IOS, funcionando de forma offline.

Nesse contexto, traremos discussões, reflexões e resultados quanto ao uso do aplicativo Desmos no ensino da Função Afim em uma atividade de pesquisa desenvolvida a nível de mestrado. O objetivo consiste em explorar o aplicativo Desmos na tentativa de verificar suas potencialidades e limitações enquanto recurso didático e consequentementesuas contribuições para a aprendizagem da Função Afim.

Metodologicamente temos uma pesquisa de caráter qualitativo, buscando suporteteórico em Lüdke e André (1985) e Bogdan e Biklen (1994). A mesma foi desenvolvida na perspectiva da pesquisa pedagógica sob a ótica de Lankshear e Knobel (2008). A atividade de pesquisa envolveu alunos da 1ª série do Ensino Médio de uma escola pública, explorando o uso de aplicativos digitais móveis com intencionalidades pedagógicas nessafase da Educação Básica. Para isso, fizemos o uso exploratório da calculadora gráfica Desmos na forma de aplicativo em smartphones, estudando o conteúdo de Função Afim.A atividade foi realizada no decorrer de 6 aulas de 45 minutos cada, trabalhando o conteúdo de Função Afim. Ao final, aplicamos um questionário de forma escrita para queos alunos pudessem expressar sua opinião relacionada a atividade de pesquisa.

Com isso, chegamos a resultados que nos permitem concluir algumascontribuições do aplicativo Desmos na sala de aula de Matemática. Desta forma, nos direcionando ao alcance dos objetivos inicialmente traçados, por meio da sua interatividade, mobilidade e múltiplas representações algébricas enquanto uma calculadora gráfica.

Os aplicativos móveis na Educação e na Matemática

Apesar do aumento na produção de aplicativos educacionais voltados ao ensino da Matemática, seu uso ainda foi rigorosamente pesquisado (LARKIN, 2013). O Smartphone equipado com seus recursos por meio dos aplicativos pode ser considerado como tendo a melhor condição como estratégia educacional (BAE; KIM, 2017).

Ao relatar uma situação do cotidiano de alunos, que utilizam o seu smartphone para realizar diversas atividades do dia a dia, entre elas relacionadas a educação, podemosperceber que o cenário apresenta observações realistas, na qual de acordo com Yerushalmy e Bem-Zaken (2004), a tecnologia desempenha papel importante na aprendizagem e no ensino por meio de uma aprendizagem ativa. Essa aprendizagem faz parte de um processo sociocultural, onde professores e alunos são responsáveis pelo processo cognitivo individual. A função de conversação e comunicações textuais não é a mais dominantes, hoje, outros recursos e aplicativos móveis estão se tornando funções centrais da comunicação móvel moderna (YERUSHALMY; BEM-ZAKEN, 2004).

Skillen (2015) defende que as tecnologias móveis e a aprendizagem não são maisvistas como uma atividade isolada, mas, especialmente, aquela que é rica em natureza e precisa ser explorada em termos de experiências colaborativas e coletivas de indivíduos, incluindo professores e alunos.

Para Carreira (2009, p. 56) "uma grande questão do mundo atual é que as tecnologias digitais e, em participar o acesso à internet, estão a pôr em causa a escola como principal meio de aprendizagem e de educação". O que antes era visto como atividade exclusiva da escola, com a disseminação da informação por meio das tecnologias hoje, o processo de ensino e aprendizagem perde a rigidez da sala de aula centrada no professor. A informação e o conhecimento podem ser adquiridos de inúmerasformas hoje, seja ela na escola, na rua, em casa, por meio de agências, tudo isso graças amodernização dos recursos tecnológicos (GARCIA et al., 2011).

O professor precisa desenvolver um olhar crítico ao pensar na sua prática pedagógica hoje, onde o aluno não é mais passivo, buscando meios que estimulem aindamais a busca pela informação e conhecimento de forma autônoma sob a sua mediação. Atecnologia por si só não garante aprendizagem, nem tão pouco uma escola tecnologicamente estruturada. Na tentativa de romper o tradicional, aproximando professor e aluno, Garcia et al (2011, p. 80) dizem que a apropriação da tecnologia na sala de aula vai "além de uma questão técnica de capacitar a instituição com equipamentostecnológicos trata-se, mais profundamente, de tornar o docente um profissional crítico, reflexivo e competente, para o domínio das novas tecnologias digitais".

Na sala de aula de Matemática podemos perceber várias pesquisas fazendo uso de aplicativos móveis, a exemplo do Desmos. Silva (2021) analisa as contribuições da Exploração, Resolução e Proposição de Problemas para o ensino de função afim com o uso do Desmos. Amplatz (2020) faz um estudo da Função Afim a partir da InterpretaçãoGlobal de Propriedades Figurais fundamentada na Teoria dos Registros de RepresentaçãoSemiótica, idealizada por Raymond Duval, com o uso do Desmos. Scremin (2019) em sua pesquisa objetivou desenvolver uma intervenção pedagógica para o ensino de Derivada através de atividades desenvolvidas com o apoio do Desmos, a fim de verificaras possíveis potencialidades do uso dessa ferramenta para as diferentes abordagens da Derivada. Euzébio (2018) investiga a possibilidade de ensino e aprendizagem de alguns conteúdos de Geometria Analítica com o uso do Desmos. Desta forma, percebemos as contribuições deste recurso tecnológico no ensino da Matemática.

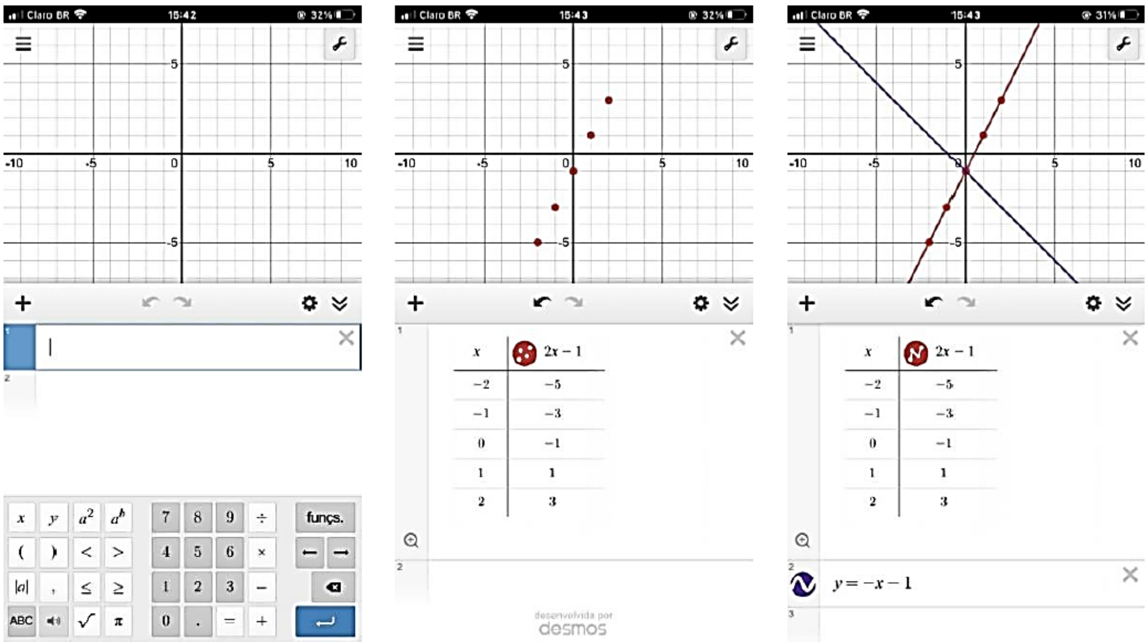
Explorando o aplicativo Desmos: discussões, reflexões e conclusões

Neste momento iremos descrever e refletir uma das atividades desenvolvidas na pesquisa de mestrado, fazendo um recorte que nos permitirá um foco nesta discussão. A atividade de pesquisa foi planejada com o objetivo de explorar as ferramentas doaplicativo Desmos, verificando suas potencialidades e limitações e consequentemente suas contribuições para o ensino de Função Afim. Ao final da ação de pesquisa, aplicamosum questionário de forma escrita para que os alunos expressassem sua opinião sobre a experiência. O planejamento, execução, descrição, análises e conclusões foram todos realizados no contexto da pesquisa qualitativa e pedagógica. Compreendendo um períodode 6 aulas de 45 minutos, inicialmente foi abordando o conteúdo de Função Afim paralelamente a exploração das funcionalidades do aplicativo.

O aplicativo Desmos consiste em uma calculadora gráfica que permite ao usuáriocriar tabelas e explorar gráficos de funções de diversas naturezas. A interatividade proporcionada pelo aplicativo permite aos alunos plotar pontos, esboçar gráficos emanipulá-los por meio do toque na tela ou alterações dos coeficientes da função algébrica.Inicialmente a sua interface apresenta duas janelas, uma gráfica com o plano cartesiano eoutra algébrica, onde você cria tabelas, pastas, notas, expressões e insere imagens. À medida que se explora a janela algébrica, os dados vão sendo ao mesmo tempo representados na janela gráfica.

Figura 1.

Interface do aplicativo Desmos



Nos dois primeiros dias de aulas, sendo duas aulas em cada dia, trabalhamos o conteúdo de Função Afim iniciando com a definição, representação algébrica, construção do gráfico, manipulação dos coeficientes e o zero da Função Afim. A aula aconteceu de forma expositiva usando a lousa e o livro didático, ao mesmo tempo em que apresentávamos aos alunos o Desmos e fazíamos uso de suas ferramentas. No momento em que algum aluno não conseguia usar corretamente a ferramenta e/ou apresentavam dados em desacordo com o que estava sendo explorado e debatido pelos demais, a intervenção e auxílio do professor fez-se necessário. A cada conteúdo explorado os alunos sentiam-se cada vez mais estimulados a estudá-lo ficando surpresos com os resultados obtidos.

Os alunos não ficavam satisfeitos em ver apenas as representações dos gráficos por meio da projeção feita na lousa. Eles sentiam-se mais seguros quando conseguiam os mesmos resultados no aplicativo. Alguns alunos aos poucos iam descobrindo outras ferramentas ao manipular o aplicativo. Isso foi motivo de pausa algumas vezes, tendo emvista que os alunos ficavam ansiosos para contar a novidade para os demais.

Concluída a exploração do conteúdo, ao mesmo tempo em que explorávamos a calculadora gráfica Desmos, nas duas aulas finais do nosso período de intervenção pedagógica, aplicamos um exercício escrito para verificação da aprendizagem do conteúdo. Os alunos ficaram à vontade para usar ou não o aplicativo. Tal atividade foi planejada na perspectiva da exploração das funcionalidades do aplicativo na resolução de um problema. Os dados do problema apresentavam valores altos, e estava voltada para ainterpretação das informações por meio dos coeficientes e gráfico da função.

Situação-Problema – Uma máquina produz um tipo de peça destinada às montadoras de automóveis. Essa máquina tem um custo fixo diário de b reais mais R$ 7,50 por peça produzida.

- **a)** Sabendo que a produção diária de 500 peças por sua máquina gera um custo deR$ 3 900,00, calcule o valor de b.
- **b)** Escreva a lei da função que permite calcular o custo c para se produzir p peças.
- **c)** Qual a variável dependente e a variável independente?
- **d)** Construa uma tabela de valores que relacione as variáveis c custo e p preço.
- **e)** Classifique a função em afim, linear, constante ou identidade.
- **f)** Construa o gráfico da função que representa esse problema.
- **g)** Supondo que o custo fixo diário fosse de R$ 50,00, ao analisar o gráfico da função o que poderíamos dizer em relação ao coeficiente angular e linear e o comportamentodas retas.
- **h)** Em certo dia a máquina apresentou problemas e cada peça produzida com defeitofoi descontado do custo fixo da máquina. Qual a lei da função que representa esse novo comportamento da máquina?

i) Classifique as funções em crescente e decrescente e justifique.
j) Qual quantidade de peças com defeitos deve ser produzidas para que o custo sejade R$ 0,00? Analise graficamente e diga o que esse valor representa.
k) A partir de quantas peças produzidas com defeito o proprietário da máquina teráum saldo negativo.

Analisada a resolução do problema por parte dos alunos, nos permite avaliar comofoi satisfatória a intervenção pedagógica realizada na turma. Desta feita, sem o aplicativoos alunos levariam mais tempo para construir o gráfico necessário para resolução do problema e consequentemente mais tempo para analisá-los, estando-os mais vulneráveisa erros de dados e escala, por exemplo. O uso do aplicativo favoreceu a interpretação dosdados e otimização do tempo, alcançando os objetivos da atividade proposta. Para a construção de alguns conceitos, o uso do aplicativo não foi necessário, a exemplos das atividades a, b e c do problema. Inicialmente, nosso intuito estava voltado para a capacidade do aluno em interpretar a linguagem verbal e por meio dela chegar aos resultados dos questionamentos feitos utilizando a linguagem algébrica e gráfica.

A exploração do aplicativo se dá inicialmente com a construção de tabelas, auxiliando os alunos a organizarem os dados, fazendo uso da linguagem numérica para se chegar aos resultados do problema. Ao mesmo tempo em que o aluno explora os dadosda tabela, ele é capaz de perceber padrões e ideias que envolve o conceito de Função Afim. Por exemplo, à medida que se varia 10 unidades de peças produzidas o valor a serpago varia em R$ 75,00. Outra possível interpretação que pode ser feita a partir da construção da tabela, diz respeito a forma como os pontos são plotados na janela gráfica do aplicativo. De forma intuitiva, o aluno pode chegar à conclusão de que a união dos pontos vai formar uma reta, característica ímpar de uma Função Afim. Desta forma, o aluno fica diante da linguagem verbal proposta no enunciado do problema, da linguagemnumérica ao analisar os dados da tabela e da linguagem gráfica ao analisar os pontos plotados no plano cartesiano.

Outro fator de importante auxílio na exploração do gráfico da função, faz referência a escala utilizada para esboçar o gráfico. Uma atividade como esta, acarreta sérios problemas aos alunos no momento de esboçar o gráfico. A nossa proposta em utilizar um valor para o coeficiente b bem mais alto do que está acostumado a ser trabalhado em sala de aula, foi justamente para permitir aos alunos, por meio doaplicativo, trabalhar com valores tão altos em um espaço tão pequeno, fazendo referênciaà tela do smartphone.

De início a escala configurada pelo aplicativo não permitiam aos alunos identificarem os pontos plotados na janela gráfica. Alguns alunos começaram a questionaro porquê de os pontos não estarem aparecendo, chegando a questionar o aplicativo quantoa sua eficiência. Nesse momento, intervimos pedindo aos alunos que movimentassem a janela gráfica por meio do touchscreen. Em seguida, exploramos ideias relacionadas à como utilizar a escala no momento de construção de gráficos de funções. Essa atividade só teve possível realização no tempo pré-estabelecido pelo fato dos alunos estarem usandoo aplicativo.

Por meio do esboço do gráfico, pudemos trabalhar as ideias gráficas da Função Afim, referente ao comportamento do gráfico, o coeficiente angular e o coeficiente linear.Em um certo momento da exploração do problema, mais especificamente na atividade g e h, propomos um novo problema baseado no anterior. Por meio da linguagem verbal osalunos foram induzidos a formular uma nova lei de formação que atendessem a propostado problema, transitando entre a linguagem verbal e algébrica. Em seguida fizemos uso e exploração da linguagem gráfica para trabalharmos ideias relacionadas ao coeficiente angular e linear, como também o zero da Função Afim.

Posteriormente ao fim da atividade, aplicamos um questionário escrito, colhendo algumas informações sobre a ação realizada. Uma das perguntas do questionárioindagavam o aluno sobre o seguinte fato: O uso do aplicativo Desmos foi capaz decontribuir com o processo de aprendizagem do conteúdo estudado? Quais o(s) ponto(s) e/ou negativo(s) identificado(s) ao fazer uso do aplicativo Desmos no decorrer das aulas?

Com base nos dados extraídos do nosso banco de dados da pesquisa, todos os alunos se mostraram favoráveis, afirmando que o uso do aplicativo contribuiu para o processo de aprendizagem da Função Afim. As respostas aqui apresentadas, mostram a aceitação da intervenção pedagógica realizada fazendo uso do aplicativo Desmos. Os alunos deixaram transparecer em registros escritos as potencialidades por eles identificadas no decorrer das aulas. Em relação aos pontos negativos, os mesmos não foram priorizados nas respostas dos alunos. Para preservar a identidade dos sujeitos de nossa pesquisa, iremos fazer uso do anonimato por meio de código alfanumérico.

A01 – *É um ótimo aplicativo para funções afim e funciona mesmo sem internet. Nemtodos entendem bem é questão de tempo. Na aula de Matemática ele ajuda muito e vai direto ao ponto que você quer.*

A02 *– Não vi pontos negativos em relação ao aplicativo. O aplicativo nos ajuda, nosfaz ver que não é impossível fazer um gráfico ou uma tabela, sem contar que fizemos tudo mais rápido e de forma bem mais dinâmica. Eu particularmente adorei esse novo método de ensino.*

A03 *– Muitos pontos positivos! O aplicativo ajuda no aprendizado e é muito fácil deutilizar. É bom saber que a tecnologia pode influenciar nos nossos estudos, que podemos contar com a sua ajuda para o nosso desenvolvimento em sala. O aplicativoé muito prático e essencial, ajudou muito.*

A04 *– As aulas foram legais devido ao uso do aplicativo! Esse aplicativo ajudou muito na aula e ficou mais fácil entender o conteúdo. Não precisa ficar fazendo gráfico da função a todo tempo, basta colocar a função no aplicativo e manipular o gráfico da função. Essa ideia do professor ajudou muito.*

A05 *– Sim, os pontos positivos é a forma como fica mais fácil de estudar os gráficose induz os jovens a ter mais interesse nas aulas. Não há nenhum ponto negativo.*

As respostas dos alunos deixam clara a aceitação do aplicativo no auxílio a aprendizagem da Função Afim. Isso é possível por meio da interatividade proporcionadapelo aplicativo e as diversas possibilidades de trabalhar a função. Em algumas falas é possível perceber que alguns alunos não tinham conhecimento de aplicativos dessa natureza matemática, como também não tinham presenciado o uso dessa tecnologia móvel a favor do processo de ensino e de aprendizagem.

O papel do aluno diante de uma metodologia que contemple o uso de aplicativos,mais especificamente no caso em estudo, é se familiarizar com a ferramenta tecnológica,percebendo que a finalidade não está em lhe poupar os cálculos e sim auxiliar na interpretação das informações algébricas e gráficas. Desenvolver essa postura, permitirá o aluno explorar cada vez mais o aplicativo favorecendo a sua aprendizagem matemática,por meio da interatividade, mobilidade e otimização do tempo. Uma vez desenvolvida a habilidade de construção manuscrita do gráfico, o aplicativo poderá ser explorado sem risco de comprometer essa fase do processo de aprendizagem.

No tocando ao papel do professor, quando se resolve inserir o uso desse aplicativona sua prática pedagógica para explorar o conteúdo de Função Afim, ele deve estar atentoquanto ao momento certo de utilizar. É importante estar certo de que boa parte dos alunosjá tenham desenvolvido habilidades tais como, a construção e organização dos dados em tabela, a manipulação algébrica dos algoritmos e a construção de gráficos de função. A realização dessa intervenção pedagógica não objetiva mostrar que o aplicativo deve ser explorado a todo tempo na aula, mas sim nos momentos pertinentes sob a orientação do professor, de modo a permitir ao aluno a interpretação do conteúdo de forma manuscritae digital.

Uma característica favorável à prática do professor ao fazer uso do aplicativo emsua aula, diz respeito à otimização do tempo. Quando se pretende analisar uma característica, informação ou padrão em um gráfico, a representação do mesmo na lousaé essencial para uma melhor interpretação junto aos alunos. Essa atividade requer tempoe habilidade motora para o esboço do gráfico, algo que é facilmente trabalhado com o aplicativo, otimizando o tempo e proporcionando maior precisão na análise dos dados, tanto de forma algébrica como gráfica.

Com os resultados aqui discutidos, podemos perceber que os alunos foramcapazes de construir conceitos e ideias sobre o conteúdo de Função Afim, uma vez que os mesmos foram capazes de estabelecer relações entre grandezas por meio de uma Função Afim. Calcularam o valor numérico de uma Função Afim. Foram capazes de resolver o problema apresentado na avaliação final envolvendo a Função Afim. Interpretaram e esboçaram gráficos de Funções Afim. Compreenderam a ideia e em seguida determinaram o zero de uma Função Afim. Compreenderam a relação entre os coeficientes de uma Função Afim e o seu gráfico. Por fim, chegaram a analisar uma Função Afim quanto ao seu crescimento ou decrescimento.

A Função Afim, foi apenas uma forma de explorar o aplicativo e verificar a existência ou não de potencialidades voltadas ao ensino de Matemática. Por meio dessa experiência, o mesmo pode ser usado na exploração algébrica e gráfica de diversos conteúdos, desde que o professor tenha um contato inicial com o aplicativo, antes, durantee após o planejamento de sua prática pedagógica, de modo que o aplicativo venha explorar e não inibir competências e habilidades matemáticas dos alunos. Diante disso, concluímosque o aplicativo Desmos é um excelente recurso didático aliado a prática pedagógica do professor e a aprendizagem do aluno.

Referências

ABREU, J. D. **Aprendizagem móvel:** explorando a matemática por meio de aplicativos educacionais em smartphones. 2018. 233f. Dissertação (Mestrado Acadêmico emEnsino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, PB, 2018.

AMPLATZ, L. C. **O Estudo da Função Afim a partir da Interpretação Global de Propriedades Figurais:** uma investigação com estudantes do Ensino Médio. 2020. 207 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Educação Matemática), Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Cascavel, PR, 2020.

BAE, J.; KIM, S. Research on Educational Use of Smart-Phone Applications with SmartClicker Technique. In.: JEONG, H. Y. et. al. (Org.) **Advances in Computer Science and its Applications.** DE: Springer, 2017. P. 597-602.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigações qualitativa em educação:** uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 1994. Tradução de: Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista.

CARREIRA, S. Matemática e tecnologia – Ao encontro dos "nativos digitais" com os "manipulativos virtuais". **Quadrante,** Lisboa, v. 18, n. 1 e 2, 2009.

ECONOMIDES, A. A. **Requeriments of mobile Learning applications.** International Journal of Innovation and Learning, Grécia: 2008. Disponível em: <Requirements of Mobile Learning Applications (psu.edu)>. Acesso em: 15 de jul. 2022.

EUZÉBIO, J. S. **Proposta de ensino de geometria analítica utilizando o Desmos.** 2018.111f. Dissertação de Mestrado – Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. PatoBranco, PR, 2018.

GARCIA, M. F. et. al. **Novas competências docentes frente às tecnologias digitais interativas.** Revista Teoria e Prática da Educação, Paraná, v. 14, n. 1, p. 79-87, 2011.

LANKSHEAR, C.; KNOBEL, M. **Pesquisa pedagógica:** do projeto à implementação. Porto Alegre: Artmed, 2008. Tradução de: Magda França Lopes.

LARKIN, K. **Mathematics Education: Is there na App for that?** MERGAMathematics Edducation Research Group of Australasia, 2013. Disponível em: <_MERGA36-2013.pdf (ed.gov)>. Acesso em: 15 jul. 2022.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em Educação:** abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

SCREMIN, G. **O que f'(x) nos diz sobre f(x): uma abordagem com uso de tecnologia computacional.** 2019. 133f. Dissertação de Mestrado – Programa de Pós- Graduação em Ensino de Ciências Exatas (Mestrado Profissional). Universidade do Vale do Taquari (Univates). Lajeado, RS, 2019.

SILVA, C. F. **Ensino aprendizagem de função afim via exploração, resolução e proposição de problemas com o uso do aplicativo Desmos em contextoremoto.** 2021. 149f. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciências eEducação Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, PB,2021.

SKILLEN, M. A. **Mobile Learning: Impacts on Mathematics Education.** China: Proceeding of the XX Asian Technology Conference in Mathematics, 2015. P. 205-214.

YERUSHALMY, M.; BEM-ZAKEN, O. **Mobile phones in Education:** the case of matgematics. Institute for Alternatives in Education. University of Haifa: oct. 2004.

ZHANG, M. et. al. Using Math Apps for Improving Student Learning: na exploraty studyin na inclusive fourth grade classroom. **Tech Trends,** University of Texas at El Paso, v. 59, n. 2, p. 32-39, mar. 2015.

O uso do geoplano na compreensão dos conceitos de área e perímetro baseado na Teoria de Van Hiele

The use of the geoplane in understanding concepts of area and perimeter based on Van Hiele's Theory

El uso del geoplano en la comprensión de los conceptos de área y perímetro basados en la Teoría de Van Hiele

Évelyn Helena Nunes Silva[1098]
(Instituto Federal de Brasília)

Bruno Marx de Aquino Braga1[1099]
(Instituto Federal de Brasília)

Carla Lima Santos2[1100]
(Instituto Federal de Brasília)

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Tecnologia digital e outros recursos para o ensino e aprendizagem da matemática.

Resumo

Neste artigo, apresentamos um relato de experiência, desenvolvido pelos autores, por meio de uma oficina denominada *O uso do Geoplano na compreensão dos conceitos de área e perímetro baseado na Teoria de Van Hiele*. Esta oficina foi, realizada em dois momentos: (i) com os alunos do terceiro ano do Ensino Médio Integrado em Meio Ambiente do Instituto Federal de Brasília, Campus Estrutural, do ano de 2022 e (ii) na VI Jornada Ibero-Americana de Pesquisas em Políticas Educacionais e Experiências Interdisciplinares na Educação (VI Jorneduc). Para tanto, foi criada uma sequência didática apresentando oito atividades que utilizam o Geoplano como suporte para o ensino de conceitos matemáticos, tais como: unidade de medida; área de figuras planas; comparação entre áreas e perímetros de polígonos; figuras equivalentes; cálculo de áreas triangulares por meio das áreas dos retangulares; conjecturas a partir da construção da tabela; construções de polígonos a partir do perímetro; relações entre a malha quadriculada e o geoplano e Teorema de Pick. O objetivo da sequência didática foi atingir, de uma forma interessante e instigante, os níveis de pensamentos geométricos de visualização, análise, dedução informal e formal da Teoria do Pensamento Geométrico de Van Hiele. De modo pormenorizado, neste artigo apresentamos uma das oito atividades pertencentes à sequência aplicada na oficina. Trata-se do cálculo e comparação entre áreas de polígonos desenhados no Geoplano. Esta atividade tem como objetivo reconhecer as unidades de medida, utilizar

1098 evelyn.silva@etfbsb.edu.br
1099 bruno.braga@etfbsb.edu.br
1100 carlasantlim1@gmail.com

unidades de áreas e comprimento, identificar que a unidade de medida pode ser dividida pelas diagonais e comparar superfícies de figuras construídas. Esperamos que a discussão da estratégia utilizada na oficina e as conclusões obtidas forneçam mais subsídios para os docentes e que auxilie os discentes na superação das dificuldades de aprendizagem em conceitos geométricos.
Palavras-chave: Teoria de Van Hiele; geoplano; sequência didática.

Abstract

In this article, we present an experience report, developed by the authors, through a workshop called *O uso do Geoplano na compreensão dos conceitos de área e perímetro baseado na Teoria de Van Hiele* .This workshop is based on Van Hiele's Theory, carried out in two moments: (i) with the senior students of the Integrated High School in the Environment of the Federal Institute of Brasília, Campus Estrutural, in the year 2022 and (ii) at the *VI Jornada Ibero-Americana de Pesquisas em Políticas Educacionais e Experiências Interdisciplinares na Educação (VI Jorneduc)*. For that, a didactic sequence was created presenting eight activities that use the Geoplan as a support for the teaching of mathematical concepts, such as: unit of measurement; area of plane shape; comparison between areas and perimeters of polygons; equivalent shapes; calculation of triangular areas through the areas of the rectangular ones; conjectures from the construction of the table; polygon constructions from the perimeter; relationships between the grid and the geoplane and Pick's Theorem. The objective of the didactic sequence was to reach, in an interesting and instigating way, the levels of geometric thoughts of visualization, analysis, informal and formal deduction of Van Hiele's belonging to the sequence applied in the workshop. It is about the calculation and comparison between areas of polygons made on the Geoplan. This activity aims to recognize the units of measurement, use units of area and length, identify that the unit of measurement can be divided by diagonals and compare surfaces of constructed shapes. We hope that the discussion of the strategy used in the workshop and the conclusions obtained will provide more support for teachers and help students to overcome learning difficulties in geometric concepts.
Keywords: Van Hiele Theory, Geoplan and Didactic Sequence

Resumen

En este artículo presentamos un relato de experiencia, desarrollado por los autores, a través de un taller denominado *O uso do Geoplano na compreensão dos conceitos de área e perímetro baseado na Teoria de Van Hiele*. Este taller está basado en la Teoría de Van Hiele, realizado en dos momentos: (i) con los alumnos del tercer año de la Enseñanza Media Integrada en Medio Ambiente del Instituto Federal de Brasilia, Campus Estructural, em el año 2022 y (ii) en *VI Jornada Iberoamericana de Pesquisas em Políticas Educacionais e Experiências Interdisciplinares na Educação (VI Jorneduc)*. Para ello, se creó una secuencia didáctica presentando ocho actividades que utilizan el Geoplan como apoyo para la enseñanza de conceptos matemáticos, tales como: unidad de medida; área de figuras planas; comparación entre áreas y perímetros de polígonos; figuras equivalentes; cálculo de áreas triangulares a través de las áreas de los rectangulares; conjeturas de la construcción de la tabla; construcciones poligonales desde el perímetro; relaciones entre la grilla y el geoplano y el Teorema de Pick. El objetivo de la secuencia didáctica fue alcanzar, de manera interesante e instigadora, los niveles de pensamiento geométrico de visualización, análisis, deducción informal y formal de la Teoría del Pensamiento Geométrico de Van Hiele. En detalle, en este artículo presentamos una de las ocho actividades pertenecientes a la secuencia aplicada en el taller. Se trata del cálculo y

comparación entre áreas de polígonos dibujados en el Geoplan. Esta actividad tiene como objetivo reconocer las unidades de medida, usar unidades de área y longitud, identificar que la unidad de medida se puede dividir por diagonales y comparar superficies de figuras construidas. Esperamos que la discusión de la estrategia utilizada en el taller y las conclusiones obtenidas ofrezcan más apoyo a los docentes y ayuden a los estudiantes a superar las dificultades de aprendizaje en conceptos geométricos.

Palabras clave: teoría de van hiele, geoplano y secuencia didáctica

Geoplano e sua importância

O geoplano é um material geralmente formado por uma placa de madeira e pregos, pinos ou parafusos dispostos igualmente espaçados formando uma malha. Com elásticos ou barbantes, de preferência coloridos, é possível formar figuras geométricas sobre o geoplano.

Figura 1: Tipos de geoplano

Fonte: http://lerecompreenderparaaprender.blogspot.com.br/2011/03/geoplano.html

Criado por Caleb Gattegno[1101] (1911-1988), o geoplano auxilia a construção de conceitos matemáticos a partir da manipulação, visualização e comparação de figuras. Desde seu surgimento, vários acadêmicos o utilizam como recurso didático e publicam, em revistas de Educação Matemática, análises sobre sua eficácia (KNIJNIK; BASSO; KLUSENER, 2004). Gattegno (1961) afirma que:

> Todos os geoplanos têm indubitável atrativo estético e foram adotados por aqueles professores que os viram ser utilizados. Podem proporcionar experiências geométricas a crianças desde cinco anos, propondo problemas de forma, dimensão, simetria, semelhança, teoria de grupos, geometria projetiva e métrica que servem como fecundos instrumentos de trabalho, qualquer que seja o nível de ensino (GATTEGNO apud KNIJNIK; BASSO; KLUSENER, 1996, p. 5-6).

1101 Caleb Gattegno (1911 – 1988) nasceu em Alexandria e morreu em Paris. Licenciou-se em Ciências em 1931, tornando-se Doutor em Matemática em 1937, pela Universidade de Basel. Tornou-se Mestre em Educação pela Universidade de Londres em 1948 e Doutor em Filosofia pela Universidade de Lille em 1952. Foi um dos fundadores da International Commission for the Study and Improvement of Mathematics Education (CIEAEM) e, em 1952, da The Association for Teaching Aids in Mathematics (ATM) (SOUZA, 2005).

O ensino de conceitos de geometria plana com auxílio do geoplano pode ser desenvolvido desde os anos iniciais do ensino fundamental até o ensino médio, portanto, trata-se de um recurso didático de ampla abrangência. Sabbatiello (1967, *apud* ROCHA et al., 2007, p.2) define geoplano como "um recurso que leva à realidade ideias abstratas". O instrumento facilita a representação mental de conceitos geométricos e algébricos e auxilia no desenvolvimento das seguintes habilidades: desenvolvimento da lateralidade;[1102] identificação e reprodução de figuras geométricas; identificação e diferenciação de unidades de medida; compreensão das ideias de semelhança e congruência; identificação e comparação de propriedades de figuras; produção de figuras semelhantes a outras dadas; medição e comparação de áreas e perímetros para a compreensão das diferenças entre tais conceitos; compreensão de alguns teoremas; dentre outras.

Além da forma física, é possível utilizar o geoplano virtualmente em computadores ou dispositivos móveis, com acesso gratuito por meio de aplicativos ou Objeto Virtual de Aprendizagem (OVA)[1103]. Por exemplo, o geoplano virtual que pode ser acessado no link: Geoplano virtual. Uma das vantagens de se usar o geoplano virtual, além da facilidade, é a possibilidade de construir figuras coloridas com apenas um clique, o que facilita a visualização e contribui para a compreensão de perímetro e área. Para além disso, as figuras criadas são mais precisas do que as figuras construídas no geoplano físico, pois naquelas não se corre o risco de haver interferências da natureza, como ruptura do elástico ou afrouxamento dos *pins*[1104]. Outra vantagem é a portabilidade do material, que é facilitada no modo virtual.

É no conceito de investigações sobre o pensamento geométrico que a sequência didática aqui proposta se enquadra, e as atividades contidas nela oferecem aos alunos a oportunidade de relacionarem a Matemática com o mundo real a partir de manipulações, visualizações e relações de figuras geométricas, objetivando conjecturar fórmulas sem demonstrações complexas.

O ato de aguçar a visualização e manipulação dos objetos deve acontecer no ensino de conceitos geométricos, pois, de acordo com o Programa de Matemática do Ensino Básico (ME, 2007), essa capacidade deve ser desenvolvida desde o primeiro ciclo do ensino básico através

[1102] Oliveira (1997) comenta que a lateralidade é a propensão que o ser humano possui de utilizar preferencialmente mais um lado do corpo do que o outro em três níveis: mão, olho e pé. Isso significa que existe um predomínio motor, ou melhor, uma dominância de um dos lados. O lado dominante apresenta maior força muscular, mais precisão e mais rapidez.
[1103] Segundo Wiley (2000), um OVA "[…] é qualquer recurso digital que pode ser usado para apoiar a aprendizagem".
[1104] Pin é uma pequena peça metálica, decorativa, que consiste numa superfície de formato variável (quadrangular, redondo, etc.), geralmente contendo uma ilustração ou uma inscrição, e que se afixa, por meio de uma pequena haste pontiaguda, a uma peça de roupa, a uma mochila etc.

de experiências concretas, por meio de diversos objetos geométricos e utilizando-se a tecnologia e/ou materiais físicos.

A sequência didática apresentada em sala de aula e na VI Jorneduc atende às habilidades EF01MA21, EF03MA15, EF03MA16, EF03MA17, EF03MA21, EF04MA21, EF05MA18, EF05MA20, EF06MA14, EF06MA18, EF06MA19, EF06MA20, EF06MA25, EF06MA33, EF07MA17, EF07MA29, EF07MA32, EF08MA12, EF08MA19, EF08MA13, EM13MAT307, EM13MAT406, EM13MAT506 e EM13MAT510, presentes na Base Nacional Comum Curricular (BNCC). A descrição de cada uma dessas habilidades podem ser encontradas no seguinte arquivo link: Habilidades esperadas de acordo com a BNCC.

Embora a sequência didática tenha sido concebida para alunos do ensino médio, percebe-se, no parágrafo anterior, que habilidades do ensino fundamental constam na elaboração da sequência didática. Foram duas as motivações para o ocorrido. A primeira foi inspirada pela própria BNCC, a qual permite que determinadas habilidades possam ser trabalhadas em outros anos escolares se assim for conveniente e significativo para os estudantes, o que também atende a uma perspectiva de currículo espiralado. A segunda relaciona-se à equipe docente ter entendido que a transição abrupta de aulas presenciais para aulas *online,* imposta pelo período de ensino remoto emergencial adotado como medida sanitária, causou a redução do tempo de instrução para os estudantes, pois vários alunos não possuíam os mecanismos tecnológicos para acompanhar as aulas remotas.

Diante disso, visando a mitigar as consequências da pandemia de COVID-19, essa oficina pode ser aplicada nos anos do ensino médio, com o objetivo de revisar e/ou aperfeiçoar alguns conteúdos referentes ao ensino fundamental.

Tal restrição do tempo de aula e presença dos alunos no ambiente escolar, aliada à realidade de vulnerabilidade social que muitos dos estudantes do *campus* Estrutural enfrentam, culminaram em perdas de certas habilidades matemáticas, prejudicando o desempenho global desses estudantes, fato identificado por meio da análise dos resultados de avaliações diagnósticas aplicadas no início do ano letivo de 2022.

Considerando essa realidade, as atividades propostas na oficina pretendem estimular a criatividade e o raciocínio lógico dos estudantes, assim como possibilitar que os professores de matemática trabalhem os níveis de pensamento geométrico – visualização, análise, dedução informal e formal – presentes na Teoria do Pensamento Geométrico de Van Hiele e possam avaliar cada nível dessa teoria na prática docente. Além disso, espera-se que as atividades propostas desenvolvam, nos alunos, as habilidades sugeridas pela BNCC, citadas anteriormente, e proporcionem o avanço de níveis de pensamento geométrico relatados por Van Hiele.

Dessa forma, essa sequência é uma alternativa educacional com o intuito de minimizar os déficits existentes sobre os conceitos de geometria nos discentes da educação básica, visto que a metodologia baseada na Teoria de Van Hiele é uma possível estratégia que pode contribuir na reversão da problemática na aprendizagem da Geometria.

Antes de apresentar a sequência didática, é importante que o leitor tenha conhecimento sobre teoria do Pensamento Geométrico de Van Hiele. Portanto, o tópico a seguir, tratará dessa teoria.

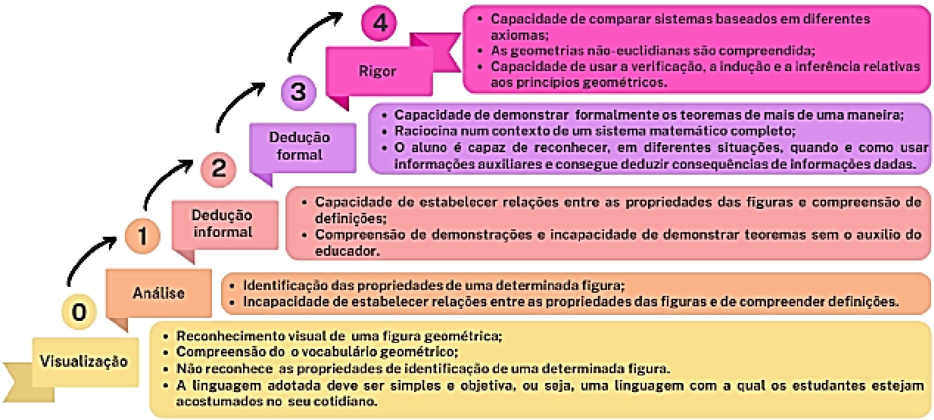
Teoria do Pensamento Geométrico de Van Hiele

Pierre Marie Van Hiele e sua esposa, Dina Van Hiele- Geldof, holandeses, professores de matemática do ensino fundamental e médio estudaram e apresentaram uma solução para a dificuldade dos discentes em aprender novos conceitos de geometria e aplicá-los em exemplos semelhantes. Eles desenvolveram um modelo capaz de orientar o ensino de geometria, o qual é considerado "um guia para a aprendizagem, desenvolvimento e avaliação das habilidades dos alunos em geometria" (KALEFF, 1994, p. 4).

O modelo criado pelo casal Van Hiele é sequencial e hierárquico, subdividido em cinco níveis, enumerados de 0 a 4, que descrevem o desenvolvimento da compreensão dos alunos em geometria (BRAGA; DORNELES, 2011). A ordem de progressão dos alunos por meio dos níveis é fixa, e as competências específicas a serem adquiridas em cada nível dependem dos conhecimentos adquiridos no nível anterior, ou seja, o aluno não pode apreender conteúdos propostos para determinado nível sem antes ter experiências adequadas de aprendizagem em níveis anteriores (KALEFF, 1994). Para melhor visualização do percurso metodológico da Teoria de Van Hiele, o fluxograma[1105] abaixo descreve resumidamente os níveis de compreensão e suas características gerais.

Fluxograma 1: Teoria de Van Hiele - Níveis de Pensamento

[1105] O fluxograma é uma ferramenta de representação, é a visualização de todas as fases do processo que foram desempenhadas para um determinado fim. Utiliza símbolos gráficos para descrever passo a passo a natureza e o fluxo desse processo (CHIAVENATO, 2007).

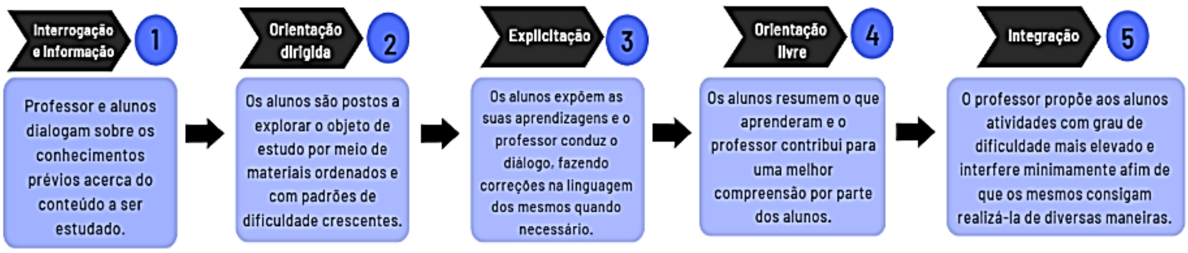


Fonte: De autoria própria

Para De Villiers (2010), a distinção desses cinco níveis de raciocínio é a principal característica do modelo. Cada nível envolve compreensão e utilização de conceitos geométricos de maneiras diferentes, o que se reflete na forma de interpretá-los, defini-los, classificá-los e fazer demonstrações. É importante ressaltar que, na prática, são poucos os estudantes que atingem o último nível de pensamento, até matemáticos avançados necessitam retornar ao Nível 3 para conseguirem encontrar e corrigir as possíveis falhas e lacunas do aprendizado, o que é essencial para o desenvolvimento no Nível 4. Por isso, acredita-se que o aprofundamento do conhecimento do aluno nesse nível não seja alcançado em séries do ensino básico (NASSER; SANT´ANNA, 1998).

Cada nível apresenta cinco fases sequenciais de aprendizagem. Quando o aluno completa a quinta fase, atinge um nível superior. Dessa forma, o novo domínio de raciocínio substitui o antigo, e os alunos estão prontos para repetir as fases sequenciais de aprendizagem no nível seguinte. O fluxograma abaixo, elaborado de acordo com Silva (2007), detalha essas fases.

Fluxograma 2: Fases sequenciais de aprendizagem



Fonte: De autoria própria

É importante que o educador tenha conhecimento sobre as fases sequenciais de aprendizagem, pois o planejamento do professor em relação a definição e metodologias utilizadas é crucial para que o aluno consiga concluir, com êxito, todas as cinco fases e avançar de nível.

Outro fator importante que o docente deve se lembrar é que os conhecimentos adquiridos, absorvidos e compreendidos ao longo dos anos são individuais, ou seja, é natural que os alunos estejam em níveis diferentes uns dos outros. Nesse caso, o professor poderá usar estratégias para aproximar aqueles que estão em níveis abaixo do esperado, porque "o processo, ou a falta dele, de um nível para outro, depende mais dos conteúdos e métodos de ensino recebidos do que da idade" (KALEFF et al, 1994, p. 6). Por isso:

> [...] é fundamental que os professores conheçam o nível de pensamento geométrico em que os estudantes estão. Orientando-se pela teoria dos Van Hiele é possível promover essa observação e, assim, propor ações para o desenvolvimento da aprendizagem. [...] Pautado na teoria dos Van Hiele e por meio de atividades adequadas, respeitando os níveis e as fases de aprendizagem, é que o professor deveria planejar suas aulas, para auxiliar na construção do conhecimento geométrico pelos estudantes (KUHN; QUADROS, 2020, p. 249-250).

Portanto, o professor deve iniciar por um nível mais baixo ou o mais próximo atingido pela turma para que todos tenham chance de desenvolver o pensamento geométrico e estabelecer relações entre suas experiências e seus conhecimentos prévios.

Sequência Didática aplicada na Oficina

Sequência didática é "um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelo professor quanto pelos estudantes" (ZABALA, 1998, p. 18). As sequências didáticas podem ser consideradas como uma maneira de situar as tarefas e não podem ser vistas apenas como um tipo de atividade, mas como um critério que permite identificações e caracterizações preliminares na forma de ensinar (ZABALA, 1998).

A sequência didática *O uso do Geoplano na compreensão dos conceitos de área e perímetro baseado na Teoria de Van Hiele* é composta por oito atividades que utilizam o geoplano como principal suporte para execução e alcance dos objetivos de cada atividade. O uso do geoplano proporciona a visualização dos polígonos construídos, facilitando a compreensão do conceito de área e a veracidade de algumas fórmulas para o cálculo de áreas. Diante disso, essas atividades visam a fornecer mais um mecanismo para que os discentes compreendam conteúdos matemáticos, em especial os de geometria.

Essa sequência foi aplicada em forma de oficina, para dois públicos distintos, em dois momentos diferentes: no primeiro, para 30 alunos do terceiro ano do Ensino Médio Integrado em Meio Ambiente do Instituto Federal de Brasília de forma presencial; no segundo, para os participantes, a maioria professores, da VI Jornada Ibero-Americana de Pesquisas em Políticas Educacionais e Experiências Interdisciplinares na Educação de forma *online*, com duração de duas horas, realizada no dia 14 de junho de 2022.

Os recursos tecnológicos utilizados para as aplicações das atividades no ensino médio foram: geoplano físico, quadro-negro, computador e videoprojetor, este último utilizado para a apresentação dos *slides*. No caso da oficina apresentada na VI Jorneduc, os participantes recorreram ao simulador virtual disponível no site: Geoplano online. O uso do geoplano é indispensável para a aplicação dessa sequência. Logo, se for inviável obter o geoplano de alguma das duas maneiras (física ou *online*), desenhe uma malha quadriculada[1106] e utilize-a como suporte para a execução das atividades propostas.

As atividades contidas na sequência foram dispostas com grau crescente de dificuldade e a maioria delas envolve situações práticas que auxiliam na compreensão de conceitos matemáticos. Abordam-se desde aspectos teóricos relacionados à formulação de definições, como também aspectos mais práticos relacionados a cálculos de área de um determinado estado, por exemplo. Portanto, pretende-se que, ao resolvê-las, os educandos utilizem os conhecimentos adquiridos como recurso para encontrar soluções de outras atividades que exijam os mesmos conhecimentos ou conhecimentos próximos dos exigidos nesta sequência. A maneira como essa sequência foi organizada está de acordo com a fase 2 do roteiro metodológico proposto por Van Hiele, apresentado Fluxograma 2.

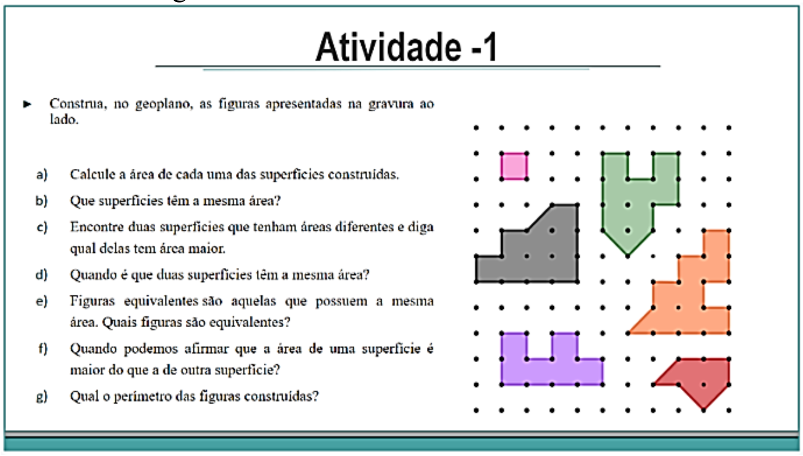
Atividade da sequência didática

Nesse tópico, apresenta-se uma das oito atividades contidas na sequência, assim como objetivos, habilidades esperadas, relação entre as habilidades contidas na BNCC e os níveis de pensamentos geométricos de acordo com a Teoria de Van Hiele, análise da aplicação da atividade e sugestões de conteúdos que podem ser abordados utilizando essa atividade. Destaca-se que todas as oito atividades[1107] são igualmente importantes e complementam-se; todavia, a

[1106] Malha quadriculada é um quadro com linhas e colunas que formam quadradinhos de mesma medida. Em uma malha quadriculada, pode-se desenhar formas geométricas.
[1107] Link das atividades: Oficina - O uso do geoplano na compreensão dos conceitos de área e perímetro baseado na Teoria de Van Hiele

escolha de somente uma atividade apresentada neste texto se deu pela limitação de páginas exigidas para a submissão.

Figura 2: Recorte da atividade 1 da oficina.



Fonte: De autoria própria

Análise da atividade

Essa atividade tem como objetivos: reconhecer a unidade de medida utilizada; utilizar unidades de área e comprimento não convencionais; determinar a área das figuras propostas; comparar superfícies de figuras construídas no geoplano.

As habilidades esperadas de acordo com a BNCC são: EF06MA18, EF03MA16, EF03MA17, EF04MA21, EF03MA21, EF05MA20. A descrição de cada uma dessas habilidades podem ser encontradas no seguinte arquivo Habilidades esperadas de acordo com a BNCC. Quanto aos níveis de compreensão da Teoria de Van Hiele, a figura a seguir relaciona os níveis de Van Hiele correspondentes a cada habilidade esperada com a execução dessa atividade.

Figura 3: Habilidades versus Teoria de Van Hiele

Fonte: De autoria própria

De acordo com as descrições das habilidades EF03MA15, EF03MA16 e EF03MA21 na BNCC, é possível alcançá-las pelo método da visualização, Nível 0 da teoria, no qual os alunos reconhecem as figuras geométricas e algumas de suas propriedades pela aparência global. As habilidades EF03MA17 e EF04MA21, que envolvem o reconhecimento de medidas e cálculos de área por meio da contagem de unidades de área, remetem às competências do Nível 1 da teoria, em que se inicia a análise dos conceitos geométricos. A habilidade EF05MA20 requer um pouco mais de prática com deduções matemáticas para comparar as relações entre perímetro e área, característica designada ao Nível 2 da teoria, no qual o aluno começa a estabelecer inter-relações de propriedades entre as figuras.

No desenvolvimento inicial dessa atividade, mobilizou-se o Nível 1 da Teoria de Van Hiele por meio do uso do material manipulável para promover a visualização das figuras, o que contribuiu com a construção de conhecimentos pela exploração de conceitos e significados presentes nas figuras sugeridas.

Durante o desenvolvimento da atividade, os alunos apresentaram dificuldades no cálculo das áreas das figuras por confundirem o conceito de perímetro com o de área. Alguns dos alunos, para determinarem comprimentos, procediam à contagem do número de *pins* em vez do número de segmentos determinado por cada par de *pins*, apesar de a unidade de comprimento estar desenhada de forma bastante explícita. Por isso, foi necessária uma explicação sobre os conceitos de área e superfície de figuras planas, figuras equivalentes e perímetro. Nesse momento, também foi enfatizada a possibilidade de calcular a área do triângulo traçando uma diagonal do quadrilátero. Por exemplo, o fato de um triângulo retângulo isósceles possuir catetos com certa unidade de comprimento implica sua área corresponder à metade da área do quadrado. Esse processo permite calcular a área de polígonos cujos vértices coincidam com pontos de uma malha quadrangular sem o uso de fórmulas. Após a explicação, os alunos conseguiram responder os demais itens.

Sugestão para a atividade

Sugere-se aos docentes que aproveitem essa atividade para trabalhar construção e definição de polígonos e classificar os polígonos em côncavos e convexos, enfatizando as nomenclaturas. É possível, também, realizar comparações entre as medidas dos ângulos formados pelas arestas dos polígonos sem o auxílio do transferidor e classificá-los em agudos, obtusos ou retos.

Com essa atividade, é possível relacionar as habilidades EF03MA15 e EF03MA16 com a Teoria de Van Hiele e consolidar o Nível 0 dessa teoria. Além disso, com o reconhecimento, a classificação e a comparação das figuras planas aprofundados com a fundamentação e exploração de meio, espaço e objeto, é possível a introdução ao Nível 1, no qual os estudantes serão capazes de retomar conceitos já desenvolvidos anteriormente, chegando, assim, à consolidação das relações geométricas (JAIME; GUTIERREZ,1990).

Considerações finais

A aplicação da oficina busca contribuir para o processo de ensino e aprendizagem envolvendo conceitos geométricos aplicados no geoplano e baseados na Teoria de Van Hiele e norteados pela Base Nacional Comum Curricular. Com base em todas as atividades e análises elencadas ao longo da sequência, é inegável a contribuição do geoplano na aprendizagem da Geometria, área da matemática que exerce grande importância para o desenvolvimento de diferentes potencialidades em todas as áreas do conhecimento. Tal fato pode ser validado pela explicação da atividade descrita anteriormente.

Objetivou-se proporcionar a participação efetiva e ativa do aluno em seu processo construtivo, valorizando os conceitos previamente aprendidos e a aprendizagem escolar dele. Ao final das oficinas aplicadas, tanto nos alunos do ensino médio como nos participantes da VI Jorneduc, percebeu-se que a falta de familiaridade com o material pedagógico foi superada, os conceitos desconhecidos foram bem compreendidos e a maioria dos participantes gostou das oficinas e demonstrou satisfação com as atividades propostas.

Nessa perspectiva, fica a esperança de que a investigação aqui empreendida possa instigar nos educadores a intenção de abordar o ensino de Geometria de modo mais interessante e prazeroso, motivando os alunos, público cada vez mais inserido no mundo virtual, no processo de aprendizagem.

Referências

BRAGA, E. R.; DORNELES, B. V. **Análise do desenvolvimento do pensamento geométrico no ensino fundamental.** Educação Matemática Pesquisa, v. 13, n. 2, p. 273 - 289, 2011.

BRASIL. **Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília**, 2018.

BRASIL. **Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. Base nacional comum curricular.** Brasília, DF, 2017.

CHIAVENATO, I. **Administração: teoria, processo e prática.** Rio de Janeiro: Elsevier, 2007.

JAIME, A.P.; GUTIERREZ, A. R. **Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la Geometría: el modelo de Van Hiele.** In: CISCAR, S. L. e GARCIA,

KALEFF, Ana Maria; Henriques, Almir de Souza; Rei, Dulce Monteiro; Figueiredo, Luiz Guilherme**. Desenvolvimento do Pensamento Geométrico – O Modelo de Van Hiele.** Bolema, v. 10, p. 21-30, 1994. JAIME, A. Aportaciones a la interpretación.

KNIJNIK, G.; BASSO, M. V. A.; KLUSENER, R. **Aprendendo e ensinando matemática com o geoplano.** 2. ed. Ijuí: Unijuí Editora, 2004.

KUHN, M. C.; QUADROS, B. M. **Geometria nos anos iniciais: possíveis conexões teóricas e prática.** Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática, v. 13, n. 3, p. 246 – 254, 2020.

NASSER, L.; SANT'ANNA, N. P. **Geometria segundo a teoria de van hiele.** Rio de Janeiro: Projeto Fundão, Instituto de Matemática, 1998

VILLIERS, M. de. **Algumas reflexões sobre a teoria de van Hiele.** Educacão Matemática Pesquisa, v. 12, n. 3, p. 400–431, 2010.

OLIVEIRA, Gislene de Campos. **Psicomotricidade: educação e reeducação num enfoque psicopedagógico.** Petrópolis:Vozes,1997.

SABBATIELLO, E.E.. **El geoplano: Um recurso didáctico para la enseñança dinámica de la geometria plana elemental- Su aplicación e utilizacioón en la escuela primária. Edicciones** G.ªD.Y.P., Buenos Aires, 196

SILVA, Luciana e CANDIDO, Cláudia Cueva. **Modelo de Aprendizagem da Geometria do Casal van Hiele.** Relatório de Iniciação Científica. São Paulo: Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo, 2007.

SMOLE, K. C. S.; DINIZ, M. I. S. V.; CÂNDIDO, P. T**. Figuras e Formas.** 2. ed. rev. –Porto Alegre: Penso, 2014.

SOUZA, G. L. D. **Educação Matemática na CENP: um estudo histórico sobre condições institucionais de produção cultural por parte de uma comunidade de prática. 2005.** Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2005. https://doi.org/10.17143/ciaed/ xxiilciaed.2017.00435

WILEY, D. A. **Learning object design and sequencing theory.** Unpublished doctoral dissertation, Brigham Young University. 2000.

ZABALA, Antoni. **A prática educativa: como ensinar.** Porto Alegre: Artmed, 1998

Uma proposta de sequência didática para o ensino de conjuntos matemáticos a partir da interseccionalidade entre gênero e raça

A proposed didactic sequence for the teaching of mathematical sets through the intersectionality between gender and race

Una propuesta de secuencia didáctica para la enseñanza de conjuntos matemáticos basada en la interseccionalidad entre género y raza

Letícia Silva Lima[1108]
Universidade Federal do Maranhão
Id: 0000-0002-8864-1923

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Tecnologia digital e outros recursos para o ensino e aprendizagem da matemática.

Resumo

Este artigo tem sua origem na participação da autora no curso de extensão promovido pelo grupo de pesquisa Matematiqueer, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, e tem como objetivo demonstrar uma atividade que terá como foco a construção dos conjuntos União e Intersecção por meio da interseccionalidade entre gênero e raça. A importância deste tema consiste em desenvolver reflexões sobre as desigualdades raciais presentes na sociedade brasileira, e que afetam como esses corpos são lidos para ocupar determinados lócus e profissões no mercado de trabalho, estabelecendo os estereótipos que marcam, sobretudo, a vida das mulheres negras. Por isso, a questão norteadora é: de que modo desenvolver a análise lógico-matemática em torno dos estereótipos vinculados as mulheres negras no mercado de trabalho, em sala de aula? Em busca da resposta, a intervenção pedagógica com abordagem qualitativa foi o caminho escolhido, esta que será aplicada aos alunos do ensino médio de uma escola pública em São Luís do Maranhão. Para sustentação, trouxemos os estudos de Paulo Freire e Silvio Luiz de Almeida, além de Eric Gustein, para o entendimento que a matemática pode ser instrumento de justiça social. Como resultados, esta intervenção pode subsidiar reflexões e ações dentro da escola para promoção de debates sobre o mercado de trabalho e as múltiplas possibilidades de profissões para todos os alunos.

Palavras chaves: Interseccionalidade entre gênero e raça; desigualdade racial; mercado de trabalho; profissões.

Abstract

[1108] lima.leticia@hotmail.com

This article originates from its author's participation in the university extension course that was promoted by the Matematiqueer research group at the Federal University of Rio de Janeiro, and aims to demonstrate an activity focused on the construction of the sets of Union and Intersection through the intersectionality between gender and race. The importance of this issue is to prompt reflections on the racial inequalities present in Brazilian society, and that affect how these bodies are perceived to occupy certain locus and professions in the labor market, establishing the stereotypes that mark the life of black women above all. Therefore, the guiding question is: how to undertake the logical-mathematical analysis around the stereotypes linked to black women in the labor market, in the classroom? In search of the answer, the pedagogical intervention with a qualitative approach was the methodology chosen, which will be applied to public school students in São Luís, capital of Maranhão. For theoretical support, we brought the studies of Paulo Freire and Silvio Luiz de Almeida in addition to Eric Gustein, for the understanding that mathematics can be an instrument of social justice. As a result, this intervention can support reflections and actions within the schools in order to promote debates about the labor market and the multiple possibilities of profession for all students.

Keywords: Intersectionality between race and gender; Racial inequality; Labor market; Professions

Resumen

Este artículo fue originado a partir de la participación de la autora en el curso de extensión promocionado por el grupo de investigación Matematiqueer, de la Universidad Federal de Río de Janeiro, y tiene como objetivo demostrar una actividad cuyo foco es la construcción de conjuntos de Unión e Intersección a través de la interseccionalidad entre género y raza. La importancia de abordar esta temática es poder desarrollar reflexiones sobre las desigualdades raciales presentes en la sociedad brasileña, que afecta la manera como estos cuerpos son leídos al ocupar determinados lócus y profesiones en el mercado de trabajo, estableciendo estereotipos que marcan, principalmente, la vida de mujeres negras. Teniendo en cuenta esta problemática, la gran pregunta es: ¿de qué manera se puede desarrollar el análisis lógico-matemático centrado en los estereotipos vinculados a las mujeres negras en el mercado de trabajo en las escuelas? Buscando una respuesta, la intervención pedagógica con un enfoque cualitativo fue el camino elegido; esta será aplicada a alumnos de la secundaria de una escuela pública en São Luís, del estado de Maranhão, en Brasil. Como refuerzo, trajimos los estudios de Paulo Freire, Silvio Luiz de Almeida y Eric Gustein, para la comprensión de que la matemática puede ser instrumento de justicia social. Como resultados, esta intervención puede llevar a reflexiones y acciones dentro de las escuelas, promoviendo debates sobre el mercado de trabajo y las múltiples posibilidades de profesiones para todos los alumnos.

Palabras claves: Interseccionalidad entre género y raza; desigualdad racial; mercado de trabajo; profesiones

Situando

Este artigo tem sua origem em uma participação da autora em um curso de extensão ofertado pelo grupo "Matematiqueer", da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), que refletiu a importância de ensinar a matemática costurando com o debate de gênero, sexualidade, e, quantas outras conexões couberem nessa equação que, ao fim, resulta em um ensino crítico sobre as realidades vivenciadas por diferentes grupos e os problemas sociais que eles enfrentam.

Nesse sentido, este artigo objetiva demonstrar uma atividade que terá como foco o ensino dos conjuntos de união e intersecção por meio da interseccionalidade entre gênero e raça. De acordo com Kilomba (2012), o *terceiro lugar* está sempre vinculado a mulher negra, estando este *lócus* materializado através dos espaços em que estes corpos são determinados para ocupar, sempre trabalhos mal remunerados e que não ofertam uma boa qualidade de vida. Nesse contexto de desigualdade racial no mercado de trabalho, de que modo seria possível desenvolver análise lógico-matemática em torno dos estereótipos a que se vinculam as mulheres negras no mercado de trabalho, em sala de aula?

Para responder esta pergunta, utilizou-se a intervenção pedagógica, que será aplicada para alunos do ensino médio de uma escola pública em São Luís do Maranhão. Como conjunto contextual, aproveitou-se os participantes do *reality show*, Big Brother Brasil, para tornar possível a confecção dos conjuntos pelo alunado. Dentre 22 edições, somente 3 foram escolhidas, tendo como critérios comuns o êxito de mulheres negras como campeãs do *reality show* em um elenco anonimo.

Para sustentação , os estudos de Freire (2012) e Hooks (2013) na perspectiva de discutir sobre possibilidades didáticas em sala de aula, a partir de um ensino que torne os alunos conscientes dessa realidade social de desigualdades raciais e sociais, o conceito de educação matemática para a justiça social com Gustein (2003), e o diálogo com Almeida (2019) e Kilomba (2012), visando o entendimento do processo de construção do racismo e de que maneira foi disseminado em todos os espaços sociais, incluindo o laboral.

A educação tradicional *versus* educação como prática para a liberdade.

Na tentativa de *gestar* uma outra maneira de ensino da união e intersecção dos conjuntos matemáticos, os pensamentos insurgentes de Freire (2021) e Hooks (2013) serviram de bases para entender que se pode pensar e repensar o ensinar e aprender matemática como um compromisso a ser *construída com* os educandos, seus saberes e suas realidades.

Concordando com Hooks (2013), não se deve ser mantenedor do passado dentro da escola, mas sim, atrever-se a ser um/a professor/a com a "coragem de transgredir as fronteiras que fecham cada aluno numa abordagem de aprendizado como uma rotina de produção (HOOKS, 2013, p.25), fortalecendo a outra matemática, aquela que pode ser entendida e aplicada em outra perspectiva, estando comprometida com a realidade, a nossa, a deles e a de outros.

Segundo a autora, o sistema de educação bancária é "baseado no pressuposto de que a memorização de informação e sua posterior regurgitação representam uma aquisição de conhecimentos que podem ser depositados, guardados e usados numa data futura" (HOOKS, 2013, p.14), que faz do saber um fluxo unilateral de professor para aluno.

Ao passo que a educação bancária ganha força e adeptos (como comenta Hooks (2013), existe resistência de alguns educandos em deixar a antiga prática e abrir-se para o novo como possibilidade), a dominação e alienação da ignorância do homem se concretizam em esvaziamento individual e coletivo, neutralizando as culturas, diferenças, semelhanças e conhecimentos existentes no ambiente escolar.

Para Freire (2021, p.87), a educação bancária tem a finalidade não só de tornar irreconciliável educador – educando, estabelecendo postos de quem sabe mais ou menos, como também de cegar o entendimento do homem no mundo, alienando sua visão totalizante dele e do seu entorno. Nesse sentido, ele perde também sua capacidade e consciência de que ele pode ser agente de transformação e recriação, virando "a coisa", "o objeto", sem consciência de si, do outro e da realidade, sendo mais facilmente manipulado pelo sistema opressor.

Indo na contramão da educação tradicional, Freire (2021) e Hooks (2013) defendem o que chamam de educação comprometida com a libertação – sendo esta libertação autêntica quando existe a *práxis*, ou seja, quando implica ação e reflexão do sujeito sobre o mundo para transformá-lo. Além disso, a educação como prática para a liberdade entende professores e alunos como indivíduos que se complementam na formulação do conhecimento, ambos sendo sujeitos ativos do saber.

É a partir do exercício de pensar a educação para potencializar o diálogo, o multiculturalismo, as diferenças e semelhanças, que é defendido o sentido de fazer matemática como instrumento capaz de intensificar as insurgências individual e coletiva na escola.

A matemática pode falar de tudo? A educação matemática para a justiça social

No processo de construir outro olhar para o ensino de matemática, questionasse: É possível abordar criticamente os gêneros, raças e sexualidades, refletindo sobre esses marcadores para uma aula de matemática? É possível fazer da matemática uma aliada para à prática da liberdade? Talvez a resposta esteja no movimento de professores matemáticos e pesquisadores[1109] que têm mostrado que, sim, é possível fazer da matemática uma ferramenta de inclusão e crítica social, é necessário falar das minorias em uma aula de matemática, e sendo assim, é viável pensar que a matemática pode ser uma ciência colaboradora para a prática da liberdade e conscientização coletivas.

De acordo com Bartell (2012), a matemática pode ser veículo para um pensar autêntico, descolonizado, crítico e politizado do mundo, fazendo dela uma importante aliada para os/as professores/as que desejam recriar a matemática à serviço das questões sociais. Pelas palavras da autora

> A [M]atemática pode ser efetivamente usada para ensinar e aprender sobre questões de injustiça social, ajudando os estudantes a desenvolver uma consciência crítica que lhes forneça subsídios para aprofundar os seus conhecimentos (e compreender) o contexto sociopolítico de suas vidas (BARTELL, 2012, p.114).

Foi pensando nesses processos de exclusão sociais, que a educação matemática para a justiça social desponta como contraponto para o ensino da matemática tradicional. Gustein (2006, p. 4), inspirado na pedagogia de Paulo Freire, defende a essência do ensino da matemática para tornar os estudantes conscientes e críticos das injustiças existentes, desafiando-os como sujeitos capazes de transformar as estruturas e opressões, ou seja, "ler e escrever o mundo" com a matemática. Para o autor, *ler o mundo com a matemática* implica em

> usar a matemática para entender relações de poder, desigualdades de recursos, diferenças de oportunidades entre diversos grupos sociais e para entender

[1109] Como por exemplo, o grupo *Matematiqueer:* Estudos de Gênero e Sexualidades em Educação Matemática, criado em 2020 e coordenado pelo professor Dr. Agnaldo da Conceição Esquincalha, que refletem sobre o uso da matemática para a justiça social e populações em vulnerabilidade.

> discriminações explícitas baseadas em raça, classe, gênero, língua e outras diferenças [...] usar a matemática para examinar esses diversos fenômenos, tanto na realidade imediata quanto em um contexto social mais amplo e para identificar relações e fazer conexões entre eles (GUSTEIN, 2003, p. 45).

Escrever o mundo com a matemática, para o autor, implica na prática depois da leitura (reflexão) do mundo; ou seja, diante do domínio da matemática que versa para a justiça social, os alunos poderão agir para melhorar os contextos nos quais estão inseridos.

É a partir da colaboração de Gustein (2003; 2006), que foi feita a proposta desta intervenção, versando sobre as condições de trabalho para diferentes grupos raciais e de gênero, especialmente, os contextos vividos pelas mulheres negras no mercado de trabalho brasileiro, através da leitura e escrita com a matemática.

O lugar da mulher negra na sociedade

A história do Brasil está atravessada pela exploração, subordinação, violência, desrespeito e desumanização de povos não-europeus, além do apagamento de seus hábitos, costumes, modos de viver e linguagens pelo colonialismo[1110]. Com a chegada do "homem branco", foi disseminado valores, crenças e ideais construídos pelo pensamento iluminista que reforçaram a supremacia europeia nas terras colonizadas, ao passo que tudo que era derivado de outros lugares não-eurocêntricos foi progressivamente aniquilado.

Segundo Almeida (2019), o projeto liberal iluminista não tornava todos os homens iguais e sequer tinha o interesse que todos os indivíduos fossem reconhecidos como seres humanos; com isso, a divisão entre as raças se torna base fundante pro processo sistemático do racismo, se manifestando por meio de práticas conscientes ou inconscientes que culminam em desvantagens ou privilégios para indivíduos, a depender do grupo racial ao qual pertençam, e que se dissemina para a economia, para a política, nas relações interpessoais e nos espaços (ALMEIDA, 2019, p.22).

[1110] De acordo com Almeida (2019), o colonialismo é o produto de um processo de destruição e morte decorrentes da invasão de povos europeus em terras não europeias, levados pela ideia de serem os responsáveis pela civilização dos que eles denominaram "povos primitivos".

Como mostraremos a seguir com a tabela do DIEESE/SEADE (2017); o racismo estrutural formata os lugares e os trabalhadores, a fim de retroalimentar o sistema criado pelo mercado, pelas instituições e pela sociedade, preservando os privilégios de alguns em detrimentos de outros

Tabela 1

*Distribuição dos ocupados, por raça/cor, segundo posição na ocupação Região Metropolitana de São Paulo – 2016 (*DIEESE/SEADE, *2017, p.03)*

São Paulo 2017	Setor privado com carteira	Setor privado sem carteira	Setor público	Autônomos	Emp. domésticos	Demais posições*
Negros	55,3	7,9	6,7	16,6	9,2	4,2
Não negros	53,7	7,8	8,7	15,9	5,2	8,6

Na tabela 1, torna-se evidente em quais lugares os corpos negros estão em maior quantidade, reforçando que o racismo foi criado para determinar quem pode ter o trabalho bem remunerado, quem tem o melhor emprego e quem ocupa os maiores cargos. Isso posto, a tabela torna perceptível a discrepância significativa no setor de empregados domésticos – 9,2% para ocupação de negros, ao passo que não negros apresentam apenas 5,2% na mesma função.

Traçando um olhar mais minucioso sobre a pesquisa acima, questiona-se: em quais categorias supracitadas é possível pensar que há predominância de mulheres negras?

> Se 6,2 milhões de pessoas, entre homens e mulheres, estavam empregadas no serviço doméstico, mais de 4 milhões eram pessoas negras – destas, 3,9 milhões eram mulheres negras. Estas, portanto, respondem por 63% do total de trabalhadores(as) domésticos(as).[1111]

Somando com a citação acima, Kilomba (2012) enfatiza que a mulher negra é a materialização do terceiro lugar, nem mulheres brancas e nem homens, mas, o *Outro do Outro*, correspondendo a antítese da mulher branca e do homem negro, duplamente invisibilizada e discriminadas pelos discursos de gênero e racismo.

[1111] PINHEIRO, Luana; et al. Os Desafios do Passado no Trabalho doméstico do Século XXI: Reflexões para o caso brasileiro a partir dos dados da PNAD contínua. Brasília: IPEA, nov. 2019, p. 12. Disponível em: https://www.ipea.gov.br/portal/images/stories/PDFs/TDs/td_2528.pdf. Acesso em: 3 jun. 2022.

Diante do exposto e da interseccionalidade das vivências que tomam forma pelas ausências desses corpos em sociedade, usa-se da matemática para trazer a superfície aquelas que se encontram historicamente sempre nas margens, contribuindo para questionar e transformar como os alunos enxergam a existências destas mulheres e as realidades do mercado de trabalho a partir dos marcadores de gênero e raça.

Apresentação e discussão das atividades proposta

As atividades foram elaboradas para serem executadas nas turmas do ensino médio de uma escola pública em São Luís do Maranhão, em grupos de até 5 alunos, de modo a resolverem os questionamentos propostos com o/a professor/a. Para dar suporte a sequência didática, utilizou-se a intervenção pedagógica, que de acordo com Damiani *et al* (2013) são investigações que promovem avanços e melhorias nos processos de aprendizagem dos sujeitos que delas participam

Cada grupo receberá papéis em branco para confecção dos diagramas e uma tabela com as respectivas reproduções (estes sendo representados somente com o rosto e o nome), como mostra a figura 1. Estas tabelas (1, 2 e 3) foram construídas a partir da seleção de três edições que tiveram mulher negras cisgêneras campeãs no programa televisivo Big Brother Brasil, sendo respectivamente as edições 2004, 2006 e 2019.

A escolha do *reality* mencionado se pautou nos seguintes aspectos: a popularidade a nível nacional, sendo assistido por uma parcela significativa de brasileiros, e a diversidade dos participantes que compõe o elenco anualmente, sendo que para este estudo se consideram edições em que o elenco era anônimo antes da participação.

Figura 1

Participantes BBB (Elaborado pela autora

Etapa 1: Ao início, é imprescindível que o alunado já possua os saberes matemáticos sobre o tema. Em subsequente, o/a professor/a irá distribuir 01 (uma) tipo de tabela com as respectivas reproduções para cada equipe e solicitará aos grupos formados as demandas abaixo, fazendo-os representar pelo diagrama de Venn. Para este exemplo, determinou-se um total de 30 alunos, com 6 grupos de 5 pessoas: **Grupo 1 (tabela 1)** Forme um conjunto A que seja de pessoas médicas. Forme um conjunto B que seja de pessoas dançarinas. Forme um conjunto C com homens. Forme um conjunto D com mulheres. **Grupo 2 (tabela 2)** Forme um conjunto A que seja de pessoas que seja donas de casa. Forme um conjunto B com pessoas que trabalhem como entregadores de pizza. Forme um conjunto C com homens. Forme um conjunto D com mulheres. **Grupo 3 (tabela 3)** Forme um conjunto A que seja de pessoas que trabalham em serviços domésticos. Forme um conjunto B que seja de economistas Forme um conjunto C com homens Forme um conjunto D com mulheres **Grupo 4 (tabela 1)** Forme um conjunto A com pessoas que sejam engenheiros/as Forme um conjunto B com pessoas que sejam empresárias Forme um conjunto C com pessoas negras Forme um conjunto D com pessoas brancas **Grupo 5 (tabela 2)** Forme um conjunto A que seja de pessoas que possivelmente ganhariam o *reality* Forme um conjunto B com pessoas brancas Forme um conjunto C com pessoas negras **Grupo 6 (tabela 3)** Forme um conjunto A que seja de pessoas que sejam garçons/garçonetes Forme um conjunto B com pessoas que sejam agentes de limpeza pública Forme um conjunto C com homens Forme um conjunto D com mulheres

O objetivo desta etapa é materializar as concepções de raça, gênero e os lugares de trabalho que cabe para cada grupo. No exercício, pedimos que os grupos formem conjuntos com pessoas que sejam médicas, dançarinas, donas de casa, entregadores de pizza, de serviços domésticos, engenheiras, empresárias, economistas, pessoas que potencialmente poderiam ganhar o reality, agentes de limpeza pública e garçons/garçonetes.

A partir dessa ideia inicial , os/as alunos/as poderão visualizar, a partir da formação que deliberadamente fizeram de seus conjuntos, suas convicções acerca do lugar de privilégios e *status quo* para alguns, ao passo que outros são marginalizados.

Etapa 2: Após a confecção de cada conjunto, o/a professor/a solicitará que formem os conjuntos de união e a intersecção entre os conjuntos formados, tendo como orientação sempre inter-relacionarem as raças ou os gêneros com as profissões. Estas representações serão feitas pelo diagrama de Venn. A forma de combinação destes conjuntos ficará a critério de cada equipe.

Nesta etapa, os conjuntos União e Intersecção tomam forma no papel, ficando agora mais evidente como os/as alunos/as irão combinar seus conjuntos e quais pessoas estarão nas intersecções destes grupos. Suponhamos que conforme hipótese de uma equipe, eles escolham 6 pessoas que - de acordo com eles – possuam características visuais que os façam parecer ao conjunto de pessoas economistas.

A mesma equipe tem como orientação formar um segundo conjunto com pessoas que porventura possam trabalhar com serviços domésticos, o terceiro conjunto com homens, por conseguinte, um quarto com mulheres. A equipe escolhe combinar “economia com homens”, ao passo que combina o conjunto “pessoas de serviços domésticos com mulheres”. Os resultados destas duas intersecções irão corroborar para uma leitura do mercado de trabalho e da realidade vivenciada pelos grupos de homens e mulheres, brancos e negros.

Ainda levando em consideração estes dois resultados, a partir da construção matemática, nota-se que a maneira de vestir, o corte de cabelo, o gênero e a cor da pele serão determinantes para que alguns grupos pertençam ou não a um trabalho/espaço.

Etapa 3: Em continuidade, o/a professor/a irá pedir que cada equipe, apresente de maneira oral seus resultados (os conjuntos formados na primeira etapa, os conjuntos resultados da união e da intersecção), com a finalidade de que seja partilhado para as outras equipes quais foram os possíveis critérios/justificativas para formar os conjuntos e como pensaram as relações entre eles.

A) Qual/is foi/foram os/as participante(s) que ficaram nas intersecções dos diagramas das equipes? **B)**. Como isso reflete a sociedade que vivemos? **C)** porque eles acham que, para algumas profissões, algumas pessoas não se encaixam e outras se encaixam naquela categoria? **D)** Diante das realidades, quais estratégias podemos ter?

A terceira etapa é a aquela na qual os/as colegas e o/a professor/a poderão refletir juntos sobre a maneira que as equipes pensaram os conjuntos e como os interseccionaram. Nesta etapa, além da exposição, o professor irá propor reflexões em torno dos resultados de cada equipe, repensando no impacto que seus olhares têm sobre a realidade e como isso aprisiona suas existências em caixas que, de acordo com o gênero ou a cor, eles poderiam estar.

Considerações finais

Discutir sobre os aspectos da matemática para a justiça social ainda é um desafio, visto que muitos professores e alunos ainda estão fixos na ideia de que matemática se faz apenas com a racionalidade, não interessando a eles tocar em assuntos como gênero e raça para a superação das desigualdades ainda presentes na sociedade.

Lemos e escrevemos pela matemática a realidade do mercado de trabalho vivenciadas pelas pessoas negras – em especial, as mulheres negras na sociedade brasileira, através do ensino de conjuntos da União e Intersecção, a fim de refletir em coletivo como os contextos sociais e raciais interferem cotidianamente na vida das pessoas, a depender do grupo de gênero ou raça no qual elas pertençam.

Neste sentido, é importante desvelar os estereótipos raciais e de gênero que corroboram para a manutenção do sistema opressor, a fim de proporcionar, a eles, alunos, um debate de possibilidades e de abertura de caminhos. Os resultados destas atividades poderão ser subsídios para debates dentro da escola sobre mercados de trabalho, racismo, gênero e principalmente, as profissões que os/as alunos/as podem e devem ter ao alcance dos olhos.

Referenciais

ALMEIDA, S. **Racismo estrutural**. [Structural Racism]. São Paulo: Pólen, 2019. 264 p.

BARTELL, T. G. E. Is This Teaching Mathematics for Social Justice? In: WAGER, A. A.; STINSON, D. W. (Eds.). **Teaching Mathematics for Social Justice:** Conversations with Mathematics Educators. USA: NCTM, National Council of Mathematics Teachers, 2012. p.113-125.

DAMIANI; et al. **Discutindo pesquisas do tipo Intervenção Pedagógica**. Cadernos de Educação, Pelotas, n. 45, p. 57-67, mai/ago 2013. Disponível em: https://periodicos.ufpel.edu.br/ojs2/index.php/caduc/article/view/3822

DIEESE/SEADE e entidades regionais. PED Pesquisa de Emprego e Desemprego. São Paulo. 2017. https://www.dieese.org.br/analiseped/2017/2017pednegrossao.html

FREIRE, Paulo**. Pedagogia do oprimido**. 78ª ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2021.

GUTSTEIN, E. **Teaching and learning mathematics for social justice in an urban, latino school**. Journal for research in Mathematics Education, Reston, v. 34, n. 1, p. 37-73, jan. 2003.

GUSTEN, E. **Reading and writing the world with mathematics**: toward a pedagogy for social justice.New York: Routledge, 2006.

HOOKS, Bell. **Ensinando a transgredir**: a educação como prática da liberdade. Tradução: Marcelo Brandão Cipolla. São Paulo: Editora Martins Fontes. 2017. 283p.

KILOMBA, Grada. **Plantation Memories**: Episodes of Everyday Racism. Münster: Unrast Verlag, 2012.

PINHEIRO, Luana; et al. Os Desafios do Passado no Trabalho doméstico do Século XXI: Reflexões para o caso brasileiro a partir dos dados da PNAD contínua. Brasília: IPEA, nov. 2019, p. 8. Disponível em: https://www.ipea.gov.br/portal/images/stories/PDFs/TDs/td_2528.pdf. Acesso em: 3 jun.2022

Desenvolvimento de atividades relacionadas às superfícies quádricas com a utilização do GeoGebra

Development of activities related to quadric surfaces using GeoGebra

Desarrollo de actividades relacionadas con superficies cuádricas usando GeoGebra

Anderson Gonçalves Siqueira[1112]
Secretaria de Estado da Educação de Minas Gerais
https://orcid.org/0000-0001-6517-2450

Janine Freitas Mota[1113]
Universidade Estadual de Montes Claros
https://orcid.org/0000-0003-1653-9521

João Bosco Laudares[1114]
Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais
https://orcid.org/0000-0002-4071-5583

Modalidade: (Comunicação)
Núcleo Temático: Tecnologia digital e outros recursos para o ensino e aprendizagem da matemática.

Resumo

Neste artigo apresentamos resultados de uma pesquisa qualitativa relacionada a duas produções na temática da informática educativa com tecnologias digitais, sendo: a primeira, criação de uma sequência didática como facilitadora do desenvolvimento do pensamento visual do estudante, envolvendo superfícies quádricas, com recursos do *software* GeoGebra; e a segunda, idealização, estruturação, formatação e edição de um *e-book,* por uma editora universitária. O referencial teórico utilizado teve suporte de parâmetros da informática educativa, bem como de diretrizes para construção de uma sequência didática. A metodologia, para desenvolvimento da sequência didática, foi desenvolvida com suporte de recursos das tecnologias digitais, que subsidiou a concepção e análise das atividades criadas, com a exploração do *software* GeoGebra*,* numa mediação entre conteúdo e tecnologia. Como resultados da pesquisa desenvolvida foram apresentadas duas atividades, presentes no *e-book* publicado, que abordam superfícies de revolução.

Palavras-chave: Informática educativa, superfícies quádricas, *software* GeoGebra, atividades.

[1112]andersonpucbetim@yahoo.com.br
[1113] janine.mota@unimontes.br
[1114] jblaudares@terra.com.br

Abstract

In this article we present the results of a qualitative research related to two productions on the theme of educational informatics with digital technologies, being: the first, creation of a didactic sequence as a facilitator of the development of the student's visual thinking, involving quadric surfaces, with resources of the GeoGebra software; and the second, idealization, structuring, formatting and editing of an e-book, by a university press. The theoretical framework used was supported by parameters of educational informatics, as well as guidelines for the construction of a didactic sequence. The methodology, for the development of the didactic sequence, was developed with the support of digital technologies resources, which subsidized the conception and analysis of the activities created, with the exploration of the GeoGebra software, in a mediation between content and technology. As a result of the research developed, two activities were presented, present in the published e-book, which address surfaces of revolution.
Keywords: Educational informatics, quadric surfaces, GeoGebra software, activities.

Resumen

En este artículo presentamos los resultados de una investigación cualitativa relacionada con dos producciones sobre el tema de la informática educativa con tecnologías digitales, siendo: la primera, la creación de una secuencia didáctica como facilitadora del desarrollo del pensamiento visual del alumno, involucrando superficies cuádricas , con recursos del software GeoGebra ; y el segundo, idealización, estructuración, formateo y edición de un libro electrónico, por parte de una editorial universitaria. El marco teórico utilizado se apoyó en parámetros de la informática educativa, así como lineamientos para la construcción de una secuencia didáctica. La metodología, para el desarrollo de la secuencia didáctica, fue desarrollada con el apoyo de recursos de tecnologías digitales, que subsidiaron la concepción y análisis de las actividades creadas, con la exploración del software GeoGebra, en una mediación entre contenido y tecnología. Como resultado de la investigación desarrollada, se presentaron dos actividades, presentes en el libro electrónico publicado, que abordan superficies de revolución.
Palabras clave: Informática educativa, superficies cuádricas, software GeoGebra, actividades.

Introdução

A utilização de recursos informáticos em sala de aula ocupa um espaço cada vez maior nas escolas, mesmo não sendo, ainda, um consenso geral por parte dos professores de todos os níveis. Os profissionais que adotam metodologias informatizadas argumentam que esses recursos tendem a facilitar a aprendizagem, proporcionando motivação para os processos de ensino e de aprendizagem, e interação entre professor, aluno e conteúdo. Borba e Penteado (2003), apresentam argumentos sobre tais pontos de vista:

> O computador, portanto, pode ser um problema a mais na vida já atribulada do professor, mas pode também desencadear o surgimento de novas possibilidades para

> o seu desenvolvimento como um profissional da educação (BORBA E PENTEADO, 2003, p. 15).

Algumas inovações no ensino são potencializadas pelo uso de recursos tecnológicos, que impactam as diretrizes curriculares, contribuindo para a educação escolar formal, com propostas de mudanças: de uma metodologia tradicional verticalizada, para o que se tem denominado de metodologias ativas. Isto é, uma mediação contínua do professor, estudante e as novas tecnologias, num mesmo plano de ação. A escola, portanto, deverá estar atenta a tais avanços e acompanhá-los, se modernizando e capacitando seus profissionais responsáveis pela educação escolar dos estudantes.

As práticas didáticas, que utilizam o computador em sala de aula, demandam discussões e reflexões pela comunidade acadêmica; o que acontece em congressos e seminários voltados para a educação, em qualquer nível de ensino: básico, médio e superior. É indiscutível que o professor tem em suas mãos uma importante ferramenta, que auxiliará nos processos de ensino e de aprendizagem dos alunos, com metodologias ativas para inovação, MORAN e BACICH (2018).

Estudos provenientes de uma investigação em educação, apresentados neste artigo, são pertinentes à Ciência da Educação Superior, na área específica da Informática e Comunicação, com o desenvolvimento do conteúdo de Geometria nos espaços bi e tri dimensionais. Os recursos obtidos constituem requisitos do pensamento geométrico visual do estudante, fundamentais para a sua aprendizagem espacial em geometria.

A pesquisa concluída, aqui retratada neste trabalho, teve seu objeto nos parâmetros da informática educativa, que se refere ao uso do computador e suas ferramentas no âmbito escolar, enquanto recurso pedagógico a ser utilizado pelo profissional docente (KENSKI, 2007). Tal recurso foi útil para elaboração de uma metodologia ativa, expressa num material digital, com exploração do aplicativo GeoGebra.

Foram desenvolvidas atividades para motivar o estudante a desenvolver seu pensamento geométrico visual, na transição do espaço bidimensional, das superfícies cônicas, para o tridimensional, das superfícies quádricas, incluindo as superfícies de revolução.

Aspectos teórico-metodológicos da pesquisa

O conteúdo trabalhado nos estudos e investigação apresentados neste artigo foi o de Geometria Analítica Plana e Espacial, especialmente as superfícies de revolução, com parâmetros de Objeto de Aprendizagem e do *Blended Learnig*, para o desenvolvimento das habilidades de visualização do estudante. A didática tem contemplado esses dois importantes recursos que apoiam a aprendizagem e o ensino com informática educativa. Willey (2000) definiu o Objeto de Aprendizagem, no paradigma da informática computacional, como uma entidade digital com componentes para disponibilizar, de forma *on-line,* acesso a variados usuários. O *Blended Learning* é uma inovação para a sala de aula tradicional e potencializa a melhoria nos processos de ensino e de aprendizagem, sendo uma combinação de experiências de aprendizagens flexíveis – presenciais e *on-line* – dentro das universidades, melhorando a interação social entre os estudantes.

Buscou-se a percepção e a necessidade que o estudante tem junto a um conjunto de conhecimentos matemáticos, necessários para a manipulação dos saberes geométricos para a resolução de problemas.

> Nos cursos de licenciatura em Matemática, é necessário que conteúdos de matemática, educação matemática, geometria e educação geométrica sejam abordados de forma conjunta e complementar, eliminando possíveis discriminações entre as disciplinas constituintes da proposta curricular do curso (LEIVAS E SOARES, 2013, p. 261).

Em concordância com os autores citados, é importante destacar que, em relação a geometria, a sua melhor compreensão e entendimento está diretamente relacionada à visualização geométrica. A geometria voltada para o ensino superior é mais aprofundada e específica, não se resumindo apenas à memorização de axiomas e postulados, mas ao desenvolvimento do pensamento geométrico, referente à habilidade de visualizar e imaginar.

Para atingir essas habilidades, a diversificação metodológica é requerida com instrumentos da informática educativa, o que ocorreu com a metodologia ativa gerada na investigação realizada e aqui apresentada, que estão no espaço da informática educativa, ao inquirir sobre o desenvolvimento da visão espacial do estudante.

Dois foram os objetivos da pesquisa, assumida como qualitativa, cujos resultados são apresentados. Primeiro objetivo: criação de uma sequência didática como facilitadora do desenvolvimento do pensamento visual do estudante, do espaço bidimensional para o tridimensional, usando recursos da informática educativa (o aplicativo GeoGebra); segundo objetivo: editar e publicar um *e-book* para divulgar a sequência didática desenvolvida e os procedimentos metodológicos adotados.

Os dois objetivos foram alcançados e facilitados pela continuidade de uma primeira experiência metodológica, cuja concepção seguiu um caminho do espaço tridimensional para o bidimensional, ao fatiar uma superfície quádrica, no intuito de potencializar o entendimento de como este tipo de superfície é construída, partindo da sua composição pelas cônicas (MOTA, 2010). Nesta experiência, o *software* Winplot, que naquele momento era a melhor ferramenta no que se definia como aplicativo de geometria dinâmica, foi utilizado. Esse *software* apresenta vários recursos, incluindo o "fatiador", que permitiu fatiar/seccionar uma superfície espacial, para visualizar sua composição com figuras planas, especialmente as retas e as cônicas.

Numa segunda experiência metodológica, Siqueira (2018), dando continuidade a estes estudos e investigações, propôs uma metodologia que tomasse as figuras planas – cônicas – e delas construísse as quádricas, no espaço tridimensional. As quádricas são superfícies, no espaço tridimensional, cujas seções transversais são cônicas (circunferências, parábolas, elipses e hipérboles).

Esta experiência trouxe dois grandes desafios: (1) elaborar atividades, assistidas com recursos da informática educativa, que abordassem o conteúdo da Geometria Analítica plana e espacial de modo inovador, de forma a potencializar o desenvolvimento do pensamento visual do estudante; (2) reestruturar a sequência didática implementada na primeira experiência, em que se utilizou o *software* Winplot, inovando-a com a utilização do aplicativo GeoGebra, na sua versão 3D.

Essa nova ferramenta informatizada demandou uma exaustiva heurística para constituição da metodologia de criação, implementação e validação da sequência didática para o estudo das superfícies, haja vista que foi necessário um estudo das ferramentas do GeoGebra e como estas poderiam ser utilizadas de forma a potencializar o desenvolvimento do pensamento geométrico dos estudantes. Esta troca de ferramenta foi eficiente, pelo fato do GeoGebra disponibilizar uma gama maior de recursos para concepção de uma metodologia ativa e apresentar maior alcance de divulgação, uma vez que tem sido usado em larga escala pela comunidade acadêmica na graduação e nas pesquisas em nível de pós-graduação, como a desenvolvida e apresentada neste artigo.

A metodologia utilizada no desenvolvimento da sequência didática foi arquitetada para favorecer os estilos de aprendizagem do estudante, buscando estratégias de aprendizagem, segundo Zhang e Sternberg (2005); e Frota (2011). As atividades investigativas ocorreram demandando dos estudantes uma postura ativa, permitindo, pelos instrumentos da atividade informatizada, uma autonomia para os mesmos, num ambiente de visualização em Matemática.

Presmeg (2006) e Frota (2013) evidenciam aspectos do uso da visualização na educação escolar, não somente com propósitos ilustrativos, mas como componente fundamental no tratamento conceitual, bem como na produção de representações das imagens mentais, advindas das visualizações mentais.

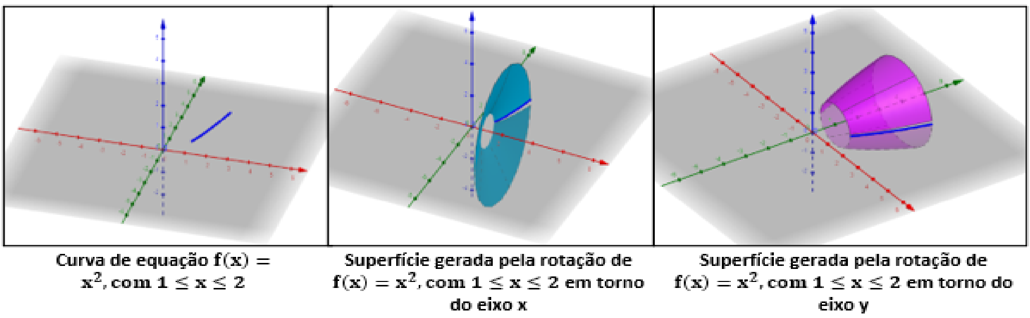
Dessa forma, a metodologia concebida para desenvolvimento da sequência didática foi originada explorando a visualização das superfícies quádricas, sendo construído dois produtos. Inicialmente, das primeiras experiências foi editado um livro físico, para divulgação da metodologia criada; da segunda experiência metodológica, num segundo momento em 2021/2022, foi divulgado um *e-book* digital, ambos os livros foram editados pela editora da PUC-Minas.

Atividades

Para apresentarmos o produto final da pesquisa (um *e-book* digital, contendo uma sequência didática para o estudo de superfícies tridimensionais, com o uso do *software* GeoGebra, intitulado “Planos, Cilindros e Quádricas – Um enfoque no traçado de curvas e superfícies espaciais”), optamos pela exploração das superfícies de revolução, motivados pelas possibilidades de interação entre o conteúdo/*software,* conforme está exemplificado na figura 1, ilustrada a seguir.

Figura 1.

Parte da sequência didática criada, publicada em um e-book



Fonte: Dados da pesquisa.

Para a construção de tais superfícies, é necessário a rotação de uma região plana em torno de um dos eixos coordenados. Um destaque é a mudança da superfície de acordo com o eixo de rotação. Optamos por uma didática baseada em passos – sequência de ações, ordenadas com o propósito de, gradualmente, executar uma construção no GeoGebra. Seguindo os passos, declarados nas atividades, os estudantes, mesmo sem o auxílio de um professor, podem ser capazes de realizá-los no GeoGebra e visualizar a construção das superfícies. Segue um exemplo de uma atividade presente no *e-book* digital.

Descrição dos passos necessários para a construção de uma superfície de revolução

Uma superfície de revolução é gerada a partir da rotação de uma curva, ou parte dessa curva, contida em uma região plana, em torno de um dos eixos coordenados. A metodologia adotada para a construção dessas superfícies, utilizando o GeoGebra 3D, consistiu em uma sequência de passos, que se iniciou: pela definição da função cuja representação gráfica é a geratriz da superfície, em seguida, o intervalo de rotação dessa curva e por fim, o eixo diretriz da superfície. Descrevemos no Quadro 01 trechos de uma atividade da sequência didática desenvolvida.

Quadro 1.

Atividade 1 - construção de uma superfície de revolução gerada pela rotação do gráfico da função polinomial $f(x) = x^3 + 2x - 4$*, no intervalo [0,2], em torno do eixo x e em seguida em torno do eixo y*

1° Passo – Na linha de entrada do GeoGebra, digite a função $f(x) = x^3 + 2x - 4$. O gráfico irá aparecer na janela de visualização 3D.

2° Passo – Delimitar o intervalo de rotação do gráfico. Digite na linha de entrada *Função* e selecione a opção *Função(<Função>, <Valor de x inicial>,<Valor de x final>).*

3° Passo – Ao selecionar esta opção, digite os dados *Função(f(x),0,2).* Ao inserir estes dados, está sendo definida qual é a curva geratriz da superfície, assim como o intervalo de valores para a variável.

4° Passo – Configurar o ângulo de rotação da curva: Para isso, será necessário criar um controle deslizante. Na caixa de comando do GeoGebra, digite m. Será criado o controle deslizante.

Para uma rotação em torno de um dos eixos coordenados, será necessário mudar o intervalo de numérico para angular. Para isso, clique nos três pontinhos no lado esquerdo alto do controle deslizante. Em seguida, selecione controle deslizante e altere os dados: mín = 0 e máx = 2pi.

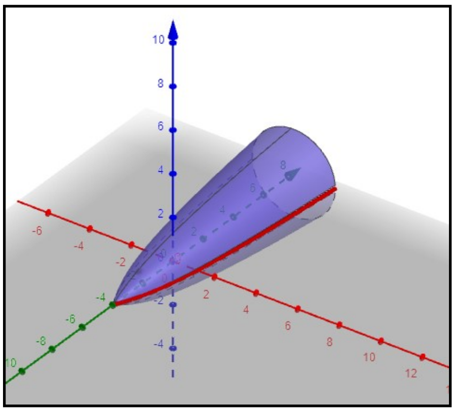
5° Passo – No campo de entrada do GeoGebra, digite o comando *Superfície.* Selecione a opção *Superfície (<Curva>,<Ângulo>,<Reta>).* Em seguida, digite os dados Curva: g(x); Ângulo: m, Reta: Eixo x.

6° Passo – Movimente o controle deslizante e observe a formação da superfície de revolução.

Para construir uma superfície de revolução em torno do eixo y, será necessário manter as configurações iniciais, alterando apenas o eixo de rotação.
7° Passo – Na caixa de comando, digite *Superfície* e selecione a opção *Superfície(<Curva>,<Ângulo>,<Reta>).* Em seguida, digite os dados: Curva: g(x), Ângulo: m, Reta: Eixo y.
8° Passo – Movimento o controle deslizante e observe a superfície sendo formada.

Ao final da construção, o estudante poderá visualizar, no *software* GeoGebra, a superfície plotada, conforme apresentado na figura 2, descrita a seguir:

Figura 2.
Superfície gerada pela rotação da curva em torno do eixo y



Fonte: Dados da pesquisa.

Ao tratar a informação figural, os estudantes são levados a observar os conceitos geométricos, relacionados com a superfície em estudo, através da análise algébrica e também por meio das representações em termos visuais.

A informática educativa, apoiada nas tecnologias digitais, favoreceu a geração de *applets,* a partir do *software* GeoGebra*,* trazendo benefício para a estruturação metodológica na construção das atividades.

Em seguida, apresentamos as considerações finais acerca da pesquisa realizada.

Considerações

A pesquisa realizada está contextualizada no campo da educação escolar formal do ensino superior. Os objetivos foram cumpridos a partir da (1) criação de uma sequência didática, com o desenvolvimento de atividades, que facilitem a compreensão da transição do espaço bidimensional para o tridimensional das superfícies quádricas, cilindros e planos e (2) como instrumento de divulgação, a edição de um *e-book,* que contemplou esta metodologia, cujo título é: “Planos, Cilindros e Quádricas – Um enfoque no traçado de curvas”.

Num segundo plano, foram usados recursos computacionais da eletrônica digital para composição de um *e-book*. Assim, esta investigação se enquadra no espaço das novas tecnologias em dois tempos da pesquisa: (1) a criação da sequência didática, com suporte de *applets* do GeoGebra; (2) composição de um *e-book.*

Tratou-se de uma investigação qualitativa com o objeto, situado no espaço da educação escolar, para contribuir com a didática da sala de aula, assistida por tecnologia.

As etapas da metodologia tiveram o suporte de aspectos dos referenciais teóricos relacionados aos Objetos de Aprendizagem e do *Blended Learnig*. Deste modo, a didática da matemática superior e a informática educativa definiram um espaço para a metodologia.

Assim, apesar de não classificar o produto da investigação como um objeto de aprendizagem ou *blended learning,* as atividades foram estruturadas com instrumentos desses dois recursos didáticos, para facilitar a construção de sequências didáticas, a partir de parâmetros de Zabala (1998), Libâneo (2013), Willley (2000) e Valente (2014).

O estudo de geometria, considerado pelos estudantes de difícil compreensão e aplicação, pode ser facilitado pela instrumentação técnica para melhor assimilação, colocando o ensino geométrico no mesmo nível dos outros conteúdos, segundo Leivas e Soares (2013), o que ocorreu na investigação realizada.

A idealização, bem como a concretude das atividades, teve um objetivo maior de facilitar ao estudante a aquisição do pensamento visual geométrico, com uso de tecnologia. Isto é, problematizar a questão das representações e da linguagem das imagens mentais, traduzidas na objetivação no campo conceitual e figural do trânsito nos espaços de diferentes dimensões, no estudo realizado, do bidimensional e do tridimensional, Frota (2013) e Presmeg (2006).

Finalmente, a investigação desenvolvida, intitulada: “Produção de metodologia e material didático para o ensino de superfícies do espaço tridimensional, com tecnologias”, que gerou a apresentação desse trabalho, foi apoiada por um órgão institucional de pesquisa, o qual aprovou o projeto, bem como financiou a edificação de uma metodologia e o produto de sua divulgação, que resultou num *e-book*, publicado por uma editora universitária, com o título, “Planos, Cilindros e Quádricas – Um enfoque no traçado de curvas”.

Referências

Borba, M. C. Penteado, M. G. *Informática e Educação Matemática.* Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

Kenski, V. M. Educação e Tecnologias: o novo ritmo da educação. Campinas, SP: Papirus, 2007.

Leivas, J. C. P. Soares, C. M. T. *Números complexos e geometria: uma envolvente conexão*. São Paulo: Papirus, 2013.

Libâneo, J. C. *Didática.* São Paulo: Cortez, 2013.

Frota, M. C. R. Ambientes que favorecem a visualização e a comunicação em Cálculo. In: *Marcas da educação matemática no ensino superior*. Campinas-São Paulo: Papirus 2013. p. 61-88

Mota, J. F. *Um estudo de planos, cilindros e quádricas explorando secções transversais, nas perspectivas de habilidades de visualização com o software Winplot.* 2011. 205 f. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática. 2011.

Moran, J. M.; Bacich. *Metodologias ativas para uma educação inovadora – Uma abordagem técnico-prática*. Porto Alegre: Penso Editora. 2018.

Presmeg, N. Research on visualization in learnig and teaching mathematics. In: Boero, P. Guteérrez, A. (Orgs). *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future*. Roterdã: Sense Publishers, pp 205-235. 2006.

Siqueira, A. G. *Das cônicas aos cilindros e quádricas: a transição do plano para o espaço tridimensional*, 2018. 202 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Belo Horizonte, 2018.

Valente, J. A. Blended Learning e as mudanças no ensino superior: a proposta da sala de aula invertida. *Educar em Revista*, Curitiba, n. esp. 4, p. 79-97, 2014.

Zabala, A. *A prática Educativa: Como ensinar*. Porto Alegre: Artmed, 1998.

Zhang, L. Sternberg, R. J. A Threefold model of intellectual Styles. *Educational Psychology Review*, v. 17, n.1, p.1 – 52 , 2005.

Willey , D. A. *Learning Object Design and Sequencing Theory.* Tese (Doutorado) Brigham Young University. 2000.

Makerland: uma abordagem construcionista para a Educação Matemática

Makerland: a constructionist approach to Mathematics Education

Makerland: un enfoque construccionista de la Educación Matemática

Charles Soares Pimentel[1115]
Polo Educacional Sesc, Universidade Federal do Rio de Janeiro
0000-0003-1138-6538

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Tecnologia digital e outros recursos para o ensino e aprendizagem da matemática

Resumo

Este trabalho explora os conceitos de Matemática aplicados durante a utilização dos recursos de um Espaço *Maker*. A pesquisa destaca os assuntos da disciplina que são usualmente empregados ao longo do processo de modelagem, prototipação e produção, ebusca investigar o quanto desses assuntos são percebidos pelos estudantes durante a utilização desse espaço de aprendizagem colaborativa. O estudo exploratório foi realizadocom 21 estudantes de ensino médio de uma escola particular do Rio de Janeiro. Os resultados mostram que os educandos identificam os conceitos de Matemática aplicadosdurante a utilização dos equipamentos de prototipagem, potencializando o ensino da disciplina por meio de atividades de aprendizagem pelo fazer.

Palavras-chave: Educação Matemática, Educação *Maker*, Construcionismo.

Abstract

This work explores the concepts of Mathematics applied when using the resources of a Maker Space. The research highlights the subjects of the discipline that are usually used throughout the modeling, prototyping and production process, and seeks to investigate how much of these subjects are perceived by students during the use of this collaborativelearning space. The exploratory study was carried out with 21 high school students froma private school in Rio de Janeiro. The results show that the students identify the conceptsof Mathematics applied during the use of prototyping equipment, enhancing the teachingof the subject through learning activities by doing.

Keywords: Mathematics Education, Maker Education, Constructionism.

Resumen

[1115] pimentelufrj@gmail.com

Este trabajo explora los conceptos de las Matemáticas aplicadas al utilizar los recursos deun Maker Space. La investigación destaca los temas de la disciplina que habitualmente se utilizan a lo largo del proceso de modelado, prototipado y producción, y busca indagarcuánto de estos temas son percibidos por los estudiantes durante el uso de este espacio de aprendizaje colaborativo. El estudio exploratorio se llevó a cabo con 21 estudiantes de secundaria de una escuela privada en Río de Janeiro. Los resultados muestran que los estudiantes identifican los conceptos de Matemática aplicados durante el uso de equiposde prototipado, potenciando la enseñanza de la materia a través de actividades deaprendizaje haciendo.

Palabras clave: Educación Matemática, Educación Maker, Construccionismo.

Introdução

Estudos mostram que diferentes fatores levam os estudantes a terem baixodesempenho no aprendizado de Matemática. O tradicionalismo e o ensino de matemática baseado em abordagens instrucionistas tem sido apontado e criticado há décadas. Há quase 30 anos, D'Ambrosio (1989) já afirmava que as aulas da disciplina são tipicamenteexpositivas, em que o professor passa na lousa aquilo que ele entende como importante, fazendo com que o estudante acredite que a sua aprendizagem se faz por meio de um acúmulo de fórmulas e regras (D’Ambrosio, 1989). A falta de contextualização dos assuntos de Matemática dificulta a sua assimilação e compreensão, por isso se faz necessário realizar atividades inovadoras na prática de seu ensino, por meio de metodologias que proporcionem a criatividade, o raciocínio e o empreendedorismo do aluno (de Araújo et. al, 2019).

Ziegler & Loos (2017) indicam que a dificuldade dos estudantes está relacionadacom a falta de conexão dos assuntos abordados na escola com o mundo real. Lara e Avila(2017) destacam a importância de se relacionar a Matemática com a realidade que cerca o educando, como meio de minimizar a dificuldade no aprendizado da disciplina. Os autores ainda reforçam que a falta de contextualização dos assuntos ensinados e a falta de compreensão por parte dos estudantes quanto à utilidade da Matemática são potenciais responsáveis pelas dificuldades ocorridas no processo de ensino e aprendizado.Niss e colegas (2017) apontam que a necessidade de que a Matemática seja ensinada dentro de um contexto funcional tem sido a base de reformas educacionais em alguns países. Segundo Sticht (2000) o contexto funcional promove um ambiente educacional no qual os alunos fazem uso de sua linguagem e habilidades de resolução de problemas. Promover um espaço onde o estudante é coautor do seu processo educativo, protagonizando o aprendizado por meio de atividades ativas, torna a sala de aula um ambiente significativo.

Para colaborar com essa discussão, esta pesquisa realizada pelo docente, procura relacionar a Matemática nos recursos do Espaço *Maker* com a metáfora do termo*Mathland* apresentada por Seymour Papert em "*Mindstorms: Children, computers, and powerful ideas*" (2020), onde o autor compara o processo de aprendizado da LinguagemMatemática com a maneira que uma pessoa aprenderia Francês crescendo na França.

Assim, inspirado no termo cunhado por Papert, esse trabalho apresenta o conceitode *Makerland* ao considerar que o Espaço *Maker* e seus recursos são elementos para potencializar o aprendizado de Matemática enquanto o educando desenvolve projetos. Partindo dessa reflexão, destacam-se dois pontos complementares na prototipagem de objetos de aprendizagem.

O primeiro é o desenvolvimento de projetos que tenham como objetivo a explícita aplicação de conceitos de Matemática. Esses projetos estão relacionados com a produçãode recursos que servem para o aprendizado da disciplina durante as etapas de planejamento, execução e apresentação. Por exemplo, a Figura 1 apresenta criações dos estudantes do primeiro ano do ensino médio, por meio de uma atividade mão na massa. O projeto foi denominado "Jóias Poligonais".

Figura 1.

Projeto Jóias Poligonais

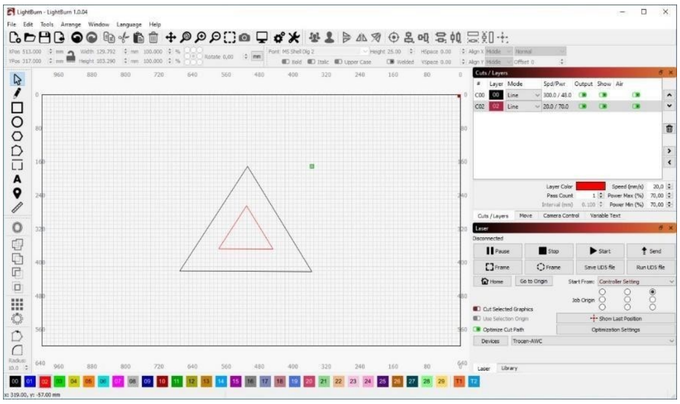
O objetivo dessa atividade foi realizar um estudo sobre polígonos de maneira concreta, em que estudantes desenharam seus projetos utilizando papel, lápis, régua, compasso e transferidor. Essa primeira etapa já poderia ser considerada uma atividade que dialoga com um problema ou projeto real, como estratégia para o ensino de conceitosde geometria, pois a construção dos desenhos que representavam jóias, aponta para umaabordagem contextualizada do ensino do assunto.

Posteriormente, foi proposto aos estudantes que esses rascunhos fossem transferidos para o *software* de edição vetorial Inkscape®[1116], com a finalidade de que os projetos elaborados no papel fossem concretizados por meio de uma atividade mão na massa no Espaço *Maker*. Assim, o segundo ponto dessa discussão é o aprendizado de conceitos de Matemática na utilização dos recursos de Fabricação Digital[1117] durante o processo de prototipagem e produção.

O software usado para que o modelo fosse compreendido pela Cortadora a Laserfoi o Lightburn@ (Figura 2). Nessa etapa, o estudante aplicou outros conceitos de Matemática, tais como sistemas de coordenadas cartesianas e relações entre grandezas.

Figura 2.

Matemática no Painel de Controle de um software para Cortadora a Laser



Este trabalho discute esse segundo ponto, onde a utilização e o aprendizado de assuntos de Matemática no Espaço *Maker* estão diretamente ligados ao conceito de aprender sem ser ensinado (Papert, 2020).

A Matemática aplicada nesta etapa está implícita no processo de configuração dos recursos de modelagem e Fabricação Digital utilizados para a concretização do projeto. Espaços *Makers* desenvolvem autonomia intelectual, por meio de exploração, pesquisa e

[1116] É um editor de gráficos vetorizados open source com características semelhantes ao Illustrator® ou CorelDraw®. É gratuito.
[1117] É um tipo de processo de fabricação onde a máquina utilizada é controlada por um computador. Também conhecida como prototipagem rápida.

empreendedorismo estudantil. Em outras palavras, recursos como robótica e equipamentos de fabricação digital, por exemplo, são mais que ferramentas, elas podem ser utilizadas como uma linguagem que permite que os estudantes se expressem por meiode seus construtos, utilizando recursos de prototipagem mais potentes, e gerando um intenso envolvimento pessoal ao concretizar suas ideias (Blikstein, 2008).

Fundamentação Teórica

Considerando o expoente avanço das novas tecnologias da informação,comunicação e “construção”, destaca-se a teoria de aprendizagem de Seymour Papert, o Construcionismo. A teoria tem como referência o Construtivismo de Piaget e destaca queo processo educativo acontece de maneira mais eficaz quando os alunos realizam uma construção pública e têm a oportunidade de compartilhar aquilo que produziram (Blikstein, 2008).

No seu livro “A Máquina das Crianças: repensando a escola na era da informática”Papert afirma que:

> Um dos meus princípios matéticos centrais é que a construção que ocorre “na cabeça” ocorre com frequência de modo especialmente prazeroso quando é apoiada por um tipo de construção mais pública, “no mundo” [...]. Parte do que tenciono dizer com “no mundo” é que o produto pode ser mostrado, discutido, examinado, sondado e admirado. Ele está lá fora. (Papert, 1993, p. 142)

Papert também defende que a tecnologia não é um meio para aperfeiçoar a educação tradicional, mas um poderoso recurso para promover o aprendizado emancipatório, possibilitando atender aos diferentes estilos de aprendizagem. A teoria de aprendizagem construcionista foi forjada sobre a exploração e ensino de conceitos de Matemática por intermédio de recursos tecnológicos, e contribuiu para apontar um novo caminho para a Educação Matemática.

Assim, como a Linguagem Logo foi criada pelo grupo de pesquisa de Papert paraum processo de ensino onde educandos e educadores são aprendizes e todos aprendem com seus erros (Papert, 2020), os recursos de prototipagem do Espaço *Maker* também proporcionam a criação de Micromundos (Papert, 2020) para o aprendizado de Matemática. Considerando que cada projeto pessoal tem uma narrativa própria, onde Seymour Papert via no uso do computador e da Linguagem Logo elementos para um aprendizado protagonizado pelos estudantes, hoje esse conceito pode ser ampliado paraos Espaços *Makers*.

Uma das inspirações para os Espaços *Makers* é o ambiente de Fabricação Digitale prototipagem rápida denominado FabLab, que teve origem em 2002 na MIT através da colaboração entre o Grupo de Invenções de Base e o Centro de Bits e Átomos (CBA) como objetivo de levar a Fabricação Digital às pessoas comuns (Blikstein & Krannich, 2013).Esses espaços potencializam e dinamizam a produção de artefatos, possibilitando que projetos mais próximos da realidade possam ser prototipados.

Dessa forma, a Aprendizagem Baseada em *Maker* ensina o educando a como lidarcom desafios e enfrentar um problema inesperado para o qual não há uma explicação preestabelecida, adquirindo habilidades necessárias para participar da construção de novas competências (Gavassa, 2020). Porém, é importante considerar a integração de Espaços *Makers* no currículo escolar acompanhado de ações para que a sua utilização proporcione experiências de aprendizado autênticos e significativos (Fernandez et al., 2021).

Ao se tratar de Educação Matemática, o Brasil tem experimentado reformas significativas. Em 2018, o Ministério da Educação (MEC) brasileiro aprovou a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), documento que define conhecimentos essenciais que todos os alunos da educação básica têm direito de aprender. Na realidade brasileira, a BNCC organiza a disciplina Matemática em 5 Unidades Temáticas (UT). São elas: Números, Pensamento Algébrico, Pensamento Geométrico, Grandezas e Medidas eProbabilidade e Estatística, e, além disso, inclui a abordagem do Pensamento Computacional (PC). O PC é utilizado para realizar processos de pensamento, na formulação de problemas e suas soluções, e pode ser aplicada em áreas do conhecimentoque vão além da Ciência da Computação (Wing, 2011).

Jóias Poligonais - uma proposta construcionista

Para exemplificar como uma proposta construcionista para o ensino de conceitosde Matemática potencializa o processo de aprendizagem da disciplina, destacamos o projeto "Jóias Poligonais", supracitado no texto. Esta atividade é uma amostra de como os estudantes lançam mão de conceitos de Matemática, que vão além do escopo do conteúdo programático, durante a execução de um projeto, utilizando recursos do Espaço *Maker*.

A atividade relacionada ao estudo dos Polígonos fez parte de uma aula deGeometria Plana. A etapa de concretização da atividade, a construção física das jóias na Cortadora a Laser, tinha como objetivo proporcionar um maior significado para oaprendizado do assunto e criar um maior engajamento dos estudantes.

Os estudantes exploraram, na sala de aula, os recursos dos softwares de modelagem e vetorização, como o Inkscape® que, para a utilização de suas funcionalidades básicas necessita de uma pequena curva de aprendizagem. Além disso, eles contaram com o suporte dos monitores do Espaço *Maker*, que são discentes mais experientes e que apoiam seus pares na utilização dos softwares e do ambiente, por meiode um projeto de voluntariado da escola. O técnico do laboratório *maker*, um profissional dedicado ao espaço, também tem papel fundamental para que a etapa de execução de projetos possa ocorrer de maneira segura.

Para a construção das "Jóias" nos editores de gráficos vetoriais, os estudantes precisaram modelar e mesclar as formas geométricas para que o produto final estivesse de acordo com o projeto desenhado. A modelagem digital dos desenhos, que posteriormente foram transferidos para o software da Cortadora a Laser, exigiu dos estudantes o desenvolvimento de outras habilidades de Matemática que estavam fora do escopo do conteúdo programático que foi o tema da aula (neste caso, Geometria Plana). Destacamos, por exemplo, as habilidades relacionadas ao sistema de coordenadas cartesianas, além da utilização das relações de união, interseção e diferença (comumente associados a Operações com Conjuntos), durante a mesclagem dos polígonos.

É significativo salientar que durante o processo de construção das Jóias foi necessário que alguns dos estudantes revisassem seus projetos, pois concluíram que na prática algumas propostas ficariam inviáveis de serem concretizadas. Além disso, para que algumas "Jóias" ficassem da forma planejada, foi necessário que os cálculos e modelos de alguns estudantes fossem refeitos, proporcionando uma importante reflexão a respeito do uso prático dos conceitos matemáticos.

A construção das jóias desencadeou a realização de outros projetos de matemáticano Espaço *Maker*, como meio de explorar diferentes conceitos da disciplina, e foi mais um importante passo para que este artigo fosse construído. Uma das iniciativas, foi a realização de uma pesquisa com os estudantes que desenvolvem projetos no Espaço *Maker* sobre a importância da Matemática ao se expressarem por meio de seus projetos. A seção a seguir apresenta como essa pesquisa foi realizada.

Métodos

Para a realização da pesquisa, um estudo exploratório foi conduzido com 21 estudantes, usuários do Espaço *Maker* de uma escola de ensino médio no Rio de Janeiro.O objetivo foi obter maiores esclarecimentos a respeito de como eles percebem autilização de conceitos de Matemática no uso dos equipamentos durante a elaboração de seus projetos. Assim, um questionário foi elaborado para esse estudo por meio da observação da rotina dos estudantes ao prototipar seus projetos no Espaço *Maker*.

As primeiras perguntas do questionário averiguaram o quanto os estudantespercebiam o uso de conceitos de Matemática no Espaço *Maker*, e em qual etapa do desenvolvimento do projeto era notado o seu uso. Além disso, buscou identificar qual dosequipamentos tem maior importância para os estudantes. As demais perguntas foram relacionadas a um estudo preliminar, que identificou os principais assuntos de Matemática que são explorados durante a utilização dos recursos no Espaço *Maker*. Esses assuntos foram organizados em Unidades Temáticas (com exceção de Probabilidade e Estatística, que foi retirado do escopo deste trabalho por não ter sido observado seu uso de maneira significativa).

Para que os estudantes tivessem maior facilidade em identificar, por exemplo, ostemas relacionados à unidade temática Grandezas e Medidas, o questionário a organizouem um bloco que detalhou para o estudante do que essa unidade tratava. Cada bloco sugeriu possíveis tópicos de temas abordados da unidade durante a utilização dos recursos, de uma forma mais clara para que o estudante conseguisse fazer a correção. Porexemplo, em Grandezas e Medidas foram destacados os temas medida do comprimento, transformação das unidades da medida de comprimento, perímetro de polígonos, unidades de medidas das superfícies, área das figuras planas, volume, unidade de medidado volume, transformações das unidades de medida de volume.

Os recursos do Espaço *Maker* elencados neste estudo foram a Cortadora a Laser, a Impressora 3D, Robótica & Automação e Recursos *Low Tech* tais como Furadeira, Tesoura, Estilete e Cola.

Dados Coletados e Discussão

As respostas coletadas no questionário aplicado revelaram importantes insights sobre a interação dos estudantes no Espaço *Maker* com o uso de conceitos de Matemática.

Inicialmente, sobre como os recursos são utilizados, a maioria, 57,1%, indicou que o equipamento mais importante para os seus projetos é a Cortadora a Laser, seguidodos Recursos

Low Tech, da Impressora 3D e finalmente de Robótica & Automação. Esseresultado alinha com o que é observado no Espaço *Maker*. A respeito da percepção do uso da Matemática nos processos de realização de projetos, 57,1% afirmaram que seu usoé muito frequente e 19% relataram apenas ser frequente. Os demais declararam ser ocasional, raro ou que não notam o uso da Matemática.

Sobre a etapa que notam o maior uso desta área do conhecimento, entre Modelagem e Produção, 61,9% dos respondentes afirmaram que para eles em ambas as etapas a Matemática é utilizada contra 38,1% que afirmaram que apenas durante a Modelagem percebem seu uso.

A tabela a seguir (Tabela 1) mostra quais conceitos de Matemática os estudantes perceberam que são explorados durante o uso dos recursos do Espaço *Maker*. É importante destacar que esses conceitos foram abordados em Unidades Temáticas de acordo com a organização do escopo da disciplina no Brasil.

Tabela 1.
Conceitos de Matemática Explorados em Cada Recurso

	Cortadoraa Laser	**npressora3D**	**Robótica & Automação**	**Recursos *Low Tech***
Números	6,8%	5,7%	6,7%	3,7%
Pensamento Algébrico	23,8%	19,7%	15,6%	6,2%
Pensamento Geométrico	16,0%	13,9%	15,6%	19,8%
Grandezas e Medidas	31,6%	37,7%	28,9%	40,7%
Pensamento Computacional	21,8%	23,0%	33,3%	26,9%

Pelos resultados apresentados na tabela, pode-se observar que os estudantes compreendem que Grandezas e Medidas é a UT mais utilizada nos processos de Modelagem, Prototipação e Execução. Esse resultado aponta para a percepção da importância dessa UT ao lidar com recursos materiais, que exigem cálculos relacionadosa unidades de medidas, áreas de figuras e volumes de sólidos. Logo após, tem-se Pensamento Computacional e Pensamento Algébrico. A manipulação de variáveis e metodologias para decompor problemas foram temas destacados pelos estudantes. Foi surpreendente a UT Números ter tão baixa indicação, pois a utilização de elementos e operações com números racionais são o alicerce da realização dos projetos.

Conclusões

Em primeiro lugar, o estudo procurou analisar os recursos disponíveis no Espaço*Maker*, desde equipamentos a softwares, com o objetivo de elencar os principais assuntosde Matemática que são utilizados durante a sua utilização. Essa é uma das contribuiçõesdessa pesquisa.

Posteriormente, a aplicação e análise do questionário apontou para a relação entrea metáfora *Mathland* e proposta de uma *Makerland* onde recursos usados no Espaço *Maker* são Micromundos e os assuntos relacionados à Matemática são exploradosnaturalmente. Em seu artigo *Computers in the Classroom: Agents of Change* (Computadores na Sala de Aula: Agentes da Mudança), publicado no *The Washington Post* (Papert, 1996), Papert defende uma mudança educacional que fizesse com que as escolas transformassem as salas de aula autoritárias que abordam noções abstratas para ambientes nos quais o aprendizado é alcançado por meio de experimentação, prática e exposição ao mundo real. Os Espaços *Makers* possuem todo esse potencial para colaborarcom essa mudança.

Nesta pesquisa observou-se que o Espaço *Maker* cria um ambiente onde aMatemática é um vocabulário natural de quem prototipa projetos, proporcionando, assim, a utilização de recursos da disciplina de maneira tão natural quanto quando se aprende afalar Francês morando na França.

Os estudantes identificaram o uso de conceitos de Matemática durante os processos de Modelagem, Prototipação e Produção e as suas percepções alinharam com o que foi identificado no estudo preliminar. Este estudo colaborou com a implementaçãode uma disciplina eletiva para o ensino médio da escola onde ele foi realizado. A unidade curricular denominada Matemática *Maker* é uma disciplina que atualmente faz parte da trilha de Matemática aplicada do Itinerário Formativo[1118] da instituição.

Matemática *Maker*[1119] explora os conceitos da disciplina usados pelos estudantes durante a construção de objetos de aprendizagem que dialogam com a sociedade onde vivem, por meio da metodologia da aprendizagem baseada em projetos, e atualmente possui 48 estudantes inscritos.

Destacamos que a sua implementação dialoga diretamente com a Atualização das Diretrizes Curriculares Nacionais do Ensino Médio (Brasil, 2018, p.7), e com os Parâmetros

[1118] O itinerário formativo é constituído por unidades curriculares que possibilitam ao estudante aprofundar seus conhecimentos e se preparar para o prosseguimento de estudos ou para o mundo do trabalho de formaa contribuir para a construção de soluções de problemas específicos da sociedade (BRASIL, 2018)
[1119] https://tecedu.pro.br/wp-content/uploads/2021/11/Art10-Ano13-vol35-Novembro-2021.pdf

para Atualização no Novo ENEM (Brasil, 2022, p.15), que indicam para o IFde Matemática abordagens por meio de tecnologias emergentes.

Com o objetivo de seguir colaborando com o campo da Educação Matemática, a próxima fase deste estudo é organizar de maneira sistemática esses assuntos para que possam ser explorados de forma complementar quando o estudante realizar projetos no Espaço *Maker*, de modo que o que for aplicado da disciplina durante a etapa deprototipagem possa ser aproveitado no aprendizado do educando. O resultado dessa novapesquisa será futuramente publicado.

Referências

Blikstein, P. (2008). Travels in Troy with Freire: Technology as an agent of emancipation. In Social Justice Education for Teachers (pp. 205-235). Brill Sense.

Blikstein, P. & Krannich, D. (2013). The makers' movement and FabLabs in education: experiences, technologies, and research. In: Proceedings of the 12th international conference on interaction design and children. ACM, 2013. p. 613-616.

Brasil. Ministério da Educação (2018). Atualização das Diretrizes Curriculares Nacionaispara o Ensino Médio. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/docman/novembro-2018-pdf/102481-rceb003-18/file.>Acesso em Julho, 2022

Brasil. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018. Brasil. Ministério da Educação (2022). Parâmetros para Atualização no Novo ENEM. Disponível em: <https://www.gov.br/mec/pt-br/acesso-a-informacao/institucional/secretarias/secretaria-de-educacao-basica/publicacoes/pdf/novo_enem2022.pdf. >. Acesso em Julho, 2022

D’ambrósio, B. S. (1989). Como ensinar matemática hoje. Temas e debates, 2(2), 15-19. de Araujo, F. D. P. S., da Trindade, A. K. B., & do Nascimento Oliveira, L. J. (2019). Histórias em quadrinhos como ferramenta de contextualização de conceitos matemáticos. Ensino da Matemática em Debate, 6(1), 34-45.

Fernandez, C., Hochgreb-Haegele, T., & Blikstein, P. (2021). From “Playful Activities” to “Knowledge Building”: A Case Study about a Teacher’s Percpetions on the Role of Experiments. In de Vries, E., Hod, Y., & Ahn, J. (Eds.), Proceedings of the 15th International Conference of the Learning Sciences - ICLS 2021. (pp. 999- 1000). Bochum, Germany: International Society of the Learning Sciences.

Gavassa, R. C. F. B. (2020). Educação maker: muito mais que papel e cola. Tecnologias, Sociedade e Conhecimento, 7(2), 33-48.

Lara, I. C. M. de, & Avila, L. A. B. (2017). Matemática e realidade: uma análise de possibilidades para minimizar dificuldades de aprendizagem. Revista Espaço Pedagógico, 24(2).

Niss, M., Bruder, R., Planas, N., Turner, R., & Villa-Ochoa, J. A. (2017).Conceptualisation of the role of competencies, knowing and knowledge in mathematics education research.

In Proceedings of the 13th International Congress on mathematical education (pp. 235-248). Springer, Cham.

Papert, S. (1993). The children's machine: Rethinking school in the age of the computer.

BasicBooks, 10 East 53rd St., New York, NY 10022-5299.

Papert, S. (1996). Computers in the classroom: Agents of change. The washington post education review, 27.

Papert, S. A. (2020). Mindstorms: Children, computers, and powerful ideas. Basic books.Sticht, T. (2000). Functional Context Education: Making Learning Relevant.

Wing, J. (2011). Research notebook: Computational thinking—What and why. The link magazine, 6, 20-23.

Ziegler, G. M., & Loos, A. (2017). "What is Mathematics?" and why we should ask, where one should experience and learn that, and how to teach it. In Proceedings of the 13th International Congress on Mathematical Education (pp. 63-77). Springer, Cham.

Usar ou não calculadoras no ensino de Matemática?

To use or not calculators in the teaching of Mathematics?

¿Usar o no calculadoras en la enseñanza de las Matemáticas?

Suellen Moura de Paiva[1120]
Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho – Unesp
0000-0002-4405-8189

Maria Teresa Zampieri[1121]
Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho – Unesp
0000-0002-6656-2538

Sueli Liberatti Javaroni[1122]
Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho – Unesp
0000-0002-1948-4346

Modalidade: Comunicação oral
Núcleo Temático: Tecnologia digital e outros recursos para o ensino e aprendizagem da matemática.

Resumo

Para o professor de Matemática é sempre um desafio trabalhar com a calculadora em salade aula, ficando sempre uma interrogação: usar ou não usar? É sabido que a calculadora se faz presente nas diversas atividades profissionais do nosso cotidiano, portanto, é importante que haja uma reflexão sobre a oportunidade de explorar o potencial desse recurso didático. Diversos estudos têm tratado sobre o uso da calculadora nas aulas de Matemática e da sua importância no desenvolvimento do raciocínio lógico dos alunos. Na busca por entender o uso das calculadoras para a produção de conhecimento matemático, procuramos discutir neste artigo o uso ou não da calculadora em sala de aula a partir de diferentes pontos de vista, recorrendo a alguns referenciais teóricos que abordam tal tema. Acreditamos que o uso da calculadora não impede os estudantes de pensarem matematicamente, pelo contrário, o uso da calculadora poderá provocar uma redução no cálculo escrito e mecanizado, além de promover oportunidades para a simulação e o levantamento de conjecturas, se esse uso estiver atrelado a propostas pedagógicas que valorizem a investigação. Além disso, acreditamos também que a utilização da calculadora nessa perspectiva pode contribuir para a produção de conhecimento de diversos conteúdos matemáticos, desenvolvendo a capacidade de investigar ideias matemáticas, resolver

[1120] sm.paiva@unesp.br
[1121] maite.zampieri@gmail.com
[1122] sueli.javaroni@unesp.br

problemas, formular e testar hipóteses, induzir, deduzir e generalizar, de modo que os alunos busquem coerência em seus cálculos, comuniquem e argumentem suas ideias com clareza.

Palavras-chave: Educação Matemática, Recurso Didático, Tecnologias Digitais,Calculadoras.

Abstract

For the Mathematics teacher it is always a challenge to work with the calculator in the classroom, and there is always a question: to use it or not to use it? It is known that the calculator is present in the various professional activities of our daily lives, so it is important that there is a reflection on the opportunity to explore the potential of this didactic resource. Several studies have dealt with the use of the calculator in Mathematics classes and its importance in the development of students' logical reasoning. In the questto understand the use of calculators for the production of mathematical knowledge, we seek to discuss in this article the use or not of the calculator in the classroom from different points of view, using some theoretical references that address this topic. We believe that the use of the calculator does not prevent students from thinking mathematically, on the contrary, the use of the calculator may cause a reduction in writtenand mechanized calculation, in addition to promoting opportunities for simulation and the raising of conjectures, if this use is linked to pedagogical proposals that value research. In addition, we also believe that the use of the calculator in this perspective can contributeto the production of knowledge of various mathematical contents, developing the abilityto investigate mathematical ideas, solve problems, formulate and test hypotheses, induce, deduce and generalize, so that the Students seek consistency in their calculations,communicate and argue their ideas clearly.

Keywords: Mathematics Education, Didactic Resource, Digital Technologies, Calculators.

Resumen

Para el profesor de Matemáticas siempre es un reto trabajar con la calculadora en el aula,y siempre surge la duda: ¿usarla o no usarla? Se sabe que la calculadora está presente enlas diversas actividades profesionales de nuestro cotidiano, por lo que es importante que se reflexione sobre la oportunidad de explorar las potencialidades de este recurso didáctico. Diversos estudios se han ocupado del uso de la calculadora en las clases de Matemáticas y su importancia en el desarrollo del razonamiento lógico de los alumnos. En la búsqueda de comprender el uso de calculadoras para la producción de conocimientomatemático, buscamos discutir en este artículo el uso o no de la calculadora en el aula desde diferentes puntos de vista, utilizando algunos referentes teóricos que abordan este tema. Creemos que el uso de la calculadora no impide que los estudiantes piensen matemáticamente, por el contrario, el uso de la calculadora puede provocar una reducciónen el cálculo escrito y mecanizado, además de promover oportunidades para la simulacióny el levantamiento de conjeturas, si esto su uso está vinculado a propuestas pedagógicas que valoran la investigación. Además, también creemos que el uso de la calculadora en esta perspectiva puede contribuir a la producción de

conocimientos de diversos contenidos matemáticos, desarrollando la capacidad de investigar ideas matemáticas, resolver problemas, formular y probar hipótesis, inducir, deducir y generalizar, así que los Estudiantes busquen consistencia en sus cálculos, comuniquen y argumenten sus ideascon claridad.

Palabras clave: Educación Matemática, Recurso Didáctico, Tecnologías Digitales, Calculadoras.

Introdução

Na busca por entender o uso das calculadoras para a produção de conhecimento matemático, procuramos discutir neste artigo o uso ou não da calculadora em sala de aulaa partir de diferentes pontos de vista, recorrendo a alguns referenciais teóricos que abordam tal tema. Essa busca se deu no momento da realização do levantamento bibliográfico do projeto de doutorado em Educação Matemática em andamento. Oreferido projeto tem sido desenvolvido na abordagem metodológica qualitativa, pois anseia aspectos subjetivos e epistemológicos relacionados ao uso da calculadora no ensino e na aprendizagem de Matemática.

Destaca-se que esse projeto de pesquisa é uma parceria entre o Grupo de Pesquisaem Informática, outras Mídias e Educação Matemática (GPIMEM) e a Casio Brasil Comércio de Produtos Eletrônicos Ltda, que disponibilizou calculadoras científicas e gráficas para o desenvolvimento das pesquisas vinculadas ao projeto temático "Ensino eaprendizagem de Matemática com calculadoras: possibilidades para a prática do professor", do qual sou pesquisadora colaboradora.

É sabido que o uso ou não da calculadora em sala de aula trouxe consigo um debate sobre seus efeitos na aprendizagem, se esse recurso utilizado nas escolas seria benéfico ou maléfico e se o professor deveria ou não usar esse recurso com seus alunos (PESENTE; OLGIN, 2016).

Alguns estudos têm tratado sobre o uso da calculadora nas aulas de Matemática eda sua importância no desenvolvimento do raciocínio lógico dos alunos (OLIVEIRA, 1999; GUINTHER, 2009; RUTHVEN, 2009; SELVA & BORBA, 2010; BORMA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014; CARDOZO *et al,* 2018; SANTANA; MEDEIROS,

2019, CUNHA, 2019). Tais estudos discutem uma preocupação entre os professores: quando e como a calculadora será um instrumento de construção do conhecimento, versando entre os conteúdos matemáticos e suas relações ou apenas uma ferramenta de efetuar cálculos. De acordo com Sousa,

> [...] a escola deve adaptar-se à vida atual, modernizar-se e adequar seus alunos à sociedade em que vivem, na qual vão lutar pela vida. [...] o uso das máquinas,libera o aluno de longos, enfadonhos e desnecessárias tarefas, deixa-o com mais tempo para aprimorar sua capacidade de raciocinar e desenvolver-se mentalmente (SOUSA, 2007, p. 2 e 3).

Sabemos que a calculadora é um instrumento de cálculo presente nas maisdiferentes áreas da sociedade, elas fazem parte do cotidiano das pessoas, das tarefas mais simples às mais complexas. Ao considerarmos sua presença no cotidiano dos estudantes e seu custo relativamente baixo, por que não a utilizar nas aulas de Matemática de modoa contribuir com o levantamento de conjecturas e com a compreensão de conceitos, padrões e algoritmos matemáticos? Segundo Silva (1991), "(...) além de se tratar de umamáquina de fácil utilização, portátil (...) nos seus modelos mais simples está ao alcance das possibilidades econômicas da maioria dos alunos e de qualquer escola" (SILVA, 1991, p. 31).

Para alguns professores o uso deste artefato nas escolas poderia potencializar o processo de ensino e aprendizagem, para outros, seu uso comprometeria a aprendizagemdos estudantes (CARDOZO *et al*, 2018). Pinheiro e Campiol (2005) apontam que:

> Apesar deste artefato estar presente na vida da maioria de nossos alunose nossas alunas, muitas vezes ignoramos esse fato e inventamos uma nova realidade, da qual a calculadora não faz parte, o que nos parece muito cômodo, mas, na verdade, causa uma inconformidade na nossa vida escolar (PINEHRO; CAMPIOL, 2005, p.132).

Por esse mesmo viés, Lorente (2008) afirma que alguns professores permitem o uso da calculadora em sala de aula, entretanto, o grande problema encontrado está na formação inicial do professor, que não parece suficiente para prepara-lo para esse uso. Muitos professores temem os efeitos do uso da calculadora no desenvolvimento do cálculo feito pelo aluno, como mostra Lorente (2008). Nesse sentido, uma das alternativaspara essa questão seria o oferecimento de mais cursos de formação continuada, aumentando a confiança e o preparo dos professores quanto ao uso de tecnologias, em especial, o uso de calculadoras.

Vale ressaltar que Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) indicam que o alunoprecisa ter contato com novas tecnologias, além de recomendar o uso de calculadoras.

Nessa mesma direção, o currículo paulista (SÃO PAULO, 2019), que está alinhado com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2018), recomendaesse uso seja feito "possibilitando ao estudante uma dedicação àquilo que não pode ser delegado às máquinas, por mais sofisticadas que pareçam, como é o caso dos projetos, dos valores, dos fins da educação" (SÃO PAULO, 2019, p.35). Apesar dessas diretrizes recomendarem esse uso, alguns professores optam pela não utilização deste artefato, como aponta Cardozo *et al* (2018).

De acordo com Giraldo, Caetano e Mattos (2012):

> [...] as tecnologias digitais estão cada vez mais presentes em praticamente todos os setores da atividade humana. Portanto, não faria sentido bani-la da sala de aula sob pena de tornar a escola tão anacrônica em relação à vida exterior a seus muros a ponto de ter um efeito inócuo na formação dos alunos.Paralelamente a isso, a reflexão sobre os usos pedagógicos dessas tecnologiasvem amadurecendo (GIRALDO; CAETANO; MATTOS, 2012, p. 02).

Os professores de Matemática costumam enfrentar o desafio de tornar seu conteúdo mais compreensível e atrativo, sendo uma das possibilidades a consideração dos aspectos relacionados ao cotidiano do estudante, além do incentivo ao desenvolvimento do raciocínio lógico, mas isso só será possível se o objetivo maior da Matemática não forapenas fazer "contas" e a postura do professor ir além de mero transmissor do conhecimento (SMOLE, K. S.; CHICA, C.; ISHIHARA, C. A, 2022). Ao inserir as calculadoras na rotina da sala de aula, o professor precisa passar por um processo de apropriação, no qual transforma este artefato em um instrumento, tanto para suas práticasmatemáticas quanto para suas práticas didáticas (SOARES; COSTA JÚNIOR, 2016).

É válido ressaltar que "a calculadora pode abrir novas possibilidades no ambienteescolar, mas não basta apenas incorporá-la na sala de aula, é necessário que hajaplanejamento, reflexão e adequação das metodologias de ensino para que se tenha bons resultados" (OLIVEIRA; GAROFALI; BECHER, 2020). Nesse sentido, Santana e Medeiros (2019) reforçam a necessidade de que o uso da calculadora possibilite ao aluno"investigar propriedades, verificar possibilidades de manipulação, tomar decisões em contextos variados, tendo como efeito importante e decisivo o desenvolvimento de uma atitude de pesquisa e investigação" (SANTANA; MEDEIROS, 2019, p. 351).

Acreditamos que o uso da calculadora não impede os estudantes de pensarem matematicamente, pelo contrário, o uso da calculadora poderá provocar uma redução nocálculo escrito e mecanizado, além de favorecer o levantamento de conjecturas e a simulação, desde que esse uso esteja atrelado a propostas pedagógicas que tenham um enfoque investigativo. Não somos contra a eliminação das técnicas de cálculo, nem afirmamos que o cálculo não é importante e que não deve ser parte integrante da matemática escolar, somente argumentamos que o que merece atenção é a forma de se abordar as estratégias de cálculo nas aulas e a produção de conhecimento matemático. Não cabe mais discutir se devemos ou não usar a calculadora nas aulas de Matemática, mas sim, a reflexão sobre a maneira de como usá-las, para que esse artefato tecnológico possa fazer com os alunos ampliem seu pensar matemático.

O pensar com a Calculadora

O uso da calculadora de modo a explorar suas funcionalidades, para investigaçãoe levantamento de conjecturas, traz implícito o desenvolvimento do cálculo mental e da estimativa, tornando menos preocupante a diminuição do cálculo escrito e das técnicas tradicionais, além de deixar de lado o destaque dado as habilidades mecânicas deresolução, ampliando a compreensão dos conceitos aprendidos, dando sentido a matemática escolar. Uma nova forma de encarar o cálculo, mediante o uso da calculadora,possibilita diferentes abordagens numéricas, e por meio de atividades que permitam o seuuso dentro de um enfoque investigativo, o estudante poderá investigar propriedades, verificar possibilidades de manipulação, tomar decisões em contextos variados, reconhecer padrões, além de conferir resultados. Esses são fatores importantes e decisivosno desenvolvimento de uma atitude de investigação matemática.

Entretanto, os estudantes não podem ficar dependentes[1123] da calculadora, e para queisso não aconteça é necessário que aprendam a usá-la com criticidade, utilizando as funcionalidades e possibilidades ofertadas pela máquina, das calculadoras mais simples as mais complexas e completas. Com isso, podemos dizer que a calculadora possibilita que os alunos levantem e confirmem, ou não, hipóteses, se familiarizem com padrões matemáticos e utilizem generalizações como referência para o enfrentamento de novas situações (CARDOZO *et al,* 2018).

Do ponto de vista pedagógico, o uso problematizado da calculadora precisa incentivar a reflexão, a análise e a confiabilidade dos resultados apresentados na máquina.Além disso, se faz necessário o registro, sempre que necessário, dos passos executados no desenvolvimento das estratégias, para que os alunos possam analisar possíveis alterações a serem feitas em seus procedimentos de resolução de um problema (SMOLE;CHICA; ISHIHARA, 2019).

[1123] Dependentes no sentido de precisar recorrer a ela para efetuar todos os cálculos, incluindo os mais simples.

Para que ocorra da melhor forma o uso das potencialidades da calculadora em salade aula, se faz necessário que o professor compreenda que a calculadora é um artefato potente e que pode vir a auxiliar em sala, e não apenas como uma imposição pedagógicaou curricular, com isso o professor estaria proporcionando aos seus estudantes uma aprendizagem mais rica (SELVA; BORBA, 2010, p. 16; apud PESENTE; OLGIN, 2016, p.05). Quanto à forma da utilização da calculadora em sala de aula Selva e Borba (2010)enfatizam aos professores:

> [...] a necessidade do (a) professor (a) conhecer formas de uso da calculadora (saber pedagógico); dominar os princípios, propriedades e relações possibilitadas pelo uso da calculadora (saber científico matemático); e de vivenciar, refletir e reorganizar atividades com a calculadora em sala de aula (saber da experiência) (SELVA; BORBA, 2010, p. 16; apud PESENTE;OLGIN, 2016, p.04).

Como afirma Ponte (1989),

> [...] a máquina de calcular é um instrumento rico de potencialidades para a disciplina de Matemática. Ela pode ser utilizada para apoiar o desenvolvimento de novos conceitos, para formular conjecturas e explorar relações matemáticas, e para resolver problemas. A calculadora proporciona a exploração de novas estratégias e métodos de trabalho, como a tentativa e erro e as aproximações sucessivas. Permite alargar o leque de situações a considerar, usando valores retirados directamente de problemas da vida real, sem se ser submergido peloscálculos (PONTE, 1989, p.1-2).

Sendo assim, a utilização da calculadora precisa ir além de conferências de resultados e da facilitação dos cálculos. Há encaminhamentos que propiciam avanços conceituais na área de Matemática, que auxiliam os estudantes a compreenderem melhoro que se é ensinado, como por exemplo, o sistema de numeração decimal, ou certas regularidades que envolvem operações matemáticas. Ponte (1989, p. 1) ressalta que “é preciso saber como as usar de forma crítica, conhecer as suas limitações, desenvolver o sentido do número, e ser capaz de decidir se uma resposta faz ou não sentido, avaliando assim os resultados obtidos”.

Esse autor aponta que a utilização da calculadora deve implicar uma profunda mudança nas concepções e nas práticas pedagógicas da disciplina de matemática. Acrescenta que “esta mudança deve ser apoiada por um esforço generalizado de formação, produção de materiais de apoio, realização de encontros de trocas de experiências e reflexão pedagógica, de informação acerca dos novos objectivos aos outrosprofessores das outras disciplinas, aos pais e aos alunos” (PONTE, 1989, p.2).

Uma das potencialidades da calculadora é a oportunidade de se trabalhar com resolução de problemas, onde se tem por objetivo desenvolver o raciocínio lógicomatemático do aluno, validando suas estratégias e resultados. Quanto a esse uso, Cunha (2019) apresenta em sua dissertação uma sequência de atividades envolvendo o uso da calculadora nos anos iniciais do Ensino Fundamenta. Tal trabalho teve por objetivo analisar as repercussões pedagógicas, em uma turma de Pedagogia, advindas da problematização e da inserção do uso da calculadora para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental. De natureza qualitativa, com inspirações de estudo de caso, efetivou-se emuma prática pedagógica investigativa, composta por 5 encontros. Nesse trabalho a autoramostrou que o uso da calculadora pode auxiliar nos processos de ensino da Matemática, sobretudo nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Entretanto, ressaltou sobre a necessidade de ações com os professores em formação inicial e continuada que oportunizem a experiência e reflexão sobre o uso deste artefato para criar possibilidades no ensino de Matemática.

Ademais, é importante que os professores se apropriem dessas potencialidades e busquem meios para promover esse uso. Bigode (2006, p. 304) afirma que "em nossa tradição curricular desenvolveu-se um mau hábito de 'esconder o perigo'. A realidade é mascarada em nome de uma certa facilitação". Sendo assim, o uso desse artefato na salade aula pode libertar os alunos da tarefa repetitiva (e cansativa) de operar com os algoritmos, e, permite que o estudante concentre sua atenção nas relações entre as variáveis, fazendo hipóteses e verificando certos padrões que possam ser referência para o enfrentamento de novas situações de aprendizagem, se as propostas pedagógicasatreladas a esse uso estiverem em consonância com as potencialidades da calculadora.

Nesse sentido, assim como defendem Borba e Villarreal (2005), o "apertar deteclas" do computador ou da calculadora deve estar associado ao levantamento deconjecturas, com suas validações ou refutações, com a coordenação de representaçõesmúltiplas, e, com uma maneira diferenciada de realizar tentativas e erros, a qual, segundoos autores, não ocorre aleatoriamente, mas condicionada pelo *feedback* retornado pelatecnologia com a qual se está trabalhando. Esses aspectos caracterizam o que os autoreschamam de abordagem experimental-com-tecnologia (BORBA; VILLARREAL, 2005). Essa abordagem está em sintonia com a visão epistemológica dos autores, da qual também corroboramos, de que as tecnologias não exercem um papel periférico na produção de conhecimento. Nesse sentido, quando os professores propõem atividades queseguem essa abordagem, não devem se esquecer "que é importante estimular odesenvolvimento da capacidade intelectual de produzir argumentações e justificativas do

ponto de vista matemático” (SOUTO, 2013, p. 235).

Por fim, essa discussão nos leva à reflexão de que o uso da calculadora em sala deaula, assim como de outras tecnologias, está condicionado à prática do professor, em quediversos elementos são subjacentes a ela, tais como: visão do ensino de matemática, trajetória formativa, visão sobre o uso das tecnologias, condições de trabalho, etc.

Considerações Finais

De maneira geral, podemos dizer que a calculadora pode e deve ser usada em salade aula sempre que o cálculo for um passo do trabalho, e não a atividade principal. O professor precisa selecionar atividades adequadas a esse propósito, atividades que sejammotivadoras e desperte a curiosidade, ajudando o aluno a raciocinar, como afirma Bigode (1998): “Os estudos demonstram que, quando liberados do cálculo, os alunos conseguemse concentrar melhor nas relações entre os dados, nas condições e nas variáveis dos problemas. Em outras palavras, canalizam suas energias para o raciocínio” (BIGODE, 1998, p. 45).

O uso pedagógico da calculadora na sala de aula não pode ser depreciado e ignorado, temos que promovê-la como um artefato a ser usado com mais frequência pelosprofessores em sala de aula. Como apresentado anteriormente, explorá-la na Matemática,através de atividades que proporcionem reflexões nos alunos e a tomada de decisões de quando e como utilizá-la, pode favorecer o ensino e a aprendizagem dos conceitos matemáticos. Se utilizada de forma planejada, com objetivos claros e definidos, o uso da calculadora pode favorecer o desenvolvimento da capacidade de investigar ideias matemáticas, a resolução de problemas, o levantamento de dados, a elaboração de estratégias, como apontado em Cunha (2019) e Guinther (2001, 2009), por exemplo.

De certo modo, alguns professores possuem ainda dúvidas quanto ao uso ou não da calculadora em sala de aula e uma preocupação de quando e como a calculadora será um instrumento de construção do conhecimento entre os conteúdos matemáticos e suas relações ou apenas uma ferramenta de efetuar cálculos. Portanto, o uso planejado e criativo da calculadora nas escolas pode potencializar a aprendizagem dos conteúdos matemáticos, favorecendo a busca e a percepção de regularidades e o desenvolvimento de estratégias para resolução de problemas. Ainda, para Oliveira (1999, p. 144), O uso da calculadora em sala de aula de Matemática é um dos meios que o professor de Matemática pode se utilizar para criar situações que levem a ele eseus alunos a refletir sobre a construção do conhecimento matemático e a socialização do saber, transformando a sala de aula em um ambiente propício à discussão, troca de experiências e de elaboração de estratégias para se construir uma nova sociedade brasileira (OLIVEIRA, 1999, p. 144).

Em suma, a utilização da calculadora de forma reflexiva e bem planejada pode contribuir para a abordagem de diversos conteúdos matemáticos, desenvolvendo a capacidade de investigar ideias matemáticas, resolver problemas, formular e testar hipóteses, induzir, deduzir e generalizar, de modo que os alunos busquem coerência em seus cálculos, comuniquem e argumentem suas ideias com clareza.

Quanto a formação inicial deficitária do professor, e o despreparo do mesmo na inserção desse artefato tecnológico em sala de aula, como apontado por Lorente (2008), uma das alternativas para essa questão seria o oferecimento de mais cursos de formação continuada e a inserção das calculadoras na formação inicial, aumentando a confiança e o preparo dos professores quanto ao uso de tecnologias, em especial, o uso de calculadoras, no ensino e aprendizagem dos conteúdos de Matemática, como apresentadoem Rubio (2003), Cunha (2019), Cardozo (2019) e Scucuglia (2006), por exemplo.

Diante de tudo que foi exposto até aqui, nossa resposta à pergunta “usar ou não a calculadora no ensino de Matemática? ” é a de que o mundo atual demanda da escola a formação de seres pensantes e atuantes, que sejam capazes de responder criticamente aosdesafios que surgem no dia a dia, pensando com as tecnologias, centrando a capacidade de calcular não à aplicação de algoritmos e memorização, mas na habilidade de manuseiode instrumentos para tal fim, priorizando o desenvolvimento intelectual para a realização de argumentações e justificativas.

Referências

BIGODE, Antônio José Lopes. **Entende-se com a matemática**. In: Construção Coletiva: Contribuições à Educação de jovens e Adultos. Brasília: UNESCO, MEC, RAAAB. Segunda impressão, 2006. Coleção Educação para Todos. 362p; volume3. p. 299-319.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular** – BNCC. Brasília, DF: MEC, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília, 1998.

BORBA, M. C; SCUCUGLIA, R. R. S.; GADANIDIS, G. **Fases das tecnologias digitaisem Educação Matemática:** sala de aula e internet em movimento. Belo Horizonte: Autêntica, 2014.

BORBA, M. C.; VILLARREAL, M. E. **Humans-with-media and the reorganization of mathematical thinking:** information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization. New York: Springer, 2005. 232 p. (Mathematics Education Library, 39).

CARDOZO, L. N. *et al.* **O uso da calculadora como instrumento pedagógico para o uso da calculadora como instrumento pedagógico para o ensino de matemática nas séries iniciais do ensino fundamental.** *In* Congresso Nacional de Educação, 5, 2018, Recife.

CUNHA, C. R. M., **O uso da calculadora no ensino da matemática para os anos iniciais do ensino fundamental: uma intervenção no curso de pedagogia.** Mestrado em Ensino de Ciências Exatas. Lajeado, 2019.

GIRALDO, V.; CAETANO, P.; MATTOS, F. **Recursos computacionais no ensino de Matemática** (Coleção PROFMAT) – Rio de Janeiro: SBM, 2012.

GUINTHER, A. **Análise do desempenho de alunos do ensino fundamental em jogos matemáticos: reflexões sobre o uso da calculadora nas aulas de matemática.** Dissertação de Mestrado Profissional. São Paulo. 2009.

______________, **Uma experiência com calculadoras numa 6ª série do Ensino Fundamental.** Informação e Tecnologia, Campinas, jul. 2001. Disponível em:

<http://www.revista.unicamp.br/infotec/artigos/ariovaldo.html>. Acesso em: 15 mai. 2022.

LORENTE, F. M. P. **Utilizando a calculadora nas aulas de matemática**. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/371-4.pdf >. Acesso em: 18 mai 2022.

MEDEIROS, K. **A influência da Calculadora na resolução de problemas matemáticos abertos.** Educação Matemática em Revista. SBEM – Ano 10 – no 14, 2003, p. 19-28.

OLIVEIRA, J. C. S.; GAROFALI, V. K. ; BECHER, E. L. . **O uso da calculadora no**

Ensino de Matemática: levantamento bibliográfico dos artigos publicados noXI e no XII ENEM. In: VIII Jornada Nacional de Educação Matemática e XXI Jornada Regional de Educação, 2020. Eixo 3 - Pesquisa em Educação Matemática,2020.

OLIVEIRA, J.C.G. **A visão dos professores de Matemática do Estado do Paraná emrelação ao uso de calculadoras nas aulas de Matemática**. Tese de doutorado. Campinas, SP. 1999.

PESENTE, I; OLGIN, C. A. **Calculadoras nas aulas de matemática: Reflexões sobre a utilização deste recurso didático em um curso Ead de formação de professores**. In: XII ENEM - Encontro Nacional de Educação Matemática, 2016,São Paulo (SP).

PINHEIRO, Josiane de Moura; CAMPIOL, Giane. **A utilização da calculadora nas séries iniciais**. In: Práticas pedagógicas em matemática e ciências nos anosiniciais. Ministério da Educação; Universidade do Vale do Rios dos Sinos – São Leopoldo: Unisinos; Brasília: MEC, 2005.

PONTE, João Pedro da. **A calculadora e o processo ensino-aprendizagem**. Educação e Matemática, Lisboa, nº 11, p 1-2, 3º trimestre de 1989.

RUBIO, J.A.S. **Uso didático da Calculadora no ensino fundamental: possiblidades e desafios.** Faculdade de Filosofia e Ciências, Universidade Estadual Paulista, Marília, 2003, 137p. (Dissertação de Mestrado).

RUTHVEN, K. **Towards a calculator-aware number curriculum.** MediterraneanJournal for Research in Mathematics Education. Vol. 8, 1, X-X, 2009.

SANTANA, J. E. B.; MEDEIROS, K. M. O uso da calculadora científica nas aulas de Matemática do Ensino Médio: explorando a resolução de problemas. In: **Revemop**, Ouro Preto, MG, v.01, n.3, p.345-360, 2019.

SÃO PAULO. **Diretrizes Curriculares tecnologia e inovação.** [S.l.: s.n.], 2019.Disponível em: https://efape.educacao.sp.gov.br/curriculopaulista/wp-content/uploads/sites/7/2020/02/diretrizes-curriculares-tecnologia-e- inovacao.pdf. Acesso em: 22. 03. 2021.

SELVA, A. C. V.; BORBA, R. E. S. R. **O uso da calculadora nos anos iniciais doensino fundamental.** Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2010.

SILVA, A. V. A calculadora no percurso de formação de professores de Matemática, Portugal, 1991.

SMOLE, K. S.; CHICA, C.; ISHIHARA, C. A. **Usar ou não a calculadora em sala de aula.** Disponível em: <https://mathema.com.br/artigos/usar-ou-nao-a- calculadora-em-sala-de-aula/> Acesso em: 16 jun 2022.

SOARES, L. G.; COSTA JÚNIOR J. R. **Um estudo sobre o uso da calculadora em salade aula e suas implicações para o ensino e aprendizagem da matemática**.Disponível em: < www.editorarealize.com.br/editora/anais/conapesc/2016/TRABALHO_EV058_MD1_SA91_ID873_16052016164612.pdf> Acesso em: 18 mai 2022

SOUTO, D. L. P. **Transformações expansivas em um curso de Educação Matemáticaa distância online.** 2013,279f. Tese (doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" - UNESP. Rio Claro, 2013.

SOUSA, A.F. **O Uso da Calculadora na Sala de Aula: o que os professores de matemática da 5ª série do ensino fundamental, pensam sobre isto?** IX Encontro Nacional de Educação Matemática – IX ENEM, Belo Horizonte, 2007.

Saberes Matemáticos Mobilizados na Construção de Cenários Animados por Alunos com Indicativo de Altas Habilidade/Superdotação

Mathematical Knowledge Mobilized in the Construction of Animated Scenarios by Students with Indicative of High Ability/Giftedness

Conocimiento Matemático Movilizado en la Construcción de Escenarios Animados por Estudiantes con Indicativo de Alta Capacidad/Superdotación

Maria Ivete Basniak[1124]
Universidade Estadual do Paraná - campus União da Vitória
0000-0001-5172-981X

Camila Maria Koftun[1125]
Universidade Estadual do Paraná - campus União da Vitória
0000-0002-1883-9571

Adrieli Cristine Bueno[1126]
Universidade Estadual do Paraná - campus União da Vitória
0000-0001-5363-4099

Modalidade: Comunicação.
Núcleo Temático: Tecnologia digital e outros recursos para o ensino e aprendizagem da matemática

Resumo

Esta pesquisa investigou os saberes matemáticos mobilizados pelos alunos com indicativo de AH/SD na construção de cenários animados no GeoGebra. O estudo partiu da revisão de literatura sobre alunos com indicativo de AH/SD, os quais são o enfoque da pesquisa, e sobre tecnologias digitais, com ênfase no GeoGebra e saberes matemáticos. Esta pesquisa de cunho qualitativo e análise interpretativa analisou o relatório de uma aluna com indicado de altas habilidades/superdotação que participou das intervenções nos três anos, e que também participou do programa de iniciação científica do Ensino Médio, que teve como objetivo estudar conteúdos de matemática do Ensino Médio presentes nos cenários animados que construiu. Nos resultados não foi identificado emprego de qualquer algoritmo de resolução, bem como nenhum tipo de cálculo realizado no computador, com uso de calculadora ou outro recurso, ou utilizando lápis e papel. Concluiu-se que na construção de cenário animados no GeoGebra, são mobilizados saberes que relacionam o registro gráfico ao algébrico e priorizam a compreensão e emprego de conceitos matemáticos, bem como de registros matemáticos associados às representações do GeoGebra.
Palavras-chave: Educação Matemática, GeoGebra, Matemática.

[1124] basniak2000@yahoo.com.br
[1125] camila.m.k@hotmail.com
[1126] adrielicbueno@gmail.com

Abstract

This research investigated the mathematical knowledge mobilized by students with an indication of AH/SD in the construction of animated scenarios in GeoGebra. The study was based on a literature review on students with an indication of AH/SD, which are the focus of the research, and on digital technologies, with an emphasis on GeoGebra and mathematical knowledge. This qualitative research and interpretative analysis analyzed the report of a student with high abilities/giftedness who participated in the interventions in the three years, and who also participated in the high school scientific initiation program, which aimed to study mathematics content. High School students present in the animated scenarios he built. In the results, no use of any resolution algorithm was identified, as well as any type of calculation performed on the computer, using a calculator or other resource, or using pencil and paper. It was concluded that in the construction of animated scenarios in GeoGebra, knowledge is mobilized that relate the graphic record to the algebraic and prioritize the understanding and use of mathematical concepts, as well as mathematical records associated with GeoGebra representations.

Keywords: Mathematics Education, GeoGebra, Mathematics.

Resumen

Esta investigación investigó el conocimiento matemático movilizado por estudiantes con indicación de AH/SD en la construcción de escenarios animados en GeoGebra. El estudio se basó en una revisión de literatura sobre estudiantes con indicación de AH/SD, que son el foco de la investigación, y sobre tecnologías digitales, con énfasis en GeoGebra y conocimientos matemáticos. Esta investigación cualitativa y análisis interpretativo analizó el relato de un estudiante con altas capacidades/superdotación que participó de las intervenciones en los tres años, y que también participó del programa de iniciación científica de secundaria, cuyo objetivo era estudiar contenidos matemáticos. en los escenarios animados que construyó. En los resultados no se identificó el uso de ningún algoritmo de resolución, así como ningún tipo de cálculo realizado en computadora, usando calculadora u otro recurso, o usando lápiz y papel. Se concluyó que en la construcción de escenarios animados en GeoGebra se movilizan conocimientos que relacionan el registro gráfico con el algebraico y priorizan la comprensión y uso de conceptos matemáticos, así como registros matemáticos asociados a las representaciones de GeoGebra.

Palabras clave: Educación Matemática, GeoGebra, Matemáticas.

Introdução

Em 2017, iniciamos o trabalhado com a construção de cenários animados no software GeoGebra com alunos de um colégio público da Sala de Recursos Multifuncional II (SRM II) com indicativo de altas habilidades/superdotação (AH/SD), a pedido da professora responsável pela SRM II. Os cenários animados são construções desenvolvidas no software GeoGebra, em que, por meio de conteúdos matemáticos, são criadas cenas ou personagens que são atrelados a um controle deslizante, ferramenta do software que possibilita movimento/animação. Então, ao final, tais elementos ou personagens se movam sozinhos e criam uma cena com movimento. As cenas e personagens podem ser reais ou não.

Os resultados alcançados por Boruch e Basniak (2018), mostraram-se promissores, considerando que alunos do sexto ano do Ensino Fundamental conseguiram construir cenários animados utilizando conceitos como o de funções, por exemplo, um conteúdo abordado a partir do nono ano das séries finais do Ensino Fundamental no Brasil.

Os alunos com indicativo de AH/SD da SRM II que participaram da coleta de dados, se dispuseram voluntariamente, por meio de convite realizado pela professora da SRM II, a participarem de intervenções semanais, com duração de aproximadamente de três horas. Essas intervenções foram realizadas no laboratório de informática da Universidade, em que, sob a orientação de uma acadêmica, aluna da Licenciatura em Matemática e pesquisadora do Programa de Iniciação Científica, os alunos construíam cenários animados no GeoGebra.

As intervenções ocorreram semanalmente até o início de 2020, quando as atividades presenciais foram suspensas devido a COVID-19. Portanto, dispomos das gravações das telas dos computadores e áudio dos alunos da maioria dos encontros realizados no período antes da pandemia. Embora já tenhamos realizados algumas análises e os trabalhos de investigação até o momento indiquem que a construção de cenários animados no GeoGebra contribui para a apropriação de conceitos matemáticos, ainda há muito a ser pesquisado.

Neste contexto, o GeoGebra tem se constituído importante meio para estudar, ensinar, discutir e aprender conteúdos matemáticos, de forma que os trabalhos de pesquisa desenvolvidos até o momento, nos remetem a questão de investigação que norteou esta pesquisa e que consiste em: **investigar os saberes matemáticos mobilizados pelos alunos com indicativo de AH/SD na construção de cenários animados no GeoGebra**.

O estudo iniciou com revisão de literatura necessária para a construção do quadro teórico da pesquisa. Para isso, inicialmente foi realizado estudo sobre alunos com indicativo de AH/SD, os quais são o enfoque da pesquisa, e sobre tecnologias digitais, com ênfase no GeoGebra e saberes matemáticos. Na sequência são apresentados o contexto e os pressupostos metodológicos da pesquisa, os resultados e discussões e, por fim, as considerações finais.

Altas Habilidades/Superdotação, Geogebra e Saberes Matemáticos

A ideia de superdotação normalmente está associada a alunos com grandes facilidades e melhor desempenho em relação a outros. Entretanto, o aluno com indicativo de AH/SD não necessariamente se destaca em todas as áreas do conhecimento, podendo ter habilidades acima da média em um ou mais domínios: intelectual, das relações afetivas e sociais, das produções criativas, esportivas e psicomotoras (Souza et al., 2015, p. 2015) e encontrar dificuldades em outros campos.

Arroyo et al. (2006), definem o superdotado como aquele com potencial intelectual muito elevado e com alta capacidade de ideias novas e originais, mas também entendem a superdotação como um perfil complexo, em que não basta uma única característica para determinar AH/SD.

Mas segundo Pérez e Freitas (2011), a invisibilidade dos alunos com AH/SD é latente em nosso país. Os programas que o MEC direciona para alunos com necessidades especiais na grande maioria das vezes não atende os alunos com AH/SD, o que faz com que o direito de atendimento às suas necessidades seja retirado. Além disso, a formação de profissionais para o atendimento a esses alunos não é suficiente, e segundo dados apresentados por Pérez e Freitas (2011), nem mesmo os cursos de capacitação oferecidos para os profissionais de educação especial abrangem suas necessidades, isso ocasiona que eles, muitas vezes, não sejam nem diagnosticados.

Portanto, são necessárias alternativas para que estes alunos possam aprender e desenvolver suas potencialidades da melhor maneira possível. As atividades propostas para o desenvolvimento do aluno com AH/SD são principalmente as que incentivem sua criatividade, seu envolvimento com a atividade, desenvolvam o raciocínio lógico e os desafie a enriquecerem seus saberes.

As tecnologias vêm ganhando espaço no mundo atual. Na Educação Matemática em particular, destaca-se por dinamizar as atividades anteriormente totalmente estáticas, favorecendo o gosto pela matemática, que muitas vezes é entendida e praticada como o ato de decorar. Entretanto, segundo Valente (2018, p. 20): “No geral, a sala de aula pouco mudou e ainda não usufrui dos benefícios proporcionados pela cultura digital. Nesse sentido, pode-se dizer que a sala de aula está completamente fora de sintonia com o resto da sociedade, especialmente em relação aos seus alunos”. Na matemática, principalmente quando relacionamos as atividades a apenas decorar fórmulas, os alunos não compreendem muitas vezes o que foi realizado. Assim, a inserção de softwares de matemática no ensino pode auxiliar na compreensão do conteúdo, favorecendo que o aluno possa fazer testes e formular conjecturas e não apenas siga o passo a passo da resolução.

Neste cenário, um dos softwares educativos gratuitos que se destaca na Educação Matemática, o qual é objeto de estudo dessa pesquisa, é o GeoGebra, o qual permite o ensino de diversos conteúdos matemáticos de forma integrada, tais como a geometria, álgebra, estatística. Sua interface permite inúmeras abordagens, possibilitando que os usuários possam explorar diferentes maneiras de se aprender um conteúdo por meio de ferramentas que possibilitam que o aluno, em especial, se envolva e interaja com a atividade proposta pelo professor, desviando o estudo do ato de decorar e aprender conteúdos de forma monótona.

Por meio da experimentação os alunos conseguem expressar no software aquilo que sabem e buscar respostas para o que não sabem. Carraher et al. (1982), apresentam uma experiência na qual alunos realizam operações matemáticas práticas, situações do cotidiano, em seu ambiente informal (comércio, vendas), e posteriormente, são convidados a efetuarem esses mesmos no ambiente formal da escola. Em termos globais, 98,2% dos 63 problemas apresentados no teste informal foram resolvidos corretamente, enquanto que, no teste formal, apenas 73,7% dos problemas foram resolvidos corretamente (Carraher et al., 1982).

Muitos estudantes apresentaram dificuldade nas atividades formais e não nas informais, o que nos permite compreender que os saberes matemáticos vão muito além daqueles passados em sala de aula, ou do resultado de atividades avaliativas, pois, esses podem ser mobilizados de diferentes formas e principalmente fora da formalidade escolar, associada muitas vezes, somente a realização de cálculos e algoritmos.

Portanto, a partir disso, anunciamos na seção que segue o contexto e pressupostos metodológicos desta pesquisa.

Contexto, Materiais e Pressupostos Metodológicos

Esta pesquisa de cunho qualitativo e análise interpretativa parte do quatro teórico que considera o aluno com AH/SD aquele com capacidade para desenvolver-se em sua área de interesse, mas que necessita ser incentivado para isso; o software GeoGebra como um recurso que apresenta potencial para o ensino e a aprendizagem da matemática e os saberes matemáticos, como aqueles para além da realização de cálculos e emprego de algoritmos. Além dos elementos teóricos, consideramos o material coletado e acumulado entre os anos de 2018[1127] e 2020, que inclui episódios de vídeos gravados durante as intervenções com alunos com indicativo de AH/SD, que somam ao total 124 arquivos de mídia e relatórios escritos dos alunos. Dentre os matérias produzidos há alguns produzidos por uma aluna que participou das intervenções nos três anos, e que também participou do programa de iniciação científica do Ensino Médio, que teve como objetivo estudar conteúdos de matemática do Ensino Médio presentes nos cenários animados que construiu.

Todas as intervenções foram realizadas no laboratório de informática da universidade, a qual divide o prédio com a escola parceira do projeto. Assim, os alunos participavam das intervenções em contra turno das aulas regulares, quando deveriam frequentar a SRM II, sendo acompanhados pela professora responsável pela SRM II e pela acadêmica da graduação que conduzia as intervenções. Os alunos poderiam utilizar durante as intervenções outros materiais que desejassem, como livros, anotações escritas, lápis, papel, calculadora. Além disso, eram incentivados a interagir com os colegas, trocando ideias, hipóteses, dúvidas, e da mesma forma, sempre que precisavam poderiam solicitar a ajuda da acadêmica responsável.

Frente ao volume de dados e considerando o objetivo deste trabalho**, investigar os saberes matemáticos mobilizados pelos alunos com indicativo de AH/SD na construção de cenários animados no GeoGebra**, optamos por analisar neste trabalho uma aula em que foi solicitado que todos os alunos construíssem um cenário animado livre, ou seja, um cenário animado que fosse totalmente idealizado por eles, utilizando os conteúdos estudados até então, como: funções, geometria plana (círculo, circunferência e triângulo), plano cartesiano, domínio e imagem, lógica, ângulo, reta e, se houvesse necessidade, outros conteúdos matemáticos já conhecidos.

Focaremos nossa análise nessa construção, por avaliarmos que nas outras construções propostas, as quais são inicialmente apresentadas prontas aos alunos, em alguma medida a aluna tende a seguir os passos sugeridos por quem está conduzindo a intervenção, e muitas vezes,

[1127] O projeto iniciou em 2017, mas somente em 2018 começamos a gravar as construções dos alunos, tanto em áudio como em vídeo e das telas dos computadores que os alunos utilizavam para desenvolver as construções.

aquele que conduz a construção do cenário animado sugere a utilização de determinado conteúdo, dependendo do conteúdo que deseja discutir/ensinar.

Portanto, entendemos que ao ser proposto que os alunos façam a construção de um cenário planejado e criado por eles, entendemos que os alunos têm a oportunidade de primeiro utilizar sua criatividade, depois planejar quais conteúdos precisará utilizar na construção, testando hipóteses e verificando suas conjecturas, mobilizando os diferentes saberes que possui, buscando estratégias para atingir seu objetivo de construir o cenário animado, elaborado em sua mente.

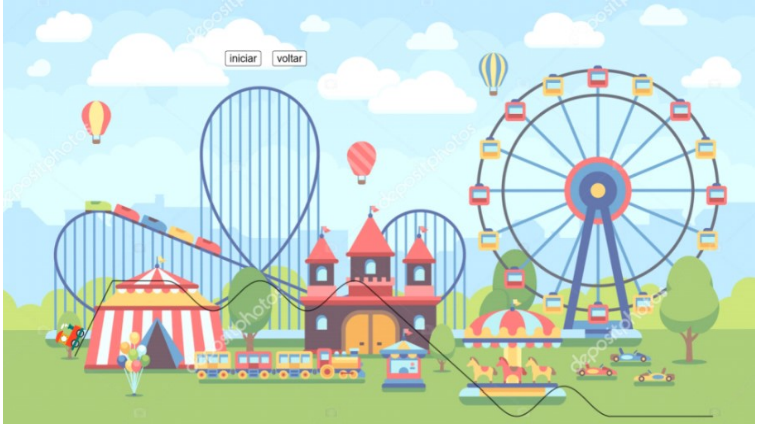
As análises estão alicerçadas em buscar nos relatos da aluna que participou do programa de iniciação científica do Ensino Médio, os saberes matemáticos mobilizados durante a construção livre, pois foi elaborado um relatório pela aluna. O relatório de pesquisa da aluna está publicado nos anais do programa a que a aluna participou (Lipinski & Basniak, 2021).

Resultados e Discussões

A aluna explica que optou por construir uma **montanha-russa** (Figura 1) e para isso, pensou no um primeiro momento em utilizar, principalmente, funções trigonométricas e funções polinomiais de primeiro grau. "O objetivo era criar funções com domínios diferentes, e assim, quando o domínio delas fosse restringido e as funções fossem unidas em uma função por partes, o gráfico se tornaria semelhante ao **caminho** de uma montanha-russa, e seria possível que um carrinho andasse sobre ele" (Lipinski & Basniak, 2021, p. 85).

Figura 1.

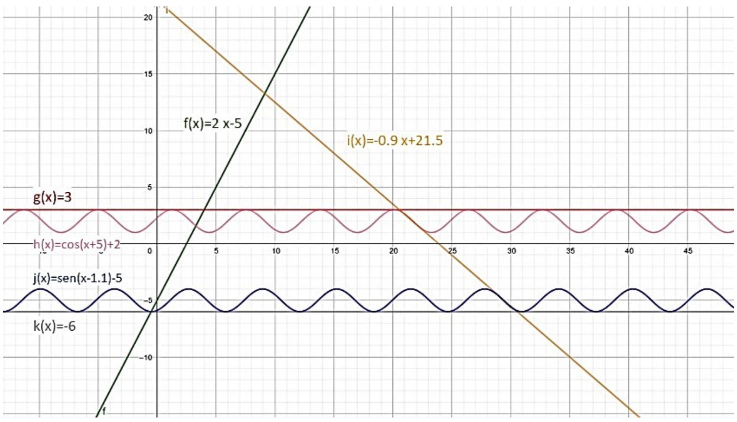
Montanha Russa (Dados da pesquisa, 2021). Disponível em: https://www.geogebra.org/m/g9a3kxec



Ela explica o que significa o domínio de uma função (**valores que a variável x pode assumir segundo a lei de formação dessa função**) e, que sua imagem é obtida a partir desses valores. Explica também que primeiramente selecionou algumas funções que poderiam ser utilizadas, escrevendo suas leis de formação na caixa de entrada do software, e em seguida eram representadas no plano cartesiano do GeoGebra (Figura 2).

Figura 2.

Gráficos de funções diversas (Lipinski & Basniak, 2021, p. 85)



Observando o relatório da construção desta animação pela aluna, verificamos que ela não apresenta dificuldade em identificar os diferentes tipos de função que utiliza: função constante, crescente, decrescente e funções trigonométricas. Por outro lado, ela não precisa preocupar-se primeiramente, quanto a localização exata das funções na janela de visualização no GeoGebra, pois a facilidade em alterar os valores que compõe a lei de formação da função, favorecem que ela teste valores sem haver necessidade de fazer cálculos para isso. Portanto, o saber fazer cálculos, não é um saber necessário para construir cenários animados no GeoGebra, considerando que o software favorece outras possibilidades para se obter o resultado desejado. Da mesma forma, não precisa dominar nenhum algoritmo de resolução, ou ter decorado valores de seno e cosseno, por exemplo.

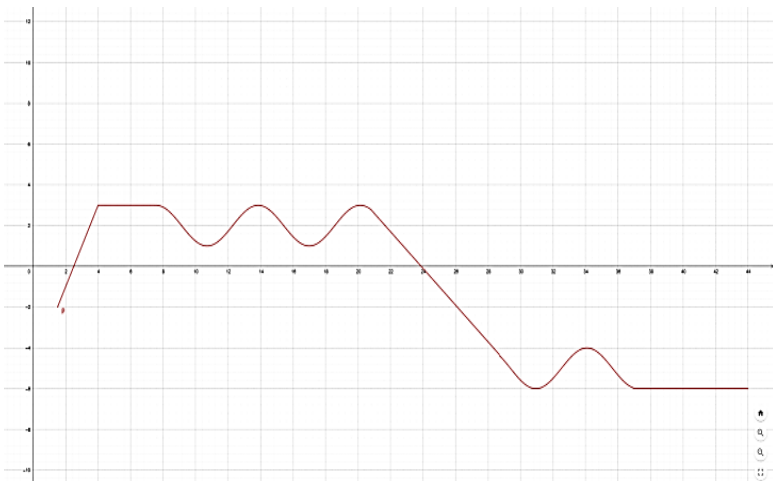
Entretanto, precisa compreender o que é uma função e as diferentes características de cada uma delas, como função constante, crescente e decrescente, as quais expressa, utilizando argumentos matemáticos, como pode ser lido em seu trabalho:

> Ao observar os gráficos dessas funções, pudemos concluir que: as funções g(x) e k(x) são constantes, pois o valor de y não se altera; a função f(x) é crescente, porque conforme o valor de x aumenta, o valor de y também passa a aumentar; a função i(x) é decrescente, pois tem a característica de que conforme o valor de y diminui o valor de x aumenta; as funções seno e cosseno possuem esse gráfico por causa dos coeficientes que foram adicionados à lei de formação, a fim de fazer com que elas ficassem posicionadas em determinada região do plano cartesiano e pudessem formar um único **caminho** (Lipinski & Basniak, 2021, p. 86).

Da mesma forma, ela manifesta compreensão quanto ao conceito de domínio de uma função, e, também, quanto a conseguir estabelecer o domínio desejado em cada uma das funções. Para isso associa a parte gráfica com a parte algébrica da função, considerando que o objetivo da construção dos cenários animados, ao restringir o domínio de uma função, é delimitar o **caminho que determinado personagem irá percorrer**. Assim, a aluna escreve, que neste caso o domínio das funções utilizadas para agrupá-las "em uma função por partes: p(x)= Se ($1.5 \leq x \leq 4$, f(x), $1.5 \leq x \leq 7.5$, g(x), $7.5 \leq x \leq 20.8$, h(x), $20.8 \leq x \leq 28.7$, i(x), $28.7 \leq x \leq 37$, j(x), $37 \leq x \leq 44$, k(x)), que possui o seguinte gráfico"

Figura 3.

Domínio das funções (Lipinski & Basniak, 2021, Apêndice C, p. 05)



Salientamos que novamente nenhum cálculo foi realizado pela aluna para restringir o domínio das funções, que é resultado da observação da representação gráfica das funções no plano cartesiano, relacionando com o caminho que deverá ser percorrido pelo carrinho/trem da montanha russa, o qual é inserido na sequência da construção, e é associado a dois controles deslizantes, como descrito pela aluna.

> O ponto A foi atrelado ao controle deslizante a, com valor mínimo 1.5 e valor máximo 44, já o ponto B foi atrelado ao controle deslizante b, com valor mínimo igual a 2.5 e valor máximo igual a 45. Os intervalos dos controles são diferentes para que os pontos mantenham uma distância entre si e a imagem apareça, variando de tamanho conforme os controles são movimentados. Apesar dos pontos terem sido atrelados a controles deslizantes diferentes, eles se movimentam sobre uma mesma função: p(x), dando o aspecto de uma montanha-russa (Lipinski & Basniak, 2021, Apêndice C, p. 05).

Com a construção deste cenário animado identificamos que diferentes conteúdos matemáticos foram utilizados: funções trigonométricas, função de primeiro grau, função por partes, domínio e imagem da função, diferença entre função constante, crescente e decrescente, gráfico de funções, coordenadas no plano cartesiano, lógica e programação.

A aluna salienta em seu relatório de pesquisa que há “[...] conteúdos que exigem ilustração para ter compreensão de ideias, por exemplo, razões e funções trigonométricas. É muito vago permanecer no aprendizado apenas com conceitos, símbolos, notação algébrica e cálculos” (Lipinski & Basniak, 2021, p. 95).

Enfatiza também a dinamicidade do aprendizado, que é favorecida pela dinâmica das aulas nesse contexto pela “característica que predomina na construção de cenários animados no GeoGebra, o que aguça a capacidade criativa do aluno e faz com que o aprendizado se torne mais interessante, conduzindo-o a buscar o conhecimento e pesquisar além do que é proposto” (Lipinski & Basniak, 2021, p. 95).

Considerações Finais

A partir das análises da construção do cenário animado da montanha russa, não identificamos o emprego de qualquer algoritmo de resolução, construção gráfica ou algébrica pela aluna, bem como nenhum tipo de cálculo realizado por ela no computador, com uso de calculadora ou outro recurso, ou utilizando lápis e papel. Quanto ao emprego de lápis e papel durante as intervenções, é algo que salientamos que, embora seja algo opcional aos alunos, a menos que seja exigido que levem o material para o laboratório, ou que seja entregue algum material impresso, eles não costumam utilizar. E, ainda se entregue e solicitado o registro escrito em folhas de papel, muitas vezes o retorno é de simplesmente escreverem seu nome.

Dessa forma, identificamos que são mobilizados saberes que relacionam o registro gráfico ao algébrico e priorizam a compreensão e emprego de conceitos matemáticos, bem como de registros matemáticos associados às representações do GeoGebra

Referências

Arroyo, S., Martorell, M., Tarragó, S. (2006). *La realidad de una diferencia*: los superdotados – diagnóstico, asesoramiento, atención escolar, integración *social.* Barcelona: Terapias Verdes.

Boruch, I. G. S. & Basniak, M. I. (2018). Animações no GeoGebra e o Ensino de Matemática: uma experiência com alunos com altas habilidades/superdotação. *Revista Tecné, Episteme y Didaxis*, (Extraordinário). Disponível em: https://revistas.pedagogica.edu.co/index.php/TED/article/view/9028

Carraher, T. N., Carraher, D. W., Schliemann, A. D. (1982). *Na vida, dez; na escola, zero*: os contextos culturais da aprendizagem matemática. Pernambuco. (42), 79-86. Disponível em: http://www.professores.im-uff.mat.br/hjbortol/disciplinas/2017.1/gma00114/arquivos/carraher-carraher-schliemann-1982.pdf. Acesso em: 23 mar. 2022.

Lipinski, L. M. & Basniak, M. I. (2021). Aprendizagem matemática através da construção de Cenários animados no GeoGebra. *Anais II Seminário de Integração* – II SIPEC, VII EAIC, IV EAEX. (online) Unespar. Disponível em: https://sipec.unespar.edu.br/arq/anais-eaic-2021.pdf

Pérez, S. G. P. B. & Freitas, S. N. (2011). Encaminhamentos pedagógicos com alunos com Altas Habilidades/ Superdotação na Educação Básica: o cenário brasileiro. *Educar em Revista*, Curitiba, (41),109-124.

Souza, A. R. de; Felicio, N. C. de; Fantacini, R. A. F.; Almeida, M. A. (2015). Conhecendo as altas habilidades/ superdotação: definições e caracterizações. *Educação*, Batatais, 5(2), 9-32.

Valente, J. A.; Freire, F. M. P.; Arantes, F. L. (2018). *Tecnologia e Educação*: passado, presente e o que está por vir. Campinas-SP: Nied/Unicamp. Disponível em: https://www.nied.unicamp.br/wp-content/uploads/2018/11/Livro-NIED-2018-final.pdf. Acesso em: 20 mar. 2022.

Desafios para a utilização de jogos digitais no processo de ensino e aprendizagemde matemática

Challenges for using digital games in the process of teaching and learning mathematics

Desafíos para el uso de juegos digitales en el proceso de enseñanza y aprendizajede las matemáticas

Marlon Augusto das Chagas Barros[1128]
Universidade Federal do Pará
0000-0002-3114-3771

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Tecnologia digital e outros recursos para o ensino e aprendizagemda matemática

Resumo

A utilização de jogos digitais em sala de aula pode ser uma medida que pode contribuir para amenizar dificuldades presentes no ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos. Entretanto, há poucas pesquisas que discutem acerca desta temática, explicitando a necessidade de trabalhos que visem explorar e discutir aspectos acerca daspotencialidades e dificuldades da utilização destes recursos nos ambientes educacionais.A partir do exposto, visando contribuir para a temática, este trabalho, que constitui uma pesquisa de cunho bibliográfico, tem o objetivo de apresentar alguns desafios para a utilização de jogos digitais no processo de ensino e aprendizagem de matemática. Os resultados obtidos apontam dois tipos de desafios: desafios gerais, como falta de formação docente adequada e falta de estrutura dos ambientes educacionais, e desafios específico, como o processo de avaliação e escolha de um jogo adequado. Espera-se queesta pesquisa contribua para reflexões acerca da temática e colabore para a elaboração deoutros trabalhos que contemplem esta temática, que se mostra tão relevante.

***Palavras-chave*:** Jogos digitais, Ensino de Matemática, Desafios, TDIC, Jogos Eletrônicos.

Abstract

The use of digital games in the classroom can be a measure that can contribute toalleviate difficulties in the teaching and learning of mathematical concepts. However, there is little research that discusses this issue, explaining the need for studies that aim toexplore and discuss aspects about the potential and difficulties of using these resources in educational environments. In order to contribute to this theme, this work, which is a bibliographic research, aims to present some challenges to the use of digital games in theprocess of teaching and learning mathematics.

[1128] marlonbarros009@gmail.com

The results obtained point to two types of challenges: general challenges, such as lack of adequate teacher training and lack of structure in educational environments, and specific challenges, such as the evaluation process and the choice of an appropriate game. It is hoped that this research contributes to reflections on the theme and contributes to the development of other studies that address this issue, which is so relevant.

Keywords: Digital Games, Mathematics Teaching, Challenges, ICT, Electronic Games.

Resumen

El uso de juegos digitales en el aula puede ser una medida que contribuya a paliarlas dificultades en la enseñanza y el aprendizaje de los conceptos matemáticos. Sin embargo, son pocas las investigaciones que discuten sobre este tema, lo que explica la necesidad de trabajos que tengan como objetivo explorar y discutir aspectos sobre las potencialidades y dificultades del uso de estos recursos en entornos educativos. Para contribuir al tema, este trabajo, que es una investigación bibliográfica, tiene como objetivo presentar algunos desafíos para el uso de los juegos digitales en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Los resultados obtenidos apuntan a dos tiposde retos: retos generales, como la falta de formación adecuada del profesorado y la falta de estructura en los entornos educativos, y retos específicos, como el proceso de evaluación y la elección de un juego adecuado. Se espera que esta investigación contribuya a la reflexión sobre el tema y aporte al desarrollo de otros estudios que abordenesta cuestión tan relevante.

Palabras clave: Juegos digitales, Enseñanza de las matemáticas, Retos, TIC, Juegos electrónicos.

Introdução

Na atualidade, as Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC) se consolidaram e influenciaram as relações sociais, dando início a uma nova estrutura comunicacional no mundo e influenciando as práticas culturais (KENSKI, 2012), caracterizando o início da chamada "cibercultura", que é "o conjunto de técnicas (materiais e intelectuais), de práticas, de atitudes, de modos de pensamento e de valores que se desenvolvem juntamente com o crescimento do ciberespaço." (LEVY, 1999, p. 16). Assim, atualmente, as TDIC são ferramentas indispensáveis para o convívio em sociedade, promovendo um conjunto de novas possibilidades para o processo de ensino e aprendizagem de matemática, como explicitado por Borba e Penteado (2019) e Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014).

Atualmente, processo de ensino e aprendizagem de matemática, no Brasil, está passando por fragilidades, como explicitado nos resultados da última edição do Programa

Internacional de Avaliação de Alunos (PISA), que segundo o Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP, 2020), atestou a baixa proficiência dos discentes da educação básica brasileira em matemática, ciências e leitura.Nesse sentido, faz-se necessário refletir e investigar acerca de estratégias que possibilitema diminuição destes índices, ou seja, que favoreçam o ensino e aprendizagem de matemática no país.

A partir do exposto, a utilização das TDIC pode ser uma medida que pode ajudara amenizar as dificuldades presentes nas relações entre o professor, o aluno e o saber matemático escolar, fazendo com que, por exemplo, o aluno consiga abstrair melhor determinados conceitos por meio da utilização de softwares educacionais e outros recursos presentes no espaço virtual (DA COSTA; PRADO, 2015; RIBEIRO; PAZ, 2012).

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que é o documento normativo quedefine o conjunto de aprendizagens essenciais que se espera que os discentes desenvolvam ao longo da educação básica, explicita a necessidade de uso das TDIC em sua quinta competência geral, que diz ser necessário:

> Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva (BRASIL, 2018, p. 9).

Cabe destacar que, segundo Kenski (2012), a linguagem digital caracteriza-se pela linguagem que ocorre através das TDIC, possibilitando a comunicação, interação, informação e a aprendizagem. Sendo assim, a BNCC considera a importância das TDICem sua segunda competência geral, que diz ser necessário:

> Utilizar diferentes linguagens – verbal, corporal, visual, sonora e digital – parase expressar e fazer com que o estudante amplie seu modelo de expressão ao partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos, produzindo sentidos que levem ao entendimento mútuo (BRASIL, 2018, p. 9).

Sendo assim, as tecnologias digitais podem ser recursos que podem auxiliar na potencialização da prática docente, isto é, podendo contribuir para favorecer a aprendizagem de diversos conceitos, despertar o interesse dos discentes e desenvolver o senso crítico. Nesse sentido, há a necessidade de trabalhos que visem explorar as possibilidades e desafios destes recursos para os ambientes educacionais, contribuindo, assim, para ampliar a zona de possibilidades de uso das TDIC em sala de aula, e promover reflexões acerca dos obstáculos presentes neste processo.

Dentre as TDIC, os jogos digitais apresentam-se como tecnologias digitais promissoras para as relações de ensino e aprendizagem de matemática, tendo a possibilidade de facilitar a abstração de conceitos matemáticos e motivar os discentes, como explicitados nas pesquisas de Gonçalves (2011), Da Silva e Costa (2017) e Santose Silva Junior (2014). Entretanto, esta temática ainda é pouco explorada em pesquisas, como explicitados nos resultados da revisão sistemática realizada por Medeiros (2020). Portanto, faz-se importante a elaboração de pesquisas que contemplem aspectos sobre esta temática, possibilitando melhores compreensões acerca das possibilidades, limitações e desafios destes jogos nos ambientes educacionais.

A partir do exposto, a fim de contribuir com a temática, este trabalho, que constituiuma pesquisa de cunho bibliográfico, tem o objetivo de discutir, alguns desafios para a utilização de jogos digitais no processo de ensino e aprendizagem de matemática. Para tanto, inicialmente, abordarei aspectos acerca do que são os jogos digitais e algumas de suas possibilidades para o processo de ensino e aprendizagem de matemática. Emseguida, a fim de melhorar a organização dos argumentos, os desafios estarão divididos em dois grupos: desafios gerais e desafios específicos.

O que são os jogos digitais?

Para uma melhor compreensão acerca do que são os jogos digitais, é importante compreendermos o que são as TDIC e o que podemos entender como jogo. Kenski (2012)define as tecnologias digitais da informação e comunicação, que também são conhecidascomo novas tecnologias, como produtos e processos provenientes de conhecimentos da eletrônica, microeletrônica e telecomunicações, caracterizando-se por um espaço de açãovirtual, uma base imaterial e a informação como principal matéria-prima. Cabe ressaltar que estas tecnologias digitais são caracterizadas, também, por estarem em constante evolução, isto é, estarem em constantes melhorias e adaptações que expandem as possibilidades dos usuários. Logo, computadores, tablets, smartphones e softwares são exemplos de tecnologias digitais presentes em nosso dia-a-dia e que promovem mudançasconsideráveis no meio social.

Segundo Xexéo et al (2013), na literatura, não há uma definição precisa e aceita acerca do que é um jogo, fazendo com que muitos pesquisadores busquem estudar e estruturar essa conceituação. Nessa perspectiva, para caracterizar o que é um jogo, utilizarei a conceituação dos autores Salen e Zimermman (2012, p. 95), que estudaram as relações entre diferentes concepções acerca do que é um jogo a fim de criar uma definição própria, e definem jogo como "um sistema no qual jogadores se envolvem em um conflito artificial, definido por regras, que implica um resultado quantificável.". Sendo assim, o jogo pode ser entendido como uma atividade voluntária composta de elementos interativos e inter-relacionados, sendo mediados por regras e tendo um resultado que permite identificar se o jogador está cumprindo o objetivo proposto.

A partir do exposto, podemos compreender os jogos digitais, que também são conhecidos como jogos eletrônicos, como sendo os jogos que ocorrem por meio das TDIC, ou seja, os jogos que têm as TDIC como base (LUCCHESE; RIBEIRO, 2009). Seguindo essa premissa, os jogos de computadores, celulares e videogames são exemplos de jogos digitais, pois sua ocorrência depende das tecnologias digitais.

Cabe destacar que há dois tipos de jogos digitais: jogos digitais educacionais, que foram elaborados com o objetivo de auxiliar na aprendizagem de algum conteúdo escolar, e jogos digitais não educacionais, que foram criados sem o objetivo específico de auxiliar na aprendizagem de algum conteúdo escolar, ou seja, foram criados apenas para o entretenimento (PAIVA; TORI, 2017; MATTAR, 2010).

Os jogos digitais educacionais, quando utilizados de maneira adequada, podem ter diversas potencialidades, como, por exemplo, facilitar a aprendizagem do conteúdo, desenvolver habilidades cognitivas, motivar os alunos, auxiliar na coordenação motora, auxiliar na socialização e descoberta (GONÇALVES, 2011; SAVI; ULBRICHT, 2008; PAIVA; TORI, 2017). Assim, os jogos digitais podem ser ferramentas interessantes para auxiliar na compreensão de diversos tópicos de matemática, podendo contribuir para o desenvolvimento de competências essenciais ao exercício da cidadania e para despertar o interesse do aluno pelo o que está sendo ministrado.

Tendo em vista que, como explicitado por Levy (1999), a atual geração é a geração dos chamados "nativos digitais", ou seja, jovens que nascem tendo grande contato com os meios digitais, o uso de jogos digitais, assim como outras tecnologias digitais, pode favorecer a construção de experiências enriquecedoras de aprendizagem.

Por fim, vale ressaltar que, embora não tenham sido criados com esta finalidade, há jogos digitais não educacionais que apresentam resultados positivos em sala de aula, como, por exemplo, Minecraft e Rise of Nations (MATTAR, 2010; PAIVA; TORI, 2017).

Desafios gerais

Tendo em vista que os jogos digitais constituem um tipo de tecnologia digital, é importante discutirmos acerca dos desafios gerais para a utilização das tecnologias digitais nos ambientes educacionais a fim de compreendermos as implicações que esses desafios podem ter para a utilização dos jogos digitais no processo de ensino e aprendizagem de matemática e outras áreas.

Primeiramente, a falta de formação docente apresenta-se como um grande desafiogeral para a utilização dos jogos digitais e outros recursos digitais nos ambienteseducacionais. Ribeiro e Paz (2012, p. 19) comentam que

> Ninguém é capaz de ensinar aquilo que não aprendeu. Somente se ensina o quese conhece. E, para se trabalhar com Novas Tecnologias é preciso ter conhecimento técnico e, assim saber lidar como toda essa informatização de forma a produzir bons frutos com essa prática que é tão prazerosa e nos mostrana prática o que a teoria nos ensina.

Sendo assim, é necessário que os docentes tenham domínio técnico para autilização das TDIC de maneira a explorar suas potencialidades nos ambientes educacionais, isto é, tornando-as ferramentas que auxiliam na construção de experiênciasenriquecedoras de aprendizagem. Nesse sentido, para a utilização dos jogos digitais em sala de aula, é necessário que o professor esteja, de fato, preparado para utilizar estes recursos com confiança e domínio técnico-pedagógico.

Outro desafio geral é a falta de infraestrutura e investimentos nas escolas, como apontado por Kenski (2012). Nessa perspectiva, muitas escolas não apresentam laboratórios de informática e outros recursos que podem favorecer a utilização de jogos digitais nos ambientes educacionais, limitando as possibilidades de utilização destes recursos. Cabe destacar embora haja a possibilidade de os jogos digitais serem trabalhados por meio de tecnologias móveis, isto pode ser um empecilho para turmas daeducação infantil e anos iniciais e finais do ensino fundamental, pois muitos alunos destesgraus, em decorrência da idade, podem não ter acesso às tecnologias móveis, como celulares e tabletes.

Por fim, a falta de conhecimentos acerca da utilização de computadores pode serum desafio que faz com que os alunos tenham dificuldades para desenvolver tarefas por meio destes recursos, como explicitado por Kenski (2012) e Pantoja Corrêa e Brandemberg (2020). Logo, é necessário ter cuidado com os conjuntos de conhecimentosque os discentes têm acerca dos recursos utilizados para que, desta forma, estes recursospossam vir a ser utilizados como auxiliares no processo de aprendizagem e não como desmotivadores e/ou acentuadores de dificuldades.

Logo, pode-se perceber que os desafios gerais mencionados podem ter implicações direitas na utilização de jogos digitais no processo de ensino e aprendizagemde matemática e outras disciplinas.

Cabe destacar que os jogos digitais também apresentam desafios específicos, istoé, desafios que costumam a ser vistos apenas na utilização especifica deste tipo de tecnologia digital, como veremos a seguir.

Desafios específicos

O primeiro desafio para a utilização de jogos digitais educacionais no processo deensino e aprendizagem de matemática é a busca por jogos que façam com que os discentesse sintam, de fato, estimulados (BALASUBRAMANIAN; WILSON, 2006). Nesse sentido, embora o jogo digital tenha relação com o saber matemático escolar, este, quandoutilizado em sala de aula, pode não ser efetivo se não for capaz de apresentar um desafioadequado e que desperte o interesse dos discentes.

Logo, é importante que professor busque jogos digitais educacionais que possam oferecer desafios que possam despertar o interesse dos discentes. É importante destacar que há diversos sites com jogos digitais educacionais para o ensino de matemática, como,por exemplo, os sites Aracademics, Ocoquinhos e Canal do Ensino. Desta forma, há diversas possibilidades e jogos que podem subsidiar a prática docente.

O processo de avaliação por meio dos jogos digitais é outro desafio especifico quepode prejudicar o processo de ensino e aprendizagem. Savi e Ulbricht (2008, p. 8) comentam que:

> Saber como avaliar o progresso da aprendizagem dos alunos é outra questão que inibe o uso dos jogos pelos professores, especialmente no ensino on-line ou quando se tem classes com grande quantidade de alunos. Não basta apenaspropor a atividade com jogos, é necessário verificar se os alunos estão atingindo os objetivos propostos e fornecer algum tipo de feedback para eles. Funcionalidades para o acompanhamento

> do progresso das turmas não são frequentemente encontrados nos jogos educacionais, mas alguns automatismospodem ser auxiliares importantes para os professores, como por exemplo, a geração de relatórios informando em que nível cada aluno chegou, quanto tempo levou para resolver cada problema, principais dificuldades, erros cometidos, etc.

Sendo assim, é de suma importância que o docente busque maneiras de avaliar o desempenho da turma por meio da utilização dos jogos digitais a fim de analisar as suas contribuições para a aprendizagem da turma. Desta forma, o professor, caso necessário, poderá realizar determinadas intervenções com base nas avaliações realizadas.

A existência de requisitos técnicos para a instalação de alguns jogos digitais também pode representar um desafio especifico, como explicitado por Savi e Ulbricht (2008). Nesse sentido, muitos computadores, tabletes e celulares podem não ser capazesde comportar os jogos digitais escolhidos pelo professor, fazendo com que estes não venham a ser explorados em sala de aula.

Por fim, cabe destacar que jogos digitais educacionais e tarefas digitais podem sercriados por meio de softwares, como o App Inventor, Kahoot e Wordwall. Nesse sentido,a construção mal estruturada de jogos educacionais pode representar um desafio (PAIVA;TORI, 2017). Nesse sentido, a possibilidade de construção de jogos e atividades digitaisapresenta-se como uma potencialidade oferecida pelos meios digitais. Entretanto, o docente deve ter cuidado para não construir jogos que enfatizem a prática, tornando-se algo desinteressante para os alunos, e jogos que sejam focados no entretenimento, fazendocom que o discente não consiga relaciona-lo com o que está sendo estudado.

Considerações Finais

As tecnologias digitais da informação e comunicação apresentam-se como ferramentas importantes para o convívio em sociedade, trazendo novas possibilidades para o setor educacional. Nesse sentido, a utilização destes recursos pode contribuir para amenizar dificuldades presentes no ensino e aprendizagem de matemática.

Dentre as tecnologias digitais, os jogos digitais apresentam-se como ferramentasque podem contribuir, de maneira efetiva, para o processo de ensino e aprendizagem de matemática. Entretanto, há poucas pesquisas que contemplem a utilização destas ferramentas em sala de aula, fazendo com que haja a necessidade de pesquisas que visemdiscutir aspectos acerca das potencialidades e desafios destes recursos nos ambientes educacionais.

A partir deste trabalho, pode-se concluir que os jogos digitais podem apresentar diversos desafios para o processo de ensino e aprendizagem de matemática, possibilitando reflexões acerca dos desafios que estão na zona de possibilidades do professor. Ademais,espera-se que este trabalho tenha contribuído para reflexões sobre a temática e possa colaborar para a elaboração de futuros trabalhos que tratem acerca desta temática.

Referências

BALASUBRAMANIAN, N.; WILSON, B. G. Games and simulations. In: *Society for information technology and teacher education international conference*. 2006.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. *Informática e Educação Matemática*. 5. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2012.

BORBA, M. C.; SCUCUGLIA, R. R. S.; GADANIDIS, G. *Fases das Tecnologias Digitais em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento*. 1.ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2014.

BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, 2018. DA COSTA, N. M. L.; PRADO, M. E. B. B. A Integração das Tecnologias Digitais ao Ensino de Matemática: desafio constante no cotidiano escolar do professor. *Perspectivas da Educação Matemática*, v. 8, n. 16, 6 nov. 2015.

DA SILVA, Katia; COSTA, Mylani. Jogos digitais na escola: a utilização como objetos de aprendizagem no ensino da matemática. In: *Anais do XXIII Workshop de Informática na Escola*. SBC, 2017. p. 21-30.

GONÇALVES, P. A. D. S. *Jogos digitais no ensino e aprendizagem da matemática: Efeitos sobre a motivação e o desempenho dos alunos*. Dissertação (Mestrado emDidática e Inovação no Ensino das Ciências) – Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade do Algarve, Algarve, 2011.

INEP. *Relatório Brasil no PISA 2018*. 2020. Brasília: INEP/ Ministério da Educação, 2020.

KENSKI, V. M. *Educação e tecnologias: o novo ritmo da informação*. 9. ed. Campinas,SP: Papirus, 2012.

LEVY, P. *Cibercultura*, São Paulo: Editora 34, 1999 (Tradução da edição francesa de Cyberculture, Paris, Éditions Odile Jacob, 1997)

LUCCHESE, F.; RIBEIRO, B. *Conceituação de jogos digitais*. São Paulo, p. 7, 2009. MATTAR, J. *Games em Educação: Como os nativos digitais aprendem*. 1. ed. São Paulo: Editora Pearson. 2010.

MEDEIROS, Sílvio Diniz de. *Jogos digitais no ensino e aprendizagem da matemática: revisão sistemática da literatura*. T.C.C (graduação) – Faculdade de Informáticae Computação, Mackenzie, São Paulo, 2020.

PAIVA, C. A.; TORI, R. Jogos Digitais no Ensino: processos cognitivos, benefícios e desafios. In: *XVI Simpósio Brasileiro de Jogos e Entretenimento Digital*, p. 1-4, 2017.

PANTOJA CORRÊA, J. N.; BRANDEMBERG, J. C. TECNOLOGIAS DIGITAIS DA INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO NO ENSINO DE MATEMÁTICA EM

TEMPOS DE PANDEMIA: DESAFIOS E POSSIBILIDADES. *Boletim Cearense de Educação e História da Matemática*, v. 8, n. 22, p. 34–54, 2021. Disponível em: https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/article/view/4176. Acesso em: 15 jun. 2022.

RIBEIRO, F. M.; PAZ, M. G. O ensino da matemática por meio de novas tecnologias.*Revista Modelos–FACOS/CNEC*, Osório, Ano, v. 2, p. 1-10, 2012.

SALEN, K.; ZIMMERMAN, E. *Regras do jogo: fundamentos do design de jogos*. São Paulo: Blucher, 2012.

SANTOS, W. O.; SILVA JUNIOR, C. G. (2014). Uso de Jogos no ensino da Matemática:Uma análise entre os jogos tradicionais e os jogos digitais, baseada em pesquisa emapeamento dos materiais encontrados na Web. In: *X Seminário Jogos Eletrônicos, Educação e Comunicação*. Salvador – BA

SAVI, R.; ULBRICHT, V. R. Jogos digitais educacionais: benefícios e desafios. *Renote*,v. 6, n. 1, 2008.

XEXÉO, G. et al. *O que são jogos*. LUDES. Rio de Janeiro, v. 1, p. 1-30, 2013.

Aspectos teóricos e conceituais da Educação Matemática

Contribuições da etnomatemática e das atividades investigativas para a ação pedagógica: o diálogo em sala de aula e os processos metacognitivos em prol da ensinagem da matemática.

Contributions of ethnomathematics and investigative activities to pedagogical action: dialogue in the classroom and metacognitive processes in favor of teaching mathematics

Aportes de la etnomatemática y de las actividades investigativas a la acción pedagógica: diálogo en el aula y procesos metacognitivos a favor de la enseñanza de las matemáticas

Eduardo Machado Nery dos Santos[1129]
Universidade Federal do ABC
0000-0002-3183-8274

Vivilí Maria Silva Gomes[1130]
Universidade Federal do ABC
0000-0003-2285-0201

Virgínia Cardia Cardoso[1131]
Universidade Federal do ABC
0000-0001-9639-9578

Comunicação Oral
Núcleo temático: Aspectos teóricos e conceituais da Educação Matemática.

Resumo

Apresentamos os resultados de uma pesquisa de iniciação científica desenvolvida em 2021, na qual investigamos em que medida a etnomatemática, a metacognição e as atividades investigativas contribuem para a instrumentalização do professor que ensina matemática e que papel exercem os processos comunicativos em sala de aula nessas abordagens de ensino. Como esse cenário se relaciona com as práticas de ensinagem? Nossos sujeitos de pesquisa são professores que ensinam matemática em escolas brasileiras e que eram participantes de um curso de extensão universitária *online*, organizado pelos pesquisadores. A pesquisa é qualitativa e interpretativa. Mantivemos um diário de campo e aplicamos um questionário pelo *Google Forms* a respeito dos temas etnomatemática, atividades investigativas, metacognição e ensinagem. A análise das respostas foi guiada pelo nosso referencial teórico e validaram nossos achados teóricos.

Palavras-chave: Etnomatemática, Atividades Investigativas, Metacognição, Ensinagem, Matemática.

Abstract

[1129] edu.mns@gmail.com
[1130] vivilee.gomes@gmail.com
[1131] virginia.ufabc@gmail.com

We present the results of a scientific initiation research developed in 2021, in which we investigate how much ethnomathematics, metacognition and investigative activities contribute to the instrumentalization of the teacher who teaches mathematics and what role the communicative processes in the classroom play in these teaching approaches. How does this scenery relate to teaching practices? Our research subjects are professors who teach mathematics in Brazilian schools and who were participants in an online university extension course, organized by the researchers. The research is qualitative and interpretive. We kept a field diary and applied a questionnaire through Google Forms regarding ethnomathematics, investigative activities, metacognition and teaching. The analysis of responses was guided by our theoretical framework and validated our theoretical findings.

Keywords: Ethnomathematics, Investigative Activities, Metacognition, Teaching, Mathematics.

Resumen

Presentamos los resultados de una investigación de iniciación científica realizada en 2021, en la que indagamos en qué medida las etnomatemáticas, la metacognición y las actividades de investigación contribuyen a la instrumentalización del docente que enseña matemáticas y qué papel jugamos en los procesos comunicativos en el aula. clase en estos enfoques de enseñanza. ¿Cómo se relaciona este escenario con las prácticas docentes? Nuestros sujetos de investigación son profesores que enseñan matemáticas en escuelas brasileñas y que fueron alumnos de un curso de extensión universitaria en línea, organizado por los investigadores. Una investigación cualitativa e interpretativa. Llevamos un diario de campo y aplicamos un cuestionario de Google Forms para respetar dos temas etnomatemáticos, actividades de investigación, metacognición y enseñanza. El análisis de las respuestas se guió por nuestro marco teórico y para validar nuestros supuestos teóricos.

Palabras clave: Etnomatemáticas, Actividades Investigativas, Metacognición, Enseñanza, Matemáticas.

Introdução

Apresentamos os resultados de uma pesquisa de iniciação científica desenvolvida pelo primeiro autor sob a orientação das outras autoras na Universidade Federal do ABC (Santo André, SP), em 2021, na qual investigamos em que medida a etnomatemática, a metacognição e as atividades investigativas contribuem para a instrumentalização do professor que ensina matemática e que papel exercem os processos comunicativos em sala de aula nesse processo. Como esse cenário se relaciona com as práticas de ensinagem? Em nosso trabalho objetivamos:

Identificar as principais características da abordagem etnomatemática, da metacognição e das atividades investigativas bem como suas contribuições para a ensinagem em um processo formativo de professores que ensinam matemática.

Avaliar as interconexões entre as abordagens sob o ponto de vista dos processos comunicativos em sala de aula.

Identificar contribuições dessas interconexões no sentido de apoiar o professor no aprimoramento das relações professor-aluno(os)-conhecimento matemático e seu efetivo aprendizado, do ponto de vista da prática de sala de aula apontadas pelos professores participantes desse processo formativo.

Desenvolvemos a pesquisa em um contexto de pandemia da COVID-19, então não tivemos acesso direto aos nossos participantes, assim, lançamos mão das ferramentas informáticas para a produção de dados. Nossos sujeitos de pesquisa são professores de escolas brasileiras que já estavam participando de um curso de extensão *online*, organizado pelos autores e oferecido na universidade, e aceitaram colaborar conosco respondendo um questionário pela ferramenta *Google Forms*. A pesquisa tem viés qualitativo e interpretativo e foi aprovada pelo Comitê de Ética em Pesquisa da universidade. Nossos dados foram coletados por meio de um questionário com questões subjetivas e objetivas. Os dados foram organizados e analisados de acordo com nosso referencial teórico a respeito de etnomatemática, atividades investigativas, ensinagem, metacognição e processos comunicativos em sala de aula.

Consideramos a perspectiva da etnomatemática de Knijnik *et al.* (2012), que nos dá a dimensão sócio-histórico-cultural de que matemática é uma construção humana. Nessa abordagem, o aluno percebe sua capacidade de criar e aprender matemática. E que seu conhecimento, assim como o conhecimento de diversos grupos culturais, deve ser valorizado e integrado aos conhecimentos socialmente sistematizados. Essa valorização ocorre por meio de atividades investigativas (PONTE *et al.*, 2006; MENDES, 2009; TEIXEIRA; SANTOS, 2017; MACHADO; LUZ, 2017), nas quais o aluno é estimulado a expressar sua forma de raciocinar, a refletir sobre as ideias que surgem e são validadas ao longo do ensino. O professor tem papel como estimulador, mediador e orientador do processo de ensinagem. Assim, se propicia um ambiente metacognitivo individual, em grupos e no coletivo (LOCATELLI, 2014). A criação de um ambiente propício ao aprendizado é, de acordo com Machado e Luz (2017), mediada pela utilização do diálogo, que estimula uma postura questionadora no aluno, permitindo, assim, o processo metacognitivo.

Em consonância com a proposta aqui delineada, ensinagem se refere "a uma prática social, crítica e complexa em educação entre professor e estudante" (CORREIA *et al.*, 2017, p.

24), "englobando tanto a ação de ensinar quanto a de apreender" (ANASTASIOU; ALVES, 2005, p. 15), nos mais diversos contextos educativos, seja dentro ou fora da sala de aula. Ressaltamos que nesse processo, tanto o professor como o aluno desempenham papel relevante na relação pedagógica, visto que uma relação verdadeiramente dialógica requisita valorização de ambos os sujeitos.

Fundamentação teórica

Para Knijnik *et al* (2012), a etnomatemática mostra como cada grupo cultural possui sua própria matemática, associada ao ambiente em que é usada de acordo com regras determinadas pelo contexto. A conscientização destas regras é um exercício metacognitivo importante para a compreensão de conceitos matemáticos, pois permite que o aluno entenda em que contexto cada linguagem matemática deve ser utilizada. É possível realizar uma transição gradual da linguagem informal para a linguagem matemática formal (SILVA; SOUZA, 2005) em atividades investigativas que estimulam a metacognição. Uma abordagem etnomatemática em sala de aula permite identificar e validar os conhecimentos do aluno, que nem sempre reconhece determinadas habilidades como conhecimento matemático. O aluno pode usar a própria experiência para visualizar e refletir sobre as reflexões feitas em sala de aula (MACHADO; LUZ, 2017). Existem diversas formas de fazer matemática e o aluno deve ser incentivado a buscar sua própria forma, refletindo criticamente sobre o motivo de certos conhecimentos serem mais prestigiados do que outros. Isso pode ser visto como um exercício que estimula o senso crítico, a reflexão e o aprendizado. Dessa forma, a etnomatemática pode fortalecer a metacognição, visto que estimula o aluno a pensar sobre os conteúdos que são abordados e "descobrir" sua própria cognição (MENDES, 2009).

Locatelli (2014) caracteriza metacognição como o ato de aprender a aprender, monitorar a absorção do conteúdo, a execução de tarefas e a resolução de problemas, visualizar o problema proposto, reconhecer a hora de redirecionar o processo de aprendizagem e pedir ajuda, aprender com erros e críticas.

Para Almeida e Vertuan (2016), a metacognição:

> [...] pode ser tomada, portanto, como produto ou como processo. Como "produto" quando se refere ao conhecimento acerca da cognição, ou seja, ao conhecimento que as pessoas têm sobre quando, onde, por que e como utilizar os conhecimentos que possuem, sua utilidade e eficácia. Como "processo" quando se relaciona ao monitoramento que um sujeito exerce sobre sua própria atividade cognitiva, quando

> se refere às faculdades de planificar, de dirigir à compreensão e de avaliar o que foi aprendido" (p. 1075).

A metacognição como processo se coaduna, em vários aspectos, com as abordagens das atividades investigativas e com a etnomatemática, pois vai além de aprender um conteúdo específico. No viés da metacognição há uma melhor utilização de todos os recursos fornecidos pelo ambiente em que o aluno está inserido e dos conceitos que são expostos. As atividades investigativas compreendem as fases: explorar e formular questões, formular conjecturas, realizar testes e reformulações, argumentar, justificar e avaliar o que foi obtido. As atividades de caráter metacognitivo e investigativo estimulam o aluno a buscar uma solução, tendo que pesquisar e avaliar se o conhecimento disponível é suficiente.

> [...] há um consenso entre os educadores de que a aprendizagem matemática envolve o "fazer matemática". A concepção de que os alunos podem realizar investigações matemáticas e que isso é um importante processo na construção do conhecimento é sustentada por muitos pesquisadores. (SILVA; MOURA, 2015, p. 288)

O processo investigativo é metacognitivo, especialmente em atividades em grupo (ALMEIDA; VERTUAN, 2016). Ao se promover o diálogo, o aprendizado é incentivado, se aliando ao senso crítico, vital para uma educação consciente diante de uma perspectiva etnomatemática. "A Etnomatemática possibilita uma prática dialógica, na qual as atividades e as experiências de vida influenciam no aprimoramento e na construção dos conhecimentos" (MACHADO; LUZ, 2017, p. 122).

Ponte *et al*. (2006) comenta sobre como o trabalho do professor durante uma investigação é, em especial, apoiar os alunos e estimulá-los a ter uma postura interrogativa. Esse ambiente pode ser obtido apenas com uma boa via de comunicação na qual o "professor precisa conhecer bem os seus alunos e de estabelecer com eles um bom ambiente de aprendizagem" (PONTE *et al*., 2006, p. 53). A perspectiva de Anastasiou e Alves (2005) sobre ensinagem considera aluno e professor como sujeitos ativos no processo de aprendizagem, trocando seus papéis e influenciando um ao outro constantemente, numa relação de parceria, em que ambos são responsáveis pela apropriação de conhecimento.Em um ambiente puramente expositivo o educador opera cegamente, sem atestar a efetividade do processo pedagógico, o que demonstra como é vital ouvir as vozes de cada sujeito, e que colabora para uma parceria mais rica (ANASTASIOU; ALVES, 2005). A colaboração entre alunos e entre os alunos e o professor contribui para o aprendizado de todos os integrantes, sendo um processo dotado de aspectos metacognitivos (ALMEIDA; VERTUAN, 2016),

Procedimentos, resultados e análise dos resultados

A pesquisa foi desenvolvida com professores brasileiros que ensinam matemática e que já participavam de um curso remoto de extensão universitária coordenado pelos autores deste texto. A pesquisa e o curso ocorreram, ambos, no ano de 2021, em um contexto da pandemia de COVID-19, quando ainda não havia aulas presenciais na maioria das escolas. Assim, esses sujeitos foram selecionados pela facilidade de acesso que o pesquisador encontrou, uma vez que ele próprio foi participante do curso também.

Ao longo do curso o pesquisador manteve um diário de campo que o auxiliaram a formular um questionário a ser respondido pelos participantes pela ferramenta do *Google Form*. Os cursistas que aceitaram participar também da pesquisa foram, ao todo, 29 docentes de escolas de várias regiões do país. A análise dos dados envolvendo esses instrumentos e registros típicos de ações pedagógicas, foi feita por meio de técnicas pertinentes à metodologia qualitativa com caráter interpretativo (BOGDAN; BIKLEN, 1994) direcionadas ao processo de comunicação em sala de aula de forma a extrair elementos que se mostrem relevantes no processo de ensinagem.

O questionário[1132] validou os achados teóricos a partir das experiências dos professores entrevistados, mas também trouxe novos achados, visto que algumas perguntas eram abertas e outras objetivas. Elas são divididas em 7 partes: Parte 1, identificação do perfil do participante; Parte 2, associada aos processos comunicativos em sala de aula; Parte 3, associada à etnomatemática; Parte 4, associada às atividades investigativas; Parte 5, associada à Metacognição; Parte 6, associada aos processos de ensinagem em sala de aula; e Parte 7, fechamento do questionário.

Os colaboradores são professores de diversas regiões do país, a grande maioria do Estado de São Paulo, 80% lecionam na escola pública, 16,7% na escola privada e apenas um dos respondentes é pesquisadora na área de educação matemática. Incluiu professores da Educação Infantil (3,3%), dos anos iniciais do Ensino Fundamental (10%), dos anos finais do Ensino Fundamental (60%), Ensino Médio (63,3%) e Ensino Superior e pós-graduação (16,7%).

[1132] SANTOS, CARDOSO, GOMES. Anexo 2, 2021. Disponível em: https://drive.google.com/file/d/11Fne75O0uCrE8A8bYV14sxYu93lQqpaP/view?usp=sharing

Os participantes foram questionados, ainda na Parte 1, sobre a afinidade com os temas trabalhados na pesquisa, ficando claro que as atividades investigativas e a etnomatemática são temas conhecidos por grande parte dos participantes, visto que cerca de metade deles estavam familiarizados com essas áreas de estudo. Destacamos aqui algumas respostas. “Na etnomatemática trabalhamos a cultura dos alunos, o conhecimento prévio é essencial”, reafirmando a relação dessa tendência com o diálogo, que é indispensável para criar um ambiente que considere os sujeitos presentes na sala de aula com a devida atenção. Outro achado interessante é o fato de que “É importante trazer o dia a dia do aluno para a sala de aula e através dele ser um mediador de conhecimento fazendo com que o aluno consiga aprender melhor”, indicando que a etnomatemática permite que o aluno reflita sobre os conteúdos trabalhados a partir da própria realidade, facilitando que o aluno se aproprie desses conceitos. Um dos participantes afirma que “A etnomatemática se faz presente na nova BNCC para que essa abordagem valorize e dê significado a matemática”, entendendo que a etnomatemática dá significado aos conteúdos trabalhados, o que pode motivar os alunos.

Sobre as atividades investigativas, um dos professores disse: “Gosto de propor problemas que levem os alunos a conjecturar”, o que ressalta a importância de estimular uma postura investigativa nos alunos. Uma das professoras afirmou que busca:

[...] ser mais que a professora de matemática, mas ser também alguém que ouve, da atenção e compreende a realidade de cada um, além de tentar fazer o aluno entender que ensinando também se aprende e, muitas vezes, atende até mais que estudando por repetição”.

A parte 2 do questionário é associada aos processos comunicativos em sala de aula. Nela destacamos a resposta:

[...]O professor tendo uma visão individualizada sobre cada aluno e suas dificuldades, erros e acertos proporciona ao mesmo a possibilidade de melhorar e se desenvolver a partir dos próprios erros. O professor que faz apenas abordagens gerais em sala de aula acaba não criando vínculo com os alunos e não consegue mostrar a cada um onde precisa melhorar”.

Este enunciado traz uma forte relação com as ideias de Locatelli (2014) visto que é indispensável fornecer aos alunos uma devolutiva para que possam aprender com seus erros. Um aspecto inusitado foi a diferenciação entre uma abordagem geral e individualizada, e como a segunda delas é superior e fornece aos alunos uma maior chance de apreender os conteúdos. Um professor afirmou que “O diálogo entre professor e alunos é de suma importância para o bom convívio na escola”. Outro professor trouxe a concepção de que “Ao valorizar o aluno, as suas indagações e abrir-se para um processo de diálogo isso faz com que a aprendizagem surja de forma confiante”. Dessa forma fica claro que o diálogo é essencial para a criação de um ambiente em que os alunos se sintam confiantes e confortáveis, o que facilita a aprendizagem.

Na parte 3, associada à etnomatemática, perguntamos aos participantes sobre o perfil sociocultural de seus alunos. Obtivemos respostas variadas, indicando perfis socioculturais extremamente diversos. Entretanto, em suas respostas, os participantes concordam que “é importante ensinar dentro da realidade em que o aluno está inserido”, pois “as experiências que passamos na pele são mais significativas”, sendo que essa abordagem pode e deve utilizar a etnomatemática como base.

No que se refere à parte 4, associada às atividades investigativas, pudemos observar que alguns professores já trabalharam com esse tipo de atividade, tais como o desenvolvimento de projetos interdisciplinares. Um dos professores afirma que as “Atividades investigativas são necessárias para o desenvolvimento e fortalecimento dos conceitos matemáticos”. Outro afirma que acha “importante esse papel de aluno investigador”. As atividades investigativas são vistas como alternativa aos exercícios repetitivos de fixação e à aula expositiva tradicional.

Na parte 5, associada à metacognição, um dos participantes afirmou que “a validação em grupo é o melhor orientador da lógica”. Outro diz que “O estudar junto ativa a participação de trabalho em grupo e possibilita que um ajude o outro”. Assim é possível constatar a importância do trabalho em grupo, que demonstra um possível caminho para a construção do conhecimento e possibilita um estudo colaborativo em que todos aprendem e ensinam, ressaltando uma relação de parceria, associada à ensinagem.

No que se refere à parte 6, associada aos processos de ensinagem em sala de aula, um dos participantes afirmou que “O ensino e a aprendizagem dependem dos pares professor-aluno e aluno-professor”. Outro colaborador trouxe a concepção de que:

“O processo de ensino aprendizagem é um processo de troca e interação. A explanação do conhecimento por parte do professor será efetivo após o aluno retornar o conhecimento absorvido seja dialogando, seja escrevendo o seu raciocínio”.

Mais uma passagem de interesse diz que:

“A aula expositiva pode oferecer diversos exercícios de fixação e aproveitamento, mas dificilmente despertará no aluno a vontade de saber mais sobre aquele tema que está sendo trabalhado. Já quando há uma troca entre professor e aluno é possível criar um vínculo que fará a diferença”.

Esses achados enriquecem a análise sobre a ensinagem nesta pesquisa, visto que ilustram a importância de uma relação de parceria em sala de aula. Além disso, também é possível observar a natureza dialógica do processo educativo, em que o aluno e o professor são sujeitos ativos, se influenciando mutualmente, sendo que o aluno precisa se expressar para verificar e garantir o aprendizado. Como adendo, temos o fato de que a aula expositiva tem suas limitações, por esse motivo a troca entre o professor e os alunos e entre os alunos é de suma importância para garantir a apreensão dos conceitos pelos estudantes. Este é o grande objetivo da ensinagem, que se propõe a fazer mais que expor os conteúdos, que são factuais, conceituais, procedimentais e atitudinais (ZABALA, 2000); busca garantir, da melhor forma possível, que os alunos se apropriem dos conteúdos trabalhados atuando de forma participativa no processo (ANASTASIOU; ALVES, 2005).

Considerações finais

Retomando os objetivos da pesquisa enunciados nesta comunicação, as características da abordagem etnomatemática, da metacognição e das atividades investigativas foram descritas, as suas interconexões foram identificadas sob o ponto de vista dos processos comunicativos em sala de aula e as suas contribuições para a ensinagem foram destacadas, no sentido de apoiar o professor no aprimoramento das relações professor-aluno(os)-conhecimento matemático e seu efetivo aprendizado, do ponto de vista da prática de sala de aula, a partir doas apontamentos feitos pelos professores que ensinam matemática participantes do processo formativo desenvolvido.

O conceito de ensinagem, embora ainda não muito explorado em pesquisas na educação matemática, contribuiu para a compreensão de aspectos do ensino de matemática no contexto escolar. Nosso referencial teórico permitiu traçar conexões entre as tendências estudadas pelo diálogo. A metacognição é estimulada pelo diálogo entre os alunos e com o professor, permitindo que o aluno direcione sua jornada de aprendizagem. A etnomatemática é mediada pelo diálogo, visto que o professor que conhece seus alunos pode utilizar a etnomatemática de forma a dar mais significado aos conteúdos trabalhados. Além disso o diálogo aliado à etnomatemática também permite identificar conhecimentos dos alunos, valorizando-os e possibilita que os alunos reflitam sobre os conteúdos trabalhados a partir da própria realidade. Outro adendo é o fato de que a etnomatemática também facilita que os alunos formalizem sua linguagem matemática e se comuniquem melhor com o professor, ou seja, torna mais fácil a quebra da barreira comunicativa entre o professor e os alunos. No que se refere às atividades investigativas, os estudos feitos permitiram compreender que o diálogo é fundamental nesse processo, ao estimular que os alunos tenham uma postura interrogativa e permite avaliar qualitativamente a investigação feita. O diálogo é o mediador indispensável para criar um ambiente de ensinagem, em que o professor exala sua paixão pela educação e pela disciplina e cria um ambiente de parceria em que todos são responsáveis pelo aprendizado dos alunos, sendo necessário fazer mais do que apenas expor os conteúdos (ANASTASIOU; ALVES, 2005).

Nessa pesquisa foram identificados diversos aspectos do tripé da etnomatemática metacognição e as atividades investigativas que podem contribuir com o processo de ensinagem. E, por fim, é possível compreender como essas tendências têm grande potencial de apoiar e instrumentalizar o professor, favorecendo o aprendizado dos alunos criando melhores relações professor-aluno(os)-conhecimento.

Referências

Almeida, L. M.; Vertuan, R. E. (2016). Práticas de Monitoramento Cognitivo em Atividades de Modelagem Matemática. *Boletim de Educação Matemática*, 30(56), 1070-1091.

Anastasiou, L. G. C.; Alves, L. P. (Org.). (2005). *Processos de ensinagem na universidade: pressupostos para as estratégias de trabalho em aula*. Joinville: UNIVILLE.

Bogdan, R; Biklen, S. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação: Uma Introdução à Teoria e aos Métodos*. Porto: Porto Editora, p. 47-51.

Correia, R.L.; Costa, S.L. da; Akerman, M. (2017). Processos de ensinagem em desenvolvimento local participativo. *Interações*, 18 (3), p. 23-39.

Knijnik, G.; Wanderer, F.; Giongo, I.M.; Duarte, C.G. (2012) *Etnomatemática em Movimento*. Belo Horizonte: Autêntica.

Locatelli, S.W.L. (2014). *Tópicos de Metacognição para aprender e ensinar melhor*. Curitiba: Appris.

Machado, C.C.; Luz, V. S. (2017). O diálogo como elemento motivador de uma prática de ensino voltada ao processo investigativo. *Educação matemática em Revista*, 55, 110-124.

Mendes, I.A.M. (2009). *Matemática e Investigação em sala de aula tecendo redes cognitivas na aprendizagem*. São Paulo: Livraria da Física.

Ponte, J.P.; Brocardo, J.; Oliveira, H. (2006). *Investigações Matemáticas na Sala de Aula*. Belo Horizonte: Autêntica.

Santos, E.M.N.; Cardoso, V.C.C; Gomes, V.M.S. (2021) *Contribuições da etnomatemática e das atividades investigativas para a ação pedagógica: O diálogo em sala de aula e os processos metacognitivos em prol da ensinagem da matemática.* Anexo 2 – Registro detalhado das respostas do questionário.

Silva, H.G.S.; Moura, A. Q. (2015). O falibilismo de Lakatos e o trabalho com investigações matemáticas em sala de aula: possíveis aproximações. *Acta Scientiae*, 17(2), 277-293.

Silva, F.H.S.; Souza, E. C. (2005). Etnomatemática como intermediadora entre os conhecimentos matemático escolar e matemático popular. *Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas*, 1(1), 55-61.

Teixeira, B.R.; Santos, E.R. (2017). Resolução de problemas e investigações matemáticas: Algumas considerações. *Educação Matemática em Revista*, 53, 7- 16.

Zabala, A. (2000). A função social do ensino e as concepções sobre os processos de aprendizagem: instrumentos de análise. In: *A prática educativa: como ensinar*. Porto Alegre: Artmed. p. 27-52.

As marcas inscritas pelas variáveis afetivas na relação do estudante com o processo de ensino e aprendizagem da matemática

The marks inscribed by the affective variables in the student's relationship with the process of teaching and learning mathematics

Las marcas que inscriben las variables afectivas en la relación del estudiante con el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas

Anthonny Ewerton Marinho de Vasconcelos[1133]
UFPE
0000-0001-6626-7355

Cristiane de Arimatéa Rocha[1134]
UFPE
0000-0002-4598-2074

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Aspectos teóricos e conceituais da Educação Matemática

Resumo

A presente pesquisa tem por objetivo analisar como as variáveis afetivas marcam a relação do estudante com o processo de ensino e aprendizagem da matemática. Fundamentados na discussão sobre a dimensão afetiva, inclusive suas implicações para a Educação Matemática de Inés Gómes Chacón, aplicamos um questionário com 75 estudantes do ensino médio de uma escola pública de Pernambuco. Nesse questionário, denominado mapa de memórias afetivas, utilizando emojis, os estudantes traçaram a evolução dos seus sentimentos relativos à matemática ao longo dos nove anos do ensino fundamental. Constatamos que a frequência de sentimentos de natureza positiva decresceu ao longo dos anos, ocorrendo o oposto com os sentimentos de natureza negativa. Assim sendo, essa trajetória pareceu convergir para uma relação estudante-matemática cada vez menos propícia ao desenvolvimento de uma aprendizagem de qualidade, tornando imperativo que mais pesquisas na Educação Matemática abordem a dimensão afetiva.
Palavras-chave: Afetividade, Educação Matemática, Emoji.

Abstract

The present research aims to analyze how affective variables mark the student's relationship with the process of teaching and learning mathematics. From the discussion on the affective dimension, including its implications for Mathematics Education by Inés Gómes Chacón, we applied a questionnaire with 75 high school students from a public school in Pernambuco. In this questionnaire, called map of affective memories, using emojis, the students traced the evolution of their feelings towards mathematics throughout the nine years of elementary school.

[1133] anthonnyemarinho@gmail.com
[1134] cristiane.arocha@ufpe.br

We found that the frequency of feelings of a positive nature decreased dramatically, with the opposite occurring with feelings of a negative nature. Thus, this trajectory seemed to converge toward a student-mathematics relationship that was less and less conducive to the development of quality learning, making it imperative that more research in Mathematics Education addresses the affective dimension.
Keywords: Affectivity, Mathematics Education, Emoji.

Resumen

La presente investigación pretende analizar cómo las variables afectivas marcan la relación del alumno con el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. A partir de la discusión sobre la dimensión afectiva, incluyendo sus implicaciones para la Educación Matemática de Inés Gómes Chacón, aplicamos un cuestionario con 75 estudiantes de secundaria de una escuela pública de Pernambuco. En este cuestionario, denominado mapa de memorias afectivas, mediante emojis, los alumnos trazaron la evolución de sus sentimientos hacia las matemáticas a lo largo de los nueve años de primaria. Encontramos que la frecuencia de los sentimientos de naturaleza positiva disminuyó dramáticamente, ocurriendo lo contrario con los sentimientos de naturaleza negativa. Así, esta trayectoria parecía converger hacia una relación alumno-matemáticas cada vez menos propicia para el desarrollo de un aprendizaje de calidad, por lo que es imperativo que más investigaciones en Educación Matemática aborden la dimensión afectiva.

Palabras clave: Afectividad, Educación Matemática, Emoji.

As primeiras marcas da educação: uma introdução

Entre os compromissos da comunidade escolar, inclui-se a educação libertadora (Freire, 1967), na qual o diálogo é um elemento indispensável ao processo de ensino e aprendizagem. Consistindo no componente mais libertador do sistema de comunicação utilizado em sala de aula, o diálogo é o que nos permite transitar pela dimensão afetiva dos indivíduos. Mas nem sempre essa dimensão do estudante é considerada apropriadamente na tomada de decisões pedagógicas, pois "mesmo reconhecendo que os resultados afetivos, procedentes da metacognição e da dimensão afetiva do indivíduo, determinam a qualidade da aprendizagem, muitas vezes esse aspecto foi deixado de lado". (Chacón, 2003, p. 19).

Os afetos são um tema básico para a Educação Matemática (Chacón, 2003) e compreendem as variáveis afetivas emoção, sentimento e humor, agentes e pacientes das experiências. Os acontecimentos da vida se configuram como experiência quando "aquilo que acontece afeta de algum modo, produz alguns afetos, *inscreve algumas marcas*, deixa alguns vestígios". (Larrosa, 2002, p. 19, grifo nosso). As marcas inscritas nos estudantes precisam ser consideradas pelos professores, pois elas são sementes plantadas nas interações construídas entre os indivíduos e a matemática e, inevitavelmente, inscreverão novas marcas nessa relação, pois "enquanto estamos vivos, continuam se fazendo marcas em nosso corpo" (Rolnik, 1993, p. 2). A expectativa é de que as novas marcas sejam melhores do que as que as antecederam.

Como professores, não temos controle pelo que aconteceu ou acontece aos estudantes, mas somos responsáveis por garantir que as coisas não se tornem ainda piores. Não podemos jogar os estudantes aos cães.[1135] Alsina (2017, p. 129, tradução nossa) fala dos 'professores papagaio', amantes da repetição, presos no passado e cegos para as variáveis afetivas, uma vez que "lhes falta espírito crítico, não têm nem despertam a curiosidade e, apesar de olharem tanto, não veem o que está na frente deles, sem prestar atenção, portanto, aos aspectos emocionais".

Interessados em saber quais as implicações da dimensão afetiva em sala de aula, o objetivo da presente pesquisa consiste em analisar como as variáveis afetivas marcam a relação do estudante com o processo de ensino e aprendizagem da matemática. Para isso, traçamos mapas de memórias afetivas de um grupo de estudantes do ensino médio, analisando a evolução da relação emocional desses estudantes com a disciplina matemática.

A dimensão afetiva no processo de ensino e aprendizagem

Qualquer manipulação lógica de conceitos, assim como se faz na matemática, passa, necessariamente, pelos aspectos afetivos dos indivíduos envolvidos (Chacón, 2003). Para tal, uma análise sistemática desses aspectos nos permite melhor compreender os estudantes no seu processo de aprendizagem em matemática e intervir com qualidade em eventuais dificuldades. Para desenvolver o intelecto, deve-se pensar também no emocional. Mas, o que são as emoções? De onde elas surgem? Para Darwin (2006), emoções são elementos que nos permitem a adaptação necessária à nossa sobrevivência, sendo um dom que nos possibilita progredir como espécie, coletivamente, um produto da nossa evolução (Goleman, 2012). É nossa reação a qualquer tipo de mudança. Logo, "A emoção é uma reação". (Possebon, 2017, p. 17). Uma reação, por sua vez "é a resposta a um estímulo, a uma ação provocada por um agente". (Possebon, 2017, p. 17).

Fisiologicamente, é o sistema límbico que constitui a região de onde se geram as respostas emocionais, no qual a amígdala é a encarregada por isto, sendo ela que "gera as

[1135] "Não culpo ninguém pelo que aconteceu na minha vida além de mim mesmo. Mas vou lhe dizer uma coisa: para alguns de nós, a escola era como uma árvore onde subimos para nos esconder. No chão, logo abaixo, há um monte de cachorros. Os cachorros são as decisões ruins. E então, quando alguém balança a árvore sem motivo e nós caímos no chão, fica muito mais fácil ser mordido". (Reynolds, 2018, p. 191). Trecho da obra de ficção Miles Morales: Homem Aranha.

respostas automáticas ao perigo, e que ajuda o animal a sobreviver. Ela também produz, com frequência, sentimentos intensos de prazer, medo, raiva e dor, e, por essa razão, é às vezes denominada 'o cérebro emocional'". (Devlin, 2004, p. 224).

Emoção e sentimento são termos rotineiramente tratados como sinônimos, embora não o sejam. Eles representam níveis de complexidade e estabilidade muito distintos, uma vez que um deles (o sentimento) é posterior ao outro (emoção). As emoções são elementos de grande instabilidade e menor grau de monitoramento, por meio de reações menos conscientes e mais passageiras. Todavia, situações que se repetem de maneira contínua através de estímulos que muito se assemelham, passam a gerar reações cada vez mais conscientes e estáveis: os sentimentos. O estado consciente da emoção é o que se denomina sentimento.

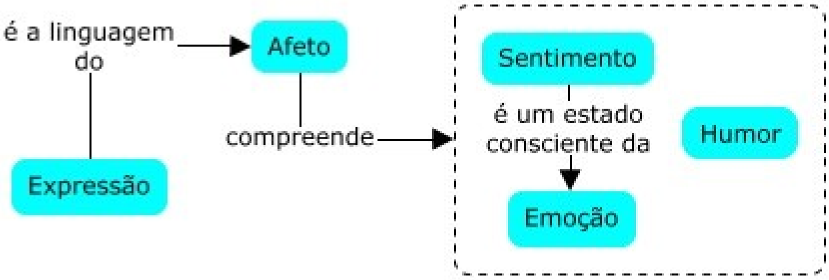
Paralelamente às emoções e aos sentimentos existe o humor, que "corresponde a um estado, uma forma de perceber e sentir as coisas, variando entre o otimismo e o pessimismo". (Possebon, 2017, p. 26). Ou seja, o humor está vinculado à percepção e, geralmente, é um estado mais natural e sem implicações tão profundas.

Na tentativa de caracterizar a emoção, o sentimento ou o humor de um indivíduo, de imediato não adjetivamos o que lhe passa, mas sim, *descrevemos* como ele se expressa. Por essa razão, a expressão também é um importante elemento do domínio afetivo. Por exemplo, uma pessoa triste pode afirmar "estou triste" (linguagem verbal), apresentar uma feição abatida (linguagem corporal) ou enviar um emoji triste, em contextos de comunicação por mídias digitais, expressando o seu estado aos seus semelhantes.

Por fim, existe o afeto. O afeto é um termo que "engloba todos os outros. É tudo que 'mexe' com a pessoa, tudo que afeta psicologicamente o estado mental do indivíduo". (Possebon, 2017, p. 26). A prática docente precisa ser conduzida levando em consideração a dimensão afetiva, pois as decisões tomadas pelo professor podem potencializar as marcas negativas dos estudantes ou atenuá-las o suficiente para que não comprometam o processo de ensino e aprendizagem, pois "se o clima emocional da aula é o que mais ajuda quando é adequado, quando não o é, seu efeito é simetricamente contrário" (Casassus, 2009, p. 203). Uma síntese das relações aqui estabelecidas pode ser observada na Figura 1, o que nos permite melhor transitar pelos conceitos da dimensão afetiva.

Figura 1.

Esquema de relações que envolvem a afetividade. (Baseado em Possebon, 2017)



Se para inferir sobre as variáveis afetivas utilizamos as expressões, então precisamos conhecer melhor diferentes sistemas comunicativos empregados por elas.

Sistemas de comunicação para expressão dos afetos: linguagem verbal, linguagem corporal e... emojis.

Evolutivamente, foi a linguagem uma das principais características a nos diferenciar das demais espécies que existem, ou existiam, no nosso planeta. Para algumas necessidades de ordem física, tais como se alimentar, a linguagem verbal é certamente suficiente para se fazer entender e cumprir tais necessidades. Mas algumas necessidades são de ordem afetiva, tais como sentir-se aceito. Adentramos aqui num campo de tamanha subjetividade que a linguagem verbalizada pode não ser suficiente nem para se fazer entender essas necessidades, quem dirá se fazer cumprir. Para tal, o ser humano pode explorar outros sistemas de comunicação, entendidos como "misturas de sons, gestos, expressões faciais, coloração da pele e movimentos corporais que permitem às criaturas informar a seus semelhantes suas *emoções* no momento, necessidades atuais, ações que devem ser feitas". (Devlin, 2004, p. 169, grifo nosso).

De maneira geral, Devlin (2004) está se referindo à linguagem corporal, própria para comunicar até as mais subjetivas das necessidades de ordem afetiva. A expressividade do sujeito, seja através da linguagem verbal ou corporal, o coloca numa posição de maior transparência em relação aos seus próprios sentimentos. Todavia, foi culturalmente construída a ideia de reprimir as emoções através da manipulação das expressões, a fim de ocultar os próprios sentimentos: "tanto nas raças selvagens como nas civilizadas, se considera que um homem que exiba exteriormente o seu sofrimento físico está com isso a dar sinais de fraqueza". (Darwin, 2006, p. 143). Historicamente, o ser humano aprendeu a mascarar seus sentimentos.

Logo, adentrar por outras possibilidades semióticas[1136] pode oferecer novas pistas sobre o domínio afetivo de um indivíduo que a linguagem verbal e corporal se limitem em oferecer.

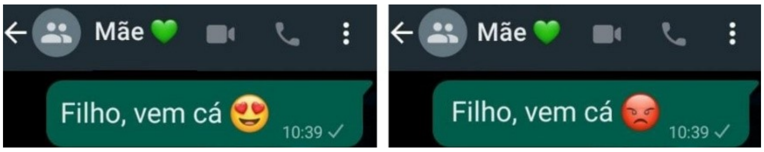
[1136] "Semiótica é a ciência dos signos". (Santaella, 2012, p. 9). Para mais detalhes, consultar Peirce (2008) e Santaella (2012).

Nessa pesquisa, adotamos um sistema de ícones[1137] muito difundido atualmente nas redes sociais e aplicativos de conversa, que julgamos ser bem propício ao nosso estudo: os emojis. Os emojis são signos que reproduzem a linguagem corporal (em especial as expressões faciais), compartilhando similitudes com esta e, assim como ela, tem como finalidade comunicar emoções e sentimentos. Foram criados para assumir a função de expressar sentimentos em contextos analógicos ou digitais nos quais a linguagem corporal não possa ser empregada (ou apresente relevante limitação).

Por exemplo, utilizando em um aplicativo de conversas apenas a frase verbal “Filho, vem cá”, nada se pode concluir quanto ao sentimento da mãe, apenas que ela chama o filho. Mas, basta inserir um único emoji associado a essa frase, que já podemos intuir sobre o que a mãe está sentindo (Figura 2).

Figura 2.

Uso de emojis em um aplicativo de conversas



Não se deseja criar aqui uma hierarquia entre essas formas de expressão, uma vez que os emojis também apresentam limitações ao expressar afetos. Trata-se, na verdade, de explorar outro sistema de representação, a fim de gerar novas possibilidades de análise.

Metodologia da pesquisa

Este trabalho possui natureza qualitativa. Os participantes desta pesquisa foram 75 estudantes de duas turmas do 1° ano do ensino médio de uma escola pública de uma cidade do agreste pernambucano. A pesquisa iniciou-se primariamente com 77 colaboradores, mas dois destes foram excluídos por preenchimento incorreto do material. Optamos pelo 1° ano do ensino médio por se tratar de um momento de transição para os estudantes da Educação Básica, no qual se rompe com as particularidades do ensino fundamental (relativo ao ensino de crianças de 6 aos 14 anos) e se adentra em certas especificidades do nível médio (15 aos 17 anos).

Utilizamos o que chamamos de **mapa de memórias afetivas**, instrumento icônico inspirado, mas com variações, em técnicas desenvolvidas por Chacón (2003), como o mapa de

[1137] Um signo é aquilo que representa algo para alguém (Peirce, 2008) e pode ser de três tipos: um *ícone*, um *índice* ou um *símbolo*. Um ícone é um signo capaz de representar outro objeto, guardando semelhanças com este e substituindo-o por razão de necessidade, como um mapa, por exemplo.

humor. O mapa de memórias afetivas cria um perfil individual do participante e utiliza os emojis, ícones cujos significantes são os sentimentos dos estudantes. O mapa de memórias afetivas não indica, necessariamente, os sentimentos exatos dos estudantes, mas as memórias advindas das marcas inscritas nesses indivíduos, dos afetos experenciados, por isso é chamado assim.

Associamos treze emojis a treze emoções costumeiramente presentes nas aulas de matemática, das quais onze delas foram apresentadas por Chacón (2003) como as mais frequentes nas aulas de matemática, com exceção de alegria e tristeza, adicionadas por nós (Figura 3).

Figura 3.

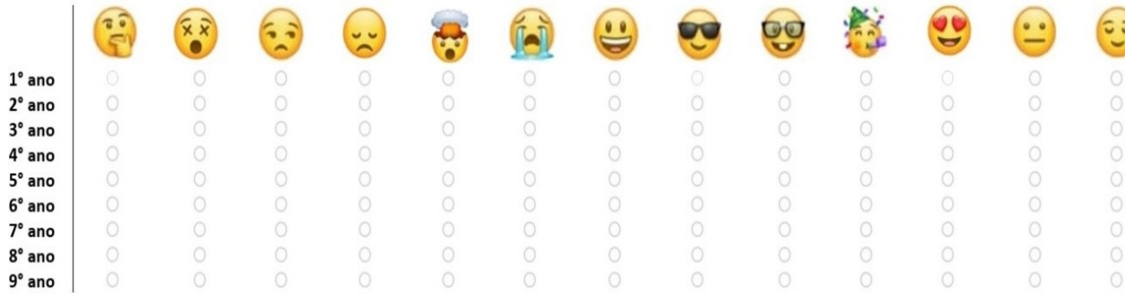
Emojis

Curiosidade	Desespero	Excelência	"Quebrando a Cabeça"
Desorientação	Alegria	Indiferença	
Tédio	Confiança	Prazer	
Tristeza	Tranquilidade	Diversão	

Pedimos aos estudantes para responderem um questionário utilizando esses emojis. O questionário abrangeu dois diferentes mapas de memórias afetivas. Entretanto, neste trabalho, discutimos apenas o primeiro. O primeiro mapa de memórias afetivas objetivou analisar a evolução emocional, do 1° ao 9° ano do ensino fundamental, da relação dos estudantes com a matemática, a partir das memórias que eles guardavam dos seus sentimentos pela disciplina. Para cada série escolar, os estudantes escolhiam apenas um emoji, dentre as treze opções, que melhor representasse seu sentimento pela matemática naquela série escolar (Figura 4).

Figura 4.

Primeiro mapa de memórias afetivas: qual expressão melhor define seu sentimento pela matemática em cada uma das séries escolares abaixo?



A partir dos resultados obtidos por meio dos mapas de memórias afetivas, que traçaram perfis individuais, construímos **mapas de sentimentos**, que traçaram perfis coletivos e possibilitaram uma análise global das relações em foco. Os mapas de sentimentos foram representados por gráficos polares.

Análise e discussão dos resultados

Os dados construídos nos mapas de memórias afetivas nos possibilitaram compreender um pouco melhor como evoluíram as relações afetivas dos estudantes com a matemática durante sua passagem pelo ensino fundamental. Construímos os mapas de sentimentos empregando gráficos polares inspirados nos que foram utilizados por Florence Nightingale[1138], formados por treze setores circulares, no qual cada setor circular representa um dos sentimentos. Todos os setores circulares possuem o mesmo ângulo central, diferenciando-se apenas pelos raios, que são proporcionais a quantidade de respostas para cada sentimento.

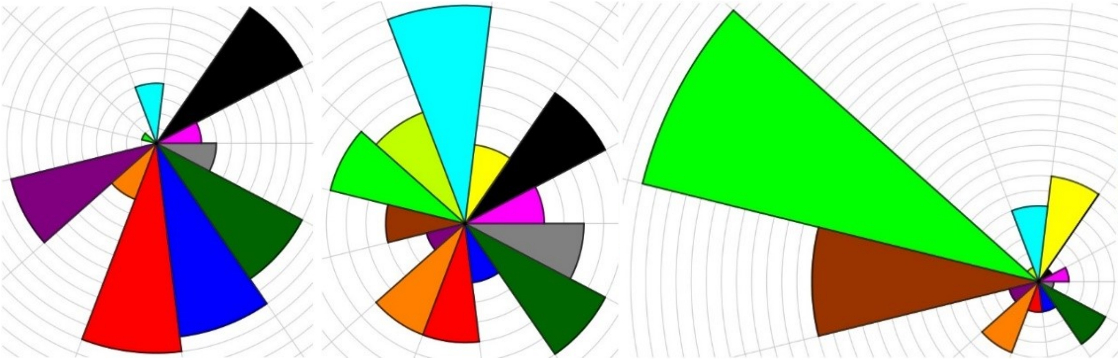
Quando adjetivarmos a natureza dos sentimentos como positiva ou negativa, não estamos classificando as emoções como boas ou ruins. Toda emoção tem uma importante função evolutiva e é, portanto, necessária. Esses adjetivos estão se referindo diretamente às experiências/situações decorrentes desses sentimentos. Entendemos a curiosidade, confiança, tranquilidade, diversão, excelência, alegria e prazer como sentimentos de natureza positiva (SNP) e desorientação, tédio, tristeza, "quebrando a cabeça", desespero e indiferença como sentimentos de natureza negativa (SNN).

Elaboramos mapas de sentimentos para todas as séries escolares do ensino fundamental, do 1° ao 9° ano, mas apresentamos apenas os do 1°, 6° e 9° ano, por serem suficientes para nossa análise e discussão (Figura 5)

Figura 5.

Mapa de sentimentos observados no 1°, 6° e 9° ano do ensino fundamental, respectivamente.

[1138] Florence Nightingale (1820-1910) foi uma enfermeira que, utilizando gráficos polares semelhantes aos desse trabalho para apresentar dados sobre as condições sanitárias dos hospitais, salvou muitas vidas durante a Guerra da Crimeia.

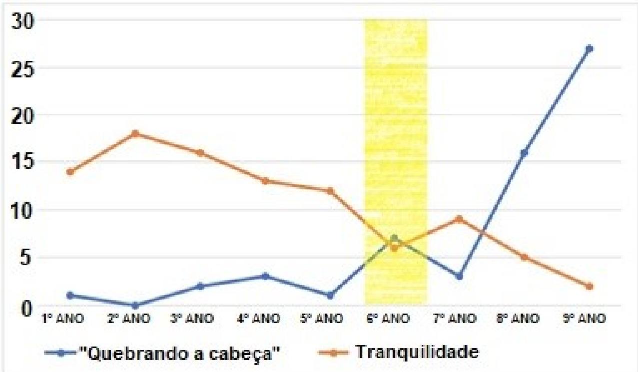


1° ano **6° ano** **9° ano**

No 1° ano, o sentimento predominante foi tranquilidade, seguido de diversão e excelência. De maneira geral, SNP foram os mais frequentes, enquanto SNN apareceram com uma baixíssima frequência, como no caso de "quebrando a cabeça", que mal é perceptível no mapa, ou até mesmo de sentimentos inexistentes, como no caso de tristeza e desespero. De acordo com Possebon (2017), essa alta taxa de SNP pode indicar uma predominância de situações positivas vivenciadas por estes estudantes.

O sentimento de tranquilidade é predominante durante todas as séries escolares, do 1° ao 5° ano, e os SNP permaneceram protagonistas absolutos até o 5° ano. Entretanto, no 6° ano ocorre, pela primeira vez, uma inversão nesta tendência: o tédio passa a ser o sentimento predominante e os SNN passam a ganhar um espaço muito maior. Chacón (2003, p. 138) define o tédio como "um estado emocional provocado nos jovens da mostra quando não veem sentido na atividade". No 6° ano, impulsionam-se também a desorientação, tristeza e "quebrando a cabeça". Contudo, SNP não desapareceram totalmente. Essa série escolar é um "momento ímpar também por ser um momento de mudança no seu desenvolvimento da infância para a adolescência, ocorrendo alterações físicas, biológicas, cognitivas e *emocionais*". (Paula et al., 2018, p. 35, grifo nosso). A Figura 6 apresenta um gráfico que compara a evolução de dois sentimentos antagônicos durante o ensino fundamental: "quebrando a cabeça" e tranquilidade.

Figura 6.
"Quebrando a cabeça" x Tranquilidade



A partir da figura 6 verificamos a queda do número de respostas dadas para o sentimento de tranquilidade e o crescimento do número de respostas dadas ao sentimento de “quebrando a cabeça”. Nessa indicação é possível averiguar também que é no 6° ano em que ocorre pela primeira vez a inversão de qual deles predominava. Pela primeira vez tinha mais estudantes “quebrando a cabeça” do que com tranquilidade.

Um comportamento semelhante pode ser observado com os também antagônicos sentimentos tristeza e alegria. Até o 5° ano a alegria apareceu com mais frequência do que a tristeza, sendo no 6° ano a primeira vez em que a tristeza dominava mais do que a alegria. É curioso que no 9° ano a alegria volta a superar a tristeza, mas ambas com valores absolutos muito ínfimos comparados aos demais sentimentos: um estudante marcou tristeza e dois estudantes marcaram alegria, do total de 75 participantes.

A tendência de decrescimento da taxa de SNP se mantém até o 9° ano, assim como a tendência de crescimento da taxa de SNN. Até que no 9° ano observamos o ápice de SNN e uma compressão assustadora dos SNP. Agora é “quebrando a cabeça” quem lidera, numa proporção absurdamente superior aos demais sentimentos, seguido de desespero e desorientação. Essa preponderância do sentimento “quebrando a cabeça” pode reforçar o mito da matemática difícil, que circula na comunidade escolar e é reconhecido pelos estudantes, contribuindo com as dificuldades encontradas no ensino e aprendizagem dessa disciplina (Silveira, 2011). Assim, “É como se os estudantes estivessem iniciando uma viagem num mar sereno e tranquilo e concluindo-a numa tempestade forte e destrutiva. E muitos estudantes têm naufragado nesta viagem”. (Vasconcelos, 2020, p. 51). Isso afeta diretamente a qualidade do processo de ensino e aprendizagem, uma vez que tais sentimentos tendem a distanciar o estudante da disciplina matemática, criando diversas barreiras para o professor ensinar e para o estudante aprender.

Considerações finais

Ensinar e aprender matemática têm sido uma das principais dificuldades para professores e estudantes da Educação Básica. Compreendemos que são muitas as variáveis envolvidas nesses processos, mas destacamos aqui as variáveis afetivas, que exercem influência contínua sobre a relação que o estudante tem com a matemática. A partir dos resultados obtidos nesta pesquisa, verificamos que o estudante chega ao fim do ensino fundamental com diversas marcas negativas na sua relação com a matemática, quadro totalmente oposto ao apresentado quando iniciaram esse nível de ensino. Se os sentimentos de natureza negativa surgem das experiências decorrentes um clima emocional inadequado, deveríamos propiciar durante as aulas de matemática experiências que proporcionem um clima emocional adequado e que inscrevam marcas positivas ou, no mínimo, não agravem as já existentes marcas negativas, ou ainda, que as marcas negativas sejam abordadas ao invés de esquecidas.

Decisões pedagógicas que considerem reconstruir o percurso experiências - emoções – sentimentos – expressões na rotina dos estudantes, a fim de ressignificar a relação destes com a matemática, são essenciais para obter um processo de ensino e aprendizagem com maior qualidade. Por isso, é importante considerar a presença da dimensão afetiva na formação inicial e continuada dos professores de matemática (e de outras disciplinas também), assim como de mais pesquisas em Educação Matemática que tratem dessa dimensão. Para futuros trabalhos, sugerimos pesquisas que verifiquem a preservação e as mudanças de sentimentos dos estudantes durante o ensino médio, assim como pensar outras possibilidades semióticas para representar as expressões das variáveis afetivas.

Referências

Alsina, C. (2017). Adiós a la cabra, a la col y a la barca: manifiesto por uma educación matemática realista y actual. In VIII Congresso Iberoamericano de educación matemática, 125-133. https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/204801/CIBEM2017Conferencias.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Chacón, I. (2003). *Matemática emocional:* os afetos na aprendizagem matemática. Tradução de Daisy Vaz de Moraes. Artmed.

Casassus, J. (2009). *Fundamentos da educação emocional*. Tradução de Liz Zats. UNESCO, Liber Livro Editora.

Darwin, C. (2006). *A expressão das emoções no homem e nos animais.* Tradução de José Miguel Silva. Relógio D’Água.

Devlin, K. (2004). *O gene da matemática.* Tradução de Sergio Moraes Rego. Record.

Freire, P. (1967). *Educação como prática da liberdade.* Paz e Terra. http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/otp/livros/educacao_pratica_liberdade.pdf

Goleman, D. (2012). *Inteligência emocional:* a teoria revolucionária que redefine o que é ser inteligente. 2 ed. Objetiva.

Larrosa, J. (2002). Notas sobre a experiência e o saber da experiência. *Revista Brasileira de Educação.* (19). 20-28. https://www.scielo.br/j/rbedu/a/Ycc5QDzZKcYVspCNspZVDxC/?format=pdf&lang=pt

Paula, A. et al. (2018). Transição do 5° para o 6° ano no ensino fundamental: processo educacional de reflexão e debate. *Revista Ensaios Pedagógicos*, 8(1), 33-52.

http://www.opet.com.br/faculdade/revista-pedagogia/pdf/v8/v8-artigo-3-TRANSICAO-DO-5-PARA-O-6-ANO-NO-ENSINO-FUNDAMENTAL.pdf

Peirce, C. (2008). *Semiótica*. Tradução de José Teixeira Coelho Neto. 4 ed. Perspectiva.

Possebon, E. (2017). *O universo das emoções:* uma introdução. Libellus.

Reynolds, J. (2018). *Miles Morales: Homem-Aranha*. Tradução de Ivar Panazzolo Junior. Novo Século Editora.

Rolnik, S. (1993). Pensamento, corpo e devir: uma perspectiva ético/estético/política no trabalho acadêmico. *Cadernos de Subjetividade*, 1(2), 241-251. http://www4.pucsp.br/nucleodesubjetividade/Textos/SUELY/pensamentocorpodevir.pdf

Santaella, L. (2012). *O que é semiótica.* Brasiliense. Coleção Primeiros Passos.

Silveira, M. (2011). A dificuldade da matemática no dizer do aluno: ressonâncias de sentido de um discurso. *Revista Educação e Realidade*, 36(3), 761-779. https://www.seer.ufrgs.br/index.php/educacaoerealidade/article/view/18480/14340

Vasconcelos, A. (2020). *Variáveis afetivas nas aulas de matemática*: encurtando a distância entre o sentir e o pensar. (Trabalho de Conclusão de Curso) – Centro Acadêmico do Agreste, Universidade Federal de Pernambuco. https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/43565

Las creencias en la resolución de problemas matemáticos

Crenças na resolução de problemas matemáticos

Beliefs in solving mathematical problems

Idelso Alamiro Lozano Malca[1139]
Universidad Privada del Norte, Perú
0000-0001-9293-8992

Modalidad: Comunicación
Núcleo temático: Aspectos teóricos y conceptuales de la Educación Matemática

Resumen

Este artículo da cuenta de una investigación documental que inserta la idea de no basta con saber matemáticas para resolver problemas, porque esta actividad exige, además de aplicar distintos tipos de conocimientos, un buen control y regulación del proceso y unas creencias adecuadas. En este sentido, el objetivo fue categorizar y caracterizar las creencias asociadas a la resolución de problemas matemáticos. Luego de un análisis de contenidos, se concretó que las creencias se categorizan sobre: a) la naturaleza de la matemática; b) la enseñanza de la matemática; c) el aprendizaje de la matemática; d) el papel del docente de matemática; y e) el contexto social.

Palabras clave: Creencias, Matemática, Enseñanza, Aprendizaje, Docente de Matemática.

Introducción

Es importante reconocer que la matemática es una ciencia indispensable para la humanidad; sirve para contar objetos, leer y escribir números, realizar cálculos y resolver problemas usando habilidades prácticas y aplicables en distintas parcelas de la vida. Ramón & Plasencia (2010), postulan que la matemática constituye uno de los idiomas para comunicarse con el mundo universal de la ciencia y la tecnología. La matemática es formativa, es el pensamiento lógico, proporciona reglas, técnicas e instrumentos para los profesionales y no profesionales.

[1139] idelozanom@gmail.com

Las creencias forman parte de los factores vinculados a los altos porcentajes de estudiantes con promedios bajos o desaprobados. Dentro y fuera del aula de clases se perciben las creencias como: “la matemática no es mi fuerte”, “mi docente de matemática es muy serio, antisocial”, “las clases de matemática son aburridas”, “para que aprender matemática si todo lo hace la computadora”, “la matemática no me sirve en mi vida”, “hay una sola forma de resolver problemas matemáticos”, “la matemática sólo tiene una solución correcta”, etc.; estas críticas y rechazos por un gran número de personas no obedecen únicamente a aspectos relacionados con su naturaleza, sino que son el resultado de una serie de estereotipos que se crean a su alrededor y que se transmiten en el entorno familiar, educativo y social. Las creencias en la resolución de problemas matemáticos es el resultado de una mirada analítica y descriptiva a cinco categorías y su respectiva caracterización de cada una de ellas.

Hacia una aproximación a las creencias matemáticas

Una creencia es un tipo de conocimiento, una opinión fuertemente arraigada, produce hábitos, determina intensiones; como las actitudes, se compone de cognición y de afecto. Son ideas -de los estudiantes- asociadas a actividades y procesos matemáticos (ejercicios, problemas, demostración, resolución de problemas, etc.) (Vila y Callejo, 2004). Para Gómez-Chacón (2002), las creencias son parte del conocimiento subjetivo, es decir, son estructuras cognitivas que permiten al individuo organizar y filtrar las informaciones recibidas, y que van construyendo su noción de realidad y su visión del mundo. Abelson (1979) reconoce los aspectos de carácter objetivo referidos al conocimiento y los de carácter subjetivo atribuye a las creencias. Los conocimientos están consensuados por un determinado grupo humano, las creencias no siempre son fruto de un consenso; los conocimientos responden a unos criterios de verdad, que no han de satisfacer las creencias. El conocimiento se concibe como resultado de la construcción social y las creencias como producto de la construcción individual. La discusión es una característica generalmente asociada a las creencias, el conocimiento requiere que una determinada proposición sea aceptada por consenso social. Las creencias forman parte del conocimiento, pero tienen un carácter personal y subjetivo, mientras que el conocimiento se caracteriza por su objetividad y por ser aceptado por consenso (Lester, 2002).

Las creencias matemáticas, desde la posición de Gil, Blanco & Guerrero (2005) son una de las componentes del conocimiento subjetivo implícito del individuo (basado en la experiencia) sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje. Son experiencias y conocimientos subjetivos del estudiante, del docente y del contexto social. Tras una síntesis de diferentes autores sobre las estructuras mentales, Sarabia e Iriarte (2011), caracterizan que desde una perspectiva psicológica es establecer relaciones mutuas entre el conocimiento y las creencias. Ambos fenómenos no son aspectos contradictorios, sino complementarios puesto que funcionan y actúan de forma conjunta. En el ámbito de las matemáticas, la conducta de resolución de problemas es resultado de la confluencia de ambos: el conocimiento sobre lo matemático y las creencias que desarrolla el estudiante con respecto a la matemática. Thompson (1992) destaca algunos rasgos del tipo de creencias que desarrolla el estudiante hacia las matemáticas: a) se construyen de forma personal, gradual o espontánea, a partir de la experiencia del estudiante con la matemática y de las afectivas experimentadas en la realización de las tareas matemáticas; b) cambian radicalmente o progresivamente, dependiendo del grado de centralidad y estabilidad que posean; c) se desarrollan o completan en relación con otras creencias, es decir, no están aisladas, sino que forman parte de sistemas de creencias ya formadas; d) influyen en los pensamientos, sentimientos y conductas del estudiante en relación con la matemática.

Importancia de las creencias en la resolución de problemas matemáticos

La presencia de las creencias en la resolución de problemas matemáticos son parte del conocimiento subjetivo, pertenecen al dominio cognitivo y están compuestas por elementos afectivos, evaluativos y sociales formando un sistema de creencias en el individuo. Donoso (2015) expresa como un conjunto estructurado de grupos de visiones, concepciones, valores o ideologías (axiología) que posee un docente con respecto al campo del conocimiento que enseña (ontología), a los objetivos sociales de la educación en ese campo (teleología), a la manera como este conocimiento se enseña y se aprende (epistemología) y al papel que tiene algunos materiales de instrucción dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje (metodología). Es importante investigar en los aspectos de género ¿quién tiene más creencias de bipolaridad negativa, lo varones o las mujeres?, edad ¿en qué periodo de la vida se forman las creencias?, currículo ¿en qué nivel de educación (primaria, secundaria o superior) se forman las creencias? Las creencias están presentes en los tres niveles del currículo según (Vila y Callejo, 2004), a) en el currículo predeterminado; b) en el currículo impartido; c) en el currículo logrado. Pehkonen y Törner (1996), argumentan sobre la influencia y regulación a) las creencias tienen una gran influencia en cómo el estudiante aprende y utiliza las matemáticas y a veces son un obstáculo para el aprendizaje; b) las creencias de los docentes regulan sus decisiones y la planificación, desarrollo y evaluación de los procesos de enseñanza y aprendizaje. Las creencias forman un *sistema regulador de su estructura de conocimiento*, Lozano (2018), señala que existen correlaciones positivas significativas (r = 0,520) entre las creencias y el rendimiento académico en matemática; Huanca (2017), sostiene que las creencias influyen al momento de aprender y desarrollar problemas de la vida diaria, el estudiante se encuentra ante dificultades y no da una solución por temor a equivocarse o fracasar en el intento, es decir, abandona una solución y experimenta un sentimiento de fracaso.

McLeod (1992), diferencia cuatro apartados de las creencias matemáticas: a) creencias sobre la matemática como disciplina; b) creencias de los sujetos sobre sí mismos y su relación con la matemática; c) creencias sobre la enseñanza de las matemáticas; y d) creencias sobre la matemática relacionadas con el contexto social; Bermejo (1996), distingue dos categorías de creencias: a) creencias sobre las mismas matemáticas, en las que intervienen menos los afectos (las creencias surgen en general del contexto escolar, de la clase, del sistema educativo, etc.); y b) creencias de los estudiantes en relación con las matemáticas, que dependerían más de los afectos (creencias relacionadas con el auto concepto, la confianza, etc.); Sarabia e Iriarte (2011) clasifican tres categorías de creencias: a) creencias sobre la educación matemática; b) creencias sobre el sí mismo en relación con las matemáticas; y c) creencias sobre el contexto sociocultural de aprendizaje, los mismos autores referencian a otros autores como: (Berger, 2000; Christou y Cols., 1999; Kasimati y Yalamas, 2000; Risnes y Cols., 1999; Santagata, 2005) quienes clasifican las creencias en cinco categorías: a) las creencias sobre la naturaleza de las matemáticas; b) las creencias sobre los contenidos matemáticos; c) las creencias sobre el aprendizaje de las matemáticas; d) las creencias sobre el trabajo en matemáticas; y e) las creencias sobre el papel del docente; (De Corte y Cols., 2002; Gómez Chacón, 2000; Op´t Eynde y Cols., 2001; Op´t Eynde, De Corte y Verschaffe, 2002) aglutinan el sistema de creencias en tres categorías: a) las creencias sobre la educación matemática, que engloban las creencias que versan sobre la naturaleza de la disciplina, sobre la enseñanza y el aprendizaje matemático; b) las creencias sobre el sí mismo en relación con las disciplina o “creencias motivacionales”, que abarcan las creencias de control y las creencias de autoeficacia; y c) las creencias sobre el contexto social de aprendizaje y de resolución de problemas, que incluyen aspectos relacionados con las normas socio-matemáticas, la cultura de clase y la percepción del papel del docente y de los compañeros. Siguiendo las ideas de los diferentes autores, describimos las creencias que tienen los estudiantes al momento de resolver los problemas matemáticos en cinco categorías.

Categorías de las creencias matemáticas

(i) Creencias sobre la naturaleza de la matemática

Las creencias que desarrollan los estudiantes sobre la naturaleza de las matemáticas se relacionan con las concepciones de enseñanza, aprendizaje, rol del docente y contexto social y viceversa. Esta categoría estudia a las creencias que presentan los estudiantes sobre la naturaleza de la matemática como dominio científico, es decir, dan respuesta a la pregunta ¿qué son las matemáticas? (De Corte y Cols., 1996). En suma, son interpretaciones generales que el estudiante realiza de las matemáticas aplicadas a la instrucción y formación de la persona, a las prácticas pedagógicas y al currículo en el área de matemática (Malmivuori, 2001). Esta categoría involucra las ideas sobre la naturaleza de las tareas matemáticas, las habilidades y aptitudes matemáticas, los tópicos y conocimientos matemáticos, el origen y las aplicaciones a contextos reales. Hay tres formas de ver las matemáticas según Ernest (1988):

Visión de la matemática como una caja de herramientas. La matemática se hace acumulativa en la medida que hay objetivos externos a ella que puede ayudar a lograr. El fin que persigue el conocimiento matemático es el desarrollo de otras ciencias y técnicas. La matemática como un conjunto de hechos no relacionados (*visión utilitarista*).

Visión de la matemática como un cuerpo estático y unificado de conocimientos. La matemática se descubre, no se crea (*visión platonista*).

Visión dinámica de la matemática como un campo de creación humana en continua expansión, generando modelos y procedimientos que son destilados como conocimientos. Es un producto cultural no acabado y sus resultados permanecen abiertos a revisión (*perspectiva de resolución de problemas*).

Las creencias recogidas por Lozano (2018), son: “las matemáticas estás bien definidas, no están abiertas a cuestionamientos, argumentos o interpretaciones personales”; “las matemáticas tienen poca relevancia en el desarrollo de la ciencia”; “estudiar matemáticas es una pérdida de tiempo”; “las matemáticas poco contribuyen en los avances científicos y tecnológicos”; “las matemáticas no son importantes para mi profesión y trabajo que elija”; por su parte, Sarabia e Iriarte (2011) expresan otras creencias de los autores a) Schoenfeld (1992) y Spangler (2000), “los problemas matemáticos sólo tienen una respuesta correcta”; “hay sólo una única forma de resolver los ejercicios y problemas matemáticos”; “los estudiantes normales no pueden esperar comprender las matemáticas, sino únicamente memorizarlas y aplicarlas mecánicamente sin comprensión”; “las matemáticas se realizan individualmente”; “las matemáticas tienen que resolverse rápidamente”; “las matemáticas son una materia independiente de la realidad”; b) Verschaffel, Greer y de Corte (1999) y Wong, Marton, Wong y Lam (2002), “todos los problemas presentados por el docente tienen una única solución numérica”; “la solución del problema se consigue mediante la aplicación de una secuencia de operaciones”; “los objetos o las personas representadas en el problema no están vinculados con la vida ordinaria”.

(ii) Creencias sobre la enseñanza de las matemáticas

El estudiante percibe la forma de enseñar la matemática, su metodología de instrucción, evaluación de contenidos; el papel que juega el docente y sus compañeros en la enseñanza y el aprendizaje matemático (Thompson y Thompson, 1989). Las acciones sobre el proceso de enseñanza están en función de una serie de elementos o estrategias didácticas. Ernest (1988) señala tres elementos asociados a este proceso: 1) los contenidos o esquemas mentales de los docentes, particularmente el sistema de creencias relativos a la enseñanza y aprendizaje de la matemática; 2) el contexto social de la situación de enseñanza o contexto social en que el estudiante accede al conocimiento, bajo ciertas limitaciones y oportunidades; 3) el nivel de los procesos de pensamiento y reflexión del docente.

Gómez-Chacón (2000) postula que uno de los pilares claves en la producción de cambios en Didáctica de la Matemática e implantación de reformas educativas es el docente. Gorski (2009) plantea cinco aproximaciones para la formación de los docentes desde una mirada de la educación multicultural: 1) enseñanza del “otro”; 2) enseñanza con sensibilidad cultural y tolerancia; 3) enseñanza con competencia multicultural; 4) enseñanza en contextos sociopolíticos; y 5) enseñanza para la resistencia y las prácticas contrahegemónicas.

Algunas creencias relacionadas a este proceso se describen como “se requiere de mucha preparación para enseñar las matemáticas”; “para enseñar matemáticas, hay que tener pasión por los números”; “enseñar matemáticas es una tarea muy difícil”; “la enseñanza de la matemática se hace de forma tradicional”; “enseñe quien enseñe matemáticas, es muy difícil de aprender”; “hay solo un procedimiento para resolver ejercicios y problemas matemáticos”;

“enseñar matemáticas es transmitir conocimientos en base a fórmulas”. Estas creencias se sustentan en los estudios realizados por McLeod (1992), quien establece que el papel del docente que enseña matemática entra en juego, ya que el perfil que se maneje de él puede influir en la dinámica escolar a la hora de impartir lecciones. Esto también hace referencia al currículo que se tiene, o a los contenidos y temáticas que se imparten, sumando al currículo oculto que pertenece y es autónomo en la cultura escolar que se encuentre.

(iii) Creencias sobre el aprendizaje de las matemáticas

Gómez-Chacón (2000) considera que las emociones, actitudes y creencias actúan como fuerzas impulsoras o de resistencia de la actividad matemática y, por lo tanto, si se desea mejorar la enseñanza y el aprendizaje de la matemática es conveniente tener en cuenta los factores afectivos de los estudiantes y docentes. Empleando las palabras de Pehkonen y Törner (1996), las creencias tienen un poderoso impacto en la forma en que los estudiantes aprenden y utilizan las matemáticas y, por lo tanto, pueden ser un obstáculo al aprendizaje de las matemáticas. Los estudiantes que tienen unas creencias rígidas y negativas de las matemáticas y su aprendizaje, fácilmente se convertirán en aprendices pasivos, que cuando aprenden, enfatizan la memoria sobre la comprensión.

Las creencias en la resolución de problemas matemáticos son “la dificultad para aprender la matemática está en el docente que enseña; “se requiere mucha memoria para aprender un mundo fórmulas matemáticas”; “lo que se aprende en matemática no se usa en otros cursos”; “aprender matemática es una actividad difícil”. Los estudiantes, al aprender matemáticas, reciben continuos estímulos asociados con las matemáticas que le generan tensiones. Sus reacciones emocionales a los estímulos son positivas o negativas, y están condicionadas por las creencias de su propia persona y de las matemáticas, produciendo ciertas actitudes y emociones que influyen en sus creencias y formación (Gómez-Chacón, 2000). Las creencias en el aprendizaje de la matemática como expresa Malmivuori (2001), dan respuesta a cuatro cuestiones: ¿por qué aprendo matemáticas?, ¿cómo aprendo matemáticas?, ¿en qué situaciones aprendo matemáticas? y ¿quiénes me ayudan a aprender las matemáticas? La primera cuestión se refiere al valor que da el estudiante a la disciplina y los objetivos y metas de aprendizaje; la segunda se refiere a los medios utilizados para el aprendizaje matemático; la tercera hace mención a las percepciones sobre los procesos y los componentes de aprendizaje matemático; y la última refiere a las condiciones sociales en las que se produce el aprendizaje.

(iv) Creencias sobre el papel del docente de matemáticas

Vila y Callejo (2004) afirman que el docente en su práctica pedagógica presenta la matemática subrayando determinadas *estructuras* (números, algoritmos, razones, formas, funciones, datos); *atributos* (linealidad, periodicidad, simetría, continuidad, aleatoriedad, máximos, aproximación, uniformidad); *acciones o procesos* (representar, demostrar, aplicar, modelizar); *abstracciones* (símbolos, infinito, recursión); *actitudes y valores* (preguntarse, belleza); *comportamientos* (movimiento, caos, estabilidad); *dicotomías* (discreto versus continuo, finito versus infinito, estocástico versus determinista) o *patrones* (dimensión, cantidad, incertidumbre, forma y cambio) inventados por la mente humana, observados en la naturaleza o derivados de otros patrones que se pueden explorar con las matemáticas y describir con su propio lenguaje. Thompson (1984) señala la visión de las creencias predominantes en el docente que enseña matemáticas: 1) un *instrumentalista* enseña de manera prescriptiva enfatizando reglas y procedimientos; 2) un *platonista* enseña enfatizando el significado matemático de los conceptos y la lógica de los procedimientos matemáticos; 3) un matemático que está en la línea de *resolución de problemas*, enfatiza actividades que conduzcan a interesar a los estudiantes en procesos generativos de la matemática.

Gómez-Chacón (2000) afirma dos aspectos de interés en las prácticas de enseñanza: la influencia poderosa del contexto social y el nivel de consciencia de las propias creencias. La autora comunica ciertos elementos sobre el pensamiento del docente y sus relaciones con las prácticas de enseñanza: 1) conciencia de la perspectiva que adopta en relación a la naturaleza de la matemática y a su aprendizaje; 2) habilidades para justificar su perspectiva; 3) conciencia de la existencia de alternativas viables; 4) sensibilidad contextual en la elección e implementación apropiada de estrategias de enseñanza y aprendizaje acordes con su perspectiva; 5) reflexión sobre sus creencias, los conflictos que se derivan de ellas y cómo se integran en sus prácticas.

En este contexto, las creencias más resaltantes son "el docente es muy teórico"; "no explica por qué la matemática es importante en nuestra vida"; "lo hace difícil la asignatura"; "cree que sabe todo mejor que nosotros"; "no nos permite preguntar ni pedir ayuda a él ni a los compañeros". Ernest (1988) asume que el conocimiento de las matemáticas por sí solo no explica las diferencias en las prácticas docentes; las aproximaciones de los docentes a la enseñanza de las matemáticas dependen de sus sistemas de creencias, de sus concepciones de la naturaleza y el significado de las matemáticas, y de sus modelos mentales de los procesos de enseñanza y aprendizaje.

(v) Creencias matemáticas en el contexto social

El contexto social constituido por las expectativas de los estudiantes, docentes, padres y otras instituciones que proporcionan oportunidades o restricciones al mirar el entorno sobre la naturaleza, la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. En la familia se comparte imágenes acerca de la matemática, en las ideas de Vila y Callejo (2004), de forma explícita o implícita, heredera de una experiencia escolar buena o mala, de una formación en símbolos matemáticos, y del reflejo de algunos mitos sociales sobre esta ciencia (su importancia, su relación con la inteligencia, etc.). El entorno familiar transmite creencias desde una visión reduccionista, centrada en los aspectos como abstracción, racionalidad, formalismo, objetividad, justificación, lo general, lo teórico; y, desde una visión más amplia y complementaria a la anterior, basada en lo concreto, emotividad, informalidad, subjetividad, descubrimiento, intuición, particularidad, utilidad, experimentación, sin dejar de lado las dimensiones de estética, lúdica o cultural.

Las normas sociales son las que regulan la interacción social en el aula, mientras que las normas socio-matemáticas hacen mención a las reglas establecidas con respecto al proceso enseñanza-aprendizaje de las matemáticas (Yackel y Rasmussen, 2002).

Las creencias según McLeod (1992), son adquiridas en escenarios cercanos a la socialización primaria, la familia; y luego por medio de los amigos, pares e iguales en una socialización secundaria. Primero, el estudiante adquiere su creencia sobre la matemática en el ámbito de enseñanza otorgado o transmitido por el poseedor del conocimiento, el cual en este caso es el docente y otros actores educativos. En segundo plano, el estudiante consolida su creencia sobre el aprendizaje en su rol como aprendiz, dada por su experiencia, la cual le afirma las creencias transmitidas por la familia o amigos.

Dentro y fuera del aula de clases se perciben creencias como “no estudio matemáticas porque no sé qué utilidad tienen”, “las matemáticas no son una disciplina necesaria”, “las matemáticas no serán importantes para el trabajo que elija”, “las matemáticas no son importantes para mi vida”, “estudiar matemáticas es una pérdida de tiempo”, “durante mi vida de estudiante me enseñaron matemáticas para nada”, “elegí una carrera que no tiene que ver nada con las matemáticas"; estas creencias guardan relación con las ideas de Fernández (2016), que dice: nadie parece hacer nada por cambiarlas, se produce una especie de resignación, ante la idea de que las matemáticas son un mal necesario; que son feas, difíciles, odiadas, pero que hay que aceptarlas; al menos en tanto sean obligatorias; porque hay quienes piensan que una vez terminada la etapa del colegio, nunca más volverán a tener contacto con la asignatura.

A manera de cierre

Las creencias proporcionan el contexto dentro del cual el estudiante comprende y percibe la matemática, jugando un notable papel emocional y motivacional en el aprendizaje y la resolución de problemas matemáticos. Se diferencian del conocimiento por ser construcciones personales sobre la propia realidad, basados en la experiencia, incluyendo sentimientos hacia los números. Las cinco categorías de las creencias están asociadas al rendimiento académico de la matemática, siendo las creencias negativas la razón de resultados deficientes. Están presentes en toda la actividad de resolución de problemas matemáticos y se diferencian respecto al género, edad, nivel de educación, currículo, entorno social.

Cabe resaltar que, en la naturaleza de la matemática, las creencias tienen un dominio científico con interpretaciones aplicadas en el currículo, la instrucción, la formación y las prácticas pedagógicas; involucrando el estudio de su origen, tópicos y conocimientos, habilidades y aptitudes, procesos y aplicaciones. La matemática se conceptúa como una caja de herramientas (visión utilitaria), un cuerpo estático (visión platonista) y dinámica (perspectiva de resolución de problemas); y se caracteriza como una ciencia fija, inmutable, externa, abstracta, irreal, no relacionada con la realidad, una asignatura de hechos, reglas, fórmulas y procedimientos memorísticos.

En relación con la enseñanza de la matemática, las creencias están centradas en el uso de la metodología de enseñanza, estrategias didácticas, evaluación de contenidos, diseños curriculares, apoyo de las tecnologías, desarrollo de las competencias; caracterizando a la matemática como una tarea difícil con estrategias y procedimientos tradicionales que se transmite conocimientos en base a fórmulas y la existencia de un solo procedimiento para resolver ejercicios y problemas matemáticos.

Las creencias y su relación con el aprendizaje de la matemática son circulares; por una parte, la experiencia del aprendizaje tiene consecuencias en las creencias que desarrolla sobre la disciplina y, por otra, el sistema de creencias sobre la materia condiciona en gran medida cómo el estudiante utiliza el conocimiento y las habilidades matemáticas que posee. Los estudiantes que tienen creencias matemáticas rígidas y negativas, fácilmente se convierten en aprendices pasivos, que cuando aprenden, enfatizan la memoria sobre la comprensión; caracterizando al aprendizaje de la matemática como una actividad difícil que requiere de mucha memoria para aprender un mundo de fórmulas que no se aplican en casos de la vida real o no se usa en otros cursos de interés.

Respecto al docente de matemática, es la persona que asume la práctica pedagógica, subrayando determinadas estructuras, atributos, acciones o procesos, abstracciones, actitudes y valores, comportamientos, dicotomías y patrones; puede enseñar una matemática de naturaleza instrumentalista, platonista o centrada en la resolución de problemas matemáticos. Las creencias se sustentan en su conciencia de existencia de alternativas viables, habilidades y perspectivas, sensibilidad contextual, reflexión sobre la parte afectiva y cómo se integran en la práctica pedagógica; con características de un docente que no explica por qué la matemática es importante en nuestra vida, no usa las herramientas tecnológicas, lo hace difícil la asignatura y cree que lo sabe todo.

Por último, las creencias matemáticas en el contexto social son normas sociales que se modelan dentro del aula de clase y en otros espacios o medios de socialización. En el seno familiar se comparte imágenes acerca de la matemática de forma explícita o implícita, heredera de una experiencia escolar buena o mala, de una formación en símbolos matemáticos y del reflejo de algunos mitos sociales; caracterizando a la matemática como algo que no es importante en nuestra vida ni para el trabajo que elija, estudiar matemática es una pérdida de tiempo, me enseñaron matemática para nada.

Referencias

Abelson, R. (1979). Differences between belief and knowledge systems, *Cognitive Science*, num. 3, pp. 355-366.

Bermejo, V. (1996). Enseñar a comprender las matemáticas, En J. Beltrán y C. Genovard (Eds.), *Psicología de la instrucción I*, Madrid, Síntesis, pp. 256-279.

Donoso, P. (2015). *Estudio de las concepciones y creencias de los profesores de educación primaria chilenos sobre la competencia matemática,* Tesis doctoral, Universidad de Granada.

Ernest, P. (1988). The impacto of beliefs on the teaching of mathematics, en C. Keitel, P. Damerow, A. Bishop, P. Gerders (Eds.), *Mathematics, education and society,* Paris, pp. 99-101.

Fernández, S. (2016). *Evidencias de fobia, miedo o rechazo hacia la matemática en estudiantes de décimo año del colegio El Carmen de Alajuela,* Tesis de pregrado, Universidad Estatal a Distancia.

Gil, N., Blanco, L., & Guerrero, E. (2005). El dominio afectivo en el aprendizaje de las matemáticas. Una revisión de sus descriptores básicos, *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, núm. 2, pp. 15-32.

Gómez-Chacón, I. (2000). *Matemática emocional: los afectos en el aprendizaje matemático,* Madrid, Narcea, S.A.

Gómez-Chacón, I. (2002). Afecto y aprendizaje matemático: Causas y consecuencias de la interacción emocional, En J. Carrillo (Ed.), *Reflexiones sobre el pasado, presente y futuro de las matemáticas*. Huelva, España: Universidad de Huelva, pp. 197-227.

Gorski, P. (2009). What we're Teaching Teachers: An analysis of multicultural teacher education coursework syllabi, *Teaching and Teacher Education*, vol. 25, núm. 2, pp. 309-318.

Huanca, N. (2017). *Creencias en el aprendizaje matemático de los estudiantes de educación general básica superior de la U.E "Francisco Orellana" Loja, Ecuador,* Tesis de maestría, Universidad de Piura, Perú.

Lester, F. (2002). Implications of research on students´beliefs for classroom practice, en Gilah Leder, Erkki. Pehkonen y Günter Törner (Eds.), *Beliefs: a hidden variable in mathematics education?* Netherlands, Kluwer Academic Publishers, pp. 345-354.

Lozano, I. (2018). *Percepciones y creencias sobre el proceso enseñanza-aprendizaje de la matemática y su relación con el rendimiento académico de los estudiantes de educación secundaria de tres I.E.P. del distrito de Cajamarca, 2016,* Tesis doctoral, Universidad Nacional de Cajamarca, Perú.

Malmivuori, M. (2001). *The dynamics of affect, cognition, and social environment in the regulation of personal learning processes: the case of mathematics,* Finland, Helsinki University Press.

Mcleod, D. (1992). Research on affect in mathematics education: A reconceptualization, en Douglas Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, New York, Macmillan, pp. 575-598.

Pehkonen, E. & Törner, G. (1996). Creencias matemáticas y diferentes aspectos de su significado, *Revisiones internacionales sobre la educación matemática*, vol. 28, núm. 4, pp. 101-108.

Ramón, P. & Plasencia, S. (2010). *Factores relacionados con el rendimiento en matemática en los estudiantes de la UNE "Enrique Guzmán y Valle" - año 2010.* Trabajo de Investigación. Perú. http://www.une.edu.pe/investigacion/CIE%20CIENCIAS%202010/CIE-2010-88%20RAMON%20PEDRO.pdf

Sarabia, A. e Iriarte, C. (2011). *El aprendizaje de las matemáticas: ¿Qué actitudes, creencias y emociones despierta esta materia en los alumnos?*, España, EUNSA.

Thompson, A. (1984). The relationship of teachers´ conceptions of mathematics teaching to instructional practice, *Educational studies in mathematics*, núm. 15, pp. 105-127.

Thompson, A. (1992). Teachers´ beliefs and conceptions: a synthesis of the research, en Douglas Grouws (ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, New York, MacMillan, pp. 105-127.

Thompson, A. & Thompson, P. (1989). Affect and problema solving in an Elementary school mathematics classroom, en Douglas McLeod y Verna Adams (eds.), *Affect and mathematical problema solving: a new* perspective, New York, Springer-Verlag, pp. 162-176.

Vila, A. & Callejo, M. (2004). *Matemáticas para aprender a pensar: El papel de las creencias en la resolución de problemas,* Madrid, Narcea, S.A.

Yackel, E. & Rasmussen, Ch. (2002). Creencias y normas en el aula de matemáticas, en Gilah Leder, Erkki Pehkonen y Günter Törner (Eds.), *Creencias: una variable oculta en la educación matemática*, Netherlands, Kluwer Academic Publishers, pp. 313-330.

A competência democrática e o conhecer reflexivo: uma relação conceitual desde a educação matemática.

Democratic competence and reflective knowing: a conceptual relationship from mathematics education

La competencia democrática y el conocer reflexivo: una relación conceptual desde la educación matemática

Edna Paola Fresneda-Patiño[1140]
Universidade Federal de Minas Gerais
0000-0003-2086-6920

Gabriel Mancera Ortiz[1141]
Universidad Distrital Francisco José de Caldas
0000-0003-3556-9283

Modalidad: Comunicación oral
Núcleo Temático: Aspectos teóricos y conceptuales de la educación matemática

Resumo

Este documento apresenta uma revisão de dois trabalhos a nível de pós-graduação, uma dissertação de mestrado que abordou o desenvolvimento da competência democrática nas aulas de matemática e uma tese de doutorado que caracterizou o conhecer reflexivo dos estudantes que vivem em condições de vulnerabilidade social. Ambas as pesquisas são fundamentadas na educação matemática crítica, reconhecendo a importância do uso da matemática como ferramenta que nos permite interpretar e questionar as situações sociais, econômicas e políticas de determinado contexto. O objetivo desta revisão é identificar os elementos conceituais que permitem descrever a relação entre a competência democrática e o conhecer reflexivo a partir das pesquisas que servem de base para este documento, ambas realizadas no contexto colombiano. O processo de revisão utiliza metodologicamente as etapas de escolha, estruturação e análise. Foi possível mostrar que a competência democrática e o conhecer reflexivo se complementam através da alfabetização matemática que atende às necessidades, interesses e futuros dos estudantes, considerando as situações socialmente relevantes de seu contexto. Isto implica uma alfabetização matemática que permite que os estudantes se tornem sujeitos políticos capazes de usar seus contextos de vulnerabilidade social como cenários de discussão e análise coletiva para pensar em alternativas para enfrentar aquelas situações de desigualdade e iniquidade que permeiam a vida em suas comunidades.

Palavras-chave: Competência democrática, conhecer reflexivo, Educação Matemática Crítica, alfabetização matemática.

[1140] epfresnedap@gmail.com
[1141] gmancerao@udistrital.edu.co

Abstract

This paper presents a review of two graduate theses, a master's thesis that addressed the development of democratic competence in the mathematics class and a doctoral thesis that characterized the reflective knowing of students living in conditions of social vulnerability. Both researches are based on critical mathematics education, recognizing the importance of using mathematics as a tool that allows us to interpret and question the social, economic and political situations of the context. The objective of this review is to identify the conceptual elements that allow describing the relationship between democratic competence and reflective knowing from the research conducted, which are located in the Colombian context. Methodologically, the review process uses the stages of choice, structuring and analysis. It was possible to show that democratic competence and reflective knowing complement each other through mathematical literacy that addresses the needs, interests and futures of students, considering the socially relevant situations of their context. This implies a mathematical literacy that allows students to become political subjects capable of using their contexts of social vulnerability as scenarios for discussion and collective analysis to think of alternatives to address those situations of inequality and inequity that permeate life in their communities.

Keywords: Democratic competence, reflective knowing, Critical Mathematics Education, mathematical literacy.

Resumen

Este documento presenta una revisión, de dos tesis de grado, una de maestría que abordó el desarrollo de la competencia democrática en la clase de matemáticas y otra de doctorado que caracterizó el conocer reflexivo de estudiantes que viven en condición de vulnerabilidad social. Las dos investigaciones están fundamentadas en la educación matemática crítica, reconociendo la importancia de usar las matemáticas como herramienta que nos permite interpretar y cuestionar las situaciones sociales, económicas y políticas del contexto. El objetivo de esta revisión es identificar los elementos conceptuales que permiten describir la relación entre la competencia democrática y el conocer reflexivo desde las investigaciones realizadas, las cuales se sitúan en el contexto colombiano. El proceso de revisión utiliza metodológicamente las etapas de escogencia, estructuración y análisis. Fue posible evidenciar que la competencia democrática y el conocer reflexivo se complementan a través de la alfabetización matemática que atiende a las necesidades, intereses y porvenires de los estudiantes, considerando las situaciones socialmente relevantes de su contexto. Lo que implica una alfabetización matemática que permiten a los estudiantes constituirse como sujetos políticos capaces de usar sus contextos de vulnerabilidad social como escenarios de discusión y análisis colectivo para pensar alternativas que permitan hacer frente a esas situaciones de desigualdad e inequidad que permean la vida en sus comunidades.

Palabras clave: Competencia democrática, conocer reflexivo, Educación Matemática Crítica, alfabetización matemática.

Introducción

La comunicación oral que aquí se presenta está sustentada en una revisión de las categorías teóricas de dos trabajos de posgrado, uno de maestría y uno de doctorado en la que los autores han participado, los cuales hacen referencia, respectivamente, a *la competencia democrática* y *el conocer reflexivo* en la clase de matemáticas. Conceptos que fueron considerados con estudiantes de dos instituciones educativas públicas, una ubicada en la ciudad de Bogotá-Colombia y la otra en un municipio aledaño a ella. Los fundamentos teóricos se enmarcan en un enfoque sociopolítico de la educación matemática (Skovsmose, 1994; Skovsmose y Valero 2012; Gutiérrez, 2013; Valero, Andrade y Montecino, 2015). Mientras que los fundamentos metodológicos contemplan tres etapas *escogencia* —de las tesis—, *estructuración* —búsqueda de perspectivas, líneas y conexiones— y *análisis* —posibles relaciones conceptuales—[1142]. La etapa de escogencia, como ya se señaló, parte de la exploración de dos trabajos de grado, de maestría y doctorado en la que los autores han participado. Tales trabajos abordaron el desarrollo de la competencia democrática en la clase de matemáticas (Fresneda & Sarmiento, 2018) y el conocer reflexivo de estudiantes que viven en condición de vulnerabilidad social (Mancera, 2020).

La escogencia de las tesis se fundamenta en que ellas permiten complementar una mirada inicial a la relación conceptual entre la competencia democrática y el conocer reflexivo en el aula de matemáticas. Para dar cuenta de esta relación, se parte de los hallazgos de Fresneda & Sarmiento (2018) quienes consideran elementos que permiten caracterizar el desarrollo de la competencia democrática en la clase de matemáticas. Señalando —a partir de la práctica pedagógica realizada con un grupo de estudiantes de grado octavo— que tales elementos, por un lado, hacen parte de un proceso evolutivo y, por otro, nacen en el estudio de una situación social del contexto que convoque los intereses e intenciones de los estudiantes.

Reconociendo, que no existe una definición clara y concisa acerca de qué es la competencia democrática, Fresneda & Sarmiento (2018) buscan caracterizar y explorar la competencia democrática desde los elementos que se encuentran en el enfoque teórico de la Educación Matemática Crítica (EMC). Encontrando, como un elemento que posibilita tal caracterización del desarrollo de la competencia democrática, al *conocer reflexivo* (sin desconocer su relación con la alfabetización matemática, las condiciones para la democracia (Skovsmose, 1997) y las características de la democracia (Skovsmose y Valero, 2012)).

[1142] Estas etapas se constituyen en una adaptación de las que presentan Planas y Valero (2016) para el análisis de estados de arte. Tal adaptación se realiza teniendo en cuenta que esta ponencia no se configura en un análisis de estados de arte.

Sin embargo, surgen algunas preguntas en relación con ¿qué caracteriza el conocer reflexivo que desarrollan los estudiantes? y ¿cuáles son las posibles relaciones entre la competencia democrática y el conocer reflexivo desarrollado por un grupo de estudiantes en la clase de matemáticas?

En relación con el primer interrogante, Mancera (2020) presenta a: *la consideración por el otro*, *la lectura crítica y matemática*, *las prácticas con las matemáticas* y *la colectividad* como características del conocer reflexivo que desarrollan estudiantes que viven en condiciones de vulnerabilidad social en contextos de modelación matemática (MM) desde la perspectiva socio crítica. Circunstancia que llama la atención además sobre la idea de alfabetización matemática. Al respecto Mancera (2020, citando a Jablonka, 2003), señala que la alfabetización matemática hace referencia a la capacidad de los sujetos para usar y aplicar el conocimiento, indicando además que esta noción no puede conceptualizarse solamente en relación con el conocimiento matemático, también implica entenderla en términos funcionales. Es decir, debe estar en correspondencia con las situaciones en las que se utilizará este conocimiento.

En relación con el segundo interrogante, en esta comunicación se presenta una respuesta inicial, de corte teórico, que tiene como objetivo identificar elementos conceptuales que permiten describir la relación entre la competencia democrática y el conocer reflexivo desde las investigaciones realizadas.

Fundamentos

Como ya se ha señalado, los fundamentos teóricos se enmarcan en un enfoque sociopolítico de la educación matemática. Particularmente se sitúa en los desarrollos de autores como Skovsmose (1994) sobre Educación Matemática Crítica, EMC, la cual —apoyados en Gutiérrez (2013)— centra su atención, entre otros propósitos, en desarrollar en los estudiantes una conciencia política ("concientización") que les propicie reconocer su posición en la sociedad (en el sentido señalado por Freire, 1987). Circunstancia que le posibilita a los estudiantes, a través del diálogo, opciones sobre cómo pueden interactuar como ciudadanos. En este sentido, Valero, Andrade y Motecino (2015) señalan que dentro de las preocupaciones de la EMC está la reflexión sobre la importancia de la alfabetización matemática —mathemacy o matheracy— en las competencias de los ciudadanos. Hecho que llama la atención, entre otros aspectos, sobre la relación existente entre la educación matemática y la democracia.

Al respecto, Skovsmose (1994) señala que la EMC se preocupa por el desarrollo de una educación matemática que sustenta la democracia, lo que quiere decir que la micro sociedad del salón de clase debe encarnar aspectos democráticos, ya que la democracia no se refiere solamente a una materia que debe enseñarse y aprenderse, sino también al desarrollo de competencias democráticas para interpretar y actuar en una situación social y política. En consecuencia, entendemos que la competencia democrática se ejerce gracias a la alfabetización matemática (Skovsmose, 1997), y que ésta, a su vez, es necesaria para que los sujetos desarrollen el conocimiento reflexivo (Skovsmose, 1994) que busca que se reconozcan las matemáticas como una herramienta que empodera a los sujetos y que posibilita la toma de una conciencia crítica frente a las situaciones sociales del contexto.

Por su parte, el conocer reflexivo —desde los desarrollos de Skovsmose (2013)— puede considerarse como la competencia para reflexionar sobre el uso de la matemática y para evaluarlo. Situación que requiere entrar en relación con el conocer matemático —definido por Skovsmose (2013) como las habilidades matemáticas, incluyéndose las competencias en la reproducción de teoremas y pruebas, bien como al dominio de una variedad de algoritmos— y el conocer tecnológico —definido por Skovsmose (2013) como las habilidades en aplicar la matemática y a las competencias en la construcción de modelos—. Al respecto, este autor aclara que

> (...) no es el caso que primero necesitemos elaborar una competencia matemática para ser capaces de aplicarla en el logro de objetivos tecnológicos y, por último, evaluar lo que se ha hecho. Los diferentes tipos de conoceres se integran de diversas maneras (Skovsmose, 1994, p. 136).

Bajo los fundamentos esbozados, a continuación, se presenta un bosquejo del marco estructural en que se basaron las experiencias que dan vida a las dos tesis; buscando con ello, complementariedades y relaciones retomando las etapas de estructuración y análisis antes mencionadas.

Dos experiencias en relación con la competencia democrática y el conocer reflexivo

En relación con la etapa de *estructuración* —en nuestro camino por realizar una búsqueda de perspectivas y líneas de conexión en la revisión y estudio de los dos trabajos de grado seleccionados, a continuación, se resaltan elementos conceptuales constitutivos de las dos propuestas investigativas, relacionados con la competencia democrática y el conocer reflexivo.

La propuesta de investigación desarrollada por Fresneda & Sarmiento (2018) buscaba *caracterizar el desarrollo de la competencia democrática a partir del conocimiento reflexivo y la alfabetización matemática durante el montaje de un escenario de aprendizaje en la clase de matemáticas con estudiantes de grado octavo*. Se partió de reconocer una situación relevante que reflejara el interés de la mayoría de los estudiantes y diera vida al escenario de aprendizaje, que buscara, además, cambiar la rutina habitual de la clase de matemáticas. Esto implicó, unas condiciones apropiadas que posibilitaran la caracterización de la competencia democrática, las cuales se relacionaron con las características de la democracia —colectividad, transformación, deliberación y coflexión, según Valero (1999, citado por Skovsmose y Valero, 2012) —, y por el otro, las condiciones para la democracia —formales, materiales, éticas y de participación y reacción (Skovsmose, 1994) — para ampliar su estudio ver Fresneda & Sarmiento (2018).

Se reconoce que la competencia democrática, además, se ejerce gracias a la alfabetización matemática, que permite caracterizar la habilidad para calcular y usar técnicas formales y matemáticas. Como un constructo radical enraizado en un espíritu de crítica y proyecto de posibilidad, les permite a las personas participar en la comprensión y transformación de la sociedad, de forma que se convierte en una condición previa para la emancipación social y cultural (Skovsmose, 1997). Es decir, permite usar elementos de carácter matemático para interpretar, analizar y tomar decisiones frente a situaciones del contexto. Tal alfabetización matemática es necesaria para el desarrollo del conocer reflexivo, que fue estudiado a partir de la identificación de "declaraciones y posiciones justificadas" que, a su vez, contenían o no elementos matemáticos (Fresneda & Sarmiento, 2018).

Por su parte, el trabajo desarrollado por Mancera (2020) buscó *caracterizar el conocer reflexivo que desarrollan estudiantes, que viven en condiciones de vulnerabilidad social, en ambientes de modelación matemática desde una perspectiva socio crítica*. Como punto de partida se consideró el contexto —caracterizado por circunstancias sociales, culturales y políticas— en que un grupo de estudiantes en condiciones de vulnerabilidad social (en tanto están sometidos a eventos y procesos que atentan contra su capacidad de subsistencia, su acceso a mayores niveles de bienestar y el ejercicio de sus derechos ciudadanos) de undécimo grado de un colegio público de Bogotá-Colombia desarrolló tal conocer.

Como parte del análisis, se presenta un acercamiento a la realidad social, política y económica de los estudiantes. Tal circunstancia posibilitó la creación y desarrollo de ambientes de modelación matemática desde una perspectiva socio crítica. Los datos fueron analizados, considerando la noción de los actos dialógicos (Alrø & Skovsmose, 2002), lo que permitió percibir cuatro rasgos distintivos como características del conocer reflexivo: pensando en el otro, lectura crítica y matemática, prácticas con las matemáticas y la colectividad.

- pensando en el otro, implica diferenciar el rostro de la cara. De esta manera para Mèlich, basado en los planteamientos de Lévinas, centrarnos en el rostro y no en la cara (el color de la piel, el género, los rasgos físicos ...) se constituye en una ética como filosofía primera que se basa en:

> la sensibilidad al mal, al dolor y al sufrimiento (de la no indiferencia hacia el dolor del otro, reevaluando la idea ontológica del yo soy yo y tú eres tú). Así, la alternativa ante la diferencia entre el yo y el tú basado en la in-diferencia es no pensarnos como caras sino como rostros. (Mancera, 2020, p. 208)

- lectura crítica y matemática, contempla el comprender, evaluar y analizar las diferentes prácticas que involucran las matemáticas. De esta manera, apoyado en Gutstein (2003), leer el mundo desde recursos matemáticos conlleva:

> i) comprender las relaciones de poder, las inequidades de recursos y las disparidades de oportunidades entre diferentes grupos sociales; ii) entender la discriminación explícita basada en raza, clase social, género, lengua y otras diferencias; y iii) deconstruir los medios y otras formas de representación y usar las matemáticas para examinar. (Mancera, 2020, p. 208)

- prácticas con las matemáticas, consideran que los conocimientos curriculares pueden (y deben) ser utilizados en su vida cotidiana de tal manera que les permitan hacer frente a sus problemáticas. Así:

> las matemáticas escolares presentadas por los presupuestos de la MM deben permitirles utilizar aquellas matemáticas ya establecidas —inventadas por otros— para dar sentido y comprender situaciones de su propia realidad, de forma que den oportunidad para que ellos interpreten posibles significados que la matemática pueda tener. (Mancera, 2020, p. 209)

- colectividad, tiene el propósito de “pensar y actuar siendo conscientes de que son parte de una sociedad, en la que cada uno es “un ser- entre-los-otros”. En términos arendtianos, no debemos perder nuestra condición humana de ser una subjetividad diferente entre la pluralidad” (Mancera, 2020, p. 209).

Bajo estas experiencias, se vislumbra que la competencia democrática recae, como un aspecto constitutivo, en la relación —alfabetización matemática y conocer reflexivo — (Fresneda & Sarmiento, 2018), aspectos que han sido profundizados con mayor detalle en

Mancera (2020) considerando contextos de vulnerabilidad social. En el siguiente apartado se exponen elementos para abordar tal relación.

Una posible relación

Finalmente, la etapa de análisis busca mostrar puntos de encuentro, relaciones y complementariedades entre los elementos conceptuales de los dos trabajos de investigación estudiados. Así, partiendo de la red conceptual presentada por Fresneda & Sarmiento (2018) encontramos complementariedad y profundización con las categorías teóricas expuestas por Mancera (2020).

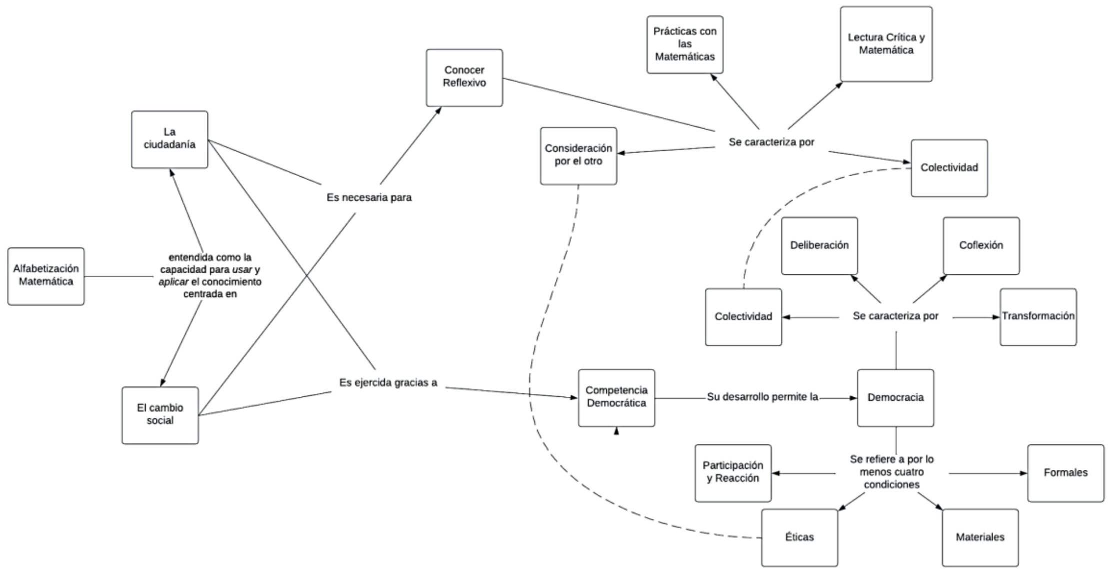
Desde los posicionamientos de Fresneda & Sarmiento (2018), entender a la competencia democrática como una relación importante entre la educación matemática y la democracia, pone de relieve, por una parte, las características de la democracia —colectividad, transformación, deliberación y coflexión, (Valero, 1999)—, y por otra, las condiciones para la democracia —formales, materiales, éticas y de participación y reacción (Skovsmose, 1994)—, sin desconocer su relación con la alfabetización matemática y el conocer reflexivo.

De esta manera, resulta clave y determinante el posicionamiento con respecto a la alfabetización matemática, pues depende de tal posicionamiento que elementos como *la consideración por el otro*, *la lectura crítica y matemática*, *las prácticas con las matemáticas* y *la colectividad* tienen sentido en tanto características del conocer reflexivo. En consecuencia, las características del conocer reflexivo presentadas en Mancera (2020) emergen de una idea de alfabetización matemática que va en concordancia con la capacidad de comprender y evaluar las diferentes prácticas que involucran las matemáticas, buscando distinguir las aplicaciones de las matemáticas en relación con coherencia, conectividad, complejidad, comprensión, integración en una teoría y su vinculación a la realidad observada o construida (en términos de Jablonka (2003), una alfabetización matemática centrada en la ciudadanía). Sin desconocer la posibilidad de utilizar a las matemáticas como una herramienta crítica para abordar los problemas que son de relevancia social o política (en términos de Jablonka (2003), una alfabetización matemática para el cambio social).

De esta manera señalamos que es desde el posicionamiento sobre la alfabetización matemática que las ideas presentadas por Fresneda & Sarmiento (2018) encuentran eco y son complementadas con las categorías teóricas expuestas por Mancera (2020). En el siguiente diagrama buscamos presentar las relaciones que hemos tejido.

Figura 1.

Relaciones entre la competencia democrática y el conocer reflexivo (Fuente propia)



Así, una primera respuesta al interrogante ¿cuáles son las posibles relaciones entre la competencia democrática y el conocer reflexivo desarrollado por un grupo de estudiantes en la clase de matemáticas? centra su atención en el posicionamiento de la alfabetización matemática entendida como la capacidad de usar y aplicar el conocimiento, en el estudio de situaciones sociales y políticas de su contexto, centrada especialmente en el en la ciudadanía y en el cambio social, que son ejercidos gracias a la competencia democrática y además son necesarios para desarrollar el conocer reflexivo.

Ahora bien, la competencia democrática es un proceso evolutivo, cuyo desarrollo posibilita la democracia referida a por lo menos cuatro condiciones: formales, que se relacionan con procedimientos definidos para elegir y para distribuir el poder y la justicia; materiales, al proponer una distribución justa de los servicios y bienes comunes; éticas, al asumir que existe igualdad de oportunidades y obligaciones para cada miembro de la sociedad y de participación y reacción porque se debe dar la posibilidad de que los ciudadanos participen y evalúen condiciones y consecuencias (Skovsmose, 1994).

La democracia además se caracteriza por la colectividad, ya que de tal acción es responsable un grupo de personas; la transformación, porque tiene un propósito; la deliberación, dado que requiere comunicación y la coflexión, puesto que implica comprensión y desarrollo (Skovsmose y Valero, 2012).

Por su parte, el conocer reflexivo, propende por: i) *prácticas con las matemáticas*, logrando, además, aprendizajes por sí mismo de manera reflexiva; ii) la invitación a no ser indiferentes frente al dolor del otro. Es decir que *piense en el otro;* iii) comprender, evaluar y analizar las diferentes prácticas que involucran las matemáticas gracias a su *lectura crítica y matemática*; y iv) una actuación siendo consciente que somos parte de una sociedad, en la que cada uno es "un ser-entre-los-otros" lo que le permite constituirse en un ser que asume la *colectividad*.

Encontramos, además, que la competencia democrática y el conocer reflexivo tienen en común, de manera directa, la colectividad, que aunque con matices diferentes busca privilegiar el reconocimiento y el quehacer con el otro. Además, entre las condiciones éticas para la democrática y el pensar en el otro se teje otra relación vinculante, en tanto esta última se basa en una idea de ética como filosofía primera. Por otra parte, de manera implícita, consideramos que pensar en las condiciones para la democracia es posible gracias a las características para la democracia, tal y como fue señalado en Fresneda & Sarmiento (2018). Pero tales características se favorecen, si contemplamos aspectos como: centrarnos en el rostro y no en la cara; comprender, evaluar y analizar las diferentes prácticas que involucran las matemáticas; consideran que los conocimientos curriculares pueden (y deben) ser utilizados en su vida cotidiana de tal manera que les permitan hacer frente a sus problemáticas; el propósito de "pensar y actuar siendo conscientes de que son parte de una sociedad, en la que cada uno es "un ser- entre-los-otros". Es decir, el desarrollo de la competencia democrática se favorece si consideramos al conocer reflexivo.

Conclusión

Más que concluir, nuestra intención al estudiar y revisar los elementos discutidos en la disertación de maestría y la tesis de doctorado es evidenciar que, desde la educación matemática y especialmente desde los enfoques sociopolíticos se vienen desarrollando investigaciones y prácticas pedagógicas que buscan no solo dotar de sentido las matemáticas que los estudiantes aprenden en las aulas de clase, sino además, usar esas matemáticas como herramientas que permiten interpretar y actuar frente a situaciones sociales, económicas, políticas y ambientales del contexto.

Fue posible evidenciar que la competencia democrática y el conocer reflexivo se complementan a través de la alfabetización matemática, aunque esta no debe entenderse únicamente como la capacidad de usar los números y las operaciones. Va más allá de reconocer que esas matemáticas permiten a los estudiantes constituirse como sujetos políticos capaces de usar sus contextos de vulnerabilidad social como escenarios de discusión y análisis colectivo para pensar alternativas que permitan hacer frente a esas situaciones de desigualdad e inequidad que permean la vida en sus comunidades.

El posicionamiento sobre esa alfabetización matemática que relaciona y complementa la competencia democrática y el conocer reflexivo dependerá de las necesidades, intereses y porvenires de los estudiantes considerando sus contextos específicos y las situaciones socialmente relevantes que ellos deseen estudiar y transformar por medio de las matemáticas en una discusión que trasciende a la búsqueda de cambios colectivos donde se piensa al otro y con el otro. Así, las matemáticas salen de las paredes del aula de clase para empoderar a los sujetos colectivos en la construcción de una ciudadanía crítica que posibilite sociedades más humanas, democráticas y justas.

Nuestro compromiso como educadores matemáticos es continuar generando espacios donde nuestros estudiantes puedan imaginar otros mundos posibles, con mayores y mejores oportunidades de vida para ellos y sus familias. En este sentido, la competencia democrática, el conocer reflexivo y los posicionamientos sobre la alfabetización matemática se convierten en categorías conceptuales que esperamos puedan seguir siendo exploradas en las aulas de clase y que les permitan a los estudiantes construir mayores herramientas para generar cambios en sus contextos y en sus propias vidas.

Referencias

Alrø, H., & Skovsmose, O. (2002). *Dialogue and learning in mathematics education. Intention, Reflection, Critique* (Vol. 29). Kluwer Academic Publishers.

Freire, P. (1987). *Pedagogia do oprimido* (17a ed.). Paz e Terra.

Fresneda, E. & Sarmiento, S. (2018). *Desarrollo de la competencia democrática en la clase de matemáticas*. Disertación de maestría. Facultad de Educación, Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá.

Gutstein, E. (2003). Teaching and Learning Mathematics for Social Justice in an Urban, Latino School. *Journal for Research in Mathematics Education*, 34(1), 37. https://doi.org/10.2307/30034699

Gutiérrez, R. (2013) The Sociopolitical Turn in Mathematics Education. *Journal for Research in Mathematics Education*, v. 44, n. 1, p. 37- 68.

Jablonka, E. (2003) Mathematical Literacy. In: BISHOP et al. (Eds.). *Second InternationalHandbook of Mathematics Education*. Dordecht: The Netherlands: Kluwer Academic Publishers. p. 75–102.

Mancera G. (2020). *Conocer reflexivo en contextos de modelación matemática desde una perspectiva socio crítica*. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

Planas, N., & Valero, V. (2016). Tracing the socio-cultural-political axis in understanding mathematics education. En P. Boero & G. Leder (Eds.), T*he Second Handbook of the Psychology of Mathematics Education*. The journey continues. Rotterdam: Sense Publishers

Skovsmose, O. (1994). *Towards a philosophy of critical mathematics education*. Dordrecht; Boston: Kluwer Academic Publishers.

Skovsmose, O. (1997). Competencia democrática y conocimiento reflexivo en matemáticas. *Revista EMA*, 2(3), 191-216.

Skovsmose, O. (2013). *Educação matemática crítica. A questão da democracia*. (Lins & Araújo, Trads.; 6.a ed.). Papirus.

Valero, P.; Andrade, M.; Montecino, A. (2015). Lo político en la educación matemática: de la educación matemática crítica a la política cultural de la educación matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, v. 18, n.3, p. 287–300.

Valero, P., & Skovsmose, O. (2012) *Educación matemática crítica. Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas*. Bogotá, Col.: una empresa docente.

Currículo básico geral para o desenvolvimento do raciocínio algébrico elementar

General core curriculum for elementary algebraic reasoning development

Currículo básico general para el desarrollo del razonamiento algebraico elemental

Cecilia Gaita [1143]
Pontificia Universidad Católica del Perú
0000-0002-7827-9262

Miguel R. Wilhelmi [1144]
Universidad Pública de Navarra, España
0000-0002-6714-7184

Francisco Ugarte [1145]
Pontificia Universidad Católica del Perú
0000-0002-8658-9471

Cintya Gonzales [1146]
Pontificia Universidad Católica del Perú
0000-0003-2130-1710

Modalidad: Comunicación
Núcleo Temático: Aspectos teóricos e conceituais da Educação Matemática

Resumo

Hoje é aceito por educadores e cientistas que a aritmética e a álgebra devem ser desenvolvidas como um todo contínuo. Os currículos passam a incluir essa premissa e orientam seu desenvolvimento. No entanto, faltam estudos para avaliar a adequação dessas diretrizes e o grau de consistência com evidências científicas. Este artigo apresenta um estudo teórico que visa determinar diretrizes de análise para o aprimoramento dos currículos de matemática e, em particular, para o desenvolvimento do sentido algébrico.

Palavras-chave: Enfoque Ontosemiótico, avaliação curricular, raciocínio algébrico.

Abstract

It is now accepted by educators and scientists that arithmetic and algebra should be developed as a continuous whole. Curricula now take up this premise and guide their development. However, there is a lack of studies to assess the appropriateness of these orientations and the degree of consistency with scientific evidence. This paper presents a theoretical study aimed at determining guidelines for the analysis of the improvement of mathematics curricula and for the development of algebraic sense.

[1143] cgaita@pucp.edu.pe
[1144] miguelr.wilhelmi@unavarra.es
[1145] fugarte@pucp.edu.pe
[1146] cintya.gonzales@pucp.pe

Keywords: ontosemiotic approach, curriculum assessment, algebraic reasoning.

Resumen

Hoy es aceptado por educadores y científicos que la aritmética y el álgebra se deben desarrollar como un todo continuo. Los currículos recogen ahora esta premisa y orientan su desarrollo. Sin embargo, se carece de estudios que permitan valorar la idoneidad de estas orientaciones y el grado de consistencia con las evidencias científicas. En este trabajo se presenta un estudio teórico cuyo fin último sería la determinación de pautas de análisis para la mejora de los currículos en matemáticas y, en particular, para el desarrollo del sentido algebraico.

Palabras clave: enfoque ontosemiótico, valoración currículo, razonamiento algebraico.

Introducción

En los currículos tradicionales, el álgebra se considera como una disciplina centrada exclusivamente en el estudio de objetos tales como las ecuaciones, inecuaciones, polinomios o sistemas de ecuaciones, representados y manipulados en lenguaje alfanumérico y que suponen un "desarrollo" de un programa previo de aritmética (Cowan, 2006). Así, Kaput (2008) explica que históricamente se ha sostenido la necesidad de completar un programa de formación exhaustivo en aritmética antes del inicio de la formación en álgebra. Sin embargo, a partir de los años ochenta, diversas investigaciones fundamentan teóricamente y aportan datos empíricos en favor de un desarrollo paulatino del álgebra (Kieran et al., 2016).

En el EOS (Godino, 2022) se comparte esta necesidad de determinación de conexiones matemáticas y, en particular, en la fundamentación del RAE (Godino et al., 2014). Así, se postula que ya no es razonable proponer procesos de enseñanza y aprendizaje donde los contenidos matemáticos aparezcan atomizados, organizados en secuencia y desconectados de otros contextos matemáticos. En concreto, en el desarrollo del razonamiento algebraico elemental (RAE), la aritmética y el álgebra se desarrollan de forma articulada en progresivos niveles de generalidad y abstracción.

El objetivo de este trabajo teórico es motivar la necesidad de establecer pautas que permitan valorar la *idoneidad* (Godino et al., 2012) de un currículo y, en particular, en relación con el desarrollo del razonamiento algebraico elemental (RAE).

Niveles del Razonamiento Algebraico Elemental (RAE)

Tras más de treinta años de fundamentación teórica y de evidencia empírica, la comunidad de investigadores ha concluido que se debe abandonar la oposición entre lo aritmético y lo algebraico (Wilhelmi, 2017). Así, se plantea la necesidad de estructurar el currículo como un continuo epistemológico y no como el salto de una actividad meramente aritmética (en Educación Primaria) a otra donde el álgebra se presenta como un producto acabado (en Educación Secundaria). En la búsqueda del continuo epistemológico, ya Carraher et al. (2008) resaltan la importancia de alimentar la transición desde las generalizaciones empíricas a las teóricas.

Para identificar rasgos que permitan dar cuenta del proceso paulatino de adquisición del razonamiento algebraico, desde el EOS se plantea el modelo "Razonamiento Algebraico Elemental (RAE)". Este caracteriza la actividad algebraica en supuestos pragmáticos, antropológicos y semióticos sobre el conocimiento matemático (Godino et al., 2014). Así, se identifican los objetos algebraicos primarios entre los que se encuentran las relaciones binarias, las relaciones de equivalencia, de orden y sus propiedades, así como las operaciones, las funciones y sus propiedades, fórmulas y parámetros y, finalmente, estructuras del álgebra superior.

En el modelo RAE se consideran prácticas algebraicas a aquellas que involucran procesos como la simbolización y la representación, así como la generalización y la particularización, asociados a las dualidades extensivo-intensivo, que son características fundamentales de las prácticas consideradas como algebraicas. Se enfatiza que estos atributos son relativos al juego del lenguaje en el que se participa y al contexto. Además, Godino et al. (2014) proponen criterios básicos para definir los llamados niveles de algebrización que se pone en juego en Educación Primaria (6-12años) y Godino et al. (2015) amplían los niveles a Educación Secundaria (12-17 años). Este trabajo se centra en los primeros niveles (figura 1).

Figura 1.

Niveles de algebrización según el EOS

Nivel	**Breve descripción**
0	*Ausencia de razonamiento algebraico*. Nivel que se caracteriza por prácticas operatorias y discursivas en las que intervienen objetos extensivos (particulares) expresados en lenguaje natural, numérico, icónico o gestual.
1	*Nivel incipiente de algebrización*. Nivel que se caracteriza por prácticas operatorias y discursivas en las que intervienen objetos intensivos donde la generalidad se reconoce de manera explícita mediante lenguajes natural, numérico, icónico o gestual. Si bien pueden intervenir símbolos que refieren a los intensivos reconocidos, no se opera con dichos objetos y en tareas funcionales se reconoce la generalidad, aunque expresada en un lenguaje diferente al simbólico-literal.

2	*Nivel intermedio de algebrización*. Nivel que se caracteriza por prácticas operatorias y discursivas en las que intervienen variables expresadas con lenguaje simbólico-literal para referir a los intensivos reconocidos, pero asociados a la información de contextos espacial-temporal determinados. En tareas funcionales se reconoce la generalidad, expresada en lenguaje simbólico-literal, pero no se opera con las variables para obtener formas canónicas de expresiones.
3	*Nivel consolidado de algebrización*. Nivel que se caracteriza por prácticas operatorias y discursivas en las que se generan objetos intensivos representados de manera simbólica-literal y se opera con ellos para obtener expresiones equivalentes. En tareas funcionales se reconoce la generalidad, expresada en lenguaje simbólico-literal y se opera con las variables para obtener formas canónicas de expresión.

Utilización del RAE: contextos y límites

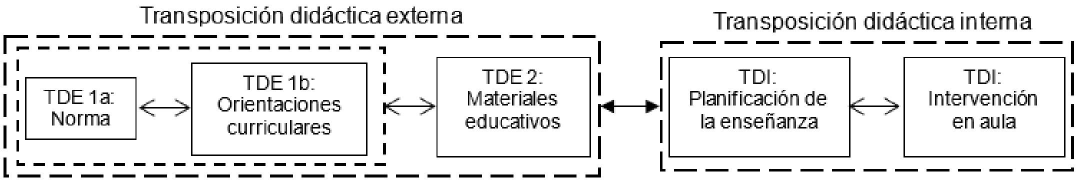
El modelo RAE se ha empleado con distintas finalidades. Una primera aplicación se refiere a los conocimientos didáctico-matemáticos en relación al RAE del profesorado de Educación Primaria (Godino et al. 2014, 2015b; Tian et al., 2020). Una segunda aplicación del modelo RAE ha permitido identificar la actividad algebraica llevada a cabo por estudiantes en tareas matemáticas (Godino et al., 2017; Burgos y Godino, 2019; Gaita y Wilhelmi, 2019). Además, el modelo RAE también se ha empleado para analizar tareas presentes en libros de texto (Aké et al., 2013; Castro et al., 2017).

En resumen, la determinación de los niveles (*dimensión epistémica*) según la etapa educativa de referencia ha permitido tanto el análisis de respuestas de estudiantes (*dimensión cognitiva*) como la valoración de libros de texto (*dimensión ecológica*). Estos aportes teóricos y empíricos, permiten sentar las bases de programas formativos potenciales, pero no se han elaborado todavía itinerarios globales de pensamiento algebraico desde los 6 hasta los 17 años (Carraher y Schliemann, 2019) y tampoco se han estudiado las implicancias del RAE en el diseño curricular (Godino y Burgos, 2017).

Las investigaciones empíricas descritas más arriba tienen un carácter *microdidáctico*, donde la muestra son grupos de estudiantes o libros de texto, mientras que el análisis curricular tiene un carácter *macrodidáctico*, cuyo objetivo es la valoración de currículos, basada en la coherencia entre el *significado de referencia*, en un determinado contexto educativo, y el *significado pretendido* (que se concreta en los documentos oficiales). Con otras palabras, este trabajo se centra en la valoración de la primera fase de la *transposición didáctica externa* (figura 2).

Figura 2.

Transposición didáctica externa (TDE) e interna (TDI)



Currículo básico general (CBG)

La descripción de una pauta general de análisis del currículo parte de las siguientes premisas:

El currículo debe responder a las condiciones (posibilidades y restricciones) del sistema educativo. No hay pues "buenos" y "malos" currículos, sino currículos "bien o mal adaptados" al sistema educativo para el que son concebidos. Así, una clasificación en niveles para los currículos se debe referir tanto a su desarrollo normativo y orientaciones de aplicación como a las posibilidades efectivas de mejora.

El currículo prevé la mejora del sistema educativo. Para ello, asume aspectos en las distintas dimensiones (epistémica, ecológica, instruccional, mediacional, cognitiva y afectiva) que han sido fundamentados teóricamente y contrastados empíricamente y que, por lo tanto, son aceptados como pertinentes por las comunidades educadora y científica.

Se establece primero un *currículo básico general* (CBG), que articula aspectos generales aceptados internacionalmente para cada una de las seis dimensiones asociadas a los procesos de enseñanza y aprendizaje.

El CBG sienta las bases del currículo en un momento dado. Por ejemplo, hace aproximadamente dos décadas, se extendió la norma de que los currículos debían indicar la necesidad de introducir medios tecnológicos en la enseñanza. Antes, la calculadora fue introducida como una herramienta en la resolución de problemas, dejando de lado el uso de tablas trigonométricas y logarítmicas y cuestionando después, por ejemplo, la pertinencia de la enseñanza del algoritmo de la raíz cuadrada.

En la actualidad todos los currículos hacen mención expresa a la pertinencia e interés del uso de la tecnología en la enseñanza y, por lo tanto, la dimensión mediacional del CBG incluye el descriptor "uso de la tecnología", que obliga a su inclusión en los procesos de estudio efectivos. A continuación, se indican algunos aspectos referidos a todas las dimensiones que sientan las bases consensuadas internacionalmente del CBG.

Dimensión epistémica. Los objetivos y contenidos se vinculan a la resolución de problemas, al análisis de situaciones, a la determinación de conexiones matemáticas, al desarrollo de la competencia matemática, al logro de resultados de aprendizaje, a la necesidad de comunicar, discutir, conjeturar, experimentar, etc. En resumen, se ha superado el mero listado de contenidos ("saber") y se incide en el uso de las matemáticas en contexto ("saber-hacer").

Dimensión ecológica. En el desarrollo del currículo se tienen en cuenta las condiciones socioeducativas. Así, dado que un país puede ser una "unidad" excesivamente grande para hacer esta aproximación contextual, es ahora usual que las administraciones públicas den orientaciones específicas y diferenciadas según regiones del territorio con el fin de "adecuar el modo de aprendizaje al contexto", pero asimismo dando orientaciones que preserven el mismo objetivo formativo (*principio de equidad*).

Dimensión instruccional. Los procesos de enseñanza y aprendizaje deben contemplar momentos de trabajo autónomo de los estudiantes, de exploración individual o de interacción en grupo. Metodologías como "aprendizaje basado en problemas (ABP)", "aprendizaje colaborativo" o "clase invertida" son ejemplos de gestión de los procesos educativos que dan mayor protagonismo a los estudiantes. Estas formas de organización buscan "equilibrar" la responsabilidad docente-estudiantes en el logro de objetivos y, así, rechazar la exposición magistral como único método de enseñanza.

Dimensión mediacional. En relación con los medios materiales y temporales, además de la introducción de medios tecnológicos en la enseñanza (calculadoras científicas y graficadoras, hojas de cálculo, programas de geometría dinámica, etc.), se estima que el tiempo no se debe destinar mayoritariamente a la aplicación de algoritmos y técnicas estereotipadas, sino a la resolución de problemas. Además, se privilegian "las matemáticas de las cosas", como una forma de matematizar la realidad y establecer modelos simplificados para su estudio.

Dimensión cognitiva. Se incide en las etapas del desarrollo cognitivo y en el carácter no lineal de los aprendizajes (hecho que motiva, por ejemplo, el *currículo en espiral*). Así, se fomenta un aprendizaje significativo, autónomo y útil (resolución de problemas de la vida real). La adquisición de conocimiento se estructura en niveles de logro del estudiante y se incide en la necesidad de atención a la diversidad mediante una educación inclusiva, que atienda el nivel individual de los estudiantes.

Dimensión afectiva. La motivación de los estudiantes es un aspecto clave en el aprendizaje. Por ello, se debe trabajar desde sus centros de interés, atendiendo a las condiciones de su vida cotidiana y a su situación vital. Los sistemas incorporan planes de tutoría, que contemplan la figura del docente-tutor, cuyo cometido no es la enseñanza de ámbitos específicos, sino la atención a la diversidad personal y social de los estudiantes y la inclusión de todos en un proyecto educativo compartido (el sentimiento de integración y de formar parte de un grupo como motor del aprendizaje). Es decir, se resalta la importancia de la dimensión social en el aprendizaje, sin obviar la autonomía personal y la autoestima de los estudiantes.

Valoración de currículos

Se establecen tres niveles de idoneidad curricular: básica, estándar y alta. Estos niveles son "expansivos", es decir, los niveles de mayor desarrollo curricular incorporan los aspectos propios de los niveles previos. Los niveles no son universales, sino contextuales. La descripción sintética de los niveles es:

Idoneidad curricular básica. La norma y sus orientaciones de desarrollo incorporan el CBG de forma efectiva y consistente.

Idoneidad curricular estándar. La norma y sus orientaciones amplían el CBG mediante la incorporación de aspectos más novedosos de forma efectiva y consistente que aparecen recogidos ya en currículos de contextos equiparables y sobre los que se tiene un cierto grado de confianza en su eficacia.

Idoneidad curricular alta. Se proponen soluciones innovadoras a problemas o disfunciones de los currículos estándar y que no son todavía objeto de réplica en otros currículos o, incluso, en contextos equiparables.

A continuación, se dan algunos lineamientos generales de los niveles de idoneidad curricular (NIC) en el desarrollo del RAE (NIC-RAE). Este análisis se realiza en función de las distintas dimensiones en la transposición didáctica externa TDE 1, vinculada al currículo oficial.

La dimensión epistémico-ecológica se concreta en el currículo mediante la identificación de contenidos, objetivos, criterios de evaluación, competencias, etc., relativos a las nociones, procesos y significados matemáticos que se deben alcanzar en las distintas etapas educativas.

La dimensión cognitiva se concreta en el currículo mediante la identificación de resultados de aprendizaje, desempeños, capacidades, habilidades, etc., relativos a la actividad matemática del sujeto que aprende según la etapa educativa.

La dimensión interaccional-mediacional se concreta en el currículo mediante orientaciones pedagógicas generales para la docencia de todas las materias y que orientan sobre la organización de la docencia, así como desarrollos, guías y ejemplos para la planificación, diseño, puesta en marcha y valoración de procesos de estudio específicos *(dimensión interaccional),* que incluyen indicaciones expresas sobre el uso de los recursos materiales en el tiempo comunes a todas las materias o específicos para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas *(dimensión mediacional).*

Además, el currículo suele incluir orientaciones generales en relación con la dimensión afectiva, que influye tanto en la adquisición de aprendizajes como en el desarrollo psico-social del individuo. Sin embargo, los currículos no suelen introducir aspectos afectivos específicos como la ansiedad matemática o las actitudes hacia las matemáticas y, en general, hacia la ciencia (Lasa et al., 2022). Además, en los currículos las dimensiones cognitiva, interaccional y mediacional quedan subsumidas en la dimensión epistémico-ecológica, en el siguiente sentido: por un lado, la dimensión cognitiva descrita en términos de “resultados de aprendizaje”, “desempeños” o “capacidades” que deben alcanzar los estudiantes se vincula a los descriptores propios de la dimensión epistémico-ecológica; por otro lado, la dimensión interaccional, además de ciertas orientaciones pedagógicas generales para el conjunto de las asignaturas, se concreta en información sobre criterios de evaluación o sobre capacidades que habrá que observar en el alumnado. Así, de forma indirecta, se orienta cómo utilizar el tiempo para incidir en ciertos aprendizajes o capacidades en detrimento de otros.

Por ello, como una primera aproximación, es conveniente realizar una descripción únicamente de la dimensión epistémico-ecológica de los niveles NIC-RAE. Como ya se ha indicado, esta descripción se realiza mediante un criterio de "incremento", es decir, el currículo estándar incluye los descriptores del básico y los del alto los del estándar. A continuación, se da una breve descripción de los niveles para el tercer ciclo de Educación Primaria (10-12 años).

NIC-RAE básico. Se desarrollan, fundamentalmente, los niveles 0 y 1, es decir, hasta un nivel incipiente de algebrización. El sentido numérico es predominante en la actividad y el progreso en la adquisición de ciertos procesos de generalización se basa en el análisis de clases de problemas concretos, en el uso sistemático de tablas o en la inducción empírica. Asimismo, el manejo de las primeras fórmulas, por ejemplo, en el cálculo de áreas de figuras planas o el recuento de casos en problemas combinatorios sencillos, permiten progresar en la identificación de objetos intensivos, en general descritos de forma verbal. Asimismo, se proponen "pseudo-ecuaciones" mediante valores ocultos en operaciones aritméticas; por ejemplo: ¿qué número hay que poner en el cuadrado para que se cumpla la igualdad: □+5=12?

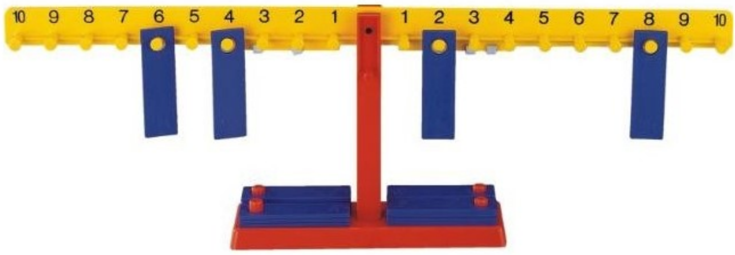
NIC-RAE estándar. Se resuelven proto-ecuaciones en la búsqueda de "valores faltantes" o "números ocultos", mediante juegos con balanzas aritméticas o en la resolución de sistemas de objetos donde es preciso determinar valores asociados (p. ej., peso o precio) (figura 3).

NIC-RAE alto. Se sistematiza el uso de tablas y, vinculada a ellas, se formulan generalizaciones de propiedades de los números o se realizan representaciones gráficas que resumen la información principal. Asimismo, se introducen software dinámico para analizar patrones e identificación de clases.

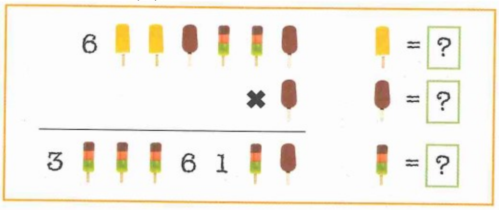
Figura 3.

Formulación de ecuaciones en Educación Primaria

(a) Balanza aritmética



(b) Números ocultos



(c) Sistema de valores

A modo de conclusión: hacia una pauta de análisis de currículos

Una pauta de análisis debe permitir valorar distintos currículos y, por tanto, disponer de herramientas para su comparación. Estos currículos pueden estar emitidos por una misma administración educativa (valoración longitudinal del currículo) o por diversas administraciones (valoración transversal del currículo). Esta versatilidad de la pauta de análisis para la valoración longitudinal y transversal tiene interés tanto teórico, para la didáctica de las matemáticas, como práctico o profesional, para el desarrollo de la competencia profesional en la formación inicial y continua del profesorado.

Los aspectos relativos a las distintas dimensiones deben ser concretados y desarrollados en relación con el RAE para los distintos niveles educativos y la interconexión entre ellos. La concreción debe aportar información y orientación sobre las medidas específicas que permitirán alcanzar los objetivos en cada una de las dimensiones. El desarrollo persigue la pertinencia del currículo al contexto, que debe permitir la determinación paulatina de modelos mejor adaptados a las condiciones de los sistemas educativos y que contribuyan a explotar sus fortalezas y limitar el impacto de sus debilidades. Se debe pues orientar los esfuerzos en el desarrollo del currículo hacia el logro de la máxima "idoneidad" y de pautas objetivas que permitan una estrategia para la mejora continua. El debate queda abierto.

Referencias

Aké, L., Godino, J. D., y Gonzato, M. (2013). Contenidos y actividades algebraicas en Educación Primaria. UNIÓN, 33, 39-52. https://union.fespm.es/index.php/UNION/issue/view/40/39

Burgos, M., y Godino, J.D. (2019). Emergencia de razonamiento pre-algebraico en tareas de proporcionalidad en estudiantes de primaria. *Educación Matemática*, *31*(3), 117-150, https://doi.org/10.24844/em3103.05

Carraher, D.W., Martínez, M., y Schliemann, A.D. (2008). Early algebra and mathematical generalization. *ZDM*, *40*, 3-22.

Carraher, D., y Schliemann, A. D. (2019). Early algebraic thinking and the US mathematics standards for grades K to 5. *Infancia y aprendizaje,* *42*(3), 479-522, https://doi.org/10.1080/02103702.2019.1638570

Castro, W. F., Martínez, J. D., y Pino-Fan, L. (2017). Niveles de algebrización de la actividad matemática escolar: análisis de libros de texto. *REDIMAT*, *6*(2), 164-191. https://doi.org/10.17583/redimat.2017.1981

Cowan, P. (2006). *Teaching Mathematics*. Routledge.

Gaita, C., Wilhelmi, M.R: (2019). Desarrollo del Razonamiento Algebraico Elemental mediante Tareas de Recuento con Patrones. *BOLEMA*, *33*(63), 269-289. https://doi.org/10.1590/1980-4415v33n63a13

Godino, J. D. (2022). Emergencia, estado actual y perspectivas del enfoque ontosemiótico en educación matemática. *REVIEM*, *2*(2), p. 1-24 - e202201. https://doi.org/10.54541/reviem.v2i2.25

Godino, J. D., Aké, L., Gonzato, M., Wilhelmi, M. R. (2014). Niveles de algebrización de la actividad matemática escolar. Implicaciones para la formación de maestros. *Enseñanza de las Ciencias*, *32*(1), 199-219. http://dx.doi.org/10.5565/rev/ensciencias.965

Godino, J. D., Bencomo, D., Font, V., y Wilhelmi, M. R. (2006). Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. *Paradigma*, *XXVII*(2), 221-252. https://n9.cl/tbry47

Godino, J. D., Beltrán-Pellicer, P., Burgos, M., Giacomone, B. (2017). Significados pragmáticos y configuraciones ontosemióticas en el estudio de la proporcionalidad. En J. M. Contreras et al. (Eds.), *Actas del II CIVEOS*, http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html

Godino, J. D., y Burgos, M. (2017). Perspectiva ontosemiótica del razonamiento algebraico escolar. En J.M. Muñoz-Escolano et al. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXI* (pp. 49-66). Zaragoza: SEIEM. https://dialnet.unirioja.es/servlet/libro?codigo=705555

Godino, J. D., Neto, T., Wilhelmi, M. R. et al. (2015a). Niveles de algebrización de las prácticas matemáticas escolares. Articulación de las perspectivas ontosemiótica y antropológica. Avances de Investigación en Educación Matemática, 8, 117-142. https://doi.org/10.35763/aiem.v1i8.105

Godino, J. D., Wilhelmi, M. R. et al. (2015b). Evaluación de conocimientos didáctico - matemáticos sobre razonamiento algebraico elemental de futuros maestros. *Revista de Educación*, *370*, 199-228. https://doi.org/10.4438/1988-592X-RE-2015-370-303

Lasa, A., Iribas, A., Belletich, O., Wilhelmi, M. R. (2022). Teacher Degree Students Attitudes Towards STEM Activities in two Spanish Universities. *U. Porto Journal of Engineering*, *8*(1), 34-50. https://doi.org/10.24840/2183-6493_008.001_0005

Kaput, J. J. (2008). What Is Algebra? What Is Algebraic Reasoning? In J. J. Kaput, D. W. Carraher, and M. L. Blanton, *Algebra in the Early Grades*, pp. 5-17. Routledge. https://doi.org/10.4324/9781315097435

Kieran, C., Pang, JS., Schifter, D., and Ng, S. F. (2016). *Early Algebra*. Springer-Verlag.

Tian, G., Giacomone, B., Godino, J. D. (2020). In Service Teacher's Didactic-Mathematical Knowledge on Elementary Algebraic Reasoning. The Case of the Shanxi Province of China. *Acta Scientiae*, *22*(1), 38-60.

Wilhelmi, M. R. (2017). Proporcionalidad en Educación Primaria y Secundaria. En J. M. Contreras et al. (Eds.), *Actas del II Congreso International Virtual sobre el EOS*, http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos/wilhelmi.pdf

Sujeito em (de)formação?: uma visita às subjetividades de um estudante indisciplinado

Subject in (de)formation?: a visit to the subjectivities of an undisciplined student

¿Sujeto en (de)formación?: una visita a las subjetividades de un estudiante indisciplinado

Anthonny Ewerton Marinho de Vasconcelos[1147]
UFPE
0000-0001-6626-7355

Simone Moura Queiroz[1148]
UFPE
0000-0002-3878-4619

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Aspectos teóricos e conceituais da Educação Matemática

Resumo

Se há uma característica que nos faz seres humanos é a diferença. Não há dois iguais e, portanto, não há uma forma que universalize as subjetividades. Ainda assim, no ambiente de sala de aula, alguns estudantes são vistos como sujeitos "deformados" (possíveis de formação), sujeitos indisciplinados. Nessa perspectiva, podemos nos questionar sobre quais as linhas de força que transpassam as subjetividades de um estudante indisciplinado dentro do dispositivo escola. Ancorados nas discussões de Deleuze (1990, 1994), transitamos por um plano de imanência próprio da Filosofia da Diferença (Foucault, 1994, 1996; Queiroz, 2014, 2021; Rolnik, 1993; Silva, 2014, 2015) para guiar nossas reflexões. Advogamos com a ideia de que tais reflexões muito têm a contribuir para a Educação Matemática, pois fornecem novas lentes para enxergar dificuldades e novos mecanismos para obter soluções. Com o objetivo de apresentar discussões acerca de algumas das subjetividades de um estudante indisciplinado do 6° ano do ensino fundamental, utilizamos mapas narrativos para cartografar esse sujeito. Verificamos que, agenciado e transpassado por uma estrutura (física e atitudinal) da sala de aula que não o agrada, o estudante replica comportamentos inadequados que comprometem a qualidade do processo de ensino e aprendizagem.

Palavras-chave: Filosofia da Diferença, Educação Matemática, Cartografia, Mapas narrativos.

Abstract

If there is one characteristic that makes us human, it is difference. No two are alike and, therefore, there is no way to universalize subjectivities. Even so, in the classroom environment, some students are seen as "deformed" subjects (possible training), undisciplined subjects. From this perspective, we can question ourselves about which lines of force cross the subjectivities

[1147] anthonnyemarinho@gmail.com
[1148] simone.mqueiroz@ufpe.br

of an undisciplined student within the school device. Anchored in the discussions by Deleuze (1990, 1994), we move through a plane of immanence typical of the Philosophy of Difference (Foucault, 1994, 1996; Queiroz, 2014, 2021; Rolnik, 1993; Silva, 2014, 2015) to guide our reflections. We advocate with the idea that such reflections have much to contribute to Mathematics Education, as they provide new lenses to see difficulties and new mechanisms to obtain solutions. In order to present discussions about some of the subjectivities of an undisciplined student in the 6th year of elementary school, we used narrative maps to cartography this student. We verified that, brokered and crossed by a structure (physical and attitudinal) of the classroom that does not please him, the student replicates inappropriate behaviors that compromise the quality of the teaching and learning process.

Keywords: Philosophy of Difference, Mathematics Education, Cartography, Narrative Maps.

Resumen

Si hay una característica que nos hace humanos, es la diferencia. No hay dos iguales y, por tanto, no hay forma de universalizar las subjetividades. Aún así, en el ambiente del aula, algunos estudiantes son vistos como sujetos "deformados" (formación posible), sujetos indisciplinados. Desde esta perspectiva, podemos interrogarnos sobre qué líneas de fuerza atraviesan las subjetividades de un alumno indisciplinado dentro del dispositivo escolar. Anclados en las discusiones de Deleuze (1990, 1994), transitamos por un plano de inmanencia propio de la Filosofía de la Diferencia (Foucault, 1994, 1996; Queiroz, 2014, 2021; Rolnik, 1993; Silva, 2014, 2015) para orientar nuestras reflexiones. Abogamos con la idea de que tales reflexiones tienen mucho que aportar a la Educación Matemática, ya que aportan nuevos lentes para ver las dificultades y nuevos mecanismos para obtener soluciones. Para presentar discusiones sobre algunas de las subjetividades de un estudiante indisciplinado en el 6º año de la escuela primaria, utilizamos mapas narrativos para mapear este tema. Comprobamos que, mediado y atravesado por una estructura (física y actitudinal) del aula que no le agrada, el alumno replica conductas inapropiadas que comprometen la calidad del proceso de enseñanza y aprendizaje.

Palabras clave: Filosofía de la Diferencia, Educación Matemática, Cartografía, Mapas Narrativos.

De onde partimos e por onde desejamos passar

Os processos de ensino e aprendizagem da matemática são fontes de múltiplas pesquisas, uma vez que o conhecimento e as dimensões outras dos estudantes (que vão além da cognição) vem instigando um repensar o ensino. Com isso, a Educação Matemática avança. Mas, ainda buscamos novas soluções. E para novas soluções, é preciso novos olhares.

A filosofia é um campo decisivo para se pensar a Educação Matemática, pois compreende elementos que muito contribuem para repensar sobre os objetivos e a qualidade do processo de ensino e de aprendizagem. A matemática não envolve apenas elementos da cognição, mas contém também a dimensão subjetiva (afetiva, espiritual e social) e, por isso, envolve relações de poder[1149].

O filósofo Foucault (1996) rememora em *A ordem do discurso* um velho princípio grego: “[...] que a aritmética pode bem ser o assunto das cidades democráticas, pois ela ensina as relações de igualdade, mas a geometria deve ser ensinada nas oligarquias, pois demonstra as proporções na desigualdade” (Foucault, 1996, p. 18). Tal princípio serve de alegoria para refletirmos que não dá para pensar a Educação Matemática, em sua totalidade, sem considerar as indagações próprias da filosofia.

Assim, artefatos conceituais da filosofia são instrumentalizados pela Educação Matemática, evidenciando a natureza de indissociabilidade entre as diferentes áreas do conhecimento. Adotamos aqui o conceito de diferença presente nos trabalhos de Gilles Deleuze, um *oceano de dessemelhança* (Schöpke, 1999), constituindo a assim chamada Filosofia da Diferença.

Imersos em dispositivos de poder (Deleuze, 1990), como a escola, os sujeitos são

constantemente agenciados, subjetivados e transpassados por linhas de força, o que pode desencadear movimentos de desterritorialização (Deleuze, 1990, 1994). Em algumas circunstâncias, os territórios existenciais dos estudantes são como a lendária Atlântida, afundados sob profundezas aparentemente inalcançáveis. Trata-se de um sujeito que parece não ser afetado (mas é) e que, sem dúvida, é capaz de afetar: o estudante indisciplinado. Mas, por estudante indisciplinado, não nos referimos, de forma simplista, a um sujeito sem disciplina, que não siga rigidamente as regras impostas pela instituição escolar. Entendemos o estudante indisciplinado como um sujeito inquieto, desterritorializado da sala de aula, com baixíssimo nível de motivação intrínseca para aprender e um engajamento insatisfatório com as atividades pedagógicas, afetando diretamente o desempenho individual e coletivo.

E essa é a premissa desta pesquisa: interessados em saber quais as linhas de força que transpassam as subjetividades de um estudante indisciplinado dentro do dispositivo escola, pretendemos com este trabalho apresentar discussões acerca de algumas das subjetividades de um estudante indisciplinado do 6° ano do ensino fundamental. Levar em consideração a Diferença (na perspectiva da filosofia deleuziana) pode contribuir para a tomada de decisões pelos sistemas de ensino, escolas e professores, que conduzam uma prática educativa que favoreça a qualidade do processo de ensino e aprendizagem. Este trabalho emerge das

[1149] Deleuze, 1990; Foucault, 1994.

provocações e sementes lançadas durante uma disciplina cursada no mestrado, configurando-se como uma pesquisa independente e integralmente apresentada neste texto. Mas essas sementes apenas germinaram por encontrar um terreno fértil.

Embora o conceito de indisciplina, como definida neste trabalho, possa reverberar nas aulas de qualquer componente curricular, ele foi alicerçado sobre uma tríade muito específica: pensada por um professor que ensina matemática, a respeito de um estudante com dificuldade em matemática e sobre metodologias que eram sementes que germinavam em um terreno (quase) sempre infértil. Embora todo e qualquer professor possa extrair boas reflexões dessa discussão, é com o professor que ensina matemática que queremos dialogar. Antecedendo a boa semente (que são as diversas metodologias que a Educação Matemática tem se empenhando em aprimorar), precisamos pensar no terreno que é a subjetividade do estudante, pois é nessa região que podemos encontrar respostas para a infertilidade. E preparar esse terreno. E então lançar as boas sementes.

Entrelaçando os ramos do ninho: mergulhando na diferença

A relação da humanidade com o conceito de diferença, como um todo, sofreu muitas variações. Partimos de uma perspectiva na qual todos os sujeitos deveriam ser iguais, em corpo e em espírito (e os que não fossem seriam penalizados por isso), para outra perspectiva, em que os sujeitos são reconhecidamente diferentes e recebem assistência equitativa em relação às suas singularidades, a exemplo da Lei Federal n° 13.146/2015 (Lei Brasileira de Inclusão) e das ações afirmativas. Mas, ainda há um longo caminho a trilhar. E muito a se explorar quando adentramos pela concepção deleuziana de diferença. A própria quebra de ordem em um sistema, como um imprevisto que muda os nossos planos, costuma gerar aflição, mas ela também faz parte da diferença. E esse é o estado natural das coisas. O princípio da natureza é a Diferença, em que não há uma folha igual a outra, por exemplo (Schöpke, 1999).

Pensemos então o processo para além do planejamento (que é muito importante), porém também pela ótica da sua efemeridade, pois tudo muda o tempo inteiro: as ideias, os planos e, também, os sujeitos. Neste ínterim, a cartografia é vista como uma possibilidade de refletir sobre o espaço escolar a partir da diferença.

Discorramos sobre a seguinte metáfora para apresentar a ideia de cartografia: Observei um ninho com calma, mapeando sua estrutura. Desconectei-me, mas o ninho permaneceu lá. No dia seguinte fui surpreendido, pois embora fosse o mesmo ninho, o ninho já não era mais o mesmo. Havia uma nova configuração, era necessário um novo mapa. Esse rizoma que circunscreve o ninho serve de analogia para o trabalho do cartógrafo.

Se eu fotografo o ninho, obtenho um registro estático. Se eu sobreponho múltiplas fotografias desse ninho, obtenho um registro dinâmico, um diagrama, tal como as antigas técnicas de animação do cinema. Assim como os estúdios construíam animações, o cartógrafo busca construir diagramas por meio da superposição de mapas da subjetividade. Portanto, "Na cartografia busca-se mapear o que está em movimento [...] sendo visto apenas *naquele instante*, não esgotando o que se é perceptível, nem se chegando a um fim estático, pois o observável está em constante movimento". (Queiroz, 2014, p. 2, grifo da autora). Queiroz (2014) desenha o rizoma como um sistema dinâmico, uma teia autônoma e independente da ação do sujeito. Ao conectar-se a essa teia dá-se o início e ao desconectar-se dela chega-se ao fim. Mas ela já existia antes do início e continuará a existir após o fim.

Aqui, o processo não é tornar-se, é o estar se tornando, em gerúndio contínuo e ininterrupto. Por isso, neste plano de imanência, não falaremos em formação, seja ela qual for. Ao invés disso, adotaremos o termo transformação, por subentender um processo em que a mudança é a característica dominante. O nosso processo de construção se dá "[...] em meio a uma sucessão de regras que tem o objetivo de nos definir. Todo um mapa que sustenta uma ideia de educação. Por conta destas regras precisamos de resoluções que nos afastem de nós mesmos". (Tártaro, 2015, p. 170). Alguns sujeitos autônomos não conseguem se afastar de si mesmos. Resistem. E em algumas situações, é sim preciso resistir, e "[...] para se resistir, é preciso saber o que o atinge, quais as suas marcas, que desejos o impulsionam". (Queiroz, 2021, p. 9). É por isso que "[...] o sujeito autônomo, livre, só aceita as forças que ele deseja. Assim, as subjetivações são auto afetações que ele deixa passar, as que ele não deixa ele verga, rejeita". (Silva, 2015, p. 175)

Na escola, alguns dos estudantes não se submetem a essas regras, essas tentativas de os definir e os afastar de si mesmos. Há muitas razões para isso ocorrer, por isso as pesquisas em Educação são tão amplas e diversificadas. Aqui, vamos pensar sobre o nosso estudante indisciplinado. Há neste subconjunto, também, várias causas para tal postura: desmotivação, problemas socioeconômicos, rebeldia, resistência ao modelo imposto, etc. Nesta pesquisa, buscamos conhecer algumas das subjetividades de um estudante indisciplinado, a fim de poder refletir melhor sobre essas causas.

Adentrando entre os ramos do ninho: um cartógrafo em cena

Agenciados pela questão desta pesquisa, cartografamos um estudante do 6° ano do ensino fundamental de uma escola pública do agreste do Estado de Pernambuco, no Brasil. Pelo fato de um dos pesquisadores já ter lecionado nessa escola, um estudante havia o capturado e, por isso, foi selecionado. Todavia, ao chegar na escola, ele não estava presente. Entretanto, havia uma carta na manga e outro sujeito foi escolhido. Embora tenha sido o Plano B, essa escolha seguiu os mesmos critérios adotados para a primeira: se enquadrar no perfil de estudante indisciplinado, no sentido que temos explorado tal conceito neste trabalho, e apresentar amplas dificuldades com a matemática, que não pareciam mudar ainda que outras metodologias fossem aplicadas *pensando nestas dificuldades em matemática*. Para garantir o anonimato, iremos nos referir a esse sujeito como Chaplin.

Como instrumento, utilizamos **mapas narrativos**, que são entendidos "[...] como uma fala através dos desenhos" (Silva, 2014, p. 77) e são "[...] uma forma de encaminhar uma conversa, de disparar uma entrevista outra (não aquela que o entrevistador quer, com 'respostas' que ele quer ouvir) e de checar os dados com a narrativa. A combinação desenho-narrativa é um mapa". (Bovo, 2011, p. 19). O estudante fez dois desenhos: 1. Como ele enxerga a sala de aula e 2. Como ele queria que fosse a sala de aula. Os fez nessa ordem e, ao fazer o primeiro, não tinha conhecimento de que haveria um segundo. Com o suporte de um gravador de voz, registramos também um diálogo com o estudante, que foi conduzido por um dos pesquisadores durante a confecção dos desenhos. O comportamento do estudante também foi considerado para fins da descrição dos resultados, tais como o tom da voz utilizado e o nível de inquietação em cada momento, por ter se mostrado elemento interessante e conjugado ao que estava sendo expresso. A escola disponibilizou uma sala calma e reservada para a realização da pesquisa.

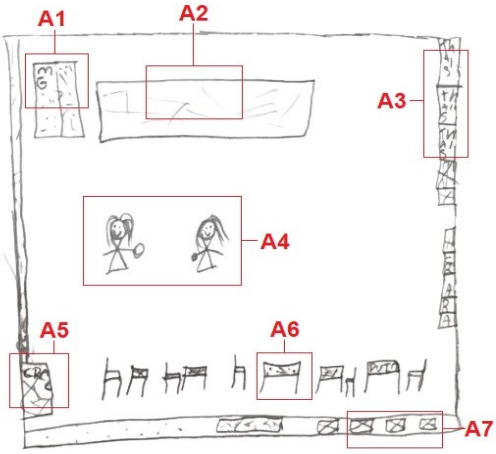
Desentrelaçando os ramos do ninho: a cartografia

Algum tempo após Chaplin iniciar o primeiro desenho, uma aflição perpassou o pesquisador em ação. O estudante representava apenas elementos físicos da sala de aula (1. Como ele enxerga a sala de aula). Talvez a pergunta tivesse sido mal elaborada, pois o sujeito fazia uma interpretação extremamente literal do verbo "enxergar": é como se estivesse compondo uma fotografia do ambiente e nada mais. Porém, não era o fim. As nuances das suas subjetividades logo começaram a surgir, pois, incrivelmente, era a arquitetura e disposição do lugar que mais falavam sobre a relação de Chaplin com a sala de aula (traço nunca observado pelo pesquisador enquanto professor de Chaplin). Logo, o pesquisador redirecionou sua atenção e eventuais questionamentos a esses elementos, mas ainda interessado nas mesmas questões, pois “[...] com um choque de uma leitura, de um encontro, de uma palavra, podemos mudar completamente nosso mundo, então aquela construção podemos abandonar e começar outra”. (Queiroz, 2021, p. 3).

Em cada desenho, destacamos alguns elementos e utilizamos legendas (A1, A2, ..., A7 para o primeiro desenho e B1, B2, ..., B7 para o segundo desenho), a fim de facilitar a descrição realizada.

Figura 1.

Primeiro mapa narrativo: como você enxerga a sala de aula?



No início, Chaplin instrumentalizou uma borracha como uma régua, para construir linhas retas. Entretanto, após algum tempo, pareceu ficar impaciente e abandonou esse artifício, fazendo tudo munido da própria coordenação motora. Ao fazer o primeiro desenho, Chaplin estava mais agitado e falava alto, de certa forma, refletindo a representação caótica que estava fazendo da sala de aula. Sempre reclamava da estrutura física do ambiente: o quadro manchado (A2); as janelas (A3), carteiras (A6), porta (A5) e armário (A1) riscados com nomes de estudantes, corretivo e palavras obscenas.

Pesquisador: Essas letras aí são quais? (apontando para duas letras escritas no desenho do armário) (A1)
Chaplin: GM
Pesquisador: Você sabe o que significa?
Chaplin: É a gameleira.

Trata-se de um bairro próximo à escola do qual boa parte dos estudantes é oriunda. Esse bairro tem um histórico de problemas sociais e de violência. Chaplin representou também um episódio no qual “os meninos da tarde” (Chaplin fez referência aos estudantes da turma do turno da tarde lotados na mesma sala que ele) fizeram um X no meio dos cartazes de um trabalho colado na parede (A7), que precisou ser refeito. Ao ser questionado sobre o que a professora falou sobre tal fato, Chaplin disse que ela não foi informada. Eles substituíram os trabalhos e não a disseram nada.

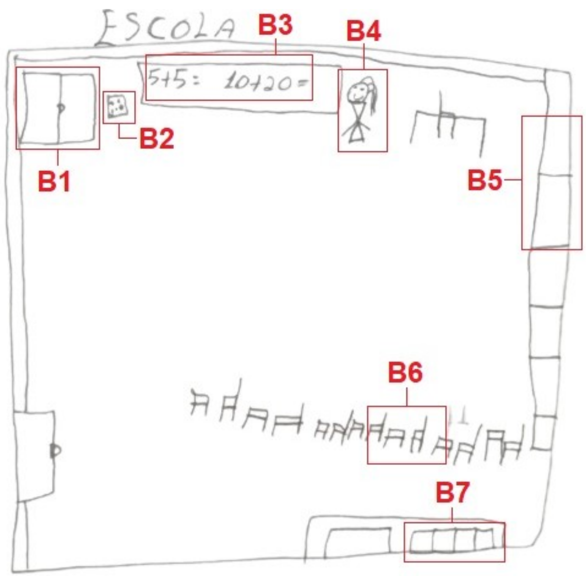
Ao concluir o desenho, não havia a representação de nenhum sujeito. O pesquisador questionou se Chaplin teria a necessidade de representar pessoas também ou se o que tinha feito já era o suficiente e, num reflexo automático, Chaplin voltou ao desenho e representou colegas jogando bolinha de papel (A4), na ausência da professora (que não está representada no desenho).

Chaplin: Assim, eu não desenhei a professora porque *a gente* bagunça só quando a professora sai.
Pesquisador: Entendi. E quando ela volta?
Chaplin: Aí a gente senta. Vou colocar *a gente*, porque eu 'tô' junto.

Chaplin expressou que o caos que persistia na sala de aula o atrapalhava, embora assumisse ser ele, também, agente dessa agitação.

Figura 2.

Segundo mapa narrativo: como você queria que fosse a sala de aula?



Ao fazer o segundo desenho, as coisas foram bem diferentes. Chaplin estava nitidamente mais tranquilo (perceptível pela sua linguagem corporal e expressões faciais) e falava tão baixo e serenamente que alguns trechos da gravação ficaram inaudíveis. Mais uma vez refletia o que ele próprio representava no desenho: o mesmo ambiente (assim como ele também era o mesmo), todavia agora mais calmo. Também mais limpo (B5), organizado e com mais recursos, como um armário maior (B1).

Chaplin: Podia ser mais grande [o armário], pra gente poder botar a bolsa dentro, as coisas que a gente traz de casa, pra não precisar ficar botando peso na bolsa.
Pesquisador: Entendi. O que tem hoje, ele é pequeno?
Chaplin: É [...] E debaixo das bancas (B6) podia ter assim, ter um... tipo um cantinho pra gente guardar as coisas, pra não ficar espalhado em cima da mesa.
Chaplin: Um quadro limpinho (B3). Os papeis que a gente botou podiam estar assim (B7) (referindo-se ao já mencionado trabalho com os cartazes)

Ao mencionar mais uma vez o episódio dos cartazes, Chaplin comunica como aquela situação inscreveu marcas nele. E isso se tornou ainda mais difícil pois os estudantes optaram por lidar sozinhos com o problema, ao invés de buscar ajuda da professora, mas ele não parecia ter consciência disso.

Pesquisador: E o que você achou deles terem feito isso? [riscar os cartazes]
Chaplin: Foi ruim, 'né'. Porque a gente demorou, 'foi' 2 aulas para fazer o trabalho.

Segue que "[...] enquanto estamos vivos, continuam se fazendo marcas em nosso corpo" (Rolnik, 1993, p. 2), e essas marcas podem ressignificar a relação do sujeito com a sala de aula e com os objetivos associados a ela.

Chaplin representou um lixeiro dessa vez (B2), o que não fez no primeiro desenho, elemento associado à organização e limpeza. Dessa vez, havia também a presença de uma professora (B4). Considerando que Chaplin afirmou que na presença desta eles mantinham a "ordem", ainda que isso não seja verdade, reforça ao menos figurativamente aquilo que o sujeito acredita: esse segundo ambiente é de tranquilidade, enquanto o primeiro é de caos. Chaplin parece tentar externalizar exatamente isso, que enxerga a sala de aula a partir de representações opostas, por meio, especialmente, da sua configuração física. Prefere a representação mais calma, embora se adapte muito bem à representação caótica. Chaplin afirmou explicitamente que teria mais interesse por estudar se a sala de aula fosse assim. Mas seria o caso dela simplesmente tornar-se assim, não demonstrando haver da sua parte a necessidade de contribuir para esta mudança, apenas de usufruir dela caso ocorra.

Na lousa, há a representação de operações (B3), indicando que para Chaplin aquela era uma aula de matemática (algo que não foi pedido explicitamente a ele). Talvez no primeiro desenho também fosse uma aula de matemática, mas para a estrutura caótica representada, couberam apenas riscos e manchas na lousa (A2). A desordem, literal e metafórica, parece desterritorializar Chaplin. Por isso, pensar em intervenções mais dinâmicas, tais como a aplicação de jogos, pode manter Chaplin desterritorializado, mesmo que seja bem planejada. Intervenções com um perfil mais contido, por sua vez, como a resolução de problemas em duplas, com uma disposição geográfica das carteiras mais organizada, por exemplo (o que não costuma acontecer nesta escola), pode contribuir para que Chaplin se integre melhor à proposta. Sendo este um caminho, ou não, foi um olhar às subjetividades de Chaplin que permitiu essas reflexões.

Esse olhar pode contribuir com a aprendizagem em matemática por permitir desenhar um perfil das subjetividades do estudante, por meio das suas próprias narrativas, antes de explorar tendências para o ensino de matemática, a fim de pensar os métodos e configurações mais apropriados. Como dito anteriormente, as intervenções eram aplicadas *pensando nas dificuldades em matemática*. Mas, precisam ser construídas, também, *pensando nas dificuldades do sujeito*, um raio-X das suas subjetividades, que são a terra sobre a qual as sementes serão depositadas. É preciso pensar nesses dois aspectos de forma conjugada.

Considerações (quase) finais

Os sistemas de ensino e seus constituintes, em algumas circunstâncias, costumam enxergar o estudante como um sujeito em formação, no sentido de que este se torne algo já definido, com uma forma específica. Às vezes, lidam com sujeitos taxados como em "deformação", alterado quanto a forma previamente esperada, a exemplo, entre muitos outros, dos estudantes indisciplinados que conceituamos aqui. Advogamos que estes sujeitos não estão nem em formação, nem em deformação, mas em transformação. Num processo de descoberta e (re)construção.

Verificamos que nosso estudante indisciplinado é um sujeito que deseja que o ruído acabe e, para isso, grita em meio ao barulho. Contribui ele próprio para a manutenção do aparelho que o oprime e não compreende que também é responsável pela mudança que espera que aconteça. O professor precisa levar esse tipo de dimensão em consideração ao traçar suas metas de aprendizagem, seja ele de matemática ou da disciplina que for. Ainda assim, defendemos a necessidade de que esta discussão esteja presente, explicitamente, entre os educadores matemáticos, para que seus esforços com boas sementes possam encontrar terrenos cada vez mais férteis. Propomos que este olhar anteceda as decisões metodológicas no ensino de matemática, não como um fim, mas como uma porta de entrada que pode estar sendo esquecida de ser aberta.

Falando em fim, reforçamos que isso não é um fim. Nos desconectamos aqui, mas a discussão independe disso, é autônoma e continuará a existir, assim como já existia antes, num rizoma infindável e eternamente inconclusivo. É a transitoriedade inerente à diferença. Se refizéssemos o percurso desta pesquisa amanhã, obteríamos outros resultados, faríamos outras reflexões. Portanto, esperamos com avidez pelos próximos capítulos!

Referências bibliográficas

Bovo, A. (2011). *Abrindo a caixa preta da escola: uma discussão acerca da cultura escolar e da prática pedagógica do professor de matemática.* (Tese de doutorado) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista. https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/102106/bovo_aa_dr_rcla.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Deleuze, G. (1990) *O que é um dispositivo?* In: Michel Foucault. https://pt.scribd.com/doc/65715889/Deleuze-O-que-e-um-dispositivo

Deleuze, G. (1994). Desejo e Prazer. Tradução de Luiz Orlandi. *Cadernos de Subjetividade*, número especial, 13-25.

http://michelfoucault.weebly.com/uploads/1/3/2/1/13213792/art06.pdf

Foucault, M. (1994). Verdade, poder e si. Tradução de Wanderson Flor do Nascimento. *Ditos e escritos.* 8, 777-783.

http://michel-foucault.weebly.com/uploads/1/3/2/1/13213792/verdade.pdf

Foucault, M. (1996). *A ordem do discurso*. Tradução de Laura Fraga de Almeida Sampaio. Edições Loyola. https://moodle.ufsc.br/pluginfile.php/1867820/mod_resource/content/1/FOUCAULT%2C%20Michel%20-%20A%20ordem%20do%20discurso.pdf

Passos, A. (1993). *Cartografia e diagramas em Vigiar e Punir*. https://docs.ufpr.br/~andreadore/leiturasdahistoria/Aruana_Passos.doc

Queiroz, S. (2021). Atravessando o Devir Professor de Matemática. *ZETETIKE*, 29, 1-17. https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8654213/27940

Queiroz, S. (2014). Caso Sabrina: quando a cartografia atinge uma marca. In *Anais do VIII Encontro Paraibano de Educação Matemática.* https://www.editorarealize.com.br/editora/anais/epbem/2014/Modalidade_1datahora_07_10_2014_00_17_19_idinscrito_759_bd6e8ab2bf8fe9be0f66fe41dbd47f5a.pdf

Rolnik, S. (1993). Pensamento, corpo e devir: uma perspectiva ético/estético/política no trabalho acadêmico. *Cadernos de Subjetividade*, 1(2), 241-251. http://www4.pucsp.br/nucleodesubjetividade/Textos/SUELY/pensamentocorpodevir.pdf

Schopke, R. (1999). *O conceito de diferença na obra de Gilles Deleuze.* Barsa Society. https://pt.slideshare.net/adilsonmottam/x-slide-1-cpia-89999888-33665712

Silva, M. (2014). *A educação matemática e o cuidado de si: possibilidades foucaultianas.* (Tese de doutorado) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista. https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/127614/000846855.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Silva, M. (2015). O que acontece quando nada parece estar acontecendo? *Revista Linha Mestra*, (27), 173-176. https://linhamestra27.files.wordpress.com/2016/02/21c_michela_tuchapesk_da_silva_o_que_acontece_quando_nada_parece_estar_acontecendo.pdf

Tártaro, T. (2015). Por uma formação do professor de matemática. *Revista Linha Mestra*, (27), 169-172. https://linhamestra27.files.wordpress.com/2016/02/21b_tassia_ferreira_tartaro_por_uma_formacao_do_professor_de_matematica.pdf

IX CIBEM Congresso Iberoamericano de Educação Matemática
05 a 09 de dezembro de 2022

A descida pela toca do coelho: a Vontade da Normalidade na aula de matemática

The descent down the rabbit hole: the Will for Normality in mathematics class

Bajando por la madriguera del conejo: la Voluntad de Normalidad en la clase de matemáticas

Maria Eduarda Miranda Dugois[1150]
Instituto Federal de São Paulo, câmpus Birigui
0000-0003-0969-6932

Tássia Ferreira Tártaro[1151]
Instituto Federal de São Paulo, câmpus Birigui
0000-0002-5720-574X

Michela Tuchapesk da Silva[1152]
Universidade de São Paulo, Faculdade de Educação
0000-0002-6298-1137

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Aspectos teóricos e conceituais da Educação Matemática.

Resumo

O ensino remoto nos inseriu em uma realidade escolar marcada por tempos e territórios diferentes. Desta maneira, a questão que movimenta este texto busca pistas de como produzir uma educação que funcione no ensino de Matemática em tempos de distanciamento social. Nosso objetivo é problematizar o conceito de vontade de normalidade a partir das conexões com a filosofia da diferença, evidenciando linhas de força, afetos e subjetivações em aulas de Matemática. Interessados em pensar como a normalidade produz modos de subjetivação, faremos conexões com as cartografias realizadas no programa Residência Pedagógica, financiado pela Capes, nas aulas de Matemática do terceiro ano do Ensino Médio Integrado no Instituto Federal de São Paulo/Birigui. Os mapas cartográficos nos mobilizam a pensar possibilidades outras nas quais o ensino da Matemática é visto como uma experimentação a partir das linhas de força de uma aula e possibilitam uma movimentação de devires que escapam à estrutura imposta pela normalidade.

Palavras-chave: Educação Matemática, Vontade de normalidade, Filosofia da Diferença, Cartografia, Ensino Remoto.

Abstract

Remote teaching inserted us into a school reality marked by different times and territories. In this way, the question that moves this text seeks clues on how to produce an education that

[1150] dugois.maria@gmail.com
[1151] tassiatartaro@ifsp.edu.br
[1152] michelat@usp.br

works in the teaching of Mathematics in times of social distancing. Our objective is to problematize the concept of the will to normality from the connections with the philosophy of difference, evidencing lines of force, affections and subjectivations in Mathematics classes. Interested in thinking about how normality produces modes of subjectivation, we will make connections with the cartographies carried out in the Pedagogical Residency program, financed by Capes, in Mathematics classes of the third year of Integrated High School at the Federal Institute of São Paulo/Birigui. Cartographic maps mobilize us to think about other possibilities in which the teaching of Mathematics is seen as an experimentation from the lines of force of a class and allow a movement of becomings that escape the structure imposed by normality.

Keywords: Mathematics Education, Will to normality, Philosophy of Difference, Cartography, Remote Teaching.

Resumen

La enseñanza a distancia nos insertó en una realidad escolar marcada por diferentes tiempos y territorios. De esta forma, la pregunta que mueve este texto busca pistas sobre cómo producir una educación que funcione en la enseñanza de las Matemáticas en tiempos de distanciamiento social. Nuestro objetivo es problematizar el concepto de voluntad de normalidad a partir de las conexiones con la filosofía de la diferencia, evidenciando líneas de fuerza, afectos y subjetivaciones en las clases de Matemática. Interesados en pensar cómo la normalidad produce modos de subjetivación, haremos conexiones con las cartografías realizadas en el programa de Residencia Pedagógica, financiado por la Capes, en las clases de Matemáticas del tercer año de la Enseñanza Media Integrada del Instituto Federal de São Paulo/Birigui . Los mapas cartográficos nos movilizan a pensar en otras posibilidades en las que la enseñanza de las Matemáticas es vista como una experimentación desde las líneas de fuerza de una clase y permiten un movimiento de devenires que escapan a la estructura impuesta por la normalidad.

Palabras clave: Educación Matemática, Voluntad de normalidad, Filosofía de la Diferencia, Cartografía, Enseñanza a Distancia.

Pela toca do Coelho

> “Ai, meu Deus! Ai, meu Deus! Estou muito atrasado!” (quando pensou nisso, bem mais tarde, ocorreu-lhe que deveria ter estranhado; porém, naquele momento, tudo lhe pareceu perfeitamente natural). (Carroll, 2009, p. 19)

Esta escrita[1153] busca movimentar o conceito de vontade de normalidade, norma, regras, regimentos, a partir das conexões com a filosofia da diferença e com a obra ‘Aventuras de Alice no País das Maravilhas’ (Carroll, 2009), os quais engendraram encontros, no sentido de Deleuze e Parnet (1998), que evidenciaram possibilidades outras de pensar a formação em uma aula de Matemática. Buscamos desvios, fugas, criações que podem potencializar o ensino para além

[1153] Ressaltamos que esse texto se desenvolveu a partir de um Trabalho de Conclusão de Curso, intitulado ‘AVENTURAS DE UMA CARTÓGRAFA: o que acontece em uma aula de matemática?’ (Dugois, 2022) e realizado no Instituto Federal de São Paulo/Birigui, com a coordenação da Profa. Dra. Tássia Ferreira Tártaro e colaboração da Profa. Dra. Michela Tuchapesk da Silva.

das respostas certas ou erradas, bem como dos problemas dos quais a resposta é dada e cabe ao aluno apenas a verificação novamente do mesmo, práticas que se organizam a partir da reprodução de uma única maneira de fazer Matemática. Assim, movimentaremos o conceito de normalidade em Gallo (2021) e linhas de fuga em Deleuze e Guattari (1995), no sentido de possibilidade de produções outras, que permitam o sujeito criar com a Matemática.

Entendendo que a normalidade produz modos de subjetivação, mobilizamos conexões com as cartografias[1154] (Rolnik, 1989) realizadas pelos residentes (licenciandos em Matemática) do programa Residência Pedagógica[1155] do Instituto Federal de São Paulo/Birigui, durante as observações em aulas de matemática nos terceiros anos do Ensino Médio Integrado, da mesma instituição, no período de outubro de 2020 a março de 2022. Com isso, traçamos um mapa das linhas de força encontradas nas aulas de Matemática, evidenciando os afetos e subjetivações existentes neste espaço, caminho que se justifica nas palavras de Deleuze e Guattari (1995), quando, ao falar do conceito de mapa - enquanto cartografia da subjetividade humana-, o identifica como aberto, conectável em todas as suas dimensões, desmontável, reversível, suscetível de receber modificações constantemente. Para eles, o mapa pode ser rasgado, revertido, adaptado a montagens de qualquer tipo, ser preparado por um indivíduo, um grupo, uma formação social. Pode-se desenhá-lo numa parede, concebê-lo como obra de arte, construí-lo como uma ação política ou como uma meditação. “Um mapa tem múltiplas entradas contrariamente ao decalque que volta sempre ao mesmo.” (Deleuze & Guattari, 1995, p. 22).

> Mas quando o Coelho tirou um relógio do bolso do colete, deu uma olhada nele e acelerou o passo, Alice ergueu-se, porque lhe passou pela cabeça que nunca em sua vida tinha visto um coelho de colete e muito menos com relógio dentro do bolso. Então, ardendo de curiosidade, ela correu atrás dele campo afora, chegando justamente a tempo de vê-lo sumir numa grande toca sob a cerca. No instante seguinte, Alice entrou na toca atrás dele, sem ao menos pensar em como é que iria sair dali depois. (Carroll, 2009, p. 19)

Encontros com o Ensino Remoto

Não somos seres lineares, organizados, sistematizados. Somos seres. Elementos de passagem. Sujeitos em mutação. Não somos números, somos variáveis. Temos a potência de

[1154] A cartografia foi a opção metodológica proposta pela coordenadora do projeto de Trabalho de Conclusão de Curso. Tal método está vinculado com os conceitos de Rolnik (1989), inspirada em Deleuze e Guattari (1995), enquanto possibilidade de produção de dados.

[1155] Residência Pedagógica - programa financiado pela CAPES, que integra a Política Nacional de Formação de Professores e tem por objetivo inserir o licenciando na escola de educação básica a partir da segunda metade de seu curso.

mudarmos a cada instante. Nada fixo, determinado, acabado, configurado. O sistema "bugou"? E a estabilidade? A constância? O que será agora?

Era dia 14 de março de 2020. Estávamos eu e mais alguns amigos no auditório do câmpus, acompanhando a formatura de uns colegas da Licenciatura em Física. Entre amigos, ao ver os formandos naquele dia, pensávamos quando seria a nossa vez. Qual seria a sensação de usar uma beca ou até mesmo fazer um juramento e receber um diploma? Afetos insistiam em nos atravessar. Afinal, só faltavam dois anos para que eu estivesse naquele mesmo auditório, recebendo meu diploma de licenciada em Matemática. A formatura terminou, meus colegas foram oficialmente considerados formados, todos jogaram seus capelos para cima e combinávamos de comemorar em um dos barzinhos da cidade. Ao final da cerimônia algo inusitado aconteceu... Um anúncio realizado pelo diretor do câmpus: em decorrência do novo coronavírus, que vinha se espalhando pelo país, as aulas ficariam suspensas por um período de 15 dias. Eram só 15 dias. Me lembro de comentar que logo estaríamos de volta e que aquilo não viraria nada… (Marileide[1156])

Fomos acometidos por uma pandemia mundial. Informações desencontradas. Discursos de ódio e solidariedade ecoavam. Pânico. Incertezas. A escola terá que se reinventar! *"E agora, como vou dar aula sem minha lousa?!" (Alberto)*. O ensino remoto é a chave para que a Educação não pare no Mundo. *"Não consigo prestar atenção na aula porque slides são chatos demais!" (Luciana).* Professores precisam aprender a usar computadores. *"Como vou saber se estão aprendendo se não consigo sequer ver suas fisionomias?" (Patrícia).* "Google classroom" disponibiliza de forma gratuita todas as suas ferramentas para que os alunos não fiquem sem estudo. *"Desculpa professora, ontem minha internet caiu e não consegui acompanhar a aula…" (João).* É a maquinaria capitalista cumprindo seu papel. Mortes e mais mortes. *"Ah, mas não dá pra fechar tudo e deixar todo mundo em casa, né?" (Marcos)*. Quem se importa? Enem, vestibulares e avaliações externas precisam acontecer no fim do ano. *"Prestem atenção aqui, esse exercício é figurinha carimbada no vestibular!" (Luan).* A Economia precisa girar! *"Onde vou usar Bháskara na minha vida? Seria muito mais proveitoso se ensinassem a investir na bolsa de valores." (Rogério).* A escola não pode parar! *"Pessoal, já trouxe esse exercício pronto no slide porque não podemos perder tempo!" (Cláudia).*

Vivemos à mercê de discursos e práticas que (des)potencializam o sujeito. Toda uma maquinaria para a captura de modos de vida. "Slogans" que impõem um modo de funcionamento e ordem de fluxos. Mas, o que a escola tem a ver com isso? O sistema não perde tempo, captura o fluxo do incerto e apresenta a solução: ensino remoto. Formato de educação pouco ou quase nada falado nas escolas. Qual saída temos? O ambiente virtual. Separados,

[1156] Os nomes utilizados são fictícios e referem-se a: alunos dos 3º anos do Ensino Médio, professores de matemática do 3º ano do Ensino Médio e residentes do Programa de Residência Pedagógica.

afastados, trancados, isolados de nós mesmos e dos outros, fomos convidados a experimentar o que o sistema chamou “novo normal”.

Continuávamos caindo…

“Ou o poço era profundo demais, ou ela caía muito devagar, pois teve tempo de sobra durante a queda para olhar em volta e perguntar-se o que iria acontecer em seguida.” (Carroll, 2009, p. 20). Tal qual Alice que se metera na toca do Coelho sem saber onde chegaria, fomos inseridos no ensino remoto. Linhas de força impeliam mudanças das práticas de como ensinar e aprender Matemática, já que não era possível o encontro físico, tivemos que lidar com as tecnologias virtuais para realizar as atividades da escola. As discussões no âmbito da educação se pautavam em descobrir quais aplicativos virtuais utilizar, como expor o conteúdo aos alunos, como adaptar as aulas com estas ferramentas, quais atividades poderiam ser realizadas de maneira síncrona ou assíncrona.

> Poderia me dizer, por favor, que caminho devo tomar para ir embora daqui?
> Depende bastante de para onde quer ir, respondeu o Gato.
> Não me importa muito para onde, disse Alice.
> Então não importa que caminho tome, disse o Gato.
> Contanto que eu chegue a algum lugar, Alice acrescentou à guisa de explicação.
> Oh, isso você certamente vai conseguir, afirmou o Gato, desde que ande o bastante. (Carroll, 2009, pp. 76-77).

Atravessamos territórios desconhecidos para educação presencial: plataformas e aplicativos para reuniões “online”, aplicativos de comunicação, Ambientes Virtuais de Aprendizagem (AVA), ferramentas de busca, plataformas para armazenamento de arquivos, entre outros. Movimenta-se por lugares que somente podem ser acessados por computadores e “smartphones”. Nas aulas, a organização ainda se dava por fileiras, mas sem corpos físicos, e sim, nome de usuário.

Muitas perguntas surgem e nos mobilizam a pensar. Se fomos inseridos em uma realidade marcada por tempos e territórios diferentes do ensino presencial, como produzir uma educação que funcione a uma educação remota? *“Jorge, você está falando com o microfone fechado” (Edmara).* Como ensinar a partir desta realidade? *“Minha mãe disse que não me aguenta mais em casa.” (Bruno).* Será possível fazer com que afetos atravessem a tela de um computador ou celular? *“Tem gente aqui que nunca abriu a câmera. Se eu ver na rua, não vou nem reconhecer quem é” (Paola).* Como engendrar os corpos no dispositivo aula de Matemática? *“Desculpa a demora para responder a chamada professora, estava assistindo* *vídeos no YouTube" (Roberta).* Será que tudo terá que ser (re)inventado ou precisaremos apenas adaptar as práticas que já realizávamos presencialmente? *"Após resolverem a prova, escaneiem as questões e me enviem em PDF pelo e-mail." (Paulo).* O que fazer? Como fazer? *"Quantas aulas de Matemática você consegue dar sem uma lousa?" (Kauan).* Quais linhas de força podemos encontrar em uma aula de Matemática do ensino remoto? *"Quando a aula acaba e eu desligo o computador, a única coisa que consigo sentir é a solidão" (Mariana).* Encontramos as mesmas linhas de força que circulam no ensino presencial ou elas foram modificadas? *"Disponibilizei uma lista de exercícios no sistema para vocês treinarem." (Renato).*

Embora, teoricamente, o uso das tecnologias apresente opções para efetivar o ensino da matemática na escola, tais como as possibilidades de metodologias denominadas ativas, o uso de vídeos, "podcast", entre outros, na prática vimos que para muitos seus smartphones não compatíveis com tais tecnologias, ou não tem acesso a internet. Tal qual Alice, continuamos caindo, tão lentamente que conseguimos olhar em volta e nos perguntar: o que faremos agora?

As incertezas foram geradas a partir de desvios da normalidade de um período anterior à pandemia. O vírus, além de influenciar no padrão de normalidade de instituições ligadas à saúde, também influenciou dispositivos políticos, educacionais, sociais e religiosos. Toda uma rede de poder produzindo saberes (Deleuze, 2005) a partir da pandemia. Para Gallo (2021), o normal é uma fabricação humana fundamentada pelos jogos de poder existentes em um dispositivo e a delimitação da normalidade faz com que seja possível medir e avaliar as multiplicidades deste espaço, estabelecendo conjuntos específicos de pensamentos, comportamentos e desejos. Ao se definir o normal, "[...] produzimos cortes entre aqueles que cabem ao padrão de normalidade e aqueles que estão fora da normalidade, o anormal." (Gallo, 2021). O normal instituído em tempos pré-pandêmicos para uma aula de Matemática já não cabia mais durante a pandemia.

O que fazer? Como ensinar Matemática a partir do ensino remoto? Será preciso delimitar um "novo normal" que estabelece novos moldes para ensinar Matemática? Ou é preciso resgatar o normal pré-pandêmico e adaptá-lo para essa nova realidade?

Quando ingressei na reunião o atendimento já havia começado. Alguns alunos trouxeram dúvidas sobre o conteúdo e logo que entrei, a professora estava resolvendo um determinante pela Regra de Cramer. Hoje, todos os exercícios foram resolvidos "à mão", diferentemente da aula regular, que são utilizados slides para expor o conteúdo. Os alunos disseram que preferem dessa maneira, disseram entenderem melhor e parecia a lousa. (Marileide).

Existe uma preocupação para que a aula ocorra da mesma maneira que anteriormente e, por isso "[...] fazemos o nosso trabalho de forma remota, tentando não fugir do normal, fazendo com que seja parecida com a presencial ou tomamos como um novo normal." (Gallo, 2021). A professora, ao resolver os exercícios à mão, e os alunos, ao dizerem que preferem que a resolução seja feita dessa maneira, clamam a uma normalidade existente antes da pandemia, onde os exercícios eram resolvidos passo a passo na lousa.

Slides, vídeos, *softwares* se tornam ferramentas que estabelecem novos padrões de normalidade. "O homem desespera e cria para si, mesmo que apenas enquanto promessa realizável, um outro lugar, um outro modo de ser, uma outra existência: aquela da vida eterna, da verdade, do ser, da unidade" (Onate, 1996, p. 13). Essa busca pela normalidade engendra práticas e produções que funcionam à serviço da norma. Já que agora não temos mais a lousa e o giz, o que colocaremos em seu lugar?

Continuávamos caindo…

Esta busca por um "novo normal", se traduz, segundo Gallo (2021), em uma vontade de normalidade. Para este autor, a vontade de normalidade é um eco do conceito de vontade de verdade, proposto por Nietzsche.

> Através da filosofia nietzschiana, é possível compreender a vontade de verdade como o instrumento sob o qual atua a metafísica, expressa por meio do cristianismo, enquanto forma de interpretação da realidade que preza pela ruptura do humano com o devir ou com as coisas propriamente humanas. Em outras palavras, o filósofo alemão identificará a vontade de verdade como forma de compreensão de mundo que rejeita o vir-a-ser e direciona o querer humano para a metafísica, em um ato de negação da vida e de esquecimento de si. A denúncia realizada por Nietzsche pretende oferecer ao humano vias de entendimento que o possibilitem se afastar da vontade de verdade, uma vez que ela prezaria pela massificação do que é individual e particular, de modo a instituir um controle da vontade humana com maior facilidade. (Hordecte, 2020, p. 110).

Para Foucault (1996), a vontade de verdade é uma exclusão do sujeito, pois está apoiada em suportes institucionais e reconduzida por um conjunto de práticas que deixarão o sujeito à margem dos jogos de verdades. O discurso do "novo normal" institui uma identidade que captura a multiplicidade aberta do acontecimento, transferindo todo acaso para a circunstância da repetição e paralisando os devires[1157]. A vontade de verdade se sustenta na repetição de um

[1157] "Devir é, a partir das formas que se tem, do sujeito que se é, dos órgãos que se possui ou das funções que se preenche, extrair partículas, entre as quais instauramos relações de movimento e repouso, de velocidade e lentidão, as mais próximas daquilo que estamos em vias de devir, e através das quais devimos. É nesse sentido que o devir é o processo do desejo" (Deleuze & Guattari, 1997, p. 67). Todo devir é um modo de *estar* singular que possui uma abertura a um por-vir capaz de realizar diferenciações àquele que o experimenta.

discurso que delimita uma forma capaz de mascarar uma verdade outra, engendrada através do desejo, instituindo uma sujeição do sujeito (Foucault, 1996). Da mesma maneira, para Gallo (2021) o serviço de normalidade se encontrará amparado a uma vontade de verdade, visto que, não se consegue viver sem uma afirmação do normal.

A busca pelo normal é uma prática de organização do que se encontra desorganizado, tornando "[...] imprescindível forjar um mundo estável, substancial, verdadeiro, fundado nas noções imaginárias de identidade e unidade, cuja função é amenizar o sofrimento, a perturbação causados pelo fluir ininterrupto." (Onate, 1996, p. 18). Reiteramos que o fluir ininterrupto de uma queda pela toca do coelho é freada e normalizada nos limites de um "novo normal", estabelecendo padrões, moldes, regras e verdades universais a serem seguidas. É recortar a realidade e inseri-la em um sistema de julgamentos de certos e errados, normais e anormais.

A vontade de Normalidade funciona "[...] não apenas como alento para suportar a existência, mas em especial enquanto instrumento de transmutação, de usurpação oblíqua das prerrogativas potenciais" (Onate, 1996, p. 24), travando a potência criadora e as possíveis reinvenções daquilo que conhecemos como uma aula de Matemática.

Assim como para a verdade, foi outorgado à normalidade um território transcendente, necessário, auto-suficiente que sustenta essa vontade e rebaixa a potência criadora.

> Por que os filósofos não conseguiram desvencilhar-se do *parti pris* a favor do verdadeiro, idêntico, uno? Estaríamos diante do fundamento absoluto, da instância suprema e inexpugnável, do *nec plus ultra* da filosofia, que deve ser aceito e seguido incondicionalmente? Seria possível filosofar sem amar a verdade, sem sacrificar-se à verdade? (Onate, 1996, p. 8)

Por que não conseguimos nos desvencilhar do *parti pris*[1158] a favor do normal? Estaríamos diante do fundamento absoluto, da instância suprema e inexpugnável, do *nec plus ultra*[1159] da Educação, que deve ser aceito e seguido incondicionalmente? Será possível pensar a Educação sem amar a normalidade, sem se sacrificar à normalidade? É possível criar a partir dessa dilaceração do normal que nos foi imposta pelo vírus? Conseguimos entrar na toca do coelho? Qual será o problema de continuarmos caindo eternamente, engendrando os fluxos dos acontecimentos e criando ambientes outros, vidas outras, ensinos outros, matemáticas outras?

[1158] Expressão de origem francesa que significa posição, atitude, opinião ou opção decidida.
[1159] Expressão do Latim que significa não mais além, um termo ou ponto que não se deve ultrapassar.

> “Caindo, caindo, caindo. Esta queda não acabaria nunca? “Queria saber quantos quilômetros já desci nesse tempo todo!”, disse em voz alta. “Devo estar chegando perto do centro da terra. Deixe-me ver ... devem ser uns seis mil quilômetros, por aí...”” (Carroll, 2009, p. 20).

Acorde Alice

Uma vida é formada pelo que escapa, pelo que está além das dicotomias impostas pelas normalidades. A vida é complexa, não pode ser reduzida a um sistema dicotômico. Vislumbramos o acontecimento capaz de ruir o normal. É uma queda na toca do coelho, onde não se sabe o que encontrar ao chegar ao fundo. Não se sabe nem se há fundo. A vida é o que acontece no *entre.*

Os acontecimentos de uma aula de Matemática escapa aos padrões de normalidade, visto que “[...] podemos planejar, podemos executar tudo de acordo com o planejado, tomando todos os cuidados imagináveis; mas sempre algo poderá fugir do controle, escapar por entre as bordas” (Gallo, 2003, p. 103). Neste fluxo do que escapa e foge há potência de criar. Possibilidades de reinvenção em uma aula de Matemática. O que se produz através do que escapa? Que ensino de Matemática acontece nas brechas da norma? Que aula de Matemática é engendrada em uma queda pela toca do coelho?

Não se trata de permanecer no caos[1160], mas sim de produzir com ele. Invenção de possibilidades de transgressão das normalidades. Inverter as vontades de normalidades e se abrir para os encontros que o sujeito pode ter com a Matemática. Um tratar o ensino da Matemática como uma experimentação a partir das linhas de força de uma aula e possibilitar uma movimentação de devires que escapam à estrutura imposta pela normalidade.

É preciso “[...] afirmar o acontecimento. Afirmação da afirmação: um sim ao caráter global da existência. Querer o que acontece: *amor fati.*” (Clareto & Rotondo, 2021, p. 6 - grifos das autoras). O acontecimento faz emergir a superfície a possibilidade de uma aula de matemática outra, capaz de escapar à normalidade. Aula que liberta devires. Acontecimento como mergulho na toca do coelho.

Afirmar o acontecimento não significa retirar sua intensidade ou se conformar com o acontecido. Ao contrário, trata-se de olhar para o que aconteceu sem reprimi-lo, sem tornar

[1160] “Define-se o caos menos por sua desordem que pela velocidade infinita com a qual se dissipa toda forma que nele se esboça. É um vazio que não é um nada, mas um virtual, contendo todas as partículas possíveis e suscitando todas as formas possíveis que surgem para desaparecer logo em seguida, sem consistência nem referência, sem conseqüência.” (Deleuze & Guattari, 2010, p. 139). Segundo estes autores, toda criação se dá por um mergulho no caos capaz de atualizar sua virtualidade por meio do traçado de um plano secante que o atravessa.

normal. Trata-se de se deixar sentir o luto das mais de 600 mil vidas ceifadas pelo coronavírus neste país, de modo que se possa sentir e digerir essas paixões tristes.

> Não basta esquecer simplesmente ou jogar esse passado pra baixo do tapete, é necessário cultivá-lo, é necessário honrar os mortos, enterrá-los e torná-los justificáveis para este futuro que se aproxima. (Fuganti, 2022).

Afirmar o mergulho na toca do coelho para abrir-se a criação de uma aula de matemática outra que "Inventa matemática *no* que acontece. Inventa formação *no* que acontece. Uma matemática digna *no* seu acontecimento. Um ocupar. Uma política. Uma obra. Uma estética. Um estilo. Uma ética." (Clareto & Rotondo, 2021, p. 7 - grifos das autoras). Nem novo, nem velho normal. Mergulhar na toca do coelho para buscar caminhos outros: experimentação movida pelo desejo que pode engendrar criações com aquilo que já está dado. Linha de fuga que transgride o normal e abre brechas para formações éticas, estéticas e políticas implicadas no processo da Educação Matemática.

Mergulhar na toca do coelho movido pelo desejo, e não somente por necessidade: será que conseguimos transgredir ao normal sem ser preciso uma pandemia mundial? Será que podemos, por nossa própria vontade, mergulhar na toca do coelho? Que aula de matemática se pode criar no *intermezzo* de uma queda na toca do coelho? Não estaria aí a pista de uma possível potência capaz de criar uma Educação Matemática outra?

> E aqui Alice começou a ficar com sono, e continuou dizendo consigo mesma, numa espécie de devaneio: "Gatos comem morcegos? Gatos comem morcegos?" e, às vezes: "Morcegos comem gatos?", pois, como ela não conseguia responder à pergunta, não importava muito a ordem em que era colocada. Sentiu que estava adormecendo e começou a sonhar que passeava de mãos dadas com Diná, dizendo-lhe, muito séria: "Agora, Diná, diga-me a verdade: você já comeu algum morcego?", quando subitamente — catapimba! — caiu em cima de um monte de gravetos e folhas secas. A queda tinha acabado. (Carroll, 2009, p. 20)

Referências

Carroll, L. (2009). *Aventuras de Alice no País das Maravilhas; Através do Espelho e o que Alice encontrou por lá.* Rio de Janeiro, RJ: Editora Zahar.

Clareto, S. & Rotondo, M. (2021). O que Torna uma Matemática Digna de Ocupar Lugar em um Currículo de Licenciatura em Matemática. *Perspectivas da Educação Matemática.* 14(35), (pp. 1-15). https://doi.org/10.46312/pem.v14i35.13412

Deleuze, G. (2005). *Foucault.* São Paulo, SP: Editora Brasiliense.

Deleuze, G. & Guattari, F. (1995). *Mil platôs:* capitalismo e esquizofrenia, vol. 1. Rio de Janeiro, RJ: Editora 34.

Deleuze, G. & Guattari, F. (1997). *Mil platôs:* capitalismo e esquizofrenia, vol. 4. Rio de Janeiro, RJ: Editora 34.

Deleuze, G. & Guattari, F. (2010). *O que é a Filosofia?.* Rio de Janeiro, RJ: Editora 34.

Deleuze, G. & Parnet, C. *Diálogos*. Trad. Eloisa Araújo Ribeiro, São Paulo: Escuta, 1998.

Dugois, M. E. M. (2022). *AVENTURAS DE UMA CARTÓGRAFA:* o que acontece em uma aula de matemática?. (Trabalho de Conclusão de Curso Licenciatura em Matemática, Instituto Federal de São Paulo - câmpus Birigui, Birigui, Brasil).

Foucault, M. (1996). *Ordem do discurso (A).* São Paulo, SP: Edições Loyola.

Fuganti, L. (2022). [@luizfuganti] *Memória de Futuro para o Ano Novo* [Vídeo]. Instagram. https://www.instagram.com/tv/CYUjYyiF3Lz/?igshid=YmMyMTA2M2Y=

Gallo, S. (2003). *Deleuze & a Educação.* Belo Horizonte, MG: Autêntica Editora.

Gallo, S. (2021). *Para conjurar a vontade da normalidade* [Vídeo]. YouTube. https://www.youtube.com/watch?v=0IgxlRGIkZs&t=3s.

Hordecte, I. (2020). Vontade de Verdade como exercício de poder: entre Nietzsche e Foucault. *Kínesis.* 11(33), (pp. 109-123). https://doi.org/10.36311/1984-8900.2020.v12n33.p109-123

Onate, A. (1996). Vontade de verdade: uma abordagem genealógica. *Cadernos Nietzsche.* (1), (pp. 7-32). https://periodicos.unifesp.br/index.php/cniet/article/view/7916/5455

Rolnik, S. *Cartografia sentimental:* transformações contemporâneas do desejo. São Paulo: Editora Clube do Livro Ltda., 1989.

Proposta do Modelo PMG-ETM para análise de processos do ensino e da aprendizagem de problemas matemáticos

Proposal of the GMT-MW Model for the analysis of teaching and learning processes of mathematical problems

Propuesta del Modelo PMG-ETM para el análisis de procesos de enseñanza y aprendizaje de problemas matemáticos

Saddo Ag Almouloud[1161]
UFPA
0000-0002-8391-7054

Rubens Vilhena Fonseca[1162]
UEPA
0000-0001-8899-2945

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Aspectos teóricos e conceituais da Educação Matemática

Resumo

Esta comunicação se refere a uma investigação baseada em estudo e pesquisa qualitativa para o desenvolvimento e validação da proposta do Modelo PMG-ETM (Pensamento Matemático Geral (PMG) – Espaço de Trabalho Matemático (ETM)), que tem como finalidade fornecer elementos para a análise dos fenômenos didáticos relacionados aos processos do ensino e da aprendizagem de problemas matemáticos. O conceito de Plano Translúcido é baseado em uma abordagem sobre a compreensão dos alunos em uma perspectiva diagnóstica do ensino e da aprendizagem proposta. A inserção do Plano Translúcido no Modelo ETM caracteriza-se pelo espaço onde ficam explícitos os diferentes tipos de obstáculos epistemológicos que, segundo Brousseau, interferem nos processos do ensino e da aprendizagem em matemática.

Palavras-chave: Modelo PMG-ETM, plano translúcido, tipos de obstáculos.

Abstract

This communication refers to an investigation based on the study and qualitative research for the development and validation of the proposal of the GMT-MW Model (General Mathematical Thought (GMT) – Mathematical Workspace (MW)), which has as purpose to provide elements for the analysis of didactic phenomena related to the teaching - learning processes of mathematical problems. The concept of the Translucent Plan is based on an approach of the student's understanding in a proposed diagnostic perspective of teaching and learning. The insertion of the Translucent Plane in the MW model is characterized by the space where the

[1161] saddoag@gmail.com
[1162] rubens.vilhena@uepa.br

different types of epistemological obstacles that, according to Brousseau interfere in the teaching and learning processes. learning in mathematics.

Keywords: GMT-MW model, translucent plane, types of obstacles.

Resumen

Esta comunicación se refiere a una investigación basada en el estudio y pesquisa cualitativa para el desarrollo y validación de la propuesta del Modelo PMG-ETM (Pensamiento matemático general (PMG), Espacio de trabajo matemático (ETM)), el cual tiene como fin brindar los elementos para el análisis de los fenómenos didácticos relacionados a los procesos de enseñanza- aprendizaje de los problemas matemáticos. El concepto de Plano Translúcido es basado en un ataque sobre la comprensión de los alumnos en una perspectiva diagnostica de la enseñanza-aprendizaje propuesta. La introducción del Plano Translúcido en el Modelo ETM se caracteriza por el espacio donde se encuentra explícitos los diferentes tipos de obstáculos epistemológicos que segundo Brousseau interfiriendo en los procesos de enseñanza y aprendizaje en matemática.

Palabras clave: Modelo PMG-ETM, plano translúcido, tipos de obstáculos.

Problemática e justificativa

O cerne das pesquisas sobre o ensino e a aprendizagem de diversos objetos matemáticos é o protagonismo do aluno em seu processo de aprendizagem. E, para que isto ocorra, a academia científica tem se preocupado em criar modelos de interação entre o professor, o aluno e o saber de tal forma que esse protagonismo esteja em evidência nesse processo. Essa é uma proposta, por exemplo, da Teoria das Situações Didáticas (TSD) de Brousseau (1997).

O que procuramos é evidenciar a importância de situações fundamentais à luz da TSD para o desenvolvimento de praxeologias que proporcionem aos estudantes interações com o milieu adidático e antagônico. Todavia, nessa interação pode haver rupturas no contrato didático a princípio estabelecido, cabendo às retroações desse milieu estabelecer a construção e a desconstrução do saber apresentado ao aluno, ocorrendo a flexibilização de articulação de registros diversos de representação semiótica (Duval, 2009), que tragam à luz elementos para discussão sobre o desenvolvimento de um tipo de Pensamento Matemático Geral.

Denominamos Pensamento Matemático Geral (PMG) o que se refere ao pensamento do qual decorrem as diversas fases do pensamento matemático, tais como os pensamentos aritmético (PAr), algébrico (Palg), geométrico (PGem) etc., bem como as interações geométrico-aritmético (PGem-PAr), algébrico-geométrico (Palg-PGem), aritmético-geométrico (Par-PGem) e aritmético-geométrico-algébrico (PAr-PGem-Palg) entre outras.

Esse PMG que estará presente no jogo didático é um dos nossos objetos de pesquisa no sentido de identificar qual o impacto que elementos como o conhecimento *a priori* do aluno, a socialização com os pares e, principalmente, as interações com o milieu diante dos problemas propostos nas situações didáticas, ou até mesmo a interseções desses elementos contribuem para o seu desenvolvimento.

Blanton e Kaput (2005) relatam em sua pesquisa que os problemas propostos pelos professores determinam as possíveis conexões do pensamento matemático e, além disso, comentam que procedimentos aritméticos, seguidos de uma abordagem amplamente procedimental da álgebra a partir do ensino médio, foram ineficazes em termos de aproveitamento dos alunos.

Em uma perspectiva teórica, Fonseca e Pinheiro (2018, p. 5) discorrem sobre alguns questionamentos referentes às pesquisas realizadas e que também fazem parte do escopo da nossa, como por exemplo:

> Seria mesmo a Aritmética um subproduto da Álgebra? Pensamento Aritmético e Pensamento Algébrico são situações distintas? Onde começa um e termina o outro? Pensamento Concreto e Pensamento Abstrato são termos antagônicos? Todos esses termos não podem se entrelaçar? Quando se resolve um problema de matemática acontece só um tipo de pensamento?

Levando em consideração a importância do desenvolvimento de um Pensamento Matemático Geral (PMG) com ênfase nas relações envolvendo simultaneamente aritmética, álgebra e geometria, dentro dos cinco eixos de conhecimentos estabelecidos pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para o Ensino Fundamental: Probabilidade e Estatística, Álgebra, Grandezas e Medidas, Números e Geometria, propomos uma adaptação no Modelo do Espaço de Trabalho Matemático (ETM), ou seja, o Modelo PMG-ETM, a partir da inserção de um Plano Translúcido, que é baseado em uma nova abordagem sobre a compreensão dos alunos em uma perspectiva diagnóstica do ensino e da aprendizagem proposta por Fonseca *et al.* (2018).

Procuramos mostrar que a estrutura do PMG-ETM, no contexto de uma situação fundamental apoiada na Teoria das Situações Didáticas (TSD) (Brousseau, 1997) e de acordo com o tipo de praxeologia apropriada à luz da Teoria Antropológica do Didático (TAD) (Chevallard, 1999), permite uma análise dos registros dos alunos na construção de um

Pensamento Aritmético-Geométrico-Algébrico (P-Ar-Gem-Alg) em suas fases: Pensamento Aritmético (PAr), Pensamento Geométrico (PGem) e Pensamento Algébrico (Palg).

Objetivo geral

Desenvolver e validar a proposta do Modelo PMG-ETM (Pensamento Matemático Geral (PMG) – Espaço de Trabalho Matemático (ETM)) (Fonseca *et al.*, 2020), que tem por finalidade contribuir para a análise de fenômenos didáticos relacionados aos processos de ensino e aprendizagem de problemas matemáticos.

Objetivos específicos

Identificar a problemática existente na resolução de problemas matemáticos no ensino fundamental, a fim de balizar o objeto matemático a ser investigado neste trabalho, bem como os impactos do Modelo ETM (Kuzniak, 2011) referente ao ensino e à aprendizagem desse objeto matemático diante da problemática apresentada.

Fundamentar o conceito de PMG, de tal forma a evidenciar a possibilidade de articulações entre as diversas fases do pensamento matemático, bem como as interações entre esses pensamentos, na perspectiva do que é proposto na BNCC (MEC, 2018).

Fundamentar o conceito de Plano Translúcido, na perspectiva do conceito de Translúcido proposto por Fonseca *et al.* (2018) a partir dos construtos teóricos de obstáculos epistemológicos, obstáculos didáticos, obstáculos psicológicos e obstáculos ontogênicos (Brousseau, 1997).

Fundamentar o Modelo PMG-ETM, no que diz respeito aos planos, a conexão entre eles e o funcionamento do modelo.

Desenvolver Situações Fundamentais apoiadas na TSD tendo como foco o planejamento de um Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP) e experimentar o Modelo PMG-ETM a partir da aplicação do PEP.

Analisar e diagnosticar as dificuldades e obstáculos.

Analisar os impactos do Modelo PMG-ETM diante do Modelo ETM proposto por Kuzniak (2011).

Referencial teórico

Nossa pesquisa é qualitativa e enquadra-se no campo da Didática da Matemática, tendo como referenciais teóricos a Teoria das Situações Didáticas (TSD), a Teoria Antropológica do

Didático (TAD) e como metodologia de pesquisa a Engenharia Didática de tipo Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP).

Teoria antropológica do didático

Segundo Chevallard (1999), essa teoria estuda o homem perante o saber matemático, e, mais especificamente, perante situações matemáticas. Um motivo para utilização do termo "antropológico" é que a TAD situa a atividade matemática e, em consequência, o estudo da matemática dentro do conjunto de atividades humanas e de instituições sociais. Nessa perspectiva, a TAD considera como elementos primitivos Instituições (I), Indivíduos (X) e Objeto (O). As Relações Pessoais R(X, O) e as Relações Institucionais RI(O) são noções básicas nessa teoria.

Em nossa pesquisa, a TAD é de fundamental importância, principalmente no que diz respeito à análise *a priori* das praxeologias matemáticas que serão propostas para um processo de investigação do ensino e da aprendizagem na perspectiva da construção de um Pensamento Matemático Geral (PMG) a partir do Modelo PMG-ETM.

Problema didático

O problema didático da modelação matemática no âmbito da Teoria Antropológica do Didático (TAD), segundo Farras, Boch e Gascón (2013), pode ser descrito pelo seguinte esquema heurístico: $\{[(P_0 \otimes P_1) \hookrightarrow P_2] \hookrightarrow P_3 \} \hookrightarrow P_\delta$, sendo P_0 a formulação do problema inicial, denominado problema docente P_0 e o problema didático P_δ, que contém as três dimensões: dimensão epistemológica P_1; a dimensão econômica-Institucional P_2 e a dimensão ecológica P_3. O símbolo $\otimes$ refere-se a P_0 por ser incompleto, sendo necessário adicionar ao menos a dimensão epistemológica P_1 para ser considerado um problema.

Para a validação da proposta do Modelo PMG-ETM a partir de um Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP), relataremos uma pesquisa investigativa sobre as dimensões do problema didático acerca da resolução de problemas no ensino fundamental de tal forma a responder as seguintes questões de pesquisa: como é a relação RI(O)? Esta relação RI(O) favorece aos alunos do ensino fundamental estabelecerem relações R(X, O) no âmbito do PMG? Quais as praxeologias necessárias para que isto ocorra?

Teoria das Situações Didáticas (TSD)

Essa pesquisa envolve o desenvolvimento de uma tarefa fundamental apoiada no conceito de situação fundamental e milieu adidático à luz da Teoria das Situações Didáticas (TSD) propostas por Brousseau (1997), que estabelece a criação de um modelo de interação entre o aprendiz, o saber e o milieu (ou meio) onde a aprendizagem deve ocorrer.

Segundo Almouloud (2007), o objetivo principal nessa teoria não é o sujeito cognitivo, mas a situação didática na qual são identificadas as interações estabelecidas entre o professor, o aluno e o saber.

Essas interações entre o aluno, o saber e o meio são possíveis a partir de situações didáticas e/ou situações adidáticas. Segundo Almouloud (2007), a situação adidática, como parte essencial da situação didática, é uma situação na qual a intenção de ensinar não é revelada ao aprendiz, mas foi imaginada, planejada e construída pelo professor para proporcionar àquele condições favoráveis para a apropriação do novo saber que deseje ensinar.

A partir da TSD, pretende-se investigar as situações didáticas e/ou adidáticas planejadas para o ensino e a aprendizagem do objeto matemático a ser estudado, bem como as interações entre aluno, professor e o meio diante das dialéticas de ação, formulação, validação e institucionalização, as quais serão importantes para a investigação do processo do ensino e da aprendizagem a partir do Modelo PMG-ETM.

Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP)

Segundo Chevallard (2009), a engenharia didática do tipo PEP é resultado da didática de investigação codisciplinar. Para explicitar um PEP, é preciso compreender a noção de sistema didático na perspectiva da TAD. Para Chevallard (2011), um sistema didático $S(X, Y, ♥)$ pode ser representado por um grupo de estudantes, indicado por X, com uma equipe de professores e outros auxiliares indicados por Y e uma aposta didática ♥, que é uma obra a ser estudada por X com a ajuda de Y.

As sessões do PEP serão analisadas neste trabalho em associação ao Modelo PMG-ETM para a validação dele.

Espaço de Trabalho Matemático (ETM)

O Espaço de Trabalho Matemático (ETM) foi originalmente proposto para problemas geométricos por Houdement e Kuzniak (2006) e, mais tarde, introduzido em outros domínios da matemática por Kuzniak (2011). O ETM propõe uma articulação entre os planos epistemológico relacionado ao conhecimento do saber envolvido e o plano cognitivo relacionado ao pensamento de uma pessoa ou aluno ao resolver tarefas matemáticas.

Segundo Artigue (2016), a contribuição do ETM no campo da didática da matemática e o fato de ser utilizado por vários pesquisadores é devido a essa teoria ser o resultado da combinação de perspectivas semióticas e instrumentais com perspectivas epistemológicas e didáticas, nas quais a influência da tradição didática francesa é claramente visível.

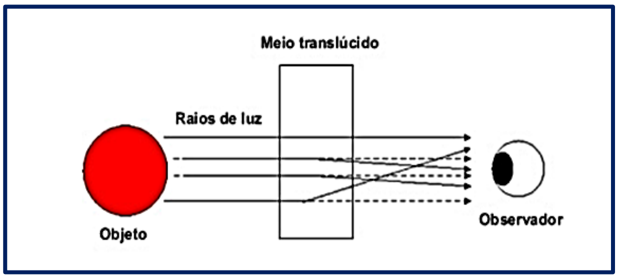
Sendo assim, neste trabalho, propomos a inserção de um Plano Translúcido baseado na introdução do conceito de Translúcido referente à análise dos processos de ensino e aprendizagem proposto por Fonseca *et al.* (2018) e resumido a seguir.

O conceito Translúcido segundo a Física

Em Física, meios translúcidos são meios pelos quais os feixes de luz descrevem trajetórias irregulares com intensa difusão, ou seja, a luz se espalha sobre o meio no qual está se propagando. Nesses meios, a luz consegue passar, porém seus feixes sofrem desvios na sua orientação por causa da constituição do material sobre o qual a luz está incidindo (Santos, 2022). Na Figura 1, temos a representação de um meio translúcido.

Figura 1.

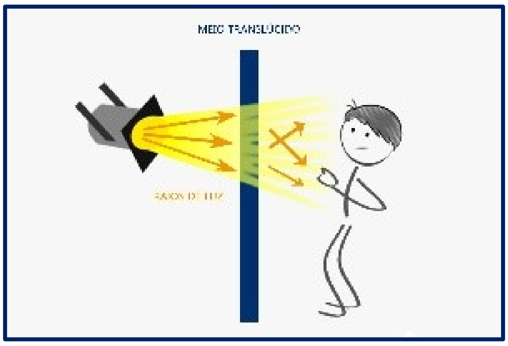
Raios de luz atravessando um meio translúcido (Santos, 2022)



Afirmamos que o processo do ensino e da aprendizagem é de fato translúcido, ou seja, existe um nível de compreensão que precisa ser analisado pelos educadores matemáticos no sentido de que teorias auxiliam para tornar a experiência de aprendizado o mais transparente possível (ver Figura 2).

Figura 2.

O processo do ensino e da aprendizagem é sempre translúcido (Dos autores, 2022)



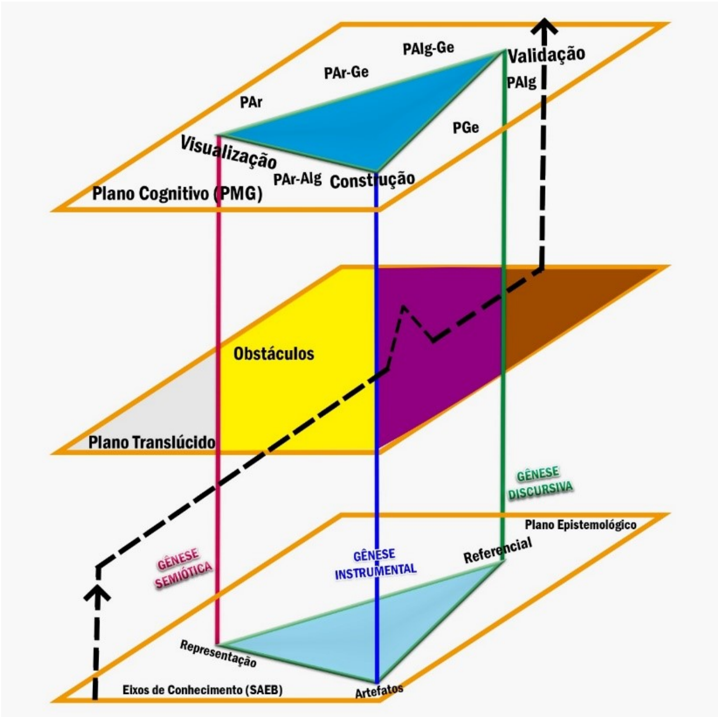
A partir desse processo translúcido, fomos levados a pensar em um Plano Translúcido (Fonseca *et al.*, 2020) no modelo de Kuzniak para caracterizar o espaço onde ficam explícitos os obstáculos epistemológicos, que, segundo Brousseau (1997), interferem nos processos do ensino e da aprendizagem em matemática.

A inserção desse Plano Translúcido no Modelo ETM proposto por Kuzniak (2011), ou seja, a proposta do Modelo PMG-ETM, é um dos nossos objetos de pesquisa no sentido de investigar o quanto esse modelo pode contribuir para a análise de Situações Fundamentais e de praxeologias referente aos tipos de problemas da educação básica, mais especificamente, a análise dos tipos de praxeologias que proporcionem o desenvolvimento de um tipo de PMG.

A Figura 3 apresenta a proposta do Plano PMG-ETM com os Planos Epistemológicos, que em nosso trabalho se refere aos eixos de conhecimentos da BNCC para o ensino fundamental: o Plano Translúcido, característico dos diversos tipos de obstáculos, e o Plano Cognitivo, universo cognitivo do aluno, de seu Pensamento Matemático Geral (PMG) (Fonseca *et al.*, 2020).

Figura 3.

Modelo PMG-ETM (Dos autores, 2022)



Com os planos, fizemos uma analogia: assim como nos meios por onde ocorre a passagem de luz – ocasionando refração no Plano Translúcido devido a diversos fatores –, também na aprendizagem do aluno podem ocorrer refrações que interferiram no processo, independentemente de sua natureza. A inserção desse plano é um fator de análise e investigação dos fenômenos de ensino para a comprovação de que não existe uma articulação direta entre os Planos Epistemológicos e Cognitivos de forma a garantir uma aprendizagem significativa.

Metodologia

As atividades previstas para permitir alcançar os objetivos mencionados estão divididas nas seguintes etapas:

- Etapa A: Pesquisa bibliográfica e definição da problemática e questão de pesquisa;
- Etapa B: Estudo das dimensões do Problema Didático;
- Etapa C: Construção e desenvolvimento do Modelo PMG-ETM;
- Etapa D: Análise *a priori* do PEP;

- Etapa E: Aplicação do PEP.

Relevância do projeto para a área de Educação Matemática

Uma posição a ser assumida na organização desta proposta é a de que o Pensamento Matemático Geral (PMG) se dá por meio de um entrelaçamento de pensamentos matemáticos de significados particulares, interligados e influenciados também por interesses e vivências pessoais. Embora seja indiscutível que o trabalho com alguns assuntos de matemática depende de outros, isso não significa que a ideia de pré-requisito deva prevalecer. A ênfase deve estar na articulação e na integração entre os pensamentos matemáticos particulares numa determinada época de escolaridade, mobilizando os conhecimentos matemáticos já construídos. Os problemas deveriam mobilizar vários tipos de raciocínios matemáticos (aqui nos limitamos àqueles apresentados na BNCC).

Interligar os pensamentos matemáticos tem o propósito de aprofundar e ampliar um conjunto de conceitos e procedimentos que favorecem a compreensão da realidade, desde situações cotidianas até questões de outras ciências e o raciocínio lógico. Para tanto, é necessário que o PMG contribua para o desenvolvimento das capacidades de abstração, generalização e argumentação, entre outras.

A conexão entre os vários pensamentos mobiliza conhecimentos matemáticos já adquiridos – ou em construção –, para a resolução de situações mais complexas e, às vezes, para o aprendizado de novas noções matemáticas. De acordo com a BNCC (MEC, 2018, p. 528-529),

> a área de Matemática e suas Tecnologias têm a responsabilidade de aproveitar todo o potencial já constituído por esses estudantes no Ensino Fundamental, para promover ações que ampliem o letramento matemático iniciado na etapa anterior. Isso significa que novos conhecimentos específicos devem estimular processos mais elaborados de reflexão e de abstração, que deem sustentação a modos de pensar que permitam aos estudantes formular e resolver problemas em diversos contextos com mais autonomia e recursos matemáticos.

O cotidiano de todas as pessoas, em qualquer cultura, está impregnado de saberes e fazeres que envolvem Matemática. A todo instante, os indivíduos estão comparando, classificando, quantificando, medindo, explicando, generalizando e inferindo. Com o avanço científico e tecnológico em destaque, ela tornou-se essencial na sociedade contemporânea. O PMG também é importante pelos elementos enriquecedores que produz na formação intelectual do estudante, tendo em vista sua potencialidade na formação de cidadãos críticos, cientes de suas responsabilidades nos diversos contextos sociais.

A constituição do PMG se dá pela identificação e pelo emprego de sistemas abstratos, que organizam e inter-relacionam fenômenos do espaço, do movimento, das formas e dos números, associados ou não a fenômenos do mundo físico. Esses sistemas contêm ideias e objetos que são fundamentais para a compreensão de fenômenos, a construção de representações significativas e de argumentações consistentes nos mais variados contextos. Segundo a BNCC (MEC, 2018, p. 264),

> O Ensino Fundamental deve ter compromisso com o desenvolvimento do letramento matemático, definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas.
>
> É também o letramento matemático que assegura aos alunos reconhecer que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e a atuação no mundo e perceber o caráter de jogo intelectual da matemática, como aspecto que favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimula a investigação e pode ser prazeroso (fruição).

Ademais, a matemática é um dos componentes que favorece o desenvolvimento do pensamento computacional, porque trabalha com a lógica, a linguagem algébrica, o uso de algoritmos e variadas representações, o que facilita a leitura, a interpretação e a construção de fluxogramas.

Referências

Almouloud, S. Ag (2007). *Fundamentos da didática da matemática*. Editora UFPR.

Artigue, M. (2016) Mathematical working spaces through networking lens. *ZDM Mathematics Education*, 48(6), 935-939.

Blanton, M. & Kaput, J. (2005). Characterizing a Classroom Practices. That Promotes Algebraic Reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 36(5), 412-446.

Brousseau, G (1997). La Théorie des Situations Didactiques: Le Cours de Montreal 1997. *Années 1991 à 1998*, Le Cours 2010. http://guy-brousseau.com/1694/la-theorie-des-situations-didactiques-le-cours-de-montreal-1997/

Chevallard, Y. (1999) El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19(2), 221-266.

Chevallard. Y. (2009, 16 au 23 d'octobre). La notion d'ingénierie didactique, un concept à refonder: questionnementet éléments de réponse à partir de la TAD. *15e École d'Été de Didactique des Mathématique,* Clermont-Ferrand. http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=164

Chevallard, Y. (2011, 4 au 13 mai) Introduction à la théorie anthropologique du didactique. *Plan et résumé d'un cours donné du 4 au 13 mai 2011 à l'université Bandeirante de São Paulo (Brésil)*. http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=210

Duval, R. (2009). *Semiósis e pensamento humano: Registros semióticos e aprendizagens intelectuais*. (L. F. Levy; M. R. A. Silveira, Trad.). Editora Livraria da Física.

Farras, B. B., Bosch, M., & Gascón, J. (2013). Las tres dimensiones del problema didáctico de la modelización matemática. Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v.15, n.1, pp.1-28,2013.

Fonseca, R. V., Pinheiro, C. A. M., Júnior, D. L., & Santos, A. S. (2018, 3 a 8 de dezembro) Uma nova abordagem e novas visões sobre a compreensão e interpretações dos alunos sob a perspectiva diagnóstica da aprendizagem nas representações transparentes, translúcidas e opacas. *II Simpósio Latino-Americano de Didática Matemática.* Janiru, São Paulo.

Fonseca, R.V., Figueroa, T. P. & Almouloud, S. Ag. (2020, 14 y 15 de octubre). Proposta do modelo PMG-ETM para análise de processos de ensino e aprendizagem de problemas matemáticos. *Quinto Encuentro de Investigación en Matemática Educativa*, EIME5, Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad del Atlántico.

Fonseca, R. V., & Pinheiro, C. A. M. (2018, 27 a 29 de julho) Aritmética e Álgebra: A possibilidade de estabelecer uma dialética entre o concreto e o abstrato. *5º Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*, Universidade do Amazonas.

Houdement, C., & Kuzniak, A. (2006). Paradigmes géométriques et enseignement de la géométrie. Strasbourg. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 11, 175-193. https://halshs.archives-ouvertes.fr/halshs-00858709/document

Ministério da Educação (2018). *Base Nacional Comum Curricular: Educação é a base*. Secretaria Executiva, Secretaria de Educação Básica. http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_20dez_site.pdf

Kuzniak, A. (2011). L'espace de travail mathématique et ses genèses. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 16, 9-24. https://mathinfo.unistra.fr/websites/math-info/irem/Publications/Annales_didactique/vol_16/adsc16-2011_000.pdf.

Santos, M. A. da Silva. (2022). *Transparentes, translúcidos e opacos*. Brasil Escola. https://brasilescola.uol.com.br/fisica/transparentes-translucidos-opacos.htm

Caderno Digital como Recurso Metodológico de Pesquisa em Educação Matemática na Perspectiva Histórico-Cultural

Digital Sketchbook as a Methodological Resource for Research in Mathematics Education from a Historical-Cultural Perspective

Cuaderno Digital como Recurso Metodológico para la Investigación en Educación Matemática desde una Perspectiva Histórico-Cultural

Alex Garcia Smith Angelo
Universidade Federal de São Paulo - Unifesp
0000-0003-3928-3346

Vanessa Dias Moretti
Universidade Federal de São Paulo - Unifesp
0000-0003-2435-5773

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Aspectos teóricos e conceituais da Educação Matemática

Resumo

Esse artigo tem como objetivo apresentar e discutir as potencialidades do caderno digital como um recurso metodológico para a pesquisa em Educação Matemática. Tal recurso foi desenvolvido no contexto de uma pesquisa de mestrado que teve como objetivo analisar o desenvolvimento do pensamento teórico mediado por nexos conceituais da álgebra nos anos iniciais em uma formação continuada de professores em formato remoto e síncrono. Do ponto de vista metodológico, o caderno digital objetiva a criação de um ambiente formativo que possibilite a produção de dados para a análise multimodal do processo de desenvolvimento do pensamento. Nesse sentido, entendemos que o caderno digital pode ampliar o debate sobre pesquisas fundamentadas na teoria Histórico-Cultural e que utilizam Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação.
Palavras-chave: Caderno Digital, Pensamento Teórico, Formação Continuada de Professores, Teoria histórico-cultural, Álgebra, TDIC.

Abstract

This paper aims to discuss the potential of the digital sketchbook as a methodological resource for research in Mathematics Education. This resource was developed in the context of a master's research that aimed to analyze the development of theoretical thinking mediated by algebra conceptual nexus in the early years in a continuing education of teachers in a remote and synchronous format. From a methodological point of view, the digital sketchbook aims to create an environment that allows the production of data for the multimodal analysis of the process of thought development. In this sense, we understand that the digital sketchbook can broaden the debate on research based on Historical-Cultural theory and that use Digital Information and Communication Technologies.

Keywords: Digital Sketchbook, Theoretical Thinking, Continuing Teacher Education, Cultural-Historical Theory, Algebra, DICT.

Resumen

Este artículo tiene como objetivo presentar y discutir el potencial del cuaderno digital como recurso metodológico para la investigación en Educación Matemática. Este recurso fue desarrollado en el contexto de una investigación de maestría que tuvo como objetivo analizar el desarrollo del pensamiento teórico mediado por los nexos conceptuales del álgebra en los primeros años en una formación continua de docentes en formato remoto y sincrónico. Desde un punto de vista metodológico, el cuaderno digital tiene como objetivo crear un ambiente de formación que permita la producción de datos para el análisis multimodal del proceso de desarrollo del pensamiento. En este sentido, entendemos que el cuaderno digital puede ampliar el debate sobre investigaciones basadas en la teoría Histórico-Cultural y que utilizan Tecnologías Digitales de la Información y la Comunicación.
Palabras clave: Cuaderno Digital, Pensamiento Teórico, Formación Continua Docente, Teoría Histórico-Cultural, Álgebra, TDIC.

Introdução

Consideramos a tecnologia como um instrumento mediador sociocultural do trabalho no mundo contemporâneo. O uso das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDICs) é parte intrínseca da atual reestruturação produtiva que notadamente intensificou-se com a pandemia da COVID-19. Para adaptarem-se, diversas áreas da sociedade optaram por relações sociais mediadas por plataformas digitais na forma de videoconferências, teletrabalho e aplicativos, indicando uma célere ampliação de processos tecnodigitais ainda mais automatizados impactando diretamente na organização e no valor do "trabalho vivo" (ANTUNES, 2020, p. 14).

Diante dessa reestruturação ainda em curso, pesquisar processos de ensino e aprendizagem que utilizam TDICs é um desafio, especialmente em uma formação continuada de professores que ensinam matemática nos anos iniciais. Estudos de Richit e Maltempi (2013, p. 243) indicam a necessidade do professor que ensina matemática de "equilibrar" os conhecimentos matemáticos, pedagógicos e tecnológicos sendo esse último, o que "mais muda/se atualiza mais com maior velocidade". Ainda segundo esses autores, as tecnologias têm um papel relevante no desenvolvimento profissional do professor pois possibilitam "ressignificar conceitos matemáticos e a própria prática em sala de aula" (RICHIT; MALTEMPI, 2013, p. 240). Já Marco (2016, p. 50), sobre uma investigação acerca da atividade de ensino com tecnologias por licenciandos em matemática, destacou que a (re)elaboração por significados próprios de conceitos matemáticos possibilitou o desenvolvimento de motivos por parte dos licenciandos para uma produção de uma atividade de ensino com o uso da tecnologia.

Diante dessas perspectivas e desafios da inserção da tecnologia no trabalho de formação de professores, discutiremos nesse texto o *caderno digital* como um recurso metodológico de pesquisa em Educação Matemática na perspectiva histórico-cultural.

De uma maneira geral autores da teoria Histórico-Cultural delineiam que, se por um lado há os instrumentos técnicos a serviço do sujeito na realidade material por outro, o instrumento psíquico ou os signos dirigem-se ao processo interno de desenvolvimento das funções psíquicas humanas. Esse processo interno, segundo Vigotski (1996, p. 98), é um ato instrumental pelo qual o "homem domina a si mesmo a partir de fora através de instrumentos psicológicos". Mesmo com tal distinção teórica externo-interno, o conceito fundamental da mediação está na relação dialética entre esses instrumentos, na qual indica a indissociabilidade entre a atividade psíquica e o meio sociocultural (PRESTES; TUNES; NASCIMENTO, 2017, p. 72). Consideramos esse um ponto central da teoria Histórico-Cultural que converge com o trabalho educativo escolar.

A partir desse contexto teórico, apresentamos o *caderno digital* como um recurso metodológico que cria certas condições para o ensino e para a aprendizagem em formato remoto e síncrono. Tal recurso originou-se no âmbito de uma pesquisa sobre a formação continuada de professores que ensinam matemática nos anos iniciais organizada como uma Atividade Orientadora de Ensino - AOE (MOURA, 1996). Essa formação teve como objetivo analisar o desenvolvimento do pensamento de tipo teórico mediado por nexos conceituais algébricos com o suporte das TDICs.

Embora apresentamos nesse texto extratos dessa pesquisa, nosso objetivo não é explorar o desenvolvimento do pensamento dos professores, mas sim, apresentar e discutir as contribuições específicas do *caderno digital* como suporte à mediação e às ações coletivas na resolução de Situações Desencadeadoras de Aprendizagens (SDAs) em uma formação continuada de professores em formato remoto e síncrono.

Para tanto, a seguir apresentaremos aspectos da fundamentação da teoria Histórico-Cultural. Na sequência discutimos a ideia de *caderno digital* em relação a duas dimensões da tecnologia (procedimentos técnicos e tecnicidade) e por fim, o *caderno digital* como recurso metodológico para pesquisa em Educação Matemática.

Aspectos da fundamentação teórica Histórico-Cultural

Com o objetivo de organizar uma formação continuada de professores que ensinam matemática nos anos iniciais utilizando TDIC, alinhamos nossa ação com referenciais pertencentes à teoria Histórico-Cultural.

Fundamentamos nossa investigação no materialismo histórico-dialético, na categoria de trabalho (MARX, 2014) e na sua concepção de que a consciência é um produto social (MARX; ENGELS, 2007). Em consequência, compreendemos que a unidade entre a vida psíquica e a atividade humana é mediada por instrumentos tanto externos (ferramentas) como psíquicos (signos) (VIGOTSKI, 1996). Segundo tal teoria, é por meio da organização sistematizada desses instrumentos no ambiente escolar que se estabelecem as condições de mediação e de apropriação dos conhecimentos mais desenvolvidos pela humanidade que objetivam o desenvolvimento das funções psíquicas superiores (VIGOTSKI, 2010; LEONTIEV, 2004; MOURA, 2011).

Partindo desses pressupostos teóricos, para organizarmos uma formação continuada de professores que ensinam matemática de uma forma remota e síncrona, adotamos como referencial teórico-metodológico a Atividade Orientadora de Ensino – AOE (MOURA, 1996, 2000). Como uma proposta teórica e metodológica de organização do trabalho educativo, a AOE "se apresenta entre o significado social e o sentido pessoal; entre a objetivação e a apropriação; entre o conceito científico e o conteúdo escolar", ou seja, a AOE é uma unidade mediadora do ensino e da aprendizagem no trabalho educativo (MOURA; ARAÚJO; SERRÃO, 2017, p. 422). Por meio de tal proposta teórica e metodológica, escolhemos como recursos para as Situações Desencadeadoras de Aprendizagem (SDA) os jogos e a história virtual e para objetos de ensino e aprendizagem, os nexos conceituais pertencentes à álgebra dos anos iniciais. Os nexos conceituais são os "elos" entre conceitos que foram "historicamente construídos pelas diversas civilizações" e que como tal, pertencem ao conhecimento científico, portanto, teórico (SOUSA; PANOSSIAN; CEDRO, 2014, p. 64-65)

Nesse contexto de organização teórico-metodológico, o *caderno digital* teve como objetivo a criação de um ambiente remoto para os professores produzirem símbolos e comunicarem seus significados de forma coletiva. É de salientar que, em um ambiente colaborativo e coletivo, segundo Moretti (2007, p. 139), a comunicação é condição "para o planejamento de ações individuais inseridas em um plano de trabalho coletivo quanto ao viabilizar as trocas entre os diferentes modos de ação o que viabiliza a sua transformação no espaço coletivo." A partir desse panorama teórico e metodológico de nossa pesquisa sobre o desenvolvimento do pensamento teórico de professores que ensinam matemática em um contexto das TDICs, detalhamos a seguir o recurso metodológico *caderno digital* sob o ponto de vista de duas dimensões da tecnologia.

O caderno digital e as dimensões da tecnologia

De forma geral, concebemos a tecnologia na contemporaneidade por duas principais dimensões: uma relacionada aos seus procedimentos técnicos e outra pela tecnicidade. A tecnicidade, segundo Cupani (2011, p. 66) refere-se ao objeto técnico como tal, ou seja, indica a sua essência ou o seu conhecimento "que pode ser transmitida de um objeto a outro que o sucede, aperfeiçoando-o." Esse tipo de conhecimento sobre a tecnologia seria a "chave para se compreender uma cultura tecnológica" que requer, uma "educação de iniciação técnica tão importante como a científica" (CUPANI, 2011, p. 70, p. 59). Por esse aspecto, entendemos a tecnicidade como um conhecimento de tipo teórico em relação à tecnologia e que na Educação pode ser refletida com o uso de linguagens de programação para a criação de sites, aplicativos, jogos, etc. ou ainda na concepção e construção de objetos tecnológicos com kits de robótica, microcontroladores, etc.

Já uma outra dimensão da tecnologia é a dos seus procedimentos técnicos que se refere ao uso da tecnologia sem um aprofundamento sobre a tecnicidade ou de seus aspectos teóricos. Em nosso cotidiano os procedimentos técnicos estão presentes quando utilizamos diversas tecnologias relacionadas com a cultura material e social da sociedade contemporânea. Por exemplo, no ambiente escolar utilizamos diversos procedimentos técnicos para o uso de instrumentos como data shows, lousas digitais, computadores, etc.

Dentre essas duas dimensões da tecnologia apresentadas, para nossa pesquisa o *caderno digital* organizou-se pela dimensão dos procedimentos técnicos. Em outras palavras, o *caderno* *digital* foi estruturado em plataformas digitais já existentes sendo exigidas tanto para o formador como para os participantes, apenas a apropriação dos seus procedimentos de técnicos para seu uso. Assim, para a escolha dos tipos de tecnologias para organizar o *caderno digital* utilizamos os seguintes critérios gerais: o reconhecimento da tecnologia pelo público de professores, o acesso gratuito e a apropriação de seus procedimentos técnicos. Com esses critérios em perspectiva, apresentamos a seguir um resumo das principais tecnologias utilizadas na pesquisa.

Quadro 1.
Organização das tecnologias para pesquisa. *Fonte: Do autor*

Ferramentas digitais	**Descrição**	**Procedimentos Técnicos**	**Ações**
Google meet[1163]	Ferramenta de videoconferência (comunicação/voz).	Acessar a ferramenta pelo link, ligar/desligar câmera, silenciar o microfone, levantar a mão, escrever no chat.	Comunicar sentidos pela comunicação/voz. Interação coletiva.
Miro[1164]	É uma lousa virtual interativa e colaborativa.	Acessar a ferramenta pelo link, criar um post it, criar um texto, colocar imagens, vídeos, criar desenhos, diagramas e uso do zoom.	Produzir e registrar símbolos (escrita, imagens, ícones, etc.) individualmente e de forma coletiva.

Pelo quadro acima observamos que, enquanto o Google Meet é a tecnologia que cria as condições para a comunicação/voz, a lousa Miro viabiliza o compartilhamento da produção simbólica de forma remota e síncrona. Em outras palavras, nossa pesquisa foi organizada pela junção de duas plataformas online já existentes com diferentes funções e que foram utilizadas de uma forma intencional para garantir as condições do trabalho coletivo. Exposta a organização das tecnologias, a seguir detalharemos os aspectos metodológicos que envolveram a necessidade do *caderno digital* na pesquisa.

O caderno digital como um recurso metodológico

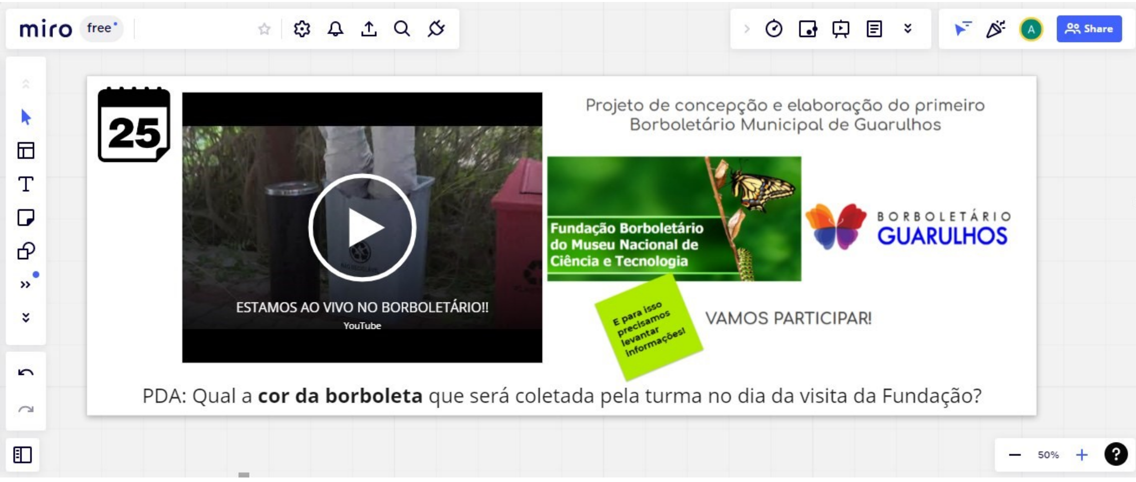
[1163] Na época da pesquisa o Google Meet não limitava o tempo de uso na modalidade gratuita, atualmente é de 60 minutos. Mais informações: https://meet.google.com. Acessado em 25/06/2022

[1164] Atualmente, a lousa digital Miro permite trabalhar com todas as funcionalidades na forma gratuita com no máximo três grupos. Mais informações: https://miro.com/. Acessado em 25/06/2022.

Definimos o *caderno digital* como um recurso metodológico que visa a criação de um ambiente de trabalho coletivo remoto e síncrono ancorado por pressupostos da teoria Histórico-Cultural. Em nossa pesquisa, tal recurso auxiliou-nos na produção de dados para a análise de indícios de desenvolvimento do pensamento matemático por meio de ações e de registros simbólicos (escrita, imagens, ícones, etc.). Como um recurso metodológico, o *caderno digital* não se limita a um simulacro de um caderno físico de tarefas transposto para a forma *on-line*. Entendemos que esse recurso abarca diversas possibilidades de uso de ferramentas digitais como por exemplo na busca de imagens, vídeos, construção de gráficos, planilhas, etc. permitindo a captação e análise de tal produção em seu movimento, ou seja, pela ação dos sujeitos em um ambiente digital.

Em outras palavras, o *caderno digital* permite uma análise multimodal do processo formativo na medida em que a produção simbólica é analisada como "como um todo dialético", logo, superando uma análise independente de cada símbolo produzido (MORETTI, RADFORD, 2021). Nesse sentido, a organização intencional do *caderno digital* auxiliou nos processos mediados e na produção de dados para uma pesquisa que busca a "emergência do fenômeno a ser investigado e intervir de modo a acompanhar o movimento de formação desencadeado no espaço coletivo" (MORETTI; MARTINS; SOUZA, 2017, p. 43). Para mostrar esse processo, apresentamos a seguir extratos dos dados produzido pela nossa pesquisa que utilizou a ferramenta Miro como suporte tecnológico ao *caderno digital*.

Figura 1.
Organização do caderno digital/Miro com o recurso história virtual. *Fonte: do autor*



Na Figura 1, apresentamos a organização do *caderno digital* para uma SDA que teve como recurso uma história virtual chamada "Projeto Borboletário". Pela figura acima é possível observar que temos elementos como vídeos, imagens, textos e o Problema Desencadeador de

Aprendizagem - PDA (VIRGENS, 2019) que deram suporte para a contextualização das SDAs para as professoras em formação continuada. De uma maneira geral, essa parte do *caderno digital* foi inicialmente organizada com as seguintes informações: (1) as datas dos encontros, (2) recursos digitais complementares (vídeos, imagens, textos etc.) e o (3) Problema Desencadeador de Aprendizagem (PDA). Com essa organização do *caderno digital*, o formador iniciou a mediação objetivando a mobilização das professoras para a solução matemática da situação problema proposta pelo "Projeto Borboletário". Para exemplificar, transcrevemos abaixo uma parte dos dados produzidos"[1165].:

Maria: Eu pensei nas sequências e vou colocar um *post it* de cada cor com sete cores diferentes e dependendo do dia da visita a gente vai saber a cor da borboleta prevista, não sei se vocês concordam. [...]

Lucia: Esse é o início para começarmos a visualizar essa regra geral. (ANGELO, 2021, p. 134).

Nesse extrato de diálogo, colocamos em destaque a parte "...e vou colocar um *post it* com sete cores diferentes...". Logo em seguida a essa fala, as professoras mobilizaram-se com os recursos do Miro para a produção simbólica no *caderno digital* como vemos a seguir:

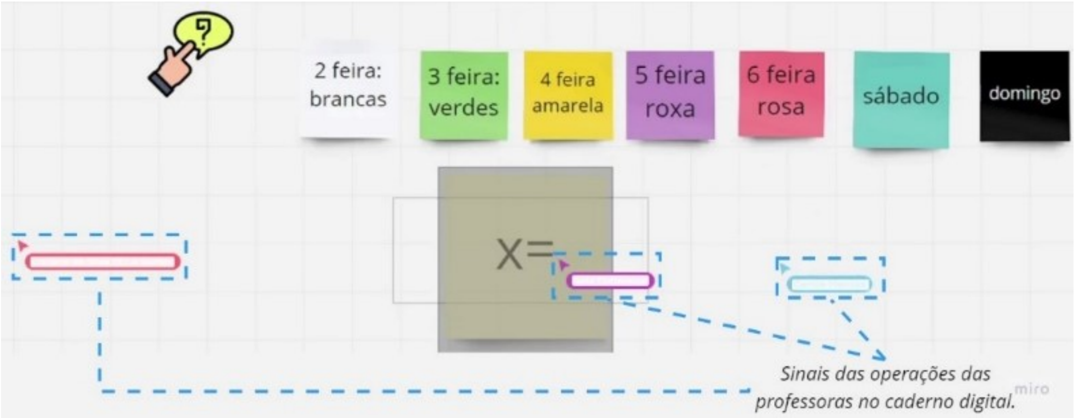
Figura 2.
Detalhe do caderno digital produzido durante a DAS (do autor)

Após a finalização dessa produção coletiva, uma das professoras mobilizada pelo problema proposto usou o recurso textual do Miro para postar o símbolo "x =" no *caderno digital*. Tal ação desencadeou uma discussão coletiva sobre a significado matemático desse símbolo, como mostramos e transcrevemos a seguir.:

Figura 3.

[1165] Os nomes das professoras participantes são fictícios.

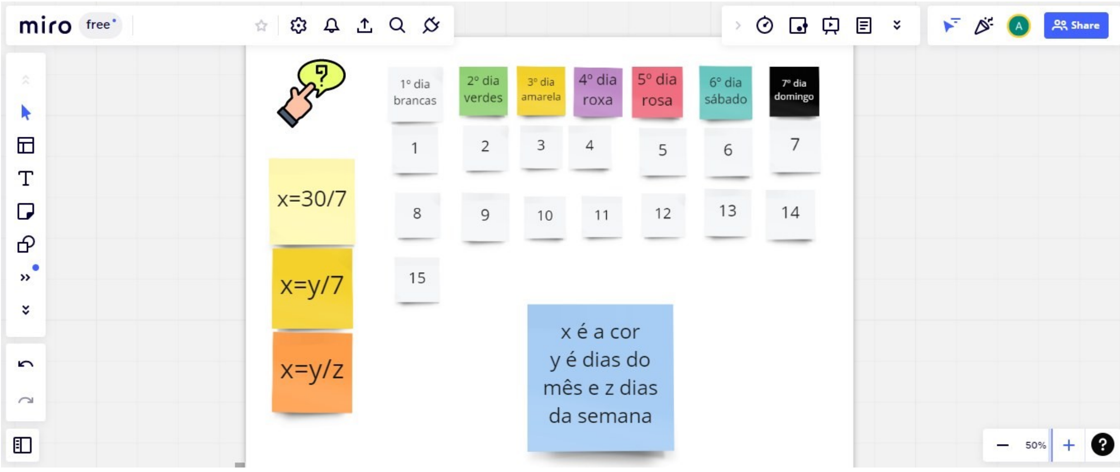
Postagem do símbolo “x =” e os sinais das operações das professoras. (Fonte: do autor)



Essa ação de postagem do símbolo “x=” motivou uma outra professora a questionar: “Será que é alguma coisa multiplicada por sete?” (ANGELO, 2021, p. 136). Em seguida, tal questão desencadeou a seguinte resposta de uma professora: “A gente tem que pensar numa fórmula que antecede o resultado e a cor vai ser consequência do dia que eles vão vir e a gente não sabe que dia é esse.” (ANGELO, 2021, p. 136). E assim por diante, nossos dados registraram diversas ações no *caderno digital* que foram construídas coletivamente até a se chegar a um acordo sobre uma possível resposta ao problema do “Projeto Borboletário”. A coleta de tal produção coletiva simbólica significada pela comunicação/voz captadas de modo síncrono compuseram os dados primários para a análise de um possível processo de apropriação (inter/intra) em um ambiente remoto. Segundo Leontiev (2004, p. 165), no processo de apropriação o nó mediador não é somente a palavra, mas também o “meio material (um instrumento), conceitos verbais socialmente elaborados ou qualquer outro sinal”.

Disso entendemos que é no/pelo *caderno digital* que há a possibilidade de um encadeamento de ações mediadas com os instrumentos dos pensamentos (signos, símbolos e conceitos) e de ações (inter/intra) para se transformarem na base material da atividade coletiva e criadora em um ambiente digital, “as mãos que se conectam com o cérebro na prática e pensamento” (MOURA; ARAÚJO; SERRÃO, 2018, p. 427). Em nossa investigação, o encadeamento de ações dessa turma de professoras durante a SDA “Projeto Borboletário” alcançou a seguinte solução:

Figura 4.
Solução proposta para o problema “Projeto Borboletário” (Fonte: do autor)



Nessa figura 4 apresentamos a solução proposta dessa turma de professoras para a SDA "Projeto Borboletário". No entanto, a expressão construída como "x = y/z" resolve em parte o problema proposto. Destacamos esse momento pois, durante todo o processo, foram necessárias intervenções pontuais e intencionais do formador. Por exemplo, ao se chegar a essa resposta parcial, problematizamos no coletivo tal expressão desencadeando o seguinte comentário de uma das professoras: "a divisão não funcionou, era para ser a segunda cor, mas é a primeira" (ANGELO, 2021, p. 139).

Logo, ressaltamos a potencialidade do *caderno digital* para criar um encadeamento de mediações coletivas (entre o formador e as professoras e entre as próprias professoras) que podem constituir-se como dados primários para uma pesquisa em Educação Matemática com o suporte das TDICs na perspectiva histórico-cultural.

Considerações finais

Nesse texto apresentamos o *caderno digital* como um recurso metodológico para pesquisa em Educação Matemática. A partir de um ambiente remoto, tal recurso propicia a produção de dados que pode ser analisado de forma multimodal (ações e registros simbólicos como escrita, imagens, ícones, etc.). Nesse sentido, entendemos que o *caderno digital* pode ampliar o debate sobre pesquisas que utilizam Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDICs) fundamentadas pela teoria Histórico-Cultural.

Referências

ANGELO, A. G. S. O Desenvolvimento do Pensamento Teórico de Professores em um Contexto de Jogos Digitais e das Tecnologias de Informação e Comunicação (TICs).175 f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Educação). Universidade Federal de São Paulo. Escola de Filosofia, Letras e Ciências Humanas, Guarulhos, 2021.

ANTUNES, R. (Org.). *Uberização, trabalho digital e industrial 4.0.* 1. ed. São Paulo: Boitempo, 2020.

CUPANI, A. Filosofia da tecnologia: um convite. Florianópolis: Editora UFSC, 2011.

LEONTIEV, A. O desenvolvimento do psiquismo. São Paulo: Centauro, 2004.

MARCO, F.. Produção de Atividades de Aprendizagem Computacional na Formação do Professor de Matemática. TECHNO REVIEW. Revisão Internacional de Tecnologia, Ciência e Sociedade [S. l.]. v. 3, n. 2, 2016.

MARX, K. O Capital - Livro I - Crítica da economia política: O processo de produção do capital. São Paulo: Boitempo, 2014.

MARX, K; ENGELS, F. A ideologia alemã. Tradução: Rubens Enderle, Nélio Schneider e Luciano Cavini Martorano. São Paulo: Boitempo, 2007.

MORETTI, V. D. Professores de matemática em atividade de ensino: uma perspectiva histórico-cultural para a formação docente. 2007. 206f. Tese (Doutorado em Educação: Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007.

MORETTI, V. D.; RADFORD, L. Contribuições da Teoria da Objetivação para a Análise Multimodal de Vídeos na Pesquisa Sobre Formação de Professores que Ensinam Matemática. In: Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. Anais. Uberlândia (MG). Uberlândia, 2021.

MOURA, M. O. de. A Atividade de Ensino como Unidade Formadora. Bolema: Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, v. 11, n. 12, p. 1-14, 1996.

MOURA, M. O. de. Educar com a matemática: saber específico e saber pedagógico. Education and Pedagogy Magazine, 23 (59). p. 47-57, 2011.

MOURA, M. O. de. O educador matemático na coletividade de formação: uma experiência com a escola pública. 2000. Universidade de São Paulo, São Paulo, 2000.

MOURA, M. O. de;. ARAUJO, E.; SERRÃO, M. I. Atividade Orientadora de Ensino: fundamentos. Linhas críticas, v. 24, p. 411-430, 2018.

PRESTES, Zoia; TUNES, Elizabeth; NASCIMENTO, Ruben. Lev Semionovitch Vigotski: um estudo da vida e da obra do criador da psicologia histórico-cultural. In: LONGAREZI, Andréa Maturano; PUENTES, Roberto Valdés (Org.). Ensino desenvolvimental: Vida, pensamento e obras dos principais representantes russos. Livro I. 3. ed. Uberlândia: EDUFU, 2017, p. 59-79.

RICHIT, A.; MALTEMPI, M. V. Pesquisas em Formação Inicial e Continuada de Professores: Percursos e Concepções Emergentes. In: BORBA, M. C.; CHIARI, A. Tecnologias Digitais e Educação Matemática. São Paulo: Livraria da Física, 2013, p. 221-250.

SOUSA, M. C. de; PANOSSIAN, M. L; CEDRO, W. L. Do movimento lógico e histórico à organização do ensino: o percurso dos conceitos algébricos. Campinas: Mercado das Letras, 2014.

VIGOTSKI, L. S. Teoria e método em psicologia. São Paulo: Martins. Fontes, 1996.

VIGOTSKI, L. S. A Construção do pensamento e linguagem. 2. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2010.

VIRGENS, W. P. das. Problemas desencadeadores de aprendizagem na organização do ensino: sentidos em movimento na formação de professores de matemática. 2019. Tese (Doutorado em Educação), Universidade de São Paulo, São Paulo, 2019.

Exemplos prototípicos de função em livros didáticos

Prototypical examples of function in textbooks

Ejemplos prototípicos de función en libros didácticos

Moutinho, Ion[1166]
Universidade Federal Fluminense
0000-0002-4040-3803

Pinheiro, Victor Albino da Silva[1167]
Universidade Federal Fluminense
0000-0003-1129-4115

Da Silva, Aline Alves[1168]
Universidade Federal Fluminense
0000-0001-6669-3119

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Aspectos teóricos e conceituais da Educação Matemática

Resumo

Apresentamos a descrição de uma pesquisa em andamento cujo objetivo é analisar a ocorrência de exemplos para o conceito de função no contexto escolar que sejampopulares e compostos por muitos atributos irrelevantes, isto é, os exemplosprototípicos. A pesquisa é desenvolvida por meio de análise dos exemplos presentes em dois livros didáticos de Matemática. Fazemos um levantamento de todos os exemplos de função observando atributos relevantes e irrelevantes que compõem o conceito a fim de montar uma planilha eletrônica. Usando recursos de ordenação de dados, detectamos,de forma ágil, frequências de exemplos segundo os mais diferentes conjuntos de atributos possíveis. Os resultados parciais revelam presença significativa de diferentes tipos de exemplos prototípicos. Essas presenças são consistentes com problemas de compreensão do conceito de função segundo pesquisas sobre o assunto.

Palavras-chave: função; exemplificação; exemplo prototípico; livro didático.

Abstract

[1166] ion.moutinho@gmail.com
[1167] victoralbino@id.uff.br
[1168] alinealvessilva@id.uff.br

We present the description of an ongoing research whose objective is to analyze the occurrence of examples for the concept of role in the school context that are popular andcomposed of many irrelevant attributes, that is, the prototypical examples. The research is developed through the analysis of examples present in two Mathematics textbooks. We do a complete survey of all the function examples observing relevant and irrelevant attributes that make up the concept in order to assemble a spreadsheet. Using data sorting resources, we quickly detect frequencies of examples according to the most different sets of possible attributes. The partial results reveal a significant presence of different types of prototypical examples. These presences are consistent with problems of understanding the concept of function according to research on the subject.

Keywords: function; exemplification; prototype example; textbook.

Resumen

Presentamos la descripción de una investigación en curso cuyo objetivo es analizar la ocurrencia de ejemplos para el concepto de función en el contexto escolar que son populares y compuestos de muchos atributos irrelevantes, es decir, los ejemplos prototípicos. La investigación se desarrolla a través del análisis de ejemplos presentesen dos libros de texto de Matemáticas. Hacemos un relevamiento completo de todos los ejemplos de funciones observando los atributos relevantes e irrelevantes que componen el concepto para armar una plantilla. Usando recursos de clasificación de datos, detectamos rápidamente frecuencias de ejemplos de acuerdo con los conjuntos más diferentes de atributos posibles. Los resultados parciales revelan una presencia significativa de diferentes tipos de ejemplos prototípicos. Estas presencias son consistentes con los problemas de comprensión del concepto de función según lasinvestigaciones sobre el tema.

Palabras clave: función; ejemplificación; ejemplo prototípico; libro didáctico.

Introdução

O conceito matemático de função é, há algumas décadas, assunto de grande interesse na Educação Matemática (p. ex. DUBINSKY; HAREL, 1992; SFARD, 1992; SIERPINSKA, 1992; EISENBERG, 1992; AYALON; WATSON; LERMAN, 2017; RIBEIRO; CURY, 2021). Pesquisas apontam que alunos da educação básica e também seus professores encontram dificuldades com o entendimento de tal conceito (p. ex. PIRES, 2014). Sendo o livro didático um elemento central nas relações entre professor, aluno e conteúdo de estudo, cabe tentar entender como o conceito de função é apresentado e trabalhado nesse tipo de material didático.

Encontramos algumas pesquisas que analisam livros didáticos brasileiros com respeito ao conhecimento de função (p. ex. OLIVEIRA, 1997; OLIVEIRA, 2009; SOUZA, 2013; BRANDÃO, 2014; ROSALIS, 2014; MASETTI, 2016; SANTOS, 2017). Contudo, mesmo o livro didático sendo uma fonte de exemplos, parece que a questão da exemplificação ainda não foi bem explorada. E esse é um assunto importante, pois a escolha de exemplos, pelo professor ou pelo livro didático, pode facilitar ou impedir a aprendizagem dos alunos (ZODIK; ZASLAVSKY, 2007).

Nossa pesquisa foca na análise de livros didáticos escolares com respeito a exemplificação do conceito de função. Mais precisamente, atentamos para a presença de exemplos prototípicos, aqueles que precisam ser considerados pelo professor ou pelo livro didático com muita atenção, pois podem levar educandos a confundir o objeto matemático com o exemplo e a reconhecer propriedades pela associação com taisexemplos (HERSHKOWITZ, 1994). Esse tópico será abordado em mais detalhes na seção de fundamentação teórica.

O objetivo deste artigo é descrever o projeto de pesquisa em andamento. Depois da revisão de literatura, apresentamos os fundamentos teóricos que ajudam a entender melhor como estabelecer e selecionar os exemplos prototípicos de função. Logo em seguida apresentamos as perguntas de pesquisa que norteiam o projeto e finalmente descrevemos como estamos trabalhando para respondê-las.

Revisão de Literatura

A importância do livro didático é tal que às vezes chega a dividir com aluno, professor e conteúdo de estudo o protagonismo que esses elementos têm no processo de ensino e aprendizagem (CARVALHO; LIMA, 2010). Em particular, comungando coma visão de González-Martín, Giraldo e Souto (2013), por exemplo, entendemos que o livro didático tem o potencial de influenciar as atividades de ensino promovidas pelo professor e o processo de aprendizagem do aluno. E, assim, acreditamos que a análisedo livro didático pode nos ajudar a fazer conjecturas a respeito dessa aprendizagem.

Com relação ao processo de conceitualização da noção de função, Vinner e Dreyfus (1989) mostram que estudantes podem apresentar imagens mentais para o conceito de função inconsistentes com a definição matemática. Por exemplo, existe a tendência de entender que um gráfico só representa uma função se for contínuo (apresenta um único ramo) ou se for dado por uma única regra, ou fórmula. É comum que alunos não reconheçam um exemplo de função, quando o domínio é um conjunto desconexo (por exemplo, dois intervalos disjuntos). Também existe uma tendência a pensar que a correspondência que define a função deve associar cada elemento do domínio a um único elemento do contradomínio, e cada elemento do contradomínio estáassociado a um único elemento do domínio. Isto é, alunos podem entender que existe uma simetria implícita na definição de correspondência (VINNER, 1983). Outro tipo de inconsistência que podemos encontrar acontece quando estudantes tendem a pensar que funções são afim ou quadrática em casos onde essa suposição não se justifica, por exemplo, quando descrevem uma função cujo gráfico tem a forma de um "u" como sendo quadrática (SCHWARZ; HERSHKOWITZ, 1999).

Alguns pesquisadores, como Carlson e Oehrtman (2005), sugerem quedificuldades assim podem estar relacionadas com os exemplos que professores utilizam para introduzir o conceito de função, que podem ser exemplos prototípicos.

Fundamentação Teórica

Exemplos prototípicos

Exemplos podem ser diferenciados pela variação de atributos do objeto exemplificado. No reconhecimento de um conceito, os atributos relevantes são as características que aparecem em qualquer exemplo desse conceito. Os atributos que se mostram presentes em apenas alguns exemplos do conceito são chamados de atributos irrelevantes.

Evidentemente, a presença dos atributos relevantes é indispensável para a escolha de exemplos de um conceito. Contudo, em uma perspectiva cognitivista, os atributos irrelevantes podem ter um papel tão importante quanto os relevantes, se não maior. Nesse sentido, encontramos a noção de *exemplo prototípico* (HERSHKOWITZ, 1994), aquele que possui todos os atributos relevantes do conceito, mas também possui muitos atributos irrelevantes. Por exemplo, uma função afim, isto é, aquela cuja expressão de definição é da forma $ax + b$, é um exemplo prototípico de função, pois temmuitos atributos irrelevantes, como: a regra é dada por uma única fórmula; a taxa de variação média é constante; está definida para todo o conjunto dos números reais; o gráfico possui um só ramo; é derivável e contínua; o gráfico é uma reta; possui no máximo uma raiz etc.

Segundo Hershkowitz (ibid.), a constante aparição de exemplos prototípicos pode levar educandos a confundir o objeto matemático com tais exemplos e a reconhecer propriedades pela associação com esses. Por isso, exemplos prototípicos de função que sejam muito frequentes em um livro didático podem se tornar um obstáculo para a aprendizagem do conceito.

Funções e seus atributos

Para esse trabalho, delimitamos o que consideramos como atributos relevantes e irrelevantes presentes em um exemplo que envolva o conceito de função. Os atributos relevantes de um exemplo de função são quatro, de acordo com as definições de função mais comumente encontradas em livros didáticos: um conjunto chamado *domínio*; um conjunto chamado *contradomínio*; um tipo de associação, entre cada elemento do domínio e um único elemento do contradomínio, chamada *regra*; e um conjunto chamado *imagem*, que é o subconjunto do contradomínio formado pelos elementos que estão associados a algum elemento do domínio segundo a regra da função.

Quanto aos atributos irrelevantes, procuramos atentar para aqueles que se relacionam com as principais características de uma função que aparecem envolvidasem questões do ensino médio ou de anos iniciais do ensino superior, e que de algum modo já foram considerados em pesquisas anteriores. Vamos primeiro listar os atributos irrelevantes que consideramos, segundo palavras-chave: expressão; diagrama; tabela; gráfico; injetividade; sobrejetividade; monotonicidade; concavidade; raiz; ramos; continuidade; diferenciabilidade; sinal; partida.

O atributo expressão diz respeito à maneira que a regra é estabelecida, se é por fórmula ou não, ou ainda se é dada por algum processo de medição. E, sendo por fórmula, verificamos se é afim, quadrática ou outra expressão polinomial, ou se é algébrica ou transcendente. Com relação à apresentação não analítica do exemplo,apenas consideramos se ele é dado na forma de diagrama, de gráfico ou de tabela. Consideramos se os exemplos são injetivos e sobrejetivos. Por monotonicidade queremos saber se a função é crescente, decrescente, constante, ou se ela não é monótona. Verificamos os exemplos com relação ao número de raízes. Atentamos para o atributo concavidade a fim de poder diferenciar os exemplos que possuem, ou não, taxa de variação constante e para diferenciar os tipos de variação de modo geral. Lembrando, a concavidade se relaciona com a aceleração de variação da variável dependente com relação à variável independente. O atributo ramos se refere à quantidade de ramos de curvas que compõem o gráfico da função exemplificada. Por exemplo, a função f dada pela regra $f(x) = 1/x$ possui dois ramos. Os atributos sobre diferenciabilidade e continuidade não são para saber se o exemplo aborda esses conceitos, mas são para verificarmos se os exemplos que fazem parte da formação escolar dos alunos o preparam para os conceitos que eventualmente conhecerão no ensino superior. Por exemplo, é importante para um aluno conhecer exemplos de funçãoque faça “bico”, isto é, que tenha um ponto onde não é possível definir uma reta tangente para o gráfico, como no caso da função módulo. O atributo sinal avalia se o exemplo é de uma função positiva, negativa, ou se não é nenhum dos dois casos. Por último, o atributo partida se refere aos exemplos de função definida por mais de uma regra.

Os atributos de função possuem uma particularidade, os atributos relevantes podem variar. Vejamos a questão para o caso do atributo relevante domínio. Todo exemplo de função tem que apresentar um domínio, contudo existem inúmeros exemplos de domínio, e que podem ter atributos irrelevantes. Por exemplo, o conjunto {1, 2, 3, 4, 5} é um exemplo dotado de vários atributos irrelevantes para o conceito de domínio de função. São quatro: é um intervalo (de números inteiros); é limitado; é formado números inteiros; é formado por números positivos. Assim, faz sentido olhar também para exemplos prototípicos com relação aos atributos relevantes do conceito de função. Essa questão define uma das perguntas de pesquisa de nosso projeto. A outra é com relação aos exemplos de função de modo geral. Mais precisamente estas são asduas perguntas que norteiam o projeto:

Os exemplos instrucionais de função em livros didáticos apresentam casos de exemplos prototípicos com relação aos seus atributos relevantes? Eles são populares?

Quais são os exemplos prototípicos de função apresentados em livros didáticos? Eles são populares?

Metodologia

A pesquisa é de natureza quanti-qualitativa tendo como base livros didáticos.Em primeiro lugar, buscamos selecionar coleções que foram aprovadas pelo Programa Nacional do Livro e do Material Didático, que sejam bastante utilizadas e que já foram objeto de análise em outras pesquisas. A seleção considerou também que o assunto função deve ser abordado, no livro didático, de forma geral. Ou seja, não estamos interessados em seções que sejam voltadas para um tipo específico de função, como função afim, quadrática, exponencial etc., pois queremos analisar, nos exemplos de função, a variabilidade dos atributos que acompanham o conceito. Dessa forma, direcionamos a atenção para livros da primeira série do ensino médio e para as seções que tratam de funções quaisquer.

Não pretendemos fazer afirmações a respeitos de livros didáticos de modo geral. Considerando a natureza qualitativa com respeito à abordagem adotada, poderia ser suficiente escolher apenas um livro para análise. Contudo, optamos por analisar dois livros didáticos a fim de ter um parâmetro de comparação, que pode ser para diferentes situações. Por exemplo, faz parte da prática docente escolher o livro didático a ser adotado e a pesquisa que estamos desenvolvendo aqui pode ser facilmente reproduzida, mesmo que parcialmente, por um professor a fim de fazer comparações entre diferentes textos didáticos. Também queremos verificar se livros diferentes podem produzir exemplos prototípicos diferentes.

Encontramos dois livros que contemplam as condições consideradas. O primeiro, que será chamado aqui de Livro A, é Matemática: Ciência e Aplicações, de Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce, David Degenszajn, Roberto Périgo e Nilze de Almeida, publicado pela editora Saraiva, 9ª edição no ano de 2016. O segundo livro, que será chamado aqui de Livro B, é Conexões com a Matemática, obra coletiva organizada pela Editora Moderna, 3ª edição no ano de 2016. E os exemplos analisados foram retirados, nos dois livros, do capítulo terceiro, cujo título é Funções. É a seção que aborda o assunto de modo geral.

Fizemos um levantamento completo de todos os exemplos de funções observando atributos relevantes e irrelevantes para cada elemento que compõe o conceito de função. Apenas como uma questão de limitação, consideramos como exemplo de função todos os casos ilustrados no livro, seja no texto explicativo, sejam osexercícios resolvidos. Em particular, não analisamos os exemplos escolhidos para os exercícios propostos. As informações produzidas da observação dos atributos de cada exemplo foram usadas para a criação de um banco de dados em forma de tabela em umaplanilha eletrônica com linhas indicando os exemplos e colunas formadas por atributos.

Os dados coletados são analisados em termos da classificação dos atributos relevantes e irrelevantes presentes nos exemplos, pelo lado qualitativo da metodologia,e em termos da frequência de exemplos de acordo com os atributos selecionados, pelo lado quantitativo. A busca pelos exemplos prototípicos se dará pelo uso do recurso de ordenação de dados, conforme explicamos na próxima seção.

A Produção de Resultados

No Livro A, obtivemos 43 exemplos e, no Livro B, 61 exemplos. E geramos duas planilhas independentes, uma para cada livro, com dados inseridos por ordem de ocorrência nos respectivos livros. Basicamente, o objetivo inicial, com relação ao tratamento dos dados obtidos, é poder fazer levantamento de frequências. Contudo, a questão não é exatamente poder fazer frequências, pois isso depende só de fazer uma contagem, mas é saber o que contar, é saber que atributos estão se destacando ao longo de todo o livro para, então, começar a prestar a atenção neles. O fato de as tabelas serem dinâmicas está sendo fundamental para o desenvolvimento da pesquisa. Por dinâmica queremos dizer que podemos reordenar as informações, quantas vezes quisermos, eobter facilmente diferentes frequências, de diferentes classes de objetos.

Por exemplo, podemos imediatamente obter a frequência dos diferentes tipos de exemplos de domínio de função exemplificados, nos dois livros. Para isso ordenamos osdados pela coluna "domínio". As planilhas ficam, então, ordenadas em função dos dados de entrada da coluna. Inclusive, a definição sobre a formatação dos dados de entrada é fundamental para o bom funcionamento desse recurso de classificação eordenação de dados por campos de atributos. No caso do atributo domínio os dados podiam ser da forma $[a, b]$, (a, b), ou variações de notações para intervalo, da forma x_1, x_2, ... , quando o domínio era uma lista de números, uma letra para um dos conjuntos numéricos, ou alguma notação mais específica, dependendo da natureza do conjunto, poderia ser meses ou letras do alfabeto, por exemplo. Para essa ordenação obtivemos uma tabela de frequências, a Tabela 1.

O atributo irrelevante de ser todo o conjunto dos números reais é o mais frequente na exemplificação de domínio de uma função, nos dois livros. Se mudarmos oatributo irrelevante para ser intervalo da reta ilimitado, a frequência fica um pouco maior, no Livro A soma quase 42% de todos os exemplos e no Livro B soma quase64%. As porcentagens não são exatamente as mesmas, mas ambas são expressivas. Um atributo que engloba os anteriores é o de ser intervalo da reta. Para esse caso, afrequência é de quase 49% e mais de 67% para os Livros A e B, respectivamente.Assim, o atributo irrelevante de ser intervalo da reta é bastante popular na exemplificação de domínio de função, em ambos os livros analisados. Cabe destacar a quantidade muito pequena de exemplos dados por intervalos limitados. Estamos desenvolvendo os estudos para os outros atributos relevantes, contradomínio, regra e imagem.

Tabela 1.

Frequências dos diferentes tipos de domínios exemplificados

Domínio	**Livro A**		**Livro B**	
	Quantidade	**Frequência**	**Quantidade**	**Frequência**
Conjunto não numérico	5	11,63%	5	8,20%
Conjunto finito	8	18,60%	11	18,03%
Conjunto discreto infinito	0	0%	1	1,64%
N	2	4,65%	1	1,64%
Z	3	6,98%	0	0%
Q	1	2,33%	0	0%
R	17	39,53%	33	54,10%
Intervalo limitado	3	6,98%	2	3,28%
Intervalo ilimitado	1	2,33%	6	9,84%
Intervalo menos um ponto	3	6,98%	2	3,28%

Tabela 2.

Frequências com respeito à monotonicidade.

Domínio	Livro A		Livro B	
	Quantidade	**Frequência**	**Quantidade**	**Frequência**
Crescente	26	60,47%	33	54,10%
Decrescente	3	6,98%	2	3,28%
Constante	0	0%	1	1,64%
Não monótona	14	32,56%	25	40,98%

Analisando a frequência dos exemplos de funções monótonas □ ordenamossegundo o campo monotonicidade □ obtivemos a Tabela 2. Vejamos mais sobre a utilidade do uso sucessivo do recurso de ordenação de dados da planilha eletrônica.

Podemos ver imediatamente que os exemplos de função crescente são os mais populares. Então, buscando pelos exemplos populares com mais atributos irrelevantes, podemos nos interessar pela frequência de tipos de funções monótonas. Para isso, reclassificamos os dados pelos dois campos: monotonicidade e expressão. Com asplanilhas reordenadas, verificamos que, no Livro B, quase 40% de todos os exemplos são de funções crescentes e afim; ou que quase 73% dos exemplos de função crescente são de funções do tipo afim. Olhando para esses novos dados, e continuando só com o Livro B, podemos nos interessar pela questão das raízes, pois nem toda função crescenteprecisa ter raiz. Assim, podemos reordenar os dados classificando agora pelos campos da matriz de dados: monotonicidade, expressão e raiz. Verificamos imediatamente, com a nova ordenação e recontando os dados, que 33,44% dos exemplos do Livro B são de funções crescentes, definidas por uma expressão afim e com raiz. Esse pode ser, então, um candidato a exemplo prototípico de função do Livro B com uma boa popularidade. Esse é o método que estamos utilizando para a constatação de exemplos prototípicos.

Considerações Finais

A fim de entender melhor como o conceito de função é exemplificado para alunos, estabelecemos a questão de detectar a presença de exemplos prototípicos em livros didáticos escolares. Resultados parciais de nossa pesquisa em andamento indicam, sim, a presença de tais exemplos, em diferentes contextos. Por exemplo, o domínio de uma função é exemplificado de forma bem geral por conjuntos com estruturas bastante particulares. A popularidade desse tipo de exemplo prototípico é consistente com achados em pesquisas como a de Vinner e Dreyfus (1989) que mostramque alunos podem não reconhecer uma função, quando seu domínio não é um intervalo.

Exemplos prototípicos que estão sendo detectados também são consistentes com imagens equivocadas que alunos podem apresentar a respeito de uma função, como a depensar em uma função crescente e inferir que ela é uma função afim. Esse tipo de interpretação é observado em Schwarz e Hershkowitz (1999).

Também estamos percebendo exemplos prototípicos envolvendo propriedades que podem apontar para inconsistências na formação do conceito de função que pesquisas aparentemente ainda não revelaram, como o entendimento de que toda funçãocrescente possui uma raiz.

Considerando o papel dos exemplos prototípicos na formação de conceitos e a influência que o livro didático tem na prática docente do professor e no processo de aprendizagem do aluno, acreditamos que os resultados que estão sendo obtidos podem ser úteis para o planejamento de aulas sobre função ao mostrarem a eventual necessidade de escolha de exemplos mais variados do que os oferecidos pela obra adotada para trabalho. Mais ainda, gostamos de pensar que o método que utilizamos para detectar exemplos prototípicos possa ser facilmente reproduzido por professores em um eventual processo de escolha de livro didático. Inclusive, esse método pode ser reproduzido para detectar a presença de exemplos prototípicos de outros assuntos matemáticos, não só para função.

Referências

Ayalon, M., Watson, A., & Lerman, S. (2017). Students' conceptualisations of function revealed through definitions and examples. *Research in Mathematics Education*,*19*(1), 1-19.

Brandão, J. D. P. (2014). O papel e a importância do livro didático no processo de ensino aprendizagem. CONEDU, 1, 1-6.

Carlson, M. & Oehrtman, M. (2005). Key aspects of knowing and learning the concept of function. Research Sampler Series, 9, The Mathematical Association of America Notes Online. Acesso: 17/7/2022, de http://goo.gl/8mfGFt.

Carvalho, J. B. P. F. de; Lima, P. F. (2010). Escolha e uso do livro didático. In: Carvalho, J. B. P. F. de. (Org.). Matemática: Ensino Fundamental. v. 17 (p. 15- 30). Brasília: MEC/SEB.

Dubinsky, E., & Harel, G. (1992). The concept of function. Aspects of epistemology and pedagogy. USA: Mathematical Association of America (MMA).

Eisenberg, T. (1992). On the development of a sense for functions. The concept of function: Aspects of epistemology and pedagogy, 25, 153-174.

González-Martín, A. S., Giraldo, V., & Souto, A. M. (2013). The introduction of real numbers in secondary education: an institutional analysis of textbooks. Researchin Mathematics Education, 15(3), 230-248.

Hershkowitz, R. (1994). Aspectos psicológicos da aprendizagem da geometria. Boletim GEPEM, 32, 3-31.

Masetti, C. (2016). análise de livros didáticos de Matemática: função exponencial.Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós- Graduados, Pontifícia Universidade Católica, São Paulo.

Oliveira, A. S. D. (2009). A abordagem do conceito de função em livros didáticos ginasiais: Uma análise em tempos modernos (décadas de 1960 e 1970). Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, Universidade Bandeirante de São Paulo.

Oliveira, N. D. (1997). Conceito de função: uma abordagem do processo ensino- aprendizagem. Dissertação (Mestrado em Educação). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

Pires, R. F. (2014). Função: Concepções de professores e estudantes dos ensinos Médio e Superior. Tese (Doutorado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica deSão Paulo, São Paulo.

Ribeiro, A. J., & Cury, H. N. (2021). Álgebra para a formação do professor: explorando os conceitos de equação e de função. Autêntica Editora.

Rosalis, R. (2014). Uma Análise Sobre Como os Livros Didáticos de Matemática Estão Trabalhando a Questão da Contextualização. Revista BOEM, 2(3), 72-97.

Santos, J. B. (2017). O conceito de função quadrática nos livros didáticos do ensino médio: uma análise praxeológica das atividades propostas (Master's thesis, Universidade Federal de Pernambuco).

Sfard, A. (1992). Operational origins of mathematical objects and the quandary of reification: The case of function. The concept of function: Aspects of epistemology and pedagogy, 25, 59-84.

Sierpinska, A. (1992). On understanding the notion of function. The concept of function: Aspects of epistemology and pedagogy, 25, 23-58.

Souza, H. S. D. (2013). O ensino de função quadrática em uma apresentação dos livros didáticos adotados na rede pública de Mamanguape no ano de 2013. Monografia(Licenciatura em Matemática) – Departamento de Ciências Exatas, UniversidadeFederal da Paraiba, Rio Tinto.

Schwarz, B. B., & Hershkowitz, R. (1999). Prototypes: Brakes or levers in learning the function concept? The role of computer tools. Journal for research in mathematics education, 362-389.

Vinner, S. (1983). Concept definition, concept image and the notion of function. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 14(3), 293-305.

Vinner, S., & Dreyfus, T. (1989). Images and definitions for the concept of function.

Journal for research in mathematics education, 20(4), 356-366.

Zodik, I., & Zaslavsky, O. (2007). Is a visual example in geometry always helpful. In Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 4, pp. 265-272). Seoul, South Korea: PME.

Encontros e desencontros entre teorias, metodologias e tecnologias no curso de licenciatura em matemática

Agreement and disagreement between theories, methodologies and technologies in mathematics undergraduate

Encuentros y desencuentros entre teorías, metodologías y tecnologías en el curso de graduación en matemáticas

Luciana Bertholdi Machado[1169]
Universidade do Estado de Mato Grosso - UNEMAT
0000-0003-2129-9606

Iran Abreu Mendes[1170]
Universidade Federal do Pará - UFPA
0000-0001-7910-1602

Daise Lago Pereira Souto[1171]
Universidade do Estado de Mato Grosso - UNEMAT
0000-0001-6832-6099

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Aspectos teóricos e conceituais da Educação Matemática

Resumo

Este trabalho visa identificar encontros e desencontros entre teorias de aprendizagem, abordagens metodológicas e tecnologias (digitais ou não) adotadas por 12 professores do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado de Mato Grosso – UNEMAT, *campus* de Barra do Bugres. Trata-se de uma pesquisa qualitativa, de caráter investigativo, tendo um questionário no *Google Forms* e planos de ensino como instrumentos de coletas de dados, cuja análise ocorreu pelo movimento da Indução Analítica Modificada. Mediante este movimento, foi possível notar que a maioria dos professores tem dificuldade em harmonizar os aspectos mencionados, ao que parece, pela falta de compreensão dos tipos de abordagens pertinentes, bem como recursos adequados que permitam articular teoria e prática, ou seja, há desencontros na maioria dos casos. Considerando-se a importância desta harmonia, sugere-se uma formação docente, no que compete à harmonização supracitada, seja nas semanas acadêmicas, reuniões pedagógicas e/ou em cursos de formação, principalmente em se considerando as necessidades educacionais contemporâneas.

Palavras-chave: Teorias de aprendizagem; Abordagens Metodológicas; Tecnologias; Licenciatura em matemática.

[1169] lucianabm@unemat.br
[1170] iamendes1@gmail.com
[1171] daise@unemat.br

Abstract

This paper aims to identify agreement and disagreement between learning theories, methodological approaches and technologies (digital or non digital) adopted by 12 teachers from the course of Mathematics in the State University of Mato Grosso - UNEMAT, Barra do Bugres *campus*, Brazil. This is a qualitative research, of investigative character, having a questionnaire in Google Forms and teaching plans as instruments of data collection, whose analysis occurred by a movement of Modified Analytical Induction. With help of this movement, it was possible to evidence that most teachers have difficulty in establishing harmony between the mentioned aspects, apparently due to a lack of understanding of the types of relevant approaches, as well as adequate resources to connect theory and practice, for there are disagreement in most cases. Considering the importance of this harmony, it is suggested that teacher training be carried out regarding the aforementioned harmonization, either in academic events, pedagogical meetings and/or training courses, especially considering the contemporary educational needs.

Keywords: Learning theories; Methodological approaches; Technologies; Mathematics undergraduate.

Resumen

Este artículo tiene como objetivo identificar *Encuentros* y *Desencuentros* entre entre las Teorías del Aprendizaje, los Enfoques Metodológicos y las Tecnologías (digitales o no) adoptadas por los 12 profesores en el curso de graduación en matemáticas de la Universidad del Estado de Mato Grosso – UNEMAT – campus Barra do Bugres. Se trata de una investigación cualitativa, de carácter investigativo, teniendo como instrumentos de recolección de datos un cuestionario en *Google Forms* y planes didácticos, cuyo análisis se dio a través del movimiento de Inducción Analítica Modificada. A través de este movimiento, fue posible evidenciar que la gran mayoría de los docentes tienen dificultad para establecer una armonía entre los aspectos mencionados, aparentemente debido a la falta de comprensión sobre los tipos de enfoques pertinentes, así como los recursos adecuados, que permitan articular la teoría. y la práctica, es decir, hay discrepancias en la mayoría de los casos. Considerando la importancia de esta armonización, se sugiere realizar capacitaciones docentes respecto a dicha armonización, ya sea en semanas académicas, encuentros pedagógicos y/o cursos de capacitación, especialmente considerando las necesidades educativas contemporáneas.

Palabras clave: Teorías del aprendizaje; Enfoques metodológicos; Tecnologías; Graduación en Matemáticas.

Introdução

Um dos focos principais no âmbito da educação é a relação entre processos de ensino e aprendizagem. Para contribuir com ambos, tem-se à disposição diversas teorias chamadas Teorias de Aprendizagem, que discutem como ocorre a aprendizagem, e, frequentemente, são agrupadas em três correntes filosóficas: comportamentalista ou behaviorista, cognitivista e humanista. Autores como Moreira (1999) e Illeris (2013) apresentam e discutem diferentes teorias, algumas mais tradicionais, no caso de Moreira, e outras mais contemporâneas são apresentadas por Illeris. Há também os que discutem, dentro de cada teoria, o papel da escola, do aluno, do professor, conteúdos, métodos etc., como é o caso de Libâneo (2006, 2012).

No que se refere às abordagens metodológicas, "são ações do professor pelas quais se organizam as atividades de ensino e dos alunos para atingir objetivos do trabalho docente em relação a um conteúdo específico" (LIBÂNEO, 2006, p. 152). Há uma variedade de possibilidades, desde as mais tradicionais até as mais contemporâneas, como as metodologias ativas, por exemplo, que fazem do aluno um agente ativo e comprometido com o próprio processo de aprendizagem. E por "meios de ensino" tem-se " todos os meios e recursos materiais utilizados pelo professor e pelos alunos para a organização e condução metódica do processo de ensino e aprendizagem" (*ibid*., p. 173). Na educação contemporânea existem os meios tecnológicos digitais como parte integrante do contexto educacional, com potencial para impulsionar a aprendizagem.

Considerando-se a importância do alinhamento entre teorias de aprendizagem, abordagens metodológicas e tecnologias (digitais ou não), objetiva-se evidenciar encontros e desencontros na prática docente de professores do curso de Licenciatura em Matemática, da Universidade do Estado de Mato Grosso – Unemat, *campus* universitário Renê Barbour, em continuidade às pesquisas já realizadas[1172], denominadas "*Tecnologias digitais no ensino superior: um* zoom*"* (2017) e "*Tecnologias digitais na licenciatura em matemática: outro* zoom" (2020), realizadas no âmbito do referido curso, a fim de se compor um acervo de pesquisas que, de alguma forma, possa contribuir com o curso.

A fim de atingir o objetivo, esta pesquisa possui abordagem qualitativa, de caráter investigativo, tendo por instrumentos de coleta de dados um questionário no *Google Forms* e um plano de ensino das disciplinas ministradas pelos professores no semestre 2022/1. Os dados foram analisados pelo movimento da Indução Analítica Modificada, conforme Bogdan e Biklen (1994).

Teorias de Aprendizagem

O desenvolvimento de qualquer ser humano depende de habilidades adquiridas ao longo do tempo. Cada ser humano tem sua própria maneira de processar as informações

[1172] Trata-se da pesquisa fomentada pela FAPEMAT 0206965/2017 – Edital nº 42/2016 Universal – intitulada "M@ttoon: matemática e *cartoons* na Educação Básica e Superior de Mato Grosso".

recebidas e transformá-las em conhecimento (BACICH; MORAN, 2018). Diversos estudiosos dedicaram-se, e ainda se dedicam, a entender como se dá esse processo e, a partir daí, tem-se as chamadas Teorias de Aprendizagem.

Para Moreira (1999, p. 19), "teorias de aprendizagem são, portanto, tentativas de [se] interpretar sistematicamente, de organizar, de fazer previsões sobre conhecimentos relativos à aprendizagem", e de modo geral, as teorias de aprendizagem apoiam-se em teorias do conhecimento[1173]. Segundo o autor, três correntes filosóficas são a base das teorias de aprendizagem: a comportamentalista (behaviorista) centra-se no comportamento, ignora o processo cognitivo; a cognitivista centra-se no desenvolvimento cognitivo, e a corrente humanista centra-se na pessoa dotada de sentimentos, pensamentos e ações.

Segundo Illeris (2013, p. 17), algumas teorias consideram apenas os aspectos internos (psicológico) e outras, apenas os aspectos externos (ambiente), e que, dessa forma, "não cobrem todo o campo da aprendizagem" (*ibid*., p. 17). Na visão do autor, a aprendizagem decorre do envolvimento desses dois processos (interno e externo) e se efetua em três dimensões: conteúdo (conhecimento, entendimento, habilidades), incentivo (motivação, emoção, volição) e interação (ação, comunicação, cooperação), culminando no que o autor chama de funcionalidade, sensibilidade e sociabilidade, respectivamente, e apresenta diversas teorias contemporâneas.

Há várias abordagens teóricas com diferentes perspectivas sobre como ocorre a aprendizagem do sujeito, e tornam-se importantes no processo de ensino-aprendizagem, além de beneficiar a escolha de abordagens metodológicas e os recursos metodológicos que podem ser utilizados na prática docente.

Abordagens Metodológicas

Sobre o ensino da Matemática, Fiorentini (1995) identificou algumas tendências pedagógicas no Brasil. Com base no que este autor apresenta, vê-se, no contexto atual, traços bem presentes, na prática escolar, das tendências tradicional e tecnicista, tais como "reprodução (imitação/repetição) precisa dos raciocínios e procedimentos ditados pelo professor ou pelos livros. [...] O papel do aluno, nesse contexto, seria o de copiar, repetir, reter e devolver nas provas do mesmo modo que recebeu" (*ibid*., p. 7), ou, ainda, cujo foco seja "nos objetivos instrucionais, nos recursos (materiais instrucionais, calculadoras etc.) e nas técnicas de ensino

[1173] Também denominadas Epistemologias, tratam-se do "estudo metódico e reflexivo do saber, de sua organização, de sua formação, de seu desenvolvimento, de seu funcionamento e de seus produtos intelectuais. A espistemologia é o estudo do conhecimento" (TESSER, 1995, p. 91).

que garantiriam o alcance dos mesmos" (*ibid*, p. 17).

Ainda dentro da Educação Matemática, há variadas abordagens ou tendências metodológicas capazes de romper com o modelo tradicional de ensino, nos diferentes níveis (fundamental, médio e superior). São exemplos: resolução de problemas, modelagem matemática, história no ensino da matemática, jogos matemáticos, investigação matemática, entre outros. Independentemente da abordagem, são perspectivas que exigem do professor uma postura diversa do modelo tradicional e, consequentemente, uma postura diversa em relação ao papel do aluno. Se trabalhada corretamente nesses ambientes, a função do professor é fornecer um cenário estimulante onde o aluno desenvolva senso crítico e autocrítico, criatividade, reflexão, autonomia, confiança, trabalho em equipe etc., e, como resultado, adquirir conhecimento.

Na educação contemporânea, surgem as chamadas metodologias inovadoras de ensino, trazendo novos elementos qualitativos para aprendizagem como, por exemplo, as metodologias ativas (BACICH, MORAN, 2018). Quanto às abordagens, tem-se: sala de aula invertida, aprendizagem baseada em problemas, aprendizagem baseada em projetos, rotação por estações, educar pela pesquisa, gamificação, entre outras. Destacam-se nessas abordagens o protagonismo do aluno, a colaboração e a ação reflexiva através de uma aprendizagem ativa e colaborativa (CAMARGO, DAROS, 2018).

A Presença das Tecnologias

Não há uma definição única, capaz de cobrir todo o campo, sobre o que realmente é tecnologia. Conforme Culpani (2016), vários são os entendimentos desse termo. Tais visões da tecnologia são apresentadas por filósofos que trataram do assunto na perspectiva da filosofia da tecnologia, na tentativa de explicar teoricamente como a tecnologia foi se inserindo na sociedade, os seus usos, e tornou-se um dos fatores principais de avanços na humanidade em variados setores (ciência, indústria, política, educação, sociedade civil).

Segundo Culpani (2016), Mitcham (1994) tem sido uma das principais referências sobre o assunto. Na visão de Micham (1994, p. 160), a tecnologia manifesta-se em quatro dimensões: **1)** tecnologia como objeto (materiais, artefatos, ferramentas, produtos etc.); **2)** tecnologia como um modo de conhecimento; **3)** Tecnologia como atividade (fazer e usar), como "adquirir uma habilidade (*crafting*), inventar, projetar (*designing*), manufaturar, trabalhar, operar e manter" (CULPANI, 2016, p. 19); **4)** tecnologia como volição (vontade tecnológica), "como manifestação de determinada atitude ou propósito do homem na sua relação com a realidade"

(CULPANI, 2016, p. 21).

Dentro da Educação Matemática, Borba, Silva e Gadanidis (2015, p. 39) apresentam quatro fases das tecnologias digitais: **1)** 1985 – tecnologia informática (*software* Logo); **2)** 1990 – tecnologia educativa (*softwares* de geometria dinâmica); **3)** 1999 – tecnologias da informação e comunicação (TIC) a partir de usos da internet e Educação Matemática a distância; e **4)** 2004 – tecnologias digitais (TD), móveis ou portáteis. Borba, Souto e Junior (2022) indicam a presença da quinta fase das tecnologias digitais, que emergiu do contexto da pandemia causada pela Covid-19. Trata-se do uso intensivo das tecnologias digitais que foram fundamentais no processo de ensino e aprendizagem durante o momento pandêmico e, neste processo, enfatizam o protagonismo do **5)** vídeo digital.

Esses diferentes momentos e avanços tecnológicos mostram que a tecnologia faz parte, naturalmente, da história da educação e, em particular, da educação matemática. Não se pode ignorar que a tecnologia "impulsionou" o processo de ensino-aprendizagem. Nesse sentido, o construto seres-humanos-com-mídias (BORDA, VILARREAL, 2005), segundo Borba, Silva e Gadanidis (2015, p. 133), busca "enfatizar que as possibilidades do conhecimento, feito socialmente por coletivos, se alteram com diferentes humanos e diferentes tecnologias", especialmente em uma geração socialmente digital. Este "contexto midiático" propicia maior alcance educacional, pois vai além de um local fixo (sala de aula) e de um horário estabelecido (período de aula).

Metodologia

Trata-se de uma pesquisa qualitativa, de caráter investigativo, tendo como instrumentos de coleta de dados um questionário no *Google Forms* com quatro perguntas e plano de ensino das disciplinas ministradas pelos professores. Participaram da pesquisa um total de 12 professores (nomeados de P01 a P12), os quais contemplaram as seguintes áreas de atuação: Educação Matemática, Física, Matemática Aplicada, Álgebra, Metodologia Científica, Língua Portuguesa, Educação e Cálculo.

Os dados foram analisados segundo movimento da Indução Analítica Modificada, conforme Bogdan e Biklen (1994). Nessa perspectiva, a fim de organizar, sistematizar e analisar os dados, foi utilizado um sistema de cores para indicar uma mesma ocorrência e, consequentemente, indicar a sua frequência. A fim de se comparar o "perfil docente" que emergiu do questionário, utilizando desse mesmo sistema de análise, verificou-se o plano de ensino dos professores para se verificar o alinhamento entre teoria e "prática".

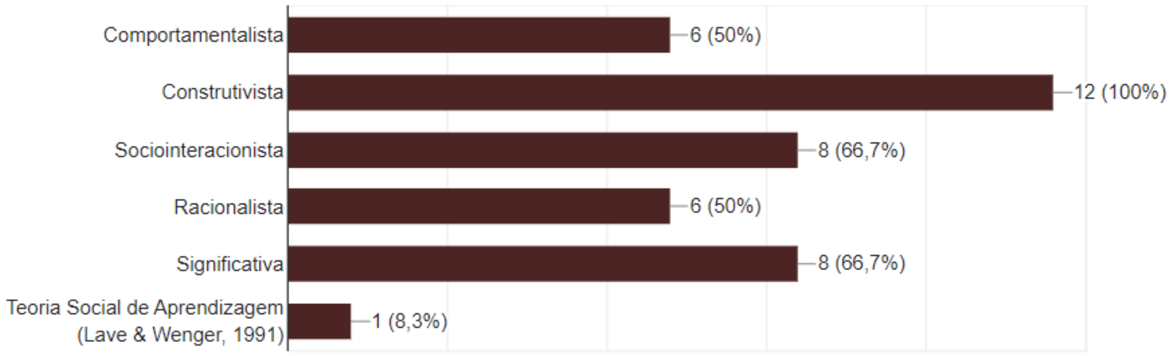
Por questões éticas, solicitou-se o consentimento do uso dos dados do questionário e assegurando-se o sigilo dos participantes. Quanto aos planos de ensino, os mesmos podem ser verificados via Sigaa[1174], de livre acesso a qualquer docente ou administrativo da instituição. O mesmo procedimento ético foi aplicado nesta situação.

Análise e Resultados

Questão 1: *Você conhece as Teorias de Aprendizagem listadas abaixo? Qual(ais)?* Em relação à primeira pergunta[1175], pode-se perceber, pela Figura 1, que todos os professores conhecem algumas das Teorias de Aprendizagem listadas, estando a Construtivista em 100% das respostas. Além disso, a Teoria Social de Aprendizagem (LAVE; WENGER, 1991), que não estava listada, foi acrescida por um dos docentes.

Figura 1.

Teorias de Aprendizagem. Fonte: Dados da pesquisa



O objetivo da pergunta é verificar quais teorias de aprendizagem os professores (nomeados de P01 a P12) têm conhecimento. Percebe-se uma falta de conhecimento em relação a teorias contemporâneas, citada por apenas um docente. A importância em se conhecer teorias de aprendizagem é que elas descreverão como o ser humano aprende, e sob quais condições aprendem, além de identificarem o papel do professor e do aluno nesse processo, ou seja, contribui diretamente para a prática pedagógica docente.

Questão 2 (Teorias de Aprendizagem): *Você trabalha com alguma dessas teorias ou alguma*

[1174] Sistema Integrado de Gestão de Atividades Acadêmicas. As informações requeridas no plano de curso são: metodologia de ensino e avaliação, cronograma de aulas, avaliações, referências básicas e complementares.
[1175] Os professores poderiam marcar mais de uma opção e acrescentar alguma não listada.

outra teoria nas suas atividades docentes? Sobre as teorias, tem-se os seguintes resultados: Construtivista (P09; P12), Sociointeracionista (P01; P06; P09), Significativa (P03; P08; P12), Teoria Social de Aprendizagem (P02), Nenhuma (P04; P05), Todas (P10) e resposta vaga (P07; P11).

Três casos chamam atenção de imediato: **1)** professores que assumiram não adotar uma teoria de aprendizagem (P04; P05), o que é uma atitude louvável, muito provavelmente por falta de formação, principalmente aqueles professores com vários anos de carreira, como declara o professor P04. Ou, ainda, docentes com formação inicial em cursos com currículos tradicionais. **2)** O professor P10 declara utilizar todas as teorias listadas, causando uma reação duvidosa. Acredita-se ser improvável a adoção de todas as teorias listadas, pois algumas delas possuem visões contrárias em relação ao processo de aprendizagem, como é o caso do comportamentalismo e do sociointeracionismo, que exigem posturas opostas de planejamento pedagógico. **3)** professores (P07, P11) com respostas vagas, ou seja, que não conseguem dizer com qual teoria trabalham, o que mostra falta de conhecimento das mesmas.

Questão 3 (Abordagens Metodológicas): *Com base nessa teoria que você adota, quais são os procedimentos metodológicos de ensino que você emprega? Que elementos você considera importantes para destacar a relação entre a teoria de aprendizagem e o procedimento de ensino utilizado?* Sobre os procedimentos metodológicos de ensino, foi possível estabelecer duas categorias: tradicional e centrado no aluno. Na categoria tradicional estão os professores P04, P05, P06, P08 e P11. Na categoria centrada no aluno estão P01, P02, P07, P09, P10, P12, sendo que P03 não soube responder.

Os dados indicam que 41,67% dos professores adotam abordagens tradicionais e 50% adotam abordagens centradas no aluno, enquanto que 8,33% não responderam. Sobre o questionamento, *Que elementos você considera importantes para destacar a relação entre a teoria de aprendizagem e o procedimento de ensino utilizado?*, nem todos responderam. No conjunto dos que adotam abordagens tradicionais, a resposta dada pelo docente P11 não está alinhada com a abordagem utilizada, pois ele destaca como estratégia: aula expositiva e dialogada, seminário e trabalho de investigação individual ou em grupo. Geralmente, o seminário tende a ser expositivo e o trabalho de investigação pode se tratar de uma pesquisa sem troca ou compartilhamento de conhecimentos. Em ambos os casos, não fica claro de que forma são trabalhados, então considerou-se a afirmação “aula expositiva/dialogada”, que é configurada como abordagem tradicional.

Em relação aos professores que trabalham com estratégias centradas no aluno, percebe-se um entendimento sobre aspectos pertencentes às teorias construtivista e significativa, enfatizando o papel do professor (mediador/orientador) e do aluno como protagonista e ativo, dotado de saberes a serem compartilhados no processo de ensino-aprendizagem. No entanto, vale a pena ressaltar que existem algumas condições para que o sujeito tenha uma aprendizagem significativa: 1) utilização de material potencialmente significativo; 2) subsunçores (conhecimentos específicos) adequados em sua estrutura cognitiva; 3) disposição para aprender, conforme Moreira (1999, p. 155-156).

Questão 4 (Recursos Tecnológicos): *Quais tecnologias, digitais ou não, você utiliza em sala de aula? Como essas tecnologias estão relacionadas com os procedimentos metodológicos e a teoria de aprendizagem adotada?* Com relação aos recursos tecnológicos dos professores que responderam o questionário, vários recursos foram mencionados: dispositivos móveis, vídeos, *sites*, Whatsapp, AVA, Classroom, formulários *on-line*, *datashow*, jogos, Geogebra, gamificação, entre outros.

Diante dos recursos utilizados pelos docentes, é possível estabelecer dois tipos de manifestação tecnológica, conforme Mitcham (1994): tecnologia como objeto (ferramenta) e um movimento tímido de tecnologia como volição.

Dos recursos tecnológicos enquanto objetos, nota-se tratar-se de instrumentos para auxiliar as práticas docentes, o que pode levar ao uso domesticado, assim como os objetos utilizados cotidianamente, por hábito. Dos recursos enquanto volição, ainda que de maneira tímida, há uma vontade tecnológica que, além de auxiliar o professor, representa uma forma de ser e estar com tecnologia (seres-humanos-com-mídia) em um sentido mais amplo, e, de algum modo, tende a influenciar na formação dos sujeitos.

Da tecnologia enquanto objeto, vê-se, pelo argumento do professor P07, que o recurso apontado por ele (*softwares* de suporte à pesquisa) é para colocar em prática alguns procedimentos de pesquisa (coleta e análise de dados), ficando evidente o papel da tecnologia enquanto ferramenta. O mesmo se aplica ao professor P05, que, embora não tenha explicitado qual recurso a que se refere, entende-se tratar-se de uma ferramenta.

Da tecnologia enquanto volição, tem-se no professor P01 uma visão mais tímida em comparação a P11 e P12, pois a tecnologia se mostra mais no sentido de interação social, contudo com fins educacionais, e é também uma leitura da realidade. Já os professores P11 e P12 justificam que os recursos mencionados têm reflexo na formação do aluno, no processo de aprendizagem. Nas três situações existem traços da tecnologia como vontade, como motivação, escolha, necessidade, desejo. Conforme Mitcham (1994, p. 250, tradução nossa[1176]) "pode haver um sentido no qual a motivação de cada pessoa, sendo única, se conecta a artefatos, conhecimentos, e ao fazer e usar de diferentes modos", e não precisa ser apenas individual, mas pode haver um "ato social ou cultural de vontade" (MITCHAM, 1994, p. 250, tradução nossa)[1177], a partir de volições semelhantes.

A fim de se verificar possíveis encontros e desencontros nas práticas docentes dos professores participantes da pesquisa, passa-se a observar individualmente o alinhamento entre teorias de aprendizagem, abordagens metodológicas e recursos metodológicos, conforme o movimento realizado anteriormente por meio do questionário e da visita ao plano de ensino[1178] do professor, mais especificamente em relação à metodologia. Após se comparar o "perfil docente", que emergiu do questionário, com o plano de ensino de cada professor, pode-se dizer que a maioria mostra dificuldade em estabelecer uma harmonia entre as teorias de aprendizagem, as abordagens metodológicas e as tecnologias utilizadas (digitais ou não), ao que parece, pela falta de compreensão dos tipos de abordagens pertinentes, bem como recursos adequados que permitam articular teoria e prática.

Considerações

Com o objetivo de se identificar encontros e desencontros entre as Teorias de Aprendizagem e as Abordagens Metodológicas adotadas por 12 professores do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado de Mato Grosso – UNEMAT, *campus* Barra do Bugres, realizou-se uma pesquisa qualitativa, de caráter investigativo, através da Indução Analítica Modificada, tendo por instrumentos de coleta de dados um questionário no *Google Forms* e plano de ensino (por meio do Sigaa).

Sobre os dados do questionário, percebe-se que todos os docentes têm conhecimento sobre uma ou mais teorias de aprendizagem, e que, em sua maioria, são estas não contemporâneas. Quanto à abordagem metodológica, foi possível evidenciar duas categorias:

[1176] There may well be a sense in which each person's motivation, being unique, becomes connected to artifacts, knowledge, and making and using in different ways.
[1177] [...] social or cultural act of willing.
[1178] Importante ressaltar que apenas um plano de ensino talvez não seja suficiente para afirmar como é a prática pedagógica de um professor, mas é possível obter elementos indicadores da prática.

abordagem tradicional (41,67% dos docentes) e abordagem centrada no aluno (50% dos docentes), sendo que 8,33% não responderam, ou seja, há uma porcentagem significativa de professores que utilizam a educação tradicional, baseada na transmissão de conteúdos (pelo professor) e na recepção passiva (pelos alunos), numa perspectiva de "educação bancária", "em que a única margem de ação que se oferece aos educandos é a de receberem os depósitos, guardá-los e arquivá-los" (FREIRE, 1974, p. 66). Dos professores com abordagens centradas no aluno, alguns relatam tendências mais tradicionais (modelagem matemática, resolução de problemas, história da matemática etc.) e outras são mais contemporâneas (aprender pela pesquisa, rotação por estações, sala de aula invertida etc), igualmente importantes no âmbito da Educação Matemática.

Referente aos recursos tencológicos, foi possível notar dois tipos de manifestação tecnológica, conforme Mitcham (1994): tecnologia como objeto (ferramenta) e um pequeno movimento de tecnologia como volição. Dos recursos tecnológicos enquanto objetos, tratam-se de instrumentos para auxiliar as práticas docentes, o que pode levar ao uso domesticado, assim como os objetos utilizados cotidianamente, por hábito. Dos recursos tecnológicos enquanto volição, percebe-se uma vontade tecnológica como motivação, escolha, necessidade, desejo, que, além de auxiliar o professor, representa uma forma de ser e estar com tecnologia (seres-humanos-com-mídia) em um sentido mais amplo, e, de alguma forma, tende a influenciar na formação dos sujeitos.

Após se comparar os dados do questionário com o plano de ensino de cada professor, foi possível evidenciar que a maioria possui dificuldade em criar uma harmonia entre os aspectos mencionados, talvez pela falta de compreensão dos tipos de abordagens pertinentes, bem como recursos adequados que permitam articular teoria e prática, ou seja, há desencontros na maioria dos casos. Quanto aos encontros, estes ficaram mais evidentes nos professores P04 e P05, que utilizam métodos tradicionais: há alinhamento entre o questionário e o plano de ensino em relação à abordagem e aos recursos utilizados.

A partir do evidenciado, e considerando-se a importância de harmonia entre Teorias de Aprendizagem e Abordagens Metodológicas com uso de tecnologias digitais ou não digitais, sugere-se aqui uma formação docente, no que compete à harmonização supracitada, nas semanas acadêmicas, reuniões pedagógicas e/ou em cursos de formação, principalmente em se considerando as necessidades educacionais contemporâneas.

Referências

Bacich, L.; Moran, J. (Orgs.). (2018). *Metodologias ativas para uma educação inovadora: uma abordagem téorico-prática*. Porto Alegre: Penso. e-PUB.

Bogdan, R. C.; Biklen, S. K. (1994). *Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Portugal: Porto Editora.

Borba, M. de C.; Silva, R. S. R. da.; Gadanidis, G. (2015). *Fases das tecnologias digitais em educação matemática: sala de aula e internet em movimento*. Belo Horizonte: Autêntica.

Borba, M. de C.; Souto, D. L. P.; Junior, N. da R. C. (2022). *Vídeos na educação matemática: Paulo Freire e a quinta fase das tecnologias digitais*. Belo Horizonte: Autêntica.

Borba, M. de C.; Villarreal, M. E. (2005). *Humans-with-media and the reorganization of mathematical thinking: information and communication technologies, modeling, visualization and experimentation*. v. 39. Nova York: Springer International Publishing. https://link.springer.com/book/10.1007/b105001

Camargo, F.; Daros, T. (2018). *A sala de aula inovadora: estratégias pedagógicas para fomentar o aprendizado ativo*. Porto Alegre: Penso. e-PUB.

Culpani, A. (2016). *Fisiologia da tecnologia: um convite*. 3 ed. Florianópolis: Editora da UFSC. 233 p.

Fiorentini, D. (1995). Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil. *Zetetike*, Campinas, SP, v. 3, n. 1.

https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646877

Freire, P. (1974). *Pedagogia do oprimido*. Rio de Janeiro: Paz e Terra.

Illeris, K. (2013). Uma compreensão abrangente sobre aprendizagem humana. *In*: ILLERIS, K. (Org.). *Teorias contemporâneas da aprendizagem*. Tradução: Ronaldo Cataldo Costa. Porto Alegre: Penso, p. 15-30.

Libâneo, J. C. (2006). *Didática*. São Paulo: Cortez.

Libâneo, J. C.; Oliveira, J. F. de.; Toschi, M. S. (2012). *Educação escolar: políticas, estrutura e organização*. 10 ed. rev. e ampl. São Paulo: Cortez.

Mitcham, C. (1994). *Thinking through technology: the path between engineeering and philosophy*. Chicago: The University of Chicago Press.

Moreira, M A. (1999). *Teorias de aprendizagem*. São Paulo: EPU.

Tesser, G. J. (1995). Principais linhas epistemológicas contemporâneas. *Educar em Revista*, Curitiba, v. 10, n. 10, p. 91-98. https://revistas.ufpr.br/educar/article/view/36044

A emergência do conceito de Alfabetização Matemática na Perspectiva do Letramento: entre críticas, limites e avanços

The emergence of the concept of Mathematical Literacy in the Literacy Perspective: among criticisms, limits and advances

El surgimiento del concepto de Alfabetización Matemática en la Perspectiva Alfabetizadora: entre críticas, límites y avances

Lívia de Oliveira Vasconcelos[1179]
Prefeitura Municipal de São Carlos
0000-0002-0314-1058

Cármen Lúcia Brancaglion Passos[1180]
Universidade Federal de São Carlos
0000-0002-5501-3584

Modalidade: Comunicação Oral
Núcleo Temático: Aspectos teóricos e Conceituais da Educação Matemática

Resumo

A implementação da Política Nacional de Alfabetização – PNA, ocorrida no Brasil em 2019, tem gerado tensões e dúvidas entre professoras alfabetizadoras que se depararam com uma proposta de alfabetização que ignorou estudos e pesquisas consolidadas no país e as ações do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa – PNAIC, política pública anterior que vigorou no Brasil de 2012 a 2017. Este artigo se propõe a apresentar e discutir a intencionalidade de membros da comunidade de Educadores Matemáticos que cunharam o termo Alfabetização Matemática na Perspectiva do Letramento e refutar a ideia abordada na PNA que faz referência ao conceito de Numeracia de modo reducionista e que teceu críticas à política anterior, por fazer uso do conceito de alfabetização no campo da matemática. A crítica feita pela PNA se apoia na premissa de que o termo alfabetização só pode fazer referência ao ensino da língua materna, por ser derivado da palavra alfabeto. Tomando como referência entrevistas narrativas com Educadores Matemáticos que atuaram na gênese do PNAIC, concedidas durante pesquisa de doutorado da primeira autora, e a análise do documento norteador da PNA, discutimos incongruências dessa proposta e o retrocesso que representa para a alfabetização matemática de estudantes brasileiros.

Palavras-chave: Alfabetização Matemática, Numeracia, Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa, Política Nacional de Alfabetização.

Abstract

[1179] profliviavasconcelos@gmail.com
[1180] carmen@ufscar.br

The implementation of the National Literacy Policy - PNA, which took place in Brazil in 2019, has generated tensions and doubts among literacy teachers who were faced with a literacy proposal that ignored studies and research consolidated in the country and the actions of the National Pact for Literacy in the Right Age – PNAIC, previous public policy that was in force in Brazil from 2012 to 2017. This article proposes to present and discuss the intentionality of members of the Mathematical Educators community who coined the term Mathematical Literacy in the Literacy Perspective and refute the idea addressed in the PNA that refers to the concept of Numeracy in a reductionist way and that criticized the previous policy, for making use of the concept of literacy in the field of mathematics. The criticism made by the PNA is based on the premise that the term literacy can only refer to the teaching of the mother tongue, as it is derived from the word alphabet. Taking as a reference narrative interviews with Mathematical Educators who worked in the genesis of the PNAIC, granted during the first author's doctoral research, and analysis of the guiding document of the PNA, we discuss the inconsistencies of this proposal and the setback it represents for the mathematical literacy of Brazilian students.

Keywords: Mathematical Literacy, Numeracy, National Pact for Literacy in the Right Age, National Literacy Policy.

Resumen

La implementación de la Política Nacional de Alfabetización - PNA, que tuvo lugar en Brasil en 2019, ha generado tensiones y dudas entre los alfabetizadores que se enfrentaban a una propuesta de alfabetización que desconocía los estudios e investigaciones consolidados en el país y las acciones del Pacto Nacional por la Alfabetización em la Edad Correcta – PNAIC, política pública anterior que estuvo vigente en Brasil de 2012 a 2017. Este artículo se propone presentar y discutir la intencionalidad de los miembros de la comunidad de Educadores Matemáticos que acuñaron el término Alfabetización Matemática en la Perspectiva de la Alfabetización y refutar la idea abordada en el PNA que hace referencia al concepto de Numeracia de manera reduccionista y que critica la política anterior, por hacer uso del concepto de alfabetización en el campo de las matemáticas. La crítica que hace la PNA parte de la premisa de que el término alfabetización sólo puede referirse a la enseñanza de la lengua materna, pues deriva de la palabra alfabeto. Tomando como referencia las entrevistas narrativas a Educadores Matemáticos que trabajaron en la génesis del PNAIC, concedidas durante la investigación doctoral del primer autor, y el análisis del documento rector del PNA, discutimos las inconsistencias de esta propuesta y el retroceso que representa para la alfabetización matemática de los estudiantes brasileños.

Palabras clave: Alfabetización Matemática, Numeracia, Pacto Nacional por la Alfabetización en la Edad Correcta, Política Nacional de Alfabetización.

Introdução

Este artigo é um desdobramento de uma pesquisa de doutorado já concluída, na qual o Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa – PNAIC foi eleito como temática de investigação. O PNAIC foi uma política pública educacional iniciada em 2012 que propôs a pactuação entre o Ministério da Educação – MEC e as esferas federal, estaduais e municipais.

Uma das ações previstas no programa foi a formação continuada de professores alfabetizadores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental (BRASIL, 2013).

O PNAIC foi desenvolvido com o intuito de atingir a Meta 5 do Plano Nacional de Educação no Brasil – PNE (Lei nº 13.005/2014), que consiste em alfabetizar todas as crianças ao final do terceiro ano do ciclo de alfabetização. Vale ressaltar que uma das importâncias do PNAIC está relacionada à sua abrangência, sendo considerado "o maior programa de formação continuada do Brasil e pela dimensão do Brasil, um dos maiores do mundo, senão o maior" (ROLKOUSKI, 2013, p. 11), e que foi acessível a todas as professoras alfabetizadoras do território nacional.

O programa teve vigência de 2012 a 2017, sendo que no ano de 2014 as ações do PNAIC estiveram voltadas para o ensino e a aprendizagem de matemática no ciclo de alfabetização e, por meio de uma coleção de treze cadernos de formação, o programa difundiu uma proposta de promover a Alfabetização Matemática na Perspectiva do Letramento. O PNAIC foi a primeira política que trouxe, em seus documentos oficiais, uma referência às práticas de letramento no âmbito da matemática (PASSOS, NACARATO; 2018).

No dia 11 de abril de 2019, por meio do decreto Nº 9.765, o MEC instituiu a Política Nacional de Alfabetização – PNA, entendida por nós como uma proposta substituta do PNAIC, uma vez que assumiu a mesma meta: contribuir para a alfabetização de todas as crianças, no máximo, até o final do 3º (terceiro) ano do ensino fundamental. Tal política apresenta direcionamentos para a prática de ensino e aprendizagem de matemática alinhados ao conceito de Numeracia e, ao mesmo tempo, crítica a expressão adotada no PNAIC, alegando que:

> A expressão "alfabetização matemática", utilizada por muitos anos no Brasil, não cumpre a função de designar o ensino de matemática básica. A palavra "alfabetização" deriva de "alfabeto", o conjunto de letras do sistema alfabético. Não se deve, portanto, entender alfabetização como sinônimo de aprendizagem inicial, ou de conhecimentos básicos, sob o risco de ampliar demasiadamente, por uma figura de linguagem, o real significado da palavra, criando dúvidas ainda sobre o que de fato seja uma "alfabetização matemática". (BRASIL, 2019, p. 24)

Diante dessa crítica, identificamos a necessidade de elaborar um estudo cujo objetivo é apresentar e discutir a intencionalidade de membros da comunidade de Educadores Matemáticos que cunharam o termo Alfabetização Matemática na Perspectiva do Letramento e refutar a ideia abordada na PNA de que o termo alfabetização só pode fazer referência ao ensino da língua materna, por ser derivado da palavra alfabeto.

Para isso foi necessário realizar um estudo teórico do conceito de letramento, que nos possibilitou compreender os elementos da alfabetização matemática no universo das práticas letradas. Em seguida, recorremos as entrevistas que foram realizadas com os coordenadores do PNAIC de matemática: Emerson Rolkouki e Carlos Vianna[1181], analisando os excertos nos quais esses pesquisadores narram sobre a construção desse termo e as intenções que tiveram ao cunhá-lo.

Na sequência recorremos ao documento norteador do PNA, problematizando os argumentos trazidos pelos autores para criticar o uso do termo alfabetização no âmbito da matemática.

Alfabetização Matemática na Perspectiva do Letramento: o conceito balizador do PNAIC

A proposta de promover a Alfabetização Matemática na Perspectiva do Letramento foi amplamente divulgada pelos cadernos de formação distribuídos pelo PNAIC em 2014. Esse material foi elaborado por um núcleo de Educadores Matemáticos que incluiu professores da Educação Básica da zona urbana e zona rural, professores e pesquisadores do Ensino Superior, das cinco regiões brasileiras, totalizando mais de cem autores envolvidos (VIANNA; ROLKOUSKI, 2014) que se dedicaram ao processo de elaboração que durou aproximadamente um ano (ROLKOUSKI, 2018).

Emerson Rolkouski, que atuou como coordenador do PNAIC de matemática e também como autor de cadernos de formação, explica que:

> Alfabetizar matematicamente corresponderia à ação de ensinar a escrita e leitura dos números, nomenclatura de polígonos, leituras de gráficos e tabelas, dentre outras noções. A perspectiva do letramento agrega o estado ou a condição de quem não apenas possui essas noções, mas cultiva e exerce as práticas sociais que as requerem. O ideal seria, então, alfabetizar letrando, ou seja, ensinar a ler e escrever no contexto das práticas sociais da leitura e da escrita, aí consideradas as noções matemáticas necessárias ao perfeito entendimento do texto (ROLKOUSKI, 2018, p. 125)

Uma Educação Matemática promovida nessa perspectiva está centralizada nos saberes matemáticos dos estudantes, ao mesmo tempo em que "os ajuda a compreender os modos como a nossa sociedade organiza suas experiências com apoio da Matemática, promovendo compreensão e leitura de mundo" (PASSOS; NACARATO, 2018, p. 122).

Embora o termo letramento seja frequentemente utilizado como referência ao desenvolvimento de habilidades da língua materna, Fonseca (2015) e Street (2014) explicam que as práticas de numeramento estão inclusas ao campo do letramento.

[1181] Durante a pesquisa de doutorado, que deu origem a este artigo, acordamos com os colaboradores que o nome deles constaria na investigação, por se tratar de entrevistas realizadas com especialistas. Essa decisão foi aprovada e possui o Certificado de Apresentação de Apreciação Ética (CEP 12409819.1.0000.5504).

Essa inclusão nos permite adotar o referencial teórico existente sobre o letramento que, segundo Fonseca (2009, p. 55), está em um estágio mais avançado em relação a “elaboração de conceitos e sua mobilização em estudos mais prodigamente replicados e avaliados, quanto à disponibilização de subsídios para a prática pedagógica, forjados a partir de resultados desses estudos”.

Além de fazer uso de um acervo mais denso, compreender que as práticas letradas incluem o conhecimento matemático, é uma ampliação do conceito de letramento, uma vez que as práticas sociais são permeadas de pensamentos do campo da matemática (STREET, 2014). O conhecimento matemático é uma das tecnologias das sociedades letradas e seu domínio contribui para que os sujeitos atribuam significados ao que vivenciam.

Grando (2014, p. 5642) explica que o termo letramento, associado à alfabetização matemática, transcende a concepção de aprendizagem como aquisição de técnicas e se adentra na esfera social, política e ideológica, uma vez que o “letramento matemático escolar, em uma perspectiva ideológica, pode contribuir com uma leitura matemática crítica de mundo”.

Fundamentadas em Grando (2014) entendemos que, ao preconizar a Alfabetização Matemática na Perspectiva do Letramento, os autores dos cadernos de formação do PNAIC evidenciaram que a aprendizagem de matemática não está ligada à memorização de sequências numéricas e algoritmos, mas ao uso competente do conhecimento matemático. Eles também difundiram a ideia da existência de uma diversidade de letramentos matemáticos para os quais não se deve propor hierarquias e nem os classificar como válidos ou não.

Narrativas de Carlos Vianna e Emerson Rolkouski sobre a construção e popularização do termo “Alfabetização Matemática na Perspectiva do Letramento”

Conforme já apontado, este estudo é um recorte de uma pesquisa de doutorado sobre/com Educadores Matemáticos que atuaram no PNAIC[1182]. A investigação foi realizada com a colaboração de três Educadores Matemáticos participantes da gênese do programa: Carlos Roberto Vianna, Emerson Rolkouski[1183] – organizadores dos cadernos de formação de matemática do PNAIC e Antonio José Lopes[1184], que assumiu um papel de consultor na dinâmica de organização dos cadernos. Esses colaboradores nos concederam entrevistas

[1182]A pesquisa na íntegra está disponível em: <https://repositorio.ufscar.br/bitstream/handle/ufscar/15150/TESE%20-%20L%C3%ADvia%20de%20Oliveira%20Vasconcelos.pdf?sequence=1>. Último acesso em 13 de jun. de 2022.
[1183] Professores da Universidade Federal do Paraná.
[1184] Conhecido na comunidade de Educadores Matemáticos como Bigode, professor da Universidade Virtual do Estado de São Paulo.

narrativas nas quais eles se apresentaram, contaram como se tornaram Educadores Matemáticas e revelaram parte de suas trajetórias profissionais que contribuíram para que eles fossem convidados para assumir papéis de liderança no PNAIC.

Neste artigo apresento excertos das narrativas de Carlos e Emerson, dois colaboradores que nos contaram como foi que se deu o processo de elaboração do termo Alfabetização Matemática na Perspectiva do Letramento, revelando o que intencionavam os autores dos materiais de formação quando cunharam esse conceito.

Segundo Carlos Vianna, definir um eixo teórico que orientasse todos os cadernos de formação utilizados como referência para um programa de formação de professores com a dimensão do PNAIC foi um desafio, de modo que muitas vezes a equipe de autores preferiu explicitar os fundamentos teóricos, evitando fazer referência a alguma corrente específica. Ao falar sobre isso, ele explica como foi cunhado o termo Alfabetização Matemática na Perspectiva do Letramento, um dos eixos centrais do PNAIC:

Eu[1185] *vou dizer que foi bem complicado chegar nesse nome, por incrível que pareça, ninguém tinha uma defesa prévia desse nome. Vou contar uma das discussões grandes que a gente chegou a ter com o grupo da alfabetização numa reunião que a gente fez lá em Recife para elaboração do material interdisciplinar de 2015. O pessoal da alfabetização começou a brigar contra os organizadores, que no caso éramos eu e Emerson da matemática, a Telma*[1186] *e todo o grupo do Recife que era da língua portuguesa. Nós organizamos juntos o material interdisciplinar. O pessoal da alfabetização começou a brigar quando um dos cadernos trataria da alfabetização em ciências, eles disseram que isso era um absurdo porque não faz sentido você alfabetizar em qualquer coisa. Eles estavam brigando com as ciências, mas já tinham o material da matemática do ano anterior, então estavam batendo na gente. Para eles alfabetização é uma coisa que é própria da linguagem e acabou. Daí eu me lembro de ter interferido na discussão e dito o seguinte "olha, quando nós falamos em alfabetização matemática eu falo na perspectiva das discussões que a gente tinha já lá em 1988 e antes disso". Eu sou um dinossauro da Educação Matemática aqui no Brasil, quando eu falo 88, é na direção da data da criação da SBEM*[1187]*. Mas quando a SBEM foi criada já havia um movimento de Educação Matemática, que resultou na criação da SBEM. Nessa época quando se falava em alfabetização matemática tudo que se falava era o que depois – isso para mim é bem claro cronologicamente – ganharia evidência com nome de letramento, substituindo o termo alfabetização. Ou seja, quando a gente falava em alfabetização matemática era uma alfabetização que se daria nesse contexto que depois ganhou o nome de letramento, contrapondo-se a uma alfabetização mecânica. Para nós, quando a gente fala alfabetização matemática, estamos dizendo tudo, mas para nós, né? Mas acontece que o programa de língua portuguesa já havia vindo a público com o nome de letramento no primeiro ano do PNAIC, e nós não poderíamos lançar um material que fizesse parecer que estávamos brigando. Primeiro ano, letramento em língua portuguesa e, segundo ano, alfabetização matemática, isso ia ficar muito ruim, então o que*

[1185] Para destacar os excertos das entrevistas com os colaboradores optamos pela a formatação em itálico, fonte 11.
[1186] Telma Leal Ferraz, Professora da Universidade Federal de Pernambuco – UFPE.
[1187] Sociedade Brasileira de Educação Matemática.

nós fizemos? Alfabetização matemática na perspectiva do letramento, que quer dizer assim: nós não estamos brigando, estamos mantendo a mesma perspectiva que vinha da língua portuguesa.

Emerson, em sua entrevista, também relembra algumas reflexões que vieram à tona nas reuniões em que foi cunhado o termo central do PNAIC de matemática:

Primeiro, a gente tinha o termo letramento dentro dos materiais de formação de linguagem, a gente não queria introduzir uma nova nomenclatura para o professor de primeiro ao terceiro ano do Brasil inteiro, a gente tinha essa responsabilidade com a adesão do material. Assim como, por exemplo, a Telma também tinha as suas preocupações com o método fônico que está por aí, então ela dizia: "Eu preciso entrar não destruindo aquilo que o professor já tem, eu preciso estar junto com ele, eu não posso colocar um nome novo". A gente não poderia colocar só alfabetização matemática, porque carrega uma marca muito reducionista, de decodificação das letras, etc. Se eu pego, por exemplo, os livros que tinham sobre alfabetização matemática da Ocsana Danyluk[1188] – você percebe que naquela época era muito a matemática pela matemática, era decodificação dos números, era fazer as contas, etc. E daí eu falei: "não pode ser só isso". Mas a gente sabia que talvez numeramento seria o termo melhor, o termo mais adequado, mas eu não queria colocar esse palavrão, não queria colocar numeracia, então chamamos de alfabetização matemática na perspectiva do letramento... [...] que revela uma interdisciplinaridade, e essa interdisciplinaridade está absolutamente explícita nas coisas que a gente escreveu.

As falas de Carlos e Emerson explicam que a elaboração e difusão do termo Alfabetização Matemática na Perspectiva do Letramento simbolizou uma perspectiva de trabalho pedagógico e ao mesmo tempo evitou o uso de nomenclaturas que "embora possuam respaldo acadêmico dentro da área de Educação Matemática, como letramento matemático e numeramento, pudessem desviar o foco do trabalho para discussões que somente possuem sentido legítimo no âmbito acadêmico" (ROLKOUSKI, 2018, p. 124).

Observa-se nas narrativas dos pesquisadores que eles seguiram o preconizado no documento Elementos Conceituais e Metodológicos para Definição dos Direitos de Aprendizagem e Desenvolvimento do Ciclo de Alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do Ensino Fundamental:

> O termo Alfabetização pode ser entendido em dois sentidos principais. Em um sentido *stricto*, alfabetização seria o processo de apropriação do sistema de escrita alfabético. Para que o indivíduo se torne autônomo nas atividades de leitura e escrita, ele precisa compreender os princípios que constituem o sistema alfabético, realizar reflexões acerca das relações sonoras e gráficas das palavras, reconhecer e automatizar as correspondências som-grafia. É certo, portanto, que, na alfabetização, a criança precisa dominar o sistema alfabético, o que demanda que o professor trabalhe explicitamente com as relações existentes entre grafemas e fonemas. No entanto, esse aprendizado não é suficiente. O aprendiz precisa avançar rumo a uma alfabetização em

[1188]Ocsana Sonia Danyluk é professora da Universidade de Passo Fundo e autora do livro Alfabetização matemática. Editora Sulina, 2002.

> sentido lato, a qual supõe não somente a aprendizagem do sistema de escrita, mas também, os conhecimentos sobre as práticas, usos e funções da leitura e da escrita, o que implica o trabalho com todas as áreas curriculares e em todo o processo do Ciclo de Alfabetização. Dessa forma, a alfabetização em sentido lato se relaciona ao processo de letramento envolvendo as vivências culturais mais amplas. (BRASIL, 2012, p. 27)

Na sequência, será possível conferir que a perspectiva no PNA essa amplitude do significado de letramento não está presente.

Alfabetização é muito mais que alfabeto: limitações da crítica feita pelo PNA

Neste estudo partimos do pressuposto que construir fatias da história é uma forma de resistência. Ao construirmos fatias da história do PNAIC, com a colaboração de Educadores Matemáticos que atuaram nessa política, tivemos a oportunidade de conhecer a história do conceito central do programa.

A PNA, ao divulgar um Caderno indicando que a palavra alfabetização só pode ser usada em relação ao alfabeto, tece uma crítica que é incoerente com o próprio slogan do programa que se apresenta como uma política de alfabetização com base em ciência. Entendemos que o embasamento científico pressupõe o diálogo com a comunidade acadêmica para tentar entender como foi cunhado o termo Alfabetização Matemática na Perspectiva do Letramento e quais os significados estão associados a essa expressão, o que não ocorreu.

A PNA, ao tentar invalidar as ações de matemática do PNAIC com o argumento de que alfabetização é uma palavra que deriva de alfabeto, e que por isso não pode ser utilizada na matemática, apresenta um argumento frágil, baseado na ideia de que as palavras têm apenas um significado, que é permanente; como se não fossem ressignificadas/reelaboradas com o passar do tempo.

Diferentemente das práticas sociais que envolvem a concepção de Alfabetização Matemática na Perspectiva do Letramento, observa-se que a "PNA recomenda que as práticas de numeracia e o ensino de habilidades de matemática básica tenham por fundamento as ciências cognitivas" (BRASIL, 2019, p. 24). A justificativa apoia-se em estudos da psicologia cognitiva e da neurociência cognitiva e não faz nenhuma referência às pesquisas brasileiras, tampouco aos estudos que deram suporte teórico e metodológico na construção dos cadernos de formação da área de matemática do PNAIC.

Nota-se reducionismo quanto ao conceito de numeracia adotado no PNA e ênfase às habilidades numéricas, mesmo quando o documento procurar justificar que "numeracia não se limita à habilidade de usar números" (BRASIL, 2019, p. 24). Segundo o documento norteador do PNA:

> Muitas habilidades de numeracia emergem simultaneamente com as habilidades de literacia, abrindo caminho para competências matemáticas mais complexas que se instalarão depois mediante instrução formal. A numeracia não se limita à habilidade de usar números para contar, mas se refere antes à habilidade de usar a compreensão e as habilidades matemáticas para solucionar problemas e encontrar respostas para as demandas da vida cotidiana. Desde os primeiros anos de vida, a criança pode aprender a pensar e a comunicar-se usando de quantidades, tornando-se capaz de compreender padrões e sequências, conferindo sentido aos dados e aplicando raciocínio matemático para resolver problemas. (BRASIL, 2019, p. 24)

Em contraponto à essa perspectiva, Passos e Nacarato (2018, p. 123) ressaltam que desde a década de 1990, propostas curriculares de diferentes estados brasileiros, romperam com o tecnicismo e sinalizaram a importância da "alfabetização matemática – construto até então ausente nas discussões no ciclo de alfabetização, que privilegiava apenas a alfabetização na língua materna".

É relevante destacar a Alfabetização Matemática na Perspectiva do Letramento, como defendida no PNAIC, está atrelada à alfabetização num sentido amplo e busca, como defendido pelos organizadores dos Cadernos de Formação e pelos autores que participaram da construção dessa proposta, garantir que os estudantes, ao longo dos três anos do ciclo da alfabetização, se apropriem do sistema de escrita alfabético, mas que vá além dele. Ou seja, a Alfabetização Matemática na Perspectiva do Letramento assume que a ação pedagógica precisa garantir que as crianças não apenas leiam textos, mas que compreendam a intenção daquilo que leem. Nesse contexto, a compreensão matemática está presente para a além dos aspectos numéricos.

Diante dessas reflexões podemos concluir que a perspectiva de alfabetização apresentada pelo PNA está na contramão de estudos e pesquisas brasileiras e representam um retrocesso para a alfabetização das crianças brasileiras.

Referências

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. **Pacto Nacional de Alfabetização na Idade Certa:** livreto explicativo. Brasília: MEC, SEB, 2013.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. Secretaria da Educação Básica. **Elementos conceituais e metodológicos para definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do ciclo de alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do ensino fundamental**. Brasília: MEC, SEB, 2012.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Alfabetização. **PNA:** Política Nacional de Alfabetização/Secretaria de Alfabetização. – Brasília: MEC, SEALF, 2019. 54 p.

Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/images/banners/caderno_pna.pdf> Acesso julho 2022.

FONSECA, Maria da Conceição Ferreira Reis. Conceito(s) de numeramento e relações com o letramento. In: LOPES, C.E.; NACARATO, A. M. (org.). **Educação matemática, leitura e escrita:** armadilhas, utopias e realidade. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2009, p. 47- 60.

FONSECA, Maria da Conceição Ferreira Reis. Numeramento: usos de um termo na configuração de demandas e perspectivas da pesquisa em educação matemática de pessoas jovens e adultas. In: **Vertentes da subversão na produção científica em educação matemática**. D'AMBROSIO, B. S.; LOPES, C. E. Campinas - SP: Mercado das Letras, 2015, p. 257-281.

GRANDO, Regina Célia. Práticas de Letramento Matemático escolar e de formação docente. In: **Anais do XVII ENDIPE**, Fortaleza – CE, 2014, p. 5641-565.

PASSOS, Cármen Lúcia Brancaglion; NACARATO, Adair Mendes. Trajetória e perspectivas para o ensino de Matemática nos anos iniciais. **Estudos Avançados** [online]. 2018, v. 32, n. 94 [Acessado 13 Julho 2022], pp. 119-135. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/s0103-40142018.3294.0010>. ISSN 1806-9592. https://doi.org/10.1590/s0103-40142018.3294.0010.

ROLKOUSKI, Emerson. Políticas Públicas de Formação Continuada de Professores no Brasil: um problema de concepção, escala ou implementação? **Anais do XI ENEM - Encontro Nacional de Educação Matemática.** Curitiba: 2013.

ROLKOUSKI, Emerson. Dos direitos de aprendizagem e do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa à Base Nacional Comum Curricular: o caso da alfabetização matemática. **Horizontes**, Bragança Paulista, v. 36, n. 1, jan.-abr. 2018.

STREET, Brian. **Letramentos Sociais:** abordagens críticas do letramento no desenvolvimento, na etnografia e na educação. Tradução Marcos Bagno, São Paulo: Parábola Editorial. 2014.

TOLEDO, Maria Elena Roman de Oliveira. Numeramento e escolarização: o papel da escola no enfrentamento das demandas matemáticas cotidianas. **Letramento no Brasil: habilidades matemáticas.** São Paulo: Global, 2004, 91-105.

VIANNA, Carlos Roberto; ROLKOUSKI, Emerson. A criança e a Matemática escolar. In: BRASIL. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa:** Apresentação/Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. Brasília: MEC, SEB, 2014. p. 9-26.

IX CIBEM Congresso Iberoamericano de Educação Matemática 05 a 09 de dezembro de 2022

A projeção de sentidos Freireanos e a formação permanente da pessoa docente: Interconexões discursivas entre educadores, educandos e escola.

The projection of Freirean meanings and the permanent formation of the teaching person: Discursive interconnections between educators, students, and school.

La proyección de sentidos freireanos y la formación permanente del docente: Interconexiones discursivas entre educadores, educandos y escuela.

Lucas Martini[1189]
Universidade Federal do Paraná
0000-0002-8542-4261

Elenilton Vieira Godoy[1190]
Universidade Federal do Paraná
0000-0001-8081-5813

Modalidade: Comunicação oral
Núcleo Temático: Aspectos teóricos e conceituais da Educação Matemática

Resumo

Considerando os diversos desafios que compõe a Educação Matemática, temos como objetivo a projeção de um panorama teórico baseados na pedagogia crítica de Paulo Freire, em busca de sentidos que possam contribuir com a conjuntura teórica da Educação Matemática. Seguido deste objetivo, projetamos a seguinte questão diretriz: quais os sentidos considerados centrais derivados dos livros pedagogia da autonomia (2002) e pedagogia do oprimido (1994) que podem ser projetados na Educação Matemática? Visando atingir o objetivo, nos debruçamos na pedagogia crítica e levantamos sentidos a partir da Análise de Discurso Franco-Brasileira no viés de Orlandi (2002, 2012) para realizar o levantamento de sentidos movimentados sob o educador, o educando e a escola, abordando o ensino e aprendizagem de forma relacional e dialógica, compreendendo que não podemos falar de ensino sem falar de aprendizagem, ou da mesma forma, falarmos de educadores sem falarmos de educandos. O texto se encerra fornecendo uma série de sentidos centrais da pedagogia crítica que possibilitam um direcionamento inicial para uma identidade de educador, educando e escola centrados nos princípios de emancipação, curiosidade, humildade e diálogo.
Palavras-chave: Formação Permanente, Pergunta, Libertação, Diálogo.

Abstract

[1189] lucasmartini@ufpr.br
[1190] elenilton@ufpr.br

Considering the various challenges that makeup Mathematics Education, we aim to project a theoretical panorama based on Paulo Freire's critical pedagogy, in search of meanings that can contribute to the theoretical context of Mathematics Education. guiding question: what are the meanings considered central derived from the books pedagogy of autonomy (2002) and pedagogy of the oppressed (1994) that can be projected in Mathematics Education? To achieve the objective, we focus on critical pedagogy and raise meanings from the Franco-Brazilian Discourse Analysis in the bias of Orlandi (2002, 2012) to carry out a survey of meanings moved under the educator, the student, and the school. The text ends by providing a series of central meanings of critical pedagogy that allow an initial direction of a teaching identity centered on the principles of emancipation, curiosity, humility, and dialogue.
Keywords: *Formación Permanente, Interrogación, Liberación, Diálogo.*

Resumen

Considerando los diversos desafíos que componen la Educación Matemática, pretendemos proyectar un panorama teórico a partir de la pedagogía crítica de Paulo Freire, en busca de sentidos que puedan contribuir al contexto teórico de la Educación Matemática. pregunta orientadora: ¿cuáles son los significados considerados centrales derivados de los libros pedagogía de la autonomía (2002) y pedagogía del oprimido (1994) que se pueden proyectar en la Educación Matemática? Para lograr el objetivo, nos enfocamos en la pedagogía crítica y levantamos significados a partir del Análisis del Discurso franco-brasileño en el sesgo de Orlandi (2002, 2012) para realizar un levantamiento de significados movidos bajo el educador, el alumno y la escuela. El texto finaliza brindando una serie de significados centrales de la pedagogía crítica que permiten una orientación inicial de una identidad docente centrada en los principios de emancipación, curiosidad, humildad y diálogo.
Palabras clave: Idem

Introdução

São muitos os desafios que compõem o universo da Educação Matemática em um âmbito teórico e prático, e visando contribuir neste contexto, temos como objetivo geral a projeção de um panorama teórico baseados na pedagogia crítica de Paulo Freire, em busca de sentidos que possam contribuir com a conjuntura teórica da Educação Matemática. É importância destacar que temos conhecimento de que o termo freiriano é gramaticalmente correto, toda via, a expressão freireana também é utilizada no meio acadêmico, e passamos a utilizá-la, devido aos sentidos culturais e políticos atrelados ao termo.

Nesta pesquisa, apresentamos a seguinte questão diretriz: quais os sentidos considerados centrais derivados dos livros pedagogia da autonomia (2002) e pedagogia do oprimido (1994) que podem ser projetados na Educação Matemática? A questão formulada é atravessada por uma vertente teórica e metodológica seguindo a linha Franco-brasileira da Análise de Discurso no viés de Orlandi (2002, 2012).

Neste viés metodológico de Orlandi (2012, 2017), o Discurso diferencia-se da mensagem como transmissão de informação, compreendendo a língua para além de um código a ser decodificado. Trata-se de um processo de significação, de identificação do sujeito, de argumentação, de subjetivação, de construção da realidade, de incompletude, dentre outros. Compreendendo que "a linguagem serve para comunicar e para não comunicar. [...] . Daí a definição de discurso: o discurso é o efeito de sentidos entre locutores" (ORLANDI, 2012, p. 19). Esse discurso, no viés da autora, é tomado a partir da relação de sentidos, e sob essa noção, todo discurso está relacionado com outros discursos, abordando esse(s) discurso(s) para um processo discursivo amplo e contínuo. Segundo Orlandi, "não há, desse modo, começo absoluto nem ponto final para o discurso. Um dizer tem relação com outros dizeres realizados, imaginados ou possíveis." (2012, p. 37)

Para Orlandi (2017), nem a linguagem, nem os sentidos nem os sujeitos são transparentes; de forma geral, "o sujeito de linguagem é descentrado, pois é afetado pelo real da língua e também pelo real da história, [...]. Isso redunda em dizer que o sujeito discursivo funciona pelo inconsciente e pela ideologia" (ORLANDI, 2012, p. 22). A partir dessa concepção, as próprias palavras do nosso cotidiano já são carregadas de sentido que, em muitos casos, desconhecemos a sua constituição e, no entanto, significam em nós e para nós. Com essa abordagem, tomamos a noção de sujeito a partir de um conjunto de sentidos que constituem um locutor que não é nem físico nem objetivo, e é determinado a partir dos discursos, dos sentidos e dos interdiscursos que o constituem, que o antecedem e que não estão presentes.

Partindo destes conceitos, propomos cinco tópicos seguintes, que contemplem, respectivamente, a seguinte dinâmica: (I) Levantamento dos sentidos iniciais das teorias de Paulo Freire; (II) O lugar da escola; (III) Projeção de sentidos atribuídos ao Educador (IV) Projeção de sentidos atribuídos ao Educando; (V) Considerações finais. Vale destacar que para esta proposição de texto voltada para a formação docente à luz de Freire (1994, 2002), somos inspirados pelo foco na instituição de ensino, compreendendo o ensino e aprendizagem de forma relacional e dialógica, isto é, não podemos falar de ensino sem falar de aprendizagem, ou da mesma forma, falarmos de educadores sem falarmos de educandos.

Paulo Freire, Educação Matemática e Elementos Formativos

Paulo Freire (1992, 2002) nos remete a uma visão de educação permeada pelas dúvidas, pela incerteza, pela curiosidade, pela vontade de testemunhar situações adversas, e simultaneamente, de lidar com o futuro como algo a ser construído e aprimorado pelos cidadãos e cidadãs. Tratando destas concepções, Freire (2002) estabelece a formação de educandos e educadores como um processo para muito além do treinamento, lógica que se reflete tanto no âmbito educativo, quando nas demais abrangências sociais, à medida que se destaca a importância do desenvolvimento da formação crítica e da consciência epistemológica em busca da emancipação humana dos envolvidos neste processo.

Para Paulo Freire, a educação se constitui como um ato revolucionário que deve compor um ciclo de mudanças sociais. Ou seja, para o autor, a escola forma os educandos, os educandos formam o conhecimento, o conhecimento forma o mundo, e de forma cíclica, o mundo forma a escola. Freire estabelece movimentos de mudança ao conceber as características sociais como provisórias e buscando uma nova realidade, sob a ótica progressista, concebida como um "inédito viável" (1994, p. 117). Isso está intimamente acompanhado de suas concepções de esperança, explorado de forma detalhada em sua obra "Pedagogia da esperança: Um reencontro com a Pedagogia do Oprimido", de 1992.

Podemos observar o discurso de Freire em relação às categorias discursivas desenvolvidas por Orlandi (2002):

Discurso autoritário: a polissemia é contida, o locutor se constitui como agente exclusivo, apagando suas relações com o referente e interlocutor.

Discurso polêmico: a polissemia é controlada, mantendo o referente, o locutor e o interlocutor em uma relação tensa de disputas pelos sentidos.

Discurso lúdico: A polissemia é aberta, o referente está disposto como tal, de forma que os interlocutores são expostos sem a regulação de sentidos.

Vale ressaltar que estas categorias não são desenvolvidas para julgar o sujeito dos discursos, uma vez que "[...] não é juízo de valor, é uma descrição do funcionamento discursivo em relação as suas determinações histórico-sociais e ideológicas" (ORLANDI, 2012, p. 85). A autora ainda destaca que não há nunca um discurso que se enquadre perfeitamente em uma das categorias, o que há são misturas.

Contudo, vale destacar a predominância do discurso de Paulo Freire no modo de funcionamento do discurso polêmico, que propõe processos de disputas pelos sentidos, tomados a partir do diálogo e da coletividade, utilizando da polissemia e paráfrase. Além disso, esta categoria possibilita a configuração de uma prática de resistência e afrontamento, por meio destas disputas de sentido.

Um dos elementos centrais em Freire (1994, 2002) se estabelece a partir da dimensão ontológica, isto é, para o autor, o ser humano se constitui como um ser inconcluso e ciente de sua inconclusão, histórico, social e congênito de curiosidade. Concebendo a humanização como uma “vocação ontológica” (FREIRE, 1994, p. 55) inerente aos seres humanos, por contrapositiva, concebe a desumanização como um processo em apogeu da vocação ontológica, que se estabelece por ordens injustas da sociedade, ao negarem a humanização em um processo que envolve opressão e violência nas suas mais variadas formas de representação, cabendo à educação auxiliar na desconstrução dos processos de desumanização.

Partindo da humanização como vocação ontológica do ser, podemos conceber diversas relações, a exemplo da relação escola e educandos, ou ainda, de educadores e educandos. Quando essas relações são voltadas para a humanização do sujeito, na ótica de Freire, é possível que essas práticas se deem como um movimento de emancipação dos educandos. Caso o contrário aconteça, isto é, caso a relação entre escola e educandos ou educadores e educandos se estabeleçam para a reprodução e se orientem pelo processo de desumanização desses sujeitos, a escola, e até mesmo os educadores, podem se configurar como figuras de opressão dentro deste processo de ensino e aprendizagem.

Paulo Freire e a Escola

> Pensar certo, pelo contrário, demanda profundidade e não superficialidade na compreensão e na interpretação dos fatos. Supõe a disponibilidade à revisão dos achados, reconhece não apenas a possibilidade de mudar de opção, de apreciação, mas o direito de fazê-la. Mas como não há pensar certo à margem de princípios éticos, se mudar é uma possibilidade é um direito, cabe a quem muda – exige o pensar certo – que assuma a mudança operada. Do ponto de vista do pensar certo não é possível mudar e fazer de conta que não mudou. É que todo pensar certo é radicalmente coerente. (FREIRE, 2002, p. 18).

Vamos nos atentar ao primeiro trecho de Freire e partindo dele, para propor sentidos por meio da paráfrase e da metáfora, que, filiadas ao não dito, proporcionem um dispositivo considerando que

> É preciso que ele atravesse o efeito de transparência da linguagem, da literal idade do sentido e da onipotência do sujeito. Esse dispositivo vai assim investir na opacidade da linguagem, no descentramento do sujeito e no efeito metafórico, isto é, no equívoco, na falha e na materialidade. No trabalho da ideologia. (ORLANDI, 2012, p. 59).

Os efeitos são realizados a partir do seguinte trecho: pensar certo, pelo contrário, demanda profundidade e não superficialidade na compreensão e na interpretação dos fatos. Segue a construção:

(não dito) Pensar errado, pelo contrário, demanda superficialidade e não profundidade na compreensão e interpretação dos fatos.

Pensar certo demanda profundidade na compreensão e interpretação dos fatos: (não dito) Pensar **errado não** demanda profundidade na compreensão e interpretação dos fatos; Pensar errado demanda superficialidade na compreensão e interpretação dos fatos; Pensar certo **exige** compreensão e interpretação dos fatos: (não dito) Pensar errado não exige compreensão e interpretação dos fatos. Pensar certo exige fatos: (não dito) Pensar errado é não exigir fatos.

Com essa análise, se compreende as teorias de Freire em um ponto de partida (ii) que demanda a **profundidade** como fator crucial para o processo de ensino, que, filiado à necessidade de **compreensão** e **interpretação**, expande seus sentidos, uma vez que a compreensão envolve o processo de **entendimento do significado de algo**, enquanto a interpretação envolve a determinação do significado de algo. Em outras palavras, no processo de ensino aprendizagem, para Freire, é preciso **entender** e **determinar** (atribuir juízo) a aprendizagem em relação aos **fatos**. A atribuição dos fatos no processo pedagógico faz menção a um conhecimento atravessado por tudo que é palpável, ou melhor, **vivencial**. Pelo primeiro não dito, temos que o pensar errado acontece pela superficialidade do entendimento e da determinação do conhecimento vivencial, gerando um atrito direto com os processos educativos que se apoiam em uma transposição didática distanciada do cotidiano. Destacamos que o princípio de transposição didática é tomado por Chevellard (2013) para se referir a um processo de abordagem do conhecimento a ser ensinado, isto é,

> ensinar um corpo de conhecimento é, portanto, uma tarefa altamente artificial. A transição do conhecimento considerado como uma ferramenta a ser posto em prática, para o conhecimento como algo a ser ensinado e aprendido, é precisamente o que eu tenho chamado de transposição didática do conhecimento. (CHEVELLARD, 2013, p. 9).

Este movimento idealiza conteúdos passíveis de entendimento e atribuição de juízo. Vale, ainda, a menção ao termo **profundidade**, selecionado por Paulo Freire. A profundidade nos diz que é necessário conhecermos para além da superficialidade, mas também, nos diz que **não é possível conhecermos completamente** um determinado fato. Daí surge a necessidade e reconhecimento da construção e do aprimoramento permanente, conforme configura a sua teoria.

Pelo não dito do terceiro ponto, podemos afirmar que o pensar errado acontece pela ausência de uma compreensão e interpretação aprofundada dos fatos, isto é, um pensamento que não se direcione a um fato, a uma realidade com ênfase social (iv), enquadra-se como um pensamento errado.

Destacamos algumas proposições que constituem o ambiente educacional na ótica do autor. Para Freire (1994, 2002), a sociedade é essencialmente democrática, e a educação constitui-se como um direito dessa democracia, entendendo que, ao fornecer o poder de escolha aos seus cidadãos e cidadãs, essa mesma sociedade, na ótica do autor, precisa prover da igualdade cognitiva para que estas pessoas possam munir-se como “sujeitos da história” (FREIRE, 1994, p. 134). Com isso, estabelecemos a escola como um espaço indispensável e de direito a todos e todas os cidadãos e cidadãs.

Vale destacar também que o acesso e a permanência são fatores indispensáveis, porém não suficientes. Freire (1994) projeta um modelo de escola que condene o que denomina de **concepção bancária**, de um ensino voltado **para** o educando, que utilize de conteúdos descontextualizados, despersonificados e despersonalizados, em valorização de um processo de ensino e aprendizagem voltado **com** o educando, em um processo dialógico.

Ao longo das obras estudadas, Paulo Freire não visa um método específico para pensarmos a aplicação de suas teorias, contudo, utilizamos de Gadotti (2000) para materializarmos processos pedagógicos que se enquadram nesta proposição de escola. Para esse autor, as teorias de Paulo Freire nos remetem a um processo que é centrado em três etapas:

Investigação temática: se configura pela interpretação do mundo, cabendo ao educador pensar nas leituras de mundo existentes na esfera educacional pertencente, seguido das concepções que acompanham este enquadramento. Essa interpretação nos leva a duas perguntas centrais: O que os educandos já sabem? Como podem conhecer mais e melhor?

Tematização: essa etapa consiste no diálogo com o mundo lido, seja entre educadores, seja entre educadores e educandos, dentre outros. Ao longo desse processo, é importante que os envolvidos se atentem nas seguintes perguntas: Por que existem pensamentos diferentes? Qual a origem desses pensamentos? Quais são os interesses envolvidos em cada pensamento?

Problematização: a terceira e última etapa se configura pela superação do mundo partilhado, tendo em mente que a partir dos compartilhamentos realizados, instaura-se um movimento revolucionário, isto é, cabe aos envolvidos no processo o seguinte questionamento: o que é possível ser feito?

Junto às etapas apontadas, é possível listarmos elementos centrais no processo de ensino e aprendizagem, que a partir de Freire (2002), se constituem pelos termos: Respeito, Metodologia, Reconhecimento Cultural, Novidade, Criticidade, Pesquisa e Diálogo.

Paulo Freire e o Educador

Quando tratamos do processo de ensino, para Freire (1994, 2002), o verbo ensinar apresenta relação direta com o verbo aprender. Inclusive, o autor chega a classificar a educação como um verbo transitivo-relativo, ou seja, quem ensina, ensina **alguma coisa** e ensina **com alguém**. Com isso, obtemos dois elementos centrais do processo de ensino e aprendizagem para Freire. O primeiro, elencado como **alguma coisa**, nos remete à importância de direcionarmos o olhar atento para o conteúdo que será ensinado, enquanto o elemento **com alguém**, nos remete a relevância de considerarmos o educando que está envolvido neste processo, estabelecendo duas variáveis que se relacionam e interagem entre si. Paulo Freire ainda destaca que

> Ensinar inexiste sem aprender e vice-versa e foi aprendendo socialmente que, historicamente, mulheres e homens descobriram que era possível ensinar. Foi assim, socialmente aprendendo, que ao longo dos tempos mulheres e homens perceberam que era possível – depois, preciso – trabalhar maneiras, caminhos, métodos de ensinar. Aprender precedeu ensinar ou, em outras palavras, ensinar se diluía na experiência realmente fundante de aprender. Não temo dizer que inexiste validade no ensino de que não resulta um aprendizado em que o aprendiz não se tornou capaz de recriar ou de refazer o ensinado. (FREIRE, 2002, p. 13).

Pensando a figura do educador sob a ótica de Freire (2002), obtemos a constituição de um profissional com vasto conhecimento na dimensão metodológica que busca aproximar, constantemente, suas concepções teóricas e práticas durante o processo de ensino e aprendizagem, constituindo a *práxis* como cerne da atividade do educador. Para o autor, o educador é constituído pela figura que ensina os educandos como atribuição primária, todavia, também aprende enquanto ensina. Esse movimento de ensino e aprendizagem demanda a necessidade da consciência do inacabado.

> Aqui chegamos ao ponto de que talvez devêssemos ter partido. O do inacabamento do ser humano. Na verdade, o inacabamento do ser ou sua inconclusão é próprio da experiência vital. Onde há vida, há inacabamento. Mas só entre mulheres e homens o inacabamento se tornou consciente. (FREIRE, 2002, p. 26).

Essa consciência do inacabamento quanto à especificidade humana se reflete nas teorias do autor, em três fatores centrais.

O primeiro fator diz respeito à humildade que tomada a partir do reconhecimento da busca pelo saber, da desconstrução de uma postura permeada de certezas, isto é, "como posso respeitar a curiosidade do educando se, carente de humildade e da real compreensão do papel da ignorância na busca do saber, temo revelar o meu desconhecimento?" (FREIRE, 2002, p. 35).

O segundo refere-se ao respeito e estímulo à curiosidade, que envolve a considerar a importância da trajetória ao longo da construção dos processos de ensino aprendizagem, incorporando o estímulo ao diálogo, a participação e ao respeito às curiosidades que possam surgir nos ambientes formativos. “Se há uma prática exemplar como negação da experiência formadora é a que dificulta ou inibe a curiosidade do educando e, em consequência, a do educador” (FREIRE, 2002, p. 44). O autor ainda destaca que esta curiosidade é fundamental tanto para o educando, quanto para o educador.

O terceiro destaca a importância da pergunta, esse fator se constitui por um reflexo dos dois anteriores, isto é, partindo da humildade e do respeito a curiosidade, a pergunta se configura como um elemento central para a interação entre educador e educando. Freire ainda destaca que

> Quando entro em uma sala de aula devo estar sendo um ser aberto a indagações, à curiosidade, às perguntas dos alunos, a suas inibições; um ser crítico e inquiridor, inquieto em face da tarefa que tenho – *a de ensinar e não a de transferir conhecimento*. (FREIRE, 2002, p. 25).

Com essas proposições, começamos a identificar a formulação de uma postura de educador que, portado das dimensões metodológicas, também alinha uma postura frente aos seus educandos, Freire (2002) menciona a importância de um perfil de educador que seja atravessado pelo reconhecimento dos sentimentos, das emoções, do desejo, das inseguranças, da coragem e da amorosidade.

Paulo Freire e o Educando

> Este movimento de busca, porém, só se justifica na medida em que se dirige ao ser mais, à humanização dos homens. E esta, como afirmamos no primeiro capítulo, é sua vocação histórica, contraditada pela desumanização que, não sendo vocação, é viabilidade, constatável na história. [...]. Esta busca do ser mais, porém, não pode realizar-se no isolamento, no individualismo, mas na comunhão, na solidariedade dos existires [...]. (FREIRE, 1994, p. 81).

Essas palavras levam a formação dos indivíduos em um conjunto de processos e concepções formativas para a visão “ontológica e histórica vocação dos homens — a do *ser mais*” (FREIRE, 1994, p. 45). Essa expressão apresenta relações diretas com os educandos, inicialmente por implicar em uma **formação permanente**, pensando esta formação não somente restrita ao tempo e espaço escolar, mas ao longo de toda a vida dos indivíduos. Freire (2002) afirma ainda que toda ação que impeça os indivíduos do ato de ser mais é configurada como uma opressão. Freire também utiliza esse elemento para opor-se à concepção "bancária" (FREIRE, 1994, p. 68) e à sua influência na formação de seres em uma perspectiva do autômato.

Outro termo comumente utilizado por Freire (1994) se estabelece pela palavra **Emancipação**, que tem origem da expressão **libertado do controle**, ou ainda, do latim *emancipare*, expressão constituída pela junção de três significados, são eles: Negação (*e*), Mão (*manus*) e captura (*capere*). Essa junção nos leva a conceber a formação dos indivíduos como um processo de libertação dos educandos do ponto de vista das ideologias que o cercam e que são impostas por outrem, as quais Freire (1994) denomina de opressores.

Paulo Freire também nos leva a pensar os educandos pelos reflexos dos pontos apontados no perfil dos educadores, isto é, quando pensamos a importância da pergunta no processo de ensino e aprendizagem, por consequência, nos remetem a importância da curiosidade dos educandos. Essa curiosidade está intimamente alinhada com a importância da conscientização de si mesmo frente ao mundo, das estruturas e problemáticas que o cercam, da exploração, da desigualdade, e das diversas formas de opressão e que possam obstruir o que Freire (2002) caracteriza como vocação ontológica de ser mais. Para essa abordagem, o autor enfatiza dois pontos relevantes, que alinhados ao conhecimento científico, constituem notável importância para a postura do educando.

O primeiro ponto diz respeito a relação que Freire (2002) estabelece com a reflexão crítica por meio do pensamento problematizado frente aos mais diversos momentos do processo formativo, isto é, refere-se à capacidade de pensar sobre as motivações das perguntas, as relações sociais, a organização social e os próprios processos e experiências formativas que vivenciamos, seja educando, seja educador.

O segundo ponto diz respeito a Curiosidade Epistemológica que Freire (2002) aponta como uma capacidade a ser desenvolvida, constituindo-se à medida que o indivíduo se percebe, se questiona e se assume frente ao mundo e às suas estruturas, buscando compreender as motivações para a origem de seus princípios e, por consequência, sua capacidade de mudança, ou ainda, de melhoria quanto indivíduo e sociedade.

Pensando a constituição de um sujeito comum à pedagogia crítica desenvolvida por Paulo Freire, chegamos à compreensão de uma figura que, preocupada com a atribuição do conhecimento humano, propõe a curiosidade epistemológica como fundamento de libertação para as pessoas que vivem em situação de opressão social, atento e crítico aos processos de escolarização padronizados, regidos por "avaliações" que desconsideram a especificidade dos aprendizes. Em uma posição de educador que acredita na educação como uma ferramenta de rupturas e aprimoramentos sociais.

Considerações finais

Quando pensamos a construção feita a partir de Paulo Freire, encontramos uma série de elementos que constituem uma visão de ser humano em uma sociedade essencialmente democrática tomada a partir do princípio dialético de conhecimento, estabelecendo uma postura de cidadãos e cidadãs que estão em constante aprendizagem e construção da sociedade ao qual pertencem. Esta construção é permeada do despertar de uma curiosidade, enquadrada como curiosidade epistemológica, centrada na libertação e emancipação dos indivíduos. Estes fatores atravessam a instituição escolar de forma a costurar o ensino e aprendizagem, o educador e educando, estabelecendo potentes parâmetros a serem considerados no processo de construção da identidade docente.

Estes processos nos levam a projetar o lugar da Educação como um espaço de desenvolvimento de pessoas críticas, elencando a pergunta como um dos fatores fundantes da costura entre o ensino e a aprendizagem, concebendo a sociedade a partir de um ciclo de mudanças e construções, pautando o conhecimento a partir da realidade social dos educandos, demandando profundidade, compreensão, interpretação, atribuição de juízo e noção de incompletude dos conhecimentos estudados. Estes fatores contribuem para pensarmos o lugar ocupado pela Educação Matemática, como um ambiente que crie rupturas nos ensinos pautados estritamente em fórmulas e exercícios desconexos com a realidade da sociedade e dos educandos.

Quando pensamos a teoria de Paulo Freire como um processo educacional que tem como precedentes a existência de fatos concretos a serem estudados, este processo nos leva a pensarmos a Educação Matemática, principalmente no que diz respeito às problemáticas sobre o perfil de conhecimento e ensino que poderia ser abordado de forma coerente com este pressuposto, entendendo que teorias como a Educação Matemática Crítica, a Etnomatemática e a Modelagem Matemática, podem contribuir para a aproximação com os sentidos levantados.

Referências

CHEVALLARD, Y. (2013). Sobre a teoria da transposição didática: algumas considerações introdutórias. *Revista de educação, ciências e Matemática*, v. 3, n. 2.

FREIRE, P. (1994). *Pedagogia do Oprimido*. 23. ed. São Paulo: Paz e Terra.

FREIRE, P. (2002) *Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à prática educativa*. 25. ed. São Paulo: Paz e Terra.

GADOTTI, Moacir. (2000) Cruzando fronteiras: teoria, método e experiências freireanas. *Produção de terceiros sobre Paulo Freire*; Série Eventos.

ORLANDI, E. P. (2012) *Análise de discurso: princípios & procedimentos*. Campinas: Pontes.

ORLANDI, E. P. (2017) *Discurso em análise: sujeito, sentido, ideologia*. 3. ed. Campinas: Pontes.

A Teoria da Aprendizagem Significativa na elaboração e aplicação de Atividades Investigativas de Matemática para estudantes da Educação Básica

The Meaningful Learning Theory in the development and application of Investigative Mathematics Activities in Basic Education students

La Teoría del Aprendizaje Significativo en la elaboración y aplicación de Actividades de Matemática Investigativa en alumnos de la Educación Básica

Natália Bernardo Nunes[1191]
Universidade de Passo Fundo
0000-0002-7680-8482

Rosana Maria Luvezute Kripka[1192]
Universidade de Passo Fundo
0000-0002-8493-6900

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Aspectos teóricos e conceituais da Educação Matemática.

Resumo

Apresenta-se uma investigação qualitativa sobre o uso da Teoria da Aprendizagem Significativa para a elaboração e aplicação de atividades investigativas, protagonizando o estudante de forma que ele descubra suas potencialidades a partir de conhecimentos prévios da sua própria estrutura cognitiva. Foram elaboradas novas atividades investigativas, associadas às atividades investigativas já desenvolvidas para o uso no Programa de Iniciação Científica da OBMEP, visando uma metodologia que promova o desenvolvimento da aprendizagem significativa. Neste recorte, são apresentados dois exemplos de experiências nos quais foram propostas atividades investigativas contemplando aspectos da Teoria da Aprendizagem Significativa, tendo em vista a compreensão dos conceitos de paridade e de contagem. Os resultados indicam que o processo investigativo realizado pelos estudantes, nos quais se propiciou a interação entre conhecimentos prévios e novas informações permitiram o aprimoramento de conceitos já existentes na estrutura cognitiva dos estudantes, o que favoreceu a ocorrência da aprendizagem significativa.

Palavras-chave: Atividade Investigativa, Aprendizagem Significativa**,** Educação Matemática.

Abstract

A qualitative investigation is presented on the use of the Theory of Meaningful Learning for the elaboration and application of investigative activities, leading the student so that he discovers his potential based on previous knowledge of his own cognitive structure. New investigative activities were developed, associated with investigative activities already

[1191] nataliabernunes@gmail.com
[1192] rkripka@upf.br

developed for use in the Scientific Initiation Program of the OBMEP, aiming at a methodology that promotes the development of meaningful learning. In this clipping, two examples of experiences are presented in which investigative activities were proposed contemplating aspects of the Theory of Meaningful Learning, with a view to understanding the concepts of parity and counting. The results indicate that the investigative process carried out by the students, in which the interaction between previous knowledge and new information is provided, allows the improvement of concepts that already exist in the students' cognitive structure, which favors the occurrence of meaningful learning.

Keywords: Investigative Activity, Meaningful Learning, Mathematics Education.

Resumen

Se presenta una investigación cualitativa sobre el uso de la Teoría del Aprendizaje Significativo para la elaboración y aplicación de actividades investigativas, conduciendo al estudiante a que descubra su potencial a partir del conocimiento previo de su propia estructura cognitiva. Se desarrollaron nuevas actividades investigativas, asociadas a actividades investigativas ya desarrolladas para uso en el Programa de Iniciación Científica de la OBMEP, visando una metodología que promueva el desarrollo de aprendizajes significativos. En este recorte se presentan dos ejemplos de experiencias en las que se propusieron actividades investigativas contemplando aspectos de la Teoría del Aprendizaje Significativo, con miras a la comprensión de los conceptos de paridad y conteo. Los resultados indican que el proceso investigativo realizado por los estudiantes, en el que se brinda la interacción entre los conocimientos previos y la nueva información, permite la mejora de conceptos que ya existen en la estructura cognitiva de los estudiantes, lo que favorece la ocurrencia de aprendizajes significativos.

Palabras clave: Actividad Investigativa, Aprendizaje Significativo, Educación Matemática.

Introdução

Diferentes profissionais na literatura, tais como Queiroz (2016), Ramos (Globonews, 2012) e educadores que atuam nas salas de aula da Educação Básica compactuam com a afirmação: “Vivemos com estudantes do século XXI, professores do século XX e escolas do século XIX”. Nesse contexto, Moran (2008, p. 5) defende que “A educação escolar precisa compreender e incorporar mais as novas linguagens, desvendar os seus códigos, dominar as possibilidades de expressão e as possíveis manipulações [...]”.

Para que estas atualizações possam ser realizadas é preciso pensar em propostas didáticas que visem inovar os métodos educacionais tradicionais, geralmente adotados em salas de aula, de modo a promover ambientes de ensino e de aprendizagem mais próximos das realidades dos estudantes.

Nesse sentido, Ausubel (1963, 1968), ainda na década de 60, propôs a chamada de Teoria da Aprendizagem Significativa. Segundo essa teoria cognitivista, o conhecimento é assimilado por meio de interações cognitivas entre conceitos já existentes na estrutura cognitiva e novas informações, de modo a explorar associações entre conhecimentos prévios a novos conhecimentos. Esta associação está atrelada ao fato de ocorrer uma hierarquização na estrutura cognitiva relacionada ao nível de abstração, generalização e abrangência de ideias (Ausubel, 1963, 1968).

Simultaneamente a este conhecimento, um elemento que predomina o protagonismo estudantil diante do seu próprio aprendizado, conforme especificado por Freire (1996), é a realização de atividades, apoiando, inclusive, a responsabilidade docente de valorizar, mediar e compreender a sua disciplina.

Nessa perspectiva, também se considera o conceito de investigação, que Ponte, Brocardo e Oliveira (2006) e Bona (2016) definem como: procurar conhecer o que não se sabe. Segundo esses autores, as atividades investigativas propostas em sala de aula visam estimular a curiosidade do estudante para explorar novos conhecimentos ~~através~~ por meio de uma metodologia apropriada para estas iniciativas.

Contudo, Nunes e Bona (2021) afirmam que, para que isso aconteça em longo prazo, se faz necessária uma formação específica, que apresente e esclareça as características e objetivos das atividades investigativas a serem desenvolvidas em sala de aula para aqueles profissionais que estão no convívio diário dos estudantes: o corpo docente. Este, por sua vez, possui uma grande limitação de carga horária para a realização de cursos de longa duração devido às suas demandas curriculares, conforme apresenta Bona (2021).

Desta forma, considerando a contextualização anterior, o presente trabalho discorre sobre resultados parciais de uma pesquisa qualitativa que está sendo realizada em processo de formação inicial docente em curso de Licenciatura em Matemática, propiciado em uma Universidade localizada na região sul do Brasil, com objetivo de aprimoramento de saberes docentes, teórico e prático, por meio de reflexões sobre ações realizadas no contexto de sala de aula. Destaca-se que no processo investigativo, para a elaboração e análise das estratégias metodológicas propostas, aplicadas aos estudantes do ensino fundamental, foram considerados os pressupostos da Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel (1963;1968) e das etapas da Investigação na sala de aula, conforme definido por Ponte, Brocardo e Oliveira (2009), visando criar ambientes de aprendizagem propícios para ocorrência da aprendizagem significativa.

Fundamentação Teórica

Teoria da Aprendizagem Significativa

A ideia central da Teoria de Ausubel (1963,1968) consiste em considerar *aquilo que o aprendiz já sabe* como o fator mais importante que influencia a aprendizagem.

Para Ausubel (1968), a experiência cognitiva é resultante de um processo de interação onde a nova informação se ancora em conceitos subsunçores pré-existentes, gerando modificações ou novos conceitos, o que possibilita que o conhecimento seja assimilado significativamente.

Segundo Moreira (2012b, p. 5), "A estrutura cognitiva está constantemente se reestruturando durante a aprendizagem significativa. O processo é dinâmico; o conhecimento vai sendo construído". Também afirma que a aprendizagem significativa "[...] é um processo por meio do qual uma nova informação se relaciona de maneira substantiva (não-literal) e não arbitrária, a um aspecto relevante da estrutura cognitiva do indivíduo" (Moreira, 1999, p. 11)

Ausubel (1963, 1968) destaca que a estrutura cognitiva é complexa e formada por hierarquia de conceitos, constituída de abstrações provenientes de experiências do indivíduo. Segundo ele, as aprendizagens ocorridas ao longo da vida podem ser mecânicas ou significativas, sendo que ambas podem ocorrer por recepção ou por descoberta. Na aprendizagem mecânica, a informação é armazenada arbitrariamente e não existe interação com conceitos subsunçores. Assim, é necessária quando há contato com informações em uma área totalmente nova, até que existam conhecimentos relevantes que possam servir como subsunçores. Cita o exemplo das crianças pequenas, onde ocorre a *formação de conceitos,* que se dá pela aquisição espontânea de ideias genéricas por experiência empírico-concreta, ou seja, a aprendizagem por descoberta.

Ausubel (1963), se dedicou à elaboração de uma teoria a ser utilizada em sala de aula, de modo a propiciar a aprendizagem significativa por meio de estratégias que envolviam a organização de materiais potencialmente significativos. Segundo Moreira e Masini (1982, p. 41), o problema principal da aprendizagem escolar para Ausubel consiste na "[...] aquisição de um corpo organizado de conhecimento e na estabilização de ideias inter-relacionadas que constituem a estrutura da disciplina". Além disso, para que a aprendizagem significativa ocorra é necessário que: (i) o material elaborado e apresentado em sala de aula seja potencialmente significativo, possibilitando o resgate de conceitos subçunsores relevantes e estimulando interações com as novas informações apresentadas; (ii) que existam conceitos subsunçores adequados na estrutura cognitiva preexistente; e (iii) que o estudante tenha predisposição para aprender.

Como a Teoria da Aprendizagem Significativa foi elaborada para ser aplicada no contexto da sala de aula, uma das ideias centrais consiste na organização programática do conteúdo de disciplinas escolares. Para tanto, Ausubel (1963, 1968) propõe quatro princípios orientativos: *Diferenciação Progressiva*: o processo de aprendizagem deve ser iniciado por ideias mais gerais e inclusivas e progressivamente devem ser diferenciados os detalhes e especificidades; *Reconciliação integrativa*: durante a aprendizagem devem ser exploradas relações entre proposições e conceitos, de modo a ressaltar diferenças e similaridades; *Organização sequencial*: a elaboração da proposta didática deve prever e assegurar a presença de ideias âncoras relevantes, considerando que a compreensão de uma nova informação ou conceito depende do entendimento prévio de algum conceito relacionado; e *Consolidação*: orienta que se faça a verificação do sucesso na aprendizagem proposta antes que novas informações sejam apresentadas, de modo a assegurar a apropriação dos conceitos.

Para sistematização dos princípios propostos para organização programática devem ser utilizados os chamados "*organizadores prévios"*, que são materiais introdutórios apresentados antes do material a ser aprendido na disciplina específica. São entendidos como âncoras para aprendizagem, mas que devem ser elaborados de modo a apresentar um nível mais alto de abstração e generalidade. São considerados por Ausubel(1963, 1968) como uma estratégia para manipular a estrutura cognitiva, visando facilitar a aprendizagem significativa. A principal função do organizador prévio é ser uma "ponte cognitiva" entre o que o aprendiz já sabe e o que deve aprender (Moreira, 2012a).

Atividades Investigativas

Em processos investigativos em sala de aula, conforme apresentado por Ponte, Brocardo e Oliveira (2009), se propõe que sejam realizadas atividades investigativas por meio de situações problemas, abertas, nas quais os processos de investigação realizados pelos estudantes possibilitam a elaboração de inferências e argumentações que podem estimular a ocorrência da aprendizagem de conceitos. Os autores destacam que a investigação em matemática possibilita a descoberta de relações entre objetos conhecidos ou desconhecidos, procurando identificar suas respectivas propriedades.

> Investigar em Matemática assume características muito próprias, conduzindo rapidamente à formulação de conjecturas que se procuram testar e provar, se for o caso. As investigações Matemáticas envolvem, naturalmente, conceitos, procedimentos e representações matemáticas, mas o que mais fortemente as caracteriza é este estilo de conjectura-teste-demonstração (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2009, p. 10).

Além disso, nesse tipo de atividade o envolvimento ativo do aluno é fundamental na resolução do problema proposto, que pode levar a diferentes conclusões, ou seja, o problema não possui necessariamente uma única resposta. Desse modo, destaca-se a importância de incentivar o aluno a agir como um matemático durante o processo, estimulando a sua participação e envolvimento na aprendizagem proposta.

Segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2009) a realização de uma investigação matemática envolve quatro momentos principais: (i) o reconhecimento da situação e a formulação de questões; (ii) formulação de conjecturas; (iii) realização de testes e o refinamento das conjecturas; e (iv) argumentação, demonstração e avaliação do trabalho realizado. Nesses quatro momentos, o professor tem um papel determinante, esclarecendo os objetivos, dificuldades e dilemas, orientando e estimulando a autonomia dos estudantes em todo o processo, cuidando para não interferir na autoria do processo investigativo.

Ponte, Brocardo e Oliveira (2009, p. 23) também salientam que esse tipo de abordagem: “[...] ajuda a trazer para a sala de aula o espírito da atividade matemática genuína [...]” e nesse sentido, estimula-se o estudante: “[...] a agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas e na realização e provas e refutações, mas também na apresentação de resultados e na discussão e argumentação com os seus colegas.”

Procedimentos Metodológicos

Considerando o atual problema da necessidade dos professores de revisão/atualização de propostas didáticas escolarizadas, aliada à oportunidade de ministrar aulas para estudantes do ensino fundamental do Programa de Iniciação Científica (PIC) da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (Obmep, 2022) - os quais receberam medalhas na competição ocorrida em 2021 - foi realizada uma pesquisa com abordagem qualitativa, caracterizada como uma Investigação-Ação.

A perspectiva dessa metodologia consiste em possibilitar o desenvolvimento profissional docente e a geração de novos conhecimentos por meio da reflexão sobre a prática, tendo em vista a intencionalidade e sistematização das reflexões, realizadas por meio da ação. Ponte (1998, p. 9) resume as etapas da Investigação-Ação em:

> Caraterização da situação-problema.
> Conceber um plano de trabalho, definindo ações a serem realizadas.
> Executar o plano e fazer ajustes, quando necessário.
> Refletir sobre o trabalho executado (sobre o processo e sobre o produto) e identificar novas questões para investigação.

Na presente pesquisa, a identificação do problema e o planejamento de ações foi realizado por uma graduanda, que também nessa época teve a oportunidade de atuar como professora da Educação Básica do PIC, e por uma professora do curso de Licenciatura em Matemática de uma Universidade Comunitária, localizada na região Sul do Brasil. No planejamento da intervenção didática foram priorizadas a elaboração de atividades investigativas, as quais foram aplicadas em sala de aula, com objetivo de possibilitar a ampliação de conhecimentos matemáticos dos estudantes sobre conceitos que não haviam sido trabalhados anteriormente, por meio de ambientes de aprendizagem significativos.

Destaca-se que as propostas de Atividades Investigativas, foram desenvolvidas a partir de materiais didáticos utilizados no PIC, considerando também os pressupostos da Teoria da Aprendizagem Significativa. Destaca-se que por meio do programa PIC, são oferecidas aulas de matemática não expositivas, visando o aprofundamento de conteúdos que não ocorreram no ensino regular.

Nunes e Bona (2022) apontam o caráter investigativo das atividades propostas tanto no PIC como em questões da OBMEP, além de representar uma metodologia inovadora ao ser adaptada para que professores de matemática a utilizem em suas aulas.

Algumas atividades investigativas foram aplicadas em uma turma constituída por 23 estudantes do 7º ano ao 9º ano do ensino fundamental, de uma escola pública, de um município localizado na região Sul do Brasil.

Após a coleta de dados, realizada por meio de registros escritos dos estudantes, desenvolvidos no decorrer da aula, buscou-se refletir sobre os resultados das ações propostas, avaliando-os qualitativamente, de modo a perceber quais seriam as vantagens ou desvantagens de propor metodologias alternativas que contemplassem o alinhamento de pressupostos da teoria de Ausubel (1963, 1968) com os conceitos de atividades investigativas de Ponte, Brocardo e Oliveira (2009).

Atividades Investigativas Propostas

A seguir, são apresentados dois exemplos de abordagens realizadas por meio de Atividades Investigativas, as quais foram elaboradas segundo pressupostos da Teoria da Aprendizagem Significativa.

Em uma primeira oportunidade foi abordado o conceito de paridade por meio de atividades investigativas. Destaca-se que estes conhecimentos sobre paridade não necessitam ser mecânicos, pois com a devida contextualização podem ser descobertos pelos estudantes. Deste modo, visando promover um ambiente de aprendizagem significativa, foi elaborada e proposta a introdução desse conceito por meio de uma atividade investigativa relacionada a uma brincadeira popular entre as crianças: "*Um jogo de par ou ímpar é igualmente justo para ambos os lados? Explique sua resposta.*".

Após esta provocação inicial, foi dada continuidade ao encontro com as atividades investigativas previstas, previamente elaboradas, conforme consta no roteiro do PIC. Os estudantes foram resolvendo as atividades investigativas propostas (que já constavam no roteiro) enquanto refletiam sobre a pergunta investigativa realizada inicialmente.

Em uma segunda oportunidade, buscou-se promover a aprendizagem significativa nos conceitos de contagem e princípio aditivo e multiplicativo. Nesse caso, o objetivo dessa atividade investigativa consistiu em responder "*Quantos caminhos existem do município em que você reside até a capital do seu estado, passando por, no mínimo, dois outros municípios?*". Para isso, inicialmente foi solicitado que cada estudante desenhasse um diagrama, com algumas possibilidades de trajetos conhecidos por eles, de modo a representarem o princípio multiplicativo e foi solicitado que observassem e contassem por quantos caminhos era possível realizar o trajeto desejado, sabendo que nenhum estudante residia em alguma capital.

Resultados parciais

A primeira e segunda atividades contaram com a participação ativa de toda a turma de 23 estudantes, provenientes do 7º ao 9º ano do Ensino Fundamental.

Na primeira atividade, devido ao nível de ensino nos quais os educandos estavam inseridos, verificou-se que os conceitos subsunçores que poderiam estar presentes em suas estruturas cognitivas, os quais permitiram a ocorrência da Aprendizagem Significativa do conceito "paridade", foram probabilidade, frações e conceitos iniciais sobre o sistema de numeração decimal. Após o término da resolução de diversos problemas propostos no roteiro do PIC, os estudantes, ao refletirem sobre a pergunta inicial, perceberam propriedades relacionadas ao conceito de paridade. Como exemplo, o fato de a soma de números pares resultar em um número par; a soma de números ímpares resultar em um número par e a soma de um número par e um ímpar resultar em um número ímpar. A Tabela 1 apresenta alguns exemplos de resoluções de estudantes para o problema proposto na primeira atividade investigativa, ilustrando respostas distintas para o problema, além de apresentar a interação dos conceitos subsunçores um comparativo entre algumas destas resoluções.

Tabela 1.

Resposta de alguns estudantes da turma à pergunta: "Um jogo de par ou ímpar é igualmente justo para ambos os lados? Explique sua resposta." (Os autores, 2022)

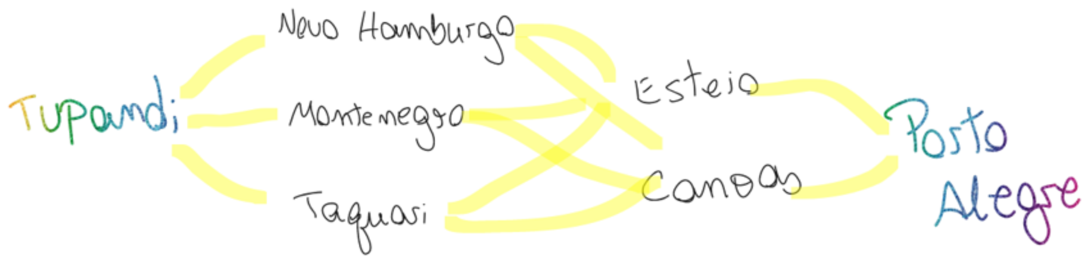
Estudante	**Resolução**	**Conceitos abordados**
Estudante A	"Não. Números ímpares dão números pares, pares com pares dão pares e apenas ímpares com pares dão ímpares. Tendo a chance de ⅔ do par ganhar"	Probabilidade e soma de números naturais.
Estudante B	"Não, pois baseando-se nos 20 dedos há 10 possibilidades de dar um número ímpar e 11 de dar um número par"	Percepção visual dos dedos das mãos. Introdução ao sistema de numeração decimal.
Estudante C	"Não, pois há 21 possíveis resultados diferentes, sendo 11 deles pares e 10 ímpares. Portanto, as chances do resultado ser par são de 11/21, enquanto as chances dele ser ímpar são de 10/21."	Frações

Conforme apresentado na Tabela 1, os estudantes mesclaram conceitos advindos de conhecimentos prévios com novos conceitos vistos no encontro, o que permitiu a elaboração de conjecturas, de testes e de elaborações de afirmações argumentativas que favoreceram a aprendizagem significativa de conceitos. Assim, foi possível perceber que a estratégia adotada de propor uma atividade investigativa sobre as possibilidades de sucesso no jogo de par ou ímpar propiciou a ancoragem de novos conceitos relacionados à paridade, o que indica que a proposta propiciou um ambiente de aprendizagem significativa.

Já na segunda atividade, os estudantes em um primeiro momento acharam o conteúdo pouco complexo e questionaram se o que eles iriam estudar era realmente tão simples. A resposta foi de que o princípio básico mostra a base para muitos cálculos possíveis de se realizarem na matemática, como por exemplo a análise combinatória e a estatística. A Figura 1 apresenta um exemplo desenvolvido juntamente com um estudante que reside no município de Tupandi/RS até a capital do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

Figura 1.

Exemplo de diagrama desenvolvido juntamente com estudante do programa (Os autores, 2022)



A estrutura do diagrama acima, frequentemente encontrada para representar situações semelhantes em livros didáticos e em outros materiais que envolvem o conceito de contagem, facilita o ato de "contar" com o auxílio das linhas que interligam os municípios. Além disso, estimula a lógica da metodologia investigativa para o reconhecimento por parte dos estudantes do que ocorre ao alterar o número de municípios no percurso. Desta forma, os estudantes descobriram, por meio de investigações, como podem se apropriar desta lógica quando se realiza uma alteração no enunciado, como, por exemplo, quantas são as possibilidades de 6 amigos se colocarem em 6 poltronas consecutivas de um cinema.

De modo geral, ao término desse segundo momento, pelas conclusões apresentadas pelos estudantes, foi possível constatar que a situação apresentada para reflexão sobre o conjunto dos números inteiros permitiu a resolução do problema proposto, bem como motivou os estudantes para a compreensão de situações combinatórias mais complexas.

Considerações finais

O presente artigo apresenta resultados parciais de uma pesquisa qualitativa desenvolvida na qual se propõe a utilização da Teoria da Aprendizagem Significativa na abordagem de atividades investigativas.

A observação em sala de aula e os resultados das tarefas, apresentados pelos estudantes, indicam que a aproximação da Teoria da Aprendizagem Significativa com a abordagem de conceitos por meio de atividades investigativas favoreceu a ampliação dos conceitos sobre números pares e ímpares, bem de conceitos de contagem e princípios aditivo e multiplicativo.

Durante o processo foi possível perceber, que os estudantes ampliaram seus conhecimentos prévios ao se apropriarem dos novos conceitos abordados. Ao receberem as perguntas das propostas as atividades investigativas, verificou-se que eles participaram ativamente da elaboração das respostas, atuando como protagonistas nas resoluções das situações apresentadas, fazendo suas próprias perguntas, criando e testando hipóteses, debatendo suas resoluções com os colegas e concluindo seus raciocínios com rigor matemático, o que contribuiu com a apropriação dos conceitos envolvidos, com significados mais amplos.

Destaca-se que no decorrer das aulas, foi possível identificar que cada estudante era oriundo de uma instituição de ensino diferente e que possuía um repertório educacional e sociocultural diferente, tornando sua lógica de raciocínio uma particularidade sua. Por esta razão, apresentaram a evidência de utilizar diferentes maneiras para pensar um novo conhecimento.

Nesse sentido, destaca-se essa vantagem em relação à promoção da aprendizagem significativa ao se trabalhar com tarefas investigativas, envolvendo problemas mais abertos em sala de aula. Diferentemente da abordagem tradicional, que na maioria das vezes apresenta uma percepção única e geral, essa abordagem, favorece a percepção da existência de diferentes perspectivas e de possibilidades para se resolver um problema, o que respeita e valoriza a pluralidade de conhecimentos prévios dos estudantes e, ainda, permite, por meio da socialização dos diferentes saberes, a ampliação de percepções sobre um mesmo conceito.

A abordagem proposta no presente artigo para o ensino e aprendizagem de conceitos de matemática se mostrou adequada aos objetivos propostos, pois permitiu perceber a importância de rever e ampliar a atuação do professor em sala de aula, tendo em vista estimular, orientar e mediar a construção do conhecimento proposto. Também possibilitou perceber que a abordagem investigativa adotada possibilita a mudança da postura passiva do estudante de uma aula tradicional para uma atuação ativa e colaborativa no ambiente escolar, o que estimula o aprofundamento e a apropriação dos conhecimentos teóricos envolvidos.

O processo de formação continuada vivenciado ainda está ocorrendo e deste modo, como trabalhos futuros, pretende-se elaborar novos encontros, com diferentes conteúdos da matemática, de modo a explorar conhecimentos prévios dos estudantes tendo em vista a promoção de ambientes que estimulem a aprendizagem significativa.

Finaliza-se com a expectativa de que a socialização da presente proposta e dos resultados alcançados, até o momento, possam colaborar nas elaborações de abordagens diferenciadas dos professores que atuam com a educação básica, que buscam a necessária e premente transformação da sala de aula para uma realidade mais condizente com o momento social que se vive na atualidade.

Referências

Ausubel, D. P. (1963) *The Psychology of meaningful verbal learning*. New York: Grune and Stratton.

____________(1968). *Educational psychology: a cognitive view*. New York: Holt, Rinehart and Winston.

Bona, A. S. D. (2016). Aulas Investigativas e a construção de conceitos de matemática: um estudo a partir da teoria de Piaget. Curitiba: CRV.

______________ (2021) *(Des)Pluga: o pensamento computacional atrelado a atividades investigativas e a uma metodologia inovadora*. v.1. São Paulo: Pragmatha.

Globonews (2012). *'Brasil tem escola do século XIX', afirma especialista em educação*. Disponível em: <https://g1.globo.com/globo-news/noticia/2012/11/brasil-tem-escola-do-seculo-xix-afirma-especialista-em-educacao.html>. Acesso em: 07 jul 2022.

Freire, P. (1996) *Pedagogia da Autonomia:* saberes necessários a prática educativa. 22ed. São Paulo: Paz e Terra.

Moran, J. M. (2008). *As Mídias na Educação.* Disponível em: < http://www2.eca.usp.br/prof/moran/site/textos/tecnologias_eduacacao/midias_educ.pdf>. Acesso em jul. de 2022.

Moreira, M. A. (2012a) Al final, qué es Aprendizaje Significativo? : *Revista Qurriculum.* La Laguna: Universidad de La Laguna, v. 25, p. 29-56, jan./dez.

______________ (1999) *Aprendizagem significativa.* Coleção Publicações Acadêmicas do CESPE/UNB. Brasília: Editora da UNB, 1999.

_______________ (2012b) *Mapas Conceituais e Aprendizagem significativa.* Disponível em: < http://www.if.ufrgs.br/~moreira/mapasport.pdf>. Acesso em: 20 jul. 2022.

Moreira, M. A.; Masini, E. (1982) *Aprendizagem significativa – A teoria de David Ausubel.* São Paulo: Editora Moraes.

Nunes, N. B., Bona, A. S. D. (2022). *O Pensamento Computacional como metodologia na aprendizagem de matemática: uma experimentação com base em questões da OBMEP*. In: (Des)Pluga: o pensamento computacional atrelado a atividades investigativas e a uma metodologia inovadora. v.3. São Paulo: Pragmatha.

Obmep (2022). Programa de Iniciação Científica Jr. Disponível em: <http://www.obmep.org.br/pic.htm>. Acesso em: 07 jul 2022.

Ponte, J. P.. (1998) Da formação ao desenvolvimento profissional. In: ProfMat, 1998, Lisboa, Portugal. **Actas**. Lisboa: APM, p. 27-44.

Ponte, J. P.; Brocardo, J.; Oliveira H. (2009). *Investigações Matemáticas na Sala de Aula.* 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica.

Queiroz, A. P. C. (2016). *Escolas do século XIX, professores do século XX e alunos do século XXI? :* A subjetivação no discurso sobre a educação escolar. 2016. 120 f. Dissertação (Mestrado em Letras) - Universidade Federal do Amazonas, Manaus.

Ensaio Teórico: a tríade *Opportunity-to-Learn*, Tarefas e Livros Didáticos

Theoretical Essay: The Opportunity-to-Learn Triad, Tasks and Textbooks

Ensayo teórico: la tríada de la oportunidad de aprender, tareas y libros de texto

Beatriz Fernanda Litoldo[1193]
Universidade Federal do Triângulo Mineiro
0000-0001-8473-8261

Rúbia Barcelos Amaral[1194]
Universidade Estadual Paulista
0000-0003-4393-6127

Douglas Ribeiro Guimarães[1195]
Universidade Estadual Paulista
0000-0001-6247-3506

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Aspectos teóricos e conceituais da Educação Matemática

Resumo

O presente texto tem como objetivo apresentar um ensaio teórico no âmbito da análise de tarefas em Livros Didáticos de Matemática, construído e utilizado em uma pesquisa de doutoramento. Assumindo a perspectiva do professor e alicerçada pelos referenciais teóricos sobre Livros Didáticos, Tarefas Matemáticas e *Opportunity-to-Learn*, foi produzida uma tríade que concatena tais referenciais e resulta em uma estrutura teórica de forma a orientar e fundamentar a análise de materiais didáticos. Assim, servindo como uma lente metodológica, analítica e interpretativa relativo ao *Opportunity-to-Learn* ofertado por tarefas presentificadas em Livros Didáticos de Matemática, este modelo, resultado do presente ensaio teórico, contribui para a literatura no campo da Educação Matemática e, consequentemente, para pesquisadores desta área.

Palavras-chave: Livros Didáticos de Matemática, Tarefas Matemáticas, OTL, Educação Matemática.

Abstract

This text aims to present a theoretical essay in the scope of task analysis in Mathematics Textbooks, built and used in a doctoral research. Assuming the teacher's perspective and supported by the theoretical frameworks on Textbooks, Mathematical Tasks and Opportunity-to-Learn, a triad was produced that concatenates these frameworks and results in a theoretical

[1193] beatrizfernanda_rc@hotmail.com
[1194] rubia.amaral@unesp.br
[1195] douglas.guimaraes@unesp.br

structure in order to guide and support the analysis of teaching materials. Thus, serving as a methodological, analytical and interpretive lens related to the Opportunity-to-Learn offered by tasks presented in Mathematics Textbooks, this model, the result of this theoretical essay, contributes to the literature in the field of Mathematics Education and, consequently, for researchers of this area.

Keywords: Mathematics Textbooks, Mathematical Tasks, OTL, Mathematics Education.

Resumen

Este texto tiene como objetivo presentar un ensayo teórico en el ámbito del análisis de tareas en los libros de texto de matemáticas, construido y utilizado en una investigación doctoral. Asumiendo la perspectiva del docente y apoyado en los referenciales teóricos sobre Libros de Texto, Tareas Matemáticas y Oportunidad-de-Aprender, se elaboró una tríada que concatena esos referenciales y resulta en una estructura teórica con el fin de orientar y sustentar el análisis de los materiales didácticos. Así, sirviendo como un lente metodológico, analítico e interpretativo relacionado con la Oportunidad-de-Aprender que ofrecen las tareas presentadas en los Libros de Texto de Matemáticas, este modelo, resultado de este ensayo teórico, contribuye a la literatura en el campo de la Educación Matemática y, en consecuencia, para los investigadores de esta área.

Palabras clave: Libros de texto de Matemáticas, Tareas Matemáticas, OTL, Educación Matemática.

Introdução

No âmbito educacional, dentre os diversos momentos de formação do estudante, pode-se dizer que aqueles relacionados às tarefas sempre estão presentes, independente do ano escolar, da metodologia assumida pelo professor e/ou ainda pelos materiais pedagógicos que ele escolhe utilizar. A partir das configurações desses cenários, as tarefas podem assumir distintas naturezas atreladas também, em primeira instância, aos objetivos conceituais e/ou pedagógicos que a elas estão vinculados. Todavia, o que se ressalta é que, independentemente destas configurações, elas assumem um papel central ou subsequente na esfera dos processos de ensino e de aprendizagem.

Assim, tendo como propósito final a aprendizagem do estudante, o professor, fundamentado em seus conhecimentos, escolhe as tarefas em seus planejamentos e, posteriormente, as reverbera em suas práticas. Diante desse cenário, as tarefas são assumidas neste construto teórico como um veículo que possibilita oportunizar ao estudante o desenvolvimento do seu pensar e raciocinar.

Diante das múltiplas fontes de acesso a tarefas prontas, tem-se o Livro Didático (LD) como um material que, mesmo com constantes mudanças, e.g. estruturais e metodológicas, contempla, na maioria das vezes, no decorrer de seus conteúdos, diversas tarefas. Inclusive, em alguns LD, estas estão massivamente presentes e, por vezes, ele é um dos poucos materiais pertencentes à realidade de algumas salas de aula.

Assim, se por um lado estes materiais contemplam um arsenal de tarefas, por outro, eles são considerados importantes instrumentos que subsidiam e norteiam processos de ensino e de aprendizagem. Diante desse cenário, entende-se que se faz pertinente investigar estes materiais em termos de suas tarefas, de modo a compreender quais oportunidades de aprendizado, no âmbito delas, estes materiais oferecem.

Posto isso, o presente ensaio teórico, direcionado ao âmbito da Educação Matemática, debruçou-se na literatura acerca dos LD, Tarefas e *Opportunity-to-Learn* (OTL) como forma de estabelecer relações e conceituar um modelo que esteja sustentado por essa tríade. Logo, tal modelo é visto como uma estrutura que contribui para a literatura em Educação Matemática e, consequentemente, para pesquisadores nesta área, enquanto uma lente metodológica, analítica e interpretativa relativo ao OTL ofertado por tarefas presentificadas em LD de Matemática (Litoldo, 2021).

Livros Didáticos

Os Livros Didáticos são materiais importantes pois representam diversos focos de interesse, sejam enquanto materiais passíveis de análises, discussões e reflexões no campo da pesquisa acadêmica, sejam como recursos utilizados pelos professores e estudantes para auxiliar os processos de ensino e de aprendizagem ou, ainda, como produções culturais e mercadológicas, que foram elaboradas segundo prescrições curriculares vigentes em certo período histórico.

Fan, Zhu e Miao (2013) vêm apresentando estudos concernentes aos LD e identificam que a literatura sobre esses materiais apresenta indícios de um campo de pesquisa emergente. Em linha semelhante, Choppin (2004) destaca que a pesquisa no campo da história apresenta o LD enquanto objeto de estudo relevante. Para o autor, desde o final de 1970 o interesse dos pesquisadores vem aumentando, descortinando pesquisas que analisam as vertentes culturais e ideológicas nesses materiais, bem como a presença da epistemologia e da didática nas obras.

Tais fatores são importantes pelo papel dos LD enquanto recursos que auxiliam os processos educacionais. Para Lajolo (1996), por exemplo, em decorrência da situação de um país, os livros podem ditar conteúdos e metodologias utilizadas por conta da falta de outros recursos e materiais didáticos. Neste caso, há possíveis delineamentos da aprendizagem dos estudantes quando os LD são utilizados. Doğan e Torun (2018) afirmam que os estudantes atribuem muita confiança a esses materiais, uma vez que possuem presença acentuada nas escolas.

Além do exposto, os LD ainda são veículos da cultura dominante da sociedade e atuam enquanto mercadorias porque são materiais produzidos por editoras privadas, como no caso brasileiro. Para Litoldo (2021), as políticas curriculares são pertinentes para essa discussão pois ao pontuarem parâmetros e critérios de elaboração dos LD, um possível engessamento pode ocorrer no sentido de que tais materiais precisam se alinhar ao definido nas prescrições, com o objetivo de serem aprovados.

Diante desses breves aspectos teóricos, compreende-se que refletir sobre os LD torna-se um trabalho pertinente para o campo da sua investigação, mas, ao mesmo tempo, é importante acolhê-los enquanto materiais que apoiam a prática docente e podem, em alguma medida, impactar a aprendizagem dos estudantes.

Tarefas

Existentes nos planejamentos dos professores e em suas práticas, as tarefas, independente das metodologias de ensino e dos materiais pedagógicos que o professor escolhe servir-se, permeiam os diversos ambientes de formação, e se configuram como protagonistas ou coadjuvantes do estudo de um conteúdo a depender dos distintos objetivos e finalidades que o professor decide atribuir a elas (Jesus & Naggy, 2014).

Na literatura, a noção de tarefas e as implicações de seu uso nos processos de ensino e de aprendizagem aparecem em diversos trabalhos (e.g., Doyle 1983; Stein, Grover & Henningsen, 1996), e sua terminologia varia conforme algumas características assumidas pelos autores em suas definições (e.g., tarefa acadêmica, por Doyle (1983) e tarefa matemática, por Stein et al. (1996)). Todavia, em linhas gerais, os termos se referem às tarefas escolhidas pelos professores para serem implementadas e desenvolvidas pelos estudantes em sala de aula.

As tarefas acadêmicas, segundo Doyle (1983, p. 161, tradução nossa) "são definidas pelas respostas que os estudantes devem produzir e pelos caminhos que podem ser usados para obter essas respostas". Nesse pensar, tem-se que essas tarefas servem para o desenvolvimento do pensamento do estudante em seus distintos espaços e tempos de formação. Na perspectiva do professor, Doyle (1983) compreende que as tarefas acadêmicas se estruturam em duas dimensões, sendo elas, a aprendizagem e o currículo. Concisamente, a primeira foca-se nas tarefas enquanto influenciadoras do desenvolvimento da cognição dos estudantes e, a segunda, toma atenção em como elas são formadas e operam na organização e gestão da sala de aula.

As tarefas matemáticas são compreendidas por Stein et al. (1996) no âmbito do ambiente escolar, como estruturas que servem para estudar as conexões entre ensino e aprendizagem desenvolvidos em aula, como veículo relevante para o desenvolvimento da capacidade do estudante de pensar e raciocinar matematicamente.

Fundamentados nessas noções de tarefas, o projeto *Quantitative Understanding: Amplifying Student Achievement and Reasoning*[1196] surge, além de outros objetivos, como contexto de estudos para investigações que buscaram compreender as possíveis relações entre as tarefas e a aprendizagem dos estudantes. Resultados destas investigações evidenciaram indicativos de que a melhoria de desempenho dos estudantes em uma avaliação pode estar relacionada ao uso de tarefas matemáticas mais complexas durante os processos educacionais. Assim, pesquisadores do projeto desenvolveram a estrutura conceitual Quadro de Tarefas Matemáticas – QTM (Figura 1) (e.g. Henningsen & Stein, 1997; Stein & Lane, 1996; Stein & Smith, 1998; Stein et al., 1996).

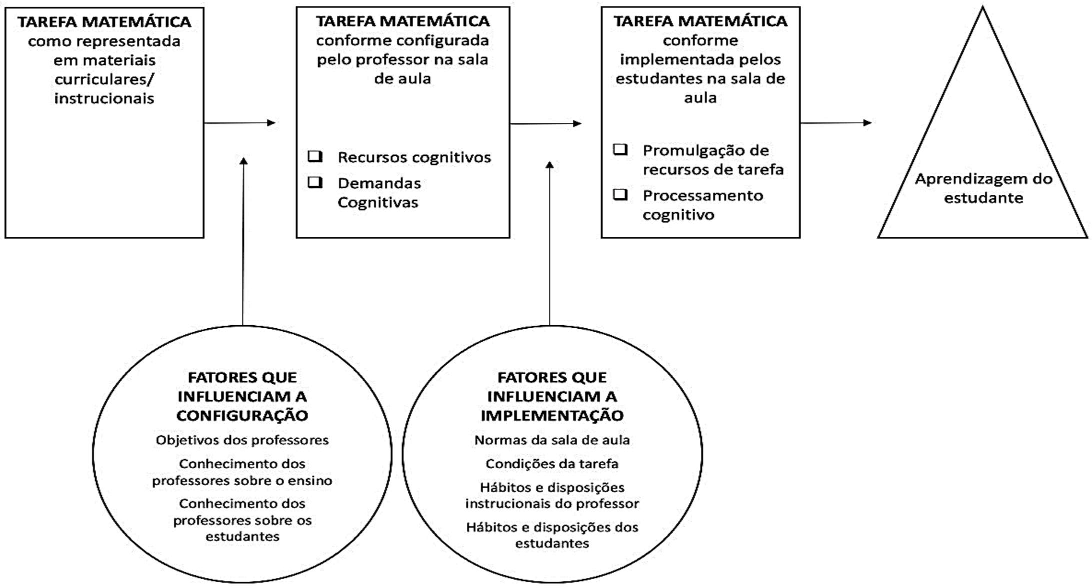
Esses autores utilizam o quadro anterior com o objetivo de estudar articulações entre dimensões relacionadas com os resultados de aprendizagem dos alunos e as tarefas matemáticas, que podem estar em materiais curriculares e nas etapas de planejamento e desenvolvimento das aulas. Segundo Henningsen e Stein (1997), a estrutura do QTM funciona como uma lente analítica e interpretativa dos processos de ensino e de aprendizagem em que as tarefas matemáticas estão presentes, assim, o QTM "não pretende ser uma prescrição rígida; em vez disso, é uma ferramenta para reflexão" (Stein & Smith, 1998, p. 274).

Embora o QTM contemple inicialmente os materiais curriculares/instrucionais, a literatura revela que as investigações que fazem seu uso tomam como foco de estudo as demais dimensões dessa estrutura conceitual. Todavia, se por um lado esses materiais configuram-se como norteadores do planejamento e da prática docente (Lajolo, 1996) e, por outro lado, sabe-se que esses materiais contemplam, frequentemente, uma alta quantidade de tarefas matemáticas, pode-se considerar que a esta dimensão também se terá as características específicas e inter-relacionadas conceituadas nas demais dimensões do quadro: 'recursos da tarefa' e 'demandas cognitivas' (Henningsen & Stein, 1997; Stein & Lane, 1996; Stein & Smith, 1998; Stein et al., 1996).

[1196] Para mais informações sobre o projeto ver em Litoldo (2021) e nas referências utilizadas por ela.

Figura 1.

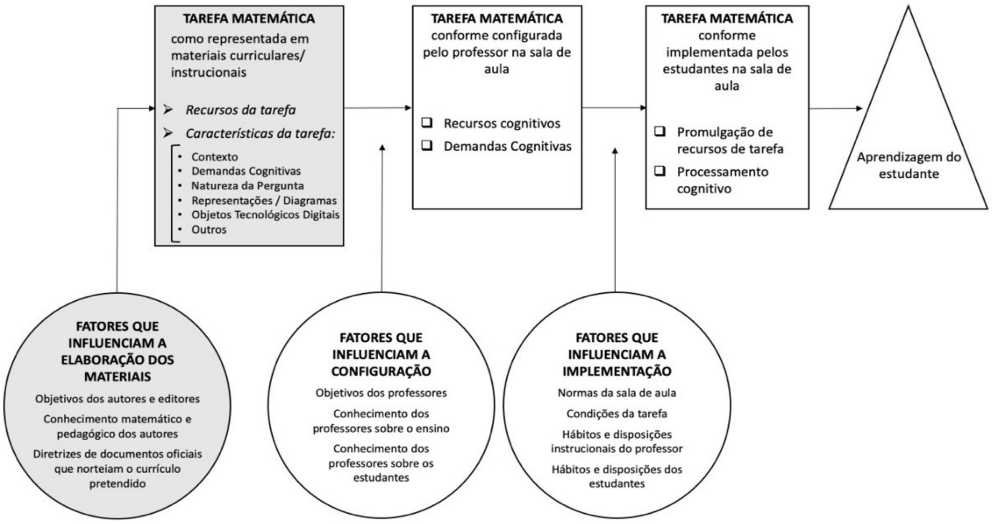
Quadro de Tarefas Matemáticas – QTM (Litoldo, 2021, p. 97).



Para além destas duas características, compreende-se que esta dimensão abrange várias outras, como as referências de contexto, os formatos da natureza da pergunta, os tipos de representações/diagramas, o uso de Objetos Educacionais Digitais (Litoldo, 2021), entre outras. Igualmente, à essa dimensão há diferentes aspectos que influenciam tais características, como os objetivos dos autores e editores, o conhecimento matemático e pedagógico dos autores e as prescrições em documentos oficiais que orientam o currículo pretendido. Assim, ao considerar outras tantas características e fatores que fazem parte desta dimensão, surge como proposta, como pode ser observado na Figura 2, uma expansão do QTM (parte sombreada).

Figura 2.

Quadro de Tarefas Matemáticas Expandido – QTME (Ajustado de Litoldo, 2021)



Posto isto, Litoldo (2021) concatena as ideias presentes na discussão de tarefa matemática e LD de Matemática e, a partir disso, estabelece uma delimitação destas tarefas a esses materiais. Assim, assumindo apenas a terminologia de tarefa, esta é definida como “todo e qualquer tipo de proposta, ofertada por esses materiais, a ser resolvida pelo estudante” (Litoldo, 2021, p. 101). Igualmente, de acordo com a estrutura do QTME, essas tarefas podem, em outro momento, serem utilizadas por professores que ensinam matemática, com o objetivo de motivar os alunos em algum assunto e/ou conceito a fim de orientá-los durante suas aprendizagens.

Opportunity-to-Learn

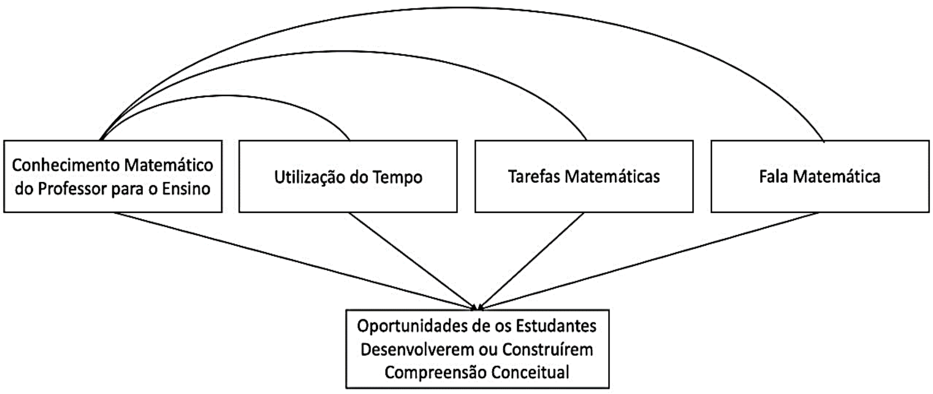
O termo *Opportunity-to-Learn* (OTL), assim como sua conceitualização, embora seja reconhecido internacionalmente, pouco se faz presente na literatura brasileira. A pesquisa de Litoldo (2021) revelou que muitos são os trabalhos estrangeiros que vêm tomando atenção ao OTL, ora como foco de estudo, ora como aporte teórico nas investigações. Inclusive, ao longo do tempo, ele foi adquirindo diferentes conceitualizações a depender do foco e perspectiva assumida. Por exemplo, relativo à *instrução* tem-se três dimensões – tempo, qualidade e conteúdo de instrução (Carroll, 1963; Kurz, 2011; Wang, 1998), já alusivo à *esfera educacional* em termos de ensino e aprendizagem, concebe-se três horizontes – políticas públicas, professor e estudante (McDonnell, 1995; Stein et al., 2008; Wang, 1998).

Além desses, o OTL também é estudado, (re)conceitualizado e operacionalizado sob as perspectivas sociológica (Dougherty, 1996), socioeconômica (Gillies & Quijada, 2008), política (Carroll, 1963; McDonnell, 1995), avaliativa (Husén, 1967), do estudante (Stein et al., 2008) e do professor (Kurz, 2011).

No que concerne à perspectiva do professor, Walkowiak, Pinter e Berry (2017) discorrem sobre a tomada de atenção a características mais específicas da instrução matemática, como, por exemplo, questões relacionadas às tarefas. Nessa direção, eles apresentam uma (re)conceitualização do OTL a fim de que ele possa descrever os aspectos mais acurados da instrução matemática, além de favorecer uma ampliação em sua estrutura no sentido de que seja "uma lente para definir o 'opportunity to learn' no ensino e na aprendizagem da matemática" (p. 15, tradução nossa). Posto isso, o 'novo' modelo de OTL (Figura 3) se estrutura em quatro dimensões: *conhecimento matemático do professor para o ensino*, *tempo* utilizado, *tarefas* matemáticas implementadas com os estudantes e a natureza da *discussão* matemática.

Figura 3.

(Re)conceitualização do Opportunity-to-Learn (Litoldo, 2021, p. 127).



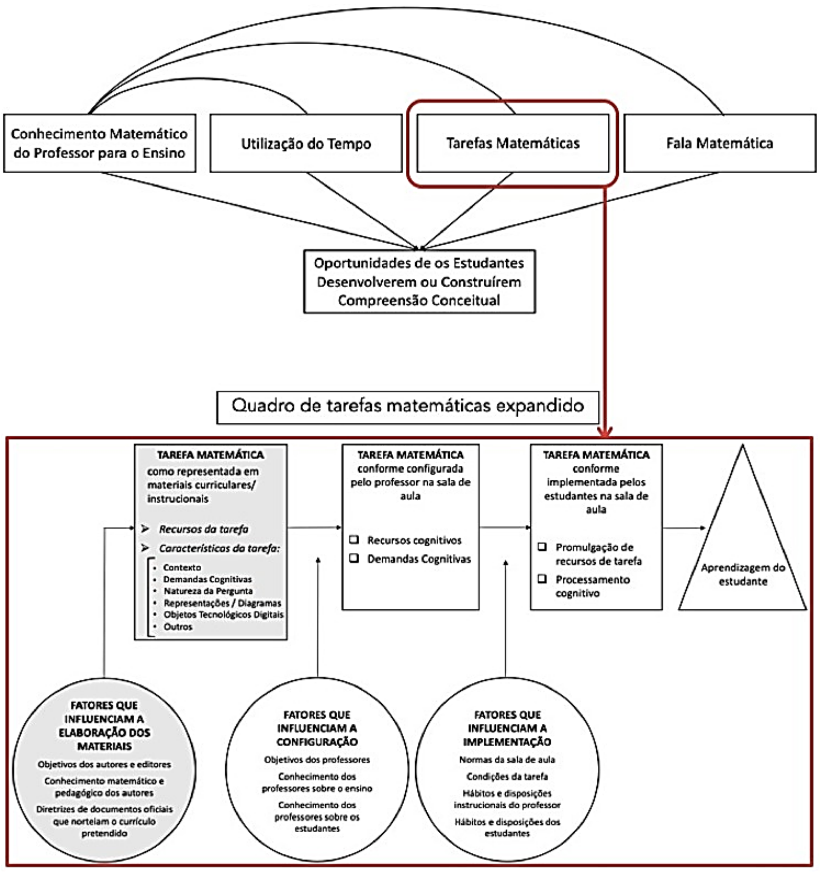
De forma resumida, no que tange o conhecimento matemático do professor para o ensino, há dois aspectos do conhecimento do professor que ensina Matemática: conhecimento pedagógico do conteúdo e conhecimento da própria Matemática. Já a dimensão referente ao tempo está relacionada com o tempo destinado para a instrução, ou seja, ao período alocado para a aprendizagem, levando em conta que a relação entre o tempo que o conteúdo é exposto e o realizado pelos estudantes nas avaliações necessita de inter-relações positivas. A dimensão concernente às tarefas matemáticas compreende desde o planejamento/escolhas até a realização pelos estudantes em uma aula de Matemática – respectivamente, configuração e implementação da tarefa segundo o QTM (Figura 1). Por fim, a dimensão relativa às discussões matemáticas considera a totalidade das interações verbalizadas em sala de aula.

A tríade: *Opportunity-to-Learn*, Tarefas e Livros Didáticos

Diante das discussões teóricas anteriores, objetiva-se agora articulá-las, a fim de estabelecer um modelo estrutural que contribua com os processos de ensino e de aprendizagem no que tange o conhecimento matemático do professor. Tal modelo, representado na Figura 4, é considerado nesta comunicação como um construto teórico que pode contribuir como uma lente metodológica, analítica e interpretativa alusiva ao OTL possibilitado pelas tarefas presentes em LD de Matemática.

Figura 4.

Construto teórico: a tríade OTL, Tarefas e LD (Ajustado de Litoldo, 2021).



O OTL é tomado como um plano de fundo da estrutura, isto é, ele opera enquanto uma perspectiva mais ampla sobre as possibilidades que o professor tem para oportunizar as aprendizagens aos estudantes. Como discutido por Litoldo (2021, p. 129), as oportunidades de aprendizado que estão presentes na concepção do professor se alinham "ao currículo pretendido e, por conseguinte, ao currículo avaliado, aqui na particularidade da Matemática". O OTL ofertado abrange, ainda, as dimensões do tempo, das discussões e das tarefas, além do conhecimento do professor.

Assim, neste construto, o recorte do OTL ficará restrito à dimensão das tarefas matemáticas. Como discutido, essas tarefas podem estruturar e influenciar os modos com que os professores desenvolvem e organizam suas aulas (Stein & Smith, 1998). Além disso, são compreendidas como tarefas que concatenam o ensino e a aprendizagem em sala de aula, visto que objetivam tomar a atenção dos estudantes para algum assunto e/ou conceito (Stein & Lane, 1996; Stein et al., 1996).

O QTME (Figura 2) é importante pois traz como reflexão, além do conhecimento do professor para e sobre a tarefa, as dimensões dos materiais curriculares/instrucionais, do planejamento e do que é implementado pelos estudantes. Nesse sentido, a estrutura permite, entre outras compreensões, aquelas sobre as tarefas presentificadas nesses materiais como fundamentais para o professor a fim de trabalhar com o planejamento, seleção e apresentação delas em sala de aula (Stein et al., 2008).

Dentre os variados materiais curriculares/instrucionais, tem-se o LD como um dos mais importantes, visto seu papel nos processos de ensino e de aprendizagem, bem como no que tange suas elaborações segundo prescrições curriculares. No âmbito das tarefas, de alta quantidade nesses materiais, elas demandam uma seleção pelos professores (Özgeldi & Esen, 2010), configurando-se assim, em um currículo potencialmente revelado (Litoldo, 2021).

Assim sendo, como as tarefas relacionam-se com o OTL que é ofertado aos estudantes e elas estão presentes nos LD, torna-se pertinente a compreensão, no âmbito educacional, sobre o LD enquanto um dos meios nos quais o OTL é prestado ao estudante, como discutido por Wang (1998), que não se limita às tarefas, mas demonstra essas articulações do OTL advindo dos LD.

Considerações finais

Neste texto foi proposto um ensaio teórico, no âmbito da Educação Matemática, referente à discussão da literatura nacional e internacional sobre LD, Tarefas matemáticas e OTL, de modo que relações e conceituações pudessem estabelecer um modelo teórico que esteja sustentado por essa tríade. Compreende-se, assim, que a estrutura apresentada na Figura 4 pode ser vista enquanto um construto para a Educação Matemática e, por conseguinte, aos pesquisadores dessa área, com o objetivo de apresentar uma lente metodológica, analítica e interpretativa alusiva ao OTL promovido por tarefas contidas nesses materiais. Litoldo (2021), por exemplo, teve o objetivo de analisar as tarefas de Geometria presentes em uma coleção de LD de Matemática do Ensino Médio brasileiro, no que tange a contextualização e as demandas cognitivas, ou seja, nas características das tarefas, e pôde concluir que a coleção era desvalida de OTL.

Portanto, diante das possibilidades ofertadas pelo construto apresentado, pondera-se que diversas perspectivas podem ser alicerçadas pelo modelo, a fim de analisar, interpretar e refletir sobre as características de tarefas presentes não apenas em LD de Matemática (e.g. Litoldo, 2021), mas em outros materiais curriculares ou instrucionais, com o objetivo de compreender o OTL a disposição do professor a fim de despertar as aprendizagens dos alunos em termos de assuntos ou conceitos matemáticos.

Nesse bojo, o modelo ainda é visto enquanto lente metodológica, pois contribui com as possíveis ações e reflexões que os professores podem utilizar nas suas práticas pedagógicas, com o objetivo de examinar seus planejamentos e atuações em sala de aula. Além disso, em outras instâncias da esfera educacional, o construto permite ainda ressoar discussões, por exemplo, na perspectiva das políticas públicas, na direção de contribuir para a melhoria desses materiais curriculares/instrucionais e/ou nas implementações e interpretações de testes externos de larga escala, em termos de alinhamento ao que se é esperado ofertar ao estudante em relação à avaliação e ao que é realmente empregado pelo professor, conforme discutido em Litoldo (2021).

Referências

Carroll, J. (1963). A model of school learning. *Teachers college record*, *62*(8), 723-733.

Choppin, A. (2004). História dos livros e das edições didáticas: sobre o estado da arte. *Educação e pesquisa*, *30*(3), 549-566.

Doğan, Y, & Torun, F. (2018). Sosyal Bilgiler Ders Kitaplari Nereye Doğru Gidiyor? *The Journal of International Lingual Social and Educational Sciences*, *4*(2), 111-125.

Dougherty, K. J. (1996). Opportunity-to-learn standards: a sociological critique. *Sociology of Education*, *69*, 40-65.

Doyle, W. (1983). Academic work. *Review of educational research*, *53*(2), 159-199.

Fan, L., Zhu, Y., & Miao, Z. (2013). Textbook research in mathematics education: development status and directions. *ZDM*, *45*(5), 633-646.

Gillies, J., & Quijada, J. J. (2008). Opportunity to learn: a high impact strategy for improving educational outcomes in developing countries. Working Paper. *Academy for Educational Development*.

Henningsen, M., & Stein, M. K. (1997). Mathematical tasks and student cognition: classroom-based factors that support and inhibit high-level mathematical thinking and reasoning. *Journal for research in mathematics education*, *28*(5), 524-549.

Husén, T. (1967). International study of achievement in mathematics, a comparison of twelve countries, Volume II. Stockholm/New York: Wiley/Almqvist and Wiksell.

Jesus, C. C., Naggy, M. C. (2014). Análise de tarefas matemáticas como ferramenta para repensar a prática pedagógica de professores que ensinam matemática. *Anais do 12º Encontro Paranaense de Educação Matemática*. Campo Mourão, Paraná.

Kurz, A. (2011). Access to what should be taught and will be tested: students' opportunity to learn the intended curriculum. In S. N. Elliott et al. (Ed.), *Handbook of accessible achievement tests for all students: bridging the gaps between research, practice, and policy* (pp. 99-129). New York: Springer.

Lajolo, M. (1996). Livro didático: um (quase) manual de usuário. *Em aberto*, *16*(69), 3-9.

Litoldo, B. F. (2021). *A contextualização e os níveis de demanda cognitiva de tarefas de geometria presentes em livros didáticos de matemática sob a perspectiva do opportunity-to-learn*. Tese de doutorado, Programa de Pós-Graduação Multiunidades em Ensino de Ciências e Matemática, Instituto de Física "Gleb Wataghin", Universidade Estadual de Campinas. Campinas, SP, Brasil.

McDonnell, L. M. (1995). Opportunity to learn as a research concept and a policy instrument. *Educational evaluation and policy analysis*, *17*(3), 305-322.

Özgeldi, M., & Esen, Y. (2010). Analysis of mathematical tasks in Turkish elementary school mathematics textbooks. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, *2*(2), 2277-2281.

Stein, M. K. et al. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical thinking and learning*, *10*(4), 313-340.

Stein, M. K., Grover, B. W., & Henningsen, M. (1996). Building student capacity for mathematical thinking and reasoning: an analysis of mathematical tasks used in reform classrooms. *American educational research journal*, *33*(2), 455-488.

Stein, M. K., & Lane, S. (1996). Instructional tasks and the development of student capacity to think and reason: an analysis of the relationship between teaching and learning in a reform mathematics project. *Educational Research and Evaluation*, *2*(1), 50-80.

Stein, M. K., & Smith, M. (1998). Mathematical tasks as a framework for reflection: from research to practice. *Mathematics teaching in the middle school*, *3*(4), 268-275.

Walkowiak, T. A., Pinter, H. H., & Berry, R. Q. (2017). A reconceptualized framework for 'opportunity to learn' in school mathematics. *Journal of Mathematics Education at Teachers College*, *8*(1), 7-18.

Wang, J. (1998). Opportunity to learn: the impacts and policy implications. *Educational evaluation and policy analysis*, *20*(3), 137-156.

O desenvolvimento dos processos mentais e sua relação com o pensamento numérico e/ou o sentido de número para o ensino e a aprendizagem da matemática

The development of mental processes and their relationship with number thinking and/or number sense for teaching and learning mathematics

El desarrollo de los procesos mentales y su relación con el pensamiento numérico y/o el sentido numérico para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas

Leila Pessôa Da Costa[1197]
Universidade Estadual de Maringá - UEM
0000-0002-9482-2042

Nelson Antonio Pirola[1198]
Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" – Campus Bauru
0000-0002-8215-1317

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Aspectos teóricos e conceituais da Educação Matemática.

Resumo

Este artigo apresenta a proposta de uma pesquisa a ser desenvolvida no período de 2022/2024, em um estudo de pós doutoramento, cujo objetivo é o de investigar o nível do desenvolvimento dos processos mentais, sua relação com o desenvolvimento do pensamento numérico e/ou sentido de número, em alunos da Educação Infantil e do 1º ano do Ensino Fundamental e sua importância para a aprendizagem e o entendimento sobre números e operações. Considera que o desenvolvimento do pensamento numérico e do sentido numérico está intimamente relacionado ao desenvolvimento dos processos mentais das crianças e ser esse desenvolvimento condição importante para a aprendizagem e o entendimento do conteúdo proposto na unidade temática 'números' da Base Nacional Comum Curricular brasileira. O público alvo são dois grupos de alunos da Educação Infantil e dois grupos de alunos do 1ºano Ensino Fundamental de duas escolas localizadas em dois pontos diferentes de um município da região noroeste do estado do Paraná e os professores desses grupos de alunos. A pesquisa obteve aprovação do comitê de ética e os materiais para coleta de dados estão em fase final de validação. Espera-se que a pesquisa possa contribuir para as discussões acerca do currículo de matemática, aprofundando o conhecimento do conteúdo, sua sequencialização e os conhecimentos necessários ao professor para organizar o ensino e promover a aprendizagem.

Palavras-chave: educação matemática, anos iniciais do ensino fundamental, ensino e aprendizagem, pensamento numérico, processos mentais.

Abstract

This article presents a proposal for a research under development in the period 2022/2024, in a post-doctoral study, whose objective is to investigate the level of development of mental processes, their relationship with the development of numerical thinking and/or number sense,

[1197] lpcosta@uem.br
[1198] nelson.pirola@unesp.br

in Early Childhood Education and 1st year Elementary School students and its importance for learning and understanding numbers and operations. It considers that the development of number thinking and number sense is closely related to the development of children's mental processes and that this development is an important condition for learning and understanding the content proposed in the thematic unit 'numbers' of the Brazilian National Common Curricular Base. The target audience are two groups of Early Childhood Education students and two groups of 1st year Elementary School students from two schools located in two different parts of a municipality in the northwest region of the state of Paraná and the teachers of these groups of students. The research was approved by the ethics committee and the materials for data collection are in the final stage of validation. It is hoped that the research can contribute to discussions about the mathematics curriculum, deepening the knowledge of the content, its sequencing and the knowledge necessary for the teacher to organize teaching and promote learning.
Keywords: mathematics education, early years of elementary school, teaching and learning, number thinking, mental processes.

Resumen

Este artículo presenta una propuesta de investigación en desarrollo en el período 2022/2024, en un estudio posdoctoral, cuyo objetivo es investigar el nivel de desarrollo de los procesos mentales, su relación con el desarrollo del pensamiento numérico y/o sentido, en los alumnos de Educación Infantil y 1º de Educación Primaria y su importancia para el aprendizaje y comprensión de los números y las operaciones. Considera que el desarrollo del pensamiento numérico y del sentido numérico está estrechamente relacionado con el desarrollo de los procesos mentales de los niños y que este desarrollo es una condición importante para el aprendizaje y la comprensión del contenido propuesto en la unidad temática 'números' de la Base Curricular Común Nacional de Brasil. . El público objetivo son dos grupos de alumnos de Educación Infantil y dos grupos de alumnos del 1º año de la Enseñanza Fundamental de dos escuelas ubicadas en dos partes diferentes de un municipio de la región noroeste del estado de Paraná y los profesores de estos grupos de alumnos. La investigación fue aprobada por el comité de ética y los materiales para la recolección de datos se encuentran en la etapa final de validación. Se espera que la investigación pueda contribuir a las discusiones sobre el currículo de matemáticas, profundizando el conocimiento del contenido, su secuenciación y los conocimientos necesarios para que el profesor organice la enseñanza y promueva el aprendizaje.
Palabras clave: educación matemática, primeros años de la escuela primaria, enseñanza y aprendizaje, pensamiento numérico, procesos mentales.

Introdução

Este artigo apresenta a proposta de uma pesquisa em desenvolvimento no período de 2022 a 2024, em um estudo de pós doutoramento, cujo objetivo é o de investigar o nível do desenvolvimento dos processos mentais, sua relação com o desenvolvimento do pensamento numérico e/ou sentido de número, em alunos da Educação Infantil e do 1º ano do Ensino Fundamental e sua importância para a aprendizagem e o entendimento sobre números e operações.

Ampara-se essa pesquisa no que estabelece a Base Nacional Comum Curricular [BNCC] (2017), de que o Ensino Fundamental deve possibilitar o desenvolvimento de habilidades relativas ao pensamento numérico e consequentemente, entre outros, o significado das operações, foco da unidade temática proposta denominada de 'números'.

Neste documento, ter um pensamento numérico desenvolvido, implica conhecer "maneiras de quantificar atributos de objetos e de julgar e interpretar argumentos baseados em quantidades" (Brasil, 2017, pp. 268-269) e para tanto se faz necessário que os alunos desenvolvam noções de aproximação, proporcionalidade, equivalência e ordem, além de outras, para que sejam capazes de resolverem "problemas com números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita, envolvendo diferentes significados das operações, argumentem e justifiquem os procedimentos utilizados para a resolução e avaliem a plausibilidade dos resultados encontrados".

Em 2019, o SAEB – Sistema de Avaliação da Educação Básica, cuja matriz foi desenvolvida alinhada com a BNCC (Brasil, 2017), avaliou de modo amostral, alunos do 2º ano do Ensino Fundamental e no eixo 'números' contemplou "conhecimentos sobre o significado dos números e seus diferentes usos, como sua leitura, escrita, ordenação, decomposição etc. [...] operações simples de adição, subtração, multiplicação e divisão de números naturais" (Brasil, 2021, p. 38-39). Os resultados desta avaliação indicam que a proficiência média obtida em nível nacional se encontra no 4º nível da escala, ou seja, os alunos neste eixo são capazes de:

> Associar a denominação de um número de três ordens que tem um zero intercalado à sua representação por algarismos.
>
> Resolver um problema do campo aditivo que envolve o significado de transformação (retirar) em que o estado inicial é desconhecido e números de uma ordem.
>
> Resolver parcialmente um problema do campo aditivo que envolve o significado de transformação (acrescentar) em que o estado final é desconhecido, números de duas ordens e reagrupamento nos cálculos, em um item de resposta construída (Brasil, 2021, p. 56).

De forma geral, os dados indicam que os alunos do 2º ano do Ensino Fundamental, apresentam uma proficiência de apenas 37,99%, o que nos faz indagar: o que as crianças, que ingressam no 1º ano do Ensino Fundamental sabem, ou precisam saber para adquirirem habilidades relativas ao pensamento numérico e serem proficientes nesse tema?

Do pensamento numérico ou do sentido de número

Ao pensarmos na questão que nos propomos aprofundar, um dos aspectos que emerge desse contexto está relacionado ao que denominamos de pensamento numérico ou sentido de número. A partir de 1980 um aspecto tem sido recorrente na literatura acerca do ensino de matemática é o que se refere ao sentido de número. Tsao e Lin (2011), com base nas orientações do NCTM – National Council of Teachers of Mathematics define crianças com um bom senso de número como àquelas que

> [...] (1) tenham compreendido bem o significado do número, (2) desenvolveram múltiplas relações entre os números, (3) reconhecem a magnitude relativa dos números, (4) sabe o efeito relativo de operar em número, e (5) desenvolver um referencial para as medidas de objetos comuns e situações em seu ambiente (Tsao & Lin, 2011, p.3, tradução nossa).

A discussão acerca do sentido ou senso numérico é significativa, visto que "o número é um conceito complexo e multifacetado [e que] envolve muitas ideias, relações e habilidades diferentes" (Van de Walle, 2009, p. 144) e identificar essas ideias possibilitará que o ensino auxilie os alunos a desenvolverem uma melhor compreensão numérica. O senso numérico, ou sensibilidade numérica pode ser visto como uma "boa intuição sobre números e suas relações" (Howden, 1989, como citado em Van de Walle, 2009) a qual se desenvolve paulatinamente, como resultante da exploração de números não limitada aos algoritmos tradicionais.

O sentido do número, de acordo com Castro e Rodrigues (2008), abrange mais que o conhecimento do número pois pressupões a construção de relações entre números:

> [...] diz respeito à compreensão global e flexível dos números e das operações, com o intuito de compreender os números e as suas relações e desenvolver estratégias úteis e eficazes para cada um os utilizar no seu dia-a-dia, na sua vida profissional ou enquanto cidadão activo . É, pois, uma construção de relações entre números e operações, de reconhecimentos numéricos e modelos construídos com números ao longo da vida e não apenas na escola. Inclui ainda a capacidade de compreender o facto de que os números podem ter diferentes significados e podem ser usados em contextos muito diversificados. (Castro & Rodrigues, 2008, p.12).

Sobre essas relações, Yang, Li e Li (2008, p. 111) apontam que o sentido de número, além de um bom entendimento sobre números e operações, inclui

> [...] a capacidade de desenvolver e utilizar as características de sentido de número de forma eficiente (como cálculo mental, a estimativa, julgar a razoabilidade dos resultados computacionais, e assim por diante) para lidar com problemas numéricos ou de vida diária situações que incluem números (Mcintosh *et al*., 1997; Reys & Yang, 1998; Sowder, 1992; Yang, 2003 como citado em Yang, Li, Li, 2008, p. 111, tradução nossa)

Para Mcintosh, Reys e Reys (1992, p. 4) o sentido de número é "uma propensão para a capacidade de utilizar os números e métodos quantitativos, como um meio de comunicação, processamento e interpretação" e seu modelo pode ser observado no quadro abaixo:

Tabela 1.

Vertentes de sentido de número

Conhecimento e destreza com os números	**Conhecimento e destreza com as operações**	**Aplicação e destreza com os números e operações em situações de cálculo**
- Sentido da regularidade dos números. - Múltiplas representações dos números. - Sentido das grandezas relativa e absoluta dos números.	- Compreensão do efeito das operações. - Compreensão das propriedades matemáticas. - Compreensão da relação entre as operações.	- Compreender a relação entre o contexto do problema e os cálculos necessários. - Conscientização da existência de múltiplas estratégias. - Apetência para utilizar uma representação ou um método eficiente. - Sensibilidade para rever os dados e o resultado.

Fonte: Mcintosh, Reys & Reys, 1992 como citado em Ponte & Sousa, 2010, p. 17.

Corso e Dorneles (2010, p. 307) afirmam que há múltiplas conceituações acerca do conceito do senso de número e complementam, a partir de pesquisas realizadas, que “um senso numérico pouco desenvolvido é uma das características que acompanha os alunos que enfrentam dificuldades na matemática”. Silva e Moreira (2010) observam que essa capacidade deve ser desenvolvida já nos primeiros anos de escolaridade da criança, uma vez que ela constitui, não só a base fundamental de todo o conhecimento matemático, mas subsidia a criança para operar eficazmente.

Castro e Rodrigues (2008) complementam que esse conhecimento não é e nem se desenvolve da mesma forma para todos e ele varia dependendo do que tem significado para a criança e em especial da familiaridade da criança com os contextos numéricos. Assim, o sentido de número, por estar relacionado com as ideias que cada indivíduo vai estabelecendo sobre os números e as operações, é impreciso, pessoal e personalizado e, portanto, nem sempre fácil de descrever (Cebola, 2002, p. 226), motivo pelo qual os contextos adquirem importância fundamental dando significado ao que se aprende, corroborado pelos dados da pesquisa empreendida por Spinillo (2018). A autora, observa ainda que

> Enquanto o conceito de número parece estar relacionado ao desenvolvimento lógico, seguindo um caminho semelhante independente do ambiente social (veja as ideias de Piaget (1965) sobre conservação de quantidade e inclusão de classe, por exemplo), senso de número parece ser um tipo de conhecimento sujeito a maior variabilidade, sendo dependente de as experiências sociais que os indivíduos têm com os números em sua vida cotidiana (Spinillo, 2018, p. 647).

Nessa perspectiva, observamos que temos dois aspectos a serem considerados no aprendizado de nossos alunos em relação a matemática e ao tema números: o conceito de número e o sentido de número ou desenvolvimento do pensamento numérico. Spinillo (2018) distingue esses dois conhecimentos e relaciona o conceito de número ao desenvolvimento lógico, tendo como referência a epistemologia genética piagetiana. Piaget estudou a evolução do pensamento até a adolescência, procurando entender os mecanismos mentais que o indivíduo utiliza para captar o mundo. Sua teoria tem como pressupostos básicos o interacionismo, a ideia de construtivismo sequencial e os fatores que interferem no desenvolvimento. Para o autor, o desenvolvimento antecede, fornece as bases para aprendizagem e se processa pela relação recíproca entre sujeito e meio, na qual os estímulos provocam uma determinada resposta e vice e versa.

Para Piaget (1964), a maturação biológica fornece as pré-condições para o desenvolvimento cognitivo no qual há preponderância dos processos internos do sujeito sobre os externos. e esse desenvolvimento tem como característica as mudanças qualitativas (em gênero) e não qualitativas (em quantidade), influenciada pelos seguintes fatores:

> [...] existem 4 fatores principais: em primeiro lugar, maturação, uma vez que esse desenvolvimento é uma continuação da embriogênese; segundo, o papel da experiência adquirida no meio físico sobre as estruturas da inteligência; terceiro, transmissão social num sentido amplo (transmissão linguística, educação, etc.); e quarto, um fator que frequentemente é negligenciado, mas que, para mim, parece fundamental e mesmo o principal fator. Eu denomino esse fator de equilibração ou, se vocês preferem auto regulação (Piaget, 1964, p.178).

Por este ângulo, o papel do sujeito ganha destaque e o meio pode potencializar ou inibir o desenvolvimento, mas não o substitui ou a ele se impõe. Apesar de considerar a história individual e a história social do indivíduo, Piaget as separa, pois,

> [...] que são relacionados, mas muito diferentes conceitualmente [...] o desenvolvimento refere-se aos mecanismos gerais do ato de pensar: pertence à inteligência em seu mais amplo e completo sentido. Tudo quanto pode ser chamado característico da inteligência humana vem à tona, principalmente, através do processo de desenvolvimento, como que destacado do processo de aprendizado. O aprendizado refere-se à aquisição de habilidades e fatos específicos, e memorização de informações especificas (Furth, 1979, p. 38-39).

São esses estudos acerca dos processos de aquisição do conhecimento na criança que denominados de epistemologia ou psicogênese do pensamento na criança. Nele, o sujeito é epistêmico, tendo como ponto de partida sua organização biológica, contudo, é um sujeito dinâmico, que a todo o momento interage com a realidade, operando ativamente com objetos e pessoas, através da interação.

Em seus estudos, Piaget e colaboradores, mostram que ao longo do processo de desenvolvimento, o sujeito apresenta diferentes estruturas cognitivas qualitativamente diferentes e que apesar das características que lhe são peculiares, todos os estádios apresentam traços do anterior e prepara o indivíduo para o estádio seguinte.

Nesse processo, o desenvolvimento caracteriza-se por aspectos maturacionais, em etapas categorizadas que ocorrem de forma universal, no qual o intelectual se relaciona com o biológico (hereditário) e com o social, que pode acelerar ou inibir esse processo, mas não o substitui ou impõe-se a ele.

Para Piaget, há três tipos de conhecimentos: o físico, o lógico matemático e o social. O conhecimento físico está relacionado ao conhecimento dos atributos dos objetos (concretos e observáveis); o lógico matemático está relacionado às construções mentais de relações e o social é aquele adquirido através das interações.

De acordo com Schliemann (1988, p. 70), a passagem do estádio pré-operacional para o estágio operacional concreto é "o período de desenvolvimento da criança que apresenta consequências de maior importância para os que lidam com a resolução de problemas na escola primária" e afirma ainda que a passagem de um para outro estádio, depende não só da maturação da criança, mas da sua interação com o mundo que a cerca a partir das ações sobre os objetos.

Um dos instrumentos para a avaliação desses estádios, são as provas piagetianas que avaliam diferentes noções, entre elas as provas de conservação (pequenos conjuntos discretos de elementos; superfície; líquidos; matéria; peso; volume e comprimento), as provas de classificação (mudança de critério; quantificação da inclusão de classes; intersecção de classes) e a prova de seriação.

Uma das passagens entre as fases dos estádios, ocorre por volta do ingresso da criança na Educação Básica e de acordo com Goulart (1989, p. 35), "a formação do conceito de número efetua-se, na criança, em estreita conexão com a conservação numérica e com as operações lógicas de classificação e seriação", aspectos importantes a serem observados no desenvolvimento dos alunos para o ensino da matemática, como observa o autor:

> [...] as noções de conservação se constituem paralelamente à elaboração das estruturas lógico-matemáticas de classes, relações e números [..] a criança primeiro domina a conservação da substância, depois do peso, depois do volume, havendo, entre uma e outra, a defasagem de aproximadamente dois anos (Goulart, 1989, p. 29).

Lorenzato (2011, 24), ao considerar que toda criança ao ingressar na pré-escola traz em sua bagagem alguns conhecimentos no plano físico, intelectual e socioafetivo e que a percepção matemática deve abordar três campos aparentemente independentes: "o espacial, das formas, que apoiará o estudo da geometria; o número, das quantidades, que apoiará o estudo da aritmética; e o das medidas, que desempenhará a função de integrar a geometria com a aritmética". Para o autor, há sete processos mentais básicos para a exploração matemática pelas crianças: correspondência, comparação, classificação, sequenciação, seriação, inclusão e conservação, cuja ausência do domínio desses processos implica num conhecimento sem compreensão ou significado, seja dos objetos, das situações ou ideias matemáticas.

Carvalho (2011), apoiada nos estudos de Vergnaud, afirma que

> [...] o desenvolvimento dos instrumentos cognitivos das crianças, ou seja, suas capacidades de organizar representações espaciais, simbolizar, classificar objetos...se dá no processo de aquisição de conhecimentos. O conhecimento, por sua vez, emerge de problemas a serem resolvidos e de situações a serem dominadas, como correr na história das ciências e da tecnologia (Carvalho, 2011, p. 87).

Diante do exposto, acreditamos que o desenvolvimento do pensamento numérico e do sentido numérico está intimamente relacionado ao desenvolvimento dos processos mentais das crianças, que ocorrem a partir da resolução de situações problemas e que ser esse desenvolvimento condição importante para a aprendizagem e o entendimento sobre números e operações propostos na unidade temática denominada de 'números' na BNCC.

Da pesquisa

Adotamos nesse trabalho o estudo de caso de natureza qualitativa, para a qual, Lüdke e André (1986, p. 18-20) destacam algumas características que estiveram presentes em nossa escolha, entre elas o fato de "[...] visar à descoberta; enfatizar a interpretação em contexto; usar uma variedade de fontes de informações", entre outros.

Considerando o objetivo da pesquisa aqui apresentada que é o de investigar o nível do desenvolvimento dos processos mentais, sua relação com o desenvolvimento do pensamento numérico e/ou sentido de número, em alunos da Educação Infantil e do 1º ano do Ensino Fundamental e sua importância para a aprendizagem e o entendimento sobre números e operações, o público alvo são dois grupos de alunos da Educação Infantil e dois grupos de alunos do 1ºano Ensino Fundamental de duas escolas localizadas em dois pontos diferentes de um município da região noroeste do estado do Paraná, cujos pais autorizarem sua participação.

São ainda participantes os professores desses grupos de alunos quando da disponibilização das atividades por eles propostas durante o ano letivo relacionadas ao desenvolvimento dos processos mentais e do pensamento numérico e/ou sentido de número, bem como o nível de desempenho do grupo de alunos selecionados.

As etapas da pesquisa consistem em identificar o nível do desenvolvimento dos processos mentais relativos à correspondência, comparação, classificação, sequenciação, seriação, inclusão e conservação em alunos da Educação Infantil e do 1º ano do Ensino Fundamental, no início de cada semestre letivo e ao final do ano; identificar o desenvolvimento do pensamento numérico e/ou sentido de número considerando os usos dados aos números em situações da vida cotidiana pelos alunos da Educação Infantil e do 1º ano do Ensino Fundamental, no início de cada semestre letivo e ao final do ano a partir de jogos e atividades; identificar nas atividades propostas pelos professores, durante o ano letivo, as relacionadas ao desenvolvimento dos processos mentais e do pensamento numérico e/ou sentido de número; identificar nas atividades propostas pelos professores durante o ano letivo o nível de desempenho do grupo de alunos selecionados; analisar as atividades propostas pelos professores relacionadas à unidade temática denominada de números na Base Curricular de referência dessas escolas no início de cada semestre letivo e ao final do ano; analisar a relação dos dados coletados do desenvolvimento dos processos mentais e do pensamento numérico e/ou sentido de número obtidos no desenvolvimento da pesquisa; analisar a pertinência das propostas desenvolvidas pelos professores e sua relação com o nível de desenvolvimento dos alunos quanto aos processos mentais e ao pensamento numérico e/ou sentido de número e, por fim, produzir material científico acerca da pesquisa realizada para divulgação e futuros encaminhamentos.

Não se descartam outros procedimentos necessários para o atingimento dos objetivos propostos, bem como atividades de formação e outras pertinentes ao desenvolvimento do Pós Doc a ser definida com o orientador.

Neste segundo semestre de 2022, a pesquisa já obteve a aprovação do comitê de ética e os materiais para coleta de dados, tais como os instrumentos de coleta e análise dos dados baseados nas provas piagetianas além de jogos, fichas, planilhas, entre outros, estão em fase final de validação.

Considerações

Apesar dos vários estudos acerca do ensino e aprendizagem dos números, ainda hoje persistem questões a serem aprofundadas e que requerem novas pesquisas, entre elas a que propomos nesse estudo de pós doutoramento, cujo objetivo intenciona buscar respostas para as seguintes indagações: qual é a relação dos processos mentais e o desenvolvimento do pensamento numérico e/ou sentido de número para os alunos que iniciam o primeiro ano do Ensino Fundamental? O que as crianças, que ingressam no 1º ano do Ensino Fundamental sabem, ou precisam saber para terem habilidades relativas ao pensamento numérico e serem proficientes nesse tema? De que modo os dados dessa pesquisa podem auxiliar o ensino e promover a aprendizagem de nossos alunos? Entre outros aspectos.

Esperamos que, ao final dos dois anos propostos para essa pesquisa e dos procedimentos estabelecidos para sua realização, possam contribuir para as discussões acerca do currículo de matemática, aprofundando o conhecimento do conteúdo, sua sequencialização e os conhecimentos necessários ao professor para organizar o ensino e promover a aprendizagem.

Referências

Brasil (2017). *Base Nacional Comum Curricular: Educação Infantil e Ensino Fundamental*. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica. http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf

______ (2021). Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. *Relatório de resultados do Saeb 2019*: volume 2: 2º ano do ensino fundamental. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. – Brasília, DF.

Carvalho, D. L. de (2011). *Metodologia do ensino de matemática*. São Paulo: Cortez.

Castro, J. P.; Rodrigues, M. (2008). *Sentido de número e organização de dados*: *textos de apoio para educadores de infância*. Ministério da Educação. Lisboa. Retrieved July, v. 3.

Cebola, G. (2002). Do número ao sentido do número. In J. P. Ponte, C. Costa, A. I. Rosendo, E. Maia, N. Figueiredo, & A. F. Dionísio (Eds.), *Actividades de investigação na aprendizagem da Matemática e na formação dos professores*. Lisboa: SEM-SPCE, pp. 257-273.

Corso, L. V.; Dorneles B. V. (2010). Senso numérico e dificuldades de aprendizagem na matemática. *Rev. Psicopedagogia*, 27(83): 298-309. http://pepsic.bvsalud.org/pdf/psicoped/v27n83/15.pdf

Furth, H.G. e Wachs, H. (1979). *Piaget na prática escolar: a criatividade no currículo integral.* São Paulo: IBRASA.

Goulart, I. B.(1989). *Piaget*: *experiências básicas para utilização pelo professor*. RJ: Vozes.

Lorenzato, S. (2011). *Educação Infantil e percepção matemática*. Campinas, SP: Autores Associados.

Lüdke, M.; André, M. E. D. A. (1986). *Pesquisa em educação: abordagens qualitativas.* São Paulo: EPU.

Mcintosh, A., Reys, B. J., & Reys, R. E. (1992). A proposed framework for examin-ing basic number sense. *For the Learning of Mathematics*, 12(3), 2 8.

Piaget, J. (1964). Development and learning. *Journal of Research in Science Teaching*, New York, v. 2, n. 3, 176-186.

Ponte, J. P. da; Sousa, H. (2010). Uma oportunidade de mudança na Matemática do ensino básico. *O professor e o programa de Matemática do ensino básico*. Lisboa: APM - Associação dos Professores de Matemática,11-41.

Schliemann, A. Di. (1988). As operações concretas e a resolução de problemas de matemática. In: T. N. Carraher (org.) *Aprender pensando*: *contribuições da psicologia cognitiva para a educação.* Petrópolis: Vozes.

Silva, M. J.; Moreira, D. (2010). Análise do manual escolar de matemática "Amiguinhos", do 2º ano de escolaridade. *Investigação em Educação Matemática: comunicação no ensino e na aprendizagem da matemática.* Lisboa: Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática, 168-179.

Spinillo, A. G. (2018). Number sense in elementary school children: the uses and meanings given to numbers in different investigative situations. In: G. Kaiser e cols. (Org.). *Invited*

Lectures form the 13th International Congress on Mathematical Education. 1ed. Cham: Springer, v. 1, 639-650.

Tsao, Y. L.; Lin, Y.C. (2011). The study of number sense and teaching practice. *Journal of Case Studies in Education*, 2, 1-14.

Van De Walle, J. A.(2009). *Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula.* Porto alegre: ARTMED.

Yang, D. C.; Li, M. N. F.; LI, W. J. (2008). Development of a computerized number sense scale for 3rd graders: Reliability and validity analysis. *International Electronic Journal of Mathematics Education,* v. 3, n. 2, p. 110-124.

A produção de ambientes de ensino e aprendizagem de matemática

The production of mathematics teaching and learning environments

La producción de entornos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas

Sophia Lopes Ribeiro Fiorotto[1199]
Universidade de São Paulo
0000-0001-6563-0896

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Aspectos teóricos e conceituais da Educação Matemática.

Resumo

Se por um lado o debate do tema hereditariedade x meio mostrou-se já bem desenvolvido, por outro, a permanência de certos discursos dentro dos ambientes escolares mostra-se como evidência de que o tema ainda não fora esgotado. De fato, desde meados do século XX percebe-se que as condições dos ambientes em que se desenvolviam as crianças passou a merecer tanta atenção quanto o fator hereditário, que prevalecia nos discursos dos especialistas até então. Entretanto, é comum a utilização danoção de "falta de dom" para explicar a causa do fracasso escolar na matemática. Ainda,pesquisas recentes da área da neurociência demonstram o alto grau de plasticidade cerebral, indicando o enfraquecimento desse fator hereditário. Dessa forma, se a historicidade nos aponta a importância de levarmos em consideração o meio diante da hegemonia da hereditariedade, surge a pergunta de como podemos pensar em ambientesque corroborem com a perspectiva de ensino e aprendizagem de matemática que se deseja perpetuar. Na perspectiva de entender o ambiente escolar como agente vivo e imerso na cotidianidade, buscamos investigar a produção de ambientes que assegurem odiálogo, o estudo e a prática da matemática. Para tal, é preciso que haja confiança, segurança e afetividade na relação professor-aluno. Dessa forma, o presente trabalho deseja entender como a permanência dos discursos inatistas produz um ambiente escolar que corrobora com tais crenças agindo pela sua manutenção, além de investigar os diferentes ambientes que permeiam as etapas do processo de ensinar e aprender matemática.

Palavras-chave: ambiente, hereditariedade, fracasso, matemática.

Abstract

On one hand, the debate on the hereditary theme has been most developed, on the other,the permanence of certain discourses within the school environments is shown asevidence that the

[1199] sophia@ime.usp.br

theme is still not exhausted. In fact, since the mid-20th century, it is perceived that the conditions of the two environments in which the children developed became worthy of attention as much as the hereditary factor, which prevailed in the speeches of the specialists at that time. Meanwhile, it is common to use the notion of "lack of intelligence" to explain the cause of school failure in mathematics. Furthermore, recent research in the area of neuroscience has shown a high degree of brain plasticity, indicating the decay of hereditarism. In this way, if history brings us to the importance of taking it into consideration or through the hegemony of inheritance, the question arises as to how we can think in environments that corroborate with the perspective of teaching and learning of mathematics that we want to perpetuate. From the perspective of understanding the school environment as a living and immersed agentin everyday life, we seek to investigate the production of environments that ensure dialogue, study and practice of mathematics. To do so, it is necessary to have confidence, security and affection in the teacher-student relationship. In this way, it is desired to understand how the permanence of inatist discourses produces a school environment that corroborates with these beliefs, helping their maintenance, in addition to investigating the different environments that permeate the stages of the process of teaching and learning mathematics.

Keywords: environment, heredity, failure, mathematics.

Resumen

Si por un lado el debate sobre el tema herencia x ambiente ya se ha mostrado bien desarrollado, por otro lado, la permanencia de ciertos discursos dentro de los ambientes escolares es evidencia de que el tema aún no se ha agotado. De hecho, desde mediados del siglo XX se ha advertido que las condiciones de los ambientes en los que crecían losniños comenzaron a merecer tanta atención como el factor hereditario, que prevalecía enlos discursos de los especialistas hasta entonces. Sin embargo, es común utilizar la noción de "falta de don" para explicar la causa del fracaso escolar en matemáticas. Asimismo, investigaciones recientes en el área de las neurociencias demuestran el alto grado de plasticidad cerebral, indicando el debilitamiento de este factor hereditario. Así,si la historicidad nos muestra la importancia de tener en cuenta el entorno frente a la hegemonía de la herencia, surge la pregunta de cómo podemos pensar entornos que corroboren la perspectiva de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas que queremos perpetuar. Desde la perspectiva de comprender el ambiente escolar como un agente vivoinmerso en la vida cotidiana, buscamos investigar la producción de ambientes que aseguren el diálogo, el estudio y la práctica de las matemáticas. Para ello, debe haber confianza, seguridad y afecto en la relación profesor-alumno. De esta forma, el presente trabajo quiere comprender cómo la permanencia de los discursos innatistas produce un ambiente escolar que corrobora tales creencias, actuando para su mantenimiento, además de indagar en los diferentes ambientes que permean las etapas del proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

***Palabras clave*:** ambiente, herencia, fracaso, matemáticas.

Retrospectiva histórica a respeito da hereditariedade x meio

Se as ideias inatistas ainda mostram-se perenes nos ambientes de ensino eaprendizagem de matemática atuais, já em meados do século XX a preocupação com as condições dos ambientes em que se desenvolviam as crianças passou a merecer tanta atenção quanto a hereditariedade nos discursos de médicos puericultores, psicólogos eeducadores (LIMA, 2021).

Nas primeiras décadas do século XX, entretanto, temos que:

> (..) educadores e psicólogos consideravam que o atraso no desenvolvimento de grupos e indivíduos devia-se principalmente à sua constituição biológica e acreditavam que o baixo potencial de desenvolvimento era determinado predominantemente pela carga hereditária, embora não desprezassem inteiramente a influência do ambiente, cujas características podiam ser favoráveis ou desfavoráveis ao desenvolvimento do indivíduo até o limite das capacidades estabelecidas pela hereditariedade (LIMA, 2021, p.3)

Ainda nesse período defendia-se a inteligência enquanto fator hereditário elimitante para o desenvolvimento de suas capacidades. Também, foi nesse período que Alfred Binet criou o quociente de inteligência, ou QI. Ele próprio, entretanto, argumentava que "A escala, rigorosamente falando, não permite medir a inteligência, porque as qualidades intelectuais não se podem sobrepor umas às outras, e, portanto, é impossível medi-las como se medem as superfícies lineares " (BINET, 1905, apud GOULD, 2003).

Contudo, a aplicação de tais testes foram amplamente defendidas com a intençãode segregar os alunos a partir de uma classificação fabricada na tentativa de homogeneizar as turmas escolares de modo a adequar os conteúdos às diferentes exigências biológicas. (LIMA, 2021). Além disso, ainda no século XX, os discursos dosespecialistas reproduziam o que hoje chamamos de "Teoria do Dom". A Teoria das Diferenças Individuais parte das teses inatistas para colocar a causa do fracasso escolar e os problemas de aprendizagem como responsabilidades individuais do aluno, namedida em que este não é portador das características inatas necessárias para o êxito escolar (SAWAYA, 2018). Ainda, sobre tal teoria alicerçada no darwinismo temos:

> Nelas se afirmava que as características de qualquer organismo são pré determinadas geneticamente, desse modo, o desenvolvimento intelectual de cada pessoa seria fixo, ou seja, já predeterminado ao nascer, e identificado através dos testes de inteligência. Desse modo, a esperança de modificar o destino da humanidade não estaria na educação, mas na seleção dos indivíduos dotados de capacidades superiores que deveriam ser logo identificados e encaminhados ao que de melhor a educação poderia oferecer. A forma de identificar essas diferenças e as capacidades e habilidades dos

> indivíduos eram os testes de inteligência desenvolvidos por Binet e seus seguidores. (SAWAYA, 2018)

Além disso, é possível notarmos a presença de tal discurso presente no Manifesto dos Pioneiros da Escola Nova, evidenciando as funcionalidades que a escola passa a ter diante de tais crenças, conforme Sawaya apontou:

> Desprendendo-se dos interesses de classes, a que ela tem servido, a educação (...) deixa de constituir um privilégio determinado pela condição econômica esocial do indivíduo, para assumir um "caráter biológico", com que ela se organiza para a coletividade em geral, reconhecendo a todo o indivíduo o direito a *ser educado até onde o permitam as suas aptidões naturais*, independente de razões de ordem econômica e social. (BRASIL, 1984, p. 4, grifo nosso)

Nota-se com os trechos acima como a concepção do saber impõe consequências para o cotidiano escolar na medida que supõe um objetivo social para a escola. Nesse caso, se a crença é de que o conhecimento já fora previamente determinado ao nascer, a escola coloca-se apenas como um impulso para que se atinja os potenciais individuais máximos que, uma vez atingidos, não há mais nada a se fazer. Pode-se perceber, ainda, como tais colocações movimentam-se de forma a responsabilizar o indivíduo por seu próprio fracasso escolar.

Contudo, após a Segunda Guerra Mundial já nota-se uma mudança de ênfase. Cada vez mais o determinismo biológico perde força nos discursos conforme se dá o declínio do modelo teórico do evolucionismo social. Dessa forma, passa-se a considerar cada vez mais influente o fator ambiental no desenvolvimento humano o que, entretanto, não significou a superação do determinismo biológico de uma vez por todas (LIMA, 2021).

Quando a área da Psicologia Escolar passa a preocupar-se com a importância do ambiente no desenvolvimento humano, entretanto, tal preocupação acaba restrita aos ambientes familiares e frequentemente relacionada às condições de vida vivida pelos mais pobres. Ainda, Maria Helena Souza Patto aponta como a teoria da carência culturalreforça a perspectiva de preconceitos relacionados ao não interesse ou vocação para o estudo dos mais pobres (LIMA, 2021). Além disso, segundo a autora,

> Todas elas (as explicações tradicionais) definem um 'ambiente' de maneira naturalista, a-histórica, não levando em conta as relações de produção e as questões do poder e da ideologia e, nessa medida, deixam espaço para a penetração da Ciência pelo senso comum, pelo que parece ser, pelos preconceitos e estereótipos sociais relativos a pobres e não-brancos. (PATTO,1997, p.283)

Nota-se, também, como os testes de QI assumiram grande influência nas decisões com respeito ao destino escolar de diversas crianças por parte dos educadores. essa forma, assim como a Teoria da Aptidão natural produz o fracasso escolar na medida em que promove uma "profecia auto-realizadora", nos termos de Patto, ela também é parte ativa na produção de um ambiente escolar que corrobora para sua manutenção.

O ambiente escolar e a interação com as crenças acerca da disciplina

Ao nos referimos ao ambiente escolar, estamos pensando-o como espaço físico, material, cultural, social, político, intelectual e afetivo. Ainda, cabe ressaltar a escolhado termo ambiente a fim de designar tudo aquilo que envolve e permeia um determinado espaço e tempo que atravessam a vida de certas pessoas. Também, segundoFrago, a escola é espaço e lugar. Além de constituir-se como algo físico e material, é também uma construção cultural. Dessa forma, além de matéria organizada é também energia que flui, decompõe-se e se recompõe. Com isso, conclui-se que o espaço sempreeduca, e que isso ocorre de várias formas e diversas vezes (FRAGO, 1994).

Ainda, cabe ressaltar que todo espaço é um lugar percebido de forma que tal percepção é também um processo cultural. Por isso, não percebemos espaços, mas lugares, isto é, espaços elaborados, construídos com significados e representações que sempre carregam consigo uma certa interpretação. Uma interpretação que resulta não sóda percepção da disposição material destes espaços, mas também da sua dimensão simbólica (FRAGO, 1994). Dessa maneira, nota-se como a percepção do espaço e, portanto, dos ambientes é um processo intrínseco, ainda que vinculado à externalidade. Além disso, quanto à relevância de nos atentarmos aos ambientes escolares temos:

> Todas essas questões podem ser referidas ao ambiente escolar como lugar, sua configuração arquitetônica e a disposição espacial de pessoas e objetos, de usos e funções que ocorrem nesse ambiente. Mas também já indicam alguns dos aspectos que fazem da escola um espaço peculiar e relevante. Especialmente se levarmos em conta que ela permanece durante aqueles anosem que se formam as estruturas mentais básicas de crianças, adolescentes e jovens. Estruturas mentais constituídas por um espaço que, como todos eles, socializa e educa, mas que, ao contrário de outros, coloca e ordena tudo e todos nele para esse fim específico. (FRAGO, 1994, p.19, tradução minha)

Nesse sentido, as ideias de Frago alinham-se à lente proposta por Agnes Heller de nos atentarmos à vida cotidiana. Segundo a autora, é na vida cotidiana que se fazem presentes todos os nossos sentidos, capacidades intelectuais, habilidades, paixões, sentimentos, ideias e ideologias (HELLER, 2000). Ainda, a vida cotidiana é a vida de todo homem e do homem todo. Isso pois não há quem esteja de fora dela e sempre estamos completamente imersos na cotidianidade (PATTO, 1987). Dessa forma, ao nos propormos pensar a respeito da permanência dos discursos inatistas nas salas de aula de matemática, faz sentido que foquemos no principal ator da cotidianidade que envolve esses momentos: o ambiente da aula de matemática.

Com isso, entende-se que o ambiente escolar é atuante vivo, que modifica-se continuamente ao longo de todos os espaços e todos os tempos. Isso pois, se o ambiente é tudo aquilo que nos envolve, ele também é forjado a cada instante por todos os fatores que perturbam os sentidos humanos, por exemplo luz, cheiro, temperatura, barulhos, disposição espacial dos objetos, entre tantos outros. Nesse sentido, o ambiente escolar, aordenação do espaço e sua configuração como lugar também são elementossignificativos do currículo (FRAGO, 1994). Tal processo ocorre na medida em que o ambiente escolar tece uma espacialidade e organização forjando, portanto, os próprios processos educativos.

Dessa forma, nota-se como a presença das teses inatistas com relação à disciplina de matemática produz um ambiente que corrobora com tais ideias gerando a manutenção das mesmas a partir de um ciclo que se retroalimenta.

Em um texto de 1989, podemos encontrar o seguinte apontamento:

> Sabe-se que a típica aula de matemática a nível de primeiro, segundo ou terceiro graus ainda é uma aula expositiva, em que o professor passa para o quadro negro aquilo que ele julgar importante. O aluno, por sua vez, copia da lousa para o seu caderno e em seguida procura fazer exercícios de aplicação, que nada mais são do que uma repetição na aplicação de um modelo de solução apresentado pelo professor. Essa prática revela a concepção de que é possível aprender matemática através de um processo de transmissão de conhecimento. Mais ainda, de que a resolução de problemas reduz-se a procedimentos determinados pelo professor. (D'AMBRÓSIO, 1989, p.1)

Se por um lado, notam-se inúmeras mudanças em relação ao período em questão, por outro, também podemos identificar permanências nessa declaração. Ressalvo aqui que a argumentação não baseia-se em cair na simplificação errônea deque a escola é sempre a mesma, afinal vale lembrar como o ambiente escolar é agente vivo e em perpétua transformação. Entretanto, ao realizar esse movimento de atentar-se às permanências e rupturas é possível identificar alguns aspectos que ajudam a entender a durabilidade insistente das teses inatistas nas explicações das causas do fracassoescolar na matemática. Para além das causas sociológicas e estruturais que atravessam a manutenção dessas ideias, deseja-se entender aqui como certos ambientes forjam a manutenção de tais ideias e vice-versa, atuando de maneira cíclica.

Não é incomum ouvirmos discursos negativos direcionados à matemática dentroe fora das salas de aula. Diversas vezes, tais relatos estão atrelados à ideia de que algumas pessoas nasceram para a matemática enquanto outras não, mito esse quepersiste nas sociedades ocidentais. Tais ideias, além de estarem presentes nacotidianidade de alunos e professores, também são corroboradas pela indústria por meio da propagação dessas crenças[1200] (ANDERSON, 2018).

Além disso, Chacón aponta como o gosto pela matemática aparece como um fator interno incontrolável aos olhos dos estudantes, percepção reforçada pelas seguintesfalas de alunos: ”Se você não gosta de matemática, o conteúdo não entrará em você. Você tem que ter isso desde o início. Se não gosta, não o ter (Javier, El)”; "Fui mal porque não gostei muito (Mariano, El)”(CHACÓN, 2010). Nesse sentido, nota-se como tais crenças alinham-se à perspectiva de educação bancária freireana, à dizer:

> (...) a educação se torna um ato de depositar, em que os educandos são os depositários e o educador o depositante.
>
> Em lugar de comunicar-se, o educador faz “comunicados” e depósitos que os educandos, meras incidências, recebem pacientemente, memorizam e repetem. Daí, temos a concepção “bancária” da educação, em que a única margem de ação que se oferece aos educandos é a de receberem os depósitos, guardá-los e arquivá-los. (FREIRE, 1996, p.80).

A partir de tal perspectiva, nota-se como a permanência na crença das teses inatistas, bem como a concepção bancária do ensino de matemática forjam um ambienteescolar incapaz de emancipar os educandos e educadores de tais juízos. Isto pois, se a matemática é um conhecimento estático, imutável e imparcial a ser depositado aos educandos, a perspectiva de um ambiente tradicional imutável com as carteiras viradas para frente para escutar e ver apenas o educador depositante lhe serve muito bem. Ainda, se a capacidade de aprender matemática lhe é inata e os erros devem ser evitadosa todo custo, é conveniente que nesse ambiente justifiquemos os que alcançam o êxito como aptos e os que se perdem como incapazes. Assim, nota-se como um ambiente sustentado apenas pelo silêncio e imobilidade corrobora com a perspectiva bancária e o inatismo frente ao aprendizado de matemática. Da mesma forma, a alimentação de tais concepções também forjam tal ambiente, gerando um ciclo incessante e inacabável.

Cabe ressaltar ainda que a percepção dos ambientes não se dá da mesma forma ao considerarmos recortes de classe, gênero e raça. Á exemplo, uma pesquisa propôs entrevistar professores universitários para determinar o quanto eles acreditavam que os alunos precisavam de um “dom” para serem bem-sucedidos em sua área. Com osresultados eles descobriram que quanto mais qualquer campo acadêmico acreditava nas teses inatistas, menos mulheres e estudantes afro-americanos estavam naquela área. (ANDERSON, 2018).

[1200] Ver https://goo.gl/ZTfrxD, https://goo.gl/hnLoH6. Acesso em 09/07/2022.

Perspectivas

Uma área que tem emergido bastante nos últimos anos diz respeito à “plasticidade cerebral”. Os estudos da neurologia atuais demonstram a capacidade cerebral de crescer e mudar em um curto período de tempo. Ainda, mostram-se como quaisquer diferenças cerebrais ao nascer podem ser ocultadas pelas experiências de aprendizado que decorrem ao longo da vida. Dessa forma, a ideia de que existem cérebros “feitos para a matemática” e outros não, mostra-se equivocada. Assim como ninguém nasce sabendo matemática, ninguém nasce com a falta de habilidade de aprendê-la. (BOALER, 2022).

Além disso, a importância do ambiente de aprendizagem não pode ser subestimada. As pesquisas recentes em neurociência destacam o efeito do ambiente no cérebro em crescimento, bem como o papel da síntese de proteínas na formação da memória durante o aprendizado. Ainda, o cérebro aprende mais rápido em ambientes desafiadores, criativos, acolhedores e saudáveis, onde a expressão e as escolhas do educando são valorizadas e possíveis através de uma atmosfera acolhedora. Tais ambientes auxiliam no desenvolvimento de neurônios, engrossando o feixe de mielinização e estimulando a serotonina e outros neuroquímicos que melhoram o bem-estar da criança (ABIOLA, 2012). Tais apontamentos da neurociência, portanto, mostram uma transcendência do inatismo nesse nicho da comunidade científica.

Com relação a isso, Carol Dweck mostrou como os alunos com uma “mentalidade fixa”, ou seja, que acreditam que sua capacidade de aprendizado é fixa, não aprendem tão bem quanto aqueles com “mentalidade de crescimento”, ou seja, que acreditam que sua inteligência pode crescer e mudar. As pesquisas mostraram repetidamente que intervenções sob essa ótica podem mudar a mentalidade dos alunose, ao fazê-lo, combater os impactos negativos (ANDERSON, 2018).

Ainda, Jo Boaler coloca como a promoção de uma “mentalidade matemática”, i.e. uma mentalidade de crescimento frente à matemática, pode ser positiva diante do aprendizado acerca da disciplina. Grande parte dessa promoção tem relação com as mudanças das perguntas que são feitas aos alunos, bem como mudar as mensagens verbais que o educador transmite ao educando (ANDERSON, 2018). Isto pois, fazendo perguntas cujas respostas não são específicas, incentiva-se a experiência do diálogo,bem como a visão da matemática enquanto uma área ampla e aberta. Além disso, ao transmitir mensagens de encorajamento que valorizam o esforço ao invés darecompensa pela resposta certa, passa-se a entender o erro como parte do processo de aprendizagem de matemática. Isto é, se o erro é a evidência de um não saber, ele também é uma aprendizagem em potencial. Dessa forma, ao compreendermos o erro como integrante desse processo, somos obrigados a entender a aprendizagem enquanto processo. Dessa forma, não haveria como ela ser dada de maneira inata, contradizendo aperspectiva da Teoria das Diferenças Individuais.

Além disso, Ana Laura Godinho Lima aponta em "A escola como ambiente propício à educação", como as mudanças na forma escolar devem se apoiar sobre quatropilares para serem profundas: asseguração da experiência do diálogo e das narrativas, doestudo, da prática e da convivência em um espaço público (LIMA, 2022b). Deve-se buscar, portanto, pela produção de ambientes que assegurem o diálogo, o estudo e a prática da matemática. Deseja-se ainda garantir um ambiente propício ao surgimento de um espaço potencial para vivenciar as experiências culturais, nos termos de Winnicott.

Para tal, é preciso que haja confiança, segurança e afetividade na relação professor-aluno.

Por fim, tem-se que o ambiente de ensino e aprendizagem de matemática que deseja-se construir com base nessas perspectivas deve materializar-se em vários ambientes. É necessário que o educando tenha acesso a um espaço seguro, com possibilidade de movimento, para que possa explorar livremente suas ideias, vivenciando suas experiências culturais. Também, é preciso que essa busca seja orientada e ferramentada, de forma que também seja parte da cotidianidade do educandoum ambiente calmo em que ele possa ouvir e ser instruído pelo educador, bem como ter suas dúvidas escutadas. Além disso, é também necessário um ambiente que viabilize o diálogo tanto entre educador-educando, mas também entre os educandos. Por fim, é preciso um ambiente que o educando possa explorar sozinho suas descobertas e ideias, entendendo suas próprias contradições e realizando suas próprias descobertas.

Assim, é o aprender matemática. Um processo contínuo, que permeia todas as vidas a vida toda e, portanto, desfruta e interage com a continuidade e perpetuação do ambiente escolar. Dessa forma, podemos produzir ambientes de ensino e aprendizagem de matemáticas.

Referências

Abiola, O., Dhindsa. H. (2012). *Improving classroom practices using our knowledge of how the brain works*. International Journal of Environmental and Science Education 7.1: 71-81.

Anderson, R., Boaler, J., Dieckmann, J. (2018) A*chieving elusive teacher change through challenging myths about learning: A blended approach.* Education Sciences, v. 8, n. 3, p. 98.

Boaler, J. (2022) *Mathematical mindsets: Unleashing students' potential through creative mathematics, inspiring messages and innovative teaching*. John Wiley& Sons.

Brasil. (1984) *O manifesto dos pioneiros da educação nova*.

Chacón, I. (2010) *Matemática Emocional – Los afectos en el aprendizaje matemático*. Narcea.

D'Ambrosio, B. (1989) *Como ensinar matemática hoje?* Temas e Debates. SBEM. Ano II. N2. Brasília. 1989.

Frago, A. et al. (1994) *Del espacio escolar y la escuela como lugar: propuestas y cuestiones*. Historia de la Educación: Revista interuniversitaria.

Freire, P. (1996) *Pedagogia do Oprimido*. São Paulo: Paz e Terra.

Gould, S. (2003) *A falsa Medida do Homem*. São Paulo: Martins Fontes.

Heller, A. (2000) *O cotidiano e a história*. São Paulo, SP: Paz e Terra.

Lima, A. (2021) *Educação, Saúde e Progresso: discursos sobre os efeitos do ambiente no desenvolvimento da criança (1930-1980)* (no prelo).

Lima, A. (2022b) *A escola como um ambiente propício à educação*. In LIMA, A.L.G.; CAZETTA, V. (orgs.). O Ambiente Escolar em Transformação. Campinas: Alínea, (no prelo).

Patto, M. H. S. (1987). A produção do fracasso escolar: histórias de submissão erebeldia. In A *produção do fracasso escolar: histórias de submissão e rebeldia* (pp. sp-sp).

Patto, M. (1997) Introdução à psicologia escolar. São Paulo, SP: Casa do Psicólogo.

Sawaya, S. (2018) Breve histórico das teorias psicológicas para o baixo desempenho escolar dos alunos brasileiros e as análises críticas. In: Psicologia e Educação: uma introdução das contribuições da Psicologia à compreensão do cotidiano escolar (pp. 69 - 110). São Paulo, Editora CRV.

Do Conceito ao Campo Conceitual: uma elucubração

From Concept to Conceptual Field: a musing

Del Concepto al Campo Conceptual: una elucubración

Renato Francisco Merli[1201]
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
0000-0002-6781-2914

Clélia Maria Ignatius Nogueira[1202]
Universidade Estadual do Oeste do Paraná
0000-0003-0200-2061

Arthur Belford Powell[1203]
Rutgers University
0000-0002-6086-3698

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Aspectos teóricos e conceituais da Educação Matemática

Resumo

Este trabalho procura trazer uma discussão sobre a possibilidade de que haja uma dualidade entre um *conceito* e um Campo Conceitual, ou melhor, se um *conceito* pode ser um Campo Conceitual e um Campo Conceitual pode ser um *conceito*. Para isso, trazemos as noções de conceito e a noção de Campo Conceitual. Na sequência realizamos um esforço teórico para buscar articular ambos de um ponto de vista não só cognitivo, mas também filosófico. Como resultado, chegamos à conclusão de que não podemos dizer que há uma dualidade entre conceito e campo conceitual, mas que se pode sim, a partir de um ponto de vista epistemológico e filosófico fazer algumas aproximações.
Palavras-chave: TCC, conceitualização, epistemologia, filosofia

Abstract

This work seeks to bring a discussion about the possibility that there is a duality between a concept and Conceptual Field, or better, if a concept can be a Conceptual Field and a Conceptual Field can be a concept. For this, we bring the notions of concept and the notion of Conceptual Field. Next, we make a theoretical effort to try to articulate both from a not only cognitive, but also a philosophical point of view. As a result, we concluded that we cannot say that there is a duality between concept and conceptual field, but that we can, from an epistemological and philosophical point of view, make some approximations.

[1201] renatomerli@utfpr.edu.br
[1202] voclelia@gmail.com
[1203] powellab@newark.rutgers.edu

Keywords: CFT, conceptualization, epistemology, philosophy.

Resumen

Este trabajo busca traer una discusión sobre la posibilidad de que exista una dualidad entre un concepto y un Campo Conceptual, o mejor, si un concepto puede ser un Campo Conceptual y un Campo Conceptual puede ser un concepto. Para ello traemos las nociones de concepto y la noción de Campo Conceptual. A continuación, hacemos un esfuerzo teórico para tratar de articular ambos desde un punto de vista no solo cognitivo, sino también filosófico. Como resultado, llegamos a la conclusión de que no podemos decir que existe una dualidad entre concepto y campo conceptual, pero sí podemos, desde un punto de vista epistemológico y filosófico, hacer algunas aproximaciones.

Palabras clave: TCC, conceptualización, epistemología, filosofía

Introdução

Desde que o homem teve a capacidade de falar e pensar, ele utilizou palavras, ou melhor, um conjunto de símbolos, para designar e nomear os objetos do fenômeno, assim como para representar os próprios pensamentos. Foi também por meio das formas verbais e representacionais (como pinturas e a própria linguagem) que o ser humano se fez (se faz) entender pelos seus semelhantes. E, à medida que o conhecimento foi sendo aprimorado, algumas palavras começaram a ganhar mais importância em relação a outras, havendo a necessidade de diferenciá-las das demais, os chamados conceitos (DAHLBERG, 1978).

Conceitos, em geral, não possuem um único significado, pois dependem de uma série de condições, como: quando eles foram desenvolvidos, em que área foram desenvolvidos e a relevância e continuidade deles ao longo do tempo. No caso da matemática, os conceitos parecem ser autossuficientes, *mas será que um conceito pode ser reduzido a uma fórmula, a uma definição, a um símbolo? Os conceitos dependem de que condições para existirem?*

Essas perguntas nos fazem refletir sobre a necessidade de entender o que é um *conceito*, quais as suas condições de existência e como ele vem sofrendo alterações de interpretação ao longo do tempo e, como isso altera a forma de ensinar e aprender esse *conceito*. Vergnaud (1979; 1989) traz algumas discussões sobre a conceitualização de um *conceito* e a existência de Campos Conceituais (que será discutido numa outra seção). O autor diferencia este daquele como elementos diferentes, contudo, algumas questões ainda ficam em aberto, como por exemplo, quando eu preciso de *conceitos* anteriores para entender um novo *conceito*, esses *conceitos* anteriores não podem ser vistos como um Campo Conceitual?

Nesse contexto, nossa pergunta (uma hipótese) é *existe uma dualidade entre conceito e Campo Conceitual*? Para responder a essa pergunta, na próxima seção trazemos algumas discussões sobre o que é um *conceito*. Na sequência apresentamos a noção de Campo Conceitual a partir de Vergnaud (VERGNAUD, 1979; 1989). Por fim, apresentamos algumas elucubrações a partir da nossa pergunta.

Algumas discussões iniciais sobre Conceito

Para Abbagnano (2007, p. 164), conceito é, em geral, "[...] todo processo que torne possível a descrição, a classificação e a previsão dos objetos cognoscíveis". Numa tentativa de esclarecer o que são conceitos, Barros (2016, p. 12), traz algumas provocações. "O que os conceitos, e a elaboração conceitual das ideias e palavras, asseguram àqueles que os instrumentalizam?". Uma possível resposta seria dizer que, os *conceitos* permitem às pessoas criar *conceitos* novos.

Isso nos leva a presumir uma "vontade de conceito" (BARROS, 2016) do ser humano, em que ele busca nomear tudo o que é possível. De um ponto de vista pragmático, podemos dizer que os seres humanos pretendem organizar e sistematizar os conhecimentos a fim de se aprofundar e entender os fenômenos que os cercam.

Vale destacar que "[...] a construção de um patrimônio conceitual não se dá de uma única vez, mas sim ao longo de uma história que envolve os inúmeros pensadores e praticantes de um determinado campo de estudo" (BARROS, 2016, p. 14). Nesse universo, os conceitos podem ser derivados de neologismos (criação de novas palavras), arcaísmos (recuperação de uma palavra antiga, em desuso) ou ainda em uma palavra criada etimologicamente.

Essas possibilidades de transformações, conhecidas desde os gregos, são chamadas de *abstrações metafóricas*, ou seja, "[...] construções frasais associadas a cenários concretos são frequentemente estendidas analogamente para conceitos mais abstratos [...]", assim, "[...] o valor da abstração metafórica não consiste em notar a semelhança poética, mas sim no fato de que certas relações lógicas que são aplicadas no espaço e na força podem ser, efetivamente, transferidas para domínios abstratos" (PINKER, 2010, p. 13-14).

Esse movimento metafórico permitiu (e ainda permite) a criação de teorias e conceitos, ou seja, é a base da ciência. E nesse jogo de palavras, é impossível dizermos se uma expressão ou palavra serão sempre um conceito ou uma simples palavra. O contexto influenciará o significado, ou melhor, “[...] o que traz a uma palavra o *status* de conceito, em muitos casos, é o campo no qual ela se encontra” (BARROS, 2016, p. 29).

Para justificar como o contexto influencia no *status* do conceito, Koselleck (1992) utiliza a metáfora do fotógrafo.

> Para tirar uma fotografia posso ajustar minha máquina de acordo com a distância do objeto a ser fotografado: a perspectiva (se de mais perto ou de mais longe) vai me obrigar a um foco diferente. Assim, tanto poderei proceder à análise dos conceitos a partir de um método que privilegiará textos comparáveis, quanto poderei proceder metodologicamente expandindo minha análise ao conjunto da língua. Entre esses dois procedimentos haveria ainda formas intermediárias (KOSELLECK, 1992, p. 137).

O fato de existirem formas intermediárias pode também ser justificado pela noção de temporalidade do conceito.

> A temporalização de conceitos históricos centr ais ou básicos (*Grundbegriffe*) se estende não apenas a conceitos, que devem tematizar explicitamente o tempo - como progresso ou história. Os outros conceitos condutores (*Leitbegriffe*) também são concebidos e usados de uma forma em que a mudança das condições existentes seja desejável, necessária e, portanto, exigida (KOSELLECK, 1997, p. 22, tradução nossa).

Vale destacar nessa afirmação de Koselleck (1997), que, uma vez alterado (ou compreendido de outra forma) um conceito, todos os conceitos base (anteriores a esse) utilizados também sofrem modificações. Podemos por exemplo, analisar o conceito de proporcionalidade. Uma vez que entendemos a proporcionalidade sob diferentes perspectivas, conceitos como razão e igualdade, que são necessários para a compreensão de proporcionalidade, serão também vistos sob uma perspectiva diferente.

Fato é que, uma palavra ou expressão irá se tornar um conceito se ela ultrapassar a condição de unidade de comunicação para unidade do conhecimento. Deixa-se apenas de transmitir uma informação para significar algo, potencializar a generalização de um fenômeno e ainda desempenhar funções específicas dentro de uma teoria (BARROS, 2016).

Realizada aqui algumas discussões sobre o termo conceito, passamos a discutir a evolução do conceito para o Campo Conceitual.

Campo Conceitual

Na seara dos conceitos, nos interessa formalizar o que são conceitos matemáticos. Muitos matemáticos, psicólogos e filósofos se dedicaram (e têm se dedicado) a compreender como um conceito matemático é formado. Teorias advindas da filosofia (principalmente da filosofia da linguagem), da psicologia, da epistemologia, da sociologia, da antropologia, dentre outras áreas, têm contribuído para esclarecer esse ponto.

Para Vergnaud (2003, p. 24), tanto Vygotsky quanto Piaget, mesmo possuindo metodologias de pesquisa diferentes, desenvolveram a ideia de que

> [...] a conceitualização implica em um retorno reflexivo sobre a própria atividade, [que] enfatiza a relação entre as propriedades do objeto e as propriedades da ação. Uma atividade que, há trinta anos, denomina-se de metacognição. E a ideia de que devemos ser cognitivos, para dar conta de uma tarefa, e metacognitivos, para compreender o que fizemos (Vergnaud, 2003, p. 24, acréscimo nosso).

Nesse ponto, de conceitualizar, ou criar um conceito, ou desenvolver um conceito, Vergnaud (1982) se afasta das teorias mais clássicas que singulariza um conceito e, passa a conceber como interativa a sua formação, longe de uma única significação, sem que uma definição dê conta de toda a complexidade de um conceito.

Como afirma Grenier (2007, p. 3), “[...] os conceitos científicos nunca estão sozinhos e não podem ser completamente isolados, é necessário levar em conta as relações entre os diferentes conceitos envolvidos em qualquer situação”.

Para Vergnaud (1993, p. 1) “[...] um conceito não pode ser reduzido à sua definição” e é “[...] através das situações e dos problemas a resolver que um conceito adquire sentido”. Ele salienta que a natureza dos problemas pode ser teórica ou prática e que o papel da linguagem e da representação do conceito são fundamentais.

Na esteira do que ele considera conceito, Vergnaud, Halbwachs e Rouchier (1978) entendem que, para compreender o modo como os conceitos são constituídos nos diferentes níveis, é preciso distinguir três elementos interdependentes, a saber: invariante operatório, regras de ação e cálculo relacional.

Nessa perspectiva de uma concepção interativa para um conceito em formação, ele concebe um conceito como um triplete (S, I, ξ).

S: conjunto de situações que fazem o conceito significativo

I: conjunto de invariantes que constituem o conceito
ξ: conjunto de representações simbólicas utilizadas para representar o conceito, suas propriedades e as situações referentes a ele (VERGNAUD, 1982, p. 36, tradução nossa).

Vergnaud (1982) define um Campo Conceitual como "[...] um conjunto de situações, cujo domínio requer uma variedade de conceitos, procedimentos e representações simbólicas estreitamente conectadas umas às outras" (VERGNAUD, 1982, p. 36, tradução nossa). Para Grenier (2007, p. 3, tradução nossa), essa "[...] noção de Campo Conceitual permite: substituir um conceito por um conjunto de conceitos que lhe são próximos e especificar as classes de problemas para as quais esses conceitos são ferramentas de resolução (portanto esclarecer seus significados)".

Em definições anteriores Vergnaud admite que um conceito não pode ser reduzido a uma definição, mas é um triplete (S, I, ξ), e que esse triplete é chamado de Campo Conceitual. Vergnaud define Campo Conceitual como um "[...] conjunto de situações, cujo domínio requer uma variedade de **conceitos**, procedimentos e representações simbólicas estreitamente conectadas umas às outras" (negrito nosso). Em outras palavras, se conceito não pode ser reduzido a uma definição, mas sim, a um triplete, *como explicar que um Campo Conceitual depende de um Conceito?* Seria o *conceito um Campo Conceitual e vice-versa?*

Na busca por compreender essa possível dualidade, pensamos **hipoteticamente** que, assim como na teoria da luz, que podemos falar na natureza dual da mesma, ou seja, ora ela é onda, ora é partícula; podemos inferir, em um primeiro momento, que o Campo Conceitual é conceito e, conceito é Campo Conceitual, ou nas palavras de Deleuze e Guattari (1992), o conceito possui um estado de *devir*, os conceitos se acomodam uns aos outros, às vezes se superpõem.

Também podemos compreender (**ou ao menos conjecturar**) essa dualidade a partir das duas dimensões que um conceito possui: extensão e compreensão (BARROS, 2016). O conceito adquire extensão, mas perde em compreensão, ou melhor quando colocamos a lupa no conceito, o vemos como Campo Conceitual, nesse momento, temos mais compreensão e menos extensão, mas quando retiramos a lupa, temos o Conceito, que perde em compreensão e ganha em extensão.

Para explicar esse movimento dual, utilizemos o exemplo da função. Quando falamos em Campo Conceitual da função, colocamos uma lupa e, logo podemos verificar algumas ideias-base ou *conceitos organizadores* (VERGNAUD, 2019), como: proporção, razão, relação, dependência, ordem, generalização, produto cartesiano, par ordenado, entre outros. Se colocarmos uma lupa em um desses *conceitos organizadores*, poderemos encontrar outros *conceitos organizadores* necessários à compreensão deles. Por exemplo, proporção ou proporcionalidade; para compreendermos esse *conceito*, temos que mudar a lente para compreender esse conceito como um Campo Conceitual, o Campo Conceitual da proporção, pois nos interessa saber quais as situações, os invariantes operatórios e representações são necessários para a compreensão do conceito de proporção.

Assim, podemos dizer que *conceito* e Campo Conceitual são e não são, eles ao mesmo tempo. Ambos precisam de um conjunto de situações, de invariantes e de representações para ser o que são. É claro que, um sujeito, quando precisa fazer uso deles para resolver alguma situação, trará o *conceito*, num primeiro momento, o qual apresenta todas as condições de existência do Campo Conceitual. Contudo, o sujeito, ao mesmo tempo que evoca o *conceito*, também invoca todas as componentes que nele existe, ou seja, naquele momento, está em jogo o Campo Conceitual, pois o sujeito pode acessar uma ou duas ou todas as componentes a serem utilizadas por ele na situação a ser resolvida, ora a representação, ora o invariante operatório (teoremas-em-ação, conceitos-em-ação, argumentos), ora uma outra situação, ora duas a duas, ora três a três, nós diríamos todas as combinações possíveis entre as três componentes.

O ponto aqui é que o sujeito, uma vez com as condições mínimas assimiladas (PIAGET, GRIZE, SZEMINSKA, BANG, 1968), de situações, invariantes operatórios e representações - como um acorde que precisa de um número mínimos de notas para ser esse e não outro acorde, não olha para o objeto matemático como um Campo Conceitual, mas como um *conceito*. *Mas ao se tornar conceito, ele deixa de ser Campo Conceitual?* De maneira alguma, pois se for necessário colocar novamente a lupa nesse *conceito*, todos os elementos do Campo Conceitual estarão lá, com livre acesso.

Com o tempo, esse *conceito* é alterado pelas diferentes pressões que ele sofre, tais como mudanças históricas, sociais e até mesmo econômicas. A função é um exemplo típico. Podemos dizer que o Campo Conceitual da função no século XVII é certamente diferente do Campo Conceitual atual, isso se dá porque as componentes do Campo Conceitual se alteraram (e ainda se alteram) com o tempo, adquirem novos significados ou deixam de possuir significados.

Talvez exista no limiar, um conceito ou Campo Conceitual que não será modificado? Acreditamos que não, mesmo as primeiras noções, axiomas e postulados matemáticos.

Vergnaud (1996), a partir de Piaget, Grize, Szeminska e Bang (1968), caracteriza o conhecimento em duas formas: uma forma operatória e uma forma predicativa. A forma operatória diz respeito ao saber-fazer e, a forma predicativa, ao saber explicitar os objetos e suas propriedades. Aqui, cabe um questionamento, *um conceito é apreendido quando sabemos utilizá-lo ou quando sabemos explicitá-lo?*

Percebemos que a noção tradicional de conceito não dá conta de responder a essa pergunta, pois o conceito não é descrever, não é definir, não é saber utilizar, mas é o conjunto de tudo isso, ou seja, significa entender o triplete (S, I, ξ) em sua forma plena.

Voltando ainda ao esquema, sabemos que ele é uma parte importante para a compreensão de um conceito, ou melhor, de um Campo Conceitual. O esquema, segundo Vergnaud (2019),

> [...] é uma forma de organização da atividade, destinada a uma classe de situações. Ele inclui:
> 1 um objetivo ou vários
> 2 regras de ação; de tomada de informação e de controle
> 3 invariantes operatórios: conceitos-em-ação e teoremas-em-ação
> 4 possibilidades de inferência (VERGNAUD, 2019, p. 7).

Destacamos que, os "teoremas-em-ação" e os "conceitos-em-ação" não são teoremas e não são conceitos, respectivamente. Esses últimos podem ser explicitados e passíveis de verificar sua veracidade e pertinência. Nesse sentido, "[...] conceitos e teoremas explícitos são apenas a ponta visível do iceberg da conceitualização: sem a parte oculta, formada pelas invariantes operatórias, essa parte visível nada seria" (VERGNAUD, 1993, p. 8). Otero, Fanaro, Sureda, Llanos e Arlego (2014, p. 11, tradução nossa) apontam que na teoria de Vergnaud, a "[...] conceitualização é a pedra angular do desenvolvimento cognitivo".

Para Vergnaud (2017, p. 29), a conceitualização é

> [...] a identificação dos objetos do mundo, de suas propriedades, de suas transformações, de suas relações. Identificamos estes objetos quer através de um contato direto com eles pela percepção, quer eles resultem de uma construção cultural coletiva ou pessoal. Essa construção tem sua história.

No caso de uma mesa, que é um objeto, acessamos esse objeto de maneira direta, pela percepção temos acesso às suas propriedades e à sua identidade. Entretanto, no caso de uma função, que também é um objeto (matemático), não temos um acesso direto, pois se trata de "[...] um objeto que resulta de um longo trabalho, de uma construção cultural e coletiva através da ciência, notadamente pelos matemáticos e físicos, em longo prazo. Foi um trabalho amplo, com muitas hipóteses antes de ser elaborado no século XVIII" (VERGNAUD, 2017, p. 29).

Assim, podemos dizer que uma situação envolve diversos conceitos e que um conceito se forma a partir de diversas situações, ou ainda, [...] um conceito remete necessariamente a várias situações, a vários invariantes, a várias simbolizações possíveis" (VERGNAUD, 1985, p. 248, tradução nossa). "Um conceito não é totalmente um conceito enquanto não for explicitado em um esquema" (VERGNAUD, 2002, p. 5).

Na esteira de que uma situação envolve diversos conceitos, e eles se conectam numa rede, Vergnaud e Ricco (1977) discutem a importância de noção de hierarquia psicogenética dos conceitos, ao dizer que essa noção "[...] é obviamente frutífera para o estudo do desenvolvimento do conhecimento em crianças e adolescentes, mas tem um significado mais limitado para aquisições em adultos" (VERGNAUD, RICCO, 1977, p. 877, tradução nossa).

Vergnaud e Ricco (1977) explicam que a hierarquia é psicogenética, pois se concretiza na ordem em que a criança adquire conhecimentos teóricos e práticos. E que, "ela não se reduz a isso e, em particular, não se pode confundir a ordem lógica de exposição dos axiomas e teoremas de uma teoria constituída, com a ordem de aquisição" (VERGNAUD, RICCO, 1977, p. 877, tradução nossa).

Essa ordem hierárquica não pressupõe uma ordem total, pode ser parcial. Para conceitos mais simples, conseguimos encontrar uma ordem total, tal como o exemplo de Vergnaud e Ricco (1977), de que os conceitos de conjunto e classe precedem os conceitos de intersecção e união. No entanto, conceitos mais complexos, como o de função, por exemplo, possuem características que nem sempre supõem uma ordem linear, ou que se tenha garantido que um sujeito adquiriu por completo um *conceito organizador* anterior por completo.

Na tentativa de compreender melhor a noção de hierarquia, Vergnaud e Ricco (1977) apresentam cinco aspectos sobre hierarquia: 1) existe uma hierarquia entre os conceitos, 2) as propriedades das diferentes noções e relações não são assimiladas de maneira igual entre os sujeitos, 3) o sujeito pode encontrar uma hierarquia entre classes e subclasses de problemas e situações, 4) existe uma hierarquia entre os procedimentos e, 5) existe hierarquia entre as representações.

O primeiro aspecto mostra que a hierarquia entre conceitos pode ser total ou parcial, dependendo de vários fatores. No segundo aspecto, Vergnaud e Ricco (1977) apresentam um exemplo de como ele pode funcionar.

> Para o matemático, por exemplo, a anti-simetria e a transitividade da relação de ordem são axiomas independentes, situados no mesmo plano e igualmente óbvios. Este não é o caso da criança, pois a aquisição da transitividade é muito posterior à aquisição da anti-simetria. Da mesma forma, a comutatividade da composição de transformações aditivas é mais facilmente compreendida do que a propriedade de inversão, pelo menos se julgarmos pelas capacidades operativas dos alunos na solução do problema. [...] podemos ainda citar o caso da estrutura de isomorfismo de medidas, nesta estrutura, que corresponde a situações em que dois tipos de medidas são proporcionais entre si, as diferentes propriedades das funções e escalares envolvidos não são adquiridas simultaneamente, longe disso (VERGNAUD, RICCO, 1977, p. 878, tradução nossa).

No terceiro aspecto, da hierarquia entre classes e subclasses, os autores consideram essencial distinguir classes de problemas de mesmas noções ou propriedades. Ainda de acordo com Vergnaud e Ricco (1977), realizar uma diferenciação entre essas classes de problemas é tão importante quanto saber quais as capacidades operacionais associadas a uma noção ou propriedade.

Os procedimentos utilizados num mesmo problema possuem hierarquia (aspecto 4) e, tais procedimentos "[...] utilizados pelas crianças são numerosos, identificáveis e analisáveis" (VERGNAUD, RICCO, 1977, p. 879, tradução nossa).

De posse desses procedimentos, o professor pode conduzir seus alunos a procedimentos mais abrangentes. Para os autores seria imprudente "[...] privar-se de uma importante ferramenta psicopedagógica, ater-se a procedimentos canônicos e, rejeitar como simples erros de procedimentos que, quando analisados, refletem uma certa compreensão dos problemas" (VERGNAUD, RICCO, 1977, p. 879, tradução nossa). Esse aspecto está intimamente ligado aos instrumentos avaliação do professor, pois são eles que podem ajudar a compreender os diferentes procedimentos dos alunos, utilizando os erros como fonte de aprendizagem.

No aspecto 5 - existe hierarquia entre as representações, os autores afirmam que

> […] as representações que a criança faz de um problema são desigualmente efetivas, desigualmente abstratas, desigualmente poderosas. Muitas vezes elas só podem ser estudadas através dos comportamentos e procedimentos observados. Mas há representações objetáveis, os rastros que a criança deixa no papel ou as explicações que dá, por exemplo; e também as representações utilizadas no ensino (VERGNAUD,

RICCO, 1977, p. 881, tradução nossa).

Uma pergunta que poderíamos fazer é: *para que um professor precisa disso? Das conceitualizações? Do Campo Conceitual?* Vergnaud (2017, p. 32), ao mostrar a necessidade de saber que a conceitualização é progressiva e complexa, aponta “[...] se não estivermos conscientes da Conceitualização e da sua complexidade progressiva podemos falhar como professores”. O papel do professor é de mediar e criar situações adequadas para que os alunos desenvolvam metas para resolver essas situações por meio dos invariantes operatórios, das regras de ação, das inferências e dos controles estabelecidos pelos próprios esquemas (VERGNAUD, 2017).

Considerações Finais

No início do texto destacamos que nossa pergunta trata da existência de uma dualidade entre *conceito* e Campo Conceitual. A fim de elucidar essa pergunta, trouxemos algumas discussões sobre o conceito de *conceito* e como a noção de Campo Conceitual de Vergnaud (1979; 1989) pode ser enquadrada nessa noção de dualidade.

Longe de termos respondido à nossa pergunta, trazemos à baila, se ao entender Campo Conceitual como conceito e vice-versa, o centro das discussões não estaria em *quais situações didáticas permitem que, ora um conceito seja conceito, ora seja visto como um Campo Conceitual?* Além disso, podemos nos perguntar: *qual seria o papel da linguagem nesse caso? E as representações de um conceito seriam as mesmas de um Campo Conceitual?*

Tais perguntas podem e devem ser respondidas à luz de futuras discussões que levem em consideração não só o aspecto cognitivo do sujeito, trazido por Vergnaud (1979; 1989), mas também do ponto de vista epistemológico e filosófico.

Referências

ABBAGNANO, Nicola. **Dicionário de Filosofia**. Tradução: Bosi, Alfredo. São Paulo: Martins Fontes, 2007. 1014 p. ISBN: 978-0-691-1138.

BARROS, José D'Assunção. **Os conceitos: seus usos nas ciências humanas**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2016. 204 p. ISBN: 978-85-326-5263-8.

DAHLBERG, Ingetraut. Teoria do conceito. **Ciência da Informação**, v. 7, n. 2, 1978. Disponível em: http://revista.ibict.br/ciinf/article/view/115. Acesso em: 18 abr. 2021.

DELEUZE, Gilles; GUATTARI, Félix. **O que é filosofia?** Tradução: : Prado Jr, Bento; Muñoz, Alberto Alonso 1. ed. Rio de Janeiro: Editora 34, 1992. 288 p. ISBN: 85-85490-02-0.

GRENIER, Denise. La théorie des champs conceptuels et le modèle de conception. *In*: 2007. **Notes of Eléments d'épistémologie et de didactique cours**. 2007. p. 1-8.

KOSELLECK, Reinhart. Uma história dos conceitos: problemas teóricos e práticos. **Estudos Históricos**, v. 5, n. 10, p. 134-146, 1992. Disponível em: https://bibliotecadigital.fgv.br/ojs/index.php/reh/article/view/1945/1084. Acesso em: 8 jan. 2022.

KOSELLECK, Reinhart. The Temporalisation of Concepts. **Finnish Yearbook of Political Thought**, v. 1, n. 1, p. 16-24, 1997. DOI: http://doi.org/10.7227/R.1.1.2. Disponível em: https://journal-redescriptions.org/articles/abstract/10.7227/R.1.1.2/. Acesso em: 7 jan. 2022.

OTERO, Maria Rita; FANARO, Maria de los Ángeles; SUREDA, Patricia; LLANOS, Viviana Carolina; ARLEGO, Marcelo (ed.). **La Teoría de los Campos Conceptuales y la conceptualización en el aula de Matemática y Física**. Ciudade Autónoma de Buenos Aires: Editorial Dunken, 2014. ISBN: 978-987-027406-3

PIAGET, Jean; GRIZE, Jean Blaise; SZEMINSKA, Alina; BANG, Vinh. **Epistemology and Psychology of Functions**. Dordrecht, Holland: D. Reidel Publishing Company, 1968. 215 p. ISBN: 978-94-010-9321-7.

PINKER, Steven. O nicho cognitivo: coevolução de inteligência, sociabilidade e linguagem. **Letras de Hoje**, Porto Alegre, v. 45, n. 3, p. 6-17, jul./set., 2010. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/277217699_O_nicho_cognitivo_coevolucao_de_inteligencia_sociabilidade_e_linguagem. Acesso em: 20 fev. 2022.

VERGNAUD, Gérard. The Acquisition of Arithmetical Concepts. **Educational Studies in Mathematics**, v. 10, n. 2, p. 263-274, 1979.

VERGNAUD, Gérard. Cognitive and Developmental Psychology and Research in Mathematics Education: Some Theoretical and Methodological Issues. **For the Learning of Mathematics**, v. 3, n. 2, p. 31-41, 1982.

VERGNAUD, Gérard. Concepts et schèmes dans une théorie opératoire de la représentation. **Psychologie Française**, n. 30, p. 245-252, 1985. Disponível em: https://www.gerard-vergnaud.org/GVergnaud_1985_ConceptsSchemes_Psychologie-Francaise-30. Acesso em: 15 fev. 2022.

VERGNAUD, Gérard. La théorie des champs conceptuels. **Publications de l'Institut de recherche mathématiques de Rennes**, v. S6, p. 47-50, Samedi 26 août, 1989. Disponível em: http://www.numdam.org/item?id=PSMIR_1989___S6_47_0. Acesso em: 25 mar. 2021.

VERGNAUD, Gérard. Teoria dos Campos Conceituais. *In*: Seminário Internacional de Educação Matemática, 1. 1993. **Anais...** Rio de Janeiro: Instituto de Matemática - UFRJ, 1993, p. 1-27.

VERGNAUD, Gérard. A trama dos campos conceituais na contrução dos conhecimentos. **Revista do GEEMPA**, p. 9-19, 1996.

VERGNAUD, Gérard. Conceptualisation et surdite: qu'apportent les systemes de signes a la conceptualisation. **La Nouvelle Révue de l'AIS, Adaptation et Intégration Scolaires**, v. 17, p. 171-179, mars, 2002.

VERGNAUD, Gérard. A gênese dos Campos Conceituais. *In*: Grossi, Esther Pillar (Ed.). **Por que ainda há quem não aprende?** Vozes, 2003. p. 21-64.

VERGNAUD, Gérard. Conceitualização. *In*: Colóquio Internacional sobre a Teoria dos Campos Conceituais, 2. 2017. **Anais...** Brasília: Grupo de Estudos sobre Educação, Metodologia da Pesquisa e Ação (GEEMPA), 2017, p. 28-49. ISSN: 2595-1335.

VERGNAUD, Gérard. Quais questões a teoria dos campos conceituais busca responder? **Caminhos da Educação Matemática em Revista**, v. 9, n. 1, p. 5-28, 2019.

VERGNAUD, Gérard; HALBWACHS, Francis; ROUCHIER, André. Structure de la matiere enseignee, histoire des sciences et developpement conceptuel chez l'eleve. **Revue française de pédagogie**, v. 45, p. 7-15, 1978.

VERGNAUD, Gérard; RICCO, Graciela. Psychogenese et programme d'enseignement: differents aspects de la notion de hierarchy. **Bulletin de Psychologie**, v. 330, n. 17, p. 877-882, 30, 1977.

Tendências em Educação Matemática: A Educação Matemática Crítica

Trends in Mathematics Education: Critical Mathematics Education

Tendencias en la Educación Matemática: Educación Matemática Crítica

Larissa Gehrinh Borges[1204]
Universidade Federal do ABC

Alex Sandro R. Campos[1205]
Universidade Federal do ABC

Modalidade: Comunicação Oral
Núcleo Temático: Aspectos teóricos e conceituais da Educação Matemática.

Resumo

O presente trabalho é fruto de pesquisas e desenvolvimento de um seminário para a disciplina de Tendências em Educação Matemática do Programa de Pós-graduação em Ensino e História das Ciências e Matemática da Universidade Federal do ABC, o qual teve como objetivo, apresentar aspectos acerca do desenvolvimento da Educação Matemática Crítica (EMC), os principais nomes da área, a possível abordagem desta tendência como método, bem como apresentar e refletir sobre algumas práticas desenvolvidas por pesquisadores baseados nesta perspectiva. Posteriormente,apresentamos uma discussão realizada com os demais alunos da turma, bem como com as professoras responsáveis, acerca desta tendência. A metodologia de pesquisa se deu através de um levantamento bibliográfico acerca do percuso da EMC. A partir da pesquisa realizada evidenciou-se a riqueza de experiências e de aprendizado que pode ser trazidos pela EMC, contribuindo com a formação de cidadãos críticos.

Palavras-chave: Educação Matemática Crítica, Ole Skovsmose, Tendências emEducação Matemática, Pesquisa e Inovação em Educação Matemática.

Abstract

The present work is the result of research and development of a seminar for the disciplineof Trends in Mathematics Education of the Postgraduate Program in Teaching and History of Science and Mathematics at the Federal University of ABC, which aimed to present aspects about the development of Critical Mathematics Education, the main names in the area, the possible approach to this trend as a method, as well as presenting and reflecting on some practices developed by researchers based on this perspective. Subsequently, we present a discussion carried out with the other students in the class, as well as with the responsible teachers, about this trend. The research methodology was carried out through a bibliographic survey on the trajectory of the CME. Based on the research carried out, the wealth of experiences and learning that EMC can bring was evidenced, contributing to the formation of critical citizens.

[1204] larisborges@gmail.com
[1205] campos.alex@ufabc.edu.br

Keywords: Critical Mathematics Education, Ole Skovsmose, Trends in Mathematics Education, Research and Innovation in Mathematics Education.

Resumen

El presente trabajo es resultado de la investigación y desarrollo de un seminario para la disciplina Tendencias en Educación Matemática del Programa de Posgrado en Enseñanza e Historia de las Ciencias y las Matemáticas de la Universidad Federal del ABC, cuyo objetivo es presentar aspectos sobre el desarrollo de la Educación Matemática Crítica, losprincipales nombres en el área, el posible abordaje de esta corriente como método, así como presentar y reflexionar sobre algunas prácticas desarrolladas por investigadores a partir de esta perspectiva. Posteriormente, presentamos una discusión realizada con los demás alumnos de la clase, así como con los docentes responsables, sobre esta tendencia.La metodología de investigación se llevó a cabo a través de un levantamiento bibliográfico sobre la trayectoria de la CME. A partir de la investigación realizada, se evidenció la riqueza de experiencias y aprendizajes que puede aportar EMC, contribuyendo a la formación de ciudadanos críticos.

Palabras clave: Educación Matemática Crítica, Ole Skovsmose, Tendencias en laEducación Matemática, Investigación e Innovación en Educación Matemática.

Introdução: cenário precedente à Educação Matemática Crítica

Para iniciamos a conversa sobre a Educação Matemática Crítica (EMC), precisamos antes contextualizar três teorias que são os pilares do desenvolvimento da EMC, e são elas a Teoria Crítica, e Educação Crítica e a Etnomatemática.

A Teoria Crítica surge com o Instituto Social de Frankfurt em 1923, na Alemanha,criado por filósofos e sociólogos que, segundo Peukert (1996) *apud* Passos (2008), buscavam discutir uma teoria crítica de sociedade, visando uma práxis transformadora (Adorno e Horkheimer) tendo a linguagem como modo de ação (Habermas), tendo comobase de suas reflexões as ideias de Marx, visando então a emancipação humana da escravidão, escravidão essa a qual estava relacionada à indústria cultural, se opondo à Teoria Tradicional Racionalista, buscando então, propor uma influência libertadora. No entanto, com a ascensão do nazismo e explosão da segunda guerra mundial, muitos dessesfilósofos e sociólogos precisaram deixar a Alemanha, visto que eram judeus. Apenas como fim da 2ª Guerra Mundial, quando surge a Organização das Nações Unidas (ONU), é que esta teoria volta a ganhar força no cenário mundial. A teoria crítica não tinha um enfoque direto na educação, mas sim na sociedade como um todo, portanto ela influênciade forma indireta o cenário educacional.

O segundo pilar, a Educação Crítica, tem sua base nas ideias de educaçãolibertadora de Paulo Freire, a qual o processo educacional deveria ser proposto com base no diálogo democrático em que professor e aluno estabelecessem uma relação horizontalde ensino, ou seja, ambos eram agentes ativos no processo e tido como iguais com o intuito de uma formação crítica para a cidadania. Mas por que surge a necessidade de umateoria denominada "Educação Matemática Crítica", sendo que muito dos seus ideais estãopresentes na "Educação Crítica"? Acontece que a Educação Crítica, de modo geral, não apresentava grandes interesses na matemática, pois segundo uma publicação de Habermas, em 1968, intitulada "Conhecimentos e Interesses Humanos", onde ele apresentava os interesses humanos que constituem os conhecimentos, ele afirmava que ointeresse que consistiu no conhecimento das ciências naturais, no qual inclui a matemática, era um interesse técnico, e se serve a interesses puramente técnicos, como aeducação matemática poderia servir à emancipação dos estudantes? Portanto, a Educação Matemática Crítica precisaria desenvolver suas próprias bases. (SKOVSMOSE, 2012).

O terceiro pilar, a Etnomatemática, surge quando o professor Ubiratan D'Ambrosio é convidado pela UNESCO, para lecionar em um curso de Pós-graduação na África e, então, identifica diversas maneiras próprias de se trabalhar e fazer matemáticaem suas construções, economia e sociedade, distinta daquela com base eurocêntrica que estamos acostumados. Então, ele começa a questionar ações que não são denominadas matemáticas, mas que possuem em suas raízes a conceituação de uma matemática bem organizada e definida (D'AMBRÓSIO, 2013). A partir dessa experiência, a Etnomatemática começa a questionar alguns aspectos importantes para a formulação dasideias da Educação Matemática Crítica, visto que reconhece e legitima outras formas de matemáticas, questiona as relações de poder presentes nos currículos escolares e vem questionar a glorificação da matemática como algo pronto, acabado, único e estático.

O surgimento da Educação Matemática Crítica

As primeiras formulações acerca da Educação Matemática Crítica surgem na década de 70 em um cenário Europeu e Americano, trazendo preocupações com aspectospolíticos da Educação Matemática. Pesquisas nessa direção começaram a ser realizadas pelos pesquisadores Marilyn Frankestein e Arthur Powell, nos Estados Unidos; Paulus Gerdes e John Volmik, na África; Munir Fashed, na Palestina; Ubiratan D'Ambrósio, noBrasil; Ole Skovsmose e Stieg

MellinOlsen, na Europa, no entanto, cabe ressaltar que nem todos utilizaram a denominação de Educação Matemática Crítica para tratar dessas questões. (BORBA, 2013).

Principais nomes da EMC

Dentre os pesquisadores citados acima, os precursores do movimento de Educação Matemática Crítica, os quais daremos ênfase neste trabalho são os professores Marilyn Frankestein e Ole Skovsmose. Eles trazem preocupações com as formas de opressão e exploração, as desigualdades econômicas, o racismo, as erosões da democracia, as crises ecológicas, os papéis sócio-políticos da matemática e da educação matemática, a alegada neutralidade da matemática, as perspectivas de futuro dos alunos e também uma preocupação com os ambientes de aprendizagem (SKOVSMOSE, 2021).

Os primeiros trabalhos da Prof. Marilyn Frankenstein que expressam preocupações com os aspectos políticos da Matemática, bem como a forma de glorificação da mesma surgem na década de 1980. Em 1985, ela re-contextualiza as ideiasde Paulo Freire aplicando-a ao ensino de Matemática e Estatística no ensino de jovens e adultos da periferia, apresentando uma abordagem que vise desenvolver a criticidade de seus educandos (PASSOS, 2008). Para Frankenstein (2005), devemos enquanto professores propiciar ações em sala de aula que contribuam para a mudança social do educando em um processo em que professor e aluno são co-pesquisadores, ou seja, o professor não precisa ser detentor de todo o conhecimento e dúvidas que possam surgir em sala de aula, ele pode participar do processo de pesquisa juntamente com os alunos. Ressalta ainda a importância de os alunos possuírem um diário de matemática em que possam anotar constantemente seus anseios, dúvidas, reflexões e interpretações durante as aulas, pois dessa forma é possível acompanhar seu desenvolvimento, considerar evoluções ou quebras de raciocínio.

Já o principal nome na Educação Matemática Crítica, Ole Oskovsmose, é dinamarquês erelata que suas primeiras formulações acerca da Educação Matemática Crítica surgem na década de 1970 com um objetivo de promover uma discussão política, democrática e tecnológica dentro das aulas de matemática. Em 1975 ele diz ter lido o livro de Paulo Freire, Pedagogia do Oprimido e relata ter sido muito tocado por ele (SKOVSMOSE, 2012), então, durante sua pesquisa de doutorado que teve início em 1977, ele inicia sua pesquisa a qual foi denominada Crítica, Matemática e Ensino finalizando-a em 1982. (BARTHO; MOTA, 2020). No fim da década de 1980, Ole Skovsmose uniu as ideias deEducação Crítica ao Ensino de

Matemática em um grande projeto de pesquisa denominado Educação Matemática e Democracia em Sociedades Altamente Tecnológicas (PASSOS, 2008), mais adiante apresentaremos um recorte desta pesquisa.

Para Skovsmose, vivemos em uma sociedade tecnologizada em que a Matemáticanão possui um papel neutro, portanto, devemos desenvolver em nossos estudantes uma alfabetização matemática a qual ele chama de “Matemacia”, uma alfabetização que permita ao estudante conhecer as técnicas matemáticas, mas além destas que eles conheçam suas aplicações na sociedade, empoderando o estudante para que ele seja capazde utilizá-las ou modifica-las a fim de que, se for do seu interesse, ele possua ferramentaspara modificar sua realidade. No entanto, para desenvolver essa alfabetização, é necessário pensarmos uma escola que eduque para a cidadania, pautada em três princípios: Justiça social – desenvolvimento de competências democráticas -, equidade einclusão, onde exista o diálogo, a cooperação e os alunos assumam um papel protagonistano processo de ensino e aprendizagem. (SOARES, 2021).

Um outro ponto que ele aponta como essencial para o desenvolvimento de uma Matemacia, é considerar o *Background* e o *Foreground* dos estudantes. O primeiro, se trata de considerar em sala de aula tudo aquilo que o aluno carrega consigo, suas experiências, e realidade e o segundo, denominado *Foreground*, trata-se das perspectivasde futuro que este aluno possui, bem como a construção desta e influência que o professor possui nessas perspectivas e formas de enxergarem o mundo (SOARES, 2021).

Educação Matemática Crítica, Método e Currículo

Mas como propor essas ideias dentro de uma aula? Há um método, currículo ou forma de fazer? Na verdade, as ideias da EMC são uma proposta que deve estar intrínsecaà todas as práticas. O que temos, na verdade, são alguns desafios como fazer, a partir de nossas práticas, que o aluno enxergue que a matemática representa uma racionalidade quepoderia servir a muitos interesses diferentes, e aí estamos falando de qualquer forma de matemática e não apenas àquela presente no currículo (mas também ela), reconhecer quea Educação Matemática pode servir a funções muito diferentes em diferentes contextos socioeconômicos, explorar em que medida é possível, por meio da Educação Matemática,fazer a diferença para alguns alunos em algumas situações, e dessa forma tentar realizar uma Educação Matemática para a justiça social e, para que consigamos atingir esses objetivos, é necessário promover aos educandos o que o professor

Oskovsmose chama deCenários para Investigação, proporcionando aos alunos espaços para que possam questionar, pesquisar, argumentar e serem agentes ativos do processo de ensino e aprendizagem em que se inserem. (SKOVSMOSE, 2012).

Portanto, não há um método, um currículo ou uma receita para se desenvolver a EMC em sala de aula, visto que segundo sua concepção, a EMC é uma preocupação coma Educação Matemática e, portanto, seria importante que suas reflexões estivessem envolvidas em todas as práticas escolares, ou seja, propiciar aos educandos uma criticidade para compreender as formatações tecnológicas da sociedade, compreender não apenas o método mas os pressupostos que culminaram no método, tornando-os capazes de serem indivíduos ativos em sociedade, indivíduos que sejam capazes de questionar, emodificar suas próprias realidades.

Práticas propostas sob a perspectiva da EMC

Sobre as possibilidades para EMC em sala de aula, MILANI (2022) evoca a seguinte tabela publicada em um artigo do professor Ole Skovsmose na Revista Bolema que, segundo ela, é citada por muitos pesquisadores na área de Educação Matemática paranortear iniciativas neste campo:

Tabela 1.
Possibilidades para a EMC em sala de aula (SKOVSMOSE, 2000)

	Exercícios	Cenários para investigação
Referências à matemática pura	(1)	(2)
Referências à semi-realidade	(3)	(4)
Referências à realidade	(5)	(6)

Naquela publicação, o autor discorre sobre a possibilidade de diferentes tipos de abordagens para a EMC, seja através de exercícios ou de cenários para investigação: “Primeiro, questões e atividades matemáticas podem se referir à matemática e somente aela. Segundo, é possível se referir a uma semi-realidade - não se trata de uma realidade que "de fato" observamos, mas uma realidade construída, por exemplo, por um autor de um livro didático de matemática. Finalmente, alunos e professores podem trabalhar comtarefas com referências a situações da vida real”. (SKOVSMOSE, 2000).

Dentre as diversas possibilidades de aplicação da tabela acima, como por exemploservir de base para avaliação de materiais didáticos ou situar práticas de professores em sala de aula, MILANI (2022) aponta que poderia ser utilizada, também, na formação de novos professores em EMC ainda nas licenciaturas de Matemática ou Pedagogia, partindodo que é conhecido por esses futuros profissionais (paradigma do exercício) e ensinando- os a transformar estes exercícios, de forma criativa, em cenários para investigação ondea EMC se faria presente, dentro das três referências descritas na tabela.

Exemplos práticos apresentados no seminário

Caso Prático 01 – Projeto Auxílio Familiar em uma microssociedade

Este primeiro caso, extraído de SKOVSMOSE (2013), narra um projeto desenvolvido pelo autor, em conjunto com o professor Henning Bødtkjer em uma escolana Dinamarca. Está inserido em um projeto maior, denominado "Educação Matemática e Democracia em Sociedades Altamente Tecnológicas", que foi iniciado pelo governo daquele país. O projeto teve duração de 2 semanas, foi dividido em 8 etapas e contou coma participação 20 estudantes, com idades entre 14 e 15 anos, que trabalharam em grupos de 4 estudantes. Teve por objetivo explorar o uso da Matemática como ferramenta para organizar uma pequena parte da realidade social, explorando o conceito de microssociedade, onde os alunos foram convidados a pensar formas e critérios para distribuir um montante de dinheiro para famílias que possuíam crianças, como uma formade auxílio do governo àquelas famílias.

Segue uma breve descrição das etapas do projeto:

Na etapa 1, os professores discutiram conceitualmente com os alunos o que seriamos benefícios para crianças e o auxílio financeiro para as famílias, demandando que eles criassem famílias imaginárias para a microssociedade (24 famílias no total), devendo constar na descrição a estrutura familiar, número de crianças, idades, quanto os pais ganhavam etc. Na etapa 2, foi informado montante de dinheiro a ser distribuído (240.000Dkr), e que cada grupo seria uma prefeitura e os alunos assumiriam uma posição de "autoridade" naquela democracia. Os professores passaram a limpo o material produzidopelos estudantes com as descrições das famílias imaginárias, criando um documento em bonito leiaute que chamaram de "Jornal Familiar". Este jornal foi entregue aos alunos naetapa 3, e eles investiram tempo na leitura, procurando localizar no documento as históriasescritas por eles. Na etapa 4, os estudantes manifestaram dificuldades em ter uma visão geral da microssociedade, ocasião em que os professores sugeriram que os alunoscriassem um banco de dados no computador, com os dados escritos no Jornal Familiar. Aetapa 5 foi dedicada à criação, pelos alunos, dos algoritmos para distribuição do dinheiroàs famílias. Criaram livremente inúmeros modelos e se apoiaram em vários critérios para distribuir o montante determinado pelos professores. Na etapa 6, os professores criaram um quadro na lousa (24 linhas, uma para cada família e 5 colunas, uma para cada prefeitura). Ao ler uma breve descrição das famílias, os grupos preenchiam no quadro o valor sugerido por eles para aquela família. Aqui pôde-se verificar diretamente o resultadodos algoritmos criados pelos alunos, ocasião em que os professores questionaram os motivos que estariam por trás das diferenças de valores entre as 5 prefeituras, provocandouma reflexão a respeito. Na etapa 7, os professores solicitaram que os alunos escrevessemcartas para algumas famílias, informando o montante que receberiam e como a prefeiturarealizou o cálculo. Na etapa 8, era esperada uma discussão a respeito dos padrões de distribuição de dinheiro e que os alunos chegassem a um consenso sobre um sistema finalde distribuição, fato que não ocorreu. Os alunos estavam dispersos por conta de um feriado nos próximos dias, e o conflito e a discussão tão esperada pelos autores não ocorreu.

Ao término do projeto, SKOVSMOSE (2013) traz uma reflexão a respeito da matemacia, ou alfabetização matemática, que seria composta por 3 tipos de saberes: (1)o conhecer matemático, ou habilidades matemáticas para reprodução de teoremas e provas – que foi utilizado pelos alunos para criação dos algoritmos básicos; (2) o conhecertecnológico, ou a aplicação da matemática na construção de modelos – que surgiu no projeto quando os alunos utilizaram um algoritmo específico para distribuir o dinheiro e (3) o conhecer reflexivo, ou a crítica e avaliação sobre o uso da matemática, que apareceria no projeto caso a etapa 8 tivesse sido finalizada com sucesso, onde a discussãolevaria os alunos à seguinte reflexão: "é possível usar um algoritmo apropriado, neste caso?". Ainda, segundo o autor, a EMC estaria presente no caso prático 01 se os alunos houvessem percorrido este caminho dos 3 tipos de saberes, sendo o conhecer reflexivo, ou a crítica ao uso da matemática, fundamental neste percurso.

Caso Prático 02 – Atividade "Compra à vista e a prazo"

O segundo caso, extraído de DIAS, OLGIN (2020), descreve uma atividade de educação financeira criada pelas pesquisadoras e aplicada em uma escola de São Leopoldo – RS, em outubro de 2018. Participaram 34 estudantes, de duas turmas de 9º ano do ensino fundamental, com idades entre 14 e 17 anos, que trabalharam em duplas no laboratório de informática da escola. O objetivo da atividade era evidenciar o uso da matemática em uma atividade relacionada ao ato de comprar (à vista ou a prazo), mobilizando os seguintes conteúdos: operações básicas com números naturais, números racionais e juros. A atividade, ao final, previa a análise de alternativas e a tomada de decisão baseada em situações do cotidiano (aqui, semi-realidade).

É colocado aos estudantes a seguinte história: uma família é surpreendida pela necessidade de comprar uma geladeira nova, visto que a antiga estragou e não era passívelde conserto. Como a família não possuía reserva de emergência para comprar à vista, a solução foi pesquisar nas lojas a condição de parcelamento mais vantajosa. Entre as melhores alternativas, restaram duas: (i) 15 parcelas de R$ 94,90 ou (ii) 1 entrada + 15 parcela iguais de R$ 86,90, ambas com parcelamento no cartão de crédito. Aos alunos foidada livre opção para análise e solução, com a possibilidade de utilização de planilha eletrônica (Excel) àqueles que desejassem. Durante a atividade, as pesquisadoras exploram com os alunos conceitos de finanças, tais como parcelamento, cartão de crédito,cartão de débito, juros. Na solução, algumas duplas utilizaram as calculadoras de seus celulares para efetuar os cálculos, outros realizaram o cálculo no Excel e validaram com a calculadora. De forma geral, os alunos resolveram a atividade e tomaram a decisão correta em relação às condições de pagamento colocadas. Todos os alunos apontaram queeles e suas famílias analisam as condições de pagamento do produto que querem adquirire também se tem juros, embora 5 duplas disseram que somente efetuam pesquisas de preços na aquisição de produtos com valores mais elevados.

Discussão com os colegas da turma

Ao término da apresentação, iniciou-se a discussão do tema EMC com os colegasda turma e com as professoras. De maneira geral, houve vários comentários sobre o referencial teórico e sobre os casos práticos selecionados. Foi externado que ambos ajudaram a melhorar o entendimento sobre o material a respeito da EMC o qual havia sido disponibilizado previamente. Falou-se da dificuldade de desenvolver atividades desta natureza em sala de aula, uma vez que demandaria tempo, que é um recurso escasso na prática da educação, em concorrência com outros conteúdos curriculares que oprofessor é cobrado para ministrar. Por outro lado, a discussão evidenciou a riqueza de experiências e de aprendizado que pode ser trazida pela EMC, contribuindo com a formação de cidadãos críticos. Foi dito também, de forma geral, que esta tendência de educação matemática deve ser praticada, mesmo que em "pequenas iniciativas", entre uma brecha ou outra, entre a aplicação de conteúdos curriculares obrigatórios, sempre que houver uma oportunidade. "Tentar" e "praticar" foram termos recorrentes na discussão. Em relação ao caso prático 01, os colegas manifestaram surpresa e interesse, dada sua complexidade ao trabalhar questões como democracia e poder. Um colega informou ter conhecimento prévio deste caso, seu encantamento com ele, e que pensa emaplicá-lo, "umdia", sendo encorajado pela audiência a fazê-lo. O caso prático 02 gerou debate sobre o que seria, de fato, uma atividade de EMC. Alguns entenderam que não, que não seria válido como EMC, que as pesquisadoras direcionaram a resolução nos moldes de um exercício comum de educação financeira. Outros disseram que o protagonismo do aluno deveria prevalecer, assim como no caso prático 01: o aluno deveria pesquisar online as geladeiras, as condições de compras e de pagamento e proporuma solução a seu critério.Houve opinião que a atividade seria, sim, válida do ponto de vista da EMC, caso tivesse levado o aluno a pensar criticamente a respeito da situação posta. Os apresentadores do seminário disseram aos presentes que isso não estava claro na publicação do trabalho daspesquisadoras.

Referências

BARTHO, V. D. O. R.; MOTA, N. A.. Aspectos da Concepção de EducaçãoMatemática Crítica em Material Didático de Matemática Financeira. P**erspectivas da Educação Matemática**, v. 13, n. 31, p. 1-18, 29 abr. 2020. Disponível em: https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/7830

BORBA, Marcelo de Carvalho. **Prefácio**. In. SKOVSMOSE, Ole. Educação Matemática Crítica: a questão da democracia. 6ª edição. Campinas, SP: Papirus, 2013.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. Entrevista concedida a Tatiana Bertoni. **Vida de Cientista - Ubiratan D'Ambrósio** - PGM 07. Youtube. Univesp, 2013

DIAS, C. R. & OLGIN, C. A. (2020). **Educação Matemática Crítica**: uma experiênciacom o tema Educação Financeira. Revista Eletrônica de Educação Matemática - REVEMAT, Florianópolis, v. 15, n. 1, p. 01-18, 2020.

FRANKENSTEIN, Marylin**. Educação Matemática Crítica**: uma aplicação daEpistemologia de Paulo Freire. In: BICUDO, M. A. V. (Org.) Educação Matemática. 2ed.São Paulo: Centauro, 2005. P.101-140.

MILANI, Raquel. Aula PPGECM - Educação Matemática Crítica: contribuições da pesquisa para formação de professores. Acessado em: 30/03/2022, disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=JR9-RhWCpts

PASSOS, Caroline Mendes. **Etnomatemática e Educação Matemática Crítica: conexões teóricas e práticas**. 2008. Dissertação de mestrado. Belo Horizonte: UFMG / Fae, 2008.

SOARES, Daniela. **Práticas para o Ensino de Matemática – Educação Matemática Crítica**. Entrevista concedida à Rubia B. Amaral Schio.Youtube: Univesp Tv. 2021. Acessado em 30/03/2022, disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=Ie1VrhW_SLE

SKOVSMOSE, Ole. Entrevista concedida a Fábio Borges. **Aula Magna PRPGEM – Turma 2021 – Prof. Dr. Ole Skovsmose**. Youtube:2021. Acessado em: 30/03/2022, disponível em https://www.youtube.com/watch?v=DLXaBUNERj8

SKOVSMOSE, Ole. **Educação Matemática Crítica**: A questão da Democracia. 6ª edição. Campinas, SP: Papirus, 2013.

SKOVSMOSE, Ole. Entrevista concedida à Amauri Jersem Ceolim e Wellington Hermman. Revista Paranaense de Educação Matemática. 2012, volume 6, número 12, p.9-20. 2012.

SKOVSMOSE, Ole. **Cenários para Investigação**. Bolema – Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, v. 13, n.14, p.66-91,2000.

ANEXO 1. Referencias de documentos selecionados.

A1	Acuña, C. (2001). Concepciones en graficación, el orden entre las coordenadas de los puntos del plano cartesiano. En Beitía, G. (Ed.), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 14(1), 203-217.
A2	Acuña, C. (2005). ¿cuántos puntos hay? Concepciones de los estudiantes en tareas de construcción. En Lezama, J., Sanchez, M. y Molina, J. (Eds.), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa,18(1), 7-23.
A3	Advíncula, E. (2018). Conjeturas geométricas y Geogebra. En Sema, Luis; Páges, Daniela (Eds.), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 31(2), 1939-1944.
A4	Andrade, M. y Cantoral, R. (2013). *Sobre las habilidades espaciales y la dimensión sociocultural del aprendizaje de "lo geométrico"*. En Flores, Rebeca (Ed.), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa. 26(1), 1123-1132.
A5	Aranda, C. y Callejo, M. (2010). Construcción del concepto de dependencia lineal en un contexto de geometría dinámica: un estudio de casos. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa. 13. 129-158.
A6	Aravena, M., Gutiérrez, A. y Jaime, A. (2016). Estudio de los niveles de razonamiento de Van Hiele en alumnos de Centros de Enseñanza vulnerables de educación media en Chile. Enseñanza de las ciencias, 34(1), 107-128. DOI 10.5565/rev/ensciencias.1664 https://ddd.uab.cat/record/147502 [Consulta: 18 de septiembre 2020].
A7	Barroso, R. (2000). El proceso de definir en matemáticas. Un caso: el triángulo. Enseñanza de las ciencias, 18(2), 285-295. Https://ddd.uab.cat/record/1492 [Consulta: 16 de agosto 2020].
A8	Blanco, L. y Barrantes, M. (2003). Concepciones de los estudiantes para maestro en España sobre la geometría escolar y su enseñanza – aprendizaje. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 16(1), 107-132
A9	Bozzano, P. (2013) Actividades desarrolladas en el marco de la pedagogía de la cooperación en la enseñanza de la geometría según lo prescripto por la teoría de los niveles de van hiele. En Flores, R. (Ed.), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 26(1), 599-608.
A10	Burgos, M., Godino, J. D., Giacomone, B., & Beltrán-Pellicer, P. (2018). Competencia de análisis epistémico de tareas de proporcionalidad de futuros profesores. En Pagés, D. y Serna, L. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 31(1), 706-713.
A11	Campistrous, L. Y Rizo, C. (2001) Curso especial geometría y resolución de problemas. En Beitía, G. (Ed.), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 14(1), 117-124.
A12	Casas, L. y Luengo, R. (2005). Conceptos nucleares en la construcción del concepto de ángulo. Enseñanza de las Ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas. 23(2), 201 – 216.
A13	Castañeda, P., Quintero, A. y Chávez, P. (2007). Experiencia en el uso del asistente matemático derive, en la solución de problemas físicos y/o geométricos. En Crespo, Cecilia Rita (Ed.), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 20(1), 635-640.
A14	De Moraes, M. y dos Santos, D. (2013). *Las Transformaciones isométricas en los libros didácticos del 6° año recomendados por el pnld.* En Flores, Rebeca (Ed.), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 26(1), 357-365.
A15	Escrivà, M, Jaime, A., y Gutiérrez, Á. (2018). Uso de software 3D para el desarrollo de habilidades de visualización en Educación Primaria. Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia, 7(1), 42-62.
A16	Fernández, D. y Montoya, E. (2013). *Geometría dinámica: de la visualización a la prueba*. En Flores,
A17	Godino, J., Giacomone, B., Wilhelmi, M., Blanco, T. y Contreras, A. (2016). *Perspectiva ontosemiótica de la visualización espacial y el razonamiento diagramático*. En Engler, Adriana; Castro, Anabelle (Eds.), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa. 29(1), 541-548
A18	Gouvea, F. (2006). Um estudo de fractais geométricos através de caleidoscópios e softwares de geometria dinâmica. Bolema (online), 19(25), 157 – 259. Disponible en: https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/1902
A19	Guillén, G. (2000). Sobre el aprendizaje de Conceptos geométricos relativos a los sólidos: ideas erróneas. Enseñanza de las ciencias, 18(1), 35-53. Https://ddd.uab.cat/record/1476
A20	Guzmán, M., Anido, M., Có, P., Katz, R., Panella, E., y Sastre, M. (2009). *Situaciones emergentes en la resolución de un problema de geometría analítica*. En Lestón, Patricia (Ed.), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa. 22(1), 903-911.
A21	Jaramillo, C., Sucerquia, E. y Zapata, S. (2009). Los módulos de instrucción como herramienta metodológica en el contexto del modelo de Van Hiele. En Lestón, Patricia (Ed.), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 22(1), 989-996.
A22	Kerlegand, C. y Rosas, A. (2009). Resultados de una investigación utilizando el modelo de Van Hiele en el estudio de dos propiedades de la circunferencia aplicando Cabri. En Lestón, Patricia (Ed.), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 22(1), 887-894.
A23	Lanciano, N., y Camino, N. (2008). Del ángulo de la geometría a los ángulos en el cielo. Dificultades para la conceptualización de las coordenadas astronómicas acimut y altura. Enseñanza de las ciencias, 26(1), 77–92
A24	Marmolejo, E., Moreno, G., Hernández, S. y Bahena, A. (2009). Construcciones geométricas: De la intuición a la formalización. El caso de las cónicas. En Lestón, P. (Ed), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 22(1), 229 – 237.
A25	Molina, G., Rosas, A. y Castañeda, A. (2011). Construcción geométrica dinámica y modelo de Van Hiele. Una experiencia de formación de profesores. En Lestón, Patricia (Ed.), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 24(1), 1150-1158.
A26	Molina, J, y Oktaç, A. (2007). Concepciones de la transformación lineal en contexto geométrico En Crespo, C. (Ed.), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 20(1), 241-273.
A27	Montecino, A. y Andrade, M.(2013). *La visualización espacial como herramienta en el entendimiento de lo tridimensional*. En Flores, Rebeca (Ed.), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa. 26(1), 418-488
A28	Montoya, E. (2014). El proceso de prueba en el espacio de trabajo geométrico: profesores en formación inicial. Enseñanza de las ciencias, 32(3), 227-247. DOI 10.5565/rev/ensciencias.1049 https://ddd.uab.cat/record/126022
A29	Murari, C. y Perez, G. (2002). O uso de espelhos e caleidoscópios em atividades educacionais de geometria para 7a e 8a séries. *Bolema* [online], 15(18), 1-25. ISBN 978-85-89082-23-5
A30	Passos, A., Buriasco, R., y Soares, M. (2019). Ideias de Van Hiele e Educação Matemática Realística: algumas aproximações. Bolema: Boletim de Educação Matemática, 33(65), 1533-1548. Epub December 02, 2019.https://doi.org/10.1590/1980-4415v33n65a26
A31	Pizarro, N. y Zamorano, A. (2019). *Factores que inciden en la enseñanza del volumen: un estudio de la práctica docente*. En Flores, Rebeca; García, Daysi; Pérez-Vera, Iván Esteban (Eds.), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 19(1), 610-618.
A32	Pizarro, N., Gorgorió, N. y Albarracín, L. (2014). Aproximación al conocimiento para la enseñanza de la estimación de medida de los maestros de primaria. En M. T. González, M. Codes, D. Arnau y T. Ortega (Eds.), Investigación en Educación Matemática XVIII (pp. 523-532). Salamanca: SEIEM.
A33	Prieto, J. y Díaz, S. (2019). Un itinerario de investigación alrededor de la elaboración de simuladores con Geogebra. En Flores, Rebeca; García, Daysi; Pérez-Vera, Iván Esteban (Eds.), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 32(1), 685-691.
A34	Reis, J. (2006) Geometria esférica por meio de materiais manipuláveis. Bolema (online), 19(26), 167 – 168. Disponible en: https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/1862
A35	Ricaldi, M. (2014). Análisis sociocultural constructivista de las dificultades asociadas al estudio de temas geométricos en el nivel escolar: una alternativa metodológica usando recursos educativos abiertos. En Leston, P. (Ed.), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 27(1), 1491-1500.
A36	Ricart, M., Beltrán-Pellicer, P. Y Estrada, A. (2019). Actividad scaffolding en geometría para desarrollar habilidades de argumentación y clasificación en futuros maestros de educación infantil. En Marbán, José María; Arce, Matías; Maroto, Ana; Muñoz-Escolano, J. M.; Alsina, Ángel (Eds.), Investigación en Educación Matemática XXIII (pp. 503-512). Valladolid, España: Universidad de Valladolid.
A37	Rivera, M, y Salas, R. (2016). *La geometría en la construcción de cajas de regalo y de lámpara artesanales*. En Mariscal, Elizabeth (Ed.), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 29(1), 1170-1176
A38	Rodríguez, M. & Ricardo, L. (2007). El modelo holístico para el proceso de enseñanza-aprendizaje de geometría en arquitectos de la escuela cubana. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa, 10(3), 421-461.
A39	Rubio, S. y Montiel, G. (2017). Consideraciones epistémicas sobre los objetos geométricos en ambientes de geometría dinámica. Análisis inicial. En Serna, Luis Arturo (Ed.), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 30(1), 1505-1514.
A40	Rueda, K. Y Parraguez, M. (2014) La compuesta de dos simetría con ejes secantes, ¿es una rotación?: una reflexión desde la teoría los modos de pensamiento. En Lestón, Patricia (Ed.), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 27(1), 309-316.
A41	Ruiz, N. y Sáenz de Castro, C. (2013). Influencia de Geogebra en la adquisición de competencias geométricas y didácticas. En A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa y N. Climent (Eds.), Investigación en Educación Matemática XVII (pp. 483-491). Bilbao: SEIEM.
A42	Samuel, M., Vanegas, Y. & Giménez, J. (2016) Visualización y simetría en la formación de maestros de Educación Infantil EdMa 0-6, 5(1), 21-32
A43	Sánchez, G., Moreno, M., Pérez, P. y Callejo, M. (2018). Trayectoria de aprendizaje de la longitud y su medida como instrumento conceptual usado por futuros. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa. 21. 203-228.
A44	Sanhueza, S. Penalva, M. y Friz, M. (2013) Identidades y competencias profesionales de estudiantes para maestro de educación infantil relativas a la enseñanza de la geometría. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa. 16(1), 99 – 125.
A45	Santa, Z., Jaramillo, C. y Gualdron, É. (2018) Colectivo de Profesores-con-Doblado-de-Papel en Tareas de Geometría Escolar. Bolema [online], 32(62), 1092-1112. ISSN 1980-4415. https://doi.org/10.1590/1980-4415v32n62a17.
A46	Santos, L. y Teles, R. (2012) Pintar, dobrar, recortar e desenhar: o ensino da Simetria e Artes Visuais em livros didáticos de matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental. Bolema [online], 26(42a), 291-310.
A47	Saorin Villa, A., Torregrosa, G. & Quesada, H. (2019). Razonamiento configural y organización discursiva en procesos de prueba en contexto geométrico. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 22(2), 213-244. https://doi.org/10.12802/relime.19.2224
A48	Sardella, O. (2004). *La geometría en las danzas folklóricas argentinas*. En Díaz, Leonora (Ed.), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 17(1), 801-806.
A49	Sbitneva, L., Moreno, N. y Serna, L. (2017). Experiencias en el desarrollo de la visualización de invariantes geométricos en el contexto de la visión 3D por computadora con el apoyo de Geogebra. En Serna, Luis Arturo (Ed.), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 20(1), 1543-1552).
A50	Siñeriz, L. (2002). La enseñanza de la resolución de problemas de regla y compás. Del mundo de la pura resolución de problemas a la Escuela Media Argentina: estudio de dos casos. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 5(1), 79-101.
A51	Sostenes, H. y Fuenlabrada, I. (2019). La instrumentación de geogebra en la resolución de problemas geométricos en secundaria. Las rectas notables de los triángulos. En Flores, Rebeca; García, Daysi; Pérez-Vera, Iván Esteban (Eds.), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 32(1), 668-673.
A52	Torra, M. (2014). Material manipulable para enseñar matemáticas en educación infantil. Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia, 4(2), 61-66.
A53	Torregrosa, G. (2017) Coordinación de procesos cognitivos en la resolución de problemas: relación entre geometría y álgebra AIEM. Avances de Investigación en Educación Matemática – 2017, Nº 12, 1 – 17
A54	Torregrosa, G. y Quesada, H. (2007). Coordinación de procesos cognitivos en geometría. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa, 10(2), 275-300.
A55	Uribe, L., Castro, W. y Villa, J. (2016). Retos y oportunidades de los ambientes de geometría dinámicos. En J. A. Macías, A. Jiménez, J. L. González, M. T. Sánchez, P. Hernández, C. Fernández, F. J. Ruiz, T. Fernández y A. Berciano (Eds.), Investigación en Educación Matemática XX (p. 651). Málaga: SEIEM. -
A56	Vanegas, Y, Giménez, J. Sámuel, M. (2015) Analizando tareas espaciales en la formación de profesores de educación infantil. En Flores, R. (Ed) Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 28 (1), 1369- 1376.
A57	Vílchez, Á. y Arteaga, Y. (2013). Conceptos geométricos Implicados en el aprendizaje de la anatomía del tallo. Enseñanza de las ciencias, Núm. Extra (2013), p. 3722-3725. Https://ddd.uab.cat/record/175697 [Consulta: 18 de septiembre 2020].

Comunicação e divulgação da Matemática

A oralidade e o desenvolvimento do senso numérico em crianças do 1º ano do Ensino Fundamental

Orality and the development of number sense in children of the 1st year of Elementary School

La oralidad y el desarrollo del sentido numérico en niños del 1° año de Educación Primaria

Marina de Souza Bortolucci[1206]
Pontifícia Universidade Católica de Campinas
0000-0003-4980-7158

Celi Espasandin Lopes[1207]
Pontifícia Universidade Católica de Campinas
0000-0001-7409-2903

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Comunicação e divulgação da Matemática

Resumo

Este artigo decorre de uma pesquisa de doutorado que tem por objetivo analisar como a oralidade pode contribuir para o avanço do desenvolvimento do senso numérico de uma turma de 1º ano do Ensino Fundamental, através da socialização de estratégias utilizadas na resolução de problemas pelos alunos. Os objetivos específicos são: (i) pesquisar e elencar práticas, embasadas na perspectiva da Resolução de Problemas, que contribuam para o desenvolvimento do senso numérico, com ênfase no cálculo mental; (ii) analisar como a socialização de diferentes formas de pensar através da oralidade impacta (ou não) na aprendizagem do aluno e da turma; (iii) compreender as necessidades das crianças participantes da pesquisa em relação ao desenvolvimento do senso numérico a partir de uma avaliação diagnóstica; e (iv) analisar as mediações realizadas pela professora-pesquisadora, observando quais foram as contribuições e limitações destas. A pesquisa está sendo realizada com uma turma de 1º ano em que a pesquisadora atua como docente neste ano, tem abordagem qualitativa, de natureza interventiva, com metodologia de pesquisa da própria prática. Foi realizado um estudo bibliográfico acerca do senso numérico e da oralidade, além de um levantamento de atividades para serem aplicadas com a turma. As crianças foram convidadas a explicitarem suas estratégias de resolução, que foram registradas por vídeo-gravações e resultarão em narrativas de aula as quais foram analisadas. Os resultados parciais evidenciam a potencialidade das crianças em criar procedimentos próprios e criativos para solucionar problemas matemáticos que envolvem números e operações.

Palavras-chave: Ensino Fundamental, Oralidade, Senso Numérico.

[1206] bsaniram@yahoo.com.br
[1207] celi.espasandin.lopes@gmail.com

Abstract

This article stems from a doctoral research that aims to analyze how orality can contribute to the advancement of the development of number sense in a 1st year elementary school class, through the socialization of strategies used in solving problems by students. The specific objectives are: (i) to research and list practices, based on the Problem Solving perspective, that contribute to the development of numerical sense, with emphasis on mental calculation; (ii) to analyze how the socialization of different ways of thinking through orality impacts (or not) on student and class learning; (iii) to understand the needs of children participating in the research in relation to the development of number sense from a diagnostic assessment; and (iv) to analyze the mediations performed by the teacher-researcher, noting what their contributions and limitations were. The research is being carried out with a 1st year class in which the researcher works as a teacher this year, it has a qualitative approach, of an interventional nature, with research methodology from the practice itself. A bibliographic study was carried out on numerical sense and orality, as well as a survey of activities to be applied with the class. The children were invited to explain their resolution strategies, which were recorded by video recordings and will result in class narratives which were analyzed. The partial results show the potential of children to create their own and creative procedures to solve mathematical problems involving numbers and operations.

Keywords: Elementary School, Orality, Number Sense.

Resumen

Este artículo se deriva de una investigación de doctorado que tiene como objetivo analizar cómo la oralidad puede contribuir al avance del desarrollo del sentido numérico en una clase de 1° año de educación primaria, a través de la socialización de estrategias utilizadas en la resolución de problemas por parte de los estudiantes. Los objetivos específicos son: (i) investigar y enumerar prácticas, basadas en la perspectiva de Resolución de Problemas, que contribuyan al desarrollo del sentido numérico, con énfasis en el cálculo mental; (ii) analizar cómo la socialización de diferentes formas de pensar a través de la oralidad impacta (o no) en el aprendizaje de los estudiantes y de la clase; (iii) comprender las necesidades de los niños participantes en la investigación en relación con el desarrollo del sentido numérico a partir de una evaluación diagnóstica; y (iv) analizar las mediaciones realizadas por el docente-investigador, señalando cuáles fueron sus aportes y limitaciones. La investigación se está realizando con una clase de 1° año en la que la investigadora se desempeña como docente este año, tiene un enfoque cualitativo, de carácter intervencionista, con metodología de investigación desde la propia práctica. Se realizó un estudio bibliográfico sobre sentido numérico y oralidad, así como un relevamiento de actividades a aplicar con la clase. Se invitó a los niños a explicar sus estrategias de resolución, las cuales fueron registradas mediante videograbaciones y darán como resultado narraciones de clase que fueron analizadas. Los resultados parciales muestran el potencial de los niños para crear procedimientos propios y creativos para resolver problemas matemáticos que involucran números y operaciones.

Palabras clave: Escuela Primaria, Oralidad, Sentido Numérico.

Introdução

Este artigo é um recorte da pesquisa de doutorado em andamento realizado pela primeira autora, sob a orientação da segunda autora, na Pontifícia Universidade Católica de Campinas, na linha de pesquisa Formação de Professores e Práticas Pedagógicas.

A pesquisa visa responder à questão: quais ações pedagógicas, relacionadas à oralidade, promovem o desenvolvimento do senso numérico de alunos do 1º ano do Ensino Fundamental? Atrelado ao problema de pesquisa, tem-se como objetivo geral analisar a prática docente da professora-pesquisadora ao realizar intervenções pedagógicas, pautadas na oralidade, visando a ampliação do desenvolvimento do senso numérico de uma turma de 1º ano do Ensino Fundamental, através da socialização de diferentes estratégias utilizadas na resolução de problemas pelos alunos.

Como objetivos específicos destacam-se: (i) pesquisar e elencar práticas, embasadas na perspectiva da Resolução de Problemas, que contribuam para o desenvolvimento do senso numérico, com ênfase no cálculo mental; (ii) investigar as necessidades das crianças participantes da pesquisa em relação ao desenvolvimento do senso numérico a partir de uma avaliação diagnóstica; (iii) analisar em que medida situações de socialização em que os alunos são estimulados a explicitarem seu raciocínio favorecem o desenvolvimento do senso numérico; (iv) verificar quais os impactos dos momentos de troca, entre os alunos, na aprendizagem de relações numéricas de toda a turma; e (v) analisar as mediações realizadas pela professora-pesquisadora, observando quais foram as contribuições e limitações destas.

Através de revisão bibliográfica — parte fundamental de toda pesquisa que se pretende realizar, pois além de fornecer o panorama geral do que tem sido pesquisado acerca da temática, revela as principais lacunas que precisam ser sanadas, direcionando os esforços do pesquisador em superá-las, empreendida na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) —, foi possível observar que a temática do senso numérico tem sido pouco abordada nas pesquisas brasileiras, apesar de sua relevância, principalmente para a aprendizagem do cálculo mental e do estabelecimento de relações numéricas necessárias para a boa compreensão da Matemática. Diante disso, esta pesquisa se justifica pela escassez de pesquisas na área da Educação Matemática que talvez se deva ao fato de que o senso numérico não aparece explicitamente em documentos oficiais orientadores do trabalho dos professores.

A partir de estudos da teoria de Vigotski (2008) a oralidade passou a ocupar papel de destaque ao lado do desenvolvimento do senso numérico na pesquisa. Não seria o suficiente propor atividades que contribuíssem com o cálculo mental e o estabelecimento das relações matemáticas, se não fossem oportunizadas às crianças situações em que pudessem oralizar suas estratégias, de maneira a organizar seu pensamento. Se o desenvolvimento de ambos está ligado, para entender um, faz-se necessário olhar para o outro.

Espera-se, com essa pesquisa, favorecer a aprendizagem significativa de crianças dessa etapa escolar e contribuir para o ensino da Matemática na Educação Básica, articulando teoria e prática.

Fundamentação Teórica

A Matemática está em todas as partes e para poder participar como um cidadão crítico capaz de ler e interpretar dados é necessário um bom conhecimento dessa área. É preciso combater o mito da Matemática como dado absoluto e livre de influências dos homens. Para isso, seu ensino precisa ser acessível aos alunos para que possam se tornar atores questionadores da sociedade, capazes de lidarem com as informações que lhe são apresentadas (BORBA; SKOVSMOSE, 2001).

Para compreender como se dá a aprendizagem numérica pelas crianças, travou-se contato com pesquisas sobre o senso numérico e dada a sua importância para o cálculo mental, optou-se por essa fundamentação teórica. É difícil definir conceitualmente o que é o senso numérico, pois é complexo e multifacetado. McIntosh, Reys e Reys (1992, p.3) apontam que

> O senso numérico refere-se ao entendimento geral de uma pessoa sobre números e operações, junto com a habilidade e inclinações para usar esse entendimento de maneiras flexíveis para fazer julgamentos matemáticos e se desenvolver útil para lidar com números e operações. Ele reflete uma predisposição e uma habilidade de usar números e métodos qualitativos como meio de comunicação, processamento e interpretação de informações. (tradução nossa)[1208]

A flexibilidade de raciocínio será desenvolvida durante todo o percurso escolar do aluno, ao ser estimulado a elaborar métodos pessoais para calcular e realizar estimativas (VAN DE WALLE, 2009). Nessa perspectiva, o aluno identifica a estratégia que lhe é mais confortável para resolver um problema, compondo e decompondo números, buscando números que facilitem o seu raciocínio e execução dos cálculos. Envolve relações numéricas, estimativas de quantidades, julgamentos quantitativos, execução de cálculo com procedimentos pessoais e

[1208] No original: Number sense refers to a person's general understanding of number and operations along with the ability and inclinations to use this understanding in flexible ways to make mathematical judgements and to develop useful strategies for handling numbers and operations. It reflects an inclination and an ability to use numbers and qualitative methods as a means of communicating, processing and interpreting information.

percepção da plausibilidade ou não do resultado encontrado (CEBOLA, 2009; SERRAZINA, 2012).

Porém, o que se observa muitas vezes são práticas que enfatizam o uso do algoritmo, ensinado pela repetição de procedimentos, levando a criança a compreendê-lo como a única forma válida de resolução, desencorajando o uso de métodos pessoais (MCINTOSH; REYS; REYS, 1992).

Morais e Serrazina (2013) destacam também as seguintes características de um senso numérico desenvolvido:

> a) o trabalho com números e não com dígitos, uma vez que os números são vistos como um todo, mantendo o seu valor; b) a utilização de propriedades de cálculos elementares e de relações numéricas; c) apoiado num bom conhecimento dos números e num profundo conhecimento de factos numéricos básicos com números até 20 e até 100; e d) podendo ser utilizadas notas intermediárias de acordo com a situação, mas, principalmente, calculando mentalmente. (p. 54-55)

A escola tem oportunizado situações nas quais seus alunos se deparam com problemas, jogos ou propostas de ensino em geral que favoreçam o despertar e o desenvolvimento dessas características? Pautar o ensino nessa perspectiva é possibilitar ao aluno a compreensão de que há múltiplas estratégias possíveis na resolução de problemas matemáticos, diversos procedimentos podem ser utilizados para cálculos e que mais importante que o acerto, é ser capaz de identificar se a resposta encontrada faz sentido (CEBOLA, 2007).

Para além do conhecimento que cada um possui sobre os números e operações, o senso numérico "relaciona-se também com a aptidão e a escolha de cada um na utilização desse conhecimento de modo ágil, crítico e no desenvolvimento de estratégias cada vez mais eficientes de cálculo" (MORAIS; SERRAZINA, 2013, p. 53).

Uma prática pedagógica voltada para o desenvolvimento do senso numérico é aquela que valoriza e estimula as diferentes formas de pensar do aluno sobre o número e as operações, possibilitando que este reflita sobre esses processos e desenvolva autonomia para traçar suas estratégias, sem esperar a validação do professor. É fundamental que os alunos possam comunicar oralmente seus raciocínios nas aulas de Matemática, o que contribui significativamente para sua compreensão, ao auxiliá-lo na organização do próprio pensamento e na reflexão de suas respostas (SERRAZINA, 2012). Permitir que os alunos vivenciem momentos de trocas de suas diferentes formas de calcular e resolver problemas, traz outros tantos benefícios, como, por exemplo, a ampliação do repertório de estratégias de toda a turma.

Estudos sobre a linguagem em Vigotski (2008) despertaram questionamentos sobre a necessidade de olhar para a relação entre pensamento matemático e oralidade. É fundamental que sejam oportunizadas às crianças situações em que possam oralizar suas estratégias, de maneira a organizar seu pensamento. Para Vigotski (2008, p. 156-157)

> a relação entre o pensamento e a palavra não é uma coisa mas um processo, um movimento contínuo de vaivém do pensamento para a palavra, e vice-versa. Nesse processo, a relação entre o pensamento e a palavra passa por transformações que, em si mesmas, podem ser consideradas um desenvolvimento no sentido funcional. *O pensamento não é simplesmente expresso em palavras; é por meio delas que ele passa a existir*. (destaque nosso)

É preciso olhar para o avanço do senso numérico atrelado ao desenvolvimento da oralidade nas crianças. É através da oralidade que o pensamento irá se concretizar, pensamento e palavra estão imbricados nesse processo. O pensamento não é expresso pela fala de maneira linear, exige planejamento e estruturação da fala para que o outro compreenda (VIGOTSKI, 2008).

Com a pesquisa, pretende-se proporcionar às crianças esse movimento, possibilitando uma análise dos avanços em suas falas nos momentos de discussão das estratégias. Ao expor sua forma de pensar, a criança precisará planejar uma fala que faça sentido para o outro, exigindo uma estruturação de seu pensamento.

Metodologia

A pesquisa está sendo realizada em uma escola pública, com uma turma de 1º ano do Ensino Fundamental, ao longo do ano letivo de 2022, em que a pesquisadora atua como docente. A abordagem é qualitativa, de natureza interventiva, caracterizada como Pesquisa sobre a Própria Prática, uma vez que os objetivos pretendidos estão ligados à qualidade das mediações propostas pela professora-pesquisadora (TEIXEIRA; MEGID NETO, 2017).

A interferência da professora-pesquisadora foi pressuposta desde o início do planejamento da pesquisa, e dada a gama de possibilidades da pesquisa qualitativa, definimos nossa pesquisa como Pesquisa de Natureza Interventiva (PNI), na perspectiva defendida por Teixeira e Megid Neto (2017, p. 1056)

> o termo *Pesquisas de Natureza Interventiva* (PNI) pode ser utilizado com vantagem para enquadrar uma multiplicidade de modalidades de pesquisa caracterizadas por articularem, de alguma forma, investigação e produção de conhecimento, com ação e/ou processos interventivos.

Teixeira e Megid Neto (2017) defendem que essa opção metodológica, no contexto educacional, pode gerar conhecimentos, práticas inovadoras e processos colaborativos. Através dela, é possível testar ideias, propostas curriculares, estratégias e recursos didáticos, mas sobretudo, possibilita que "os pesquisadores e demais sujeitos envolvidos, atuem na intenção de resolver questões práticas sem deixar de produzir conhecimento sistematizado" (p. 1056).

Essa perspectiva metodológica vem ao encontro do interesse da pesquisadora de pesquisar o desenvolvimento do senso numérico, o estabelecimento de relações numéricas pelas crianças, o ensino e aprendizagem do cálculo mental emergiu da sua prática em sala de aula como professora dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Houve um aumento nas pesquisas de natureza interventiva impulsionado pela busca por respostas de problemas práticos, e especificamente na área da Educação, na procura por resultados que possam auxiliar nas condições de ensino e aprendizagem nas escolas (TEIXEIRA; MEGID NETO, 2017).

Ao adotar essa metodologia, tem-se por concepção que

> O homem não é um objeto, nem algo sem voz: é outro sujeito, outro eu que interage dialogicamente com seus interlocutores. Dessa maneira pesquisador e pesquisado se constituem como dois sujeitos em interação que participam ativamente do acontecimento da pesquisa. Esta se converte em um espaço dialógico, no qual todos têm voz, e assumem uma posição responsiva ativa. (FREITAS, 2009, p. 5)

Assim compreende-se que as crianças envolvidas nessa pesquisa terão voz ativa na pesquisa tanto quanto a professora-pesquisadora, trata-se de um encontro dialógico, interativo e transformador entre os sujeitos. (FREITAS, 2009).

Não se entende, portanto, a intervenção como um ato unilateral que visa obter resultados mensuráveis, mas sim possibilitar uma pesquisa centrada no processo e na relação entre os sujeitos envolvidos (FREITAS, 2009).

Ao assumir a metodologia de pesquisa como Pesquisa de Natureza Interventiva, optou-se pela modalidade Pesquisa sobre a Própria Prática, uma vez que os objetivos pretendidos estão intrinsicamente ligados à qualidade das mediações propostas pela professora-pesquisadora nas tarefas pedagógicas.

Diante da complexidade dos desafios que os profissionais da educação encontram em seu cotidiano, cada vez mais eles têm optado por investigar diretamente esses problemas em vez de esperar soluções vindas do exterior (PONTE, 2008). Esse tipo de pesquisa pode ser importante por vários motivos, pois

> (...) contribui para o esclarecimento e resolução dos problemas. Além disso, proporciona o desenvolvimento profissional dos respectivos actores e ajuda a melhorar as organizações em que eles se inserem e, em certos casos, pode ainda contribuir para o desenvolvimento da cultura profissional nesse campo de prática e até para o conhecimento da sociedade em geral (PONTE, 2008, p. 154)

Destacamos que, para caracterizar-se como pesquisa da própria prática, é necessário que o foco investigativo esteja na mudança de prática do professor-pesquisador e, portanto, vai muito além da pesquisa ser simplesmente aplicada na sala de aula em que o pesquisador atua (TEIXEIRA; MEGID NETO, 2017).

Lima e Nacarato (2009) evidenciam que a pesquisa da própria prática possibilita o desenvolvimento de uma postura política do professor ao dar visibilidade ao que acontece dentro da sala de aula.

Essa metodologia revela-se uma possibilidade para a articulação entre teoria e prática, quebrando barreiras entre a pesquisa acadêmica e as práticas pedagógicas propostas nas escolas. Trata-se de um processo de (auto)formação, uma vez que o professor se torna sujeito de sua aprendizagem (LIMA; NACARATO, 2009).

Em suma, longe de assumir a pesquisa da própria prática como a tábua de salvação das problemáticas escolares, pesquisas apontam tal opção metodológica como uma possibilidade para articulação entre teoria e prática, além de possibilitar ao professor assumir uma postura crítica e propositiva diante dos desafios impostos pelo cotidiano escolar.

O planejamento faz-se ainda mais necessário, envolvendo a escolha das tarefas que serão aplicadas, o momento em que serão desenvolvidas, a dinâmica da aula, a organização dos alunos, materiais necessários, posicionamento dos equipamentos de gravação, entre outas decisões que precisam ser tomadas previamente.

Apesar de algumas facilidades proporcionadas ao professor-pesquisador que opta por essa metodologia de pesquisa – conhecimento prévio da realidade e da comunidade escolar, maior facilidade para inserir-se no campo, organização do próprio tempo para aplicação das atividades, entre outras questões –, pesquisar a própria prática é um grande desafio. Exige colocar-se em posição de constante análise, estranhar aquilo que lhe é tão conhecido, olhar para si mesmo e para as relações estabelecidas com os alunos. Expor suas dúvidas, receios, angústias, falhas, despir-se de suas certezas não é uma tarefa simples. Por isso é essencial a participação do outro nesse processo de análise, de maneira que se possa detectar questões fundamentais na relação de ensino-aprendizagem, que no cotidiano escolar muitas vezes passam despercebidas ao professor.

Para a pesquisa, inicialmente foi realizado o estudo bibliográfico acerca do senso numérico e da oralidade. Foi feito o levantamento de atividades que contribuam para o uso de diferentes estratégias de cálculo que estão sendo aplicadas com a turma ao longo do ano de 2022.

Tendo em vista os objetivos da pesquisa e os conhecimentos apresentados pelas crianças, as atividades tornaram-se parte da rotina da turma. Para a aplicação de cada proposta, tomou-se como norte as 3 fases apresentadas por Van de Walle (2009), explicitadas por Bortolucci *et al.* (2018, p. 59-60)

> 1ª fase – *Antes*: preparar os alunos, realizar a leitura, verificar se o problema foi compreendido, ativar os conhecimentos prévios necessários.
> 2ª fase – *Durante*: alunos trabalhando, geralmente em duplas ou trios, construindo a sua resolução com a mediação da professora, quando necessária.
> 3ª fase – *Depois*: alunos debatendo, discutindo e justificando as várias soluções para o problema trabalhado. Essa fase pode ser entendida como um processo de interação, em que ocorre a partilha de significados entre os indivíduos durante as discussões coletivas nas quais os alunos argumentam, defendem as suas ideias e questionam as ideias dos colegas.

Destacamos que o foco de análise são as interações orais, proporcionadas principalmente na 3ª fase, na qual os alunos são convidados a explicitarem oralmente a forma como pensaram para solucionar a proposta. Esses momentos são vídeo gravados e, a partir disso, a professora-pesquisadora produzirá narrativas de aula.

Optou-se pelo vídeo gravação desses episódios de aula, pois esse instrumento contribui com uma linha do tempo, permitindo a reflexão e compreensão da história em desenvolvimento, possibilitando reconstruir a realidade com o olhar voltado para os acontecimentos (BUEHRING; GRANDO; ENGELKE, 2021).

Além disso, ao optar pela pesquisa da própria prática, a gravação da aula revela-se uma importante aliada para a análise, pois

> O ato de se deparar consigo mesmo ilustra o que sente o pesquisador que narra e que se põe a si mesmo na pesquisa. Mas ser uma pesquisadora narrativa, que usa vídeo na pesquisa, significa deparar-se com aspectos íntimos na reflexão e com aspectos físicos na concretude de se ver (BUEHRING; GRANDO; ENGELKE, 2021, p. 124).

As atividades estão sendo desenvolvidas ao longo do ano de 2022, considerando-se as necessidades apresentadas pela turma e buscando-se desafiar as crianças a estabelecerem relações e traçar diferentes estratégias matemáticas.

Dentre as propostas, destacam-se: resolução de diferentes tipos de problemas, principalmente problemas não convencionais; jogos envolvendo diversos conceitos matemáticos, como o estabelecimento de relação um a um (Construindo Muros) e levantamento de hipóteses relacionadas à soma (Jogo dos Palitos). Após a apresentação e apropriação das regras dos jogos pelos alunos, a professora-pesquisadora elaborou algumas problematizações que levassem às crianças a raciocinarem e argumentarem sobre situações que ocorreram no decorrer desses jogos, possibilitando momentos ricos de discussões.

Os resultados parciais têm apontado evidências sobre a potencialidade das crianças em criar procedimentos próprios e criativos para solucionar problemas matemáticos que envolvem números e operações, além da importância da oralidade na organização dessas aprendizagens.

Referências

BORBA, M. C.; SKOVSMOSE, O. (2001). A ideologia da certeza em Educação Matemática. *Educação Matemática Crítica: a questão da democracia.* Campinas: Papirus.

BORTOLUCCI, M. S.; CHIARELLO, P. C.; ALMEIDA, A. R.; MEGID, M. A. B. A. (2018). Problemas não convencionais: estratégias de resolução de alunos dos anos iniciais do ensino fundamental. *Cadernos CENPEC*, [S.l.], v.8, n.1, p.54-77, jan./jul. 2018. Disponível em: <http://cadernos.cenpec.org.br/cadernos/index.php/cadernos/article/view/389>. Acesso em: 05 nov. 2021. doi:http://dx.doi.org/10.18676/cadernoscenpec.v8i1.389.

BUEHRING, R. S.; GRANDO, R. C.; ENGELKE, S. R. Sorria, você está sendo filmada: insubordinações criativas com vídeo gravação na pesquisa narrativa. Revista @ *mbienteeducação*. São Paulo: Universidade Cidade de São Paulo, v. 14, n. 1, p. 111-131 Jan/Abr 2021.

CEBOLA, G. (2007). Do número ao sentido do número. In: Actividades de Investigação na Aprendizagem da Matemática e na Formação dos Professores. *Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação*, Secção de Educação e Matemática: Portugal.

FREITAS, M. T. A. A pesquisa de abordagem histórico-cultural: um espaço educativo de constituição de sujeitos. *Revista Teias*, [S.l.], v. 10, n. 19, p. 12 p., jul. 2009. ISSN 1982-0305. Disponível em: <https://www.e-publicacoes.uerj.br/index.php/revistateias/article/view/24057>. Acesso em: 20 out. 2022.

LIMA, C. N. M. F; NACARATO, A. M. A investigação da própria prática: mobilização e apropriação de saberes profissionais em Matemática. *Educação em Revista,* Belo Horizonte, v. 25, n. 2, p. 241-266, ago. 2009.

MCINTOSH, A.; REYS, B. J.; REY, R. E. (1992). A Proposed Framework for Examining Basic Number Sense. *For the Learning of Mathematics* 12, 3 (November 1992) Fl M Publishing Association., White Rock, British Columbia, Canada.

MORAIS, C.; SERRAZINA, L. O Cálculo Mental na Resolução de Problemas de Subtração. *Quadrante*, Vol. XXII, Nº 1, 2013.

PONTE, J. P. (2008). Investigar a nossa própria prática: uma estratégia de formação e de construção do conhecimento profissional. PNA, 2(4), 153-180.

SERRAZINA, M. L. (2012). O sentido do número no 1.º ciclo: uma leitura de investigação. *Boletim GEPEM*. Nº 61 – jul. / dez. 2012.

TEIXEIRA, M. e MEGID NETO, J. (2017). Uma proposta de tipologia para pesquisas de natureza Interventiva. *Ciênc. Educ.*, Bauru, v. 23, n. 4, p. 1055-1076, 2017.

VAN DE WALLE, J. A. (2009). Desenvolvimento Inicial de Conceitos Numéricos e do Senso Numérico. In: *Matemática no Ensino Fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula*. Porto Alegre: Artmed.

VIGOTSKI, L. S. (2008). Pensamento e palavra. In: *Pensamento e Linguagem*. São Paulo: Martins Fontes.

Produção de estudos científicos por alunos do 3º ano do Ensino Médio, com o uso do GeoGebra, para aprendizagem de conteúdos não assimilados nos anos de pandemia de COVID-19

Production of scientific studies by 3rd year high school students, using GeoGebra, to learn content not assimilated in the years of the COVID-19 pandemic

Producción de estudios científicos por estudiantes de 3° año de secundaria, utilizando GeoGebra, para aprender contenidos no asimilados en los años de la pandemia del COVID-19

Amarildo Aparecido dos Santos[1209]
Universidade Federal do ABC (UFABC)
0000-0002-7571-0053

Elisabete Marcon Mello[1210]
Universidade Federal do ABC (UFABC)
0000-0001-8090-3987

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Comunicação e divulgação da Matemática.

Resumo

Este projeto tem por objetivo desenvolver estudos de aprendizagem, com alunos do 3º ano do Ensino Médio, para que possam explorar com um olhar investigativo, conteúdos que foram parcialmente desenvolvidos e/ou até mesmos que não foram abordados nas séries anteriores durante o período da pandemia de Covid-19, bem como conteúdos regulares da série até o 1° semestre de 2022. A proposta destina-se a produção de artigos científicos para serem apresentados em sala de aula aos demais colegas de sala ao final do projeto, previsto para novembro/2022. O Geogebra foi utilizado como ferramenta com a finalidade de auxiliar a intepretação e compreensão, pelos alunos, na construção de representações no estudo dos conteúdos escolhidos. As teorias utilizadas são as concepções de conhecimento e inteligência e a prática docente, de Machado (2005), na construção do pensamento geométrico fazendo considerações sobre o processo cognitivo do conhecimento, bem como Teoria das Situações Didáticas de Brousseau (2008). O projeto visa auxiliar os alunos a desenvolver uma sequência de tarefas que explore estudo sobre geometria/relações, trigonometria, números/relações, análise combinatória, geometria métrica espacial, geometria analítica, equações algébricas e números complexos. O público-alvo são alunos de Escola Básica cursando a 3º ano do Ensino Médio na E. E. Prof. Inah de Mello em 2022. Estão incluídos alunos cegos, alunos com diagnóstico de Transtorno Global de Desenvolvimento (TGD), alunos com Deficiência Intelectual (DI), alunos com Distúrbios do Processamento Auditivo Global (DEPAC), alunos com Transtorno de Déficit de Atenção e Hiperatividade (TDAH), e alunos com transtorno do espectro Autista (TEA).

[1209] amarildosantos10@gmail.com
[1210] marcon.elisabete@gmail.com

Palavras-chave: Aprendizagem matemática, exploração, investigação, *software* GeoGebra, Educação Básica.

Abstract

This project aims to develop learning studies, with 3rd year high school students, so that they can explore with an investigative look, content that was partially developed and / or even that were not addressed in previous series during the pandemic period. of Covid-19, as well as regular contents of the series until the 1st semester of 2022. The proposal is intended for the production of scientific articles to be presented in the classroom to the other classmates at the end of the project, scheduled for November/ 2022 Geogebra was used as a tool to help students interpret and understand the construction of representations in the study of the chosen contents. The theories used are Machado's conceptions of knowledge and intelligence and teaching practice (2005), in the construction of geometric thinking, making considerations about the cognitive process of knowledge, as well as Brousseau's Theory of Didactic Situations (2008). The project aims to help students develop a sequence of tasks that explores studying geometry/relations, trigonometry, numbers/relations, combinatorics, spatial metric geometry, analytic geometry, algebraic equations and complex numbers. The target audience is Basic School students attending the 3rd year of High School at E. E. Prof. Inah de Mello in 2022. Included are blind students, students diagnosed with Pervasive Developmental Disorder (PDD), students with Intellectual Disabilities (ID), students with Global Auditory Processing Disorders (GPD), students with Attention Deficit Disorder and Hyperactivity Disorder (ADHD), and students with Autism Spectrum Disorder (ASD).

Keywords: Mathematical learning, exploration, investigation, GeoGebra software, Basic Education.

Resumen

Este proyecto tiene como objetivo desarrollar estudios de aprendizaje, con estudiantes de 3° año de secundaria, para que puedan explorar con una mirada investigativa, contenidos que fueron parcialmente desarrollados y/o incluso que no fueron abordados en series anteriores durante el periodo de pandemia del Covid-19, así como contenidos regulares de la serie hasta el 1er semestre de 2022. La propuesta está destinada a la producción de artículos científicos para ser presentados en el aula a los demás compañeros al final del proyecto, previsto para noviembre/2022 Geogebra se utilizó como herramienta para ayudar a los estudiantes a interpretar y comprender la construcción de representaciones en el estudio de los contenidos elegidos. Las teorías utilizadas son las concepciones del conocimiento y la inteligencia y la práctica docente de Machado (2005), en la construcción del pensamiento geométrico, haciendo consideraciones sobre el proceso cognitivo del conocimiento, así como la Teoría de las Situaciones Didácticas de Brousseau (2008). El proyecto tiene como objetivo ayudar a los estudiantes a desarrollar una secuencia de tareas que explore el estudio de geometría/relaciones, trigonometría, números/relaciones, combinatoria, geometría métrica espacial, geometría analítica, ecuaciones algebraicas y números complejos. El público objetivo son los estudiantes de la Enseñanza Básica que cursan el 3º año de la Enseñanza Media en la E. E. Prof. Inah de Mello en 2022. Se incluyen estudiantes ciegos, estudiantes diagnosticados con Trastorno Generalizado del Desarrollo (PDD), estudiantes con Discapacidades Intelectuales (DI), estudiantes con Trastornos del Procesamiento Auditivo Global (GPD), estudiantes con Trastorno por Déficit de Atención e Hiperactividad (TDAH) y estudiantes con Trastorno del Espectro Autista (TEA).

Palabras-clave: Aprendizaje matemático, exploración, investigación, software GeoGebra, Educación Básica.

Introdução

Há bastante tempo que as pesquisas em educação apontam um distanciamento entre a universidade e a escola de Educação Básica. Visando contribuir para diminuir essa lacuna, propomos aos alunos da 3ª série do ensino médio de uma escola pública em Santo André, investigar os conteúdos que foram desenvolvidos parcialmente nas séries anteriores para resgatar o conhecimento que ficou sem compreensão ou com falta de interpretação adequada.

O conhecimento matemático é necessário para todos os alunos do Ensino Médio pois desenvolve suas potencialidades na formação de cidadãos críticos, conscientes de suas responsabilidades sociais de forma justa e equânime. Conforme a Base Nacional Curricular Comum – BNCC (BRASIL, 2018), o Ensino Médio deve garantir aos estudantes a compreensão dos fundamentos científico-tecnológicos dos processos produtivos, relacionando a teoria com a prática. Para tanto, a escola que acolhe as juventudes, por meio da articulação entre diferentes áreas do conhecimento, deve possibilitar aos estudantes: compreender e utilizar os conceitos e teorias que compõem a base do conhecimento científico-tecnológico, bem como os procedimentos metodológicos e suas lógicas; conscientizar-se quanto à necessidade de continuar aprendendo e aprimorando seus conhecimentos; apropriar-se das linguagens científicas e utilizá-las na comunicação e na disseminação desses conhecimentos; apropriar-se das linguagens das tecnologias digitais e tornar-se fluentes em sua utilização.

Segundo esse documento o foco é a construção do pensamento geométrico aplicado à realidade do aluno. Nesse contexto, a área de Matemática e suas Tecnologias têm a responsabilidade de aproveitar todo o potencial desses estudantes e promover ações que provoquem seus processos de reflexão e de abstração, dando sustentação a formas de pensar, de criar e aprimorar ações criativas que favoreçam a tomada de decisões orientadas pela ética e o bem comum. O documento chama a atenção para a necessidade do desenvolvimento de um novo olhar para os objetos de estudo, destacando a importância da visualização geométrica sob figuras estudadas, a preservação das propriedades geométricas, as representações gráficas e suas especificações.

Com esse enfoque, o desenvolvimento do projeto de estudos e aprendizagem, com alunos da 3ª série do Ensino Médio, propõe investigar e explorar com mais dedicação, os conteúdos não aprendidos e/ou não abordados nas séries anteriores.

Para contribuir com o estudo recomendamos o uso do GeoGebra como ferramenta para utilização, exploração e desenvolvimento da atividade do pensar. O GeoGebra é um *software* matemático dinâmico, de domínio público, que pode ser utilizado em todos os níveis de ensino, que reúne geometria, álgebra, planilhas, gráficos, estatísticas e cálculo em um pacote fácil de usar, porém requer uma análise de suas ferramentas para atender as necessidades da construção geométrica no ambiente bidimensional ou tridimensional.

A Base Nacional Comum Curricular orienta que a aprendizagem em Matemática está intrinsecamente relacionada à compreensão, ou seja, à apreensão de significados dos objetos matemáticos, sem deixar de lado suas aplicações. Os significados desses objetos resultam das conexões que os alunos estabelecem entre eles e os demais componentes, entre eles e seu cotidiano e entre os diferentes temas matemáticos. Desse modo, recursos didáticos como malhas quadriculadas, ábacos, jogos, livros, vídeos, calculadoras, planilhas eletrônicas e *softwares* de geometria dinâmica têm um papel essencial para a compreensão e utilização das noções matemáticas. Entretanto, esses materiais precisam estar integrados a situações que levem à reflexão e à sistematização, para que se inicie um processo de formalização.

A finalidade desse projeto é despertar no aluno o interesse pela pesquisa científica e incentivar a continuidade de seus estudos e o ingresso em uma universidade.

Objetivos

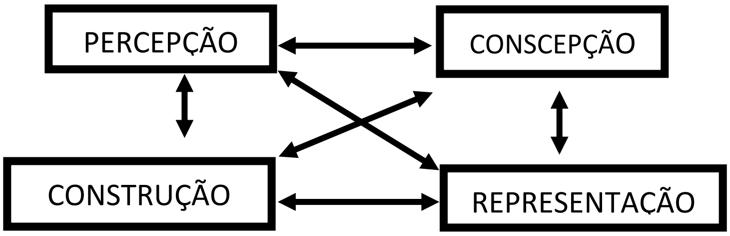
Esta pesquisa pretende incentivar alunos do 3° ano do Ensino Médio a desenvolver estudos de aprendizagem para que possam explorar com mais dedicação, conteúdos que foram parcialmente desenvolvidos e/ou até mesmos que não foram abordados nas séries anteriores durante o período da pandemia de Covid-19, bem como conteúdos regulares do 3° ano até o segundo bimestre do ano letivo de 2022. A proposta visa a produção de artigos científicos destinados à publicação em eventos nacionais e/ou internacionais.

Metodologia

Utilizaremos como referencial teórico as concepções de conhecimento e inteligência e a prática docente, que trata da construção do pensamento geométrico fazendo considerações sobre o processo cognitivo do conhecimento, proposto por Machado (2005). O autor sugere para a construção do pensamento uma articulação entre 4 faces de um tetraedro: a percepção, a construção, a representação e a concepção.

Figura 1.

Quatro faces do tetraedro proposta por Machado (Anais-Sphem, p. 572)



A **percepção** refere-se à observação e a manipulação de objetos materiais. É a caracterização das formas mais frequentes presentes no mundo à nossa volta. A percepção ocorre por meio de atividades empíricas e estimula a construção. A **construção** refere-se à produção de materiais que possam ser manipulados, ou seja, à elaboração de objetos em sentido físico. A construção reforça a percepção. A **representação** refere-se à reprodução por meio de desenhos, ou objetos percebidos ou construídos. Fazemos referência ao Desenho Geométrico, bem como à Geometria Projetiva, a Geometria Descritiva e ao uso de *software* de geometria dinâmica. A representação favorece e é favorecida pela percepção e pela construção. A **concepção** refere-se à organização conceitual, à busca do conhecimento geométrico por meio do raciocínio lógico-dedutivo e da teorização. Diz respeito à sistematização do conhecimento geométrico, é onde os elementos conceituais são evidenciados, onde têm predomínio as definições formais, o enunciado preciso das propriedades, proposições e teoremas. A concepção favorece a percepção, a construção e a representação.

A metáfora utilizada por Machado (2005) não privilegia nenhuma das faces do tetraedro, e ao mesmo tempo distribui igualmente a importância que cada uma tem no processo de ensino e de aprendizagem de geometria. O conhecimento geométrico encontra-se equilibrado em qualquer uma das características de cada face.

Encontramos em Brousseau (2008) a Teoria das Situações Didáticas de Brousseau decompõe o processo de aprendizagem em quatro fases diferentes. Nessas fases interligadas, podemos observar momentos de ação, de formulação, de validação e de institucionalização.

Dialética da ação: consiste em colocar o aprendiz numa situação de ação, apresentando-lhe um problema cuja melhor solução é o conhecimento a ensinar. O aluno deve agir sobre nessa situação e ela deve lhe retornar informações sobre sua ação. **Dialética da formulação**: nesta fase o aluno troca informações com uma ou várias pessoas. E o momento em que o aluno ou o grupo de alunos explicita, por escrito ou oralmente, as ferramentas que utilizou e a solução encontrada. **Dialética da validação**: é nesse momento que o aprendiz deve mostrar a validade do modelo por ele criado submetendo a estratégia matemática utilizada ao julgamento de um interlocutor. **Dialética da institucionalização**: são situações em que o professor fixa convencionalmente e explicitamente o estatuto cognitivo do saber. Depois da institucionalização, feita pelo professor, o saber torna-se oficial e os alunos devem incorporá-lo a seus esquemas mentais, tornando-o disponível para utilização na resolução de problemas.

De acordo com Mello (2009) ao desenvolver esta estratégia de ensino, não temos certeza da ordem que ocorrerão cada uma das dialéticas citadas, como também não é possível afirmarmos que a metodologia aplicada será suficiente para que tenhamos a validação completa. Apenas podemos afirmar que a estratégia aplicada desenvolverá nos alunos melhorias na compreensão dos saberes matemáticos envolvidos na atividade.

Apresentação do procedimento

Iniciamos o projeto aos alunos da 3° ano do Ensino médio, propondo que cada sala deverá formar grupos com até 6 alunos, escolher um tema gerador relacionado ao conteúdo das séries anteriores ou da 3ª série. Na Unidade Escolar (U.E) temos, 6 salas: 3° ano A, B, C, D e E. Segue a tabela de temas utilizada para a escolha dos alunos.

Tabela 1.

Relação dos temas geradores para escolha dos alunos

PROJETO DE PESQUISA – 2022 3° ANO – E. E. PROF. INAH DE MELLO	
TEMA GERADOR – A Geometria/Relações:	1) Razões trigonométricas no triângulo retângulo.
TEMA GERADOR – A Geometria/Relações:	2) Polígonos regulares: inscrição, circunscrição e pavimentação de superfícies
TEMA GERADOR – A Geometria/Relações:	3) Resolução de triângulos não retângulos: Lei dos Senos e Lei dos Cossenos.
TEMA GERADOR – B Trigonometria:	1) Funções trigonométricas.
TEMA GERADOR – B Trigonometria:	2) Equações trigonométricas.
TEMA GERADOR – C Números/Relações:	1) Matrizes: significado como tabelas, características e operações.
TEMA GERADOR – C Números/Relações:	2) A noção de determinante de uma matriz quadrada.

TEMA GERADOR – C Números/Relações:	3) Resolução e discussão de sistemas lineares.
TEMA GERADOR – D Números: Análise combinatória e probabilidade	1) Arranjos, combinações e permutações
TEMA GERADOR – D Números: Análise combinatória e probabilidade	2) Probabilidade simples, probabilidade da reunião e/ou intersecção de eventos
TEMA GERADOR – E Geometria: Geometria métrica espacial.	1) Elementos de geometria de posição.
TEMA GERADOR – E Geometria: Geometria métrica espacial.	2) Poliedros, prismas e pirâmides;
TEMA GERADOR – E Geometria: Geometria métrica espacial.	3) Cilindros, cones e esferas.
TEMA GERADOR – F Geometria analítica:	1) Estudo da reta.
TEMA GERADOR – F Geometria analítica:	1) Estudo da circunferência.
TEMA GERADOR – F Geometria analítica:	3) Estudo das cônicas.
TEMA GERADOR – G Equações algébricas e números complexos.	1) Equações polinomiais.
TEMA GERADOR – G Equações algébricas e números complexos.	2) Números complexos: operações e representação geométrica.
TEMA GERADOR – G Equações algébricas e números complexos.	3) Teoremas sobre as raízes de uma equação polinomial. Relações de Girard.

Em seguida foi apresentado orientações sobre como produzir um artigo científico com a finalidade de publicação em eventos nacionais e/ou internacionais de educação matemática. Os grupos foram orientados a fazer uma revisão da literatura, utilizando livros didáticos, livros de História da Matemática, trabalhos acadêmicos, vídeos de orientações sobre os temas escolhidos, artigos publicados em periódicos e dissertações ou teses.

A pesquisa bibliográfica, por meio de revisão da literatura, requer atenção, disciplina, sistematização e aprofundamento por parte dos alunos em cada grupo. É necessário que este estabeleça critérios para o limite da pesquisa, condizente com o nível de ensino que estão cursando, definindo claramente o problema, os fenômenos e o contexto a serem pesquisados.

Ao término da revisão, interpretação e compreensão do tema escolhido, os alunos foram orientados a preparar atividades com uma sequência de tarefas, que contemplem parte do conteúdo pesquisado, com situações problema ou de outro forma, de acordo com seus estudos, que possam ajudar os demais alunos da sala a compreender significativamente o assunto abordado.

Como produto do projeto, está previsto que os grupos produzirão um pôster para divulgação de seus trabalhos para que, aos demais professores da unidade escolar, os professores colaboradores da UFABC, professores de outras escolas da Diretoria de Ensino de Santo André, possam prestigiar os resultados dos trabalhos. Além disso, os alunos serão incentivados a submeter seus trabalhos em congressos nacionais ou internacionais, como o Movimento Docente 2022. As atividades devem abordas as seguintes situações:

Explorar a pesquisa e preparar atividades para aplicar em aula para os demais colegas da sala, de modo que possam facilitar a compreensão do conteúdo pesquisado;

Deduzir, a partir das tarefas elaboradas e adequadas as concepções teóricas, os pontos positivos das tarefas, bem como os pontos que não foram aproveitados pelos alunos da sala;

Fazer a divulgação, por meio de pôster, em evento previsto para o mês de novembro, na escola para os demais professores e convidados.

De acordo com essa proposta, os estudos teóricos sobre os temas serão feitos de modo paralelo ao desenvolvimento das aulas curriculares de matemática para o ano letivo, com orientação periódica pelo professor pesquisador, em uma das salas da escola, presencialmente. Essa proposta surgiu a partir da constatação do professor sobre a dificuldades de assimilação de conhecimento pelos alunos em tempo de pandemia da COVID-19, além disso, a possibilidade de criar um evento para a divulgação de trabalhos científicos desenvolvidos em uma escola pública estadual de Ensino Médio é inovador, servindo como estímulo para futuros pesquisadores nas mais diversas áreas.

O grupo de alunos participante deverá produzir um material escrito onde relatará e documentará todo o andamento de sua produção, relativo a seu tema, preparando para que possa ser convertido em um artigo para publicação. Esse material conterá as imagens das tarefas correspondentes às atividades realizadas, imagens das atividades resolvidas em sala de aula, bem como, análises dos resultados obtidos com a aplicação dessas atividades. Também farão parte do material os arquivos do GeoGebra referentes a cada atividade, caso seja utilizado.

A pandemia da COVID-19, fez com que muitos problemas de natureza pedagógica, acadêmica e social viesse à tona. Isso fez com que educadores procurassem novas formas de desenvolver estratégias de ensino com a finalidade de atingir os alunos que estavam em suas casas. De acordo com Freire (2021) o abismo entre os estudantes de classes sociais mais privilegiados, em contrapartida com os mais vulneráveis, onde o acesso limitado ou inexistente as plataformas virtuais, têm deixado inúmeras exclamações na continuidade dos estudos. As desigualdades sociais e a carência no campo tecnológico educacional descortinam uma realidade preocupante. A equidade do ensino a distância não pode deixar de lado estudantes de lares carentes em termos estruturais, sendo que estes possuem os mesmos direitos a educação que aqueles nascidos em situações economicamente favorecidos. Destacamos também que na pandemia, o uso do ensino híbrido e das metodologias ativas como referenciais teóricos tiveram a finalidade de diminuir o impacto no desenvolvimento do conhecimento dos alunos de forma virtual.

De acordo com Moran (2015), híbrido significa misturado, mesclado, *blended*. Considera que a educação sempre foi misturada, sempre combinou vários espaços, tempos, atividades, metodologias e públicos. De forma coordenada, Moran (2017) destaca que as metodologias ativas são estratégias de ensino centradas na participação efetiva dos estudantes na construção do processo de aprendizagem, de forma flexível, interligada, híbrida. As metodologias ativas num mundo conectado e digital se expressam através de modelos de ensino híbridos, com muitas possíveis combinações. A junção de metodologias ativas com modelos flexíveis, híbridos trouxe contribuições importantes para a o desenho de soluções atuais para os aprendizes.

Mesmo diante do aparato de recursos citados e possíveis de serem utilizados, não foi suficiente para que a assimilação de conteúdos pelos alunos de escola pública caracterizasse como conhecimento adequado. Isso reforça a necessidade de retomada de conhecimentos através da investigação dos conteúdos que foram desenvolvidos parcialmente nas séries anteriores para resgatar o conhecimento que ficou sem compreensão ou com falta de interpretação adequada. Apresentamos a seguir o cronograma de execução do projeto de pesquisa.

Estruturamos o cronograma em dois bimestres. Durante o primeiro bimestre foi realizado o sorteio dos temas geradores e os alunos escolheram os membros do grupo. Ainda nesse bimestre os alunos foram orientados a agendar horário de orientação, fora do período de aula, com o professor pesquisador. Foram disponibilizados aos alunos livros didáticos do Ensino Médio, de várias editoras, para que pudessem estudar os conteúdos escolhidos. No segundo bimestre os grupos foram orientados a produzirem uma primeira versão de seus trabalhos, para que possa ser conferido pelo pesquisador e devolvido com um parecer sobre a pesquisa.

A U.E possui 6 salas de 3º ano, sendo, 3A, 3B e 3C no período da manhã e, 3D, 3E e 3F no período da noite, nem todos os grupos enviaram a primeira versão de seus trabalhos. Recebemos 4 trabalhos do 3ª, 4 trabalhos do 3B, 4 trabalhos do 3C, 2 trabalhos do 3D e um trabalho do 3E.

Resultados e impactos esperados

Esperamos que este projeto favoreça o trabalho de investigação e desperte nos alunos um maior interesse pelos estudos e pelos conteúdos matemáticos pesquisados.

Notamos que, com a orientação de pesquisa, os alunos têm apresentado bom desempenho, mostrando-se dedicados e preocupados com o andamento dos trabalhos. Não foram todos os grupos que procuraram o professor para a orientação, mas os alunos que procuraram demonstraram bom desempenho e compreensão de seus conteúdos. Além disso, este projeto pretende auxiliar o discente do Ensino Médio da escola pública a estudar com mais dedicação, compreender as etapas de estudos cadenciados e organizados na produção de um trabalho científico, fortalecendo sua capacidade de análise e reflexão crítica. O projeto em andamento, durante o terceiro bimestre, será apresentado, por meio de atividade, elaborada pelo grupo, aos alunos demais da sala, para que possam contribuir com o aprendizado dos demais.

Temos no momento 8 trabalhos submetidos ao Congresso do Movimento Docente 2022, sendo 7 resumos e um trabalho completo. Dois deles já foram aprovados para publicação, o trabalho completo e um resumo. Os demais estamos aguardando parecer dos avaliadores. Os trabalhos apresentados pelos alunos contemplam parcialmente as concepções teóricas pretendidas. Na concepção de Machado (2005), as atividades se posicionam na concepção, centrada na busca do conhecimento por meio de raciocínio lógico-dedutivo, sem, no entanto, percorrer todas as faces descritas pelo autor. Na concepção de Brousseau (2008), as atividades desenvolvidas se concentram na dialética da formulação, onde os alunos trocam informações entre eles sobre o conteúdo apresentado com a finalidade de resgatar conhecimentos que não foram bem assimilados, sem, no entanto, dialogar com as dialéticas propostas pelo autor. Dessa forma, serão consideradas as necessidades e o ritmo dos alunos, de modo a viabilizar a construção de um ambiente realmente investigativo que permita desenvolver suas potencialidades.

Contaremos com a colaboração e apoio de uma professora doutora da Licenciatura em Matemática da UFABC na orientação e direcionamento dos trabalhos dos alunos para que possam desenvolver o espírito de pesquisa, pois a finalidade é propiciar o diálogo entre a UFABC e escola por meio das parcerias entre seus docentes e discentes.

Participamos do grupo de Pesquisa em Tendências na Educação Matemática (GPTEMa), que tem como objetivos: contribuir para a formação de recurso para o ensino, pesquisa e extensão; formação inicial e continuada de professores que ensinam matemática na educação básica; e incentivar discentes da UFABC a optarem pela carreira do Magistério em Matemática na Educação básica, devidamente cadastrado no CNPQ.

Referências

BRASIL, Ministério da Educação. Parâmetros Curriculares Nacionais. 1997. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro01.pdf

BRASIL, Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Disponível em http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/02/bncc-20dez-site.pdf

BROUSSEAU, G. Introdução a teorias das Situações Didáticas: conteúdos e métodos de ensino. São Paulo: Ática, 2008.

FREIRE, Hayat Guimarães. Reflexos da pandemia na prática tecnológica educacional. Rev. Brazilian Journal of Development | ISSN: 2525-8761 | Curitiba, v.7, n.7, p.65286-65303 jul. 2021

MACHADO, Nilson José. Epistemologia e Didática. São Paulo: Cortez Editoria, 2005. 6ª ed.

MELLO, Elisabete Marcon, Análise de dificuldades de alunos com o algoritmo da subtração, p. 23-26.

MORAN, José. Educação híbrida: um conceito-chave para a educação, hoje. In: BACICH, Lilian; TANZI NETO, Adolfo; TREVISANI, Fernando de Mello (Org.). Ensino 9 Híbrido: personalização e tecnologia na educação. Porto Alegre: Penso, 2015. p. 27-45.

__________. Novas Tecnologias Digitais: Reflexões sobre mediação, aprendizagem e desenvolvimento. Curitiba: CRV, 2017, p.23-35.

SANTOS, Amarildo Aparecido dos. Um estudo das propriedades dos polígonos via pavimentação. Ponta Grossa – PR: Atena, 2020.

SARDINHA, R. L. O Uso do GeoGebra no Ensino de Desenho Geométrico nos Anos Finais do Ensino Fundamental. **Dissertação** (PROFMAT) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Instituto de Ciências Exatas. PROFMAT - Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, 2014.

SÃO PAULO, Secretaria de Estado da Educação. CURRÍCULO PAULISTA: uma construção colaborativa. São Paulo, 2019.

SÃO PAULO, Caderno do aluno: Matemática, 3ª Serie Ensino Médio. São Paulo: SED v. 1 e 2, 2022.

Comunicando e Investigando os Sólidos Geométricos no Geoespaço: o caso Eduarda e Gisele

Communicating and Investigating Geometric Solids in Geospace: the Eduarda and Gisele case

Comunicación e investigación de sólidos geométricos en el geoespacio: el caso de Eduarda y Gisele

Kátia Maria de Medeiros[1211]
Universidade Estadual da Paraíba
0000-0002-9576-9992

Hellen Emanuele Vasconcelos Albino[1212]
Universidade Estadual da Paraíba
0000-0002-7915-6707

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Comunicação e divulgação da Matemática

Resumo

Este artigo é um recorte de uma pesquisa desenvolvida no período de um ano (2018/2019), no âmbito do Programa Institucional Voluntário de Iniciação Científica (PIVIC/UEPB), intitulado *Geoespaço e Investigações Geométricas*, cujo objetivo geral foi analisar as investigações geométricas desenvolvidas com a utilização do Geoespaço e sua relação com os conhecimentos prévios de Geometria dos estudantes e a comunicação oral e escrita das ideias matemáticas. As participantes, dupla Eduarda e Gisele, eram estudantes do 9º Ano do Ensino Fundamental de uma Escola Pública Municipal de Campina Grande, na Paraíba, Brasil. A questão de pesquisa foi como as estudantes comunicam e investigam os sólidos geométricos representados no Geoespaço? A metodologia, de cunho qualitativo, foi um estudo de caso, cuja unidade de análise é a dupla de referida anteriormente. Os resultados apontam que a utilização dos conhecimentos prévios das estudantes, como ponto de partida para planejarmos as ações didáticas com as investigações geométricas e o Geoespaço foram de fundamental importância nestes desenvolvimentos e resultados. As comunicações que emergiram nas interações, diálogos, perguntas e explicações sugerem parte destes avanços na aprendizagem das estudantes.
Palavras-chave: Comunicação, Investigações Geométricas, Sólidos geométricos, Estudo de Caso.

Abstract

This article is a part of a research developed over a period of one year (2018/2019), within the scope of the Voluntary Institutional Program for Scientific Initiation (PIVIC/UEPB), entitled Geospace and Geometric Investigations, whose general objective was to analyze the geometric

[1211] katiamedeirosuepb@gmail.com
[1212] hellenemanuele12@gmail.com

investigations developed with the use of Geospace and its relationship with the students' previous knowledge of Geometry and the oral and written communication of mathematical ideas. The participants, the duo Eduarda and Gisele, were students in the 9th grade of Elementary School at a Municipal Public School in Campina Grande, Paraíba. The research question was how do students communicate and investigate the geometric solids represented in Geospace? The methodology, of a qualitative nature, was a case study, whose unit of analysis is the aforementioned duo. The results indicate that the use of the students' previous knowledge, as a starting point for planning didactic actions with geometric investigations and Geospace, was of fundamental importance in these developments and results. The communications that emerged in the interactions, dialogues, questions and explanations suggest part of these advances in the students' learning.
Keywords: Communication, Geometric Investigations, Geometric solids, Case Study.

Resumen

Este artículo es parte de una investigación desarrollada durante un período de un año (2018/2019), en el ámbito del Programa Institucional Voluntario de Iniciación Científica (PIVIC/UEPB), titulado Investigaciones Geoespaciales y Geométricas, cuyo objetivo general fue analizar las investigaciones geométricas desarrolladas con el uso del Geoespacio y su relación con los conocimientos previos de Geometría de los estudiantes y la comunicación oral y escrita de ideas matemáticas. Las participantes, el dúo Eduarda y Gisele, eran alumnas del 9º grado de la Enseñanza Fundamental de una Escuela Pública Municipal de Campina Grande, Paraíba. La pregunta de investigación fue ¿cómo comunican e investigan los estudiantes los sólidos geométricos representados en el Geoespacio? La metodología, de carácter cualitativo, fue un estudio de caso, cuya unidad de análisis es el dúo antes mencionado. Los resultados indican que la utilización de los conocimientos previos de los estudiantes, como punto de partida para la planificación de acciones didácticas con investigaciones geométricas y Geoespaciales, fue de fundamental importancia en estos desarrollos y resultados. Las comunicaciones que surgieron en las interacciones, diálogos, preguntas y explicaciones sugieren parte de estos avances en el aprendizaje de los estudiantes.
Palabras clave: Comunicación, Investigaciones Geométricas, Sólidos geométricos, Estudio de Caso.

Introdução

Este artigo é um recorte de uma pesquisa desenvolvida no período de um ano (2018/2019), no âmbito do Programa Institucional Voluntário de Iniciação Científica (PIVIC/UEPB), intitulado *Geoespaço e Investigações Geométricas*, orientado pela primeira autora e teve como bolsista a segunda autora. Trata-se de um estudo de caso, cuja unidade de análise é uma dupla de estudantes, pertencente a uma Escola Municipal de Ensino Fundamental de Campina Grande-PB. A dupla Eduarda e Gisele.

O objetivo geral foi analisar as investigações geométricas desenvolvidas com a utilização do Geoespaço e sua relação com os conhecimentos prévios de Geometria dos estudantes e a comunicação oral e escrita das ideias matemáticas.

Os dados foram coletados a partir de um questionário, observação por parte da pesquisadora, por um período de três meses, sendo a metade do primeiro semestre da pesquisa (2018.2).Utilizamos notas de campo, investigações geométricas com o Geoespaço e reflexões escritas pelos estudantes num portfólio eletrônico, utilizando o editor de texto Word e enviado à pesquisadora e à orientadora da pesquisa, por e-mail, e publicado no Google Sala de Aula.

Com o final da coleta de dados foi organizada a escrita do estudo de caso referente à dupla. Tal estudo sugere esclarecimentos sobre os conhecimentos prévios dos estudantes relativos à geometria euclidiana, aos tipos de tarefas que conhecem, como desenvolvem as investigações geométricas e como se comunicam oralmente e por escrito, nas atividades da pesquisa. Tais esclarecimentos podem nos dar subsídios para recomendações sobre a prática letiva envolvendo os diálogos, as explicações e as perguntas dos estudantes e da professora.

Investigações Geométricas no Geopespaço: Comunicando Sólidos Geométricos a partir de Conhecimentos Prévios

Uma pesquisa sobre investigações geométricas desenvolvidas com a utilização do Geoespaço pode trazer importantes contribuições para a formação inicial e continuada dos professores de Matemática, pois a abordagem da geometria é o ponto inicial e de grande relevância, tendo em vista a carência deste conteúdo na Escola Básica. Neste sentido, precisamos de ações formativas para que os futuros professores e professores em exercício possam utilizar este importante conteúdo matemático em sua prática letiva. E não somente abordar a geometria, mas conhecer e utilizar tarefas e recursos didáticos que contribuam para o desenvolvimento do pensamento geométrico.

Neste sentido, analisar as investigações geométricas desenvolvidas com a utilização do Geoespaço e sua relação com os conhecimentos prévios de Geometria dos estudantes e a comunicação escrita das ideias matemáticas podem trazer contribuições significativas para revermos as nossas concepções e práticas letivas referentes à comunicação na sala de aula de Matemática.

As investigações geométricas são um dos tipos de investigações matemáticas. Estas são tarefas de natureza exploratória. Segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2013), as investigações matemáticas são tarefas que se relacionam muito proximamente com a resolução de problemas. No entanto, nos problemas a solução, caso haja, já é conhecida pelo professor. De acordo com os autores, numa investigação é um pouco diferente. Nestas tarefas as situações são um pouco mais abertas. A questão não está definida no início. Desse modo, quem investiga tem um papel fundamental nesta definição. Os autores afirmam que:

> O conceito de investigação matemática, como actividade de ensino-aprendizagem, ajuda a trazer para a sala de aula o espírito da actividade matemática genuína, constituindo, por isso, uma poderosa metáfora educativa. O aluno é chamado a agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas e na realização de provas e refutações, mas também na apresentação de resultados e na discussão e argumentação com os seus colegas e o professor. (p. 23)

Podemos, conforme os autores, dizer que o desenvolvimento de uma investigação envolve quatro momentos principais:

1- Exploração e formulação de questões, no qual temos que: Reconhecer uma situação problemática, explorar a situação problemática, formular questões;

2- *Conjectura*s, em que se devem organizar dados, formular conjecturas - e fazer afirmações sobre uma conjectura;

3- *Testes e reformulação*, neste momento é preciso realizar testes e refinar uma conjectura;

4- *Justificação e avaliaçã*o, justificar uma conjectura, aqui precisamos avaliar o raciocínio ou o resultado do raciocínio.

Estes momentos podem ser perspectivados pelo professor e pelos estudantes, como um roteiro a guia-los nas diversas interações que se desenvolvem durante uma atividade com uma tarefa de investigação matemática. Estas interações, certamente divergem de uma sala de aula para outra, o que exige do professor uma competência para ajustar e adaptar seu conhecimento profissional, de modo a tornar mais rica e produtiva a aula.

Ponte, Brocardo e Oliveira (2013) apresentam três tipos de investigações matemáticas: as *Investigações Numéricas, as Investigações Geométricas e as Investigações Estatísticas.* Neste projeto de pesquisa selecionamos as *Investigações Geométricas*, pois se coadunam com o material manipulável Geoespaço.

As Investigações Geométricas, de acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2013), também contribuem para que aspectos fundamentais da atividade matemática possam ser percebidos, tais como a formulação e o teste de conjecturas e a busca por demonstrações e generalizações. Os autores ainda afirmam que explorar diferentes tarefas de investigação geométricas pode contribuir para efetivar a relação entre situações da realidade e situações matemáticas, desenvolver a visualização espacial, diferentes formas de representação, evidenciar conexões entre ramos da Matemática e ilustrar aspectos da evolução e da História da Matemática.

Ao passarmos a exploração da Geometria nas aulas de Matemática, convêm termos em consideração os conhecimentos prévios de Geometria dos estudantes, para podermos ter um conhecimento destes de modo a ampliarmos as possiblidades de um trabalho didático exitoso. No entanto, diante das carências na abordagem da Geometria quer na Escola Básica quer na formação inicial e continuada de professores de Matemática, tais conhecimentos, geralmente, são muito precários, conforme aponta Souza (2016).

Os conhecimentos prévios de Geometria, segundo Brum e Schuhmacher (2014, p.5) servem para direcionar o planejamento do professor:

> O projeto educativo do professor deve estar direcionado para o desenvolvimento cognitivo dos estudantes ao priorizar seus conhecimentos prévios, reconhecido que raramente vem marcado por estudos avançados, servindo assim de ancoragem para as novas ideias e conceitos o que constitui a base fundamental para o processo de aprendizagem.

Portanto, em nossa pesquisa a identificação destes conhecimentos prévios dos estudantes terá um papel inicial e igualmente direcionador das ações e esperamos também dos desenvolvimentos da aprendizagem geométrica dos estudantes.

Tais situações podem e devem também ter recursos didáticos diversos, como os materiais manipuláveis. Entre os diversos materiais manipuláveis que se pode usar nas aulas de geometria, o Geoespaço é um que ainda é pouco conhecido no Brasil, particularmente em nossas escolas na Paraíba.

De acordo com Kusuki (2014), o Geoespaço pode ser um recurso que contribui na aprendizagem da geometria espacial, para compreender sobre os sólidos geométricos. Para o autor, é um material manipulativo, que pode ser utilizado tanto de modo experimental, quanto demonstrativo. E para indução ou dedução de conceitos da geometria espacial.

Para Sfard (2008) a Matemática pode ser perspectivada como uma forma de comunicação, um tipo de discurso. O discurso como um indicador de aprendizagem matemática, implica que a aprendizagem individual se origina na comunicação com os outros e é dirigida pela necessidade de ajustar seu modo discursivo ao de outras pessoas. Segunda a autora, o lugar da aprendizagem é *entre* as pessoas.

Outra questão importante para se considerar em relação ao discurso matemático refere-se à sua pluralidade. Segundo Sfard (2002), isso implica que há mais de um tipo de comunicação que pode ser considerada como matemática. Desse modo, embora as mesmas palavras possam ser usadas em muitas ocasiões, as regras que regulam este uso podem variar de um quadro para outro. De modo semelhante, embora aparentemente falando das mesmas coisas como quantidades e formas geométricas, os discursos podem diferir em seus mediadores e em suas rotinas de interpretação.

A comunicação nas aulas de Matemática, portanto, é fundamental no processo ensino-aprendizagem. A comunicação oral e escrita podem ser fontes de evidências que apontarão caminhos para o professor avaliar este processo, particularmente, se o estudante está ou não aprendendo e por quê. A partir disso, poderá tomar decisões mais adequadas ao nível em que se encontra cada estudante.

Diante do que colocamos anteriormente, a abordagem da geometria e de um material manipulável que auxilie no processo ensino-aprendizagem, se coaduna com o que Brasil (2018) considera também relevante nas aulas de Matemática. Neste sentido, analisar as investigações geométricas desenvolvidas com a utilização do Geoespaço e sua relação com os conhecimentos prévios de geometria dos estudantes e a comunicação oral e escrita das ideias matemáticas, pode trazer importantes contributos para o desenvolvimento de atividades e tarefas envolvendo geometria e o que está conectado com as atuais necessidades de ensino e aprendizagem da matemática.

Metodologia

A fim de operacionalizar os objetivos acima propostos, a pesquisa foi metodologicamente desenvolvida de modo qualitativo, que se refere, segundo André, (2014), ao tipo de dado obtido, em uma sala de aula do 9º Ano do Ensino Fundamental de uma escola pública municipal de Campina Grande-PB.

No primeiro momento da pesquisa foi realizada uma entrevista semiestruturada com o professor de Matemática da turma do 9º ano do ensino fundamental, com o objetivo de identificar as tarefas que utiliza em suas aulas.

Utilizamos também observação, por parte da bolsista, por um período de três meses, utilizando notas de campo. A seguir, no segundo momento, foi elaborado e aplicado um questionário (FIORENTINI & LORENZATO, 2012), na turma participante da pesquisa, com o objetivo de identificar os conhecimentos prévios dos estudantes sobre a geometria euclidiana. Os dados do questionário referentes aos demais estudantes também foram analisados, a fim de obtermos mais detalhes sobre a turma na qual as estudantes se encontravam.

Segundo Yin (2014): “O estudo de caso é uma investigação empírica que investiga um fenômeno contemporâneo em profundidade e em seu contexto de vida real, especialmente quando os limites entre o fenômeno e o contexto não são claramente evidentes”. (p. 39)

As estudantes foram selecionadas em função de suas dificuldades com os conteúdos de geometria, identificadas no questionário. Esperávamos que tivessem um mínimo de conhecimentos de geometria euclidiana plana.

A cada atividade com tarefas de investigações geométricas e o Geoespaço registramos e coletamos os registros dos estudantes, que foram orais, gravadas e transcritas integralmente. Nestes registros também pretendíamos identificar os tipos de comunicações que os estudantes desenvolveram durante as investigações geométricas utilizando o Geoespaço.

Resultados

Estudo de caso de Eduarda e Gisele

As integrantes do caso são duas estudantes, Eduarda e Gisele, que estudam numa escola municipal de ensino fundamental de Campina Grande, na Paraíba, estudam o 9° ano e têm 13 e 14 anos de idade, respectivamente. São estudantes aplicadas, que tem interesse em aprender, participam bastante das aulas, se esforçam. Contudo, apresentam dificuldades com a matemática, o que veremos mais adiante durante o estudo de caso.

Conhecimentos Prévios das estudantes do caso

Foram identificados por meio de um questionário com quatro perguntas. Essas perguntas eram acerca de conteúdos de geometria, que já haviam sido vistos pelas estudantes nos anos anteriores. As questões foram respondidas individualmente.

As duas primeiras questões eram referentes a polígonos, na segunda questão pedia-se para classificar os polígonos dados em regular e irregular. A terceira questão perguntava acerca da classificação dos triângulos quanto aos lados e quanto aos ângulos. Diante dessas duas questões, vemos que o conhecimento prévio das estudantes é bem razoável, elas conseguem estabelecer relações com conteúdos anteriores, apesar de algumas dificuldades para isto. A quarta e última questão, tratava acerca dos quadriláteros, quais os seus diferentes tipos, apenas para dizer quais eram. Porém, as estudantes não souberam dizer nenhum deles, o que mostrou desconhecimento acerca dessa parte do conteúdo.

Com estes resultados do questionário, pudemos compreender mais sobre como interagir com as estudantes nas investigações geométricas com o Geoespaço.

Investigações Geométricas Desenvolvidas

A primeira atividade de investigação geométrica foi realizada no dia 16/05/2019 tinha por objetivo que os estudantes conseguissem verificar a diversidade de pirâmides que eles poderiam construir, além de identificar os elementos de cada uma conforme fossem construindo no Geoespaço e preencher em uma tabela a quantidade de cada elemento com a sua respectiva pirâmide. A atividade foi realizada em grupo e Eduarda estava fazendo-a com outros quatro colegas de classe, enquanto Gisele realizava-a com outras duas colegas. Este modo de fazer a atividade foi bastante proveitoso, pois o trabalho em grupo traz muitos benefícios para as aulas de matemática, tendo em vista que eles podem se ajudar e contribuir uns com os outros.

De acordo com Eduarda e seu grupo, a atividade foi muito boa e trouxe conhecimentos para o grupo como um todo. “É uma forma divertida de aprender, que dá vontade de continuar fazendo, não é uma atividade entediante, pois fazemos juntos com os nossos colegas, discutindo ideias e compartilhando conhecimento.” Ou seja, vemos aqui a importância do uso do Geoespaço dentro de sala e do trabalho em grupo, ambos são importantes para a aprendizagem. O Geoespaço ajuda em muito na hora da visualização dos sólidos geométricos que, muitas vezes, não são bem desenhados pelo professor no quadro, os estudantes trabalham pegando e vendo o sólido por completo, o que não nos parece comum na prática letiva de muitos professores.

No primeiro momento o grupo das estudantes, para a escolha do sólido que eles representariam, ficaram na dúvida para escolher um, então iniciaram com o hexágono, porém um dos componentes do grupo reparou que deveria ser regular o polígono e que o hexágono que eles estavam fazendo na base não estava assim. Diante disso, chamaram a professora, que lhes disse que precisaria ser regular (ela quis que fosse regular), então os estudantes escolheram outro polígono, que foi o quadrado, talvez por sua facilidade na forma de fazer e calcular também. Por fim, eles fizeram um prisma de base quadrangular ou paralelepípedo.

Professora- Precisa ser regular, porque ela vai pedir para calcular a área, por exemplo a área do hexágono.
Gisele- O lado tem que ser igual ne?
Professora – Isso o lado tem que ser igual.
Aluno - Ahhh sim.
Aluno - Sei nem pra onde vai.
Eduarda - É como a gente fez antes.
Gisele – Então vai fazer.
Aluno - vocês sabem vocês fazem.
Eduarda – Qual foi o que a gente fez mesmo, que eu não me lembro?... Foi um quadrado que a gente fez.
Gisele - Então pra fazer a área tem que ser igual, ser regular.

Através desse breve registro das discussões do grupo vemos os estudantes interessados em fazer a atividade correta e outros apenas aguardando as atitudes dos demais, além disso, vemos a estudante Gisele compreendendo bem o conteúdo o que é muito importante e vemos como o material auxilia nisso e na realização da atividade. Podemos perceber também Eduarda tomando a frente os passos da investigação o que demonstra um avanço, pois nas anteriores ela participava, mas nem sempre tomava uma posição desse tipo.

No segundo momento, os estudantes deveriam calcular a área total do sólido escolhido por eles, o grupo das meninas utilizou a mesma estratégia utilizada anteriormente de supor um valor para os espaços entre os pinos e assim saber mais ou menos o tamanho de cada aresta para assim calcular. Nesse momento, pudemos perceber como os estudantes interagiram entre si para ajudar uns aos outros a entender essa forma de calcular e como a atividade em grupo permitiu isso de maneira simples e agradável a todos, claro que houve ainda bastante barulho na sala é impossível não ter, mas houve também bastante aprendizado.

Gisele - Então é isso vezes isso vezes isso, então é área ao quadrado, num tem quatro lados?
Eduarda - Tem
Gisele - Então é a ao quadrado.
Eduarda - É... não tá errado
Aluno - A gente calcula o lado desse ...
Eduarda - É o lado desse, o lado desse, o lado desse ...
Aluno - Olha esse lado é igual a esse, então é esse mais esse, mais esse.
Aluno - Num são quatro? Então faz esse vezes quatro.

Nesse trecho, podemos ver que Gisele teve um pouco de dúvida quanto a como calcular de forma geral a área das faces, que na maioria das vezes eles chamam de lados, dizendo que seria elevado ao quadrado, porém isso não acontece e vemos também que alguns estudantes iriam calcular a área de cada polígono que se encontrava no prisma e somar todos, mas um dos estudantes mostrou que não era necessário e que se calculasse um e multiplicasse esse valor por quatro já encontraria todos os outros, que era uma maneira mais simples.

Em seguida, os estudantes deveriam calcular o volume total do prisma. O grupo das meninas não teve muita dificuldade para calcular o volume, foram rápidas e chegaram a solução correta. Isso mostra como as atividades realizadas até então tiveram um resultado eficaz, pois mostrou o desenvolvimento delas nesse último momento.

Figura 1

Grupo de Gisele e Eduarda desenvolvendo a terceira investigação geométrica Fonte: Arquivo da Pesquisadora

Comunicações desenvolvidas durante a tarefa

A primeira atividade de investigação geométrica se desenvolveu em grupos, o que permitiu uma maior comunicação entre os estudantes. O trabalho em grupo para Eduarda foi um meio do compartilhamento de conhecimento, juntos eles puderam construir e discutir ideais a serem construídas no Geoespaço.

Outro ponto, importante que deve ser destacado é que os estudantes consideraram a atividade divertida e não entediante, ou seja, totalmente diferente das aulas de matemática e do que a grande maioria dos estudantes relata desse tipo de atividade. Tudo isso devido a uma metodologia diferenciada, que não deixou de trazer novos conhecimentos e benefícios na aula de matemática.

Enquanto isso, no grupo de Gisele, ela tomava a frente para a construção dos sólidos e explicava aos colegas como deveria ser feito. Caso tivesse alguma dúvida chamava a professora para lhe auxiliar, o grupo não se posicionou quanto ao uso do material, o fato de ela conduzir os demais colegas, não a isenta de apresentar suas dificuldades, mas o que a diferencia dos demais é o fato de buscar o conhecimento, apesar das dificuldades.

A segunda atividade também se desenvolveu em grupos, não teve registro dos estudantes, apenas as notas de campo feitas pela pesquisadora, que observou o desenvolvimento dos estudantes durante toda a atividade. A principal comunicação identificada nessa atividade foi a de professor e estudantes, na qual ambos, a todo instante, estavam dialogando e esclarecendo dúvidas. Em nenhum momento a professora deu a resposta de forma imediata, pelo contrário, conduzia o estudante ao conhecimento, com perguntas, o que pode ter contribuído para alguma aprendizagem entre os estudantes, conforme salienta Sfard (2002; 2008).

A terceira atividade, como dito anteriormente, se desenvolveu em grupos e, dessa vez, Eduarda e Gisele fizeram parte do mesmo grupo. A comunicação entre as estudantes e elas com o grupo foi constante em todo o momento da atividade, elas se mostraram muito participativas e concentradas na atividade, os registros dessa atividade foram gravados e transcritos de forma integral.

Com isso, pudemos ver como as estudantes se comunicaram e participaram junto com o grupo da atividade, vimos também as dificuldades de cada uma e como elas aprenderam com as investigações anteriores.

Considerações Finais

Por fim, concluímos que as atividades de investigação geométricas foram bastante proveitosas, produtivas e eficazes no ensino e aprendizagem dos estudantes. A utilização dos conhecimentos prévios das estudantes, como ponto de partida para planejarmos as ações didáticas com o Geoespaço foram de fundamental importância nestes desenvolvimentos e resultados.

As comunicações que emergiram nas interações, diálogos, perguntas e explicações sugerem parte destes avanços na aprendizagem das estudantes, tal como afirma Sfard (2022; 2008), o discurso tornou-se um indicador de aprendizagem.

Podemos ver e identificar pelos tantos relatos aqui apresentados como as estudantes participaram ativamente das tarefas propostas pela professora e como cresceram em conhecimento ao longo dos momentos e encontros.

Referências

André, M. E. D. A. (2014). *Etnografia da prática escolar*. 18ª ed. Campinas: São Paulo, Papirus.

Brasil. (2018). Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC.

Brum, W.P. ; Schuhmacher, E. (2014). A investigação dos conhecimentos prévios sobre geometria euclidiana, esférica e hiperbólica por meio da utilização de questionário. *Itinerarius Reflections*. 1 (16), Revista Eletrônica do Curso de Pedagogia, campus Jataí UFG.

Fiorentini, D.; Lorenzato, S. (2012). *Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos.* 3ª ed. rev. Campinas: São Paulo, Autores Associados.

Kusuki, L. R. (2014). Um estudo das potencialidades pedagógicas de atividades exploratórias-investigativas com o material didático Geoespaço. Dissertação de Mestrado-Universidade Federal de São Carlos.

Ponte, J. P; brocardo, J., & Oliveira, H. (2013). *Investigações matemáticas na sala de aula.* Belo Horizonte: Autêntica.

Sfard, A. (2002). Mathematics as form of communicating. *Proceedings of the 26th PME International Conference*, *Research Forum 2*. 145-149.

Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating: Human development, the growth of discourses, and mathematizing* (1.ª Ed.). Cambridge: Cambridge University.

Souza, S. A. (2016). *A formulação e a resolução de problemas geométricos com base em sólidos geométricos.* 154p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual da Paraíba-UEPB.

Yin, R. (2014). *Estudo de caso: planejamento e métodos*. Tradução Ana Thorell; Revisão Técnica Cláudio Damascena. 5ª Ed. Thousand Oaks, CA: Sage.

IX CIBEM Congresso Iberoamericano de Educação Matemática
05 a 09 de dezembro de 2022

Dificultades asociadas a la fracción como medidaen la escuela primaria

Dificuldades associadas à fração como medida na escola primaria

Difficulties associated with the fraction as a measure in primary school

Aguilar, D.[1213], González, M.[1214], Valenzuela, C.[1215]

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Comunicação e divulgação da Matemática

Resumen

A partir de la década de los 80 las fracciones se convirtieron en un tema importante de investigación, esto queda evidenciado en el gran número de estudios realizados. Al respecto, uno de los resultados relevantes es la identificación de diferentes significados de la fracción, entre ellos, parte-todo, medida, cociente, operador y razón, cuando un estudiante es capaz de interactuar con todos ellos, su comprensión sobre la fracción se fortalece. En el caso de México, se manifiesta una tendencia a favorecer el significado parte-todo, y dificultades asociadas a otros significados. Con el fin de ampliar el conocimiento sobre las dificultades en el uso medida, se plantea como objetivo de investigación identificar dificultades de estudiantes de quinto grado de primaria al resolver problemas de la fracción como medida. Como referente conceptual se recurre a los *usos de las fracciones*. La recolección de datos se basa en actividades centradas en el uso medida.

Palabras cave: Fracción, dificultad, usos de la fracción, medida, primaria.

Antecedentes

El inicio del trabajo con las fracciones en primaria conlleva a la introducción de un nuevo mundo matemático, ya que implica pensar en números que involucran relaciones entre cantidades, y del uso de nuevos símbolos para representar dichas relaciones, lo que llevará al alumno a una ampliación de su conocimiento sobre el sistema de numeración decimal (Llinares, 2003). Además, este nuevo conocimiento será de utilidad para abordar otros conceptos matemáticos de finales de la primaria como la proporcionalidad.

En términos de la investigación, Ávila (2019) señala que las fracciones han sido uno de los contenidos de la educación primaria más estudiados en Educación Matemática, que floreció en los años ochenta, tiempo en el que se desarrollaron investigaciones que hoy se pueden

[1213] 10080892@uagro.mx
[1214] 18112@uagro.mx
[1215] carlos.valenzuela@academicos.udg.mx

considerar "clásicas" al hablar de fracciones, entre ellas, las realizadas por Kathleen Hart, Hans Freudenthal, y Thomas Kieren.

En el caso de México, los diferentes significados de las fracciones han estado presentes en el currículum de primaria desde la reforma de 1993, en esta propuesta curricular, centrada en el constructivismo, las fracciones aparecían a partir del tercer grado, y se incluyeron los significados, parte-todo, cociente, medida, razón y operador (Ávila, 2019), éstos se trabajaban mediante situaciones problemáticas consideradas significativas para los alumnos, por ejemplo, el uso de cartulinas, hojas y tiras de papel para construir adornos o juguetes; repartos de pasteles, pizzas y galletas, la medición de objetos del entorno, entre otras. Las tiras de papel también fueron utilizadas para trabajar las fracciones en contexto de medición, y en los últimos grados de primaria se abordaba detenidamente la idea de razón vinculada a problemas de mezclas, reglas de cambio y escalas. Sin embargo, pese a la gran riqueza que pudieran aportar los diferentes usos de la fracción, la gran debilidad de la propuesta curricular de 1993 era que los conceptos abordados, incluido el de fracción, prácticamente no se formalizaban con algún enunciado o definición (Ávila, 2019).

Las propuestas curriculares posteriores a 1993 siguieron promoviendo los diferentes significados de la fracción, sin embargo, ha sido notorio que el uso más priorizado es el de parte-todo, y se resta atención a otros significados, igual de importantes, como en el caso de medida, pero este fenómeno no solo ocurre en México, también ha sido percibido en otras partes, como en España (Quintanilla y Gallardo, 2021).

A manera de ejemplo, y para reforzar lo anterior, resaltamos las investigaciones de Calderón (2012) y Nájera (2019), quienes realizaron una revisión de los significados de la fracción presentes en los libros de texto mexicanos de dos series diferentes, y desde dos posturas teóricas diferentes, la primera investigación se hace con base en los significados de la fracción de acuerdo con el trabajo de Fandiño (2005, citado en Calderón, 2012), y la segunda respecto a los usos y aspectos de las fracciones desde la postura de Freudenthal (1983, citado en Nájera, 2019).

Calderón (2012), identificó los significados asociados al concepto de fracción presentes en los libros de texto de los seis grados de la escuela primaria de la serie *educación primaria*.

Como resultado encontró que, aunque en los libros se promueven 10 usos de la fracción, solo dos significados se promueven en 5 de los 6 niveles de primaria, se trata de la fracción como parte-todo, y la fracción como medida. Y existen significados que se promueven solo en uno o dos grados, como es el caso de la fracción como operador, y la fracción como punto de una recta orientada (ver Tabla 1).

Tabla 1.

Significados de la fracción en los libros de la serie educación primaria (1-6 grado).

Fuente: Tomado de Calderón (2012).

	PRIMARIA		
USOS	**1°**	**2°**	**3°**
Fracturador	0	0	14
Comparador	1	0	1
Medida	0	0	7
Operador	1	0	1
Número racional	0	0	2
En el lenguaje cotidiano	Reparto equitativo		Descriptor

Por su parte, Nájera (2019) identificó los usos y aspectos de la fracción desde primero hasta tercer año de primaria en los libros denominados *desafíos matemáticos* (SEP, 2016), producto de la revisión se encontró que la enseñanza de la fracción se formaliza en el tercer año de primaria, como se hace desde el plan de 1993 (Ávila, 2019). Al respecto es relevante mencionar que actualmente los libros *desafíos matemáticos* siguen vigentes en algunos grados de primaria, como es el caso de tercero, cuarto, quinto y sexto grado (ver CONALITEG, 2022).

Como resultado de la revisión se encontró que el uso más promovido en los primeros años de primaria es el de fracturador, seguido por el de medida, y los que menos aparecen son fracturador, operador y número (ver Tabla 2).

Tabla 2.

Usos y aspectos de la fracción en los libros desafíos matemáticos de primaria (1-3 grado).

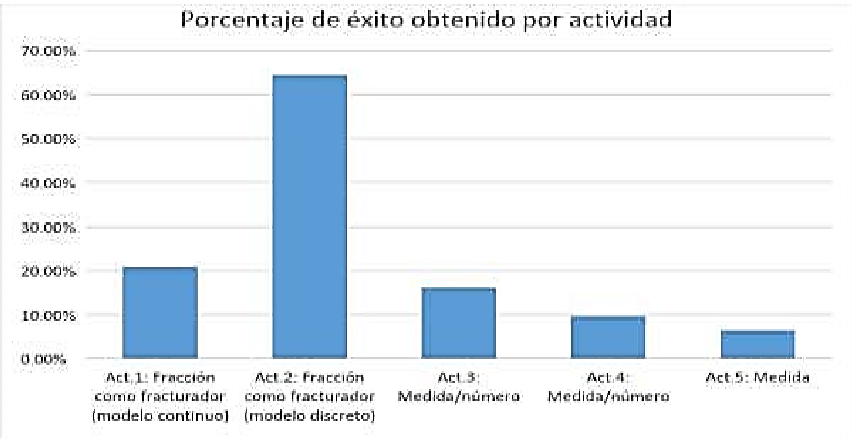
Fuente: Tomado de Nájera (2019, p. 31).

Fracción como	**Grado**						
	1°	**2°**	**3°**	**4°**	**5°**	**6°**	**Total**
Parte de un todo (continuo o discreto)	*	*	*	*	*		5
Como cociente			*	*	*	*	4
Como razón				*			1
Como operador				*	*	*	3
Como porcentaje.					*	*	2
Número racional.			*	*	*	*	4
Como punto de una recta orientada.					*	*	2
Como medida.		*	*	*	*	*	5
Como indicador de una cantidad de elección en el todo				*	*	*	3
Lenguaje cotidiano			*	*	*	*	4

Los resultados anteriores permitieron a Nájera (2019) corroborar que, desde los libros de texto, había una intención de promover diferentes usos y aspectos de la fracción, pero no se sabía qué pasaba en el aula, para conocerlo, usó actividades centradas en estos usos (Valenzuela, García, y Nájera, 2019) y exploró el porcentaje de éxito de alumnos de tercer año de primaria al trabajar con diferentes usos y aspectos de la fracción. Como resultado encontró que los alumnos tuvieron más éxito para responder preguntas relacionadas con el uso fracturador, y tuvieron bajo porcentaje de éxito con el uso de la fracción como medida y número (ver Figura 1).

Figura 1.

Porcentaje de éxito en los usos y aspectos de las fracciones (Nájera, 2019, p. 49).



Este fenómeno de la centración en el uso parte-todo puede deberse a que resulta más asequible a los estudiantes, y como consecuencia ha traído su excesiva promoción didáctica (Quintanilla y Gallardo, 2021), sin embargo, la investigación señala que de seguir perpetuando su uso como prioritario en las aula, se corre el riesgo de interferir en la comprensión de otros significados, por ello se resalta la necesidad de elaborar materiales o diseños que incluyan más usos de las fracciones (Quintanilla y Gallardo, 2021; Arenas-Peñaloza, y Rodríguez-Vásquez, 2020).

Otra de las razones por las que los alumnos no tienen éxito al trabajar con tareas que involucran diferentes usos de la fracción se encuentran en los obstáculos epistemológicos y didácticos generados por los propios usos (Cortina, Zúñiga & Visnovska, 2013; Valdemoros, 2004). Al respecto, y con el fin de ampliar el conocimiento sobre las dificultades de los estudiantes al trabajar con el uso medida, se plantea como objetivo de investigación identificar las dificultades que experimentan los estudiantes de quinto grado de primaria al resolver problemas de la fracción como medida.

Elementos teóricos

Como referentes teóricos adoptamos la interpretación de Valenzuela (2018) sobre 6 usos de la fracción, y centramos la atención en el uso medida. Enseguida los describimos, y a manera de ejemplo se exponen planteamientos de problemas, y situaciones referidas a estos usos.

Lenguaje cotidiano: las fracciones se usan para describir o comparar cantidades, valores de magnitud, procesos cíclicos o periódicos y razones.

Ejemplo: expresiones como una rebanada de pan, medio litro de leche, o un pedazo de sandía, ejemplifican el uso cotidiano de la fracción.

Fracturador: se usa para producir fracciones (fracturar) por medio de relacionar las partes de un todo continuo o discreto.

Ejemplo: Jesús tiene un pastel en el refrigerador. Cuando sus cinco amigos le llegaron de visita,él partió el pastel en 6 partes iguales. ¿Qué cantidad le tocó a cada uno de ellos? (Figura 2).

Figura 2.

Fractura del todo continuo.

Un ejemplo desde un todo discreto es el siguiente planteamiento. Sofía tiene 18 vestidos y quiererepartirlos en cantidades iguales a sus 3 muñecas. ¿Cuántos vestidos le tocarán a cada muñeca?(Figura 3).

Figura 3.

Fractura del todo discreto.

Comparador: se usa la fracción para comparar cantidades, magnitudes u objetos quese separan unos de otros.

Ejemplo: Se requiere envasar la leche en una nueva caja cuya capacidad sea mayor que

la de la caja pequeña, pero menor que la de la caja grande. ¿Cuál de las siguientes medidas podría ser la capacidad de la nueva caja? (Figura 4).

Figura 4.

Fractura del todo discreto.

Medida: se emplea para medir segmentos sobre la recta numérica, o cuando la fracción precede a una magnitud.

Ejemplo: Luisa quiere hacer 4 moños de listón rojo, pero cada moño va a ser de distintas medidas. El primer moño com ½ de listón, de la parte que queda sacó el segundo moño de ¼ listón, y con el sobrante sacó dos moños el tercero con 1/8 listón y el cuarto moño con 2/8 listón. Representa en la Figura 5 la cantidad de listón de los 4 moños.

Figura 5.

El listón.

Operador: se usa cuando la fracción transforma a la cantidad, esta transformación puede ser de dos tipos, como numerador y como denominador. La fracción como operador se acerca cada vez más al campo de los números, puede ser vista como el inverso de la multiplicación, o como un transformador, que transforma una cantidad en otra.

Ejemplo: ½ de 4 es 2, la fracción transforma al número 4 en el número 2.

Número: se usa cuando se le da un tratamiento meramente numérico a la fracción yse reconocen algunas de sus propiedades.

Ejemplo: la equivalencia, el orden y la densidad de las fracciones. La razón de utilizar los 6 usos como referente teórico, es que, en el instrumento derecolección de datos, aunque se enfatiza el uso medida, aparecen ligados el resto de los usos.

Metodología

Tipo y enfoque de la investigación

La investigación responde a un paradigma cualitativo debido a que el interés de estudio está en estudiar las dificultades de los estudiantes de primaria al resolver actividades relacionadas a la fracción como medida. Particularmente se sigue un enfoque descriptivo (Tarrés, 2001) debido a que se busca describir y categorizar las dificultades de los estudiantes.

Contexto

Este estudio tiene como escenario la escuela primaria mexicana, nivel escolar dónde se inicia el estudio de las fracciones. La literatura reporta que en México desde la reforma de 1993 el inicio de las fracciones ocurre formalmente en tercer año de primaria (Avila, 2019), pero desde preescolar ya se muestran indicios de la fracción (Nájera, 2019). Por nuestra parte hemos decidido enfocar el estudio en los últimos años de la primaria, particularmente en el quinto, bajo el supuesto, de que el estudiante ya ha convivido formalmente con las fracciones en dos ciclos escolares, tercero y cuarto, y por ello será más favorable que pueda resolver las actividades propuestas, debido a sus conocimientos previos.

Participantes

Participaron en el estudio 113 estudiantes de quinto año de primaria de la escuela Dr. Alfonso G. Alarcón, ubicada en Zumpango del Río, Guerrero. Se trata de una escuela del sector pública. Se tuvo el permiso del director de la institución para ceder una hora de clases a la autora, para poder aplicar el instrumento de recolección de datos.

Instrumentos de recolección de datos

El instrumento de recolección de datos se forma de 3 actividades que priorizan el uso medida y fueron retomadas del trabajo de Valenzuela, García y Nájera (2019). La razón de su empleo es que las actividades ya se encuentran validadas. Este instrumento será aplicado de manera presencial a los participantes, por medio de un cuestionario impreso, se espera que sea durante una sesión de clases habitual.

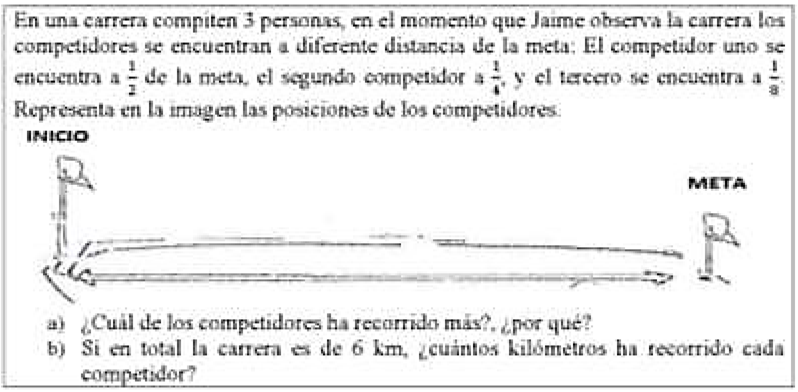
Enseguida se describe cada una de las tres actividades que forman el instrumento de recolección de datos.

Actividad 1. El todo como distancia

Esta actividad exige principalmente el uso de la fracción como medida, para medir segmentos sobre la recta numérica. Para dar respuesta en (a), el estudiante puede fracturar la distancia del inicio a la meta, o bien, solo comparar las partes que cada competidor ha recorrido, por lo que aparece la fracción como fracturador en su aspecto operador fracturante. Para responder el inciso (b), es necesario que el estudiante opere utilizando la fracción para transformar la cantidad 6 km, según la fracción de la carrera que ha recorrido cada uno de los competidores. Esto es $\frac{1}{2}(6) = 3,\ \frac{3}{4}(6) = 4.5, \frac{7}{8}(6) = 5.25.$
En este caso la fracción se usa como operador, que transforma una cantidad en otra, visto de otra manera es fracturar nuestro enteroes decir 6 km, y obtenemos los mismos resultados, esto porque el entero 6km, no se necesita convertir, también se puede fracturar.
En la Figura 6 se describe la actividad.

Figura 6.

El todo como distancia (Valenzuela, García y Nájera, 2019).


En una carrera compiten 3 personas, en el momento que Jaime observa la carrera los competidores se encuentran a diferente distancia de la meta: El competidor uno se encuentra a $\frac{1}{2}$ de la meta, el segundo competidor a $\frac{1}{4}$, y el tercero se encuentra a $\frac{1}{8}$. Representa en la imagen las posiciones de los competidores.

a) ¿Cuál de los competidores ha recorrido más?, ¿por qué?
b) Si en total la carrera es de 6 km, ¿cuántos kilómetros ha recorrido cada competidor?

Actividad 2. La comparación de las partes

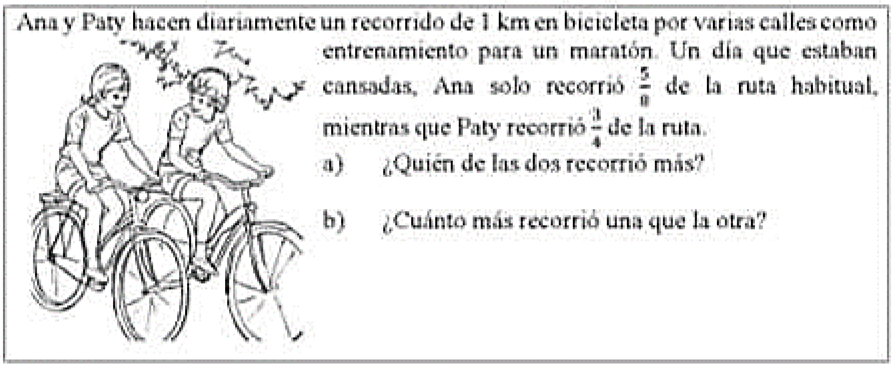
Esta actividad pone énfasis en el uso de la fracción como medida, pero a diferencia de la anterior, no se presenta un gráfico que ayude al estudiante a modelar el planteamiento del problema. Para dar respuesta en el inciso (a), el estudiante puede elegir entre dos estrategias, la comparación de los recorridos de Ana y Paty, y la fractura del kilómetro recorrido. Para dar respuesta al inciso (b), el estudiante puede hacer una comparación entre las fracciones que Ana y Paty recorrieron y establecer un orden, esto es $\frac{3}{4} > \frac{5}{8}$

En este caso se usa la fracción como número, pero también puede recurrir al aspecto fracturador en el caso que dejen expresadas lasparticiones e indicadas las fracciones del camino que recorrieron Ana y Paty.

El uso de la fracción como operador también se emplea para calcular la distancia que cada niña ha recorrido. En este caso, Paty recorrió ¾ de un kilómetro, o sea, 0.75 km, mientras que Ana recorrió 5/8 de un kilómetro, o sea, 0.625 km. En la Figura 7 se muestra la actividad.

Figura 7.

La comparación de las partes (Valenzuela, García y Nájera, 2019).



Ana y Paty hacen diariamente un recorrido de 1 km en bicicleta por varias calles como entrenamiento para un maratón. Un día que estaban cansadas, Ana solo recorrió $\frac{5}{8}$ de la ruta habitual, mientras que Paty recorrió $\frac{3}{4}$ de la ruta.

a) ¿Quién de las dos recorrió más?

b) ¿Cuánto más recorrió una que la otra?

Actividad 3. La parte para completar el todo

En esta actividad, al igual que en las anteriores, el entero está representado por lamagnitud distancia, pero a diferencia de ellas, la intención didáctica recaé en completar el entero, con el conocimiento de la parte. Para resolverla el alumno debe notar que 2 km representan ¼ del recorrido de Pedro, lo que debería llevarlo a identificar que las partes que las ¾ partes que faltan corresponden a 6 km, que sumados a la parte conocida representa el recorrido total dePedro, esto es, 8 km. En la Figura 8 se muestra la actividad.

Figura 8.

La parte para completar el todo (Valenzuela, García y Nájera, 2019).

Pedro ha recorrido en bici 2 km, que representan $\frac{1}{4}$ del total que debe recorrer. ¿Cuántos kilómetros debe recorrer Pedro en total?

R:__________________________

Análisis de datos

Para el análisis de datos se seguirán los lineamientos del análisis temático-propuestos por Braun y Clarke (2006). Por ello, con base en la evidencia recolectada el análisis se centrará en identificar patrones de dificultades de los estudiantes, cuyo refinamiento nos lleve a formular categorías de dificultades, como las expuestas en la sección de antecedentes.

De acuerdo con los lineamientos del análisis temático, para el procesamiento de datos se seguirán las siguientes fases. Enseguida se muestra una descripción de las fases y de las actividades que se planean realizar en cada una de ellas.

Fase 1: Familiarización con los datos. Consiste en la transcripción, lectura y relectura del material y anotación de ideas generales. En esta fase, el analista debe de leer detenida y reiteradamente la información buscando estructuras y significados. Para realizar esta fase, se procederá a leer las producciones de los estudiantes de las 3 actividades propuestas, tomando nota de las dificultades durante el proceso de resolución.

Fase 2: Generación de códigos iniciales. El proceso de codificación consiste en organizar la información en grupos de un mismo significado. Durante el proceso de codificación se trabaja sistemáticamente a lo largo de toda la información siguiendo las siguientes pautas: a) se codifica la mayor cantidad posible de patrones en la información; b) se incorpora en cada código la suficiente información para no perder la perspectiva del contexto; c) se considera que un mismo extracto de datos puede codificarse más de una vez. Existen dos formas de codificación: 1) inductiva, que se hace partiendo de los datos, sin codificación previa; y 2) teórica, desde los intereses teóricos específicos del investigador. En esta investigación se seguirá la codificación inductiva, partiendo de las dificultades que arroje la evidencia.

Fase 3: Búsqueda de temas. En esta fase se trata de identificar aquello que captura algo importante de la información de los estudiantes en relación con las creencias. Para tal efecto, se propondrá una frase que describa de la mejor manera posible la dificultad encontrada en la evidencia, por ejemplo “dificultad para identificar el entero” o “dificultad para dividir el entero”.

Fase 4: Revisión de temas. Esta fase se centra en realiza la re-codificación y el descubrimiento de nuevos temas, estableciendo una delimitación de los temas para no excederse.

Fase 5: Definir y renombrar los temas. En esta fase se identifican de manera definitiva los temas, se establece "lo esencial" del tema y se elaboran las jerarquías (temas/sub-temas). Para esta fase se pretende usar la triangulación por investigador (Rothbauer, 2008), que será llevada a cabo entre la autora de la tesis y los asesores.

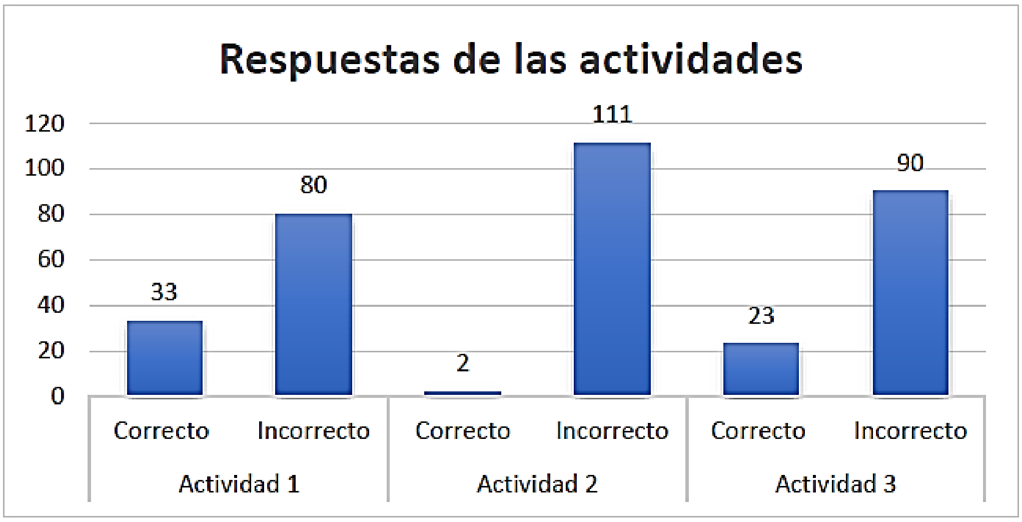
Fase 6: Elaboración del informe. Esta fase final consiste en construir una narrativa sustentada en la argumentación que se deriva de la comprensión e interpretación de la información recogida.

Conclusiones

Como resultado, se encontró que los alumnos no tienen una comprensión de la fracción relacionada ampliamente con el uso de la fracción como medida. Dicho resultado se puede constatar con las respuestas que dieron los estudiantes.

En este apartado se da cuenta de los resultados generales de las respuestas dadas por los estudiantes durante la aplicación del instrumento para categorizar en respuesta correcta e incorrecta las respuestas de los estudiantes sobre el uso de la fracción como media. El análisis sehizo a través de la construcción de una matriz cuyasentradas son el código asignado al tipo de respuesta dadas por los alumnos. Se codificó con palomita (✓) a las respuestas correctas y una equis (x) a la respuesta incorrecta.

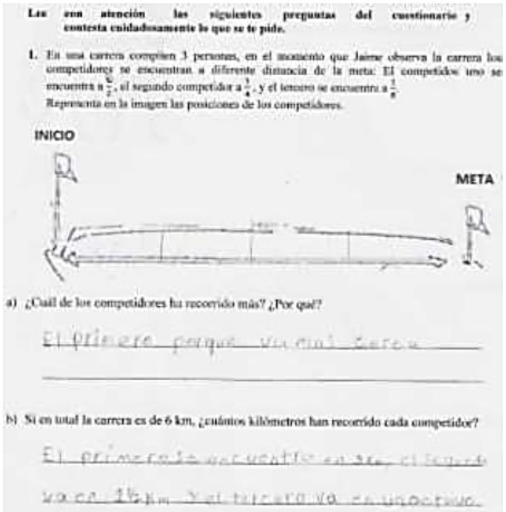
Tabla 3.
Respuestas correctas e incorrectas de los estudiantes.



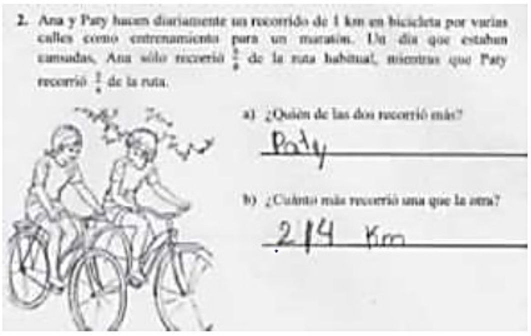
De un total de 113 respuestas esperadas, los estudiantes obtuvieron un número mayor de respuestas incorrectas.

En las figuras siguientes se muestran ejemplos del tipo de respuestas que los estudiantes E1, E2, E4, E5, E6 y E7 dieron a las actividades 1, 2 y 3.

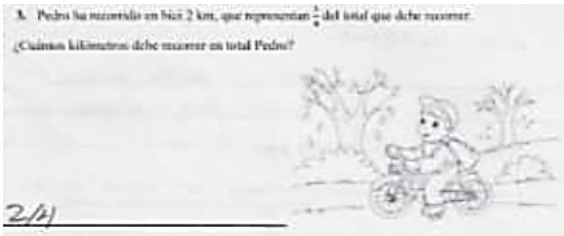
En la actividad 1 se consideran 2 incisos y la representación gráfica de fracciones en la recta numérica. La fracción como medida y número son los usos que se priorizan en esta actividad, aunque también aparece la fracción como operador.



En la actividad 2 Los estudiantes tuvieron mayor respuesta incorrectas en el inciso b.



En la actividad 3 se propone una unidad fraccionaria que sirve como medida para después completar un todo, tenido 23 respuestas correctas y 90 incorrectas.



Identificamos que el uso de la fracción como medida, para medir segmentos sobre la recta numérica dentro de las actividades que los estudiantes realizaron se les complico, interpretamos que esto se debe al poco uso de medida en la fracción.

Referencias

Arenas-Peñaloza, J., y Rodríguez-Vásquez, F. M. (2020). Dificultad en las fracciones paralos estudiantes de la educación primaria mexicana. *Gestión, Competitividad e innovación* (Enero-Junio 2020), 24-33.

Avila, A. (2019). Significados, representaciones y lenguaje: las fracciones en tres generaciones de libros de texto para primaria. *Educación Matemática*, *31*(2), 22-60.

Braun, V., y Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology, *Qualitative Research in Psychology*, 3(2), 77-101, DOI: 10.1191/1478088706qp063oa

Butto, C. (2013). El aprendizaje de fracciones en educación primaria: una propuesta de enseñanza en dos ambientes. *Horizontes pedagógicos*, 15(1), 33-45.

Calderón, K. (2012). *Significados asociados al concepto de fracción en los libros de textode educación básica* (Tesis de Licenciatura no publicada). Licenciatura en Matemática Educativa. Universidad Autónoma de Guerrero, México.

Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos, conaliteg (11 de marzo de 2022). *Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos*. https://libros.conaliteg.gob.mx/index.html

Cortina, J. L., Zuñiiga, C. y Visnovska, J. (2013). La equipartición como obstáculo didáctico en la enseñanza de las fracciones. *Educación Matemática*, 25(2), 7-29.

Llinares. (2003). Fracciones, decimales y razón. Desde la relación parte-todo al razonamiento proporcional. En M. C. Chamorro (ed.), *Didáctica de las matemáticas para primaria* (pp. 187-220). Madrid: Pearson. https://anyflip.com/vede/ldin

Nájera, A. (2019). *Una caracterización de la comprensión del concepto fracción en terceraño de primaria* (Tesis de Maestría no publicada). Maestría en Docencia de Matemática. Universidad Autónoma de Guerrero. México.

Quintanilla, V. y Gallardo, J. (2021). Obstáculos en la comprensión de la fracción como medida: una mirada hermenéutica. *Revista de história da educação matemática*, 7, 1-17.

Rothbauer, P. (2008). Triangulation. In L. Given (Ed.), *The SAGE Encyclopedia of Qualitative Research Methods* (pp. 893 – 894). Thousand Oaks, CA. SAGE.

Valdemoros, M. (2010). Dificultades experimentadas por el maestro de primaria en la enseñanza de fracciones. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, RELIME, 13(4-II), 423-440.

Valenzuela, C. (2018). *Modelo de enseñanza para fracciones basado en la recta numéricay el uso de applets: estudio en comunidades marginadas.* Tesis de doctorado no publicada. CINVESTAV, IPN. México.

Valenzuela, C., García, M.S. y Nájera, L. (2019). Actividades para iniciar el estudio de las fracciones en educación primaria. En L. Hernández, I. Borja, I. Slisko, y A. Juárez

(Eds.). *Aportes en la investigación matemática basados en la investigación* (pp. 162-184). México: BUAP.

O uso da lógica de programação como auxílio à aprendizagem de geometria em uma escola de região de fronteira: experiências com o *Scratch*

El uso de la lógica de programación como ayuda para el aprendizaje de la geometría en una escuela de una región fronteriza: experiencias con scratch

The use of programming logic as aid to learning geometry in a border region school: experiences with *Scratch*

Sonner Arfux de Figueiredo[1216]
Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul (UEMS)
0000-0001-5583-5804

Lucineide Maria Miranda[1217]
Secretaria Estadual de Educação (SED/MS)
0000-0002-5306-4986

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Comunicação e divulgação da Matemática

Resumo

Com o objetivo compreender a aprendizagem de Geometria com auxílio da lógica de programação, aliado à abordagem construtivista, numa escola pública de região de fronteira, apresentamos uma investigação que passa pelo reconhecimento das características dos polígonos regulares com estudantes brasiguaios constituída por 31 estudantes, destacamos que 70% dos estudantes são brasiguaios e falam três idiomas (português, espanhol e guarani) evidenciando a diversidade e o contexto sociocultural existente. A proposta de ensino foi desenvolvida em uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental em que a Matemática se articula com a utilização do *Scratch*, um software livre que se utiliza de blocos lógicos e itens de som e imagem, no qual o usuário pode criar suas próprias histórias interativas, jogos e animações, além de compartilhar de maneira *online* suas criações. Nesse contexto no qual a escola está inserida, por se tratar de região de fronteira seca com o Paraguai, é cada vez mais pertinente lançar olhar diferenciado e atento sobre esse ambiente para entendermos a direção do ensino-aprendizado e buscar promover um ensino de qualidade que atenda a toda diversidade existente especialmente em Matemática, disciplina temida por tantos estudantes. Os resultados observados evidenciam uma melhor compreensão dos conteúdos, tornando-se protagonista na construção de seu conhecimento.

Palavras-chave: Aprendizagem construtivista, *Software Scratch*, Multilinguagem.

Abstract

In order to understand the learning of Geometry with the aid of programming logic combined with the constructivist approach, in a public school in the border region. We present an

[1216] sarfux@uems.br
[1217] lu.recalde@hotmail.com

investigation that goes through the recognition of the characteristics of regular polygons with Brazilian students made up of 31 students, we highlight that 70% of the students are Brazilian and speak three languages (Portuguese, Spanish and Guarani) showing the diversity and the existing socio-cultural context. The teaching proposal was developed in a class of the 8th grade of Elementary School in which Mathematics is articulated with the use of *Scratch*, a free software that uses logical locus and sound and image items, in which the user can create their own interactive stories, games and animations, and share their creations online. In this context in which the school is inserted, as it is a dry border region with Paraguay, it is increasingly pertinent to take a differentiated and attentive look at this environment in order to understand the direction of teaching and learning and seek to promote quality teaching that meet all the existing diversity, especially in Mathematics, a discipline feared by so many students. The observed results show a better understanding of the contents, becoming a protagonist in the construction of their knowledge.

Keywords: Constructivist learning, *Software Scratch*, Multilingual.

Introdução

A proposta de ensino foi desenvolvida em uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental em que a Matemática se articula com a utilização do *Scratch*. Um software livre que se utiliza de blocos lógicos e itens de som e imagem, no qual o usuário pode criar suas próprias histórias interativas, jogos e animações, além de compartilhar de maneira online suas criações. Constituída por 31 estudantes, destacamos que 70% são brasiguaios e falam três idiomas (português, espanhol e guarani) evidenciando a diversidade e o contexto sociocultural existente.

O município de Ponta Porã encontra-se situado no sul da região Centro-Oeste do Brasil, no Sudoeste de Mato Grosso do Sul (Microrregião de Dourados) e faz divisa com a cidade de Pedro Juan Caballero, localizada no Paraguai. Por estar localizado em região de fronteira de terra possui uma diversidade grande de culturas: árabes, coreanos, japoneses e paraguaios, resultante do fluxo migratório, formando um verdadeiro "arco-íris cultural", como bem menciona Candau (2011, p. 28).

O objetivo deste trabalho é contribuir para o acesso a métodos testados e que atingiram seus objetivos, como no caso deste em que nos propomos investigar a aprendizagem de Geometria especificamente o reconhecimento das características dos polígonos regulares, e as contribuições que a teoria da aprendizagem construtivista pode trazer para facilitar o seu ensino com auxílio da lógica de programação, *software Scratch*. Além do mais, se deve levar em consideração um fator relevante: o local onde a escola está inserida.

A partir daí o foco deste artigo que é compreender: De que forma o *Scratch* pode influenciar no ensino e na aprendizagem da Matemática? E ainda, de que forma impactará os estudantes que discutem os conceitos falando em Português, Espanhol e em Guarani durante sua utilização?

A Linguagem de Programação *Scratch* possui uma interface amigável e atrativa e, além de proporcionar recursos necessários para o desenvolvimento da criatividade, sistematização do pensamento e aprimoramento do raciocínio lógico. O *Scratch* propicia a apreensão de conceitos matemáticos computacionais importantes, tais como: realizar operações matemáticas, construir figuras geométricas, manipular coordenadas cartesianas, movimentar objetos, utilizar operações lógicas através de condicionais e laços de repetição, entre outros. E, segundo Resnick (2009) provoca o trabalho colaborativo, potencializando as habilidades essenciais para o século XXI.

Tecnologias Digitais para Ensinar Geometria

É preciso difundir a ideia, conforme defendia Piaget que, ao pesquisarmos um conjunto de problemas, o resultado principal não é a resposta e sim a formulação de novas perguntas. Dessa forma, Piaget (1985) e Freire (1997) utilizam verbos de altíssima significação como: interagir, indagar, experimentar, refletir, cooperar, descobrir e outros que designam ações ricas e variadas, cuja tradução pedagógica ou didática desloca os objetivos da educação escolar para muito além da cópia e da repetição.

Nesse sentido, tecnologias digitais surgem como uma possibilidade aliada ao ensino de Geometria, pois permitem aos alunos manipular as construções geométricas e podem propiciar a visualização e experienciação de conceitos matemáticos. Elas complementam tecnologias mais tradicionais, como o lápis, régua e compasso, pois a interatividade manipulativa propicia uma melhor compreensão por parte dos alunos, fugindo da abstração geométrica presente no material concreto.

Segundo a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2016, p. 3), uma das competências específicas da Matemática é: “Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados”. Com efeito, há de se destacar que o professor será o mediador do processo de construção do conhecimento; logo, deve demonstrar habilidade em lidar com o software selecionado para que possa auxiliar os estudantes quando encontrarem dificuldade, de maneira a atender todas as especificidades de uma sala de aula heterogênea de escola pública, localizada em região de fronteira.

Buscando evidenciar a importância do uso das tecnologias digitais no ensino, foi feita uma busca de publicações envolvendo a temática em algumas revistas e encontros de Educação Matemática, por meio de palavras-chave relacionadas com tecnologias no ensino. Assim, apresenta-se alguns autores e resumidamente os seus trabalhos e vivências utilizando tecnologias e *softwares* educacionais relacionados à Geometria.

Para alcançar os objetivos foi proposto o desenvolvimento da pesquisa em uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental com uma sequência didática em que a Matemática se articula com a utilização do *software Scratch*.

Algumas contribuições foram primordiais para a escrita deste trabalho, o trabalho de Castro (2017) afirma que o ensino de programação na escola é uma tendência mundial. A autora utiliza a linguagem de programação *Scratch* que foi desenvolvida especialmente para crianças, pois usa uma interface gráfica fácil sem códigos, apenas blocos parecidos com lego. Esse trabalho investigou a inserção da programação para crianças dos anos iniciais do Ensino Fundamental de uma escola municipal no Paraná. Os resultados apresentados por Castro (2017) demonstram o potencial das tecnologias digitais no ensinar de Geometria.

Passos (2014) faz referência as habilidades no trabalho sobre o construcionismo no contexto educacional enfatizando que é possível desenvolver algumas habilidades nos alunos que se fazem importantes para a aprendizagem do século XXI. Já Vieira (2015) apresentou reflexões acerca das experiências vivenciadas pelos professores do Programa de Residência Docente (PRD) do Colégio Pedro II, Escola Federal do Município do Rio de Janeiro, em uma proposta de formação sobre o ensino de Geometria com o uso de tecnologias digitais.

Assim os *softwares* educacionais se configuram como importantes ferramentas de apoio pedagógico no ensino e aprendizagem da matemática, sendo cada vez mais utilizados por docentes. Os estudos dos autores evidenciam que as tecnologias agregam uma visualização menos abstrata das construções geométricas, além de estimular a curiosidade tanto de alunos quanto de professores em formação, que têm contato com alguns *softwares* educacionais.

Os resultados apresentados pelos trabalhos demonstram o potencial das tecnologias digitais no ensino de Geometria. E o autor acima considera que a presença das tecnologias digitais em sala de aula pode ser um potencializador no processo de construção do conhecimento por parte dos alunos.

Sequência Didática Desenvolvida

A investigação consistiu em aplicar a ferramenta *Scratch* para desenvolver o ensino e a aprendizagem de conceitos de Geometria em estudantes do oitavo ano do Ensino Fundamental sob o olhar construtivista, no qual o estudante é sujeito ativo no seu desenvolvimento. A aprendizagem no *Scratch* ocorre por meio de uma linguagem de programação visual, através do agrupamento de blocos lógicos e manuseio de mídias de som e imagem, para a produção de histórias interativas, jogos e animações, permitindo o compartilhamento das criações de maneira online. O software possibilita trabalhar conceitos específicos de programação, como por exemplo, sincronia, iteração, variáveis, execução paralela, lógica booleana, números randômicos etc. Ainda, proporciona aos alunos possibilidades para o desenvolvimento da criatividade e do raciocínio lógico matemático como realizar operações matemáticas, construir figuras geométricas, manipular coordenadas cartesianas, movimentar objetos, utilizar operações lógicas através de condicionais e laços de repetição, entre outros.

A linguagem de programação *Scratch* foi desenvolvida com uma interface amigável e atrativa, tornando possível a programação por pessoas leigas, diferente das outras linguagens de programação que exigem conhecimento específico dessa ciência. Por exemplo, a linguagem de programação Java. O que se propôs foi provocar nos estudantes sentimentos como desejo de aprender, prazer da descoberta e segurança da própria capacidade de construir conhecimentos matemáticos sem deixar de pensar que pudesse, também, haver frustração (momentos perfeitos para uma aproximação professor-aluno e/ou aluno-aluno). Foram propostas duas etapas, na Sala de Tecnologia Educacional-STE, onde os estudantes tinham acesso à Internet nos computadores instalados, totalizando 7 encontros, sendo a primeira etapa a apresentação do *software* e a segunda a resolução de exercícios. Assim de acordo com o desenvolvimento das atividades propostas, observando o nível gradual de dificuldade de cada um, a primeira etapa consistiu em 4 (quatro) aulas de 50 (cinquenta) minutos, e a segunda, de 3 (três) aulas de 50 (cinquenta) minutos.

Primeira Etapa foi composta de quatro aulas. Na primeira aula os estudantes foram acompanhados até a Sala de Tecnologia Educacional-STE onde cada um teve acesso a um computador no qual já se encontrava disponível a página do *software* a ser utilizado.

As atividades com o *Scratch* se desenvolveram da seguinte forma: Exploração da página virtual; Ambientação livre no programa *Scratch*; Assimilação dos comandos básicos do programa através de tutorial apresentado em aula; Realização das tarefas direcionadas à resolução de problemas através da programação no *Scratch*; Avaliação das atividades.

Primeiramente, os alunos puderam acessar o site *Scratc*h Brasil e realizar o cadastro individual para futuros compartilhamentos de criações feitas com o programa, e na sequência, procedeu-se às primeiras experiências no *software* como: registro no *site* (para salvar os trabalhos *online* e facilitar o acesso aos projetos individuais caso quisessem acessar de casa ou outro local); explicações e experimentações, conforme a pesquisadora demonstrava com auxílio do projetor, pois durante as aulas um projetor multifuncional foi utilizado pela pesquisadora como auxílio na demonstração visual dos *scripts*.

Em um segundo momento, para que os alunos pudessem se ambientar com o software, foi dado um tempo disponível para abrirem o programa, na versão instalada, e sondar seus comandos e ferramentas, descompromissadamente. Cada aluno pode fazer tentativas de programação e, já neste momento, alguns alunos conseguiram programar sem conhecer os comandos básicos do programa, somente induzidos pela sua interface prática e acessível. Logo depois, deu-se início a projeção, em uma tela, dos slides de um tutorial de introdução ao *Scratch* 1.4, disponível na internet.

Na segunda aula, foi executada a programação de animações simples, os alunos passaram a explorar os conteúdos e as atividades disponibilizadas no site do *Scratch* (*scratchbrasil.net.br)* salvando as criações para acessá-las posteriormente.

O aluno G disse:

“Que legal! É fácil fazer o gatinho caminhar, trocar o fundo também, quero aprender mais”.

Em seguida, a atividade foi livre onde os alunos exploraram o ambiente virtual e, implicitamente, revisitando os conteúdos básicos da geometria plana (ponto, reta, plano, ângulos e outros). Alguns nem quiseram sair quando a aula terminou:

“Podemos ficar aqui no intervalo professora? Para terminar o trabalho” (perguntou o aluno F).

Na terceira aula, as atividades foram investigativas, quanto as estratégias para desenhar um polígono, de forma a explorar os diferentes comandos e suas possibilidades de programação por meio de uma sequência de atividades envolvendo os comandos de Movimento, Aparência, Som e Controle visando a propiciar ao aluno o conhecimento dos comandos básicos necessários para as futuras programações de Geometria.

Papert (1985) compartilhava das ideias de Piaget ao afirmar que crianças são “construtores”; todos os construtores precisam de material para sua obra, mas discordava quanto ao papel atribuído ao meio cultural como fonte desses materiais.

Logo, conclui-se que a presença das tecnologias digitais em sala de aula pode ser um potencializador no processo de construção do conhecimento por parte dos alunos. E na quarta aula, o pesquisador/professor propôs que elaborassem um labirinto utilizando as ferramentas do desenho ou a biblioteca, definissem pontos de partida e de chegada, e programassem esse labirinto para que o ator saísse de um ponto e chegasse ao seu destino.

Para alguns estudantes não foi difícil, mas para outros a tarefa parecia um tanto complexa. Quando o aluno I disse:

"Não consigo fazer o ator parar dentro do labirinto, é muito difícil".

Seu colega J replicou:

"Cara, você tem que prestar atenção aqui no sensor, coloca para não tocar na borda que daí ele volta".

Neste momento, percebeu-se que os estudantes trabalhavam em grupo mesmo sem o professor interferir.

Foi possível observar que, a partir deste momento das atividades propostas os estudantes já se sentiam mais à vontade tanto no ambiente novo (a STE) como com a utilização dos computadores e *softwares*, conversavam uns com os outros e tiravam dúvidas entre si.

"Como você fez para desenhar o labirinto deste tamanho? O meu ficou pequeno" (pergunta do aluno H ao aluno C).

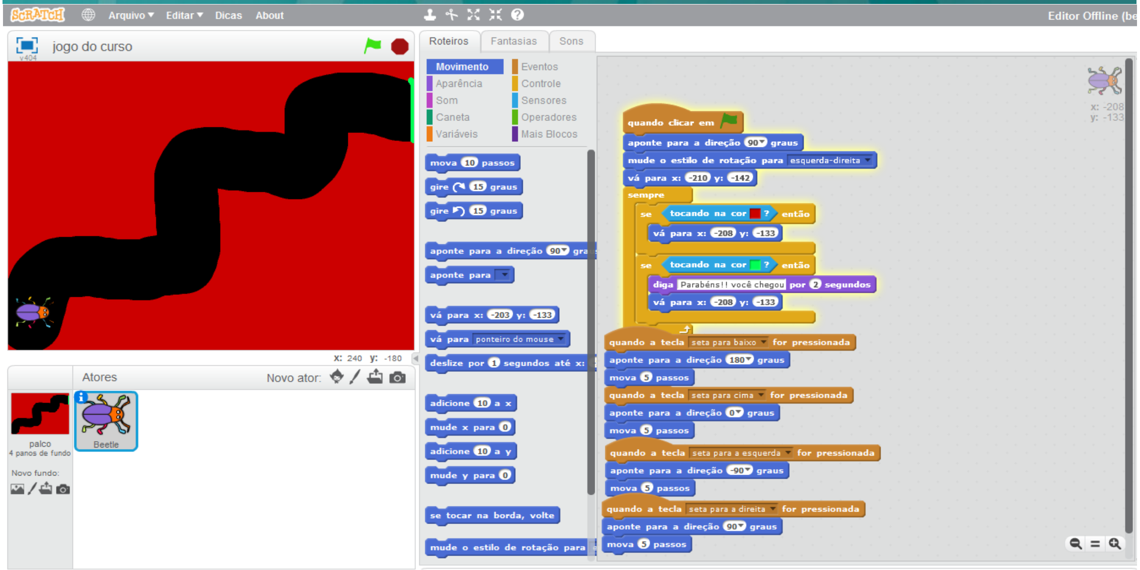
Este respondeu:

"Você tem que pegar uma linha mais grossa, olha, você vem aqui e aumenta a espessura da linha para ela ficar mais grossa, senão seu gatinho não vai passar por dentro".

A presença da pesquisadora passou a ser vista como um suporte para as novas conquistas. Porém, os estudantes preferiam perguntar aos colegas como estavam fazendo, especialmente os que tinham dificuldade com o idioma. É comum durante as atividades em sala os estudantes falarem em espanhol entre si quando um não entende o que o professor fala (em português) o colega traduz, auxiliando o professor com a explicação.

A seguir, uma imagem de labirinto que ilustra uma construção realizada pelo estudante.

Figura 1.
Resolução da atividade de labirinto.
Fonte: Dados da pesquisa.



Na solução dos problemas propostos o contexto sempre esteve presente conduzindo o processo de pensar. Na construção do labirinto (figura 1) os estudantes atentaram para os ângulos relacionando-os com direção: direita (90 graus) esquerda (-90 graus). A partir deste momento as aulas foram direcionadas para a reflexão do emprego de conceitos matemáticos relacionados a ângulo, lado, coordenadas x e y, lados paralelos e outros. O pesquisador/professor instigava os estudantes a todo momento com perguntas como: O que acontece se você mudar o valor dos ângulos? Como fazer para ele girar? Qual a relação entre girar e ângulo? Podemos visualizar o aprendizado em algumas falas entre alunos: Aluno B para aluno E: "A direção você pode ver aqui, olha, se você quer ir para direita tem que ser ângulo de noventa graus, e se você for para esquerda, então é menos noventa".

Na segunda Etapa foram utilizadas três aulas de 50 minutos cada, em dias diferentes, momento em que o pesquisador/professor dialogou com os estudantes sobre o que sabiam sobre polígonos: quantidade de lados, número de ângulos internos, vértices, nome do polígono. Ao analisar cada resposta foi possível perceber a fragilidade do saber da maioria dos alunos e assim realizar algumas anotações e debater com eles estes conceitos. Cabe destacar que este conteúdo foi trabalhado, conforme o Referencial Curricular da Rede Estadual de Ensino, nos anos anteriores. Logo, este momento foi extremamente importante para despertar os conceitos necessários para prosseguimento das atividades.

Os estudantes tinham acesso à Internet nas máquinas da Sala de Tecnologia Educacional-STE, o que possibilitou que todos pesquisassem sobre classificação dos polígonos; após solicitação do pesquisador/professor, os alunos estavam livres para realizar pesquisas desde que sobre o conteúdo proposto, pois assim, em paralelo às explicações dadas anteriormente os estudantes interagiam com o conteúdo proposto e com o *Scratch*. Na sequência foi solicitado que realizassem as seguintes atividades: 1. Construção de figuras planas (Exemplos: quadrado, retângulo, triângulo e circunferência) e identificar propriedades como lados, ângulos, vértices, perímetro e diferença entre círculo e esfera; 2. Construção de um jogo utilizando os conceitos anteriores.

A primeira atividade (construção de figuras planas) alguns estudantes tiveram um pouco de dificuldade em realizá-la sozinhos e tiveram de recorrer às anotações feitas anteriormente; outros trabalharam em grupo perguntando aos colegas; e os demais resolveram sem problema. Neste momento foi possível observar que os conceitos e conhecimentos, tanto do conteúdo quanto do software, eram bem definidos para alguns, mas muito difíceis de serem aplicados a outros. Os erros e acertos foram conduzindo o pensamento lógico com a reflexão da aprendizagem (dos conceitos) onde cada conquista foi comemorada com sorrisos e gritos.

O pesquisador/professor aproveitou o momento para retomar o conteúdo indagando-os com perguntas que associavam formas a objetos do dia a dia. Também, durante a resolução da atividade os estudantes descobriram outras funções no *Scratch* como, por exemplo, duplicar o bloco de comandos, *repetir* (para não terem de repetir o mesmo comando diversas vezes), o botão de *ajuda* e outras. Isto se verifica nas falas dos alunos L e J, a seguir: - Aluno L:

"Mira, no necessitas repetir lo mismo cuatro veces, solo elige la repetición" (tradução: "Olha, não precisa repetir quatro vezes a mesma coisa, é só escolher o repita").

Aluno J:

"Entonces, si quieres una figura de cuatro lados, repite cuatro veces, si quieres que una figura de tres lados repita tres veces y ¿funciona?" (Tradução: então se você quer uma figura de quatro lados, repete quatro vezes, se quiser de 3 lados repete três vezes e dá certo?).

O pesquisador/professor esclareceu que há uma relação entre número de lados e ângulos; solicitou que buscassem suas anotações e verificassem alguns casos como, por exemplo: o quadrado – possui quatro lados e ângulos internos iguais a noventa graus. Ao que o aluno J ressaltou:

"Professor, temos que dividir uma volta completa, que vale trezentos e sessenta graus, pelo número de lados da figura que queremos construir, aí dá certo".

Momento em que a aluna A indagou:

"Mas quando eu faço 360 dividido por 2, não dá certo".

Ao que o aluno J respondeu:

"É porque você tem que ter, no mínimo, três lados para dar certo".

Tais falas demonstram uma interiorização de conceitos e sua integração com a prática. Como a maioria dos estudantes é composta de origem paraguaia sendo chamados de brasiguaios[1218] e, falantes dos três idiomas. Diversas vezes, quando um não entendia ou não compreendia o que o pesquisador/professor explicava, o colega auxiliava utilizando outro idioma (espanhol ou Guarani) e, dessa maneira, o entendimento acontecia. Isso é comum considerando o fato de a escola da Cidade de Ponta Porã estar localizada em região de fronteira com a cidade de Pedro Juan Caballero no Paraguai.

Com isso os estudantes analisaram o conceito: número de lados e relacionaram com os ângulos internos. O objetivo dessa atividade foi provocar a ampliação dos conhecimentos, ou seja, intencionalmente não foi solicitada nenhuma referência a ângulos, mas aos poucos os estudantes perceberam que para construir a figura círculo, por exemplo, tinham que lembrar que uma volta corresponde a 360 graus (noções de ângulo). Esse mecanismo atividade-efeito baseia-se na descrição de Piaget (1985, 2012) sobre dois aspectos: o da reflexão e da abstração.

A troca de experiências entre os estudantes merece destaque, pois a interação possibilitou a compreensão dos que não dominavam a língua Portuguesa e ampliou o conhecimento dos que já sabiam os comandos e os conceitos.

Ao final da atividade o pesquisador/professor os indagou oralmente com os seguintes questionamentos: Quais conceitos matemáticos vocês necessitaram saber para realizar esta atividade? Como foi o processo de construção das figuras? De que forma vocês buscaram as informações de que precisavam e como isso ajudou vocês?

As respostas foram desde as mais simples até uma mais elaborada. Trazemos a seguir, respectivamente, a respostas do Aluno A e a interação entre os alunos:

"Pesquisei na internet professor", e a da aluna M: "Eu sei desenhar o quadrado no papel, mas não conseguia fazer ele no computador, aí a colega F me ajudou e eu consegui então mandar o gatinho desenhar, eu tinha que saber primeiro. Mas eu sabia para mim, só não sabia como falar para ele".

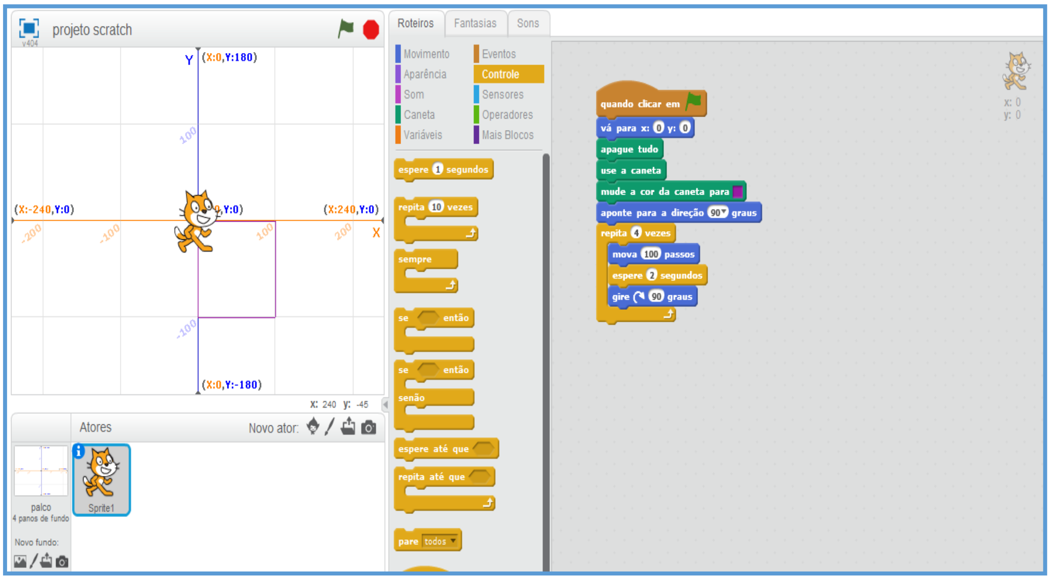
A figura 2 retrata a programação de dois estudantes correspondentes à atividade de construção de polígonos.

Figura 2.

[1218] A cidade paraguaia de Pedro Juan Caballero e a cidade brasileira de Ponta Porã são exemplos de interação no que respeita aos aspectos socioculturais e as estratégias de diferenciação e inserção entre os habitantes das duas cidades. São essas duas cidades que serão o objeto da pequena exposição que se segue quanto às questões referentes ao pertencimento, à identidade e à auto atribuição identitárias no contexto de fronteira, notadamente as que dizem respeito às categorias de fronteiriço, brasileiro, paraguaio e brasiguaio.

Tela de programação da atividade de construção de figuras planas (Aluno R).

Fonte: Dados da pesquisa.



Os dados foram coletados por meio de um diário de bordo. As anotações foram livres e procuramos registrar desde os primeiros aprendizados a partir da apresentação do projeto até as assimilações conceituais adquiridas por meio das interações, sejam elas com a tecnologia, sejam elas pelo idioma ao verbalizar e externavam o que aprendiam.

A atividade de construção do jogo foi considerada, incialmente, complexa para a maioria dos estudantes. Porém, já dotados de algumas preferências e estratégias de aprendizagem, realizavam tentativas e iam testando os blocos à parte até conseguir. O *Scratch* possui a função de ajuda que proporciona ao usuário descrição de cada bloco, além de exemplificá-lo. Foi possível observar que os estudantes começaram a estabelecer relações de causalidade, o que os estimulou a buscar a explicação das coisas e as finalidades. O pensamento ganhou flexibilidade, desse modo passaram a descobrir propriedades geométricas aumentando a possibilidade de compreensão de alguns significados e suas relações (lado/ângulo/lado, lados paralelos e perpendiculares).

Considerações Finais

É vantagem afirmar que o projeto foi uma experiência positiva para todos os envolvidos. Conforme os desafios apareciam, tanto alunos como professor eram submetidos à experimentação de novas atitudes. Nesse sentido, o exercício da reflexão-ação permitiu avaliar as ações, encontrar erros e refazer sempre respeitando os limites de cada.

O desafio de construir figuras com o auxílio do software permitiu aos estudantes colocarem em prática conhecimentos adquiridos anteriormente, bem como (re) estudar outros. O acesso à internet possibilitou a busca por respostas. Vale destacar que a interação deles foi a parte mais interessante do trabalho. Pode-se observar através da troca de informações, auxílios, mudança de idioma de que forma como cada um aprendia e colocava em prática, bem como, ao verbalizar, externavam o que realmente sabiam.

Os estudantes tiveram a liberdade de se comunicar em outros idiomas (além do Português) de forma a auxiliar um colega com dificuldade e, em outros momentos, trocarem ideias. Com esse direcionamento, os alunos utilizaram a programação *Scratch* dentro de uma concepção construcionista usando cada fase do ciclo, investigando, levantando hipóteses, testando e corrigindo o erro. Dessa forma, percebemos através dos dados coletados que a programação *Scratch* proporcionou aos alunos um ambiente motivador no qual eles desenvolveram habilidades por conta própria por meio da interação que tiveram com o programa.

Assim, as possibilidades para estudos futuros são inúmeras podendo ser construções de jogos matemáticos (de diversos temas), animações e outras, no sentido de criar mecanismos de educação matemática que evidenciem um trabalho diferenciado em escolas de região de fronteira e favoreçam a aprendizagem, sobretudo para que o aluno tenha confiança em si para lançar-se nas resoluções como um desafio deles.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. *Base nacional comum curricular.* Brasília, DF: MEC, 2016. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/ Acesso em: 05/08/2021.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.* Brasília: MEC/SEF, 1997.

BOGDAN, R., & BIKLEN, S. *Investigação qualitativa em educação.* Porto: Porto Editora. (1994).

CANDAU, Vera Maria (Org*.). Diferenças culturais e educação: construindo cam*inhos. Rio de Janeiro: 7 Letras, 2011.

CASTRO, Adriane. *O uso da Programação Scratch para o desenvolvimento de habilidades em crianças do ensino fundamental*. Revista Tecnologias na Educação. Paraná. Ano 9, v.19. 2017.

FIGUEIREDO, Sonner Arfux de. *Formação Inicial de Professores e a Integração da Prática como componente Curricular.* V.1, p.59. Nova Andradina-MS. Gráfica e Editora Cristo Rei Ltda. 2017.

FREIRE, Paulo. *Pedagogia do Oprimido*. 17ª. ed. RJ: Paz e Terra, 1987.

PASSOS, Marize Passos. *Scratch: uma ferramenta construcionistano apoio a aprendizagem* *no século XXI*. Revista Eletrônica Debates, v. 04, n. 02, p. 68-85, 2014. Disponível em: <http://ojs.ifes.edu.br/index.php/dect/article/viewFile/123/205>. Acesso em: 25 julho. 2020.

PAPERT*, S. Logo: computadores e educação. São Paulo: Editora Brasiliense, 1985.*

PIAGET, J. *Epistemologia Genética.* Tradução Álvaro Cabral. 4ª ed. São Paulo: Editora WMF Martins Fontes, 2012.

PIAGET, J. *Psicologia e Pedagogia.* Tradução Dirceu Accioly e Rosa Maria Ribeiro da Silva. 7ª ed. Rio de Janeiro: Editora Forense Universitária Ltda., 1985.

RESNICK, M.; MALONEY, J.; MONROY-HERNÁNDEZ, A.; RUSK, N.; EASTMOND, E.; BRENNAN, K.; MILLNER, A.; ROSENBAUM, E.; SILVER, J.; SILVERMAN, B.; KAFAI, Y. Scratch: Programming for All. Communications of the ACM, v. 52, n. 11, p. 60-67, 2009. Disponível em <http://web. media.mit.edu/~mres/papers/Scratch-CACM-final.pdf>. Acesso em: 15 fev. 2020.

SCRATCH. *Scratch 2.0 Beta para Mac, Windows e Linux.* Versão 2.0. [S.I]: Grupo Lifelong Kindergarten do MIT Media Lab. Disponível em: <http://www.scratchbrasil.net.br>. Acesso em: 28 abr.2017.

VALENTE, José Armando. *Computadores e conhecimento: Repensando a educação.* Segunda edição (1998). Campinas, SP: Nied, Unicamp. 1993a

______ *. A Espiral da aprendizagem e as tecnologias da informação e comunicação:* Repensando conceitos. Em M.C. Joly (Ed) Tecnologia no Ensino: implicações para a aprendizagem (pp. 15-37). São Paulo: Casa do Psicólogo Editora. 2002a

______ **.** *A Espiral da Espiral de Aprendizagem:* o processo de compreensão do papel das tecnologias de informação e comunicação na educação**.** Tese (Professor Livre Docente). Instituto de Artes da Universidade Estadual de Campinas. 2005.

VIEIRA, E. R. *Grupo de estudos de professores e a apropriação de tecnologia no ensino de Geometria: caminhos para o conhecimento profissional.* Tese de Doutorado em Educação Matemática, Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, dez. 2013.

Educação Matemática e inclusão

Pirilampo: Uma proposta para trabalhar o letramento estatístico com alunos surdos

Pirilampo: A proposal to develop statistical literacy with deaf students

Pirilampo: Una propuesta para trabajar la alfabetización estadística con estudiantes sordos

Ricardo Wagner da Purificação Oliveira[1219]
CAS-Natal
0000-0003-4876-2728

Flávia Roldan Viana[1220]
UFRN
0000-0002-7289-4512

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Educação Matemática e inclusão

Resumo

O ensino de Estatística no ensino fundamental contribui para o desenvolvimento dos estudantes em relação a sua visão de mundo, permitindo aos alunos avaliarem as informações que o cercam, de forma crítica e reflexiva, tornando-o um cidadão ativo. Apesar dessa importância, ainda há algumas barreiras para que esse ensino seja universal aqui no Brasil. Uma das barreiras é trabalhar esse conteúdo com alunos surdos. Esta pesquisa, ainda em andamento, tem como objetivo avaliar como a utilização de um *software* educacional inclusivo pode contribuir no ensino de estatística, à luz do letramento estatístico, para esses estudantes. Utilizando a *Design Science Research* como metodologia de pesquisa, foi desenvolvido um artefato digital para trabalhar a iluminação de ambientes e avaliar como os alunos percebem e representam a intensidade das luzes em gráficos. Por tratar-se de alunos surdos, foram observados critérios para desenvolvimento do artefato como a inclusão de um intérprete virtual. Como resultado da pesquisa, esperamos que os alunos sintam-se confortáveis para utilizar o *software*, que consigam perceber a importância da interpretação de gráficos, que consigam produzir gráficos de forma autônoma e, por fim, fazer análises críticas, relacionando o que viram no artefato com o mundo real.
Palavras-chave: letramento estatístico, ensino de surdos, *software* educacional, *software* acessível.

Abstract

Teaching statistics in elementary schools helps children to develop a better understanding about the world they live, allowing then to evaluate every data they see and turning these into information, in a critical and reflexive way. Doing so, children become better and more active

[1219] rwpoliveira2@gmail.com
[1220] flaviarviana.ufrn@gmail.com

citizen. Despite this importance, there are still some barriers to make this teaching universal here in Brazil. One of those barriers is how to teach statistics for deaf students. This paper, still in development, has its main goal to evaluate how can accessible educational software, considering inclusion of deaf students, help those to understand statistic and became statistical literate. Using Design Science Research as a research method, an educational software was developed, based on intensity of lights, to evaluate how deaf students notice the power of each light and write that using graphs. Once the users are deaf, this software contains a virtual interpreter for Brazilian Sign Language. As a result of this paper, we expect the students to notice how important is to know how to read a graph, to learn how do represent numbers in graphs and, in the end, to make valid appoints and bonding the virtual and real worlds.
Keywords: Statistical literacy, teaching deaf students, educational software, accessible software.

Resumen

La enseñanza de la Estadística en la escuela primaria contribuye al desarrollo de los estudiantes en relación a su cosmovisión, permitiéndoles evaluar la información que los rodea, de manera crítica y reflexiva, convirtiéndolos en ciudadanos activos. A pesar de esta importancia, todavía existen algunas barreras para que esta enseñanza sea universal aquí en Brasil. Una de las barreras es trabajar este contenido con alumnos sordos. Esta investigación, aún en curso, tiene como objetivo evaluar cómo el uso de software educativo inclusivo puede contribuir a la enseñanza de la estadística, a la luz de la alfabetización estadística, para estos estudiantes. Usando Design Science Research como metodología de investigación, se desarrolló un artefacto digital para trabajar en entornos de iluminación y evaluar cómo los estudiantes perciben y representan la intensidad de las luces en gráficos. Como se trataba de estudiantes sordos, se observaron criterios para el desarrollo del artefacto, como la inclusión de un intérprete virtual. Como resultado de la investigación, esperamos que los estudiantes se sientan cómodos con el uso del software, que puedan percibir la importancia de interpretar gráficos, que puedan producir gráficos de forma autónoma y, finalmente, hacer un análisis crítico, relacionando lo que vieron en el artefacto e el mundo real.
Palabras clave: alfabetización estadística, enseñanza de sordos, software educativo, software accesible.

Introdução

A estatística é uma das cinco áreas de estudo da Matemática de acordo com a Base Nacional Curricular Comum (BNCC), aparecendo ao lado de probabilidade. O objetivo do ensino de estatística é auxiliar ao aluno na construção do pensamento crítico, percebendo os dados contidos em tabelas ou gráficos e interpretando, de forma crítica, transformando os dados em informações. Isso é percebido ao analisarmos os itens da BNCC sob a ótica da Taxonomia de Bloom[1221], pois os verbos utilizados remetem diretamente ao domínio cognitivo como: comparar, classificar e interpretar.

[1221] Níveis hierárquicos pelos quais os alunos devem passar para atingirem objetivos superiores. Os níveis são: conhecimento; compreensão; aplicação; análise; síntese; e avaliação.

Uma vez que a BNCC trata do desenvolvimento cognitivo dos alunos e considerando a escola enquanto espaço social inclusivo, conforme a Política Nacional de Educação Especial (PNEE)(2020), entende-se que os alunos surdos também são capazes de fazer essa relação. Porém, o que observou-se em pesquisas até o momento, como Kritzer (2009), Nunes *et al* (2011) e Corredor e Calderón (2010), foi uma defasagem da percepção de alunos surdos em relação aos ouvintes.

Uma possibilidade para essa defasagem é a forma como a avaliação desse conhecimento estatístico é realizada. Observa-se nas pesquisas citadas a pouca utilização de ferramentas tecnológicas, a avaliação sendo idêntica a realizada pelos ouvintes, apenas com a adição de intérprete e questões relacionadas às operações básicas em Matemática.

Considerando o contexto da Educação Especial no Brasil, ela complementa o processo educacional, operacionalizando programas e serviços educacionais especializados. Ao tratarmos da educação de surdos, os serviços podem ser ofertados pelas salas de AEE nas escolas ou através dos Centros de Capacitação de Profissionais da Educação e de Atendimento às Pessoas com Surdez (CAS). No CAS Natal, local em que esta pesquisa será realizada, as turmas são bilíngues, formadas por estudantes surdos, e contam com professores (surdos ou ouvintes) também bilíngues. Nesse contexto, entende-se por bilíngue aquele que utiliza a Libras e a Língua Portuguesa (oralizada para ouvintes e escrita para surdos).

Sabendo que uma das responsabilidades do Centro é a produção de materiais didáticos adequados e acessíveis ao surdo, é importante sabermos se os alunos que lá frequentam apresentam resultados similares aos encontrados nos estudos anteriormente citados. Porém, percebemos que a estatística não aparece na sala de aula ou aparece com o uso de materiais concretos, mas sem que haja uma avaliação relacionada ao uso ou desenvolvimento da capacidade de avaliar as informações de forma crítica.

Sendo assim, a partir da análise desses estudos e de percebermos a necessidade do Centro em possuir um material didático que permita trabalhar o letramento estatístico enquanto conteúdo que auxilie os estudantes surdos em seu desenvolvimento cognitivo, além de possibilitar aos professores trabalhar com temas do cotidiano que muitas vezes não são acessíveis em outros locais, propomos que a avaliação seja a partir do letramento estatístico, definido conforme estudos de Gal (2002) e que esta avaliação contemple os aspectos visuais necessários ao estudante surdo. Sendo assim, buscamos nesse trabalho responder ao questionamento: **como um *software* educacional pode contribuir com o professor para trabalhar o letramento estatístico em sala de aula?**

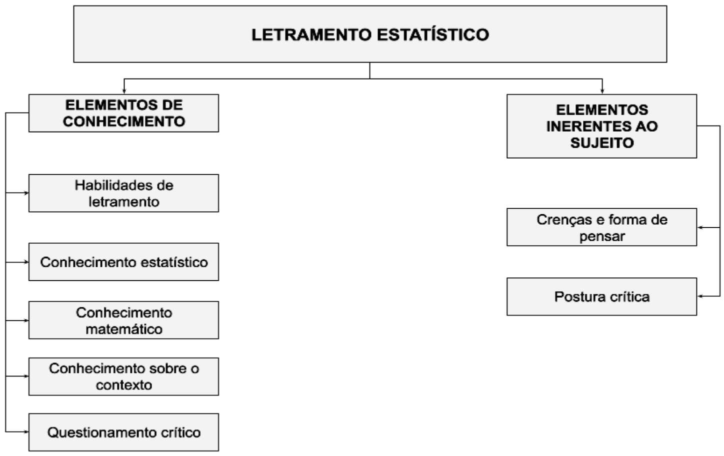
O trabalho está organizado como segue. Na seção 2 apresentamos os trabalhos norteadores. Na seção 3 detalhamos o *Design Research Science* (DSR) como metodologia escolhida. Na seção 4 temos a descrição do *software* e como está relacionado ao desenho de artefato tecnológico para surdos. Na seção 5 temos a expectativa de resultados.

Trabalhos relacionados

Para compreendermos como as avaliações de alunos surdos são realizadas em diferentes realidades sociais, além da teoria necessária à pesquisa, foram escolhidos quatro trabalhos norteadores detalhados a seguir.

O principal norteador para nossa pesquisa é o trabalho de Gal (2002). De acordo com o autor, uma pessoa pode ser considerada letrada quando interpreta e avalia, de forma crítica, informações estatísticas. Ela deve observar o ambiente para contextualizar essas informações e, por fim, comunicar de forma clara sua compreensão. Podemos observar a organização do trabalho do professor na figura abaixo:

Figura 1.
Modelo com os elementos do letramento estatístico (Gal, 2002)



O trabalho de Kritzer (2009) contribui com essa pesquisa por trazer uma avaliação visual, ou seja, foi avaliada a percepção dos alunos surdos sobre quantidades de objetos, relacionando essa quantidade a um número. Além disso, para o letramento estatístico, é fundamental que os alunos consigam fazer essa relação e isso é colocado como conhecimento matemático no trabalho de Gal (2002).

O trabalho de Nunes *et al* (2011) contribui com essa pesquisa pois complementa o trabalho de Kritzer (2009) ao verificar se os estudantes surdos conseguem relacionar o conceito de adição e multiplicação utilizando materiais visuais, contribuindo para os conceitos de "quantas vezes maior" e "maior e menor". Compreender essa relação auxiliar em outro conhecimento dentro do letramento estatístico: o conhecimento estatístico.

Completando os norteadores temos o trabalho de Corredor e Calderón (2010) que avaliaram crianças colombianas e sua proficiência em aritmética básica, relacionando quantidades através da contagem dos elementos. Este trabalho foi realizado com e sem materiais tecnológicos e concluiu que a utilização desses materiais favorece o desenvolvimento cognitivo dos estudantes, além de promover o desenvolvimento do raciocínio lógico.

Percebemos ao final da análise dos trabalhos que é importante trabalhar os conceitos de número, mas também, qual a relação desses números com o cotidiano. Além disso, foi recomendado o uso de ferramentas tecnológicas para auxiliar aos alunos. Assim, a pesquisa encaminha-se para a metodologia mais adequada para avaliar se há ferramentas satisfatórias ou necessidade de uma nova.

Metodologia

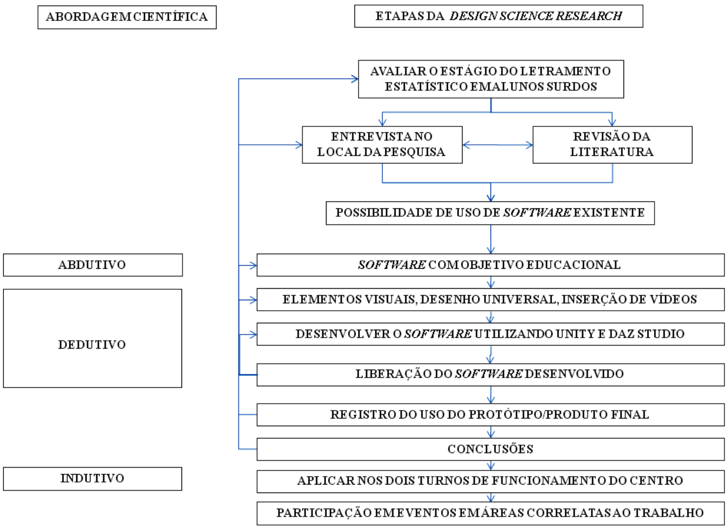
Para este trabalho optamos pela metodologia *Design Science Research* (DSR). Em pesquisas que envolvam o desenvolvimento de artefatos, a DSR apresenta-se como uma ferramenta útil, diminuindo o distanciamento entre o campo teórico e a aplicação em pesquisa.

Detalhando as etapas, temos que na abdutiva é o momento de entender o problema e analisar o que já foi feito para tentar resolvê-lo. É nessa etapa que é realizada uma revisão (sistemática ou não) da literatura a fim de levantar o máximo de informações. Na etapa dedutiva, avaliam-se os *softwares* ou artefatos que podem resolver a problemática detectada e caso não encontre uma solução existente, planeja-se o desenvolvimento de uma nova solução, avaliando constantemente a usabilidade da mesma. Na etapa indutiva, verifica-se se os resultados que o novo artefato apresenta variam em diferentes ambientes ou não, o que determina sua confiabilidade. Nessa etapa deve-se respeitar os critérios de inclusão dos sujeitos para evitar incongruências nos resultados.

Nesta pesquisa o desenho da DSR, baseado em Dresch, Lacerda e Almeida Júnior (2015) é dado a seguir:

Figura 2.

Desenho da metodologia DSR aplicada à pesquisa



Nesse momento de avaliação de usabilidade, utilizaremos um questionário cujas respostas serão mensuradas na escala *Likert*. Dessa forma, as correções necessárias serão feitas na medida em que alguma dificuldade no uso por parte dos alunos ou professores seja detectada.

Descrição do *software*

O *software* possui como objetivo a percepção de maior, menor e a diferença entre os valores de potência de quatro lâmpadas. Para isso, o usuário pode olhar os valores diretamente ou observar a representação das potências em gráficos (barras ou pictograma), que são produzidos pelo aluno utilizando o *software*. Na primeira etapa, o usuário deverá iluminar os quatro espaços escurecidos no mapa e, em seguida, ir para a primeira pergunta. Na próxima tela, o usuário deverá direcionar o cursor para os botões de adição e subtração, a fim de representar a iluminação de cada lâmpada e após isso, dirigir-se à outra sala. Nesta sala, o usuário deverá, a partir da análise do gráfico responder qual a sala está mais clara (maior potência) e depois, seguir para a próxima sala. Nesta, o usuário deverá responder qual a sala que ele percebe estar mais escura, também a partir da análise do gráfico. Após assinalar, o usuário deverá ir para a terceira pergunta que pedirá para que ele subtraia o valor da potência de lâmpada maior da menor. Exemplos dessas telas encontram-se na figura abaixo.

Figura 3.
Telas do Pirilampo representando: fase inicial e representação em gráficos

Na versão beta o botão para acesso ao intérprete de Libras está presente em algumas telas, pois desejamos avaliar como os alunos reagem ao modelo. Em caso de aprovação, o intérprete virtual será adicionado às demais telas.

O *software* foi desenvolvido seguindo as recomendações do estudo de Stumpf (2010) que sugere que algumas características para a interface de *softwares* para surdos, como: textos pequenos, mensagens de forma gráfica e vídeo colorido com boa resolução. Além disso, pensamos em usuários com mobilidade reduzida então o cursor pode ser movimentado através das teclas WASD, setas do teclado ou controle virtual utilizando o *mouse*. Também em função desse perfil de usuário, os menus do *software* podem ser acessados simplesmente ao passar sobre o botão, sem a necessidade do clique.

Resultados esperados

Considerando os estudos norteadores do trabalho e o contexto escolar no qual o *software* será utilizado, o principal objetivo é que os estudantes reflitam sobre o uso de recursos visuais como gráficos e pictogramas como formas de transmitir uma informação e que consigam extrair sentido, de forma crítica, desses tipos de gráficos. Como objetivos secundários, esperamos: A aceitação pelo formato de intérprete visual utilizado, validando a utilização de ferramentas de modelagem de personagens para criação de intérpretes virtuais de forma gratuita; a aceitação do *software* pelos alunos e pelos professores em função da sua facilidade de uso.

Para fins acadêmicos, esperamos que essa pesquisa apresente pontos relevantes sobre o uso de tecnologia na sala de aula dentro do contexto do AEE e sob a ótica do Letramento Estatístico.

Para fins sociais, esperamos que esse trabalho seja relevante enquanto proposta de trabalho pensada na inclusão, com um *software* que, embora pensado para estudantes surdos, não é exclusivo para eles. Com isso, esperamos que o trabalho favoreça a interação entre os alunos, contribuindo para seu desenvolvimento social.

Referências

CONSELHO NACIONAL DE EDUCAÇÃO. **BNCC**: Base Nacional Comum Curricular. Brasília: 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/. Acesso em: 17 mar. 2021.

___________. **Resolução Nº 4, de 2 de outubro de 2009**. Institui Diretrizes Operacionais para o Atendimento Educacional Especializado na Educação Básica, modalidade Educação Especial. Brasília: 2009.

CORREDOR, O. L. L.; CALDERÓN, D. I., Bilingualism of Colombian Deaf Children in the Teaching-Learning of Mathematics in the first year of elementary school, ***Revista Colombiana appl. Linguist***. J, Vol 12, Nº2, p. 9-24, 2010. Disponível em https://www.redalyc.org/pdf/3057/305726659002.pdf. Acesso em 11. abr. 2021.

DRESCH, Aline; LACERDA, Daniel Pacheco; ANTUNES JÚNIOR, José Antonio Valle. **Design Science Research**: método de pesquisa para avanço da ciência e tecnologia. Porto Alegre: Bookman, 2015.

FERRAZ, Ana Paula do Carmo Marcheti; BELHOT, Renato Vairo. Taxonomia de Bloom: revisão teórica e apresentação das adequações do instrumento para definição de objetivos instrucionais. **Gestão & Produção**, [S.L.], v. 17, n. 2, p. 421-431, 2010. FapUNIFESP (SciELO). http://dx.doi.org/10.1590/s0104-530x2010000200015.

GAL, I. Adults' statistical literacy: Meanings, components, responsibilities. **International statistical review**, v. 70, n. 1, p. 1-25, 2002.

KRITZER, K. L.. Barely Started and Already Left Behind: a descriptive analysis of the mathematics ability demonstrated by young deaf children. **Journal Of Deaf Studies And Deaf Education**, [S.L.], v. 14, n. 4, p. 409-421, 13 jul. 2009. Oxford University Press (OUP). http://dx.doi.org/10.1093/deafed/enp015.

Ministério da Educação (MEC). (2020). **PNEE**: Política Nacional de Educação Especial: Equitativa, Inclusiva e com Aprendizado Ao Longo da Vida.

NUNES, Terezinha *et al*. Promovendo o Sucesso das Crianças Surdas em Matemática: uma intervenção precoce. In: XIII CIAEM-IACME, 13., 2011, Recife. Disponível em: https://xiii.ciaem-redumate.org/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/viewFile/2840/1155. Acesso em: 19 mar. 2021.

Brainstorming e os padrões de riscos comportamentais à ansiedade matemática

Brainstorming and behavioral risk patterns to math anxiety

Lluvia de ideas y patrones conductuales de riesgo ante la ansiedad matemática

Ana Maria Antunes de Campos[1222]
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC-SP
0000-0003-4276-5776

Ana Lúcia Manrique[1223]
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC-SP
0000-0002-7642-0381

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Educação Matemática e Inclusão

Resumo

O medo, aversão e pânico à matemática é conhecida na literatura nacional e estrangeira como ansiedade matemática, um tema que gera desafios para o professor e estudante. Isto posto, esta comunicação oral procura responder a seguinte questão norteadora: que padrões de riscos comportamentais à ansiedade matemática, os professores observam em sala de aula e que emergem em um *brainstorming*? Para responder a essa questão, serão apresentados os resultados de obtidos em uma formação de professores que ensinam matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. A formação foi realizada de maneira on-line e aconteceu em abril de 2022, as inscrições ocorreram por meio da divulgação nas redes sociais (*Facebook* e *Instagram*) e em grupos de professores no *WhatsApp*. Ao todo tivemos 118 inscrições, entretanto foram descartadas as inscrições em duplicidade e as inscrições de professores que lecionavam para os anos finais do Ensino Fundamental, Ensino Médio e Graduação, restando 85 professores. Dentre esses professores, selecionamos 10 professores que participaram dos encontros que tinham como finalidade promover discussões acerca da ansiedade matemática. Como resultado dessas discussões, é possível afirmar que a atividade com o *brainstorming* possibilitou realizar uma análise acerca dos padrões comportamentais de riscos à ansiedade matemática como medo, pânico e desmotivação, evidenciando que atitudes, crenças e concepções dos professores que ensinam matemática podem influenciar as atitudes dos estudantes perante a matemática.

Palavras-chave: *brainstorming*, ansiedade matemática, formação de professores, emoções.

Abstract

[1222] Doutoranda no Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática. E-mail: camp.ana@hotmail.com.

[1223] Professora Doutora Coordenadora do Programa de Pós-Graduação Educação Matemática. Pesquisadora Produtividade em Pesquisa CNPq PQ-2. E-mail: analuciamanrique@gmail.com

The fear, aversion and panic to mathematics is known in national and foreign literature as mathematical anxiety, a topic that generates challenges for the teacher and student. That said, this oral communication seeks to answer the following guiding question: what patterns of behavioral risks to mathematical anxiety do teachers observe in the classroom and that emerge in a *brainstorming* session? To answer this question, the results obtained in the training of teachers who teach mathematics in the early years of Elementary School will be presented. The training was carried out online and took place in April 2022, registration took place through dissemination on social networks (Facebook and Instagram) and in groups of teachers on WhatsApp. In all, we had 118 enrollments, however, duplicate enrollments and enrollments of teachers who taught for the final years of Elementary School, High School and Graduation were discarded, leaving 85 teachers. Among these teachers, we selected 10 teachers who participated in meetings aimed at promoting discussions about mathematical anxiety. As a result of these discussions, it is possible to affirm that the activity with *brainstorming* made it possible to carry out an analysis of the behavioral patterns of risks to mathematical anxiety such as fear, panic and demotivation, showing that attitudes, beliefs and conceptions of teachers who teach mathematics can influence attitudes of students in mathematics.

Keywords: *brainstorming*, math anxiety, teacher education, emotions.

Resumen

El miedo, aversión y pánico a las matemáticas es conocido en la literatura nacional y extranjera como ansiedad matemática, tema que genera desafíos para el docente y el estudiante. Dicho esto, esta comunicación oral busca responder a la siguiente pregunta orientadora: ¿qué patrones de conductas de riesgo ante la ansiedad matemática observan los docentes en el aula y que emergen en una sesión de lluvia de ideas? Para responder a esta interrogante, se presentarán los resultados obtenidos en la formación de docentes que enseñan matemáticas en los primeros años de la Enseñanza Básica. La capacitación se realizó en línea y tuvo lugar en abril de 2022, el registro se realizó mediante difusión en redes sociales (Facebook e Instagram) y en grupos de docentes en WhatsApp. En total tuvimos 118 matrículas, sin embargo, se descartaron las matrículas duplicadas y las matrículas de docentes que impartían docencia en los últimos años de Primaria, Secundaria y Graduación, quedando 85 docentes. Entre estos docentes, seleccionamos 10 docentes que participaron de encuentros destinados a promover discusiones sobre la ansiedad matemática. Como resultado de estas discusiones, es posible afirmar que la actividad con lluvia de ideas permitió realizar un análisis de los patrones de comportamiento de los riesgos a la ansiedad matemática como el miedo, el pánico y la desmotivación, mostrando que las actitudes, creencias y concepciones de Los profesores que enseñan matemáticas pueden influir en las actitudes de los estudiantes en matemáticas.

Palabras clave: lluvia de ideas, ansiedad matemática, formación docente, emociones.

Introdução

A constatação empírica, baseada na experiência docente de muitos anos, aponta que o ensino e a aprendizagem da matemática tem sido um desafio constante para estudantes e professores. Alguns estudantes aprendem e gostam da matemática, enquanto outros possuem grandes dificuldades para aprender e apresentam algum tipo de aversão, pânico ou medo frente à matemática.

Esse medo, aversão e pânico à matemática é conhecida na literatura nacional e estrangeira como ansiedade matemática, que é uma emoção negativa perante situações que envolvam a matemática e que alteram o estado cognitivo, fisiológico e comportamental do estudante (CARMO, SIMIONATO, 2012). Essas atitudes e sentimentos são revelados como preocupação, desamparo, pânico e medo frente à matemática (MENDES, CARMO, 2014), acarretando muitas vezes em desmotivação, desinteresse, abandono escolar e esquiva de atividades que envolvam a matemática.

Assim, esta comunicação oral procura responder a seguinte questão norteadora: que padrões de riscos comportamentais à ansiedade matemática, professores observam em sala de aula e que emergem em um *brainstorming*? Para responder a essa questão, serão apresentados os resultados obtidos em uma formação de professores que ensinam matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Ansiedade Matemática

A ansiedade matemática se manifesta perante algumas atividades matemáticas, dentre elas, resolução de problemas, avaliações, diante de livros didáticos matemáticos, ao ver uma equação na lousa ou em um papel, ao ouvir o nome do professor de matemática e, ainda, ao perceber que é dia de aula de matemática. (DREGER; AIKEN, 1957; HEMBREE, 1990; CARMO; SIMIONATO, 2012)

Recentes estudos evidenciam que alguns estudantes apresentam repulsa e medo à matemática (DEVINE; HILL; CAREY; SZŰCS, 2018; CARMO; GRIS; PALOMBARIN, 2019; ASHCRAFT; KRAUSE; HOPKO, 2007), o que pode influenciar seu processo de aprendizagem, dado que o contexto educacional e cotidiano é permeado de circunstâncias em que a resolução de problemas numéricos é indispensável ao aprendizado.

Segundo Campos e Manrique (2021), alguns termos são mais citados na literatura internacional e nacional acerca da ansiedade matemática, podendo ser considerados como padrões comportamentais de riscos à ansiedade matemática. Esses estão expostos na tabela 1.

Tabela 1.
Padrões de Riscos Comportamentais à Ansiedade Matemática

COGNITIVO	COMPORTAMENTAL	FISIOLÓGICO
Falta de Concentração	Medo	Paralisação
Falhas na Memória	Esquiva	Sudorese
Problemas de Atenção	Agressividade	Mãos frias
Raciocínio lento	Repulsa	Taquicardia
Bloqueio Mental	Impotência	Hipertensão
Menor Eficiência Cognitiva	Irritabilidade Estresses	Dor Estomacal Dor de cabeça
Alteração no Processamento de Informação	Depressão	Desarranjo Gastrointestinal
Interferência na Memória de Trabalho	Angústia Nervosismo	Sonolência Insônia
Prejuízos na Percepção	Insegurança Preocupação	Formigamento Confusão

Fonte: CAMPOS; MANRIQUE, 2021.

Esses padrões podem ser confundidos com padrões do transtorno de ansiedade ou com distúrbios de aprendizagem. Desse modo, alguns pesquisadores (DEVINE, 2017; DEVINE; HILL; CAREY; SZŰCS, 2018) estão estudando essa relação e, até o momento, os resultados sugerem que: os distúrbios cognitivos são dissociáveis dos emocionais. É importante destacar que a ansiedade matemática é induzida por problemas comuns ou tarefas matemáticas simples e difere da ansiedade geral.

Alguns pesquisadores (ASHCRAFT; KRAUSE; HOPKO, 2007; SORVO et al., 2017; ASHCRAFT, 2002) indicam que uma das causas da ansiedade matemática pode ser cultural, em virtude de que a sociedade está repleta de atitudes que estimulam a ansiedade matemática, com frases do tipo: matemática é chata, sem significado, não serve para nada, é difícil, é dom, quem sabe matemática é mais inteligente, precisa de aptidão etc. Além de expressões estereotipadas com base em gênero, ou seja, matemática é para homens, e que a conquista da matemática está relacionada à etnia.

Diante das discussões que se fazem sobre a ansiedade matemática, realizamos uma formação de professores que tinha como finalidade promover discussões por meio de estudos de casos; tirinhas do termo inglês *comic strips*, que são história em quadrinhos curtas, também conhecidas como *charges* e *brainstorming*.

Metodologia: a formação de professores

A formação foi realizada on-line e aconteceu em abril de 2022, as inscrições ocorreram por meio da divulgação nas redes sociais (Facebook e Instagram) e em grupos de professores no WhatsApp. Ao todo tivemos 118 inscrições, entretanto foram descartadas as inscrições em duplicidade e as inscrições de professores que lecionavam para os anos finais do Ensino Fundamental, Ensino Médio e Graduação, restando 85 professores.

Dentre esses professores, selecionamos 10 professores que lecionavam matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental e que apresentavam uma resposta coerente à seguinte pergunta do questionário introdutório: Por que você se inscreveu para participar deste curso? Após essa escolha, enviamos o TCLE que deveria ser preenchido e assinado para efetivar a inscrição. Após a seleção dos 10 professores, foram realizados 05 encontros online, com duração de aproximadamente 1h30min, uma vez por semana, pela plataforma *Google Meet*. Para essa comunicação nos deteremos no encontro que discutimos sobre o *brainstorming* acerca da matemática e da ansiedade matemática.

A técnica *brainstorming* consiste em escrever, em uma folha de papel, tudo o que ocorre diante de uma palavra, segundo Coutinho e Bottentuit Junior (2007):

> O *brainstorming* é uma técnica de recolha de informação muito utilizada na investigação em Ciências Sociais e Humanas com o objetivo de explorar novas ideias sobre um tema ou alternativas de solução para problemas da mais diversa índole seja em organizações, empresas, negócios, etc. Pode ser feito individualmente ou em grupo, mas é neste último caso que a técnica revela mais potencial na medida em que as interações no grupo fazem despoletar mais ideias do que as obtidas individualmente. Também pode ser feito verbalmente ou por escrito (written *brainstorming* ou brainwriting) dependendo da escolha por uma ou outra das modalidades do público-alvo, da natureza da questão a analisar ou ainda dos objetivos. (COUTINHO; BOTTENTUIT JUNIOR, 2007, p. 108)

O *brainstorming* é também conhecido como nuvem de palavras e tem como objetivo provocar um maior número de ideias sobre um tema proposto em um tempo limitado, provocando e captando o máximo de opiniões possíveis.

Segundo Ferreira (2022, p. 83), as nuvens de palavras são um recurso que vem sendo utilizado como forma de apresentar visualmente uma ocorrência de palavras de um determinado texto, para o autor "palavras mais frequentes são representadas com maior destaque enquanto palavras menos frequentes recebem menos destaque gráfico." Desse modo, não existe certo ou errado, apenas uma forma espontânea, criativa e visual de apresentar distintas opiniões sobre uma temática e, nesse caso específico, a ansiedade matemática.

Resultados: *brainstorming*

Durante o encontro foi solicitado que os participantes apontassem, oralmente, tudo aquilo que lhes viesse à mente acerca da palavra *matemática*. As palavras foram anotadas e podem ser observadas na figura 1.

Figura 1.
Nuvem de palavras do brainstorming – Matemática
Fonte: elaborado pelas autoras

A palavra mais evidenciada foi desafio, a matemática ainda é considerada um desafio tanto para os professores quanto para os estudantes. Por um lado, o gostar da matemática e a maneira como os professores e estudantes lidam com as habilidades matemáticas em sala de aula proporcionam emoções positivas e bem-estar perante a matemática, o que viabiliza que os professores se desafiem ao usarem e procurarem métodos apropriados de desenvolvimento para ensinar matemática no contexto da sala de aula. Por outro lado, as emoções negativas diante da matemática vivenciadas por meio de regras inadequadas, pela propagação de que só existe uma solução correta para as atividades propostas, o uso de metodologias impróprias, a agressividade verbal do professor e o uso de controle aversivo se configuram como um desafio para os estudantes. (MENDES, CARMO, 2014; GANLEY, SCHOEN, LAVENIA TAZAZ, 2019; FINLAYSON, 2014)

Ramirez, Chang, Maloney, Levine e Beilock (2016) relatam que a capacidade dos estudantes em melhorar suas habilidades matemáticas dependem do quanto as crianças se sentem à vontade com a matemática, de suas habilidades cognitivas, bem como da variedade de estratégias matemáticas que utilizam para resolução de problemas.

Se conjectura que grande parte dos professores acreditam na importância da matemática e aspiram em ensinar matemática para os estudantes de forma a proporcionar momentos de desafios relacionadas à matemática. Em um segundo momento, foi solicitado aos participantes que destacassem oralmente, tudo aquilo que lhes viesses à mente acerca das palavras *ansiedade matemática*. As palavras que emergeram dessa atividade podem ser observadas na figura 2.

Figura 2.
Nuvem de palavras do brainstorming – Ansiedade Matemática

Fonte: elaborado pelas autoras

Algumas palavras apontadas pelos professores como medo, desmotivação, insegurança, emoção e ansiedade são encontradas na literatura nacional e internacional (CAMPOS, MANRIQUE, 2021) como padrões comportamentais de riscos à ansiedade matemática, que podem ser reforçados pelos familiares e pela escola, quando reafirmam as ideias de que a matemática é difícil.

É possível observar que a palavra de maior destaque, também foi desafio, visto que para os professores participantes, a ansiedade matemática gera desafios tanto para o estudante quanto para o professor. O que pode ser evidenciado na atividade posterior, no qual foi solicitado que os professores participantes relatassem o que aquelas palavras provocavam e em que situação. Os textos abaixo são das discussões acerca dessas impressões, usamos nomes fictícios para preservar a identidade dos participantes.

Alice – então professora, eu coloquei desafios múltiplos, porque quando me vem a ansiedade matemática na cabeça, sempre me vem essa ideia de desafios e de estratégias. Os dois juntos, porque cada segmento escolar vai gerar um tipo de ansiedade tanto no estudante quanto no professor. O professor também fica ansioso quando a turma não alcança determinado objetivo, quando o aluno não acompanha o conteúdo.

Essa constatação acerca da ansiedade do professor é apontada por Finlayson (2014), que expõe alguns fatores que podem contribuir para a ansiedade matemática dos professores, dentre eles a falta de autoconfiança, medo do fracasso, estilos de ensino, práticas de aprendizagem ineficazes e o não envolvimento dos estudantes. Para Ganley, Schoen, Lavenia e Tazaz (2019), o professor ao iniciar sua carreira não sabe como transformar o conhecimento matemático em uma matemática escolar, por isso, muitas vezes suas aulas se tornam cansativas, levando os estudantes a um baixo rendimento.

Ariadne - Eu tive essa experiência de ansiedade matemática com a minha filha. Ela teve uma experiência que não foi muito legal com a professora. Ela não tinha dificuldade matemática. E *quando ela passou para os anos finais do Ensino Fundamental, a professora às vezes não explicava a matéria. E ela tomou um certo pânico. Ela vivenciou uma experiência negativa e isso prejudicou ela no Ensino Médio. Até hoje, ela está fazendo cursinho e a gente está trabalhando com ela para ver se esse pânico, essa ansiedade da matemática muda. E ela tem facilidade em física e química. Olha para você ver que é na matemática, né?*

As experiências negativas são tema de discussão de Garcia-González e Martínez-Serra (2018), que expõem que as atitudes, crenças e concepções dos professores que ensinam matemática podem influenciar nas atitudes dos estudantes, contribuindo para a ansiedade matemática, que pode se arrastar durante todo o percurso educacional, inclusive na universidade, preparando futuros professores com um baixo desempenho na realização de atividades matemáticas.

Suzana - nós temos professores despreparados e provavelmente sua filha infelizmente teve a infelicidade de se deparar com um desses professores. Antigamente não podíamos participar, só ouvíamos! Para mim isso gera insegurança, medo e desmotivação.

Segundo Dowker, Sarkar e Looi (2016), a exposição a atitudes negativas de outras pessoas perante a matemática e estereótipos sociais estão relacionados com a ansiedade matemática. Logo, o constructo da ansiedade matemática sofre impacto da motivação, cognição, emoções e afeto, do envolvimento dos estudantes na aprendizagem da matemática e do papel dos pais e professores. Esses fatores interferem nas decisões dos estudantes de seguirem ou não carreiras que envolvem a matemática.

Como resultado dessas discussões, é possível afirmar que essa atividade com o *brainstorming* possibilitou realizar uma análise acerca dos padrões comportamentais de riscos à ansiedade matemática, como medo, pânico e desmotivação. Além de apresentar uma abordagem acerca da importância da formação do professor e de que forma a ansiedade matemática do professor pode incidir sobre o estudante.

O que é apontado pela literatura (LIN, DURBIN, RACER, 2017; GARCIA-GONZÁLEZ, MARTÍNEZ-SIERRA, 2018; RAMIREZ, HOOPER, KERSTING, FERGUSON, YEAGER, 2018; PÉREZ-TYTECA, MONJE, 2017), que expõe que quando os professores apresentam atitudes negativas em relação à matemática e, especificamente, ao processo de resoluções de problemas, é que eles poderão influenciar na motivação dos estudantes, apresentando um impacto direto na ansiedade matemática, ocasionando, por vezes, implicações no desenvolvimento da identidade do estudante.

Considerações

Considerando o desenvolvimento desta comunicação, entendemos que o *brainstorming* é uma técnica que proporciona reflexões numa perspectiva aberta e de diálogo, possibilitando conhecer um pouco sobre como o professor observa os padrões de riscos comportamentais à ansiedade matemática. Implementar a técnica do *brainstorming* em estudos exploratórios acerca dos impactos positivos e negativos das vivências educativas nas aulas de matemática é uma forma de ampliar as discussões nas formações dos professores, permitindo uma reflexão acerca de sua prática docente.

As discussões aqui apresentadas possibilitam uma reflexão acerca do que algumas pesquisas nacionais e internacionais apresentam acerca dos padrões de riscos à ansiedade matemática e de que maneira esses padrões emergem na sala de aula. Mas, algumas limitações da pesquisa devem ser apontadas, como o limitado número de participantes na formação que compõem este trabalho, em estudos futuros seria importante ampliar o número de inscrições e estender as discussões também aos estudantes, refletindo sobre a influência, as atitudes dos professores e suas interferências no modo como os estudantes aprendem a matemática.

Agradecimentos: Agradecemos à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e à Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC-SP pelo apoio oferecido ao desenvolvimento da pesquisa aqui apresentada.

Referências

ASHCRAFT, M. H. (2002). Math Anxiety: personal, educational, and cognitive consequences. *Current Directions in Psychological Science*, v. 11(5), p. 181-185, oct.

ASHCRAFT, M. H.; KRAUSE, J. A.; HOPKO, D. R. (2007). Is math anxiety a mathematical learning disability? In: BERCH, D. B.; MAZZOCO, M. M. M. (Eds.). *Why is math so hard for some children? The nature and origins of mathematical learning difficulties and disabilities*, p. 329–348. Paul H Brookes Publishing.

CAMPOS, A. M. A.; MANRIQUE, A. L. (2021). Ansiedade Matemática: as implicações dos padrões de riscos na sala de aula. *II Encontro Nacional de Educação Matemática Inclusiva* – II ENEMI, p. 1-11.

CARMO, J. S; SIMIONATO, A. M. (2012). Reversão de ansiedade à matemática: alguns dados da literatura. *Psicologia em Estudo,* vol. 17, Nº 2, p. 317-327, junho.

CARMO, J. S.; GRIS, G.; PALOMBARINI, L. S. (2019). Mathematics Anxiety: Definition, Prevention, Reversal Strategies and School Setting Inclusion. In: KOLLOSCHE, D.; MARCONE, R.; KNIGGE, M; PENTEADO, M.G.; SKOVSMOSE, O. (Orgs.) *Inclusive Mathematics Education: State-of-the-Art Research from Brazil and Germany.* Springer Nature Switzerland, p. 403-418.

COUTINHO, C. P.; BOTTENTUIT JUNIOR, J. B. (2007). Utilização da técnica do *brainstorming* na introdução de um modelo de e/b-learning numa escola profissional portuguesa: a perspectiva de professores e alunos. *Repositório Científico de Acesso Aberto de Portugal (Repositórios Cientìficos)*, p. 102-118.

DEVINE, A.; HILL, F.; CAREY, E.; SZŰCS, D. (2018). Cognitive and emotional math problems largely dissociate: Prevalence of developmental dyscalculia and mathematics anxiety. *Journal of Educational Psychology*, 110(3), p. 431–444.

DEVINE, A. (2017). *Cognitive and emotional mathematics learning problems in primary and secondary school students*. 248f. Dissertation for the degree of Doctor of Philosophy, University of Cambridge. DOWKER, A.; SARKAR, A.; LOOI, C.Y. Mathematics Anxiety: What Have We Learned in 60 Years? In: Frontiers in Psychology, v. 7, p. 1-16, abr. 2016.

DOWKER, A.; SARKAR, A.; LOOI, C.Y. (2016). Mathematics Anxiety: What Have We Learned in 60 Years? *Frontiers in Psychology*, v. 7, p. 1-16, abr.

DREGER, R. M.; AIKEN, L. R. (1957). The identification of number anxiety in a college population. *Journal of Educational Psychology*, v. 48, p. 344-351.

FERREIRA, M. A. H. (2022). Indícios de Representações Sociais de Professores de Matemática sobre o pensamento algébrico de alunos autistas. 126 fls. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo PUC-SP.

FINLAYSON, M. (2014). Addressing math anxiety in the classroom. *Improving School*s, v. 17, n. 1, p. 99-115, mar.

GANLEY, C. M.; SCHOEN, R. C.; LAVENIA, M.; TAZAZ, A. M. (2019). Construct validation of the math anxiety scale for teachers. *Aera Open*, v. 5, n.1, p. 1–16.

GARCIA-GONZÁLEZ, M. S.; MARTÍNEZ-SIERRA, G. (2018). Diego: una história de superación de ansiedad matemática en professores. In: RODRIGUEZ-MUÑIZ, L. J.; MUÑIZ-RODRIGUES, L.; AGUILAR-GONZÁLEZ, A.; ALONSO, P.; GARCIA, F. J. G.; BRUNO, A. *Investigación en matemática* XXII, Gijón: SEIEM, p. 221-230.

GEIST, E. (2010). The Anti-Anxiety Curriculum: Combating Math Anxiety in the Classroom. *Journal of Instructional Psychology*, v37 n.1, p. 24-31 Mar.

HEMBREE, R. (1990). The nature, effect, and relief of mathematics anxiety. *Journal for Research in Mathematics Education*, v. 21, p. 33-46.

HOLLINGSWORTH, H. L.; KNIGHT, M. M. (2018). "I am now confident": academic service-learning as a context for addressing math anxiety in preservice teachers. *Journal of Early Childhood Teacher Education*, v. 39, n. 4, p. 312-327.

LIN, Y.; DURBIN, J. M.; RANCER, A. S. (2017). Perceived instructor argumentativeness, verbal aggressiveness, and classroom communication climate in relation to student state motivation and math anxiety. *Communication Education*, v.66, n.3, p.330-349.

MENDES, A. C.; CARMO, J. S. (2014). Atribuições dadas à matemática e ansiedade ante a matemática: o relato de alguns estudantes do Ensino Fundamental. *Bolema,* Vol. 28, p. 368, dez.

PÉREZ-TYTECA, P. MONJE, J. (2017). Taller de resolución de problemas para prevenir la ansiedad matemática en los futuros maestros de educación infantil. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, v. 6, n. 2, p. 14-27.

RAMIREZ, G.; HOOPER, S. Y.; KERSTING, N. B.; FERGUSON, R.; YEAGER, D. (2018). Teacher math anxiety relates to adolescent students' math achievement. *Aera Open*, v. 4, n. 1, p. 1-13.

RAMIREZ, G.; CHANG, H.; MALONEY, E. A; LEVINE, S. C; BEILOCK, S. L. (2016). On the relationship between math anxiety and math achievement in early elementary school: the role of problem-solving strategies. *Journal Exp Child Psychol*; v. 141, p. 83-100.

SORVO, R.; KOPONEN, T.; VIHOLAINEN, H.; ARO, T.; RÄIKKÖNEN, E.; PEURA, P.; DOWKER, A.; ARO, M. (2017). Math anxiety and its relationship with basic arithmetic skills among primary school children. *Br J Educ Psychol*; v. 87, n. 3, p. 309-327.

Uma investigação com aluno com Transtorno de Déficit de Atenção e Hiperatividade utilizando tarefas matemáticas adaptadas

An investigation with a student with Attention Deficit Hyperactivity Disorder using adapted mathematical tasks

Una investigación con un estudiante con Trastorno por Déficit de Atención e Hiperactividad utilizando tareas matemáticas adaptadas

Bruno Vinícius Moreira da Cunha[1224]
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
0000-0002-2138-1274

Jader Otávio Dalto[1225]
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
0000-0001-7684-2480

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Educação Matemática e Inclusão

Resumo

Temos por objetivo compartilhar uma experiência no ensino de matemática para alunos com Transtorno de Déficit de Atenção e Hiperatividade a partir da análise e reestruturação de tarefas matemáticas presentes em livros didáticos, levando em conta as especificidades do perfil neuropsicológico demandadas pelos alunos com esse transtorno. Tal tarefa foi aplicada com um aluno da Sala de Recursos Multifuncionais, na rede municipal de um pequeno município no norte do estado do Paraná, e buscou contemplar um primeiro contato de alunos com esse tipo de transtorno com tarefas matemáticas adaptadas a partir dos livros usados atualmente na rede de ensino, observar as interações deste aluno com tarefas reformulados no período pós pandemia com o retorno às aulas presenciais e avaliar como essas tarefas contribuíram para a aprendizagem significativa deste aluno.

Palavras-chave: Educação Matemática. Neuropsicologia. TDAH. Ensino de Matemática. Tarefas Matemáticas.

Abstract

We aim to share an experience in teaching mathematics to students with attention deficit hyperactivity disorder from the analysis and restructuring of mathematical tasks present in textbooks, taking into account the specificities of the neuropsychological profile demanded by students with this disorder. This task was applied to a student from the Multifunctional

[1224] cunhab@alunos.utfpr.edu.br
[1225] jaderdalto@utfpr.edu.br

Resource Room, in the municipal network of a small municipality in the north of the state of Paraná, and sought to contemplate a first contact of students with this type of disorder with mathematical tasks adapted from the books currently used. in the education network, to observe the interactions of this student with reformulated tasks in the post-pandemic period with the return to face-to-face classes and to evaluate how these tasks contributed to the significant learning of this student.

Keywords: Mathematics Education. Neuropsychology. ADHD. Teaching Mathematics. Mathematical Tasks.

Resumen

Pretendemos compartir una experiencia en la enseñanza de las matemáticas a alumnos con trastorno por déficit de atención con hiperactividad a partir del análisis y reestructuración de tareas matemáticas presentes en los libros de texto, teniendo en cuenta las especificidades del perfil neuropsicológico que demandan los alumnos con este trastorno. Esta tarea fue aplicada a un estudiante de la Sala de Recursos Multifuncionales, en la red municipal de un pequeño municipio del norte del estado de Paraná, y buscó contemplar un primer contacto de estudiantes con este tipo de trastorno con tareas matemáticas adaptadas de la libros utilizados actualmente en la red educativa, para observar las interacciones de este estudiante con tareas reformuladas en el periodo pospandemia con el regreso a clases presenciales y evaluar cómo estas tareas contribuyeron al aprendizaje significativo de este estudiante.

Palabras clave: Educación Matemática. Neuropsicología. TDAH. Enseñanza de las Matemáticas. Tareas Matemáticas.

Introdução

Caracteriza-se o Transtorno de Déficit de Atenção e Hiperatividade (TDAH) como um dos transtornos mentais mais comuns na infância e adolescência, de modo geral, por desatenção, atividade motora excessiva e impulsividade. Muszkat, Mirando, Rizzutti (2017) em seus estudos encontraram que entre 3% a 6% das crianças em idade escolar apresentam TDAH. Szobota, Eizirikb, Cunhac, Langlebend e Rohdee (2001) em seus estudos relatam que o Transtorno de Déficit de Atenção e Hiperatividade apresenta a incapacidade de modular a resposta ao estímulo, com a impulsividade e a desatenção.

Atualmente os critérios diagnósticos utilizados constam na edição do DSM-V (2014) e envolvem sintomas de desatenção e/ou hiperatividade, dificuldade de organização, incapacidade de terminar trabalhos, parecem estar com a cabeça longe, mal gerenciamento do tempo, perda de coisas necessárias (por exemplo - materiais escolares, lápis, livros, instrumentos, carteiras, chaves, documentos, óculos, celular), impulsividade, entre outras.

As características dos alunos com este transtorno demandam mudanças nas práticas pedagógicas escolares, uma vez que a escola se caracteriza como um dos principais espaços onde ocorre a interação entre as diferenças. Assim, é importante que o professor adapte sua prática a partir do perfil do aluno com TDAH. Neste contexto, trazemos neste trabalho o relato de uma experiência com um aluno que apresenta o referido transtorno e que frequenta a sala de recursos multifuncionais. De início, apresentamos as principais características deste transtorno, como o aluno portador do TDAH se comporta na escola e sugestões de algumas mudanças nas tarefas matemáticas para o professor. A seguir, apresentamos como as funções executivas são impactadas em alunos com TDAH. Assim temos por objetivo compartilhar uma experiência no ensino de matemática para alunos com Transtorno de Déficit de Atenção e Hiperatividade a partir da análise e reestruturação de tarefas matemáticas presentes em livros didáticos, levando em conta as especificidades do perfil neuropsicológico demandadas pelos alunos com esse transtorno.

As funções executivas e o TDAH

De um modo geral, as funções executivas (FE) são habilidades cognitivas usadas para controlar pensamentos, emoções e ações, tendo grande impacto na vida social, cognitiva e emocional. Malloy-Diniz, de Paula, Sedó, Fuentes, Leite, de Camargo, e Cosenza, (2014) "definem funções executivas como sendo um conjunto de processos mentais que atuam de forma integrada permitindo ao indivíduo que avalie e adeque de comportamentos, descarte estratégias ineficazes propondo outros mais eficientes e resolva problemas imediatos, em médio e longo prazo."

De acordo com Diamond (2012) existem três funções executivas principais, das quais outras funções são derivadas: *controle inibitório*, incluindo autocontrole (inibição comportamental) e controle de interferência (atenção seletiva e inibição cognitiva); *memória de trabalho* e *flexibilidade cognitiva*. Tais habilidades dão suporte para outras mais complexas como planejamento, raciocínio dedutivo e solução de problemas, consideradas essenciais para um bom desenvolvimento cognitivo, social e psicológico. Ainda ressaltamos que as funções executivas (FE) relacionam-se com várias componentes fundamentais para aprendizagem como atenção seletiva, controle inibitório, organização, planejamento, memória operacional e flexibilidade cognitiva.

O controle inibitório é uma habilidade que consiste em inibir e/ou controlar respostas impulsivas. Estudos em Jacobson, Schneider e Mahone (2008 apud HASHIMOTO 2019) mostram que crianças com TDAH possuem baixa capacidade de inibir seus comportamentos. Em Hashimoto (2019) encontramos que a memória de trabalho é entendida como um componente cognitivo ligado à memória, que permite o armazenamento temporário de informação e a manipulação das mesmas, tendo capacidade limitada. Os déficits de memória de trabalho são encontrados em crianças com TDAH apresentando déficits no processamento básico de informações.

Transtorno do déficit de atenção e as aulas de Matemática

Muitos estudos acerca do TDAH tem seu foco voltado para a aprendizagem de leitura e escrita e poucos têm focado a aprendizagem da Matemática colocando a desatenção como um dos principais fatores para que o aprendizado dessa disciplina seja evidente (MARTINS, 2011).

Em relação à aprendizagem da Matemática, Geary (1993) apud Lacosta (2005) apresenta três tipos de déficit que poderiam explicar a dificuldade do cálculo para os alunos com TDAH: aspectos metodológicos do cálculo (dificuldade na aquisição de procedimentos e estratégias aritméticas para resolução das operações básicas); recuperação automática de eixos numéricos da memória semântica (dificuldade em adquirir e manter os dados matemáticos básicos, para que sejam adequados à aquisição e ao uso das habilidades do cálculo), e habilidades viso-espaciais (dificuldades na representação espacial e na interpretação da informação numérica). Destacando que as dificuldades escolares em Matemática dessas crianças podem ser caracterizadas pelo comprometimento da atenção concentrada, da flexibilidade cognitiva (capacidade para reestruturar o conhecimento de muitas maneiras, de acordo com as exigências situacionais), da memória de trabalho, como por déficits viso-espaciais.

Encontram-se diferentes formas de relacionar o TDAH e a dificuldade em Matemática. Para Platt (2010) apud Martins (2011) a primeira maneira consiste em analisar as implicações práticas que o TDAH tem sobre a aprendizagem em sala de aula (aspectos didáticos e metodológicos), e a segunda refere-se ao papel da memória de trabalho, das funções executivas e da desatenção. Destacam-se que as dificuldades na memória de trabalho geralmente geram dificuldades em problemas que envolvem manipulação da informação verbal e não verbal, que contribui para dificuldades na resolução de problemas matemáticos indo além dos processamentos fonológicos. Portanto, uma deficiência na memória de trabalho não é o único fator cognitivo que relaciona dificuldade em Matemática e o TDAH, a desatenção que está altamente correlacionada com TDAH também contribui significativamente para dificuldade em Matemática.

No entanto encontramos em Alba (2008) apud Martins (2011) que os participantes com diagnósticos TDAH se caracterizam por apresentar um déficit no controle inibitório, um déficit na regulação do esforço ou recursos energéticos, os quais conduzem a um padrão de comportamento impulsivo. Em relação à memória de trabalho, tanto o componente verbal como viso espacial estariam afetados, mas não apresentam déficit na memória de curto prazo. Em relação a habilidades meta cognitivas necessárias para a resolução de problemas, Martins (2011) apresenta que sabem menos que as crianças do grupo controle, e também têm dificuldades no monitoramento. E, para finalizar, têm demonstrado pouca habilidade em tarefas para aplicar o conhecimento matemático.

O aluno com TDAH na escola

Na escola os sintomas dos alunos com TDAH aparecem com maior evidência, pois as funções de atenção e organização, extremamente necessárias na escola, são comprometidas. Barbosa e Camargo (2016) destacam que o aluno com TDAH apresenta comprometimento no rendimento escolar devido à dificuldade em prestar atenção, observar detalhes cotidianos, permanecer atento, e concentrar-se em uma atividade até o fim.

No dia a dia de uma escola, ensinar é uma tarefa que impõe desafios diários e variados para o professor. Neste sentido, Muszkat, Miranda e Rizutti *apud* Barbosa e Camargo (2014) escrevem:

> Ensinar uma criança com TDAH é ainda mais desafiador, pois além de os sintomas de TDAH envolverem dificuldades no processo de aprendizado e no comportamento, cada criança com TDAH é única. Na maioria das vezes, os educadores não sabem o que fazer, sentem-se perdidos, cansados, desanimados e sem apoio. Entretanto, não é possível, recusar o direito destas crianças ao ensino adequado de suas necessidades. Para isso, as leis de inclusão estão mais abrangentes e rígidas. Também, não é possível ignorar a presença dessas crianças na sala de aula. (BARBOSA, CAMARGO, 2014, p. 6).

Em Muszkat, Miranda e Rizutti *apud* Barbosa e Camargo (2014) destacam que é necessário disponibilizar aos professores conhecimentos teóricos sobre o TDAH, para que aliado a novas práticas metodológicas e ao saber do próprio professor ele obtenha resultados satisfatórios.

Em consonância com o conhecimento teórico referente ao TDAH, o professor deve conhecer as características de cada criança portadora do transtorno em sua sala de aula, bem como o acompanhamento da família e da equipe pedagógica, para que possa adequar suas estratégias de ensino. Segundo Mattos (2015) o "professor ideal" tem que possuir criatividade e "jogo de cintura" para utilizar uma variedade de alternativas e avaliar qual deu melhores resultados.

Muszkat, Miranda e Rizutti *apud* Barbosa e Camargo (2014) apresentam algumas orientações para auxiliar os professores no seu trabalho, entre eles, citamos os mais pertinentes ao nosso trabalho:

> Utilize estratégias e recursos de ensino flexíveis. Assinale e elogie os sucessos da criança tanto quanto for possível. As regras e instruções devem ser breves e claras, evite sentenças muito compridas. Transforme as tarefas em jogos. Avalie mais pela qualidade do que pela quantidade de tarefas executadas. Dê preferência à estratégia de ensino participativo. Divida as tarefas grandes e várias pequenas. Utilize vários recursos de ensino, e não somente a voz. Evite salas de aula com muitos estímulos que possam distrair o aluno. Evite trabalhos em grandes grupos, normalmente estas crianças necessitam deatividades individualizadas. (BARBOSA, CAMARGO, 2014, p. 8)

O professor, nesse contexto, é elemento indispensável para que o aluno portador do TDAH consiga ser atendido na sua necessidade e inserido na escola. O professor, ainda, atua como um elo de confiança na relação da família e escola, e busca aprimoramento teórico que lhe permite aperfeiçoar suas práticas metodológicas e pedagógicas para poder atender os alunos de acordo com suas particularidades e especificidades

Algumas estratégias pedagógicas para alunos com TDAH

Apresentaremos nessa seção algumas estratégias para desenvolver o aluno que apresentam TDAH de acordo com a Associação Brasileira de Déficit de Atenção e que também utilizamos no decorrer da aplicação das tarefas presentes neste relato:

Atenção e memória sustentada: a) Quando o professor der alguma instrução, pedir ao aluno para repetir as instruções ou compartilhar com um amigo antes de começar as tarefas. b) Quando o aluno desempenhar a tarefa solicitada ofereça sempre um feedback positivo. c) NÃO criticar e apontar, em hipótese alguma, os erros cometidos como falha no desempenho. d) Na medida do possível, oferecer para o aluno e toda a turma tarefas diferenciadas. e) Optar por, sempre que possível, dar aulas com materiais audiovisuais, computadores, vídeos, e outros materiais diferenciados como revistas, jornais, livros etc.

Tempo e processamento das informações: a) Permitir como respostas de aprendizado apresentações orais, trabalhos manuais e outras tarefas que desenvolvam a criatividade do aluno. b) Reduzir ao máximo o número de cópias escritas de textos. Permitir a digitação e impressão, caso seja mais produtivo para ao aluno. c) Respeitar um tempo mínimo de intervalo entre as tarefas. d) Permitir ao aluno dar uma resposta oral ou gravar, caso ele tenha alguma dificuldade para escrever.

Técnicas de aprendizado e habilidades meta-cognitivas: a) Explicar de maneira clara e devagar quais são as técnicas de aprendizado que estão sendo utilizadas. b) Definir metas claras e possíveis para que o aluno faça sua auto avaliação nas tarefas e nos projetos.

Inibição e autocontrole: a) Buscar sempre ter uma postura proativa. Identificar no ambiente de sala de aula quais são os piores elementos distratores. b) Utilizar técnicas auditivas e visuais para sinalizar transições ou mudanças de atividades.

Aplicação das tarefas na sala de recursos multifuncionais

Seguindo as sugestões de Muszkat, Miranda e Rizutti *apud* Barbosa e Camargo (2014) e da Associação Brasileira de Déficit de Atenção (ABDA) e considerando o cenário pós pandemia, utilizamos uma reformulação das tarefas encontradas no livro didático do 1ª ano do ensino fundamental detentor da habilidade: (EF01MA13): Relacionar figuras geométricas espaciais (cones, cilindros, esferas e blocos retangulares) a objetos familiares do mundo físico.

Como consequência do período de pandemia se viu necessário a retomada de conteúdo, quando as aulas retornaram, que tenham sido considerados "menos importantes" para finalmente serem trabalhados em sala de aula. Isto justifica a escolha de tal conteúdo, já que os alunos não foram apresentados a ele e possibilitou uma forma de reestruturar as tarefas para alunos com TDAH.

O aluno em específico está diagnosticado com CID 10 - F90.0: Distúrbios da atividade e da atenção. O aluno apresenta TDAH predominantemente desatento e com isso apresenta dificuldades com habilidades viso-espaciais (dificuldades na representação espacial e na interpretação da informação numérica) de acordo com Geary (1993) apud Lacosta (2005) e ainda apresentam comprometimento da atenção concentrada, da flexibilidade cognitiva da memória operacional.

As tarefas seguiram as sugestões Muszkat, Miranda e Rizutti *apud* Barbosa e Camargo (2014): a) utilize estratégias e recursos de ensino flexíveis: contamos com materiais recicláveis de vários formatos, associação do material reciclável aos sólidos geométricos estudados, construção de maquete. b) Transforme as tarefas em jogos: foram usados como forma de avaliação. c) Divida as tarefas grandes e várias pequenas: o capítulo do livro que trabalha a habilidade foi reformulado para poucas páginas com atividades objetivas com comandos claros. d) Utilize vários recursos de ensino, e não somente a voz: utilizamos materiais recicláveis, sólidos geométricos, jogos on-line e a ferramenta WhatsApp.

Destacamos que durante toda a atividade foi valorizado o estímulo visual para registro das tarefas. Estes registros eram feitos de acordo com o conhecimento do aluno (escrita/desenho) e sempre com auxílio do professor. Ainda relatamos que nenhuma tarefa foi iniciada sem antes ter uma conversa, uma experiência ou exploração.

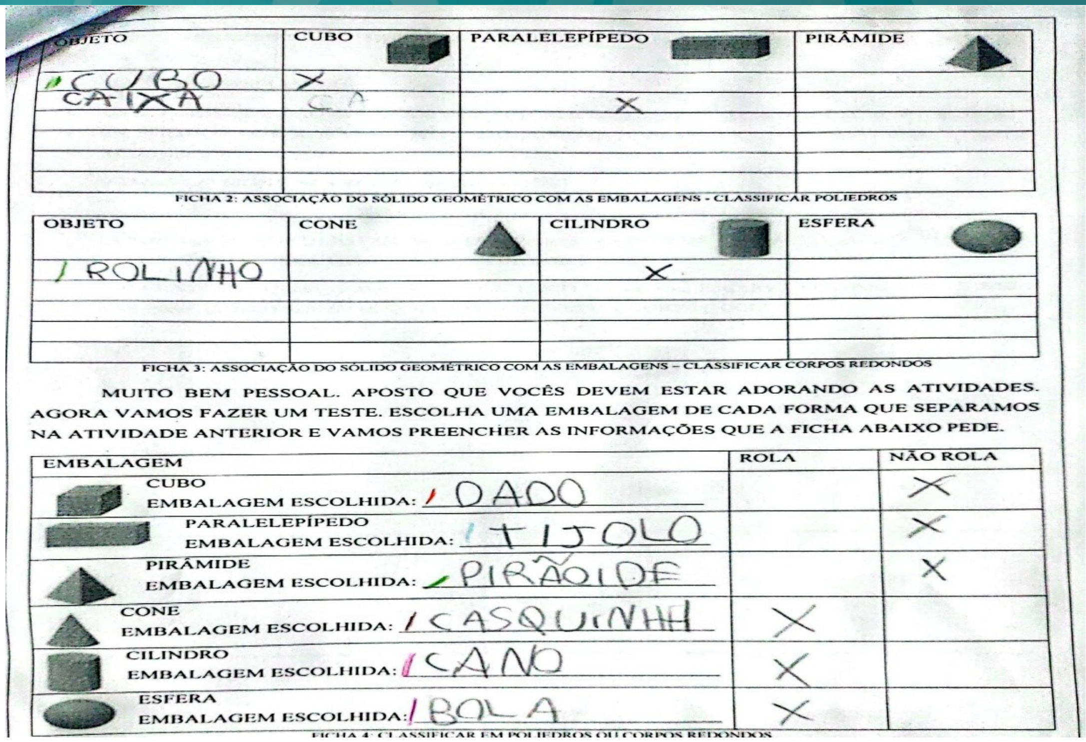
Seguindo os autores pudemos realizar os apontamentos: a) Assinale e elogie os sucessos da criança tanto quanto for possível. b) As regras e instruções devem ser breves e claras, evite sentenças muito compridas. c) Avalie mais pela qualidade do que pela quantidade de tarefas executadas. d) Dê preferência à estratégia de ensino participativo.

Iniciamos nossa aplicação com uma conversa sobre maquetes e o que poderíamos usar se fossemos fazer uma construção na sala de aula e elencar quais seriam as formas e os materiais que poderíamos usar o que nos remete ao que a ABDA sugere: trabalhos manuais e outras tarefas que desenvolvam a criatividade do aluno e ainda optar por, sempre que possível, dar aulas com materiais diferenciados.

Para trabalharmos com as dificuldades com habilidades viso-espaciais apresentamos os sólidos geométricos (cubo, pirâmide, esfera, cilindro, cone e paralelepípedo) utilizando recurso impresso e suas representações 3D. A fim de aproximar tais sólidos com objetos do dia a dia, buscamos na escola objetos que possuíam o mesmo formato e como forma de registro produzimos uma tabela com correspondência sólido-objeto como sugere o ABDA: usar mecanismos e/ou ferramentas para compensar as dificuldades memoriais: tabelas. Além disso, com os materiais recicláveis pudemos manipular vários sólidos e associar de forma semelhante ao que fizemos na tabela, colocando o aluno sempre como ser participativo e atuante durante a aula. Destacamos que em toda a realização das tarefas pudemos perceber alunos participativos e interessados no que foi proposto, como podemos perceber na figura 1 onde contém duas atividades, a primeira é uma tabela dividida em poliedros e corpos redondos onde o aluno precisava escrever o nome do material reciclável e marcar um X com qual dos sólidos ele mais se parecia. Na segunda atividade foi dado o poliedro e o corpo redondo e aluno escreveu um exemplo de cada um que se pedia, com auxílio do professor, e marcou um X se esse sólido “rolava ou não rolava”.

Figura 1.

Fonte: o autor.



OBJETO	CUBO	PARALELEPÍPEDO	PIRÂMIDE
CUBO	X		
CAIXA		X	

FICHA 2: ASSOCIAÇÃO DO SÓLIDO GEOMÉTRICO COM AS EMBALAGENS - CLASSIFICAR POLIEDROS

OBJETO	CONE	CILINDRO	ESFERA
ROLINHO		X	

FICHA 3: ASSOCIAÇÃO DO SÓLIDO GEOMÉTRICO COM AS EMBALAGENS – CLASSIFICAR CORPOS REDONDOS

MUITO BEM PESSOAL. APOSTO QUE VOCÊS DEVEM ESTAR ADORANDO AS ATIVIDADES. AGORA VAMOS FAZER UM TESTE. ESCOLHA UMA EMBALAGEM DE CADA FORMA QUE SEPARAMOS NA ATIVIDADE ANTERIOR E VAMOS PREENCHER AS INFORMAÇÕES QUE A FICHA ABAIXO PEDE.

EMBALAGEM	ROLA	NÃO ROLA
CUBO EMBALAGEM ESCOLHIDA: DADO		X
PARALELEPÍPEDO EMBALAGEM ESCOLHIDA: TIJOLO		X
PIRÂMIDE EMBALAGEM ESCOLHIDA: PIRÃOIDE		X
CONE EMBALAGEM ESCOLHIDA: CASQUINHA	X	
CILINDRO EMBALAGEM ESCOLHIDA: CANO	X	
ESFERA EMBALAGEM ESCOLHIDA: BOLA	X	

FICHA 4: CLASSIFICAR EM POLIEDROS OU CORPOS REDONDOS

Assim, conseguimos avançar e realizar a explicação de forma objetiva e claro dos conceitos de poliedros e corpos redondos e aproveitando a atividade anterior, apresentada na imagem 1, classificar alguns materiais em uma tabela. O registro contou com a colaboração do professor para escrita, mas as respostas vieram de forma oral. Ainda pudemos observar que a forma de registro possui estímulos visuais que buscam manter e estimular a atenção do aluno, além de expressarem uma forma de avaliação contínua do aprendizado, conforme figura 2.

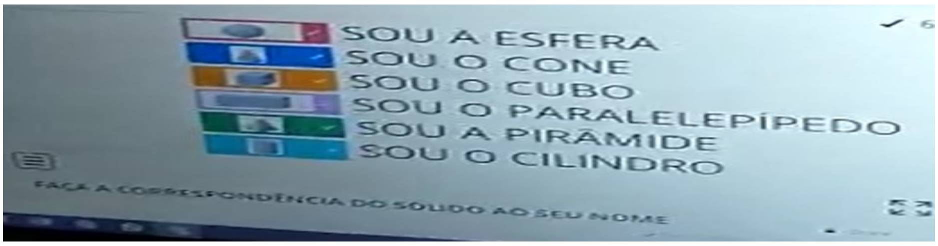
Figura 2.

Fonte: o autor

A construção da maquete surge neste estudo como uma das formas de avaliação da aprendizagem. Além de pôr o aluno como agente ativo na atividade, a construção teve como objetivo o aluno se levantar em alguns momentos e não sentir-se tão cobrado pela atividade, sugestão também dada pela ABDA. E como finalização tiveram a tarefa de relacionar uma etiqueta com o nome do sólido geométrico a sua representação na maquete, conforme figura 3.

Figura 3.

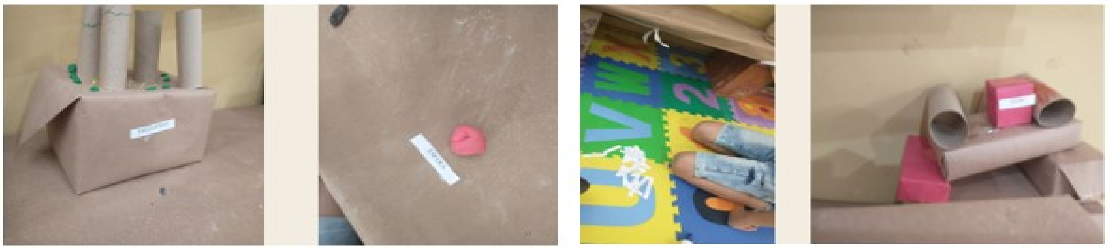
Fonte: o autor



A avaliação ainda consistia em realizar dois jogos on-line criados pelo professor: um de correspondência biunívoca e outro de verdadeiro ou falso, onde o aluno teve sucesso em realizar a correspondência nome/sólido geométrico e conseguiu também nomeá-los com auxílio do professor na leitura.

Figura 4.

Fonte: o autor



Terminando com um áudio enviado para o professor e reproduzido para o aluno onde obtivemos a resposta:

Áudio: *"Olá amiguinho, tudo bem? Vocês aprenderam várias coisas hoje, né? Me contem! O mais vocês gostaram? O que você aprendeu?"*.

Resposta: *"Eu gostei da... maquete, do jogo... a gente usou paralelepípedo, esfera, cilindro, cubo, pirâmide e cone"*.

Algumas considerações

É importante compreender os conceitos relacionados ao transtorno e a conscientização da necessidade de mudança da prática pedagógica adotada em sala de aula. Destacando a necessidade de que o professor e todos os envolvidos no processo de ensino-aprendizagem adquiram conhecimento e informações sobre esse tema, destacando-se a importância do papel do professor na vida do aluno com TDAH. Conhecer o TDAH e buscar meios para enfrentá-lo é, também, evitar consequências que firam o bem comum.

Como pudemos perceber pela aplicação das tarefas, tivemos sucesso neste caso, com o estímulo da interação, da participação, de comandos rápidos, curtos e objetivos chegamos no objetivo que buscamos alcançar com este aluno.

Como foi dito de acordo com Muszkat, Miranda e Rizutti *apud* Barbosa e Camargo (2014) a importância de disponibilizar aos professores conhecimentos teóricos sobre o TDAH, para que esses conhecimentos sejam aliados a novas práticas metodológicas e a se fazer novas práticas juntamente com o saber do próprio professor podemos obter resultados satisfatórios aos objetivos propostos.

Percebemos com clareza que o conhecimento teórico referente ao TDAH e que se conhecendo as características de cada criança portadora do transtorno em sua sala de aula, podemos adequar nossas estratégias de ensino e produzir tarefas diferenciadas. O exposto apresenta o que segundo Mattos (2015) seria a criatividade e “jogo de cintura” utilizado pelo professor para apresentar uma variedade de alternativas e avaliar qual deu melhores resultados, diante da sua realidade. Ressaltamos ainda que embora a experiência com este aluno em especifico tenha sido realizado na SRM, fora da sala regular, as considerações feitas, as adaptações de tarefas e orientações podem ser seguidas e realizadas pelo professor quando ministra uma aula na turma regular que tenha aluno com TDAH. E ainda enfatizamos que com mudanças simples nas tarefas aplicadas na turma regular podem ter mudanças positivas de interação, interação e aprendizagem nos alunos.

Referências

ABDA. Associação Brasileira de Déficit de Atenção. **O que é o TDAH?** Disponível em <https://tdah.org.br/>. Acesso em 30 nov. 2021.

______. **Algumas estratégias pedagógicas para alunos com TDAH**. Disponível em: <https://tdah.org.br/>. Acesso em 05 dez. 2021.

BARBOSA, Maria José Fagundes; CAMARGO, Joseli Almeida de; **Matemática e TDAH: implicações na prática escolar**. 1. vol. Paraná: versão on-line. 2014. (Coleção PDE). ISBN 978-85-8015-080-3.

______. TDAH e matemática: implicações na prática escolar. *In:* ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12. 2016. São Paulo. Relato de experiência.

DIAMOND, Adele. Executive functions. **Annual review of psychology**, v. 64, p. 135-168, 2012.

HASHIMOTO, Eduardo de Souza; **Perfil Neuropsicológico em Crianças com TDAH: Um Estudo de Caso Controle**. 2019. 84. Dissertação de Mestrado em Psicologia. Universidade Estadual de Londrina. 2019.

LACOSTA, Angel Maria Casajús. **La resolución de problemas aritmético-verbales por alumnos con Déficit de Atención con Hiperactvidade (TDAH).** Barcelona, Universitat de Barcelona. Memoria de Tesis Doctoral, 2005.

MALLOY-DINIZ, Leandro F.; DE PAULA, Jonas Jardim; SEDÓ, Manuel; FUENTES, Daniel; LEITE, Wellington Borges; **Neuropsicologia das funções executivas e da atenção.** FUENTES, Daniel; MALLOY-DINIZ, Leandro F.; DE CAMARGO, Candida Helena Pires; COSENZA, Ramon M.; *In:* **Neuropsicologia Teoria e Prática.** São Paulo: Artmed, 2014, p. 432.

MARTINS, Rosa Santana; **Ensinando Matemática para alunos diagnosticados como portadores de Transtorno de Déficit de Atenção/Hiperatividade (TDAH): uma proposta baseada no desenvolvimento da autorregulação.** 2011. 218. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. Universidade Federal de Ouro Preto. 2011.

MUSZKAT, Mauro; MIRANDO, Monica Carolina; RIZZUTTI, Sueli; **Transtorno de Déficit de Atenção e Hiperatividades.** São Paulo: Editora Cortez. 2017.

SZOBOTA, Claudia M; EIZIRIKB, Mariana; CUNHAC, Renato D de; LANGLEBEND, Daniel; ROHDEE, Luis Augusto; Neuroimagem no transtorno de déficit de atenção/hiperatividade, **Revista Brasileira de Psiquiatria,** Porto Alegre, v. 23, n. 1, p. 32-35, mai. 2001. Disponível: https://www.scielo.br/j/rbp/a/H7Yqm89FYGZB8gG49FXfFLy/?lang=pt. Acesso em: 24 mai. 2022.

Desenho de uma situação de aprendizagem para o estudo da variação e mudançaem um grupo diversificado

Design of a learning situation for the study of variation and change in a diversegroup

Diseño de una situación de aprendizaje para el estudio de la variación y el cambioen un grupo diverso

Arciniegas Rueda Haided Lised[1226]
Universidad Industrial de Santander
0000-0002-3368-0968

Mendoza Higuera Edith Johanna[1227]
Universidad Industrial de Santander
0000-0002-6159-5015

Modalidad: Comunicación.
Núcleo Temático: Educación Matemática e Inclusión.

Resumen

Este reporte de investigación mostrará una propuesta metodológica para el desarrollo de prácticas variacionales en un grupo diverso de estudiantes de noveno grado de una institución pública de Colombia. Por tanto, la pregunta de investigación es ¿cómo promover el desarrollo de prácticas variacionales en un grupo diverso de estudiantes de noveno grado? Los fundamentos teóricos se centran en la caracterización del pensamiento variacional desde practicas variacionales y los principios de la Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa, y las características del aula inclusivade matemáticas que reconocen al estudiante como protagonista en la construcción de conocimiento matemático. Refiere a una estrategia de diseño para la enseñanza con elementos fenomenológicos, donde se caracterizó a los estudiantes desde diferentes dimensiones, para luego diseñar una situación de aprendizaje alrededor del estudio de lavariación constante, teniendo en cuenta las características del grupo diverso. Como resultado se presenta una situación de aprendizaje que incentiva el desarrollo del pensamiento variacional y promueve la inclusión en clase de matemáticas.

Palabras clave: variación, cambio, situación de aprendizaje, prácticas variacionales, inclusión.

Abstract

This research report will show a methodological proposal for the development of variational practices in a diverse group of ninth grade students from a public institution in Colombia.

[1226] haided2218073@correo.uis.edu.co
[1227] edith.mendoza@correo.uis.edu.co

Therefore, the research question is how to promote the development of variational practices in a diverse group of ninth grade students? The theoretical foundations focus on the characterization of variational thinking from variational practices and the principles of the Socioepistemological Theory of Educational Mathematics, and the characteristics of the inclusive mathematics classroom that recognize the student as a protagonist in the construction of mathematical knowledge. Itrefers to a design strategy for teaching with phenomenological elements, where studentswere characterized from different dimensions, and then designed a learning situation around the study of constant variation, considering the characteristics of the diverse group. As a result, a learning situation is presented that encourages the development of variational thinking and promotes inclusion in mathematics class.

Keywords: variation, change, learning situation, variational practices, inclusion.

Resumo

Este relatório de pesquisa mostrará uma proposta metodológica para o desenvolvimento de práticas variacionais em um grupo diversificado de estudantes do nono ano de uma instituição pública na Colômbia. Portanto, a questão da pesquisa é como promover o desenvolvimento de práticas variacionais em um grupo diversificado de alunos do 9º ano?Os fundamentos teóricos focam na caracterização do pensamento variacional a partir de práticas variacionais e dos princípios da Teoria Socioepistemológica da Matemática Educacional, e as características da sala de matemática inclusiva que reconhecem o alunocomo protagonista na construção do conhecimento matemático. Refere-se a uma estratégia de design para o ensino com elementos fenomenológicos, onde os alunos foram caracterizados de diferentes dimensões, e depois desenhou uma situação de aprendizagemem torno do estudo da variação constante, levando em conta as características do grupo diversificado. Como resultado, é apresentada uma situação de aprendizagem que incentiva o desenvolvimento do pensamento variacional e promove a inclusão na aula dematemática.

Palavras-chave*:* variação, mudança, situação de aprendizagem, práticas variacionais, inclusão.

Introducción

A partir de los Estándares Básicos de Competencia [EBC] (MEN, 2006), se precisa que un ciudadano matemáticamente competente para la sociedad es una persona capaz de enfrentarse y resolver distintas situaciones de la vida diaria. En tanto, la educación debe dirigir su atención hacia la formación de ciudadanos funcionales, al reconocer y problematizar la matemática escolar y al gestionar aprendizajes desde la construcción social de conocimiento matemático. Así, el fortalecimiento del pensamiento variacional implica el estudio de situaciones de variación y cambio inmersas en distintas situaciones cotidianas donde el estudiante, desde su contexto y dimensiones que lo caracterizan, significa y resignifica el conocimiento; de tal modo, que es de importancia situar el proceso de enseñanza desde el estudiante, quien aprende, inventa y usa el conocimiento matemático (Cantoral, 2016 citado por

Caballero, 2018). De allí, que el reto de la inclusión en clase de matemáticas parta de principios de equidad, justicia e igualdad.Por tanto, reconocer la diversidad en el aula como punto de partida para la Construccióndel Conocimiento Matemático [CCM] precisa que es la escuela que debe adaptarse al estudiante y no al contrario (Arnaiz, 2005). En síntesis, surge la inquietud acerca de cómo enfrentar la construcción de significados en el desarrollo del pensamiento variacional antela diversidad inherente en el aula de matemáticas de tal modo que, el objetivo de esta investigación fue describir una estrategia metodológica para el desarrollo de Prácticas Variacionales [PV] en un grupo diverso de estudiantes de noveno grado.

Aspectos teóricos

Esta investigación se enmarcó en los elementos de la Teoría Socioepistemológicade la Matemática Educativa [TSME] al dirigir su atención a la construcción social del conocimiento matemático que surge desde las prácticas sociales, de modo que se reconocen las dimensiones del saber que ubican el conocimiento matemático desde la óptica epistemológica, didáctica, cognitiva y sociocultural (Cantoral et al, 2014). Así, el elemento primordial es la matemática funcional como resultado de la matemática conceptual y vivencial donde se significa, resignifica y transforma el objeto matemático (Cordero, 2006). Se precisa como punto de partida el estudio de situaciones de variación y cambio, para describir el conocimiento matemático que se moviliza en las Prácticas Variacionales (comparación, seriación, predicción y estimación) estudiadas por Caballero (2018) e inmersas en una situación de aprendizaje orientada al estudio de la variación y el cambio desde las etapas factual, procedimental y simbólica.

Así mismo, al distinguir problemáticas de enseñanza y aprendizaje desde la TSME y reconocer al estudiante como protagonista en la CCM, se concreta la inclusión para describir un aula inclusiva de matemáticas desde: las adaptaciones al currículo y la instrucción coherente, valorar y respetar la diferencia, aprender en comunidad, aprender para la vida, no “normalidad” y, cultura inclusiva (Crisol et al, 2015; Moliner et al, 2017; Arnaiz, 1996). Además, para describir el grupo diverso desde el contexto colombiano setomaron los subgrupos: estudiantes con Necesidad Educativa Especial [NEE], estudiantesde exclusiones disciplinarias relacionadas con trastornos de conducta, estudiantes con trastornos de aprendizaje, estudiantes en riesgo de exclusión y estudiantes sin ninguna delas características nombradas (Ainscow & Miles, 2008).

Metodología

Esta investigación refiere a una estrategia de diseño para la enseñanza conprincipios fenomenológicos. La población de estudio fue un grupo de 38 estudiantes de noveno grado de una institución pública de Colombia. Las fases metodológicas fueron:

(1) caracterización del grupo diverso;

(2) descripción de premisas para la estructura del diseño;

(3) situación de aprendizaje para el estudio de la variación constante y finalmente,

(4) universalización e individualización del aprendizaje.

Caracterización del grupo diverso

A partir de las indicaciones para la inclusión planteadas por MEN (2017) se definieron como dimensiones para la caracterización de los estudiantes: contexto y vida familiar, conducta adaptativa y desarrollo personal, habilidades intelectuales, participación e inclusión social y, adaptaciones a las metas de aprendizaje. Así, los instrumentos que posibilitaron la recolección de información fueron observaciones participativas, cuestionarios y entrevistas semiestructuradas.

Se realizaron 15 observaciones participativas, considerando un diario de campo y preguntas orientadoras para identificar características relacionadas con las dimensiones.

Los cuestionarios se diseñaron con preguntas abiertas y cerradas elaboradas a partir de las orientaciones del MEN (2017) y referentes de investigación sobre inclusión en clase de matemáticas. Este instrumento fue aplicado a estudiantes, padres de familia, docente investigador y docente titular del curso. El cuestionario que respondió el docenteinvestigador se centró en la dimensión de habilidades intelectuales, al fortalecer la información con la observación participativa. Y, el cuestionario aplicado a la docente titular tuvo como objetivo caracterizar, únicamente a los estudiantes diagnosticados con una condición particular.

Además, se realizó una entrevista semiestructurada a la docente de apoyo a la inclusión en la Institución Educativa [IE] y 6 entrevistas a la docente titular del curso enfunción de los estudiantes que mostraron características y comportamientos particulares durante las observaciones participativas y cuestionarios.

Con la información recolectada se realizó triangulación de datos y de instrumentostanto de forma individual como grupal. En la tabla 1, se presentan los elementos más relevantes de las dimensiones como resultado de la caracterización del grupo diverso.

Tabla 1.
Dimensiones de caracterización del grupo diverso

Dimensión	Características
Contexto y vida familiar	Estudiantes que viven en dinámica monoparental, extensa, reconstruida,de padres separados y nuclear. Situaciones difíciles enfrentadas por la familia como dificultadeseconómicas, muertes cercanas y situaciones conflictivas. Estrato socioeconómico de 1 a 4. Situaciones de vulnerabilidad como: víctimas del conflicto armado, desplazamiento forzado y migración. Estudiantes que han vivido situaciones de bullying, ansiedad y depresión. Un estudiante diagnosticado con Trastorno del Espectro Autista [TEA] yotro, con Discapacidad Intelectual [DI].
Conducta adaptativa y desarrollo personal	Gustos y preferencias por el deporte, videojuegos y pasar tiempo en redes sociales. Expectativas hacia la independencia, superación académica y profesionaly el manejo de habilidades para enfrentarse al mundo. Las redes de apoyo se fortalecen en las relaciones de amigos basadas en la confianza, apoyo mutuo y espontaneidad.
Habilidades intelectuales	Un estudiante diagnosticado con Dislexia y Alexia [DyA] Pocos focos de atención. El mayor atractor es el teléfono y la tecnología. Estudiantes que logran recordar conocimientos previos y otros, que requieren mecanización para lograr memorizar propiedades. El proceso matemático mayormente fortalecido es la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos. Algunos estudiantes reflejan habilidades en el proceso de comunicación, resolución de problemas y razonamiento.
Participacióne inclusión social	El trabajo grupal incentiva habilidades de comunicación, resolución de problemas y compensación de fortalezas individuales. Búsqueda de una matemática atractiva y funcional.
Adaptación alas metas de aprendizaje	Ritmos de aprendizaje lento, moderado y rápido. Estudiantes que requieren diversas estrategias para captar la atención e interés y, diferentes medios de comunicación y representación. Estudiantes diagnosticados con NEE y el estudiante con DyA cuentan conPlan Individual de Ajuste Razonable [PIAR].

Así, se reconoce la diversidad en el aula al identificar estudiantes con NEE, trastornos de aprendizaje, estudiantes en riesgo de exclusión y en su mayoría, estudiantestípicos (no presentan características de los subgrupos nombrados).

Descripción de premisas para la estructura del diseño

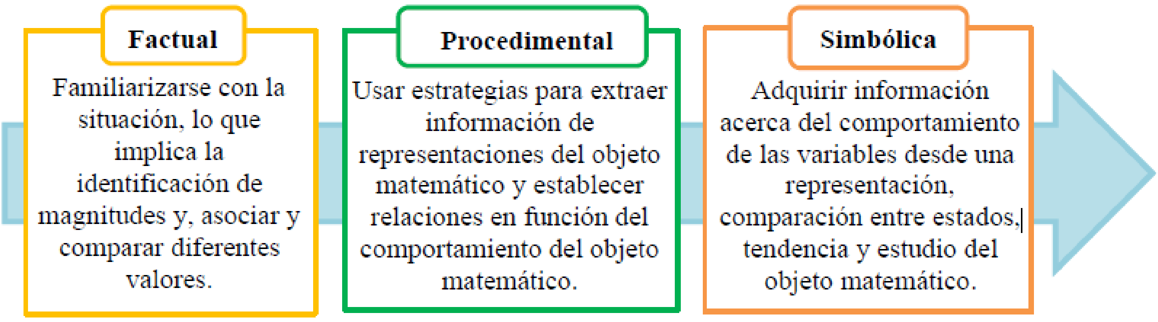
Esta etapa busca identificar los elementos preliminares que dieron sentido a la estructura de la situación de aprendizaje; por tanto, se concretan las dimensiones del saber, las etapas de la situación de aprendizaje y la estructuración del diseño a partir de la caracterización global del grupo diverso.

La naturaleza del saber refiere a cuatro dimensiones que están en interacción constante. En este caso, la dimensión social y cultural se refleja desde el objetivo hacia laformación para ser *ciudadanos matemáticamente competentes* de modo que, la caracterización del pensamiento variacional para el grupo diverso reconoce los elementos que caracterizan la realidad del estudiante e influyen en su aprendizaje (dimensión cognitiva). Dicha caracterización surge desde las PV y los momentos de la situación de aprendizaje que propone Caballero (2018) para la CCM alrededor de la variación constante (dimensión epistemológica), objeto matemático presente en el plan de área de la IE y los EBC para el grado noveno (dimensión didáctica).

Desde el Pensamiento y Lenguaje Variacional una situación de aprendizaje se visualiza a partir de tres etapas secuenciales. En la figura 1 se muestran las etapas con susobjetivos.

Figura 1.

Etapas de una situación de aprendizaje.



La situación de aprendizaje fue diseñada en un contexto de "Consumo de datos" de un teléfono celular a partir de los gustos de los estudiantes por la tecnología, el uso deredes sociales, búsqueda de la independencia y la toma de decisiones. El diseño precisa una sección de trabajo con lápiz y papel y otra, con applets en GeoGebra; esto, a razón deque se requiere fortalecer la memoria corto y largo plazo. Se precisa el estudio de la variación constante teniendo en cuenta las diferentes representaciones del objeto y se aprovecha la fortaleza que poseen los estudiantes de las habilidades del proceso de elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos, a partir de tareas inicialmente intuitivas para luego, llevarlas a la comparación en las representaciones, predicción y generalización.

Finalmente, la inclusión y participación en el desarrollo de la situación deaprendizaje se posibilita al reconocer distintas estrategias de solución que reflejan el desarrollo de las PV y, a su vez, responde a los diferentes ritmos de aprendizaje. Asimismo, el trabajo grupal incentiva el acompañamiento y contraste de habilidades individuales teniendo en cuenta que, la mayor red de apoyo son los amigos.

Situación de aprendizaje para el estudio de la variación constante

La dimensión epistemológica se basa en el fomento de las prácticas variacionalesen cuatro momentos para el estudio de la variación constante: (1) reconocer la función lineal como variación constante, lo que implica identificar las variables y reconocer un referente inicial como causal de crecimiento, comportamiento general e interpretación puntual de un estado; (2) confrontar el comportamiento lineal para significar la expresión

$f(x) = mx + b$, donde se busca interpretar la influencia de una nueva variable, describir el comportamiento de un fenómeno respecto a otro y reconocer incrementos constantes pero diferentes al comparar dos fenómenos del mismo estilo; (3) el uso del parámetro

m para hacer predicciones de comportamientos lineales, lo que implica argumentar cómo la m influye en la asignación de un valor, causal del cambio y comportamiento global y;

(4) confrontación entre lo lineal y no lineal al identificar parámetros no lineales, justificar y realizar representaciones a partir de parámetros intuitivos de la variación no constante.

La construcción de la noción de variación constante se da en torno a cinco interrogantes: ¿qué cambia?, ¿respecto de que cambia?, ¿cómo cambia?, ¿cuánto cambia?y ¿por qué cambia de esa manera? que movilizan el desarrollo de las PV que se distinguenasí: *comparación*, identificar y cuantificar el cambio al establecer diferencias entre dos estados; *seriación*, analizar estados consecutivos de un fenómeno; *predicción*, anticipar el valor o estado de una variable y *estimación*, anticipar comportamiento o tendencias enrelación a un fenómeno.

Universalización e individualización del aprendizaje

En esta etapa se precisan las metas de aprendizaje en el diseño de la situación de aprendizaje, la universalización desde los principios y pautas del Diseño Universal para el Aprendizaje [DUA] y la individualización del aprendizaje a partir del PIAR para los estudiantes diagnosticados.

Al reconocer la diversidad en el aula y las habilidades de los estudiantes, se precisan metas de aprendizaje en relación con los objetivos de cada uno de los momentosde la situación de aprendizaje al permitir reflejar y percibir el desarrollo de las PV de diferentes formas. Los descriptores de las metas de aprendizaje se construyeron desde lashabilidades cognitivas de los procesos matemáticos involucradas en una acción de manerapaulatina. Por ejemplo, en la figura 2 se muestra las metas de aprendizajecorrespondientes a uno de los objetivos del momento uno de la situación de aprendizaje.

Figura 2.

Metas de aprendizaje

Objetivo				
Caracteriza el referente inicial para analizar el crecimiento de una variable respecto a otra.				
Metas de aprendizaje	Reconoce el referente inicialen la barra como material parasaber qué pasacon el consumode datos.	Identifica el referente inicialcomo causal del consumo de datos amedida que pasa el tiempo.	Justifica el referenteinicial como causal del consumo de datos amedida que pasa el tiempo teniendo encuenta las características en la imagen.	Justifica el cambioque sucede en la barraen relación con elconsumo de datos amedida que se acumula un consumo más por hora.
	Reconoce características delos puntos en lagráfica para elcrecimiento delconsumo.	Interpreta características de los puntos en la gráfica desde la relación entre el tiempo y el consumo de datos.	Explica las característicasde los puntos en la gráfica desde la relación entre el tiempo y el consumo de datos.	Justifica características de lospuntos de la gráficadesde la relaciónentre variables y sucomportamiento.

Con respecto al DUA se articulan las pautas de verificación para los tres principiosdesde el diseño y la orientación para la implementación de la situación de aprendizaje. Sin embargo, en varios momentos del proceso metodológico y objetivos relacionados conel diseño que surgieron desde los aspectos teóricos ya reflejan algunas pautas del DUA. Por ejemplo, las metas de aprendizaje descritas anteriormente reflejan los múltiples medios de acción y expresión; abordar el objeto matemático desde todas sus representaciones, responde a proporcionar diferentes opciones para percibir la información; reconocer y valorar la variedad de estrategias de solución corresponde a la pauta de proporcionar acciones para la expresión y hacer fluida la comunicación; entre otros elementos que se conectaron con la caracterización del grupo diverso como: un diseño atractivo acorde a las motivaciones e intereses de los estudiantes y la CCM desdela intuición, que refleja opciones para captar el interés; entre otras consideraciones.

Las adaptaciones a priori acordes con el PIAR de cada uno de los estudiantes diagnosticados orientaron algunas modificaciones para la instrucción. En tal caso, para los tres estudiantes se indica la flexibilidad en el tiempo (si es necesario), acompañamiento continuo y orientaciones verbales claras y precisas. En cuanto al diseño,las modificaciones se realizaron en torno al esquema para las respuestas ya sea espacios en blanco o renglones para favorecer la orientación visual lo que se concretó en beneficiode todos los estudiantes. Sin perder de vista la posibilidad de realizar adaptaciones durantela implementación según la actividad y respuesta de los estudiantes.

Orientaciones para la puesta en escena

La implementación de la situación de aprendizaje se estima para 4 sesiones de 50 minutos donde los estudiantes trabajarían en binas organizados convenientemente para el contraste de habilidades intelectuales. Además, a razón de las condiciones de la IE y el uso de GeoGebra en el diseño, las simulaciones serán manipuladas por el docente mientras se moviliza el razonamiento matemático del estudiante a partir de preguntas orientadoras según los objetivos de la actividad.

Por otra parte, la práctica de instrucción se orienta hacia una metodología inductiva y constructivista donde el estudiante sea protagonista de la CCM con un nivel de apoyo que se precisará en función de la respuesta y actividad del estudiante donde loserrores sean una oportunidad de aprendizaje y las ideas sean valoradas y abordadas desdesu utilidad en el desarrollo de las PV.

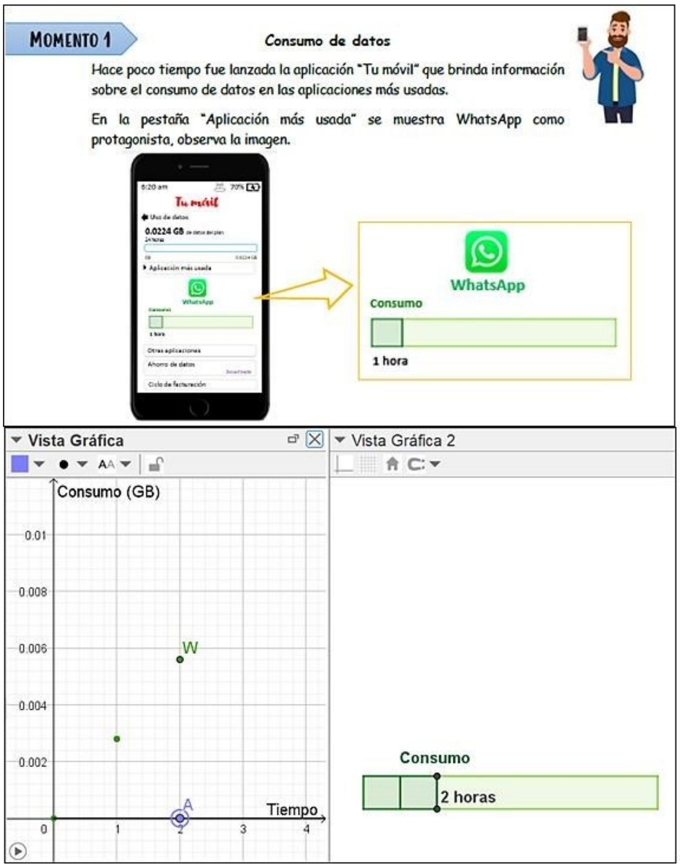
Resultados

Con base en las consideraciones metodológicas se han estructurado tareas en los cuatro momentos en la situación de aprendizaje. Por cuestiones de espacio, nos limitamosa mostrar en detalle las tareas del primer momento.

El primer momento refiere al consumo de datos de WhatsApp, donde el objetivo principal es identificar la cantidad de datos que aumenta cada hora y la relación con datosdel gráfico. Las tareas y preguntas que orientan la primera parte son: (1)¿Qué magnitudesintervienen en el consumo de datos? (2) Marque sobre la imagen qué cantidad de datos habrá consumido la aplicación de WhatsApp al cabo de 4 horas. (3) ¿Cuántas horas tardará en consumir los datos del plan? Explique su respuesta. Y (4) Realice un bosquejode la gráfica que muestra la cantidad de datos consumidos al pasar las horas. En la segunda parte que incluye la interacción con GeoGebra, se realizan preguntas para interpretar los gráficos que aparecen en las dos vistas del applet y otras para indagar sobrelas características de los puntos que aparecen en la vista gráfica 1 y el consumo de datos en caso de que el consumo por hora aumente, ver figura 3.

Figura 3.

Momento 1



En el segundo momento, se trabaja el consumo de datos para dos aplicaciones WhatsApp y Facebook, comparando el consumo de datos al variar el consumo por hora,ver figura 4.

En el tercer momento, se compara el consumo de datos desde un enfoquenumérico, con el fin de predecir cuál aplicación consume más rápido los datos del plan ycaracterizar la variación constante desde las representaciones, ver figura 5.

Figura 4.

Momento 2

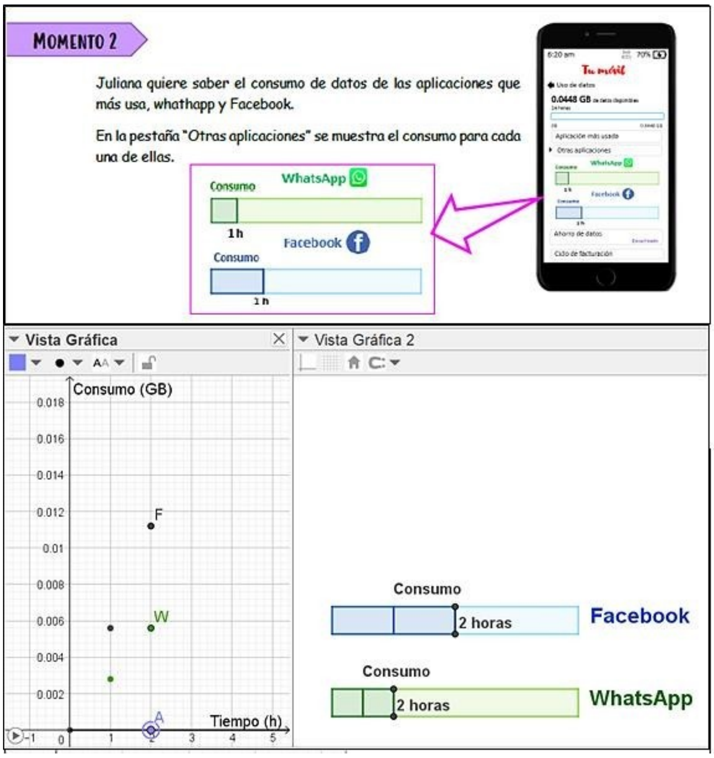
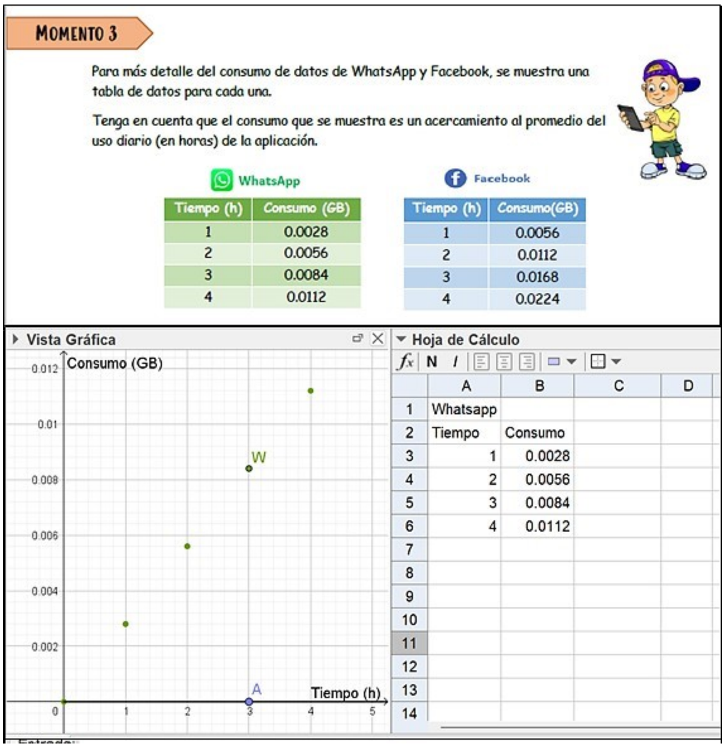


Figura 5.

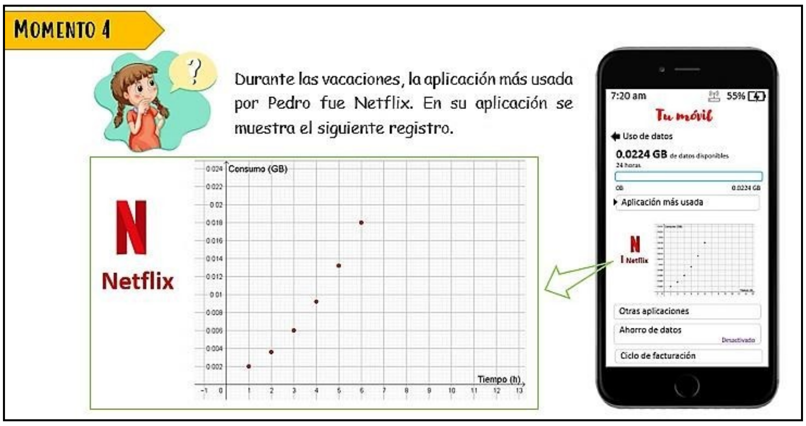
Momento 3



En el último momento, se contrasta la gráfica de crecimiento del consumo de datoscon la aplicación de Netflix que corresponde a una variación no lineal con el objetivo deconfrontar lo lineal con lo no lineal, ver figura 6.

Figura 6.

Momento 4



De tal modo que, así se concluye el diseño de la situación de aprendizaje orientadaal estudio de la variación constante.

Conclusiones

La caracterización del grupo diverso permitió diseñar una situación de aprendizajeque problematiza el saber e incluye a todos individuos en la CCM. Además, se precisa cómo propiciar el desarrollo de las PV al movilizar las características de un aula inclusiva de matemáticas. Si bien es cierto, los resultados de la implementación en el grupo con las características nombradas son inciertos, se considera que el diseño de la situación de aprendizaje puede beneficiar la comprensión de la variación constante para la mayoría delos estudiantes al garantizar la conexión entre la implementación del diseño y la instrucción del docente en un ambiente de inclusión en clase de matemáticas.

Agradecimientos

La publicación de este artículo se logra gracias al apoyo del Ministerio de Ciencia, Tecnología e Innovación, Colombia - MINCIENCIAS, quien financió el programa de investigación “Innovar en la Educación Básica para formar ciudadanos matemáticamente competentes frente a los retos del presente y del futuro”. Código 1115-852-70767, con su respectivo proyecto “Diseños didácticos para la inclusión en matemáticas con la mediación de tecnologías: proceso de formación y reflexión con profesores", código 70783, con recursos del PATRIMONIO AUTÓNOMO FONDO NACIONAL DE FINANCIAMIENTO PARA LA CIENCIA, LA TECNOLOGÍA Y LA INNOVACIÓN FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS, contrato CT 183-2021.

Referencias

Ainscow, M & Miles, S (2008). Por una educación para todos que sea inclusiva: ¿Hacia dónde vamos ahora? *Perspectivas Revista trimestral de educación comparada*. 38(1). 17-45.

Arnaiz, P. (1996). Las escuelas son para todos. *Siglo cero*, 27 (2), 25-34.

Arnaiz, P. (2005). Fundamentos y principios de la educación inclusiva. En Alba, C., Sánchez, M y Rodríguez, J. (Coords). *Actas de las jornadas de cooperación educativa con Iberoamérica sobre educación especial e inclusión educativa*. Ministerio de Educación y Ciencia. Universidad Complutense de Madrid, 25-44.

Caballero, M (2018). *Causalidad y temporización entre jóvenes de bachillerato. La construcción de la noción de variación y el desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional*. [Tesis de posgrado, doctorado, Centro de Investigación y de Estudio Avanzados del IPN]. Archivo digital https://www.researchgate.net/publication/331563013.

Cantoral, R., Reyes-Gasperini, D., y Montiel, G. (2014). Socioepistemología, Matemáticas y Realidad. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, *7*(3), 91-116.

Cordero, F. (2006). La modellazione e la rappresentazione grafica nell'insegnamento-apprendimento della matematica. *La Matematica e la sua Didattica*, *20*(1), 59-79.

Crisol, E. Martínez, J y El Homrani, M (2015). El aula inclusiva. Condiciones didácticas y organizativas. *Revista nacional e internacional de educación inclusiva*, 8 (3), 254-270.

MEN (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. MEN.

MEN (2017). *Documento de orientaciones técnicas, administrativas y pedagógicas para la atención educativa a estudiantes con discapacidad en el marco de la educación inclusiva*. MEN.

Moliner, O. Sanahuja, A. y Benet, A. (2017). *Prácticas inclusivas en el aula desde la investigación – acción*. Universidad de Jaume I.

Discalculia: definições, diagnóstico e intervenção pedagógica

Dyscalculia: definições, diagnóstico e intervenção pedagógica

Discalculia: definiciones, diagnóstico e intervención pedagógica

Raene Galvão Farias[1228]
UFRN

Liliane dos Santos Gutierre[1229]
UFRN

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Educação Matemática e inclusão

Resumo

Esta pesquisa de mestrado profissional, em desenvolvimento, se justifica pela importância da educação inclusiva no campo da educação matemática, em especial o transtorno – Discalculia - que ganha destaque, na medida em que afeta as condições de desenvolvimento da capacidade cognitiva do aluno. Os estudos acerca da Discalculia estão avançando e nos instiga a pensarmos caminhos e intervenções para beneficiar o estudante discalcúlico. Dessa forma, nossa questão foco é: como contribuir para os processos de identificação, diagnóstico, intervenção e inclusão de sujeitos com Discalculia nos espaços escolares e fora dele? Objetiva-se, nesta pesquisa, elaborar uma narrativa histórica dos processos de identificação, diagnóstico, intervenção e inclusão de um estudante discalcúlico em uma escola da cidade de Assú – Rio Grande do Norte/Brasil. Entende-se que uma historiografia pode possibilitar que discalcúlicos sejam percebidos, tornando-se não invisíveis aos olhos do sistema educacional, em especial do professor de Matemática. Especificamente, descrevemos e analisaremos a (trans)form(ação) das práticas daqueles que convivem com o discalcúlico, diante da realidade pessoal vivida. Para tanto, optamos por uma pesquisa de natureza qualitativa, por nos possibilitar destacar interpretações, valores e as experiências humanas (STAKE, 2011). A pesquisa é bibliográfica e documental (LE GOFF, 1990). Observação in loco acontecerá, entrevistas semi-estruturadas também serão realizadas, buscando-se respaldo na história de vida dos nossos entrevistados, tendo assim nossas fontes orais. Por ser o mestrado profissional, elaboraremos um produto educacional – um vídeo - que desperte a compreensão e entendimento de como a Discalculia interfere no processo de aprendizagem das crianças em fase escolar, estabelecendo orientações aos professores de Matemática e sugerindo ideias que facilitam o ensino da matemática envolvido na escola e na vivência diária. Para a análise das fontes aponta-se o uso da intertextualidade (ZANI, 2003), para atendermos aos objetivos propostos e responder nossa questão.

Palavras-chave: Discalculia. Ensino de Matemática. Inclusão.

[1228] raene.farias.087@ufrn.edu.br
[1229] liliane.gutierre@ufrn.br

Abstract

This professional master's research, under development, is justified by the importance of inclusive education in the field of mathematics education, especially the disorder - Dyscalculia - which gains prominence, insofar as it affects the conditions of development of the student's cognitive capacity. Studies on Dyscalculia are advancing and it encourages us to think of ways and interventions to benefit the dyscalculic student. Thus, our focus question is: how to contribute to the processes of identification, diagnosis, intervention and inclusion of subjects with Dyscalculia in school spaces and outside it? The objective of this research is to elaborate a historical narrative of the processes of identification, diagnosis, intervention and inclusion of a dyscalculic student in a school in the city of Assú - Rio Grande do Norte/Brasil. It is understood that a historiography can make it possible for dyscalculic people to be perceived, making them not invisible to the eyes of the educational system, especially the Mathematics teacher. Specifically, we describe and analyze the (trans)form(action) of the practices of those who live with dyscalculic patients, given their personal reality. Therefore, we opted for a qualitative research, as it allows us to highlight interpretations, values and human experiences (STAKE, 2011). The research is bibliographical and documentary (LE GOFF, 1990). In loco observation will take place, semi-structured interviews will also be carried out, seeking support in the life history of our interviewees, thus having our oral sources. As it is the professional master's degree, we will develop an educational product - a video - that awakens the understanding and understanding of how Dyscalculia interferes in the learning process of children in school age, establishing guidelines for mathematics teachers and suggesting ideas that facilitate the teaching of mathematics. involved in school and daily life. For the analysis of the sources, the use of intertextuality is pointed out (ZANI, 2003), to meet the proposed objectives and answer our question.

Keywords: Dyscalculia. Teaching Mathematics. Inclusion.

Resumem

Esta investigación de maestría profesional, en desarrollo, se justifica por la importancia de la educación inclusiva en el campo de la educación matemática, en especial el trastorno - Discalculia- que cobra protagonismo, en la medida en que afecta las condiciones de desarrollo de la capacidad cognitiva del educando. Los estudios sobre la Discalculia avanzan y nos anima a pensar en formas e intervenciones para beneficiar al estudiante Discalculia. Así, nuestra pregunta de enfoque es: ¿cómo contribuir a los procesos de identificación, diagnóstico, intervención e inclusión de sujetos con Discalculia en los espacios escolares y fuera de ella? El objetivo de esta investigación es elaborar una narrativa histórica de los procesos de identificación, diagnóstico, intervención e inclusión de un alumno con Discalculia en una escuela de la ciudad de Assú - Rio Grande do Norte/Brasil. Se entiende que una historiografía puede posibilitar que las personas discalcúlicas sean percibidas, haciéndolas no invisibles a los ojos del sistema educativo, en especial del profesor de Matemáticas. Específicamente, describimos y analizamos la (trans)forma(acción) de las prácticas de quienes conviven con pacientes discalcúlicos, dada su realidad personal. Por lo tanto, optamos por una investigación cualitativa, ya que nos permite resaltar interpretaciones, valores y experiencias humanas (STAKE, 2011). La investigación es bibliográfica y documental (LE GOFF, 1990). Se realizará observación in loco, también se realizarán entrevistas semiestructuradas, buscando apoyo en la

historia de vida de nuestros entrevistados, teniendo así nuestras fuentes orales. Como es la maestría profesional, desarrollaremos un producto educativo - un video - que despierte la comprensión y entendimiento de cómo la Discalculia interfiere en el proceso de aprendizaje de los niños en edad escolar, estableciendo pautas para los docentes de matemáticas y sugiriendo ideas que faciliten la enseñanza de matemáticas involucrados en la escuela y la vida diaria. Para el análisis de las fuentes se señala el uso de la intertextualidad (ZANI, 2003), para cumplir con los objetivos propuestos y responder a nuestra interrogante.

Palabras clave: Discalculia. Enseñanza de las Matemáticas. Inclusión.

Contextualizando

A Matemática é parte do cotidiano de todas as pessoas e é perceptível o número expressivo de atividades que necessitam de algum conhecimento desta disciplina, como, por exemplo, utilizando de escrita de números; resolução de problemas; leitura de tabelas e gráficos. O ensino da Matemática tem sido objeto de muitos estudos no Brasil nos últimos anos, especialmente aqueles abordando o desempenho dos estudantes nessa disciplina.

Estudantes que não possuem o domínio das habilidades matemáticas podem ter seu percurso escolar comprometido e apresentar dificuldades em empregar os conhecimentos matemáticos adquiridos na sua vida cotidiana.

Embora alguns deles ainda não consigam se desenvolver dentro da área é possível que sua causa venha de um distúrbio ou transtorno. Dessa forma, apresentam dificuldades nas habilidades matemáticas básicas ou primárias, as quais podem estar ligadas ao transtorno de Discalculia.

A Discalculia é um transtorno de aprendizagem específica das habilidades matemáticas. É uma dificuldade que afeta significativamente as habilidades matemáticas, não sendo ocasionada por nenhuma deficiência, nem por uma escolarização insatisfatória, mas por um transtorno de origem neurobiológica (SILVA, 2019).

Segundo Matos (2018), quando há um diagnosticado de Discalculia, o professor pode adotar estratégias de ensino individualizadas, recorrendo muitas vezes aos jogos, pois os mesmos constituem-se como elemento psicológico fundamental para o desenvolvimento das crianças.

Entretanto, ainda que, seja o professor o primeiro a perceber que o aluno não atinge os objetivos propostos de aprendizagem para a sua faixa etária e nível de escolaridade, não é ele quem realiza o diagnóstico de Discalculia da criança. Esse diagnóstico deve ser efetuado por uma equipe multidisciplinar, composta por docentes especializados, médicos, psicólogos e fonoaudiólogos. (BARROS; CONCORDINO, 2016).

O ponto de partida deste estudo, nossa motivação, se deu pela nossa prática pedagógica como professora de matemática, pois nosso olhar cuidadoso a respeito dessa problemática da aprendizagem nos instigou a criar uma narrativa histórica e registrar o processo vivenciado pelo aluno discalcúlico e todos os que o cercam, como seus pais, professores de matemática e psicopedagogos da escola em que ele estuda.

Posto isto, nosso objetivo geral é elaborar uma narrativa histórica dos processos de identificação, diagnóstico, intervenção e inclusão de um estudante discalcúlico em uma escola da cidade de Assú/RN.

E nossos objetivos específicos são: (1) Descrever e analisar a vivência escolar no ensino de Matemática de um estudante discalcúlico e daqueles que o cercam, diante realidade pessoal vivida; (2) Investigar os procedimentos psicopedagógicos e pedagógicos desenvolvidos por especialistas e professores referentes ao(s) aluno(s) que apresenta(m) Discalculia em uma escola de Assú/RN; (3) Analisar a form(ação) do professor desta escola no processo de ensino e de aprendizagem do aluno com Discalculia nas aulas de matemática; (4) Elaborar e divulgar um Produto Educacional (vídeo educacional) apresentando a narrativa histórica constituída, contribuindo para inclusão de alunos com Discalculia no espaço escolar e fora dele.

Entendemos que são necessárias pesquisas mais aprofundadas sobre o assunto, o que certamente trará benefícios aos professores interessados em ampliar seus conhecimentos e melhorar sua capacitação, às escolas pela qualificação de seus profissionais e em especialmente ao aluno, pelos resultados que terá em seu aprendizado (OLIVEIRA, 2017).

Este estudo pretende realizar, como já falamos, um registro historiográfico sobre o reconhecimento da Discalculia que segundo Lima (2018), só será possível mediante adoção de atividades pedagógicas específicas que possam explicitar a presença de alguns desses distúrbios, sendo indispensável que o professor tenha clareza e conhecimento de como são desenvolvidas as habilidades matemáticas.

Avila e Lara (2017), apontam a importância da elaboração de um mapa teórico que possibilite uma revisão da literatura disponível sobre determinado tema a ser investigado, bem como das pesquisas acadêmicas, as quais estão sendo estudadas nos últimos anos, propiciando vastos conhecimentos referentes à área pesquisada.

Levando em consideração os diferentes tempos e a necessidade de também “compreender, projetar, propor, avaliar as práticas do presente” (GARNICA; SOUZA, 2012, p.

40), apontamos que um ambiente doméstico apropriado e incentivador exerce papel importante no aprendizado da criança, inclusive entre crianças cuja saúde ou inteligência foi comprometida de alguma maneira. Entende-se, portanto, que a família é fundamental para auxiliar um aluno com dificuldades. O papel do professor também é de grande importância, principalmente em diferentes situações do contexto escolar, contribuindo para o desenvolvimento desta criança, fazendo-a se sentir segura ao longo do processo de aprendizagem (LIMA, 2018).

Aspectos metodológicos da pesquisa

Acerca da abordagem a pesquisa será qualitativa, destacando interpretações, valores e as experiências humanas. De acordo com Stake (2011, p.82) "Os pesquisadores qualitativos buscam formas de reunir as experiências dos outros e, ainda assim, encontrar outras pessoas para acrescentar novas interpretações''.

A pesquisa qualitativa possibilita a análise e compreensão com maior profundidade dos fenômenos estudados, no contexto em que acontecem, permitindo a relação do conhecimento socialmente produzido com a realidade estudada, o que resulta em contribuições teóricas sobre o tema de pesquisa (STAKE, 2011).

Com a pesquisa qualitativa, podemos ainda, planejar o estudo, providenciar as situações a serem observadas, entrevistar as pessoas, avaliar as informações, reunir os fragmentos de ideias, escrever os relatórios, dessa forma faremos uso das entrevistas como estratégia para coleta de dados (STAKE, 2011).

Segundo os procedimentos, a pesquisa será bibliográfica e documental. Para isso, consultaremos fontes tais como: Villar (2018), Thielle (2017), Sales (2017), Matos (2018), Santos (2018), dentre outros, compreendemos e apresentamos o conceito de Discalculia, para elencar as concepções acerca da observação de alunos diagnosticados como discalcúlicos.

Le Goff, (1990, p. 6), destaca a importância dos documentos como arquivos orais. "Enfim, o próprio processo de arquivar os documentos foi revolucionado pelo computador. A história quantitativa, da demografia à economia até o cultural, está ligada aos progressos dos métodos estatísticos e da informática aplicada às ciências sociais".

Dessa forma, procuraremos documentos que venham contribuir com as necessidades de o professor identificar as diferenças entre as Dificuldades de Aprendizagem Matemática - DAM e a Discalculia, ou, ao menos, suspeitar de estudantes que podem apresentar indícios desse transtorno e informar aos setores pedagógicos da escola, de modo que possam fazer os encaminhamentos necessários para a avaliação psicológica, psicopedagógica e neurológica.

A partir dessas diferentes categorias de pesquisa, é possível fornecer a fundamentação teórica para uma investigação, identificar o estágio atual de determinado conhecimento, analisar os diversos posicionamentos sobre determinado assunto e acessar informações sobre ampla gama de fenômenos, além de elaborar uma história.

Portanto, observaremos criteriosamente os materiais utilizados em uma investigação bibliográfica, dando bastante atenção às condições de coleta e análise dos dados e possíveis incoerências ou contradições dos estudos utilizados, junto aos depoimentos dos participantes.

Para a análise das fontes faremos uso da intertextualidade que segundo Zani (2003):

> A intertextualidade nasce de um diálogo entre vozes, entre consciências ou entre discursos, com o uma multiplicidade que se relaciona sem o intuito de anulação, mas sim, de compartilhemento para algo além das mesmas, para gerar novos discursos e definir-se então como um diálogo de citações (ZANI, 2003, p. 125).

Dessa forma buscaremos as relações de vozes na cidade de Assú/RN, um município brasileiro no interior do estado do Rio Grande do Norte, situado na Região Nordeste do país. Localiza-se a oeste da capital do estado (Natal), distando desta cerca de 210 km. Nossa escolha foi por uma escola da rede privada porque lecionamos Matemática por alguns anos e por ter nascido em nós o interesse de estudar com mais afinco a temática em discussão, uma vez que lá tivemos nosso primeiro contato com um aluno diagnosticado com Discalculia.

Após a análise bibliográfica, partiremos para a observação da sala de aula deste aluno (in loco), nas suas aulas de Matemática e em atividades na escola, quando estiver no Atendimento Educacional Especializado (AEE). Nesses momentos, será feita uma observação participante, buscando entender suas (re)ações diante das habilidades matemáticas no desenvolvimento das suas atividades, compreendendo a relação professor-aluno; aluno-aluno; especialista-aluno.

Ludke e André (1986) dizem que o observador como participante se apresenta ao grupo pesquisado e seus objetivos são revelados (para membros da escola e pais); lançaremos mão também daquilo que é chamado de participante como observador, quando não revelarmos ao aluno discalcúlico que analisaremos, à luz da teoria de Le Goff (1990), suas provas de Matemática, caderno e atividades fornecidas pelo professor de Matemática, que serão para nós fontes documentais relevantes para a construção desta historiografia. Neste caso, somente para o aluno, "a preocupação é não deixar totalmente claro o que pretende, para não provocar muitas alterações no comportamento do grupo observado. Esta posição também envolve questões éticas óbvias" (LUDKE; ANDRÉ, 1986, p. 29).

Na realização das entrevistas utilizaremos de celulares e/ou gravadores para posteriormente transcrever e textualizar a gravação das falas. Assim, embasados nos autores do nosso referencial teórico, pretendemos mediante às falas dos entrevistados, explorar suas experiências, bem como as observar as possíveis transformações ocorridas pelo discalcúlico no contexto escolar, bem como fora dele.

Na intenção de colaborar para a visibilidade dos alunos discalcúlicos, produziremos um vídeo como produto educacional. Pretendemos incluir informações de maneira que os professores possam traçar planos de aula atendendo às dificuldades específicas do aluno, analisando a(s) melhor(es) maneira(s) de inseri-lo em sala de aula e fora dela.

Nesse sentido, entendemos ser este um Produto educacional que poderá contribuir fortemente para o processo educativo e para além dele, quando pais, pscicopedagogos, psicólogos e estudantes também o enxergarão se reconhecendo nele, de modo que alguns se transformarão, outros se formarão e outros agirão em prol da inclusão neste ensino de matemática.

Referencial Teórico

Ao fazer a revisão da literatura existente, segundo Thielle (2017) é possível constatar que, de modo geral, ela é definida como um transtorno específico das habilidades em Matemática, caracterizado por uma dificuldade na compreensão e manipulação de símbolos matemáticos. Estudantes com Discalculia podem apresentar dificuldades para nomear termos matemáticos, entender valores reais, compreender o significado de símbolos numéricos, escrever numerais e na compreensão de conceitos matemáticos e operações mentais.

Verificamos também que a maioria das concepções acerca desse transtorno reporta-se à dificuldade de resolver problemas, além de ser classificada quanto ao tipo: verbal, practognóstica, léxica, gráfica, ideognóstica e operacional:

> Discalculia verbal é caracterizada pela dificuldade em nomear valores, números de coisas, símbolos operacionais. O tipo practognóstica se caracteriza pela dificuldade em manipular objetos reais ou imagens, enumerar e comparar as estimativas de quantidade. Na Discalculia léxica, há uma deficiência na leitura de símbolos matemáticos. A gráfica é caracterizada pela dificuldade da escrita de símbolos matemáticos. Geralmente, quando a criança apresenta Discalculia léxica e gráfica,

> possui também dislexia[1230] . Na Discalculia ideognóstica, o sujeito apresenta dificuldade na compreensão de ideias e conceitos matemáticos e na realização de cálculo mental. Por fim, na operacional, a capacidade de realizar operações matemáticas é atingida (SALES, 2017, p. 30).

De acordo com Villar (2018); Barros; Concordido (2016), o termo Discalculia foi referido, primeiramente, por Kosc (1974), que realizou estudo pioneiro sobre o transtorno. Para ele, a Discalculia de Desenvolvimento, ou simplesmente Discalculia, é uma desordem estrutural nas habilidades matemáticas, tendo sua origem em desordens genéticas ou congênitas naquelas partes do cérebro que são um substrato anatômico- fisiológico de maturação das habilidades matemáticas.

Para completar, segundo Dourado (2021), o termo Discalculia é usado para se referir à inabilidade de alguns indivíduos em resolver problemas matemáticos. Pode ser definida como um transtorno neuropsicológico que apresenta características como a dificuldade no processo de aprendizagem de calcular ou falhas no raciocínio lógico matemático, identificada com a Classificação Internacional de Doenças (CID 10).

Dourado (2021, p. 10) afirma que a Discalculia se divide em três classes:

> Natural: ocorre quando a criança apresenta dificuldades pelo fato de não ter tido contato com o processo de contagem, então não terá conhecimentos suficientes para compreender o raciocínio matemático.
>
> Verdadeira: mesmo após sofrer várias intervenções o sujeito não apresenta modificações favoráveis ao seu raciocínio lógico matemático.
>
> Secundária: sua dificuldade na aprendizagem matemática está associada a outras comorbidades, como, por exemplo, a dislexia.

Além disso, Pimentel; Lara (2017) destacam outras dificuldades que envolvem habilidades matemáticas e que podem ser observadas diariamente pelos professores. No entanto, devem ser repetitivas para que o professor possa suspeitar de um transtorno. São elas:

> Compreender quais números são relevantes para o problema aritmético que está sendo analisado; Dificuldades de posicionamento dos números; Dificuldade em inserir os pontos decimais ou símbolos durante os cálculos bem como organização espacial prejudicada dos cálculos aritméticos (PIMENTEL; LARA, 2017, p. 7).

Além disso, para Barros; Concordino (2016), os padrões normais nos transtornos de aprendizagem e desenvolvimento de habilidades estão afetados desde as fases iniciais do desenvolvimento, devendo-se identificar o distúrbio por meio de avaliação neurológica. Para

[1230] De acordo com Signor (2015, p. 954), a dislexia do desenvolvimento é definida pela Associação Brasileira de Dislexia (ABD) como “um transtorno específico de aprendizagem, de origem neurobiológica, caracterizada por dificuldade no reconhecimento preciso e/ ou fluente da palavra, na habilidade de decodificação e em soletração. Essas dificuldades normalmente resultam de um déficit no componente fonológico da linguagem e são inesperadas em relação à idade e outras habilidades cognitivas”.

classificar determinado transtorno, utiliza-se os manuais disponíveis de Doenças e Problemas Relacionados à Saúde, elaborados pela Organização Mundial de Saúde com apoio de clínicos e pesquisadores e concluído em 1992, bem como o DSM-5 (Manual Diagnóstico e Estatístico de transtornos Mentais).

Entendemos, portanto, que não existe consenso quanto aos subtipos, níveis ou graus da Discalculia, havendo diferentes classificações, como vimos nas divisões supracitadas.

Quando diagnosticada a Discalculia, deve haver trabalho diferenciado com esse aluno em sala de aula, sendo importante a inserção do trabalho baseado em práticas lúdicas na forma de jogos e atividades que possibilitem o resgate da autoestima desse aluno e, consequentemente, o prazer em aprender Matemática (MATOS, 2018).

Santos (2017, p. 167) aborda a importância do papel do professor, que convive diariamente com as crianças no processo de ensino e aprendizagem da disciplina de matemática. Destacando que no ano de 2010, foi elaborado para revista do sindicato dos professores do Rio de Janeiro o artigo “Recomendações para professores sobre o Transtorno da Matemática”, um documento de divulgação científica que abordou aspectos importantes da conduta do professor com relação às crianças com disfunções da numerosidade.

Santos (2017, p. 168), destaca algumas recomendações para professores de matemática: (1) Ações proativas à aprendizagem de crianças com Discalculia do Desenvolvimento; (2) Sempre elogie os acertos, para desenvolver a autoconfiança; (3) Explique a matéria por meio de objetos concretos e situações do cotidiano; (4) Execute junto, passo a passo, salientando os símbolos das operações e as estratégias de execução; (5) Leia o problema aritmético pelo menos duas vezes, em voz alta, para que a criança capte os detalhes; (6) Utilize sempre vários sinônimos para as palavras aplicadas à matemática, como, por exemplo: soma, adição, conta de mais etc; (7) Em vez de pressioná-la para responder mais rapidamente, ofereça um número reduzido de exercícios matemáticos nas aulas e nas provas para que ela possa concluir no mesmo tempo que seus colegas; (8) Incentive a criança a procurar seu próprio erro no exercício para evitar a dependência de terceiros; (9) Evite pedir à criança que responda a exercícios aritméticos em voz alta ou na lousa, de improviso; (10) Evite associar a correção de seus erros em atividades escolares à punição; (11) Evite tecer comentários destrutivos, principalmente sobre seu desempenho e lentidão; (12) Evite expor a nota da prova desta criança na frente das outras; (13) Evite comparar o desempenho das crianças.

O neuropsicólogo, durante a psicoeducação poderá orientar pais e professores sobre a importância da postura de ambos com relação às atividades escolares de crianças com

Discalculia do Desenvolvimento (DD): por exemplo, estabelecendo o horário mais que melhor se adequa para a realizações das tarefas escolares, identificar distratores ambientais e interesses concorrentes etc. Estabelecer um sistema de avalição, no qual a própria criança possa identificar o seu progresso, bem como ser premiada em seus avanços e esforços (SANTOS, 2017).

Considerações finais

Com os dados que serão obtidos nessa pesquisa, pretendemos informar que a Discalculia é um transtorno de aprendizagem que está relacionado especificamente às habilidades de matemática.

Dessa forma entendemos que com a divulgação do nosso trabalho, neste evento renomado, nossa pesquisa que se encontra em fase inicial de escrita, em nível de mestrado, poderá trazer resultados que poderão servir de embasamento para outros questionamentos, reflexões e demais estudos acerca do transtorno da Discalculia.

Nesta etapa da pesquisa, ainda estamos no estudo bibliográfico, na identificação e a procura dos participantes para colaborar com essa historiografia.

Os próximos passos da nossa pesquisa serão: ida à campo em busca de mais fontes documentais, submeteremos o nosso projeto ao conselho de ética da universidade, após sua aprovação poderemos iniciar a realização das entrevistas, em seguida será feita a análise dos dados, escrita da pesquisa, construção e aplicação do nosso produto educacional, qualificação, revisão e defesa da dissertação.

Entendemos que na medida em que colocarmos nosso projeto em execução para cumprirmos os objetivos propostos, contribuiremos com diferentes públicos do Rio Grande do Norte/Brasil: Educação Matemática, educação inclusiva, com alunos discalcúlicos, professores de matemática, psicopedagogos, pais e familiares de crianças que possuem Discalculia.

Referências

AVILA, L. A. B.; LARA, I. C. M. DE. Discalculia: Um Mapeamento de Artigos Brasileiros. Abakós, v. 6, n. 1, p. 35-56, 10 nov. 2017. Disponível em: Discalculia: Um Mapeamento de Artigos Brasileiros | Abakós (pucminas.br). Acesso em: 20 abr. 2021.

BARROS, J. D. B. de; CONCORDIDO, C. F. R. Estudo em Discalculia. In: Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática, São Paulo - SP, p. 1-12, 2016.

DOURADO, L. P. Discalculia: e sua relação com o cérebro. Revista Ibero-Americana de Humanidades, Ciências e Educação, v. 7, n. 6, p. 910-927, 2021.

GARNICA, A. V. M.; SOUZA, L. A. de. Elementos de história da educação matemática. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2012. (Coleção PROPG Digital – UNESP). Disponível em: https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/109211/ISBN9788579832932.pdf?sequence=1&isAllowed=y. Acesso em: 12 abr. 2022.LE GOFF, J. (1990) História e memória. Campinas. Ed. Unicamp.

LIMA, R. T. S. de. Discalculia no processo de ensino e aprendizagem: o que dizem professores que ensinam matemática? 2018. 52 f. Trabalho de Conclusão de Curso – TCC. 2018. Universidade Estadual da Paraíba. Paraíba, 2018.

LUDKE, Menga; ANDRÉ, Marli. Pesquisa em educação: abordagens qualitativas. Em Aberto, v. 5, n. 31, 1986.

MATOS, E. F. de. Discalculia: algumas considerações sobre os conhecimentos dos professores. Pesquisa e Prática em Educação Inclusiva, Manaus, v. 1, n. 1, 2018.

OLIVEIRA, S. R. S. Discalculia: particularidades que dificultam o aprendizado de matemática no ensino fundamental. 2017. 48 f. Trabalho de Conclusão de Curso – TCC. 2017. Universidade Federal do Pará/Campus de Castanhal, Castanhal, 2017.

PIMENTEL, L. S.; LARA, I. C. M. Discalculia: o cérebro e as habilidades matemáticas. In: Anais do Congresso Internacional de Ensino da Matemática, 2017, v. 2. Brasil. 2017.

SALES, T. R. R. Educação, Discalculia e neurociência: um estudo de caso em Sergipe. 2017. 129 f. Dissertação (Doutorado em Educação) – Universidade Tiradentes, Aracaju, 2017.

SANTOS, H. dos. Discalculia do desenvolvimento. 1. ed. São Paulo: Pearson, 2017.

SILVA, G. K. S. Transtorno específico em matemática (Discalculia): desafios enfrentados pelos professores. 2019. 36 f. Monografia (Licenciatura em Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2019. Disponível em https://repositorio.ufrn.br/bitstream/123456789/36672/1/Transtornoespec%C3%ADficoemmatem%C3%A1tica_Silva_2019.pdf. Acesso em: 15 mar. 2021.

SILVA, W. C. da; COSTA, R. T. da. Discalculia: Uma Abordagem à Luz da Educação Matemática. 2008.

STAKE, R. E. Pesquisa qualitativa: estudando como as coisas funcionam. Porto Alegre: Penso, 2011.

THIELLE, A. L. P. Discalculia e formação continuada de professores: suas implicações no ensino e aprendizagem de matemática. 2017. 155 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017.

ZANI, Ricardo. Intertextualidade: considerações em torno do dialogismo. Em Questão, v. 9, n. 1, p. 121-132, 2003.

A Sensibilidade na Prática da Educação Matemática para Estudantes Surdos: uma sequência didática "visual"

Sensitivity in the Practice of Mathematics Education for Deaf Students: an "visual" didactic sequence

La sensibilidad en la práctica de la educación Matemática para estudiantes sordos: una secuencia didáctica "visual"

Leonardo Geziel de Matos Dada[1231]
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul (IFRS) - Campus Osório
0000-0003-2084-0237

Aline Silva De Bona[1232]
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul (IFRS) - Campus Osório
0000-0002-0052-1987

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Educação Matemática e inclusão

Resumo

A pesquisa é uma prática construída sob um olhar sensível para a aprendizagem no aspecto de que o estudante surdo precisa estar envolvido, e na sua linguagem, entender todos os detalhes desde um sinal até descobrir suas habilidades e dificuldades quanto a Matemática. A prática está ancorada em uma sequência didática que explora atividade no papel, ou seja, desplugadas, e de forma natural, como um recurso se faz plugada, com o uso do Geogebra. A sequência didática é dialogada, pois a todo momento permite que o estudante pergunte, investigue e realize, concreto, visual, e abstrato na língua da libras os conceitos de Matemática, iniciados na geometria, depois na aritmética e na álgebra. Na forma de oficina com 3 estudantes surdos, de 2 escolas públicas do Litoral Norte Gaúcho, em maio e junho de 2022, sendo cada oficina com 4h, e são 3 previstas. A metodologia da pesquisa é uma investigação qualitativa, do tipo pesquisa-ação, e da prática da oficina é um processo dialógico, em que se contempla as tendências de Educação Matemática: Investigação e as Tecnologias. Apontam-se resultados: a necessidade de sensibilizar o estudante a aprender a aprender Matemática do seu jeito; a importância do visual e das transposições didáticas para um mesmo conceito; a comunicação em libras, e a relação do professor e estudante com o intérprete para o bom andamento da oficina. Além disso, cada conquista do estudante é um ponto que deve ser valorizado pelo docente, pois é um estímulo natural para sua continuidade com autonomia.

Palavras-chave: Investigação Matemática, Atividade Abertas, Educação Inclusiva, Prática Docente, Tecnologias para Surdos.

[1231] leonardogeziel.matos@gmail.com
[1232] aline.bona@osorio.ifrs.edu.br

Abstract

Research is a practice built with a sensitive look at learning in the aspect that the deaf student needs to be involved, and in their language, to understand all the details from a sign to discover their abilities and difficulties in mathematics. The practice is anchored in a didactic sequence that explores activities on paper, that is, unplugged, and naturally, as a resource is plugged in, using Geogebra. The didactic sequence is dialogic, because at all times it allows the student to ask, investigate and perform, concrete, visual, and abstract in the language of Libras, the concepts of mathematics, starting with geometry, then arithmetic and algebra. In the form of a workshop with 3 deaf students, from 2 public schools on the North Coast of Rio Grande do Sul, in May and June 2022, with each workshop lasting 4 hours, and 3 are planned. The research methodology is a qualitative investigation, of the action-research type, and the workshop practice is a dialogic process, in which the trends of Mathematics Education: Research and Technologies are contemplated. Results are pointed out: the need to sensitize the student to learn to learn mathematics in their own way; the importance of visuals and didactic transpositions for the same concept; communication in Libras, and the relationship between the teacher and student and the interpreter for the smooth running of the workshop. In addition, each student achievement is a point that must be valued by the teacher, as it is a natural stimulus for their continuity with autonomy.

Keywords: Mathematical Research, Open Activities, Inclusive Education, Teaching Practice, Technologies for the Deaf.

Resumen

La investigación es una práctica construida con una mirada sensible al aprendizaje en el aspecto que el estudiante sordo necesita involucrarse, y en su lengua, para comprender todos los detalles de un signo para descubrir sus habilidades y dificultades en Matemáticas. La práctica está anclada en una secuencia didáctica que explora actividades en papel, es decir, desenchufado, y naturalmente, como recurso enchufado, utilizando Geogebra. La secuencia didáctica es dialógica, porque en todo momento le permite al estudiante preguntar, investigar y ejecutar, concreta, visual y abstractamente en el lenguaje de Libras, los conceptos de las Matemáticas, comenzando con la geometría, luego la aritmética y el álgebra. En forma de taller con 3 alumnos sordos, de 2 escuelas públicas de la Costa Norte de Rio Grande do Sul, en mayo y junio de 2022, con una duración de 4 horas cada taller, y están previstos 3. La metodología de investigación es una investigación cualitativa, del tipo investigación-acción, y la práctica de taller es un proceso dialógico, en el que se contemplan las tendencias de la Educación Matemática: Investigación y Tecnologías. Se apuntan como resultados: la necesidad de sensibilizar al alumno para que aprenda a aprender Matemáticas a su manera; la importancia de las transposiciones visuales y didácticas para un mismo concepto; la comunicación en Libras, y la relación entre el profesor y alumno y el intérprete para el buen funcionamiento del taller. Además, cada logro de los alumnos es un punto que debe ser valorado por el docente, ya que es un estímulo natural para su continuidad con la autonomía.

***Palabras clav*e**: Investigación Matemática, Actividades Abiertas, Educación Inclusiva, Práctica Docente, Tecnologías para Sordos.

A inclusão de estudantes surdos na Escola Básica dita "normal" é recente, e com o reconhecimento da língua Libras ainda mais. Para tanto, apenas o intérprete não garante o aprendizado, segundo Lacerda; Poletti (2004, p. 7), "se a escola não atentar para a metodologia utilizada e currículo proposto, as práticas acadêmicas podem ser bastante inacessíveis ao aluno surdo, apesar da presença do intérprete". Paralelamente, a Matemática tem também sua língua própria, ou melhor, sua forma de ser representada, escrita e simbólica, então, o estudante surdo necessita fazer várias transformações quanto à língua, e esse é um primeiro olhar sensível à prática de sala de aula para construir conceitos de Matemática. Com isso, destaca-se que a Matemática precisa ser uma ciência "viva", segundo D'Ambrosio (1996), no olhar do estudante surdo, que talvez, não seja o mesmo do ouvinte. O elemento "viva" da Matemática pode ser contextos, aplicações, e explorações em recursos concretos ou desplugados, ou plugados, além disso, um segundo olhar sensível está na possibilidade de resposta e construção não somente usando a linguagem escrita, mas desenhos, representações e outras formas para o estudante surdo se expressar, já que o objetivo é construir conceitos de Matemática importantes para a vida.

E o terceiro olhar aqui destacado é a interação com o estudante, é "ouvir" sua compreensão e forma de expressão dos conceitos de Matemática, na qual se verifica um apelo visual, e concreto (seja no papel ou no digital), além de uma forte relação com objetos e elementos, contextos de situações que conhece, da rotina, do cotidiano, para estabelecer uma primeira apropriação, e com as atividades investigativas, em especial abertas, incrementar-se o conceito. Cabe destacar que a escrita em português é um elemento não sensível, e que reprime a interação do estudante surdo, em particular quando ele assim precisa se comunicar com o professor. Diante de todo este contexto, a pesquisa aqui compartilhada é um recorte do trabalho de conclusão de curso (TCC) superior em Licenciatura em Matemática, de um dos autores, no IFRS - Campus Osório, que objetiva construir uma sequência didática de Matemática para a escola básica voltada para estudantes surdos, e demais colegas, em sala de aula, no entanto ela está sendo construída voltada para o estudante surdo. A pesquisa teve aprovação do Comitê de Ética do IFRS em abril de 2022. As oficinas com a aplicação da sequência didática ocorreram em duas escolas públicas do Litoral Norte Gaúcho do RS, em maio e junho de 2022, com previsão de 3 encontros de 4 horas cada, com a presença do intérprete de Libras, mas em uma turma se fez necessário mais um encontro, assim como remarcações por motivos de saúde dos estudantes.

Optou-se por realizar as oficinas no turno inverso com o estudante surdo de uma escola, sendo este incluído na turma de ouvintes, para fins de verificar a viabilidade da atividade na compreensão e percepção do estudante surdo, num primeiro momento em que seu "olhar" é o foco; e na outra escola a turma é de surdos, então durante as aulas normais. Realiza-se com dos cenários para fins de comparação e diferentes "olhares" quanto ao processo de ensino e aprendizagem de Matemática, já que cada estudante tem sua cultura e história escolar, pois a inclusão é recente na escola. Como o TCC objetiva construir uma sequência didática de Matemática que o professor possa se apropriar, adaptar, melhorar, fazer sondagem, ou avaliação, ou fazer a prática que assim estiver pesquisando e planejando, ter a aplicação em mais de um contexto favorece os apontamentos e reflexões para o professor se apropriar a lógica que os estudantes surdos construíram, tendo então um ponto de partida para construir suas aulas de Matemática de forma sensível a todos os estudantes. Assim, compartilhar o recorte da pesquisa neste trabalho objetiva ampliar a compressão sobre as práticas pedagógicas de Matemática para os estudantes surdos.

Sequência Didática de Matemática para Surdos

É indispensável que o professor de Matemática, conforme Gessinger (2001), disponibilize situações e meios de ensino em que os estudantes sejam os construtores do seu aprendizado, para o mesmo poder desenvolver e potencializar a sua criatividade, raciocínio, pensamento lógico e atenção. Para num segundo momento possibilitar a integração, comunicação e socialização da turma, na esfera da Matemática. Ainda, destacar o recurso visual já que para a pessoa surda o sentido da visão é a sua competência mais desenvolvida, isto é, para Borges (2013, p.13), a linguagem é aquela que nos chega pelos olhos e não pelos ouvidos, com gestos estranhos e ininteligíveis para os ouvintes que atendem um padrão pela fala. "Como seria então a experiência de ensinar Matemática com "as mãos"?"

De acordo com Quadros (2012), a forma que os estudantes surdos organizam seu pensamento e a linguagem, se dá de uma ordem de base visual, sendo estas além das formas de pessoas ouvintes. E para Miranda e Miranda (2011, p.39) é necessário que a metodologia do professor seja adequada ao perfil do estudante, e em especial dos alunos surdos, pois eles são "capazes de aprender Matemática, contudo de maneira diferente da dos ouvintes". Sendo assim, os estudantes surdos, necessitam de estímulo visual pois este é o método que aprendem. Analisando Borges (2013) é primordial ao professor de Matemática atenção aos novos conhecimentos, buscar formação continuada para atender estudantes surdos e valorizar sua cultura surda e até mesmo realizar pesquisas e estudos sobre o que vem sendo produzido no âmbito educacional. Paralelamente, Alberton (2015) contribui diretamente ao dialogar e questionar sobre a importância da elaboração do currículo de Matemática voltado para a inclusão de estudantes surdos, pois implica trazer a cultura visual, a necessidade de materiais pautados em discussões possíveis de escrita para quem se comunica em Libras, e o processo metodológico todo diferenciado. Tendo como foco que a Matemática deverá ser compreendida pelo estudante como um conhecimento que pode favorecer o desenvolvimento do seu raciocínio, de sua capacidade expressiva, de sua sensibilidade e de sua imaginação, além de perceber as aplicações direta da Matemática no seu cotidiano e em outras disciplinas escolares, segundo os documentos legais como Parâmetros Curriculares Nacionais e Base Nacional Curricular Comum.

Para Pereira (2008), é essencial que o professor conheça um pouco de Libras e se não conhecer se comunique previamente com o intérprete, para uma melhor comunicação, e não ocorrerem erros de linguagem, ou seja, diante do enunciado de uma situações-problema de Matemática, do diálogo com explicações e das problematizações que surgem na hora da aula, houver a necessidade da tradução dentro da realidade bilíngue, é importante a sensibilidade do professor de Matemática em entender o estudante surdo e o intérprete para que a comunicação não tenha ruído ou erro.

Para os estudiosos da Informática na Educação Matemática, Gravina e Basso (2012), o uso de recursos como geogebra potencializam o processo de aprendizagem devido a visualização e dinamicidade da interação dos seus pensamentos com os conceitos de Matemática, e os resultados diretamente apresentados no programa, favorecendo uma construção de aprender a aprender, sem exigir a língua portuguesa, que é um elemento que dificulta ao surdo. Como exemplifica-se a seguir com conceitos de geometria essenciais para dar andamento aos estudos de Matemática.

> Os programas de geometria dinâmica, dentre eles o GeoGebra, são ferramentas que oferecem régua e compasso virtuais, permitindo a construção de figuras geométricas a partir das propriedades que as definem. São ambientes que concretizam a geometria euclidiana plana, e diferente daquilo que obtemos com lápis e papel e régua e compasso, pois com o mouse podemos manipular as figuras que estão na tela do computador, ao aplicar movimento em pontos que estão na construção. (Gravina; Basso,2012, p. 38).

Metodologia e Oficinas: um exemplo de atividade

As oficinas são co-construídas com os estudantes, porque a sequência didática foi pesquisada, planejada e preparada com um olhar de professor ouvinte, e na prática ela tem o olhar do intérprete de Libras e do estudante surdo, que afeta o processo dialógico, da comunicação, e até de como foi perguntado, ou as perguntas que surgem no caminho para sanar pré-requisitos ou alguma dificuldade de entender, então se fazendo apelo a elementos cotidianos, sendo um conjunto no mínimo de 3 pessoas colaborando para o processo de ensino e aprendizagem de todos, cada um na sua perspectiva. Se faz necessário destacar essa sensibilidade de interação entre todos em sala de aula, pois apenas apresentar "conteúdos" aos estudantes surdos em linguagem escrita pouco constrói e é adaptado para sua realidade e cultura digital. De forma gradual, se essa metodologia não é acessível ao estudante surdo ele se distancia do aprender a aprender Matemática definindo como "algo difícil ou inacessível para ele". Então a premissa da metodologia da sequência didática é a experimentação, a exploração, a interação, para assim fazer e compreender, segundo Bona (2012).

Exemplifica-se nesse texto uma atividade da sequência didática e alguns resultados em cada escola, sendo o critério de escolha um conceito complexo aos estudantes no geral, e que perpassa os três ramos da Matemática, que é de simetria.

Figura 1:

Atividade 1 da Oficina 1 em ambas escolas.

Atividade 1 – Pintura com Aquarela

O que você acha que irá acontecer após desdobrar a folha? Por quê?

A atividade apresenta uma sondagem implícita, em particular para um retorno de pandemia, como: coordenação motora, identificação de elementos desde desenho até formas geométricas, noção de comprimento e área, e outros. Apresenta um objeto conhecido dos estudantes que é a bandeira do Brasil, e o professor apresenta as orientações de forma escrita e visual, com desenhos e passo a passo, conforme os estudiosos teóricos sugerem. Ilustra-se que todas as atividades são construídas com muita interação, que tem o objetivo de fazer o estudante pensar e se expressar como julgar melhor,seja escrevendo, ou sinalizando com a intérprete de Libras, ou escrevendo e mostrando diretamente ao professor e colegas. Outras interações fazem parte desta atividade 1: "Vamos descobrir? Desdobre a folha e veja o que acontece! Você imaginava que poderia acontecer isso? Por quê?Quais as figuras geométricas que compõem a bandeira do Brasil?".

A atividade 2 apresenta os mesmos elementos metodológicos de visual, interação, contextualizados, e elementos concretos que posteriormente são plugados.

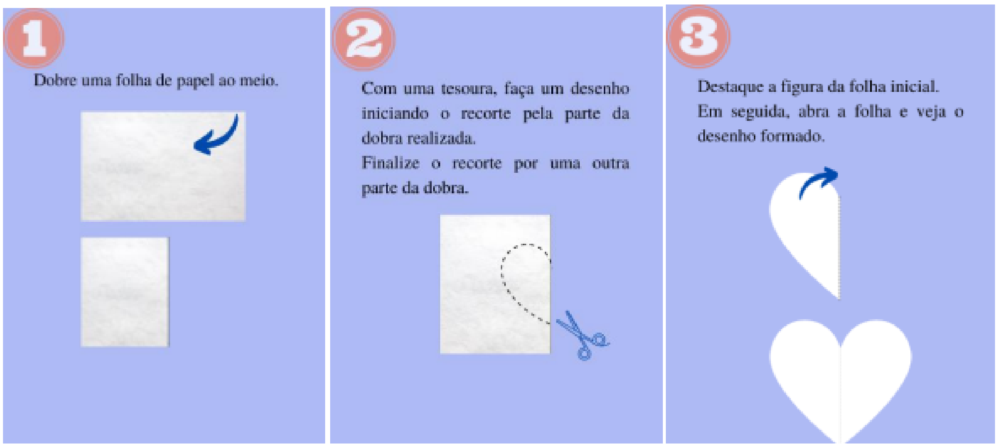
Figura 2:

Atividade 2 na Oficina 1 em ambas escolas.

Atividade 2 – Recorte de Figuras a Partir do Eixo de Simetria

Vamos recortar figuras realizando recortes a partir do eixo de simetria?

Observe a ilustração abaixo:



Fonte: Elaborado pelo pesquisador

1) Use a sua criatividade e faça algumas figuras como a ilustração acima.

As outras perguntas da atividade 2 são: "2) Realize as seguintes figuras: a) Estrela; b) Casa; c) Círculo; d) Triângulo; e) Losango; f) Trapézio; g) Hexágono; h) Retângulo; i) Quadrado. 3) Vamos encontrar figuras que apresentam dois eixos de simetria? Tente dobrar uma folha de papel de modo com que você construa figuras que apresentam dois eixos de simetria". Tais perguntas retomam nomenclaturas de geometria plana, e de forma natural surge a necessidade de denominar vértice, segmento, eixo x e eixo y, a noção de tamanho e outros.

Objetiva-se que a proporcionalidade seja um conceito implícito no processo de realização, importante para o desenvolvimento da sequência didática toda de Matemática. A seguir, na figura 3, se exemplifica de forma que o estudante possa estudar em casa, lembrar em outro momento e que não seja apenas em textos escritos, assim possibilitando uma comunicação direta do estudante e professor, e ao estudante uma autonomia e responsabilização do seu processo de ensino e aprendizagem, Bona (2012).

Figura 3:

Representação como enunciado e explicação parte da atividade

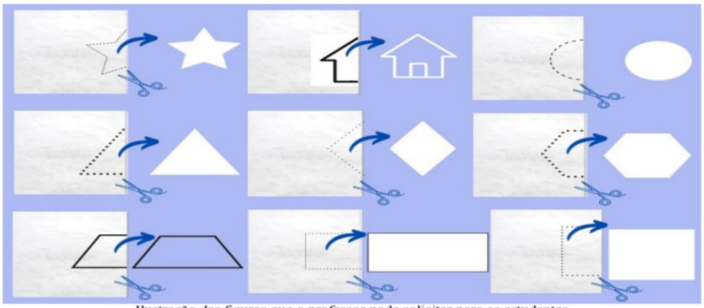


Ilustração das figuras que o professor pode solicitar para os estudantes
Fonte: Elaborado pelo pesquisador

A oficina 1 realizada na escola 1, apenas uma estudante surdo no turno inverso, com convite e consentimento dos responsáveis, para estas duas atividades, foi rápida, tranquila, demorando em torno de uma hora, e a intérprete de Libras solicitava ao professor sinais da Matemática para expressar as ideias do estudante, então teve um processo de colaboração grande entre os 3. Já na segunda escola, eram 2 estudantes surdos, sendo que um deles tem dificuldade motora também, ocorreu da mesma forma, em torno de uma hora, mas se fez necessário apelos a objetos cotidianos para ajudar, e a intérprete de Libras é professora também, e desta forma, quer explicar aos estudantes, sendo solicitada pelo professor de Matemática, autor do tcc é aqui, que aguarde eles pensarem, no seu tempo. Ambas oficinas ocorrem na sexta-feira, sendo uma pela manhã em escola estadual com turma de surdos, e outra a tarde com estudante surdo incluso. Os três estudantes atingiram os objetivos, entenderam o conceito de simetria, e se realizou de uma forma construtiva a construção e avaliação do processo de aprendizagem, pela forma como é construída a interação de cada atividade. Na oficina da tarde surge o plano caterisano, seu posicionamento de pontos, e o uso do Geogebra para construção de pontos e a bandeira, já na escola da manhã, apenas no segundo dia de oficina para uso do computador. Em ambos a apropriação do recurso concreto, de pintar, recortar foi importante como o de usar o computador, promovendo transposições conceituais importantes aos estudantes quanto à Matemática.

Reflexões e Considerações Finais

O trabalho teve como objetivo construir uma possível sequência didática para alunos surdos no ensino de Matemática para que possa ser utilizada por outros professores de Matemática que ministram aulas para estudantes surdos, pôde-se constatar diversas questões que retratam a realidade do estudante surdo em sala de aula. Com base nas aplicações das atividades realizadas nas oficinas da sequência didáticas desenvolvidas no TCC, evidenciou-se que o visual chama a atenção do estudante surdo, e facilita no seu processo de entendimento durante as explicações do professor. Como por exemplo, diversas atividades realizadas com dobraduras citadas acima, o estudante não estava conseguindo compreender os processos de como deveria dobrar a folha, porém, a *ilustração* de como deveria ser realizada cada passo da atividade, pôde dar uma *autonomia* para os estudantes e facilitar a compreensão.

A condução das atividades de maneira investigativa, fez com que os alunos participantes da pesquisa se sentissem engajados ao compreender a Matemática de uma forma diferente e divertida, e pertencer ao processo de ensino e de aprendizagem, segundo Bona, Cazarotto (2021). Outro aspecto a ser mencionado, durante as aplicações da sequência didática, é o papel do intérprete de Libras em sala de aula, em ambas escolas, que é sua importância profissional, pois é ele o responsável para intermediar a aprendizagem do estudante surdo, traduzindo o que o professor deseja explicar ao estudante. Ressalta-se a importância em ter um bom relacionamento entre professor/intérprete de Libras e intérprete de Libras/estudante. Outro quesito a ser destacado é a fluência da tradução correta pelo intérprete, pois uma frase "mal interpretada", pode mudar totalmente o contexto da frase a ser dita para o estudante surdo, e principalmente em Matemática, na qual é uma ciência exata. Ainda em relação ao intérprete de Libras, é importante que este seja o *mesmo* em todo o processo de ensino e aprendizagem do estudante surdo, pois eles acabam criando um vínculo e combinando sinais em Libras para facilitar a comunicação no momento das explicações que são realizadas pelo professor. Mesmo com intérprete em sala de aula, se faz necessário que o professor tenha uma fluência mínima da Libras, para se comunicar com os estudantes, de modo a construir um vínculo de interação e acolhimento. Contudo, mesmo com a fluência mínima da língua de sinais, o professor se torna dependente do intérprete para que seja realizada a comunicação com o estudante. Isso se evidenciou, pelo fato da frustração de tentar se comunicar com o estudante e não obter sucesso, durante a ausência da intérprete de Libras em alguns momentos que foram realizadas as aplicações da sequência didática, ainda na oficina 1.

Nas oficinas com estudantes do Ensino Médio, verificou-se uma grande defasagem em relação a diversos conteúdos de Matemática. Tanto o estudante que estuda juntamente com os ouvintes em uma turma de 1º ano do Ensino Médio, quanto os outros dois que estudam no 3º ano do Ensino Médio na classe específica de alunos surdos, apresentaram as mesmas dificuldades nas atividades propostas. Nas atividades desenvolvidas com o olhar geométrico, pôde-se constatar que os estudantes não reconhecem as figuras geométricas, e não conseguem distingui-las, como por exemplo, um quadrado de um retângulo. Isso implica no conhecimento de área e perímetro de figuras planas. O mesmo observou-se nas que necessitam de um olhar aritmético, na qual os estudantes "mal sabem realizar o algoritmo da divisão de números naturais". Desse modo, os estudantes estão em um nível de escolarização abaixo do qual estão efetivamente matriculados, segundo "métricas" por objetos de aprendizagem, não somente por conteúdos. A falta de pré-requisitos compromete a aprendizagem Matemática, na qual se faz necessário que o professor "retome" diversos conteúdos do ensino fundamental, que muitas vezes, não é retomar, é ensinar mesmo. O que acaba afetando e comprometendo o processo de ensino e aprendizagem do estudante, já que não possui uma *bagagem* de conteúdos suficiente, sendo estes, pré-requisitos de Matemática fundamentais para dar continuidade aos conteúdos do Ensino Médio, causando um desinteresse inclusive.

Vale ressaltar a grande dificuldade que os estudantes surdos apresentam durante a escolarização, pois eles enfrentam diversas barreiras que ocasionam atrasos no decorrer do ensino e aprendizagem. Para os estudantes surdos constatou-se que a acessibilidade para ele é muito difícil, pois a sua comunicação é diretamente com a Libras, e ele encontra muita dificuldade para ocupar o mesmo espaço que os demais estudantes inseridos na classe regular de ensino. Deste modo, em uma das escolas em que foram aplicadas as oficinas, devido a dificuldade de um intérprete em turno oposto, conseguiu-se combinar com uma intérprete que se dispôs a traduzir nas oficinas voluntariamente. Sendo assim, é essencial que os estudantes surdos consigam conquistar o mesmo espaço e possam ter a mesma oportunidade que os alunos ouvintes. A inclusão no ensino de Matemática para alunos surdos é um campo recente e encontrar materiais de acessibilidade adaptada para trabalhar com estes estudantes é raro. Durante a criação das atividades com o uso de sinais em Libras desenvolvidas na pesquisa (em fase de aplicação), foi necessário o auxílio de uma das intérpretes, na qual corrigiu os sinais e compartilhou materiais de apoio, como minidicionário em Libras com sinais referentes ao RS, pois a Libras possui variações linguísticas, como qualquer língua.

Espera-se que a pesquisa, possa contribuir para o planejamento de professores de Matemática, e pedagogos, assim como profissionais que prestam serviço de atendimento especializado, que lecionam para estudantes surdos, podendo ser readaptadas de acordo com a necessidade específica de cada turma. Que a pesquisa, bem como as reflexões, possam incentivar novos trabalhos e encorajar professores a desenvolverem propostas de ensino e aprendizagem Matemática para estudantes surdos.

Referências

ALBERTON, B. F. A. Discursos Curriculares sobre Educação Matemática para Surdos.107f. Dissertação de Mestrado (Programa de Pós-Graduação em Educação). Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2015.

BONA, A. S. D. Espaço de Aprendizagem Digital da Matemática: o aprender a aprender por cooperação. Tese (Doutorado). Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação. Porto Alegre: UFRGS, 2012.

BONA, A. S. D; CAZZAROTTO, S. Práticas cooperativas que favorecem a permanência, o êxito e o pertencer no ambiente escolar. In: LORENZET, Deloíze, et al. (orgs). Permanência e êxito: reflexões e práticas. São Paulo: Pimenta Cultural, 2021.

BORGES, F. A. A educação inclusiva para surdos: uma análise do saber matemático intermediado pelo intérprete de Libras. 2013. 260f. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência e a Matemática), Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2013.

D'AMBROSIO, U. Educação Matemática: da teoria à prática. Campinas: Papirus, 1996.

GESSINGER, R. M. Alunos com necessidades educacionais especiais nas classes comuns: relatos de professores de Matemática. 2001. Dissertação (Mestrado em Educação. Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2001.

GRAVINA, M. A., e M. V. A. BASSO. Mídias digitais na Educação Matemática. In: GRAVINA, M. A. et all (Orgs). In: Matemática, Mídias Digitais e Didática: tripé para formação do professor de Matemática. Porto Alegre: Evangraf, 2012.

LACERDA, C. B. F.; POLETTI, J. E. A escola inclusiva para surdos: a situação singular do intérprete de língua de sinais. In: 27ª reunião Anual da Associação Nacional de Pesquisa em Educação, 2004, Caxambu, 2004. Disponível em: https://www.anped.org.br/sites/default/files/t151.pdf. Acesso em: 20 jun. 2022.

MIRANDA, C. J. A; MIRANDA, T. L. O ensino de Matemática para alunos surdos: quais os desafios que o professor enfrenta? Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática. v. 06, n. 1. Florianópolis, p. 31-46, 2011.

PEREIRA, V. L. B. Investigação – ação escolar: Situação-problema na aprendizagem de conceitos matemáticos. 2008. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Educação) Universidade Federal de Santa Maria. Rio Grande do Sul-RS, 2008.

QUADROS, R. M. O "BI" em bilinguismo na educação de surdos. In: FERNANDES, Eulalia (Org.). Surdez e Biliguismo. 6. ed. Porto Alegre: Mediação, 2012. p.27-37.

IX CIBEM Congresso Iberoamericano de Educação Matemática
05 a 09 de dezembro de 2022

Potencialidades e limitações inclusivas de um dispositivo didático pensado para estudantes surdos

Inclusive potentialities and limitations of a didactic device designed for deaf students

Potencialidades y limitaciones inclusivo de un dispositivo didáctico pensado para estudiantes sordos

Nadjanara Ana Basso Morás
Secretaria de Estado da Educação do Paraná (Seed-PR) e Secretaria Municipal da Educação de Foz do Iguaçu (Smed/ Foz do Iguaçu-PR)
0000-0002-8683-4289

Clélia Maria Ignatius Nogueira
Universidade Estadual do Oeste do Paraná – UNIOESTE
0000-0003-0200-2061

Luiz Márcio Santos Farias
Universidade Federal da Bahia – UFBA
0000-0002-2374-3873

Modalidade: Comunicação.
Núcleo Temático: Educação Matemática e inclusão.

Resumo

Este texto se propõe a apresentar potencialidades e limitações inclusivas de um dispositivo didático que envolve diferentes significados de adição e subtração pensado para estudantes surdos. Para o aprofundamento dos estudos referentes ao saber matemático estudado, apoia-se na Teoria dos Campos Conceituais, de Vergnaud; para construir a sustentação teórico-metodológica, na Teoria Antropológica do Didático, de Chevallard, para a geração de um dispositivo didático que visa à efetivação do acesso ao saber matemático para estudantes surdos e ouvintes, em um mesmo espaço escolar, apresenta-se o modelo T4TEL como uma possibilidade. Dentre as considerações da pesquisa, destaca-se que as potencialidades e as limitações, ao propormos diferentes formas de apresentação dos enunciados de tarefas matemáticas, estão relacionadas à valorização atribuída pela cultura escolar a cada variável.

Palavras-chave: Didática da Matemática. Educação Matemática Inclusiva, Problemas envolvendo diferentes significados de adição e de subtração, Surdos.

Abstract

This paper proposes to present the inclusive potentialities and limitations of a didactic device involving different meanings of addition and subtraction designed for deaf students. To deepen the studies regarding the mathematical knowledge studied, it is based on Vergnaud's Conceptual Fields Theory; to build the theoretical and methodological support, on Chevallard's Anthropological Theory of Didactics, for the generation of a didactic device that aims at the effective access to mathematical knowledge for deaf and hearing students, in the same school space, the T4TEL model is presented as a possibility. Among the research considerations, we highlight that the potential and limitations, when proposing different ways of presenting the statements of mathematical tasks, are related to the valorization assigned by the school culture to each variable.

Keywords: Didactics of Mathematics. Inclusive Mathematics Education, Problems involving different meanings of addition and subtraction, Deaf.

Resumen

Este texto propone presentar las potencialidades y limitaciones inclusivas de un dispositivo didáctico que envuelve diferentes significados de la suma y la resta pensado para los estudiantes sordos. Para profundizar en los estudios relativos al saber matemático estudiado, se parte de la Teoría de los Campos Conceptuales, de Vergnaud; para construir el soporte teórico y metodológico, en la Teoría Antropológica de la Didáctica, de Chevallard, para la generación de un dispositivo didáctico que tenga como objetivo el acceso efectivo al saber matemático de los alumnos sordos y oyentes, en el mismo espacio escolar, se presenta como posibilidad el modelo T4TEL. Entre las consideraciones de la investigación, se destaca que las potencialidades y limitaciones, a la hora de proponer diferentes formas de presentación de los enunciados de las tareas matemáticas, están relacionadas con el peso que la cultura escolar asigna a cada variable.

Palabras clave: Didáctica de las matemáticas. Educación matemática inclusiva, Problemas que implican diferentes significados de suma y resta, Sordos.

Introdução

A Educação Inclusiva foi impulsionada por discussões internacionais e pactuada por representantes de vários países, motivados por garantir o respeito pelas diferenças de cada estudante. Consequentemente, a Educação Inclusiva tem como objetivo atender as diferenças, tratando de forma heterogênea os que são desiguais, em razão das suas especificidades pessoais.

Pesquisadores da área da Educação Matemática Inclusiva relatam ser fundamental, para que todos tenham acesso ao saber matemático[1233], que as diferenças sejam legitimadas[1234]. A não legitimação das diferenças de todos os estudantes em ações didáticas, em um contexto escolar inclusivo, pode ser resultado do que Farias (2010) chama de vazio didático[1235]. Neste contexto, questionamo-nos se o acesso ao saber matemático para todos os estudantes é dificultado, ou pode ser dificultado, pela não contemplação de diferentes formas de representação nas apresentações de tarefas.

[1233] Consideramos a acessibilidade didática como um "[...] o conjunto de condições que permitem aos estudantes acessar o estudo dos conhecimentos: formas de estudo, situações de ensino e de aprendizagem, recursos, acompanhamento, auxiliares [...]" (ASSUDE *et al.*, 2014 p. 35).
[1234] A legitimação das diferenças implica em reconhecer, considerar e valorizar as diferenças.
[1235] Para Farias (2010), vazio didático é um fenômeno que se refere a possíveis lacunas em termos de suporte teórico que contribuam com a prática didática.

Preocupados com o acesso ao saber matemático para estudantes surdos e ouvintes presentes em sala de aula, elencamos como objetivo a apresentar potencialidades e limitações inclusivas de um dispositivo didático que envolve diferentes significados de adição e subtração pensado para estudantes surdos.

Para atingir este objetivo, buscamos tirar o foco da pessoa surda e discutimos as barreiras que ela encontra no entorno, para isso, respaldamo-nos em teorias que consideram o estudante surdo, demais estudantes e professores também. Assim, a partir do modelo social da pessoa com deficiência[1236], optamos como teoria de sustentação a Didática da Matemática, em especial, a Teoria Antropológica do Didático.

Para a construção do dispositivo didático inclusivo consideramos a diferença dos estudantes surdos serem sujeitos visuais[1237], e que esses estudantes nos primeiros anos do Ensino Fundamental, encontram dificuldades em compreender os enunciados de tarefas. Essa dificuldade pode aumentar quando os enunciados são apresentados apenas na língua Portuguesa na modalidade escrita, sua segunda língua[1238] (NOGUEIRA; SOARES, 2019). Consideramos também que, tarefas pensadas para atender as especificidades dos estudantes surdos podem contribuir positivamente para o ensino de todos os estudantes presentes em sala de aula (SKOVSMOSE, 2019; NOGUEIRA, 2020).

Estabelecemos, assim, a pergunta de investigação: quais variáveis podem ser contempladas em um dispositivo didático inclusivo para que estudantes surdos e ouvintes, presentes em sala de aula, tenham acesso ao saber matemático 'problemas envolvendo diferentes significados de adição e subtração'?

Estrutura do dispositivo didático inclusivo

Neste estudo, consideramos como dispositivo didático uma sequência de tipos de tarefas que contempla o saber matemático estudado, que está diretamente relacionada com a pergunta de investigação e que tem no seu âmago a dialética dos ostensivos e não ostensivos, por meio

[1236] Nesse modelo, a deficiência não deve ser entendida como um problema individual, mas uma questão da vida em sociedade, o que transfere a responsabilidade pelas desvantagens das limitações corporais do indivíduo para a incapacidade da sociedade em prever e se ajustar às diferenças.
[1237] Significa que "[...] todos os mecanismos de processamento da informação, e todas as formas de compreender o universo em seu entorno, se constroem como experiência visual" (SKLIAR, 1998, p. 28).
[1238] O português na modalidade escrita é concebido como a segunda língua para o surdo brasileiro, já a Libras, é considerada sua primeira língua.

da qual se dará o acesso ao saber. As tarefas que constituem o dispositivo contemplam nos seus enunciados diferentes variáveis, principalmente, variáveis legitimantes das diferenças dos estudantes surdos.

O dispositivo didático inclusivo construído foi fundamentado no modelo T4TEL e estruturado em variáveis oriundas de alguns elementos da Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud (2014); nos estudos de Magina *et al.* (2008); e nas pesquisas a respeito da Educação Matemática Inclusiva para surdos, realizadas por Nogueira e Soares (2019) e Nogueira e Borges (2019) no Grupo de Trabalho – Diferença, Inclusão e Educação Matemática (GT–13), da Sociedade Brasileira de Educação Matemática.

Para a construção do dispositivo didático inclusivo, inicialmente, realizamos um estudo epistemológico a respeito do saber matemático 'problemas envolvendo diferentes significados de adição e subtração com números naturais' e pesquisas na área da Educação Matemática Inclusiva de surdos. Identificamos os tipos de tarefas que existem e as variáveis capazes de influenciar nos tipos de tarefas matemáticas que pretendemos colocar em prática. Considerados os tipos de tarefas e as variáveis identificadas *a priori* e atendendo as condições e restrições das instituições investigadas[1239], geramos uma sequência de tipos de tarefas por meio do gerador de tipos de tarefas do modelo T4TEL.

O modelo T4TEL faz parte da Teoria Antropológica do Didático, mais especificamente da abordagem praxeológica. Chaachoua e Bessot (2018) propõem uma extensão da abordagem praxeológica ao apresentar as noções de variáveis e de praxeologia pessoal. O objetivo da introdução de variáveis no modelo T4TEL é estruturar um conjunto de situações específicas de um saber. Desse ponto de vista, um conjunto de situações específicas de um saber será caracterizado por um conjunto restrito de variáveis relevantes.

Para Chaachoua e Bessot (2018, p. 120), a noção de variáveis "[...] aparece acima de tudo como uma ferramenta metodológica em um processo de modelação, associado à análise *a priori* de uma situação particular ou fundamental". De acordo com Chaachoua e Bessot (2018, p. 124), as variáveis possuem três funções, sendo elas: gerar tipos de tarefas e subtipos de tarefas jogando com os valores das variáveis; caracterizar o escopo das técnicas; e a noção de praxeologia pessoal.

[1239] As instituições investigadas são: 3° ano do Ensino Fundamental I, 2ª Etapa da Fase II da Educação de Jovens e Adultos, ambas de uma escola bilíngue de surdos e 3° ano do Ensino Fundamental I de uma escola que pretende ser inclusiva.

Consideramos neste estudo, as variáveis ‘diferentes formas de representação’, não apenas como sinais, mas também como ferramentas essenciais das práticas matemáticas, ou seja, como ferramentas que vão possibilitar os estudantes acessarem o saber matemático.

Construção do dispositivo didático inclusivo

Estes tipos de tarefas e estas variáveis identificadas *a priori* se tornaram importantes na construção do dispositivo didático inclusivo porque estamos preocupados com a forma de apresentação destes tipos de tarefas e com os procedimentos que os estudantes realizam para buscar a melhor opção para a resolução dos tipos de tarefas a ele apresentado.

Apresentamos um dos dois tipos de tarefas identificados na primeira categoria de Vergnaud (2014), as sete variáveis e seus respectivos valores e os tipos de tarefas gerados com o gerador de tipos de tarefas do modelo T4TEL.

No modelo T4TEL, um tipo de tarefa T é descrito por um verbo de ação e um complemento, T = (verbo de ação, complemento fixo). O verbo de ação caracteriza os tipos de tarefas, como: ‘calcular’, ‘somar’, entre outros. O complemento é definido de acordo com o nível de granularidade, do específico ao genérico que será determinado, pelo menos, por três fatores: a pergunta de investigação, as instituições estudadas e as praxeologias pessoais, estando às instituições estudadas e as praxeologias pessoais diretamente relacionadas à pergunta de investigação (CHAACHOUA; BESSOT, 2018).

Considerando a noção de granularidade, Chaachoua e Bessot (2018) introduziram as noções de gerador de tipo de tarefas e sistema de variáveis. Um gerador de um tipo de tarefas (GT) é definido por um tipo de tarefas e um sistema de variáveis, que pode ser descrito da seguinte forma: GT = [verbo de ação, complemento fixo; sistema de variáveis]. O verbo de ação e o complemento fixo identificam o tipo de tarefas e o sistema de variáveis compreende as variáveis e os valores que as mesmas podem receber dentro do domínio de uma disciplina.

Nos estudos realizados a respeito do saber matemático estudado identificamos na primeira categoria segundo Vergnaud (2014) o tipo de tarefa T_1 = (Calcular o resultado da composição de duas medidas). O tipo de tarefa (T_1 = Calcular, o resultado da composição de duas medidas)[1240] pode ser associado a um gerador de tipos de tarefas, considerando o sistema de variáveis (V1, V2, V3, V4, V5, V6, V7). Como descrevemos a seguir:

V1 = tamanho da primeira medida m_1 ($m_1 \in N \mid 0 < m_1 > 100$).

V2 = tamanho da segunda medida m_2 ($m_2 \in N \mid 0 < m_2 > 100$).

V3 = apresentação das informações (informações na ordem temporal dos fatos relatados, informações fornecidas em desordem, ordem inversa).

V4 = tipo de tema (temas comuns do cotidiano do estudante, temas incomuns do cotidiano do estudante).

V5 = redação (Português na modalidade escrita, Português na modalidade escrita (apresentando uma frase em cada linha), interlíngua).

V6 = língua natural (Português na modalidade oral, Libras).

V7 = aspecto visual (esquema, ilustração).

Atribuímos os seguintes valores às variáveis:

V1/ V2 = (V1 = com medida menor do que a medida da segunda parcela e V2 = com medida maior do que a medida da primeira parcela = Soma com duas casas decimais).

V3 = (1° informação: sobre a primeira medida, 2° informação: sobre a segunda medida, 3° informação: sobre o resultado da composição).

V4 = (escola, sala de aula).

V5 = redação (Português na modalidade escrita (apresentando uma frase em cada linha), interlíngua).

V6 = língua natural (Português na modalidade oral, Libras).

V7 = aspecto visual (esquema, ilustração).

Denotamos o gerador de tipos de tarefas: GT = [Calcular, o resultado da composição de duas medidas: V1, V2, V3, V4, V5, V6, V7]. Geramos os subtipos de tarefas:

T_{1a} = Na sala da professora Marisa tem 7 meninas e 4 meninos.

Na sala da professora Marisa tem quantas meninas e meninos?

T_{1b} = Na sala da professora Dirce tem 9 alunos em pé e 6 alunos sentados.

Na sala da professora Dirce tem quantos alunos em pé e sentados?

Leitura em Libras pela professora regente da sala.

[1240] Pode ser escrito com termos diferentes dos empregados por Vergnaud (2014): (Calcular, a soma de dois números naturais).

T_{1c} = Na sala da professora Nadja tem 13 mesas e 13 cadeiras.

Na sala da professora Nadja tem quantas mesas e cadeiras?

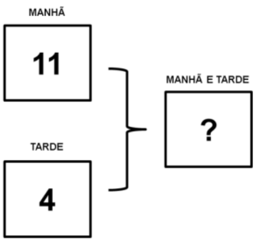
Sala da professora Nadja tem 13 mesas.

Tem 13 cadeiras.

Mesas e cadeiras quantas tem?

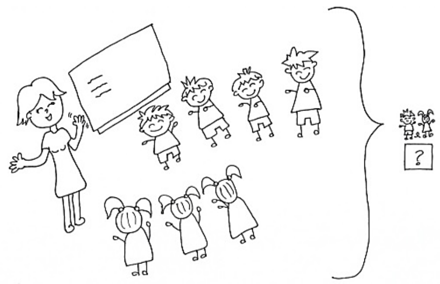
T_{1d} = Na Escola Lucas Silveira tem 11 alunos que estudam no período da manhã e 4 alunos que estudam à tarde.

Na Escola Lucas Silveira tem quantos alunos que estudam de manhã e à tarde?



T_{1e} = Na sala da professora Marisa tem 4 meninos e 3 meninas.

Na sala da professora Marisa tem quantas crianças?



Experimentação do dispositivo didático inclusivo

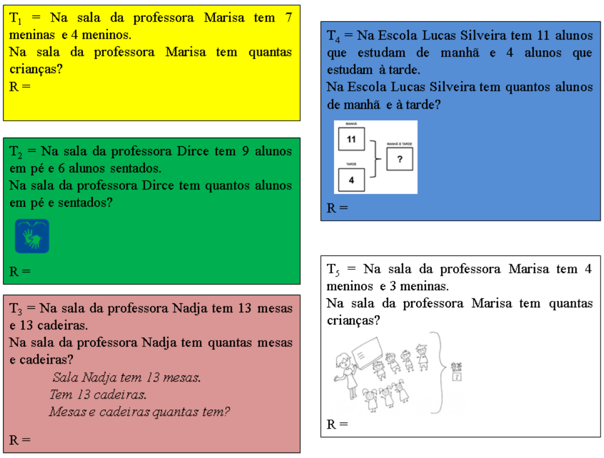
Esse dispositivo didático inclusivo será experimentado, inicialmente, nas instituições: 3° ano do Ensino Fundamental I e 2ª Etapa da Fase I da Educação de Jovens e Adultos em uma escola bilíngue de surdos e, posteriormente, em um 3° ano do Ensino Fundamental I em uma escola que pretende se inclusiva. O professor regente de cada uma destas instituições irá aplicar o dispositivo didático inclusivo. Como pesquisadores, só observaremos, gravaremos os vídeos e anotaremos pontos importantes da aplicação relacionados à pergunta de investigação.

A escolha das três instituições justifica-se da seguinte forma: as duas instituições da escola bilíngue de surdos, porque subsidiaram a construção do dispositivo didático inclusivo, ou seja, elas possibilitaram a identificação de variáveis que contribuem para criar e/ou aumentar a relação pessoal dos estudantes com o saber matemático estudado; e a instituição da escola que pretende se inclusiva, porque é o foco da investigação, ou seja, é nesta escola que o dispositivo didático será implementado. Já a escolha pelo nível escolar, 3° ano do Ensino Fundamental, porque os estudantes surdos encontram-se em processo de letramento e os estudantes ouvintes, de alfabetização.

O dispositivo didático inclusivo construído é composto por 14 blocos de tipos de tarefas, cada bloco é constituído por cinco tarefas. As tarefas que constituem os blocos possuem o mesmo cálculo relacional, e são apresentadas por meio de diferentes variáveis, conforme exposto no quadro a seguir:

Quadro 1.

Bloco de tarefas



T_1 = Na sala da professora Marisa tem 7 meninas e 4 meninos.
Na sala da professora Marisa tem quantas crianças?
R =

T_2 = Na sala da professora Dirce tem 9 alunos em pé e 6 alunos sentados.
Na sala da professora Dirce tem quantos alunos em pé e sentados?
R =

T_3 = Na sala da professora Nadja tem 13 mesas e 13 cadeiras.
Na sala da professora Nadja tem quantas mesas e cadeiras?
Sala Nadja tem 13 mesas.
Tem 13 cadeiras.
Mesas e cadeiras quantas tem?
R =

T_4 = Na Escola Lucas Silveira tem 11 alunos que estudam de manhã e 4 alunos que estudam à tarde.
Na Escola Lucas Silveira tem quantos alunos de manhã e à tarde?
11
4
?
R =

T_5 = Na sala da professora Marisa tem 4 meninos e 3 meninas.
Na sala da professora Marisa tem quantas crianças?
R =

Fonte: Dados da pesquisa (2021)

Os estudantes receberão blocos constituídos com cinco folhas, cada folha com uma cor diferente e contemplando tarefas. Os estudantes deverão escolher três tarefas entre as apresentadas por blocos e resolvê-las.

Potencialidades e limitações inclusivas do dispositivo didático construído encontradas em sua experimentação

A discussão proposta para esta seção é um recorte de uma pesquisa de doutorado cujo tema é o acesso ao saber matemático "problemas envolvendo diferentes significados de adição e subtração" para estudantes surdos e ouvintes presentes em sala de aula. Ao realizarmos análises iniciais do dispositivo didático construído identificamos que a sua potencialidade está relacionada ao pressuposto da Educação Matemática Inclusiva, o qual conceitua que ao elaborarmos tipos de tarefas que contribuem para o acesso ao saber de estudantes apoiados pela Educação Especial, contribuímos, simultaneamente, com o acesso ao saber de todos os estudantes presentes em sala de aula.

Nestas análises constatamos, inicialmente, que a sequência de tipos de tarefas construída, contribui para a legitimação das diferenças, nas escolhas das variáveis legitimantes das diferenças dos estudantes surdos, contempladas nos enunciados dos tipos de tarefas matemáticas, envolvendo problemas com diferentes significados de adição e subtração. Para Nogueira (2020), a legitimação das diferenças implica reconhecer pontos de partida e de chegada diferentes, ou seja, reconhecer, considerar e valorizar, na elaboração dos enunciados de tarefas, as diferenças dos estudantes presentes em sala de aula.

No dispositivo didático construído, reconhecemos, consideramos e valorizamos as diferenças dos estudantes surdos, particularmente, pelo fato de que eles compreendem e interagem com o mundo por meio da visão. Consideramos que, ao contemplar variáveis como a ilustração e o esquema, na apresentação dos enunciados de tarefas matemáticas, contribuímos para o acesso ao saber dos estudantes surdos e ouvintes presentes em sala de aula. Ademais, se contemplarmos essas variáveis nos enunciados de tarefas e/ou contemplarmos escrita em braile ou escrita ampliada e com contraste, estenderemos as chances de mais estudantes terem acesso ao saber matemático estudado.

Já as limitações podem ser encontradas na experimentação do dispositivo didático, visto que há supervalorização da variável 'Português na modalidade escrita', na apresentação dos enunciados das tarefas matemáticas. Os estudos na área da Educação Matemática Inclusiva, entre eles, Nogueira e Soares (2018) e Nogueira e Borges (2019), mostram que, na maioria das vezes, os enunciados dos tipos de tarefas são apresentados unicamente com a variável 'Português na modalidade escrita'. Somente a contemplação dessa variável na apresentação dos enunciados de tarefas pode prejudicar o acesso ao saber matemático pelos estudantes ouvintes não familiarizados com a escrita culta da Língua Portuguesa e pelos estudantes surdos, uma vez que esta é a sua segunda língua, o que significa não atender aos diferentes tipos de estudantes em sala de aula.

Para discutirmos sobre a supervalorização de uma língua sobre outra em um contexto escolar, reportamo-nos aos estudos desenvolvidos por Bourdieu e Passeron (2014). Para esses autores, a escola valoriza um único capital cultural e linguístico: o da classe economicamente mais favorecida. Essa valorização gera 'violência simbólica', já que é inculcado nos agentes que o único capital cultural e linguístico que tem valor é o da classe economicamente mais favorecida. Desse modo, a escola, ao valorizar uma única modalidade e variante da Língua portuguesa, atribui-lhe um poder simbólico, que segundo Bourdieu (1989), enaltece mais ainda as relações de poder e perpetua relações de colonialidade.

Morás (2018), fundamentada nesses estudos de Bourdieu e Passeron (2014), realizou uma pesquisa a respeito da inclusão escolar de estudantes surdos cujo objetivo foi investigar a cultura da escola inclusiva na perspectiva de estudantes surdos do ensino regular. Uma das conclusões da autora vai ao encontro das discussões de Bourdieu e Passeron (2017), dado que se notou a supervalorização da Língua Portuguesa na modalidade oral sobre a Libras em contextos escolares que pretendem ser inclusivos. Além disso, os surdos fazem parte de uma minoria linguística, uma vez que sua primeira língua não é a mesma de seus colegas e professores, o que favorece a vivência da ‘violência simbólica’ no ensino regular em meio aos ouvintes.

Assim, pautados nos estudos de Bourdieu e Passeron (2014) e Morás (2018), consideramos que podemos encontrar algumas resistências ao propormos diferentes formas de apresentação dos enunciados de tarefas matemáticas, em um contexto escolar que pretende ser inclusivo. Apresentar enunciados de tarefas com variáveis como Libras, ilustração, esquema, interlíngua, entre outras, pode não ser aceito de imediato pela comunidade escolar, pois pode encontrar barreiras na cultura escolar, como a não aceitação das diferenças linguísticas dos estudantes. Como a Libras, língua ainda minoritária no contexto escolar, a ilustração, por exemplo, também pode ser desprestigiada. A respeito desse desprestígio, Oliveira (2006), por exemplo, explica que a ilustração, em sala de aula, costuma ser aceita como a representação simples e estática da realidade. Seu *status* é secundário, ou seja, o estudante ao ler o texto acadêmico encara o linear como texto e a ilustração apenas como um apêndice ilustrativo.

Romper com supervalorização das variáveis Português nas modalidades oral e escrita é uma das limitações que pode ser encontrada na experimentação do dispositivo didático construído. O período de experimentação, entretanto, deve contemplar momentos de discussões com professores sobre a importância da legitimação das diferenças em sala de aula. Portanto, ter clareza dessas limitações é fundamental para que possamos discuti-las e encontrar formas para superá-las, por exemplo, por meio da contemplação de diferentes formas de apresentação dos enunciados das tarefas.

Algumas considerações

Consideramos que as potencialidades inclusivas do dispositivo didático construído estão relacionadas à legitimação das diferenças nas escolhas dos valores das variáveis. Com a experimentação da sequência de tarefas que constitui o dispositivo didático, estudaremos os valores atribuídos às variáveis na legitimação das diferenças dos estudantes surdos e com que intensidade essa legitimação, em um contexto escolar inclusivo, pode contribuir para que os estudantes, surdos e ouvintes, tenham acesso ao saber matemático. Com esses estudos teremos elementos para estabelecer discussões a fim de suprimir o vazio didático e colaborar para melhorar as práticas de ensino de Matemática em um contexto inclusivo.

Em vista do recorte feito para este artigo, objetivamos apresentar as potencialidades e as limitações inclusivas do dispositivo didático construído para que o objetivo da pesquisa de doutorado em andamento seja atingido de forma mais consistente. A Educação Matemática Inclusiva é uma temática recente e necessária, que exige que a escola rompa com algumas resistências presentes em seu meio, entre elas, a cultura hegemônica, que visa ao desenvolvimento de um currículo único, com aluno padrão e ideal. Consideramos que essas limitações não inviabilizam a pesquisa, já que questionar essas resistências faz parte dos objetivos implícitos de nossa investigação, que visa identificar as possibilidades de o acesso ao saber matemático 'problema envolvendo diferentes significados de adição e subtração com números naturais' para estudantes ouvintes por meio de um dispositivo didático construído pensado para estudantes surdos.

Referências

ASSUDE, T.; PEREZ, J., SUAU, G., TAMBONE, J.; VÉRILLON, A. (2014). Acessibilidade didática e dinâmica topogenética: um estudo de caso. *Pesquisa em Didática da Matemática*, v. 34, n. 1, p. 33-57.

BOURDIEU, P. (1989). *O poder simbólico*. São Paulo: Bertrand Brasil.

BOURDIEU, P. PASSERON, J. (2014). *A reprodução*: elementos para uma teoria do sistema de ensino. Petrópolis, RJ: Vozes.

CHAACHOUA, H; BESSOT, A. (2018). A noção de variável no modelo Praxeológico. In: ALMOULOUD, S. A.; FARIAS, L. M. S.; HENRIQUES, A. *A teoria antropológica do didático*: princípios e fundamentos. Curitiba, p. 119-134.

COMITI, C.; FARIAS, L.M.S. (2019). Importance et méthodologie de l'observation de classe pour les recherches en didactique et rôle de la problématique de recherche pour la modélisation nécessaire lors de l'analyse des observations. *Caminhos da Educação Matemática em Revista/Online*, v. 9, n. 1, p. 83-104.

FARIAS, L. M. S. (2010). Étude des interrelations entre les domaines numérique, algébrique et géométrique dans l'enseignement des mathématiques au secondaire: Une analyse des pratiques enseignantes en classes de troisième et de seconde. Mathématiques [math]. *Université Montpellier II - Sciences et Techniques du Languedoc*. Français.

MAGINA, S.; CAMPOS, T.; NUNES, T.; GITIRANA, V. (2008). *Repensando Adição e Subtração*: Contribuições da Teoria dos Campos Conceituais. São Paulo: PROEM.

MORÁS, N.A.B. (2018). *A cultura da escola inclusiva na perspectiva dos estudantes surdos*. Foz do Iguaçu, 126 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em ensino – Universidade Estadual do Oeste do Paraná.

NOGUEIRA, C.M.I.; SOARES, B.I.N. (2019). A influência da forma de apresentação dos enunciados no desempenho de alunos surdos na resolução de problemas de estruturas aditivas. *Educação Matemática Pesquisa*, São Paulo, v. 21, n. 5, p. 110-120.

NOGUEIRA, C.M.I.; BORGES, F.A. (2019). Formação docente para a inclusão nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: uma análise a partir da formulação e adaptação de enunciados de problemas matemáticos. *Educação Matemática em Revista*, Brasília, n. 65, p. 4-28.

NOGUEIRA, C. M. I., (2020). Educação Matemática Inclusiva: do que, de quem e para quem fala? *In*: MARTENSEN, A. M.; KALLEF, R.; PEREIRA, P. C. (Org.). *Educação Matemática*: diferentes olhares e práticas. Curitiba: Appris, p. 109-132.

OLIVEIRA, S. (2006). Texto visual e leitura crítica: o dito, o omitido, o sugerido. *Linguagem & Ensino*, Pelotas, v. 9, n. 1, jan./jun., p. 15-39.

SKLIAR, C. (1998). Um olhar sobre nosso olhar acerca da surdez e as deferências. In: SKLIAR. Carlos. B. (Org). *A Surdez*: um olhar sobre as diferenças. Porto Alegre: Mediação.

SKOVSMOSE, O. (2019). Inclusões, encontros e cenários. *Educação Matemática em Revista*, Brasília, v. 24, n. 64, set./dez., p. 16-32.

VERGNAUD, G. (2014). *A criança, a matemática e a realidade*: problemas de ensino de matemática na escola elementar. Curitiba: Ed. da UFPR.

Roteiros de audiodescrição didática de gêneros de linguagem textual na perspectiva da educação matemática inclusiva

Didactic audio description scripts of language textual genres from the perspective of inclusive mathematics education

Guiones didácticos de audio descripción de los géneros del lenguaje textual desde la perspectiva de la educación matemáticas inclusiva

Luciene do Carmo Santos[1241]
Instituto Federal da Paraíba
0000-0003-3193-4175

Rodiney Marcelo Braga dos Santos[1242]
Instituto Federal da Paraíba
0000-0001-7308-6587

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Educação Matemática e inclusão

Resumo

Embora não objetive tornar professores em audiodescritores, mas aproveitar os saberes da área articulados com a abordagem da audiodescrição, a questão norteadora deste trabalho busca responder: Como a abordagem da audiodescrição didática pode favorecer o ensino de matemática para estudantes com deficiência visual? O objetivo geral desta pesquisa é apresentar exemplos de roteiros de audiodescrição didática na perspectiva da Educação Matemática Inclusiva. A tipologia da pesquisa assume caráter qualitativo e exploratório. Foram elaborados roteiros autorais de audiodescrição didática para recursos de gênero de linguagem textual (charge, cartum e tirinha). Concluímos que a audiodescrição didática é uma tecnologia educacional que operacionaliza o processo pedagógico através da tradução visual para audível. No sentido da expressão da diversidade do coletivo de estudantes pode contribuir para a promoção da abordagem de um currículo flexível desde a representação dos objetos de conhecimento até o engajamento de forma equitativa.

Palavras-chave: tecnologia assistiva, audiodescrição didática, educação matemática inclusiva.

Abstract

Although it does not aim to turn teachers into audio describers, but to take advantage of the knowledge of the area articulated with the audio description approach, the guiding question of this work seeks to answer: How can the didactic audio description approach favor the teaching of mathematics for students with visual impairments? The general objective of this research is to present examples of didactic audio description scripts from the perspective of Inclusive

[1241] lucienecarmo31@gmail.com
[1242] rodiney.santos@ifpb.edu.br

Mathematics Education. The research typology assumes a qualitative and exploratory character. Author scripts of didactic audio description were prepared for textual language genre resources (cartoon, cartoon and comic strip). We conclude that didactic audio description is an educational technology that operationalizes the pedagogical process through visual to audible translation. In the sense of expressing the diversity of the collective of students, it can contribute to the promotion of a flexible curriculum approach, from the representation of objects of knowledge to equitable engagement.

Keywords: tecnologia assistive technology, didactic audio description, inclusive mathematics education.

Resumen

Si bien no se pretende convertir a los docentes en audiodescriptores, sino aprovechar los conocimientos del área articulados con el enfoque de audiodescripción, la pregunta rectora de este trabajo busca responder: ¿De qué manera el enfoque didáctico de audiodescripción puede favorecer la enseñanza de matemáticas para estudiantes con discapacidad visual? El objetivo general de esta investigación es presentar ejemplos de guiones didácticos de audiodescripción desde la perspectiva de la Educación Matemática Inclusiva. La tipología de investigación asume un carácter cualitativo y exploratorio. Se elaboraron guiones de autor de audiodescripción didáctica para los recursos del género del lenguaje textual (caricatura, historieta y tira cómica). Concluimos que la audiodescripción didáctica es una tecnología educativa que operacionaliza el proceso pedagógico a través de la traducción visual a audible. En el sentido de expresar la diversidad del colectivo de estudiantes, puede contribuir a la promoción de un enfoque curricular flexible, desde la representación de objetos de conocimiento hasta el compromiso equitativo.

Palabras clave: tecnología de asitencia, didácticos de audiodescripción, educación matemáticas inclusiva.

Introdução

Este estudo consiste em um recorte do trabalho de conclusão de curso da primeira autora, sob orientação do segundo autor, em Licenciatura em Matemática, ofertado por uma instituição federal de educação básica, técnica e tecnológica. O referido trabalho intitulado *Perspectiva para inclusão do estudante com deficiência visual através da audiodescrição didática: o uso de roteiros de imagem estática para aulas de matemática* buscou no *locus* da educação matemática inclusiva estudar a modalidade de tradução visual audiodescrição no contexto educacional.

Zehetmeyr (2016, p. 51) diz que "a audiodescrição didática requer do professor objetivo específico e planejamento do que pretende ensinar com a imagem selecionada". Embora não objetive tornar professores em audiodescritores, mas aproveitar os saberes da área articulados com a abordagem da audiodescrição (AD), a questão norteadora deste trabalho busca responder:

Como a abordagem da audiodescrição didática (ADD)[1243] pode favorecer o ensino de matemática para estudantes com deficiência visual? O objetivo geral desta pesquisa é apresentar exemplos de roteiros de ADD na perspectiva da Educação Matemática Inclusiva.

A tipologia da pesquisa assume abordagem qualitativa e procedimento bibliográfica, tendo em vista que esta leva o pesquisador a ter contato direto com os escritos sobre o assunto como forma de aprofundar e ampliar o conhecimento e exploratória, pois "diante de uma problemática ou temática ainda pouco definida e conhecida, resolve realizar um estudo com o intuito de obter informações ou dados esclarecedores e consistentes sobre ela" (Fiorentini; Lorenzato, 2012, p. 69).

Para tal, foram abordados estudos sobre *Tecnologia assistiva de audiodescrição no contexto educacional* (Bersch, 2017; Carpes, 2016; Motta, 2016; Vergara-Nunes, 2016; Zehetmeyr, 2016) e *Audiodescrição didática para o ensino de matemática* (Martins, Carvalho, Sales, 2021; Santos; Cavalcante, 2021; Godoi, Araújo, Pinto, 2020). Destarte, foram elaborados roteiros autorais de ADD para recursos de gênero de linguagem textual[1244], a exemplo: a charge, o cartum e a tirinha, pois "destacam-se pela criatividade e abordagem de temas da atualidade" (Oliveira, 2021, p. 28).

Os roteiros autorais de ADD foram construídos a partir dos elementos orientadores da AD descritos no *Guia de Introdução à Audiodescrição Didática para Docentes,* da autoria de Oliveira (2021), a saber: Classificar o tipo de imagem (Tipo de imagem.); Autoria da imagem (Definir quando possível.); Enquadramento da câmera (De onde/de que distância/como a imagem foi recortada?); 1. Nomear/identificar (O quê/ quem: o que será descrito?); 2. Qualificar o sujeito (Quais os aspectos relevantes do conteúdo imagético que será audiodescrito?); 3. Localizar e situar (Espaço a que este conteúdo está inserido.); 4. Ação (Faz o quê?); 5. Qualificar o verbo (Como/de que forma realiza ação?) e 6. Quando (tempo a que se refere a ação).

Tecnologia assistiva de audiodescrição no contexto educacional

O conceito brasileiro de TA foi aprovado pelo Comitê de Ajudas Técnicas em 14 de dezembro de 2007, que diz:

[1243] A AD padrão ocupa-se com a acessibilidade do produto visual, enquanto a ADD ocupa-se com a inclusão (Vergara-Nunes, 2016).
[1244] São textos de intenção comunicativa que exercem função social específica.

> é uma **área do conhecimento**, de característica **interdisciplinar**, que engloba produtos, recursos, metodologias, estratégias, práticas e serviços que objetivam promover a funcionalidade, relacionada à atividade e participação, de pessoas com deficiência, incapacidades ou mobilidade reduzida, **visando sua autonomia, independência, qualidade de vida e inclusão social** (Brasil, 2007, grifos nossos).

De acordo com Bersch (2017), a TA deve ser entendida como um recurso no contexto educacional quando exerce uma função assistiva, como: utilizada por um estudante com deficiência e tem por objetivo romper barreiras sensoriais, motoras ou cognitivas que limitam/impedem seu acesso às informações ou limitam/impedem o registro e expressão sobre os conhecimentos adquiridos por ele; favorecem seu acesso e participação ativa e autônoma em projetos pedagógicos; quando possibilitam a manipulação de objetos de estudos e quando percebemos que sem este recurso tecnológico a participação ativa do aluno no desafio de aprendizagem seria restrito ou inexistente.

Nesse sentido, Motta (2016) chama a atenção para a sala de aula e seus diversos momentos: filmes, cartazes, eventos, os livros didáticos repletos de fotografias, charges, desenhos, gráficos, tabelas, mapas, tirinhas e histórias em quadrinhos, que fazem sistematicamente parte da rotina pedagógica. A autora afirma que levando em consideração a polarização da sala de aula e cientes das barreiras comunicacionais, e, ainda, que todas as imagens têm seus significados, é necessário fazer a leitura e traduzi-las em palavras.

Carpes (2016, p. 120) afirma que a descrição de figuras, cenas e imagens no momento da sala de aula exige alguns cuidados, pois sendo uma técnica ou TA, em que se realiza uma tradução visual, "requer estratégia e procedimentos especiais, para que possibilite a pessoa com deficiência visual uma forma de aprender ou conhecer, no mesmo patamar que as pessoas videntes".

Lima (2011, p. 09) diz que a tradução visual na forma de AD pode ser considerada uma TA, pois "permite acesso aos eventos imagéticos, em que a experiência visual jamais foi experimentada (no caso das pessoas cegas congênitas totais)". A AD é um tema relativamente novo no meio acadêmico, por conta disso muitas definições vêm sendo apresentadas (Vergara-Nunes, 2016). Mas afinal o que é AD? De acordo com Pinto e Mayer (2018, p. 52), "por razões históricas o nome dado – audiodescrição – reflete as primeiras tentativas de caracterizar imagens em termos verbais".

A AD segundo Carpes (2016) vem contribuir com a inclusão das pessoas com DV, pois o conhecimento se complementa por meio de descrições de cenas, figuras, imagens, encenações em ambientes de lazer e educação, proporcionando um amplo conhecimento para as pessoas privadas do uso da visão.

Exemplificando, Motta (2016) enfatiza que para aplicar na escola o recurso de AD, que já vêm sendo utilizado em outros contextos, é necessário o conhecimento sobre seus benefícios, aplicabilidade e técnicas, para que possa ser utilizada como ferramenta do agir pedagógico, assim, aspirando a abertura de mais oportunidades de aprendizagem para os alunos com DV. Para o referido autor, “A audiodescrição, poderá ser um instrumento de mediação e muito poderá colaborar para que os alunos façam inferências, deduções, e cheguem a conclusões, possibilitando uma participação mais completa nas múltiplas atividades escolares” (p. 07).

Sobre o uso da técnica da AD em ambientes educacionais, Vergara-Nunes (2016, p. 242) esclarece que se “precisa ter características próprias e não apenas as genéricas normas e orientações para audiodescrição comerciais”. Outrossim, acrescenta quando lista recomendações indispensáveis e necessárias que não podem ser ignoradas ou negligenciadas, sob pena de permitir barreiras e consequente prejuízo à acessibilidade ao aluno cego aos conteúdos didáticos visuais, são: diferenças individuais, conhecimentos do usuário, carga cognitiva, direito à informação, emoções e subjetividade.

Zehetmeyr (2016), em sua dissertação de mestrado, traz um guia prático para professores. Trata-se de um conjunto de recomendações para elaboração da ADD, cujo objetivo é dar subsídios ao educador para que agregue em seu fazer pedagógico. Na concepção da ADD a atuação do professor audiodescritor é essencial para uma sala de aula inclusiva, já que é ele quem deve expor “novos modelos, ampliar as informações e dar explicações, auxiliar os alunos a construírem e reconstruírem novos significados” (p. 51).

No caso de materiais didáticos, para Vergara-Nunes (2016) cada imagem tem um objetivo de ensino e isto deve ser considerado para definir o tipo de AD a ser adotado, além que o professor audiodescritor deve conhecer o grau de deficiência do aluno. Para Zehetmeyr (2016, p. 49) “O professor-audiodescritor deverá conhecer o grau da deficiência do seu aluno, além da especificidade relativa à deficiência, se tiver cegueira, se é congênita ou adquirida”.

Em síntese, Zehetmeyr (2016) adaptado de Vergara-Nunes (2016) apresenta um resumo das comparações entre a AD e a ADD. A *AD* descreve o que está na imagem, prima pela objetividade, invisibilidade do tradutor, ausência de interpretação, linguagem neutra, sem emoções, foco na ação e/ou na descrição, tecnologia de acessibilidade visual, apresenta a imagem ao receptor, considera o receptor como grupo, o audiodescritor não interfere, ocupa-se da acessibilidade. A *ADD* apresenta informações extras, considera a subjetividade, visibilidade do tradutor, toda audiodescrição é interpretação, a linguagem neutra não existe, emoções, foco no objetivo uso da imagem, foco no receptor, ferramenta de ensino com imagens, auxilia na aprendizagem do aluno, considera o receptor como indivíduo, há interferência do audiodescritor, ocupa-se da inclusão.

A próxima seção aborda sobre a ADD no contexto da Educação Matemática Inclusiva. Para tal, visando conhecer os estudos que vêm sendo desenvolvidos acerca da AD como recurso de acessibilidade, como uma abordagem didática na atualidade para os estudantes com DV, são apresentadas algumas práticas (Martins, Carvalho, Sales, 2021; Santos; Cavalcante, 2021; Godoi, Araújo, Pinto, 2020).

Audiodescrição didática para o ensino de matemática

Em relação à Educação Matemática Inclusiva, para que os objetos matemáticos sejam apropriados de forma que possam ser aprendidos e utilizados por todos os alunos, a inclusão no ensino de matemática deve se orientar pela efetiva participação e aprendizagem , ou seja, "não deve se restringir a uma adaptação curricular para atender a uma realidade restrita, pois não se pode reduzir o ensino a uma realidade específica" (Nery; Sá, 2020, p. 108).

Assim, para ensinar matemática numa perspectiva inclusiva é preciso pensar no conhecimento pedagógico do conteúdo, além de revisitar as convicções no que diz respeito ao ensino e à aprendizagem, "No caso dos alunos com cegueira ou baixa visão envolve compreender que a limitação visual não significa, necessariamente, limitação cognitiva" (Martins; Ferreira; Nunes, 2018, p. 883).

Para Sousa (2017), descrever charges, tirinhas, histórias em quadrinhos, anúncios publicitários, mapas, gráficos fotografias, cartuns, tiras cômicas, tabelas, fluxogramas, organogramas, entre outros, possibilita ao aluno com DV enxergar mentalmente sem propriamente utilizar a visão, contribuindo para a criação conceitual do elemento audiodescrito. Motta (2016, p. 37) afirma que "A leitura de imagens pelos alunos que enxergam e pelos alunos com deficiência visual, usando a audiodescrição como instrumento de mediação, muito poderá acrescentar ao processo de aprendizagem de ambos".

No artigo intitulado *A Audiodescrição Didática no ensino de formas geométricas para crianças com deficiência visual,* da autoria de Martins, Carvalho e Sales (2021), objetivou-se refletir sobre a importância da ADD na prática do professor de Matemática para o ensino de alunos com DV. Os autores, relatam o contexto de uma aula de matemática como forma de evidenciar as estratégias pedagógicas, as metodologias e as ferramentas de acessibilidade, mobilizadas para garantir o acesso de uma aluna com DV ao conhecimento sobre formas geométricas. A professora regente usou brinquedos que traziam as formas geométricas em sua composição e recursos pedagógicos, como: blocos lógicos, álbum sensorial com formas geométricas, jogo de encaixe e roteiro de AD que orientava o manuseio do álbum sensorial. Os referidos autores enfatizam sobre a importância de estratégias diversificadas e inclusivas por meio da AD como forma de possibilitar o acesso aos conteúdos imagéticos contidos nos enunciados dos livros e nas atividades propostas nas aulas de matemática.

Em *Audiodescrição de imagens no livro didático: um caso com estudantes com baixa visão,* da autoria de Santos e Cavalcante (2021), objetivou-se verificar como a AD de imagens estáticas no livro didático dos anos finais do ensino fundamental contribuiu para o acesso ao conhecimento de estudantes com baixa visão. Os autores selecionaram e ampliaram imagens estáticas no livro didático e construíram um roteiro de AD que buscou tornar claro e evidente, por meio da tradução intersemiótica, elementos que, de alguma forma, são suprimidos em decorrência da falta de acessibilidade no livro didático. O estudo revelou que a AD contribuiu para o acesso ao conhecimento com autonomia, independência e equidade de oportunidades, além da melhoria do repertório imagético e linguístico dos estudantes com baixa visão.

As autoras, Godoi, Araújo e Pinto (2020), em seu artigo *Ensino de matemática para alunos com deficiência visual: algumas possibilidades para o ensino remoto,* apresentaram um recorte de duas pesquisas de mestrado, recentemente iniciadas. Uma pesquisa tem como objetivo reconhecer o teatro audionarrado como recurso didático para o ensino de matemática para alunos com DV. Para tanto, as autoras estão adaptando a peça “Eu uso matemática?” de Mariotto (2009) que aborda conteúdos matemáticos (grandezas, números, entre outros). Outra pesquisa tem como objetivo analisar os recursos digitais acessíveis que contribuem para o ensino em disciplinas no ensino superior associadas à matemática, de caráter remoto, com o aluno cego ou com baixa visão. As autoras, partem da intenção em apresentar reflexões sobre ações possíveis de serem implementadas no processo de ensino e aprendizagem de matemática relacionadas as especificidades e necessidades dos alunos com DV.

Em síntese, no contexto da sala de aula, os conteúdos imagéticos ganham destaque seja em eventos comuns da escola sejam nos livros didáticos, assim o entendimento significativo desse conteúdo é essencial para o aprendizado dos estudantes. As produções científicas, aqui apresentadas, estabelecem condições para que os estudantes com DV acessem os conteúdos de forma equitativa com os demais estudantes na sala de aula regular.

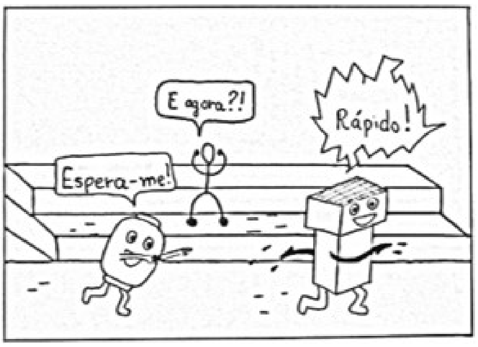
Neste trabalho são utilizadas imagens estáticas. Conforme Nascimento (2017), para transformar a imagem em texto, o roteiro é o primeiro processo para a produção da AD. A seguir, são apresentados três exemplos de roteiros de ADD para o ensino de matemática.

Roteiros de audiodescrição didática para o ensino de matemática

Na Figura 1, a charge[1245] mostra uma corrida cujos competidores são uma bomba de combustível e um botijão de gás. A partir desta charge podemos trabalhar o sistema de numeração decimal com o intuito de auxiliar o estudante no desenvolvimento da habilidade de resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos mentais/escritos e/ou exatos/aproximados, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos.

Figura 1.

ADD de uma charge intitulada "Maratona dos preços" (Autores)



Descrição: Charge em preto e branco mostra uma bomba de combustível e um botijão de gás correndo na rua durante o dia. Na arquibancada um homem assiste a corrida. As falas dos três estão dentro de balões.

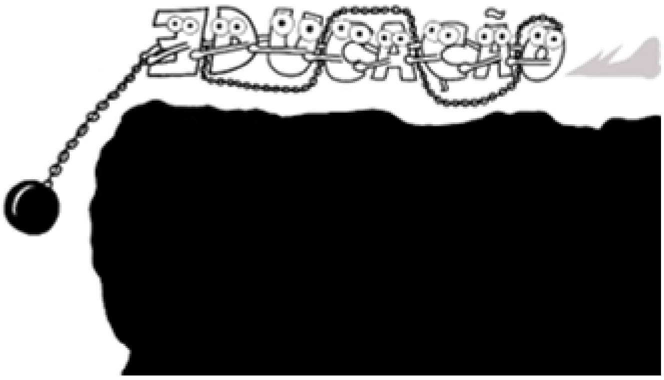
Roteiro de audiodescrição didática: Charge em preto e branco, intitulada de "Maratona dos preços", de autoria própria, mostra em um dia ensolarado uma corrida com dois competidores, uma bomba de combustível e um botijão de gás. De longe na arquibancada um homem solitário sentado com suas mãos sobre a cabeça acompanha atento a corrida. Em primeiro lugar, está a bomba de combustível que, com suas duas mangueiras como se fossem braços, olhos arregalados, boca aberta, segue a frente sorridente. Sobre ela um balão onde está escrito: Rápido! Em segundo lugar, vem o botijão de gás com a boca aberta, olhos arregalados e braços esticados, tentando alcançar a bomba de combustível. No balão sobre ele está escrito: Espera-me! Na plateia um homem sentado com as mãos sobre a cabeça, observando. No balão sobre ele está escrito: E agora?

[1245] Leitura crítica do cotidiano, atual e efêmero.

A Figura 2 é um cartum[1246] que tem como personagens as letras da palavra E-D-U-C-A-Ç-Ã-O e uma bola de ferro. A partir desse gênero textual podemos trabalhar conceitos matemáticos como grandezas e medidas de maneira interdisciplinar com o intuito de auxiliar o estudante a resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de grandezas inseridos em contextos oriundos de situações cotidianas ou de outras áreas do conhecimento, reconhecendo que toda medida empírica é aproximada.

Figura 2.

ADD de um cartum intitulado "Cabo de guerra diferente" (Autores)



Descrição: O cartum em preto e branco apresenta, em um dia ensolarado, uma disputa entre as letras da palavra E-D-U-C-A-Ç-Ã-O e uma bola de ferro sobre uma montanha.

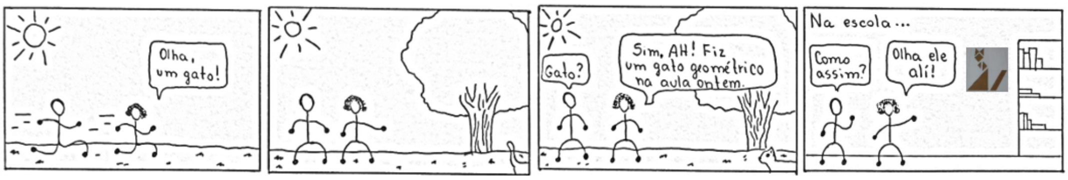
Roteiro de audiodescrição didática: O cartum intitulado de "Cabo de guerra diferente", em preto e branco, de autoria própria, apresenta uma variação do jogo cabo de guerra cujos competidores são as letras da palavra E-D-U-C-A-Ç-Ã-O e uma bola de ferro. Esse esporte é normalmente disputado por duas equipes, nesse caso, a bola de ferro faz parte de uma equipe e as letras da palavra E-D-U-C-A-Ç-Ã-O faz parte da outra. Simultaneamente, as equipes têm por objetivo puxar a equipe adversária. Em um dia claro, sobre uma montanha rochosa, destacada em negrito, a disputa entre as duas equipes é iniciada. De um lado a palavra EDUCAÇÃO cujas letras estão escritas todas em letras maiúsculas, as letras têm mãos e estão segurando umas nas outras, com olhos arregalados e enroladas em uma corrente. Essa corrente está presa a uma bola de ferro que faz parte da equipe adversária e está descendo montanha abaixo. No final da palavra sai fumaça.

[1246] Leitura de caráter crítico da realidade, atemporal e universal.

A Figura 3 é uma tirinha[1247] que apresenta em seu enredo duas crianças conversando sobre a construção de um gato geométrico, enquanto correm na rua em um dia ensolarado. Este roteiro pode ser utilizado para apresentar o conceito de semelhança de triângulos a partir do recurso didático tangram.

Figura 3.

ADD de uma tirinha intitulada "Gato geométrico" (Autores)



Descrição da imagem: Tirinha em preto e branco, com 4 quadrinhos, mostra a conversa entre duas crianças, enquanto correm na rua durante o dia a caminho da escola. Suas falas estão dentro de balões.

Roteiro de audiodescrição didática: A tirinha denominada de "Gato geométrico", em preto e branco, de autoria própria, tem na sua composição 4 quadrinhos que mostram a conversa entre duas crianças sobre a construção de um gato geométrico, enquanto correm na rua a caminho da escola em um dia ensolarado. As crianças avistaram um gato que estava na rua próximo a uma árvore e correram até lá para brincar com o gatinho. Q1 – É dia. João e Maria correndo na rua a caminha da escola, Maria que está mais à frente fala para o João: Olha um gato! Q2 – João e Maria parados, olhando de longe o gato que brincava próximo a uma árvore. Q3 – Parados, próximos da árvore, João questiona: Gato? Maria responde: Sim! Ah! Fiz um gato geométrico na aula de ontem. Q4 – Na escola… João fala: Como assim? Maria responde: Olha ele ali! Maria aponta para um quadro que está na parede da sala, ao lado de uma estante com livros dispostos em três prateleiras. No quadro consta a figura de um gato que foi construído com as peças do tangram.

Considerações finais

Neste estudo, buscamos ilustrar a AD no contexto educacional como possibilidade para inclusão escolar de estudantes com deficiência visual. Colocamos em tela a abordagem da ADD como perspectiva da Educação Matemática Inclusiva. Por meio da apropriação dos gêneros

[1247] Sequência de quadrinhos que apresenta um texto sincrético (verbal e visual).

textuais, a exemplo: o cartum, a charge e a tirinha, foram apresentados roteiros para o ensino de objetos de conhecimento da matemática.

Concluímos que a audiodescrição didática é uma tecnologia educacional que operacionaliza o processo pedagógico através da tradução visual para audível. No sentido da expressão da diversidade do coletivo de estudantes pode contribuir para a promoção da abordagem de um currículo flexível desde a representação dos objetos de conhecimento até o engajamento de forma equitativa.

Referências

Bersch, R. (2017) *Introdução à tecnologia assistiva*. https://www.assistiva.com.br/Introducao_Tecnologia_Assistiva.pdf

Bock, G. (2013). *Simbologia braille.* DIOESC: UDESC/CEAD/UAB.

Brasil (2007). *Ata VII Reunião do Comitê de Ajudas Técnicas.* Corde/SEDH/PR, Brasília.https://www.assistiva.com.br/Ata_VII_Reuni%C3%A3o_do_Comite_de_Ajudas_T%C3%A9cnicas.pdf

Carpes, D. (2016). *Audiodescrição:* práticas e reflexões. Catarse.

Fiorentini, D.; Lorenzato, S. (2012). *Investigações em Educação Matemática:* percursos teóricos e metodológicos, 3. ed. rev., Campinas-SP: Autores Associados.

Godoi, E.; Araújo, M.; Pinto, G. (2020). Ensino de matemática para alunos com deficiência visual: algumas possibilidades para o ensino remoto. *Anais do II ENEMI* (pp. 1-15). UESB/UESC-BA. http://eventos.sbem.com.br/index.php/ENEMI/ENEMI2020/paper/view/1316/1303

Lima, F. J. (2016). Introdução aos estudos do roteiro para áudio-descrição: sugestões para a construção de um script anotado. *Revista Brasileira de Tradução Visual*, 7(7), p. 1-31.

Mariotto, E. C. (2019). *Texto Teatral:* Eu uso matemática? http://emiliomariotto.no.comunidades.net/texto-teatral-eu-uso-matematica

Motta, L. (2016). *Audiodescrição na escola:* abrindo caminhos para leitura de mundo. Pontes Editores.

Martins, M.; Ferreira, A.; Nunes, C. (2018). Saberes docentes para a inclusão de alunos com deficiência visual nas aulas de matemática: análise do potencial de um curso de extensão. *Revista do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul*, 11(27), p. 880-899.

Nascimento, L. (2017). *A Audiodescrição como tecnologia em livro didático*: um guia de orientação aos professores da educação básica. Universidade Federal Fluminense.

Nery, E; Sá, A. (2022). Educação em direitos humanos, educação matemática crítica e educação matemática inclusiva: intersecções e desafios. *Revista Interdisciplinar de Direitos Humanos*, 8(1), 89-115.

Sousa, I. (2017). Audiodescrição: o que é? Como se faz? *Revista EDaPECI - Educação a Distância e Práticas Educativas Comunicacionais e Interculturais*. 17(3), 34-45.

Santos, S.; Cavalcante, T. (2021). Audiodescrição de imagens no livro didático: um estudo de caso com estudantes com baixa visão. *Revista Educação em Foco* 24(42), p. 85-109.

Vergara-Nunes, E. (2016). *Audiodescrição Didática* [Tese de Doutorado em Engenharia e Gestão do Conhecimento, Universidade Federal de Santa Catarina]. https://repositorio.ufsc.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/167796/341239.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Zehetmeyr, T. (2016). *O uso da audiodescrição como tecnologia educacional para alunos com deficiência visual.* [Dissertação de Mestrado em Ciências e Tecnologias na Educação, Instituto Federal Sul-Rio Grandense]. http://ppgcited.cavg.ifsul.edu.br/mestrado/images/downloads/dissertacoes/tania_zehetmeyer

Entre Alteridade e Educação Matemática, um grupo de pesquisa: Gepam

Between Alterity and Mathematics Education, a research group: Gepam

Entre la Alteridad y la Educación Matemática, un grupo de investigación: Gepam

Rosilene Beatriz Machado[1248]
Universidade Federal de Santa Catarina
0000-0002-9621-7380

Janine Soares de Oliveira[1249]
Universidade Federal de Santa Catarina
0000-0002-9166-507X

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Educação Matemática e inclusão

Resumo

Um grupo que estuda e que pesquisa matemática, educação matemática, alteridade, filosofia, linguagem, educação de surdos, educação de cegos, educação de tantos, de outros e de nós mesmos. Que metamorfoseia a si próprio na vibração com o outro e que, aqui, se apresenta, perfila, desfila, se mostra, na intenção de dizer o que faz. Esse é o objetivo deste texto: dar a ver e dizer do Grupo de Estudos e Pesquisa em Alteridade e Educação Matemática (GEPAM). Apresentam-se, portanto, algumas considerações sobre as principais bases teóricas que sustentam os trabalhos desenvolvidos pelo grupo, os projetos de pesquisa e extensão em andamento, assim como suas produções. Com isso, pretende-se iluminar novos aspectos quanto a questões relativas à educação matemática e educação inclusiva, permitindo vislumbrar outras possíveis racionalidades pedagógicas, ancoradas sob o viés da linguagem.

Palavras-chave: Matemática, Educação Matemática, Alteridade, Tradutor e intérprete de Libras, Linguagem.

Abstract

A group that studies and research mathematics, mathematics education, alterity, philosophy, language, deaf's education, blind's education, education for many, for others and for ourselves. That metamorphoses itself in the vibration with the other and that, here, presents itself, outlines, parades, shows itself, with the intention of saying what it does. This is the objective of this text: to give to see and say the Group of Studies and Research in Alterity and Mathematics Education (GEPAM). Therefore, some considerations are presented on the main theoretical bases that support the work developed by the group, the research and extension projects in progress, as well as their productions. With this, it is intended to illuminate new aspects regarding issues

[1248] rosibmachado@gmail.com
[1249] janinemat@gmail.com

related to mathematics education and inclusive education, allowing for a glimpse of other possible pedagogical rationalities, anchored under the bias of language.

Keywords: Mathematics, Mathematics Education, Alterity, Brazilian Sign Language translator and interpreter, Language.

Resumen

Un grupo que estudia e investiga matemáticas, educación matemática, alteridad, filosofía, lenguaje, educación para sordos, educación para ciegos, educación para muchos, para otros y para nosotros mismos. Que se metamorfosea en la vibración con el otro y que, aquí, se presenta, se perfila, desfila, se muestra, con la intención de decir lo que hace. Ese es el objetivo de este texto: dar ver y decir al Grupo de Estudios e Investigaciones en Alteridad y Educación Matemática (GEPAM). Por ello, se presentan algunas consideraciones sobre las principales bases teóricas que sustentan el trabajo desarrollado por el grupo, los proyectos de investigación y extensión en curso, así como sus producciones. Con ello, se pretende iluminar nuevos aspectos en torno a cuestiones relacionadas con la educación matemática y la educación inclusiva, permitiendo vislumbrar otras racionalidades pedagógicas posibles, ancladas bajo el sesgo del lenguaje.

Palabras clave: Matemáticas, Educación Matemática, Alteridad, Lengua Brasileña de Señas traductor e intérprete, Lenguaje.

Dos objetivos

O Gepam é encontro. Um encontro entre duas professoras da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC). Uma, imersa nos campos da matemática e da educação matemática; a outra, imersa nos campos da linguística e da educação de surdos. Entre elas, um ponto inicial de contato: o interesse em pensar a si próprias e dar o que pensar por meio das relações entre educação matemática e alteridade surda[1250]. Desse encontro primeiro, outro se põe: o Gepam é encontro de pesquisadores, professores, estudantes de graduação e de pós-graduação[1251]. Pessoas que se reúnem para pensar, juntas, questões que atravessam campos variados, da matemática, da educação, da educação de surdos[1252]. Que pensam sobre alteridade, sobre filosofia, sobre linguagem.

[1250] Respectivamente, as autoras do presente texto, líderes do Gepam, desde sua criação em agosto de 2019.

[1251] Além das professoras pesquisadoras, participam do Gepam estudantes de graduação em matemática e letras-Libras da UFSC, assim como estudantes de pós-graduação, em especial, do Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica (PPGECT/UFSC) e do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT/UFSC).

[1252] Os trabalhos do Gepam concentram-se, majoritariamente, em discussões relativas à educação matemática e educação de surdos. Entretanto, também temos nos interessado em pensar questões relativas à educação matemática e educação de cegos, tendo já um trabalho de conclusão de curso concluído e uma tese de doutoramento em andamento. Para tanto, contamos com a parceria da Profa. Dra. Daiana Zanelato dos Anjos, pesquisadora com vasta produção na área e também integrante do Gepam.

No encontro, o que o Gepam faz, portanto, é se colocar em estudo. Não tanto para transmitir aquilo que sabe, mas para daí, quiçá, transformar aquilo que já é sabido. O Gepam está no entre. Nesse entre, entende alteridade não pela falta ou pela necessidade, nem por qualquer oposição que tome a identidade como norma, tampouco pela diversidade; mas sim, como positividade, como um modo de existência, como uma forma de ser e estar no mundo.

Com isso, o Gepam não quer dizer como o surdo, ou qualquer outro, aprende matemática. Também não quer dizer como se deve ensinar matemática para surdos, ou quaisquer outros. Até porque nem acredita que isso seja possível. O que quer é, tão somente, compartilhar algo do mundo, matemática, com todos e qualquer um. E, nessa relação, ampliar as próprias percepções, metamorfosear a própria identidade, na vibração com o outro e com matemática.

Dos projetos

Atualmente, o Gepam concentra suas atividades em dois projetos em andamento. Um deles é o projeto de pesquisa intitulado: *Na vibração com a alteridade surda, o que pode a matemática?* [1253]. Aí, temos perguntado variadas coisas, a partir de igualmente variadas ferramentas teóricas com as quais temos trabalhado. Com Foucault (2001, 2009), por exemplo, temos buscado perguntar como determinados enunciados sobre educação matemática para pessoas surdas, em especial, encontram seus campos de dizibilidade e que efeitos produzem. Com Wittgenstein (2014), temos procurado pensar questões relativas à natureza do conhecimento matemático e de seu ensino, a partir de um aprofundamento dos estudos sobre filosofia da linguagem. Dos *Estudos da Tradução* e dos *Estudos da Interpretação*, a partir de Gile (1995), em especial, temos problematizado questões de tradução e interpretação entre a língua portuguesa e a língua brasileira de sinais (LIBRAS), na intersecção entre educação matemática e educação de surdos. Por fim, com Ricouer (2011), temos buscado discutir teoricamente o conceito de alteridade. Disso tudo, enfim, temos tentado compreender: o que pode uma [educação] matemática pela alteridade e forma de vida surda?

Para tanto, nesse movimento, temos assumido a formação (do professor de matemática e do tradutor e intérprete de Libras) como uma autotransformação por meio da experiência, de forma que os espaços educativos e as formações que neles se operam também são pensados como espaços-tempos de experiência. Experiência como “aquilo que nos passa” e que tem como

[1253] Projeto de pesquisa aprovado em 22/03/2021 no Comitê de Ética em Pesquisa da Universidade Federal de Santa Catarina pelo Parecer n. 4.604.954 - CEP/UFSC.

seu sujeito um território de passagem, que permite afetar-se por aquilo que lhe acontece; alguém definido não por sua atividade, mas por sua passividade: por sua receptividade, disponibilidade, abertura, atenção e escuta.

Por meio da experiência, então, busca-se provocar um deslocamento do pensar a educação pelo par ciência/técnica ou teoria/prática para pensá-la pelo par experiência/sentido (LARROSA, 2002). Um par que se afasta da busca excessiva por informação, opinião, rapidez e produtividade e que se coloca em um exercício de parada: “parar para pensar, parar para olhar, parar para escutar, pensar mais devagar, olhar mais devagar, e escutar mais devagar; parar para sentir, sentir mais devagar, demorar-se nos detalhes, suspender a opinião, suspender o juízo, suspender a vontade, suspender o automatismo da ação, cultivar a atenção e a delicadeza, abrir os olhos e os ouvidos, falar sobre o que nos acontece, aprender a lentidão, escutar aos outros, cultivar a arte do encontro, calar muito, ter paciência e dar-se tempo e espaço” (LARROSA, 2002, p. 24).

O que remete a uma concepção do pensar (a educação, a matemática, a escola etc.) não por meio de um “raciocinar” ou “argumentar’, mas sobretudo de dar sentido ao que se é e ao que se lhe acontece. E que coloca a matemática (e seu ensino) em sua minoridade, ou seja, que faz dela práticas que não requerem uma metodologia rica, mas uma pedagogia pobre; práticas que permitam a exposição, o enfrentamento, o deslocamento e a autotransformação (Masschelein, 2008). Uma matemática menor que se permita ver e dizer de maneiras variadas a fim de tornar-se um bem público (porque comum); que permita fazer-se por uma *pedagogia pobre*, porque isenta de regras e caminhos pré-fixados; e que promova o despertar do sensível, enquanto experiência, enquanto aquilo que nos acontece, nos passa, nos movimenta, nos toca, nos atravessa. Que produza, propriamente, não conhecimentos de/sobre coisas, mas um saber da experiência: “o que se adquire no modo como alguém vai respondendo ao que vai lhe acontecendo ao longo da vida e no modo como vamos dando sentido ao acontecer que nos acontece” (Larrosa, 2002, p. 27).

É assim, portanto, sob essa percepção (e visando operá-la), que o projeto de pesquisa *Na vibração com a alteridade surda, o que pode a matemática?* tem por intuito, para além do aprofundamento teórico dos referenciais com os quais temos dialogado, também promover exercícios de formação, ou práticas formativas, a professores e tradutores e intérpretes de Libras, em que se coloque à luz um *ethos* pautado pela ideia de alteridade, junto a uma perspectiva filosófica da linguagem, questionando: que (des)identidades é possível operar na vibração com o outro? E que nos coloque, com Skliar (2003), nos rastros de uma “pedagogia do outro que reverbera permanentemente" e que contraria qualquer mensagem do outro que deve ser anulado e que diz, com uma voz suave, porém intensa: "não está mal ser que és", mas também: "não está mal ser outras coisas além do que já és".

Disso, em articulação com o projeto de pesquisa, o Gepam desenvolve ainda um segundo projeto, de extensão, intitulado: *Por uma matemática surda: ensino de matemática em Libras.* A proposta aqui está voltada a questões em torno das barreiras linguísticas que se colocam entre o sujeito surdo, o sujeito ouvinte e o conhecimento matemático. O objetivo é o aprimoramento e expansão de instrumentos que garantam o acesso à informação e à educação para as pessoas surdas, voltados ao ensino de matemática na educação básica e educação superior. O projeto também visa proporcionar exercícios de formação a estudantes da graduação e da pós-graduação, professores de matemática do ensino básico e superior e tradutores e intérpretes de Libras que atuam, a cada semestre, no planejamento e produção de *materiais de apoio* para o ensino de matemática em Libras, assim como no planejamento e realização de *cursos de formação em matemática* para intérpretes educacionais de Libras.

Isso porque, a comunidade surda brasileira utiliza a Libras para se comunicar e ter acesso à informação. A Lei 10.436/2002, também denominada Lei da Libras, reconhece a Língua Brasileira de Sinais como meio de comunicação e expressão oficial da comunidade surda brasileira. O Decreto 5.626/2005 regulamenta essa lei definindo, entre outros temas, o acesso das pessoas surdas à educação. Essa conquista legal teve impacto direto nas políticas linguísticas relativas à Libras, especificamente com relação ao direito linguístico dos surdos brasileiros. Logo, o desenvolvimento de *materiais de apoio* para o ensino de matemática em Libras e de *cursos de formação em matemática* para intérpretes educacionais de Libras está em consonância com a reivindicação das pessoas surdas de acesso à educação em sua língua natural. A proposta visa, assim, promover a interação transformadora entre a universidade e os diversos setores da sociedade, por meio da produção e da aplicação do conhecimento, em articulação permanente com o ensino e com a pesquisa.

Das ações

Dos projetos de pesquisa e extensão, resultam duas principais ações do grupo: a produção da *Coleção ForMaTemática: Matemática em Estudo* e do curso *FormaGEPAM: Curso de formação em matemática para intérpretes educacionais de Libras.* Essas ações são desenvolvidas conjuntamente e de forma articulada, sendo que, a cada ano, o intuito é ofertar um novo volume da coleção e uma nova edição do curso de formação.

A *Coleção ForMaTemática: Matemática em Estudo* conta com um primeiro volume publicado, em edição bilíngue Português-Libras, cujo tema é *Trigonometria*[1254]. Neste material, são apresentados alguns dos principais conceitos matemáticos relacionados ao conteúdo de trigonometria presentes no currículo de matemática, tanto do ensino fundamental quanto do ensino médio. Mais especificamente, trata-se de ângulo, triângulo; razões trigonométricas no triângulo retângulo; círculo e circunferência; circunferência trigonométrica; seno, cosseno e tangente de um arco trigonométrico; e razões trigonométricas em triângulos quaisquer. Isso, a partir de uma discussão conceitual sobre cada um desses tópicos, sem ênfase em demonstrações de teoremas ou leis matemáticas, tampouco na resolução de exercícios.

O texto foi escrito considerando-se o estudo de materiais específicos sobre trigonometria, de livros didáticos, bem como de nossas experiências com o ensino deste tema, em um trabalho conjunto de discussão e elaboração pelos integrantes do Gepam. Além disso, por se tratar de um material elaborado a partir de projetos que propõem dialogar com intérpretes de Libras e estabelecer uma interlocução com esses profissionais e demais interessados na educação de pessoas surdas, foi também disponibilizada uma versão em Libras.

As escolhas tradutórias se fundamentaram na experiência da tradutora a partir de sua formação em matemática e sua experiência em projetos de tradução para Libras, contando ainda com a parceria de revisão de um tradutor surdo experiente. Logo, não há nos materiais da coleção a intenção de impor ou até mesmo propor qualquer padronização de sinais, mas sim, contribuir para a reflexão sobre a construção do discurso matemático em Libras.

Com isso, a ideia é que estes materiais possam servir como *material de apoio* e estudo a tradutores e intérpretes de Libras e a professores que ensinam matemática no trabalho com conceitos matemáticos em suas aulas[1255].

Junto à elaboração desses materiais, e como resultado dessa produção, o Gepam tem também ofertado, no segundo semestre de cada ano, um curso de formação para tradutores e intérpretes de Libras, intitulado *FormaGEPAM*. A proposta do curso é justamente realizar uma discussão conceitual sobre temas matemáticos com os quais esses profissionais se deparam em sua atuação como intérpretes educacionais em aulas de matemática.

Assim, não é objetivo do curso qualquer discussão sobre sinais em Libras de termos matemáticos ou apresentação de glossários ou sinalários. O que se busca é a discussão conceitual de conteúdos de matemática, defendendo que o intérprete, ao conhecer os conceitos

[1254] Disponível em: https://editora-arara-azul.com.br/site/produtos/detalhes/134.
[1255] Em 2022 um novo material de apoio está sendo elaborado pelo Gepam, sobre o tema *Funções*.

e suas articulações, adquire melhores condições de escolhas tradutórias, uma vez que trabalha com discursos, ou seja, com a língua em uso por pessoas em uma interação social com a intenção de alcançar um objetivo: construir sentidos, criar significados e entender significados (ROY, 2000). Deste modo, embora não caiba ao intérprete a tarefa de ensinar, este profissional tem a responsabilidade de resolver problemas de entendimento mútuo (WADENSJÖ, 1998).

Uma primeira edição do *FormaGEPAM,* com o tema *Trigonometria*, foi realizada em outubro de 2021. O encontro teve duração de 5 dias, totalmente online, agregando participantes de todas as regiões do país. Ao todo, cerca de 70 pessoas participaram efetivamente do curso de formação, em sua grande maioria tradutores e intérpretes de Libras, dentre os quais, duas pessoas surdas[1256]. A segunda edição do curso, para o ano de 2022, seguindo o *material de apoio*, terá como tema central o assunto de *Funções*.

Da formação do professor de matemática e do tradutor e intérprete de Libras

De tudo isso, os projetos e ações do Gepam operam duplamente no âmbito da formação: na formação do professor de matemática, na formação do tradutor e intérprete de Libras. No *entre* dessas formações, acreditamos encontrar formas de contribuir não somente à educação de surdos, mas dos processos educativos de uma maneira mais ampla.

Isso porque, pensamos que o ponto chave para toda discussão sobre ensino e aprendizagem de matemática de estudantes surdos situa-se, antes, na discussão da potencialização de comunicação entre professor de matemática e estudante surdo, mediada pelo intérprete educacional. Assim sendo, nem o desconhecimento da língua de sinais por grande maioria dos professores que atuam em escolas inclusivas, nem a presença de intérpretes educacionais, desobriga os docentes quanto à sua responsabilidade pedagógica.

Nesse sentido, temos argumentado que o professor precisa, primeiramente, atentar para a linguagem e seus usos, em sua potencialidade de expressão e significação. Ou seja,

> a preocupação e o investimento em uma *boa construção discursiva* por parte do professor (seja ele surdo ou não-surdo) é condição fundamental para todo e qualquer processo educativo (de estudantes surdos e não-surdos). É isso, por sua vez, que poderá favorecer a atuação do intérprete educacional, dando condições a uma *boa construção discursiva* em Libras (MACHADO & OLIVEIRA, 2022, p. 18).

Contudo, ainda que uma *boa construção discursiva* por parte do professor seja fundamental para uma boa atuação do intérprete educacional, isso não garante que uma *boa*

[1256] O *FormaGEPAM* foi realizado em língua portuguesa, mas contou com a participação de tradutores e intérpretes de Libras para garantir o acesso dos participantes surdos.

construção discursiva em Libras de fato aconteça. Daí que, o que temos defendido é que um maior trânsito pelos jogos de linguagem da matemática escolar e uma maior compreensão de seus conceitos, por meio da construção de um *conhecimento extralinguístico*, coloca melhores condições ao tradutor e intérprete de Libras para a construção do discurso matemático em Libras e para a exploração da potencialidade viso-espacial dessa língua, inerente à forma de vida surda. É o que temos chamado de *Princípio da Boa Construção Discursiva em Libras em salas de aula inclusivas.* Princípio que é descrito, por sua vez, pelo que denominamos de *Modelo do Cabo de Força Equilibrado*[1257].

Assim é que, assumindo que qualquer processo educativo não é mais do que, antes de tudo, um processo de comunicação e interação linguística (MACHADO, 2022), temos problematizado questões relativas à formação de professores de matemática pelo viés da filosofia da linguagem, assim como temos problematizado questões relativas à formação de tradutores e intérpretes de Libras a partir dos *Estudos da Interpretação* e *Estudos da Tradução*. Com isso, o que temos buscado, enfim, é levar o outro “a ser capaz de dizer [traduzir] matemática” (MACHADO, 2022, p. 15).

Das produções

Apesar de ser um grupo jovem, o Gepam vem trabalhando intensamente em suas produções, de forma que algumas já estão disponíveis à comunidade. Para além dos materiais de apoio desenvolvidos, há artigos publicados (e outros aguardando publicação) em revistas da área de educação matemática e dos estudos da tradução; também há cinco trabalhos de conclusão de curso e uma dissertação concluídos; ainda, dois doutoramentos, dois mestrados e dois trabalhos de conclusão de curso em andamento[1258]. Todas essas produções voltam-se à discussão entre questões de alteridade e educação matemática, com foco na educação de pessoas surdas, em especial, mas também na educação de pessoas cegas.

Desses esforços, esperamos que os estudos e pesquisas que temos desenvolvido possam iluminar novos aspectos quanto a questões relativas à educação matemática, educação de surdos, educação de cegos, educação de quaisquer outros, permitindo, inclusive, vislumbrar outras possíveis racionalidades pedagógicas, ancoradas sob o viés da linguagem.

[1257] Uma discussão detalhada e aprofundada de tal princípio e modelo é apresentada em outro texto, ainda no prelo.

[1258] Todos os trabalhos do Gepam podem ser acessados na página do grupo: gepam.ufsc.br. As atividades também são divulgadas em nossas redes sociais, tanto no Instagram quanto no youtube: gepam.ufsc.

Referências

BRASIL. *Lei nº 10.436, de 24 de abril de 2002* - Dispõe sobre a Língua Brasileira de Sinais - Libras e dá outras providências. Brasília, 2002.

BRASIL. *Decreto 5.626, de 22 de dezembro de 2005* - Regulamenta a Lei no 10.436, de 24 de abril de 2002, que dispõe sobre a Língua Brasileira de Sinais - Libras, e o art. 18 da Lei no 10.098, de 19 de dezembro de 2000. Brasília, 2005.

FOUCAULT, M. *História da sexualidade II*: o uso dos prazeres. Rio de Janeiro: Graal, 2001.

FOUCAULT, M. *A arqueologia do saber*. Rio de janeiro: Forense Universitária, 2009.

GILE, D. *Basic Concepts Models for Interpreter and Translator Training*. Amsterdam/Philadelphia: John Benjamins. 1995.

LARROSA, J. B. Notas sobre a experiência e o saber de experiência. *Rev. Bras. Educ.* [online], n. 19, p. 20-28, 2002.

MACHADO, R. B. Irene vista de dentro, outra vez. Ou, sobre um aprendizer e um ensinar-traduzir [matemática]. Revista Eletrônica de Educação Matemática – *REVEMAT*, Florianópolis, v. 17, p. 01-20, 2022.

MACHADO, R. B.; OLIVEIRA, J. S. de. (Coord.) *Trigonometria***.** Coleção FOR-MA-TEMÁTICA: Matemática em Estudo. Petrópolis, RJ: Arara Azul, 2022.

MACHADO, R. B.; OLIVEIRA, J. S. de. Tenho um estudante surdo! E agora? A importância de uma *boa construção discursiva* por parte do professor [de matemática]. *Alexandria*, Florianópolis, 2022.

MASSCHELEIN, J. E-ducando o olhar: a necessidade de uma pedagogia pobre. *Educação e Realidade*. v. 1, p. 35-48, 2008.

MASSCHELEIN, J.; Simons, M. *Em defesa da escola*: uma questão pública. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2 ed., 2015.

SKLIAR, C. A Educação e a pergunta pelos Outros: diferença, alteridade, e os outros “outros”. *Ponto de vista*, Florianópolis, n. 05, p. 37-49, 2003.

RICOEUR, P. *Sobre a tradução*. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2011.

ROY, C. *Interpreting as a Discourse Process*. New York: Oxford University Press, 2000.

WADENSJÖ, C. *Interpreting as Interaction*. New York: Longman, 1998.

WITTGENSTEIN, L. *Investigações filosóficas.* 9. ed. Petrópolis, RJ: Vozes; Bragança Paulista, SP: Ed. Universitária São Francisco, 2014.

De negligência à ciência: como a dislexia responde ao aprendizado matemático

From negligence to science: how dyslexia relates to math learning

De la negligencia a la ciencia: cómo responde la dislexia al aprendizaje de las matemáticas

Luisa Rodrigues de Oliveira[1259]
Ensino Médio Técnico Integrado em Eletroeletrônica no IFSC
0000-0003-2754-6946

Silvia Teresinha Frizzarini[1260]
Universidade do Estado de Santa Catarina
0000-0002-0909-4475

Larissa Alves[1261]
Universidade do Estado de Santa Catarina
0000-0003-3287-5496

Claudete Cargnin[1262]
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
0000-0002-3067-1978

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Educação Matemática e inclusão

Resumo

A negligência social perante os distúrbios neurológicos é um problema que perdura até os dias atuais, mesmo após a conceituação do termo "neurodiversidade" - que retirou tais diferenças biológicas do campo patológico e do senso comum - pouquíssima informação é difundida referente ao assunto, ficando restrita muitas vezes ao nicho científico, o que acaba por fortalecer preconceitos, sobretudo em sala de aula. Este trabalho objetiva explorar um dos distúrbios neurológicos classificados dentro das neurodivergências: a dislexia, e sua relação com o aprendizado da matemática. Utilizando plataformas digitais, como o Capes e o Google Acadêmico, a pesquisa contou com artigos, dissertações e teses científicas para sua realização, resultando na produção de análises críticas de todo o material coletado. Partindo de teóricos como a socióloga Judy Singer e do professor Audino Castelo Branco, foi possível desenvolver estratégias de inclusão para o ensino da matemática na escola, focando principalmente em estudantes com dislexia.

Palavras-chave: Educação matemática, educação Inclusiva, dislexia, neurodiversidade.

[1259] rodriguesluisa.lro@gmail.com
[1260] silvia.frizzarini@udesc.br
[1261] larissaalves-2011@live.com
[1262] cargnin@utfpr.edu.br

Abstract

Social neglect in the face of neurological disorders is a problem that persists to the present day, even after the concept of the term "neurodiversity" - which removed such biological differences from the pathological field and common sense - very little information is disseminated regarding the subject, being restricted often to the scientific niche, which ends up strengthening prejudices, especially in the classroom. This work aims to explore one of the neurological disorders classified within the neurodivergences: dyslexia, and its relationship with the learning of mathematics. Using digital platforms, such as Capes and Google Scholar, the research included articles, dissertations and scientific theses for its realization, resulting in the production of critical analyzes of all the material collected. Starting from theorists such as the sociologist Judy Singer and the teacher Audino Castelo Branco, it was possible to develop inclusion strategies for the teaching of mathematics at school, focusing mainly on students with dyslexia.

Keywords: Mathematics education, inclusive education, dyslexia, neurodiversity.

Resumen

El descuido social frente a los trastornos neurológicos es un problema que persiste hasta el día de hoy, aún después del concepto del término "neurodiversidad" -que eliminó tales diferencias biológicas del campo patológico y del sentido común- se difunde muy poca información sobre el tema. , restringiéndose muchas veces al nicho científico, lo que acaba reforzando prejuicios, sobre todo en el aula. Este trabajo tiene como objetivo explorar uno de los trastornos neurológicos clasificados dentro de las neurodivergencias la dislexia, y su relación con el aprendizaje de las matemáticas. Utilizando plataformas digitales, como Capes y Google Scholar, la investigación incluyó artículos, disertaciones y tesis científicas para su realización, resultando en la producción de análisis críticos de todo el material recolectado. A partir de teóricos como la socióloga Judy Singer y el profesor Audino Castelo Branco, fue posible desarrollar estrategias de inclusión para la enseñanza de las matemáticas en la escuela, enfocándose principalmente en alumnos con dislexia.

Palabras clave: Educación matemática, educación inclusiva, dislexia, neurodiversidad.

Introdução

A dislexia é um transtorno enquadrado dentro das neurodivergências e seus portadores enfrentam dificuldades no cotidiano, especialmente no âmbito acadêmico. A proposta deste trabalho busca difundir noções sobre a dislexia, contextualizando-a dentro da neurodiversidade e relacionando-a à aprendizagem matemática. Visando estes temas, a pesquisa objetiva: adentrar na investigação biológica do transtorno, justificando também sua posição dentro da neurodiversidade; discorrer sobre a resposta da atividade cerebral disléxica quando exposta à matemática, baseando-se nas evidências científicas encontradas; e problematizar o sistema de ensino, discutindo a necessidade de inclusão destes estudantes no ambiente escolar. Ainda, em contrapartida às problemáticas levantadas, o texto sugere estratégias de intervenção passíveis de serem aplicadas por professores e educadores, a fim de solucionar alguns dos desafios encontrados no ensino da matemática para estudantes disléxicos.

Para tanto, devemos primeiramente compreender o que é a neurodiversidade e por que a dislexia é atualmente classificada como uma neurodivergência. De modo geral, desde os estudos propostos por Gregor Johann Mendel (1822 - 1884) relativos à hereditariedade, sabe-se que o ser humano carrega seus próprios traços genéticos, ditados pela combinação de genes de indivíduos distintos e que dão origem ao conjunto de características físicas, morfológicas e comportamentais que chamamos de fenótipo. Tais diferenças humanas, frequentemente são utilizadas como pretexto para a exclusão social, estabelecendo uma hierarquia onde pessoas com determinadas características são mais aceitas e respeitadas do que outras.

Para a socióloga australiana Judy Singer, portadora da síndrome de Asperger, o mesmo ocorre com características neurobiológicas. Ao longo do tempo, distúrbios e transtornos de origem neurológica, tanto adquiridos hereditariamente quanto desenvolvidos durante o período gestacional, foram classificados como condições patológicas, mas na verdade não são doenças e muito menos necessitam de cura (ORTEGA, 2008).

A neurodiversidade, segundo Singer, refere-se não somente a indivíduos que possuem configurações neurológicas atípicas[1263], inclui neurotípicos[1264]. Isso se deve a necessidade de salientar a existência de diferenças humanas, tais como a diversidade racial, sexual, de gênero, entre outras. Dentre alguns dos distúrbios mentais classificados como neurodivergentes estão: autismo, dislexia, disgrafia, discalculia, TDAH, superdotação e altas habilidades, síndrome de Tourette, síndrome de Down e esquizofrenia.

Sendo a dislexia um distúrbio de aprendizagem, e, portanto, mais facilmente identificável no ambiente escolar, o despreparo de profissionais da educação e a falta de conhecimento de pais e responsáveis acabam por mascarar habilidades e facilidades do aluno disléxico. Em um modelo de ensino padronizado, as diferentes formas de aprendizado de neuroatípicos são ignoradas e provocam exclusão escolar.

A partir destas noções introdutórias sobre a diversidade neurológica, a pesquisa irá desmistificar a existência da dislexia através de análises científicas, justificando sua

[1263] Também chamados de neurodivergentes.
[1264] Termo utilizado para classificar indivíduos com desenvolvimento ou funcionamento neurológico típico, que não possuem nenhuma neurodivergência.

classificação enquanto uma neurodivergência. A comprovação da veracidade do problema é de extrema importância para que as discussões envolvendo inclusão e adaptações no sistema de ensino sejam relevantes no contexto social.

Dislexia: por trás do senso comum

Sabe-se que a dislexia é um transtorno neurobiológico, sendo assim, independe de oportunidade sócio-cultural. No entanto, as análises em torno de sua origem ainda são bastante inconclusivas, embora as hipóteses mais recentes estejam próximas de revelar onde e quando a dislexia "aparece" no desenvolvimento cerebral. Grosso modo, há duas possibilidades para o surgimento do distúrbio: por meio de herança genética, ou adquirido por consequência de traumatismo craniano, acidente vascular, tumor, derrame etc. (BRANCO, 2015). A definição mais precisa sobre o transtorno foi elaborada pelo maior órgão mundial do estudo de dislexia, o IDA:

> A Dislexia do desenvolvimento é considerada um transtorno específico de aprendizagem de origem neurobiológica, caracterizada por dificuldade no reconhecimento preciso e/ou fluente da palavra, na habilidade de decodificação e em soletração. Essas dificuldades normalmente resultam de um déficit no componente fonológico da linguagem e são inesperadas em relação à idade e outras habilidades cognitivas. (IDA – International Dyslexia Association, 2002, *apud* ABD, 2022, sp).

Em termos específicos, o distúrbio é caracterizado por uma irregularidade no estabelecimento da dominância de um hemisfério cerebral sobre o outro e consistência perceptiva, como descreveu o médico Samuel Orton em 1928. Ainda em sua teoria, definiu as distorções de leitura, observada em indivíduos disléxicos, como *estrefossimbolia*[1265]. Atualmente, a condição nomeada pelo especialista é aceita como um dos principais sinais de diagnóstico para a dislexia (LOIS, 2008).

Lois (2008, p.3) explica que: "crianças disléxicas não têm consciência da posição correta dos órgãos fonoarticulatórios ao falar, o que pode impedir o desenvolvimento da 'consciência fonológica' e da capacidade de converter os grafemas em fonemas". Basicamente, o cérebro de pessoas que apresentam o distúrbio raciocina de forma própria e processam informações relacionadas a cognição e entendimento da linguagem de um modo diferente ao observado em neurotípicos. Em outras palavras, não são capazes de processar os sons contidos na linguagem

---

[1265] Termo utilizado para nomear a síndrome sofrida pelas crianças que apresentavam transtornos ligados à língua oral e escrita. De maneira geral, significa "símbolos invertidos".

oral, habilidade chamada de processamento fonológico e que não está atrelada à inteligência e à razão (LOIS, 2008).

O avanço da ciência na identificação da dislexia logo no desenvolvimento fetal ou embrionário preocupa ativistas pelo movimento neurodiverso, pois este conhecimento implica na possibilidade de interrupção da gestação de uma criança neurodivergente por parte dos pais. Atualmente, é desclassificada como patologia e igualada a diferenças humanas, citadas anteriormente, logo, a possível decisão de abortar um indivíduo disléxico pode vir a ser um dilema ético que enfrentaremos no futuro (ORTEGA, 2008).

Embora pouco conclusivas, algumas hipóteses científicas já são capazes de sugerir quais são os fatores genéticos responsáveis pelo desenvolvimento da dislexia, como alterações nos cromossomos 2, 3, 6, 15, e 18 bases da herança para o transtorno. Outro fator determinante para a predisposição do distúrbio é a mutação do gene responsável pela migração dos neurônios para o córtex cerebral (LOIS, 2008).

Através de estudos de neuroimagem, alterações cerebrais funcionais foram identificadas em pessoas disléxicas, são elas: alterações têmporo-parietais, em tarefas de processamento fonológico; alterações nas regiões frontais do hemisfério esquerdo, em tarefas de processamento auditivo rápido; e, alterações na substância branca que conecta a região têmporo-parietal com outras regiões corticais. Além disso, análises de exames de tomografia em crianças revelaram redução no fluxo sanguíneo nas áreas cerebrais responsáveis por realizar e processar atividades ligadas à memória, leitura e escrita. (LOIS, 2008, p. 15). Como se vê, apesar da dislexia ser popularmente classificada como preguiça ou desinteresse, há evidências científicas suficientes para romper com a ideia de que o transtorno esteja relacionado a uma “opção pessoal” ou estilo de vida do indivíduo.

Sendo a dislexia um transtorno relacionado ao aprendizado, a identificação dos seus sintomas torna-se mais visível no período escolar, especialmente durante as primeiras fases, quando as habilidades de leitura ainda estão em desenvolvimento. De acordo com a Associação Brasileira de Dislexia (ABD, 2022), sinais comuns do distúrbio manifestados em sala de aula são: dificuldade na aquisição e automação da leitura; pobre conhecimento de rimas e aliterações; dificuldade em copiar dos livros e da lousa; dificuldade de realizar trabalhos em grupo; dificuldades na coordenação motora fina e grossa; dificuldade em diferenciar fonemas e grafemas; leitura silábica; confusão de sinais matemáticos; desorganização geral, constantes atrasos na entrega de trabalhos escolares e perda de seus pertences; confusão em nomear esquerda e direita; vocábulo pobre, com sentenças curtas e imaturas ou longas e vagas.

Referente ao comprometimento da escrita, o Professor Doutor Abram Topczewski aponta que os principais erros cometidos por estudantes disléxicos são: Confusão dos sons semelhantes: T/D, P/B, C/G, S/Z, F/V; confusão na grafia: B/D, P/Q, N/U, G/Q, M/N, J/G; inversão: Sapato/Satapo; supressão: Branco/Banco; adição: Casa/Casca; espelho: Tio/Oit; repetição: Caramemelo, Bananana; aglutinação de palavras: Euestou lá fora; divisão inadequada: Ama deira é done ne (ABD, 2022).

Grande parte das dificuldades de oralidade, escrita e leitura manifestadas pela dislexia podem ser explicadas por problemas associados à memória. Pessoas com esta condição são, por vezes, incapazes de armazenar informações recentemente adquiridas ou resgatar de forma rápida conhecimentos fonológicos armazenados na memória de longo-prazo. (LOIS, 2008, p. 19). A memória de trabalho ou memória operacional - como também é conhecida - é um dos tipos de memória de curto prazo mais afetadas pela dislexia, pois este tipo de processo é caracterizado pelo armazenamento e retenção temporária de informações enquanto uma determinada tarefa cognitiva é realizada, como por exemplo, durante a leitura. Sendo assim, as dificuldades no processo de leitura e escrita são ocasionadas pela incapacidade de se estabelecer ligação entre as letras das palavras e os sons da fala, pois a busca rápida por essas informações no cérebro é fortemente afetada. Um estudante com dislexia não consegue lembrar informações recentemente obtidas, portanto, não consegue relacionar uma letra, uma sílaba ou uma palavra ao seu som, embora já os tenha aprendido.

A dislexia pode ser classificada em tipos e subtipos, apesar de ambos partilharem sintomas semelhantes, cada vertente possui suas próprias particularidades. Segundo Lois (2008) os subtipos do transtorno são: dislexia com desordem de linguagem predominante; dislexia com alteração na articulação predominante; e dislexia com alteração visual espacial predominante.

Já referente aos tipos, baseado nos estudos de Boder (1973), Monsores (2020) os classifica como: dislexia fonológica, dislexia superficial e dislexia profunda. Na dislexia profunda existe a dificuldade na decodificação fonêmica[1266] e semântica[1267]. Já na dislexia fonológica há a dificuldade apenas na decodificação fonêmica, especialmente na identificação de símbolos e sílabas. E, por fim, na dislexia de superfície a dificuldade está no percorrer da

[1266] Ramo da análise linguística que estuda a estrutura de uma língua no que se relaciona aos fonemas segmentais e sua distribuição na cadeia fônica; fonologia, fonemática.
[1267] Num sistema linguístico é o componente do sentido das palavras e da interpretação das sentenças e dos enunciados.

leitura, pois o indivíduo lê as palavras em formato irregular, é comum que nesta variação haja confusão entre a pronúncia e a escrita das palavras.

Encerrando a apresentação dos principais fatores capazes de retirar a dislexia do senso comum - dotado de preconceitos baseados em ideais neurotípicos - e colocando-a enquanto condição legítima, que necessita de um olhar mais inclusivo perante a sociedade, a próxima seção aborda as formas de manifestação do distúrbio no ambiente escolar, mais especificamente durante o aprendizado da matemática.

A dislexia e o aprendizado da matemática

Por vezes, ao tomarmos como padrão um modelo de comportamento neurotípico, tendemos a ignorar diferentes formas de aquisição de conhecimento manifestados por pessoas com transtornos de aprendizado, associando de forma crítica o desempenho escolar desses indivíduos à sua capacidade de intelecto. Quando a escola toma como referência um modelo normativo, estudantes com dislexia podem se sentir incapazes de aprender, quando na verdade, o sistema adotado em sala de aula é que não acolhe as particularidades expressas por um neurodivergente.

Visto que a dislexia não é um distúrbio relacionado à inteligência e a razão, o desempenho acadêmico de um estudante com essa condição é capaz de melhorar consideravelmente ao explorarmos as características únicas de seus métodos de aprendizado. Baseado nisso, Branco (2015) elenca três tipos de aprendizado, utilizando percepções sensoriais predominantes e as formas de lidarmos com cada um deles, como indica o Quadro 1:

Quadro 1.

Tipos de Aprendizado

Predomínio do aprendizado	Sugestão de ação docente: o que fazer?
Oral	Privilegiar instruções orais; proporcionar um resumo oral do assunto abordado; utilizar palavras-chave que despertem a atenção do aluno; suprimir qualquer estímulo visual não pertinente.
Visual	Privilegiar demonstrações visuais; solicitar descrições de todas as demonstrações ou desenhos; proporcionar um resumo visual de cada situação bem como oportunizar a reprodução de imagens das formas verbais e pictóricas; utilizar fichas para fixar a atenção do aluno; priorizar trabalhos que possam ser feitos sem falar.
Tátil	Priorizar manipulação de objetos antes de qualquer instrução; suprimir estímulos visuais que causem distração; proporcionar resumos de manipulação tátil; utilizar formas que chamem atenção; Utilizar materiais com texturas variadas.

Fonte: os autores

Com o objetivo de incluir estudantes com dislexia em sala de aula, considerando todas as formas de aprendizado, uma boa alternativa metodológica é a adoção do estímulo de diversos sentidos. Conforme afirmado por Branco (2015, p. 18), “Para atingir o sucesso no binômio ensino-aprendizagem de alunos disléxicos é aconselhado o uso de todos os estímulos, quer sejam visuais, auditivos ou cinestésicos (simultaneamente). Esse tipo de ensino é denominado multissensorial”.

O método multissensorial, segundo Azzopardi (2014), implica na conscientização fonoarticulatória ou na visualização do fonema, realizando a conversão para grafemas/fonemas. Este tipo de método, apesar de ser indicado para estudantes em um contexto geral, é capaz de acarretar melhores resultados para alunos com dislexia do tipo fonológica. Outro fator a ser levado em consideração é a tendência de estudantes disléxicos a focarem mais no sentido de visão espacial do que em sistemas bidimensionais (MONSORES, 2020).

Sendo assim, a predominância de atividades que utilizem sistemas tridimensionais, como o uso de formas e movimentos, é bastante proveitosa. É preferível que se evite atividades que exijam raciocínio rápido e respostas imediatas ou com prazos curtos, pois devido ao déficit de memória causado pela dislexia, estudantes com esta condição podem apresentar baixo desempenho quando pressionados a reagir de forma instantânea.

Apesar da dislexia ser um transtorno relacionado mais especificamente a leitura e a escrita e não ter relação direta com a dificuldade em cálculos matemáticos, aproximadamente 60% dos estudantes disléxicos apresentam dificuldade na aprendizagem de matemática (de acordo com dados disponibilizados pela ABD). Isso se deve principalmente às falhas na memória de curto prazo e dificuldades de interpretação, pois nem todos os portadores do distúrbio possuem comorbidades como a discalculia[1268]. Outras condições manifestam-se através do transtorno, tornando o aprendizado em áreas exatas instável para um aluno disléxico. Branco (2015) observa algumas das principais dificuldades encontradas em estudantes disléxicos (Quadro 2).

Quadro 2.
Dificuldades observadas em estudantes disléxicos (Branco, 2015).

Em relação a	Dificuldades observadas
Manuseio de números	Transcrever números corretamente (o aluno transcreve informações erradas, de cabeça para baixo ou na horizontal);“Carregar” os números de maneira correta (o “vai 1” da adição e subtração); fazer estimativas; entender o valor posicional; alinhar colunas de cálculo e fazer cálculos com processo longo.

[1268] Transtorno específico de aprendizagem com prejuízo no domínio da matemática.

Manuseio de fórmulas e símbolos	Confusão de sinais (Ex: + e X); capacidade de compreender linguagem simbólica (álgebra e fórmulas); relacionar as propriedades de uma figura com o seu nome; fazer conexões entre fórmulas geométricas; trabalhar com escalas e proporções.
Direção e sequência	Compreender palavras e proposições que envolvam direções (primeiro/último, antes/depois…); fazer contagens em ordem decrescente; sequenciar dias da semana, meses, etc.; seguir sequências de instruções e ordem de realização de um problema; extrair informações de tabelas, diagramas e gráficos; construir gráficos e interpretá-los; estimar a passagem do tempo.
Uso da memória	"Guardar números na cabeça" durante a realização de cálculos e memorizar fórmulas; materializar raciocínios no papel; organização.
Coordenação motora	Estruturar o trabalho em etapas lógicas e sequenciadas; construção de tabelas; habilidade motora insuficiente para desenhar e medir com precisão; manuseio de régua para desenhar linhas retas e medir com precisão; saber por onde começar a desenhar tabelas/gráficos no papel; Confusão acerca das medidas apropriadas para tarefas distintas; associar representações pictóricas à valores numéricos.

Fonte: os autores

A partir das adversidades apontadas por Branco, observa-se que, em sua maioria, estão atreladas a déficits de memória, atenção e interpretação de texto, e não exatamente à incapacidade de compreender a matemática em si. Sendo assim, a solução destes problemas está muito presente em métodos de ensino adaptados. Partindo desse pressuposto, a próxima seção discute a inclusão da dislexia no contexto educacional, especificamente dentro do ensino da matemática e apresenta estratégias de inclusão capazes de englobar o desafio do ensino da matemática para estudantes disléxicos como um todo.

Estratégias de inclusão e crise do sistema de ensino

A dislexia não tratada é uma das causas de evasão escolar por parte de estudantes que, ao não se adaptarem ao modelo padrão de ensino, se veem desmotivados a estudar por não se sentirem pertencentes ao ambiente escolar ou capazes de manter uma vida acadêmica de bom desempenho. No entanto, o verdadeiro desafio da inclusão de neurodivergentes no sistema de ensino brasileiro não é apenas uma questão a ser inteiramente resolvida dentro da sala de aula, por parte apenas de professores e educadores. De acordo com Przybysz (2018), a grade curricular ofertada em cursos de licenciatura oferece pouquíssimos recursos para auxiliar docentes no atendimento de alunos com necessidades especiais.

A escassez de informação no ambiente estudantil fortalece os preconceitos, tornando a escola um espaço hostil para estudantes com necessidades especiais, como a dislexia. Esta banalização do transtorno provocada por preconcepções dificulta também o diagnóstico do quadro, provocando ainda mais sofrimento e confusão na vida desses alunos.

Apesar do problema ser algo incapaz de ser solucionado de maneira imediata, excluindo completamente suas vertentes, pequenos movimentos realizados em sala de aula já são capazes de tornar a escola um espaço mais acolhedor. Segundo Branco (2015) e Monsores (2020), ao se depararem com um aluno disléxico, professores podem optar pelas seguintes estratégias: Não cobrar atividades que exijam raciocínio imediato e memorização rápida; não promover atividades fundamentadas em competição, pois a autoestima desses estudantes pode ser fortemente afetada, atrelada a um sentimento de insuficiência; adotar fontes como a *Lexia, Lexia Readable*, *Helvetica*, *Courier*, *Arial* ou *Verdana* em trabalhos escritos, evitando fontes com serifa ou em itálico; fazer o uso de atividades chamativas, que despertem a atenção do aluno com estímulos visuais e sonoros marcantes; atentar-se à leitura matemática, evitando passar batido por abreviações, símbolos e conceitos estrangeiros; usar elementos tridimensionais, pois estudantes disléxicos tendem a focar no sentido da visão espacial.

Mesmo que o docente não compreenda exatamente o estilo de aprendizado apresentado por estudantes com dislexia, estas pequenas adaptações no modelo de ensino tendem a melhorar o desempenho do aluno. No entanto, é de extrema importância que, ao suspeitar que um dos discentes expresse sinais de dislexia, o professor responsável recorra aos pais do estudante ou à coordenação de ensino da escola.

Considerações finais

Mediante todos os pontos apresentados neste texto, importa destacar que apesar da banalização que envolve a dislexia, o transtorno é reconhecido cientificamente como uma condição real e fundamentada em alterações neurobiológicas resultantes de herança genética ou traumas. Em razão de não ser um transtorno que necessita de cura, tendo em vista que o excesso de fármacos também pode comprometer a saúde e a personalidade de seus usuários, o distúrbio foi anexado à neurodiversidade, revelando-se enquanto diferença humana.

Dada a ressignificação da condição, adaptações no ambiente escolar - coincidentemente onde a dislexia é mais perceptível - mais especificamente durante o ensino de matemática, são necessárias. Como apontados nos quadros 1 e 2, pequenos movimentos docentes favorecem a inclusão de disléxicos na sala de aula, ainda que existam questões estruturais envolvendo a inclusão, assim como questões sociais atreladas a ideia de que a dislexia não é suficientemente relevante.

Contudo, buscando contornar esta situação, saber identificar a dislexia na sala de aula e conhecer as individualidades de aprendizado do aluno são passos bastantes significativos para promover a sua inclusão. Saber quais são as dificuldades e as facilidades do estudante com quem se lida, torna a elaboração de atividades e abordagens adaptadas mais proveitosa e promissora.

Referências

Associação Brasileira de Dislexia (ABD). [Organização brasileira especializada em dislexia]. https://www.dislexia.org.br/quem-somos

Araujo, R. A. G. (2021). *Neurodiversidade, estigma e autismo: avaliação de um treinamento online em uma amostra brasileira* [Dissertação de Mestrado em Psicologia, Universidade Federal da Grandes Dourados] https://repositorio.ufgd.edu.br/jspui/handle/prefix/4654

Branco, C. A. (2015). *A má temática da dislexia*. [Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, Universidade Estadual de Campinas] https://www.professoresdematematica.com.br/wa_files/A_20M_C3_81_20TEM_C3_81TICA_20da_20DISLEXIA_20-_20AUDINO.pdf

Lois, A. R. F. (2008). *Aspectos neurobiológicos da dislexia do desenvolvimento: revisão sistemática*. [Dissertação de Mestrado em Saúde da Criança e da Mulher, Fundação Oswaldo Cruz]. https://bvssp.icict.fiocruz.br/pdf/LoisFabriciaAR.pdf.

Machado, H. C. A; Nascimento, D. G. D; Neto, S. A. J; Alves, R. R. M; Ramos, G. D. V; Oliveira, R. M. J. (2019). Resu. *A relação entre a neurodiversidade e o transtorno do espectro autista*. https://core.ac.uk/download/pdf/270182721.pdf.

Monsores, F. J. (2020). *Ambiente baseado em ferramenta robótica para auxílio educacional de alunos com dislexia*. [Dissertação de Mestrado em Ciência da Computação, Centro Federal de Educação Tecnológica]. https://eic.cefet-rj.br/ppcic/wp-content/uploads/2020/11/29-Jomar-Ferreira-Monsores.pdf.

Ortega, F. (2008). Revista Mana. *O sujeito cerebral e o movimento da neurodiversidade.* https://www.scielo.br/j/mana/a/TYX864xpHchch6CmX3CpxSG/?lang=pt&format=pdf.

Przybysz, C. D. (2018) *A dislexia e formação docente: identificação e acompanhamento de estudantes com dificuldades de aprendizagem.* [Dissertação de Mestrado em Sociedade e Desenvolvimento, Universidade Estadual do Paraná]. https://ppgsed.unespar.edu.br/menu-principal/arquivos/copy_of_copy_of_DeboraPrzybyszPGINA.pdf.

Saviani, D. Revista Brasileira de Educação. (2009) *Formação de professores: aspectos históricos e teóricos do problema no contexto brasileiro*. https://www.scielo.br/j/rbedu/a/45rkkPghMMjMv3DBX3mTBHm/?format=pdf&lang=pt.

IX CIBEM Congresso Iberoamericano de Educação Matemática
05 a 09 de dezembro de 2022

Os jogos digitais na aprendizagem matemática de Alunos Autistas

Digital games in the mathematical learning of Autistic Students

Juegos digitales en el aprendizaje matemático de Estudiantes Autistas

Silvia Teresinha Frizzarini[1269]
Universidade do Estado de Santa Catarina
0000-0002-0909-4475

Marcela Carolina Farias[1270]
Universidade do Estado de Santa Catarina
0000-0002-7455-495X

Jellem Fernandes da Silva[1271]
Universidade do Estado de Santa Catarina
0000-0002-4667-1884

Claudete Cargnin[1272]
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
0000-0002-3067-1978

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Educação Matemática e Inclusão

Resumo

Esse artigo tem como objetivo dialogar sobre os recursos digitais para a aprendizagem de conceitos matemáticos durante a inclusão escolar de alunos com TEA. A metodologia utilizada foi de caráter qualitativo com procedimentos bibliográficos em materiais que tratam sobre os recursos tecnológicos, visto que, diferentes estudos apontam que jogos e atividades lúdicas digitais facilitam a aprendizagem, o raciocínio lógico e a memorização. Para isso, foi utilizado o banco de dados do Google Acadêmico com buscas referentes ao tema e a aprendizagem infantil na área da matemática. Os principais resultados foram o domínio de atividades individuais por cada aluno autista e a facilidade de compreender por meio da tecnologia. Conclui-se que a tecnologia é um importante meio de estudo, não apenas para crianças autistas, mas para todas as crianças que estão em processo de aprendizagem e para o relacionamento dos profissionais com os alunos.

***Palavras-chave*:** Autismo. Jogos Digitais. Matemática. Tecnologia.

Abstract

[1269] silvia.frizzarini@udesc.br
[1270] marcelaafariass@gmail.com
[1271] jellemfernandes@gmail.com
[1272] cargnin@utfpr.edu.br

This article aims to discuss digital resources for learning mathematical concepts during school inclusion of students with ASD. The methodology used was qualitative with bibliographic procedures in materials that deal with technological resources, as several studies indicate that digital games and recreational activities facilitate learning, logical reasoning and memorization. For this, specifically the Google Scholar database was used, with searches related to the subject and children's mathematics learning. The main results were: mastery of individual activities by each autistic student and ease of understanding through technology. It is concluded that technology is an important means of study, not only for autistic children, but for all children who are in the learning process and for the relationship between professionals and students.

Keywords: Autism. Digital games. Math. Technology.

Resumen

Este artículo tiene como objetivo discutir recursos digitales para el aprendizaje de conceptos matemáticos durante la inclusión escolar de estudiantes con TEA. La metodología utilizada fue cualitativa con procedimientos bibliográficos en materiales que tratan sobre recursos tecnológicos, ya que varios estudios indican que los juegos digitales y las actividades recreativas facilitan el aprendizaje, el razonamiento lógico y la memorización. Para ello se utilizó la base de datos Google Scholar con búsquedas relacionadas con el tema y el aprendizaje de los niños en el área de matemáticas. Los principales resultados fueron el dominio de las actividades individuales por parte de cada alumno autista y facilidad de comprensión a través de la tecnología. Se concluye que la tecnología es un importante medio de estudio, no solo para los niños autistas, sino para todos los niños que se encuentran en proceso de aprendizaje y para la relación entre profesionales y estudiantes.

Palabras clave: Autismo. Juegos digitales. Matemáticas. Tecnología.

Introdução

O Transtorno do Espectro Autista - doravante denominado TEA, é conhecido também por Autismo. O TEA é um transtorno de neurodesenvolvimento que dificulta a comunicação, interação social e comportamental das pessoas autistas (NEUROSABER, 2021); não é uma doença, e sim, uma forma diferente de se expressar. O TEA somente é diagnosticado "quando os déficits característicos de comunicação social são acompanhados por comportamentos excessivamente repetitivos, interesses restritos e insistência nas mesmas coisas" (AMERICAN PSYCHIATRIC ASSOCIATION, 2014, p.31), porém, nem todas as pessoas diagnosticadas com Autismo terão essas particularidades.

Muitas vezes algumas especificidades afetam a aprendizagem da criança autista, como, por exemplo, a falta de atenção, por serem, em geral, sensíveis às distrações. Mas, ainda que haja falta de atenção, "a maioria das crianças tem inteligência média ou acima da média, embora possam ter dificuldades na aprendizagem" (NEUROSABER, 2021, s/p), e isso faz desenvolver habilidades únicas e especiais. A pesquisa de Fernandes e Nohama (2020) indica que jogos digitais como tecnologia assistiva é mais eficiente que métodos tradicionais de ensino, para pessoas com TEA. Contudo, há de se refletir: jogos digitais também podem ajudar no desenvolvimento matemático de crianças da Educação Infantil com TEA? Reconhecer as habilidades de uma criança com TEA é um possível caminho para desenvolver recursos que permitam o seu desenvolvimento matemático?

Para que as crianças com TEA consigam acompanhar o ensino da matemática junto com a sua turma, o profissional que o acompanha deve ter muita dedicação e recursos para desenvolver atividades que façam com que a aprendizagem se torne algo simples para o aluno. "[...] isso significa estabelecer uma rotina que funcione bem para as crianças com autismo e segui-la, pois, saber o que vem depois as tranquiliza", afirma o Instituto NeuroSaber (2021, p. 4). Segundo Gevarter *et al.*(2016), a pesquisa sobre as capacidades acadêmicas de indivíduos com TEA sublinha a importância de desenvolver estudos que abordem intervenções no processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

Os jogos digitais podem promover a repetição de exercícios que facilitam a aprendizagem e os conceitos matemáticos, assim ajudando na ansiedade da criança com TEA. Segundo o que aponta Santos (2018, p. 35),

> [...] o jogo apresenta duas funções no processo de ensino-aprendizagem. A primeira é lúdica, em que a criança encontra a satisfação e o prazer no jogar, e a segunda é educativa, pois através do jogo a criança é educada para convivência social. [...] O trabalho com jogos, no que se refere ao aspecto cognitivo, visa a contribuir para que as crianças possam adquirir conhecimento e desenvolver suas habilidades e competências.

Nesse sentido, busca-se, neste artigo, dialogar sobre recursos digitais para a aprendizagem de conceitos matemáticos durante a inclusão escolar de alunos com TEA.

Metodologia

A metodologia utilizada é a revisão narrativa, que possui caráter qualitativo, e na qual se dá ênfase na revisão da literatura a partir da interpretação e análise crítica pessoal do autor (ROTHER, 2007). A busca bibliográfica foi realizada no banco de dados do Google Acadêmico com as seguintes palavras chaves: matemática, autismo e tecnologia. Os critérios de inclusão foram: artigos publicados nos últimos sete anos, ou seja, desde 2015, com o objetivo de achar artigos recentes e modernos e que apresentavam jogos digitais na aprendizagem matemática de criança autista. Foram selecionados três trabalhos, conforme Quadro 1, nos quais serão analisados os principais conceitos matemáticos envolvidos, de acordo com a tecnologia utilizada como recurso didático, tendo em vista seus objetivos.

Quadro 1.

Estudos analisados

Autores/ano	**Objeto de Pesquisa**	**Objetivos**	**ambiente de pesquisa**
Valdecar Antonio Melloti Donadia, 2020	Como a informática na educação, utilizada como estratégia de Ensino, pode facilitar a aprendizagem matemática e a inclusão escolar do aluno autista do 5° e 6° anos do Ensino Fundamental II, na rede municipal de ensino de Vila Velha, Espírito Santo?	apresentar as possibilidades do uso da informática para o ensino da matemática (a autistas).	Entrevista semiestruturada com pais e professores.
Maria Isabel Gomes Santos, Ana Maria Reis Breda e Ana Margarida Pisco Almeida, 2020	Promoção do raciocínio geométrico, a partir do protótipo do ambiente digital LEMA com 4 utilizadores finais com PEA	Identificar as diferenças entre os alunos Autistas na área da geometria.	Plataforma online: LEMA, criada para auxiliar crianças autistas.
Maísa Allana Rabello do Amaral, 2015	Estimular a observação detalhada de cada jogo, para os alunos se apropriarem da interatividade através da curiosidade.	Ajudar crianças Autistas por meio jogos digitais para melhor aprendizagem da matemática	Jogos digitais como: Brincando com a matemática, adição e subtração, Nunca Dez, Conta maçãs e Tabuada do ODDIE.

Fonte: os autores

A compreensão dos alunos com TEA na área da matemática é muito variável, em alguns casos os alunos possuem capacidade matemática suficiente para não precisar de auxílio e, em outros casos, os alunos possuem dificuldade em tarefas específicas da matemática, em que um bom planejamento do recurso didático é indispensável, como mostra os trabalhos analisados.

Análise dos resultados

Donadia (2020) considera que ter uma nova forma de metodologia, envolvendo a informática, é algo inovador e atrativo para os alunos, mas que não é uma tarefa fácil para os professores. É algo que exige conhecimento para saber diferenciar as novas tecnologias de fundamento e de instrumento. Utilizar a nova tecnologia como instrumento significa torná-lo a diversão da criança e o fundamento é a construção do conteúdo que será aplicado em sala de aula baseado em pesquisas didáticas feitas pelo profissional. Além dessas pesquisas aplicadas nesse meio de ensino, o professor deve ter consciência de seus conhecimentos para não repassar nada "inadequado" para a criança. Por isso, o autor sintetiza vantagens e desvantagens da tecnologia na educação para as crianças (DONADIA, 2020, p.51).

Vantagens:

Em relação aos motivos psicopedagógicos e tecnológicos.

Não existe bloqueio cognitivo.

Promove um relacionamento interativo.

Apresenta diferentes modos de resolução para um mesmo problema.

Estimula o prazer da descoberta, motivação, alegria, emoção, cooperação, interação.

A aprendizagem da criança ocorre brincando, mas com significado.

Desvantagens:

Proporciona maior individualidade.

Aceita informações retiradas do computador.

Os softwares educativos desvinculados da realidade do aluno.

Falta de clareza nas telas e nos menus.

O feedback inadequado.

Mas mesmo sabendo de todas as desvantagens, as vantagens são maiores, por isso "recorrer à tecnologia é uma alternativa positiva para a aprendizagem do aluno" (DONADIA, 2020, p.52), afirmou Donadia em seu artigo.

A pesquisa de Santos, Breda e Almeida (2020) tem como material didático a plataforma online *LEMA* (Learning Environment on Mathematics for Autistic Children), criada para auxiliar crianças com autismo na área da matemática. Ela possui 32 atividades baseadas num conjunto de funções (Figura 1) que permitem o domínio da parte visual, mas que incorpora *feedbacks* de reforço automáticos.

Figura 1.

Elementos incorporados nas atividades do LEMA.

Fonte: *(SANTOS, BREDA, ALMEIDA, 2020)*

O Processo da metodologia se iniciou com a escolha dos participantes:

1- Crianças diagnosticadas com TEA;

2- Idades compreendidas entre 6-12 anos;

3- Alunos sem outra patologia associada;

4- Alunos com a autorização confirmada para a participação do estudo.

Foram selecionados 4 participantes, todos do sexo masculino, com idades de 8 a 12 anos. Cada aluno recebeu 11 das 32 atividades disponíveis no LEMA, de acordo com seu perfil funcional. O processo de avaliação foi dividido em duas fases: a primeira, era uma avaliação do nível de raciocínio geométrico e, a segunda fase, o estudo da adequação científico-pedagógica das atividades, em relação ao desenvolvimento do raciocínio matemático e no nível do pensamento geométrico.

A avaliação da capacidade de raciocínio matemático levou as autoras a concluir "[...] que os alunos participantes apresentaram um raciocínio matemático parcialmente estruturado ou estruturado na maioria das atividades propostas" (SANTOS, BREDA, ALMEIDA, 2020, p. 394). Ademais, afirmam que a interação com o ambiente digital LEMA proporcionou o aumento no "[...] desempenho ao nível do raciocínio geométrico, quando comparado com os resultados obtidos no estudo preliminar realizado" (SANTOS, BREDA, ALMEIDA, 2020, p. 395).

Durante a execução das tarefas, três alunos revelaram reconhecer e raciocinar acerca das figuras geométricas planas, e outras configurações geométricas, de acordo com a sua aparência como um todo visual, descrevendo as partes e as propriedades das figuras informalmente, variando a precisão dessa descrição. Em relação ao aluno com melhor desempenho, além de ser capaz de reconhecer e raciocinar com as figuras geométricas, foi capaz de identificar e descrever suas propriedades por meio de uma análise informal das relações entre as partes da figura. As autoras desta pesquisa afirmam que:

> Como o LEMA foi orientado com base nos princípios de desenho universal para a aprendizagem que incorpora o design flexível de cenários com opções personalizáveis, proporciona que todos os alunos tenham acesso ao progresso das suas aprendizagens individuais (SANTOS, BREDA, ALMEIDA, 2020, p.395).

O primeiro passo para a pesquisa de Amaral (2015) foi investigar a inclusão de um aluno autista. O aluno escolhido foi Pedro, que frequenta o terceiro ano do Ensino Fundamental. Ele demonstra encanto pela tecnologia e altas habilidades na área da matemática; apresenta um raciocínio mental muito rápido. O segundo passo foi realizar um questionário com a mãe e professora de Pedro com o objetivo de ter mais conhecimento sobre a criança, a partir disso foram selecionados os jogos que iriam fazer parte da pesquisa, apresentados na Figura 2:

Figura 2.

Página inicial do site portal RZ. (ZIMMERMANN, 2015).

Fonte: *http://www.portalrz.com.br*

É importante saber adequar os jogos às dificuldades específicas de cada um. No caso de Pedro, os jogos necessitam ser muito interativos e competitivos com medidores de tempo e com envolvimento de outras crianças no jogo, os jogos digitais são ferramentas relevantes para trabalhar com crianças com autismo quando souber aplicar de maneira correta.

Considerações finais

Considerando que "os jogos digitais contribuem para a aprendizagem da matemática por um aluno autista e que o processo de Alfabetização Matemática é possível de ser realizado com sucesso para alunos com TEA” (AMARAL, 2015, p.50); a plataforma LEMA, orientada com base nos princípios de desenho universal para a aprendizagem que incorpora o design flexível de cenários com opções personalizáveis, proporciona que todos os alunos tenham acesso ao progresso das suas aprendizagens individuais e que, apesar de algumas desvantagens, a informática é um meio de ensino muito interessante e positivo na aprendizagem do aluno com autismo, é possível vislumbrar caminhos promissores para a aprendizagem matemática de alunos autistas.

É claro que toda inovação passa por capacitação profissional. Especificamente na educação, é preciso planejamento didático e conhecimento docente sobre a tecnologia e sua adequada aplicação conforme a necessidade do aprendente, como alertam Silva Júnior e Moreira (2021). Entretanto, isso não deve ser um obstáculo, ao contrário, deve ser um estímulo a um “novo” olhar para a aprendizagem matemática de alunos autistas, o qual pode contribuir com estudantes “normais”.

É interessante e evolutivo o fato de diversos profissionais estarem se aprofundando no assunto e querendo cada vez mais pesquisar para auxiliar essas crianças no ensino da matemática, buscando sempre métodos e plataformas atualizadas para facilitar a aprendizagem do aluno. Desses artigos analisados percebe-se que mesmo com algumas desvantagens a tecnologia é uma ferramenta importante para auxiliar e facilitar o ensino e aprendizagem, além de ser algo que inova a cada momento, traz para muitos alunos um olhar mais divertido na hora de se aprender matemática.

Referências

Amaral, M. A. R. (2015). Conexões entre tv, Tecnologias Digitais e infância: marcas de uma cultura contemporânea. *Trabalho de Conclusão de Curso* (Pedagogia). Unisinos.

American psychiatric association. (2014). Manual de diagnóstico e estatístico de transtornos mentais: DSM-V. (5a ed.). Porto Alegre: Artmed.

Donadia, V. A. M. (2020). Usos da informática no ensino de matemática: alunos com transtorno do espectro autista do 5º e 6º anos em escolas de Vila Velha/ES. Dissertação de Mestrado (Programa de Mestrado Profissional em Ciência, Tecnologia e Educação), Faculdade Vale do Cricaré, São Mateus – Espírito Santo.

Fernandes, M.; Nohama, P. (2020). Jogos Digitais para Pessoas com Transtornos do Espectro do Autismo (TEA): Uma RevisÃ£o SistemÃ¡tica. Revista Iberoamericana de Tecnología en Educación y Educación en Tecnología, (26), 72-80. Recuperado en 28 de octubre de 2022, de http://www.scielo.org.ar/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1850-99592020000200009&lng=es&tlng=

Gevarter, C. et al. (2016). Mathematics Interventions for Individuals with Autism Spectrum Disorder: A Systematic Review. *Review Journal of Autism and Developmental Disorders*, New York, v. 3, n. 3 (p. 224–238).

Neurosaber. (2021) Como ensinar matemática para crianças com autismo. https://institutoneurosaber.com.br/como-ensinar-matematica-para-criancas-com-autismo-2/

Rother, E. T. (2007). Editorial. *Revisão sistemática X Revisão narrativa.* Acta Paulista de Enfermagem, v.20, n.2, p.1-2, 2007. https://www.scielo.br/j/ape/a/z7zZ4Z4GwYV6FR7S9FHTByr/?lang=pt&format=pdf

Santos, M. I. G.; Breda, A. M. A. R.& Almeida, A. M.P.(2020). Promover o Raciocínio Geométrico em Alunos com Perturbação do Espectro do Autismo através de um Ambiente Digital. Bolema, v.34, n.67, p.375-398. https://doi.org/10.1590/1980-4415v34n67a02

Santos, M.I. (2018). *As tecnologias digitais no apoio ao desenvolvimento do raciocínio Matemático em alunos com Perturbação do Espectro do Autismo*. Aveiro, Tese de doutoramento em Multimédia em Educação, Universidade de Aveiro, Portugal

Zimmermann, R. F. (2015) RZ Web. Portal de Jogos Educativos http://www.portalrz.com.br/.

Formação em matemática para intérpretes de Libras: uma análise temática do I FormaGepam

Mathematics training for Libra's interpreters: a thematic analysis of the I FormaGepam

Formación matemática para intérpretes de Libras: un análisis temático de la I FormaGepam

Dulcilene Freitas Palheta[1273]
UFSC
0000-0002-9007-5748

Rosilene Beatriz Machado[1274]
UFSC
0000-0002-9621-7380

Janine Soares de Oliveira[1275]
UFSC
0000-0002-9166-507X

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Educação Matemática e inclusão

Resumo

O presente artigo trata das reflexões e resultados de uma dissertação de mestrado que tevecomo lócus de pesquisa o *I Encontro de formação em matemática para intérpretes educacionais de Libras – I FormaGepam,* com vistas a responder a seguinte questão: Quais as potencialidades do I FormaGepam de acordo com a avaliação dos participantesdo curso? Esse evento foi promovido pelo Grupo de Estudos e Pesquisa em Alteridade e Educação Matemática – Gepam/UFSC. O objetivo foi analisar, por meio de uma Análise Temática, quais as potencialidades do I FormaGepam. A Análise Temática – AT é um método de pesquisa que analisa e identifica padrões dentro de um conjunto de dados de modo a formar temas de análise. Para isso, formaram o conjunto de dados os questionáriosrespondidos por 42 participantes do I FormaGepam durante a inscrição e a avaliação do evento. O processo de codificação desses dados levou à definição de dois temas. No relatório de análise desses temas verificou-se, entre outros resultados, que uma das potencialidades do I FormaGepam foi que a formação permitirá, durante as interpretações em aulas de matemática, que os participantes consigam escolher/elaborar as melhores estratégias de interpretação.

[1273] lenitafreitas@outlook.com
[1274] rosibmachado@gmail.com
[1275] janinemat@gmail.com

Palavras-chave: Intérpretes educacionais, I FormaGepam, Educação inclusiva desurdos, Matemática, Libras.

Abstract

This article deals with the reflections and results of a master's thesis whose locus of research was the *I Encontro de formação em matemática para intérpretes educacionais de Libras – I FormaGepam*, with a view to answering the following question: What are the potentialities of the I FormaGepam according to the evaluation of the course participants? This event was promoted by the Grupo de Estudos e Pesquisa em Alteridade e Educação Matemática – Gepam/UFSC. The objective was to analyze, through aThematic Analysis, the potential of the I FormaGepam. Thematic Analysis – AT is a research method that analyzes and identifies patterns within a set of data in order to formthemes for analysis. For this, the data set consisted of the questionnaires answered by 42participants of the I FormaGepam during registration and evaluation of the event. The process of encoding these data led to the definition of two themes. In the analysis report on these themes, it was found, among other results, that one of the potentialities of the I FormaGepam was that the training will allow, during interpretations in mathematics classes, that participants are able to choose/develop the best interpretation strategies.

Keywords: Educational interpreters, I FormaGepam, Inclusive education for the deaf, Mathematics, Libras.

Resumen

Este artículo trata de las reflexiones y resultados de una tesis de maestría cuyo locus de investigación fue el *I Encontro de formação em matemática para intérpretes educacionais de Libras – I FormaGepam*, con el fin de responder a la siguiente interrogante: ¿Cuáles son las potencialidades del I FormaGepam de según la evaluación de los participantes del curso? Este evento fue promovido por el Grupo de Estudos e Pesquisa em Alteridade e Educação Matemática – Gepam/UFSC. El objetivo fue analizar, a través de un Análisis Temático, el potencial de la I FormaGepam. Análisis temático: AT es un método de investigación que analiza e identifica patrones dentro de un conjuntode datos para formar temas de análisis. Para ello, el conjunto de datos estuvo compuestopor los cuestionarios respondidos por 42 participantes de la I FormaGepam durante el registro y evaluación del evento. El proceso de codificación de estos datos condujo a la definición de dos temas. En el informe de análisis sobre estos temas, se constató, entre otros resultados, que una de las potencialidades del I FormaGepam fue que el entrenamiento permitirá, durante las interpretaciones en las clases de matemáticas, que los participantes sean capaces de elegir/desarrollar las mejores estrategias de interpretación.

Palabras clave: Intérpretes educativos, I FormaGepam, Educación inclusiva parasordos, Matemáticas, Libras.

Introdução

São muitas as dificuldades associadas ao processo de ensino e aprendizagem de um modo geral. Para além disso, muitos sujeitos são excluídos até mesmo do acesso ao ensino, dentre os quais, aqueles pertencentes à comunidade surda. Os sujeitos surdos enfrentam barreiras linguísticas, principalmente, relacionadas ao desconhecimento da Língua Brasileira de Sinais - Libras por parte de muitos ouvintes.

Isso acarreta em dificuldades de comunicação e interação nos mais diferentes ambientes e contextos e a sala de aula, infelizmente, é um deles. Nas escolas inclusivas de ensino regular (escolas comuns), por exemplo, os alunos surdos participam de aulas ministradas em língua portuguesa por professores que, em sua grande maioria, não são usuários de Libras (CAMPELLO; REZENDE, 2014).

Nessas escolas a comunicação entre surdos e ouvintes é mediada por um Tradutore Intérprete de Língua de Sinais (TILS), chamados de intérpretes educacionais (QUADROS, 2004). Na sala de aula, esses profissionais auxiliam os estudantes surdos para terem acesso aos conhecimentos abordados pelos professores.

Algumas pesquisas na área da educação inclusiva vêm apontando que esses profissionais enfrentam dificuldades de atuação nas disciplinas do campo das ciências exatas (PORTO, 2014), tal como a matemática. E por isso, a atuação desses profissionaisfoi o ponto de interesse da pesquisa aqui relatada.

Essa foi uma pesquisa de mestrado que aconteceu no âmbito do Grupo de Estudos e Pesquisas em Alteridade e Educação Matemática, o Gepam. Este grupo vem trabalhando em ações que se voltam, entre outras coisas, para auxiliar os intérpretes educacionais nas atuações em aulas de matemática.

Uma dessas ações foi a organização do *I Encontro de Formação em Matemática para Intérpretes de Libras*, o *I FormaGepam*. Esse evento teve como tema central o conteúdo de trigonometria e alguns dos seus principais conceitos. E coube a esta pesquisa,avaliar o referido encontro, com vistas a responder a seguinte questão: Quais as potencialidades do I FormaGepam de acordo com a avaliação dos participantes do curso?

Para responder essa questão buscou-se, primeiramente, destacar: o espaço legale político que se encontram atualmente as orientações educacionais atuais para a educação inclusiva, algumas questões relacionadas às suas atuações nas escolas inclusivas, os instrumentos metodológicos utilizados bem como o conjunto de dados que foram explorados. E por fim, as análises e reflexões sobre as percepções dos intérpretes sobre oI FormaGepam. Algumas dessas discussões estão apresentadas, em síntese, nos tópicos seguintes.

Atribuições dos intérpretes educacionais

Quanto às atribuições dos intérpretes educacionais, uma importanteregulamentação está prevista na Lei nº 12.319, de 1º de setembro de 2010. Essa lei destacaque esse profissional deve:

> interpretar, em Língua Brasileira de Sinais - Língua Portuguesa, as atividades didático-pedagógicas e culturais desenvolvidas nas instituições de ensino nos níveis fundamental, médio e superior, de forma a viabilizar o acesso aos conteúdos curriculares. (BRASIL, 2010).

Mas, surge daí algumas dúvidas, tais como: O trabalho desse profissional se resume a atribuições de cunho tradutório? Ele é um professor? Ele realiza atividades pedagógicas? Ele é responsável pelo ensino do aluno surdo?

Quanto às atribuições desses profissionais, a Política de Educação Especial deSanta Catarina (SANTA CATARINA, 2018) apresenta atribuições e algumas restrições[1276]sobre as atuações dos intérpretes educacionais. Nela, observa-se que esses profissionais devem interpretar as aulas, bem como, participar de atividades que os auxiliem nasinterpretações, por exemplo: participar das reuniões, capacitações e conselhos de classejuntamente com os outros professores, entre outros. Além disso, podem ter acessoantecipado aos conteúdos que serão ministrados; estudar os conteúdos e trocar informações com os professores responsáveis pelas disciplinas (os professores regentes). Nesse contexto, o que vários pesquisadores concordam é que o trabalho desses profissionais em sala de aula "extrapolam e muito a simples tradução/interpretaçãodaquilo que é dito pela professora ou pelos alunos" (LACERDA, 2009, p. 67), apesar desta ser a sua principal função.

No entanto, existe a convicção de que não cabe ao intérprete educacional exercer atividades de docência. Para Lacerda (2002, p. 127), "[...] o papel de educador/professornão pode recair sobre o intérprete, já que seu papel principal é interpretar. O intérprete não pode ser responsabilizado pela aquisição de conhecimentos do aluno".

Entende-se a partir desses argumentos, portanto, que é fundamental que todos tenham clareza de que ele é um profissional importante no processo de formaçãoeducacional desse aluno, mas não é responsável por ela. Assim como o processo de inclusão escolar também não está restrito à presença do intérprete na escola e na sala de aula.

Atuações dos intérpretes nas aulas de matemática

Quanto à atuação dos intérpretes educacionais em aulas de matemática, umas das

[1276] O documento restringe esse profissional de assumir a turma na falta de um professor e de ser designadopara outra função na escola.

maiores dificuldades de atuação desses profissionais está na falta de sinais para muitos conceitos específicos da área (PORTO; 2014).

Entretanto, no âmbito do Gepam entende-se que sinais possam auxiliar nos processos de interpretação, mas não que isso seja condição necessária e suficiente para osucesso dessas interpretações. Isso porque, assim como a tradução não acontece pelas correspondências de palavras, a interpretação de conceitos matemáticos em língua de sinais não acontece pela simples correspondência palavra – sinal ou vice-versa. Por exemplo, somente corresponder o conceito de raio por um sinal em Libras, não garante que o estudante surdo compreenda os significados desse conceito. Assim como, somentenomear um conceito em português também não garante que um ouvinte compreenda seu significado.

Isso acontece, pois, a tradução externa não é literal, ou seja, não acontece pelas simples correspondências de palavras, ela também envolve as traduções internas. Para além de estudos mais aprofundados no campo dos Estudos da Tradução, um dos autores que contribuem para essa compreensão é o Paul Ricoeur.

O filósofo compreende a tradução não como a procura por palavras que tenham omesmo significado em línguas diferentes, mas como uma transformação de uma forma em outra (RICOEUR, 2011). Ou seja, ele entende a tradução como um modo de dizer o mesmo de outra forma.

Na tentativa de fazer um texto ser compreensível dizemos ele de diferentes formas, "definimos, reformulamos, explicamos, procuramos dizer o mesmo de outro modo" (RICOEUR, 2011, p.51). Isso é o que o filósofo chama de tradução. Ora, é nisso que também consiste o trabalho dos tradutores e intérpretes de língua de sinais.

No caso das atuações em aulas de matemática, o trabalho do intérprete educacional incide em uma tradução interna e, posteriormente, em uma tradução externa.Isso acontece, pois, esses profissionais precisam distinguir em quais contextos as palavras, conceitos, símbolos e regras estão sendo ditas pelo professor (tradução interna), e posteriormente, em torná-lo compreensível em Libras para o estudante surdo (traduçãoexterna)

Entende-se a partir disso que interpretar uma aula de matemática tem suas particularidades, pois não se trata simplesmente de uma tradução entre a Língua Portuguesa e a Libras, ou vice-versa, mas também, entre a linguagem matemática. Não conhecer essa linguagem, torna, por si só, este trabalho ainda mais complexo.

No entanto, muitos intérpretes relatam que não têm conhecimentos no campo da matemática (CARVALHO, 2015). Isso pode interferir diretamente no ensino e aprendizagem do aluno surdo, pois, ele pode traduzir algum conceito matemático que ficará desprovido de sentido nessa área (CORREA; GÓES; GÓES, 2018).

Isso leva algumas pesquisas na área da educação inclusiva a destacarem que o atode interpretar, em qualquer área que seja, implica conhecer as linguagens envolvidas, o que "contribui para a compreensão do que foi dito e em como dizer na língua alvo; saberperceber os sentidos (múltiplos) expressos nos discursos" (LACERDA, 2010, p. 148).

O que se defende, portanto, é que o conhecimento no campo da matemática tendea contribuir nas atuações na área da matemática. Isso, não porque ele é responsável pelo processo de ensino do estudante surdo, mas para compreender o discurso do professor dematemática e conseguir construí-lo de maneira adequada em Libras para o aluno surdo.

Caminho metodológico

Em relação aos seus aspectos metodológicos, este trabalho se caracteriza como uma Análise Temática – AT conforme apresentado por Braun e Clarke (2006). Para tais

autoras, a "análise temática é um método para identificar, analisar e relatar padrões (temas) dentro de um conjunto de dados" (BRAUN; CLARKE, 2006, p.6, tradução nossa).

Este método de pesquisa tem como objetivo organizar os dados em **temas** de forma que possibilitem reflexões, interpretações e articulações capazes de auxiliar no entendimento sobre o objeto de estudo e a obter respostas para um problema de pesquisa.De acordo com Silva, Barbosa e Lima (2020, p.114), "um tema representa um nível de resposta padrão ou significado dos dados que está relacionado com as questões de pesquisa".

O instrumento metodológico usado para obter os dados da pesquisa foram questionários. Esses questionários foram disponibilizados por meio de formulário eletrônico e respondidos por 42 participantes do I FormaGepam em dois momentos: primeiro, durante a inscrição (um conjunto de 16 perguntas) e, posteriormente, ao final do curso para a avaliação do evento (5 perguntas).

Algumas dessas perguntas foram realizadas apenas para se obter um panorama sobre os participantes, por exemplo: idade, formação, se atuaram ou atuam em sala de aula, etc. Mas, por não ajudarem a responder, especificamente, o problema de pesquisa, não foram usados no processo de codificação e definição de temas.

Já as perguntas que tratam sobre: as dificuldades quanto à interpretação/traduçãode matemática em Libras, as formas de preparação para atuação, as contribuições do I

FormaGepam, as potencialidades, as fragilidades e as sugestões, formaram um conjunto de dados considerados, prioritariamente, em um processo de codificação e definição de temas.

Assim, a partir dos formulários de inscrição e avaliação os códigos identificados foram: *professor*, *dificuldade do aluno em matemática*, *materiais*, *conhecimento matemático*, *sinais*, *tempo*, *cursos*, *comunidade*, *internet*, *linguagem*, *professores surdos*,*abordar outros conteúdos*, *base para interpretação*, *distribuição dos encontros* e *plataforma*.

Diante desses códigos, chamou atenção a prevalência do código *sinais*, *conhecimento matemático* e *base para interpretação.* Esses códigos estavam associados a aspectos como: a falta e importância da criação de sinais para conceitos específicos da matemática e as dificuldades de compreender os termos específicos da disciplina. A relação entre esses códigos foi determinante para formar o primeiro tema de análise, a saber: *Interpretação do discurso matemático em Libras: criação de sinais econhecimento matemático.*

Além disso, no processo de codificação dos questionários foram identificados oscódigos *professor* e *linguagem*. Códigos esses associados aos relatos dos intérpretes quanto à falta de interação entre eles e os professores de matemática. O que, segundo os participantes, também acarreta em dificuldades de atuação nessa disciplina, principalmente, quando os professores não se preocupam com aspectos didáticos importantes para o ensino dos estudantes surdos, tais como, a atenção à linguagem e construção discursiva.

A partir desses apontamentos, tornou-se importante entender como ocorreu a relação entre intérpretes educacionais e professores durante o I FormaGepam, e como issopode ter contribuído positivamente para a formação dos intérpretes educacionais de Libras. Para isso, foi definido um segundo tema de análise, a saber: *A interação entre professores e intérpretes educacionais*.

Interpretação do discurso matemático em libras: criação de sinais e conhecimento matemático

A proposta do I FormaGepam foi pensada considerando, como já apontado em algumas pesquisas, as dificuldades dos intérpretes educacionais em relação àinterpretação/tradução de matemática em Libras. Uma dessas dificuldades, segundo os participantes, está na falta de *sinais* para muitos conceitos específicos da matemática.

Durante a organização do I FormaGepam já se esperava que alguns participantesiriam levantar essa discussão. No entanto, como já destacado anteriormente, seguindo ospressupostos assumidos pelo grupo, não é objetivo das formações promover a criação, imposição ou, até mesmo, propor algum tipo de padronização de sinais em Libras. O quese quer, na verdade, é contribuir para a reflexão sobre a construção do discurso matemático em Libras" (MACHADO; OLIVEIRA; 2022).

Essa proposta vai ao encontro de outra dificuldade apontada pelos participantes,a de compreender os termos específicos da matemática e interpretá-los para o estudante surdo. Pode-se observar com isso que, apesar de apontarem para a ausência de sinais, osparticipantes se dão conta de que o conhecimento matemático também é importante, poisos auxilia em suas escolhas tradutórias.

Destaca-se isso, pois, o sentido das palavras se constitui nos seus usos nalinguagem em diferentes contextos. Mas, só é possível diferenciar os usos dessas palavrasquando, em algum momento, esses contextos[127712] são apresentados.

Para ilustrar esse ponto, imagine que o professor explica que o "raio" de uma circunferência mede uma unidade. Se o intérprete não atentar que, nesse contexto, a palavra "raio" se refere ao nome dado a distância do centro a um ponto qualquer de umacircunferência, ele poderá fazer uma interpretação equivocada do discurso do professor oque, por consequência, pode interferir no ensino do estudante surdo.

É por essa razão também, e aqui está o ponto de interesse dessa discussão, que as dificuldades em relação às atuações de interpretação em aulas de matemática não serão resolvidas apenas com a criação ou padronização de sinais em Libras. Torna-se importante também que o intérprete esteja familiarizado com o discurso matemático paraconseguir elaborar estratégias de interpretação.

Tendo isso em vista, foi importante notar que foi quase unânime entre os participantes que o conhecimento matemático adquirido a partir da discussão conceitual no I FormaGepam pode auxiliá-los nas atuações em aulas de matemática. Isso fica evidente em muitos comentários, tal como o do participante 8, que diz:

"Sim. O curso ofereceu a retomada e esclarecimentos dos principais conceitos e operações, ajudando a construir a competência referencial que é uma das mais importantes para iniciar o processo de tradução/interpretação".

Com isso, uma das potencialidades do I FormaGepam, segundo os participantes, foi que a formação em matemática permitirá, durante as interpretações em aulas de matemática, que

[1277] As atividades que permeiam a linguagem, ou seja, os vários contextos na qual uma palavra pode ser utilizada, é o que Wittgenstein (2005) chama de Jogos de Linguagem. Ele utiliza em suas obras "para sereferir a atividades regradas, envolvendo não apenas palavras, como também sensações, objetos empíricos, interlocutores, ações etc.," (GOTTSCHALK, 2020, p. 04).

eles consigam escolher/elaborar as melhores estratégias de interpretação.

A interação entre professores e intérpretes educacionais

Atuar como intérprete educacional não deve ser um trabalho solitário. O trabalhodesses profissionais depende diretamente da parceria estabelecida com o professor. No entanto, de acordo com os participantes do I FormaGepam, muitos professores não se preocupam com a linguagem e construção discursiva. E também, não adotam posturas que favoreçam as atuações dos intérpretes durante as aulas.

Destaca-se, portanto, que os professores tomem consciência de que a comunicação entre eles e o aluno surdo só é possível pela mediação dos intérpretes. E porisso, de acordo Lacerda, Santos e Caetano (2011), os professores deveriam não só reconhecer a presença dos intérpretes, mas garantir posturas que favoreçam às suas atuações.

Nesse contexto, atentar para a linguagem e para a construção discursiva é fundamental. Cuidados como esses foram tomados pelos professores palestrantes do I FormaGepam. Grande parte dos encontros do grupo foi dedicada para o estudo e discussão sobre os conceitos trigonométricos e na forma de tratá-los com os intérpretes. Foi considerado em nessas discussões aspectos como: a linguagem do discurso, aexemplificação de termos, as possíveis confusões conceituais, a ordem dos conceitos discutidos e a construção de figuras. Esse trabalho pode ser observado no material de apoio (MACHADO; OLIVEIRA, 2022) que serviu como base para organizarmos o I FormaGepam.

Isso justifica, alguns participantes destacarem que a forma como os palestrantes abordaram o tema proposto foi uma das potencialidades do evento. De acordo com eles, os esforços dos palestrantes para abordar Trigonometria foram importantes para que eles compreendessem o conteúdo. Isso os levaram a sugerir que esse tipo de formação se estendesse para tratar de outros temas e áreas, como destacado no tópico anterior.

Conclusão

O Tradutor e Intérprete de Língua de Sinais – TILS que atua no meio educacionalé mais um profissional que vem para suprir a demanda da comunidade surda por acesso aos conhecimentos e informações nos espaços escolares. Quanto às discussões sobre à formação de intérpretes educacionais e as dificuldades enfrentadas por eles durante as atuações em aulas de matemática, geralmente, é proposto que essas formações se voltempara a capacitação em Libras e que as dificuldades de atuação na área da matemática estãona ausência de sinais para muitos conceitos específicos da disciplina.

Indo por outra direção, o Gepam vem organizando cursos que se voltam para a formação em matemática a partir de estudos conceituais, trata-se do *FormaGepam*. A primeira dessas formações teve como proposta de estudo alguns conceitos do conteúdo de Trigonometria e sempre pensando em formas de dialogar sobre esses conceitos com intérpretes educacionais.

Na pesquisa relatada aqui buscou-se responder a seguinte pergunta: Quais as potencialidades do I FormaGepam de acordo com a avaliação dos participantes do curso?Para responder essa pergunta foram definidos, a partir de uma Análise temática, dois temas.

No relatório de análise sobre o primeiro tema foi destacado que o sucesso das interpretações nas aulas de matemática não está associado à criação de sinais para conceitos específicos da matemática. Na avaliação do I FormaGepam os participantes perceberam que a discussão sobre conceitos matemáticos também tende a auxiliá-los na interpretação do discurso matemático em Libras em sala de aula.

Já no segundo tema de análise, destacou-se que o ensino do estudante surdo nãoé uma responsabilidade do intérprete, os professores precisam assumir práticas que auxiliem esses profissionais em sala de aula. Uma delas é atentar para a linguagem e construção discursiva a favor da atuação do intérprete e do ensino tanto dos alunos surdos quanto dos ouvintes. Essa foi outra potencialidade do I FormaGepam destacada pelos participantes.

Referências

BRAUN, V.; CLARK, V. Using thematic analysis in psychology. Qualitative Research,v. 3, n. 2, p. 77-101, 2006.

BRASIL. **Lei nº 12.319, de 1º de setembro de 2010**. Regulamenta a profissão de Tradutor e Intérprete da Língua Brasileira de Sinais - LIBRAS. Brasília: Presidência da República, 2010. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2007-2010/2010/lei/l12319.htm. Acesso em: 23 de mar. de 2021.

CAMPELLO, A. R.; REZENDE, P. L. F. Em defesa da escola bilíngue para surdos: a história de lutas do movimento surdo brasileiro. **Educar em Revista**, Curitiba, Edição Especial n. 2, p. 71-92, 2014. Disponível em: https://www.scielo.br/j/er/a/6KfHLbL5nN6MdTjjd3FLxpJ/?lang=pt. Acesso em 8 fev. 2022.

CARVALHO, D. C. T. de. **CALCULIBRAS: construindo um glossário deMatemática em**

Libras na Web. Dissertação (Mestrado Profissional em Diversidade e Inclusão). 2017. 99 f., Universidade Federal Fluminense, Niterói, 2017.

CORREA, V. de P.; GÓES, A. R. T.; GÓES, H. C. Desafios enfrentados por tradutores e intérpretes de libras nas aulas de matemática. **Revista Educação Especia**l, Santa Maria, v. 31, n. 61, p. 285-298, abr./jun. 2018. Disponível em: https://periodicos.ufsm.br/educacaoespecial. Acesso em: 14 set. 2021.

QUADROS, R. M. de. **O tradutor e intérprete de língua brasileira de sinais e língua portuguesa.** 2. ed. Brasília: MEC; SEESP, 2004. 94 p.

PORTO, N. dos S. G. A atuação dos TILS no processo de construção de sinais na área de conhecimento das ciências exatas– qualificando o ensino dos surdos. **Caderno de Letras,** Pelotas, nº 22, p. 201 – 220, jan./jul. 2014. Disponível em: https://periodicos.ufpel.edu.br/ojs2/index.php/cadernodeletras/article/view/4565. Acesso em 22 ago. 2021.

MACHADO, R. B.; OLIVEIRA, J. S. de. (Coord.) **Trigonometria. Coleção FOR-MA-TEMÁTICA: Matemática em Estudo.** Petrópolis, RJ: Arara Azul, 2022. Disponível em: https://editora-arara-azul.com.br/site/produtos/detalhes/134. Acesso em: 07 mai. 2022.

LACERDA, C. B. F. O intérprete educacional de língua no ensino fundamental: refletindosobre limites e possibilidades. *In:* LODI, A. C. B. et al. (org.). **Letramento e minorias**. Porto Alegre: Mediação, 2002.

LACERDA, C. B. F. Tradutores e intérpretes de Língua Brasileira de Sinais: formação eatuação nos espaços educacionais inclusivos. *In:* SEMINÁRIO NACIONAL EMPESQUISA EM EDUCAÇÃO ESPECIAL: FORMAÇÃO DE PROFESSORES

EM FOCO, 5, 2009, São Paulo. **Caderno de educação.** Pelotas: Fae/ppge/ufpel,2010. p. 133 - 153. Disponível em: www2.ufpel.edu.br. Acesso em: 31 ago. 2021.

LACERDA, C. B. F.; SANTOS, L. F. dos; CAETANO, J. F. Estratégias metodológicas para o ensino de alunos surdos. *In:* Coleção UAB – UFSCar. **Língua de Sinais Brasileira: uma introdução**. São Carlos: Departamento de Produção Gráfica daUSFCar, 2011. Disponível em: https://1library.org/document/q02097vy-colecao- ufscar-lingua-brasileira-sinais-libras-introducao-pedagogia.html. Acesso em: 05 out. 2021.

RICOEUR, Paul. **Sobre a Tradução**. Tradução de Patricia Lavelle. 1 ed. Editora UFMG,2011.

SILVA, M. R. da; BARBOSA, M. A. S.; LIMA, L. B. L. Usos e possibilidades metodológicas para os estudos qualitativos em administração: explorando a análise temática. **RPCA**, Rio de Janeiro, vol. 14, n. 1, p.111-123, 2020. Disponível em: https://periodicos.uff.br/pca/article/view/38405. Acesso em: 10 fev. 2022.

WITTGENSTEIN, Ludwig. **Investigações Filosóficas**. 4 ed. Petrópolis: Vozes;Bragança Paulista: Ed. Editora Universitária de São Francisco, 2005.

O estudante com Síndrome de Down e os avanços das políticas públicas educacionais brasileira

The Down Syndrome student and the advances in Brazilian public educational policies

El alumno con Síndrome de Down y los avances en las políticas educativaspúblicas brasileñas

Lilian Ramos da Silva[1278]
UESC
0000-0001-9491-3270

Sandra Maria Pinto Magina[1279]
UESC
0000-0003-0383-9744

Thiago Santos Cintra[1280]
UESC
0000-0002-9080-6547

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Educação Matemática e inclusão

Resumo

Aliar o processo de inclusão de alunos com Síndrome de Down (SD) na Educação Básicaé um desafio a ser estudado e vencido. Desde o final do século XX, pesquisadores têm discutido o que é, na prática, a inclusão no ambiente escolar. A partir dessa vertente, esteartigo objetiva discutir os preceitos legais da Educação Inclusiva, especificamente referente à matemática, buscando entender como esses preceitos dialogam com a concepção de ensino para alunos com SD no Brasil. O artigo divide-se em três seções: naprimeira apresentaremos um panorama geral sobre Educação Inclusiva no Brasil, destacando leis, decretos, estatutos e diretrizes que abordam este tema. Na seção seguinte, discorreremos sobre a SD, sua definição biológica e suas limitações. Por fim, na terceiraseção abordaremos o desenvolvimento e a aprendizagem do aluno com SD. O artigo conclui refletindo sobre a importância da formação docente para incluir os estudantes com SD nas aulas de Matemática.

Palavras-chave: Educação Matemática, Educação Inclusiva, Síndrome de Down, estudo bibliográfico.

[1278] liliangramos@hotmail
[1279] smpmagina@uesc.br
[1280] thiagosantoscintra@gmail.com

Abstract

Joining the inclusion process of students with Down Syndrome (DS) in Basic Educationis a challenge to be studied and overcome. Since the end of the 20th century, researchershave been discussing what inclusion at school environment is, in practice. From this perspective, this article aims to discuss the legal precepts of inclusive education, specifically regarding mathematics, trying to understand how these precepts dialogue with the conception of education for students with DS in Brazil. The article is divided into three sections: at first, we will present an overview of inclusive education in Brazil,highlighting laws, decrees, statutes and guidelines that address this issue. Next section, we will discuss DS, its biological definition and limitations. Finally, in the third section we will discuss the development and learning about the student with DS. The article concludes reflecting on the importance of teacher training to include DS students in mathematics classes.

Keywords: *Mathematics education, inclusive education, Down syndrome, literaturestudy.*

Resumen

Aliar el proceso de inclusión de alumnos con Síndrome de Down (SD) en la Educación Básica es un reto a estudiar y superar. Desde finales del siglo XX, los investigadores vienen debatiendo qué es, en la práctica, la inclusión en el entorno escolar. Desde esta perspectiva, este artículo pretende discutir los preceptos legales de la educación inclusiva,específicamente en lo que se refiere a las matemáticas, tratando de entender cómo estos preceptos dialogan con la concepción de la enseñanza para alumnos con SD en Brasil. Elartículo está dividido en tres secciones: la primera presentará una visión general de la educación inclusiva en Brasil, destacando las leyes, decretos, estatutos y directrices que abordan esta cuestión. En la siguiente sección, hablaremos de la SD, su definición biológica y sus limitaciones. Por último, en el tercer apartado abordaremos el desarrollo y aprendizaje del alumno con SD. El artículo concluye reflexionando sobre la importanciade la formación del profesorado para incluir a los alumnos con SD en las clases de matemáticas

Palabras-clave: Educación matemática, educación inclusiva, síndrome de Down, estudio bibliográfico.

Introdução

A SD é descrita como sendo a consequência de uma alteração genética, que podeocorrer durante ou imediatamente após a concepção. Segundo Mustacchi (2017), muitos ainda consideram a SD, como doença. O primeiro fator que deve ser esclarecido é o fatode que doença é algo que pode ser tratada ou curada, já a SD é uma alteração no cromossomo 21 que se manterá assim ao longo de toda vida da pessoa, não tendo nada aver com tratamento ou cura.

Há algumas características na pessoa que possui esta Síndrome que nos ajudam a reconhecê-la, tais como: cabeça mais arredondada, olhos puxados, boca pequena, orelhasem forma de concha e estatura baixa (PAIVA e cols, 2018). Do ponto de vista cognitivo,essas pessoas apresentam retardo intelectual, proveniente do número reduzido de neurônios (SAAD, 2003). Porém, de forma geral, a pessoa com SD pode viver uma vidaperfeitamente “normal” e tem condições de adquirir conhecimentos, desde que sejam feitas adaptações ao seu ritmo de aprendizado. O lugar apropriado para que se dê esse aprendizado é a escola. A questão que se coloca é: quão preparada está a escola para receber esse aluno?

A Educação Inclusiva só começou a ser discutida no mundo a partir da década de90, com a realização da Conferência em Jomtien, Tailândia (UNESCO, 1990). Esta tinhacomo objetivo garantir educação para todos. Após essa conferência, surge a Declaração de Salamanca (UNESCO, 1994), documento que versa sobre princípios, políticas e práticas na área das necessidades educativas especiais.

O objetivo deste artigo é promover uma discussão sobre os preceitos legais da Educação Inclusiva, especificamente referente à Matemática, buscando entender como esses preceitos dialogam com a concepção de ensino para alunos com SD no Brasil. Trata-se, portanto, de uma pesquisa bibliográfica e exploratória, que será realizada por meio daanálise de dispositivos legais e de pesquisas realizadas que abordam a inclusão. Será dividido em três seções: na primeira seção será apresentado um panorama geral sobre o que é Educação Inclusiva, destacando leis, decretos, estatutos e diretrizes que abordam este tema no Brasil. Na seção seguinte, iremos discorrer sobre a SD, sua definição biológica e suas limitações. Por fim, trataremos de como se dá a inserção, o desenvolvimento e a aprendizagem do aluno com SD nas escolas.

Legislação brasileira

A partir da década de 1990, como já apresentado, a Educação Especial começou a ser mais discutida no Brasil em decorrência de eventos internacionais. Nos próximos parágrafos serão apresentados os principais documentos em ordem cronológica que versam sobre Educação Especial em sua publicação inicial. Alguns já não possuem mais validade e já foram substituídos, porém na época de aprovação foram muito importantespara assegurar os direitos das pessoas com deficiência.

O Estatuto da Criança e do Adolescente - ECA (BRASIL, 1990) – é um mecanismo que propicia à infância e à juventude em situações vulneráveis políticas públicas voltadas para sua segurança, proteção e desenvolvimento. Para os profissionaisda educação é um instrumento muito importante, pois apresenta orientações ao sistema educacional a ser seguidas nas ações pedagógicas. Este mesmo documento garante que "é dever do Estado assegurar à criança e ao adolescente atendimento educacional especializado aos portadores de deficiência, preferencialmente na rede regular de ensino"(BRASIL, 1990, acessado em 30/06/20221). Mais adiante o referido documento ainda garante "Às famílias com crianças e adolescentes com deficiência terão prioridade de atendimento nas ações e políticas públicas de prevenção e proteção" (BRASIL, 1990, acessado em 30/06/2022).

Deve-se destacar que o ECA se refere à pessoa com deficiência com o termo "portador". Este termo tem sido muito questionado na atualidade e hoje o entendimento é que ele não deve ser mais utilizado, pois uma pessoa não tem como portar/carregar eventualmente uma deficiência. Em que pese à terminologia em desuso, o que importa aqui é a preocupação, pelo menos em termos documentais, com a inclusão do estudante deficiente.

Poucos anos depois surgiu o documento intitulado Política Nacional de Educação Especial – PNEE (BRASIL, 1994). Ele orienta o processo de "integração instrucional", no que se refere às classes comuns do ensino regular, para aqueles que: "(...) possuem condições de acompanhar e desenvolver as atividades curriculares programadas do ensinocomum, no mesmo ritmo que os estudantes ditos normais" (BRASIL, 1994, acessado em 28/06/2022). Este documento é considerado um retrocesso, porque muitos alunos não atendiam aos requisitos e assim essa política retirava boa parte dos alunos com deficiênciadas salas regulares, conduzindo-os para as escolas especiais.

A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional - LDB (BRASIL, 1996) é a primeira Lei brasileira a possuir um capítulo dedicado apenas à Educação Especial, capítulo V, tornando-a uma modalidade de ensino. Entendemos por Educação Especial, para os efeitos desta Lei, "a modalidade de educação escolar oferecida preferencialmentena rede regular de ensino, para educandos com deficiência, transtornos globais dodesenvolvimento e altas habilidades ou superdotação" (BRASIL, 1996, acessado em 27/06/2022). Foi a partir da LDB, promulgada em 1996, que se passou a denominar comoEducação Especial a área da educação destinada a alunos com deficiência. Nesse momento deixamos de usar a educação para a integração como citada no PNEE (BRASIL,1994).

O Decreto N° 7611 (BRASIL, 2011) revoga o Decreto Nº 6.571 (BRASIL, 2008)que dispõe sobre a Educação Especial, o atendimento educacional especializado e dá outras providências. Portanto, a partir de 2011 fica determinado: "a garantia de um sistema educacional inclusivo em todos os níveis, sem discriminação e com base na igualdade de oportunidades"; "aprendizado ao longo de toda a vida"; "não exclusão do sistema educacional geral sob alegação de deficiência"; "garantia de ensino fundamentalgratuito e compulsório, asseguradas adaptações razoáveis de acordo com as necessidades individuais"; "oferta de educação especial preferencialmente na rede regular de ensino" (BRASIL, 2011, acessado em 25/06/2022).

Em 2015 é instituída a Lei Brasileira de Inclusão da Pessoa com Deficiência (Estatuto da Pessoa com Deficiência) - LBI (BRASIL, 2015), destinada a assegurar e a promover, em condições de igualdade, o exercício dos direitos e das liberdades fundamentais por pessoa com deficiência, visando à sua inclusão social e cidadania.

A LBI define a pessoa com deficiência, explicando que:

> "Considera-se pessoa com deficiência aquela que tem impedimento de longo prazo de natureza física, mental, intelectual ou sensorial, o qual, em interação com uma ou mais barreiras, podeobstruir sua participação plena e efetiva na sociedade em igualdade de condições com as demais pessoas" (BRASIL, 2015, acessado em 30/06/20221).

Essa Lei traz avanços importantíssimos para as pessoas com deficiência. Entre eles podemos citar a proibição de cobranças a mais em escolas de alunos com deficiência,seja nos valores das mensalidades, seja em matrículas; as penas para crimes de preconceito e discriminação tornaram-se maiores; os planos de saúde agora são proibidosde cobrar valores a mais ou de não aceitar pacientes por causa de sua deficiência.

Dentre as pessoas com alguma deficiência, destaco aquelas com SD, deficiência essa que pertence ao grupo da deficiência mental, que atualmente é chamada como intelectual. De acordo com um documento publicado pela FIOCRUZ:

> "A AAMR e DSM-IV, pode-se definir deficiência mental comoo estado de redução notável do funcionamento intelectual inferior à média, associado a limitações pelo menos em dois aspectos do funcionamento adaptativo: comunicação, cuidados pessoais, competência domésticas, habilidades sociais, utilização dos recursos comunitários, autonomia, saúde e segurança, aptidões escolares, lazer e trabalho" (FIOCRUZ, acessado em 30/06/2022).

Síndrome de Down

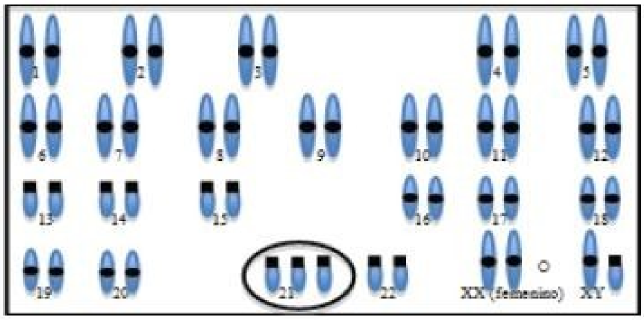
Dentre as pessoas que possuem alguma deficiência existem as com SD, que pertencem ao grupo da deficiência intelectual, descrita como sendo uma anomaliagenética, que pode ocorrer com todas as famílias, pois não existem fatores que comprovem a ocorrência desta anomalia. Todo o desenvolvimento, ~~e~~ a maturação do organismo e inclusive a cognição do indivíduo são alterados.

Segundo Schwartzman (2007) essa alteração genética caracteriza-se pela presençade um cromossomo 21 extra nas células do corpo. Porém, temos 3 classes diferentes de SD, sendo a Translocação, o Mosaico e a Trissomia 21.

A Translocação é identificada no cariótipo não como um cromossomo livre e sim translocado (montado/ligado) a outro cromossomo, mais frequentemente a translocação envolve o cromossomo 21 e o cromossomo 14. Ocorre entre 3 a 4% dos casos de SD (BRASIL, 2013, acessado em 20/06/2022). O Mosaico é detectado entre 1 a 2% dos casosde SD, é também de ocorrência casual e caracteriza-se pela presença de umas duas linhagens celulares, uma normal com 46 cromossomos e outra trissômica com 47cromossomos sendo o cromossomo 21 extra livre (BRASIL, 2013, acessado em 20/06/2022). A Trissomia Simples significa que ao invés do indivíduo apresentar dois cromossomos 21, ele apresenta três, ocorrem em 95% dos casos com SD (BRASIL, 2013,acessado em 20/06/2022). Tornando-se a classe mais recorrente entre os casos, segue abaixo uma ilustração do que seria a Trissomia 21.

Figura 1.

Trissomia Simples



Fonte: https://www.massgeneral.org/children/down-syndrome/sindrome-de-down-trisomia-21 acessado em 28/09/2022

Atualmente existem exames que detectam se o feto possui a Síndrome. Este é realizado por meio da coleta de uma amostra de sangue materno do qual são retirados fragmentos de DNA fetal. O teste rastreia o DNA do bebê para procurar problemas cromossômicos específicos (PAIVA et al, 2018).

Pessoas com SD apresentam maior probabilidade de desenvolver alguns problemas de saúde, como: deficiência intelectual, hipotonicidade (falta de força muscular) e dificuldades motoras de gravidade variáveis; problemas de audição, respiração, visão e fala; distúrbios do sono; obesidade; doença cardíaca estrutural (cardiopatia congênita) e diabetes. Contudo, de acordo com as Diretrizes de atenção à pessoa com Síndrome de Down (2013) oferecida pelo Ministério da Saúde, a expectativade vida das pessoas com SD aumentou consideravelmente a partir da segunda metade doséculo XX, devido aos progressos na área da saúde, principalmente da cirurgia cardíaca.Perguntamo-nos também se, somado aos avanços da área da saúde, esse aumento na longevidade não perpassa pelos avanços biológico, cognitivo, integrativo e de estimulação que as pessoas com essa Síndrome vêm obtendo nas últimas décadas.

A aprendizagem do aluno com Síndrome de Down

No que diz respeito à aprendizagem de alunos com SD, sabe-se que eles possuemum desenvolvimento diferente dos demais, uma de suas características é o atraso na mielinização, que consiste na dificuldade em processar cobre e zinco, influenciando no entender, organizar e manter as informações no cérebro.

Em geral, pessoas com SD têm habilidades cognitivas abaixo da média, muitas vezes com Deficiência Intelectual de leve a moderada. No domínio cognitivo, sugere-se que todo aprendizado comece pelo concreto, buscando orientações visuais para contribuirna apropriação do conhecimento. Segundo Fonseca (2009, p.121):

> “A aprendizagem da pessoa com síndrome deDown ocorre num ritmo mais lento. A criança demora mais tempo para ler,escrever e fazer contas. No entanto, a maioria das pessoas com essa síndrometem condições de ser alfabetizada e realizar operações lógico-matemáticas”.

Entende-se que o ensino da matemática para alunos com SD é bastante complexodevido a abstrações que são necessárias a serem feitas. No entanto, o desenvolvimento, ou não, do aluno com SD depende muito mais dos profissionais que trabalham com ele do que por si. De acordo com Glat e Ferreira (2003) “nossos professores não foram preparados, tanto pedagógica como psicologicamente, para lidar com alunos com diferentes necessidades individuais”. Devido a esta falta de preparo, muitos supõem quenão é possível transmitir um conhecimento para estes alunos por conta da demora em suaaprendizagem comparado a de outros, dificultando assim, a sua aprendizagem.

Para que este estudante se sinta de fato inserido em sua sala de aula, seus professores precisam pensar em preparar atividades adaptadas para ele, que aborde o mesmo tema trabalhado em aula, mas com problemas menos complexos. De acordo comYokoyama (2014, p. 24) “Há evidências de que as pessoas com síndrome de Down têm uma deficiência na memória de curto prazo”. Assim, para otimizar sua aprendizagem, o ideal seria desenvolver os conceitos matemáticos com materiais manipuláveis e lúdicos, uma forma de conciliar a aprendizagem com entretenimento.

Já Lorenzato (2006) argumenta que o uso de diversos materiais didáticos não implica, por si só, na aprendizagem dos alunos. É preciso que sua utilização favoreça a construção dos conhecimentos, promovendo um avanço no desenvolvimento intelectual desse aluno. Nesse sentido, são considerados materiais didáticos, qualquer objeto útil noprocesso de ensino e aprendizagem. Esta ideia do referido autor abre possibilidades bemamplas de criação autoral por parte do professor na busca do recurso didático e percurso metodológico mais adequado que garanta, efetivamente, aprendizagem matemática aosestudantes com SD.

Voltando a Yokoyama (2012), este constatou que existem poucos trabalhos que envolvem matemática e pessoas com SD. Em sua tese, o referido autor tinha por objetivo identificar a influência dos organizadores genéricos na aquisição do conceito de número relacionado à quantidade de até 10 elementos de conjuntos discretos com alunos com SD. Participaram deste estudo oito crianças e adolescentes com SD, quatro dos participantes são adolescentes de 12 a 19 anos, alunos da Associação de Pais e Amigos dos Excepcionais do Rio de Janeiro (APAE-RIO) e outros quatro são crianças de 5 a 6 anos cujos pais são membros de um grupo virtual do site YAHOO intitulado RJDOWN.

Yokoyama (2012) empregou métodos associados com Design Experiments que foi dividido em duas etapas. Na primeira, o foco principal foi à elaboração de duas atividades que pudessem servir como base para a construção de entendimento mais profundo de números naturais. Na segunda etapa, foi realizada uma análise detalhada dasinterações de três dos participantes. Em suas considerações finais, esse autor nos mostra que a interação de conceitos e procedimentos foi uma forma viável de se obter uma melhor compreensão do conceito de número. Modificaram-se conceitos e procedimentos,para ampliar a imagem conceitual do número. Por fim, conclui que cada indivíduo é único, em relação ao procedimento de contagem apresenta uma alternativa ao ensino tradicional com ênfase na repetição e mostrou que com atividades planejadas/adaptadas às necessidades de cada um, o aluno com SD pode sim aprender.

Já o estudo realizado por Tabaka et al (2021) teve por objetivo analisar as estratégias usadas por cinco estudantes com SD frente a situações do campo conceitual aditivo, utilizando matérias multissensoriais. O 1º estudante estava com sete anos, o 2º eo 3º estavam com oito anos; o 4º estava com 14 anos e o 5º estudante estava com 17 anos.As implementações das atividades foram organizadas em etapas, sendo que as cinco primeiras foram destinadas a identificar os conhecimentos que os estudantes possuem relacionados à Aritmética e a sexta etapa apresentou situações que possuem tipologias diferentes. A etapa 6 foi a principal dessa investigação e consistiu de na apresentação de situações-problema do campo aditivo. Em relação aos problemas apresentados, em sua maioria foi necessário transformá-los em problemas de contagem para que os alunosconseguissem resolvê-los.

Tabaka e cols. (2021) concluem que cabe ao professor entender as característicasda SD, compreender o nível que o estudante está e entender as relações matemáticas quecorrespondem a cada estratégia necessária para a resolução de situações do campo conceitual aditivo. Esses pesquisadores finalizam afirmando que ainda existe um grande desafio aos docentes com relação ao ensino de Matemática para estudantes com SD e diante desta realidade, é essencial que haja aprofundamento nas pesquisas já desenvolvidas sobre o tema.

Conclusão

Neste artigo apresentamos um panorama geral sobre o que é Educação Inclusiva, apontando sua evolução desde os anos de 1990. Destacando leis, decretos, estatutos e diretrizes que abordam este tema no Brasil. Na sequência, discorremos sobre a SD, tantodo ponto de vista da biologia quanto dos aspectos cognitivos. Por fim, discutimos como se dá a inserção, o desenvolvimento e a aprendizagem do aluno com SD nas escolas.

O que se pode constatar é que, em que pese a falta de profissionais preparados para trabalhar com esses alunos devido a lacunas em suas formações, podemos considerarque houve um grande avanço nos dispositivos e normativos legais. Entende-se que para que o processo de aprendizagem desse grupo de alunos seja bem-sucedido é necessário que as disposições legais andem par a par com a formação dos docentes que receberão oaluno com SD em suas salas de aula.

Do ponto de vista da pesquisa, em especial aquela que investiga a aprendizagem matemática de alunos com SD, essa ainda é em número muito reduzido no Brasil. Tal carência vem estimulando os autores deste artigo a querer desenvolver um estudo de natureza empírica com essa população de estudantes. De fato, o objetivo do estudo será o de investigar sobre o surgimento e desenvolvimento do raciocínio multiplicativo (a partir de situações que explorem a adição repetida) em estudantes com SD.

Por fim, reconhece-se que estudar o conhecimento matemático de estudantes comSD é um desafio. E se entende que há um longo caminho a ser percorrido pelos docentes na direção de saber como atuar para favorecer a aprendizagem dos alunos comdeficiência, especialmente, com SD.

Referências

BRASIL. Lei nº. 8.069 de 13 de julho de 1990. Estatuto da Criança e do Adolescente – ECA. Rio de Janeiro: Expressão e Cultura, 1990. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l8069.htm . Acesso em: 17/05/2022.

BRASIL. Política Nacional de Educação Especial. Brasília: Ministério da Educação e Cultura. Secretaria de Educação Especial, 1994. Disponível em: https://inclusaoja.files.wordpress.com/2019/09/polc3adtica-nacional-de- educacao-especial-1994.pdf. Acesso em: 17/05/2022.

BRASIL. Lei Federal nº. 9394 de 20 de dezembro. Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Diário Oficial da República Federativa do Brasil. Brasília, 1996. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l9394.htm. Acesso em:17/05/2022.

BRASIL. Decreto nº. 7611 de 17 de novembro de 2011. Brasília: Dispõe sobre a educação especial, o atendimento educacional especializado e dá outras providências, 2011. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2011-2014/2011/decreto/d7611.htm. Acesso em: 17/05/2022.

BRASIL. Ministério da Saúde. Secretaria de Atenção à Saúde. Departamento de Ações Programáticas Estratégicas. Diretrizes de atenção à pessoa com Síndrome de Down / Ministério da Saúde, Secretaria de Atenção à Saúde, Departamento de Ações Programáticas Estratégicas. – 1. ed., 1. reimp. – Brasília: Ministério da Saúde, 2013. Disponível em: https://bvsms.saude.gov.br/bvs/publicacoes/diretrizes_atencao_pessoa_sindrome_down.pdf. Acesso em: 17/05/2022.

BRASIL. Lei n°. 13.146, de 6 de julho de 2015. Lei Brasileira de Inclusão da Pessoa com Deficiência. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2015-2018/2015/Lei/L13146.htm. Acesso em: 18/05/2022.

FIOCRUZ. (2022) Deficiência Mental. Disponível em: http://www.fiocruz.br/biosseguranca/Bis/infantil/deficiencia-mental.htm. Acesso em: 27/09/2022.

FONSECA, C. S. A Aprendizagem da Matemática pela pessoa com Síndrome de Down. Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao PROFMAT/UFG, 2019. Disponível em: https://bit.ly/3u0ZuWe. Acesso em: 01/07/2021.

GLAT, R.; FERREIRA, J. R. Panorama Nacional da Educação Inclusiva noBrasil. *Relatório de consultoria técnica,* Banco Mundial, 2003. Disponível. em:http://www.acessibilidade.net/at/kit2004/Programas%20CD/ATs/cnotinfor/Relatorio_Inclusiva/pdf/Educacao_inclusiva_Br_pt.pdf. Acesso em: 27/09/2022.

LORENZATO, Sérgio (org.). O Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores. 1ª. Ed. Campinas, SP: Autores Associados, p. 3-37, 2006 (Coleção Formação de Professores).

PAIVA, C. F, et al. Síndrome de Down: etiologia, características e impactos na família. Interação em Psicologia, São Paulo 6.2 (2018): 167.

SAAD, Suad Nader. Preparando o caminho da inclusão: dissolvendo mitos e preconceitosem relação à pessoa com Síndrome de Down. 1o ed. São Paulo: Vetor, 2003.

SALEH, N. Síndrome de Down: tudo que você precisa saber, 24/03/2017. Disponível em: https://revistacrescer.globo.com/Sindrome-de-Down/noticia/2017/03/sindrome- de-down-tudo-que-voce-precisasaber.html#:~:text=A%20defini%C3%A7%C3%A3o%20de%20s%C3%ADndrome%20remete,d%C3%A1%20o%20nome%20de%20hipotonia. Acesso em 27/09/2022.

SÍNDROME de Down Trisomía 21. Massachusetts General Hospital, 2013. Disponível em: https://www.massgeneral.org/children/down-syndrome/sindrome-de-down- trisomia-21. Acessado em: 28/09/2022.

TABAKA, N. E. W.; BORGES, F. A.; NOGUEIRA, C. M. I.; MORAN, M. Estratégias matemáticas de estudantes com síndrome de Down diante de situações do Campo Conceitual Aditivo. Disponível em: https://www.reveduc.ufscar.br/index.php/reveduc/article/view/4437/1144. Acesso em 27/09/2022.

UNESCO. Declaração mundial sobre educação para todos e plano de ação para satisfazeras necessidades básicas de aprendizagem. Jomtien, Tailândia: UNESCO, 1990. Disponível em: https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000086291_por.Acesso em: 27/09/2022.

UNESCO. Declaração de Salamanca sobre Princípios, Política e Práticas na Área das Necessidades Educativas Especiais. Genebra. Espanha. UNESCO, 1994. Disponível em: https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000139394. Acesso em: 08/06/2022.

YOKOYAMA, L. A. Uma abordagem multissensorial para o desenvolvimento do conceito de número natural em indivíduos com síndrome de Down. (Tese de Doutorado). Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo, Brasil. 2012.

YOKOYAMA, L. A. Matemática e síndrome de Down. Rio de Janeiro: Ciência ModernaLtda, 2014.

Atitudes no aprendizado de matemática e gênero: relações para estudantes de Engenharia

Attitudes in mathematics learning and gender: relationships for engineeringstudents

Actitudes en el aprendizaje de las matemáticas y género: relaciones paraestudiantes de ingeniería

Anna Regina Corbo Costa[1281]
Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca (CEFET-RJ)
0000-0002-6430-8114

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Educação Matemática e inclusão.

Resumo

A atitude e percepção do aluno diante de uma disciplina são alguns dos fatores que oferecem a motivação necessária para seu aprendizado. Discursos culturais em relação à matemática pregam que ela é difícil ou que homens são naturalmente melhores que mulheres em matemática e raciocínio lógico. Este trabalho investiga a relação existente entre a Matemática e o estudante de Engenharia, numa abordagem por gênero, com o objetivo de mensurar a importância dessa relação na formação acadêmica e pessoal do aluno. Para isto, utilizou-se como instrumento o MAPS (Mathematics Attitudes and Perceptions Survey), um formulário padronizado com 32 afirmações, desenvolvido na University of British Columbia (EUA) em 2016. O MAPS visa perceber a existência de uma relação entre aprendizagem e afinidade de um aluno com a Matemática. Estas afirmações são separadas em categorias que tratam de habilidades matemáticas relacionadas à confiança, solução de problemas, maturidade, interesse, vida real, coerência, entre outras. O formulário foi aplicado em um grupo de 104 alunos de segundoe terceiro anos de várias habilitações de Engenharia em uma instituição pública brasileira. Os resultados foram tratados estatisticamente de modo a relacionar as respostas obtidas com o padrão esperado para o bom ambiente de aprendizagem matemática onde foi verificado não haver diferença estatística entre os gêneros. O estudo apresentou dados pertinentes que permitem concluir a existência de um vínculo entre o desempenho do aluno e de sua relação de afinidade com a Matemática. Por outro lado, o gênero não seriarelacionado às dificuldades ou facilidades apresentadas pelos respondentes.

Palavras-chave: Aprendizagem matemática, ansiedade matemática, MAPS, gênero.

[1281] anna.costa@cefet-rj.br

Abstract

The student's attitude and perception of a subject are some of the factors that provide the necessary motivation for its learning. Cultural discourses regarding mathematics preach that it is difficult or even that men are naturally better than women at mathematics and logical reasoning. This work investigates the relationship between mathematics and the engineering student, in a gender approach, with the objective of measuring the importanceof this relationship in the academic and personal formation of the student. For this, MAPS(Mathematics Attitudes and Perceptions Survey) was used as an instrument, a standardized form with 32 statements, developed at the University of British Columbia (USA) in 2016. MAPS aims to understand the existence of a relationship between learning and a student's affinity with Mathematics. These statements are separated into categories that deal with math skills related to confidence, problem solving, maturity, interest, real life, consistency, and others. The form was applied to a group of 104 second-and third-year students of various engineering qualifications in a Brazilian public institution. The results were treated statistically to relate the responses obtained with the expected standard for a good mathematics learning environment, where it was verified that there was no statistical difference between genders. The study presented relevant data that allow concluding the existence of a link between the student's performance and his affinity with Mathematics. On the other hand, gender would not be related to thedifficulties or facilities presented by the respondents.

Keywords: Mathematics learning, math anxiety, MAPS, gender.

Resumen

La actitud y la percepción del alumno sobre una materia son algunos de los factores que aportan la motivación necesaria para su aprendizaje. Los discursos culturales sobre las matemáticas predican que es difícil o incluso que los hombres son naturalmente mejoresque las mujeres en matemáticas y razonamiento lógico. Este trabajo investiga la relaciónentre las Matemáticas y el estudiante de ingeniería, en un enfoque de género, con el objetivo de medir la importancia de esta relación en la formación académica y personal del estudiante. Para ello se utilizó como instrumento MAPS (Mathematics Attitudes and Perceptions Survey), un formulario estandarizado con 32 afirmaciones, desarrollado en la Universidad de British Columbia (EE.UU.) en 2016. MAPS tiene como objetivo comprender la existencia de una relación entre el aprendizaje y la afinidad de unestudiante con la Matemática. Estas declaraciones están separadas en categorías que tratan sobre habilidades matemáticas relacionadas con la confianza, la resolución de problemas, la madurez, el interés, la vida real, la consistencia, entre otros. El formulario fue aplicado a un grupo de 104 estudiantes de segundo y tercer año de diversas carreras de ingeniería en una institución pública brasileña. Los resultados fueron tratados estadísticamente con el fin de relacionar las respuestas obtenidas con el estándar esperadopara un buen ambiente de aprendizaje de matemáticas, donde se verificó que no existió diferencia estadística entre géneros. El estudio presentó datos relevantes que permiten concluir la existencia de un vínculo entre el desempeño del estudiante y su afinidad con la Matemática. Por otro lado, el género no estaría relacionado con las dificultades o facilidades que presentan los encuestados.

***Palabras clave*:** Aprendizaje matemático, ansiedad matemática, MAPS, género.

Introdução

O desenvolvimento da aprendizagem global não depende somente de fatores de ordem genética, nem tão pouco de aspectos ambientais, mas sim da associação dos fatores biopsicossociais (KREBS, 2001) levando-se em consideração fatores afetivos e emocionais. Especificamente no aprendizado de matemática é cada vez mais crescente omovimento de formular estratégias para reduzir as dificuldades apresentadas pelos alunos em resolver problemas como novos métodos de ensino ou novos materiais de ensino.

No entanto, também é importante considerar a atitude dos alunos em relação à matemática. Várias pesquisas apontam a importância das atitudes e disposição dos alunospara aprender matemática (ALVES et al., 2016; MARMITT et al., 2015; ROCHA, 2103).Defende-se a ideia de que a questão do comprometimento dos alunos com relação a sua aprendizagem está impregnada de diferentes fatores dentre eles os citados por Lester (1980): interesse, motivação, confiança e a perseverança que são componentes do domínio afetivo.

No caso particular da engenharia, a matemática desempenha um papel importante, uma vez que está ligada a diversas áreas primordiais da vida cotidiana. Vários aspectos da atividade de engenharia compreendem a formulação de problemas e a escolha de métodos adequados para resolvê-los. Independentemente da área, os conceitos matemáticos são essenciais na formação de engenheiros, seja na compreensão de diferentes conceitos, seja no conhecimento específico da sua aplicabilidade. Durante o curso, os estudantes aprendem e consolidam os princípios básicos de matemática para resolver problemas práticos, reforçando o conhecimento de conceitos matemáticos, em áreas como estatística, métodos numéricos, otimização e simulação, dentre outros.

Apesar da matemática constituir uma disciplina-base na admissão a cursos de engenharia, são identificadas inúmeras dificuldades por parte dos estudantes desses cursos. Vários estudos evidenciam as dificuldades sentidas pelos estudantes na transferência dos conhecimentos matemáticos para o contexto da Engenharia (ver, por exemplo: FADALI et al., 2004; GYNNILD et al., 2005). Da experiência de muitos professores do ciclo básico resulta o reconhecimento de que as notas dos estudantes revelam dificuldades e questões motivacionais que poderão ir muito além doconhecimento matemático necessário.

Diversos pesquisadores têm se dedicado a analisar as atitudes, principalmente dos professores, e seus impactos no processo de aprendizagem matemática. No entanto, são mais raras as investigações com estudantes em especial com alunos de graduação. Dentreos estudos quantitativos existentes podemos citar o realizado com alunos deAdministração em Gottschall & Garcia-Bayonas (2008), com alunos de Biologia em Flanagan & Einarson (2017) e para alunos de Engenharia por Alves et al. (2016) e Corboet al. (2020).

Segundo Carmo & Ferraz (2012) a cultura ocidental, em particular no Brasil, nos ensina, desde crianças, alguns discursos em relação à matemática: (a) matemática é umaciência exata e lógica; (b) matemática é difícil, muito difícil; (c) matemática não é para qualquer pessoa; (d) é preciso estudar muito para aprender matemática; (e) homens são naturalmente melhores que mulheres em matemática e em estudos que envolvem matemática e raciocínio lógico. Para os autores, crescer ouvindo essas regras, nas relaçõessociais e nas mídias em geral, teria um efeito danoso na formação e diferenciação dos papéis sexuais, onde as atitudes diante da matemática se formariam desde cedo.

Apesar de ser um tema ainda pouco estudado, a escassa literatura não entra em consenso sobre haver diferença de desempenho e de atitudes de homens e mulheres dianteda matemática (FOX, 1977; PEREZ, 2005; DELGADO-MONGE et al., 2020, dentre outros). No entanto, todos os estudos indicam que essas diferenças possivelmente se naturalizaram, isto é, não são diferenças dadas biologicamente para os sexos, masdifundidas por meio de regras sociais e fortalecidas por meio de contingências que passaram a sutilmente diferenciar padrões de desempenho entre homens e mulheres.

Deste modo, o presente estudo visa analisar quantitativamente um grupo de estudantesde Engenharia de uma instituição de ensino superior pública brasileira buscando a relação das atitudes em relação ao aprendizado de matemática e o gênero dos participantes utilizando o instrumento MAPS desenvolvido por Code et al. (2016). O objetivo é tentaridentificar se há características emocionais mais presentes nas respostas de determinado gênero, atentando para o tipo de curso e as relações sociais já estabelecidas a que estesjovens estão inseridos quando se trata do aprendizado de matemática.

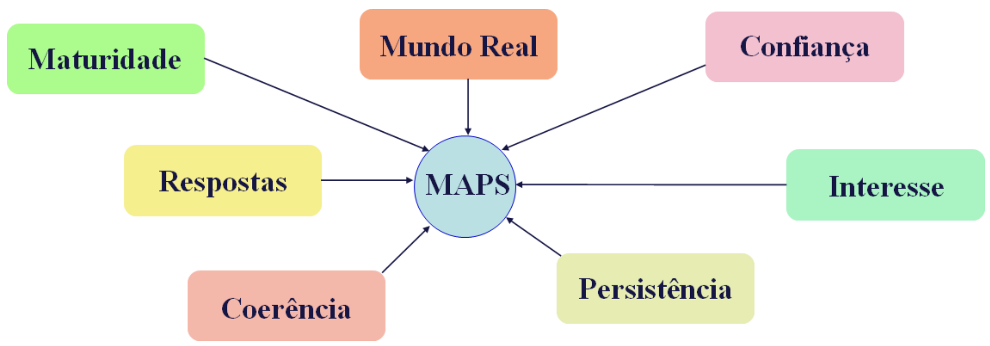
Mathematics Attitudes and Perceptions Survey (MAPS)

O questionário MAPS desenvolvido por CODE et al. (2016) na University of British Columbia com enfoque no aprendizado de matemática de alunos de graduação em bacharelados relacionados à STEM (science, technology, engineering and mathematics). Inicialmente o MAPS foi projetado com base no questionário CLASS (Colorado Learning Attitudes about Science Surveys) desenvolvido na Universidade do Colorado por Adamset al. (2006) e aplicado, inicialmente, ao campo da Física, visando perceber a existência de uma relação entre aprendizagem e afinidade de um aluno com a ciência em geral. O objetivo principal do MAPS é analisar quantitativamente a relação emocional dos alunoscom a matemática.

O questionário consiste em uma sequência de afirmações separadas em categorias que tratam de habilidades matemáticas relacionadas à confiança, solução de problemas, maturidade, interesse, relações da matemática com o mundo real, coerência e natureza das respostas. Desta forma, pode-se verificar em quais áreas os alunos têm suas perspectivas mais próximas ou afastadas de um padrão favorável à aprendizagem pré- estabelecido por especialistas.

Figura 1.

Esquema de categorias analisadas pelo questionário MAPS.



Fonte: autores (2022)

O questionário é padronizado com 32 afirmações. Estas afirmações foram aleatoriamente apresentadas aos participantes do estudo de modo que não fosse possível,durante a coleta de dados, observar um padrão de intenção. Das 32 afirmações, 30 se encaixam em uma das sete categorias citadas na Figura 1, uma não possui categoria e a afirmação restante (sentença número 19) é uma afirmação filtro para controle dos que efetivamente participaram da pesquisa e sem importância teórica para o estudo. As afirmações foram organizadas segundo a Tabela 1 e o conteúdo de cada uma dasafirmações foi livremente traduzido de Code et al. (2016) pelos autores e o original está disponibilizado em [https://bit.ly/3fvGBHN].

Tabela 1.

Organização das afirmações nas categorias do estudo. Adaptado de Code et al. (2016)

Categoria	Número das afirmações
Maturidade	5, 6, 22, 31
Relações com o mundo real	13, 15, 21, 25
Confiança	1, 14, 17, 20
Interesse	12, 26, 32
Persistência	8, 10, 24, 29
Coerência	3, 4, 11, 18, 23
Natureza das respostas	2, 7, 9, 16, 28, 30
Sem categoria	27

As afirmações e o gabarito oficial foram construídos com base em um consenso da opinião de vários professores especialistas por processo descrito em Code et al .(2016).As opções de resposta seguem a escala Likert, variando entre 1 – Discordo Fortemente,2 - Discordo, 3 - Neutro, 4 - Concordo e 5 - Concordo Fortemente. Para a correção dos questionários padronizou-se que, caso o gabarito indicasse a resposta (2 - Discordo), as respostas (1 – Discordo Fortemente) e (2- Discordo) dos alunos seriam consideradas corretas. Do mesmo modo, caso o gabarito indicasse (4- Concordo), as respostas (4- Concordo) e (5-Concordo Fortemente) seriam consideradas corretas.

Materias e métodos

Este estudo foi desenvolvido com alunos de graduação em Engenharia de uma instituição pública de ensino superior da cidade do Rio de Janeiro durante o ano de 2019. Os cursos de Engenharia da instituição seguem as seguintes ênfases: Engenharia Ambiental, Automação, Civil, Elétrica, Eletrônica, Mecânica, Produção e Telecomunicações.

Para a realização do estudo foi aplicado a este grupo de alunos o questionário MAPS descrito na seção 1.1. O questionário era identificado e foi aplicado de modo online, ao fim do primeiro e do segundo semestre de 2019. As afirmações foramagrupadas de acordo com o que se desejava avaliar dentre as categorias citadas na seção1.1.

Foram coletados 114 questionários nos dois semestres de 2019. No entanto, 10 formulários foram descartados por motivos diversos (não atendiam ao perfil desejado, haviam marcado erroneamente a questão filtro e/ou outros motivos), totalizando 104 amostras para a análise. Considerando que, no ano de 2019, segundo dados do Departamento de Registro Acadêmico, a instituição contava com 2050 alunos matriculados nos cursos de Engenharia, o erro amostral tolerável da pesquisa é aproximadamente de 9,5%.

O perfil dos alunos participantes consistia em alunos que estivessem, no mínimo,no terceiro semestre e já aprovados em cálculo diferencial e integral 1. Deste modo, suponha-se por parte dos entrevistados um certo grau de maturidade.

Os alunos classificaram privadamente as afirmações e os dados coletados foram explorados posteriormente. Analisou-se o somatório das respostas que seguiam o padrão, gerando um percentual de acertos por categoria.

Resultados

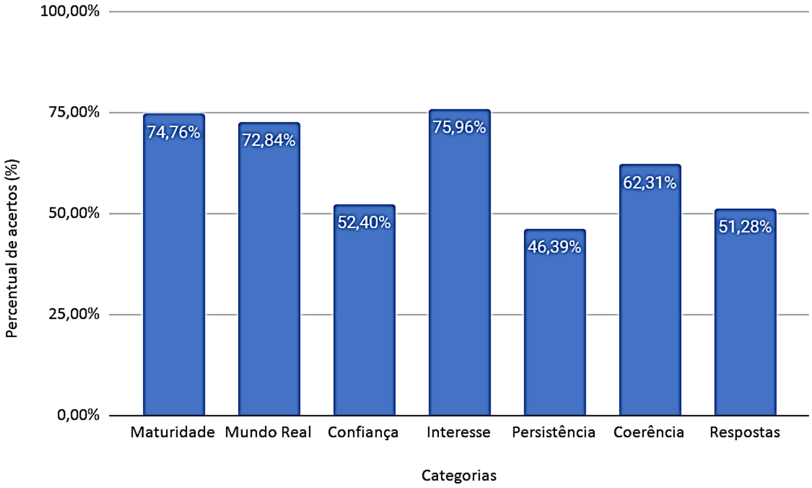
Existem muitas pesquisas investigando as atitudes, as concepções e as crenças dos estudantes em relação à matemática. Os dados variam de estudo para estudo, dependendodas variáveis analisadas. Segundo Marmitt et al. (2015), o tipo de escola, as questões culturais dos países, o grau de ensino investigado, a idade dos estudantes, por exemplo, pode contribuir para as divergências encontradas. O objetivo de nossa pesquisa é mensurar como as categorias de cunho socioemocional aqui listadas impactam nasatitudes dos alunos da instituição durante o processo de aprendizagem de matemática.

Nesta pesquisa, foram analisados 104 questionários respondidos voluntariamentepor alunos de graduação de todos os cursos de Engenharia da instituição. Na amostra, 26,9% dos entrevistados eram do sexo feminino e 73,1% eram do sexo masculino. A divisão amostral vem de encontro ao obtido por Ferreira et al. (2021) onde é descrito umlevantamento histórico sobre o total de alunos matriculados na mesma instituição e obtém-se que o percentual histórico médio de mulheres matriculadas nos cursos de Engenharia de 27,8% contra 72,2% de homens.

A partir desta amostra é possível observar no Gráfico 1 que, de modo geral, os alunos apresentaram bons níveis de acerto nas categorias *Maturidade*, *Relações com mundo real*e *Interesse* (todos acima de 70% de correspondência). Por outro lado, as categorias *Confiança* e *Natureza das respostas* apresentaram desempenho mediano (52,4% e 51,28% de acertos respectivamente). Além disso, detectou-se um baixo nível de *Persistência* com somente 46,39% de acertos entre os entrevistados.

Figura 2.

Percentual de respostas corretas, por categoria.



Na Tabela 2 é apresentado o percentual de alinhamento com a resposta padronizada para cada categoria, por gênero. Nela é possível interpretar que as mulheresse mostraram mais maduras, interessadas, persistentes e com melhor raciocínio lógico. Por outro lado, os respondentes do sexo masculino mostraram deter de maior compreensão da aplicabilidade da matemática no mundo real. De modo a verificar se as proporções obtidas eram significativamente diferentes aplicou-se um intervalo de 95% deconfiança para diferença de proporções, para cada categoria. Ele indicou que, em todas as categorias, os resultados seriam estatisticamente iguais.

Tabela 2.
Percentual de acerto em cada categoria, dividido por gênero.

Categoria	Feminino	Masculino
Maturidade	77,68%	73,68%
Mundo Real	69,64%	74,01%
Confiança	51,79%	52,63%
Interesse	78,57%	75,00%
Persistência	50,00%	45,07%
Lógica	64,29%	61,58%
Respostas	56,55%	49,34%

Uma vez que desde 2012 está em vigor no Brasil a Lei nº12.711, que estabelece osistema de cotas para acesso às instituições públicas federais de ensino superior, é de conhecimento geral a existência de subgrupos dentro da população feminina que podem representar outras minorias sociais em cursos da área de exatas como mulheres negras, de baixa renda ou provenientes de escola básica pública. Na Tabela 3 é apresentado um recorte ainda mais específico com o objetivo de determinar se existem diferenças nas atitudes frente ao processo de aprendizagem matemática entre mulheres provenientes dosistema de cotas e mulheres que tenham acessado a instituição por vagas de ampla concorrência. Na amostra total, 47 alunos eram cotistas. Este recorte foi realizado a partirda amostra de 28 mulheres participantes do estudo, onde 8 eram cotistas. De modo a verificar se as proporções obtidas eram significativamente diferentes aplicou-se um intervalo de 95% de confiança para diferença de proporções, para cada categoria. Ele indicou que a única categoria cujo resultado seria estatisticamente diferente entre mulheres cotistas e não-cotistas seria a de Interesse.

Tabela 3.
Percentual de acerto em cada categoria, dividido por gênero.

	Sexo feminino	
Categoria	**Cotistas**	**Não-cotistas**
Maturidade	65,6%	73,8%
Mundo Real	71,9%	68,8%
Confiança	46,9%	51,3%
Interesse	45,8%	81,7%
Persistência	43,8%	52,5%
Lógica	55,0%	64,3%
Respostas	60,4%	55,0%

Conclusões

A partir da análise dos resultados, pode-se afirmar que, em geral, os alunos entrevistados apresentam interesse pela matemática, no entanto, não se sentem confiantes. Dos resultados baixos apontados pela categoria *Persistência*, podemos associar a falta deconfiança à baixa motivação e estímulo para o desenvolvimento das habilidades relacionadas à matemática.

Quanto a diferença entre os gêneros, o estudo não é conclusivo, mas aponta para uma pequena diferença favorável ao sexo feminino em categorias como maturidade, persistência e interesse; e favorável ao sexo masculino na categoria que relaciona a aplicabilidade da matemática ao mundo real. Essas diferenças podem ser explicadas em termos culturais e não como um traço biológico diferenciador, um exemplo seria a categoria Confiança, onde a diferença foi inferior a 1 ponto percentual entre os sexos.

Quanto a diferença entre mulheres que pertencem a alguma cota social e aquelas que não pertencem, o estudo indica que em categorias como coerência, persistência e maturidade houve mais ajuste ao padrão de respostas para mulheres não-cotistas; já em categorias que medem a percepção do aluno sobre a aplicabilidade da matemática, como Mundo real e

Respostas, os resultados são favoráveis a mulheres cotistas. Porém, estes resultados seriam estatisticamente iguais. Somente a categoria *Interesse* tem maior percentual de respostas alinhadas ao padrão esperado para mulheres não-cotistas, de modo expressivo. Deste modo, como uma primeira análise, podemos concluir que mulheres cotistas lidam com questões relacionadas à autoconfiança como serem menos persistentes, confiantes e maduras, no entanto enxergam melhor a finalidade da matemática dentro do curso escolhido. A dificuldade emocional certamente impacta negativamente no interesse pela matemática.

Numa análise qualitativa, podemos observar que mesmo com parâmetros semelhantes em muitos aspectos dentre as mulheres e homens que escolheram a engenharia, a porcentagem delas ainda é muito inferior à de homens dentre os matriculados no curso. Isto corrobora com a hipótese de que as atitudes diante da matemática se formariam desde muito cedo criando, possivelmente, um efeito danoso na formação e diferenciação dos papéis sexuais que culminaria no desinteresse das mulheres pelas ciências exatas.

Por fim, os dados indicam uma necessidade de desenvolvimento de programas que possam auxiliar estudantes tanto na superação de equívocos relacionados à matemática e ao gênero, quanto na superação das dificuldades geradas pela ansiedade à matemática. De todo modo, todos os alunos participantes mostraram-se otimistas para desenvolver suas habilidades, que, na visão deles, tem atuação bastante extensível no cotidiano.

Referências

ADAMS, W.K., PERKINS, K.K., PODOLEFSKY, N.S., et al. New Instrument for Measuring Student Beliefs about Physics and Learning Physics: The Colorado Learning Attitudes About Science Survey. **Physical review special topics- physics education research**, v. 2, n. 1, p. 010101, 2006.

ALVES, M.; COUTINHO, C.; ROCHA, A. M.; RODRIGUES, C. Fatores que influenciam a aprendizagem de conceitos matemáticos em cursos de engenharia: um estudo exploratório com estudantes da Universidade do Minho. **Revista Portuguesa de Educação**, 29(1), pp. 259-293, 2016.

CARMO, João dos S. ; FERRAZ, Ana Claudia Toledo. Ansiedade relacionada à matemática e diferenças de gênero: uma análise da literatura. **Psicologia da Educação**, n. 35, p. 53-71, 2012.

CODE, W; MERCHANT, S.; MACIEJEWSKI, W.; THOMAS, M.; LO, J. The Mathematics Attitudes and Perceptions Survey: an instrument to assess expert- like views and dispositions among undergraduate mathematics students. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, 47:6, p. 917-937, 2016.

CORBO, A. R.; RIBEIRO, A. E.; CARIA . Análise quantitativa das atitudes de estudantesde engenharia no processo de aprendizagem matemática. In: XLVIII Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia (COBENGE). Caxias do Sul, 2020.

DELGADO-MONGE, I.; CASTRO-MARTINEZ, E.; PEREZ-TYTECA, P. Estudio comparativo sobre ansiedad matemática entre estudiantes de Costa Rica yEspaña. **Educare**, Heredia , v. 24, n. 2, p. 296-316, Aug. 2020 .

FADALI, M., VELASQUEZ-BRYANT, N.; ROBINSON, M. Work in progress – Is attitude toward mathematics a major obstacle to engineering education? In: 34thASEE/IEEE Frontiers in Education Conference. Savannah, GA, 2004.

FERREIRA, M. ; CORBO, A. R. ; PASTORE, D.; RODRIGUES, J.; FREITAS, B. Evasão e Gênero: Análise da Representatividade Discente Feminina no Cefet/RJ. **Tecnologia & Cultura (CEFET/RJ),** v. 37, p. 15-24, 2021.

FLANAGAN, K. M.; EINARSON, J. Gender, math confidence, and grit: Relationships with quantitative skills and performance in an undergraduate biology course. **CBE—Life Sciences Education**, v. 16, n. 3, p. ar47, 2017.

FOX, L. H. The effects of sex role socialization on mathematics participation and achievement. In: L. H. Fox & J. Sherman (Orgs.). Women and mathematics: research perspectives for change. Washington, DC: National Institute of Education, 1977.

GYNNILD, V.; TYSSEDAL, J.; LORENTZEN, L. Approaches to study and the qualityof learning: Some empirical evidence from engineering education. **Int J Math Educ Sci Technol**, 3, 587-607, 2005.

GOTTSCHALL, H.; GARCÍA-BAYONAS, M. Student attitudes towards group work among undergraduates in business administration, education and mathematics. **Educational Research Quarterly**, v. 32, n. 1, p. 3, 2008.

KREBS, R. J. Novas Tendências para o estudo do desenvolvimento humano. **Coleção Prata da Casa (UFMA)**, São Luís-MA, n. 11, p. 93-108, 2001.

LESTER, F. K. Problem solving: Is it a problem. **Selected issues in mathematics education**, v. 36, 1980.

MARMITT, V. R.; MORAES, J. F. D.; BASSO, N. R. As atitudes e as crenças em relaçãoà matemática: reflexos no processo de ensino e aprendizagem. **Propostas interativas na educação científica e tecnológica.** Porto Alegre: EDIPUCRS, 2015. 188 p.

PÉREZ, A. I. The impact of mathematics anxiety, gender, and mathematics achievementon ontogenetic indicators for hispanic/latino students in higher education mathematics classes. Tese de Doutorado, Texas A & M University, 2005.

ROCHA, L.; GUELLER, M. Fatores que permeiam o comprometimento dos alunos na aprendizagem da Matemática. In: I Congreso de Educacion Matematica de America Central y Caribe, 2013, Republica Dominicana: Santo Domingo. **Anais**.Santo Domingo, 2013.

Qual o sinal em libras? Uma problematização do enunciado sobre a falta de sinais em libras para o ensino de matemática para pessoas surdas

What is the sign in libras? A problem of the statement about the lack of signs in libras for the teaching of mathematics for deaf people

¿Cuál es el signo en libras? Un problema de la afirmación sobre la falta de señales en libras para la enseñanza de matemáticas para personas sordas

Djeison Machado[1282]
Secretaria de Estado da Educação de Santa Catarina
0000-0002-5450-8745

Rosilene Beatriz Machado[1283]
Universidade Federal de Santa Catarina
0000-0002-9621-7380

Janine Soares de Oliveira[1284]
Universidade Federal de Santa Catarina
0000-0002-9166-507X

Modalidade: Comunicação Científica
Núcleo Temático: Educação Matemática e inclusão

Resumo

Neste texto compartilharemos algumas reflexões que são oriundas das discussões e leituras realizadas no Grupo de Estudos e Pesquisas em Alteridade e Educação Matemática (GEPAM) sobre o papel da linguagem e dos sinais em LIBRAS para o ensino de matemática para pessoas surdas. Em nossa pesquisa iniciada recentemente, queremos investigar como o enunciado que fala da falta de sinais em LIBRAS para ensinar matemática se consolidou como um problema na Educação Matemática. O referencial teórico e metodológico adotado é a análise do discurso foucaultiana e por se tratar de uma pesquisa em estágio inicial, ainda não há resultados a serem apresentados. Todavia, nossos estudos e reflexões nos levam a apostar que é na construção discursiva em Língua Portuguesa que as questões de ensino e aprendizagem de matemática para pessoas surdas podem ser ressignificadas, pois para ensinar e aprender matemática os glossários e sinalários não são suficientes (talvez nem sejam necessários).

Palavras-chave: Educação Matemática, pessoas surdas, sinais em LIBRAS, falta de sinais, análise do discurso foucaultiana.

Abstract

[1282] djeisonmachado@gmail.com
[1283] rosibmachado@gmail.com
[1284] janinemat@gmail.com

In this text we will share some reflections that come from the discussions and readings carried out in the Group of Studies and Research in Alterity and Mathematics Education (GEPAM) on the role of language and signs in LIBRAS for teaching mathematics to deaf people. In our recently started research, we want to investigate how the statement that talks about the lack of signs in LIBRAS to teach mathematics has consolidated itself as a problem in Mathematics Education. The theoretical and methodological framework adopted is the Foucauldian discourse analysis and because it is an early stage research, there are still no results to be presented. However, our studies and reflections lead us to bet that it is in the discursive construction in Portuguese that the issues of teaching and learning mathematics for deaf people can be re-signified, because to teach and learn mathematics, glossaries and signs are not enough (perhaps not even are needed).

Keywords: Mathematics Education, deaf people, signs in LIBRAS, lack of signs, Foucauldian discourse analysis.

Resumen

En este texto compartiremos algunas reflexiones que surgen de las discusiones y lecturas realizadas en el Grupo de Estudios e Investigaciones en Alteridad y Educación Matemática (GEPAM) sobre el papel del lenguaje y los signos en LIBRAS para la enseñanza de las matemáticas a las personas sordas. En nuestra investigación recién iniciada, queremos indagar cómo el enunciado que habla de la falta de signos en LIBRAS para enseñar matemáticas se ha consolidado como un problema en la Educación Matemática. El marco teórico y metodológico adoptado es el análisis del discurso foucaultiano y por tratarse de una investigación en etapa inicial, aún no hay resultados para presentar. Sin embargo, nuestros estudios y reflexiones nos llevan a apostar que es en la construcción discursiva en portugués que las cuestiones de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para personas sordas pueden ser resignificadas, porque para enseñar y aprender matemáticas, los glosarios y los signos no son suficientes (tal vez ni siquiera sean necesarios).

Palabras clave: Educación Matemática, personas sordas, signos en LIBRAS, carencia de signos, análisis del discurso foucaultiano.

Do lugar que partimos

Neste texto compartilharemos algumas inquietações sobre o enunciado que circula no campo da Educação Matemática que fala da falta de sinais em LIBRAS específicos para ensinar matemática para as pessoas surdas. As reflexões que apresentaremos são oriundas das discussões e leituras realizadas no Grupo de Estudos e Pesquisas em Alteridade e Educação Matemática (GEPAM), que motivam uma pesquisa iniciada recentemente.

Não é difícil encontrarmos em diferentes espaços discursos que afirmam como as pessoas surdas aprenderiam, como deveríamos ensiná-las e quais são os problemas enfrentados por professores e pesquisadores. Como apontou Vasconcelos (2010, p. 2), alguns dos principais entraves para o ensino da matemática das pessoas surdas são:

1) Poucos Professores de Matemática são surdos;

2) Os professores de surdos continuam usando as metodologias feitas para ouvintes, o que dificulta o desenvolvimento do aprendizado dos surdos;

3) **Falta de sinais específicos de Matemática em LIBRAS**;

4) Dificuldade em reconhecer as quatro operações Matemáticas;

5) Surdos sempre ficam prejudicados em Sala de Aula por dificuldades óbvias de Comunicação. (grifos nossos).

Camini (2019), realizou um mapeamento nos anais da primeira até a décima segunda edição do Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM) e constatou que as produções publicadas sobre a Educação Matemática para surdos convergem

> [...] para três pontos chave: o primeiro é que o ensino do surdo deve se estabelecer através da LIBRAS; o segundo a necessidade de exploração de recursos e metodologias visuais no ensino de matemática para surdos; e o terceiro é uma **crítica à falta de sinais específicos para conteúdos dentro da matemática** [...]. (CAMINI, 2019, p. 51, grifos nossos).

É frequente que a falta de sinais em LIBRAS diretamente correspondentes às palavras em Língua Portuguesa, em particular das palavras do vocabulário matemático, entre na lista de dificuldades apontadas em trabalhos acadêmicos. Mas, se pensarmos bem, não deveria ser a falta de sinais em LIBRAS específicos para a matemática um fator que dificultasse a aprendizagem de pessoas surdas, pois se assim fosse, os ouvintes não teriam dificuldades para aprenderem conceitos da matemática, haja vista que o vocabulário matemático é completo na Língua Portuguesa.

Assim, com a pesquisa que iniciamos[1285] buscamos encontrar caminhos que nos levem a uma melhor compreensão sobre como o enunciado sobre a falta de sinais em LIBRAS se consolidou na Educação Matemática como um problema para ensinar matemática para pessoas surdas[1286].

As bússolas que escolhemos para nos mover

Nos caminhos e descaminhos das pesquisas acadêmicas, optamos por seguir as formulações foucaultianas, pois elas nos fornecem ferramentas para investigarmos o dito

[1285] Pesquisa de doutorado no Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica (PPGECT/UFSC), desenvolvida pelo primeiro autor deste texto, iniciada em agosto de 2022, sob a orientação da Profa. Dra. Rosilene Beatriz Machado, e coorientação da Profa. Dra. Janine Soares de Oliveira.

[1286] Entendemos que ensinar matemática para pessoas surdas é algo complexo e atravessado por outras questões tão importantes (se não mais) que o problema da falta de sinais em LIBRAS. Mas, para este momento, estamos focados em apenas uma questão, pois estamos convencidos de que esse "apenas" já nos permitirá "muitas coisas" para investigar.

através dos discursos. Em um mundo forjado e marcado por disputas de poder, "o discurso não é simplesmente aquilo que traduz as lutas ou os sistemas de dominação, mas aquilo porque, pelo que se luta, o poder do qual nós queremos apoderar" (FOUCAULT, 2014, p. 10). Analisar os discursos é uma das possibilidades que temos para compreender as relações de poder que nos afetam para depois, então, podermos refletir sobre como mudar a nossa realidade.

> Para compreender melhor como Foucault trata o discurso e as práticas (discursivas) que colocam o discurso em movimento, é útil entender o caráter atributivo que ele confere à linguagem. Em vez de ver a linguagem como um instrumento que liga o nosso pensamento à coisa pensada, ou seja, como um instrumento de correspondência e como formalização da arte de pensar, Foucault assume a linguagem como constitutiva do nosso pensamento e, em consequência, do sentido que damos às coisas, à nossa experiência ao mundo. (VEIGA-NETO, 2016, p. 89).

Como explicou Veiga-Neto (2016), Foucault entendeu que através do que dizemos construímos o que dizemos. Utilizar as ferramentas foucaultianas para analisar discursos é, portanto, uma escolha teórico-metodológica capaz de provocar reflexões a partir da análise das coisas que são ditas. Para Foucault o discurso está presente em tudo o que fazemos e dizemos, repleto de intenções dos sujeitos que os proferem, por isso há muito tempo observamos como ele surge e o poder que damos a ele (FOUCAULT, 2014). Além disso "[...] o discurso, longe de ser esse elemento transparente ou neutro [...], fosse um dos lugares onde elas exercem, de modo privilegiado, alguns de seus mais temíveis poderes." (FOUCAULT, 2014, p. 9). Ou seja, Foucault nos alertou que os privilégios obtidos pelo discurso dados por nós pelos poderes que o atribuímos, são capazes de produzir temíveis efeitos sobre nós, pois produzem verdades sobre o que dizem, carregadas de intencionalidades. Nas palavras de Foucault:

> [...] existem, ao nosso redor, muitos discursos que circulam, sem receber seu sentido ou eficácia de um autor ao qual seriam atribuídos: conversas cotidianas, logo apagadas; decretos ou contratos que precisam de signatários mas não de autor, receitas técnicas transmitidas no anonimato. Mas nos domínios onde a atribuição a um autor é de regra – literatura, filosofia, ciência – vê-se bem que ela não desempenha sempre o mesmo papel; na ordem do discurso científico, a atribuição a um autor era, na Idade Média, indispensável, pois era um indicador de verdade. Uma proposição era considerada como recebendo de seu autor seu valor científico. (FOUCAULT, 2014, p. 25-26).

Com Foucault buscarmos fazer uma leitura sobre a Educação Matemática, em particular sobre a constituição do problema relacionado a falta de sinais em LIBRAS para ensinar matemática para pessoas surdas e os efeitos de verdade que produzem sobre nós. Nossa investigação não pretende buscar verdades escondidas, nem qualificar ou desqualificar o que se diz ou o que se faz, busca tão somente promover reflexões e apontamentos para mudarmos o que aí está posto. (OKSALA, 2011).

O caminho que forjaremos

Em sua obra *Arqueologia do Saber* (2002), Foucault apresentou uma forma analítica de investigar os discursos e apontou como os discursos ao redor dos saberes influenciaram a realidade e modificaram os saberes (SARTORI, 2015). Na aula inaugural no *Collège de France*, em 1960, Foucault fez uma ligação entre suas obras como *História da Loucura, As palavras e as coisas* e *Arqueologia do saber* sobre as práticas discursivas e os poderes que as permeiam e aponta certas exigências de método. Nesta aula, Foucault disse:

> [...] Há, sem dúvida, em nossa sociedade e, imagino, em todas as outras, mas segundo um perfil e facetas diferentes, uma profunda logofobia, uma espécie de temor surdo desses acontecimentos, dessa massa de coisas ditas, do surgir de todos esses enunciados, de tudo o que possa haver aí de violento, de descontínuo, de combativo, de desordem, também, e de perigoso, desse grande zumbido incessante e desordenado do discurso. E se quisermos, não digo apagar esse temor, mas analisá-lo em suas condições, seu jogo, seus efeitos, é preciso, creio, optar por três decisões às quais nosso pensamento resiste um pouco, hoje em dia, e que correspondem aos três grupos de funções que acabo de evocar: questionar nossa vontade de verdade; restituir ao discurso seu caráter de acontecimento; suspender, enfim, a soberania do significante. (FOUCAULT, 2014, p. 47-48).

Foucault nos convidou a olhar para o discurso de forma diferente do que costumamos fazer: sem buscar uma verdade absoluta; compreendendo que o discurso é algo que ocorre em um determinado momento histórico, que surge no embate dos acontecimentos que o produzem e passam, muitas vezes, por processos de legitimação da ciência e dos valores sociais vigentes; sem dobrar-se para a autoridade da voz de quem preferiu o discurso. Assim, escolher um lugar de circulação de discursos em uma análise foucaultiana não é algo irrefletido ou aleatório. É necessário um lugar que atenda aos requisitos das formulações foucaultianas, pois “[...] a ‘verdade’ é centrada na forma do discurso científico e nas instituições que o produzem; [...] é produzida e transmitida sob o controle, não exclusivo, mas dominante, de alguns grandes aparelhos políticos ou econômicos, universidade, [...], meios de comunicação” (GOES, 2015, p. 32).

Neste sentido, as produções do Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM) se alinham com as formulações foucaultianas, pois estão em um lugar qualificado, produtor de verdades para o campo da Educação Matemática. Será a partir dos ditos nos trabalhos publicados nos anais dos ENEMs que pretendemos forjar o *córpus* de análise da nossa pesquisa.

Abaixo apresentamos dois excertos[1287] presentes em trabalhos publicados nos anais do XII ENEM, que exemplificam a presença do enunciado que trata dos problemas para o ensino de matemática de pessoas surdas causados pela falta de sinais específicos em LIBRAS.

> Além disso, outro aspecto importante sinalizado nas respostas dos entrevistados é a urgência em criar sinais específicos para as disciplinas e seus termos, como é o caso da matemática e o ensino de polinômios. Para um dos professores "no que tange então às barreiras enfrentadas durante o ensino e a aprendizagem da Matemática, tenho percebido sob certa forma que muitos termos não possuem sinais específicos. Necessitamos de sinais, mas não o temos". Essa é uma preocupação dos professores surdos, criar novos sinais que auxiliem na prática pedagógica e em especial, na disciplina de matemática. (GUIMARÃES e MATHIAS, 2016, p. 6).

> Primeiramente fez-se necessário o estudo do conceito, posteriormente teve-se a preocupação de como explicar para o aluno surdo, sendo realizadas pesquisas dos sinais existentes relacionados aos termos específicos, como os catetos oposto e adjacentes e a hipotenusa, porém nada foi encontrado, sendo feitas adequações destes, juntamente com o bolsista surdo. (FRANZIN, ZWAN e ROSISKI, 2016, p. 6-7).

Na análise dos enunciados numa perspectiva foucaultiana, não nos cabe imaginar ou investigar algo oculto que possa estar por trás do discurso, devemos ficar no nível das coisas ditas. "Ao perguntarmos sobre o dito [...], encontramos, para além do autor, do sujeito que preexiste ao discurso, instâncias dispersas que definem quem pode falar, em que conjunturas ou domínios institucionais" (SARTORI, 2015, p. 39).

> Nesse caso, até mesmo os silêncios são apenas silêncios, para os quais não interessa procurar preenchimentos; eles devem ser lidos pelo que são e não como não-ditos que esconderiam um sentido que não chegou à tona do discurso. Metodologicamente, isso é ao mesmo tempo mais fácil e mais difícil. Mais fácil, porque não envolve todo um conjunto de operações linguísticas e analíticas que as demais análises do discurso exigem. Mais difícil por que é preciso se "ater ao que efetivamente é dito, *apenas à inscrição do que é dito*", sem imaginar o que poderia estar contido nas lacunas e silêncios. (VEIGA-NETO, 2016, p. 97-98, grifos do autor).

Assim, lançaremos mão do arcabouço teórico-metodológico deixado por Foucault para a análise do discurso que nos propomos realizar, sempre considerando que os discursos apresentam caráter de acontecimento, que eles ocorrem de formas descontínuas, que são violências que fazemos às coisas a que se referem, e que devem ser analisados de acordo com as possibilidades em seus entornos que os permitiram existir.

Há um pote de ouro no fim dessa viagem?

[1287] Os excertos extraídos dos trabalhos que serão analisados na pesquisa estão circunscritos para se diferenciarem de outras citações deste texto.

Como dito inicialmente, estamos iniciando uma pesquisa para investigar as questões relacionadas ao enunciado sobre a falta de sinais em LIBRAS para ensinar matemática para pessoas surdas. Entendemos, provisoriamente, que há outros enunciados que se entrelaçam com este que queremos analisar, tal como, por exemplo, aquele que afirma sobre a necessidade de recursos visuais para que as pessoas surdas possam aprender.

Acreditamos que não basta apenas termos um nome para um objeto matemático ou um vocábulo específico para que possamos compreender os conceitos matemáticos. Antes disso, nossos estudos e discussões no GEPAM nos levam a apostar que é a boa construção do discurso em Língua Portuguesa que propicia melhores condições para a construção do discurso em Libras em salas de aula inclusivas (MACHADO & OLIVEIRA, 2022). Assim, para ensinar e aprender matemática os glossários e sinalários não são suficientes (talvez nem sejam necessários).

Referências

CAMINI, L. *Educação Matemática para surdos: Uma análise das publicações do Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM).* Trabalho de Conclusão de Curso, UFSC. Florianópolis, 2019.

FOUCAULT, M. *A ordem do discurso: aula inaugural no Collège de France, pronunciada em 2 de dezembro de 1970*. 24ª edição. São Paulo: Edições Loyola, 2014.

FOUCAULT, M. *A arqueologia do saber*. Rio de janeiro: Forense Universitária, 2002.

FRANZIN, R. F.; ZWAN, L. D.; ROSISKI, A. M. A educação de surdos e o contexto tecnológico: uma experiência com a lousa digital. *In: Anais XII Encontro Nacional de Educação Matemática*. XII Encontro Nacional de Educação Matemática. São Paulo, 2016.

GÓES, A. *Tornar o aluno crítico: enunciado (in)questionável no discurso da Educação Matemática*. Dissertação de Mestrado, UFSC. Florianópolis, 2015.

GUIMARÃES, M. M.; MATHIAS, C. V. Ausência e necessidade de sinais adequados ao ensino de matemática para surdos. *In: Anais XII Encontro Nacional de Educação Matemática*. XII Encontro Nacional de Educação Matemática. São Paulo, 2016.

OKSALA, J. *Como ler Foucault*. Rio de Janeiro: Zahar, 2011.

MACHADO, R. B.; OLIVEIRA, J. S. de. *Tenho um estudante surdo! E agora? A importância de uma boa construção discursiva por parte do professor [de matemática]*. No prelo. 2022.

SARTORI, A. S. T. *O lúdico na educação matemática escolar: efeitos na constituição do sujeito infantil contemporâneo*. Dissertação de Mestrado, UFSC. Florianópolis, 2015.

VASCONCELOS, M. C. A experiência no ensino e aprendizagem matemática para alunos surdos. *In: Anais X Encontro Nacional de Educação Matemática*. X Encontro Nacional de Educação Matemática. Salvador, 2010.

VEIGA-NETO, A. *Foucault & a Educação*. 3ª edição. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2016.

Enunciados sobre o Ensino de Matemática para estudantes cegos: revisitando entrevistas com professores

Utterances about Teaching Mathematics to blind students: revisiting interviews with teachers

Enunciados sobre la enseñanza de las matemáticas a estudiantes ciegos: revisión de entrevistas con professores

Luí Fellippe da Silva Bellincantta Mollossi[1288]
Universidade Federal de Santa Catarina
0000-0001-6756-6234

Daiana Zanelato dos Anjos[1289,1290]
Secretaria de Estado da Educação de Santa Catarina
0000-0001-5844-805X

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Educação Matemática e Inclusão

Resumo

Este trabalho tem por objetivo apresentar os primeiros movimentos de uma pesquisa de doutorado desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica (PPGECT) da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC). Parte-se de alguns fragmentos de uma pesquisa realizada anteriormente, em nível de mestrado. O foco da então pesquisa era a elaboração de um Produto Educacional (PE), especificamente um material concreto que facilitasse o ensino de equações do primeiro grau para estudantes cegos. Para isso, seguiu-se um percurso teórico-metodológico específico. Dentre as etapas, foram realizadas entrevistas com professores de matemática do Instituto Benjamin Constant (IBC), que é uma instituição de referência na área da deficiência visual. Neste momento, o escopo deste artigo é discorrer e ponderar sobre a caminhada de pesquisa transcorrida até aqui, pensar sobre os deslocamentos que estão sendo operados e retornar às entrevistas dos professores com intuito de evidenciar os enunciados sobre os processos de ensino e aprendizagem de matemática dos estudantes cegos que emergem nessas falas.

Palavras-chave: Ensino e aprendizagem de Matemática, Professor, Enunciado, Cego.

Abstract

This work aims to present the first movements of a doctoral research developed in the Graduate Program in Scientific and Technological Education of the Federal University of Santa Catarina. It starts with some fragments of a research carried out previously, at master's level. The focus of the research at the time was the elaboration of an Educational Product (EP), specifically a concrete material that would facilitate teaching of first-degree equations for blind students. For

[1288] Professor do Instituto Federal Catarinense – IFC. E-mail: lui.mollossi@ifc.edu.br
[1289] daizanelato@gmail.com
[1290] A Profª. Drª Rosilene Beatriz Machado também é coautora deste trabalho. Entretanto, por questões de limites de submissão de um mesmo autor no evento, seu nome não foi indicado na inscrição realizada junto à plataforma.

this, a specific theoretical-methodological course was followed. Among the steps, interviews were carried out with mathematics teachers from the Benjamin Constant Institute, which is a reference institution in the field of visual impairment. At this moment, the scope of this article is to discuss and ponder on the research journey that has taken place so far, to think about the displacements that are being operated and to return to the interviews with the teachers to show which utterances emerge about the teaching and learning processes of mathematics by students blind.

***Keywords**:* Teaching and Learning of Mathematics, Teacher, Utterance, Blind.

Resumen

Este trabajo tiene como objetivo presentar los primeros movimientos de una investigación doctoral desarrollada en el Programa de Posgrado en Educación Científica y Tecnológica de la Universidad Federal de Santa Catarina. Se parte de algunos fragmentos de una investigación realizada previamente, a nivel de maestría. El foco de la investigación en ese momento fue la elaboración de un Producto Educativo (PE), específicamente un material concreto que facilitara la enseñanza de ecuaciones de primer grado para estudiantes invidentes. Para ello se siguió un curso teórico-metodológico específico. Entre los pasos, se realizaron entrevistas a profesores de matemáticas del Instituto Benjamin Constant (IBC), que es una institución de referencia en el campo de la discapacidad visual. En este momento, el objetivo de este artículo es discutir y reflexionar sobre el recorrido investigativo realizado hasta el momento, reflexionar sobre los desplazamientos que se están operando y volver a las entrevistas con los docentes para resaltar los enunciados sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas de los estudiantes ciegos.

Palabras clave: Enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas, Maestro, Enunciado, Ciego.

Mudança de rota conceitual

Este texto tem, entre outros desejos, o intuito de problematizar e deslocar as bases conceituais sobre as quais se pensou sobre questões de Educação Matemática para estudantes cegos em pesquisas anteriores. De forma preambular, tem-se aqui os primeiros passos de uma pesquisa de doutorado em andamento[1291], com vistas à arquitetar e organizar ideias para um projeto de tese. Para tanto, inicialmente, propõe-se o exercício de retomar entrevistas realizadas com professores de matemática que ensinam estudantes cegos, a fim de problematizar as análises e pressupostos teóricos antes assumidos.

O primeiro autor deste texto cursou o Mestrado Profissional no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências, Matemática e Tecnologias da Universidade do Estado de

[1291] O primeiro autor ingressou, em 2021/2, no Doutorado em Educação Científica e Tecnológica (PPGECT) sob orientação da Prof.ª Drª Rosilene Beatriz Machado e coorientado pela Profª Drª Daiana Zanelato dos Anjos.

Santa Catarina, entre os anos de 2015 e 2017, e por se tratar de um Mestrado Profissional, era necessário elaborar, além da Dissertação, um Produto Educacional (PE).

A gênese para a elaboração do PE vem da pesquisa de Trabalho de Conclusão de Curso de graduação (TGR), intitulado “Educação Matemática no Ensino Fundamental: um Estudo de Caso com Estudante Cego” (MOLLOSSI, 2013), que relata, entre outros aspectos observados, os desafios no processo de ensino e aprendizagem do conteúdo de equação do primeiro grau a um estudante cego da Rede Municipal de Ensino de Joinville -SC[1292]. Compreendeu-se, à época, que faltava um recurso apropriado para possibilitar ao estudante cego aprender o conteúdo de equação do primeiro grau, entendendo o assunto detalhadamente e acessando os conceitos que são necessários para a sua compreensão, tais como: igualdade; equação; termos; membros; incógnita.

Sendo assim, pensou-se, durante a pesquisa do Mestrado Profissional, em elaborar um material manipulativo concreto que possibilitasse aos estudantes cegos a compreensão dos conceitos que envolvem o conteúdo de equação do primeiro grau e que eles conseguissem resolvê-las de forma mais ativa e participativa. Dito isto, o objetivo principal daquela investigação foi o de construir um material concreto que facilitasse o ensino de equações do primeiro grau para estudantes cegos. Para se aproximar deste propósito, buscou-se fundamentação na literatura especializada em confecção de materiais didáticos para cegos.

Para chegar à forma final do PE, foi necessário, além da base teórica, idas e vindas, com diferentes públicos, que testaram e experimentaram o material, e assim forneceram informações para seu aperfeiçoamento. O público escolhido para experimentar o PE contou com a participação de dois professores cegos da Associação Joinvilense para a Integração do Deficiente Visual – AJIDEVI; local onde foram realizadas as experimentações iniciais, que possibilitaram aperfeiçoar o primeiro protótipo. Posteriormente, o material foi testado e analisado por cinco professores de matemática do Instituto Benjamin Constant[1293] - IBC, que trabalham especificamente no ensino de cegos; dois estudantes cegos do 8º ano e quatro

[1292] Observou-se o referido estudante ‘resolvendo’ uma avaliação, contando com uma máquina Perkins e o acompanhamento de uma professora auxiliar. Verificou-se que a docente realizava a maior parte das operações de montagem da equação, e que cabia ao estudante responder apenas algumas operações aritméticas desconexas e que a única parte feita exclusivamente pelo discente era o cabeçalho.
[1293] Fundado em 12 de setembro de 1854, pelo Imperador D. Pedro II e denominado Imperial Instituto dos Meninos Cegos, na cidade e estado do Rio de Janeiro, foi a primeira instituição escolar no Brasil dedicada ao ensino de pessoas com deficiência. Atualmente, atende a Educação Infantil, o Ensino Fundamental, a Educação Profissional Técnica de Nível Médio, Pós-graduação Lato Sensu e Stricto Sensu e oferece vários cursos de capacitação na área. Conta também com um centro de atendimento oftalmológico.

discentes cegos do 7º ano, também do IBC. Esta instituição foi escolhida para a execução da pesquisa, pois é a referência nacional quando o assunto é deficiência visual. Tendo quase 170 anos de conhecimento acumulado na educação de pessoas com deficiência visual, trouxe contribuições valiosas tanto para a dissertação e para o aperfeiçoamento do PE, quanto para a minha formação.

Como fruto desta imersão, além das contribuições que deram embasamento para o aperfeiçoamento do PE também foi possível observar uma outra realidade pedagógica, em que eram utilizadas metodologias de ensino de matemática específicas para os estudantes cegos. Para exemplificar: houve uma situação em que alguns estudantes cegos liam uma função quadrática e calculavam as raízes dela apenas com auxílio do soroban ou até mesmo mentalmente. Ou seja, estudantes cegos conseguiam resolver exercícios complexos sem o apoio de nenhum material manipulativo concreto, algo que vai contra a percepção habitual de que o cego precisa do concreto para compreender e resolver os problemas matemáticos.

Ponderar, hoje, sobre este acontecimento vivenciado no campo de pesquisa, desbloqueou uma chave de compreensão que fez repensar concepções, opiniões e juízos que estavam, até então, apoiados em um discurso dominante sobre a educação de pessoas cegas. Tinha-se como fundamento, naquela época, a necessidade da utilização de materiais manipulativos para o ensino de matemática para cegos. Acreditava-se que era preciso elaborar formas de superar a cegueira. Foi-se à campo com uma trilha toda planejada. Assim, caminhou-se com um mapa bem sistemático, como um turista que fita o mapa e se depara com a atração e segue para o próximo local indicado, a partir de um olhar enclausurado. A busca estava focada em registrar cada vez mais materiais didáticos, reafirmar as ideias sobre sua importância, avaliar suas limitações e depois propor outro material didático mais aperfeiçoado. Estava-se preso nesse processo, vivendo e reproduzindo essa verdade, imerso em um determinado discurso que estabelece de antemão o que se deve e o que não se deve fazer e dizer em relação à educação matemática de cegos. Mais do que isso, colocava-se os estudantes em posição de incapacidade e os homogeneizava dentro de uma categoria de pessoas com deficiência.

As potencialidades que facultaram abrir essa chave de compreensão iniciaram quando passou a se pensar numa investigação em nível de doutorado e no âmbito do Grupo de Estudos e Pesquisa em Alteridade e Educação Matemática (GEPAM[1294]), a partir disso, o horizonte se pôs em movimento. Antes, a forma de pesquisar seguia um roteiro engessado: cumprindo

[1294] O GEPAM é sediado na UFSC e liderado pelas Profªs. Dras. Rosilene Beatriz Machado e Janine Soares de Oliveira.

prescrições metodológicas que indicavam rotas fixas e que apontavam por onde seguir, os movimentos que poderiam ser realizados e a sequência que se poderia adotar. Após o ingresso no doutorado e no grupo de pesquisa, aproximou-se das discussões e dos escritos de Foucault, assim houve um atravessamento por ideias e conceitualizações que mobilizaram outros aspectos e ampliaram o olhar para outras formas de problematização, e, desta maneira, novas redes de saber estão sendo constituídas. Surgiram então, indagações e dúvidas sobre os fundamentos teórico-metodológicos que outorgam essa legitimidade acadêmica e sobre a naturalização de certos saberes tidos como inquestionáveis. Atentou-se à contingência das normas metodológicas, aos modelos de formatação de pesquisas, a estes mecanismos de regulamentação (SEVERIANO, 2016).

Neste movimento, intenciona-se não partir de pressuposições, mas questionar os pressupostos, pois de acordo com Severiano (2016, p. 266) para trabalhar com Foucault é preciso que "coloquemos em suspenso uma série de valores, de julgamentos ou de certezas que muitas vezes nos acompanham de uma forma insistente no decorrer de nossa formação".

Essa locomoção abriu-se em duas áreas de questionamentos. Na primeira delas, houve uma crítica à normalização. Inicialmente, a visão que se tinha era homogênea, estática e, por isso, normalizadora do cego. Por meio dessa concepção, foram elaborados pressupostos sobre como os cegos aprendem que vão na linha da construção do material didático sob uma perspectiva da falta. A ausência de visão era um operador (de)marcador de normalidades e anormalidades. Em outras palavras, o que o cego não tem, o que falta, o que lhe carece, o que ele tem de menos e os responsáveis para elencar essas lacunas seriam os videntes.

> O cego, o deficiente, é sempre o objeto de estudo, é sempre o exótico, o sujeito a ser desvendado. Por este viés, digo que todos os especialistas em deficiência seriam – e de fato precisam ser – normais. Um cego nunca poderia ser especialista em cegueira dentro desta perspectiva, pois o conhecimento produzido é uma espécie de tradução do que é ser cego para ser entendido por videntes (MARCONE, 2015, p. 47).

No segundo momento, há uma abertura à alteridade e à diferença. Deslumbrou-se uma outra perspectiva, não mais daquele lugar de identificador de ausências, com a função de preencher lacunas. Passou-se a olhar para o ponto de vista do próprio cego, que falaria por si mesmo e, portanto, corresponderia ao encontro pela alteridade. Intenciona-se, a partir destes pontos ampliar as formas de olhar, de expandir percepções, de confrontar enunciados cheios de verdade. Como discorre Foucault (2001, p. 13) "existem momentos na vida onde a questão de saber se se pode pensar diferentemente do que se pensa, e perceber diferentemente do que se vê, é indispensável para continuar a olhar ou a refletir".

Neste deslocamento, de novos olhares e questionamentos, busca-se pensar em problematizações e reflexões, para desenhar o esboço de um projeto de tese. Para isso, faz-se esse primeiro movimento: que é o de voltar para antigas entrevistas, com o objetivo de evidenciar os enunciados sobre os processos de ensino e aprendizagem de matemática dos estudantes cegos que emergem nessas falas. No futuro, cogita-se problematizar, sob uma perspectiva foucaultiana, enunciados de verdade que circulam no campo da Educação Matemática sobre Educação de Cegos.

As falas[1295] dos docentes sobre os processos de ensino e aprendizagem de estudantes cegos

Antes de conhecer as vozes, seus timbres e opiniões, vale a pena discorrer brevemente sobre os interlocutores desta conversa, que participaram da pesquisa citada. Esse perfil à época, tratava-se de um grupo heterogêneo, sendo que todos videntes e com idade variando entre 34 e 65 anos. Eram professores experientes, com pelo menos uma década de docência. Os professores 1 e 5, eram os mais experientes no ensino de matemática para estudantes cegos, ambos possuíam mais de uma década de trabalho na área, enquanto os professores 2, 3 e 4 trabalhavam com cegos há menos de cinco anos. No tocante à formação inicial e continuada, todos licenciados em matemática e cursaram a pós-graduação; destes, quatro tinham mestrado. Destaca-se que todos cursaram mestrados profissionais e simultaneamente atuaram na docência, que é o intuito deste tipo de formação, e que de acordo com Moreira e Nardi (2009) possibilita que sejam realizadas pesquisas cujo enfoque seja a sala de aula, o que se espera acabem melhorando práticas pedagógicas e contribuindo com a melhoria do ensino.

Quanto ao teor das entrevistas, o roteiro continha 21 perguntas, e destas, para este artigo, foram selecionadas três questões que estavam mais relacionadas com os processos de ensino e aprendizagem de matemática de estudantes cegos. As perguntas escolhidas foram as seguintes: “A cegueira traz alguma dificuldade no aprendizado de matemática? Se sim, quais seriam?”; “Quais conteúdos matemáticos são os mais difíceis de serem trabalhados com estudantes cegos?” e “Quais metodologias e materiais didáticos você utiliza para ensinar matemática para cegos?”.

[1295] Não se trata de produzir críticas individuais sobre as falas dos professores, busca-se aqui evidenciar os enunciados que circulam em um lugar que ocupa uma posição de saber.

Antes de examinar as respostas, também faz parte do exercício analítico olhar para as próprias percepções. Em primeiro lugar, o entrevistador também é um vidente tentando analisar de que forma o cego aprende matemática. Além disso, tem-se a oportunidade de revisitar a própria forma de conduzir a pesquisa e as palavras usadas na formulação das perguntas que indicavam de qual lugar se estava falando. As duas primeiras questões, estão construídas de uma forma que podem acabar induzindo o entrevistado a pensar que já existem dificuldades no aprendizado de matemática devido a cegueira e que existem conteúdos que são difíceis de serem trabalhados. Isso mostra que se estava pressupondo que existia algum entrave, fazendo associação entre a falta de um canal sensorial e a dificuldade de compreender a matemática. Estava operando dentro de uma perspectiva negativa da falta.

Iniciando a análise das falas, os professores identificavam e apontavam certas adversidades nos processos de ensino e o aprendizado de matemática[1296] de estudantes cegos. Mencionaram que a falta da visão dificultava a compreensão de assuntos que contenham muitos detalhes visuais, cuja representação seja feita por meio imagens, como assevera o prof. 2 "*conteúdos com **apelo visual** muito grande, no ensino fundamental eles se mostram um pouco difíceis para os alunos cegos, sim"*.

Também foi destacado pelos profs. 2, 3, 4 e 5 que certos conteúdos em braille possuem uma representação muito extensa e rebuscada que acaba dificultando a leitura e escrita das expressões e exigindo muito da memória. Como sintetizam os profs. 2 e 3:

> Então em tudo que necessita de notação muito extensa eles acabam se confundindo, se perdem no meio do caminho. Para eles é mais difícil porque eles acabam tendo que usar muito da memória. **Eles não têm a visão inteira da coisa**. A **visão deles é passo a passo** e eles vão **decorando** o que está escrito, quando eles acabam de ler, tem que raciocinar, visualizar tudo, para depois eles pensarem no próximo passo. Então todas **as atividades são mais lentas** por isso (PROF. 3)

> Aquela **expressão algébrica** em tinta, fica **muito extensa no braille**. Às vezes uma expressão algébrica precisa de duas, três linhas em braille para serem escritas e isso se mostra um pouco difícil para o aluno. (PROF. 2)

Destas falas emerge um ponto de análise importante, os efeitos da ausência de visão no acesso das informações. Percebe-se que a falta de visão atua como um operador (de)marcador de normalidades e anormalidades. Rodrigues (2016, p. 16) sustenta que os videntes, geralmente, pensam que "os cegos são menos capazes do que eles. Acreditam que não ter o sentido da visão os priva de serem pessoas normais".

[1296] É importante trazer algumas informações sobre a dinâmica escolar: à época, eram ministradas semanalmente seis aulas de matemática, sendo quatro aulas de álgebra e duas de geometria. As classes tinham em média dez estudantes por sala.

Pela fala dos professores, pressupõe-se que a "visão inteira" seria a forma "normal" de apreender o mundo. Como está explicitado pelo prof. 3, o cego capta as informações de forma sequencial e fragmentada, ao contrário da visão que é distal e global, e isso acaba sendo mais demorado do que pelo canal visual. Também é apontado como dificuldade a simbologia matemática em braille, que acaba ficando muito extensa para certos conteúdos, que exige muita memorização por parte do estudante. O que acaba gerando um outro ritmo no cotidiano escolar, tornando as "atividades mais lentas". Aqui, desponta um objeto investigação: como uma escola regular inclusiva opera diante destas características? Como faz para respeitar as particularidades do cego, numa sala de aula que já possui demandas de inúmeras ordens?

Na perspectiva dos professores, a falta da visão prejudica a apreensão da totalidade, assim os conteúdos que se utilizam muito de imagens ou precisam de uma notação meticulosa e longa mostravam-se como os mais problemáticos. Nesta toada, os profs. 1, 2, 3 e 4 afirmaram que o eixo temático mais difícil de ser trabalhado é a Geometria e os profs. 2, 3 e 5 também elencaram temas da Álgebra que usavam uma notação complexa. As falas dos profs. 1, 2 e 3 explicitam essa situação de "o*s* ***conteúdos de geometria que necessitam da visão*** *para melhor compreensão" (PROF. 1)*. Complementando com o prof. 3: "t*udo que envolve geometria* ***dá mais trabalho****, porque inevitavelmente você deve* ***tentar um material concreto para eles abstraírem***" e o prof. 2: *esses conteúdos de* ***geometria*** *que têm* ***um grande apelo visual****, conteúdos que tenham uma escrita algébrica muito rebuscada também se mostram um pouco difíceis [...]* ***problemas com um apelo visual muito grande*** *são* ***difíceis de serem visualizados***.".

Dito isso, para os docentes a forma 'normal' de ensinar geometria é por meio da visualização das representações geométricas, pois como cita o prof. 2, são conteúdos que possuem 'apelo visual'. Essa expressão foi usada várias vezes pelo prof. 2, e pode dar a sensação de que o conteúdo precisasse ser representado visualmente, e que somente desta forma haveria aprendizagem por parte dos estudantes cegos. Ao mesmo tempo, tem-se na fala do prof. 3, um elemento relevante, trabalhar com o ensino de geometria exige um trabalho a mais, mais esforço. Ou seja, mesmo sendo uma instituição específica para cegos, este seria um trabalho árduo. Isso denota que o docente se colocava do lado da normalização, ao invés de se colocar do lado da diferença.

Logo, neste entendimento, para contornar essa situação é necessário utilizar algum material concreto que possibilite o contato com o assunto e posteriormente sua abstração. O material, por sua vez, supriria/compensaria a falta de visão.

Tem-se aqui uma outra problemática, coloca-se o vidente em oposição ao cego. A visão é colocada numa posição de decodificadora universal, que pauta a forma de ler o mundo. As pessoas cegas possuem a capacidade de aprender, compreender e interpretar o mundo, só que o fazem de uma maneira distinta. Seria possível pensar nesta outra perspectiva? Aquela que não foca na ausência do canal sensorial visual, e sim, compreende as maneiras que o cego percebe o mundo, como entende os objetos, e assim criar outras potências? (RODRIGUES, 2016).

Além da identificação das dificuldades encontradas pelos estudantes cegos, os docentes também elencaram formas de contorná-las. Os entrevistados ressaltaram que era necessário realizar algumas adequações nas práticas e utilizar recursos didáticos apropriados. Para ilustrar seguem as falas:

> ***Você vai precisar de um material de apoio***. *Eu dou aula para o sexto ano de geometria, então com eles eu sempre levo algum* ***material de apoio****, alguma régua adaptada, polígonos, que podem ser de madeira, EVA [...] O ensino da* ***Matemática é igual para uma turma regular****,* ***você só vai usar recursos adaptados para eles*** *(PROF. 4).*

> *Eu tenho desenvolvido alguns trabalhos geométricos, muitas coisas visuais, mas requer o acompanhamento para explicar e direcionar; o professor é de extrema importância. O material e a explicação do professor têm que atuar em conjunto,* ***não basta você, simplesmente, fazer um material e achar que ele vai funcionar por conta própria*** *(PROF. 3).*

> *Na verdade, na álgebra do sexto ano em diante,* ***nós treinamos muito o cálculo mental****, então eles vão fazendo e é uma coisa tão básica. Sempre trabalhei com álgebra, porque geometria era com a prof. x e depois com a prof. y. Mas a prof. y* ***faz muito material concreto*** *e a prof. x também trabalhava muito com* ***concreto, para depois passar para o abstrato.*** *(PROF. 5).*

> *Comecei a reaprender a ensinar,* ***explorar materiais concretos****, que nós falamos muito disso* ***em uma sala de aula regula****r e, pois, aqui é muito importante, principalmente no estudo de geometria. Mas, eu percebo que é muito mais como um pontapé inicial,* ***porque a abstração deles é muito grande****, então* ***eles fazem muitos cálculos mentais****, exercitam muito essa parte (PROF. 4).*

Novamente, vem à tona que é preciso contornar a limitação visual, que para isso é importante utilizar recursos específicos, materiais manipulativos, apostilas adaptadas, sólidos etc. Nas palavras do prof. 4: utilizar '*um material de apoio'*. Essa expressão já pressupõe um desprovimento, algo que necessite de algum suporte para se sustentar, de algum recurso para se normalizar. É evidente que se deve levar em consideração que a cegueira é um fato, que impede o acesso as informações por meio de um canal sensorial, mas isso não significa que não existe possibilidade de construção positiva, a partir desta outra configuração de ser e estar no mundo. E mesmo partindo de uma Instituição especializada, tem-se uma valoração apenas do lado negativo, do impeditivo. É importante avaliar que estes enunciados partiram de um lugar de saber, e por isso, acabaram se tornando as informações que embasam práticas, metodologias, opiniões e pensamentos sobre a cegueira.

Nesta esteira, sobre os recursos didáticos, a perspectiva dos professores era de que o material concreto atuava como a porta de entrada pela qual os estudantes compreendem a matemática, acessando-a primeiro pelo concreto para depois poderem abstrai-la. Embora, os docentes reconhecessem que depois de um tempo era possível trabalhar diretamente pelo abstrato, principalmente quando envolvia operações aritméticas, o trânsito partia do concreto para o abstrato.

Não se coloca em xeque aqui, qual é a forma de ensinar matemática aos cegos, a intenção é analisar os enunciados que emergiram nas falas dos professores naquele momento. Entende-se, a partir dos deslocamentos já operados, que os materiais didáticos, os materiais concretos, os recursos adaptados, de forma geral, são importantes, pois atuam como suporte de registro, como um recurso de linguagem, e não sob um viés cognitivista (MACHADO; OLIVEIRA, no prelo). Em poucas palavras, estes materiais são recursos de linguagem que diversificam as condições de significação. A questão é que os enunciados dos docentes colocavam o material num lugar de uma ferramenta normalizadora, o que lança luz naquilo que falta ao outro. Essa também era a visão do entrevistador, à época. No entanto, vê-se hoje, a necessidade de problematizar esta discussão, o que se intenciona para trabalhos futuros.

Tem-se patente que os cegos conseguem aprender matemática, mas esses enunciados partiram de uma situação muito específica, de uma Instituição especializada em cegos, com recursos e estrutura que respeitam as suas particularidades. Tais falas são poderosas e provocam ponderações inquietantes, que confrontam algumas verdades que requerem reflexões: Como está sendo a inclusão de estudantes cegos nas escolas regulares? É necessário a produção e elaboração de cada vez mais materiais manipulativos e metodologias de ensino diversificadas? É possível pensar em uma Educação Matemática que não parta da perspectiva do vidente?

Algumas considerações

Este trabalho tratou de um primeiro movimento para o delineamento de uma pesquisa de doutorado em andamento. Discorreu-se sobre os caminhos, os primeiros deslocamentos operados e as diferentes formas de compreender a pesquisa, voltando-se a antigas entrevistas e, também, a antigas perguntas que exprimiam preconcepções a respeito de pessoas cegas cegos. A finalidade é a promoção de movimentos, inquietações, questionamentos e até a desorganização de certas estruturas a partir dos enunciados evidenciados emergentes das falas dos professores.

Destas falas foi possível pensar em várias problematizações, que se intenciona aprofundar: quais as condições de possibilidade do enunciado que afirma a dificuldade do ensino de conteúdos com forte apelo visual para estudantes cegos? É possível desestabilizar essas verdades? É possível pensar um ensino de matemática para estudantes cegos que não parta de uma norma vidente?

Muito embora as falas sejam dos professores, é insensato pensar que os docentes sejam as fontes. Neste sentido, a intenção não foi de tecer críticas individuais, e sim, evidenciar as falas que circulavam em uma Instituição de referência, que se encontra em posição de saber, e que acabam por reproduzir enunciados de verdade que formam juízos, pensamentos e opiniões sobre os cegos. A questão que se coloca, para o futuro, é investigar os caminhos, as relações que possibilitaram a constituição destes enunciados.

Referências

FOUCAULT, M. **História da sexualidade II**: o uso dos prazeres. Rio de Janeiro: Edições Graal, 2001.

MACHADO, R. B.; OLIVEIRA, J. S. de. Tenho um estudante surdo! E agora? A importância de uma boa construção discursiva por parte do professor [de matemática]. No prelo. 2022.

MARCONE, R. **Deficiencialismo: a invenção da deficiência pela normalidade**. Rio Claro: 2015. 170 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho". Rio Claro. 2015.

MOLLOSSI, L. F. S. B. **Educação Matemática no Ensino Fundamental**: Um Estudo de Caso com Estudante Cego. Trabalho de Conclusão de Curso. Joinville: Universidade do Estado de Santa Catarina, Curso Licenciatura em Matemática, Departamento de Matemática; 2013.

MOREIRA, M. A.; NARDI, R. O mestrado profissional na área de Ensino de Ciências e Matemática: alguns esclarecimentos. **Rev. Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, Ponta Grossa, vol. 2, n. 3, set. /dez. 2009

RODRIGUES, J. Z. **Entre Olhares de um Processo de Cegueira**. Pelotas: 2017. 100 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação). Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Sul-Rio-Grandense. Pelotas. 2017.

SEVERIANO, P. Pesquisa com Michel Foucault. **Rev. Textura**, Canoas, v. 18, n. 36, p. 265-285, jan./abr. 2016.

Em pauta: o *feedback* e a ética na perspectiva da educação matemática inclusivados estudantes com Transtorno do Espectro Autista

On the agenda: feedback and ethics from the perspective of inclusive mathematics education for students with Autistic Spectrum Disorder

Em discusión: el feedback y la ética desde la perspectiva de la educación matemática inclusiva para los estudiantes con Trastorno del Espectro Autista

Francerly Cardoso da Cruz[1297]
SEEDF e PPGE/UnB
0000-0002-8238-5252

Geraldo Eustáquio Moreira[1298]
PPGE/UnB
0000-0002-1455-6646

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Educação Matemática e inclusão

Resumo

O presente recorte de uma pesquisa de Mestrado em andamento, cujo objeto é o *feedback* da avaliação, se configura como artigo de reflexão e sua gênese deve-se ao desconforto com *feedbacks* desprovidos de ética e caráter formativo, bem como, inquietações diante de práticas avaliativas de cunho seletivo, excludente e meritocrático,que permeiam as aulas de matemática. O estudo fundamenta-se numa perspectiva de avaliação formativa que pode ter no *feedback* possibilidades de indicar caminhos para que, dialogicamente, haja um processo de reflexão em prol de, numa perspectiva inclusiva, melhorar o ensino e a aprendizagem da matemática. Nesse intuito, objetiva-serefletir sobre a importância do *feedback* no contexto escolar de estudantes com Transtorno do Espectro Autista – TEA. As articulações previstas no trabalho partem de necessária contextualização entre *feedback*, ética e Direitos Humanos no contexto de inclusão, ensino e aprendizagem da matemática dos estudantes com TEA nos anos iniciais do Ensino Fundamental, numa perspectiva de currículo integrado e de educação inclusiva ampla. Embora necessário o recorte, do componente curricular e público-alvo, almeja-se que esta discussão possa subsidiar reflexões que contribuam não apenas no ensino e na aprendizagem da matemática e inclusão de estudantes com TEA, como também no âmbito dos demais componentes curriculares e discentes que apresentem ou não Necessidades Educacionais Específicas.

Palavras-chave: Transtorno do Espectro Autista, Direitos Humanos, inclusão, matemática, *feedback*.

[1297] cfrancerly@gmail.com
[1298] geust2007@gmail.com

Abstract

The present excerpt from an ongoing Master's research, whose object is the assessment feedback, is configured as a reflection article and its genesis is due to the discomfort with feedbacks devoid of ethics and formative character, as well as concerns before assessment practices of selective, exclusionary and meritocratic nature, which permeate the mathematics classes. The study is based on a formative evaluation perspective that can have in the feedback possibilities to indicate paths so that, dialogically, there is a reflection process in favor of, from an inclusive perspective, improving the teaching andlearning of mathematics. In this sense, this paper aims to reflect on the importance of feedback in the school context of students with Autism Spectrum Disorder - ASD. The articulations foreseen in this work are based on the necessary contextualization between feedback, ethics and human rights in the context of inclusion, teaching and learning of mathematics by students with ASD in the early years of elementary school, in a perspective of integrated curriculum and broad inclusive education. Although it isnecessary to cut the curricular component and target audience, it is hoped that this discussion can subsidize reflections that contribute not only to the teaching and learningof mathematics and inclusion of students with ASD, but also in the context of other curricular components and students with or without Specific Educational Needs.

Keywords: Autistic Spectrum Disorder, Human Rights, inclusion, mathematics,feedback.

Resumen

El presente extracto de una investigación de Maestría, en curso, cuyo objeto es el feedback de la evaluación, se configura como un artículo de reflexión y su génesis se debe a la incomodidad con los feedbacks desprovistos de ética y carácter formativo, así como a las preocupaciones ante las prácticas de evaluación de carácter selectivo, excluyente y meritocrático, que permean las clases de matemáticas. El estudio se basa en una perspectiva de evaluación formativa que puede tener en los feedbacks posibilidades de indicar caminos para que, dialógicamente, haya un proceso de reflexióna favor de, en una perspectiva inclusiva, mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. En este sentido, se pretende reflexionar sobre la importancia del feedback en el contexto escolar de los alumnos con Trastorno del Espectro Autista - TEA. Las articulaciones aportadas en el trabajo parten de la necesaria contextualización entre el feedback, la ética y los derechos humanos en el contexto de la inclusión, la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas de los alumnos con TEA en los primeros años de la educación primaria, en una perspectiva de currículo integrado y educación inclusiva amplia. Aunque sea necesario recortar el componente curricular y el público objetivo, sepretende que esta discusión pueda subvencionar reflexiones que contribuyan no sólo a laenseñanza y aprendizaje de las matemáticas y a la inclusión de alumnos con TEA, sino también en el contexto de otros componentes curriculares y de alumnos con o sin Necesidades Educativas Específicas.

Palabras clave: Trastorno del espectro autista, derechos humanos, inclusión, matemáticas, feedback.

Anunciando a pauta

No intento de garantir que a todos na escola sejam oportunizados a interação social e o pleno desenvolvimento, o artigo 208 da Constituição Federal estabelece a “garantia de atendimento especializado aos portadores de deficiência preferencialmente na rede regular de ensino” (Brasil, 1988). Esse estabelecimento vai ao encontro dos ideais de uma educação inclusiva.

No campo educacional o termo “inclusão” oficializou-se na Declaração de Salamanca (Unesco, 1994) e foi ampliado, abrangendo não apenas aqueles que têm um desenvolvimento atípico em razão de deficiência, mas todos que, porventura, apresentem dificuldades de aprendizagem e têm necessidades educativas específicas, mesmo que só em algum momento de sua escolarização. Essa declaração reforça e legitima os benefícios do convívio escolar comum, a singularidade dos processos de aprendizagem e a premissa de que todos podem aprender desde que lhes sejam ofertadasas condições adequadas.

Por conseguinte, a Lei nº 9.394/96, que estabeleceu as Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), as Diretrizes Nacionais para a Educação Especial na Educação Básica (Brasil, 2001), bem como a Política Nacional de Educação Inclusiva (Brasil, 2008) preenchem lacunas das legislações anteriores no que se refere à garantia de uma educação que promova a aprendizagem e inclusão de todos os estudantes. Direitos esses consagrados na perspectiva não apenas da igualdade, mas da equidade, uma proposta de Educação em e para os direitos humanos conforme previsto no Plano Nacional de Educação em Direitos Humanos (PNEDH).

À vista disso, a escola é local de “estruturação de concepções de mundo e de consciência social, de circulação e de consolidação de valores, de promoção da diversidade cultural, da formação para a cidadania, de constituição de sujeitos sociais e de desenvolvimento de práticas pedagógicas” (Brasil, 2006, p. 23); assim, sendo a avaliação constante nessas práticas como elemento indissociável do processo ensino e aprendizagem, urge que se reflita sobre ela.

Com esse propósito, findada esta introdução o texto segue em três seções: na primeira seção, após caracterizarmos sucintamente avaliação e *feedback*, o discutimos na perspectiva da ética e Direitos Humanos em prol da inclusão do estudante com Transtorno do Espectro Autista (TEA). Em seguida são postas reflexões sobre o *feedback* no processo de ensino e aprendizagem da matemática dos estudantes com TEA. E, por fim, apresentamos algumas considerações parciais possibilitadas pelo estudo.

A avaliação e a tomada de decisão estão no cotidiano das relações sociais. Diante disso é importante ressaltar que ela está sempre imbuída de parâmetros e intencionalidade que são indissociáveis das concepções de mundo, de padrões, de consciência social e, principalmente, dos valores de quem avalia. No contexto escolar não é diferente, porém, urge que sua intencionalidade seja sempre garantir o pleno desenvolvimento do ser humano. Segundo Luckesi (2002, p. 33) "a avaliação pode ser caracterizada como uma forma de ajuizamento da qualidade do objeto avaliado, fator que implica uma tomada de posição a respeito do mesmo, para aceitá-lo ou paratransformá-lo".

Para Villas Boas (2010, p. 29) a avaliação que contempla a valorização do estudante na sua diversidade promove a inclusão, pois segundo a autora "aprendizageme avaliação andam de mãos dadas, a avaliação sempre ajudando a aprendizagem", o que se coaduna com o proposto no previsto no Plano Nacional de Educação em Direitos Humanos (Brasil, 2006) e demais legislações que versam sobre a importância da aprendizagem e do desenvolvimento.

Nessa perspectiva, Villas Boas (2010) assevera que a depender do viés doprojeto político-pedagógico da escola e das concepções de avaliação dos educadores, ao invés de contribuir para democratizar o saber, pode-se usá-la como instrumento de exclusão. Por isso, é inadiável a busca por aprimorar as práticas de todos os recursos que compõem a avaliação, dentre eles o *feedback,* palavra de origem inglesa que significa retroalimentação. O conceito de *feedback,* na área educacional, refere-se à informação dada ao aluno que descreve e/ou discute seu desempenho em determinada situação ou atividade, como por exemplo nas avaliações escritas (Zeferino *et al*., 2007).

Na mesma linha, para Fernandes (2009) e Perrenoud (1999), o termo *feedback* refere-se ao retorno ou à devolutiva para o aluno. Apesar de, no campo educacional, vezou outra, o termo de origem ser substituído pelos termos devolutiva ou retorno, e embora retroalimentação seja a mais cabível tradução, os falantes de língua portuguesa e a literatura, inclusive as poucas pesquisas brasileiras, adotam mais comumente otermo de origem.

Ao investigar o *feedback* da avaliação, explorando resultados de estudos realizados recentemente, constatamos que pesquisa realizada por Souza (2019, p. 17) denuncia que práticas de *feedback* da avaliação por vezes são socializadas por meio do "[...] sarcasmo ou a ironia, tão difundidos nos últimos anos e compartilhados nas redes sociais como forma de humilhação e crítica aos erros cometidos por estudantes, em suasavaliações realizadas nos diversos níveis de ensino”. Diante dessa regressista realidade, cabe ressaltar que, segundo Matos (2019, p. 1884), “O direito de não ser humilhado é uma das dimensões mais importantes do conceito contingente de dignidade humana, sendo a humilhação a experiência da incapacidade ou ausência de poder para autodeterminar-se”.

O constatado no estudo de Souza (2019) pode ser certificado quase que diariamente nas redes sociais, é naturalizado como corriqueiro. No entanto, vai totalmente de encontro ao Plano Nacional de Educação em Direitos Humanos (Brasil 2006), e por isso urge que seja denunciado, já que a legitimação desse tipo de prática reafirma que equívocos das práticas avaliativas do século XVI, também denunciados por Luckesi (2002), precisam ser alvo de reflexão. A avaliação informal, não planejada,pode levar a esse tipo de equívoco. Fica evidente que não se planejou a avaliação nem tampouco o seu *feedback* com o propósito a que se destina, pois nenhuma forma de exposição vexatória tem cunho formativo.

As práticas metodológicas não devem ser orientadas com base em juízo de valor negativo dos estudantes, nem a induzir outros a tal juízo. Um *feedback* ancorado na avaliação informal negativa pode prejudicar a autoimagem do estudante e distanciá-lodo processo de aprender. Atitudes como a descrita não coadunam com o respeito à diversidade, nem com os percursos formativos que são diversos, nem com uma educação voltada para a autonomia. Qualquer que seja o desrespeito que leve à humilhação fere a dignidade humana.

Segundo Freire (2010), esse respeito à autonomia e à dignidade do outro não é favor, é um imperativo ético. Para Mantoan (2003, p. 19), “[...] a ética, em sua dimensãocrítica e transformadora, é que referenda nossa luta pela inclusão escolar”. Nesse sentido, refletir sobre o *feedback* numa perspectiva inclusiva vai ao encontro do alerta de Vieira e Moreira (2018, p. 4): “a urgência de se pensar em ações pedagógicas voltadas para os Direitos Humanos se dá pelo contexto social da contemporaneidade, que, historicamente, estruturou-se a partir da exclusão do outro e do diferente”.

Ante o exposto, Moreira (2020, p. 17) reafirma que “é preciso resistir e persistir”diante do momento político de negacionismo e tentativas de retrocesso com vistas a perdas de direitos, corporificadas em dispositivos “aparentemente” legais como caso do (em tempo revogado) decreto 10.502/2020 que incentivando criação de escolas especializadas para pessoas com deficiência fere preceito constitucional e tenta deslegitimar as lutas de educadores e de toda a sociedade civil em prol de uma escola onde todos possam aprender juntos. Possibilidade essa ancorada na perspectiva dapsicologia histórico-cultural, que preconiza o aprender por meio da interação social.

Em Moreira (2020, p. 17), é reforçado o alerta da importância de persistir na lutacontra tentativas de exclusão por meio de discursos como o do ex-ministro da Educação do Brasil, Milton Ribeiro, de que a presença dos alunos com deficiência "atrapalha" os outros na sala.

Diante do exposto, além de ser urgente o combate a tais discursos retrógrados, sefaz necessária ampla divulgação da riqueza da diversidade humana, e ao refletir sua prática pedagógica, a fim de contemplar essa diversidade, conforme propõem Vieira e Moreira (2018), o professor e a professora devem levar em consideração que a aprendizagem ocorre de acordo com vivências, e características biopsicossociais de cada sujeito.

Certo está que existe autonomia da instituição e dos envolvidos nesse fazer, eque não se espera uma receita nem de como dar esse *feedback* aos estudantes nem de como fazer as adequações e adaptações para promover a aprendizagem e desenvolvimento pleno dos estudantes com TEA, e que estas adequações e adaptações inclusive devem ser feitas para além do currículo e da sala de aula, devem ocorrer no âmbito de toda a instituição, pois devem ser estruturais, e também atitudinais, como é o caso do *feedback*.

Interessa-nos pensar em estruturações de *feedback* para estudantes com TEA assumindo pressupostos de que à frente do diagnóstico do transtorno temos a pessoa,um ser humano único, cujas singularidades e potencialidades devem ser consideradas. Este estudo não tem a pretensão de ignorar as dificuldades específicas oriundas do TEA,todavia propõe transpor concepções do modelo positivista e biomédico patologizante, que em razão de regularidades comuns ao diagnóstico deste transtorno, enfatiza déficits, impossibilidades e limitação do desenvolvimento levando em consideração apenas aspectos biológicos. Portanto, fundamentando-se nos aportes da Teoria Histórico- Cultural nossa discussão pauta-se em aspectos históricos e culturais, ou seja, coadunamos com um modelo social de suporte ao estudante com TEA.

Segundo Vigotski (2011) “o desenvolvimento cultural é a principal esfera em queé possível compensar a deficiência. Onde não é possível avançar no desenvolvimento orgânico, abre-se um caminho sem limites para o desenvolvimento cultural” (p. 869). Nestesentido, as distintas experiências sociais e afetivas oportunizadas ao sujeito com TEA por meio da cultura, devem ser valorizadas, assim como os conhecimentos adquiridos nesse contexto.

O fato de a avaliação formativa precedida da avaliação diagnóstica proposta por Luckesi (2002) assentar-se na valorização dos conhecimentos prévios como alicerces para o estabelecimento de metas e procedimentos para novas aprendizagens, bem como o fato dessa modalidade permitir o planejamento e realizações mais pontuais em relaçãoàs necessidades específicas no decorrer do processo, contemplam o estudante com TEA,na perspectiva de que o ser humano se constitui por meio da/nas relações sociais mediadas (Vigotski, 2008).

Ademais, a avaliação formativa ancorada no *feedback*, considerando a forma singular como cada estudante aprende, e a valorização das potencialidades é muito importante para a acolhida sensível das hipóteses, tão necessárias na mediação do processo de ensino e aprendizagem desse público. O lugar de sujeito desses estudantes não deve ser ignorado nem negado, pois, apesar de suas peculiaridades, o sujeito com TEA tem suas formas singulares de interagir e se comunicar, singularidades essas quese inserem também nas especificidades de regularidades comuns a esse público que precisam ser acolhidas e valorizadas.

***Feedback* no contexto de ensino e aprendizagem da matemática para o estudantecom TEA**

No ensino da matemática é comum valorizar apenas os fatores cognitivos. No entanto, Brookhart (2008) enfatiza que em função de uma supervalorização dos fatores cognitivos, não se podem ignorar os fatores emocionais, a autoestima e a motivação; o estudante precisa receber *feedbacks* formativos que o façam se perceber capaz de aprender e que demonstrem que o professor acredita nessa capacidade. Segundo essa autora, é importante, porém, que esse quando em forma de elogio, também sejaverdadeiro e justificado, apontando também o que pode ser melhorado, visto que:

> O aluno que estamos avaliando pode ter características da aprendizagem diferentes das quais o professor está acostumado a lidar, o que vai lhe requerer atenção especial, mas isso não significa que a sua estrutura mental e a qualidade de sua aprendizagem sejam necessariamente deficitárias em relação aos outros alunos, significa, sim, que temos que definir critérios claros e específicos para esta avaliação e não que tenhamos que praticá-la de maneira paternalista (Bolsanello, 2005, p. 16).

Embora não se reportem aos estudantes com Necessidades Educacionais Específicas, é consenso entre Brookhart (2008) e Perrenoud (1999) que o *feedback* formativo contemple a aprendizagem. Os referidos autores pontuam que um *feedback* verdadeiramente formativo deve apontar os pontos fortes do trabalho realizado pelo estudantes, a meta de aprendizagem, informá-lo quanto ao nível em que se encontrar em relação a essa meta e ao indicar incompletudes, sugerir caminhos para alcançar as metas.

Porém, por ser considerada historicamente como uma ciência exata na qual culturalmente é legitimada a impossibilidade de erro, o retorno das avaliações em matemática é permeado de *feedbacks* equivocados, materializados na maioria das vezes em notas, menções ou apenas em um (X) para errado ou (C) para certo sobre o trabalho realizado, além disso, raramente se oportuniza aos estudantes a verbalização das diferentes estratégias utilizadas por eles para chegar naquele resultado. Ou seja, os processos de construção dos conhecimentos matemáticos são ignorados e ocorre uma supervalorização do resultado (Skovsmose, 2008).

Contrapondo esse tipo de prática, embora não se refira especificamente ao *feedback* das avaliações em matemática Freire (2018, p. 97), ressalta a importância de que o “educador” tenha uma postura problematizadora e democrática, na qual os estudantes “[...] em lugar de serem recipientes dóceis de depósito, são agora investigadores críticos em diálogo com o educador, investigador crítico também”.

Coadunando com o exposto Skovsmose (2008, p. 18) assevera ser “[...] inaceitável que o professor (apenas) tenha um papel decisivo e prescritivo. Em vezdisso, o processo educacional deve ser entendido como um diálogo”. Essa relação dialógica proposta por Freire (2018) e Skovsmose (2008) retira do professor o posto histórico e culturalmente construído de detentor do conhecimento, juntando-se com a proposta da Educação Matemática Crítica, na qual o professor é mediador e os estudantes têm papel ativo na construção do conhecimento.

Quanto à importância dessa mediação, se para os demais estudantes a ausênciade um *feedback* que respeite e valorize sua forma de aprender, que não informe o nível em que se encontram em relação às metas de aprendizagem nem os façam refletir sobre possibilidades de avançar, já é devastador, imagine para um estudante com TEA, cujos *feedbacks* recebidos são, geralmente, sobre sua pessoa ou seu diagnóstico. Um *feedback* inadequado pode repercutir na internalização do estigma social que deslegitima sua capacidade de aprender.

E frequentemente são constatados equívocos nas práticas avaliativas voltadas a esse público, quando muitas vezes o estudante com TEA é responsabilizado por sua não aprendizagem em razão do diagnóstico, o que, no caso do ensino da matemática,justifica a preocupação de Skovsmose (2007, p. 176) “[...] com todo discurso que possa tentar eliminar os aspectos sociopolíticos da educação matemática e definir obstáculos de aprendizagem, politicamente determinados, como falhas pessoais [...]”. Quando na realidade se a educação se constitui como um Direito Humano, de fato, o professor e todos os envolvidos no processo educativo devem buscar estratégias para transporbarreiras que diminuem as potencialidades de seu desenvolvimento.

Considerações possibilitadas pelo estudo

As discussões tecidas no âmbito do *feedback* das avaliações no processo de ensino e aprendizagem especificadamente da matemática para o estudante com TEA contextualizando o debate à luz da ética e Direitos Humanos se constitui importante pauta de discussão, pois "os erros no procedimento diagnóstico, a inexistência deavaliação e acompanhamentos adequados vêm perpetuando uma série de equívocos quanto ao processo de ensino e aprendizagem desses alunos" (Oliveira & Campos, 2005, p. 55).

É urgente romper com tais equívocos, promover a inclusão por meio da aprendizagem e garantir o direito constitucional de que esses estudantes se desenvolvamplenamente. Para tanto, é preciso que se ampliem as discussões sobre a temática não apenas no âmbito da formação inicial e continuada dos professores, mas junto a todos osenvolvidos no contexto escolar, em especial o (a) estudante que é o centro do processo educativo. A criação de uma cultura de *feedback* desde os anos iniciais do ensino fundamental pode se constituir em umas das estratégias para que a avaliação e todos os seus componentes, dentre eles o *feedback* estejam em prol das aprendizagens.

Outrossim, é essa cultura de *feedback* pautada na ética, na observância dos Direitos Humanos no contexto dessas interações e problematizações que pode subsidiar a avaliação do professor, a avaliação dos pares e entre pares, de forma democrática, poisé esse retorno tanto do professor, quanto do estudante que possibilita a autoavaliação e aregulação. O *feedback* praticado de forma democrática coloca o estudante como protagonista de seu próprio processo, se configura em uma avaliação interativa, dialógica, formativa que favorece os processos de inclusão e aprendizagem matemática dos estudantes.

Numa perspectiva de currículo integrado e de educação inclusiva ampla, embora necessário o recorte, do componente curricular e delimitação do público-alvo, e etapa de escolarização, almeja-se que esta discussão possa subsidiar reflexões que contribuam não apenas no ensino e na aprendizagem da matemática e inclusão de estudantes com TEA, como também no âmbito dos demais componentes curriculares e discentes que apresentem ou não alguma Necessidade Educacional Específica.

Agradecimentos

Ao Grupo de Pesquisa *Dzeta* Investigações em Educação Matemática (DIEM) pelas discussões oportunizadas; à Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal (SEEDF) pelo afastamento para dedicação exclusiva a pesquisa; ao Programa de Pós- Graduação em Educação (PPGE/FE/UNB), Chamada Interna n. 008/2022) pela possibilidade de concorrer para apoio financeiro, por meio de recursos próprios

Referências

Bolsanello, M. A. (2005). *Educação Especial e avaliação de aprendizagem na escolaregular:* vol. 1. Florianópolis: Editora da UFPR.

Brasil. (1988). [Constituição (1988)]. *Constituição [da] República Federativa doBrasil*. http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/constituicao/constituicaocompilado.htm

Brasil. (1996). *Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996.* Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional.

Brasil. (2001). Secretaria de Educação Especial. *Diretrizes Nacionais para a Educação Especial na Educação Básica.* MEC/SEESP.

Brasil. (2006). *Comitê Nacional de Educação em Direitos Humanos. Plano Nacional de Educação em Direitos Humanos*. SEDH.

Brasil. (2008). *Política Nacional de Educação Especial na Perspectiva da Educação inclusiva*. MEC/SEESP.

Brookhart, S. M. (2008). *How to give effective feedback to your students*. Associationfor Supervisionand Curriculum Development.

Fernandes, D. (2009). *Avaliar para aprender: fundamentos, práticas e políticas*. EditoraUnesp.

Freire, P. (2010). *Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa*. Paz e Terra.

Freire, P. (2018). *Pedagogia do Oprimido* (65a ed.) Paz e Terra.

Luckesi, C. C. (2002). Avaliação Educacional Escolar: para além do autoritarismo. In C. C. Luckesi, *Avaliação da aprendizagem escolar: estudos e proposições* (12a ed.)Cortez.

Mantoan, M. T. E. (2003). Inclusão escolar: o que é? Por quê? Como fazer? São Paulo: Moderna.

Matos, S. M. M. de. (2019). Dignidade humana, humilhação e forma de vida. *Rev. Direito e Práx.*, *10*(3), 1863-1888. DOI: 10.1590/2179-8966/2018/34008 .

Moreira, G. E. (2020). O Dzeta Investigações em Educação Matemática numa perspectiva de resistência e persistência. In G. E. Moreira *et al.* (org.), *Práticas de Ensino de Matemática em aprendizagem em Cursos de Licenciatura empedagogia: Oficinas como instrumento de aprendizagem* (pp.13-17). Editora Livraria da Física.

Oliveira, A. A. S., & Campos, T. E. (2005). Avaliação em educação especial: o pontode vista do professor de alunos com deficiência. *Estudos em Avaliação Educacional*,*16*(31). http://www.fcc.org.br/pesquisa/publicacoes/eae/arquivos/1222/1222.pdf

Perrenoud, P. (1999). *Avaliação: da excelência à regulação das aprendizagens: entre duas lógicas*. Artmed.

Skovsmose, O. (2007). *Educação Crítica: Incerteza, Matemática e Responsabilidade*. Cortez.

Skovsmose, O. (2008). *Desafios da reflexão em educação matemática crítica.* Papirus. Souza, M. N. M. de. (2019). *Avaliação formativa em Matemática no contexto de jogos: a interação entre pares, a autorregulação das aprendizagens e a construção de conceitos*. [Dissertação de Mestrado, Universidade de Brasília]. Repositório Institucional da UnB.

Unesco. (1994). *Declaração de Salamanca e Linhas de Ação sobre necessidades Educativas Especiais*. Brasília.

Vieira, L. B., & Moreira, G. E. (2018). Direitos Humanos e Educação: O professor de Matemática como agente sociocultural e político. *Revista de EducaçãoMatemática*, *15*, p. 548-564.

Vigotski, L. S. (2008). A brincadeira e o seu papel no desenvolvimento psíquico da criança. *Revista Virtual de Gestão de Iniciativas Sociais*, v. 8, n. 1, p. 23-36.

Vigotski, L. S. (2011). *A defectologia e o estudo do desenvolvimento e da educação da criança anormal*. Tradução de Denise Regina Sales, Marta Kohl de Oliveira e Priscila Nascimento Marques. Educação e Pesquisa, v. 37, n. 4, p. 861-870.

Villas Boas, B. M. de F. (2010). *Portfólio, avaliação e trabalho pedagógico* (8a ed.) Papirus.

Zeferino, A. M. B., Domingues, R. C. L. & Amaral, E. (2007). Feedback como estratégia de aprendizado no ensino médico. *Revista Brasileira de Educação Médica*, *31*(2), 176-179.

IX CIBEM Congresso Iberoamericano de Educação Matemática 05 a 09 de dezembro de 2022

Possibilidades de espaços para discussões sobre educação inclusiva na formação de professores de matemática

Possibilities of spaces for discussions on inclusive education in the training of mathematics teachers

Posibilidades de espacios de discusión sobre educación inclusiva en la formación de profesores de matemáticas

Denner Dias Barros[1299]
Serviço Social da Indústria - SESI/SP
0000-0002-8108-022X

Priscila Coelho Lima[1300]
Instituto Federal de São Paulo
0000-0002-5277-1873

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Educação Matemática e Inclusão

Resumo

Um dos grandes desafios para a Educação Inclusiva tem sido uma formação de professores adequada aos dilemas de uma sala de aula real. A pluralidade do contexto escolar deve ser considerada ao formar professores para que possam estar preparados para compreender, respeitar e valorizar as diferenças. Neste artigo, através de reflexões sobre a própria prática, procuramos compreender possibilidades de práticas para formação de professores de matemática em uma disciplina optativa e em um grupo de estudos buscando convidar futuros professores a olharem para as diferenças nas aulas de matemática. Com o desenvolvimento deste trabalho, esperamos que cada vez mais se ampliem espaços para discussão sobre Educação Inclusiva na formação de professores de matemática.
Palavras-chave: Educação Inclusiva, Formação de professores de matemática, Diferença, Inclusão, Imaginação Pedagógica.

Abstract

One of the great challenges for Inclusive Education has been a teacher training adequate to the dilemmas of a real classroom. The plurality of the school context must be considered when training teachers so that they can be prepared to understand, respect and value differences. In this article, through reflections on the practice itself, we seek to understand possibilities of practices for the training of mathematics teachers in an elective subject and in a study group seeking to invite future teachers to look at the differences in mathematics classes. With the development of this work, we hope that spaces for discussion about Inclusive Education in the training of mathematics teachers will increasingly expand.

[1299] dennerdias12@gmail.com
[1300] cilalima@ifsp.edu.br

Keywords: Inclusive Education, Mathematics teacher training, Difference, Inclusion, Pedagogical Imagination.

Resumen

Uno de los grandes retos de la Educación Inclusiva ha sido una formación docente adecuada a los dilemas de un aula real. La pluralidad del contexto escolar debe ser considerada a la hora de formar a los docentes para que estén preparados para comprender, respetar y valorar las diferencias. En este artículo, a través de reflexiones sobre la propia práctica, buscamos comprender posibilidades de prácticas para la formación de profesores de matemáticas en una asignatura optativa y en un grupo de estudio buscando invitar a los futuros profesores a mirar las diferencias en las clases de matemáticas. Con el desarrollo de este trabajo, esperamos que se amplíen cada vez más los espacios de discusión sobre la Educación Inclusiva en la formación de profesores de matemáticas.
Palabras clave: Educación Inclusiva, Formación de profesores de matemáticas, Diferencia, Inclusión, Imaginación Pedagógica.

Introdução

As discussões sobre Educação Inclusiva reconhecem que a pluralidade no contexto escolar foi ignorada durante muito tempo e indicam que precisam fazer parte das preocupações relativas às práticas educativas que prezam pelo respeito, equidade e justiça social. Esse contexto educacional, que pode ser denominado por “escola das diferenças” (BARROS, 2017). Tal definição considera os avanços ocorridos nos últimos anos, principalmente em termos de direito ao acesso de todos à Educação, mas reconhece que ainda não alcançamos um contexto ideal, seja na implementação das diretrizes previstas nas legislações, na garantia de acessibilidade, da implementação de políticas públicas de permanência escolar e de propostas de formação de profissionais da educação para o respeito e valorização à diversidade.

Uma escola das diferenças é um ambiente em que cada vez mais a diversidade se faz presente e é colocada em evidência. Assim, devemos traçar caminhos para que as diferenças sejam respeitadas, ressaltadas e valorizadas por todos, em práticas educativas e sociais dentro e fora do ambiente escolar.

As pesquisas em Educação Matemática e Inclusão têm se intensificado nos últimos anos em consonância com o avanço de políticas públicas que preconizam o acesso e a permanência de todos os estudantes em um sistema de ensino de qualidade. Além disso, considerando o caráter político da Educação Matemática, os estudos em Educação Matemática Crítica têm buscado refletir sobre justiça social e os desafios que os grupos sub-representados enfrentaram e ainda enfrentam nos contextos escolares e fora deles. Muitas pesquisas nessa perspectiva são desenvolvidas no Grupo de Trabalho sobre Diferença, Inclusão e Educação Matemática (GT13), da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM).

Porém, uma preocupação recorrente dos pesquisadores é como essas discussões têm chegado efetivamente nas salas de aula de matemática. Uma das possibilidades, que será trabalhada neste trabalho, são as reflexões essas temáticas na formação inicial de professores de Matemática. Tardif (2002) ressalta que os saberes docentes são constituídos ao longo de toda a vida, contemplando os momentos em que fomos estudantes, experiências do cotidiano e reflexões feitas pelos professores que vão modificar suas práticas. Entretanto, a formação inicial é um momento fundamental para os professores e professoras, no qual os saberes são formalizados e as práticas desenvolvidas possuem a intencionalidade de prepará-los para as práticas docentes futuras.

Estudando acerca das discussões sobre Educação Inclusiva nos cursos de Licenciatura em Matemática, Barros (2017) apontou que a disciplina de Libras, garantida pelo Decreto 5626/2005 em todos os cursos de formação de professores e fonoaudiologia, se constitui como um espaço onde a maioria das discussões sobre diferença, inclusão e diversidade acontecem. Muitas vezes, é o único espaço em que essas discussões são feitas. Apesar de ser uma disciplina essencial e trazer inúmeras colaborações para a formação desses profissionais, tais como o desenvolvimento de um novo olhar para as diferenças, conhecimento de possibilidades para um planejamento de aulas em uma perspectiva inclusiva e o aprendizado da Libras (BARROS, 2017), outros espaços podem e devem ser estabelecidos para que outras discussões sobre a pluralidade do contexto escolar sejam contempladas.

Considerando tais pressupostos, o objetivo deste artigo é discutir sobre possibilidades para reflexões sobre Educação Inclusiva nos cursos de formação de professores de matemática a partir de considerações sobre a própria prática dos autores, nos campos profissional e de pesquisa.

Metodologia

Tendo em vista o objetivo estabelecido neste trabalho, situamos nosso estudo como uma pesquisa qualitativa. Sendo assim, teremos os pesquisadores como instrumento principal na produção dos dados, que são descritivos e tem grande preocupação com o processo e não só com o resultado, buscando trazer pontos de vista dos participantes e reflexões amplas sobre o tema proposto (TRIVIÑOS,1987; LÜDKE e ANDRÉ, 1986).

Este trabalho está pautado em práticas docentes desenvolvidas pelos autores do artigo. A primeira delas no contexto de uma disciplina optativa intitulada “Educação Matemática e Inclusão” para o curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade pública do interior do estado de São Paulo, na qual um dos autores foi docente no ano de 2020. As reflexões estão baseadas em registros de atividades produzidas pelos estudantes e por observações feitas pela própria prática seguindo as ideias de Perrenoud (2002, p.13) de desenvolvimento de uma prática reflexiva.

> Todos nós refletimos na ação e sobre a ação, e nem por isso nos tornamos profissionais reflexivos. É preciso estabelecer distinção entre a postura reflexiva do profissional e a reflexão episódica de todos nós sobre o que fazemos. Visando chegar a uma verdadeira prática reflexiva, essa postura deve se tornar quase permanente, inserir-se em uma relação analítica com a ação, a qual se torna relativamente independente dos obstáculos encontrados ou das decepções. Uma prática reflexiva pressupõe uma postura, uma forma de identidade, um habitus. Sua realidade não é medida por discursos ou por intenções, mas pelo lugar, pela natureza e pelas consequências da reflexão no exercício cotidiano da profissão, seja em situação de crise ou de fracasso, seja em velocidade de cruzeiro (PERRENOUD, 2002, p.13).

Ainda em um processo de investigação da própria prática, mas agora no contexto de uma pesquisa de doutorado, o trabalho de Lima (2022) também comporá nossos dados analisados. Foram revisitados os dados e resultados de sua tese de doutorado, que buscou compreender o que se mostra em um processo de Imaginação Pedagógica, realizado por licenciandos em Matemática, ao pensarem em aulas de Matemática guiados pela perspectiva da Educação Inclusiva, olhando de modo especial para dois pontos: possibilidades de ação na sala de aula de Matemática e para uma formação de professores para a inclusão e justiça social. Para a produção dos dados da pesquisa foi proposto um grupo de estudos com estudantes de um curso de licenciatura em Matemática, inspirado nos grupos de estudos independentes apresentados por Murphy e Lick (1998). No grupo, os 21 participantes foram convidados a estudar sobre Educação Inclusiva e, em seguida, a imaginar aulas de matemática nesta perspectiva para salas de aula que tivessem, ao menos, um aluno com deficiência. Os encontros foram gravados em áudio e vídeo, para análise posterior.

A seguir, apresentamos possibilidades para discussão acerca da Educação Inclusiva em cursos de formação de professores, em especial de matemática, a partir de reflexões sobre a própria prática dos autores, primeiramente no âmbito de uma disciplina optativa e, em seguida, em um grupo de estudos no contexto da produção de dados de uma pesquisa de doutorado.

Possibilidades em uma disciplina optativa

A disciplina Educação Matemática e Inclusão foi ofertada no primeiro semestre de 2021 para estudantes do último ano do curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade pública do interior do estado de São Paulo. Ela teve como objetivo promover discussões sobre Inclusão e apresentar possibilidades de práticas inclusivas de ensino de matemática.

As aulas foram organizadas por temas, sendo eles: Educação Especial e Educação Inclusiva; Surdez; Deficiência Visual; Surdocegueira e Deficiências Múltiplas; Dislexia e Discalculia; Autismo; Altas habilidades/Superdotação; Deficiência Intelectual; Idosos e intergeracionalidade; Comunidades Indígenas; Questões de gênero e sexualidade.

Semanalmente, os estudantes deveriam realizar leituras sobre o assunto que seria abordado no respectivo encontro, bem como elaborar um texto de opinião e listar possíveis dúvidas. No dia da aula, além do docente, em muitos encontros, foram convidados especialistas no assunto abortado ou membros dos respectivos grupos sub-representados. Por exemplo, no encontro destinado à discussão sobre múltiplas deficiências, foi convidada a Profa. Dra. Célia Regina Roncato que tinha experiência enquanto professora da Educação Básica e pesquisadora do tema. Na aula destinada a refletir sobre a importância da inclusão de pessoas da comunidade LGBT+ e com deficiência na escola, foi convidada Walléria Suri, uma mulher transgênero e com deficiência visual para compartilhar suas vivências e refletir com o grupo. O compartilhamento de vivências oportunizadas por tais encontros foi positivo e possibilitou diálogos com perspectivas de quem vivencia os desafios, as lutas e conquistas diárias de serem quem são.

Além disso, os estudantes realizaram um estudo de aprofundamento em duplas sobre um dos temas abordados. Cada dupla ficou responsável por elaborar uma prática de ensino de matemática que fosse acessível para todos e que permitissem a discussão sobre o assunto abordado em uma perspectiva de leitura e escrita de mundo com a matemática (GUTSTEIN, 2006).

Ler o mundo com a matemática, para Gutstein (2006) refere-se ao processo de compreender questões sociais através das lentes fornecidas pelo conhecimento matemática que é mobilizado em conjunto com o conhecimento que se tem da comunidade e do estabelecimento de uma perspectiva crítica acerca do que é abordado. Escrever o mundo, por sua vez, engloba assumir uma postura ativa diante da realidade percebida, buscando transformá-la.

Deste modo, os estudantes apresentaram ao final da disciplina um estudo aprofundado sobre o tema investigado e uma proposta de aula que foi colocada em prática com o restante da turma. Um relato mais detalhado sobre um dos trabalhos desenvolvidos como conclusão desta disciplina pode ser visto em Lima (2022).

Diante do exposto e das práticas realizadas, pode-se destacar que a disciplina mostrou-se potente para a formação dos futuros professores e professoras que a cursaram, já que permitiu uma visão mais global acerca da Educação Inclusiva e oportunizou diferentes reflexões sobre como as aulas de matemática podem ser mais acessíveis e como a própria matemática pode ser utilizada como possibilidade de compreensão e transformação social. Vale ressaltar que a sua ausência teria como consequência uma lacuna na formação desses profissionais que vão atuar em uma escola das diferenças, onde a pluralidade deve ser evidenciada, respeitada e valorizada.

Possibilidades em um grupo de estudos via Imaginação Pedagógica

Lima (2022), para a produção dos dados de sua pesquisa, convidou estudantes de um curso de Licenciatura em Matemática para participarem de um grupo de estudos sobre Educação Matemática e Inclusão. A proposição de um grupo de estudos permitiu que 21 licenciandos de diferentes períodos do curso se reunissem com um objetivo comum: estudar sobre Educação Inclusiva em busca de possibilidades para aulas de matemática mais inclusivas, com vistas às suas práticas como docentes desta disciplina. Buscavam por um conhecimento que consideravam importante para o exercício da futura profissão.

Os 12 encontros foram divididos em duas partes. A primeira voltada para estudo sobre assuntos acerca da Educação Inclusiva, tais como histórico, desenvolvimento e implementação de legislações que versam sobre direito de todos à Educação; definição dos modelos médico e social de deficiência e as consequências da adoção de cada um na sociedade e na escola; reflexões acerca da pessoa com deficiência (PCD) e as nomenclaturas adotadas para se referirem a elas ao longo do tempo; possibilidades para ações inclusivas a partir do lema das PCD: nada por nós sem nós; desenho universal para aprendizagem. Na segunda parte do grupo de estudos, os participantes, separados em grupos menores, foram convidados a imaginarem aulas de matemática para sala de aulas em que estivesse presente ao menos um estudante com deficiência.

No grupo de estudos, os participantes realizaram um processo de Imaginação Pedagógica, que surgiu a partir da busca de Skovsmose (2011, 2015) pela realização do que chamou de pesquisa de possibilidades. Nesse tipo de pesquisa, inserida em uma perspectiva crítica, um dos processos envolvidos é o de Imaginação Pedagógica, que permite buscar por possibilidades para uma situação corrente, pensando o que poderia ser diferente, chegando em uma situação imaginada.

Lima (2022) utilizou o processo de Imaginação Pedagógica em um contexto de formação inicial de professores de matemática para inclusão. Este processo envolveu mais do que a ação de imaginar os planos das aulas de matemática, reduzi-lo a este momento seria empobrecê-lo. Ele se iniciou no momento de estudos, quando os participantes tiveram contato com leituras e discussões acerca da Educação Inclusiva, construindo uma compreensão sobre o tema, constituindo, assim, um terreno fértil para a Imaginação Pedagógica. A Imaginação Pedagógica foi um processo coletivo e envolveu também imaginar as escolas, os alunos e as salas de aula, momento em que lançaram mão de vivências e saberes pessoais. A imaginação das aulas, último momento deste processo, baseou-se tanto nos saberes advindos do momento de estudo, tanto no desenho do ambiente escolar que realizaram.

As aulas imaginadas valorizavam o estar junto, o diálogo entre os estudantes e com os docentes e primavam pelo respeito. Eram aulas investigativas, que permitiam que todos os estudantes, independentemente de suas especificidades, participassem das atividades propostas e aprendessem o conteúdo ali trabalhado. As diferenças eram consideradas para a proposição de ações que tornassem as aulas de matemática mais inclusivas. A imaginação dos participantes se aproximou da compreensão de Skovsmose (2019) da Educação Inclusiva como encontro entre diferenças.

Ao longo dos encontros, os participantes discutiram sobre os direitos das pessoas com deficiência na sociedade e, em especial, na escola; posicionaram-se contra a exclusão e o preconceito e a favor da equidade e justiça social; defenderam um ambiente escolar e, em particular, aulas de matemática que respeitem a diferença.

Um dos exemplos foi quando ao imaginarem aulas para uma turma em que um dos estudantes era cego, compreenderam a importância de que todas as atividades elaboradas pelo professor ou pelos estudantes tivessem todas as informações escritas em braile ou disponibilizadas de modo tátil para que todos tivessem a mesma condição de participação e aprendizagem. Ou quando outro grupo defendeu que na atividade elaborada para trabalhar conceitos de média, moda e mediana, na qual os alunos deveriam se levantar para organizar, identificar e registrar o número do calçado de todos os alunos da sala de aula, defenderam que todos podiam ajudar e ser ajudados, Independentemente de terem ou não uma deficiência.

A participação no grupo de estudos possibilitou que estivessem em um espaço de discussão coletiva em que refletiram sobre o direito à aprendizagem de todos os estudantes, imaginando possibilidades para um ensino de matemática mais inclusivo. este modo, o processo de Imaginação Pedagógica, por meio da realização de um grupo de estudos sobre Educação Matemática e Inclusão, se constituiu como uma possibilidade para a formação de professores para a inclusão, equidade e justiça social.

Considerações finais

Uma formação que contemple as diferenças ainda se configura como um dos grandes desafios na busca de uma escola inclusiva. Nesse artigo, compartilhamos duas experiências vivenciadas pelos autores que tinham como objetivo promover uma formação para as diferenças. Através delas foi possível perceber que estes momentos são fundamentais para uma formação que vai além de práticas genéricas de matemática, mas que contemplam iniciativas que busquem a acessibilidade nas ações escolares, que considerem a multiplicidade da sala de aula e defendam o respeito às diferenças, tanto em questão à aprendizagem quanto à participação nas aulas e na escola.

Infelizmente, em muitos cursos de Licenciatura em Matemática, a disciplina de Libras ainda tem se constituído como um dos únicos momentos para que essas discussões aconteçam (BARROS, 2017). Deste modo, ressaltamos, mais uma vez, que é fundamental que este espaço garantido pela legislação seja mantido, pois ele assegura que tais discussões aconteçam. Contudo, reconhecemos a importância de que os espaços que se dediquem ao estudo e ao debate sobre educação e diversidade sejam ampliados.

Para além da aquisição de conhecimentos específicos, futuros professores precisam exercitar sua capacidade de olhar para as diferenças em sala de aula, posicionar contra situações de exclusão e preconceito, perceber as potencialidades de cada aluno e acreditar que uma educação de qualidade para todos, apesar de não ser simples, é possível.

Vale ressaltar que a sala de aula é um espaço demarcado pela imprevisibilidade e caracterizado pela diversidade, portanto, não é possível (e nem acreditamos que este seja o caminho) que espaços de formação de professores atinjam uma completude em relação às temáticas relacionadas com práticas educativas inclusivas, por exemplo. Defendemos ações formativas que possibilitem vivências que possam mobilizar questionamentos e discussões que contribuam para a constituição de saberes profissionais que preparem para práticas futuras que considerem e respeitem a diversidade.

Referências

Barros, D. D. (2017) *Formação inicial de professores de matemática na perspectiva da educação inclusiva:* contribuições da disciplina de Libras. 109 f. Dissertação – (mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Disponível em: < https://repositorio.unesp.br/handle/11449/152464.> Acesso em: 15 jun. 2022.

Barros, D. D.; Sasaki, E. A.; Geraldini, G. G. Reflexões sobre a comunidade LGBT+ na formação inicial de professores de matemática em uma perspectiva crítica. In: CIVIERO, P. A. G. (et al.). *Educação Matemática Crítica:* Múltiplas possibilidades na formação de professores que ensinam matemática. Sociedade Brasileira de Educação Matemática - SBEM, 2022.

Brasil. *Decreto nº 5626 de 22 de dezembro de 2005*. Brasília: Presidência da República, Casa Civil, Subchefia para Assuntos Jurídicos. Disponível em: < http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato20042006/2005/decreto/d5626.htm#:~:text=DECRETO%20N%C2%BA%205.626%2C%20 DE%2022,19%20de%20dezembro%20de%202000 >. Acesso em: 20 juN de 2022.

Gutstein, E. *Reading and writing the world with mathematics:* toward a pedagogy for social justice. New York: Routledge, 2006.

Lima, P. C. *Imaginação pedagógica e educação inclusiva:* possibilidades para a formação de professores de matemática. 2022. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista (Unesp), Rio Claro, 2022. http://hdl.handle.net/11449/234464.

Lüdke, M. André; M. E. D. A. *Pesquisa em educação:* abordagens qualitativas - São Paulo: EPU, 1986.

Murphy, C.; Lick, D. *Whole Faculty Study Groups:* A powerful way to change schools and enhance learning. Califórnia: Corwin, 1998.

Perrenoud, P. *A prática reflexiva no ofício do professor:* profissionalização e razão pedagógica. Porto Alegre:. Artmed, 2002.

Mantoan. M. T. E. *Inclusão escolar:* o que é? Por quê? Como fazer? São Paulo: Moderna, 2003. Cochran-Smith, M., & Lytle, S. L. (2009). Inquiry as stance: practitioner research for the next generation. Teacher College Press.

Skovsmose, O. *Critique, generativity, and imagination*. For the Learning of Mathematics. New Brunswick, Canada. v. 31, n. 3, p. 19-23, 2011.

Skovsmose, O. Uncertainty, pedagogical imagination, explorative reasoning, social justice, and critique. In S. Mukhopadhyay, & B. Greer (Eds.) *Proceedings of the Eight International Mathematics Education and Society Conference*. Vol. 1, p. 111-124. 2015. Ooligan Press, Portland State University.

Skovsmose, O. *Inclusões, encontros e cenários*. Educação Matemática em Revista, p. 16-32, 22 dez. 2019. Tradução do original: Skovsmose, O. Inclusions, Meetings and Landscapes. In: Kollosche, D; Marcone, R; Knigge, M; Penteado, M.; Skovsmose, O., (eds). Inclusive Mathematics Education. Springer, Cham, 2019. p. 71-84.

Tardif, M. *Saberes docentes e formação profissional*. Petrópolis, R.J.: Editora Vozes, 2002.

A aprendizagem matemática para alunos surdos num contexto escolar

Mathematical learning for deaf students in a school context

Aprendizaje matemático para estudiantes sordos en un contexto escolar

Daiana Coelho da Silveira[1301]
Centro Universitário Leonardo da Vinci (UNIASSELVI)
0000-0002-3042-212X

Maríndia Leidens Bittarello[1302]
Secretaria Estadual de Educação do Rio Grande do Sul (SEDUC/RS
0000-0003-4655-1097

Modalidade: Comunicações
Núcleo temático: Educação Matemática e Inclusão

Resumo

Esta pesquisa tem como objetivo, verificar a percepção do professor quanto a aprendizagem matemática do aluno surdo inserido no ensino regular na Escola Estadual de Ensino Fundamental Santo Agostinho, no município de Erechim, Rio Grande do Sul. Na elaboração deste trabalho foram explorados aspectos de inclusão do sujeito surdo, perspectiva educacional bilíngue e a importância da aprendizagem matemática nesse contexto. Como forma de coleta de dados foram realizadas entrevistas com duas professoras de matemática. O estudo caracteriza-se como estudo de caso com abordagem qualitativa e exploratória. Como resultado dessa pesquisa é possível observar que o professor precisa de uma sólida formação, de uma rede de apoio ativa e políticas públicas que garantam o verdadeiro acesso à educação.

Palavras-chave: Surdez, Matemática, Educação.

Abstract

This research aims to verify the teacher's perception regarding the mathematical learning of the deaf student inserted in regular education at Escola Estadual de Ensino Fundamental Santo Agostinho, in the municipality of Erechim, Rio Grande do Sul. In the elaboration of this work, aspects of inclusion of the deaf subject, bilingual educational perspective and the importance of mathematical learning in this context were explored. As a way of collecting data, interviews were carried out with two mathematics teachers. The study is characterized as a case study with a qualitative and exploratory approach. As a result of this research, it is possible to observe that

[1301] daiana.coelhomat@gmail.com
[1302] marindialeidens@gmail.com

the teacher needs a solid formation, an active support network and public policies that guarantee true access to education.

Keywords: Deafness, mathematics, education.

Resumen

Esta investigación tiene como objetivo verificar la percepción del profesor sobre el aprendizaje matemático del alumno sordo inserto en la educación regular en la Escola Estadual de Ensino Fundamental Santo Agostinho, en el municipio de Erechim, Rio Grande do Sul. En la elaboración de este trabajo se exploraron aspectos de inclusión del sujeto sordo, perspectiva educativa bilingüe y la importancia del aprendizaje matemático en este contexto. Como forma de recolección de datos, se realizaron entrevistas a dos profesores de matemáticas. El estudio se caracteriza por ser un estudio de caso con un enfoque cualitativo y exploratorio. Como resultado de esta investigación, es posible observar que el docente necesita una sólida formación, una red de apoyo activa y políticas públicas que garanticen un verdadero acceso a la educación.

Palabras clave: Sordera, matemáticas, Educación

Introdução

Apresenta-se neste artigo os resultados de uma pesquisa realizada a partir do trabalho de conclusão de um curso de pós-graduação - Lato Sensu em Educação Especial Inclusiva. O objetivo da pesquisa era verificar a percepção do professor diante da aprendizagem matemática de alunos surdos inseridos no ensino regular. Partindo desse intuito, a pergunta da pesquisa foi: Qual a percepção do professor diante a aprendizagem matemática do estudante surdo na Escola Estadual de Ensino Fundamental Santo Agostinho? Com base nesses norteadores, pergunta e objetivo, buscou-se conhecer um pouco mais a realidade de alunos com surdez inseridos na Educação Básica.

É notório que as leis de inclusão, assim como os esforços da sociedade, estão contribuindo para a inclusão dos alunos surdos no ensino regular, porém conhecer a realidade escolar e vivenciar algumas experiências como a abordada nesse estudo mostram-se importante pois, reformulam a prática docente, evidenciam algumas dificuldades enfrentadas diante da inclusão efetiva de alunos surdos e podem vir a ajudar a compreender a percepção dos professores de matemática, quanto ao aprendizado destes alunos no ensino regular.

No intuito de verificar esta percepção, este trabalho foi desenvolvido a partir de estudo de caso, realizado com professores de matemática da Escola Estadual de Ensino Fundamental Santo Agostinho, no município de Erechim, no estado do Rio Grande do Sul. Na época da pesquisa a escola tinha cinco alunos surdos, matriculados no sétimo e nono anos do Ensino Fundamental- Anos finais. Utilizou-se para o desenvolvimento uma abordagem qualitativa e de cunho exploratório, envolvendo levantamento bibliográfico e entrevistas com profissionais que tiveram ou têm experiências com alunos surdos.

Como resultado da pesquisa, esperava-se conhecer como está acontecendo a aprendizagem matemática com estes alunos e compreender se os mesmos estão realmente incluídos no ensino regular.

Surdez e aprendizagem matemática

Atualmente falar em inclusão escolar, não tem gerado posições unânimes entre professores, tendo em vista que a criança não pode ser apenas transferida de uma classe especial para a classe regular, conforme aponta a Declaração de Salamanca (1994, p.5):

> […] Escolas inclusivas devem reconhecer e responder às necessidades diversas de seus alunos, acomodando ambos os estilos e ritmos de aprendizagem e assegurando uma educação de qualidade à todos através de um currículo apropriado, arranjos organizacionais, estratégias de ensino, uso de recursos e parceria com as comunidades.

Para subsidiar o olhar do professor, em busca de uma prática inclusiva é essencial e necessário refletir e retomar de forma constante a legislação que ampara o público em questão. Evidencia-se o Art.27 da Lei n° 13.146, de 6 de julho de 2015, que a educação é direito da pessoa com deficiência, e assegura-lhes um sistema inclusivo em todos os níveis e aprendizados de forma a alcançar o máximo desenvolvimento possível. (BRASIL,2015). Outro documento norteador utilizado para embasar o estudo foi as

Diretrizes Curriculares, podemos citar as Diretrizes Curriculares Nacional da Educação Básica (2013), onde menciona que, para conquistar a inclusão, a escola deve fundamentar-se na ética, liberdade, justiça social, solidariedade e sustentabilidade para adquirir o pleno desenvolvimento de seus sujeitos e que diante dessa concepção de educação, menos rígida, segmentada, os estudantes possam adequar seus tempos de aprendizagem de modo menos homogêneo e idealizado. (BRASIL, 2013, p.16).

Determinados educadores compreendem que ter domínio de conteúdo é garantia de ser um bom educador. No caso de alunos surdos, acrescenta-se LIBRAS ou intérprete. Desta forma acreditando que estão contribuindo efetivamente com o processo de ensino e aprendizagem, esquecem que o surdo possui uma identidade própria, diferença linguística e uma experiência visual, conforme destaca Skliar(1998, p.11) “a surdez constitui uma diferença a ser politicamente reconhecida, a surdez é uma experiência visual", o mundo surdo tem como seu canal principal a visão, tornando ele visual-espacial, diferente do ouvinte que é oral-auditivo. Tendo este como o problema que causa opiniões distintas entre educadores, quanto a inclusão de surdos, ressalta-se a importância de uma prática guiada pelo dialogismo, com uma compreensão bilíngue e bicultural, onde o aluno surdo usufruirá de contato com a língua de sinais e a escrita, bicultural, no sentido de conviver com ouvintes e surdos.

O bilinguismo está sendo a perspectiva educacional defendida atualmente na educação de surdos, conforme apresenta o Art.60-A da Lei nº 14.191, de 3 de agosto de 2021, onde concebe a educação bilíngue, sendo LIBRAS a 1ª língua, e português escrito como a 2ª língua (BRASIL, 2021). Os surdos em sua maioria são filhos de ouvintes, convivem com ouvintes, portanto se relacionam com o bilinguismo, corroborando com o que foi citado Kyle (1999, p.16), afirma:

> É relativamente óbvio que as crianças surdas deveriam ser bilíngues. Elas possuem uma língua natural visual e espacial que irão adquirir se forem agrupadas nas escolas. Elas vivem em uma sociedade que é dominada pela língua falada e escrita. Para alcançar o potencial que é aparente em seu funcionamento cognitivo, precisam acessar a língua da maioria. A maioria dos grupos minoritários chegam à mesma conclusão.

Na escolha desta perspectiva educacional, a surdez deixa de ser uma deficiência e passa a ser uma experiência visual, portanto, o aluno surdo consegue interpretar o mundo ao seu redor, conseguindo construir sua autonomia, seu conhecimento e consequentemente não se tornando um deficiente funcional (sujeito que possui todas capacidades, mas em virtude de atrasos nas fases concretas acaba por se tornar um deficiente intelectual).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), apresentam no que tange à disciplina de matemática na educação básica, como parte importante na construção da cidadania:

> Falar em formação básica para a cidadania significa refletir sobre as condições humanas de sobrevivência, sobre a inserção das pessoas no mundo do trabalho, das relações sociais e da cultura e sobre o desenvolvimento da crítica e do posicionamento diante das questões sociais. Assim, é importante refletir a respeito da colaboração que a matemática tem a oferecer com vistas à formação da cidadania. A sobrevivência na sociedade depende cada vez mais do conhecimento, pois diante da complexidadeda organização social, a falta de recursos para obter e interpretar informações impede a participação efetiva na tomada de decisões em relação aos problemas sociais. Impede, ainda, o acesso ao conhecimento mais elaborado e dificulta o acesso às posições de trabalho. (BRASIL, 1998, p.26-27).

Potencializando a importância da matemática nesta construção, a Base Nacional Comum Curricular, BNCC, cita em uma de suas competências específicas para o ensino fundamental:

> Reconhecer que a matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho. (BRASIL, 2018, p.267).

Dessa maneira, pensar em educação matemática é pensar em motivar o aluno a desenvolver o raciocínio lógico e agir de forma crítica, ficando desta forma incontestável a importância da aprendizagem matemática para alunos com ou sem deficiência.

Metodologia

Para o alcance do objetivo desta pesquisa, utilizou-se como metodologia um estudo de caso de natureza qualitativa e exploratória, com professoras de matemática da Escola Estadual de Ensino Fundamental Santo Agostinho, em Erechim, no Rio Grande do Sul.

Segundo Lakatos e Marconi (1992), o estudo de caso concerne ao levantamento com mais profundidade de determinado caso sob todos os aspectos, contudo, é limitado, restringindo-se ao caso que se estuda. Estendendo-se a metodologia qualitativa Lakatos e Marconi afirmam:

> A metodologia qualitativa procura analisar e interpretar aspectos mais profundos, descrevendo a complexidade do comportamento humano. Fornece análise mais detalhada sobre as investigações, hábitos, atitudes, tendências de comportamento. (LAKATOS e MARCONI, 2005, p.269).

Proporcionando uma maior proximidade com o problema, a pesquisa exploratória procura aprimorar ideias, a partir de um planejamento envolvendo entrevistas com pessoas que tiveram ou têm experiência com o problema pesquisado. Sendo esta escolhida como instrumento para coleta de dados, as entrevistas foram semi-estruturadas. Conforme Dencker (1998,p.137) “a entrevista é uma comunicação verbal entre duas ou mais pessoas com um grau de estruturação previamente definido, cuja finalidade é a obtenção de informações de pesquisa”.

Escola

A pesquisa foi desenvolvida na Escola Estadual de Ensino Fundamental Santo Agostinho, localizada no município de Erechim, Rio Grande do Sul. A escola oferece ensino regular seriado do primeiro ao quinto ano do Ensino Fundamental - anos iniciais no turno da manhã, enquanto no período da tarde, a escola atende alunos do sexto ao nono ano- Ensino Fundamental - anos finais. Nos dois turnos, oferece Atendimento Educacional Especializado (AEE), realizado através de Sala de Recursos Multifuncional, espaço destinado ao atendimento de alunos com necessidades especiais, oferecido em turno oposto ao horário do ensino regular, com professores especializados para trabalhar nessa área.

Entrevistados

Os integrantes da entrevista foram duas professoras de matemática da escola, que no decorrer da pesquisa são mencionadas como professora X e professora Y. Os critérios de escolha dos participantes foram: ser professor de matemática, profissionais que tiveram ou têm experiência com alunos surdos e disponibilidade em participar da entrevista.

Entrevista

A entrevista foi preparada a partir de um roteiro previamente definido, contendo os seguintes questionamentos: Qual sua formação acadêmica? Tempo de formação? Tempo de experiência com surdos? Qual sua maior dificuldade em relação ao ensino aprendizagem do aluno surdo? Quais estratégias metodológicas você utiliza com alunos surdos em sala de aula no ensino da matemática? Você utiliza metodologias diferentes para alunos surdos e ouvintes? Como você, enquanto educador, percebe a aprendizagem matemática do aluno surdo no ensino regular? Como você compreende o processo de inclusão do aluno surdo no ensino regular? Como você descreve sua relação com o/a intérprete?

Análise das entrevistas

Conforme os dados coletados, segue exposto o parecer de cada professora de acordo com as perguntas mencionadas anteriormente. A primeira professora entrevistada é mencionada como professora X.

- Professora X - Formada em nível superior em matemática e biologia, concluiu duas pós-graduações na área da Educação e curso básico de LIBRAS, possui 28 anos de formação e experiência como educadora, leciona a 10 anos com alunos surdos. Referente às dificuldades encontradas pela professora, ela relata a falta de recursos pedagógicos voltados aos surdos, diz ainda que eles precisam de materiais que sejam visuais. Na dificuldade apresentada é possível relembrar, conforme citado anteriormente, a compreensão de Skliar (1998), onde ele aborda a surdez como uma experiência visual.

De acordo com a professora, nas suas estratégias metodológicas utiliza-se de aulas expositivas, utilização de quadro branco e figuras ilustrativas. Quanto à utilização de metodologias diferentes para alunos surdos e ouvintes, a professora relata depender do conteúdo abordado em sala de aula, expressa resultar da bagagem de conhecimento matemático prévio deste aluno surdo.

Com relação ao questionamento de como percebe a aprendizagem matemática do aluno surdo no ensino regular, ela menciona exclusivamente a necessidade de intérprete, alegando que não havendo intérprete, não é possível uma educação matemática de qualidade. Ressalta novamente a necessidade de intérprete, quando perguntada de como compreende o processo de inclusão do surdo no ensino regular, pois acredita que só há inclusão com a presença de intérprete.

Finalizando a entrevista, foi perguntado sobre a relação professor / intérprete e na ocasião a professora mencionou ter uma boa relação com a intérprete.

A seguir apresenta-se as respostas da outra professora entrevistada.

- Professora Y - formação de nível superior em matemática e pós graduação em metodologia do ensino da matemática, formada a sete anos e experiência com alunos surdos de aproximadamente dois anos. Na sua opinião, a maior dificuldade encontrada é o planejamento de atividades, ela relata que precisa adaptar visualmente suas atividades, desta forma consumindo muito tempo nesta adaptação.

Quanto às estratégias metodológicas utilizadas, a professora exemplifica de forma ilustrativa e aplica muitos exercícios de fixação, na qual citou como exercícios repetitivos para que possam memorizar. No que se refere à utilização de metodologias diferentes para alunos surdos e ouvintes, ela relata também depender do conteúdo abordado e menciona que determinados casos se faz necessário retomar conteúdos básicos, como cálculos de multiplicação e divisão.

Com relação a como percebe a aprendizagem matemática do aluno surdo no ensino regular, novamente relata depender de cada estudante, referindo-se a sua bagagem prévia, mas salienta que os alunos surdos possuem grandes dificuldades e por estarem em conteúdos mais avançados, a matemática tende a ser mais abstrata, causando maior dificuldade no decorrer das aulas. Refere-se ainda como uma disciplina difícil e não saber até que ponto realmente aprenderam determinados conceitos matemáticos. Ressalta-se neste momento, a importância da aprendizagem matemática, sendo através desta, possível exercer seu papel de cidadão de forma crítica na sociedade, conforme os Parâmetros Nacionais Curriculares (1998, p.27), "[…] para exercer a cidadania é necessário saber calcular, medir, raciocinar, argumentar, tratar informações estatisticamente etc."

Quanto ao processo de inclusão do aluno surdo no ensino regular, ela crê que se a escola disponibilizar em seu currículo escolar a disciplina de LIBRAS, onde todos os alunos possam aprender LIBRAS, haverá inclusão, caso contrário o aluno surdo estará excluído.

Com relação ao relacionamento professor/intérprete, destaca que a intérprete com quem trabalha tem vasta experiência com surdos e sempre que possível lhe dá sugestões de como abordar melhor determinado conteúdo.

Considerações finais

A aprendizagem matemática, assim como todas as áreas de aprendizagem, faz-se importante para o futuro do estudante surdo, tornando-o um cidadão crítico para viver em sociedade.

Com base na análise das entrevistas, pode-se concluir que, apesar dos professores de matemática da Escola investigada possuírem um nível superior de formação e especializações na área, o ensino inclusivo dos alunos surdos ainda é um grande desafio para as professoras. Observa-se, segundo os relatos, que esses alunos exigem uma maior e diferenciada atenção para tentar acompanhar a aula regular junto com os demais alunos.

Mesmo com o acompanhamento das professoras intérpretes, ainda há algumas dificuldades na explicação dos conteúdos e na realização de atividades propostas em aulas.

Nesse sentido, o ensino para surdos requer dedicação, formação e ações pedagógicas compatíveis com as necessidades. Segundo Hattge e Klaus (2014, p.329) a convivência dos alunos na escola é fundamental:

> [...] mas, a participação dos alunos em sala de aula deve buscar a aprendizagem, pois a escola tem um compromisso com o desenvolvimento dos sujeitos [...] a construção de materiais e a implementação de metodologias de ensino que venham a produzir uma aprendizagem individualizada, levando em consideração as necessidades específicas dos sujeitos, suas potencialidades e desafios.

O ensino de matemática já traz no seu legado uma tarefa árdua, pois muitos estudantes ainda associam a matemática a uma matéria difícil, abstrata, desnecessária e por vezes com pouco nexo na percepção de alguns estudantes. As metodologias ativas, novas práticas, os cursos de formação para professores de matemática e as novas tecnologias buscam reverter, ou minimizar essa visão do estudante, e muito trabalho já vem sendo desenvolvido nesse sentido, para que a matemática passe a ser vista com outros olhares pelos estudantes e mesmo pela sociedade.

Quando se trata do ensino de matemática para surdos não é diferente, aumentam-se as dificuldades e é preciso buscar novos caminhos. Percebe-se a partir desse estudo de pesquisa que o professor precisa ter uma sólida formação e uma grande rede de apoio entre escola, família e principalmente de políticas públicas que incentivem e deem suporte para desenvolver uma educação de qualidade e realmente efetiva aos estudantes portadores de necessidades especiais no caso como mostrou esse estudo específico para alunos surdos.

Referências

BRASIL, Ministério da Educação. Parâmetros Curriculares Nacionais (5ª a 8ª séries). Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL, Lei nº 13.146, de 6 de julho de 2015. Institui a Lei Brasileira de Inclusão da Pessoa com Deficiência (Estatuto da Pessoa com Deficiência). Brasília, 2015. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2015-2018/2015/lei/l13146.htm > acessado em 15/05/22.

BRASIL, Lei 14.191, de 3 de agosto de 2021. Altera a Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996 (Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional), para dispor sobre a modalidade de educação bilíngue de surdos. Brasília, 2021. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2019-2022/2021/Lei/L14191.htm > acessado em 23/05/22

DENCKER, Ada de Freitas Maneti. Métodos e técnicas de pesquisa em turismo. 5. ed. São Paulo: Futura, 1998.

HATTGE, Morgana Domênica, KLAUS, Viviane. A Importância da Pedagogia nos Processos Inclusivos. Revista Educação. Especial | v. 27 | n. 49 | p. 327-340| maio/ago. 2014 Santa Maria. Disponível em: <https://periodicos.ufsm.br/educacaoespecial/article/view/7641/pdf > Acesso em 20/06/22.

KYLE, Jim. O ambiente bilíngue: alguns comentários do desenvolvimento do bilingüismo para surdos. In: SKLIAR, Carlos (Orgs). Atualidade da educação bilingüe para surdos. Vol. 1. Porto Alegre: Mediação,1999.

LAKATOS, Eva Maria; MARCONI, Maria de Andrade. Fundamentos da Metodologia Científica. 4 ed. São Paulo: Atlas, 1992.

LAKATOS, Eva Maria; MARCONI, Maria de Andrade. Fundamentos da Metodologia Científica. 5 ed. São Paulo: Atlas, 2005.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica. MEC. 2013. Governo Federal. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/index.php?option= com_docman & view= download & alias=13448-diretrizes-curiculares-nacionais-2013-pdf & Itemid=30192 Acesso em: 14/04/22.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO.Base Nacional Comum Curricular. MEC. 2018. Governo Federal. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/ . Acesso em 20/06/22.

SKLIAR, Carlos. Um olhar sobre o nosso olhar acerca da surdez e das diferenças. In: A surdez: um olhar sobre as diferenças. Porto Alegre: Editora Mediação, 1998.

UNESCO. Declaração de Salamanca sobre Princípios, Políticas e Práticas na Área das Necessidades Educativas Especiais. 1994. Disponível em: < http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/salamanca.pdf > acessado em 24/10/22.

Encontro entre as diferenças: onde o local encontra o global nas aulas de matemática

Meeting amongst differences: where the local meets the global in mathematics classes

Encuentro entre diferencias: donde lo local se encuentra con lo global en las clases de matemáticas

Manuella Carrijo[1303]
Unesp (Rio Claro)
0000-0002-5879-7652

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Educação Matemática e inclusão

Resumo

O objetivo principal da pesquisa é discutir possibilidades de educação matemática inclusiva no contexto de estudantes imigrantes. Entrevistas individuais semiestruturadas foram realizadas com professores de matemática, em que foram convidados a discutir suas experiências de ensino com estudantes imigrantes, e com imigrantes que foram convidados a compartilhar suas experiências morando no Brasil. Pensar em inclusão perpassa por uma reflexão sobre a escola e suas estruturas normalizantes. Estudantes imigrantes e não imigrantes podem conhecer-se nas aulas de matemática. Ler e escrever o mundo com matemática pode criar espaço para considerar preocupações políticas e sociais e proporcionar o encontro entre as diferenças nas aulas de matemática. Isso é fundamental ao considerar uma educação matemática inclusiva e equitativa e promover oportunidades de aprendizagem que considerem estudantes imigrantes.

Palavras-chave: Estudantes imigrantes; Educação matemática crítica, educação matemática inclusiva.

Abstract

The main goal of the research is to discuss possibilities of inclusive mathematics education in the context of immigrant students. Semi-structured individual interviews were conducted with mathematics teachers, in which they were invited to discuss their teaching experiences with immigrant students, and with immigrants who were invited to share their experiences living in Brazil. Thinking about inclusion involves a reflection on the school and its normalizing structures. Immigrant and non-immigrant students can meet each other in mathematics classes. Reading and writing the world with mathematics can create space to consider political and social concerns and provide the meeting between differences in mathematics classes. This is critical when considering inclusive and equitable mathematics education and promoting learning opportunities that consider immigrant students.

***Keywords*:** Immigrant students; Critical mathematics education, Inclusive mathematics education.

[1303] manuellaheloisa@gmail.com

Resumen

El objetivo principal de la investigación es discutir las posibilidades de la educación matemática inclusiva en el contexto del alumnado inmigrante. Se realizaron entrevistas individuales semiestructuradas con profesores de matemáticas, en las que se invitó a los participantes a discutir sus experiencias de enseñanza con estudiantes inmigrantes, y con inmigrantes que fueron invitados a compartir sus experiencias viviendo en Brasil. Pensar la inclusión implica una reflexión sobre la escuela y sus estructuras normalizadoras. Los estudiantes inmigrantes y no inmigrantes pueden conocerse en las clases de matemáticas. Leer y escribir el mundo con las matemáticas puede crear un espacio para considerar las preocupaciones políticas y sociales y proporcionar el encuentro entre las diferencias en las clases de matemáticas. Esto es fundamental cuando se considera una educación matemática inclusiva y equitativa y se promueven oportunidades de aprendizaje que tengan en cuenta a los estudiantes inmigrantes.

Palabras clave: Estudiantes inmigrantes; Educación matemática crítica, Educación matemática inclusiva.

Introdução

Os fenômenos de imigração tornam urgente que a educação matemática aborde questões relacionadas aos estudantes imigrantes. A presença de estudantes imigrantes e/ou filhos de imigrantes nas aulas de matemática pode refletir conflitos baseados em concepções de pertencimento e não pertencimento. Esses conflitos variam dependendo de como um grupo de pessoas se apresenta como superior e tem atitudes negativas em relação a outro grupo de pessoas. Nesse contexto, as diferenças podem ser usadas para degradar, uma variante que combina o medo e o desprezo, que geram profundo descrédito. As diferenças podem ser entendidas como defeito, fraqueza e desvantagem e os estudantes imigrantes podem vivenciar diversas formas de exclusão e violência.

Oliveira (2019), em seu estudo sobre estudantes imigrantes e filhos de imigrantes nas escolas municipais de São Paulo, Brasil, revelou uma estreita relação entre xenofobia-racismo e as hierarquias atribuídas aos diferentes grupos de imigrantes. Aqueles estudantes imigrantes com fenótipos e características culturais específicos tendem a ser aceitos mais rapidamente, enquanto outros grupos de imigrantes encontram mais dificuldades, mesmo quando o português é sua língua materna.

Também Baber (2007) afirma que, apesar de os estudantes imigrantes falarem a língua local sem qualquer indicação de sotaque estrangeiro, eles são excluídos e rotulados como "estrangeiros". Falar a língua local é essencial no processo de aprendizagem, mas não garante que os estudantes imigrantes sejam considerados igualmente nas aulas de matemática.

O cenário migratório atual do Brasil pode ser descrito como um dos mais dinâmicos e variados de sua história. O número de estudantes imigrantes matriculados na educação básica no Brasil, por exemplo, quase triplicou entre 2010 e 2020. Um cenário social marcado pela diversidade intensificada pela imigração coloca desafios para a educação matemática inclusiva.

Este texto é baseado em uma pesquisa de doutorado que envolveu quinze participantes: imigrantes e professores de matemática do estado de São Paulo Carrijo (in progresso). O objetivo principal da pesquisa é discutir possibilidades de educação matemática inclusiva no contexto de estudantes imigrantes. Por meio de entrevistas individuais semiestruturadas realizadas entre 2020 e 2021, cada professor de matemática participante foi convidado a discutir suas experiências de ensino com estudantes imigrantes, enquanto os imigrantes foram convidados a compartilhar suas experiências morando no Brasil.

O objetivo principal deste texto é discutir a educação matemática inclusiva considerando estudantes imigrantes. Estudantes imigrantes e não imigrantes podem conhecer-se nas aulas de matemática. Ler e escrever o mundo com a matemática traz possibilidades ao imaginar espaços de aprendizagem colaborativos. As vozes da imigrante venezuelana Frida, assim como dos professores de matemática Markus e Miguel, serão ouvidas neste texto para subsidiar as discussões. Markus e Miguel trabalham com estudantes imigrantes de diversos países.

A seguir discuto a necessária consideração de estudantes imigrantes nas problemáticas da educação matemática inclusiva. Em seguida, apresento a noção de ler e escrever o mundo com a matemática, com particular referência à imigração. Por fim, apresento a possibilidade de estabelecer encontros entre diferenças em aulas de matemática com estudantes imigrantes.

Inclusão de estudantes imigrantes

Skovsmose (2019) aponta as diferentes interpretações de inclusão que podem ser postas em ação em discursos muito diferentes. Para o autor, inclusão é um “conceito contestado” que representa controvérsias, pois pode significar inclusão em padrões e estruturas questionáveis. “Inclusão significa inclusão de alguns grupos em alguma ordem de coisas” (p.74).

Uma interpretação de inclusão para a educação matemática inclusiva tem enfoque em estudantes com deficiência ao considerar estudantes com deficiência visual, estudantes surdos, estudantes com transtornos do espectro do autismo e outras necessidades especiais. No entanto, de acordo com Skovsmose (2019), uma abordagem mais ampla da educação matemática inclusiva é possível considerando questões relacionadas, por exemplo, à inclusão de estudantes com diferenças de cultura, gênero, origem econômica, religiosa, diferenças baseadas no racismo, na idade ou questões estéticas. Isso inclui pessoas de baixa renda, imigrantes, comunidades LGBTQ+ e muitos outros grupos de pessoas.

O Brasil, por exemplo, por suas dimensões continentais, variedade geoclimática e formação sócio-histórica, possui uma grande diversidade de povos. Povos indígenas, quilombolas, povos da floresta – Florestania –, ribeirinhos, caiçaras e populações rurais, bem como imigrantes de Norte a Sul do Brasil, por exemplo, são todos grupos de pessoas que podem ser considerados para a educação matemática inclusiva.

Marcone (2015), olhando para teorias que falam sobre processos de inclusão/exclusão, traz reflexões acerca das relações entre normalidade e deficiência no campo da educação matemática. Ele traz essa discussão ao refletir a educação matemática inclusiva com estudantes cegos. Para ele, a deficiência é sempre uma invenção tendo um ideal de normalidade como parâmetro, e o diferente como inferior, nos termos da norma. Em outras palavras, "a normalidade é um lugar por onde as definições passam. O normal define, inventa o deficiente, tendo a si mesmo como padrão de normalidade" (p. 76). O autor não entende a normalidade como fixa, o que torna todos passíveis de serem definidos como anormais, dependendo do contexto em que estão inseridos.

Inspirado nessa discussão, eu compreendo que alguns estudantes imigrantes podem ser passíveis de ser visto como anormal na escola, bem como nas aulas de matemática. Eles podem fugir de um padrão de normalidade naquele ambiente em que, de algum modo, tem-se um dado padrão no modo de ser no mundo. Alguns imigrantes podem fugir do que é considerado normal diante as expectativas de um grupo dominante: isso inclui variações na língua, vestimentas, diferenças físicas culturais e religião, por exemplo. Essas características fora do padrão podem causar estranhamento na população local. Os termos da normalidade que ali se apresentam perpassam por um ideário calcado no nacionalismo. Assim, estudantes imigrantes podem se sentir "ignorados" por alguns professores quando não são solicitados a fazer lição de casa e/ou recebem trabalho mais fácil do que seus colegas.

Para Skovsmose (2020), a educação matemática crítica tem preocupações com diferentes grupos de estudantes e é relevante para ensinar e aprender sobre questões de injustiça social e opressão. A educação matemática crítica tem preocupações com estudantes em diferentes posições: aqueles que podem enfrentar um cenário de injustiça social, bem como aqueles estudantes em posições confortáveis. Isso indica a necessidade de reflexão não somente sobre a educação dos estudantes imigrantes, mas também a educação dos estudantes não imigrantes. Isso é fundamental ao considerar uma educação de qualidade inclusiva e equitativa e promover oportunidades de aprendizagem para todos.

Lendo e escrevendo o mundo com a matemática

Eric Gutstein (2003, 2006, 2016) aborda os desafios de trabalhar com estudantes em vulnerabilidade social. As investigações matemáticas podem ter a capacidade de revelar elementos específicos de opressão, exploração e injustiça. Ele enfatiza a importância de usar a matemática para ler e escrever o mundo e lista uma variedade de temas que podem ser abordados, incluindo eleições, imigração, racismo e sexismo.

Nesse sentido, a matemática pode ser empregada para ensinar e aprender efetivamente sobre questões relacionadas à imigração e à injustiça social. Assim, pode tentar apoiar os estudantes no desenvolvimento de uma maior consciência que os ajude a ampliar o seu conhecimento e compreensão das situações sociopolíticas em que vivem. Sobre isso, diz o professor de matemática Miguel:

Miguel: Acho que no pensamento matemático, se pararmos para pensar, a lógica que você usa para resolver problemas, podemos abri-la no sentido de remediar questões de conflito. Porque se a pessoa for crítica, ela vai entender melhor o contexto e entender que essa questão de xenofobia ou discriminação não é algo aceitável. É um crime e não pode ocorrer. Em termos gerais, independentemente de pensarmos a matemática como currículo ou conteúdo, em essência, o pensamento matemático focado na resolução de problemas no sentido de que você entende o contexto, analisa o problema e propõe soluções é essencial. Porque é algo que você coloca na preparação para a vida dele. Em nossa vida, lidamos com problemas o tempo todo. Precisamos analisar os contextos; devemos tomar decisões. Precisamos ver qual é a melhor decisão nesse contexto. A matemática contribui para esse contexto. Para a vida, a aprendizagem ao longo da vida não se prende à questão do conteúdo, mas na essência. Como resolvemos problemas? Trabalhando nessa questão crítica, sempre peço aos alunos que nunca se prendam à questão específica do objeto, mas que compreendam o contexto no sentido crítico em que está inserido.

Frida também indica a possibilidade da matemática ser uma ferramenta essencial para a compreensão da realidade, e o professor Markus mostra como vem tentando fazer isso em suas aulas de matemática:

Frida: Os índices (estatísticas) podem ser usados sobre xenofobia e preconceito. Você pode ver a porcentagem da população que está sendo tratada com preconceito. A matemática ajuda a compreender a realidade.

Markus: Mostramos números de quão ruim e prejudicial isso é. Holocaustos, número de mortes. As pessoas falam de nazismo, sempre mostrando numericamente que o racismo, a xenofobia e o machismo são ruins para o mundo e para a sociedade. Sempre mostrando números.

Gutstein (2006) propõe um projeto do mundo real chamado "Racism in Housing Data?". Seus estudantes devem debater e refletir sobre se o racismo desempenhou um papel nos preços das casas em um bairro de Chicago. Os estudantes devem coletar dados e investigar custo de vida, valorização e depreciação, impostos, renda, emprego, educação, raça e classe social – tudo dentro do contexto de uma interação complexa com a matemática. Essa iniciativa, segundo o autor, aumentou a capacidade dos estudantes de usar a matemática para explorar desigualdades de oportunidade em vários grupos sociais.

Da mesma forma, é possível ler e escrever o mundo considerando questões relacionadas à imigração. É fundamental ampliar o discurso centrado na escola sobre educação matemática e abordar a diversidade de atividades matemáticas fora da escola. Essas possibilidades vão no sentido de tornar as classes desiguais em um lugar mais equitativo através da matemática para a justiça social.

Encontro entre as diferenças

Segundo Skovsmose (2016, 2019), o encontro entre as diferenças refere-se a encontros de pessoas com diferentes experiências de vida, origens culturais, diferentes sonhos realizados e frustrados. Além disso, com diferentes esperanças, prioridades, oportunidades, perspectivas e aspirações. Encontro entre pessoas com origens e *foregrounds* diferentes, que reconhecem várias diferenças e estão abertas a múltiplas oportunidades de aprendizagem que surgem como resultado da sua interação. É possível pensar no encontro através de qualquer tipo de diferença.

O encontro entre as diferenças exige o estabelecimento de um diálogo entre estudantes de contextos muito diferentes. Isso pode criar ambientes onde os estudantes possam demonstrar seus pontos de vista e diferentes formas de estar no mundo. A participação dos estudantes no processo educativo se dá em um processo educativo dialógico em que cada estudante pode expressar sua visão de mundo, ser ouvido e ser considerado. Qualquer tipo de diferença em relação a origens culturais, religiões, nacionalidades, condições econômicas ou habilidades é considerado para fornecer ambientes de aprendizado onde todos os estudantes podem aprender juntos.

O encontro entre as diferenças nas aulas de matemática pode proporcionar um espaço onde o local encontra o global. Isso significa aprender junto com estudantes imigrantes e considerar as diferenças como recursos nas aulas de matemática. Os estudantes podem encontrar espaço para compartilhar suas realidades e experiências, compartilhar suas percepções e perspectivas, bem como aprender a partir de várias perspectivas e formas de ser e existir no mundo.

Na seguinte fala de Frida, ela relata a angústia da filha na posição de estudante imigrante na escola:

Frida: Lembro da minha filha, do primeiro ano aqui, dizendo: "Graças a Deus o ano letivo acabou. Eu não suportava todo mundo perguntando por que eu falava de forma diferente."

De acordo com a explicação da filha sobre como se sentiu em relação ao tratamento dos amigos na escola, parece que a estudante se sentiu estranha e inadequada. Como se as diferenças que ela tem, como imigrante, a posicionassem como incomum, excêntrica e fora da norma.

O encontro entre as diferenças nas aulas de matemática com estudantes imigrantes pode criar espaço para que os estudantes se conheçam, se percebam e deem atenção àqueles que de alguma forma são invisibilizados. Isso inclui entender não apenas as diferenças físicas e origens geográficas, mas também as diferenças culturais que podem estar relacionadas à maneira como cada estudante aprende e entende a matemática. O professor Miguel afirma que percebe isso durante suas aulas:

Miguel: Na medida do possível, peço que ele escreva ou faça um cálculo ou mostre o raciocínio para ver se ele entende ou não. E, curiosamente, eles mostram processos na parte de cálculo que não são usuais no Brasil. Eu tive um aluno chinês e ele usou outra linha de raciocínio para os cálculos. Ele tentou me explicar para que eu pudesse entender sua lógica. Ele explicou aquela lógica que foi ensinada na escola chinesa. Foi interessante perceber que, apesar da matemática ter uma linguagem universal, a forma como ela é trabalhada está ligada a uma questão cultural. Então, na China, é uma maneira; em Angola é outro caminho, e até uma questão da nossa curiosidade para entender um pouco como é esse processo.

O encontro entre estudantes imigrantes e não imigrantes exige respeito pela diversidade. Exige valorizar todos os conhecimentos e experiências envolvidos, o que significa não os considerar como "estrangeiros", como inferiores intelectual e culturalmente. Esse encontro é uma possibilidade de aprender sobre multiplicidades culturais, linguísticas, religiosas, físicas, etc., por meio da matemática.

O professor Markus descreve uma iniciativa da escola onde trabalha que envolve momentos comemorativos para reunir os estudantes e celebrar as diferenças de estilos musicais, danças e roupas.

Markus: Porque a cultura é diferente. Temos várias festas. Temos várias festas temáticas. Todo ano temos uma festa chamada Brasil/Haiti. E nesta festa, fazemos toda a decoração. Os alunos desfilam e trazem músicas típicas. Temos uma mistura de culturas, o que é muito interessante.

Este projeto parece ser relevante. Contudo, o encontro entre estudantes imigrantes e não imigrantes exige adequadamente evitar colocar os imigrantes no papel de "folclorização[1304]", do exótico - algo realizado em um palco, mas que ainda permanece em um lugar marginalizado e ultrapassado. Pensar inclusão, nesse contexto, requer um esforço para uma conexão horizontalizada entre pessoas de várias origens sociais.

Ser notado e reconhecido nas aulas de matemática e não ser percebido como menos importante ou inferior são características inclusivas essenciais que podem influenciar os motivos para aprender matemática. Assim, é importante olhar para questões vivenciadas por outros estudantes ou por outros grupos de pessoas. É importante que os estudantes não imigrantes abordem os problemas vivenciados pelos imigrantes e vice-versa. É fundamental encorajar todos os estudantes a se interessarem e serem capazes de ver as circunstâncias e os desafios de outras perspectivas.

Algumas considerações

Este texto trata da inclusão de estudantes imigrantes internacionais. Para fundamentar a que tipo de inclusão este trabalho se refere ao pensar o contexto desses estudantes, o entendimento sobre ler e escrever o mundo com a matemática e o encontro entre as diferenças são basilares.

Sob os pressupostos de ler e escrever o mundo com a matemática, em que os estudantes podem ser convidados a investigar juntos sobre temas relacionados a esse contexto dando espaço para incluir preocupações políticas e sociais nas aulas de matemática.

Pensar em inclusão perpassa por uma reflexão sobre a escola e suas estruturas normalizantes. A presença de alunos imigrantes e/ou filhos de imigrantes nas aulas de matemática pode refletir conflitos baseados em concepções de pertencimento e não pertencimento do cenário social. No contexto da educação matemática, questões relacionadas a inclusão de estudantes imigrantes afeta o relacionamento destes no processo de ensino e de aprendizagem.

O encontro entre estudantes imigrantes e não imigrantes nas aulas de matemática pode criar espaço para que os estudantes se conheçam. Qualquer tipo de diferenças sejam elas de

[1304] Vejo a folclorização como o polo oposto do folclorismo, oposto a uma prática performativa composta por fragmentos extraídos que incluem ideias, atitudes e valores que enaltecem culturas, manifestações no sentido de representar uma tradição de uma localidade, região ou nação (McDowell, J. H, 2010).

origens culturais, religiões, nacionalidades, condições econômicas são consideradas aporte para fornecer ambientes de aprendizado onde todos os estudantes podem aprender juntos.

Agradecimentos

Esse material é baseado em pesquisa apoiada pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes) do Brasil sob Bolsa No. 88887.570282/2020-00.

Referências

Baber, S. (2007). *Interplay of Citizenship, Education and Mathematics: Formation of Foregrounds of Pakistani Immigrants in Denmark*. [Doctoral dissertation]. Aalborg University.

Carrijo, M. (in progress). *Beyond borders and racism: Towards an inclusive mathematics education with immigrant students*. Doctoral dissertation. São Paulo State University (Unesp).

Gutstein, E. (2003). Teaching and learning mathematics for social justice in an urban, Latino school. *Journal for Research in Mathematics education*, *34*(1), 37-73.

_________. (2006). *Reading and writing the world with mathematics: Toward a pedagogy for social justice*. Routledge.

_________. (2016). "Our issue, our people – Math as our weapon": Critical mathematics in a Chicago neighbourhood high school. *Journal for Research in Mathematics Education*, 47(5), 454-504.

Marcone, R. *Deficiencialismo: a invenção da deficiênca pela normalidade.* 2015. 170 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UNESP, Rio Claro, 2015

Oliveira, L. M. *Immigrants, xenophobia and racism: an analysis of conflicts in municipal schools in São Paulo*. 2019. Thesis (Doctoral Degree in Education) – Postgraduate Program in Education: Curriculum. Pontifical Catholic University of São Paulo (PUC-SP). São Paulo, 2019.

Skovsmose, O. (2016). What could critical mathematics education mean for different groups of students? *For the Learning of Mathematics*, *36*(1), 2-7.

___________. (2019). Inclusions, Meetings and Landscapes. In: KOLLOSCHE, D; MARCONE, R; KNIGGE, M; PENTEADO, M.; SKOVSMOSE, O., (Ed.). *Inclusive Mathematics Education*. Cham: Springer, p. 71-84.

___________. (2020) Critical Mathematics Education. In: Lerman, Stephen (Ed.) Encyclopedia of Mathematics Education. Lerman, S. (ed.). 2 ed. Cham, Schweiz: Springer. pp.154-159.

Atendimento Educacional Especializado: sala de recursos multifuncionais ou aulas de reforço?

Specialized Educational Assistance: multifunctional resource room or reinforcement classes?

Asistencia Educativa Especializada: ¿sala de recursos multifuncionales o clases de refuerzo?

Joyce Braga[1305]
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
0000-0003-3642-4510

Fernanda Malinosky Coelho da Rosa[1306]
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
0000-0002-4873-1107

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Educação Matemática e Inclusão

Resumo

Este artigo traz um recorte de uma pesquisa de Mestrado, já concluída, sobre o Atendimento Educacional Especializado (AEE) para estudantes com deficiência visual na Rede Estadual de Ensino em Campo Grande/MS. Tal pesquisa foi realizada em uma escola da área central do município em que há uma Sala de Recursos Multifuncionais e, como objetivo geral, buscou compreender como a Matemática é trabalhada nesse espaço. Além disso, de que forma os estudantes entendem o apoio pedagógico, qual o profissional que desempenha tal função e a sua formação para o trabalho. São apresentadas algumas legislações que contribuíram para efetivação do AEE e para uma Educação Especial no Brasil mais inclusiva. Alguns elementos da etnografia foram utilizados, como por exemplo: observação participante, caderno de campo e as entrevistas, que depois de transcritas constituíram narrativas para as análises. Aqui, apresentaremos algumas compreensões sobre o AEE a partir dos dados da pesquisa. Como conclusões, observamos que o AEE quando mencionado pelos alunos com deficiência visual, como sendo um reforço, na verdade, significa ser um serviço que lhes garante a compreensão dos conteúdos da forma como necessitam, adequados, levando em conta sua necessidade sensorial, e que por meio de estratégias didáticas seja possível a construção do conceito apresentado.

Palavras-chave: Serviço de Apoio, Matemática Inclusiva, Deficiência Visual.

Abstract

This article brings an excerpt from a Master's research, already completed, on Specialized Educational Assistance for students with visual impairments in the State Education Network in

[1305] joycebraga778@gmail.com
[1306] fernanda.malinosky@ufms.br

Campo Grande/MS. This research was carried out in a school in the central area of the municipality where there is a Multifunctional Resource Room and, as a general objective, sought to understand how Mathematics is worked in this space. In addition, how do students understand pedagogical support, which professional performs this function and their training for work. Some legislations that contributed to the effectiveness of Specialized Educational Assistance and to a more inclusive Special Education in Brazil are presented. Some elements of the ethnography were used, such as: participant observation, field notebook and interviews, which, after being transcribed, constituted narratives for the analyses. Here, we will present some understandings about the Specialized Educational Service from the research data. As conclusions, we observed that the Specialized Educational Assistance, when mentioned by students with visual impairments, as being a reinforcement, actually means being a service that guarantees them the understanding of the contents in the way they need, adequate, taking into account their sensorial needs, and that through didactic strategies it is possible to construct the presented concept.

Keywords: Support Service, Inclusive Mathematics, Visual Impairment.

Resumen

Este artículo trae un extracto de una investigación de Maestría, ya concluida, sobre Asistencia Educativa Especializada para alumnos con deficiencia visual en la Red Estatal de Educación en Campo Grande/MS. Esta investigación se realizó en una escuela de la zona central del municipio donde existe una Sala de Recursos Multifuncionales y, como objetivo general, buscó comprender cómo se trabaja la Matemática en este espacio. Además, cómo entienden los estudiantes el apoyo pedagógico, qué profesional realiza esta función y su formación para el trabajo. Se presentan algunas legislaciones que contribuyeron para la efectividad de la Asistencia Educativa Especializada y para una Educación Especial más inclusiva en Brasil. Se utilizaron algunos elementos de la etnografía, tales como: observación participante, cuaderno de campo y entrevistas, que, luego de ser transcritas, constituyeron narrativas para los análisis. Aquí, presentaremos algunas comprensiones sobre el Servicio Educativo Especializado a partir de los datos de la investigación. Como conclusiones, observamos que la Atención Educativa Especializada, cuando es mencionada por los estudiantes con discapacidad visual como un refuerzo, en realidad significa ser un servicio que les garantiza la comprensión de los contenidos en la forma que ellos necesitan, adecuada, teniendo en cuenta sus capacidades sensoriales. necesidades, y que a través de estrategias didácticas es posible construir el concepto presentado.

Palabras clave: Servicio de Apoyo, Matemática Inclusiva, Deficiencia Visual.

Introdução

O Atendimento Educacional Especializado (AEE) é tema recorrente em mesas de debate quando o foco principal é a Educação Especial na perspectiva da Educação Inclusiva, por ser um assunto relevante no que tange a garantia de uma educação que alcance a maior quantidade possível de indivíduos. Nessa direção, faz-se necessário ao professor conhecer a Educação em um contexto amplo, suas modalidades e o quanto pode contribuir para que haja aprendizagem de todos os alunos de sua sala de aula.

No Brasil, a Educação Especial tornou-se reconhecida como uma modalidade de ensino, a partir da Lei nº 9.394/96, Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), que cita no art. 58: "Entende-se por educação especial, para os efeitos desta Lei, a modalidade de educação escolar, oferecida preferencialmente na rede regular de ensino, para educandos portadores de necessidades especiais". (BRASIL, 1996, p. 24).

Essa compreensão foi fortalecida por documentos internacionais como a Declaração Mundial de Educação para Todos, aprovada em março de 1990, em Jomtien, Tailândia, a qual traz no artigo 3 a necessidade em se proporcionar a educação para todos. "É preciso tomar medidas que garantam a igualdade de acesso à educação aos portadores de todo e qualquer tipo de deficiência, como parte integrante do sistema educativo." (UNESCO, 1990, p. 5-6).

Embora no Brasil já houvesse movimentos sociais, educacionais e literários que defendiam o direito pleno do cidadão a Educação desde a Constituição Federal de 1988, era importante participar das mudanças que aconteciam de forma global, assim, além de buscar atender as normas preestabelecidas na Declaração Mundial de Educação para todos e também o que determinava a Declaração de Salamanca, a Educação Especial foi citada de forma mais concisa e específica nos art. 58 e 59 da Lei nº 9.394/96:

> Art. 58. Entende-se por educação especial, para os efeitos desta Lei, a modalidade de educação escolar, oferecida preferencialmente na rede regular de ensino, para educandos portadores de necessidades especiais.
> § 1º Haverá, quando necessário, serviços de apoio especializado, na escola regular, para atender as peculiaridades da clientela de educação especial.
> § 2º O atendimento educacional será feito em classes, escolas ou serviços especializados, sempre que, em função das condições específicas dos alunos, não for possível a sua integração nas classes comuns de ensino regular.
> Art. 59. Os sistemas de ensino assegurarão aos educandos com necessidades especiais:
> I – currículos, métodos, técnicas, recursos educativos e organização específicos, para atender às suas necessidades;
> III – professores com especialização adequada em nível médio ou superior, para atendimento especializado, bem como professores do ensino regular capacitados para a integração desses educandos nas classes comuns; (BRASIL, 1996. p. 24)

Na década em que foi promulgada a LDB, a Educação Especial ainda vivenciava a era da Integração no Brasil, movimento este que defendia a inserção de pessoas com deficiência em sala de aula comum, mas sem a preocupação em proporcionar-lhes mecanismos adequados para um aprendizado qualitativo, ou seja, elas deveriam se adequar à escola.

Para o fortalecimento da Educação Inclusiva novas legislaturas foram promulgadas e com isso a implantação das Salas de Recursos Multifuncionais, um espaço destinado a receber alunos com deficiência e que poderia ser oferecido o AEE. Nesse ambiente, o profissional deveria estar apto para desenvolver o trabalho especializado, buscando adaptar o currículo escolar de forma a contribuir com a aprendizagem do estudante, "[...] é, portanto, um espaço organizado com materiais didáticos, pedagógicos, equipamentos e profissionais com formação para o atendimento às necessidades educacionais especiais." (ALVES, 2006, p. 14).

Cabe ressaltar que, em 2019, iniciamos uma pesquisa de Mestrado buscando compreender como a Matemática era trabalhada em uma Sala de Recursos Multifuncionais (SRM), por meio do AEE para alunos com Deficiência Visual, de que maneira e quem seria o profissional responsável por esse serviço, bem como sua formação para executá-lo.

Contudo, era importante entender a partir de que momento o AEE começou a ser ofertado, qual sua configuração, bem como, as legislações que fortaleceram sua implantação nas escolas de ensino comum e os teóricos que contribuíram para melhor compreensão da importância desse serviço ao público-alvo[1307] da Educação Especial. Essa investigação, intitulada “Compreensões sobre o Atendimento Educacional Especializado para alunos com deficiência visual no contexto da Educação (Matemática) Inclusiva em Campo Grande/MS”, foi defendida em 2021.

Para entender como a Educação Especial na perspectiva da Educação Inclusiva deve acontecer na escola comum buscamos dialogar com as legislações nacionais, estaduais e municipais, além de pesquisadores como: Glat, Pletsch e Fontes (2007), Glat e Blanco (2015), entre outros que acompanharam e seguem contribuindo com o movimento inclusivo.

Para compreender como a Matemática era trabalhada nas SRM, seria necessário primeiramente entender como acontecia o AEE para alunos com deficiência visual, do que esses precisavam quando procuravam por esse serviço, quais seus anseios e como eram assistidos. Então, no que segue apresentaremos uma análise de algumas das falas dos participantes relacionadas ao AEE e à Matemática que, neste caso, é um recorte da pesquisa de mestrado supracitada.

A Educação Especial na perspectiva da Educação Inclusiva: um novo paradigma na Educação

Um inovador paradigma surgiu no início dos anos 2000, trazendo um novo olhar para a Educação Especial; legislações foram publicadas preconizando a nova perspectiva proveniente das inquietações de movimentos sociais, educacionais e literários e de documentos

[1307]Público-alvo da Educação Especial, conforme a PNEE-EI, são “os alunos com deficiência, transtornos globais de desenvolvimento e altas habilidades/superdotação”. (BRASIL, 2008, p. 15) internacionais. As ideias de uma Educação Inclusiva começaram a aparecer em legislações nacionais após a publicação das Diretrizes Nacionais para a Educação Especial na Educação Básica.

Em 11 de setembro de 2001, foi instituída a Resolução n° 2, que apontava para novas direções, mostrando singulares perspectivas, e, isso ficou evidenciado da seguinte maneira:

> Art. 3º Por educação especial, modalidade da educação escolar, entende-se um processo educacional definido por uma proposta pedagógica que assegure recursos e serviços educacionais especiais, organizados institucionalmente para apoiar, complementar, suplementar e, em alguns casos, substituir os serviços educacionais comuns, de modo a garantir a educação escolar e promover o desenvolvimento das potencialidades dos educandos que apresentam necessidades educacionais especiais, em todas as etapas e modalidades da educação básica. (BRASIL, 2001, p. 1)

Embora sob o olhar um inovador, as políticas públicas não diferenciavam a Inclusão da Integração, isto é, do velho paradigma existente na sociedade. "Se os princípios da educação inclusiva vêm se fortalecendo desde meados da década de 1990, na prática é o modelo da integração escolar que ainda predomina." (PRIETO, 2006 apud ARANTES, 2006, p. 37). Logo, a Educação Inclusiva pode ser entendida como “a prática da inclusão de todos – independente de seu talento, deficiência, origem socioeconômica ou origem cultural – em escolas e salas de aula provedoras, onde todas as necessidades dos alunos são satisfeitas” (KARAGIANIS; STAINBACK; STAINBACK, 1999, p. 21).

A Educação Especial sendo uma modalidade da educação em que estavam inseridas as pessoas com deficiência, altas habilidades/superdotação e transtornos globais do desenvolvimento, não abrangia aqueles com diversidades étnicas e sociais, que sempre estiveram presentes nas salas de aula, sendo excluídos e também demandavam um atendimento especializado. Contudo, quando essa mesma Educação Especial foi englobada em um conjunto maior, em que a diferença foi (ou deveria ser) contemplada, entendemos a importância em se compreender que a:

> Educação Inclusiva significa pensar uma escola em que é possível o acesso e a permanência de todos os alunos, e onde os mecanismos de seleção e discriminação, até então utilizados, são substituídos por procedimentos de identificação e remoção das barreiras para a aprendizagem. (GLAT; PLETSCH; FONTES, 2007, p. 3)

A Educação Inclusiva assume um papel de garantir acesso a todos, não só a uma educação de qualidade, mas também ao direito de fazer parte da sociedade e ser por ela reconhecida; por isso, para nós, ela se torna um mecanismo de equidade.

Quando falamos em equidade, entendemos que ela se revela na forma como percebemos as necessidades do outro, a forma como os respeitamos e os acolhemos, compreendendo seu tempo, seu espaço, suas necessidades e propondo ferramentas que viabilizem exercer seus direitos com totalidade. "Por equidade entende-se dar a cada um, de acordo com suas necessidades, as condições essenciais para que todos possam atingir o objetivo pretendido." (SOARES; SOARES, 2017, p. 152). Logo, entendemos que na inclusão, a forma como cada um se apropria de um novo conhecimento deve ser respeitada, isso significa propiciar os mecanismos necessários para que haja aprendizagem permitindo que o aluno com deficiência ou sem deficiência, não só esteja presente no ambiente, mas também interaja nele.

> A Educação Inclusiva significa um novo modelo de escola em que é possível o acesso e a permanência de todos os alunos, e onde os mecanismos de seleção e discriminação, até então utili-zados, são substituídos por procedimentos de identificação e re-moção das barreiras para a aprendizagem. Para tornar-se inclusiva a escola precisa formar seus professores e equipe de gestão, e rever as formas de interação vigentes entre todos os segmentos que a compõem e que nela interferem. Precisa realimentar, sua estrutura, organização, seu projeto político: pedagógico, seus recursos didáticos, metodologias e estratégias de ensino, bem como suas práticas avaliativas. Para acolher todos os alunos, a escola precisa, sobretudo, transformar suas intenções e escolhas curriculares, oferecendo um ensino diferenciado que favoreça o desenvolvimento e a inclusão social. (GLAT; BLANCO, 2015, p. 16)

Incluir é tornar possível a permanência de todos em um mesmo espaço, as diferenças sociais, étnicas, ou físicas não podem ser um pretexto para uma separação, por meio de atitudes excludentes, pois a "inclusão é uma prática social que se aplica no trabalho, na arquitetura, no lazer, na educação, na cultura, mas, principalmente, na atitude e no perceber das coisas, de si e do outrem". (CAMARGO, 2017, p. 1). Portanto, promover a inclusão é cooperar para que cada indivíduo tenha acesso e usufrua de seus direitos de acordo com suas necessidades e diferenças, e como seres diversos, percebemos e agimos conforme nossas singularidades, não sendo possível exigir que todos aprendam do mesmo jeito ou que respondam de formas iguais, cada particularidade deve ser respeitada, isso para nós é fazer com que aconteça uma educação cada vez mais inclusiva.

Metodologia

Como metodologia, adotamos uma abordagem qualitativa utilizando como base a pesquisa de cunho etnográfico, pois, optamos por alguns elementos da etnografia, que Mattos (2011) a define como:

> [...] um esquema de pesquisa desenvolvido pelos antropólogos para estudar a cultura e a sociedade. Etimologicamente etnografia significa "descrição cultural". Para os antropólogos, o termo tem dois sentidos: (1) um conjunto de técnicas que eles usam para coletar dados sobre os valores, os hábitos, as crenças, as práticas e os comportamentos de um grupo social; e (2) um relato escrito resultante do emprego dessas técnicas. (p. 60)

A etnografia significa, basicamente, descrever um povo, uma sociedade, um grupo. Ao final do século XIX e início do século XX, ela surgiu como um mecanismo de produção de dados que melhor se adequava a necessidade da época que os pesquisadores tinham em se aprofundar para entender as comunidades e grupos sociais, até então todo conhecimento se dava por meio de dados levantados pela filosofia social e sem contato com o grupo a ser pesquisado.

Entretanto, nessa pesquisa a metodologia abordada teve cunho etnográfico que, "[...] faz uso das técnicas que tradicionalmente associadas à etnografia, ou seja, a observação participante, a entrevista intensiva e a análise de documentos" (ANDRÉ, 2005, p. 24).

Para produção dos dados da pesquisa, escolhemos uma escola, que denominamos de escola A, da Rede Estadual de Ensino em Campo Grande/MS, a qual possui uma SRM Tipo II[1308], isto é, a maior parte dos alunos atendidos são pessoas com deficiência visual. Esses alunos frequentam a SRM na escola A e estudam no Centro Estadual de Educação de Jovens e Adultos – CEEJA/MS, que também pertence à Rede Estadual de Ensino, a denominamos como escola B.

Para contribuir com essa pesquisa convidamos duas alunas com deficiência visual, pedimos permissão para observar seus atendimentos na SRM supracitada e para que nos concedessem uma entrevista ao término do período de observação, que foi de 6 meses. De igual modo, contamos com a colaboração de três professores, todos atuantes na Educação Especial, como professores de SRM e no AEE. Cabe dizer que, no período de observação, foi feito um caderno de campo com as anotações do que ocorria nos atendimentos.

Todos os participantes escolheram nomes fictícios para nomear suas narrativas, contamos com a colaboração dos professores: Ismael Rodrigues, Gabriela Sampaio e Maria Laura Machado, e também com a gentil participação das alunas Irene da Silva e Rosa de Lima. Depois de realizadas as cinco entrevistas, e posteriormente transcritas sem os vícios de linguagem, constituíram as narrativas que de onde partiram as análises.

O Atendimento Educacional Especializado: Sala de Recursos Multifuncionais ou Aulas de Reforço?

O Atendimento Educacional Especializado é um serviço que deve ser oferecido aos alunos que são público alvo da Educação Especial que de acordo a Política Nacional de

[1308]De acordo com o Manual de Orientação: Programa de Implantação de Sala de Recursos Multifuncionais:"A escola de ensino regular deve ter matrícula de aluno(s) cego(s) em classe comum, registrado(s) no Censo Escolar/INEP, para a implantação da sala de Tipo II." (BRASIL, 2010, p. 10)

Educação Especial na Perspectiva da Educação Inclusiva – PNEE-EI é "definindo como seu público-alvo os alunos com deficiência, transtornos globais de desenvolvimento e altas habilidades/superdotação." (BRASIL, 2008, p. 15)

Para ser um serviço que agregasse valor deveria ser constituído por um conjunto de atividades, recursos de acessibilidade dispostos a atender de forma complementar ou suplementar aos alunos que necessitassem desse apoio pedagógico e deveria ser oferecido no contraturno.

O profissional para desempenhar a função de professor do AEE, de acordo com as legislações, precisaria ter graduação com licenciatura e executar as funções apresentadas na Resolução nº 4 de 2 de outubro de 2009, as Diretrizes Operacionais para o AEE na Educação Básica, devidamente especificadas no artigo 13:

> I – identificar, elaborar, produzir e organizar serviços, recursos pedagógicos, de acessibilidade e estratégias considerando as necessidades específicas dos alunos público-alvo da Educação Especial;
> II – elaborar e executar plano de Atendimento Educacional Especializado, avaliando a funcionalidade e a aplicabilidade dos recursos pedagógicos e de acessibilidade;
> III – organizar o tipo e o número de atendimentos aos alunos na sala de recursos multifuncionais;
> IV – acompanhar a funcionalidade e a aplicabilidade dos recursos pedagógicos e de acessibilidade na sala de aula comum do ensino regular, bem como em outros ambientes da escola;
> V – estabelecer parcerias com as áreas intersetoriais na elaboração de estratégias e na disponibilização de recursos de acessibilidade;
> VI – orientar professores e famílias sobre os recursos pedagógicos e de acessibilidade utilizados pelo aluno;
> VII – ensinar e usar a tecnologia assistiva de forma a ampliar habilidades funcionais dos alunos, promovendo autonomia e participação;
> VIII – estabelecer articulação com os professores da sala de aula comum, visando à disponibilização dos serviços, dos recursos pedagógicos e de acessibilidade e das estratégias que promovem a participação dos alunos nas atividades escolares. (BRASIL, 2009, p. 3)

Importante salientar, que o AEE, pode ser ofertado ao aluno público da Educação Especial em sala de aula do Ensino comum, e também em um espaço específico para isso, a Sala de Recursos Multifuncionais, que começaram a ser implantadas nas escolas por meio do Manual de Orientação: Programa de Implantação de Sala de Recursos Multifuncionais (BRASIL, 2010) e do Documento Orientador Programa Implantação Salas de Recursos Multifuncionais (BRASIL, 2012).

As SRM seriam implantadas nas escolas da rede pública de ensino, de acordo com a realidade de cada uma delas, obedecendo as normativas federais e procurando cumprir com o principal objetivo da Educação Inclusiva que é o de oferecer "condições de acesso, participação e aprendizagem dos estudantes público-alvo da Educação Especial no ensino regular, possibilitando a oferta do atendimento educacional especializado de forma complementar ou suplementar à escolarização" (BRASIL, 2010, p. 3).

Nas SRM, o aluno deveria ter uma matrícula específica, ou seja, não era suficiente que ele frequentasse a escola comum, era necessário estar matriculado no AEE para receber o atendimento no contraturno.

> É importante salientar, ainda, que as atividades oferecidas pelo AEE não se configuram como reforço escolar, uma vez que se diferencia daquelas realizadas na sala de aula do ensino comum. O professor deverá de forma criativa e inovadora buscar atividades e recursos que estimulem o aprendizado do aluno naquelas áreas em que ele encontra maiores dificuldades (ALVES; GUARESCHI, 2011, p. 36).

Interpretações equivocadas em relação ao papel desempenhado pelo professor do AEE muitas vezes acontecem, quando nos referimos a alunos com deficiência visual, pois, dada a dificuldade em se trabalhar com os materiais específicos utilizados por eles, como por exemplo, a escrita do Sistema Braille, faz com que muitos professores regentes pensem ser a SRM o lugar ideal para que esse estudante aprenda os conteúdos.

Eu chegava lá [SRM] e conseguia tirar minha dúvida [...]. Às vezes, tem coisa que eu não entendo ali na hora, daí chega na SRM, eu falo: 'Professora foi dito assim, assim, assim na sala. O professor explicou isso e isso, agora eu quero que a senhora me ensine como que é que eu faço isso aqui'. (excerto da narrativa da aluna Irene[1309])

Quando a discente se refere à ida a SRM para tirar dúvidas, é possível perceber que a compreensão dela, do trabalho que é desenvolvido no AEE, ainda é visto como um reforço escolar, um apoio ao que foi estudado na sala comum, mas não foi entendido. Sobre isso, Fonseca (2015) destaca que "[...] o ensino oferecido no atendimento educacional especializado é necessariamente diferente do ensino escolar e não pode caracterizar-se como um espaço de reforço escolar ou complementação das atividades escolares." (p. 28)

Ainda, de acordo com Ropoli et al. (2010): "Esse atendimento tem funções próprias do ensino especial, as quais não se destinam a substituir o ensino comum e nem mesmo a fazer adaptações aos currículos, às avaliações de desempenho e a outros. É importante salientar que o AEE não se confunde com reforço escolar" (p. 23)

Neste sentido, as alunas, ao fazerem referência a SRM, deixam evidente o quanto ela é importante para refazerem suas atividades e receberem da professora a explicação que não tiveram na sala comum:

É a explicação do professor da sala e depois a SRM para eu fazer no concreto, aí... completa. (excerto da narrativa da aluna Rosa[1310])

[1309] Aluna Irene da Silva, 35 anos, com baixa visão e estava cursando o Ensino Fundamental.
[1310] Aluna Rosa de Lima, 50 anos, com cegueira e estava cursando o Ensino Médio.

[...]mas onde eu aprendo mesmo, de verdade, o passo a passo de uma conta, de um problema, é na SRM. A professora está ali junto comigo, me ensinando no meu tempo. (excerto da narrativa da aluna Irene)

A compreensão de que todas as dúvidas devem ser sanadas durante a aula, na sala comum, não é mencionada, pois, elas entendem que podem esperar pelo atendimento na SRM, e a professora propiciará mecanismos para que elas aprendam. Sobre isso, Alves (2006) ressalta que “[...] o atendimento educacional especializado não pode ser confundido com atividades de mera repetição de conteúdos programáticos desenvolvidos na sala de aula, mas deve constituir um conjunto de procedimentos específicos mediadores do processo de apropriação e produção de conhecimentos” (p. 15)

É importante frisar que o AEE, quer seja realizado na SRM, ou em outro espaço, não exerce a função de ensinar o conteúdo ministrado em sala de aula, mas sim de complementar e/ou suplementar, proporcionando ferramentas por meio de adaptações e/ou elaboração de material didático, formas para que o aluno aprenda.

Todavia, é sempre importante reiterar qual o papel da SRM, pois entender que se trata de um AEE de caráter complementar e/ou suplementar, ainda gera confusões, levando muitos professores do ensino comum a pensar que o aluno que frequenta esse atendimento está sob responsabilidade única e exclusiva do professor especializado e, desse modo, querem que seja a ele delegado o ensino dos conteúdos.

Saber que a função complementar do AEE compreende em trabalhar recursos que minimizem as barreiras encontradas na sala de aula comum e à exemplo disso, temos o serviço oferecido ao aluno que apresente deficiência visual, sendo este "cego, é imprescindível o ensino do Sistema Braille, a adaptação de materiais de forma que se tornem táteis, o ensino do soroban para os cálculos matemáticos etc." (BENDINELLI, 2018, p. 2)

Essas ações não poderão ser concebidas como uma prática de aulas de reforço, visto que construir materiais adaptados a alunos com deficiência visual, por exemplo, é extremamente necessário.

Isso também reflete na fala dos professores quando mencionam que os alunos esperam receber no AEE, as explicações e informações que não foram obtidas durante as aulas na sala comum.

Mas, quando a gente vem trabalhar na SRM e recebe orientação (risos)... que não é um reforço, isso tem que ficar martelando, porque falou SRM as pessoas pensam que é sala de reforço e até os alunos, às vezes, falam: ‘Ah, eu vou para o reforço no contraturno’. Não é! (excerto da narrativa da professora Gabriela[1311])

[1311]A professora Gabriela Sampaio, 28 anos, licenciada em Química e Especializada em Educação Especial. Atuava na SRM, em que foram feitas as observações.

No caso de quem trabalha no AEE é isso, no meu caso, que estou em SRM, [...] tem que ser essa questão de complementar ou suplementar as atividades. Nós sabemos que não pode ser um reforço, mas algo que valorize o desenvolvimento desse aluno. (excerto da narrativa do professor Ismael[1312]*)*

Essas afirmações tornam evidente o que é também discutido por professores que atuam no AEE, pois o entendimento não consiste em reforço escolar, o que é vivenciado no dia a dia, pode ser entendido como contrário ao que está na lei. Para isso, é preciso olhar a Resolução n° 4/2009, em que está posto no artigo 2 que o AEE tem "função complementar ou suplementar a formação do aluno por meio da disponibilização de serviços, recursos de acessibilidade e estratégias que eliminem as barreiras para sua plena participação na sociedade e desenvolvimento de sua aprendizagem." (p. 1)

Entender o AEE como reforço escolar, desconfigura o papel de complementar e suplementar o currículo desenvolvido em sala de aula comum, pois ao se preparar recursos pedagógicos para atender um aluno do público-alvo da Educação Especial, o professor busca informações sobre sua vida acadêmica, quais suas necessidades educacionais especiais, e desenvolve um planejamento de modo a trabalhar competências e habilidades elencadas.

Portanto, ao analisar as narrativas dos professores e alunos no que diz respeito ao trabalho desenvolvido no AEE e nas SRM, é possível perceber que: os professores entendem sua prática como forma de ampliar a aquisição de conhecimentos por meio de mecanismos que favoreçam esse desenvolvimento. Já para os alunos, o trabalho desenvolvido é entendido como um reforço, mas no sentido de proporcionar-lhes, no AEE ou na SRM, acesso ao que não foi disponibilizado no momento em que estavam na sala de aula comum.

Considerações Finais

Quando iniciamos a pesquisa, cujo o principal objetivo consistia em compreender como a Matemática acontecia em espaços como a SRM e o AEE, uma cortina de possibilidades foi aberta, pois muitas questões foram sendo levantadas, outras temáticas foram aparecendo, ora por parte das alunas entrevistadas, ora por parte dos professores entrevistados.

Durante nossas observações, percebemos como os alunos com deficiência visual veem o AEE e de que forma reagem as ferramentas que são propiciadas para construção de conceitos matemáticos. Alguns deles, trazem concepções próprias sobre o papel desempenhado pelo

[1312] O professor Ismael Rodrigues, 50 anos, licenciado em História e Especializado em Educação Especial. Atuava na SRM da Escola B – que pertence a Rede Municipal de Ensino e fica localizada na área central de Campo Grande/MS – e no Instituto Sul-Mato-Grossense para Cegos "Florivaldo Vargas"-ISMAC, no setor de Habilitação e Reabilitação no Sistema de Leitura e Escrita Braille.

professor do AEE, dizem ser a SRM, o motivo pelo qual se sentem seguros em retornar e permanecer na escola comum, a veem como um reforço, mas na verdade o que pudemos entender é que por ser nesse espaço que as ferramentas necessárias para uma aprendizagem significativa lhe são fornecidas, atribuem ao profissional todo o mérito de seu sucesso.

> O principal objetivo desse serviço de apoio é identificar, elaborar e organizar recursos pedagógicos e de acessibilidade com foco na eliminação das barreiras para a plena participação dos estudantes com deficiência, transtorno do espectro autista (TEA) e altas habilidades/superdotação, em prol da autonomia e independência na escola e fora dela. E trabalhar cooperativamente é condição fundamental para que o AEE cumpra sua função. Do contrário, ele perde o sentido (MICAS et. al., 2017, p. 2).

Logo, nosso objetivo primário era compreender como a Matemática, vem sendo trabalhada no AEE na SRM e vimos que isso acontece de acordo com as dificuldades apresentadas pelos alunos. À vista disso, consiste na preocupação em adaptar materiais, para que essa aprendizagem aconteça.

Ao finalizarmos essa pesquisa, entendemos que isso se fez necessário, pois alguns dos objetivos propostos foram alcançados e, portanto, chegamos ao fim de uma etapa, mas a Educação está sempre passando por mudanças e outras questões levantadas por meio das narrativas suscitarão novos objetivos com os quais esperamos contribuir para compreensão do que é incluir como um todo, o que torna a Educação realmente inclusiva.

Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, conforme Portaria UFMS 141/2020, e da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

Referências

ALVES, D. de O. (2006). Sala de recursos multifuncionais: espaços para atendimento educacional especializado. Brasília, DF, Brasil: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Especial.

ALVES, M. D.; GUARESCHI, T. (2011). Atendimento Educacional Especializado (AEE). Módulo II. *Formação de professores para o Atendimento Educacional Especializado.*, 350. (A. C. Siluk, Ed.) Santa Maria, RS, Brasil: Laboratório de pesq. e doc. - CE. Universidade Federal de Santa Maria.

ANDRÉ, M. E. (2005). *Etnografia da prática escolar.* São Paulo: Papirus.

ARANTES, V. A. (2006). *(Org). Inclusão escolar: pontos e contrapontos.* (Vol. 5). São Paulo: Summus.

BENDINELLE, R. C. (2018). Atendimento Educacional Especializado (AEE): pressupostos e desafios. . Diversa.

BRASIL. (1996). Lei nº 9.394/96, de 20 de dezembro de 1996. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Brasília, DF, Brasil: Câmara dos Deputados.

BRASIL. (2001). Resolução nº 2, de 11 de setembro de 2001. Diretrizes Nacionais de Educação Básica. Brasília, DF, Brasil. Fonte: Brasília.

BRASIL. (2008). Decreto nº 6.571, de 17 de setembro de 2008. Dispõe sobre o Atendimento Educacional Especializado. Brasília, DF, Brasil: Câmara dos Deputados.

BRASIL. (2009). Resolução nº 4, de 02 de outubro de 2009. Institui Diretrizes Operacionais para o Atendimento Educacional Especializado na Educação Básica, na modalidade de Educação Especial. Brasília, DF, Brasil: Ministério da Educação.

BRASIL. (2010). Manual de Orientação: Programa de Implantação de Salas de Recursos Multifuncionais. Brasília, DF, Brasil: Ministério da Educação.

BRASIL. (2012). Documento Orientador Programa Implantação Salas de Recursos Multifuncionais. Brasília, DF, Brasil: Ministério da Educação.

CAMARGO, E. P. (2017). Inclusão social, educação inclusiva e educação especial: enlaces e desenlaces. *Ciência & Educação, 23*, 1-6.

CATARINA, S. (2011). Secretaria de Estado da Educação. Fundação Catarinense de Educação Especial. Guia prático para adaptação em relevo/ Secretaria de Estado da Educação. (J. d. Silva, Ed.) São José, SC, Brasil: Fundação Catarinense de Educação Especial - FCEE.

FONSECA, J. G. (2015). O atendimento educacional especializado e o uso das tecnologias nas salas de recursos multifuncionais no Ensino Médio Público do Distrito Federal. [Dissertação de Mestrado em Educação]. Brasília, DF, Brasil: Universidade de Brasília.

GLAT, R., & BLANCO, L. d. (2015). Educação Especial no contexto de uma Educação Inclusiva. In R. Glat (Org.), Educação Inclusiva: Cultura e cotidiano escolar(2a ed). *Sette Letras*, 15-3.

GLAT, R., PLETSCH, M., & FONTES, R. S. (2007). Educação Inclusiva & Educação Especial: propostas que se complementam no contexto da escola aberta à diversidade. *Educação, v. 32*, 343-355.

HAAS, C. (2016). Ação pedagógica e inclusão escolar: uma análise sobre a função “complementar” do Atendimento Educacional Especializado (AEE). *Cadernos de Pesquisa em Educação.*(43).

KALEFF, A. M. (2016). Vendo com as mãos, olhos e mente: Recursos didáticos para laboratório e museu de educação matemática inclusiva do aluno com deficiência visual. Niterói, RJ, Brasil: CEAD/UFF.

KARAGIANIS, A., STAINBACK, W., & STAINBACK, S. (1999.). Fundamentos do ensino inclusivo. In: W. STAINBACK, & S. STAINBACK, *Inclusão: Um guia para educadores.* (p. 334). Porto Alegre, RS, Brasil: Artmed.

MATTOS, C. L. (2011). A abordagem etnográfica na investigação científica. In MATTOS, C. L. G.; CASTRO, P. A. (Org). Etnografia e educação: conceitos e usos [online]. 49-83. Campina Grande, PB: EDUEPB.

MICAS, L., VILLON, E., DELGADO, J., & BRITO, L. (2017). Atendimento Educacional Especializado (AEE) e sala comum: trabalho colaborativo para a inclusão. Diversa.

RAZUCK, R. C., & GUIMARÃES, L. B. (2014). O desafio de ensinar modelos atômicos a alunos cegos e o processo de formação de professores. *Revista Educação Especial., 27*(48), 141-154.

ROPOLI, E. A. (2010). *A Educação Especial na Perspectiva da Inclusão Escolar: a escola comum inclusiva.* Brasília, DF, Brasil: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Especial; Fortaleza: Universidade Federal do Ceará.

SOARES, K. C., & SOARES, M. A. (2017). *Sistemas de ensino: legislação e política educacional para a educação básica.* Curitiba: InterSaberes.

UNESCO. (1990). Declaração mundial sobre educação para todos.

Inclusão cognitiva no campo conceitual multiplicativo de um estudante cego

Cognitive inclusion in the multiplicative conceptual field of a blind student

Inclusión cognitiva en lo campo conceptual multiplicativo de un estudiante ciego

Luiza Ojeda Hoffmann[1313]
Universidade Luterana do Brasil
0000-0003-0997-5202

Claudia Lisete Oliveira Groenwald[1314]
Universidade Luterana do Brasil
0000-0001-7345-8205

Marlise Geller[1315]
Universidade Luterana do Brasil
0000-0002-9640-2666

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Educação Matemática e Inclusão

Resumo

Neste trabalho, busca-se explorar o conjunto teórico e as contribuições para o campo do aprendizado matemático, da Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud. Assim, aborda-se o Campo Conceitual Multiplicativo, parte constituinte de tal teoria, para elaborar atividades junto a um estudante cego do Ensino Fundamental. A pesquisa está ancorada em uma abordagem qualitativa, descritiva e exploratória a partir de um estudo de caso, foram realizadas intervenções pedagógicas ao longo de 3 semestres. Com base nesse estudo, o estudante, que inicialmente compreendia o conceito de número, passa a organizar os esquemas adequadamente para a solução de situações problemas envolvendo os Campos Conceituais das estruturas aditivas e multiplicativas.

Palavras-chave: Teoria dos Campos Conceituais. Campo Conceitual Multiplicativo. Educação Matemática Inclusiva.

.

Abstract

In this work, we seek to explore the theoretical set and as contributions to the field of mathematical learning, the Theory of Conceptual Fields of Vergnaud. Thus, the Multiplicative Conceptual Field is approached, constituting part of such theory, to develop activities with a blind student of Elementary School. The research is anchored in a qualitative, descriptive and

[1313] luizaojeda@hotmail.com
[1314] claudiag@ulbra.br
[1315] marlise.geller@gmail.com

exploratory approach from a case study, pedagogical interventions were carried out over 3 semesters. Based on this study, the student, who initially understood the concept of number, starts to organize the schemes properly to solve problem situations involving the Conceptual Fields of additive and multiplicative structures.

Keywords: Conceptual Fields Theory. Multiplicative Conceptual Field. Inclusive Mathematics Education.

Resumen

En este trabajo buscamos explorar el conjunto teórico y aportes al campo del aprendizaje matemático, de la Teoría de los Campos Conceptuales de Vergnaud. Así, se aborda el Campo Conceptual Multiplicativo, que forma parte de dicha teoría, para desarrollar actividades con un alumno ciego de Enseñanza Básica. La investigación está anclada en un enfoque cualitativo, descriptivo y exploratorio a partir de un estudio de caso, se realizaron intervenciones pedagógicas a lo largo de 3 semestres. Con base en este estudio, el alumno, que inicialmente entendió el concepto de número, comienza a organizar adecuadamente los esquemas para resolver situaciones problema que involucren los Campos Conceptuales de estructuras aditivas y multiplicativas.

Palabras clave: Teoría de los Campos Conceptuales. Campo conceptual multiplicativo. Matemáticas Inclusivas.

Introdução

As pessoas cegas representam uma parcela significativa da população brasileira, segundo dados do censo demográfico do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE, 2012), sendo que 18,6% da população brasileira possui algum tipo de deficiência visual. Desse total, 6,5 milhões têm deficiências visuais severas, 506 mil têm perda total da visão (0,3% da população) e 6 milhões apresentam grande dificuldade para enxergar (3,2%). Esses números demonstram a necessidade de operacionalização de políticas públicas educacionais adequadas, cumprindo o que determina a legislação vigente, construída ao longo do tempo para sanar o problema da inclusão dos cegos na escola.

Neste contexto, este artigo, recorte de uma dissertação de mestrado do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, apresenta parte de uma pesquisa com abordagem qualitativa, descritiva e exploratória, constituindo um estudo de caso, envolvendo um estudante cego congênito do 5º ano do Ensino Fundamental. Portanto, a pesquisa aqui descrita contempla fatos colhidos da própria realidade deste estudante, em processo de desenvolvimento do campo conceitual aditivo e multiplicativo, apoiando-se nas ideias dos Campos Conceituais de Vergnaud (1998).

Teoria dos Campos Conceituais (TCC)

Vergnaud (1998) disserta que o Campo Conceitual é composto por um grupo informal e heterogêneo de desafios, conceitos, situações, estruturas, relações, conteúdos e mecanismos de compreensão, os quais se ligam e se comunicam durante o processo de aquisição de conceitos de modo geral. Os estudos de Vergnaud na Teoria dos Campos Conceituais (TCC) sobre definições matemáticas com estruturas aditivas e multiplicativas dão suporte para várias teorias e temas ligados a essa área.

A TCC apresenta-se, então, como uma importante ferramenta de planejamento de ensino, uma vez que os professores podem escolher e analisar situações potenciais, detectando dificuldades de identificação ou de evolução conceitual do estudante.

Além disso, para Vergnaud (2017) a TCC é também uma Teoria Psicológica e Cognitiva, pois o conhecimento é organizado em domínios conceituais, os quais devem ser dominados pelo aprendiz. Vergnaud obteve o conceito e o padrão de Piaget e a adaptação do aprendiz, enquanto Vygotsky assumiu o papel de professor intermediário em processo de aprendizagem.

A TCC é, ainda, uma teoria cognitiva projetada para analisar o desenvolvimento e aprender as habilidades complexas dos estudantes, portanto, não é uma teoria de ensino. Ela oportuniza subsídios aos professores para que eles possam compreender a prática pedagógica, desencadeando, assim, o processo de aprendizagem cognitiva. Porém, baseando-se nessa teoria, é possível um planejamento didático que leve à aprendizagem dos estudantes.

Paralelamente a isso, a Educação Matemática é um processo social que ocorre em diferentes culturas e sociedades, com distintas organizações escolares, suposições filosóficas e objetivas. No caso do ensino de conceitos matemáticos, os professores necessitam oferecer oportunidades de vivenciar experiências que desafiem os estudantes a refletir e a questionar em um ambiente de aprendizagem. Desta forma, os professores também pensarão a respeito de sua ação docente.

De acordo com os estudos de Vergnaud (1998), o conhecimento encontra-se organizado em "gavetas" que ele define como domínios conceituais. Vergnaud (1993, p.9) considera o Campo Conceitual como um “conjunto de situações, problemas, relacionamentos, estruturas, conceitos e teoremas inter-relacionados”. Isso se insere, por exemplo, para um domínio conceitual da estrutura de multiplicação, em que o conjunto de situações pode exigir multiplicação, divisão ou uma combinação dessas operações.

A premissa de Vergnaud (1993, p. 9) é uma das vantagens desse método: “(...) é permitir a classificação a partir da análise das tarefas cognitivas e dos procedimentos que podem ser utilizados em cada tarefa". Um indivíduo precisa de tempo, experiência, maturidade e capacidade de aprendizagem para dominar um determinado campo conceitual. As dificuldades conceituais serão superadas quando forem descobertas e enfrentadas, ou seja, isto não acontecerá de forma simultânea.

O campo conceitual multiplicativo é definido como um conjunto de problemas e situações que requerem multiplicação ou divisão para resolvê-los. De acordo com Nunes et al. (2005), esse campo conceitual é formado pela existência de uma relação constante entre duas variáveis de diferentes tamanhos (ou quantidades). A multiplicação e a divisão são definidas como operações irmãs porque compartilham a mesma relação constante, sendo uma o inverso da outra (LERNER, 1996; MANDARINO E BELFORT, 2005).

Vergnaud (2009) indica duas categorias em sua teoria: o isomorfismo de medidas e o produto de medidas. Na pesquisa para este artigo, desenvolve-se, exclusivamente, o primeiro, pois prevalece a proporcionalidade direta entre os tamanhos, uma vez que se um tamanho é aumentado ou diminuído, então, o outro também aumenta ou diminui. O isomorfismo consiste, assim, em problemas elementares de proporção simples entre conjuntos de naturezas diferentes.

As categorias de relação multiplicativa, seja para a divisão ou multiplicação são apresentadas, no ensino básico, por uma relação quaternária. A primeira expressão é a relação quaternária entre quatro unidades, em que duas representam tipos de medidas e as outras duas unidades representam dois outros tipos de medidas. Com níveis de dificuldades diferentes, as relações multiplicativas quaternárias de quatro unidades podem ser apresentadas às crianças por meio de quadros de correspondência, isolando as quatro unidades em um quadro completo, de forma a representar o isomorfismo de medidas (VERGNAUD, 2009).

Nos Campos Conceituais, as estruturas multiplicativas se apresentam como um complexo que envolvem problemas de multiplicação e divisão de proporções simples e múltiplas, relação escalar inversa e direta, aplicação linear e combinação linear, número racional, divisor, múltiplo, quociente e produtos de dimensões e fração relacional. As relações multiplicativas foram classificadas por Vergnaud (2009) em duas categorias que abrangem a divisão e a multiplicação.

Sabe-se que a matemática está presente na vida da humanidade, auxiliando na relação de tarefas, das mais simples às mais complexas, portanto, o conjunto de Números Naturais deve ser apresentado às crianças desde cedo, pois permitirá que possam realizar as demais operações.

O conhecimento desses números é aprofundado conforme revisado, pois seu conteúdo e estudo perpassam por toda a educação básica.

Metodologia da Pesquisa

A pesquisa[1316] aqui descrita apoia-se em uma abordagem qualitativa, descritiva e exploratória de um estudo de caso. Sendo assim, contempla a realidade de G, estudante cego congênito de 11 anos, cursando o do 5º ano do Ensino Fundamental. Neste trabalho, a preocupação com o processo é predominante ao resultado e a análise dos dados tende a seguir um processo indutivo, de caráter descritivo (LUDKE; ANDRÉ, 2013).

A pesquisa teve início em 2021 com intervenções pedagógicas *in loco* no Laboratório de Estudos de Inclusão do Programa de Pós-Graduação, com encontros semanais, com duração média de 50 minutos. Ao longo destes encontros foram utilizados materiais concretos e tecnologias digitais para o desenvolvimento das atividades sobre o Campo Conceitual Multiplicativo.

Resultados

Vergnaud (1999) define o Campo Conceitual Multiplicativo como sendo, em primeiro lugar, um conjunto de situações cuja esfera, por sua vez, requer outra esfera de vários conceitos de natureza diferente. Por exemplo, esse campo abrange todas as situações que podem ser analisadas como problemas de proporções simples e múltiplas, para os quais geralmente é necessário multiplicar, dividir ou combinar tais operações. “Vários tipos de conceitos matemáticos estão envolvidos em situações que constituem o Campo Conceitual Multiplicativo e no espírito necessário para dominar tais situações” (MOREIRA, 2002, p. 9).

Em consequência dessa concepção, a estrutura das atividades práticas foi planejada considerando-se o conjunto teórico de Vergnaud. Assim, tendo como objetivo trabalhar o campo conceitual da estrutura multiplicativa, especificamente o isomorfismo de medidas na multiplicação, foi realizada uma atividade inicial junto ao estudante G, na qual G efetuava multiplicação com multiplicando 2. Na atividade fez montinhos com o material dourado e associou com adição de parcelas iguais.

[1316] A pesquisa passou por avaliação ética pelo Sistema CEP/CONEP e foi aprovada sob o protocolo número 4.867.536/2021.

Nas atividades com motos de brinquedo, o estudante deverá explorar o brinquedo, que será "visto com os dedos". Para tanto, a professora fará as seguintes perguntas: quantas rodas terá uma moto? Serão 2 rodas para uma moto? Quantas rodas terão 2 motos, 3 motos, ... 10 motos? A partir destes questionamentos, concluirão juntos a atividade proposta, como mostra a figura 1.

Figura 14**.**

Diálogo referente à atividade para efetuar a multiplicação com o multiplicando 2

P - Coloca um conjunto de 10 motos de brinquedo na mesa em frente a G e pergunta. O que é isto? Manuseia, analisa, e me diz o que é e quantas são, pode ser?

G- Sim, são motos, 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10. são 10.

P- Pega uma moto e analisa, o que tem 2 nela?

G- Tem 2 pessoas.

P- Duas?

G- Sim, a que dirige e a outra na garupa.

P- Tem 2 pessoas aí?

G- Não.

P- Analisa bem!

G- Essas 2 rodas não estão andando! Tá quebrado eu acho!

P- Não está quebrada é assim mesmo! Quantas rodas tem cada moto?

G- 1,2. Duas! são de modelos diferentes?

P- São, tem azul, preta, vermelha. elas são todas coloridas. (P descreve as características de cada moto, G acompanha tocando).

P- Quantas rodas tem uma moto?

G- Uma, duas, 1+1=2.

P- Então posso dizer que 1 + 1=2, e 1 × 2=2.

G- Sim.

P- Quantas rodas tem 2 motos?

G- 2 rodas também.

P- Como assim? pega 2 motos e conta.

G- 1,2,3,4. 4 rodas.

P- 2 motos têm 4 rodas ao todo!

G- Sim, tem mesmo.

P- Então, 2+2=4 ou 2x2=4. E 3 motos quantas rodas tem ao todo?

G- Aí, aí, aí, não sei vou ter que contar, 1,2,3,4,5,6. são 6 rodas.

P- E 4 motos juntas. quero brincar com elas? Pode brincar!

G- Meu Deus vou contar, 1,2,3,4,5,6,7,8. 8 rodas.

O mesmo processo foi feito com 5, 6, 7, 8, 9 e 10 motos. A partir da sexta moto, o estudante já identificou que toda vez que pega mais uma moto acrescenta mais 2 rodas.

5 motos – contou: 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10. Dez rodas

6 motos – contou 11,12. Doze rodas.

7 motos – contou 13,14. Catorze rodas.

8 motos – contou 15,16. Dezesseis rodas.

9 motos – contou 17,18. Dezoito rodas.

10 motos – contou 19,20. Vinte rodas.

Retomamos a atividades algumas vezes até que o estudante chegou ao seu invariante operatório do multiplicando 2.

E assim novamente contando, falando e organizando as motos até encontrar o resultado.
P- Pensa comigo, pode tocar nas motos, uma moto tem 2 rodas, 2 motos têm 4 rodas, 3 motos 6 rodas...10 motos têm 20 rodas. Vamos registrar na máquina braille.
G- Sim.
P- Agora faz de conta que eu tenho 8 rodas, quantas motos eu posso montar?
G- Não sei! tenho que pensar! não sei, me ajuda?
P- 1 moto →2 rodas
G- Não sei, vou pegar o material Dourado, e vou fazer montinhos de 2, faz de conta que as 2 rodas da moto, daí eu reparto as 8 rodas em montinhos de 2.
P- Ok
G- Deu 4. Com 8 rodas eu posso montar 4 motos.
P- Muito bem! que você acaba de fazer 8 ÷ 2.
G- Isso é divisão? Divisão é muito fácil, mas tem que pensar né!
P- Vamos fazer mais umas divisões.
G-Sim, preciso pegar as motos para fazer os montinhos? E posso usar o material Dourado?
P- Pode usar o que tu te sentir mais seguro. E pode não precisar de nada.
G- Tá eu escolho na hora. Pode fazer um monte de perguntas pra mim.

Fonte: a pesquisa

Na análise da atividade com as motos, os questionamentos orais da professora auxiliaram para dar significado às ações. O isomorfismo de medidas, segundo Vergnaud (1998, p. 260), é:

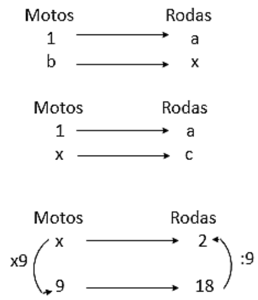
> O isomorfismo de medidas coloca em jogo quatro quantidades, mas nos problemas mais simples, sabe-se que uma dessas quantidades é igual a um. Logo, há três grandes classes de problemas conforme seja a incógnita uma ou outras das três outras quantidades.

A primeira classe norteou o trabalho com as motos.

$$
\begin{array}{ccc}
\text{Motos} & & \text{Rodas} \\
1 & \longrightarrow & 2 \\
2 & \longrightarrow & 4 \\
. & & . \\
. & & . \\
. & & . \\
10 & \longrightarrow & 20
\end{array}
$$

Conforme aumentava o número de motos, aumentava o número de rodas, isso ficou bem claro para G. Efetuava a multiplicação de multiplicando 2 como adição reiterada: 2+2=4 e 2x2=4; 2+2+2=6 e 3x2=6, e assim sucessivamente. Ele achou mais fácil, até que descobriu que era só acrescentar +2. G trabalhou tateando as motos de brinquedo, até 10x2. Contava as rodas, pediu para substituir as motinhas pelas unidades do material dourado, pois ocupava menos espaços. Fez "montinhos" de 2.

Fizemos o caminho inverso da multiplicação, a divisão, do tipo: quantas motos posso montar com 18 rodas, 18 rodas dividem em 18 montinhos por 2. Então concluía que se 9x2=18, então 18:9=2. Ficou muito admirado, e disse: "então é isso que é a divisão?". G já conhecia o termo divisão, porém não sabia o seu significado. Quando errava, voltava, pegava o material concreto, contava, recontava, até acertar. Assim estava construindo progressivamente estruturas multiplicativas, nas categorias mais simples do isomorfismo de medidas, estabelecendo relações.



G apresenta competências para elaborar o conhecimento das estruturas multiplicativas; para tanto, há necessidade de uma variedade de situações e materiais táteis. Nesta atividade, conforme destacado no diálogo da figura 1, o estudante conseguiu chegar à conclusão que era somente necessário acrescentar 2 a cada nova multiplicação em ordem crescente. Com isso, ele concluiu que a tabuada do 2 sempre aumenta 2. O estudante sugeriu fazer o registro na máquina Braille.

As atividades seguintes tiveram como objetivo a realização e a resolução de multiplicações com fatores de 2 a 9. Para isso, houve a retomada do trabalho com material concreto (material dourado e balas), além da execução das tarefas do tema de casa da Escola, que envolvia multiplicação, e, por fim, o registro na máquina Braille. Para esta atividade, os recursos utilizados foram conjuntos de balas e potes, sorvetes e carrinhos, ábaco, bandejas de doces e luvas, conforme o diálogo apresentado na figura 2 a seguir:

Figura 15.

Diálogo referente à atividade para efetuar multiplicação com o multiplicando 4 e 5

P- Vamos brincar com os carrinhos?
G- Sim!
P- Pega os carrinhos e conta os carrinhos e as rodas.
G- Ok, são 10 carrinhos cada um com 4 rodas. Como eles são? Que cor?
P- Pega, a analisa, são azuis, vermelhos, verdes e pretos.
G- Lega, cada carro pode viajar 5 pessoas.
P- Pode sim!
G- Vou brincar um pouco tá?
P- Sim, 1 carrinho tem 4 rodas, posso dizer que o número de rodas é 1x4=4?
G- Sim.
P- E 2 carrinhos, quantas rodas tem?
G- 1,2,3,4,5,6,7,8. 8 rodas.
P- Será que preciso contar carrinho por carrinho, se eu sei que cada um tem 4 rodas?
G- Eu tenho que contar também pra ver se dá certo, tipo 2x4=8.

P- 3 carrinhos, quantas rodas tem?
G- 3x4=12, contar 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12. 12 rodas.
P- E 5 carrinhos?
G- 5x4 vou contar, 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12...20
P- 6 carrinhos, quantas rodas tem?
G- Vou deixar esses 5 carrinhos e vou colocar mais 1 carro. Já tenho 20; 21,22,23,24. 6x4=24, 24 rodas.
P- Muito Bem! E 7 carrinhos?
G- 7x4, boto mais 1, 25.
P- Como? Só 25 rodas têm aí?
G- Não! 7x4, vou contar 6 carrinhos 24 rodas, +1 carrinho, +4 rodas. 25,26,27,28. 7x4=28. 28 rodas.
P- E agora 8,9,10 carros quantas rodas tem?
G- 32,36,40.

Fonte: a pesquisa

Foi elaborada a tabuada do quatro tão desejada por ele. Para isso, aproveitou-se o "gancho" deixado por ele de que cada carro pode viajar cinco pessoas, portanto, partimos para a tabuada do 5 a partir do questionamento do estudante, com perguntas como "quantas pessoas viajam em um carro? Se forem em dois carros?", e assim por diante. Nessa atividade, o estudante, além dos carros, usou como recurso o material dourado para a simulação dos passageiros.

Na atividade do ábaco, primeiramente, o estudante pegou nove argolas e questionou "são 9 argolas ou 9 hastes?". Após refletir, pegou 8 argolas e 9 hastes, porque a questão direcionada a ele tinha sido "quanto é 9x8?". Demorou um pouco para ele distribuir as argolas, mas o estudante acabou organizando por meio do tato com os dedos, verificando se em todas as hastes havia pilhas iguais. Uma haste tinha uma argola a mais, então, ele teve que retirar uma.

Na etapa seguinte, o objetivo era efetuar a multiplicação como adição reiterada de mesma quantidade, fazer do multiplicando uma medida e do multiplicador uma simples operação sem dimensão física. Para isso, foi utilizado o ábaco para efetuar as multiplicações com fatores até 9. Além do ábaco, jogo de dados e jogo do general foram aplicados também nessa fase.

Em relação aos jogos, o estudante participou e avaliou positivamente a atividade desenvolvida. Contudo, na hora de somar as pontuações, ele preferiu a adição, sendo orientado pela professora de que poderia resolver de outra forma, ou seja, utilizando a multiplicação. A atividade serviu para que o estudante chegasse à conclusão de que a soma contínua de fatores iguais é igual a multiplicação da quantidade desses fatores por ele mesmo, conforme se verifica no diálogo apresentado a figura 3 a seguir:

Figura 3.

Diálogo referente à atividade para efetuar a revisão dos multiplicando até 9.

P- Vamos trabalhar com ábaco com 10 hastes de madeira e algumas argolas verde de um material parecido com isopor. Toca no material, sentiu?
G- Haste é isso? Aqui são argolas?
P- Sim, são hastes. Já trabalhamos as tabuadas até o 9, vamos revisar?
G- Vamos, não decorei, ainda preciso contar.
P- Uma haste te 2 argolas, monta aí.
G- Sim, pronto!
P- 5 hastes com 3 argolas, quantas argolas tem?
G- Montei 5x3, acho que é... vou ter que contar. 3,6,9,12,15. 5x3=15
P- 7 hastes com 3 argolas?
G- Bom eu já tenho 5 argolas, é só colocar mais 2 em cada e contar →18,21. 7x3=21
P- Muito Bem!!! Parabéns!!
G- Pede mais, tipo 8x4, 4 argolas cada um. 4,8,12,16,20,24,28,32. 8x4=32. To Craque na tabuada do 4.
P- Tá, mas se agora eu tenho 20 argolas e quero colocar em 4 hastes, quantas argolas em cada haste?
G- Barbada, pego as argolas e vou dividir em 4 hastes, deu 5 em cada. Porque eu já sei que 20:4=5.
P- Por quê?
G- Porque 4x5=20.

Fonte: a pesquisa

Apesar das dificuldades, o estudante mostrou a compreensão da TCC na estrutura multiplicativa em isomorfismo de medidas. Contudo, atualmente, o estudante constrói a tabuada da multiplicação e da divisão quando tem dúvida, sendo que, para isso, utiliza o material tátil. O isomorfismo de medidas foi trabalhado apenas em conjunto dos números naturais com quantidades discretas.

Após a atividade descrita na figura 1, foram feitas atividades com sorvetes de três bolas para o multiplicando 3, para, posteriormente, realizar a atividade descrita na figura 2, que contemplou os multiplicando 4 e 5. A fim de avançar para atividade descrita na figura 3, passou-se por atividades com balas e potes; para o material dourado no multiplicando 6 e bandeja de doces para os multiplicando 7 e 8. Assim sendo, para cada multiplicando, foram utilizados jogos para introduzir as multiplicações, jogo de cartas em braille, dados, general e escova adaptados e ábacos. As argolas foram utilizadas para, inicialmente, o multiplicando 9 e depois para todos os multiplicadores.

A atividade descrita na figura 3 encerrou o isomorfismo de medidas com a multiplicação com multiplicando de 1 até 10. O multiplicando 10 foi muito fácil, pois o estudante já dominava bem o material dourado. Ao longo do trabalho, aprendemos muito com G, o que iniciou à luz da Teoria dos Campos Conceituais e culminou com o conceito de conceito de Vergnaud (1998) bem explícito. O professor necessita ter o domínio do significado dos principais elementos da TCC: situações, esquemas, invariantes operatórios e representações, a relevante terna do conceito. G é um estudante cego, nos fez ver a importância dessa teoria e como é possível um cego elaborar seus conceitos e não simplesmente repetir o que ele ouve falar.

Nas simulações com o Campo Conceitual da Estrutura Multiplicativa, utilizando multiplicação e divisão, ficou evidente que G procura soluções, analisando situações, formulando seus esquemas mentais com seus invariantes operatórios. O estudante, também, comunicava seu conhecimento elaborado por meio do material tátil e da fala.

Considerações finais

O trabalho desenvolvido com o estudante G indica alguns caminhos que podem ser levados em consideração ao se trabalhar com estudantes que necessitam de atenção específica. Ao se articular o ensino da matemática aos preceitos da TCC de Vergnaud pode-se aferir um desenvolvimento contínuo no processo de ensino e aprendizagem deste estudante.

O Campo Conceitual Multiplicativo oferece indicativos de sequências didáticas, que podem fornecer os elementos fundamentais para o desenvolvimento de uma ação pedagógica. Essa ação precisa produzir resultados não só satisfatórios, como necessários, para a compreensão integral das significações associadas à multiplicação.

Portanto, a TCC de Vergnaud, mais especificamente o Campo Conceitual Multiplicativo, orientou as intervenções realizadas ao longo da pesquisa. Entende-se que não se esgotam as discussões e possibilidades de aplicação da TCC com crianças que necessitam de atendimento especializado, permitindo assim o aprofundamento das questões relacionadas ao desenvolvimento cognitivo por meio da TCC.

Referências

Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE). *Censo Brasileiro de 2010*. Rio de Janeiro: IBGE, 2012. Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE).

LERNER D.; Sadovsky P. (1996). *O Sistema de Numeração:* um problema didático. In: PARRA C. et al. Didática da matemática. Porto Alegre: Artes Médicas, pp.73-155.

LÜDKE, Menga; ANDRÉ, Marli E. D. A. (2013). *Pesquisa em educação:* abordagens qualitativas. São Paulo: EPU.

MANDARINO M.; BELFORT E. (2005). *Números naturais:* conteúdo e forma. Rio de Janeiro: Ministério da Educação: Universidade Federal do Rio de Janeiro, LIMC.

MOREIRA, M. A. (2002). *A Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, o Ensino De Ciências e a Pesquisa nesta Área*. Investigações em Ensino de Ciências – V7(1), pp. 7-29.

NUNES, T. et al. (2005). *Educação Matemática 1* - Números e as Operações Numéricas. São Paulo: Editora Cortez.

VERGNAUD, G. (1993). Teoria dos campos conceituais. In Nasser. L. (Ed.) *Anais do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro*. p. 1-26.

VERGNAUD, G. (1998). *El niño, las matemáticas y la realidad: problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria.* 1. ed. Mexico: Trillas.

VERGNAUD, G. (2009). *O que é aprender?* In: BITTAR, Marilena. MUNIZ, Cristiano Alberto (Orgs.). A aprendizagem matemática na perspectiva da Teoria dos Campos Conceituais. Curitiba: Editora CRV.

VERGNAUD, G. (2017). O que é Aprender? Porque a Teoria dos Campos Conceituais. In: *O que é Aprender? Iceberg da conceitualização*. Grossi, E. P. (organizadora). GEEMPA.

Narrativas sobre o autismo: uma breve conversa sobre memórias, sentimentos e formação docente

Narratives about autism: a brief conversation about memories, feelings and teacher training

Narrativas sobre el autismo: una breve conversación sobre recuerdos, sentimientos y formación docente

Fernanda Malinosky Coelho da Rosa[1317]
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
0000-0002-4873-1107

Ana Gabriela Cardoso do Nascimento[1318]
Universidade Federal do Rio de Janeiro
0000-0001-6086-0801

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Educação Matemática e Inclusão

Resumo

Neste artigo apresentaremos alguns relatos de professores em um questionário aplicado numa pesquisa de mestrado defendida em 2020 que tinha como objetivo investigar as práticas dos professores que ensinam matemática para alunos autistas. O questionário foi composto por 21 questões mescladas, abertas e fechadas, e obteve 121 participantes. Para este texto selecionamos algumas narrativas, principalmente, relacionadas na descrição sobre como ocorreu o primeiro contato dos docentes com um(a) aluno(a) autista e assim, surgem memórias, sentimentos de preocupação ou angústia, a formação docente etc. Em geral, o narrado pelos docentes traziam sentimentos de angústia no início do trabalho com alunos autistas, o que faz com que se perceba um vazio na sua formação e o fato de que esses novos sujeitos que estão na sala de aula exigem novas capacidades e novos modos de pensar. Observamos, ainda, que alguns docentes, mesmo com a preocupação inicial, buscam apoio, informação, improvisam atividades, que podem levar a descobrir novos fazeres e saberes. Há os que possuem uma rede de apoio com familiares do aluno e membros da escola, o que é essencial.

Palavras-chave: *Autismo; Inclusão; Ensino de matemática.*

Abstract

In this article we will present some reports from teachers in a questionnaire applied in a master's research defended in 2020 that aimed to investigate the practices of teachers who teach mathematics to autistic students. The questionnaire consisted of 21 mixed, open and closed questions, and obtained 121 participants. For this text, we selected some narratives, mainly related to the description of how the teachers' first contact with an autistic student took place

[1317] fernanda.malinosky@ufms.br
[1318] anagaby.nascimento@gmail.com

and thus, memories, feelings of concern or anguish, teacher training, etc. In general, what the teachers narrated brought feelings of anguish at the beginning of the work with autistic students, which makes them perceive a void in their training and the fact that these new subjects who are in the classroom require new skills and new skills. ways of thinking. We also observed that some teachers, even with the initial concern, seek support, information, improvise activities, which can lead to discovering new practices and knowledge. There are those who have a support network with the student's family and school members, which is essential.

Keywords: *Autism; Inclusion; Mathematics teaching.*

Resumen

En este artículo presentaremos algunos relatos de docentes en un cuestionario aplicado en una investigación de maestría defendida en 2020 que tuvo como objetivo investigar las prácticas de docentes que enseñan matemáticas a alumnos autistas. El cuestionario constaba de 21 preguntas mixtas, abiertas y cerradas, y obtuvo 121 participantes. Para este texto, seleccionamos algunas narrativas, principalmente relacionadas con la descripción de cómo se produjo el primer contacto de los docentes con un alumno autista y, por tanto, recuerdos, sentimientos de preocupación o angustia, formación docente, etc. En general, lo narrado por los docentes trajo sentimientos de angustia al inicio del trabajo con alumnos autistas, lo que les hace percibir un vacío en su formación y que estos nuevos sujetos que están en el aula requieren nuevas habilidades y nuevas formas. de pensar También observamos que algunos docentes, aún con la inquietud inicial, buscan apoyo, información, improvisan actividades, lo que puede llevar al descubrimiento de nuevas prácticas y saberes. Hay quienes tienen una red de apoyo con la familia del estudiante y miembros del colegio, lo cual es fundamental.

Palabras clave: *Autismo; Inclusión; Enseñanza de las matemáticas.*

Introdução

A inclusão de alunos com deficiência é garantida por diversas leis, sendo a mais recente a Lei Brasileira de Inclusão da Pessoa com Deficiência, que visa “assegurar e promover, em condições de igualdade, o exercício dos direitos e das liberdades fundamentais por pessoa com deficiência, visando à sua inclusão social e cidadania.” (BRASIL, 2015, p.10).

No entanto, a presença deste aluno dentro de sala de aula não garante necessariamente o seu desenvolvimento nos processos de ensino e aprendizagem. Mantoan (2004) destaca que muitas vezes o cotidiano escolar está na contramão dos direitos garantidos por lei, pois ainda é um sistema elitista, excludente e normativo. Para que a inclusão realmente ocorra, se tornam necessárias interações entre os órgãos e as pessoas ligadas a esse aluno buscando a sua aprendizagem, sendo eles o componente organizacional, o trabalho em equipe e o ambiente em sala de aula (STAINBACK; STAINBACK, 1999; RÊGO, 2010).

Nesse processo, o professor tem um papel essencial no processo de ensino e de aprendizagem do aluno autista por conta de lidar mais tempo dentro do ambiente escolar. No entanto, o ensino de matemática no Brasil vem se mostrando desafiador para os docentes, pois mesmo com a criação de leis que garantem o acesso do aluno a uma educação inclusiva, por outro lado, a formação de professores não tem dado conta de incluir essa temática dentro dos currículos.

> Sobre as habilidades e competências para o profissional da educação frente à inclusão, se referiram também à questão curricular. Segundo as autoras, o currículo deveria ser planejado e coordenado de maneira que assegurasse, a cada aluno, a aquisição dos conhecimentos e as habilidades essenciais respeitando a diversidade. Valle; Guedes (2003 *apud* MONTEIRO, MANZINI, 2008, p. 47).

Para suprir a demanda dos alunos com deficiência numa perspectiva inclusiva, o docente tem que investir em cursos de formação continuada, pois a sua formação inicial não lhe dá suporte o suficiente para conhecer as especificidades dos alunos com deficiência.

Uma breve apresentação do autismo

Dentre os diversos tipos de deficiência, o autismo é caracterizado por três características, denominado Tríade, (i) comprometimento da interação social recíproca, (ii) comprometimento da comunicação verbal e não verbal e por (iii) um repertório restrito de interesses e atividades. Além disso, foi criado o termo Transtorno do Espectro Autista, que é adotado atualmente por pesquisadores e especialistas para considerar os diversos níveis de suporte (WING; GOULD, 1979; LOCATELLI, 2015; NASCIMENTO, 2020).

O diagnóstico de autismo pode ser baseado em dois documentos: o *Diagnostic and Statistical Manual* - DSM (Manual Diagnóstico e Estatístico de Transtornos Mentais), que teve sua quinta edição lançada em 2013, e o International Classification of Diseases – CID (Classificação Internacional de Doenças), que vigorou sua décima primeira edição neste ano. As mudanças realizadas entre cada versão contribuíram para facilitar o diagnóstico do transtorno e por consequência o número de autistas vem crescendo a cada ano. A ONU afirma que a estimativa global é de que 1% da população mundial possa ter autismo. A OMS estima que uma em cada 160 crianças tenha autismo. No Brasil, não existem estudos relacionados à prevalência no país, mas nos Estados Unidos, o CDC (Centers for Disease Control and Prevention) registra que a prevalência é de 1 para cada 44 crianças, sugerindo que esse número também pode representar outras partes do mundo. (MAENNER; SHAW; BAKIAN; et al., 2021)

Em relação à realidade das pessoas com autismo, Orrú (2016) destaca três diferentes condições. A primeira delas é a segregação em instituições especializadas ou em classes especiais; a segunda é o isolamento dentro de suas casas; e o terceiro é o aluno matriculado em classes da rede regular de ensino. Tais realidades são mostradas no Censo Escolar 2020 fornecido pelo INEP. Os dados revelam que em 2020, 18.669 autistas estavam matriculados em classes especiais e 228.100 estavam na rede regular de ensino.

Por conta das especificidades em relação ao autismo, o processo de ensino e de aprendizagem dentro de sala de aula pode ser ainda mais desafiador. Além disso, o desconhecimento das características do aluno, a falta de contato com a família, a escassez de apoio da escola e de materiais didáticos também são fatores que dificultam o processo de inclusão. Nesse sentido, vários fatores podem contribuir para que esse processo seja eficaz, como conhecer e aprender sobre linguagem e comunicação, a convivência do aluno com colegas da mesma faixa etária, e o uso de estratégias que estejam em consonância com as especificidades do aluno (MENEZES, 2012).

Por conta disso, esse artigo busca compreender as relações existentes dentro da escola com esses alunos e dentro de sala de aula com o professor que ensina matemática, com o intuito de contribuir para a melhoria desses processos de ensino e de aprendizagem desse aluno na sala de aula. Tal análise foi realizada com base em um conjunto de dados obtidos por um questionário aplicado na pesquisa de mestrado de Nascimento (2020) que tinha como objetivo investigar as práticas dos professores que ensinam matemática para alunos autistas. Este instrumento foi composto por 21 questões mescladas, abertas e fechadas, e obteve 121 participantes.

No que segue, apresentaremos algumas das respostas dos participantes e as percepções sobre o narrado, também com base em autores da área.

Compreensões a partir de relatos de participantes sobre o autismo

Neste tópico, há a análise de alguns relatos, o qual percebemos reações em relação ao primeiro contato com o educando autista, pré-conceitos baseados em rótulos, há ainda excertos sobre a formação de professores, possíveis transtornos ocorridos em sala de aula e outros que nem sempre estão relacionados com os alunos.

A primeira questão pedia para descrever como ocorreu o primeiro contato com um(a) aluno(a) autista:

Pra mim foi um pouco assustador, fiquei um pouco apreensiva, mas graças a Deus deu tudo certo, a criança tinha grau baixo de autismo e a escola me deu bastante apoio em lidar com ele, até porque estava começando a lecionar e era jardim 2. (relato de docente do Educação Infantil)

Assustador para mim, enquanto professor, pois não tinha noção, nem auxílio, para lidar com o aluno. Aprendi aos poucos. (relato de docente do Ensino Fundamental - Primeiro Segmento)

Em uma turma de 8 ano. Me senti despreparada, sem saber como agir e frustrada em muitas vezes por não saber como lidar e sem tempo para me dedicar à pesquisas sobre o assunto. (relato de docente do Ensino Fundamental - Segundo Segmento)

Não lembro ao certo, mas acredito que foi em 2014, um aluno de nono ano que acompanhava o conteúdo, mas ficava caminhando pela sala de aula, em círculos, inteligentíssimo. (relato de docente do Ensino Fundamental - Segundo Segmento)

O que podemos perceber é que para alguns professores, a primeira reação foi de susto ao receber um aluno autista. Há ainda o sentimento de despreparo que, nesse contexto, entra a questão da formação do professor, que "muitas vezes não sabe como lidar com a deficiência em sala de aula e não pode contar com a instrução de um profissional especializado. Em muitos casos, ele acaba assumindo que o aluno com necessidades especiais não é capaz de aprender [...]". (ZUFFI et. al, 2011, p. 3)

A necessidade de formação dos professores para educação inclusiva e a falta de preparo para assumir a responsabilidade de promover a aprendizagem e participação de alunos com necessidade educacionais especiais, já foi estudada por diversos autores (...) "Tais autores, constataram as dificuldades e falta de preparo dos professores para promover a aprendizagem de alunos com necessidades educacionais especiais e enfatizaram a necessidade da formação continuada para atender à diversidade das experiências e demandas dos estudantes em sala de aula. Na prática, encontramos ainda professores despreparados para essa realidade e com falta de uma rede de apoio para desenvolver o seu trabalho com qualidade." (BRIANT; OLIVER; 2012, p. 142.).

Nos relatos ainda há a menção sobre o laudo:

Aluno da Educação Infantil em turma especial e em turma regular, que não tinha diagnóstico médico. Eu percebi alguns comportamentos e conversei com a família, que se mostrou muito resistente. Anos depois foi diagnosticado.(relato de docente da Educação Infantil)

Ocorreu de forma natural, pois não tinha sido avisada que tinha um aluno autista e no dia a mediadora não tinha ido, após o primeiro contato percebi que o aluno possuía algo e procurei a coordenação para saber mais sobre o aluno. (relato de docente do Ensino Médio)

Observamos nos questionários que das 121 respostas recebidas, apenas 55 docentes tiveram acesso ao laudo dos alunos(as) autistas. Essa falta de informação ou de uma rede de apoio formada por familiares e demais membros da escola, prejudicam o planejamento do professor ou que este docente busque (in)formação.

Nos relatos sobre o primeiro contato, percebemos também a menção à normalidade e nos questionamos: Normal em relação a quê? O que é essa normalidade? Outro aspecto que percebemos foi o que chamaremos de compensação como: “É autista, mas é tão inteligente”, “Nem parece com os outros autistas” ou “Se não falasse, nem perceberia”:

Em minha disciplina de Didática da Matemática. Fizemos uma roda de conversa para debatermos sobre um artigo sobre o autismo. Ao fim da aula, uma aluna me contou que tinha Asperger. Eu não teria percebido se ela não me contasse. Era uma das alunas que mais participavam das aulas e sempre muito dedicada às leituras. (relato de docente do Ensino Superior)

Eu não sabia o que fazer. Fiquei falando normal, como se fosse um aluno sem problema. (relato de docente do Ensino Fundamental - Segundo Segmento)

Acredito que tenha tido contato com outros alunos autistas antes desse aluno, mas o Wallace foi o primeiro. Foi em 2015. Inicialmente não fui informado. Após, chegou um mediador. Além de autista, tinha altas habilidades em matemática. Não precisei alterar minhas aulas. Ele não se manifestava, mas fazia tudo da forma pedida. (relato de docente do Ensino Médio)

Em 2005, fiquei surpresa e angustiada ao saber pela equipe pedagógica, no entanto, fiquei surpresa ao perceber que ele apresentava mais facilidade do que outros estudantes que não possuíam laudo algum em sua turma. (relato de docente do Ensino Fundamental - Segundo Segmento)

Segundo Nunes (2012), os professores ainda possuem “[...] concepções caricaturizadas sobre a síndrome do autismo”, prejudicando o processo de inclusão escolar do autista, quadro que perpetua a exclusão” (p. 289). Em uma perspectiva clínica, as lesões ou limitações sensoriais são consideradas a única causa dos processos de discriminação enfrentados pelas pessoas com deficiência.

No caso do autismo, em geral, prega-se que haja comportamentos estereotipados, dificuldade no contato social, como se cada indivíduo não fosse singular, como se houvesse um padrão. Segundo Ballard (1995), é fácil excluir estudantes que são diferentes e que isso é justificado, muitas vezes, sob a crença e o pretexto de que é melhor para o aluno. Nesse sentido, a diferença é algo negativo e o diferente é o sujeito que necessita ser corrigido ou normalizado, bem como a escola passa a ser entendida como instituição normalizadora.

Nas narrativas que seguem vemos a falta de formação, mas o apoio de pessoas no entorno ou reflexões sobre a prática:

Uma aluna do ensino médio, eu não tinha nenhuma orientação de como lidar com ela. A mãe era muito presente , fazíamos reuniões e ela nos orientava com relação a atividades de sala de aula e avaliações. (relato de docente do Ensino Médio)

Há 9 anos ocorreu o primeiro contato, eram 2 alunos em uma mesma turma, a minha escola é extremamente inclusiva, então sempre fui bem orientada sobre como trabalhar com cada um dos alunos. Um aluno tinha excelentes habilidades com a matemática e gostava de olimpíada de matemática, ele era extremamente discreto. Já o outro, não conseguia acompanhar a turma na disciplina de matemática, então quando era aula de matemática, ele era encaminhado para outra professora para trabalhar o livro de matemática do quarto ano (ele estava no sexto ano) - as outras disciplinas, ele assistia com a turma. (relato de docente do Ensino Fundamental - Segundo Segmento)

Foi por intermédio de aula particular em casa. Me tornei monitor de um menino de 8 anos com autismo. Já havia estudado na faculdade, porém a prática é bem diferente. Quando o conheci, meu primeiro momento foi conhecê-lo saber quais são seus pontos fortes, pontos fracos, como lidar com suas estereotipias, conhecer seus reforçadores. (relato de docente do Ensino Fundamental - Primeiro Segmento)

Santos e Caixeta (2012) explicam que é necessário ver o/a aluno/a que está na escola para mediações que respeitem suas características individuais e sua história de vida, já que a educação representa uma experiência pessoal, social e política. Assim, as oportunidades educacionais desempenham papel essencial para o desenvolvimento e a inclusão social dos autistas em diferentes contextos, contribuindo para o reconhecimento de si como sujeito no seu ambiente sociocultural.

Há, ainda, os que não estavam carregados de rótulos e processos estigmatizantes, mas sim de uma preocupação em entender e construir caminhos alternativos que possibilitassem atender as diferenças no campo da aprendizagem de matemática. Docentes que relatam não só as dificuldades, mas também as práticas tanto na sala comum como na sala de recursos:

Descobri que eu é que apresentava mais dificuldades do que ele, pois não conseguia estabelecer contato direto, tive de superar minhas limitações para planejar de maneira a contemplar o estudante nas propostas. Me refiro ao primeiro estudante com autismo que tive, pois cada um dos outros que tive possuíam perfis diferentes. (relato de docente do Ensino Fundamental - Segundo Segmento)

Reinventando minhas aulas, inseri no máximo de atividades e fiz atividades exclusivas. (relato de docente do Ensino Fundamental - Primeiro Segmento)

[Na sala de recursos…] Procurei oferecer o melhor ambiente possível para a sua aprendizagem, criando situações em que ele pudesse se destacar junto aos colegas. Procurava sempre partir de algo que já era dominado por ele para aumentar o grau de complexidade das atividades. Com este estudante, especificamente, consegui resultados bastante significativos, acima do rendimento médio da turma. É importante relevar que foram inúmeras tentativas de atividades diferenciadas até encontrar alguma que coadunasse o ritmo próprio dele com o da turma. Algumas tão bem elaboradas quanto frustrantes. (relato de docente especialista AEE)

Uchôa (2015) assinala que apesar das dificuldades, os educadores devem proporcionar oportunidades iguais aos alunos para que os autistas sejam acolhidos pela turma, valorizando-os, aceitando as suas limitações e respeitando as suas diferenças.

Por meio do contato com aspectos que envolvem a pessoa autista na sua formação, em cursos de formação continuada ou em pesquisas com tal temática, o docente poderá ter outra concepção sobre esses educandos, notará que o aluno não é incapaz, mas necessita de uma mediação que considere suas especificidades. Considerando o contexto, o professor não contribuirá somente com o aprendizado cognitivo do/a discente, mas também com o reconhecimento dele/dela como sujeito no seu ambiente (SANTOS; CAIXETA, 2012).

Para tanto, o professor deve se atentar às áreas de interesse do aluno, para que, a partir disso, possa preparar materiais e atividades com temas relacionados a estas áreas. Silva, Gaiato e Reveles (2012), apontam que:

> Isso fará com que ele se sinta mais estimulado em aprender, além de melhorar o vínculo entre professor e aluno. Sempre que possível utilize o máximo de material visual ou concreto, mostre figuras e gravuras, no decorrer das explicações e proporcione ao aluno vivências práticas em que ele possa experimentar as coisas. (p. 81)

Em relação à realização das atividades, diversas pesquisas apontam que o professor deve estar atento, não somente para a elaboração da atividade, mas também em como ela será aplicada. Com o conhecimento prévio da condição do aluno, é importante que o educador não foque somente em atividades diferenciadas para o aluno autista, privando-o do convívio e da troca de informações com os colegas de classe (UCHÔA, 2015; BARBERINI, 2016). O professor deve analisar quais são as atividades que são viáveis que o aluno realize individualmente ou com seus colegas de sala.

Corroborando com isso, Menezes (2012) destaca diversos fatores que podem contribuir para a inclusão de autistas, como conhecer e aprender sobre linguagem e comunicação, a convivência do aluno com colegas da mesma idade, e o uso de estratégias adequadas às especificidades do aluno para que sejam desenvolvidas habilidades acadêmicas.

Cabe dizer que a questão da formação docente já supracitada não afeta um componente curricular específico e no caso da Matemática, as deficiências na formação inicial e a necessidade de formação continuada não são menores do que nas outras disciplinas. Gessinger (2001) destaca que deve existir um redimensionamento na formação inicial, para que a Licenciatura proporcione ao graduando uma formação crítica e reflexiva, para que possa superar as barreiras. Além disso, para se alcançar um processo de inclusão em que as especificidades dos alunos sejam consideradas, tanto em Pedagogia como na Licenciatura em Matemática,

> [...] há que se pensar num currículo de matemática pautado não em conteúdos a ser ensinados, mas nas possibilidades de inclusão [...] de crianças e jovens, a partir do ensino desses conteúdos. A matemática precisa ser compreendida como um patrimônio cultural da humanidade, portanto como um direito de todos. Daí a necessidade de que ela seja inclusiva. (NACARATO; MENGALI; PASSOS, 2014, p.33 - 34)

Como educadores matemáticos devemos educar sem rótulos, sem olhar para uma Matemática como sendo para poucos ou para “gênios”. Rotular e tentar normalizar um discente é sinônimo de desinformação, ocasionando um processo de exclusão do educando por se sentir pressionado ou não se achar bom o suficiente para corresponder às expectativas. A formação docente tem papel fundamental, Mendes (2004) destaca que “é um dos pilares para a construção da inclusão escolar, pois a mudança requer um potencial instalado, em termos de recursos humanos, em condições de trabalho para que possa ser posta em prática” (p. 227).

Essa formação é muito importante, no que se refere à aquisição de competências e habilidades adquiridas para propiciar processos de ensino e aprendizagem de matemática que sejam adequados aos seus alunos com deficiência, mas não é o único fator essencial no processo inclusivo. O processo de ensino e de aprendizagem precisa contar com a participação da comunidade escolar como um todo: familiares, discentes, coordenação, direção e demais funcionários da escola e secretarias de educação.

Considerações Finais

Neste artigo trouxemos alguns relatos de professores em um questionário aplicado na pesquisa de mestrado de Nascimento (2020). Em geral, o narrado pelos docentes evidenciou sentimentos de angústia quando se referiam aos primeiros contatos com os alunos autistas, levando a percepção do vazio na sua formação e o fato de que esses novos sujeitos que estão na sala de aula exigem novas capacidades e novos modos de pensar.

Visando contribuir para a melhoria dos processos de ensino e de aprendizagem do estudante autista na sala de aula, evidenciamos a importância da promoção da interação entre os pares dentro e fora da sala de aula, que contribui não só para o lado social, mas também com a aprendizagem do aluno a partir da troca de experiências entre eles. Outra ação é a valorização dos interesses do aluno autista e a utilização de materiais adequados e/ou manipuláveis, criados pelo professor regente ou pelo professor do Atendimento Educacional Especializado (AEE), fazendo com que o aluno se sinta mais seguro e disposto a aprender e a interagir. Há, ainda, a necessidade de diálogo entre os dois profissionais mencionados acima, além do diálogo com a família.

Observamos, ainda, que alguns docentes, mesmo com a preocupação inicial, buscam apoio, informação, testam atividades, que podem levar a descobrir novos fazeres e saberes, não necessariamente subordinados ao “fazer correto”. Há os que possuem uma rede de apoio com familiares do aluno e membros da escola, o que é essencial. Contudo, temos que levar em consideração que nem sempre as dificuldades vem da formação, dos alunos ou na relação professor-aluno, como alguns podem pensar/julgar. O profissional que está em sala de aula também é influenciado por fatores externos, como no relato a seguir sobre o ano de 2017/2018 no Estado do Rio de Janeiro:

Foi um ano muito atípico, com menos de 200 dias letivos por conta da crise financeira do Estado. Carga horária semanal menor do que praticamos num ano regular. Poucas reuniões com as professoras mediadoras. As dificuldades maiores não eram as apresentadas pelo aluno. As propostas de atividades que eu preparava para ele levavam em conta suas habilidades, então as dificuldades que apresentava, quando apresentava, auxiliavam para a elaboração das próximas. (relato de docente do Ensino Fundamental - Segundo Segmento)

Essa é só uma das dificuldades externas que o docente passa e isso mostra que não é só ele o responsável pelo sucesso da inclusão escolar e da Educação para Todos, conforme preconizam as leis. Depois disso tivemos também o período da pandemia de COVID-19, o qual docentes tiveram que repensar suas práticas e se reinventar em diferentes plataformas virtuais e, agora, o período "pós pandêmico", o qual fatores externos sociais também podem influenciar tanto o processo de ensino como o de aprendizagem. Para ocorrer uma inclusão para todos, o professor não pode estar sozinho dentro de um sistema de ensino que vai muito além da sala de aula.

Por fim, há a importância de um olhar cuidadoso para todos os alunos, não só um determinado grupo, e de considerar que todos podem aprender, sem distinção. Além disso, há a necessidade do trabalho em conjunto com a família e de se desprender de preconceitos e pré-julgamentos baseados no senso comum, bem como de oferecer e incentivar a formação continuada de professores.

Referências

Ballard, K. (1995). Inclusion, paradigms, power and participation. In: C. Clark, A. Dyson, & A. Millward (Eds) *Towards Inclusive Schools?* (pp. 1-14). New York, NY: Teachers College Press.

Barberini, K. Y. (2016). A escolarização do autista no ensino regular e as práticas pedagógicas. *Cadernos de Pós-Graduação em Distúrbios do Desenvolvimento*, *16*(1), 46-55.

Brasil, 2015, **Lei** n. 13.146, de 6 de jul. de 2015. **Lei Brasileira de Inclusão** da Pessoa com Deficiência.

Briant, M. E. P., & Oliver, F. C. (2012). Inclusão de crianças com deficiência na escola regular numa região do município de São Paulo: conhecendo estratégias e ações. *Revista brasileira de educação especial*, *18*, 141-154.

Gessinger, R. M. (2001). *Alunos com necessidades educacionais especiais nas classes comuns: relatos de professores de Matemática. 2001. 228f* (Doctoral dissertation, Dissertação (Mestrado em Educação)–Faculdade de Educação, PUC-RS, Porto Alegre).

Locatelli, P. B., & Santos, M. F. R. (2016). Autismo: propostas de intervenção. *Revista Transformar*, *8*(8), 203-220.

Maenner, M. J., Shaw, K. A., Bakian, A. V., Bilder, D. A., Durkin, M. S., Esler, A., ... & Cogswell, M. E. (2021). Prevalence and characteristics of autism spectrum disorder among children aged 8 years—autism and developmental disabilities monitoring network, 11 sites, United States, 2018. *MMWR Surveillance Summaries*, *70*(11), 1.

Mantoan, M. T. E. (2004). Inclusão Escolar: O que é? Por quê? Como fazer. *São Paulo, SP: Summus Editorial*.

Mendes, E. G. (2004). Construindo um “lócus” de pesquisas sobre inclusão escolar. Mendes, eg; Almeida, m. a; williams, lc de. Temas em educação especial: avanços recentes. São Carlos: EdUFSCAR, 221-230.

Menezes, A. R. S. (2012). *Inclusão escolar de alunos com autismo: quem ensina e quem aprende?. 2012. 160f* (Doctoral dissertation, Dissertação (Mestrado em Educação)– Faculdade de Educação, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro).

Monteiro, A. P. H., & Manzini, E. J. (2008). Mudanças nas concepções do professor do ensino fundamental em relação à inclusão após a entrada de alunos com deficiência em sua classe. *Revista Brasileira de Educação Especial*, *14*, 35-52.

Nacarato, A. M., Passos, C. L. B., & Carvalho, D. L. D. (2004). Os graduandos em pedagogia e suas filosofias pessoais frente à matemática e seu ensino. ZETETIKÉ. Revista de Educação Matemática, 12(1), 9-34.

Nascimento, A. C. (2020). Cartografia de práticas de professores que ensinam matemática para alunos autistas. *Dissertação de Mestrado* . Rio de Janeiro, Brasil: UFRJ.

Nunes, D. (2012). Autismo e inclusão: entre a realidade e a ficção. *MENDES, EG; ALMEIDA MA Dimensões pedagógicas nas práticas de inclusão escolar. Marília: ABPEE*.

Orrú, S. E. (2016). *Aprendizes com autismo: aprendizagem por eixos de interesse em espaços não excludentes*. Editora Vozes Limitada.

Rego, T. C. (2010). *Vygotsky: uma perspectiva histórico-cultural da educação*. Editora Vozes Limitada.

Silva, A. B. B., Gaiato, M. B., & Reveles, L. T. (2012). Mundo singular. *Entenda o Autismo. Rio de Janeiro: Editora Fontana*.

Santos, E. & Caixeta, j. (2012). Autismo Infantil.

Stainback, S., & Stainback, W. (1999). *Um guia para educadores.* Porto Alegre: Artes Médicas Sul.

Uchôa, Y. F. (2015). A criança autista na educação infantil: desafios e possibilidades na educação inclusiva. *Paraíba: UEP*.

Wing, L., & Gould, J. (1979). Severe impairments of social interaction and associated abnormalities in children: Epidemiology and classification. *Journal of autism and developmental disorders*, *9*(1), 11-29.

Zuffi, E. M., Jacomelli, C. V., & Palombo, R. D. (2011, March). Pesquisas sobre a inclusão de alunos com necessidades especiais no Brasil e a aprendizagem em Matemática (CO). In *XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática*.

Pesquisas envolvendo estudantes com Deficiência Intelectual: reflexões a partir das contribuições do programa Educimat

Research involving students with Intellectual Disabilities: reflections from the contributions of the Educimat program

Investigación con alumnos con discapacidad intelectual: reflexiones a partir de las aportaciones de Educimat

Elcio Pasolini Milli[1319]
Secretaria de Educação do Espírito Santo – Sedu-ES
0000-0002-6459-6291

Gisély de Abrêu Corrêa[1320]
Instituto Federal do Espírito Santo - Ifes
0000-0002-3482-955X

Edmar Reis Thiengo[1321]
Instituto Federal do Espírito Santo - Ifes
0000-0002-4423-4939

Modalidade: Comunicação Científica
Núcleo Temático: Educação Matemática e Inclusão

Resumo

Este trabalho mostra resultados de um estudo cujo objetivo foi estimular reflexões por meio de pesquisas desenvolvidas com estudantes com deficiência intelectual no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática (Educimat) do Instituto Federal do Espírito Santo (Ifes). Para isso, fez uma contextualização sobre a inserção dos estudantes com deficiência intelectual em escolas brasileiras, bem como as contribuições que os programas profissionais de pós-graduação podem dar para a prática pedagógica investigativa na educação básica. Utilizou o mapeamento como opção metodológica por se tratar de um processo sistemático de busca e compartilhamento de informações. Nessa perspectiva, apresenta as pesquisas mapeadas, suas características e pontos de contato, assim como aproximações e particularidades decorrentes das reflexões que surgiram nas análises dos resultados obtidos nessas investigações. As pesquisas revelaram como pontos de contato a teoria histórico-cultural, o fator motivacional e sua permanência durante o processo em que as atividades eram desenvolvidas com o auxílio e a utilização de materiais manipuláveis, jogos e, particularmente, a participação entre os pares. Os produtos educacionais desenvolvidos nessas pesquisas apontam possibilidades para desenvolver o trabalho pedagógico com pessoas com deficiência intelectual, síndromes e pessoas com transtorno do espectro autistas, sempre considerando e respeitando as diferenças, bem como indicam alternativas de práticas docentes com todos os estudantes da turma como uma perspectiva pautada na educação matemática inclusiva.

[1319] elciopmilli@gmail.com
[1320] giselyacorrea@gmail.com
[1321] thiengo@ifes.edu.br

Palavras-chave: Deficiência Intelectual, Educação Matemática Inclusiva, Mapeamento, Teoria histórico-cultural, Defectologia.

Abstract

This paper shows results from a study whose objective was to stimulate reflections through research developed with students with intellectual disabilities in the Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática (Educimat) of the Instituto Federal do Espírito Santo (Ifes). For this, it made a contextualization about the insertion of students with intellectual disabilities in Brazilian schools, as well as the contributions that professional graduate programs can give to the investigative pedagogical practice in basic education. It used mapping as a methodological option because it is a systematic process of searching and sharing information. In this perspective, it presents the mapped researches, their characteristics and points of contact, as well as approximations and particularities arising from the reflections that emerged in the analysis of the results obtained in these investigations. The researches revealed as points of contact the cultural-historical theory, the motivational factor and its permanence during the process in which the activities were developed with the help and use of manipulative materials, games and, particularly, the participation among peers. The educational products developed in these researches point out possibilities to develop pedagogical work with people with intellectual disabilities, syndromes, and people with autism spectrum disorder, always considering and respecting the differences, as well as indicating teaching practice alternatives with all students in the class as a perspective based on inclusive mathematics education.

Keywords: Intellectual Disability, Inclusive Mathematics Education, Mapping, Historical-cultural theory, Defectology.

Resumen

Este artículo muestra los resultados de un estudio cuyo objetivo fue estimular la reflexión a través de la investigación desarrollada con estudiantes con discapacidad intelectual en el Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática (Educimat) del Instituto Federal do Espírito Santo (Ifes). Para ello, hizo una contextualización sobre la inserción de los estudiantes con discapacidad intelectual en las escuelas brasileñas, así como las contribuciones que los programas profesionales de posgrado pueden dar a la práctica pedagógica investigativa en la educación básica. Utilizó el mapeo como opción metodológica porque es un proceso sistemático de búsqueda y puesta en común de información. En esta perspectiva, se presentan las investigaciones mapeadas, sus características y puntos de contacto, así como las aproximaciones y particularidades que surgen de las reflexiones surgidas en el análisis de los resultados obtenidos en estas investigaciones. Las investigaciones revelaron como puntos de contacto la teoría histórico-cultural, el factor motivacional y su permanencia durante el proceso en el que se desarrollaron las actividades con la ayuda y el uso de materiales manipulativos, juegos y, particularmente, la participación entre las parejas. Los productos educativos desarrollados en estas investigaciones señalan posibilidades para desarrollar el trabajo pedagógico con personas con discapacidad intelectual, síndromes y personas con trastorno del espectro autista, siempre considerando y respetando las diferencias, así como indican alternativas de prácticas de enseñanza con todos los alumnos de la clase como perspectiva basada en la educación matemática inclusiva.

Palabras clave: Discapacidad Intelectual, Educación Matemática Inclusiva, Mapeo, Teoría histórico-cultural, Defectología.

Introdução

A educação brasileira tem sido pauta em muitas discussões associadas ao direito à educação. Como um direito básico ao ser humano, as escolas têm papel fundamental como constituição de espaços potentes e plurais de aprendizagem, tanto em relação aos conceitos científicos quanto na construção de oportunidades de convivência social.

Nesse sentido, a educação matemática tem se desenvolvido como campo científico ao propor pesquisas em diferentes áreas do conhecimento, sendo uma delas a educação matemática inclusiva. Esse campo de pesquisa está relacionado à luta em favor de grupos socialmente marginalizados, seja pela condição financeira, étnica, religiosa, cultural, orientação sexual, identidade de gênero, particularidades sensoriais ou tantas outras diferenças que nos permeiam como seres sociais. Dessa forma, essa diversidade é uma questão relevante para estimular discussões sobre processos de ensino e aprendizagem da matemática.

A matemática pode ser considerada como conhecimento que possibilita o entendimento de relações sociais estabelecidas por meio da compreensão da realidade na qual estamos inseridos e, sobretudo, torna-se um componente fundamental para enfrentar os processos de exclusão nessas relações, podendo modificar essa realidade. Um dos aspectos que intenta discutir essas questões relaciona-se a um grupo específico atendido pela Educação Especial, os estudantes com deficiência intelectual (DI).

No Brasil, o número de matrículas de estudantes, público-alvo da Educação Especial, tem aumentado nos últimos anos. De acordo com as Sinopses Estatísticas da Educação Básica referente ao Censo Escolar, “O número de matrículas da Educação Especial chegou a 1,3 milhão em 2021, um aumento de 26,7% em relação a 2017” (BRASIL, 2022, p. 35). Desse público, 872.917 são alunos com deficiência intelectual, o que representa cerca de 67% dos estudantes atendidos pela Educação Especial. Esse fato ressalta a importância de desenvolver pesquisas que apontem caminhos para o trabalho pedagógico que beneficie esses estudantes.

Nesse sentido, este texto tem como objetivo estimular reflexões por meio de pesquisas desenvolvidas com estudantes com deficiência intelectual, na sublinha da Educação

Matemática Inclusiva do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática (Educimat) do Instituto Federal do Espírito Santo (Ifes). Este delineamento justifica-se porque os autores são estudiosos dessa temática e membros do Grupo de Pesquisas em Educação Matemática Inclusiva (Gpemi), onde investigam a Educação Matemática em uma perspectiva inclusiva buscando dar visibilidade às pesquisas nessa área, bem como promover reflexões sobre o processo de ensino e aprendizagem no campo educacional, sobretudo sobre as suas próprias práticas.

Assim, apresentamos o contexto do cenário educacional brasileiro, seguido do delineamento metodológico junto com as ferramentas de produção dos dados da investigação. Em seguida, apresentamos as pesquisas mapeadas, suas características e os pontos de contato. Por fim, apontamos aproximações e particularidades resultantes de reflexões pautadas em análises sobre essas investigações.

Aspectos Metodológicos

Para consolidar o corpus de análise, adotamos como metodologia o mapeamento, por ser "[...] um processo sistemático de levantamento e descrição de informações acerca das pesquisas produzidas sobre um campo específico de estudo, abrangendo um determinado espaço (lugar) e período de tempo" (FIORENTINI; PASSOS; LIMA, 2016, p. 18). Essa metodologia de natureza qualitativa permite criar mecanismos de análise, possibilitando a conexão entre os resultados das pesquisas mapeadas e consolidar as reflexões ao analisá-las. Pautados nesse método, selecionamos dissertações de mestrado profissional produzidas no Educimat, cuja temática abordou o ensino de matemática junto a estudantes com deficiência intelectual.

O mapeamento teve como fonte base o site do Educimat, no qual foram feitas buscas por meio da palavra-chave "deficiência intelectual", considerando o recorte temporal 2011-2021, compreendendo os dez anos do Programa, e as pesquisas que desenvolveram práticas pedagógicas com alunos com deficiência intelectual. Os dados foram produzidos por meio de análises documentais, leitura de dissertações e de produtos educacionais, análise de fotos e imagens dos arquivos, bem como por meio de entrevistas com os pesquisadores e o professor orientador.

Análises e Discussões

Ao fazer as buscas encontramos 6 dissertações e seus respectivos produtos educacionais que investigaram temáticas na perspectiva da educação matemática inclusiva, os quais envolviam alunos com deficiência intelectual, conforme apresentado no Quadro 1.

Quadro 1.

Mapeamento das pesquisas envolvendo alunos com DI no Educimat entre 2011 e 2021

Autor(a) Ano	Título da Dissertação	Produto Educacional	Referenciais Teóricos e Metodológicos	Conceito matemático
Janivaldo Pacheco Cordeiro 2015	Dos (des)caminhos de Alice no país das maravilhas ao autístico mundo de Sofia – a matemática e o teatro dos absurdos vitória	O autístico mundo de Sofia: de pensar sobre a pensar com (E-book)	Pesquisa no/do/com os cotidianos.	Número
Allana Cristini Borges de Resende 2016	Aprendizagem em ciências e matemática de uma criança com trissomia 8: discussões a partir da teoria das ações mentais por etapas	Síndrome de Warkany: contextos sobre a aprendizagem (E-book)	Teoria histórico-cultural[1322] e teoria das ações mentais e dos conceitos[1323].	Área e perímetro
Gisély de Abrêu Corrêa 2017	Apropriação do conceito de sistema de numeração decimal por uma criança com Síndrome de Down na perspectiva da teoria da formação planejada das ações mentais	Jogos do SN Decimal para crianças com Síndrome de Down: Jogos do 1 ao 6 (Coletânea de Jogos)	Teoria histórico-cultural, estudo de caso único e teoria das ações mentais e dos conceitos.	Sistema de numeração decimal
Diego Henrique Gomes Martins 2019	Apropriação do conceito de área e perímetro por um estudante com deficiência intelectual: discussões a partir dos fundamentos da defectologia de Vigotski	Trabalhando os conceitos de área e perímetro junto a estudantes com deficiência intelectual (Guia Didático)	Fundamentos da defectologia. Elementos de pesquisa-ação com modelo em espiral.	Área e perímetro
Elcio Pasolini Milli 2019	Desenvolvimento do pensamento aritmético de um estudante com deficiência intelectual na educação de jovens e adultos	Tampimática: tampinhas para ensinar matemática (Material interativo)	Educação Matemática Crítica, fundamentos da defectologia. observação livre e método funcional da estimulação dupla	Pensamento aritmético

[1322]A teoria histórico-cultural foi desenvolvida por um grupo de cientistas liderados por Vigotski, contribuindo para o reconhecimento da psicologia enquanto ciência. Entre seus pressupostos está a formação do ser humano a partir de construções históricas e culturais, superando a ideia de determinismo biológico.

[1323]Teoria desenvolvida pelo médico e psicólogo soviético e seguidor de Vigotski, Piotr Ya. Galperin. Consiste em explicar o processo de assimilação de conceitos que se inicia com a formação da Base Orientadora da Ação (BOA), que direciona a ação, passa para a formação da ação material ou materializada, segue para a etapa de formação da ação como linguagem externa, prossegue para a etapa da linguagem externa para si, sem o objetivo de comunicar a ação, até chegar à etapa das ações mentais. A motivação antecede esse processo e deve ser mantida em todas as etapas.

Flavia Fassarella Cola dos Santos 2019	Apropriação do conceito de números por um estudante com Síndrome de Williams: estudo de caso com base no conceito de compensação de Vigotski	Jogos para a apropriação do conceito de números por estudantes com Síndrome de Williams (Coletânea de Jogos)	Educação Matemática Crítica, fundamentos da defectologia e estudo de caso.	Número

Após essa primeira análise, apresentamos as aproximações e singularidades de cada pesquisa. Muitos conceitos matemáticos foram abordados perpassando pelo campo aritmético, pelos conceitos de número e representação numérica, pelo campo geométrico e algébrico, inter-relacionando as ideias de área e perímetro, por exemplo.

A apropriação do conceito de número esteve presente nos estudos de Cordeiro (2015), Santos (2019) e emergiu em Corrêa (2017) como necessário à compreensão do Sistema de Numeração Decimal. O pensamento aritmético foi contemplado em Milli (2019), apontando possibilidades para o campo geométrico, tema central das pesquisas de Resende (2016) e Martins (2019), com os conceitos de área e perímetro.

Corrêa (2017) e Santos (2019) utilizaram jogos matemáticos para estimular a participação ativa dos envolvidos e gerar engajamento por meio dos aspectos lúdicos que os caracterizam. Nessa perspectiva, Milli (2019) e Martins (2019) utilizaram materiais interativos para desenvolver conceitos do campo geométrico associados, também, ao conceito de número.

Cordeiro (2015) investigou a inclusão de duas estudantes com transtorno do espectro autista (TEA) com deficiência intelectual durante as aulas de matemática. O pesquisador discutiu o quanto as ideias limitantes a respeito dos estudantes público-alvo da Educação Especial interferem na oferta de oportunidades de aprendizagem. Apontou o quanto as alunas eram invisibilizadas na escola, seja pelas proposições destituídas de sentido e estímulo, infantilizando-as, seja pela falta de acompanhamento especializado.

Nas discussões relacionadas à aprendizagem em ciências e matemática por um estudante com Síndrome de Warkany[1324], Resende (2016) analisou as contribuições da Teoria Planejada das Ações Mentais e dos Conceitos. A sistematização das tarefas, o estabelecimento da rotina de estudo com base em cada etapa proposta promoveu mudança de postura do estudante, gerando motivação e disposição para o estudo durante as aulas de matemática. Isso ampliou sua atenção e contribuiu para reforçar a memória do estudante. A pesquisadora criticou, assim como Cordeiro (2015), o tempo ocioso que os estudantes com deficiência

[1324]A Síndrome de Warkany é uma síndrome rara causada por uma alteração no cromossomo 8. Ocorre a presença de três cromossomos número 8 em algumas células do organismo, e não dois. Essa modificação pode acarretar alterações nas articulações, perda auditiva, peso e altura reduzidos em relação ao desenvolvimento típico e deficiência intelectual.

passam na escola, o que prejudica a aprendizagem de conceitos e o desenvolvimento de suas funções psicológicas superiores.

Corrêa (2017) desenvolveu os estudos com uma criança com Síndrome de Down[1325], que entre suas características tem deficiência intelectual. Assim como Resende (2016), organizou as ações na perspectiva da Teoria de Galperin, utilizando o jogo matemático e materiais manipuláveis para assimilação de conceitos do Sistema de Numeração Decimal. A atividade em conjunto com colegas de desenvolvimento típico contribuiu em relação à responsividade do estudante e ao uso, por ele, de estratégias de contagem.

Resende (2016) e Corrêa (2017) consideraram o desenvolvimento real de cada participante e a zona de desenvolvimento iminente como possibilidades para a aprendizagem e preocuparam-se com a motivação. Iniciaram o trabalho com conceitos seguindo a Base Orientadora da Ação (BOA) em direção à etapa das ações mentais. A atenção dos estudantes, ambos no Ensino Fundamental, surgiu ao se sentirem estimulados pela tarefa.

Martins (2019) discutiu a apropriação do conceito de área e de perímetro por um estudante com deficiência intelectual, por meio dos fundamentos da defectologia de Vigotski. Utilizou o método das espirais cíclicas, a fim de trabalhar os referidos conceitos com o estudante. Começou dos conceitos espontâneos em direção aos conceitos científicos. Analisou os mecanismos compensatórios empregados pelo aluno para auxiliá-lo na realização de cálculos. Assim como Corrêa (2017), observou o efeito positivo das atividades colaborativas entre os pares.

Nessa mesma perspectiva, Santos (2019) investigou a apropriação do conceito de número nas séries finais do Ensino Fundamental por um estudante com Síndrome de Williams[1326], que apresenta como característica a deficiência intelectual. Os jogos e a mediação foram motivadores relevantes para sua aprendizagem junto a participação dos colegas nas aulas de matemática. Observou que os mecanismos compensatórios dele foram estimulados pelos materiais propostos.

Também se apropriando dos estudos de Vigotski (1997), Milli (2019) investigou o desenvolvimento do pensamento aritmético por um estudante com deficiência intelectual na

[1325]A Síndrome de Down, ou T21, está entre as síndromes mais estudadas e consiste na presença de três cromossomos no par 21. Essa modificação genética produz hipotonia muscular, olhos inclinados para cima, estatura reduzida, dedos curtos, entre outras características, além da deficiência intelectual.

[1326]A Síndrome de Williams é uma síndrome rara, que ocorre devido a alterações no cromossomo 7. Essa modificação gera, entre outros aspectos, baixa produção de elastina, interferindo na formação de algumas estruturas físicas. A deficiência intelectual é uma das características decorrentes desta síndrome.

Educação de Jovens e Adultos. Utilizou o método funcional da estimulação dupla associado à observação livre para compreender o desenvolvimento do conceito numérico e as operações aritméticas básicas, fato que originou o Tampimática, produto educacional desenvolvido nessa investigação. O autor considerou as vivências e os conhecimentos de um estudante com 63 anos participante da pesquisa, valorizando a escuta em uma relação dialógica. Assim como Martins (2019) e Santos (2019), incentivou e valorizou os mecanismos compensatórios mobilizados pela fala, gestos, registros e materiais manipuláveis, o que contribuiu para o desenvolvimento do pensamento aritmético e a mobilização das interações sociais no espaço escolar.

Entre os pontos de proximidade estabelecidos no âmbito dessas pesquisas destacou-se a atenção dispendida necessária para que os alunos pudessem desenvolver os conceitos matemáticos. Desse modo, não se tratou apenas de apropriação pelos pesquisadores das características das síndromes, transtornos ou deficiência específica, mas de se dedicarem a conhecer suas necessidades e singularidades.

Nesse sentido, Martins e Thiengo (2019, p. 36) sugerem conhecer melhor o estudante, a fim de trabalhar com ele: “Quem é o meu aluno? O que ele sabe? Como ele aprende? Quais são suas dificuldades? Quais são suas potencialidades? O que posso fazer para contribuir com seu desenvolvimento?” Esse foi um direcionamento presente nas investigações mapeadas.

Por outro lado, buscaram compreender quem eram os estudantes, as causas e características da deficiência intelectual, bem como seus gostos, suas motivações e as diferentes maneiras com que cada um lidava com os conteúdos escolares. Os pesquisadores atentaram-se às dificuldades presentes no contexto escolar, mas sobretudo, consideraram as potencialidades de cada sujeito participante.

Corrêa (2017), Martins (2019), Santos (2019) e Milli (2019) verificaram que as interações entre todos os alunos produziram impacto positivo na aprendizagem matemática dos estudantes com deficiência intelectual. Consideraram o quanto as necessidades advindas das próprias interações com o meio geraram impulsos ao desenvolvimento, tendo em vista que com base na teoria histórico-cultural, a deficiência pode ser compensada no desenvolvimento cultural.

Os mecanismos compensatórios estudados por Vigotski (1997) como uma das vias do desenvolvimento de pessoas com deficiência foram contemplados por Cordeiro (2015), Resende (2016) e Corrêa (2017) e estimulados diretamente por Martins (2019), Santos (2019) e Milli (2019). Os três últimos analisaram os mecanismos compensatórios desenvolvidos em cada uma das situações, pois assim como proposto por Vigotski (1997), a criança com deficiência não pode ser limitada pela sua deficiência. É preciso incluir os processos compensatórios oriundos das reações provocadas pela própria deficiência.

Outro ponto de conexão entre todas as pesquisas foi a convicção de que esses estudantes podem avançar na apropriação de conceitos se forem oferecidas oportunidades para isso. Os materiais manipuláveis foram utilizados como aporte relevante ao desenvolvimento das funções psicológicas superiores, auxiliando o raciocínio matemático por meio dos objetos disponibilizados. Apontaram também a relevância de dar continuidade ao trabalho com os respectivos estudantes, seja em um tempo maior de pesquisa ou pelos educadores responsáveis por eles.

Os produtos educacionais produzidos nos referidos estudos, junto com as dissertações, são contribuições significativas para o trabalho com o estudante com deficiência intelectual na educação básica. Nesses materiais, o professor pode encontrar a descrição do trabalho realizado com cada estudante, outras possibilidades e direcionamentos para outras temáticas no campo educacional.

Considerações Finais

Os estudos analisados mostram alternativas para se trabalhar com estudantes com deficiência intelectual na perspectiva da educação matemática inclusiva e apontam reflexões sobre a prática pedagógica no ensino de matemática para todos os outros alunos ao pensar a sala de aula como espaço crítico, plural e diverso.

Para isso, utilizaram os fundamentos da teoria histórico-cultural como base epistemológica comum direcionando as pesquisas e conduziram as proposições na perspectiva de que cada pessoa é o conjunto formado pela sua constituição biológica junto às experiências vividas em comunidade.

O fator motivacional, e sua manutenção, foi considerado ao longo do processo em todas as pesquisas, seja pelo uso de materiais manipuláveis, jogos, ou, especialmente, pela participação junto aos pares. Estes motivos estimularam o engajamento dos estudantes e o avanço na apropriação de conceitos matemáticos.

As aprendizagens e as contribuições ao desenvolvimento dos estudantes com deficiência intelectual foram observadas tanto naqueles que se encontravam nas séries iniciais e finais do Ensino Fundamental bem como aos estudantes da modalidade Educação de Jovens e Adultos. Esse é um dado relevante, pois indica que sempre é tempo para aprender quando as condições favoráveis são oportunizadas a todos.

As pesquisas desenvolvidas no Programa Educimat do Ifes direcionadas a estudantes com deficiência intelectual, além das proposições discutidas, também denunciam a "deficiência" presente nos espaços educativos quando desconsideram o potencial da pessoa com deficiência e quando os tempos e os espaços são pouco aproveitados, pouco beneficiando a aprendizagem desses estudantes.

Além disso, embora já se tenha avançado um pouco, há um longo caminho a ser percorrido no que se refere à educação matemática inclusiva. Mas, apesar disso, ela é um campo de pesquisa com importantes contribuições e também pode dar sugestões significativas para estimular a aprendizagem matemática de cada pessoa e seu pleno desenvolvimento, sempre observando e valorizando suas diferenças.

Referências

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. **Censo escolar da educação básica 2021:** resumo técnico / Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Brasília: O Instituto, 2022.

CORDEIRO, J. P. **Dos (des)caminhos de Alice no País das Maravilhas ao autístico mundo de Sofia** – a matemática e o teatro dos absurdos. Educimat, 2015. 186 p. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática. Instituto Federal do Espírito Santo. Vitória, 2015.

CORRÊA, G. de A. **Apropriação do conceito de sistema de numeração decimal por uma criança com Síndrome de Down na perspectiva da teoria da formação planejada das ações mentais**. Educimat, 2017. 146 p. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática. Instituto Federal do Espírito Santo. Vitória, 2017.

FIORENTINI, D.; PASSOS, C. L. B.; LIMA, R. C. R. de. **Mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre o professor que ensina matemática**: período 2001 - 2012. – Campinas: FE/UNICAMP, 2016.

MARTINS, D. H. G. **Apropriação do conceito de área e perímetro por um estudante com deficiência intelectual:** discussões a partir dos fundamentos da defectologia de Vigotski. Educimat, 2019. 246 p. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática. Instituto Federal do Espírito Santo. Vitória, 2019.

MARTINS, D. H. G.; THIENGO, E. R. **Trabalhando os conceitos de área e perímetro junto a estudantes com deficiência intelectual** [guia didático]. Vitória: Editora Ifes, 2019.

MILLI, E. P. **Desenvolvimento do pensamento aritmético de um estudante com deficiência intelectual na Educação de Jovens e Adultos**. Educimat, 2019. 213 p. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática. Instituto Federal do Espírito Santo. Vitória, 2019.

RESENDE, A. C. B. de. **Aprendizagem em ciências e matemática de uma criança com trissomia 8**: discussões a partir da teoria das ações mentais por etapas. Educimat, 2017.

133 p. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática. Instituto Federal do Espírito Santo. Vitória, 2017.

SANTOS, F. F. C. dos. **Apropriação do conceito de números por um estudante com Síndrome de Williams**: um estudo de caso com base no conceito de compensação de Vigotski. Educimat, 2019. 123 p. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática. Instituto Federal do Espírito Santo. Vitória, 2019.

VIGOTSKI, L. S. Fundamentos de defectologia. In: **Obras completas**. Tomo V. Trad. de Maria del Carmen Ponce Fernandez. Havana: Editorial Pueblo y Educación, 1997. p. 74-87.

Da *matemática está em tudo* para a formação de professores que ensinam matemática e educação de surdos: Um deslocamento pela filosofia da linguagem.

From *mathematics is in everything* to the training of teachers who teach mathematics and education for the deaf: A displacement through the philosophy of language.

De *las matemáticas está en todo* a la formación de profesores que enseñan matemáticas y educación para sordos: Un desplazamiento por la filosofía del lenguaje.

Rafael Rossi Viégas[1327]
Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC)
0000-0001-5899-0930

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Educação Matemática e inclusão

Resumo

Esta comunicação tem o objetivo de apresentar algumas reflexões iniciais de uma pesquisa de mestrado em andamento, em que se pretende problematizar, sob o viés da filosofia da linguagem, questões relativas à formação do professor de matemática e educação matemática para pessoas surdas. Para tanto, antes apresentam-se alguns movimentos iniciais realizados em trabalho anterior, em que se buscou compreender algumas das condições de possibilidade do enunciado de que *a matemática está em tudo*, assim como os deslocamentos que nos levam à pesquisa atual.
Palavras-chave: Educação Matemática, Enunciado, Filosofia da linguagem, Formação de Professores, Surdos.

Abstract

This communication aims to present some initial reflections of a master's research in progress, in which it is intended to problematize, from the perspective of the philosophy of language, issues related to the training of mathematics teachers and mathematics education for deaf people. In order to do so, we first present some initial movements carried out in a previous work, in which we sought to understand some of the conditions of possibility of the statement that mathematics is in everything, as well as the displacements that lead us to the current research.

Keywords: Mathematical Education, Enunciation, Philosophy of Language, Teacher Training, Deaf.

Resumen

[1327] rafarviegas@gmail.com
Obs.: Este trabalho foi escrito por Rafael Rossi Viégas, Rosilene Beatriz Machado (rosibmachado@gmail.com) e Janine Soares de Oliveira (janinemat@gmail.com). Entretanto, por questões de limite de submissões de um mesmo autor ao evento, é que se indica aqui apenas o primeiro autor.

Esta comunicación tiene como objetivo presentar algunas reflexiones iniciales de una investigación de maestría en curso, en la que se pretende problematizar, desde la perspectiva de la filosofía del lenguaje, cuestiones relacionadas con la formación de profesores de matemáticas y la educación matemática para personas sordas. Para ello, primero presentamos algunos movimientos iniciales realizados en un trabajo anterior, en el que buscamos comprender algunas de las condiciones de posibilidad del enunciado de que las matemáticas están en todo, así como los desplazamientos que nos conducen a la la investigación actual.

Palabras clave: Educación Matemática, Enunciación, Filosofía del Lenguaje, Formación del Profesorado, Sordos.

Temos nos movimentado pelo mundo

Temos nos movimentado pelo mundo e, ao nos movimentarmos pelo mundo, temos nos movimentado com matemática. Temos, não só, nos movimentado pelo mundo com matemática, mas também, temos escolhido dividir algo do mundo, matemática, com todos e qualquer um (MACHADO; FLORES, 2018; MACHADO, 2022). Dito de outra forma, temos nos ocupado de mundo, de matemática e de ensino de matemática. O que nos constituí, agora e de novo, professores que ensinam matemática.

É por nos formarmos professores que ensinam matemática que temos enfrentado, dentre tantas outras, duas (duras) questões. A saber, o *que é a matemática?* e *quem pode apreender matemática?* Nas próximas seções apresentamos *como* temos movimentado tais questões. A intenção não é a de teorizá-las. Pelo contrário, o objetivo é ensaiar, a partir do já dito, *outras* ordens.

O que é a matemàtica?

Nossos movimentos pelo mundo têm nos convidado a abandonar a busca pelas essências. O que temos feito, no sentido contrário das essências, é perguntar como é possível que se diga que a matemática está aqui, ali, cá ou acolá. Um movimento inicial de aproximação a tal questão foi feito em *A matemática está em tudo: o que dizem algumas das filosofias da matemática?* (VIÉGAS, 2021)[1328].

Aí, fez-se um exercício de análise ao nível do discurso. Neste exercício, esboçaram-se algumas das tramas discursivas produtoras do e produzidas pelo enunciado *a matemática está em tudo*. Tramas que emergem de eventos, nacionais e internacionais, de divulgação

[1328] Trabalho de conclusão de curso, realizado por Rafael Rossi Viégas, no curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), sob a orientação da Profa. Dra. Rosilene Beatriz Machado.

matemática, bem como de livros didáticos e paradidáticos de matemática e nas quais figuram dizeres tais como:

> — Não se admire, meu amigo — prosseguiu o inteligente persa —, de que eu queira ver turbantes com formas geométricas. A Geometria existe por toda parte. (TAHAN, 2013, p. 47)
>
> Como você já sabe, a Matemática é uma parte importante de sua vida. Ela está presente em todos os lugares e em todas as situações de seu cotidiano: na escola, no lazer, nas brincadeiras, em casa. (DANTE, 2018, p. 3)
>
> Ela [a matemática] está tão presente na nossa vida cotidiana, que, às vezes, a gente nem nota. (UFSC, 2017)
>
> A matemática está em toda a parte na *ciência e na tecnologia*. [...] A matemática está em toda parte na *organização das sociedades*. [...] A matemática é essencial para atingir os *Objetivos do Desenvolvimento Sustentável das Nações Unidas*. [...] A matemática está *em toda parte e em tudo que fazemos.*[...] Diga sua atividade ou área e eu conto onde a matemática está! (UNESCO, 2020, destaques do original)

O que está dito nestas passagens? Está dito que a matemática está em tudo que fazemos, que a matemática é uma parte importante de nossa vida, que a matemática faz parte do cotidiano. Está dito que a matemática está, mesmo, em tudo! Contudo, o questionamento que fica é: como é possível que tal coisa seja dita? Ora, não é a matemática a *rainha das ciências,* reconhecida pela abstração e pelo idealismo? Como pode a matemática estar em tudo e, ao mesmo tempo, ser ideal e abstrata?

Tendo como guia esta problemática, enveredamo-nos por alguns dos ditos que circulam pela Educação Matemática. Enveredamo-nos na intenção de evidenciar alguns dos dizeres *sobre* matemática, dizeres sobre um suposto *locus* do conhecimento matemático. Dizeres que encontram em algumas filosofias da matemática[1329], possíveis condições de possibilidade e sustentação. Dizeres sobre *a matemática está em tudo*.

Importante dizer que, nos rastros teórico-metodológicos de Machado (2016), considera-se o discurso não como "uma simples superfície de inscrição de objetos instaurados a priori, mas sim um conjunto de regras que constituem as condições de aparecimento histórico de tais objetos." (p. 38). Já o enunciado, por sua vez, não como uma unidade, "mas sim uma função que cruza um domínio de estruturas e de unidades possíveis e que faz com que apareçam, com conteúdos concretos, no tempo e no espaço" (FOUCAULT, 2009 apud MACHADO, 2016, p. 39).

[1329] Em Viégas (2021), exploramos algumas das possíveis condições de possibilidades e sustentação do enunciado de que *a matemática está em tudo* nos pensamentos filosóficos da matemática de pensadores de viés *plantonista*, *aristotélico*, *construtivista*, *formalista* e *etnomatemático*.

Disso, operamos um deslocamento de análise, tentando problematizar o referido enunciado não mais sob as lentes das filosofias da matemática, mas a partir da filosofia da linguagem, com o Segundo Wittgenstein. Isso porque, de acordo com este pensador, os problemas filosóficos, dentre eles os problemas filosóficos de matemática, nada mais são do que problemas de linguagem.

A produção intelectual de Wittgenstein pode ser dividida em duas fases conflitantes entre si. Tradicionalmente, a primeira fase refere-se às produções que envolvem o *Tractatus Logico-Philosophicus* e é caracterizada por uma concepção referencial da linguagem. Nesta concepção, uma palavra só teria sentido se descrevesse algo do ou no mundo. Caso contrário, a palavra careceria de referência e, portanto, de sentido. A segunda fase do pensamento do autor, caracterizada pelo livro *Investigações Filosóficas*, é marcada por uma concepção não-referencial da linguagem, também conhecida como concepção wittgensteiniana ou pragmática da linguagem. O ponto de partida da concepção não-referencial da linguagem é o abandono da concepção referencial da linguagem.

A concepção referencial da linguagem é calcada na ideia de que "toda palavra tem um significado. Este significado é atribuído à palavra. Ele é o objeto que a palavra designa" (WITTGENSTEIN, 2014 *apud* MACHADO, 2022, p. 5). Wittgenstein argumenta que esta é apenas uma das funções da linguagem e que as

> palavras não são utilizadas apenas para descrever; há muitos outros tipos de jogos além das descrições como contar piadas, orar, fazer saudações, perguntar, dar ordens e etc. É dentro desses jogos que os objetos adquirem significado, quando operamos com eles, e não quando simplesmente os relacionamos às imagens que fazemos deles. (GOTTSCHALK, 2014, p. 79).

Em uma concepção wittgensteiniana da linguagem, as palavras adquirem seu significado no interior da própria linguagem, no uso que delas é feito nos diferentes jogos de linguagem. Wittgenstein utiliza a expressão jogos de linguagem "para enfatizar que não há significados fixos e imutáveis que seriam apenas etiquetados por meio das palavras. Estas estão imersas em diferentes atividades e é apenas quando as aplicamos em um determinado contexto que adquirem significado" (GOTTSCHALK, 2007, p. 464).

Além disso, os usos de uma palavra na linguagem formam "uma complicada rede de semelhanças se sobrepondo e se entrecruzando, semelhanças em grande e em pequena escala" (GOTTSCHALK, 2020, p. 19). Semelhanças tais como aquelas apresentadas pelos diferentes membros de uma mesma família, daí o conceito de *semelhanças de família*.

Assim, com Wittgenstein,

> deixa-se de pensar em algo que se intitule a linguagem. O que há é um conjunto de jogos de linguagem, que são os contextos ou situações de usos das palavras. Os processos de usos das palavras são sempre regrados, e seus sentidos se dão por convenções assentadas em formas de vida. A família de usos de uma palavra, em distintos jogos de linguagem, é que confere sua significação. Tais usos não comportam, entretanto, um qualquer traço que seja comum a todos eles, apenas parentescos aqui e ali, semelhanças de família, como diz o autor. (MACHADO, 2022, p. 5)

Em uma *concepção wittgensteiniana da linguagem* as proposições da linguagem transitam entre paradigmáticas e descritivas conforme seu *uso*. As primeiras seriam aquelas que de alguma forma podem ser verificadas ou que estão sujeitas a empiria, como por exemplo, *o livro de matemática, que se assemelha a um paralelepípedo, pesa 460 gramas e Rafael tem cabelos castanhos e vê matemática em tudo.* Já as proposições paradigmáticas da linguagem seriam aquelas que "podem ser vistas como regras a serem seguidas, são nossas certezas, nossas convicções, embora nem sempre explicitadas, e que formam a nossa imagem de mundo" (GOTTSCHALK, 2007, p. 469), como, por exemplo, *2+2=4* ou o *triângulo é um polígono fechado de três lados.* Note que a *proposição paradigmática 2+2=4*

> Permite-nos dizer que "se Maria escreveu e-mails para dois de seus amigos e no dia seguinte para outros dois, pelo menos quatro pessoas foram contatadas". Mesmo que, devido a um eventual problema da rede, uma dessas pessoas não tenha recebido o e-mail, este fato não invalida a proposição matemática de que dois mais dois é igual a quatro! (GOTTSCHALK, 2008, p. 79)

Portanto, as proposições paradigmáticas ou proposições gramaticais constituem regras que condicionam o que se espera de determinadas situações. Regras que, independentemente do que aconteça, seguem sendo válidas, ou seja, paradigmas de e na linguagem. Embora as proposições transitem entre paradigmáticas e descritivas conforme seu uso, em uma concepção não-referencial da linguagem, as proposições das quais se ocupa a matemática são todas paradigmáticas. Afinal, a "matemática forma conceitos. E os conceitos servem para compreender" (WITTGENSTEIN, 1987 *apud* GOTTSCHALK, 2008, p. 82).

Assim, as proposições da matemática são instrumentos linguísticos. Instrumentos nativos da linguagem, que "se situam entre o transcendental e o empírico, ou seja, não são entes transcendentes totalmente desvinculados de nosso mundo empírico, mas tampouco são descritivas desse mundo como as proposições empíricas" (GOTTSCHALK, 2004, p. 332). Cai, portanto, por terra a necessidade de "postular uma realidade matemática, por mais atenuada que ela seja, para assegurar os significados dos objetos matemáticos" (GOTTSCHALK, 2004, p. 331).

Com "Wittgenstein, diríamos: a matemática enquanto jogo é parte do mundo, não está fora dele" (PINTO, 2018, p. 200). Daí, um possível deslocamento do enunciado que diz que *a matemática está em tudo:*

> Se quisermos sustentá-lo, só poderemos fazê-lo dizendo que a matemática está em tudo não porque esteja presente [e descreva] em um mundo concreto, mental ou ideal, portanto extralinguístico, mas porque é uma família de jogos de linguagem normativos, dada em nossa particular forma de vida, que com suas proposições gramaticais aprendeu a significar o mundo. (MACHADO, 2022, p. 17)

É desta forma que temos movimentado pela questão (*o que é a matemática?),* deslocando, problematizando, tensionando o enunciado de que *a matemática está em tudo.* Como é de se esperar, tal tensionamento, transforma não só a forma com a qual interagimos com o enunciado em questão, mas também, a forma como nos constituímos enquanto partícipes da Educação Matemática.

Quem pode aprender matemática?

Evidente que esta pergunta se cola a anterior. Ora, se a matemática reside em um mundo ideal, só pode aprender matemática quem pode acessar tal mundo. Se a matemática está na mente do sujeito, só pode apreender matemática quem cultiva a mente. Se a matemática está no limite, na idealização, da empiria, só pode apreender matemática quem acessa o mundo empírico. Agora, e se a matemática estiver na linguagem, nos jogos de linguagem, tal qual argumentou-se anteriormente, quem pode apreender matemática?

Arriscamo-nos a dizer que todos aqueles que são capazes de linguagem. Daí o motivo pelo qual temos experimentado, junto ao Grupo de Estudos em Educação Matemática e Alteridade (Gepam/UFSC)[1330], formas outras de nos posicionarmos frente à Educação Matemática. Formas que entendem o fazer docente de matemática como um fazer que se ocupa, dentre outras coisas, de introduzir *outros* a alguns jogos (de linguagem), os matemáticos. Jogos que não existem *a priori* ou de forma desassociada do mundo. Jogos que são, isso sim, regrados e assentados em nossa particular forma de vida. Jogos a partir dos quais temos negociado tudo, inclusive o mundo. É nesse sentido que, em nossa atual pesquisa[1331], temos problematizado questões relativas à formação de professores que ensinam matemática e da educação de pessoas surdas.

[1330] O Gepam/UFSC, coordenado pela Profa. Dra. Rosilene Beatriz Machado e pela Profa. Dra. Janine Soares de Oliveira.
[1331] Em pesquisa de mestrado, iniciada em abril de 2022, por Rafael Rossi Viégas, sob a orientação da Profa. Dra. Rosilene Beatriz Machado e coorientação da Profa. Dra. Janine Soares de Oliveira, no Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica (PPGECT) da UFSC.

O Gepam/UFSC tem-se ocupado de questões que envolvem, em especial (mas não somente), Educação de Surdos e Educação Matemática. Sem produzir ou dizer formas de ensinar matemática exclusivas a uma ou outra alteridade e sim, alternativamente, discutindo, ensaiando formas de compartilhar algo do mundo, matemática, com todos e qualquer um (MACHADO; FLORES, 2018; MACHADO, 2022). Nesse sentido, o Gepam/UFSC tem desenvolvido dois projetos interligados: um projeto de pesquisa intitulado: *Na vibração com a alteridade surda, o que pode a matemática?* (MACHADO; OLIVEIRA, 2021*a*) e um projeto de extensão intitulado: *Por uma Matemática Surda: ensino de Matemática em Libras* (MACHADO; OLIVEIRA, 2021*b*).

Ambos os projetos convidam estudantes de graduação e pós-graduação, e professores que ensinam matemática, a debruçarem-se sobre a produção e a elaboração de materiais de apoio para o ensino de matemática em Língua Brasileira de Sinais (Libras)[1332]. Materiais estes que são pensados como "práticas formativas, em que se coloque à luz um *ethos* docente pautado pela ideia de alteridade, junto a uma perspectiva filosófica da linguagem, a partir de Ludwig Wittgenstein" (MACHADO; OLIVEIRA, 2021*a*, n.p., destaques do original). Além desses materiais, uma segunda ação do Gepam/UFSC se volta à organização e realização do curso de formação em matemática intitulado *FormaGepam: Encontro de formação em matemática para intérpretes educacionais de Libras.*

Dessas ações, o Gepam/UFSC tem concentrado seus esforços, portanto, em dois campos de formação: o da formação de intérpretes educacionais de Libras e o da formação de professores que ensinam matemática. Quanto à formação de intérpretes educacionais de Libras, um primeiro trabalho (PALHETA, 2022) buscou discutir algumas contribuições e potencialidades da primeira edição do *FormaGepam*. Agora, a pesquisa de mestrado recentemente iniciada, que aqui brevemente tentamos apresentar, buscará problematizar e discutir as contribuições de tais ações no âmbito da formação de professores que ensinam matemática[1333].

Referências

BRASIL. *Lei nº 10.436, de 24 de abril de 2002*. Dispõe sobre a Língua Brasileira de Sinais - Libras e dá outras providências.Brasília: Presidência da República, 2002. Disponível

[1332] Referente à coleção *FOR-MA-TEMÁTICA*: *Matemática em Estudo*. Um primeiro material sobre o tema trigonometria, em edição bilíngue Português-Libras, foi publicado em 2022. A coleção pode ser acessada gratuitamente no endereço eletrônico do grupo: gepam.ufsc.br.

[1333] Como é ainda uma pesquisa muito recente, o que se tem nesse momento é um recorte do tema, ficando pretendido encontrar tão logo seu problema específico de investigação.

em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/2002/l10436.htm. Acesso em: 17 de jul. de 2022.

Dante, L. R. (2018). *Telátris matemática 9º ano*: Ensino fundamental, anos finais [Manual do Professor]. 3. ed. São Paulo: Ática, 2018, p. 396.

Gottschalk, C. M. C. (2004). A Natureza do Conhecimento Matemático sob a Perspectiva de Wittgenstein: algumas implicações educacionais. *Cadernos de História e Filosofia Da Ciência*, 14(2), 30. http://www.cle.unicamp.br/cadernos/14-2.html.

Gottschalk, C. M. C. (2007) Uma concepção pragmática de ensino e aprendizagem. *Educação e Pesquisa*, v. 33, n. 3, p. 459–470. Disponível em: http://www.scielo.br/pdf/ep/v33n3/a05v33n3.pdf.

Gottschalk, C. M. C. (2008) A construção e transmissão do conhecimento matemático sob uma perspectiva wittgensteiniana. *Cadernos CEDES*, v. 28, n. 74, p. 75–96.

Gottschalk, C. M. C. (2014) Fundamentos filosóficos da matemática e seus reflexos no contexto escolar. *International Studies on Law and Education, CEMOrOc-Feusp* / IJI-Universidade do Porto, n. 18, p. 73-82, set./dez.

Gottschalk, C. M. C. (2020). Uma Reflexão sobre o Sentido Linguístico Rumo a uma Pedagogia de Inspiração Wittgensteiniana. *Educação & Realidade*, v. 45, n. 3, p. 1–22.

Machado, R. B. (2016). *Cartografia, Saber, Poder:* Da emergência do desenho como disciplina escolar. Tese (Doutorado em Educação Científica e Tecnológica) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC. 211 p.

Machado, R. B.; Flores, C. R. (2018). Irene vista de dentro. Ou, das andanças erráticas de um professor-flâneur. *Em Teia | Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana*, 9(2), 1–13. https://doi.org/10.36397/emteia.v9i2.237492.

Machado, R. B.; Oliveira, J. S. de.. (2021) *Na vibração com a alteridade surda, o que pode a matemática?*. 5f. Projeto de Pesquisa - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.

Machado, R. B.; Oliveira, J. S. de.. (2021*b*) *Por uma Matemática Surda:* ensino de Matemática em Libras. 3f. Projeto de Extensão - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.

Machado, R. B. (2022). Irene vista de dentro, outra vez. Ou, sobre um aprendizer e um ensinar-traduzir [matemática]. *Revista Eletrônica de Educação Matemática*, 17, 1–20. https://doi.org/10.5007/1981-1322.2022.e86726.

Palheta, D. F. (2022). *Formação em matemática para intérpretes de Libras:* uma análise temática do I FormaGepam. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC. 107 p.

Pinto, T. P. (2018). Isto é (ou não é) um cachimbo? *Alexandria*: Revista de Educação Em Ciência e Tecnologia, 11(3), 183–205. https://doi.org/10.5007/1982-5153.2018v11n3p183.

Tahan, M. (2013). *O homem que calculava*. 83. ed. Rio de Janeiro: Record. p. 263.

UFSC. (2017). *Tema da 16ª SEPEX*: A Matemática está em tudo. Disponível em: https://sepex.ufsc.br/2017/08/08/tema-da-16o-sepex/. Acesso em: 17 jul. 2022.

UNESCO. (2020) *A matemática está em toda a parte*. Disponível em: https://docs.google.com/document/d/14H_zsCZ7zbLtx9lhW73Qs0qHW-vVJ_w_n0K3y73exRM/export?format=pdf. Acesso em: 17 jul. 2022.

Viégas, R. R. (2021) *A matemática está em tudo:* O que dizem algumas das filosofias da matemática? Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC. 70 p.

Práticas inclusivas ou com potencial inclusivo no ensino de matemática a deficientes visuais: o que mostram as pesquisas?

Inclusive practices or with inclusive potential in the teaching of mathematics to the visually impaired: what do researches shows?

Prácticas inclusivas o con potencial inclusivo en la enseñanza de las matemáticas a los discapacitados visuales: ¿qué muestran las investigaciónes?

Silvania Couto[1334]
Universidade de São Paulo (USP) / Universidade Federal de Sergipe (USP)
0000-0003-3206-794X

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Educação Matemática e Inclusão

Resumo

O quantitativo de alunos com deficiência visual em escolas regulares aumenta continuamente. Também aumentam a sensação de inaptidão dos professores em enfrentar o desafio de ensiná-los. Ler pesquisas que versem sobre como enfrentar a provocação resultante de ensinar ao aluno com deficiência em conjunto com outros sem deficiência, inteirando-se sobre práticas exitosas ou não, são um potente meio de aprimoramento e aprendizagem. Por conseguinte, busca-se entender se as pesquisas que versam sobre o ensino de matemática para deficientes visuais retratam práticas inclusivas ou práticas com potencial inclusivo. Para tanto, fez-se uma pesquisa bibliográfica abrangendo uma busca sistêmica em revistas especializadas e em revistas classificadas como qualis A1 concomitantemente em Educação e em Ensino. Como considerações finais, apresentam-se reflexões sobre caminhos a trilhar e a necessidade de maior investimento na formação inicial de professores com atenção a práticas inclusivas.

Palavras-chave: Inclusão, Deficiência, Ensino, Práticas.

Abstract

The number of visually impaired students in regular schools increases continuously. The feeling of teachers' inaptitude to face the challenge of teaching them also increases. Reading researches about how to face the provocation resulting from teaching students with disabilities together with others without disabilities, finding out about successful or unsuccessful practices, are a powerful means of improvement and learning. Therefore, we seek to understand whether the research that deals with the teaching of mathematics to the visually impaired portrays inclusive practices or practices with inclusive potential. To this end, a bibliographic research was carried out covering a systemic search in specialized journals and in journals classified as qualis A1 concomitantly in Education and Teaching. As final considerations, we present reflections on paths to follow and the need for greater investment in initial teacher education with attention to inclusive practices.

[1334] scouto@usp.br

Keywords: Inclusion, Disability, Teaching, Practices.

Resumen

El número de alumnos con discapacidad visual en las escuelas ordinarias aumenta continuamente. También aumenta el sentimiento de inaptitud de los profesores para afrontar el reto de enseñarles. La lectura de investigaciones sobre cómo afrontar la provocación que supone enseñar a alumnos con discapacidades junto a otros sin ellas, conocer prácticas exitosas o no, son un poderoso medio de mejora y aprendizaje. . Por lo tanto, buscamos comprender si la investigación que trata sobre la enseñanza de las matemáticas para los discapacitados visuales retrata prácticas inclusivas o prácticas con potencial inclusivo. Para ello, se realizó una búsqueda bibliográfica que abarcó una búsqueda sistémica en revistas especializadas y en revistas clasificadas como qualis A1 concomitantemente en Educación y Docencia. Como consideraciones finales, se presentan reflexiones sobre los caminos a seguir y la necesidad de una mayor inversión en la formación inicial del profesorado con atención a las prácticas inclusivas.

Palabras clave: Inclusión, Discapacidad, Enseñanza, Prácticas.

Introdução

Dados do último Censo Escolar da Educação Básica (BRASIL, 2021) reportam que pouco mais de 1,1 milhão de alunos com deficiência encontram-se em salas de aula comuns, destes cerca de 79 mil são alunos com deficiência visual. Números desta ordem, embora exprimam avanços na luta pelo direito das pessoas com deficiência, também trazem à tona questões alusivas ao conhecimento do professor e sua sensação de inaptidão para ensinar a esse crescente contingente (COUTO; RIBEIRO, 2019; TAKIMOTO, 2014; FERNANDES; HEALY, 2007).

Esse quadro tem promovido o retorno de professores à condição de estudantes em busca de formação complementar que os capacitem a promover uma adequação didática às necessidades educacionais dos seus alunos apoiados pela Educação Especial (CONCEIÇÃO, 2019). Como consequência direta dessa busca por conhecimento aumenta o quantitativo de pesquisas que versam sobre o ensino de deficientes visuais na área da Educação Matemática, difundidas em anais de eventos e periódicos científicos.

Visando traçar um panorama sobre como estas pesquisas apresentam o ensino de matemática a alunos com deficiência visual, neste artigo busca-se a resposta à seguinte questão: *concernente ao ensino de matemática a alunos com deficiência visual e as atividades com eles trabalhadas, as pesquisas relatadas em periódicos científicos reportam práticas inclusivas?*

A pesquisa sobre essa questão fulcrou-se em revistas especializados em Educação Especial e Educação Matemática e em revistas que concomitantemente fossem qualis A1 em educação e ensino. Inicia-se a reflexão sobre a questão proposta, estabelecendo-se no tópico seguinte o que se entende, neste artigo, como deficiência visual, inclusão e práticas potencialmente inclusivas, para finalmente discorrer sobre o levantamento feito e o que revelou.

Esclarecendo Conceitos

Mas, o que é inclusão? Skovsmose (2019), afirma que é um tema polêmico e, por conseguinte é necessário esclarecer "Inclusão em quê?" e "Inclusão de quem?". Discorrendo a respeito, o autor afirma que a polêmica decorre de que ao incluir um grupo em outro se pressupõe o grupo que "acolhe" como o detentor dos padrões tomados como normais enquanto o grupo acolhido como estando aquém deles.

Esta visão dicotômica entre o normal e o anormal deve ser contestada, pois o ser diferente é inerente à condição humana e não necessariamente algo negativo (RODRIGUES, 2006). De fato, as diferenças podem ser notadas em todos os lugares e quando se trata da Educação Matemática Inclusiva o foco é o estudante, tenha ou não deficiência, e a sua inclusão no ambiente de aprendizagem, deste modo, o conceito considerado aqui para inclusão é o de encontro entre as diferenças (SKOVSMOSE, 2019).

A partir do explicitado, quando falamos de deficientes visuais, o que tornam estes 3,4% da população brasileira, computados no último censo demográfico (BRASIL, 2018), diferentes dos demais? Necessário se faz destacar que o conceito de deficiência no contexto escolar passou a dissociar-se do conceito médico por várias razões, mas no caso do deficiente visual, especificamente, isso se deu por conta das implicações para a aprendizagem do aluno que resultavam de seguir a vertente médica.

Segundo Amiralian (2004), até a década de 70 do século passado, usava-se no contexto educacional a conceituação médica, que em linhas gerais considerava como cego o indivíduo cujo alcance visual ficasse restrito a até 6m, como resultado havia alunos que liam braile com os olhos, pois conseguiam enxergar os pontos puncionados no papel, evidentemente isso tornava a sua alfabetização inadequada.

Muitas alterações ocorreram nas conceitualizações envolvidas, entretanto no sistema educacional brasileiro, segundo o Glossário da Educação Especial (BRASIL, 2019) assume-se que o aluno com deficiência visual é aquele que é cego ou que possui baixa visão. Segundo a mesma fonte, aluno cego é o que tem perda total da visão ou pouquíssima capacidade de enxergar e o aluno com baixa visão é aquele que possuí resíduo visual, sendo capaz de utilizar-se deste resíduo para o desenvolvimento das atividades escolares.

Quando se trata de inclusão um princípio essencial é que pessoas com diferentes necessidades não podem ter um tratamento igualitário, pois este em alguns contextos poderá favorecer alguns em detrimento de outros. Há várias charges na internet que ilustram essa questão, uma das mais populares é aquela cujo enunciado diz: “para uma seleção justa todos farão o mesmo exame: escalar aquela árvore”, a ideia não parece má, porém quando se olha o grupo a que estão dirigidas estas palavras (um elefante, um peixinho, uma foca, um pinguim, um lobo e um macaco) se percebe a injustiça implícita: alguns dos indivíduos não conseguirão de forma alguma participar desta seleção, outros terão dificuldades enquanto outros se sairão muito bem pois subir em árvores é algo que fazem corriqueiramente.

Então, o que poderia caracterizar uma prática inclusiva? O principal pilar é o tratamento equitativo, que permita a todos os envolvidos oportunidades de aprendizagem sem a tentativa de “corrigir as deficiências”, mas valorizando as capacidades de todos. Sendo assim uma atividade inclusiva no contexto escolar é aquela capaz de contemplar, de modo simultâneo, as necessidades educacionais de todos os alunos presentes (LORENCINI; NOGUEIRA; REZENDE, 2018). Nesta perspectiva tem-se o Desenho Universal para a Aprendizagem (DUA), cuja inspiração é o Desenho Universal (DU), desenvolvido na Arquitetura com a função precípua de assegurar acesso a estruturas físicas a qualquer indivíduo tenha ou não fatores limitantes (OLIVEIRA; MUNSTER; GONÇALVES, 2019)

A partir do princípio da acessibilidade para todos, o DUA assevera a necessidade de que o planejamento da aula objetive atender as necessidades de todos os alunos, sejam ou não apoiados pela educação especial. Para tanto, toda atividade deve considerar a diversidade dos alunos quanto as suas particularidades de aprendizagem, limitações, potencialidades e motivações para, a partir disso, se desenvolver práticas que oportunizem a todos a autonomia necessária à construção do seu conhecimento (ZERBATO; MENDES, 2018)

Ante o exposto, considera-se neste artigo que práticas inclusivas são aquelas cujo desenho seja capaz de propiciar a todos os alunos envolvidos a oportunidade de aprendizagem, por meio da valorização de suas potencialidades, respeito as suas limitações e consideração as suas motivações, permitindo que todo aluno, seja ou não apoiado pela educação especial, explore, investigue e construa conceitos sedimentando sua aprendizagem. Logo, se a prática, embora se enquadre no preconizado pelo DUA, limite-se apenas ao aluno ou ao grupo de alunos com deficiência ela não é uma prática inclusiva, uma vez que em sua execução foca exclusivamente no aluno com deficiência, antes é uma prática potencialmente inclusiva, pois possui os pressupostos teóricos necessários para a aprendizagem de dois grupos distintos sem, no entanto, propiciar o seu encontro (SKOVSMOSE, 2019).

Assim, com base nos conceitos já elencados, buscou-se entender se as práticas inclusivas são evidenciadas nas pesquisas reportadas nacionalmente nos periódicos de maior notoriedade e nos especializados, ao versar sobre temas da matemática por entender que essa iniciativa fomentaria discussões com potencialidade para tornar a inclusão algo cada vez mais factível, distanciando-nos definitivamente de práticas integrativas travestidas de inclusão, em que mesmo o aluno com deficiência estando em meio aos demais alunos suas práticas educacionais são atendidas de modo exclusivo, excluindo a oportunidade da aprendizagem conjunta entre alunos com e sem deficiência.

Procedimentos Metodológicos

Para cumprir o propósito de apresentar o que remetem as pesquisas nacionais quanto ao uso de atividades no ensino de Educação Matemática à deficientes visuais, constituiu-se o *corpus* de pesquisa por meio da busca *online* dos descritores deficiência visual, baixa visão, cegueira, cego, inclusão e Educação Especial nas produções de 5 Revistas Especializadas e de 22 revistas que são simultaneamente A1 em Educação e em Ensino abrangendo o período de 2016-2021. Dessa busca inicial obteve-se um total inicial de 43 artigos. Na sequência, buscou-se dentre esses, textos que versassem sobre objetos matemáticos restando 11.

Dentre os 11 que tratavam de um objeto matemático em específico, 7 traziam propostas de práticas matemáticas inclusivas, entretanto nesse texto nos ateremos aos demais 4 que apresentavam atividades matemáticas potencialmente inclusivas, segundo a perspectiva do DUA, conforme apresenta-se a seguir.

Discussões

Segundo preconizado pelo DUA, as atividades de aprendizagem devem promover a todos os envolvidos, tenham ou não deficiência, oportunidade de autonomia na construção do seu conhecimento (ZERBATO; MENDES, 2018), esta autonomia propicia a inclusão na medida em que permite acesso e participação simultâneos de alunos com e sem deficiência. Com base nisso identificou-se os quatro artigos elencados no Quadro 01, como potencialmente inclusivos e na sequência, faz-se uma breve análise.

Quadro 1.

Artigos Potencialmente Inclusivos (Dados da pesquisa, 2021)

AUTORES	TÍTULO	OBJETIVO GERAL	OBJETO MATEMÁTICO
Araújo e Santos (2020)	"Eles me ajudam a não esquecer o que coloquei": o uso de materiais manipuláveis na resolução de problemas de arranjo e combinação por uma aluna com deficiência visual	"(...)(re)pensar a prática pedagógica da disciplina Matemática, especificamente no que se refere ao ensino de Combinatória, a partir de dados obtidos em uma pesquisa que investigou as contribuições do uso de materiais manipuláveis para a resolução de problemas de Combinatória por uma aluna com deficiência visual do segundo ano do Ensino Médio no Município de Surubim-PE."	Análise Combinatória
Bandeira, Ghedin e Bezerra (2019)	Conexões entre formação docente, neurociência e inclusão de estudantes cegos em escolas do Ensino Médio em Rio Branco – Acre	"(...) identificar e utilizar espaços físicos, tempos, conceitos e práxis pedagógica mediada pelos processos cognitivos da reflexão, no contexto da Formação Inicial de Docentes de Matemática, com a possibilidade da construção de saberes para incluir cinco estudantes cegos em escolas de Ensino Médio, ao invés de sua simples integração escolar."	Matrizes
Carvalho e Segadas-Vianna (2016)	Argumentação e prova em matemática: análise de um estudo realizado com alunos cegos	"(...) analisar as respostas dadas por alunos cegos em problemas matemáticos que normalmente evocam referências visuais."	Conceitos de geometria
Carvalho, Rosa e Cruz (2020)	Construtor de Gráficos: uma proposta para autonomia na construção e interpretação de gráficos por alunos cegos	"(...) validar o uso do "Construtor de Gráficos", como instrumento pedagógico, no processo de ensino e aprendizagem de alunos cegos, de acordo com as impressões de revisores e alunos."	Gráficos

Araújo e Santos (2020), trazem a exploração do tema análise combinatória, por uma aluna deficiente visual por meio do uso de material tátil manipulável. A atividade foi lida para a aluna e os recursos táteis apresentados previamente para que ela pudesse familiarizar-se com ele e eleger o mais apropriado para resolução dos problemas propostos. O material foi confeccionado em EVA e tinha por objetivo oportunizar o acesso às informações e a um meio de resolução (ZERBATO; MENDES, 2018; VYGOTSKY, 1997). Nota-se que a aluna cega participou da atividade de forma isolada, embora alunos sem deficiência visual pudessem fazer uso simultâneo do mesmo material.

Bandeira, Ghedin e Bezerra (2019), apresentam uma pesquisa fundamentada na neurociência voltada para o ensino de matrizes a alunos cegos que cursavam o ensino médio. Para esse fim, os autores empregaram como recurso tátil manipulável *blisters* de comprimidos, tampas de refrigerantes e sementes vermelhas para representarem as matrizes e seus elementos previamente apresentado em braile numa cartolina. Nota-se o cuidado dos pesquisadores em entender o universo do cego e propiciar-lhe acesso ao conteúdo por meio da valorização do seu potencial, uma clara utilização do que preconiza o DUA (ZERBATO; MENDES, 2018; VYGOTSKY, 1997), entretanto, o uso desses recursos restringiu-se apenas aos alunos cegos, embora pudesse sem qualquer prejuízo ser também utilizado por alunos videntes.

Carvalho e Segadas-Vianna (2016), analisaram sobre como os cegos argumentam a respeito de problemas que envolvem referencias visuais, dando atenção especial aos temas tratados em geometria. Para esse fim fizeram uso de materiais táteis manipuláveis para propiciar aos alunos que cursavam oitavo e nono anos, todos cegos, acesso às tarefas a serem resolvidas. Estas tarefas poderiam sem maiores problemas ser simultaneamente trabalhadas também por alunos videntes que fariam uso do material manipulável para materializar conceitos abstratos, potencializado sua compreensão. Esse acesso simultâneo embasado na equidade promoveria uma aula inclusiva (ZERBATO; MENDES, 2018, SKOVSMOSE, 2019).

Carvalho, Rosa e Cruz (2020), apresentaram um recurso tátil desenvolvido por eles, para auxiliar os alunos cegos na interpretação e construção de gráficos. Argumentam a favor desse recurso destacando pontos como baixo custo, leveza e segurança. Adicionalmente este recurso potencializa as habilidades do aluno cego promovendo equidade no acesso as informações e autonomia, fatores essenciais para sua apropriação de conhecimentos (VYGOTSKY, 1997). Logo, este recurso poderá promover um acesso equitativo (ZERBATO; MENDES, 2018) pois tanto alunos cegos quanto videntes podem visualizar gráficos nele representados, bem como podem usá-lo para representar gráficos, propiciando uma aula inclusiva por meio da participação de todos.

Nota-se que os quatro trabalhos se fundamentaram na elaboração de recursos táteis manipuláveis de baixo custo com o intuito de permitir aos alunos com deficiência visual equidade no acesso e resolução de problemas matemáticos propostos sob temáticas e níveis de ensino diversos. Segundo Galvão Filho (2012), esses recursos simples são uma tecnologia assistiva, na medida que cumprem o papel de propiciar equidade, oportunidade e autonomia ao indivíduo com deficiência na sua busca de aprendizagem. Mas também podem ser um elemento inclusivo, por permitir que alunos sem deficiência possam participar de atividades de aprendizagem junto com colegas com deficiência visual (ZERBATO; MENDES, 2018).

Tendo o aluno com deficiência esta oportunidade de autonomia e equidade, têm-se as bases lançadas para uma aula inclusiva, pois ele poderá apropriar-se do conhecimento junto com o aluno sem deficiência ao mesmo tempo em que esse último poderá beneficiar-se da facilidade de acesso ao conhecimento que o material tátil manipulável oferece ao materializar conceitos eminentemente teóricos. Está parceria na aprendizagem é marca da inclusão, na medida em que promove esse encontro entre diferentes formas de acessar o conhecimento (SKOVSMOSE, 2019).

Considerações finais

Pesquisas no âmbito da Educação Matemática Inclusiva têm aumentado consideravelmente, entretanto sua prática ainda inspira atenção. Não é incomum relatos de pesquisa sobre essa temática serem tratados exclusivamente com o aluno deficiente. Obviamente, nessas ocasiões o aluno com deficiência tem acesso a aprendizagem, mas onde está a inclusão?

Uma provável explicação para isso é o peso significativo do papel desempenhado pelas escolas especiais, que durante muito tempo foram no Brasil o único alento de aprendizagem disponibilizada aos alunos com deficiência, que posteriormente tentou-se reproduzir, com as devidas ressalvas, nas salas de Atendimento Educacional Especializado (AEE). Sua importância e valor são inegáveis, porém, vivemos um novo capítulo em que se busca uma sociedade mais justa, sendo necessária uma adaptação das técnicas e estudos desenvolvidos nesses centros de referência para promover uma educação inclusiva que promova de modo equitativo a formação de cidadãos mais bem preparados para lidar com as diferenças de modo acolhedor, substituindo a sensação de inaptidão para o ensino das pessoas com deficiência por uma crescente certeza de que essa batalha não é solitária e sim solidária.

Como se pode mudar o quadro de desalento que muitos professores revelam ter ao descobrirem que terão em suas turmas alunos apoiados pela Educação Especial? Não há fórmulas prontas para essa grande conquista, mas há passos nessa busca por equidade que precisam ser dados. O primeiro deles é cumprir a legislação no que tange a formação de professores – dar-lhe desde sua formação inicial acesso a turmas inclusivas (CONCEIÇÃO, 2019), provavelmente esse contato “precoce” propicia novos olhares, novas ideias e mais comportamentos, aulas, escolas, sociedades inclusivas. Inquestionavelmente, o caminho a trilhar rumo à inclusão é tão longo quanto inevitável.

Referências

AMIRALIAN, M. L. T. M. (2004). Sou cego ou enxergo? As questões da baixa visão. *Educar em Revista*, v. 20, n. 23, p. 15–28.

ARAÚJO, G. R. de; SANTOS, J. A. F. L. (2020). "Eles me ajudam a não esquecer o que coloquei": o uso de materiais manipuláveis na resolução de problemas de arranjo e combinação por uma aluna com deficiência visual. *Educação Matemática em Revista*, Brasília, v. 25, n. 66, p. 26-38.

BANDEIRA, S. M. C.; GHEDIN, E. L.; BEZERRA, S. M. C. B. (2019). Conexões entre formação docente, neurociência e inclusão de estudantes cegos em escolas do Ensino Médio em Rio Branco – Acre. *Educação Matemática em Revista*, Brasília, v. 24, n. 65, p. 224-240.

BRASIL. (2018). *Censo Demográfico 2010*: releitura dos dados de pessoas com deficiência no Censo Demográfico 2010 à luz das recomendações do Grupo de Washington. Notas Técnica, nº 1/2018. Brasília, DF: Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, 31 jul. https://ftp.ibge.gov.br/Censos/Censo_Demografico_2010/metodologia/notas_tecnicas/nota_tecnica_2018_01_censo2010.pdf.

BRASIL. (2019). *Glossário da Educação Especial*: Censo Escolar 2019. Glossário da Educação Especial.Glossário. Brasília-DF: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais (INEP).

BRASIL. (2021). *Sinopse Estatística da Educação Básica 2020*. Sinopse Estatística da Educação Básica.Sinopse Estatística. Brasília-DF: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais (INEP). https://download.inep.gov.br/dados_abertos/sinopses_estatisticas/sinopses_estatisticas_censo_escolar_2020.zip.

CARVALHO, E. L. de; ROSA, P. I. da; CRUZ; V. S. da. (2020). Construtor de Gráficos: uma proposta para autonomia na construção e interpretação de gráficos por alunos cegos. *Benjamin Constant*, Rio de Janeiro, ano 24, n. 61, v. 1, p. 8-25.

CARVALHO, M. A. A. de; SEGADAS-VIANNA, C. C. de. (2016). Argumentação e prova em matemática: análise de um estudo realizado com alunos cegos. *Benjamin Constant*, Rio de Janeiro, ano 22, n. 59, v. 1, p. 59-79.

CONCEIÇÃO, S. C. DA. (2019). *Conhecimento Especializado de Futuros Professores da Educação Infantil e Anos Iniciais sobre Paralelismo quando a base é a Visualização* [Dissertação de Mestrado em Educação, Universidade Estadual de Campinas].

COUTO, S.; RIBEIRO, M. (2019). Conhecimento especializado de futuros professores da educação infantil e dos anos iniciais quanto às dificuldades de aprendizagem de alunos cegos e videntes sobre paralelismo. *ACTIO: Docência em Ciências*, v. 4, n. 3, p. 701–721.

FERNANDES, S. H. A. A.; HEALY, L. (2007). Ensaio sobre a inclusão na Educação Matemática. *Revista Iberoamericana de Educación - Unión*, n. 10, p. 59–76.

GALVÃO FILHO, T. A. (2012). Tecnologia assistiva: favorecendo o desenvolvimento e a aprendizagem em contextos educacionais inclusivos. In: C. R. M. Giroto, R. B. Poker, S. Omote, (org.). *As tecnologias nas práticas pedagógicas inclusivas*. São Paulo: Cultura Acadêmica. (p. 65-91).

LORENCINI, P. B. M.; NOGUEIRA, C. M. I.; REZENDE, V. (2018). Registros de Representação Semiótica, Braile e Educação Matemática Inclusiva: Identificando Possibilidades. *Perspectivas da Educação Matemática*, v. 11, n. 27, p. 842-862.

OLIVEIRA, A. R. DE P.; MUNSTER, M. DE A. VAN; GONÇALVES, A. G. (2019). Desenho Universal para a Aprendizagem e Educação Inclusiva: uma revisão sistemática da literatura internacional. *Revista Brasileira de Educação Especial*, v. 25, n. 4, p. 675–690.

RODRIGUES, D. A. (2006). Dez Ideias (Mal)Feitas sobre a Educação Inclusiva. **Inclusão e educação: Doze Olhares Sobre a Educação Inclusiva**. São Paulo: Summus. (p. 300–318).

SKOVSMOSE, O. (2019). Inclusões, Encontros e Cenários. *Educação Matemática em Revista*, v. 24, n. 64, p. 16–32.

TAKIMOTO, T. (2014). *A Percepção do Espaço Tridimensional e sua Representação Bidimensional: A Geometria ao Alcance das Pessoas com Deficiência Visual em Comunidades Virtuais de Aprendizagem* [Dissertação de Mestrado em Engenharia e Gestão do Conhecimento, Universidade Federal de Santa Catarina].

VYGOTSKY, L. (1997). *Obras escogidas: fundamentos de defectologia*. Madrid: Visor Dis. v. 5.

ZERBATO, A. P.; MENDES, E. G. (2018). Desenho universal para a aprendizagem como estratégia de inclusão escolar. *Educação Unisinos*, v. 22, n. 2, p. 147–155.

Por Cursos de Licenciatura em Matemática mais inclusivos: narrativas de um Formador de Professores pertencente a um grupo sub-representado

Toward more inclusive undergraduate mathematics courses: narratives from a teacher trainer belonging to an underrepresented group

Hacia unas carreras de Matemáticas más inclusivas: relatos de un formador de profesores perteneciente a un grupo infrarrepresentado

Ana Paula Ximenes Flores[1335]
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo
0000-0002-4143-8776

Abner Silva Xavier[1336]
Universidade Federal do Rio Grande do Sul
0000-0002-3022-6997

Barbara Lutaif Bianchini[1337]
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
0000-0003-0388-1985

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Educação Matemática e inclusão.

Resumo

Dados do Censo do Ensino Superior e do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, nos permitem afirmar que as pessoas pretas e pardas tem uma representatividade expressivamente menor entre os professores que atuam em cursos de Matemática, quando comparadas às características da população brasileira. Nesse contexto, propomo-nos a entrevistar o Formador de Professores Abner, que se declara preto, para compreender como se dá sua trajetória acadêmica, quais foram os desafios enfrentados em sua carreira e o que sugere, para que tenhamos cursos de Licenciatura em Matemática inclusivos. O presente estudo trata-se de uma pesquisa qualitativa, mais especificamente uma Pesquisa Narrativa delineada a partir dos pressupostos de Clandinin e Connelly. A trajetória acadêmica de Abner mostra que ele está em constante formação e se dedica concomitantemente ao exercício da docência. Em sua carreira, sentiu-se desafiado ao trabalhar com oito alunos Surdos em uma mesma turma no início de sua carreira e conviveu com episódios de racismo, expresso nas vozes de colegas de trabalho e alunos. Para termos Cursos de Licenciatura mais inclusivos Abner sugere que seja dada mais visibilidade aos conhecimentos produzidos por grupos sub-representados e acredita no potencial da Educação Matemática Inclusiva. Defende a necessidade de formação para os formadores de professores, a criação de grupos de estudos que discutam temas relacionados à diversidade e o desenvolvimento de habilidades socioemocionais no Ensino Superior.

[1335] ximenes@ifsp.edu.br
[1336] professorabnerxavier@gmail.com
[1337] barbara@pucsp.br

Refletindo com esse estudo, entendemos que mais importante do que não ser racista, é que todos contribuam para uma educação antirracista.

Palavras-chave: Formadores de Professores, Licenciatura em Matemática, Grupos Sub-representados, Narrativas, Racismo.

Abstract

Data from the Census of Higher Education and the Brazilian Institute of Geography and Statistics, allow us to affirm that black and mulatto people have a significantly lower representation among teachers who work in mathematics courses, when compared to the characteristics of the Brazilian population. In this context, we propose to interview the teacher trainer Abner, who declares himself black, to understand his academic trajectory, what challenges he has faced in his career, and what he suggests for us to have inclusive Mathematics courses. The present study is qualitative research, more specifically a Narrative Research outlined from the assumptions of Clandinin and Connelly. Abner's academic trajectory shows that he is in constant training and dedicates himself concomitantly to teaching. In his career, he felt challenged when working with eight Deaf students in the same class at the beginning of his career, and he lived with episodes of racism, expressed in the voices of co-workers and students. To have more inclusive undergraduate programs Abner suggests giving more visibility to the knowledge produced by underrepresented groups and believes in the potential of Inclusive Mathematics Education. He advocates the need for training for teacher educators, the creation of study groups that discuss issues related to diversity, and the development of social and emotional skills in Higher Education. Reflecting on this study, we understand that more important than not being racist is that everyone contributes to an anti-racist education.

Keywords: Teacher Trainers, Undergraduate Mathematics, Underrepresented Groups, Narratives, Racism.

Resumen

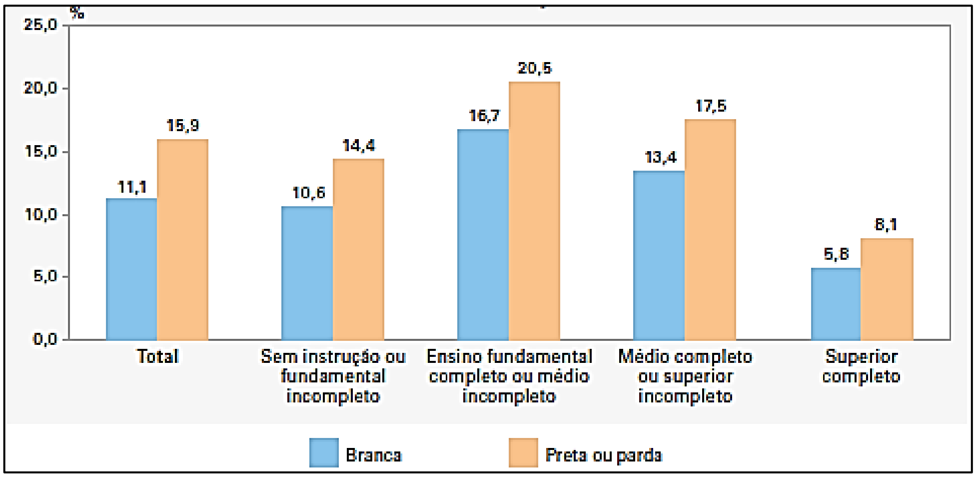
Los datos del Censo de Educación Superior y del Instituto Brasileño de Geografía y Estadística, permiten afirmar que las personas negras y mulatas tienen una representación significativamente menor entre los profesores que trabajan en los cursos de matemáticas, cuando se comparan con las características de la población brasileña. En este contexto, nos proponemos entrevistar al formador de profesores Abner, que se declara negro, para entender su trayectoria académica, qué retos ha enfrentado en su carrera y qué nos sugiere para tener cursos de Matemáticas inclusivos. Este estudio es una investigación cualitativa, más concretamente una Investigación Narrativa diseñada a partir de los supuestos de Clandinin y Connelly. La trayectoria académica de Abner demuestra que está en constante formación y se dedica concomitantemente al ejercicio de la docencia. En su carrera, se sintió desafiado a trabajar con ocho alumnos sordos en la misma clase al principio de su carrera y vivió episodios de racismo, expresados en las voces de compañeros y alumnos. Para que las carreras sean más inclusivas, Abner sugiere que se dé más visibilidad al conocimiento producido por los grupos infrarrepresentados y cree en el potencial de la Educación Matemática Inclusiva. Defiende la necesidad de formación para los formadores de profesores, la creación de grupos de estudio para debatir temas relacionados con la diversidad y el desarrollo de habilidades sociales y emocionales en la Educación Superior. Reflexionando sobre este estudio, entendemos que más importante que no ser racista, es que todos contribuyan a una educación antirracista.

Palabras clave: Formadores de profesores, Matemáticas de grado, Grupos Infrarrepresentados, Narrativas, Racismo.

Introdução

No Brasil, a cor da nossa pele se evidencia como um dos marcadores da desigualdade social. Essa desigualdade pode ser observada nas Sínteses de Indicadores Sociais (IBGE, 2021), em que foram sistematizados dados anuais referentes a Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios realizada em 2020. Conforme pode ser visto na Figura 1, no ano de 2020, independentemente do nível de escolaridade, a taxa de desocupação[1338] é maior entre a população preta ou parda.

Figura 1 – Taxa de desocupação

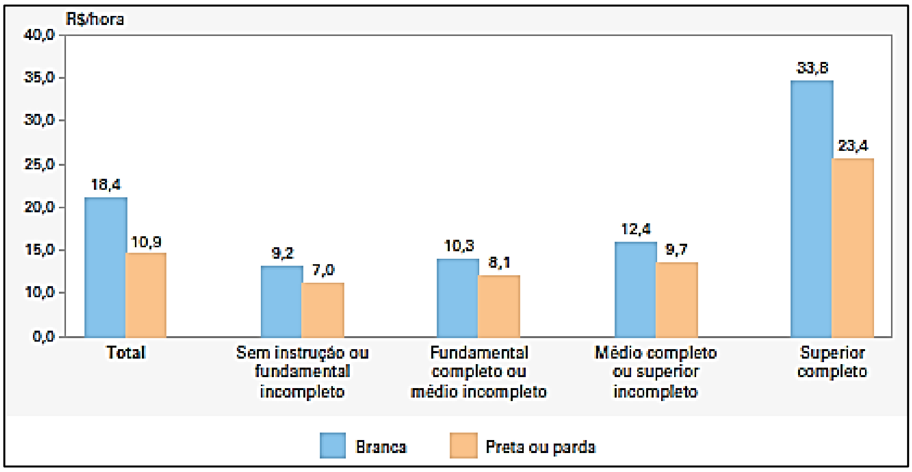


Fonte: IBGE (2021, p. 35)

Quanto ao rendimento médio por hora trabalhada, no ano de 2020, a Figura 2 mostra que para todos os níveis de escolaridade, a remuneração média das horas trabalhadas pelas pessoas brancas foi maior do que das pessoas pretas ou pardas. Essa diferença é mais acentuada entre as pessoas que completaram o Ensino Superior. Em 2020, as pessoas brancas com Ensino Superior Completo recebiam, em média, R$ 10,40 a mais por hora de trabalho que as pessoas pretas ou pardas.

[1338] Pessoas de 14 anos de idade ou mais, sem trabalho e que tomaram alguma providência efetiva para consegui-lo nos 30 dias anteriores a data que foram entrevistadas.

Figura 2 - Rendimento médio do trabalho principal das pessoas ocupadas



Fonte: IBGE (2021, p. 28)

Nas Instituições de Ensino Superior, observamos empiricamente que a maior parte dos Formadores de Professores de Matemática, ou seja, professores que atuam em cursos de Licenciatura em Matemática, são brancos. A partir de uma solicitação de dados do Censo do Ensino Superior, obtidas em 2021 via plataforma FalaBR[1339], constatamos que 7,85% dos professores que atuaram em cursos de Matemática no ano de 2010 se declararam pretos ou pardos. Com o passar dos anos o percentual de professores que atuaram em cursos de Matemática e se declararam pretos ou pardos aumentou, em 2019 foram 17,01% (INEP, 2021).

Os dados nos permitem afirmar que os pretos e pardos tem uma representatividade expressivamente menor entre os professores que atuam em cursos de Matemática, quando comparados às características da população brasileira apresentadas no último Censo Demográfico, de 2010, em que 50,74% dos brasileiros se declaram pretos ou pardos (IBGE, 2011). Nesse contexto, conversamos com o Formador de Professores Abner, que se identifica como preto, para compreender como se dá sua trajetória acadêmica, quais foram os desafios enfrentados em sua carreira e o que sugere, para que tenhamos cursos de Licenciatura em Matemática mais inclusivos.

Por Educação Inclusiva, entendemos aquela que atue nas mais diversas tensões que resultem nas desigualdades emergentes dos conflitos sociais. Como educadores, compreendemos que essas desigualdades encontram-se também refletidas nos ambientes

[1339] https://falabr.cgu.gov.br

educacionais, revelando-se nas organizações populares, nas consciências de necessidades de afirmações crescentes aos povos indígenas, ao movimento negro, às pessoas com deficiência e ao respeito às questões de gênero, conforme nos preceituam Ramos, Adão e Barros (2003).

Fundamentamo-nos também na conceituação da Educação para a diversidade, que tem como princípio

> [...] a relação respeitosa e solidária entre pessoas, chamando a atenção em especial, para o exercício da convivência com as diferenças. Em outras palavras, educar na diversidade é ensinar e aprender junto com os alunos a conviver com pessoas, destacando nossas diferenças físicas, sociais e culturais.
>
> Isso requer esforço e grande vontade de transformar a sociedade e nós mesmos, uma vez que na educação tradicional, o plano ético era centrado no **respeito ao próximo, ao semelhante**. Por sua vez, a **educação para a diversidade** prioriza **o respeito entre todos** e, por isso, trabalha com valores e conceitos como: tolerância, intolerância; preconceito; diversidade, identidade, desigualdade; liberdade, igualdade; inclusão, exclusão; cidadania, paz. (CARDOSO, 2009, p. 15).

Compreendemos a Educação Inclusiva em um processo de osmose com a Educação para a Diversidade. A partir desse entendimento, apresentamos nossos Pressupostos Metodológicos.

Pressupostos Metodológicos

O presente estudo trata-se de uma pesquisa qualitativa. De acordo com Garnica (2020):

> […] o adjetivo "qualitativa" estará adequado às pesquisas que reconhecem: (a) a transitoriedade de seus resultados; (b) a impossibilidade de uma hipótese *a priori*, cujo objetivo da pesquisa será comprovar ou refutar; (c) a não neutralidade do pesquisador que, no processo interpretativo, vale-se de suas perspectivas e filtros vivenciais prévios dos quais não consegue se desvencilhar; (d) que a constituição de suas compreensões dá-se não como resultado, mas numa trajetória em que essas mesmas compreensões e também os meios de obtê-la podem ser (re)configuradas; e (e) a impossibilidade de estabelecer regulamentações, em procedimentos sistemáticos, prévios, estáticos e generalistas. (GARNICA, 2020, p. 95-96)

Nosso referencial metodológico se apoia nas concepções de Pesquisa Narrativa de Clandinin e Connelly (2015) que compreendem que pesquisadores narrativos estão interessados na experiência de vida das pessoas, considerando-se que a experiência é pessoal e social e que as pessoas precisam ser entendidas em seus *milieus*[1340], em interação com outras pessoas. No nosso caso, estamos interessados nas experiências do Professor Abner, tanto as experiências que têm ao longo de sua formação acadêmica, quanto as advindas do seu trabalho como Formador de Professores.

De acordo com Clandinin e Connely (2015) os termos empregados nas Pesquisas

[1340] *Milieu* pode ser entendido como o ambiente social de uma pessoa.

Narrativas emergem de suas preocupações com a experiência dos participantes e com o propósito de se pensar o movimento de se fazer pesquisa narrativa em um espaço tridimensional. Em nossa pesquisa, na primeira dimensão, a temporalidade, consideramos desde o início da trajetória acadêmica do Professor Abner até suas experiências mais recentes como Formador de Professores ou mestrando, em um programa de Ensino de Ciências e Matemática. Na segunda dimensão, o pessoal e o social, consideramos suas experiências pessoais e as interações com a comunidade acadêmica relatadas. Na terceira dimensão, o lugar, temos uma sequência de lugares compostos pelos espaços em que o Professor Abner se forma e atua profissionalmente.

Para a criação dos textos de campo utilizamos a gravação de uma entrevista semiestruturada, realizada virtualmente, com duração de uma hora. O convite para a entrevista foi feito pela primeira autora, que trabalhou na mesma instituição que o Professor Abner por dois anos. O roteiro da entrevista foi enviado previamente. Conforme Clandinin e Connely (2015):

> Entrevistas de pesquisa têm normalmente uma desigualdade acerca delas. A direção da entrevista, juntamente com suas questões específicas é regida pelo entrevistador. No entanto, pesquisadores que estabelecem relacionamentos participativos com os participantes acham difícil, se não impossível, conduzir tais entrevistas. Mesmo quando eles começam com a intenção de realizar uma entrevista, essa, muitas vezes, se transforma em uma conversa. (CLANDININ; CONNELY, 2015, p. 153)

E foi dessa forma que a entrevista se deu, como uma conversa. Feita a transcrição da entrevista na íntegra, construímos os textos de pesquisa, as narrativas que são apresentadas nesse estudo.

Uma narrativa da trajetória acadêmica e profissional do Professor Abner

Na Educação Básica, Abner frequentou a rede pública de ensino no município de Salto, interior de São Paulo. Dentre suas formações, a nível de Ensino Superior em licenciaturas, destacamos que Abner é graduado em Pedagogia, Ciências Naturais e Matemática e Letras com habilitação em Libras.

Abner se formou em Licenciatura em Ciências Naturais e Matemática pela Universidade Virtual do Estado de São Paulo (Univesp). Foi aluno da primeira turma, o curso era semipresencial. Tinham encontros no polo da Universidade para atividades práticas e outra parte da carga horária era feita à distância. A escolha do curso se deu por uma vontade de compreender melhor a Matemática, disciplina que tinha dificuldades na Educação Básica.

Quanto às pós-graduações, Abner concluiu 16 especializações (Libras - FAEL; Gestão Pública - UFSCar; Psicopedagogia Institucional e Clínica - UCAM; Gestão Pública Municipal - UNIFESP; Gestão em Saúde - UFSJ; Formação de Professores com Ênfase no Ensino Superior - IFSP; Gestão Escolar: Administração, Supervisão e Orientação - UCAM; Gestão da Educação Pública - UNIFESP; Mídias na Educação - UFSJ; Educação Profissional e Tecnológica Inclusiva - IFTM; Educação Especial - UCAM; Tutoria em Educação à Distância e Docência no Ensino Superior - UCAM; Educação em Direitos Humanos - UFVJM; Educação Profissional e Tecnológica – IFSP; História, Ciências, Ensino e Sociedade – UFABC; Práticas Assertivas da Educação Profissional Integrada à EJA - IFRN). Os temas das monografias, independente da área do curso, foram direcionados para Educação Inclusiva, sem exceção. Concluiu, também, o Mestrado em Tecnologias Educacionais Emergentes pela *MUST University*, que está em processo de convalidação no Brasil. Atualmente, é aluno do Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática, no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, *Campus* São Paulo. Sua pesquisa, em fase de qualificação, tem como título: “20 anos do reconhecimento da Língua de Sinais: o Ensino de Ciências e Matemática para Surdos”.

De acordo com Abner, o grande desafio enfrentado em sua carreira acadêmica, desde a primeira graduação até o momento, é o de conciliar o trabalho com os estudos. Acredita que a dedicação aos estudos poderia ser bem maior se não tivesse que trabalhar para se sustentar e estudar de forma concomitante, tendo a oportunidade de pleitear uma bolsa de estudo para pesquisa. Sente que faz o máximo daquilo que lhe é possível, mesmo sabendo que poderia ter feito muito mais, se tivesse a possibilidade de se dedicar exclusivamente aos estudos.

Em sua experiência profissional, Abner atuou como Professor por um ano na Educação Infantil, por cinco anos nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, e por cinco anos nos Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio, em alguns momentos acumulava jornadas de trabalho em segmentos de ensino diferentes. Abner também tem experiência no Ensino Superior, atuou em instituições públicas e particulares, nas modalidades presenciais e à distância. Em cursos de Licenciatura em Matemática atuou nos componentes curriculares Libras e Projetos Integradores. Atuou também, junto com outro professor de Matemática em um projeto de ensino, pesquisa e extensão, que resultou no trabalho de conclusão de curso de uma licencianda em Matemática e no “Guia de Introdução à Audiodescrição Didática para

Docentes", que está disponível no portal eduCAPES[1341], um repositório de produtos educacionais para uso de alunos e professores da educação básica, superior e pós-graduação.

Para Abner os desafios profissionais são muitos e diversos. Sua carreira foi marcada por uma experiência profissional em uma instituição pública, no ano de 2008, ao atuar em uma turma da Educação Básica com oito alunos Surdos. Passado uns três meses de aula, uma mãe de aluno o procurou e disse: "Não é por mim, mas meu filho não gosta de negros, por isso ele não quer mais vir para a escola." Abner perguntou: "Por que ele não gosta de negros?" E a mãe respondeu que não sabia exatamente, o fato era que a criança não queria continuar frequentando as aulas com ele, se não havia a possibilidade de trocá-lo de turma. Abner aconselhou que ela tratasse dessas questões com a direção da escola. Por fim, a criança não retornou para as aulas e a direção não lhe disse que providências foram tomadas.

Em outra instituição pública, em 2014, durante uma reunião, Abner ouviu de uma colega de trabalho: "Eu estava vendo seu currículo e fiquei impressionada porque você tem mais de uma faculdade. Vocês negros já tem dificuldade para uma, agora imagina ter concluído duas." Abner a questionou sobre o porquê estava surpresa e ela respondeu: "Estou falando do seu grupo." O racismo ficava mais evidente ao dizer "seu grupo", reafirmando o distanciamento entre os grupos diferentes, marcados pela cor da pele. Naquele momento ficou chocado e sem reação.

O racismo também aparecia nos discursos de alunos em sala de aula, quando discutiam a reserva de vagas nas Universidades para pessoas pretas ou pardas. Abner conta que alguns alunos não entendiam essa ação afirmativa como uma reparação histórica, mas como um desfavorecimento intelectual das pessoas beneficiadas por essa política.

Abner acredita que a morte de George Floyd[1342], em 2020, trouxe à tona discussões sobre o racismo estrutural, inclusive no mesmo ano foi convidado por um grupo de graduandos a orientar um trabalho sobre o tema. Orientar a pesquisa fez com que ele se aprofundasse ainda mais na temática, sentindo-se mais empoderado para responder a questionamentos, como o da colega de trabalho e problematizar as situações de racismo que aconteçam dentro das escolas. Apesar de compreender a existência do racismo, até então não tinha ações efetivas para combater as discriminações raciais, orientá-los e realizar uma produção acadêmica que pudesse ajudar as instituições escolares, foi visto como uma oportunidade para tal feito.

[1341] https://www.educapes.capes.gov.br/handle/capes/700372

[1342] https://noticias.uol.com.br/reportagens-especiais/george-floyd-como-negro-morto-pela-policia-inspira-hoje-luta-antirracista/#cover

O grupo que desenvolveu a pesquisa era composto por alunos brancos do curso de Pedagogia. Eles disseram que não tinham lugar de fala, mas gostariam de abordar o racismo. Conversando com os alunos, Abner concluiu que poderiam ter um lugar de luta. Eles poderiam estar juntos na luta antirracista, mas para isso seria necessário que fizessem muitas leituras e se embasassem teoricamente. A pesquisa resultou no material “Proposta de estudo sobre o racismo na escola: entre o grito dos maus e o silêncio dos bons[1343]”, também disponível na eduCAPES. Na mesma plataforma é possível acessar o audiolivro[1344].

Cursos de Licenciatura em Matemática mais inclusivos: uma narrativa do que pode ser

Em uma disciplina no Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática que tratava das múltiplas exclusões que acontecem nos Cursos de Licenciatura em Matemática, Abner conta que estudaram um artigo que denunciava o apagamento histórico dos autores e conceitos matemáticos desenvolvidos no Continente Africano[1345]. As discussões sobre o artigo se estenderam por dois encontros da turma e foram muito importantes para mostrar para eles, especialmente para as pessoas pretas, referências históricas, porque da forma que a Matemática costuma ser apresentada normalmente, parece que todo cientista ou pesquisador é homem, branco e europeu. As discussões incluíram, também, a invisibilidade das mulheres pesquisadoras na área de Matemática.

Abner acredita que discussões como essa fazem falta na formação inicial dos Professores de Matemática. A disciplina Etnomatemática e os estudos sobre as pesquisas de Ubiratan D’Ambrósio, presentes na grade de alguns cursos, podem contribuir nesse sentido. As matemáticas indígenas, por exemplo, não eram de seu conhecimento até o mestrado. Para ele, não contemplar temas como esses nos cursos de Licenciatura em Matemática, é de certa forma impedir que estejam presentes na Educação Básica e contribuir para a manutenção da invisibilidade das pessoas pretas, das mulheres, dos indígenas e das outras minorias na produção do conhecimento.

Em sua atuação nos Cursos de Licenciatura em Matemática, algumas vezes precisou reafirmar que as disciplinas específicas de Matemática não são mais importantes, para a formação do futuro professor, do que outras disciplinas. Na disciplina de Libras, por exemplo, ouvia: “Professor, por que eu tenho que estudar isso? Talvez uma vez ou outra terei um aluno

[1343] https://www.educapes.capes.gov.br/handle/capes/600811
[1344]https://www.educapes.capes.gov.br/handle/capes/700375
[1345] https://periodicos.ufac.br/index.php/RFIR/article/view/4137/2513

surdo nas minhas aulas.” Sempre que ouvia isso ele argumentava que vivemos em um país com índice alto de pessoas com deficiência, que no entorno dos alunos eles podem parecer não existir, no entanto elas têm direitos e estão presentes nas escolas. Segundo dados do Censo Demográfico de 2010, 23,91% dos brasileiros autodeclaram-se como pessoas com deficiência (INEP, 2012).

Abner tem boas expectativas para os Cursos de Licenciatura em Matemática, ele observa que a Educação, de forma geral, não é estática, perpassa por mudanças. O mesmo movimento é percebido por ele na formação inicial dos Professores de Matemática. Considera que uma quantidade razoável de pesquisadores tem se empenhado em discussões no âmbito da Educação Matemática Inclusiva e que as pesquisas produzidas possam ser utilizadas nos Cursos de Licenciatura em Matemática. Acredita que estamos avançando para a oferta de cursos mais inclusivos, talvez não na velocidade que gostaria. Por outro lado, sabe que esses avanços encontram resistência nos corpos docentes das Universidades, provocada por formadores que vivenciaram uma formação focada exclusivamente em conteúdos específicos da Matemática. Reflete que se nunca estudaram sobre Educação Inclusiva, como proporcionar uma prática inclusiva? Não há como oferecer aquilo que não se tem. Assim, defende a necessidade de formação para os formadores.

Outras ideias para tornar o ambiente acadêmico mais inclusivo, relatadas por Abner, consideram a criação de grupos de estudos sobre diversidade, que possam dedicar-se a temas tais como o ensino de matemática para pessoas com deficiências ou o conhecimento produzido por cientistas de outras etnias, incluindo-se os pretos e pardos, ou, ainda, se aprofundarem em estudos de Gênero. Pondera que esses grupos deveriam incluir alunos, considerando-se uma frase bastante utilizada na educação inclusiva, por Romeu Kazumi Sassaki, “nada sobre nós, sem nós”. Acredita que não seja possível falar de uma matemática negra sem considerar as pessoas pretas. Ou que não se pode falar de uma matemática que empodera as mulheres, sem incluí-las. É preciso buscar conhecimento para qualificar o ensino da Matemática, em diálogo com todos e dessa forma vislumbra a possibilidade de termos cursos de Licenciatura em Matemática, de fato, mais inclusivos.

A Pandemia da Covid-19, que atinge o Brasil desde março de 2020, fez com que Abner refletisse sobre a necessidade de nos conhecermos como pessoas. Habilidades socioemocionais, em geral, não são aprendidas no Ensino Superior. Ele acredita que a compreensão dos próprios sentimentos e a empatia pelos sentimentos dos outros podem levar o professor a perceber quando um aluno não está bem ou entrando em uma crise depressiva, possibilitando que atue de forma a aconselhar a busca por um atendimento especializado. Essa atuação nem sempre é possível, como em turmas com um número excessivo de alunos, Abner já chegou a trabalhar em auditórios com 120 alunos. No entanto, ele diz que para avançar a gente precisa aprender a se discutir, pensar um ensino que privilegie mais que habilidades cognitivas.

Considerações Finais

A trajetória acadêmica do Professor Abner mostra que ele está em constante formação e se dedica concomitantemente ao exercício da docência. Essas múltiplas jornadas de estudo e trabalho se constituem no maior desafio de sua formação acadêmica. Em sua carreira, sentiu-se desafiado ao trabalhar com oito alunos com deficiência auditiva em uma mesma turma e conviveu com o racismo, expresso nas vozes de colegas de trabalho e alunos.

Para termos Cursos de Licenciatura mais inclusivos Abner sugere que seja dada mais visibilidade aos conhecimentos produzidos por grupos sub-representados, tais como as mulheres, os indígenas e as pessoas pretas ou pardas. Acredita no potencial gerador de mudanças, promovidas pelas pesquisas desenvolvidas no âmbito da Educação Matemática Inclusiva. Defende a necessidade de formação para os formadores de professores, a criação de grupos de estudos que discutam temas relacionados à diversidade e o desenvolvimento de habilidades socioemocionais no Ensino Superior.

Refletindo sobre e com esse estudo, entendemos que mais importante do que não ser racista é que ninguém se cale, todos contribuam para uma educação antirracista, tomando o seu lugar de luta. As narrativas podem se constituir como um exercício de escuta atenta para que possamos aprimorar nossa prática. Destacamos que essa não é a única interpretação possível dos dados apresentados. De acordo com Clandinin e Connely (2015, p.76) os pesquisadores narrativos não fazem prescrições, mas criam textos que "oferecem ao leitor um lugar para imaginar os seus próprios usos e aplicações."

Referências

CARDOSO, C. M. Fundamentos para uma Educação na Diversidade. In. Moraes, M. S. S.; Maranhe, E. A. **Introdução conceitual para educação na diversidade e cidadania.** São Paulo: UNESP, v. 2, 2009. p. 11-39. Disponível em: https://acervodigital.unesp.br/handle/123456789/40302?locale=pt_BR. Acesso em: 22 out. 2022.

CLANDININ, D. J.; CONNELLY, F. M. **Pesquisa Narrativa:** Experiência e História em Pesquisa Qualitativa. Tradução de Grupo de Pesquisa Narrativa e Educação de Professores. Uberlândia: EDUFU, 2015, 250 p.

GARNICA, A. V. M. História oral e educação matemática. In. BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. **Pesquisa qualitativa em educação matemática**. 6 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2020. p. 85-105.

IBGE. **Censo Demográfico 2010**: características da população e dos domicílios: resultados do universo. Rio de Janeiro: IBGE, 2011.

______. **Censo demográfico 2010**: características gerais da população, religião e pessoas com deficiência. Rio de Janeiro: IBGE, 2012.

______. **Síntese de indicadores sociais:** uma análise das condições de vida da população brasileira: 2021. Rio de Janeiro: IBGE, 2021.

INEP. **Manifestação Respondida no Sistema Fala.BR** [mensagem pessoal]. Mensagem recebida por <ximenes@ifsp.edu.br> em 18 out. 2021.

RAMOS, M. N.; ADÃO, J. M.; BARROS, G. M. N. **Diversidade na educação:** reflexões e experiências. Brasília: Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 2003. 170p. Disponível em: https://repositorio.faculdadefama.edu.br/xmlui/handle/123456789/22. Acesso em 22 out. 2022.

IX CIBEM Congresso Iberoamericano de Educação Matemática 05 a 09 de dezembro de 2022

A atualidade da teoria de Krutetskii e as perspectivas de investigação das altas habilidades/superdotação em matemática

The actuality of Krutetskii's theory and the perspectives on mathematical high abilities/giftedness research

La actualidad de la teoría de Krutetskii y las perspectivas de investigación sobre las altas capacidades/superdotación en matemáticas

Weberson Campos Ferreira[1346]
Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal/Universidade de Brasília – SEEDF/UnB
0000-0002-3077-1004

Geraldo Eustáquio Moreira[1347]
Universidade de Brasília – UnB
0000-0002-1455-6646

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Educação Matemática e Inclusão

Resumo

Com a afirmação da Educação Matemática como área de investigação e, mais recentemente, com a emergência da Educação Matemática Inclusiva, as pesquisas sobre a superdotação matemática suscitam discussões sobre a sua definição. Ainda que diferentes autores se refiram à teoria de Krutetskii como a mais completa tentativa de explicação do fenômeno, sua obra é frequentemente citada pelo fato de ser considerada pioneira, mas, raramente, destacam as potencialidades de análise que sua concepção de superdotação matemática apresenta. Este artigo é um recorte de uma pesquisa de doutorado, ainda em andamento, sobre a identificação de estudantes matematicamente habilidosos e tem como objetivo discutir a atualidade da teoria de Krutetskii para os estudos sobre a superdotação matemática. Trata-se de uma reflexão teórica de natureza qualitativa realizada por meio da pesquisa bibliográfica. Foi possível identificar que, do ponto de vista da pesquisa, a investigação de Krutetskii apresenta ricos elementos que podem nos ajudar a refletir sobre os aspectos metodológicos de nossas investigações. Do ponto de vista prático, nós, educadores matemáticos, podemos repensar práticas em sala de aula que podem favorecer o processo de identificação e inclusão de estudantes superdotados.

Palavras-chave: Krutetskii, superdotação, matemática, pesquisa, atualidade.

Abstract

With the affirmation of Mathematics Education as a research area and, more recently, with the emergence of Inclusive Mathematics Education, research on mathematical giftedness raises discussions about its definition. Although different authors refer to Krutetskii's theory as the most complete attempt to explain the phenomenon, his work is often cited for being considered

[1346] webersoncamposprof@gmail.com
[1347] geust2007@gmail.com

a pioneer, but rarely highlight the potential for analysis that his conception of mathematical giftedness presents. This article is a part of a doctoral research, still in progress, about the identification of mathematically gifted students and aims to discuss the relevance of Krutetskii's theory for studies about mathematical giftedness. This is a theoretical reflection of a qualitative nature carried out by means of bibliographic research. It was possible to identify that, from the research point of view, Krutetskii's investigation presents rich elements that can help us reflect on the methodological aspects of our investigations. From a practical point of view, we, mathematics educators, can rethink classroom practices that can favor the process of identification and inclusion of gifted students.
Keywords: Krutetskii, giftedness, mathematics, research.

Resumen

Con la afirmación de la Educación Matemática como área de investigación y, más recientemente, con el surgimiento de la Educación Matemática Inclusiva, la investigación sobre la sobredotación matemática plantea discusiones sobre su definición. Aunque diferentes autores se refieren a la teoría de Krutetskii como el intento más completo de explicar el fenómeno, su obra se cita a menudo por considerarse pionera, pero rara vez se destaca el potencial de análisis que presenta su concepción de la superdotación matemática. Este artículo forma parte de una investigación doctoral, aún en curso, sobre la identificación de alumnos superdotados matemáticamente y tiene como objetivo discutir la relevancia de la teoría de Krutetskii para los estudios sobre superdotación matemática. Se trata de una reflexión teórica de carácter cualitativo realizada a través de una investigación bibliográfica. Se pudo identificar que, desde el punto de vista de la investigación, la investigación de Krutetskii presenta elementos ricos que pueden ayudarnos a reflexionar sobre los aspectos metodológicos de nuestras investigaciones. Desde el punto de vista práctico, los educadores de matemáticas podemos repensar las prácticas de aula que pueden favorecer el proceso de identificación e inclusión de los alumnos superdotados.
Palabras clave: Krutetskii, superdotación, matemáticas, investigación.

Considerações iniciais

Com o advento de uma perspectiva inclusiva de educação, estudantes com diferentes necessidades educacionais específicas passaram a ser amparados por uma série de dispositivos legais que reafirmam o direito à educação e à escola enquanto espaço privilegiado para o desenvolvimento das potencialidades de todos e, de forma restrita, dos estudantes que são o público alvo da Educação Especial, ou seja, estudantes com deficiências (intelectual, física, auditiva ou visual), transtornos globais do desenvolvimento e altas habilidades/superdotação. No entanto, quando se trata deste último grupo, observa-se avanços mais modestos tanto no que se refere à efetivação de tais dispositivos (Pérez, 2018) quanto em relação ao desenvolvimento de pesquisas (Mori, 2021).

Muitas ideias errôneas sobre estudantes com altas habilidades/superdotação são ainda presentes, de modo que “no Brasil, superdotação é ainda vista como um fenômeno raro e prova disso é o espanto e curiosidade diante de uma criança ou adolescente que tenha sido diagnosticado como superdotado" e todas as incongruências que rondam o tema "dificultam uma educação que promova um melhor desenvolvimento do aluno com altas habilidades" (Alencar, 2007, p. 15).

Assim, pesquisadores de diferentes áreas têm se dedicado a investigar os variados aspectos da educação dos estudantes que apresentam comportamento de altas habilidades/superdotação. Essas pesquisas versam sobre os processos de identificação, atendimento, formação de professores, desenvolvimento de recursos e programas especiais e muitos outros.

Alencar (2007) destaca alguns fatores que têm contribuído para a crescente atenção em relação a esses estudantes, dentre os quais, o desenvolvimento das diversas potencialidades dos estudantes talentosos que, possivelmente, contribuirão para o desenvolvimento científico e tecnológico, com o futuro do bem-estar da população e manutenção da hegemonia em diversas áreas do conhecimento. Um outro fator está relacionado à transição para um novo modo de concepção de riqueza na sociedade da informação que passa a se concentrar em produtos de alta tecnologia que, por sua vez, demandam a formação de capital intelectual de alto nível.

As diferentes correntes teóricas e as várias definições de altas habilidades/superdotação implicam em múltiplos critérios a serem considerados na identificação do superdotado, de modo que o processo requer que "a avaliação seja também multirreferencial, abrindo, consequentemente, um leque diversificado de propostas de intervenção assim como o recurso a diferentes agentes, procedimentos e instrumentos de avaliação" (Pocinho, 2009, p. 9).

Quando considerado um domínio específico como a superdotação matemática que, de acordo com alguns autores, se manifestam muito cedo nas crianças com tal característica (Ferreira & Moreira, 2021), constata-se também a falta de consenso sobre a definição desse fenômeno. Segundo Leikin (2011) a análise da literatura nas áreas de Educação Matemática e de educação de superdotados leva à conclusão de que os estudos nestes dois campos se moveram em duas tangenciais em vez de cruzar as direções. Nesse sentido, o trabalho de Krutetskii é mencionado por pesquisadores contemporâneos como a mais completa tentativa de explicar a superdotação matemática, dada a riqueza e amplitude do estudo realizado (Leikin, 2011; Parish, 2014; Schindler & Rott, 2017).

Considerando que a versão original da obra foi lançada há mais de 50 anos, bem como as mudanças ocorridas nos campos da educação de superdotados e da Educação Matemática nas últimas décadas, este artigo tem como objetivo discutir a atualidade da teoria de Krutetskii para os estudos sobre a superdotação matemática. Trata-se de um estudo de reflexão teórica, de natureza qualitativa caracterizando-se como pesquisa bibliográfica. O texto está dividido em três seções das quais esta introdução é a primeira. Na sequência discorremos sobre a vida e obra de Krutetskii e destacamos alguns aspectos da sua investigação. Por fim, apontamos algumas potencialidades dessa obra no movimento de investigação da superdotação matemática.

Krutetskii: vida e obra

Vadim Andreevich Krutetskii (em russo: Вадим Андреевич Крутецкий), por vezes grafado Krutetsky, nasceu em 1917 em Moscou, em meio à Revolução Russa. Segundo Dubrovina (2017), Krutetskii foi um dos mais brilhantes psicólogos da segunda metade do século XX. Graduou-se em 1941 no departamento de geografia econômica da Universidade Estatal de Moscou. Em 1947 iniciou seus estudos de pós-graduação no Instituto de Psicologia da Academia de Ciências Pedagógicas do atual Instituto Psicológico da Academia Russa de Educação e, em 1950, defendeu sua tese de doutorado permanecendo no instituto, onde trabalhou por mais de 30 anos. De 1960 a 1979, Krutetskii foi chefe do Laboratório de Habilidades sendo que, a partir de 1962, ele conciliou seu trabalho científico com a função de vice-diretor do Instituto de Ciências.

Em trabalho com sua equipe, Krutetskii conduziu uma extensa investigação sobre as habilidades matemáticas suscitadas em diferentes situações de resolução de problemas entre os anos de 1955 e 1966 relatada em sua obra mais conhecida Психология математических способностей школьников (Psikhologiya matematicheskikh sposobnostey shkolʹnikov) publicada em 1968.

A obra teve ressonância internacional ultrapassando as barreiras impostas pela Guerra Fria e, nos Estados Unidos, o livro foi traduzido para o inglês por Joan Teller e editado, em 1976, pelos professores Jeremy Kilpatrick (Universidade da Geórgia) e Izaak Wirszup (Universidade de Chicago) sob o título *The psychology of mathematical abilities in schoolchildren* (Psicologia das habilidades matemáticas de crianças em idade escolar) (Wielewski, 2005) e não há relatos de traduções oficiais desta obra para o português ou espanhol.

Wielewski (2005) destaca a importância de se reconhecer o contexto sócio-político do período de produção da principal obra de Krutetskii que são base para os argumentos apresentados pelos editores da versão em inglês. As pesquisas no campo da Psicologia seguiam metodologias diferentes quando se considerava os regimes capitalista e socialista. De um lado, pesquisadores norte-americanos e ingleses seguiam a corrente behaviorista com forte apelo aos testes de inteligência. De outro, pesquisadores soviéticos, como Krutetskii, partiam de uma perspectiva marxista e tinham como premissa a observação e descrição do desenvolvimento cognitivo nas diferentes atividades realizadas, como a resolução de problemas, refutando o uso de testes.

Dentre os diferentes temas de interesse de Krutetskii, representados em mais de 130 publicações, dedicou-se de forma mais ampla ao problema das habilidades atribuindo-as um lugar central entre as características psicológicas individuais e afirmava que o desenvolvimento de uma criança sem o desenvolvimento de suas habilidades é impossível, que as habilidades são características de uma pessoa como sujeito de vida e atividade, seu desenvolvimento determina a formação da personalidade da criança (Dubrovina, 2017).

Desse modo, o contexto de desenvolvimento da pesquisa científica na antiga União Soviética seguiu caminhos distintos quando comparados com Estados Unidos e Europa de modo que o trabalho de Krutetskii possui nuances que merecem nossa atenção e podem nos ajudar a refletir sobre o futuro da pesquisa e educação de superdotados.

O problema das habilidades matemáticas e a superdotação matemática

No campo de pesquisa da educação de superdotados observa-se a distinção entre as chamadas teorias de domínio geral, que conceituam a superdotação entre domínios e as teorias de domínio específico, que conceituam a superdotação em um domínio particular. Nessa perspectiva, a teoria de Krutetskii é considerada de domínio específico (Schindler & Rott, 2017).

Reconhecendo o crescente interesse de diferentes países, incluindo a União Soviética, sobre problemas enfrentados na Educação Matemática e a matemática como área essencial para o desenvolvimento de outras ciências, Krutetskii (1976) parte dos princípios de que o problema das habilidades é um problema de diferenças individuais e de que as habilidades não são inatas, mas, sim, desenvolvidas por meio das vivências e do trabalho, ou seja, depende de fatores sociais. Além disso, considera equivocada a noção de que a atenção especial ao desenvolvimento de crianças superdotadas entra em conflito com o objetivo do desenvolvimento integral das habilidades de cada criança.

Dessa forma, em *The psychology of mathematical abilities in schoolchildren,* Krutetskii dedica-se ao estudo das habilidades matemáticas de crianças em idade escolar e sua pesquisa não pretendia revelar a natureza de tais habilidades. Tratando-se, portanto, como o próprio autor observou, apenas de um estudo da capacidade de dominar a matemática (Dubrovina, 2017).

Após ampla revisão da Teoria Geral das Habilidades, bem como de estudos de trabalhos de outros psicólogos e matemáticos russos e estrangeiros, por habilidade para aprender matemática Krutetskii (1976) se refere às,

> características psicológicas individuais (primeiramente características de atividade mental) que respondem aos requisitos da atividade matemática escolar e que influenciam, todas as outras condições sendo iguais, o sucesso no domínio criativo da matemática como disciplina escolar, em particular, um domínio relativamente rápido, fácil e completo de conhecimentos, habilidades e hábitos em matemática. (pp. 74-75, tradução nossa)

Para Kruteskii, “a habilidade matemática é um fenômeno interno, complexo, resultante da interação de vários componentes que, para serem estudados, é preciso observar o sujeito durante a execução da atividade” (Wielewski, 2005, p. 32).

Como o uso de testes de capacidade mental haviam sido banidos do contexto educacional soviético, psicólogos educacionais passaram a adotar outras técnicas de pesquisa. Por exemplo, no intuito de obter uma ideia clara do processo mental dos alunos, apresentavam a eles problemas e solicitavam que explicassem em voz alta como haviam resolvido. Caso não conseguissem resolver o pesquisador da equipe apresentava uma dica ou um outro problema. Alunos que apresentavam nervosismo ao serem entrevistados tinham suas entrevistas repetidas inúmeras vezes até se sentirem confortáveis. Em algumas situações, os professores desses alunos assumiam o papel de entrevistadores e na investigação da aprendizagem de conceitos, em conjunto com esses professores, durante um período escolar, eram elaboradas sequências de lições usando testes de desempenho administrados individualmente, complementados por entrevistas para delinear o processo de aprendizagem (Kilpatrick & Wirszup, 1976).

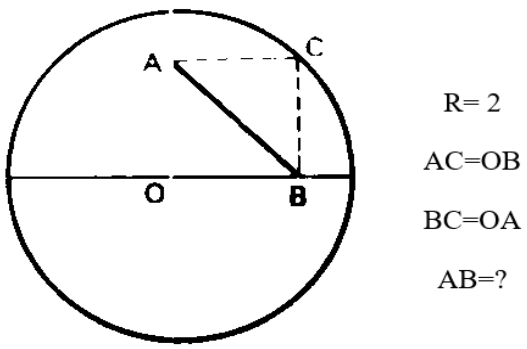
Contando com cerca de 200 estudantes russos com idades entre seis e 17 anos, em um período de aproximadamente uma década (1955-1966), Krutetskii e sua equipe realizaram uma ampla e longa investigação em relação às habilidades matemáticas e, utilizando tanto técnicas estatísticas quanto observações dos estudantes durante a resolução de diferentes problemas.

Em uma das partes da investigação, Krutetskii e sua equipe trabalharam no período 1958-1966 com um grupo de 34 estudantes considerados matematicamente capazes cujas habilidades matemáticas, via de regra, se manifestaram em tenra idade (Krutetskii, 1976). Foram identificadas, durante as situações de resolução de problemas, diferenças tipológicas relativas à estrutura do talento matemático cuja existência se deve aos componentes verbal-lógico e visual-pictórico e ao papel relativo desses componentes na atividade mental dos estudantes. Os três estilos cognitivos identificados foram nomeados como: estilo analítico, estilo geométrico e estilo harmônico (abstrato-harmônico e pictórico-harmônico) e considerados não mutuamente exclusivos (Wielewski, 2005).

Em um dos cenários analisados, cita o caso de uma aluna que demonstrou interesse pela matemática ainda em idade pré-escolar[1348] e concluiu a 5ª série aos 10 anos de idade. Observou-se que, em seu processo mental, em situações de resolução de problemas, o componente verbal-lógico era predominante, já que em duas séries de problemas apresentados, ela os resolveu sem depender de esquemas visuais e imagens mesmo quando o problema sugeria esse uso. Esse fato pôde ser exemplificado na resolução do problema apresentado na Figura 1 a seguir.

Figura 1.

Exemplo de problema utilizado na investigação de estilos cognitivos (Krutetskii, 1976, p. 210)



Como pode ser observado, o problema é facilmente resolvido traçando-se OC (raio). A aluna tentou, durante um longo tempo, resolver o problema analiticamente, tentando diferentes posições para o segmento AB (nas quais o ponto C ficava às vezes, dentro do círculo e às vezes fora dele) buscando encontrar um princípio. Ao final, chegou à solução após o pesquisador aconselhá-la a traçar OC. Assim, foi possível perceber que "a presença de uma solução analítica sem uma dificuldade especial leva à formação de um meio visual apropriado" (Krutetskii, 1976, p. 211, tradução nossa).

O autor ressalta ainda que, em algumas das crianças investigadas, as habilidades matemáticas foram desenvolvidas em um contexto de superdotação geral. Já em outros casos, crianças matematicamente superdotadas não eram marcadas por superdotação geral (em todos os outros aspectos eram crianças bastante comuns, não diferindo de seus pares). Sobre este

[1348] A educação russa deste período considerava em fase pré-escolar crianças com idade entre três meses e seis anos.

aspecto, Wielewski (2005) pontua que a correlação entre os domínios geral e específico não foi explorada por ele por considerá-la um tema complexo e ainda não totalmente resolvido pela Psicologia soviética.

Então, a partir da reunião de material experimental e não experimental e estudo da literatura, apresentou um esboço geral da estrutura das habilidades matemáticas, significativas para o talento matemático durante a idade escolar que incluem: obtenção de informação matemática, processamento de informação matemática, retenção de informação matemática e componente sintético geral (mente matemática). Destarte, “a superdotação matemática é caracterizada pelo pensamento generalizado, limitado e flexível no domínio das relações matemáticas e símbolos de números e letras, e por uma mentalidade matemática”. Essas habilidades são expressas em graus variados em alunos capazes, medianos e incapazes (Krutetskii, 1976, p. 352, tradução nossa).

No entanto, o autor enfatiza que o esboço apresentado se refere à estrutura das habilidades matemáticas de crianças em idade escolar não sendo possível afirmar, portanto, a menos que sejam desenvolvidos estudos com esse intuito, até que ponto pode ser considerado um esboço das habilidades matemáticas em geral.

> A pesquisa de Kruteskii foi importante porque forneceu uma imagem diferenciada sobre a variedade de talentos e de estilos cognitivos, bem como explorou vários aspectos do pensamento matemático presentes no processo de resolução de problemas. Foi uma pesquisa exploratória ampla e profunda, por isso o resultado do estudo referente à sua obra não pode se resumir na enumeração de alguns conceitos e termos. (Wielewski, 2005, p. 2)

Por seu turno, Leikin (2018) ressalta que estudos sistemáticos sobre a superdotação matemática foram negligenciados por décadas e que o trabalho de Krutetskii permanece único dado seu foco nas características de raciocínio matemático de estudantes superdotados e o envolvimento de diferentes atores (professores, crianças e seus pais), além da combinação de ferramentas qualitativas e quantitativas de pesquisa. Outro ponto de destaque foi a série de problemas que integraram diferentes componentes que caracterizam o raciocínio.

Considerações finais

Embora a obra seja bastante extensa e uma análise mais aprofundada fuja às intenções e limitações deste texto, os pontos aqui destacados nos dão uma dimensão da riqueza da investigação conduzida por Krutetskii. Ao criticar o uso dos testes de inteligência como determinantes para a avaliação da superdotação, tão comum no contexto norte americano e que perdura até os dias atuais, Krutetskii já reconhecia a limitação destes instrumentos e se mostrava alinhado à uma perspectiva mais ampla da superdotação que só viria a ser difundida anos mais tarde.

O número e variedade dos grupos participantes das investigações é outro ponto de destaque sobre o trabalho de Krutetskii, bem como a diversidade de método de coleta de dados, que incluíam observações dos estudantes, discussões com as famílias dos estudantes, estudos de caso, estudos longitudinais realizados com estudantes matematicamente talentosos, questionários com professores de matemática e muitos outros.

Do ponto de vista prático, educadores matemáticos podem avaliar os problemas matemáticos elaborados e utilizados na pesquisa e, com algumas adaptações, caso sejam necessárias, podem ser explorados diferentes objetivos de aprendizagem da matemática e que não se restringem a estudantes superdotados. Além disso, podem ser utilizados em outros contextos de pesquisa como no caso da pesquisa em resolução de problemas, considerada uma das tendências em Educação Matemática.

Considerando que pesquisas sobre estudantes matematicamente habilidosos ou talentosos são ainda muito escassas, sobretudo no âmbito da Educação Matemática (e Educação Matemática Inclusiva), uma retomada do trabalho de Krutetskii pode representar uma oportunidade de se repensar aspectos teórico-metodológicos que conduzam a investigações que contribuam, de fato, para o avanço do conhecimento no campo da educação de superdotados.

Agradecemos ao Grupo de Pesquisa Dzeta Investigações em Educação Matemática (DIEM); à Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal (SEEDF), à Fundação de Apoio à Pesquisa do Distrito Federal (FAPDF, Edital 03/2021, Demanda Induzida) e ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade de Brasília (PPGE/UnB, Chamada Pública Interna N. 08/2022).

Referências

Alencar, E. M. L. S. (2007). Indivíduos com altas habilidades/superdotação: clarificando conceitos, desfazendo idéias errôneas. In D. de S. Fletih (org.): *A construção de práticas educacionais para alunos com altas habilidades/superdotação*, v. 1 (pp. 14-23), Brasília: Ministério da Educação.

Dubrovina, I. V. (2017). K stoletiyu so dnya rozhdeniya V.A. Krutetskogo [Ao centenário de nascimento de V. A. Krutetskii]. In: *XIX Natsional'nyy konkurs "Zolotaya Psikheya" po itogam 2017 goda*, Armavir.

Ferreira, W. C., & Moreira, G. E. (2021). Astronomia e matemática: oficinas como atividades de enriquecimento curricular para estudantes com altas habilidades/superdotação. *Educação Por Escrito, 12*(1), e41888. https://doi.org/10.15448/2179-8435.2021.1.41888

Kilpatrick, J. & Wirszup, I. (1976). Editor's preface. In V. A. Krutetskii *The psychology of mathematical abilities in schoolchildren* [Psicologia das habilidades matemáticas de crianças em idade escolar]. University of Chicago Press.

Krutetskii, V. A. (1976). *The psychology of mathematical abilities in schoolchildren*. University of Chicago Press.

Leikin, R. (2011). The education of mathematically gifted students: some complexities and questions. *The Mathematics Enthusiast*, 8(1), 167-188. Recuperado de: https://scholarworks.umt.edu/tme/vol8/iss1/9

Leikin, R. (2018). Giftedness and high ability in mathematics. In S Lerman (ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education Springer* [Enciclopédia da Educaçao Matemática] (pp. 1-11). International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-77487-9_65-4

Leikin, R. (2021). When practice needs more research: the nature and nurture of mathematical giftedness. *ZDM – Mathematics Education*, *53*, 1579–1589. Recuperado de: https://link.springer.com/content/pdf/10.1007/s11858-021-01276-9.pdf. Acesso em: 06 abr. 2022.

Mori, N. N. R. et al. (2021). Altas habilidades/superdotação na pesquisa brasileira: um estudo sobre as produções nos programas de pós-graduação no Brasil no período de 2002-2020. *Research, Society and Development*, 10(2), e43010212715. http://dx.doi.org/10.33448/rsd-v10i2.12715

Parish, L. (2014). Defining mathematical giftedness. In J. Anderson, M. Cavanagh & A. Prescott (Eds.). Curriculum in focus: Research guided practice *(Proceedings of the 37th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*) pp. 509–516. Sydney: MERGA.

Pérez, S. G. P. B. (2018). Altas habilidades/superdotação e a política educacional: uma cronologia da história de letras no papel e omissões na prática. In A. Virgolim (org.), *Altas habilidades/superdotação*: processos criativos, afetivos e desenvolvimento de potenciais, (pp. 307-332.). Juruá Editora.

Pocinho, M. (2009). Superdotação: conceitos e modelos de diagnóstico e intervenção psicoeducativa. *Revista Brasileira de Educação Especial, Marília*, *15* (1), 3-14.

Schindler, M. & Rott, B. (2017). Networking theories on giftedness: what we can learn from synthesizing Renzulli's domain general and Krutetskii's mathematics-specific theory. *Education Sciences*, 7(6), 2-17. Recuperado de: https://pdfs.semanticscholar.org/1dbd/d6c640b857e761157c90a6166647b0675cbb.pdf?_ga=2.174274722.1417392746.1645555545-1797020501.1645555545.

Wielewski, G. D. (2005). *Aspectos do pensamento matemático na resolução de problemas: uma apresentação contextualizada da obra de Krutetskii* [Tese de Doutorado em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo]. https://tede2.pucsp.br/bitstream/handle/10914/1/Aspectos%20do%20Pens%20Matematico%20na%20RP-Segurity%20printing.pdf.

Atividades matemáticas em grupos de habilidades mistas: uma perspectiva inclusiva

Actividades matemáticas en grupos de habilidades mixtas: una perspectiva inclusiva

Math activities in mixed ability groups: an inclusive perspective

Matheus Agliardi Cardoso[1349]
Universidade Federal do Rio Grande do Sul
0000-0001-5477-9361

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Educação Matemática e inclusão.

Resumo

Este trabalho tem por objetivo investigar quais contribuições para aprendizagem surgem em atividades com grupos de habilidades mistas, em situação de computação desplugada, que tratam a matemática como processo de aprendizagem inclusivo. Entendemos por grupos de habilidades mistas aqueles compostos por alunos de diferentes níveis de habilidade, que poderão vir a contribuir para o desenvolvimento de outros estudantes através da troca de experiências nos processos de negociação, explicação e percepção. Para isso, desenvolvemos uma pesquisa qualitativa com um grupo composto de alunos dos anos finais do ensino fundamental de uma escola particular de Osório – RS, com encontros no contraturno. Em termos de procedimentos, buscamos por meio de atividades de computação desplugada observar e analisar as contribuições para os processos de aprendizagem nas relações entre os estudantes, utilizando uma atividade pensada e construída sob a perspectiva do Desenho Universal (DU), respeitando as diferenças de cada aluno. A produção dos dados foi feita por meio da gravação de áudio e vídeo, pelas próprias atividades produzidas pelos estudantes e anotações do pesquisador durante o desenvolvimento e realização dessas por meio de caderno de campo. Estes dados serão analisados frente ao referencial de Educação Matemática Inclusiva, Aprendizagem.

Palavras-chave: Educação Inclusiva, Computação, Aprendizagem, Desenho Universal.

Durante a graduação em Licenciatura em matemática na Universidade Federal do Rio Grande Do Sul (UFRGS) desenvolvi um certo interesse pelas causas da educação especial, acessibilidade e inclusão. Ao longo da graduação e do curso de mestrado, de onde originou-se este trabalho, escutei a pergunta “mas por que te interessa pesquisar nessa área?”, e assumo que por muito tempo também não sabia responder esse questionamento. Nesse contexto, identifiquei uma necessidade de trabalhar com alunos com Transtorno de Déficit de Atenção e

[1349] matheus.agliardi@hotmail.com

Hiperatividade (TDAH), que estão se tornando casos cada vez mais frequentes e pensar em estratégias para melhor atender cada um. Com isso, surgiram as respostas à primeira questão, a sensação de ser “diferente” e “fora de lugar” no grupo formado em sala de aula, o que me levou a pesquisar e compreender o processo de ensino daqueles que também se sentiam assim.

Com o caminhar de minha vida acadêmica tive a chance de ler textos que levantaram os questionamentos que mais tarde viriam a se tornar o projeto com o qual entrei no curso de Mestrado em Ensino de Matemática.

Segundo o Dicionário de Filosofia Abbagnano (2007), inclusão se refere à noção de “pertencer a”, “na lógica das classes, a relação de I. entre duas classes [...] subsiste quando todos os elementos da classe A pertencem também à classe P, mas não necessariamente o inverso” (ABBAGNANO, 2007, p. 549), logo, podemos pensar que todo/toda aluno/aluna tem a chance de pertencer à escola, à turma e ao grupo de estudantes. No entanto nem sempre isto acontece, portanto não satisfazemos a relação de inclusão entre os alunos e a escola. Mesmo frequentando a escola, alguns/algumas estudantes ainda sofrem o que Faustino, *et al*. (2018) definem como microexclusão, caracterizada como momentos em que o sujeito se vê isolado ou diferente, como por exemplo, não poder ir ao banheiro sozinho/sozinha, ou por não ouvir a explicação dada pelo professor/professora.

De forma a justificar este trabalho compartilhamos aqui o questionamento de Figueiras *et al.* (2016, p. 16, tradução nossa) “não parece haver nenhuma necessidade de justificar uma educação inclusiva. Isso parece por si só uma coisa atrativa a se fazer. A questão é somente como fazer isso.”, ou seja, como fazer uma educação inclusiva? Uma educação que seja de fato inclusiva?

Nesta pesquisa utilizamos o desenho universal, objetivando a possibilidade do trabalho simultâneo, das discussões e percepções das diferenças, e também para promover reflexões de cunho social, para que esse olhar inclusivo seja parte do cotidiano de cada um, através de atividades em sala de aula em grupos de habilidades mistas, que focaram nas relações entre os próprios alunos.

Situamos nossa pesquisa buscando responder a seguinte pergunta: quais contribuições para aprendizagem surgem em uma atividade com grupos de habilidades mistas dos anos finais do ensino fundamental em situação de computação desplugada? A fim de responder essa questão, traçamos o seguinte objetivo: investigar como as relações entre estudantes durante as atividades realizadas em grupos de habilidades mistas podem contribuir para os processos de aprendizagem de todos os estudantes, de modo que o respeito pelas diferenças faça os discentes com deficiência se sentirem pertencentes ao coletivo de estudantes, assim como seus colegas os entenderem pertencentes a este, sendo o cerne desta pesquisa.

Entendemos por grupos de habilidades mistas aqueles compostos por alunos de diferentes níveis de habilidade, que poderão vir a contribuir para o desenvolvimento de outros estudantes através da troca de experiências nos processos de negociação, explicação e percepção. (FIGUEIRAS; HEALY; SKOVSMOSE, 2016; LINCHEVSKI; KUTSCHER, 1998)

> Ao entender as diferenças como parte constituinte do ser humano, valorizando-as, ao invés de usá-las para discriminar ou inferiorizar o sujeito, o professor muda o foco do seu trabalho, das limitações para as possibilidades de cada um e de todos os alunos. Seu trabalho não nega as especificidades dos estudantes, porém parte do princípio de que cada um é único, mas que todos podem e devem aprender Matemática. (KRANZ, 2014, p. 90–91)

Ao aceitar as diferenças entre todos, quebrando a ideia de uma normalização, ou padronização dos estudantes, permitimos a cada um dos discentes estarem ali inclusos da maneira que eles são. Em meio a isso, diferentes perspectivas, experiências e aprendizagens podem surgir. Logo, também objetiva-se compreender como a relação entre os alunos inclusos em sala de aula pode contribuir para a aprendizagem de cada um, especificamente em relação às aprendizagens matemáticas.

Segundo Papert (1993, p. 91) "não é usar a regra que resolve o problema, é pensar sobre o problema que promove a aprendizagem" e os momentos de discussão e dúvidas durante e após a realização das atividades são oportunidades de se pensar sobre. Ainda sobre a aprendizagem e a "arte de aprender", Papert (1993) destaca a importância de discutir o que se passa na mente em relação aquilo que o aluno sabe e que o aprendeu.

Ao questionar os fracassos vividos por aqueles que "não aprendem" pelas estratégias de ensino da Escola, Papert (1993, p. 96) cita que "no discurso da Escola, a ideia de motivação desempenha um papel fundamental: 'se as crianças não aprendem, elas devem estar desmotivadas; então, vamos procurar formas de motivá-las'". O aprendizado não ocorre necessariamente quando se ensina, mas que é necessário a vivência e conexões com as entidades mentais já existentes, na qual "cultivamos" os conceitos para uma aprendizagem formal e uma estratégia para possibilitar uma aprendizagem, melhorando então as conexões do ambiente de aprendizagem, não de forma individual, mas por meio de opções por culturas.

Junto a isso trazemos o paradoxo proposto por Papert sobre o que queremos e como fazemos para que as crianças aprendam:

> Em geral, considera-se uma boa prática instruir as pessoas em suas atividades ocupacionais. Ora, as ocupações das crianças são aprender, pensar, brincar e similares. No entanto, não lhes dizemos nada sobre tais coisas. Ao contrário, falamos a elas sobre números, gramática e a Revolução Francesa, de algum modo esperando que, a partir dessa confusão, todas as coisas realmente importantes venham à tona por si só. Às vezes elas surgem, porém o complexo alienação-evasão-escolar-drogas certamente não é menos comum... Permanece o paradoxo: por que não lhes ensinamos a pensar, a aprender, a brincar? (PAPERT, 1993, p. 89-90)

Logo propomos esta pesquisa não com a “normalização” dos alunos, mas sim com a valorização das diferenças e experiências como forma de promover aprendizagens ricas em grupos de habilidades mistas por meio de atividades de computação desplugada como atividades de aprender, pensar e brincar, juntando as diferentes culturas, percepções, capacidades e promovendo discussões que possibilitem reflexões e processos de aprendizagem.

Dessa forma, a seguinte pesquisa se propõe a explorar atividades de computação desplugada que podem contribuir para o estudo das ciências da computação, assim como as implicações desse estudo com a aprendizagem de matemática. As atividades utilizadas nessa pesquisa surgiram de adaptações das atividades 11, 12 e 13 do site Computação Desplugada (BELL; IAN; MIKE, 2011), sendo descritas na sessão seguinte.

Em relação a participação de todos os alunos, nos apoiamos sobre a pesquisa de Kranz (2014, p. 23) que busca “[...] investigar as possibilidades pedagógicas e importância dos jogos com regras, desenvolvidos, confeccionados e utilizados segundo os princípios do Desenho Universal. [...]” focando a Educação Matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Nessa perspectiva, os/as participantes da pesquisa foram professores/professoras e gestores/gestoras em uma escola municipal de Natal (RN) que realizaram encontros formativos, focando o ensino do 1º ao 4º ano do Ensino Fundamental. O estudo foi feito por meio de uma pesquisa-ação colaborativa e os encontros de formação realizados trataram sobre os temas:

> [...] das diferenças, da constituição da deficiência da Educação Inclusiva, da Educação Matemática Inclusiva, enfocando a importância da utilização dos jogos com regras para a aprendizagem matemática e para o desenvolvimento de todos os alunos. bem como a relevância dos princípios do Desenho Universal nesse processo (KRANZ, 2014, p. 27–28)

Segundo Kranz (2014) o Desenho Universal é uma das alternativas para que os alunos aprendam e trabalhem juntos, nesta pesquisa utilizamos dessas ideias para que os próprios alunos fossem provocados pela ideia do DU, as atividades elaboradas para esta pesquisa trazem questionamento sobre a acessibilidade dos materiais produzidos nas sessões, como por exemplo, se as edificações do colégio são acessíveis e além disso, se as instruções produzidas por cada aluno podem ser interpretadas e seguidas por qualquer outro.

Esta pesquisa foi desenvolvida com caráter qualitativo, já que buscamos compreender os processos e não um resultado final (BOGDAN; BIKLEN, 1994), sendo a intenção não a de coletar dados de um grande número de sujeitos, mas sim de discutir os processos envolvidos nas aprendizagens matemáticas de alunos em turmas de inclusão a fim de responder à pergunta diretriz.

O estudo foi realizado em colaboração com o Colégio Adventista de Osório, e o pesquisador foi um dos professores de matemática dos anos finais do ensino fundamental; os participantes do estudo foram alunos voluntários dos últimos anos do ensino fundamental, com exceção, de dois alunos específicos do 4º ano, João, e do 5º ano, Paulo. Essa coorte de alunos inclui alunos inclusivos, o que auxiliou nas respostas às questões norteadoras deste estudo, resultando em um grupo de habilidades mistas composta por alunos de diferentes classes, idades, habilidades e capacidades.

A produção de dados foi feita por meio de anotações em caderno de campo e gravações de áudio e vídeo nas sessões, autorizadas pelos responsáveis dos participantes. Foram três encontros no turno da tarde, período de contraturno dos estudantes, realizados nas salas de aula do próprio colégio, mediadas pelo professor-pesquisador, sendo cada uma das sessões com a realizada com aplicação de uma das atividades listadas abaixo. Cada sessão teve duração, em média, de uma hora.

A produção dos dados é feita por meio de anotações no caderno de campo e gravações de áudio e vídeo da reunião. Foram três sessões no turno da tarde, contra turno dos alunos, na própria escola, mediadas pelo professor-pesquisador, onde cada sessão realizou uma das seguintes atividades, com duração média de uma hora.

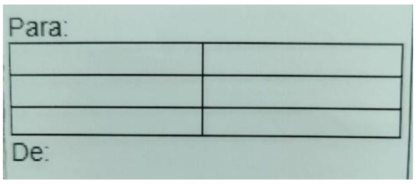
Atividade 1 – caça ao tesouro: nesta atividade propomos aos alunos uma caça ao tesouro, utilizando pontos de referência no espaço do colégio. Em cada um desses pontos houve uma opção: pegar a rota A ou B, nas quais era possível escolher somente uma das rotas por vez. Cada uma delas levava a um outro ponto de referência, como A - Ginásio e B - Laboratório. O primeiro ponto de referência foi a sala dos professores, onde os alunos tiveram de encontrar a primeira pista com as opções de rotas. Para montar um mapa até o baú, os alunos tiveram que criar instruções de como chegar até ele utilizando as rotas escolhidas, como por exemplo, AABAABA, sinalizando que a primeira rota escolhida foi a A, a segunda A, a terceira B e assim por diante.

Atividade 2 – desenhe o meu desenho: na segunda atividade, utilizamos um geoplano para construir desenhos de bandeiras piratas. Cada um dos colegas montou um desenho e elaborou instruções de como remontar este desenho. As instruções foram trocadas e cada um dos alunos teve que montar a bandeira de um colega de acordo com as instruções, que deveriam ser acessíveis a todos os alunos da turma, de forma que todos pudessem participar, independente de qual colega eram suas instruções

Atividade 3 – o que eu disse? Na última atividade proposta, o objetivo foi montar uma comunicação entre dois alunos, mas com alguns obstáculos: entre cada mensagem enviada existia um mensageiro, que repassava ou não a mensagem ao outro colega seguindo algumas instruções, contidas em uma carta de ação, podendo ser "entregue esta mensagem agora", "entregue esta mensagem depois da próxima", e "não entregue esta mensagem". As mensagens eram uma sequência de números enviadas por meio de cartas, as quais possuíam os espaços "De:" para identificação do remetente, "Para:" preenchido com o nome do destinatário, e seis retângulos em branco para preenchimento dos algarismos do número a ser enviado. Nesta atividade foi necessário que os colegas formulassem estratégias de comunicação, para que todos os alunos em sala de aula pudessem participar da atividade e compreender as regras estabelecidas pelo grupo, afim de enviar e receptar a mensagem com sucesso.

Figura 1

Carta de mensagem (acervo do pesquisador, 2021)



Após explicar o funcionamento da atividade a sala foi dividida em três grupos, dois com cinco alunos de cada lado da sala, com as mesas viradas para a parede mais próxima e de costas para o outro grupo de colegas, separando os remetentes e destinatários. Os remetentes tinham que enviar o número definido pelo professor pesquisador e os destinatários eram responsáveis por montar o número com as informações recebidas. Cada remetente tinha uma dupla, sendo essa o colega do lado oposto da sala.

Entre os dois grupos, circulavam os participantes do terceiro grupo: os mensageiros. Estes tinham por tarefa recolher as cartas (Figura 1) preenchidas pelos remetentes uma a uma, retirar uma carta de ação e executá-la. Caso a ação fosse de "entregue esta mensagem agora" a carta era entregue ao destinatário. Mediante à retirada da carta de ação "entregue esta mensagem depois da próxima" a carta ficava separada até que uma nova carta fosse enviada àquele destinatário, então eram entregues em sequência. No último caso, "não entregue esta mensagem”, a mensagem não era entregue ao destinatário. A quantidade de cartas de ações representava o que podemos considerar uma “conexão estável” com 20% de “não entregue” e 30% de “entregue depois da próxima”.

Os dados a seguir são recortes das transcrições dos vídeos e áudios do terceiro dia de atividades. Os nomes utilizados são fictícios, de modo a manter o anonimato dos alunos participantes.

PROFESSOR- Esse aqui é o número – 0212202121 [entregue em um papel aos remetentes]

PROFESSOR- Um dígito por quadradinho.

ANA- Mas como é que eles vão saber que ordem se lê, de um lado pro outro ou de baixo pra cima?

PROFESSOR- É isso aí que tu tem que resolver.

ANA- Mas a gente pode falar com ele?

PROFESSOR- Ainda não. O que que vocês têm que fazer, vocês têm que fazer com que o outro lado entenda a mensagem. Lembrando que aqui no meio, essas duas vão perder as mensagens de vocês, então vocês têm que estar preparados para isso.

Logo na primeira rodada uma das alunas identificou um problema fundamental para o sucesso da comunicação que pretendíamos estabelecer, que era a ordem de leitura. Como destaca Ana em “Mas como é que eles vão saber que ordem se lê, de um lado pro outro ou de baixo pra cima?”, sendo esse um dos objetivos da atividade, iniciamos a rodada sem dialogar em como solucionar esse problema, para destacar aos demais alunos a importância de regras comuns para uma comunicação efetiva. Nem sempre o como pensamos é semelhante ao outro, essa problemática destaca a necessidade de se colocar no lugar do outro e deduzir os possíveis caminhos tomados, e de certa forma, a necessidade de empatia.

Outro motivo de deixar que a rodada prosseguisse sem resolver a questão, é como Papert (1993) destaca sobre o uso da computação, um *feedback* instantâneo leva a tentativas de resolução do problema encontrado.

No próximo excerto, trago um novo problema que só foi notado ao fim da rodada: as mensagens enviadas nem sempre eram entregues da forma esperada.

PROFESSOR- Façam do jeito que vocês entenderam. Por enquanto, não tem nada combinado entre a gente, então não tem nada errado, tem que ser como vocês entenderam.

PROFESSOR- Pronto? Pessoal daqui [remetentes] já mandou todas as cartinhas? E aqui [destinatários] já conseguiram montar todo o número?

PROFESSOR- Um número de quantos dígitos vocês mandaram?

ANA- 10

PROFESSOR- Vocês [destinatários] receberam 10 dígitos aí?

MARCOS- 10 dígitos? Não, não...

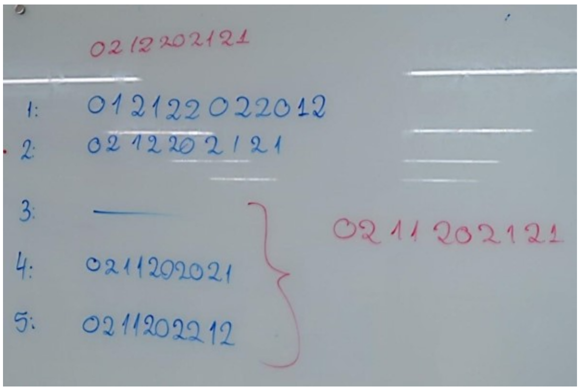
FERNANDO- Não recebi nenhum.

PROFESSOR- Tu não recebeu nada? O Fernando não recebeu nada ainda.

[As mensageiras comunicaram que não era pra entregar nenhuma das mensagens enviadas a ele, devido as cartas de ações]

Figura 2

Números da primeira rodada (acervo do pesquisador, 2021)



Ao fim da primeira rodada, não só surgiram problemas com a ordem dos números montados, como a falta de mensagens entregues aos destinatários, mesmo tendo ciência de que haviam cartas de ações no meio do caminho, as quais poderiam embaralhar ou não entregar a mensagem enviada. Ao exibir os números montados, os alunos demonstraram surpresa nas diferenças entre os números recebidos e os números enviados (Figura 2, em vermelho os números enviados e em azul os números recebidos).

PROFESSOR- [...] Qual que é o problema no meio do caminho? Essas duas [mensageiras] aqui embaralhando as mensagens de vocês. Podem brigar com elas depois. Agora, vamos ver o que aconteceu de problema.

ANA- Elas.

PROFESSOR- Tá, mas elas vão continuar ali no próximo. Mas por que elas atrapalharam vocês?

ANA- Por causa das cartinhas.

PROFESSOR- Tá, tudo bem ...

TIAGO- A ordem foi errada.

PROFESSOR- A ordem foi errada. O que mais que aconteceu?

Remetentes- Não enviou.

PROFESSOR- Não enviou. E o YAN só descobriu que não enviou, quando?

MARCOS- Quando terminou.

PROFESSOR- Ele não percebeu que não entregou. Se a gente pensasse na história do pombo-correio, quando que ele ia saber que o pombo não enviou a mensagem?

MARCOS- Quando o pombo voltasse.

PROFESSOR- Quando ele fosse lá visitar o cara.

ANA- E se enviou duas ou três, e se não foi na ordem certa?

PROFESSOR- Isso é um problema, certo?

ANA- Eu posso ler a mensagem que elas [mensageiras] tiraram na hora de entregar a minha mensagem?

PROFESSOR- Não. Então, lembrem-se do que vocês falaram: "foi embaralhado, não sei se chegou" e teve mais algum problema? Foram esses dois, né? Então, agora eu quero que vocês decidam como que vocês vão fazer pra que isso não aconteça de novo.

CLARA- A gente pode botar flechas indicando a ordem dos números e numerar os cartões na ordem certa.

Os alunos conseguiram identificar dois problemas para que a mensagem chegasse de forma satisfatória: que todas as mensagens cheguem e que a ordem é importante, como destacam Tiago em "A ordem foi errada." e Ana "E se enviou duas ou três, e se não foi na ordem certa?". Uma solução para esse problema começou a surgir, quando Clara comenta "A gente pode botar flechas indicando a ordem dos números e numerar os cartões na ordem certa.", o caminho escolhido era promissor, mas o fato de cada espaço poder ser preenchido com somente um símbolo não foi resolvido para que essa estratégia já entrasse em prática. O primeiro passo foi o de combinar como seria feita a leitura da carta: da esquerda para a direita, descendo uma linha.

Após isso, os alunos decidiram fazer mais uma rodada para testar a regra, invertendo os remetentes com os destinatários. Cada proposta de solução era testada em uma nova rodada por vontade dos próprios alunos, afim de avaliar se as suas estratégias poderiam ser interpretadas como um ato de "debugging", ou seja, identificar os problemas, ou "bugs", e debater sobre como solucionar.

Ademais, a atividade foi levada na forma de uma brincadeira, na qual os grupos separados têm de cooperar para chegar ao objetivo estabelecido, com diferentes pontos de vista, sendo o processo repetitivo de testagem, de certa forma, divertido. Quem manda e quem recebe, têm de elaborar em conjunto uma solução, desenvolvendo-a com o grupo todo em perspectiva, independente das capacidades, habilidades e conhecimentos de cada um.

A atividade descrita teve duração total de uma hora e trinta minutos, podendo ser replicada em duas horas-aula. Já que não apresentou necessidade de conhecimentos e habilidades matemáticas específicas, permitiu com que todos participassem juntos, mesmo estando em etapas diferentes de educação

Referências

Abbagnano, N. Dicionário De Filosofia. 5 Ed. São Paulo: Martins Fontes, 2007.

Bell, T.; Ian, H. W.; Mike, F. Computação Desplugada. Tradução: Luciano Barretos. 2011.

Bogdan, R.; Biklen, S. Características Da Investigação Qualitativa. In: Bogdan, R.; Biklen, S Investigação Qualitativa Em Educação: Uma Introdução À Teoria E Aos Métodos. Porto Editora, 1994.

Faustino, A. C. Et Al. Macroinclusão E Microexclusão No Contexto Educacional. Revista Eletrônica De Educação, V. 12, N. 3, P. 898–911, 2018.

Figueiras, L.; Healy, L.; Skovsmose, O. Difference, Inclusion And Mathematics Education: Launching A Research Agenda. Jornal Internacional De Estudos Em Educação Matemática, P. 21, 2016.

Kranz, C. R. Os Jogos Com Regras Na Perspectiva Do Desenho Universal: Contribuições À Educação Matemática Inclusiva. Tese (Doutorado Em Educação) - Universidade Federal Do Rio Grande Do Norte, Rio Grande Do Norte, 2014

Linchevski, L.; Kutscher, B. Tell Me With Whom You're Learning, And I'll Tell You How Much You've Learned: Mixed-Ability Versus Same-Ability Grouping In Mathematics. Journal For Research In Mathematics Education, V. 29, N. 5, P. 533–554, 1998.

Ideias-base de função afim no ensino de matemática em uma turma de oitavo ano com estudantes autistas

Affine function base ideas in the teaching of mathematics in eighth grade class with autistic students

Ideas-base de función afín en la enseñanza de las matemáticas en uma classe de octavo grado com alumnos e autistas

Adriana Schawabe Reis Lepreda[1350]
Universidade Estadual do Oeste do Paraná
0000-0002-3379-0796

Clélia Maria Ignatius Nogueira[1351]
Universidade Estadual do Oeste do Paraná
0000-0003-0200-2061

Reinaldo Feio Lima[1352]
Universidade Federal do Pará
0000-0002-8901-2029

Modalidade: Comunicação oral
Núcleo Temático: Educação Matemática e Inclusão

Resumo

O propósito da Educação Inclusiva é oferecer oportunidades para que todos os estudantes aprendam juntos, sem discriminação. Mas, não basta somente possibilitar que os alunos estejam em uma mesma sala de aula. Inclusão é proporcionar a todo e qualquer aluno o acesso ao conhecimento historicamente construído pelo homem. Considerando essa perspectiva e o processo de ensino e de aprendizagem de alunos autistas, emergiu a proposta de investigação, cujo objetivo é identificar quais ideias-base são mobilizadas pelos alunos de uma turma de 8º ano, durante a implementação de uma sequência de situações-problema do Campo Conceitual Multiplicativo, a partir da seguinte questão norteadora: que possibilidades e dificuldades a implementação apresenta para a identificação e consolidação das ideias-base nesses estudantes de 8º ano, na qual estudam dois alunos autistas? Na revisão bibliográfica realizada para a sustentação da pesquisa, identificou-se que há carências de estudos teóricos e práticos em relação a este tema e a resposta à questão norteadora da investigação contribuirá para a prática docente, especialmente na mediação do acesso ao conhecimento a respeito de função afim de estudantes autistas em situação de inclusão e não autistas. Para tal, desenvolve-se a pesquisa de cunho qualitativo e investigativo, que se sustenta, metodologicamente, na Teoria dos Campos Conceituais, de Gérard Vergnaud. Considerando sequências de situações-problemas já

[1350] adrilepreda@gmail.com
[1351] voclelia@gmail.com
[1352] senafeio96@gmail.com

desenvolvidas e implementadas, a proposta foi elaborar uma que legitime as diferenças dos estudantes autistas, objetivando a mobilização de ideias-base de função afim por todos os alunos de uma turma inclusiva.

Palavras-chave: Autismo, Educação Matemática, Inclusão, Função Afim.

Abstract

The purpose of Inclusive Education is to provide opportunities for all students to learn together without discrimination. However, it is not enough just to allow students to be in the same classroom. Inclusion is allowing each and every student access to knowledge historically constructed by man. In the literature review carried out to support the research, it was identified that there is a lack of theoretical and practical studies in relation to this topic and the answer to the guiding question of the investigation will contribute to the teaching practice, especially in the mediation of access to knowledge about related function of autistic and non-autistic students in a situation of inclusion. Considering this perspective and the teaching and learning process of autistic students, the research proposal emerged, whose objective is to identify which basic ideas are mobilized by one class of 8^{th} grade students, during the implementation of a sequence of problems of the Multiplicative Conceptual Field, based on the following guiding question: What possibilities and difficulties does the implementation represent for the identification and consolidation of the basic ideas in these 8th grade students, in which two autistic students study? To this end, a qualitative and investigative research is developed, which is methodologically supported by the Theory of Conceptual Fields, by Gérard Vergnaud. Considering sequences of problem-situations already developed and implemented, the proposal was to elaborate one that legitimizes the differences of autistic students, aiming at the mobilization of basic ideas of related function by all students of an inclusive class.
Keywords: Autism, Mathematics Education, Inclusion, Affine Function.

Resumen

El propósito de la Educación Inclusiva es ofrecer oportunidades para que todos los estudiantes aprendan juntos sin discriminación. Sin embargo, no es suficiente que los estudiantes estén en el mismo salón de clases. La inclusión es facilitar a todos y cada uno de los estudiantes el acceso al conocimiento construido históricamente por el hombre. En la revisión bibliográfica realizada para sustentar la investigación, se identificó que faltan estudios teóricos y prácticos en relación con este tema y la respuesta a la pregunta rectora de la investigación contribuirá a la práctica docente, especialmente en la mediación de acceso al conocimiento sobre la función por estudiantes autistas y no autistas en situación de inclusión. Considerando esta perspectiva y el proceso de enseñanza y aprendizaje de los estudiantes autistas, surgió la propuesta de investigación, cuyo objetivo es identificar qué ideas básicas son movilizadas por los estudiantes de una clase de 8° grado, durante la implementación de una secuencia de situaciones problema del Campo Conceptual Multiplicativo, a partir de la siguiente pregunta orientadora: ¿Qué posibilidades y dificultades presenta la implementación para la identificación y consolidación de las ideas básicas en estos alumnos de 8º grado, en el que estudian dos alumnos autistas? Para ello, se desarrolla una investigación cualitativa e investigativa, que se apoya metodológicamente en la Teoría de los Campos Conceptuales, de Gérard Vergnaud. Considerando secuencias de situaciones-problema ya desarrolladas e implementadas, la propuesta fue elaborar una que legitime las diferencias de los alumnos autistas, visando la movilización de ideas básicas de función por todos los alumnos de una clase inclusiva.

Palabras clave: Autismo, Educación Matemática, Inclusión, Función Afín.

Introdução

Este trabalho é um recorte de uma pesquisa de mestrado ainda em desenvolvimento. Os sujeitos foco do trabalho são estudantes autistas. A justificativa em pesquisar sobre educação para autistas surgiu de inquietações provocadas pela experiência profissional da primeira autora como professora da Educação Básica e da necessidade de compreender como esses indivíduos aprendem, mais necessariamente, como levar esses indivíduos a construírem conceitos matemáticos abstratos e, também, da carência de estudos nessa área.

A pesquisa desenvolve-se na perspectiva da Educação Matemática Inclusiva. A utilização do termo "Educação Inclusiva" não deve ser confundida com "Educação Especial", pois, a Educação Especial é uma modalidade de ensino em que, quase sempre, "[...] a baixa expectativa pedagógica em relação aos educandos especiais é naturalizada, principalmente pelo próprio educando" (NOGUEIRA, 2019, n.p.). Já a Educação Inclusiva é uma política educacional em que a baixa expectativa em relação a qualquer educando, apoiado ou não pela Educação Especial, deve ser superada, pois todo indivíduo aprende, cada um no seu tempo e ritmo.

Para Mantoan (2015), a escola se democratizou e se abriu para novos grupos sociais, mas, no que se refere aos conhecimentos trazidos por esses grupos à sala de aula, não fez o mesmo. A escola ainda exclui "[...] os que ignoram o conhecimento que ela valoriza e, assim, entende que a democratização é massificação de ensino, barrando a possibilidade de diálogo entre diferentes lugares epistemológicos" (MANTOAN, 2015, p. 23). A inclusão desafia a escola a repensar o ensino e a aprendizagem. Na perspectiva inclusiva a escola é de todos e para todos, assim como o direito à educação de boa qualidade. E, desta maneira, faz-se necessário compreender o Transtorno do Espectro Autista para intervir de forma adequada e proporcionar o pleno desenvolvimento do aluno nesse espectro.

A palavra 'desenvolvimento' é utilizada neste trabalho com o mesmo sentido atribuído por Vergnaud (2003, p. 22), segundo o qual o processo cognitivo não é só "[...] aquele que organiza as atividades e o seu funcionamento em situação, isto é, a conduta, a percepção, a representação e as competências, mas também o desenvolvimento das formas inteligentes de organização da atividade". Ou seja, desenvolvimento pode significar progresso ou avanço. Já a palavra 'apreensão' tem aqui o significado de compreensão, entendimento ou assimilação.

Como relevância, este estudo, por meio da revisão bibliográfica e corroborado por Lucena (2021), identificou que há carências de estudos teóricos e práticos em relação ao tema em questão e a resposta ao problema de investigação pretende contribuir para a prática docente, especialmente na mediação do acesso ao conhecimento a respeito de função afim para alunos neurotípicos[1353] e autistas em situação de inclusão. Para isso, o trabalho busca resposta para a seguinte pergunta de investigação: "[...] que possibilidades e dificuldades a implementação, em uma perspectiva inclusiva, de uma sequência de situações-problema envolvendo ideias-base de função afim apresentam para a identificação e consolidação dessas ideias em estudantes de uma turma do 8º ano, na qual estudam dois alunos autistas?".

O delineamento apresentado, justifica-se como ponto de partida para identificar que ideias-base de função são mobilizadas por estudantes de uma turma de 8° ano, dentre os quais, dois autistas, na implementação de uma sequência de situações-problema de estruturas multiplicativas. A partir desse objetivo geral e da Teoria dos Campos Conceituais (teoria que fundamenta a pesquisa), há outros dois objetivos que se deseja atingir, são eles: Identificar se os alunos já possuem as ideias-base consolidadas para a formalização do conceito de função afim e; identificar se as atividades elaboradas, pensando nos estudantes autistas, colaboram para a consolidação das ideias-base por todos os estudantes.

Transtorno do Espectro Autista e Educação Inclusiva

O Transtorno do Espectro Autista, ou simplesmente autismo, foi caracterizado em meados do século XX e conta com uma história cheia de suposições, dúvidas e contestações. No entanto, uma coisa permaneceu praticamente inalterada ao longo das décadas, a mesma, diz respeito às características apresentadas pelos indivíduos autistas. Essas características estão relacionadas a interação social, a comunicação e ao comportamento (SILVA, GAIATTO, REVELES, 2012; DOVAN, ZUCKER, 2017; ORRÚ, 2019; ROMERO, 2018). Todavia, o autista é exclusivo enquanto indivíduo e, embora possua características peculiares referentes à sua condição, "[...] suas manifestações comportamentais diferenciam-se segundo seu nível linguístico e simbólico,

[1353] A expressão 'neurotípico' surgiu juntamente com as expressões 'neurodivergente' e 'neurodiversidade'. O termo 'neurodiversidade' foi utilizado pela primeira vez pela socióloga Judy Singer no final da década de 1990 e, se refere às variações naturais que existem em cada cérebro humano (ABREU, 2022). Segundo a socióloga, o termo é mais político do que científico e visa o reconhecimento e a garantia de direitos. Portanto, neurotípico é todo indivíduo que apresenta características comportamentais e de socialização e comunicação dentro dos padrões esperados socialmente.

quociente intelectual, temperamento, acentuação sintomática, histórico de vida, ambiente, condições clínicas, assim como todos nós" (ORRÚ, 2012, p. 30).

Segundo Orrú (2019), a utilização do termo Transtorno do Espectro Autista (TEA) é recente e foi empregado em virtude de o autismo ser um transtorno que representa uma ampla categoria, ou seja, o uso da palavra espectro é em virtude de um conjunto de características que, frequentemente, variam de indivíduo para indivíduo. Essas características estão relacionadas a incapacidade ou dificuldade em estabelecer relações com outras pessoas, atrasos ou alterações na aquisição e no uso da linguagem, tendência a atividades ritualizadas, dificuldades para mudar a rotina e comportamentos estereotipados e incomuns. Esses atributos geralmente causam prejuízos para o indivíduo autista. Os comportamentos ou interesses restritos e repetitivos e a sensibilidade de um ou mais dos cinco sentidos também podem trazer prejuízos, pois impedem que o autista participe positivamente com o meio a sua volta. Outra característica comum, que aparece até mesmo em autistas sem déficit cognitivo, é a literalidade, isto é, prevalece a compreensão literal das palavras, o que gera dificuldades em compreender metáforas e ironias. É comum, também, a dificuldade com a linguagem abstrata e com instruções complexas. O que pode parecer algo simples, para o indivíduo autista pode ser complicado e desorientador (ROMERO, 2018; ORRÚ, 2012).

Todas essas particularidades fazem de cada indivíduo autista um ser único, como todos os outros indivíduos. E, na perspectiva da Educação Inclusiva, o professor deve estar disposto a conhecer cada um de seus alunos, deve estar motivado a conhecer as características e dificuldades, as diferenças e limites de cada um, pois quando se fala de inclusão, "[...] o que nos interessa são as diferenças, o respeito a elas. A **indiferença às diferenças**[1354] transforma-as em dificuldades de aprendizagem" (NOGUEIRA, 2019, n.p.). A diferenciação e o reconhecimento das características e limites dos alunos não são, jamais, para classificá-los, mas para proporcionar ao professor subsídios para a elaboração de seu planejamento, buscando as melhores estratégias metodológicas.

Na concepção da Educação Inclusiva, as singularidades apresentadas por cada aluno, autista ou não, não devem ser, de maneira alguma, usadas como critérios para segregar ou excluir. Pelo contrário, podem servir de instrumento balizador para que o professor, no olhar às diferenças, planeje ações didáticas diversificadas e que contribuam para a construção do conhecimento de todos os seus alunos.

[1354] Grifos da autora.

Fundamentação teórica

A teoria que dá suporte teórico para a elaboração do instrumento de produção de dados da pesquisa é a Teoria dos Campos Conceituais (TCC). Essa teoria foi desenvolvida pelo pesquisador francês Gérard Vergnaud, que a define da seguinte maneira: "[...] uma teoria cognitivista que visa fornecer um quadro coerente e alguns princípios de base para o estudo do desenvolvimento e da aprendizagem de competências complexas, notadamente das que relevam das ciências e das técnicas" (VERGNAUD, 1996, p. 155).

A Teoria dos Campos Conceituais, desenvolvida por Gerárd Vergnaud, está fundamentada na concepção de 'redes de conceitos'. Para Vergnaud, conhecimento é adaptação. O aprender é um processo complexo, que se desenvolve ao longo de toda a vida do indivíduo (VERGNAUD, 2009). Vergnaud sistematizou esse processo na teoria de campo conceitual, em que um conceito envolve um conjunto de situações que lhe dão significado e o processo cognitivo se dá por meio da formação de conceitos, os quais não funcionam isoladamente, mas estão em relação uns com ou outros, formando uma ampla rede (VERGNAUD, 2009; VERGNAUD, 2017). "A TCC se interessa pela análise das operações de pensamento porque esse é o centro da conceitualização. Mas, é necessário que essas diversas operações de pensamento estejam presentes nos problemas que os alunos encontram" (VERGNAUD, 2017, p. 20).

A TCC está centrada no aluno e em sua ação, ou seja, o aluno é o protagonista dos processos de ensino e de aprendizagem, porém, nesse processo, o professor tem o importante papel de mediador, ele também está no centro do processo educativo (VERGNAUD, 2017). Para o autor, o aluno percorre boa parte do caminho, mas não aprende sozinho, é o professor quem seleciona, elabora e propõe situações-problema incentivadoras, é quem instiga a interação aluno-situação e alunos-alunos.

Nas palavras de Vergnaud (2017, p. 34), o principal benefício da TCC para a educação "[...] é a informação aos docentes sobre o processo dos alunos, que serão orientados pelos erros que eles cometem. Estes erros correspondem às hipóteses incompletas que os alunos percorrem numa aprendizagem".

Abordagem metodológica

O presente recorte conduziu-se numa abordagem qualitativa, desenhada em pesquisa tipo descritiva e concebida durante as aulas de uma turma inclusiva, para compreensão da temática definida, em seu contexto prático, ou seja, na própria sala de aula, para "proporcionar uma nova visão do problema" (GIL, 2008, p. 42). A perspectiva de explorar a temática "tem como principal finalidade, desenvolver, esclarecer e modificar conceitos e ideias, tendo em vista a formulação de problemas mais precisos ou hipóteses pesquisáveis para estudos posteriores" (GIL, 2008, p. 27).

Assim, o delineamento metodológico que dá suporte para a elaboração, produção e análise dos dados está ancorada na Teoria dos Campos Conceituais (TCC), considerando os trabalhos desenvolvidos pelo GEPeDiMa[1355], com o intuito de contribuir para o estabelecimento do Campo Conceitual da Função Afim. Diante disso, construímos um instrumento de produção de dados constituído de uma sequência de oito situações-problema do Campo Conceitual Multiplicativo, fundamentado nas ideias-base de Função Afim, considerando algumas variáveis didáticas (redação de enunciados em frases curtas, sem utilização de pronomes e apoio visual, como diagramas, tabelas, fotos ou ilustrações) e as especificidades dos estudantes autistas, para investigar quais ideias-base de função são mobilizadas por estudantes de uma turma inclusiva de 8° ano do Ensino Fundamental, de uma escola da Rede Pública Estadual, do município de Cascavel – PR. Porém, primeiramente, realizou-se um estudo piloto. No estudo piloto foram implementadas situações semelhantes às que se pretende aplicar na pesquisa. A classe escolhida para o projeto piloto, da qual uma das pesquisadoras é professora de Matemática, foi uma turma de sétimo ano do ensino regular, com um estudante autista.

As situações-problemas foram realizadas em duplas ou trios, nos respaldando em pesquisas, como a de Lorencini (2019), que demonstra que esse tipo de procedimento metodológico favorece a troca de ideias e promove o respeito às diferenças e na pesquisa de Morás (em construção), que busca construir enunciados de problemas para estudantes surdos e ouvintes, em um mesmo espaço escolar, considerando variáveis didáticas que legitimem as diferenças dos estudantes surdos, pois as variáveis são compreendidas "como ferramentas essenciais das práticas matemáticas, ou seja, como ferramentas que vão possibilitar os estudantes acessarem o conhecimento" (MORÁS; NOGUEIRA; FARIAS, 2021, p. 7). Como o aspecto visual é determinante, tanto para surdos, quanto para autistas, os estudos preliminares de Morás contribuíram com a presente investigação.

As situações-problema a serem aplicadas foram adaptadas a partir de trabalhos desenvolvidos no âmbito do GEPeDiMA. O trabalho dissertativo de Pavan (2010) e o

[1355] Grupo de Estudos e Pesquisas em Didática da Matemática. Endereço da página do GEPeDiMa: https://prpgem.wixsite.com/gepedima.

instrumento da tese de Silva (2021) abordaram o mesmo assunto, ideias-base do Campo Conceitual da Função Afim, porém, aplicaram para turmas do atual quinto ano do Ensino Fundamental. Estas pesquisas construíram instrumentos para a produção de dados constituídos por sequências de situações-problema que possibilitam a mobilização das ideias-base de função afim. O diferencial do presente trabalho é o nível/idade escolar e a perspectiva inclusiva com foco no autismo.

Outra pesquisa que destacamos é a de Calado (2020), que investigou os conhecimentos (teoremas em ação) mobilizados por alunos de uma turma de nono ano do Ensino Fundamental relacionados a generalização. Os resultados dessa pesquisa apontam, juntamente com outras pesquisas, a generalização como a ideia que acarreta maior dificuldade para a compreensão do conceito de função. Portanto, a ideia de elaborar uma sequência de situações-problema do Campo Conceitual de Função, pensando nos estudantes autistas, tem como ponto de partida esses instrumentos já produzidos e testados.

O estudo piloto foi realizado em dezembro de 2021 e, assim como no instrumento de pesquisa de Pavan (2010), dividiu-se as oito situações-problema em blocos de atividades. Foram 4 blocos com 2 situações-problema cada um. Cada bloco tinha o objetivo de analisar uma ou duas das cinco ideias-base de função afim. No bloco 1, busca-se pela ideia base de ‘regularidade’. No bloco 2, o objetivo é analisar as ideias-base de ‘dependência’ e ‘variável’. Já o bloco 3, a finalidade era a ideia base de ‘correspondência’. E, por fim, no bloco 4 as ideias-base eram ‘variável’ e ‘generalização’. A ideia base de ‘generalização’ ficou para o último bloco devido às pesquisas demonstrarem que problemas relacionados ao processo de generalização são os mais difíceis para os alunos e os que mais apresentam conhecimentos errôneos e ou equivocados (CALADO, 2020).

Após a análise do estudo piloto, algumas situações-problema precisaram ser reelaboradas ou mesmo substituídas. Outra mudança ocorreu na organização das situações-problema, que não estão mais divididas em blocos e sim, dispostas em uma sequência única de problemas, numerados de 1 a 7[1356]. Essa mudança ocorreu em virtude que, durante as análises dos dados do estudo piloto, foram investigadas *quais* as ideias-base os alunos mobilizam na resolução de cada situação-problema, sem dar ênfase à uma ou outra, já que as ideias-base estão diretamente relacionadas entre si e, como nos aponta Silva (2021), uma situação permite a

[1356] Foram elaboradas oito situações-problema, no entanto, dois problemas foram numerados como “problema 1”, na qual os alunos tem a opção de escolherem qual resolver, já que são situações com estrutura semelhante e mesma classificação.

mobilização de mais de uma ideia-base, ou seja, permite analisar qual ou quais delas os alunos manifestam, independentemente da situação.

As situações do instrumento de pesquisa abordam problemas de Proporção Simples (um para muitos, partição e cota), Combinação (todo desconhecido e parte desconhecida), Comparação (com referido, referente e/ou relação desconhecida) e Produto Cartesiano (área). As situações propostas na presente investigação foram construídas, conforme já mencionado, baseadas nos instrumentos de Pavan (2010) e Silva (2021).

Planeja-se implementar a pesquisa no segundo semestre do ano letivo de 2022, para uma turma do ensino regular, na qual estudam dois estudantes autistas, do 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública da Rede Estadual Paranaense. Para a aplicação das situações-problema, a proposta é, como no estudo piloto, organizar os alunos em duplas (ou trios, se necessário) e posteriormente, realizar entrevistas com algumas duplas, dentre essas, as duplas com aluno autista. As duplas serão agrupadas de acordo com os esquemas utilizados na resolução e, depois, escolher-se-á uma dupla representativa de cada grupo para a entrevista.

A análise dos dados se dará à luz da Teoria dos Campos Conceituais, procurando identificar como os alunos autistas realizam a sequência de situações propostas, suas dificuldades e, principalmente, se mobilizam as ideias-base de função afim.

Resultados parciais

A partir das informações coletadas até o presente momento, é possível afirmar que o aluno autista necessita da intervenção/mediação do professor tanto quanto alunos neurotípicos (SOUSA, 2020) e, trabalhos em dupla ou grupo favorecem a troca de ideias entre os alunos e o seu desenvolvimento, tanto cognitivo quanto social (LORENCINI, 2019). Desta maneira, a hipótese de pesquisa é a de que a implementação de uma sequência de situações-problema, hierarquicamente organizada, aplicada de forma a promover o diálogo entre os alunos, pode contribuir para o desenvolvimento e apreensão das ideias-base de função afim, tanto por autistas quanto neurotípicos. Já para os docentes, os resultados da pesquisa podem fornecer subsídios para identificar as possibilidades e dificuldades de alunos autistas na aprendizagem do conceito e propriedades da função afim.

Considerações finais

Como dito anteriormente, são poucas as pesquisas desenvolvidas com alunos autistas, principalmente com autistas adolescentes. A pesquisa em andamento vem contribuir para a compreensão do processo de ensino e aprendizagem para esses estudantes, pois, a teoria e metodologia utilizadas, dão muita importância à ação do sujeito e à sua conduta.

De acordo com a Teoria dos Campos Conceituais, nem sempre a criança consegue representar gráfica e simbolicamente o que está raciocinando e assimilando. Isso requer um esforço tanto do professor (para identificar os esquemas e os invariantes operatórios utilizados pelos alunos), quanto da criança, para compreender suas representações mentais e suas operações de pensamento (MAGINA *et al*, 2008). As atividades em dupla ou em grupo favorecem a compreensão dessas representações através da socialização de raciocínios, esquemas e objetivos. Ou seja, os alunos não aprendem e se desenvolvem cognitiva e socialmente sozinhos e o professor tem o papel primordial em mediar e possibilitar situações que promovam o desenvolvimento do processo cognitivo.

Cabe mencionar que, os autistas, sujeitos colaboradores dessa pesquisa, têm bom desenvolvimento em âmbito escolar, embora não expressem suas necessidades e interesses. Quando são feitas perguntas de atividades práticas à turma, ao constatarem que ninguém responde, os alunos autistas respondem. De maneira geral, os dois são muito tímidos e, mesmo tendo dificuldades de compreensão e realização de algumas atividades, não solicitam ajuda, nem aos professores, sequer aos colegas.

Referências

Abreu, T. (2022). *O que é neurodiversidade?* [livro eletrônico] Goiânia: Cânone Editorial.

American Psychiatric Association. (2014). *Manual de Diagnóstico e Estatística das Perturbações Mentais: DSM-V*. Trad. Maria Inês Corrêa Nascimento et al. (5ª Ed.). Porto Alegre: Artmed, Recuperado de: http://www.niip.com.br/wp-content/uploads/2018/06/Manual-Diagnosico-e-Estatistico-de-Transtornos-Mentais-DSM-5-1-pdf.pdf

Calado, T. V. (2020). *Invariantes operatórios relacionados à generalização: uma investigação com estudantes do 9º ano a partir de situações que envolvem função afim*. [Dissertação de mestrado em Educação em Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual do Oeste do Paraná].

GIL, A. C. (2008). *Métodos e técnicas de pesquisa social.* 6. ed. São Paulo: Atlas.

Lorencini, P. B. M. (2019). *Possibilidades inclusivas do diálogo entre videntes e alunos com deficiência visual em uma sequência didática sobre Função Afim*. [Dissertação de mestrado em Educação em Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual do Oeste do Paraná].

Lucena, A. M. (2021). *O processo de ensino e aprendizagem de matemática para estudantes com transtorno do espectro autista: um estudo em anais de eventos.* [Trabalho de

Conclusão de Curso, Licenciatura em Matemática, Universidade Federal de Pernambuco].

Magina, S., Campos, T. M. M., Nunes, T., Gitirana, V. (2008). *Repensando Adição e Subtração – contribuições da Teoria dos Campos Conceituais.* 3 ed. São Paulo: Proem.

Mantoan, M. T. E. (2015). *Inclusão Escolar: o que é? Por quê? Como fazer?* 1ª reimpressão. São Paulo: Sammus.

Morás, N. A. B., Nogueira, C. M. I., & Farias, L. M. S. (2021). O acesso ao saber matemático para todos os estudantes: estudo da geração de tipos de tarefas estruturados em variáveis legitimantes de diferenças inclusivas. *In: Seminário Internacional De Pesquisa Em Educação Matemática*. Anais do VIII SIPEM: Educação Matemática, pandemia, pós-pandemia e a atualidade: implicações na pesquisa e nas práticas de ensinar e aprender. Uberlândia: SBEM.

Nogueira, C. M. I. (2019). Educação matemática e educação especial na perspectiva inclusiva: educação matemática inclusiva? In: *Encontro Nacional de Educação Matemática*, XIII ENEM, Cuiabá.

Orrú, S. E. (2012). *Autismo, linguagem e educação: interação social no cotidiano escolar*. Rio de Janeiro: Wak.

Pavan, L. R. (2010). *A mobilização das ideias básicas do conceito de função por crianças da 4ª série do Ensino Fundamental e Situações-problema de Estruturas Aditivas e/ou Multiplicativas*. [Dissertação de Mestrado em Educação para a Ciência e a Matemática, Universidade Estadual de Maringá, Maringá].

Silva, L. D.C. P. (2021). *As formas operatória e predicativa do conhecimento manifestadas por alunos do 5º ano mediante problemas de estrutura multiplicativa: uma investigação das ideias base de função*. [Tese de doutorado em Educação em Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual do Oeste do Paraná. Cascavel]

Silva, A. B. B; Gaiatto, M. B, & Reveles, L. T. (2012). *Mundo Singular: entenda o autismo.* Rio de Janeiro: Objetiva.

Sousa, J. J de. (2020). *Mediação lúdica no Transtorno do Espectro Autista: desenvolvimento de conceitos científicos algébricos* [Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual da Paraíba]. https://pos-graduacao.uepb.edu.br/ppgecm/download/disserta%C3%A7%C3%B5es/mestrado_acad%C3%AAmico/2020/DISSERTACAO-JOSE-JORGE-DE-SOUSA.pdf

Vergnaud, G. (1996). A Teoria dos Campos Conceituais. In: BRUN, Jean (Org.). *Didáctica das Matemáticas*. Trad. Maria José Figueiredo (pp. 155-192), Lisboa: Instituto Piaget.

Vergnaud, G. (2003). A gênese dos campos conceituais. *In:* GROSSI, E. P. *Por que ainda há quem não aprende?* 2 ed. Petrópolis: Vozes.

Vergnaud, G. (2009). O que é aprender? In: BITTAR, Marilena. MUNIZ, C. A (Org) *A aprendizagem Matemática na perspectiva da Teoria dos Campos Conceituais* (pp. 13-35), Curitiba: CRV.

Vergnaud, G. (2017). A didática é uma provocação: ela é um desafio. *In:* GROSSI, E. P. (org.). *Piaget e Vygotski em Gérard Vergnaud: Teoria dos Campos Conceituais TCC*. Coleção Campos Conceituais. Porto Alegre: GEEMPA.

A Educação Matemática e o paradigma do Não-Matar: uma proposta de ensino para a paz.

Mathematics Education and the toward a nonkilling paradigm: a teaching proposal for the peace.

La Educación Matemática y el paradigma del No Matar: una propuesta didáctica para la paz.

Marcilio Leão[1357]
UNESP/Rio Claro/SP
0000-0002-0180-3564

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Educação Matemática e Inclusão

Resumo

Esse artigo apresenta um extrato de Tese de Doutorado que visa promover reflexões sobre a violência social e a violência ambiental no âmbito da Educação Matemática. O objetivo geral que norteou o trabalho foi o de entender quais são as percepções que jovens do ensino médio de duas escolas públicas do estado de São Paulo e os jovens internos da Fundação Casa, em regime socioeducativo, têm a respeito do fenômeno violência e identificar uma possível influência desses fatores no processo de ensino-aprendizagem e nas próprias relações interpessoais entre professor e aluno. Realizou-se entrevistas com dois professores de matemática a fim de entender como eles percebem a questão da violência durante as aulas. E uma entrevista com um representante da Secretaria de Infraestrutura e Meio Ambiente do Estado de São Paulo que trouxe à tona a questão da violência ambiental para esta pesquisa. As análises apoiaram-se nas ideias teóricas do Prof. Dr. Ubiratan D`Ambrosio. Os resultados indicaram: a violência como um fator que interfere no aprendizado dos alunos; a educação escolar como um fator que minimiza a violência; a importância da aplicação da Etnomatemática numa perspectiva de tolerância, respeito, diálogo e coletividade; a importância da educação matemática como um instrumento para a cultura da PAZ. Na conclusão, propõe-se uma Educação Matemática voltada para a PAZ.

Palavras-chave: Educação Matemática; Diálogo; Tolerância; Paz Social; Paz Ambiental.

Abstract

This article is an extract of doctoral dissertation and it aims to promote a reflection on social and environmental violence within the scope of Mathematics Education. The goal of the research is to understand the perceptions that high school students from two public schools in the state of São Paulo and young inmates in a socio-educational measures of the Fundação Casa have of the phenomenon of violence and identify a possible influence of these factors on the teaching-learning process and on the interpersonal relationships between teacher and student. Interviews were carried out with two mathematics teachers who have been working in the area to understand how they perceive and deal with the issue of violence during classes. It was an

[1357] marcilio.leao@unesp.br

interview with a representative of the Secretaria de Infraestrutura e Meio Ambiente do Estado de São Paulo that brought up the issue of environmental violence for this research. The analysis was supported by the theoretical ideas of Prof. Dr. Ubiratan D`Ambrosio. The results of this analysis indicated: violence as a factor that interferes in students' learning; school education as a factor that minimizes violence; the importance of applying Ethnomathematics in a perspective of tolerance, respect, dialogue and collectivity; the importance of mathematics education as an instrument for the culture of PEACE. At the end of the work, a Mathematics Education focused on PEACE is proposed.

Keywords: Mathematics Education; Dialogue; Tolerance; Social Peace; Environmental Peace.

Resumen

Este artículo presenta un extracto de una Tesis Doctoral que tiene como objetivo promover reflexiones sobre la violencia social y la violencia ambiental en el contexto de la Educación Matemática. El objetivo general que guió el trabajo fue comprender cuáles son las percepciones que los estudiantes de secundaria de dos escuelas públicas del estado de São Paulo y jóvenes de la Fundação Casa, en régimen socioeducativo, tienen sobre el fenómeno de la violencia y identificar una posible influencia de estos factores en el proceso de enseñanza-aprendizaje y en las relaciones interpersonales entre docente y alumno. Se realizaron entrevistas a dos profesores de matemáticas para comprender cómo perciben el tema de la violencia durante las clases. Y una entrevista con un representante de la Secretaría de Infraestructura y Medio Ambiente del Estado de São Paulo que planteó el tema de la violencia ambiental para esta investigación. Los análisis fueron apoyados por las ideas teóricas del Prof. Dr. Ubiratan D'Ambrosio. Los resultados indicaron: la violencia como factor que interfiere en el aprendizaje de los estudiantes; la educación escolar como factor que minimiza la violencia; la importancia de aplicar las Etnomatemáticas en una perspectiva de tolerancia, respeto, diálogo y colectividad; la importancia de la educación matemática como instrumento para la cultura de PAZ. En conclusión, proponemos una Educación Matemática centrada en la PAZ.

Palabras clave: Educación Matemática; Diálogo; Tolerancia; Paz Social; Paz Ambiental.

Introdução

Este artigo trata-se de um extrato de tese de doutorado, intitulada Educação Matemática, Sociedade e Meio Ambiente: reflexões sobre violência social e ambiental. Um estudo transdisciplinar e crítico em uma pesquisa Etnomatemática, orientada pelo Professor Doutor Ubiratan D`Ambrósio[1358] que traz a proposta de Paz como eixo central para Educação Matemática.

Para Ubiratan D`Ambrósio o Programa Etnomatemático e a própria Educação Matemática só fazem sentido no mundo por conta da busca da PAZ que era o maior objetivo do Educador Matemático. Para D`Ambrosio (2012) a História nos ensina que a matemática,

[1358] In memoriam ao Professor Dr. Ubiratan D`Ambrosio que faleceu em 12 de maio de 2021, durante a orientação deste trabalho, cujas contribuições e ideias na busca de uma sociedade melhor, mas justa, igualitária e de PAZ foram essenciais na elaboração e o desenvolvimento do trabalho acadêmico. Assumiu a orientação do trabalho o Professor Dr. José Silvio Govone, após seu falecimento.

que tanto serviu para matar, pode ser uma excelente estratégia para se atingir uma relação social do não-matar, mas não apenas a matemática praticada na academia, a matemática praticada pelo povo, não apreendidas nas escolas, as chamadas etnomatemáticas.

A violência é um fenômeno social que se constitui como uma das maiores preocupações mundiais. Ao se pensar na palavra violência imediatamente vem à mente outras palavras que, direta ou indiretamente, relacionam-se com ela como: agressões, brigas, assaltos, delinquência, homicídio, roubos, furtos, criminalidade, bullying, violência doméstica, violência contra mulher, violência contra os negros, violência escolar, violência urbana, suicídios e muitas outras. Cada uma dessas especificações sobre o fenômeno da violência envolve algum tipo de força ou intimidação contra alguém ou contra si mesmo nos casos de automutilações e suicídios. Sua abrangência atravessa os limites de classe, raça e cultura e traz resultados desastrosos, gerando sentimentos generalizados de medo, impotência e vitimização, além de gerar consequências emocionais e psíquicas prejudicando a saúde do indivíduo. Resulta, em muitas situações, de ação, pensamentos ou sentimentos que reduzem o outro ser humano a uma condição de um objeto que pode ser manipulado, dominado, oprimido ou excluído. Tem estado presente no cotidiano de instituições escolares, em seu entorno, nos grupos sociais, nos bairros, nas cidades e nos diferentes países. Indivíduos, crianças, adolescentes e famílias sofrem com as suas consequências. (MINAYO; ASSIS et al., 2004 apud BÁRBARA, 2006). D`Ambrosio (2016) destaca que a prática da violência, seja individual ou institucional, submete indivíduos, grupos e comunidades a condições insustentáveis de vida gerando o medo, a intimidação, comportamentos psicopáticos, recurso às drogas e o suicídio, a injustiça social, a degradação ambiental e ocasionando até à guerra, provocando a destruição do meio ambiente, de patrimônio, de vidas, chegando ao genocídio num sentido amplo. A violência seja ela qual for atinge a todos, inclusive o meio ambiente, nosso habitat, nosso lar, nossa casa comum[1359]. É esse o sentido que se dá a violência ambiental abordada neste artigo.

Para Nalini (2008, p. 108)

> As injustiças em relação ao meio ambiente é uma evidência da insensatez do gênero humano. O planeta adquiriu sua fisionomia após milhares de anos de lenta elaboração e, em poucos, a humanidade conseguiu destruir inúmeros habitats, eliminar milhares de espécies, contaminar as águas, queimar as florestas, sem falar das emissões de fumaça que resultam no nefasto efeito estufa.

[1359] A expressão foi criada pelo Papa Francisco que traz a ideia de que o planeta é nossa casa comum. Ver Carta Encíclica Laudato Si`do Santo Padre Francisco sobre o Cuidado da Casa Comum.

A preocupação do autor com os danos causados ao meio ambiente gerados pela "insensatez do gênero humano" é enfatizada pelo alerta de Mikhail Gromov (2010, apud D`Ambrosio, 2012b, p.101)

> A Terra vai ficar sem os recursos básicos, e não podemos prever o que vai acontecer depois disso. Vamos ficar sem água, ar, solo, metais raros, para não falar do petróleo. Tudo vai, essencialmente, chegar ao fim dentro de cinquenta anos. O que vai acontecer depois disso? Estou com medo. Tudo pode ir bem se encontrarmos soluções, mas se não, então tudo pode chegar muito rapidamente ao fim!

Os autores reforçam a importância de encontrar medidas urgentes que minimizem os impactos ambientais gerados pelo homem no planeta e reduzam a herança do passado para as futuras gerações. (D`AMBRÓSIO, 1997, p. 49).

Ao refletir mais profundamente sobre a questão da violência e o estado do mundo, percebe-se que a violência social e a violência ambiental são duas versões para uma mesma situação: a violência como construto humano. Araújo (2013) traz a mesmo pensamento ao dizer que a violência é uma construção humana na história dos indivíduos. Para ele, os atos violentos nascem da própria violência e discorre: "A paz nasce da paz. Há sempre uma relação de causalidade recursiva. O indivíduo faz a sociedade e esta, por sua vez, retroage construindo o indivíduo". (ARAÚJO, 2013, p. 19). Ao completar a frase do autor, poder-se-ia denotar que o indivíduo faz a sociedade e o seu planeta e estes, por consequência, revertem-se construindo o indivíduo em sua totalidade social, ambiental e cósmica.

A busca da PAZ deveria representar "o substrato de qualquer discurso sobre o fazer cientifico e tecnológico, sobre Educação, sobre Educação Matemática e em particular o próprio fazer matemático". (D`AMBROSIO, 2011, p.204).

Para Ubiratan D'Ambrósio um "Educador Matemático é um educador que tem Matemática como sua área de competência e seu instrumento de ação, não um matemático que utiliza a Educação para a divulgação de habilidades e competências matemáticas." (D'AMBRÓSIO, 2011, p. 204). O autor, ainda, diz que

> (...) o aluno é mais importante que programas e conteúdos. Se o objetivo é Paz, a Educação é a estratégia mais importante para levar o indivíduo a estar em paz consigo mesmo e com o seu entorno social, cultural e natural e a se localizar numa realidade cósmica. (D'AMBRÓSIO, 2011, p. 204).

Ao refletir sobre essas questões, indago: existe algum tipo de orientação ou preocupação em Educação Matemática, no fazer cientifico e tecnológico e no próprio fazer matemático, em todos os níveis de ensino, incluindo o universitário, que se preocupe em formar indivíduos que sejam contrários à violência e que prefiram um mundo sem violência?

Para D`Ambrosio, "como educadores, nossa missão é preparar gerações para um futuro sem fanatismo, sem ódio, sem medo e com dignidades para todos (...) como matemáticos e educadores matemáticos devemos ter nossa responsabilidade perante questões (..)". (D´AMBROSIO, 2018, p. 197).

Vale destacar que a Assembleia Geral da ONU (Organização das Nações Unidas) apresentou, em 2015, a Agenda 2030 para o Desenvolvimento Sustentável do planeta pautada em dezessete objetivos, denominados de Objetivos de Desenvolvimento Sustentável (ODS), que devem ser alcançados até o ano de 2030, em que a grande meta é pensar num desenvolvimento sustentável das sociedades humanas e ecossistemas ambientais, representado em cinco "P" (Pessoas, Planeta, Paz, Parcerias e Prosperidade), promovida pela UNESCO[1360] (Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura) para a virada do século, que traz em sua essência uma educação construída a partir da paz e do desenvolvimento sustentável.

No que toca a questão do referencial teórico adotado na pesquisa da tese, o trabalho baseou-se nas ideias teóricas do Prof. Dr. Ubiratan D`Ambrosio, no Programa Etnomatemático e na Transdisciplinaridade. Para D`Ambrosio (2001, p. 11), o Programa Etnomatemática "não se prende a homogeneização da espécie, mas sim a convivência harmoniosa dos diferentes, através de uma ética de respeito mútuo, solidariedade e cooperação" que "depende de reconhecer o comportamento e o conhecimento alicerçados em uma visão TRANSDISCIPLINAR, TRANSCULTURAL e HOLÍSTICA". (D`Ambrosio, 2012a). O que, em outras palavras, significa dizer que a Etnomatemática pode ser vista como um programa de pesquisa que busca a PAZ, valoriza e respeita os fazeres e os saberes dos indivíduos, grupos e nações resgatando a dignidade do sujeito, resgatando a dignidade cultural dos grupos e resgatando a dignidade do próprio ser humano por meio do respeito pelo diferente ancorado numa postura ética. O pensamento transdisciplinar leva o indivíduo a tomar consciência da essencialidade do outro e do ambiente a sua volta, imersos numa realidade natural, planetária e cósmica. Permite não apenas identificar, distinguir, diferenciar, discernir e descrever os fatos e fenômenos, os naturais e aqueles criados pelo homem, mas analisá-los de forma crítica indo além dos sistemas de conhecimento dominantes (disciplinas). Representa a possibilidade de sair

[1360] Educação para os Objetivos de Desenvolvimento Sustentável: objetivos de aprendizagem em https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000252197, acessado em 15 mar.2022 das gaiolas epistemológicas[1361]. O que traz um novo despertar da consciência na aquisição do conhecimento do mundo, do entorno social, ambiental, cultural e cósmico. Tudo e todos integrados numa só realidade. Reconheci que as várias disciplinas e especialidades não acadêmicas e acadêmicas levam a um crescente poder ligado àqueles "detentores" desse "conhecimento fragmentado". O que acentua ainda mais a desigualdade e as diferenças entre indivíduos, grupos e nações. Ademais, o conhecimento fragmentado, estancado em partes, repartido, isolado e dividido dificilmente dá conta de entender e enfrentar com clareza os problemas e a complexidade do mundo atual. É muito provável que muitos de nós já estejamos sentindo as dificuldades geradas por um modelo disciplinar em relação a educação matemática. Ademais, vale ressaltar que qualquer ideia de disciplinarização é local. É um grupo que a produz com valores diferentes. A percepção de que aquilo que fazemos entre grupos que tem valores diferentes alicerçada na preocupação ética com esses grupos é o substrato da visão transdisciplinar. Afinal, o que precisa ser mantido? O respeito. E qual o grande valor? A vida.

O objetivo geral da pesquisa baseou-se em analisar a percepção que os jovens do ensino médio de duas escolas públicas estaduais e os jovens internos da instituição Fundação Casa (Fundação Centro de Atendimento Socioeducativo ao Adolescente) têm a respeito do fenômeno da violência e se pensam ser importante discutir essas questões durante as aulas de matemática com o objetivo de contribuir para a cultura da PAZ. Também foram feitas duas entrevistas com dois professores de matemática que atuam na área há mais de vinte anos para entender como eles percebem e lidam com a questão da violência na sala de aula, e uma entrevista informal com um representante da Secretaria de Infraestrutura e do Meio Ambiente do Estado de São Paulo (SIMA) que trouxe a ideia de violência ambiental para pesquisa.

Síntese da Metodologia e análise dos dados

A fim de dar uma visão mais ampla sobre a questão violência social e da violência ambiental e cumprir o objetivo proposto pela pesquisa, optou-se em utilizar a metodologia de cunho qualitativo e quantitativo. Minayo e Sanches (1993, p. 247) salientam que "do ponto de vista metodológico, nenhuma das abordagens é mais científica que a outra". Para Gramsci (1995, p. 50) trabalhar sobre a quantidade, que se quer desenvolver o aspecto "corpóreo" do

[1361] Metáfora criada por Ubiratan D`Ambrosio que compara conhecimento tradicional às torres de marfim comparando os especialistas a pássaros vivendo em uma gaiola. Segundo ele, os pássaros só veem e sentem o que as grades permitem, alimentam-se do que encontram na gaiola, voam no espaço da gaiola e se comunicam numa linguagem conhecida por eles, procriam e reproduzem na gaiola. Mas não sabem de que cor a gaiola é pintada por fora.

real, não significa que se pretenda esquecer a "qualidade", mas, ao contrário, que se deseja colocar o problema qualitativo da maneira mais concreta e realista. Creswell e Clark (2013, p. 34), na mesma linha de pensamento de Gramsci, salientam que "a complexidade dos nossos problemas de pesquisa requer respostas que estão além de simples números ou de palavras" e destaca que analisar as duas formas de pesquisa promove uma interpretação mais completa dos problemas. Além disso, Spratt, Walker e Robison (2004) valem-se da expressão "social reality" para demonstrar a importância de se trabalhar com métodos de pesquisa qualitativa e quantitativa. Desse modo, para consecução de tal abordagem metodológica, aplicou-se um questionário semiestruturado com perguntas abertas e fechadas a alunos do ensino médio de duas escolas públicas estaduais, situadas no interior do Estado de São Paulo e aos jovens internos da instituição denominada Fundação Casa (Fundação Centro de Atendimento Socioeducativo ao Adolescente). Ao todo, participaram da pesquisa 79 (setenta e nove) jovens na faixa etária entre 14 e 20 anos. Além das entrevistas com dois professores de educação matemática, foi realizada uma entrevista informal com um representante da Secretaria de Infraestrutura e do Meio Ambiente do Estado de São Paulo (SIMA). Dividiu-se a análise metodológica em três momentos. No primeiro, fez-se uma análise quantitativa dos dados coletados com o objetivo de mensurar, quantificar e inferir sobre as respostas dos questionários aplicados. No segundo, analisou-se qualitativamente as repostas dos respondentes a fim de analisar e interpretar os dados coletados. Após, no terceiro momento, analisou-se as entrevistas com os professores e com o representante da SIMA.

Em relação ao questionários aplicados aos jovens das instituições pesquisadas, abordou-se seis pontos chaves: a percepção da violência pelos jovens dentro e fora das instituições escolares; saber se na opinião deles a violência interfere no aprendizado; saber se eles acham que a Educação Escolar pode auxiliar a minimizar a violência; entender a relação entre o Educador Matemático e o aluno: o acolhimento; saber se julgam importante o professor de matemática discutir questões sobre violência em sala de aula e saber se julgam importante trabalhar a Educação Matemática para uma cultura de PAZ abarcando o Programa Etnomatemático e a Transdisciplinaridade.

Síntese dos Resultados

Os resultados indicaram que praticamente todos os jovens valorizam o estudo. A maioria dos jovens reconhece a importância da educação como forma de minimizar a ocorrência da violência. Quanto a ação do professor de matemática e aplicação da Etnomatemática na sala de aula, numa perspectiva de tolerância, respeito, diálogo, coletividade e como instrumento de minimizador da violência, os entrevistados estão cientes da importância da matemática como instrumento de paz. Importante destacar que a maior parte dos jovens reconhece a importância da Educação Matemática, como redutora da violência. Além disso, os jovens reconhecem o papel do professor de matemática de extrema importância no processo de difusão da cultura de paz.

No que toca a análise das respostas dos professores entrevistados destacam-se que os docentes percebem os problemas da violência presentes entre os alunos e salientam que a violência afeta negativamente os estudos. Sentem certa apatia dos alunos pela escola, pelas disciplinas, principalmente em relação à matemática, que é uma disciplina abstrata. Acreditam que as escolas devam se abrir mais aos alunos, verificando seus anseios e necessidades, promovendo o diálogo, respeito e empatia, e afirmam que a educação é fundamental para minimizar o problema da violência, particularmente, a etnomatemática pode contribuir em muito para minimizar o problema da violência e para a construção de uma cultura de paz.

Em relação a entrevista com o representante da Secretaria do Meio ambiente do Estado de São Paulo (SIMA), o mesmo afirma que, com base em sua experiência, muitos crimes ambientais estão relacionados a questões sociais e/ou financeiras, associadas a falta de conhecimento da legislação ambiental e entende que a educação ambiental é fundamental para a diminuição das degradações ambientais, particularmente a matemática que é a disciplina abstrata que mais possibilita a transdisciplinaridade e deve ser explorada na temática ambiental.

Conclusões

Ao final, concluiu-se no trabalho que os jovens das três intuições pesquisadas reconhecem a importância da educação, em particular da educação matemática, como instrumento para uma cultura de paz, e consideram ser um fator significativo para minimizar a violência, sendo o papel do professor de matemática de extrema importância neste no processo de difusão desta cultura de paz. Com relação as entrevistas com os docentes, afirmam ser a violência um fator predominante entre os alunos: violência entre os alunos, com exclusão dos 'diferentes', violência contra os professores, funcionários, contra a escola. O que é reflexo da violência familiar vivida por muitos alunos, os quais, muitas vezes, vem de famílias desestruturadas, em que a convivência entre as pessoas se dá num ambiente hostil. Há, também, falta de motivação para os estudos, em que os alunos não conseguem enxergar a importância do conteúdo ministrado, bem como, ocorre a baixa autoestima dos alunos. Tais questões precisam ser trabalhadas pelos professores. Os docentes afirmam a importância da educação como instrumento para minimizar a violência, onde os professores devem abrir um caminho para o diálogo, ouvindo seus problemas e procurando orientar os alunos para sua solução. Um dos entrevistados enfatiza o papel transformador da escola que por meio de ações simples podem fazer a diferença na vida dos alunos. Em relação as possíveis medidas a serem realizadas para minimizar os conflitos, os docentes citam o diálogo, o respeito, a valorização dos alunos pela escola e a criação de políticas públicas no sentido de diminuir a desigualdade social. A entrevista com o representante da Secretaria da Infraestrutura e do Meio Ambiente do Estado de São Paulo corrobora a importância da Educação Matemática na formação de uma sociedade ancorada na sustentabilidade de todas as espécies vivas, voltada para preservação ambiental e conscientização ambiental.

Nesse sentido, considerando o que foi constatado por este pesquisador, durante a construção deste trabalho, propõe-se para os Educadores Matemáticos uma Educação Matemática voltada para a PAZ, alicerçada nas ideias teóricas do Professor Ubiratan D`Ambrosio. Justifica-se tal proposta por meio dos dados empíricos coletados. A Educação Matemática para a Paz pode oferecer uma maneira eficaz para construir a paz em contextos múltiplos, onde o docente envolvido com tal proposta atue. Não se pode negar que o único antidoto para as múltiplas formas de violência e para as injustiças sociais é a PAZ. Essa abordagem de dentro para fora do Educador Matemático nos sistemas educativos envolve ajudar os alunos, as crianças e os jovens a desenvolver ferramentas e estratégias para prática da não-violência. Os espaços escolares e a sala de aula são locais privilegiados. Por que não aproveitar um pequeno do tempo docente para levar as crianças e jovens a aprenderem sobre prática da não violência e do não conflito e refletir sobre os valores éticos, valores sociais e valores ambientais que possam mudar as trajetórias de seus desenvolvimentos no decorrer do processo educativo?

No que se refere a operacionalização desta proposta, o educador matemático da Paz pode utilizar um pequeno tempo da sua aula para trabalhar diversas perspectivas de abordagem ancorado no tripé: **A consciência ~ O sentimento ~ O comportamento**. A consciência pode trabalhar os valores, a moral a ética. O sentimento trabalha o emocional. E, o comportamento - o fazer e o agir em situação de conflito e violência. O tripé pode ser trabalhado durante as próprias aulas de matemática. Por exemplo, analisar os gráficos da Violência ou os valores que envolvam índices de focos de queimada pelo Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, a nível de ensino médio. Ao trazer esses gráficos aos alunos, o Educador Matemático, além de trabalhar o próprio ensino da matemática envolvendo conceitos estatísticos simples, análises de algarismos e fórmulas, também pode trazer valores que possam ser discutidos com os jovens sempre numa postura de respeito mútuo, empatia, solidariedade e cooperação. A Etnomatemática fornece esse ferramental reflexivo. Inúmeras são as situações da vida que podem ser trabalhadas em sala de aula abarcando o comportamento, o sentimento e a consciência. As questões ambientais poderiam ser trabalhadas ao levar os jovens em uma área de preservação permanente, por exemplo, em uma nascente. De acordo com a Legislação Ambiental Brasileira[1362] a área considerada de preservação permanente em uma nascente é de 50 metros de raio. Os alunos poderiam calcular esse valor "in loco". Ao mesmo tempo, o educador matemático da Paz poderia ensinar alguns conceitos de geometria básica envolvendo o cálculo de círculo e circunferência aos discentes e transmitir a eles a importância de se preservar uma nascente, discorrer sobre os efeitos danosos ao meio ambiente que envolvem aterrar, queimar ou jogar lixo em nascentes. Os exemplos são inúmeros.

Por fim, espera-se que a PAZ se sobreponha às injustiças sociais e ambientais. E, que um dia possamos vislumbrar uma sociedade na qual o respeito mútuo, a empatia, a solidariedade e a cooperação se façam presentes, sem dor, sem tristezas, sem perdas, sem violência social e violência ambiental.

Referências

ABRAMOVAY, M. *Cotidiano nas escolas: entre violências*. Brasília: UNESCO, Observatório de Violência, Ministério da Educação, 2006.

ARAUJO, J.R. de. *Educação emocional e social: um diálogo sobre arte, violência e paz*. Ribeirão Preto/SP: Inteligência Relacional, 2013. 231 p.

BÁRBARA, J. de F. R. S. *Violência Denunciada Contra Crianças e Adolescentes, nos Conselhos Tutelares de Feira de Santana - BA, 2003-2004*. 2006. 121 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós-graduação em Saúde Coletiva do Departamento de Saúde, Universidade Estadual de Feira de Santana, Feira de Santana, 2006.

CRESWELL, J. W.; CLARK, V. L. P. *Pesquisa de Métodos Mistos*. 2a Ed. Porto Alegre: Penso, 2013. 288p. (Série Métodos de Pesquisa).

D'AMBROSIO. U. Educação Matemática: *Da teoria à Prática* – 2ª Ed. – Campinas, São Paulo, Papirus, 1997 (Coleção Perspectivas em Educação da Matemática).

____________. *Teoria e Prática da Educação* (Maringá,PR), vol. 4, nº 8, 2001; p.15-33.

[1362] Segundo estabelece o Novo Código Florestal Brasileiro, em seu Inciso 4º do Artigo 4º da Lei Federal Nº 12.651, de 25 de maio de 2012, Disponível em http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2011-2014/2012/lei/l12651.htm, acessado em 10/02/2022.

_____________. *A Cultura de Paz como alicerce do sistema de educação*. Pereira Barreto/S.P.: 1º Fórum de Educação Para A Paz nas Escolas, 2009. 67 slides, P&B.

_____________. *A busca da paz como responsabilidade dos matemáticos*. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática, 6 (7), 2011. pp. 201-215.

_____________. *Etnomatemática e Educação Comunitária*. Lisboa. 8 set. 2012a. Apresentação Powerpoint. 52 slides. Projeto Fronteiras Urbanas Vila de Caparica Fundação para a Ciência e Tecnologia Encontro Anual com Consultores.

_____________. Ubiratan et al. *A Educação Matemática Focalizando Questões Sociais Maiores*. Bolema, Rio Claro/SP, v. 25, n. 41, p. 99-124, 14 maio 2012b.

_____________. *Minha trajetória acadêmica e minha pesquisa*. São Paulo/SP. 9 set. 2016. Apresentação Powerpoint. 97 slides. Universidade Anhanguera de São Paulo (UNIAN).

_____________. *Etnomatemática, Justiça Social e Sustentabilidade*. Estudos Avançados. São Paulo/SP: Universidade de São Paulo. Instituto de Estudos Avançados, v. 32, n. 94, p. 189 – 204, 2018. Quadrimestral.

_____________. *A busca da paz como responsabilidade dos matemáticos*. Cuadernos de Investigación y Formación En Educación Matemática, Costa Rica, v. 7, n. 6, p. 201-215. 2011. Disponível em: < http://funes.uniandes.edu.co/21283/1/D%E2%80%99Ambrosio2011A.pdf>. Acesso em: 10 de maio de 2021.

________________. *Transdisciplinaridade*. São Paulo: Ed.: Palas Athena, 1997.

GRAMSCI, A. *Concepção dialética da história*. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1995.

LEÃO, M. *Educação Matemática, sociedade e meio ambiente: reflexões sobre violência social e ambiental. Um estudo transdisciplinar e crítico em uma pesquisa Etnomatemática*. 2021. 180 f. Tese (Doutorado) - Curso de Pós Graduação em Educação Matemática, Instituto de Geociências Exatas, Universidade Estadual Paulista(Unesp), Rio Claro/Sp, 2021. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/216157>. Acesso em: 15 de fev. de 2022.

MINAYO, M. C. S. & SANCHES, O. *Quantitative and Qualitative Methods: Opposition or Complementarity?* Cad. Saúde Públ., Rio de Janeiro, 9 (3): 239-262, jul/sep, 1993.

NALINI, J. R. *Justiça*. São Paulo/SP: Editora Canção Nova, 2008

SPRATT, C.; WALKER, R.; ROBINSON, B. *Mixed research methods. Practitioner Research and Evaluation Skills Training in Open and Distance Learning. Commonwealth of Learning*, 2004. Disponível em: <http://www.col.org/SiteCollectionDocuments/A5.pdf>. Acesso em: 10 mar. 2013.

Narrativas (auto)biográficas e o movimento dialógico entre educação matemática e educação de surdos

(Auto)biographical narratives and the dialogical movement between mathematics education and deaf education

Narrativas (auto)biográficas y el movimiento dialógico entre la educación matemática y la educación de los sordos

Thamires Belo de Jesus[1363]
Universidade Federal do Rio de Janeiro
0000-0001-6809-3387

Agnaldo da Conceição Esquincalha[1364]
Universidade Federal do Rio de Janeiro
0000-0001-5543-6627

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Educação Matemática e inclusão

Resumo

Este texto é fruto de uma pesquisa de doutoramento em desenvolvimento que tem por objetivo estabelecer diálogos entre educação matemática e educação de surdos a partir de narrativas de surdos professores de matemática. Para tanto, trazemos aqui uma discussão sobre as possibilidades do uso das narrativas, enquanto enfoque teórico-epistemológico e metodológico, no contexto da pesquisa sobre educação matemática e educação de surdos. Os dados estão sendo produzidos por meio de entrevistas narrativas com surdos professores de matemática. Em seguida apresentamos análises iniciais das narrativas (auto)biográficas produzidas por surdos professores de matemática, destacando movimentos interseccionais identificados entre diferentes marcadores sociais como o capacitismo e classe social. Observamos, até o momento, que a surdez não posiciona os surdos em espaços marginalizados de forma homogênea, pois outras esferas sociais, como social e econômica, também contribuem para outras marginalizações. As narrativas têm possibilitado conhecer as diferentes exclusões existentes no contexto da surdez, uma vez que permite que histórias de vida únicas sejam conhecidas.

Palavras-chave: surdez, matemática, interseccionalidade, narrativas (auto)biográficas.

Abstract

This This text is the result of a doctoral research in progress that aims to establish dialogues between mathematics education and deaf education from the narratives of deaf mathematics teachers. Therefore, we bring here a discussion about the possibilities of using narratives, as a theoretical-epistemological and methodological approach, in the context of research on

[1363] thamiresbelo23@gmail.com
[1364] aesquincalha@gmail.com

mathematics education and education for the deaf. Data are being produced through narrative interviews with deaf mathematics teachers. Next, we present initial analyzes of the (auto)biographical narratives produced by deaf mathematics teachers, highlighting intersectional movements identified between different social markers such as ableism and social class. We have observed, so far, that deafness does not place the deaf in marginalized spaces in a homogeneous way, as other social spheres, such as social and economic, also contribute to other marginalizations. The narratives have made it possible to know the different exclusions that exist in the context of deafness, since it allows unique life stories to be known.

Keywords: deafness, mathematics, intersectionality, (auto)biographical narratives.

Resumen

Este texto es el resultado de una investigación doctoral en curso que tiene como objetivo establecer diálogos entre la educación matemática y la educación sorda a partir de las narrativas de los profesores de matemáticas sordos. Por lo tanto, traemos aquí una discusión sobre las posibilidades del uso de narrativas, Este texto es el resultado de una investigación doctoral en curso que tiene como objetivo establecer diálogos entre la educación matemática y la educación sorda a partir de las narrativas de los profesores de matemáticas sordos. Por lo tanto, traemos aquí una discusión sobre las posibilidades del uso de narrativas, como enfoque teórico-epistemológico y metodológico, en el contexto de la investigación sobre educación matemática y educación para sordos. Los datos se están produciendo a través de entrevistas narrativas con profesores de matemáticas sordos. A continuación, presentamos análisis iniciales de las narrativas (auto)biográficas producidas por profesores de matemáticas sordos, destacando movimientos interseccionales identificados entre diferentes marcadores sociales como capacitismo y clase social. Hemos observado, hasta ahora, que la sordera no ubica a los sordos en espacios marginados de manera homogénea, ya que otras esferas sociales, como la social y la económica, también contribuyen a otras marginaciones. Las narraciones han permitido conocer las diferentes exclusiones que existen en el contexto de la sordera, ya que permite conocer historias de vida únicas.

Palabras clave: sordera, matemáticas, interseccionalidad, narrativas (auto)biográficas.

Narrativas como espaço de escuta

Narrar é uma ação natural do ser humano, independente do formato e característica da sua comunicação. Desde a infância somos estimulados a estabelecer comunicação com o meio onde vivemos, cada qual a sua maneira e no seu tempo. Nesse movimento, histórias de vida vão sendo produzidas, partilhadas e, em alguns casos, registradas.

No que tange ao movimento de pesquisa, as narrativas podem ser utilizadas como método ou objeto, haja vista que enquanto método ela nos permite discutir, apresentar e dar sentido às experiências vividas por outros e, como objeto nos possibilita compreender as experiências vividas por quem nos narra (CLANDININ; CONNELY, 2015). O presente texto foi elaborado com intuito de discutir esse duplo movimento das narrativas e é fruto de uma pesquisa de doutoramento, em desenvolvimento, que visa estabelecer diálogos entre educação matemática e educação de surdos a partir de narrativas de surdos professores de matemática.

A comunidade surda foi historicamente marginalizada no contexto escolar e social. Sua trajetória de lutas pelo reconhecimento cultural e linguístico, frente a um contexto ouvintista, exemplificam diversos momentos de exclusão já vividos (JESUS, 2019). Diante de possíveis movimentos de reparação às exclusões, encontra-se o espaço de se fazer escuta para aprender com as histórias de vida de outros e buscar promover políticas, nesse contexto, educacionais, que respeitem e valorizem as diferenças em detrimento do reforço de estereótipos e processos de exclusão. Buscamos não registrar as narrativas de forma colonial, mas com o compromisso de aprender com essas pessoas historicamente marginalizadas pela cultura ouvintista, garantindo seus espaços de protagonismo sobre suas próprias vidas.

No movimento das pesquisas sobre Educação Matemática Inclusiva, torna-se cada vez mais urgente abrir espaços de fala para quem esteve e/ou está, a quase todo momento, a margem das discussões sociais, políticas, econômicas e escolares. As trajetórias de vida construídas e narradas nos direcionam para entender a essência das pessoas e compreender que elas são tocadas pelas relações sociais de forma única.

Segundo Passeggi (2020) o movimento das narrativas se caracteriza como uma epistemologia do sul e pelo respeito e legitimidade a quem narra. Coloca-se a pessoa humana no centro das inquietações na busca de superar a generalização a partir de histórias singulares.

> As narrativas (auto)biográficas fornecem um material precioso para a investigação, desde que seus autores cedam material por eles produzido. Este material conduz a profusão de temas relacionados a processos identitários; questões de gênero; inserção/inclusão/exclusão social; estresse laboral; estratégias de filiação; modos de aprender; formas de ser... Nesse sentido, os referenciais teóricos devem ser buscados no campo de investigação próprio ao que é tematizado (PASSEGGI, 2010, p. 122, grifo da autora).

A contribuição das narrativas no âmbito das pesquisas se configura como espaços para apresentar novas percepções, com base em histórias de vida, à tópicos de pesquisa já existentes, abrindo caminho para novas possibilidades e, quem sabe, escrita de novos tópicos antes não pensados. Destacamos a necessidade de trazer a pessoa surda para a centralidade da discussão, pois o tema toca suas próprias especificidades. Assim, buscaremos ser escuta e escrever com os surdos professores de matemática, de modo que as escritas finais serão minhas, mas os conteúdos serão validados por eles em forma de coautoria.

A experiência ganha lugar de destaque e, ao ser compartilhada por meio de narrativas, permite-nos conhecer recordações-referência, lugares e pessoas que foram significativas para a formação e construção da identidade de quem narra. Esse movimento revela que as experiências, que ora se posicionam num lugar individual, também nos dizem muito sobre o contexto global, visto que nosso sistema social é constituído de crenças, valores, atos, sentimentos que estão por inteiro contidos em histórias de vida individuais.

O narrar de uma pesquisa de doutoramento em desenvolvimento

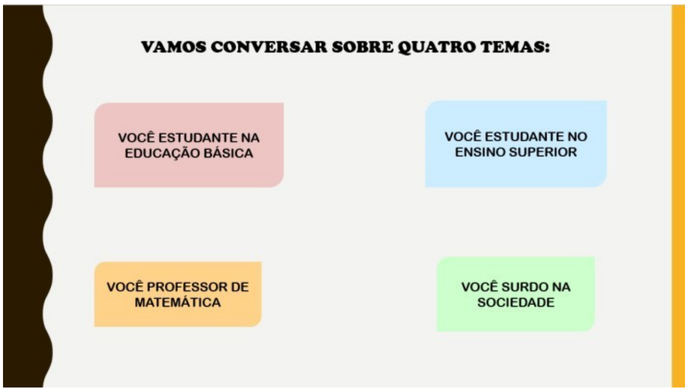
O contexto pandêmico que acompanhou esta pesquisa desde seu estágio embrionário implicou em modificações no que diz respeito ao aspecto teórico e metodológico. Inicialmente pretendia-se realizar uma investigação dentro de uma escola pública em parceria com um surdo professor de matemática. Com o avançar da Pandemia, a pesquisa foi reformulada e se configurou como uma pesquisa do tipo estado da arte com objetivo de discutir a educação matemática e educação de surdos a partir de experiências compartilhadas por professores em eventos científicos. Mas constatei que precisava construir esta pesquisa na companhia de outros. E como fazer isso num contexto ainda pandêmico que me encontrava no ano de 2021? A resposta para esta questão foi: "por meio de narrativas". Elas surgiram para acalmar os sentimentos conflituosos de uma pesquisadora em formação e aflição e abrir espaços para a entrada de outros e outras como co-produtores das discussões. Surdos professores de matemática são então convidados a partilhar histórias de vida por meio de autobiografias.

A escolha epistemo-metodológica pelas narrativas (auto)biográficas se deu pela possibilidade de navegar pelo entrelugar das autobiografias fornecidas pelos participantes surdos e as biografias finais construídas por uma pesquisadora (ouvinte), com a mediação interpretativa e tradutora dos Intérpretes de Libras. O uso dos parênteses no termo (auto)biografia tem por objetivo referir-se justamente "ao mesmo tempo, às narrativas biográficas e autobiográficas e chamar a atenção para a subjetividade na pesquisa" (PASSEGGI, 2020, p. 65).

As narrativas (auto)biográficas estão sendo produzidas por meio de entrevistas narrativas junto a surdos professores de matemática. Ao todo sete surdos professores de matemática foram contatados, sendo cinco homens e duas mulheres e todos aceitaram participar da pesquisa. A entrevista foi estruturada em quatro eixos temáticos, inicialmente nomeados por: experiências escolares na educação básica, experiências escolares no ensino superior, experiências docentes e experiências como surdo na sociedade. De forma livre, os participantes são convidados a narrar histórias de vida dentro de cada tema, conforme indicado na figura 1.

Ao final das narrativas, algumas questões são propostas para que eles complementem suas narrativas ou apresentem mais histórias para a entrevista.

Figura 1.
Estrutura da entrevista narrativa (arquivo da pesquisadora)



Após a primeira entrevista foram realizados alguns ajustes na forma como os temas estavam escritos. Com orientação dada pelo primeiro professor entrevistado e pelos intérpretes participantes das entrevistas, o tema "experiências escolares no ensino superior" foi modificado para "você estudante no ensino superior"; "experiências como surdo na sociedade" para "você surdo na sociedade"; "experiências escolares na educação básica" para "você estudante na educação básica" e "experiências docentes" ajustado para "você professor de matemática".

Observe que os temas passaram a ter um direcionamento objetivo aos professores surdos que recebiam a mensagem (como uso da palavra "você") e termos mais compreensíveis (estudante e professor) descartaram as possíveis ambiguidades antes presentes por conta do termo "experiências escolares" e "experiências docentes".

O processo de transcrição é realizado a partir das gravações em vídeo e, pela diversidade de linguagens, são transcritos não apenas as falas, traduzidas, interpretadas e verbalizadas pelos intérpretes, mas também elementos não verbais como expressões faciais e corporais e pausas, com o objetivo de construir um texto final (auto)biográfico mais fiel possível ao relato inicial dos participantes.

As entrevistas serão analisadas sob duas perspectivas: a análise de singularidades que permitirão conhecer elementos singulares que configuram as histórias de vida de uma pessoa, e a análise de convergências que busca encontrar pontos de contato entre as narrativas apresentadas.

Apontamentos iniciais das entrevistas

A primeira consideração que preciso destacar é o poder (trans)formador que a realização das entrevistas narrativas proporciona a mim enquanto professora- pesquisadora em formação. A partir do momento que trazemos surdos professores de matemática para centralidade da discussão sobre educação de surdos e educação matemática, criamos espaços para que as reflexões, a serem materializadas na tese, tenham coautoria de quem vivencia o processo de marginalização.

Diante das (auto)biografias já produzidas, temos observado que as vivências dos professores são marcadas por diferenças que os marginalizam socialmente e que não se limitam a questão da surdez, atravessando outros marcadores sociais, em destaque para a classe social, o que tem demandado um olhar interseccional.

> A interseccionalidade é uma conceituação do problema que busca capturar as consequências estruturais e dinâmicas da interação entre dois ou mais eixos da subordinação. [...] Além disso, a interseccionalidade trata da forma como ações e políticas específicas geram opressões que fluem ao longo de tais eixos, constituindo aspectos dinâmicos ou ativos do desempoderamento. (CRENSHAW, 2002, p.177)

Alguns fatores sociais já foram identificados, como a infância vivida no campo longe dos grandes centros, a origem familiar de classe baixa, a pouca escolaridade dos pais, a necessidade de migração da zona rural para a urbana em busca de melhores condições de estudo, o afastamento familiar devido a ascensão financeira e profissional, o capacitismo vivenciado como estudante e como professor. Alguns desses fatores são exemplificados por meio dos trechos narrativos apresentados a seguir.

[...]eram assuntos particulares deles que eu não sei qual é esse assunto, mas eu consegui perceber com os intérpretes e depois de 6 meses eu larguei esse trabalho porque eu não me sentia bem. A sensação que eu tinha era que os professores eram todos maus. Eu ficava bastante angustiado com esses professores. Não tinha interação, eu não conseguia me sentir bem, então eu preferir mudar de escola (Carlos, 36 anos - 2022).

O surdo professor de matemática vivencia um lugar de isolamento em sua atuação profissional, sobretudo por encontrar barreiras comunicacionais para realizar planejamentos compartilhados, para trocar experiências sobre práticas escolares e até para estabelecer laços afetivos-sociais com seus pares em momentos diversos do contexto escolar.

Voltando a falar da minha família, a maioria deles não são formados, no máximo ensino fundamental, eles não sabiam, não conheciam sobre universidade, sobre nada. Eles só trabalhavam, minha mãe fazia comida, ia ao supermercado, sabia o básico de ir ao supermercado fazer uma compra. Sempre tentava brincar com matemática, mas no geral, não tinha muito isso na minha casa. Tinha dificuldade com algumas palavras, devido ao fato deles *não terem a formação completa. E dentro de casa eu não tinha esse apoio então eu considero que eu sofri um pouquinho nesse processo, eu sou o único, eu tenho uma irmã ouvinte, tenho duas irmãs ouvintes (Paulo, 46 anos - 2022).*

Além do possível isolamento familiar enquanto único surdo da família, destaca- se dificuldades outras enfrentadas pela condição social familiar. Ações como a busca de atendimento especializado visando compreender a surdez enquanto fator identitário e o apoio escolar familiar são dificultadas quando se observa as condições financeiras enfrentadas por essa família. Precisamos entender que surdos pertencentes a classes sociais diferentes não vivenciarão a experiência da surdez de forma homogênea, e alguns vivenciarão outras exclusões além daquelas causadas pela surdez.

Os surdos não têm apenas uma identidade. É importante pensar que não existe apenas a letras libras para os surdos. Existem outros cursos que os surdos podem fazer (Carlos, 36 anos - 2022).

As experiências vividas ao longo da vida contribuem de forma particular para cada surdo construir sua própria identidade. Experiência de surdos solo em família ouvinte ou surdos filho de pais surdos, surdos professores jovens ou mais experientes, surdos residentes na zona rural ou urbana, dentre outros. A interseção de dois ou mais fatores sociais vai direcionar para a constituição de uma identidade única. Acredito que a realização de entrevistas com surdas professoras de matemática possibilitará incluir outros eixos da subordinação, em especial a questão do gênero.

Ensaio de ideias conclusivas

Os dados produzidos até o momento sinalizam para a necessidade de olhar para o contexto da surdez com atravessamentos de outras discussões sociais. As narrativas têm permitido enxergar que as histórias de vida individuais remetem a discussões sociais globais, sem perder de vista que cada história é única. Além disso, nos permitem aprender com essas pessoas historicamente marginalizadas pela cultura ouvintista, garantindo seus espaços de protagonismo sobre suas próprias vidas.

O movimento não tradicional da pesquisa narrativa, que coloca as pessoas e suas experiências como lugar central e as teorias em lugar secundário, tem possibilitado identificar quais temas da educação matemática tem atravessado a vida de surdos professores de matemática ao longo de suas trajetórias pessoais, acadêmicas e profissionais. Esperamos que, ao produzir novas (auto)biografias, outras questões sociais entrem para o diálogo entre educação matemática e educação de surdos.

Referências

CLANDININ, D. Jean & CONNELLY, F. Michael. (2015). Pesquisa narrativa: experiência e história em pesquisa qualitativa. (2th ed.). Uberlândia: EDUFU.

CRENSHAW, Kimberle. (2002). Documento para o encontro de especialistas em aspectos da discriminação racial relativos ao gênero. Estudos Feministas,10(1), 171-188. Recuperado de https://www.scielo.br/j/ref/a/mbTpP4SFXPnJZ397j8fSBQQ/?format=pdf&lang=pt

JESUS, Thamires Belo de. (2019). A produção científica sobre educação de surdos: uma análise dos anais do encontro nacional de educação matemática. Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática (pp. 1-13). Cuiabá: Sociedade Brasileira de Educação Matemática. Recuperado de https://sbemmatogrosso.com.br/xiiienem/anais.php

PASSEGGI, Maria da Conceição. (2010) Narrar é humano! Autobiografar é um processo civilizatório. In Passeggi, Maria da Conceição & Silva, Vivian Batista da (Orgs.), Invenções de vidas, compreensão de itinerários e alternativas de formação (pp. 103-130). Brasil: Cultura Acadêmica.

PASSEGGI, Maria da Conceição. (2020). Enfoques narrativos en la investigación educativa brasileña. Revista Paradigma, Edición Cuadragésimo Aniversario: (1980-2020), 57-79. Recuperado de http://revistaparadigma.online/ojs/index.php/paradigma/article/view/929.

Microinclusões de pessoas LGBTI+ em um contexto da Educação Matemática

Microinclusion of LGBTI+ people in a Mathematics Education context

Microinclusiones de personas LGBTI+ en un contexto de Educación Matemática

Hygor Batista Guse[1365]
Universidade Federal do Rio de Janeiro
0000-0003-2052-4998

Erikah Pinto Souza[1366]
Universidade Federal do Rio de Janeiro
0000-0002-2647-0655

Agnaldo da Conceição Esquincalha[1367]
Universidade Federal do Rio de Janeiro
0000-0001-5543-6627

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Educação Matemática e Inclusão

Resumo

A matemática pode (re)produzir cis-heteronormas em relação a pessoas LGBTI+. Para tensionar e caminhar em direção a uma desconstrução dessa (re)produção, o objetivo deste trabalho é evidenciar práticas potencialmente microinclusivas que possibilitam torná-la um meio pelo qual pessoas LGBTI+ possam ser representadas em aulas de matemática. Para isso, apresentaremos algumas práticas em articulação com propostas já evidenciadas por pesquisadores e pesquisadoras do campo da educação matemática. A partir do exposto, concluímos que trabalhar com práticas potencialmente microinclusivas voltadas para pessoas LGBTI+ em aulas de matemática é poder dar condições para que as diferenças dessas pessoas possam, de fato, continuar (r)e(s)xistindo em meio a sociedade brasileira.

Palavras-chave: Matemática, práticas potencialmente microinclusivas, pessoas LGBTI+.

Abstract

Mathematics can produce and reproduce cis-heteronorms in relation to LGBTI+ people. To tension and move towards a deconstruction of this production and reproduction, the goal of this work is to highlight potentially microinclusive practices that make it possible to make it a means by which LGBTI+ people can be represented in math classes. For this, we will present some practices in articulation with proposals already evidenced by researchers in the mathematics education field. From the above, we conclude that working with potentially microinclusive

[1365] hygor.guse@gmail.com
[1366] nucleomatcie@gmail.com
[1367] agnaldo@im.ufrj.br

practices aimed at LGBTI+ people in math classes is being able to provide conditions so that the differences of these people can, in fact, continue existing and resisting in Brazilian society.

Keywords: Mathematics, practices potentially microinclusive, LGBTI+ people.

Resumen

Las matemáticas pueden producir y reproducir cis-heteronormas en relación con las personas LGBTI+. Para tensionar y avanzar hacia una deconstrucción de esta producción y reproducción, el objetivo de este trabajo es resaltar prácticas potencialmente microinclusivas que permitan convertirla en un medio por el cual las personas LGBTI+ puedan ser representadas en las clases de matemáticas. Para ello, presentaremos algunas prácticas en articulación con propuestas ya evidenciadas por investigadores y investigadoras en el campo de lá educación matemática. De lo anterior, concluimos que trabajar con prácticas potencialmente microinclusivas dirigidas a personas LGBTI+ en las clases de matemáticas está pudiendo brindar condiciones para que las diferencias de estas personas puedan, de hecho, seguir existiendo y resistiendo en la sociedad brasileña.

Palabras clave: Matemáticas, prácticas potencialmente microinclusivas, personas LGBTI+.

Introdução

A matemática pode (re)produzir normas sociais regulatórias em relação às pessoas LGBTI+ ao não considerá-las em seus processos de ensino, de aprendizagem e no currículo (DETONI; GUSE; WAISE, 2022). Nesse contexto, fazem-se necessárias práticas de microinclusão (FAUSTINO et al., 2018) em aulas de matemática que possibilitem que essas pessoas sejam visibilizadas e possam se ver adentrando em espaços que, historicamente, são construídos e moldados por práticas discursivas que denotam o padrão cis-heteronormativo[1368] como dominante.

Diante do exposto, o objetivo deste trabalho é evidenciar práticas de microinclusão que possibilitam tornar a matemática um meio pelo qual pessoas que historicamente são subalternizadas por ela, como pessoas LGBTI+, possam ser representadas e ocupar seus espaços. Visando cumprir este objetivo, apresentaremos algumas práticas potencialmente microinclusivas em articulação com propostas já evidenciadas por pesquisadores e pesquisadoras do campo da educação matemática.

[1368] Padrão que institui como normas a serem seguidas a heteronormatividade e a cisnormatividade.

Microinclusão e Educação Matemática

Ao pensar em uma educação matemática inclusiva, Ole Skovsmose (2019, p. 24) discute "uma educação que tenta estabelecer encontros entre diferenças", e isso nos ajuda a ampliar a ideia de inclusão que em grande parte das vezes está associada quase que exclusivamente à educação matemática de pessoas apoiadas pela educação especial.

Considerando as pesquisas associadas ao Grupo de Trabalho "Diferença, Inclusão e Educação Matemática" da Sociedade Brasileira de Educação Matemática, percebemos um aumento no número de produções que se alinham com a perspectiva de Skovsmose, fundamentando-se nos construtos da Educação Matemática Crítica (SKOVSMOSE, 2001) e da Educação Matemática para Justiça Social (GUTSTEIN, 2003, 2006) e que direcionam seus olhares para outros grupos tradicionalmente marginalizados. Todavia, em contexto brasileiro, produções voltadas para o grupo de pessoas LGBTI+ ainda são escassas (GUSE, 2022).

Em uma pesquisa bibliográfica, Hygor Guse e Agnaldo Esquincalha (2022, em publicação) identificaram 55 produções no campo da educação matemática que trazem discussões envolvendo pessoas LGBTI+. Como um de seus resultados, os autores destacam uma concentração de pesquisas com objetivo de investigar as relações de pessoas LGBTI+ com a matemática na Educação Básica, interpretada como uma tentativa de les autories das produções identificadas em romper com a (re)produção de cis-heteronormas pela matemática no contexto escolar. Todavia, poucas dessas pesquisas são nacionais, principalmente se pensarmos em pesquisas que evidenciam estratégias de ensino que possam tensionar essa (re)produção.

Em função do descrito, para esta produção, buscamos destacar na próxima seção algumas práticas que tornem as aulas de matemática "mais inclusiva[s], subversiva[s], dissidente[s], dentre outras características que a[s] torne[m] potente[s]" (GUSE, 2022, p. 128) para pessoas LGBTI+. Para isso, nos aproximamos da ideia de microinclusão, na qual o prefixo micro diz respeito ao contexto da inclusão. Em outras palavras, estamos nos referindo a inclusões que ocorrem "em nível de grupos específicos ou mesmo em grau individual" (FAUSTINO et al., 2018, p. 900), como é o caso de pessoas LGBTI+.

Evidenciar práticas de microinclusão voltadas para pessoas LGBTI+ em aulas de matemática é poder dar condições para que as diferenças dessas pessoas possam, de fato, continuar (r)e(s)xistindo em meio a sociedade brasileira que, a cada dia mais, tem desrespeitado as diferentes formas de viver pautada em discursos que reforçam a discriminação, por exemplo, o discurso de "ideologia de gênero" nas escolas (MENDES; REIS; ESQUINCALHA, 2022).

É importante ressaltarmos que as práticas que aqui serão apresentadas foram, em sua maioria, aplicadas em aulas de matemática. Tais aplicações trouxeram resultados positivos, principalmente na relação de estudantes que se identificam como LGBTI+ com a matemática, ao perceberem ela como representativa de suas existências. Todavia, devido à limitação de espaço e considerando o objetivo do texto em evidenciar diferentes práticas, buscamos dar destaque a multiplicidade de caminhos possíveis para articular o ensino de matemática com discussões sobre pessoas LGBTI+, deixando discussões relativas às análises das práticas para publicações futuras.

Microinclusões de pessoas LGBTI+ em aulas de matemática

Precisamos pensar em mecanismos que possibilitem, também em aulas de matemática, discussões sobre questões sociais, em especial voltadas para gêneros e sexualidades dissidentes, a fim de, assim como já dito, rompermos com a (re)produção da cis-heteronormatividade que é promovida pela própria disciplina. Em outros termos,

> Assim como se tem discutido a necessidade de, mais do que não sermos racistas, sermos antirracistas, e isso precisa nos ser ensinado nos contextos da família e da escola; da mesma forma, não nos basta não sermos LGBT+fóbicos, precisamos ser anti todo e qualquer discurso vigente que discrimine, segregue ou exclua qualquer pessoa por sua diversidade de gênero ou sexual, e isso é algo para ser também discutido nos contextos da família e da escola e nas salas de aula de quaisquer disciplinas, incluindo as de matemática. (GUSE; WAISE; ESQUINCALHA, 2020, p. 23)

Em função da necessidade descrita, abordaremos aqui alguns exemplos de práticas potencialmente microinclusivas voltadas para pessoas LGBTI+ que podem ser trabalhadas em aulas de matemática. Para isso, nos articularemos com algumas propostas de práticas encontradas em outras produções no campo da educação matemática.

A pesquisadora Brandie E. Waid (2020) evidencia que o primeiro passo para abordarmos a falta de representatividade de pessoas LGBTI+ no currículo de matemática e, consequentemente, nas aulas da disciplina, é avaliar problemas levantados e refletir sobre como valores cis-heteronormativos os atravessam. Para melhor exemplificarmos o descrito, pensemos no seguinte enunciado, retirado de MatematiQueer (2022, no prelo): "João pediu para sua mãe R$10,00 para comprar biscoitos. Ela só tinha o troco das compras, no valor de R$6,30, e lhe disse para pegar o restante com seu pai, já que ele controla as finanças da família. Qual valor foi pedido por João ao seu pai?"

A partir do enunciado, podemos nos questionar: Quais conhecimentos sociais, para além da matemática, estão sendo assumidos e problematizados no problema? Quais pessoas estão sendo representadas por este problema? Quais experiências não estão sendo refletidas ou incluídas? A estrutura da família apresentada no problema é a única existente? Quais outras configurações familiares poderíamos ter? Que enunciados podem fomentar discussões que consideram outras estruturas familiares, permitindo que mais estudantes se sintam contemplades por outras situações problemas? Esses questionamentos nos possibilitam refletir sobre quais vidas são representadas em enunciados que são apresentados em aulas de matemática, permitindo que pensemos em formas de tensionar e formular novas situações problemas as quais legitimam as vidas de nosses estudantes.

Além disso, podemos pensar em reestruturar ou criar enunciados que abarquem uma maior representatividade de modos de vida existentes. Nessa perspectiva, o educador matemático transexual Kai Rands (2009) nos traz o seguinte exemplo:

> Queremos que suas famílias venham para a 'Noite do Currículo'. Suas famílias vão jogar jogos de matemática. Um jogo é chamado de 'Padrão de Imagens de Blocos'. Cada pessoa fará uma imagem com pedaços de papel e cola. Cada pessoa precisará de 4 hexágonos, 3 trapézios, 5 triângulos, 4 paralelogramos azuis e 6 paralelogramos brancos. 2 crianças vivem com duas mães. 1 criança vive com dois pais. 1 criança vive com duas mães às vezes e uma mãe e um pai outras vezes. 8 crianças vivem com um pai e uma mãe. 3 crianças vivem com uma mãe. 1 criança vive com um pai. 2 crianças vivem com uma avó. 4 irmãos e 2 irmãs vão jogar o jogo também. (RANDS, 2009, p. 184. tradução nossa)

Segundo o autor, a partir do enunciado proposto, le docente pode fazer questionamentos referentes tanto ao quantitativo de pessoas no jogo, quanto relacionando os polígonos que estruturam o jogo apresentado. Além disso, pensando em ampliar a discussão para uma perspectiva social, mesmo que este problema apresente algumas estruturas familiares não normativas, ainda podemos levantar os mesmos questionamentos apresentados para primeira situação problema objetivando indagar les estudantes a pensar sobre outras estruturas familiares que não são representadas nesta situação problema em particular.

Para além de enunciados de situações-problemas, também podemos articular as discussões envolvendo pessoas LGBTI+ com outros componentes curriculares que estruturam o ensino de matemática na Educação Básica. Um exemplo bem corriqueiro, que podemos citar, é quando encontramos exercícios que envolvem o ensino de estatística.

De acordo com o pesquisador Lawrence Lesser (2007), as estatísticas são números com contexto, este fato possibilita que possamos contextualizar aulas de estatística com temas voltados para a justiça social. A saber, podemos pensar, por exemplo, sobre o porquê o Brasil, em 2021, foi novamente classificado como o país que mais mata pessoas trans e travestis em todo o mundo. Esse fato pode ser explorado a partir de uma análise de dados apresentados pelos relatórios anuais da Trangender Europe (TGEU), que monitora dados globalmente levantados por instituições trans e LGBTI+, e pelos dossiês produzidos pela Rede Nacional de Pessoas Trans do Brasil (REDE TRANS), entidade não-governamental responsável por lutar e promover direitos da população de pessoas trans e travestis no Brasil.

> [...] 2021 deve ser o ano mais mortal para pessoas trans e de gênero diverso desde que começamos a coletar dados, com 375 assassinatos registrados entre 1º de outubro de 2020 e 30 de setembro de 2021. Isso representa um aumento de 7% em relação à atualização de 2020, que já era de 6 % de aumento desde a atualização de 2019. O Brasil continua sendo o país que registrou a maioria dos assassinatos (125), seguido pelo México (65) e pelos Estados Unidos (53). Os dados mostram que um total de 4.042 pessoas trans e de gênero diverso relataram ter sido assassinadas entre 1º de janeiro de 2008 e 30 de setembro de 2021. (TGEU, n. p., 2021, tradução nossa)

Um trabalho nesta direção foi realizado pela educadora matemática transexual Erikah Souza e pelo pesquisador Francisco Silva (2021), ao analisarem os dados do dossiê de 2018 produzido pela REDE TRANS em uma turma de formação continuada de docentes de matemática. Por meio dos dados, les autories puderam indagar discussões que levaram les docentes a refletir sobre as causas da violência que essa população sofre e como isso impacta diretamente o acesso e a permanência delus na escola.

Também podemos trabalhar com dados que promovam uma perspectiva que escape do cenário de violência e morte, a fim de tentar propor outras reflexões com les alunes da Educação Básica. Por exemplo, podemos discutir sobre o crescimento no número de casamentos homoafetivos[1369] que tem acontecido ao longo dos anos no Brasil e, de que forma, isso tem se tornado possível.

Um outro caminho para representar estudantes LGBTI+ em nossas aulas, também explorado por Rands (2009) e Waid (2020) e pensando em um outro componente curricular, é relacionado ao ensino de geometria. A saber, Rands (2009) trabalha a ideia de incorporarmos símbolos que representam pessoas LGBTI+ em aulas de matemática e solicitarmos, por exemplo, que les alunes encontrem suas áreas, perímetros ou qualquer outro

[1369] Veja mais em https://g1.globo.com/pop-arte/diversidade/noticia/2021/11/19/10-anos-apos-decisao-do-stf-numero-de-casamentos-gays-deve-bater-recorde-neste-ano.ghtml conceito matemático que possa ser explorado. Para melhor exemplificar, Waid (2020) propõe um trabalho com a bandeira do "Progresso e Orgulho" (tradução nossa), criada por Daniel Quasar em 2018. Todavia, considerando novas versões da bandeira que passaram a circular recentemente e em função do objetivo de se trabalhar geometria, adaptaremos seu exemplo utilizando a bandeira LGBTI+ que acrescenta o círculo da bandeira intersexo em sua representação.

Figura 1.

Bandeira do "Progresso e Orgulho" com o símbolo da bandeira intersexo

Fonte: https://www.unr.edu/nevada-today/blogs/2021/adding-intersex-representation-to-the-pride-flag

A bandeira ilustrada é estruturada a partir de diversas figuras geométricas que são trabalhadas na educação básica em aulas de matemática. Com isso, torna-se possível realizar cálculos geométricos, além de investigarmos propriedades geométricas como simetria, linhas paralelas, dentre outros conhecimentos (WAID, 2020). Ademais, também podemos pensar sobre o porquê desses símbolos serem representativos para cada grupo ali representado e que outras bandeiras e grupos ainda não são abarcados por essa.

Em suma, com este último exemplo apresentado, mostramos algumas das formas sobre como podemos atravessar os processos de ensino da matemática com práticas potencialmente microinclusivas voltadas para pessoas LGBTI+. Porém, esses são apenas alguns exemplos particulares. Acreditamos que, assim como traz Waid (2020), um dos pontos mais importantes é que nós, enquanto professories de matemática, devemos conhecer e refletir sobre o contexto no qual estamos inserides para assim podermos compreender quais passos podem ser dados a fim de tornarmos nossas aulas de matemática representativas para pessoas LGBTI+. Ademais, devemos sempre nos questionar e tensionar se aquilo que ensinamos representa todes les estudantes ou apenas uma parcela que já é privilegiada pela sociedade em que estamos inserides.

Conclusão

Neste trabalho, buscamos nos aproximar da interpretação de educação matemática inclusiva apresentada por Skovsmose (2019), compreendendo que esta deve se dar a partir de um movimento de valorização das diferenças de forma que se respeite e se enalteça as particularidades de todes les estudantes, em particular, estudantes LGBTI+.

Como dito anteriormente, acreditamos que evidenciar práticas potencialmente microinclusas voltadas para pessoas LGBTI+ em aulas de matemática é poder dar condições para que as diferenças dessas pessoas possam, de fato, continuar (r)e(s)xistindo em meio a nossa sociedade brasileira. Dessa forma, aqui apresentamos alguns exemplos de práticas para que professories de matemática possam ter inspiração para explorar a representação de pessoas LGBTI+ no ensino de matemática.

Todavia, é importante frisarmos novamente que cada docente deve (re)conhecer o contexto no qual está inseride e "criar (e compartilhar) seus próprios exemplos matemáticos de representação LGBTQ+" (WAID, 2020, p. 878, tradução nossa) para que juntes possamos caminhar para uma matemática mais inclusiva tanto para pessoas LGBTI+ quanto para qualquer outra que escape dos padrões normativos da sociedade.

Referências

Detoni, H. dos R., Guse, H. B., Waise, T. S. (2022). Um olhar queer para a Educação Matemática. In Esquincalha, A. da C. (org.): *Estudos de Gênero e Sexualidades em Educação Matemática*. Brasília, DF: SBEM Nacional (pp. 160-187).

Guse, H. B. (2022). *Pesquisas com pessoas LGBTI+ no campo da Educação Matemática: indagando processos de (cis-hetero)normatização da área.* [Dissertação de Mestrado em Ensino de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro]. https://pemat.im.ufrj.br/index.php/es/producao-cientifica/dissertacoes/103-2022/360-pesquisas-com-pessoas-lgbti-no-campo-da-educacao-matematica-indagando-processos-de-cis-hetero-normatizacao-da-area

Guse, H. B., Esquincalha, A. da C. (2022, em publicação). Por uma Educação Matemática desviante das (cis-hetero)normas: o que dizem as pesquisas envolvendo pessoas LGBTI+?. Bolema: Boletim de Educação Matemática.

Guse, H. B., Waise, T. S., Esquincalha, A. da C. (2020). O que pensam licenciandos(as) em matemática sobre sua formação para lidar com a diversidade sexual e de gênero em sala de aula? *Revista Baiana de Educação Matemática*, 1, 01-25.

Gutstein, E. (2003). Teaching and learning mathematics for social justice in an urban Latino School. *Journal for Research in Mathematics Education*, 34(1), 37-73.

Gutstein, E. (2006). *Reading and writing the world with mathematics*: toward a pedagogy for social justice. New York, NY: Routledge.

Faustino, A. C.; Moura, A. Q,; Silva, G. H. G.; Muzinatti, J. L.; Skovsmose, O. (2018). Macroinclusão e microexclusão no contexto educacional. *Revista Eletrônica de Educação*, 12(3), 989-911.

Lesser, L. M. (2007). Critical Values and Transforming Data: Teaching Statistics with Social Justice. *Journal of Statistics Education*, 15(1).

MatematiQueer (2022, no prelo). Estudos de Gênero: o que matemática tem a ver com isso? Brasília: Sociedade Brasileira de Educação Matemática.

Mendes, L. C., Reis, W. dos Esquincalha, A. da C. (2022). Por que algumas pessoas se incomodam com a pesquisa sobre gêneros e sexualidades em educação matemática? In Esquincalha, A. da C. (org.): *Estudos de Gênero e Sexualidades em Educação Matemática*. Brasília, DF: SBEM Nacional (pp. 22-46).

Rands, K. (2009). Mathematical Inqu[ee]ry: beyond 'Add-Queers-and-Stir' elementary mathematics education. *Sex Education: Sexuality, Society and Learning*, 9(2), 181-191

Souza, E. P., Silva, F. V. (2021). Gênero e sexualidade na formação continuada de professores/as de matemática: Um relato de experiência. In Santana, K. F. Silveira, E. L. (org.): *Educação, linguagens e ensino*: Saberes interconstitutivos. 1. (pp. 50-61).

Skovsmose, O. (2001). *Educação Matemática Crítica*: a questão da democracia. Campinas: Papirus.

Skovsmose, O. (2019). Inclusões, encontros e cenários. *Educação Matemática em Revista*, 24(64), 16-32.

Transgender Europe (TGEU). Transrespect Versus Transphobia. (2021). Atualização TDoR 2021 do TMM. https://transrespect.org/en/tmm-update-tdor-2021/

Valente, P. (2020). O "x" e o "@" não são a solução: Sistema Elu e Linguagem Neutra em Gênero. *Medium* - @pedrosttv. https://medium.com/@pedrosttv/sistema-elu-linguagem-neutra-em-g%C3%A9nero-pt-pt-9529ed3885cf.

Waid, B. E. (2020). Supporting LGBTQ+ Students in K-12 Mathematics. *Mathematics Teacher: Learning and Teaching PK-12*, 113(11), 874-886.

Pensando o ensino de matemática "fora da caixa": umrelato de experiência na aula de macro/micro exclusões/inclusões na educação matemática com tecnologias digitais.

Thinking mathematics teaching "outside the box": an experience report in the macro/micro classroom exclusions/inclusions in mathematics education withdigital technologies.

Pensar la enseñanza de las matemáticas "fuera de la caja":relato de una experiencia en el aula macro/micro exclusiones/inclusiones en la educación matemática con tecnologías digitales.

Evelyn dos Santos Catarina[1370]
Mestranda no Programa de Pós - Graduação em Ensino de Matemática pela UFRGS

Maurício Rosa[1371]
Universidade Federal do Rio Grande do Sul
0000-0001-9682-4343

Modalidade: Comunicação, Oficina ou Poster
Núcleo Temático: Educação Matemática e Inclusão.

Resumo

O presente trabalho apresenta um relato de experiência de ensino e aprendizagem da disciplina de Macro/Micro Exclusões/Inclusões na Educação Matemática com Tecnologias Digitais no curso de Mestrado em Ensino de Matemática da UniversidadeFederal do Rio Grande do Sul (UFRGS).

Palavras-chave: Exclusões/Inclusões; Ensino de Matemática.

Abstract

The present work presents an experience report of teaching and learning of the discipline of Macro/Micro Exclusions/Inclusions in Mathematics Education with Digital Technologies in the Master's course in Mathematics Teaching at the Federal University of Rio Grande do Sul (UFRGS).

Keywords: Exclusions/Inclusions; Teaching Mathematics.

[1370] profevelynmat@gmail.com
[1371] mauriciomatematica@gmail.com

Resumen

El presente trabajo presenta un relato de experiencia de enseñanza y aprendizaje de ladisciplina de Macro/Micro Exclusiones/Inclusiones en la Educación Matemática con Tecnologías Digitales en la Maestría en Enseñanza de las Matemáticas de la Universidad Federal de Rio Grande do Sul (UFRGS).

Palabras clave: Exclusiones/Inclusiones; Enseñanza de las Matemáticas.

Introdução

Quando pensamos no ensino de matemática para nossos/nossas/nossus[1372] estudantes da Educação Básica, muita das vezes temos pensamentos condicionados em um ensino pautado somente na resolução dos exercícios sobre Aritmética, Álgebra, Geometria e nos contextos e conteúdos que envolvem tais tópicos matemáticos.

Em meio a execução desse ensino também nos questionamos sobre essa própria prática conteudista e, com base desses questionamentos, pensamos em possibilidades detransformação de nossa prática e nos recursos que podem ser experienciados e que acompanhem contextos que façam sentido à própria matemática, de modo que nossos/nossas/nossus estudantes tenham a possibilidade de constituir seu conhecimento.Nesse processo, em certos momentos não nos damos conta da quantidade de recursos que temos disponíveis para serem utilizados em nossas aulas e, em alguns momentos, isso também pode nos levar a nos questionar: Quais deles utilizar e como?

Com o avanço das Tecnologias Digitais (TD) na educação, sua utilização tem sido bastante requisitada e sua abordagem tem se dado de diversas formas, mas será queessas são utilizadas de forma a modificar/ampliar o conhecimento matemático em salade aula? Suas potencialidades são exploradas a contento? Será que em uma aula de matemática somente devemos abordar as TD para reforçar conteúdos matemáticos? Será que essa forma conteudista de se trabalhar a matemática é a forma que deve serseguida?

Perguntas como essas nos levam a uma reflexão sobre nossa formação inicial e continuada e, mais que isso, nos fazem pensar como estamos dando sentido às nossas aulas de matemática. Então, sob o ponto de vista que indica que estamos sempre constituindo conhecimento, temos que:

[1372] Utilizamos esta grafia para empoderar todos os gêneros neste artigo. Logo, inserindo o gênero gramatical neutro (CASSIANO, 2019) ao masculino e feminino, estamos nos posicionando politicamente de acordo às concepções de combate à exclusão defendidasneste texto.

> […] o professor é um intelectual da transformação que busca uma formação política e conscientizadora discente. Já no enfoque da investigação ação a docência é atividade investigativa, intelectual e autônoma e o ensino é uma atividade crítica, ética e se busca a harmonia entre valores, princípios e práticas educativas. (BACCON; CLOK; MENDES, 2014, p. 7).

Com isso, como profissionais responsáveis por ensinar, educar e tentar transformar os diferentes espaços educativos, também, é importante estarmos atentos/atentas/atentes às diferentes necessidades de nossos/nossas/nossus estudantes e, assim, pensar em diferentes formas de constituir conhecimento nesses espaços.

Não obstante, precisamos nos atentar para nossas práticas, pois elas podem nos direcionar a diversas questões como: Será que em certos momentos não sujeitamos os/as/es estudantes a uma única forma de ensino e aprendizagem? Será que não limitamos a criatividade dos/das/des estudantes? Para Rosa (2019), ao restringirmos o ensino ao modelo conteudista e mecânico imposto por algumas escolas ou reproduzir esse modelo, seguindo o que nos foi imposto em nossa formação do como ensinar matemática, podemos subordinar criativamente esses/essas/essus estudantes.

Assim, no decorrer dessa jornada docente um olhar atencioso sobre nossas açõesse torna pertinente e com ele novas discussões, pesquisas, intervenções educacionais “fora dos padrões estabelecidos” e até “rebeliões” inovadoras no contexto educacionalse fazem necessárias para que possamos ser desafiados e pensar “fora da caixa” em nossas aulas de matemática. Dessa forma, nós temos a possibilidade de sairmos da posição de sujeito autoritário que detém todo conhecimento e de sujeito reprodutor de práticas mecânicas. Rosa (2019) relata que uma insubordinação criativa se apresenta como um caminho no campo educacional para que a relação entre professores/professoras/professories e estudantes não seja uma relação entre sujeitos ativos e passivos, respectivamente.

Ainda nesse processo, podemos pensar em outros caminhos para abordar amatemática como em questões sociais, culturais e tantas outras que pertencem ao contexto dos/das/des estudantes dentro dos espaços educativos, trazendo discussões como gênero, racismo, diferentes características entre as pessoas, de forma a dar sentidoà matemática trabalhada em termos de mensuração, comparação, relação, agrupamento, espaço, forma etc.

Nesse sentido, as Tecnologias Digitais (TD) inclusive podem se tornar boas propostas para abordar discussões de diversos assuntos, ao mesmo tempo em que se entrelaçam com tópicos matemáticos que tragam suporte para essa discussão. Assim, Souza e Rosa (2021) afirmam que a matemática ganha possibilidade de problematizar situações de grupos subordinados quando essa é propagada, por exemplo, por meio de filmes cinematográficos, vídeos do Youtube, séries, entre outros recursos, que contextualizam discussões importantes sobre a desigualdade vivenciada por esses grupos subordinados e que servem ao mesmo tempo de meio para a discussão matemática.

Consequentemente, pensar em uma formação docente inicial e continuada no contexto das TD, na qual essas tenham suas potencialidades exploradas nas práticas pedagógicas, se mostra cada vez mais relevante. Defendemos, então, uma formação que não utilize as tecnologias somente como recurso auxiliar, dito motivador ou para dar um“colorido” à aula, mas que essa sejam partícipes do processo de constituição do conhecimento matemático. Assim, apresentamos um processo de formação continuada que ocorreu por meio de uma disciplina em um Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, a qual tomou por base esse viés aqui apresentado. Ou seja, uniu matemática, questões sociais, filmes e séries provenientes de *streaming* como modo de transpor as aulas conteudista e, mais que isso, dar sentido à matemática ensinada.

Relatando a disciplina de Macro/Micro Exclusão/Inclusão na Educação Matemática com Tecnologias Digitais

Diante do exposto, a disciplina de Macro/ Micro Exclusão/Inclusão na Educação Matemática com Tecnologias Digitais, ministrada no curso de Mestrado em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, nos despertou para novas visões sobre o ensino de matemática. A disciplina foi pensada na perspectiva da Cyberformação, a qual para Souza e Rosa (2021) se apresenta como uma formação docente com TD, na qual professores/professoras/professories que ensinam matemática passam a assumir em suas práticas docentes a experiência com TD, buscando o potencial dessas em termos de atuação na constituição do conhecimento, daresponsabilidade social[1373] e da *héxis* política[1374]. Assim, levam para os espaços educativos o sentido de ser-com-TD, pensar-com-TD e saber-fazer-com-TD, de modo a possibilitar que essas TD atuem na constituição do conhecimento matemático.

Durante a execução da disciplina, a cada semana eram disponibilizados filmes/episódios de séries e textos de base educacional, educação matemática, filosófica e/ou sociológica, que tinham ligação entre si, para que houvesse a produção de um plano de aula de matemática para

[1373] Rosa (2021), expõe esse conceito para que nós professories nos atentemos ao pensarmos numa responsabilidade social como um todo, em que para cada sujeito existe um contexto diferente focando no seu ensino e aprendizagem.
[1374] Esse conceito se caracteriza na perspectiva de Rosa (2022), em que vem contrariar o ponto de vista de que uma sociedade é definida por uma única pessoa ou um único grupo, assumindo assim um preceito em relação à igualdade de termos de participação política, a liberdade e o respeito às diferenças.

cada tópico estudado. Ambos, obra cinematográfica e artigo/capítulo teórico discutiam os mais diversos assuntos ligados a questões sociais e, dessa forma, com a dinâmica de articulação entre eles, diversas perguntas pedagógicas se materializaram: Por que assistir filmes que não tem conteúdos matemáticos? Por que discutir os textos filosóficos e sociológicos e não deixar somente os provenientes da Educação Matemática? Será que isso realmente tem a ver com ensino de matemática?

No decorrer das discussões ocorridas na disciplina, descobrimos e/ou redescobrimos que o ensino de matemática está além de ensinar conteúdos matemáticos. A cada aula o professor e os/as/es colegas nos fizeram pensar "fora da caixa", isto é, além de uma visão limitada de que ensinar matemática é ensinar conteúdos, e que a Matemática, com letra maiúscula (ROSA; BICUDO, 2018), ou seja, a de fórmulas e cálculos, não é a única. Na verdade, só é parte da matemática que precisamos/devemos discutir.

Ao sugerir uma análise de um recorte de uma ou mais cenas de cada filme/episódio proposto, com embasamento dos textos disponibilizados, e pensar em umplano de aula em que um contexto matemático pudesse dar base/sustentação ao assunto tratado, se fez missão difícil, uma vez que provocou a nossa necessidade de articular pontes, fazer relações, entender a matemática por dentro e, principalmente, ser criativo/criativa/criative.

Para detalharmos melhor esse procedimento escolhemos um dos encontros da disciplina para descrever como fomos "desafiados/desafiadas/desafiades" a pensarmos "fora da caixa". Sendo assim, o encontro escolhido foi o segundo da disciplina que teve como tema: Macro/micro exclusão/inclusão na Educação Matemática – conceito, percepções, legislação. Nesse encontro, o filme indicado da semana foi Coringa (2019)[1375],o qual trata sobre a vida de Arthur Fleck interpretado por Joaquin Phoenix que é o protagonista desta trama que envolve drama e suspense. Que conta com o roteiro de Todd Phillips e Scott Silver, e dirigido por Todd Phillips. A trama relata a história do personagem Arthur que trabalha em uma agência de talentos como palhaço e cuida sozinho de sua mãe doente, mesmo nas condições de um cidadão pobre e com problemas psiquiátricos. E esse enredo ganha um novo direcionamento quando as reflexões sociais e psicológicas de Arthur o levam a cometer uma série de atos que o transformam num vilão da história.

[1375] O filme Coringa (Joker), é um filme americano, baseado no personagem de mesmo nome da DC Comics, do gênero suspense psicológico, lançado em 2019, dirigido por Todd Phillips, que co-escreveu o roteiro com Scott Silver (JOKER, 2021).

Junto ao filme foram disponibilizados dois textos, um sobre Macroinclusão e microexclusão no contexto educacional de Faustino *et al*. (2018), que descreve como algumas ações dentro dos espaços educativos podem gerar macroinclusões e macroexclusões, e outro de Sawaia (2001), o capítulo As Artimanhas da Exclusão: Análise psicossocial e ética da desigualdade social do livro O Sofrimento ético - políticocomo categoria de análise da dialética exclusão/inclusão, que relata sobre exclusão/inclusão e como essas duas questões estão interligadas.

A maioria dos/das/des integrantes da turma já havia assistido o filme, no entanto,foi importante assistir novamente, agora com um outro olhar. Assim, nesse momento doassistir novamente, surgiram outras perguntas: Como fazer relação deste filme com os textos sobre Exclusão/Inclusão e Macroinclusões/Microexclusões? Como montar um plano de aula com um tópico matemático que embase essas questões apresentadas no filme? Mesmo com tantas perguntas sendo processadas, aceitamos o desafio e fomos à produção do plano de aula.

Procedimento da análise do filme

Nessa seção do artigo o processo percorrido por nós para a produção do plano deaula que inicia com a análise desse filme sob embasamento dos textos lidos. Assim,escolhemos as cenas que mais nos chamaram a atenção, articulamos com oembasamento teórico discutido e, depois disso, partimos para o plano de aula elaborado.

Selecionamos duas cenas e com elas fizemos a discussão incluindo o filme e os textos, e posteriormente elaboramos o plano de aula no qual escolhemos como tópico matemático o assunto sobre Conjuntos Numéricos. As cenas destacadas para fazerrelação com os textos foram:

- 7 min de filme: quando Arthur (protagonista do filme) diz para assistente social que se sentia melhor quando estava no sanatório (local em que ele estava para tratamento psiquiátrico); do que fora (nas ruas).
- Quase 40 min: quando Thomas Wayne (milionário da cidade de Gotham que concorre à prefeitura da cidade) diz que as pessoas que são “menos favorecidas”,são covardes; e que as pessoas que são “mais favorecidas” olharão para outras com indiferença. Ele ressalta que os três homens que trabalhavam para ele (e foram mortos por Arthur no metrô após os homens zombarem dele) eram boas pessoas, mesmo ele não os conhecendo pessoalmente.

Ao destacarmos a primeira cena, trazemos uma reflexão de que, às vezes, as pessoas, por se acharem que não pertencem a algum ambiente, se sentem melhores em lugares isolados, em lugares que elas acham que só fazem parte daquele espaço pessoas que expressam o mesmo sentimento que elas. Visto que isso pode acontecer com pessoas com deficiências, pessoas que às vezes precisam de apoio financeiro, emocional, entre outras questões, um olhar cuidadoso se faz necessário, quando dialogamos com outras pessoas. O que também nos remete ao nosso contexto de sala de aula e a nossos diálogos com nossos/nossas/nossus estudantes, já que cada um/uma/umepossui diferentes características.

Já na segunda cena, uma outra reflexão vem à tona, ou seja, como as diferenças de classes também podem fazer com que pessoas sejam excluídas simplesmente por nãoterem o mesmo posicionamento financeiro que outros.

Sendo assim, analisando o contexto do filme, nosso cotidiano e ambienteeducacional, e focando nas duas cenas destacadas, notamos que as possíveis diferenças entre os/as/es indivíduos, sejam elas uma particularidade ou uma situação financeira/social, podem causar exclusão por parte de outros/outras/outres indivíduos pertencentes à sociedade. Nesse contexto,

> Estudar exclusão pelas emoções dos que a vivem é refletir sobre o “cuidado” que o Estado tem com seus cidadãos. Elas são indicadoras do (des)compromisso com o sofrimento do [...] [ser humano], tanto por parte do aparelho estatal quanto da sociedadecivil e do próprio indivíduo. [...] Sem o questionamento do sofrimento que mutila o cotidiano, a capacidade de autonomia e a subjetividade [...] [das pessoas], a política, inclusive a revolucionária, torna-se, mera abstração e instrumentalização. (SAWAIA, 2001, p. 99)

Assim, um olhar mais atento sobre os mais diversos tipos de exclusão se faz necessário. Com isso se torna pertinente o cuidado sobre a situação que ooutro/outra/outre está vivendo. Nesse sentido,

> [...] a empatia representa uma competência essencial para a evolução da espécie humana ao longo do tempo, pois é preciso que cada indivíduo consiga, em alguma medida, colocar-se no lugar de seu semelhante. Se um indivíduo for empático, terá a capacidade de perceber ou entender o que o outro sente, deseja e necessita. Assim, poderá respeitar o espaço alheio, favorecendo a convivência social e a manutenção da harmonia do grupo (MOITOSO; CASAGRANDE, 2017, p. 215)

Sendo assim, a necessidade de se colocar no lugar do/da/de outro/outra/outre vaimuito além de falar que entende o que aquele/aquela/aquelu indivíduo está passando ou sentindo. É olhar com respeito, tentar entender e, em alguns casos, tentar ajudar no processo pelo qual o/a/e outro/outra/outre está passando.

Diante dessas colocações, o contexto da exclusão/inclusão ainda se revela mediante as cenas destacadas e outras passagens do filme. Pegando a questão dasegunda cena destacada, em que Thomas Wayne fala dos/das/des menos e/ou mais favorecidos/favorecidas/favorecides, notamos que ele faz distinção entre as classes e, com isso, exclui, em sua fala, aquelas pessoas que não fazem parte do mesmo “ciclo de poder” que ele. Pois, mesmo não conhecendo os rapazes (que trabalhavam em uma de suas empresas e foram mortos no metrô por Arthur), ele diz que eles eram pessoas boas,isso porque eles trabalhavam em suas empresas. Mas uma pessoa que não tem dinheiro, que esteja desempregada, também não pode ser boa? O que determina se ela é boa ou não? Nesse contexto,

> Microexclusões são práticas sutis, realizadas de forma consciente ou não, que tendem a “isolar” o indivíduo em determinado ambiente, na maioria das vezes considerado inclusivo, apresentando-se como um obstáculo para seu desenvolvimento humano. No caso educacional, microexclusões também podem mostrar-se como um obstáculo para aaprendizagem dos estudantes que as experienciam (FAUSTINO et al., 2018, p. 900).

O texto ainda destaca que:

> [...] O prefixo micro pode dar esta falsa impressão. Na verdade, microexclusões tendema ser brutais e severas. O elemento de composição micro diz respeito ao contexto da exclusão. Microexclusões ocorrem em nível de grupos específicos ou mesmo em grau individual enquanto macroexclusões se referem a exclusões que operam em um nível sócio-político mais geral (FAUSTINO et al., 2018, p. 900).

Perante o exposto, podemos notar que algumas situações que praticamos com microexclusões podem marcar para sempre aquela pessoa. Focando nos ambientes educacionais, nós como professores também precisamos estar atentos/atentas/atentus as nossas ações perante os/as/es estudantes, pois ações mal planejadas podem gerar transformações marcantes naquele/naquela/naquelu pessoa.

Assim, concluímos nossa análise dos recortes do filme e seguimos para nosso plano de aula que, como dito anteriormente, se embasa no tópico sobre: Conjuntos.

O Plano de aula: entrelaçando a Macro/Micro Exclusão/Inclusão e o Ensinode Matemática

Como a proposta da disciplina não era focar no conteúdo matemático e sim mostrar como podemos abordar um contexto matemático por meio de diferentes assuntos, pensamos para esse plano embasar a ideia de Exclusão/Inclusão por meio da temática Conjuntos. A escolha dessa temática matemática (Conjuntos) se deu por entendermos que a temática nos permite formular questões com diferentes grupos e, entre eles, explorar assuntos em que alguns indivíduos pertencem a determinadas comunidades e outros são excluídos, por não se encaixarem naquele ambiente perante asnormas estabelecidas por aqueles/aquelas/aquelus que se consideram pertencentes. Ressaltamos que a intenção do trabalho com conjuntos foi de nos embasar matematicamente na discussão entre união, interseção e diferença entre classes/indivíduos, principalmente, destacando a indagação: Como se define um conjunto? A partir de quais critérios?

Assim, indicamos que a proposta de atividade seria para uma turma do 1º ano doEnsino Médio, com o objetivo de trazer uma discussão sobre especificidades e limitações em relação a diferentes características de cada indivíduo. O assunto sugerido seria Exclusão/Inclusão embasado em operações com Conjuntos, pois esse tema permite entrelaçar a questão da diversidade de indivíduos entre os grupos e como esses indivíduos são excluídos/incluídos nas diferentes comunidades.

O procedimento seria sugerir que os/as/es estudantes fizessem uma pesquisa sobre pessoas excluídas (em suas comunidades ou/ e na internet) e anotassem quais são suas especificidades e qual tipo de suporte essas pessoas recebem ou deveriam receber. O recurso a ser utilizado seria assistir o filme com eles/elas/elus dentro do espaço educacional.

A avaliação seria na perspectiva de Rosa e Maltempi (2006), em que prezaríamos pelo processo da constituição do conhecimento, em que avaliar os/as/es estudantes não se trata de dar uma nota ou observar o seu processo quantitativo de tarefas feitas mas sim as trocas de informações entre nós mediadores e os estudantes durante a aula e a realização da atividade proposta num processo qualitativo, no qual a união entre seu interesse, suas manifestações e a confiança em construírem suas próprias verdades seja o mais importante de ser valorizado.

A atividade proposta aconteceria da seguinte forma após a pesquisa realizada pelos/pelas/peles estudantes, solicitamos que eles/elas/elus dividam os casos: pessoas excluídas em grupos e, a partir dessa divisão, conduzimos uma discussão sobre de que forma eles/elas/elus separaram os grupos, quais critérios utilizaram para que um caso estivesse em um grupo e não no outro? Também, haveria possibilidade de uma nova configuração de grupos? Há elementos que pertencem a um grupo e pertencem a outro ao mesmo tempo? O que determina o pertencimento? O que determina a inclusão em um grupo? O que determina a exclusão de um grupo? Tentando levar os estudantes a uma reflexão de como em certos momentos determinadas pessoas são excluídas de alguns espaços por serem consideradas “diferentes” e não pertencentes àquele ambiente,começaríamos a tratar como matematicamente isso é definido. Como usar a linguagem matemática de pertencimento, de não pertencimento, em caso de um conjunto de elementos, estar contido e não estar contido, de diferença etc. Assim, a discussão da exclusão/inclusão, como na diferença entre conjuntos em que os elementos que não pertencem a um conjunto são separados em um outro e determinado grupo, seria conduzida para elencar comparações e pensar matematicamente sobre o que condiciona a definição de um conjunto, de forma que a própria matemática venha a contribuir como entendimento de relações sociais de exclusão/inclusão. Em seguida, solicitamos que escrevam suas impressões sobre suas pesquisas e sobre as respostas às perguntas orientadas.

Esperamos que durante o processo de troca de informações entre nós mediadores e eles/elas/elus, os/as/es estudantes possam, dentro do contexto que trazem Rosa e Maltempi (2006), participar de forma colaborativa de uma abordagem crítica tendo uma visão pessoal desse processo e, com isso, pensar e conversar sobre tais temáticas. Esperamos, também, que os/as/es estudantes percebam como determinadas pessoas são excluídas de determinados grupos pelo simples fato de haver uma definição implícita depertencimento, a qual, por vezes, não passa de uma relação de poder. Essa leitura da sociedade pode ajudar a analisar as ocorrências entre união, intersecção e diferença entre conjuntos.

Nesse caso específico, a ideia de trabalhar operações com conjuntos junto às questões de pessoas excluídas é tentar mostrar como essas podem ser vistas e, às vezes, colocadas como pertencentes a grupos distintos por meio de pré-definições instituídas, criadas e/ou estruturais. Com isso, buscamos trazer uma reflexão sobre exclusão/inclusão dessas pessoas em diferentes espaços/ambientes por meio da própria matemática.

Considerações finais[1376]

Trazemos como nossas considerações finais que essa prática docente nos desafia a abordar a matemática de um outro ponto de vista, permitindo que durante nossasaulas, atividades como esta se mostrem como uma oportunidade para trazer diferentes visões em relação ao ensino de matemática. Além de possibilitar nossos/nossas/nossus estudantes a terem um outro olhar nas aulas de matemática, notando que dentro do ensino de matemática também podemos discutir diversos assuntos relacionados ao contexto social, cultural, entre tantos outros pertencentes aos seus ambientes educacionais e sociais, e que em sua maior parte podemos ter como aporte a essasdiscussões o embasamento matemático.

Referências

BACCON, A. L. P. et. al. Formação de professores de matemática: reflexões sobre as concepções de aprender e ensinar. **X ANPED SUL**. Florianópolis, 2014.

[1376] O presente trabalho foi realizado com apoio financeiro do Estado do Rio Grande do Sul por intermédio da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio Grande do Sul (FAPERGS), da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil(CAPES) – Edital 18/2020 - PDPG e do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq - Processo: 311858/20210.

CASSIANO, O. Guia para “Linguagem Neutra” (PT-BR). 2019. Disponível em: <https://medium.com/guia-para-linguagem-neutra-pt-br/guia-para-linguagem-neutra-pt- br-f6d88311f92b >. Acesso em: 20 jun. 2021.

CORINGA. Direção: Todd Phillips. Produção de Village Roadshow Pictures.Estados Unidos: Warner Bros, 2019. PopCorn Time.

FAUSTINO, A. C. et al. Macroinclusão e microexclusão no contexto educacional. DOI: http://dx.doi.org/10.14244/198271992212 **Revista Eletrônica de Educação**, v. 12, n. 3, p. 898-911, set./dez. 2018.

MOITOSO, G. S; CASAGRANDE, C. A. A gênese e o desenvolvimento da empatia: fatores formativos implicados. **Educação Por Escrito**, Porto Alegre, v. 8, n.2, p.209-224, jul. dez. 2017.

ROSA, M. Cyberformação com Professories de Matemática: A Compreensão da HéxisPolítica à Pedagogia Queer. In.: ESQUINCALHA, A. C. (Org.). **Estudos de Gênero e Sexualidades em Educação Matemática:** tensionamentos e possibilidades. 1. ed.

Brasília: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2022. v. 1. p. 206-246. ROSA, M. A Responsabilidade Social na Cyberformação com Professories de Matemática: uma discussão sobre racismo. In: Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 2021, Uberlândia. **Anais** do Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. Brasília: SBEM, 2021. v. 8. p. 1198-1214.

ROSA, M. Por que Insubordinação Criativa na Educação Matemática? **RIPEM**, Brasília, v. 9, n.3, 2019, pp. 1-4.

ROSA, M. BICUDO, M. A. V. . Focando a constituição do conhecimento matemáticoque se dá no trabalho pedagógico que desenvolve atividades com tecnologias digitais.In: Rosa Monteiro Paulo, Ingrid Cordeiro Firme, Carolina Cordeiro Batista. (Org.). **Ser professor com tecnologias.** 1 ed. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2018, v. 1, p.21-87.

ROSA, M. ; MALTEMPI, M. V.. A avaliação sob o aspecto da educação a distância. **Ensaio** (Fundação Cesgranrio. Impresso), v. 14, p. 57-75, 2006.

SAWAIA, B. O Sofrimento ético-político como categoria de análise da dialética exclusão/inclusão. In.: SAWAIA, B. **As Artimanhas da Exclusão:** análise psicossocial e ética da desigualdade social. Petrópolis: Editora Vozes, 2001. p. 97-118.

SOUZA, M. F. de; ROSA, M. Cyberformação, produtos cinematográficos e produção de aulas de matemática: em busca de uma educação matemática libertadora. **Educação Matemática em Revista**, Brasília, v. 27, n. 71, p.72-95, abr./jun. 2021.

Relações étnico-raciais e Educação Matemática: um breve panorama sobre a implementação da Lei 10.639/2003

Ethnic-Racial Relations and Mathematics Education: a brief overview of the implementation of 10.639/2003 Law

Relaciones Étnico-Raciales y Educación Matemática: un breve resumen sobre la aplicación de la Ley 10.639/2003

Washington Santos dos Reis[1377]
Universidade Federal do Rio de Janeiro
0000-0002-4590-7605

Victor Giraldo[1378]
Universidade Federal do Rio de Janeiro
0000-0002-2246-6798

Modalidade: Comunicação
Núcleo Temático: Educação Matemática e inclusão

Resumo

Neste trabalho temos como foco realizar um levantamento de pesquisas no campo da Educação Matemática que têm como interesse de investigação as questões étnico-raciais, com ênfase na implementação da Lei 10.639/2003 no ensino de matemática. Buscamos responder ao seguinte questionamento: Como as pesquisas da área de Educação Matemática têm pautado debates sobre a implementação da Lei neste campo de estudo e atuação docente? Do ponto de vista metodológico, empregamos a pesquisa bibliográfica e procedimentos qualitativos de análise. Para o levantamento das pesquisas utilizamos: (a) a ferramenta de busca Catálogo de Teses & Dissertações da CAPES, com palavras-chave relacionadas à Educação Matemática e as relações étnico-raciais; e (b) o conhecimento dos autores sobre as áreas pesquisadas para a obtenção de trabalhos não catalogados nas plataformas virtuais. Como resultados, pontuamos que as pesquisas do campo têm feito denúncias no que se refere a ausência de concepções antirracistas na Educação Matemática, assim como apontam desafios a serem enfrentados no contexto da pesquisa, atuação docente e no direcionamento para reformulações curriculares.

***Palavras-chave*:** Educação Matemática; Lei 10.639/2003; Relações étnico-raciais.

Abstract

In this paper we focus on conducting a survey of research in the field of Mathematics Education that have as research interest the ethnic-racial issues, with emphasis on the implementation of the Law 10.639/2003 in mathematics education. We seek to answer the following question: How has the research in the field of Mathematics Education guided debates about the implementation of the Law in this field of study and teaching? From the methodological point

[1377] swashingtonreis@gmail.com
[1378] victor.giraldo@gmail.com

of view, we used bibliographic research and qualitative analysis procedures. For the survey we used: (a) the internet search tool CAPES's Theses & Dissertations Catalog, with keywords related to Mathematics Education and ethno-racial relations; and (b) the authors' knowledge about the researched areas to obtain works not catalogued in the virtual platforms. As results, we point out that the researches in the field have denounced the absence of anti-racist conceptions in Mathematics Education, as well as pointed out challenges to be faced in the context of research and teaching activities, and also in the direction of curricular reformulations.

***Keywords*:** Mathematics Education; 10.639/2003 Law; Ethnic-racial relations.

Resumen

En este trabajo nos centramos en la realización de un estudio de las investigaciones en el campo de la Educación Matemática que tienen como interés de investigación las cuestiones étnico-raciales, con énfasis en la aplicación de la Ley 10.639/2003 en la enseñanza de las matemáticas. Buscamos responder a la siguiente pregunta: ¿Cómo ha orientado la investigación en el ámbito de la Educación Matemática los debates sobre la aplicación de la Ley en este campo de estudio y enseñanza? Desde el punto de vista metodológico, hemos utilizado procedimientos de investigación bibliográfica y de análisis cualitativo. Para el relevamiento se utilizó: (a) la herramienta de búsqueda Catálogo de Tesis y Disertaciones de CAPES, con palabras clave relacionadas con la Educación Matemática y las relaciones étnico-raciales; y (b) el conocimiento de los autores sobre las áreas investigadas para obtener trabajos no catalogados en las plataformas virtuales. Como resultados, señalamos que las investigaciones en el campo han denunciado la ausencia de concepciones antirracistas en la Educación Matemática, así como han señalado los desafíos que deben enfrentarse en el contexto de las actividades de investigación y enseñanza y también en la dirección de las reformulaciones curriculares.

***Palabras clave*:** Educación Matemática; Ley 10.639/2003; Relaciones Étnico-raciales.

Introdução

Em 2003 a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) foi modificada pela Lei 10.639/2003 (BRASIL, 2003), cujo texto obriga o ensino de história e cultura africana e afro-brasileira nos currículos das redes de ensino do país. Já em 2008 foi promulgada a Lei 11.645, que alterou a Lei 10.639/2003 passando a obrigar também o ensino de história e cultura indígena. Entendemos que essa modificação da LDB foi um divisor de águas para a Educação brasileira, pois a partir daí se instituiu a necessidade de pensar os contextos e as especificidades da população negra e indígena no que diz respeito ao conhecimento escolar e acadêmico.

No âmbito da Educação Matemática, o interesse pela agenda da Educação das relações étnico-raciais tem crescido desde a promulgação da Lei 10.639/2003. No entanto, as produções da área apontam para a necessidade de ampliação dessa agenda para uma maior mobilização e efetivação desse marco legal (e.g. CORREIA; SANTOS, 2021; FRANÇA; LIMA, 2010).

Neste trabalho, pretendemos fazer um breve apanhado de pesquisas realizadas nessa esteira de interesse pela temática das relações étnico-raciais na Educação Matemática, com ênfase na implementação da Lei 10.639/2003 no ensino de matemática. Buscamos por pesquisas de conclusão de curso de graduação, de mestrado e de doutorado. O recorte temporal foi 2008-2021, uma vez que as primeiras pesquisas disponíveis nas plataformas de busca utilizadas são de 2008.

Entendemos a importância de pautar os contextos indígenas no âmbito da luta antirracista, mas nesta pesquisa nos limitamos à perspectiva afrodiaspórica. Tal escolha se deu sobretudo pelas especificidades que as populações indígenas possuem, especificidades essas que não foram focalizadas neste trabalho. Por isso, delimitamos nossa busca aos trabalhos que versam sobre a Lei 10.639/2003. Em pesquisas futuras essa ampliação se faz necessária.

Este trabalho se justifica pela necessidade de contribuir para o agenciamento da negritude no âmbito da Educação Matemática em seu aspecto inclusivo. Pautar essas questões implica na possibilidade de compreender onde se faz necessário estabelecer diálogos e insurgências visando mudanças de paradigmas. Portanto, reivindicamos uma matemática culturalmente situada e comprometida com a justiça social, que focaliza a aprendizagem no contexto de pessoas historicamente marginalizadas, alargando assim os sentidos da inclusão nas pesquisas em Educação Matemática.

Metodologia

Do ponto de vista metodológico, empregamos a pesquisa bibliográfica e procedimentos qualitativos de análise, cujas características possibilitam inserção em aspectos subjetivos dos fenômenos estudados. Fizemos uma revisão de algumas pesquisas da Educação Matemática que têm como temática as relações étnico-raciais e a Lei 10.639/2003. Os procedimentos de busca utilizados envolveram: (a) a ferramenta de busca da internet Catálogo de Teses & Dissertações da CAPES, com palavras-chave relacionadas à Educação Matemática e relações étnico-raciais; e (b) o conhecimento dos autores sobre as áreas pesquisadas para a obtenção de trabalhos não catalogados nas plataformas virtuais.

No que diz respeito a busca no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES, fizemos quatro pesquisas, na primeira, utilizamos as palavras-chave "Educação Matemática" e "Africanidades" com o descritor booleano "AND", excluímos uma que versava sobre Educação Química e obtemos um total de sete pesquisas de mestrado e doutorado.

Na segunda busca utilizamos as palavras-chave “Educação Matemática” e “Cultura Negra” com o descritor booleano “AND”. Ambas as palavras-chave com aspas para obtermos um resultado filtrado, uma vez que sem aspas estava resultando milhares de pesquisas que não diziam respeito ao tema. Com essa busca obtemos duas pesquisas. Na terceira busca utilizamos as palavras-chave “Etnomatemática” junto com “Relações étnico-raciais”, também com aspas e com o descritor booleano “AND” e obtemos seis resultados.

Por fim, na quarta busca utilizamos as palavras-chave “Educação Matemática” junto a “lei 10.639/03” com o descritor booleano “AND”, e obtivemos cinco pesquisas, no entanto uma delas foi excluída por já constar na primeira busca. Portanto, restaram quatro pesquisas que contêm exatamente as palavras-chave especificadas.

Após essa busca, fizemos a leitura dos resumos de cada uma das dezenove pesquisas encontradas e escolhemos algumas para ler e apresentar os resultados de acordo com os objetivos deste trabalho e também de modo a representar um panorama mais amplo com base nas escolhas de: (1) serem as pesquisas mais antigas mapeadas na plataforma de busca, sendo assim algumas das primeiras a se pronunciarem no âmbito da implementação da Lei 10.639/2003 na Educação Matemática – Forde (2008) e Silva (2008); (2) abordar os jogos africanos, que se tornaram uma tendência de implementação da Lei em sala de aula – Pereira (2011); e (3) abordar livros didáticos de matemática – Silva (2020).

Além disso, inserimos algumas pesquisas que conhecemos, mas que não foram mapeadas pela ferramenta de busca. Os motivos para a inserção dessas pesquisas se deram por: (4) investigar a dinâmica da sala de aula de matemática no contexto de implementação da Lei – Oliveira (2019); investigar narrativas de professores sobre a implementação da Lei – Silva (2021); e (6) apontar alguns dos desafios para a implementação da Lei na Educação Matemática – Gonzaga (2021).

Na Tabela 1 a seguir consta as pesquisas selecionadas para que apresentemos seus resultados na seção seguinte.

Tabela 1.
Corpus da pesquisa

Autoria	Título	Nível	Instituição	Programa/ Unidade	Ano
Forde, Gustavo Henrique Araújo	A Presença Africana no Ensino de Matemática: análises dialogadas entre história, etnocentrismo e educação	Mestrado Acadêmico	Universidade Federal do Espírito Santo	Educação	2008
Silva, Vanisio Luiz da	A cultura negra na escola pública: uma perspectiva etnomatemática	Mestrado Acadêmico	Universidade de São Paulo	Educação	2008
Pereira, Rinaldo Pevidor	O jogo africano Mancala e o ensino de matemática em face da lei 10.639/03	Mestrado Acadêmico	Universidade Federal do Ceará	Educação	2011
Oliveira, Fabiana Pereira de	Tensões nas aulas de matemática e contribuições para um currículo para a educação das relações étnico-raciais	Doutorado Acadêmico	Universidade Federal de Minas Gerais	Educação	2019
Silva, Maysa Ferreira da	O romper do silêncio discriminatório no livro didático de matemática na perspectiva da educação para as relações étnico-raciais	Doutorado Acadêmico	Universidade Federal do Paraná	Educação	2020
Silva, Dione Aparecido Ferreira da	Narrativas de professores/as de Matemática sobre questões raciais	Mestrado Acadêmico	Universidade Federal do Rio de Janeiro	Ensino de Matemática	2021
Gonzaga, Daniella da Silva	(Des)caminhos para o tratamento de questões raciais no ensino de matemática: desafios na implementação da lei 10.639/03	Licenciatura em Matemática	Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro	Escola de Matemática	2021

Discussão

Fazendo esse apanhado na ordem cronológica, começaremos falando da dissertação de Vanisio Luiz da Silva, defendida em 2008 no Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade de São Paulo, tendo como título “A cultura negra na escola pública: uma perspectiva etnomatemática”. A pesquisa teve como objetivo “analisar a maneira como os educadores matemáticos trabalham a herança cultural do educando no cotidiano e nas aulas de Matemática.” (Silva, 2008, p. 19).

Os resultados evidenciam a realidade de professores/as sem preparo para pensar a partir das relações étnico-raciais em aulas de matemática, assim como o não aparelhamento das universidades para a implementação dos marcos legais que preconizam uma formação de professores/as alinhada com as temáticas que envolvem a Lei 10.639/2003. Segundo o autor,

> as entrevistas relevaram, em grau mais acentuado, o desconhecimento, o desconforto e a insegurança dos professores em trabalhar os temas. Tal constatação demonstra

> primeiramente que as diretrizes das políticas educacionais não estão sendo corretamente aplicadas na escola de ensino fundamental e, dentre as muitas justificativas encontradas, parecem aflorar novamente os descompassos entre as propostas das administrações públicas e a realidade docente, desta vez com relação à aplicação das diretrizes do poder público. Se considerarmos a diversidade racial e as especificidades da comunidade negra na educação, as entrevistas mais uma vez demonstram o total despreparo dos professores para lidar com as diretrizes da LDBN/96, dos PCN e da Lei 10.639. (Silva, 2008. p. 118-119)

No mesmo ano, uma dissertação intitulada “A presença africana no ensino de matemática: análises dialogadas entre história, etnocentrismo e educação” foi defendida no Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal do Espírito Santo por Gustavo Henrique Araújo Forde. O objetivo da pesquisa foi compreender como se dava a presença africana no ensino de matemática. Para isso, o autor problematizou as mensagens explícitas e implícitas nos discursos docentes e de historiadores da matemática. Em suas considerações, o autor comenta que

> As reflexões trazidas no bojo dessa dissertação nos autorizam a dizer que, no processo de inclusão da história e cultura afro-brasileira no currículo escolar, conforme previsto na Lei nº 10.639/03 é preciso compreender que parte dos conhecimentos que utilizamos nos currículos de matemática são conhecimentos africanos desenvolvidos, sobretudo, pela civilização egípcia. Trata-se de compreender se aquilo que a Lei nº 10.639/03 propõe incluir, de certa forma, já permeia as nossas vidas cotidianas e escolares, localizando-se nas dobras e nas fissuras dos discursos docentes e na escrita historiográfica. (Forde, 2008, p. 257)

Forde alerta para a já existência de traços do conhecimento africanos no currículo de matemática, mas que essa relação precisava ser feita no contexto da luta antirracista que preconiza o marco legal que aqui estamos focalizando. Ambos os trabalhos denunciam a parca implementação da Lei no contexto do ensino de matemática no Brasil nos cinco primeiros anos após sua promulgação.

Ademais, é importante pontuar que essas dissertações bebem da Etnomatemática, sobretudo Silva (2008). Essa é uma tendência de fundamentação dos estudos sobre as relações étnico-raciais na Educação Matemática, como verifica-se em trabalhos que fazem levantamentos sobre a cultura afro-brasileira em pesquisas sobre Etnomatemática (e.g. Correia & Santos, 2021; Vargas & Lara, 2015).

Em 2011, Rinaldo Pevidor Pereira defendeu sua dissertação no Programa de Pós-Graduação em Educação Brasileira da Universidade Federal do Ceará. A dissertação teve como título “O jogo africano Mancala e o ensino de matemática em face da Lei nº 10.639/2003” e objetivou estudar a possibilidade de utilização do jogo de tabuleiro africano Awalé, da família de jogos Mancala, como recurso metodológico de ensino e aprendizagem matemática. Fazendo uma associação ao ensino de história, cultura africana e afro-brasileira com vistas à implementação da Lei 10.639/2003.

Como resultados, o autor demarcou que, com a prática do jogo, verificaram-se a promoção de aulas interativas, assim como mudanças em relação à postura do professor no contexto da sua formação continuada como movimento de aprendizado em sala de aula. O autor destaca também a contribuição com a construção de conhecimentos na relação entre matemática, história e culturas afro-brasileiras, bem como o aumento da autoestima dos estudantes em relação à negritude. O autor coloca que

> Os aspectos culturais presentes nos movimentos do jogo também contribuíram para a inclusão da Lei 10.639/03 nas aulas de matemática. Na pesquisa, identificamos a cultura africana e afro-brasileira na forma de praticar o jogo, tendo em vista a relação dele com as sementes do baobá, nos movimentos e nas regras. Por intermédio do baobá contamos histórias e lendas sobre a árvore bem como sua importância para a cultura africana e afro-brasileira. (Pereira, 2011, p. 141)

Tal pesquisa demarca uma tendência que se consolidou bastante quando o assunto é implementação da Lei 10.639/2003, que é a utilização de jogos africanos, sobretudo da família Mancala, em aulas de matemática, como pontua Pereira (2016).

Em 2019, foi defendida no Programa de Pós-graduação em Conhecimento e Inclusão Social em Educação da Universidade Federal de Minas Gerais uma tese denominada "Tensões nas aulas de matemática e contribuições para um currículo para a educação das relações étnico-raciais", pela pesquisadora Fabiana Pereira de Oliveira. O trabalho teve como objetivo o seguinte questionamento: "que mudanças ocorrem nas aulas de matemática quando, nelas, são introduzidos elementos da história e cultura africana, e que contribuições essas mudanças podem trazer para a composição de um currículo para a educação das relações étnico-raciais?" (Oliveira, 2019, p. 14-15).

Como resultados, a pesquisadora aponta que, de acordo com as atividades desenvolvidas em seu percurso metodológico, percebeu-se que, ao abordar a temática étnico-racial em aulas de matemática, houve mudança tanto na prática dos/as professores/as quanto dos/as alunos/as em relação ao envolvimento e interesse. Constatou-se também uma maior autonomia e protagonismo dos/as alunos/as. Ademais, houve mudança no que diz respeito ao combate ao racismo e preconceito no ambiente escolar. A autora nos diz que

> observa-se mudanças tanto na prática da professora quanto nas práticas dos alunos, no envolvimento e no interesse nas aulas de matemática com a temática étnico-racial em destaque. A temática étnico-racial proporcionou algumas articulações do cotidiano da escola com as vivências dos alunos e da sua comunidade, o que promoveu uma ampliação do campo de ação dos alunos, expandindo as atividades escolares para o

> espaço da comunidade onde vivem e, de um modo ou de outro, interagindo com a comunidade fora da escola. Constata-se, também, mudanças nas relações dos alunos com os conteúdos de matemática, com a introdução de outros saberes que são mobilizados na prática. Mudam as condições para realizar as tarefas, com a introdução de novos recursos materiais pela professora, pela pesquisadora e pelos alunos. (Oliveira, 2019, p. 162)

Tal estudo se mostra importante para evidenciar que as práticas educacionais em Educação Matemática alinhadas aos pressupostos da legislação antirracista podem ser exitosas. De modo a propiciar um deslocamento epistêmico ao passo que os conhecimentos africanos e afrodiaspóricos – em consonância com a perspectiva ética e política que a Lei preconiza – ganham espaço no currículo e desmontam o eurocentrismo como visão única.

Ainda no contexto curricular, mas agora olhando para materiais curriculares, Maysa Ferreira da Silva defendeu sua tese “O romper do silêncio discriminatório: o manuseio do livro didático de matemática na perspectiva da educação para as relações étnico-raciais” em 2020 no Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal do Paraná. O objetivo da pesquisa foi analisar em que medida o livro didático de matemática do 6º ano do ensino fundamental reproduz e produz desigualdades raciais. Para isso foram analisados livros aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) e distribuídos nas escolas públicas de 2005 a 2017. Como tese, a autora defende que

> o Livro Didático de Matemática reforça as desigualdades raciais brasileiras, seja pela ausência de uma abordagem que inclua contribuições e valores africanos e afro-brasileiros em sua estrutura curricular, seja pela difusão de discursos que hierarquizam personagens brancas e negras nas imagens, em ideias estereotipadas e outras formas de hierarquias raciais. A principal forma de racismo identificada ocorreu pela via do silenciamento das personagens de Cor/Raça preta e parda, incidindo, sobretudo, na ausência da imagem feminina negra nos diferentes cenários apresentados nos Livros Didáticos de Matemática. (Silva, 2020, p. 25)

Aqui, podemos perceber um olhar também para as questões de gênero, uma vez que esta categoria de análise se faz necessária num cenário de investigação de materiais didáticos, pois, como pontua Silva (2020), estes envolvem a construção imagética de espaços sociais a serem ocupados.

Por meio desta pesquisa, percebemos que a luta pela implementação precisa se ampliar cada vez mais, seja no âmbito da formação inicial e continuada de professores/as, seja nos currículos ou na produção e avaliação de materiais didáticos, dada a importância que estes ocupam nas salas de aula e na construção imagética do conhecimento escolar.

Em 2021, a dissertação intitulada “Narrativas de professores/as de Matemática sobre questões raciais” foi defendida por Dione Aparecido Ferreira da Silva no Programa de Pós-

Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro, objetivando entender o lugar das questões raciais no âmbito das práticas pedagógicas de professores/as de matemática. O pesquisador, em seus resultados, aponta

> para a necessidade de apropriação de referenciais teóricos para amparar a construção de práticas docentes que visam atender as demandas imposta pela Lei 10.639/03. [...] Dessa maneira, entende-se que a ausência de ações positivas que visam à representatividade do negro na sala de Matemática reflete a falta de diálogos simultâneos para com a pauta racial na formação inicial dos docentes. Também demostra a carência de referenciais teóricos que orientem de maneira mais precisa para as questões discutidas nesta pesquisa. (Silva, 2021, p. 65)

Ou seja, fica evidente que, mesmo após dezenove anos da promulgação da Lei 10.639/2003, esta ainda encontra grandes dificuldades de implementação no contexto da Educação Matemática. Por vezes, tais dificuldades não diferem daquelas apontadas nos primeiros registros que aqui discutimos em Silva (2008) e Forde (2008).

Pensando sobre essas dificuldades de implementação na Educação Matemática, Daniella da Silva Gonzaga realizou uma pesquisa denominada "(Des)Caminhos para o tratamento de questões raciais no ensino de matemática: desafios na implementação da lei 10.639/03", que foi apresentada em 2021 na Escola de Matemática da Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro (Unirio) como Trabalho de Conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática desta instituição. A pesquisa teve como objetivo "refletir sobre a importância da aplicação da Lei 10.639/2003 e apontar desafios em sua implementação no ensino de matemática, para a construção de uma educação antirracista." (Gonzaga, 2021, p. 14).

Em seus resultados, a autora demarcou três eixos nos quais a implementação da Lei se mostra desafiadora para a Educação Matemática. O primeiro consiste na configuração em que a matemática se apresenta, cristalizada como um conhecimento eurocêntrico, branco e masculino. Sobre esse primeiro desafio, a pesquisadora observa que "Tal pensamento dificulta, também, a produção de materiais que tratem sobre a aplicação da lei, além de contribuir para que estudantes não-brancos se distanciem dessa disciplina e achem que não são capazes de aprendê-la." (ibidem, p. 51). Gonzaga prossegue comentando que

> Outro desafio a ser superado é a atuação da branquitude na manutenção dos privilégios brancos e do sistema vigente, que coloca o negro em uma posição de inferioridade, enquanto o branco permanece em uma posição de superioridade. Nessa perspectiva, a matemática tenta permanecer neutra sobre essa temática, tentando se eximir da responsabilidade de participar dessa discussão, fazendo com que estudantes e professores também se eximam. Isso é percebido até nos livros didáticos, pois muitos trazem uma imagem negativa da África e dos negros. (Gonzaga, 2021, p. 51-52)

Para completar os três eixos, Gonzaga afirma que "Temos, assim, professores que não são formados para uma educação antirracista e, diante dessa lacuna na formação, aqueles que estão na escola ainda não sabem, também, como aplicar a Lei 10.639/03." (Gonzaga, 2021, p. 52).

Notamos, com os resultados das pesquisas aqui relatadas, que muito precisa ser feito para a efetiva implementação da Lei 10.639/03 no contexto do ensino de matemática. Contudo, na Educação Matemática como campo de pesquisa, destacamos trabalhos que versam sobre a temática, incluindo trabalhos de conclusão de cursos de graduação, mestrado e doutorado.

Entretanto, como todas as pesquisas concluem, é preciso que esse tema seja levantado de forma mais consistente e ampla no campo da Educação Matemática, tanto na implementação transversal no currículo da educação básica e do ensino superior, como nas pesquisas dos programas de pós-graduação, projetos de extensão e de iniciação científica. Além disso, é fundamental a criação de redes entre pesquisadores/as dessa temática, uma vez que a não construção de laços e colaborações de pesquisa pode acarretar no isolamento de percepções potentes para movimentos necessários nos âmbitos nacional e local.

Considerações finais

Com o levantamento aqui feito, objetivamos, por meio dos trabalhos escolhidos, representar algumas tendências nas pesquisas sobre as relações étnico-raciais na Educação Matemática, além dos principais desafios que as pesquisas pontuam para que novas direções sejam tomadas. As tendências que buscamos aqui representar são as constantes denúncias da parca implementação da Lei 10.639/2003, tanto na educação básica como na superior; os apontamentos de desafios e perspectivas a serem encaradas pela área com vistas a focalizar ações para tais desafios; a necessidade de reformulação dos currículos de matemática e a análise de elementos discursivos em materiais didáticos; assim como o uso da ludicidade de jogos africanos para a implementação da Lei na Educação Matemática. Já no contexto das perspectivas de conhecimento, a Etnomatemática se destaca como a referência teórica mais utilizada nas investigações no campo da Educação Matemática com foco nas relações étnico-raciais.

Ademais, esperamos que esta investigação reverbere no campo de pesquisa de modo a incentivar novas investigações e propostas antirracistas para a atuação na Educação Matemática. Axé!

Referências

Brasil (2003) *Lei 10.639, de 9 de janeiro de 2003*. Altera a Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional, para incluir no currículo oficial da Rede de Ensino a obrigatoriedade da temática "História e Cultura Afro-Brasileira", e dá outras providências. Diário Oficial da União. Brasília, DF.

Correia, N. D. S., & Santos, V. O. A cultura afro-brasileira em trabalhos de etnomatemática: uma revisão sistemática de pesquisas acadêmicas nacionais. *Educação Matemática Pesquisa*, 23(1), 655-682.

Forde, G. H. A. (2008) *A presença africana no ensino de matemática*: análises dialogadas entre história, etnocentrismo e educação. (Dissertação de Mestrado em Educação) Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória.

França, E. T., & Lima, M. B. (2010) Matemática e construção da identidade de crianças negras: uma busca a partir de produções científicas. *Revista Fórum Identidades*, 7(7), 53-74.

Gonzaga, D. S. (2021) *(Des)caminhos para o tratamento de questões raciais no ensino de matemática***:** desafios na implementação da lei 10.639/03. (Monografia de Licenciatura em Matemática) Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

Oliveira, F. P. (2019) *Tensões nas aulas de matemática e contribuições para um currículo para a educação das relações étnico-raciais*. (Tese de Doutorado em Educação) Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

Pereira, R. P (2011) *O jogo africano mancala e o ensino de matemática em face da Lei nº 10.639/2003*. [Dissertação de Mestrado em Educação, Universidade Federal do Ceará].

Pereira, R. P. (2016) *Potencialidades do jogo africano mancala IV para o campo da educação matemática, história e cultura africana*. (Tese de Doutorado em Educação) Universidade Federal do Ceará, Fortaleza.

Silva, D. A. (2021) *Narrativas de professores de matemática sobre questões raciais* (Dissertação de Mestrado em Ensino de Matemática) Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

Silva, M. F. (2020) *O romper do silêncio discriminatório*: o manuseio do livro didático de matemática na perspectiva da educação para as relações étnico-raciais (Tese de Doutorado em Educação) Universidade Federal do Paraná, Curitiba.

Silva, V. L. (2008) *A cultura negra na escola pública:* uma perspectiva etnomatemática. (Dissertação de Mestrado em Educação) Universidade de São Paulo, São Paulo.

Vargas, J. L. S., & Lara, I. C. M. (2015) A Cultura Afro-Brasileira sob o Enfoque da Etnomatemática: Um Mapeamento Teórico Sobre os Estudos Brasileiros. *Abakós*, 3(2), 70-82.

Contexto rural na Colômbia e Educação Matemática

Rural context in Colombia and Mathematics Education

Contexto rural en Colombia y Educación Matemática

Nathalia Valderrama[1379]
Universidad de Barcelona
0000-0002-2160-2380

Modalidad: Comunicación
Núcleo Temático: Educación Matemática e inclusión

Resumo

O presente trabalho é parte do trabalho de uma pesquisa de doutorado que visa investigar o papel da educação matemática escolar em contextos rurais da Colômbia para realizar uma análise tomando como referência principal os critérios de idoneidade didática estabelecidos na Abordagem Ontossemiótica de Conhecimento e Instrução Matemática (EOS). O principal objetivo deste trabalho é contextualizar a educação matemática rural, seus desdobramentos, princípios, políticas, desafios e dificuldades, entre outros, nos últimos anos em relação ao Processo de Paz acordado em 2016, no quadro em que a educação matemática desempenha um papel importante. como ferramenta transformadora da sociedade e como uma das ciêcias necessárias para contribuir com a modernização e revalorização do campo. A partir dessa contextualização, além de uma revisão teórica, realizou-se uma abordagem do território rural da cidade de Bogotá, a fim de ter outras formas de compreender e valorizar os processos educativos, seus desdobramentos, avanços e problemas. Para isso, considerou-se necessário ouvir, ler, compreender e aprender com os protagonistas dos processos de ensino, os professores, realizando um exercício com seis instituições educativas rurais da cidade de Bogotá do qual participam apenas professores. O exercício é baseado na metodologia de pesquisa narrativa em que pesquisador e pesquisado constroem diálogos para criar narrativas que contam seu papel como professores de matemática e ali trabalham para documentar as primeiras conclusões e dados de análise.

Palabras clave: educação, matemática, rural, pesquisa, narrativa

Abstract

The present work is part of the work of a doctoral research that aims to investigate the role of school mathematics education in rural contexts of Colombia in order to carry out an analysis taking as the main reference the criteria of didactic suitability established in the Ontosemiotic Approach of Mathematics Knowledge and Instruction (EOS). The main objective of this work is to contextualize rural mathematics education, its developments, principles, policies, challenges and difficulties, among others, in recent years in relation to the Peace Process agreed in 2016, in the framework that the Mathematics education plays an important role as a transforming tool for society and as one of the necessary sciences to contribute to the

[1379] Nvaldera7@alumnes.ub.edu

modernization and revaluation of the field. From this contextualization, in addition to a theoretical review, an approach to the rural territory of the city of Bogotá has been carried out, in order to have other ways of understanding and valuing educational processes, their developments, advances and problems. For this, it was considered necessary to listen, read, understand and learn from the protagonists of the teaching processes, the teachers, carrying out an exercise with six rural educational institutions in the city of Bogotá in which only teachers participate. The exercise is based on the narrative research methodology in which the researcher and the researched build dialogues to create narratives that tell their role as mathematics teachers and there they work to document the first conclusions and analysis data.

Keywords: education, mathematics, rural, research, narrative.

Resumen

El presente trabajo hace parte del trabajo de una investigación doctoral la cual pretende indagar el rol de la educación matemática escolar en contextos rurales de Colombia para hacer un análisis tomando como marco de referencia principal los criterios de idoneidad didáctica establecidos en el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática (EOS). El primer objetivo de este trabajo pretende contextualizar la educación matemática rural, sus desarrollos, principios, políticas, retos y dificultades, entre otros, en los últimos años a propósito del Proceso de Paz pactado en el año 2016, en el que la que la educación matemática juega un papel importante como herramienta transformadora de sociedad y como una de las ciencias requeridas para aportar en la modernización y revalorización del campo. Desde esta contextualización además de una revisión teórica se hace un acercamiento al territorio rural de la ciudad de Bogotá, con el fin de tener otras maneras de entender y valorar los procesos educativos, sus desarrollos, avances y problemáticas. Para esto se consideró necesario escuchar, leer, entender y aprender de los protagonistas en los procesos de enseñanza, los profesores, realizando un ejercicio con seis instituciones educativas rurales de la ciudad de Bogotá en el que participan once profesores. El ejercicio se apoya en la metodología de investigación narrativa en la que el investigador y los investigados construyen diálogos para crear narrativas contando su rol como profesores de matemáticas y de allí se empiezan a documentar los primeros hallazgos y datos de análisis.

Palabras clave: educación, matemática, rural, investigación, narrativa.

Descripción

Una de las prioridades para construir procesos de paz en Colombia es mirar al campo y al campesino desde una perspectiva amplia que entienda y valore los sectores rurales del país a partir de sus atributos, reconozca su identidad, apueste a su transformación y al mejoramiento de los modelos precarios de acompañamiento y presencia del estado con el fin de superar las dificultades actuales y pretender una mejoría en los procesos educativos como herramienta transformadora del campo y potenciadora de un mejor país. Teniendo en cuenta que Colombia es un país mayoritariamente rural (con aproximadamente un 65% de territorio rural), en el que abarca algo más de un 30% de la población total, el rol de la educación y específicamente de la enseñanza de las matemáticas escolares en territorios rurales es fundamental y cobra gran importancia en la vía de desarrollo de país.

La educación rural en Colombia se inicia a principios del siglo XX con el objetivo de atender a la población que se encontraba fuera de las ciudades y formarla desde prácticas agrícolas que aportaran en el desarrollo económico del país, cualificando la mano de obra para la industrialización de los procesos agropecuarios. Esta perspectiva de educacion para el trabajo puede explicar en cierta medida la concepción de la población campesina ligada a la idea de trabajadores bases del sistema de producción, limitando el desarrollo de conocimientos científicos en la región, lo que se traduce como un bajo nivel de desarrollo y se asocia con niveles de pobreza.

Según Mendoza (2018) algunas instituciones latinoamericanas han centrado sus discusiones en lo que es y debe ser la educación rural, sobre cuáles son las escuelas que quieren y necesitan los habitantes rurales, y las que se tienen, estableciendo grandes discrepancias entre unas y otras pues se identifica que los principios educativos para quienes viven en el campo difieren ampliamente de los que se imponen desde las ciudades.

Considerando una contextualización documentada acerca de los procesos educativos en territorio rural se destacan entre las principales problemáticas el no acceso a la educación o la deserción escolar, así como también la pertinencia y calidad de la educación. La cobertura siempre ha sido una preocupación en parte esto se debe a las largas distancias entre las escuelas y las viviendas y los costos que implica estudiar comparado con los de trabajar; los niños del campo privilegian el trabajo en muchas ocasiones frente a la posibilidad de educarse, pese a que la educación es un derecho y es obligatoria pero evidentemente no es priorizado frente a las diversas problemáticas del sector, enmarcadas en la pobreza, la desigualdad y la violencia. La calidad de la educación es otra problemática relevante en el sistema educativo rural, se requiere un mayor impacto de la educación que aporte en el mejoramiento de la calidad de vida de las personas y la transformación del campo. (MEN, 2018). De aquí surge la necesidad de aportar en el mejoramiento de las prácticas de enseñanza aprendizaje desde todas las perspectivas y aspectos posibles, para este trabajo de investigación se considera relevante hacer un análisis de reflexión sobre la instrucción del profesor de matemáticas rural, por lo que se toma como referente teórico el análisis de idoneidad propuesto por el del Enfoque Ontosemiótico EOS con el fin de tener un referente para determinar lo óptimo o adecuado del proceso de adaptación entre los significados personales logrados, es decir los aprendizajes y los significados institucionales pretendidos, es decir, la enseñanza; teniendo en cuenta las circunstancias y necesidades propias del entorno, para el caso el territorio rural (Godino, 2016).

El objetivo general de la propuesta de investigación permite revisar algunas problemáticas y necesidades de la educación matemática rural a partir de la contextualización, en los últimos 5 años después de la firma del acuerdo de paz que propone en su primer punto la Reforma rural Integral para la cual la educación es una herramienta indispensable que aporta en su desarrollo de tal manera que se mejore la calidad de vida de las personas y posibilite el desarrollo sostenible en el campo. De ahí que antes de iniciar la reflexión de las practicas matemáticas a partir del análisis de idoneidad didáctica se propone en un primer momento y como desarrollo del primer objetivo específico, hacer una por un lado, una contextualización de la educación matemática rural en Colombia a partir de una documentación teórica y por otro lado, hacer un primer acercamiento a los territorios para identificar prácticas matemáticas que permitan leer, entender y comprender los contextos.( )

Pregunta de investigación

¿Cómo emprender un acercamiento al territorio rural que permita valorar, leer y entender los procesos de enseñanza - aprendizaje de las matemáticas que allí se desarrollan (más allá de evaluar o dar juicios de valor) con el fin de comprender el territorio, los procesos educativos y los sujetos de la población, así como encontrar algunas problemáticas propias de la educación matemática rural?

Metodología

Este trabajo muestra el desarrollo y algunos hallazgos en un ejercicio investigativo inicial de contextualización en un trabajo de campo que permite escuchar, analizar y visibilizar las voces de los profesores de matemáticas rurales, comprender el territorio, los procesos educativos y cómo los sujetos de esta población han ido relacionando sus saberes a lo largo de su vida personal y profesional. Lo anterior desde un ejercicio que permite narrar las experiencias reflejadas en saberes docentes, aquí el dialogo con las personas del territorio cobra un papel importante que permite escuchar para construir las narrativas que representan las realidades vividas, convirtiendo la realidad en texto, de tal forma que así se construyan entre el investigador y los investigados los datos para ser analizados posteriormente (Arias & Alvarado, 2015). Por la intención del ejercicio se situó en una metodología de investigación narrativa.

Para llevar a cabo este ejercicio se hacía necesario contar con un tipo de investigación que permita focalizar el análisis en las realidades de la población rural, si bien se hace principalmente una documentación que conlleve a la contextualización del territorio, es importante evidenciar también aspectos relevantes propios del contexto educativo en el que se desarrollan las prácticas de enseñanza de las matemáticas, con el fin de tener un acercamiento para valorar la realidad social de las personas, las formas en las que se desarrollan culturalmente, el rol de la educación y cómo esta aporta herramientas para potencializar los desarrollos del campo.

Se opta por una metodología de investigación de tipo social enmarcada en tres dimensiones de análisis: ontológica, epistemológica y metodológica (Gómez, Latorre, Sánchez y Flecha, 2006) a continuación de describen: i) Ontológica, centrada en la realidad social de las personas y cómo es concebida, a partir de estructuras situadas cultural e históricamente como una construcción social que le atribuyen las personas, producto de la interacción social; ii) Epistemológica, como la teoría que estudia el cómo se conoce la realidad, cómo es la naturaleza del conocimiento y las posibilidades de conocer, cómo conocemos la realidad social y iii) Metodológica, para intentar responder cómo hacen la investigadora para descubrir, construir, transformar y/o acordar lo cognoscible. Cada una de estas dimensiones se entiende desde una de las cuatro concepciones teóricas: objetivista, constructivista, socio crítica y comunicativa tomadas en (Gómez, Latorre, Sánchez y Flecha, 2006),

En la dimensión ontológica: la concepción socio crítica se basa en un realismo histórico, asumiendo que la realidad es aprehendida (entendida) y construida por estructuras situadas históricamente, que son limitadas y que se consideran “reales” están cristalizadas como estructuras naturales. Dada su apuesta política e ideológica y su naturaleza dialéctica se inclina por identificar el potencial del cambio, a partir de la interrelación entre sujeto y objeto de investigación y de que esas relaciones están influenciadas por un alto compromiso social.

La dimensión epistemológica: la concepción socio crítica asume que quien investiga y el investigado se relacionan interactivamente, por lo que los valores del investigador influyen en la investigación. De acuerdo con Popkewitz, (1988) se pretende conocer y comprender la realidad como praxis, unir teoría y práctica: conocimiento, acción y valores, orientar el conocimiento a emancipar y liberar a las personas, posibilitar la autorreflexión de los profesores (Citado en Gómez et al., 2006).

La Metodología la concepción socio crítica considera la investigación participativa, como una actividad educativa de investigación y de acción social, que busca no solo describir los problemas sino actuar en conjunto con la comunidad para definir las acciones adecuadas para mejorar y transformar la realidad social. En el ejercicio se plantea una metodología dialéctica, participativa y democrática, que requiere un diálogo dialéctico en su naturaleza entre el que el que investiga y los sujetos que son investigados.

En esta última dimensión y atendiendo a los aspectos de las concepciones teóricas se justifica el ejercicio en la perspectiva de investigación narrativa la cual según Denzin y Lincoln (2011) surge desde el interés y la necesidad de comprender y contar sobre el comportamiento de los seres humanos rescatando los valores de la subjetividad, permitiendo re- valorar la práctica de hablar y narrar para comprender el significado otorgado a la forma de percibir el mundo. Por lo que desde las búsquedas de investigación social acompañadas por el ejercicio narrativo se empiezan por un lado a recuperar relatos olvidados y a explorar otras formas de escritura para responder a las crisis de los relatos hegemónicos (citado en García -Huidobro, 2016).

La investigación narrativa propone tres aspectos diferenciadores de la investigación de tipo social. El primero establece la relación entre el investigador y el investigador y señala que juntos están en relación directa para construir la investigación (Clandinin, 2007). En segundo lugar, se genera una mayor aceptación a formas alternativas de conocer y el tercer aspecto, supone la comprensión de experiencias particulares desde contextos específicos. Asimismo, esta metodología y los pensamientos posestructuralistas promueven un cambio en el uso de lo cuantitativo al uso cualitativo de las palabras como datos y evidencias, lo cual privilegia lo vivido como evidencia y la narración y las palabras como un método para investigar y encontrar otros significados (García-Huidobro, 2016).

En este ejercicio a través de la narración de las vidas y concepciones del ser profesor se hace un acercamiento a la noción de experiencia de Bruner (2004) dada como un saber que está intrínsecamente involucrado en nuestra vida y la narración de esta, teniendo en cuenta que el investigador y el investigado se involucran en espacios de construcción que buscan escuchar, leer y entender los contextos del territorio desde la narrativa del antes, ahora y después de los maestros y maestras, como una forma de comprender y pensar la realidad y tomando como fuente las dimensiones epistemológicas y ontológicas mencionadas anteriormente. También como una vía para aprender a conocernos y pensarnos e ir construyendo vías del saber (Bruner, 1990) a partir de las reflexiones que hacemos al interiorizar en nuestra historia del ser maestros y los hechos que van hilando y van construyendo los saberes. De ahí que las narraciones no pretenden únicamente generar un aprendizaje desde las historias que se cuentan y reflexionan, sino que también sucede en el momento en que se cuenta (Goodson, 2010).

El instrumento

Después de adoptada la metodología se elabora un instrumento denominado "Narremos nuestras historias sobre el privilegio de ser maestro" para guiar y recoger los relatos de los maestros de territorio rural, dicho instrumento se organiza en tres momentos en los que el investigador y los investigados se narran sus vivencias.

En el antes, para contarnos cómo fue la historia para llegar a ser maestros, desde cuando somos maestros, cómo nos sentimos siendo maestros, cuáles son esas vivencias más significativas que recordamos en la tarea de enseñar, cuáles son esas prácticas docentes que nos han caracterizado en nuestra historia, aquellas que han evolucionado, las que hemos mantenido intactas y otras que quizás se dejaron en el pasado, qué pensamos de nuestros estudiantes y como los vemos en nuestra propia historia profesional.

En el ahora, nos contamos lo que hacemos, cómo y por qué llegaron a ser docentes en territorio rural, los aspectos más relevantes y emotivos del maestro en territorio, contextualizamos cada lugar en el que enseñamos sus particularidades, capacidades, necesidades y oportunidades de mejora, compartimos los Proyectos Educativos Institucionales y cómo nos articulamos desde nuestras concepciones, creencias y pasiones. Nos respondimos a la pregunta ¿estamos haciendo las cosas bien y creemos que nuestra labor posibilita el desarrollo sostenible del campo?

El después, nos dimos la oportunidad de narrar los sueños, las proyecciones que tenemos en el rol de maestros, cómo soñamos el campo, la educación en territorio, contamos sobre los sueños de los niños.

Para cerrar nuestros relatos hablamos, por un lado, sobre las consideraciones de los maestros frente a la construcción de procesos de paz en el posconflicto desde acciones educativas que promuevan prácticas pacíficas, solidarias y creativas que les permitan a las nuevas generaciones relacionarse de forma inclusiva y democrática. Por otro lado, sobre la medición a la calidad de la educación basada en pruebas estandarizadas, en las que se evidencia una brecha entre el sector rural, urbano y privado del país, siendo el rural el que obtiene resultados más bajos.

Con cada uno de los profesores en los diferentes momentos de encuentro se construyen los textos que describen las narrativas y a partir de estas se sintetizan de manera general algunos de los hallazgos más relevantes en lo que a continuación se denominan los resultados.

Resultados

El presente trabajo generó espacios en los que se privilegió la reflexión y la escucha de nuestros relatos, posibilitó aprendizajes y poco a poco fue generando la experiencia de saber, el reconocimiento de los territorios de las instituciones visitadas y los procesos educativos en sus similitudes y diferencias según el lugar desde donde y quien narra, estos aprendizajes van más allá de los saberes construidos en la documentación teórica previamente realizada en la cual se revisa el proceso histórico de la educacion rural, las políticas públicas que se han dado y la existentes actualmente y algunas consideraciones frente a las necesidades de mejorar los procesos educativos centrados en la perspectiva de los resultados de pruebas estandarizadas nacionales e internacionales, consideraciones que generan cuestionamientos y nuevas vías de aprendizaje frente a lo que se asume y lo que se desarrolla al interior de los procesos educativos después de tener acercamiento con los territorios.

Acoger esta metodología permitió comprender la narrativa como una herramienta para entender y cuestionar la realidad encontrando los significados de lo vivido, así como también las diversas reflexiones dan la posibilidad de pensar y aprender a partir de cada uno de los encuentros y desde cada relato (Goodson, 2010). Lo anterior se logra desde la construcción de datos y narrativas a partir del instrumento, permitiendo tener la contextualización de la educación matemática en territorios rurales, posterior a esto se iniciará el análisis de idoneidad didáctica a algunas prácticas matemáticas, es decir, en este trabajo no se incluye el análisis de idoneidad didáctica. Según Hernández (s/f) los relatos que se construyen y experimenta el investigador pueden ser memorialistas para describir la realidad, datos o evidencias en relación con la voz de otros autores o son herramientas de diálogo interpretativo que permiten la reflexión y que al conversar con los relatos generan nuevos saberes.

A partir de los diálogos generados en cada oportunidad de compartir con los profesores se revelan aspectos importantes de las practicas matemáticas y como estas se desarrollan, así se fueron construyendo las narrativas. En estas se describen hallazgos como: proyectos educativos maravillosos para enseñar la matemática escolar en los contextos propios de los niños, centrados en el ser humano que se encuentra en los ecosistemas, que hace parte de la naturaleza, pero no está sobre esta, lo que le permite vivir en armonía con sus pares y el entorno. Me contaron en sus narrativas y pude evidenciar huertas auto sostenibles, un semillero de investigación que busca recuperar su huerta, granjas igualmente auto sostenibles que se enmarcan al interior de un proyecto que abarca todos los ciclos de escolaridad y que a pesar de la ausencia de recursos y apoyo representan la esperanza del desarrollo del campo y por ende del país, pero sobre todo avivan la esperanza de tener un campo próspero y en paz. En estas granjas la educación matemática es un eje de aprendizaje fundamental que inicia desde la escolaridad de primera infancia con la adopción de una mascota verde (planta) empiezan procesos de exploración, de resolución de problemas, a identificar formas y a establecer estrategias para contar. En el siguiente ciclo cuando la plántula está en crecimiento se trasplanta a la huerta, los estudiantes continúan sus procesos de aprendizajes de las matemáticas en contexto y desde la interdisciplinariedad del conocimiento, descubriendo las matemáticas hasta completar el proceso, obteniendo la hortaliza germinada, teniendo el producto listo para que en el siguiente ciclo se inicie apoyado en la enseñanza de las matemáticas, el proyecto de comercialización y distribución del producto.

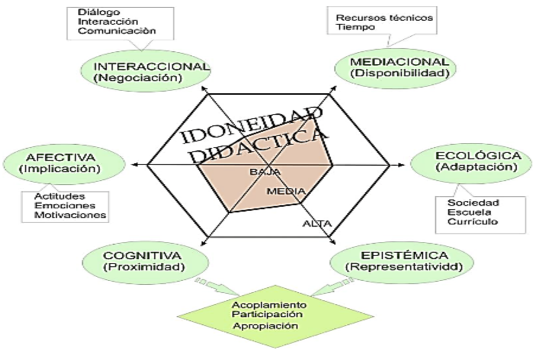
En estos proyectos de aula que se desarrollan y privilegian en el campo, se evidencian las intenciones didácticas del docente de emprender siempre procesos de enseñanza situados en el contexto, aunque con algunas dificultades institucionales y de organización como por ejemplo no ser un docente especializado en matemáticas quien orienta la práctica matemática.

Primeras reflexiones con el EOS

Cabe resaltar que en este trabajo no pretende presentar un análisis de idoneidad completo pues este se desarrollará en el segundo objetivo, como se indicó en el resumen y al interior del documento en este trabajo se presenta parte del primer objetivo de la investigación y específicamente centrado en la contextualización de la educación matemática rural a partir del ejercicio de acercamiento al territorio, apoyados en la metodología de investigación narrativa, sin embargo teniendo en cuenta la completitud de la investigación y dejando nombrado la teoría del análisis didáctico como el amplio referente teórico de análisis se presenta una síntesis de los criterios y aquellos que según lo propuesto serán analizados y/o profundizados.

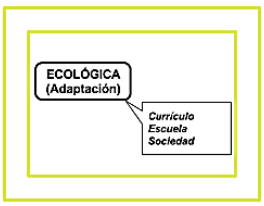
EL EOS presenta 6 criterios de idoneidad didáctica como se muestran en la figura 1, en el análisis posterior de la presente investigación se tomarán aspectos de cada uno de ellos, sin embargo, se pretende hacer énfasis en el criterio de idoneidad ecológico porque se considera que desde este se incluye el carácter social y político del currículo, la escuela, sociedad y territorio para el caso. Asimismo, el criterio de idoneidad afectiva será revisado con mayor énfasis dado el interés por indagar acerca de las actitudes, emociones, interese y necesidades que se evidencian en la instrucción matemática para contextos particularmente rurales, sin embargo, estos dos no descartan el análisis con menor énfasis de los otros cuatro criterios: interaccional, mediacional, cognitivo y epistémico.

Figura 1.
Criterios de idoneidad didáctica tomada de Godino (2011)



Estos criterios a su vez proponen unos subcriterios que sirven de referente para analizar una instrucción determinada en las figuras 2, se muestran para el criterio en el que se consideró se hará énfasis, tomados de Breda & Lima (2016). El criterio ecológico, además del énfasis se hace una adaptación especial incluyendo el aspecto sociopolítico además del sociolaboral, ya que al indagar territorios rurales en Colombia se hace inherente la mirada sociopolítica del contexto.

Figura 2.
Subcriterios del criterio ecológico incluyendo el sociopolítico



Idoneidad Ecológica

Adaptación al currículo	Los contenidos, su implementación y evaluación se corresponden con las directrices curriculares: Programas – Planificación - Implementaciones Nacionales: Lineamientos de matemáticas, estándares básicos de competencias Territoriales: políticas públicas para la educacion Implicación en los acuerdos políticos y Construcción de paz desde la enseñanza de las matemáticas
Conexiones Intra e interdisciplinares	Los contenidos se relacionan con otros contenidos matemáticos o con contenidos de otras disciplinas Determinar los ejes transversales (si los hay) y su implicación al entorno rural.
Utilidad sociolaboral *Sociopolítica*	Los contenidos son útiles para la inserción sociolaboral y atienden al contexto rural identificado y a las demandas de las políticas y solicitudes del acuerdo.
Innovación didáctica	Innovación basada en la investigación y la práctica reflexiva (introducción de nuevos contenidos, recursos tecnológicos, formas de evaluación, organización del aula, etc.). Cómo se gestionan competencias y las articulan con su entorno – potencializan

Como se mencionó anteriormente este trabajo no pretende incluir un análisis de idoneidad didáctica, aunque la investigación general lo hará, sin embargo, con el ejercicio y la población de profesores rurales que se trabajó se hacen unos primeros acercamientos a los análisis de la práctica del docente describiendo el primero en el que se hará énfasis el de idoneidad ecológica y por los hallazgos evidenciados en las narrativas se dejan algunos aspectos relevantes del contexto los cuales se consideran dentro del criterio mediacional.

En la idoneidad ecológica se evidencia que los contenidos y directrices, aunque se planifican en correspondencia con los estándares básicos de aprendizaje (MEN, 2006) y lineamientos curriculares (MEN, 1998) presentan una dificultad, no se logran identificar estructuras conceptuales ampliamente conformadas y entendidas por el profesor, aunque se evidencia una adaptación ideal de las matemáticas con el contexto esta se da en niveles básicos de los procesos matemáticos, en los casos en los que los conceptos sobre salen de la adaptación al contexto con matemáticas de un nivel mas avanzado en la mayoría de los casos la instrucción privilegia el desarrollo de contenidos temáticos por unidades con poca conexión entre los objetos matemáticos previos y los nuevos que se incorporan, se identifican algunas conexiones entre estos los pero limitadas, asi como se evidencia igualmente que al avanzar en los niveles de aprendizaje de las matemáticas la enseñanza es separada por pensamientos siguiendo los planteados en los lineamientos curriculares MEN (1998), aunque esto representa una evidencia de seguimiento positiva desde el marco legal no favorece la interrelación entre los diferentes pensamientos.

La utilidad sociolaboral de los procesos de enseñanza favorece directamente la inserción socio laboral al interior del contexto, a partir de las granjas y proyectos de territorio se prepara a los estudiantes para aportar desde un aspecto laboral en el trabajo de campo en cada una de sus casas y/o veredas. Estos procesos de enseñanza de las matemáticas no se hacen en el cuaderno, ni en el aula, ni en la escuela, estos se construyen con el territorio y hasta se incluyen a las familias, lo cual tiene gran importancia, aunque los profesores no consideren que son practicas innovadoras pues manifiestan que esto hacen parte de la escuela rural desde hace muchos años. Estas prácticas evidenciadas incluyen mínimamente el uso de recursos tecnológicos (por la ausencia de estos y en algunos casos por desconocimiento tecnológicos del profesor), la evaluación se considera adecuada porque se basa principalmente en el desarrollo del proyecto pocas veces es tradicional.

Una breve mirada desde la idoneidad mediacional muestra que aunque por las limitaciones no cuentan con recursos convierten al contexto rural en un potente recurso desde el ecosistema mismo, por otro lado, la cantidad de estudiantes favorece los proceso en promedio hay 12 estudiantes por aula, sin embargo, esto tiene otra implicación negativa y es la deserción escolar.

Referencias

Breda, A., y Lima, V. M. (2016). Estudio de caso sobre el análisis didáctico realizado en un trabajo final de un máster para profesores de matemáticas en servicio. REDIMA: Volumen 5.

Bruner, J. (1990): Acts of Meaning. Londres, Harvard University Press.

Bruner, J. (2004): "Life as Narrative". Social Research, 71,3, pp. 691-710

Ceña, F. (1993). El desarrollo rural en sentido amplio: El desarrollo rural andaluz a las puertas del siglo XXI. Andalucía, España. Sevilla: Consejería de Agricultura y Pesca, D.L.

Clandinin, J. (2007): Handbook of Narrative Inquiry. Mapping a Methodology. California: Sage.

Godino, J. (2011). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza aprendizaje de las matemáticas. Brasil. Conferencia VIII CIAEM.

Denzin, N. Lincoln, Y. (2011). The Sage handbook of qualitative research. California: Sage

García-Huidobro Munita, Rosario (2016). La narrativa como método desencadenante y producción teórica en la investigación cualitativa. EMPIRIA. Revista de Metodología de las Ciencias Sociales.

Gómez, J. Latorre, A. Sánchez, M. y Flecha R. (2006). Metodología comunicativa crítica. Barcelona, España. Editorial El Roure.

Goodson, I. (2010): Narrative Learning. New York, Routledge

Hernández, F. (s/f): "Mi trayectoria por la perspectiva narrativa de investigación en educación". Documento inédito entregado a los y las estudiantes del máster Artes y Educación: Un enfoque construccionista de la Universidad de Barcelona.

Mendoza, A (2018). La urgencia de una educación del campo colombiano. Nodos y Nodos: Volumen 6 N.º ISSN-E: 2619-6069.

MEN. (1998). Lineamientos curriculares en matemáticas. Bogotá, colombia. MEN: Ministerio de Educación Nacional. Recuperado de http://tinyurl.com/7t988s5

MEN. (2006). Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas. Bogotá, colombia. MEN: Ministerio de Educación Nacional. Recuperado de http://is.gd/kqjT0a

Akademy
EDITORA