

O TEOREMA DE PITÁGORAS, UMA VALIDAÇÃO ATRAVÉS DO USO DE MANIPULÁVEIS

*Lucas Paulino Silva
Instituto Federal da Bahia
lucaspaulinosilva9@bol.com.br*

*Renilson de Jesus Monteiro
Instituto Federal da Bahia
renilsonmonteiro@yahoo.com.br*

*Jean Lázaro da Encarnação Coutinho
Instituto Federal da Bahia
jeancoutinho@ifba.edu.br*

Resumo: O presente trabalho tem por objetivo investigar as potencialidades de materiais manipuláveis no ensino de Matemática, tendo como contexto a validação do Teorema de Pitágoras. Diante das discussões acerca das dificuldades encontradas pelos professores para ensinar matemática, eis que surge a proposta do Laboratório de Ensino de Matemática, o LEM. Nessa perspectiva, pensou-se em atividades práticas com a utilização de materiais concretos. A experiência foi realizada em uma turma de 1º ano do Ensino Médio de uma escola estadual da cidade de Barreiras – BA e consistiu em três atividades de manipulação de modelos de triângulos e quadrados que, ao utilizar o conceito de área de quadrados, buscava conduzir o aluno à percepção da validade do Teorema de Pitágoras. Por meio de uma análise qualitativa dos resultados das atividades e questionários pós-teste, foi possível verificar que os materiais manipuláveis ajudam a tornar as aulas mais atrativas e contribuem na construção dos conceitos matemáticos.

Palavras-chave: Materiais Manipuláveis; Conhecimento; Matemática.

1. Introdução

A todo professor de Matemática, a reflexão e aperfeiçoamento de suas práticas pedagógicas são fundamentais. Uma suficiente razão para tanto é o fato de o ensino de Matemática, por vezes, enfrentar muitos obstáculos para a sua exitosa realização. Um desses obstáculos é o julgamento da disciplina como difícil. Essa pré-concepção pode gerar nos alunos sentimentos de incapacidade e desmotivação, o que prejudica ainda mais o seu aprendizado.

Diante disso, o professor necessita de ter conhecimento do conteúdo e de recursos metodológicos para motivar e facilitar a compreensão dos alunos. Neste contexto, o Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) surge como uma opção, tanto para o professor

aperfeiçoar sua prática docente, como para facilitar a aprendizagem dos alunos. Dentre os recursos que um LEM pode dispor, estão os materiais didáticos manipuláveis.

Nessa perspectiva, o presente trabalho tem por objetivo investigar as potencialidades dos materiais manipuláveis no ensino de Matemática, tendo como contexto a validação do Teorema de Pitágoras. A experiência consistiu em atividades práticas de manipulação de modelos de triângulos retângulos e quadrados que, pelo uso dos conceitos de área de quadrados, vão conduzir os alunos a uma percepção da validade do Teorema de Pitágoras.

2. Referencial Teórico

2.1 O Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) na formação do professor

Muito se tem discutido sobre a importância do Laboratório de Ensino de Matemática LEM na formação de professores (TURRIONI, 2004; LORENZATO, 2012; SILVA, 2012). São várias concepções apresentadas por estudiosos acerca do LEM, com diferentes utilidades, conforme a realidade de cada instituição de ensino superior que já dispõe desse aparato.

Lorenzato (2012) entende o LEM como um ambiente em que professores e licenciandos podem expor analisar e discutir suas práticas e experiências. Dessa forma, é possível confrontar não apenas o que fora planejado com os resultados obtidos, como também empenhar-se em pesquisas na busca de novas perspectivas que possam sanar as dificuldades existentes no processo de ensino de Matemática.

Segundo Turrioni (2004), o Laboratório de Ensino de Matemática deve ser visto como uma sala em um curso de licenciatura em Matemática. É igualmente utilizada para promover discussões e desenvolver novos conhecimentos que possam contribuir tanto para o desenvolvimento profissional dos futuros professores, quanto para sua iniciação a pesquisa.

Segundo Silva (2012), nesse ambiente, os professores de matemática podem trazer as dificuldades enfrentadas em suas vivências, discutir de que forma é possível adaptar um jogo, falar de história da Matemática de forma construtiva e utilizar tecnologias, dentre outras metodologias viabilizadoras do processo de ensino de matemática. Ainda segundo Silva (2012), essa interação é importante para a escolha de novas ações, uma vez que, quando atrelada à realidade do local, aproxima-se a prática da teoria.

De acordo com as concepções supracitadas, surge, na disciplina de LEM, uma discussão na busca de alternativa para sanar algumas dificuldades observadas em práticas anteriores. Decidiu-se, então, elaborar atividades utilizando materiais manipuláveis para conduzir os alunos a uma percepção da validade do Teorema de Pitágoras.

2.2 O Uso de Materiais Manipuláveis no Ensino de Matemática

O uso de materiais manipuláveis proporciona uma abordagem clara e sucinta dos conteúdos. Por isso, torna as aulas de Matemática mais atraentes, dinâmicas e construtivas. As atividades que requerem contato com materiais permitem que os alunos construam os conhecimentos com a mediação do professor em sala de aula, deixando de ser um mero receptor de conhecimentos. Através da manipulação dos objetos e materiais, passo a passo, o aluno busca no seu ritmo de aprendizagem, a compreensão dos conceitos matemáticos abordados nas atividades.

De acordo com Lorenzato (2012, p. 18), “Material didático (MD) é qualquer instrumento útil ao processo de ensino-aprendizagem. Portanto, MD pode ser um giz, uma calculadora, um filme, um livro, um quebra-cabeça, um jogo, uma embalagem, uma transparência, entre outros”.

Lorenzato (2012) enfatiza ainda que:

[...] por volta de 1650, Comenius escreveu que o ensino deveria dar-se do concreto ao abstrato, justificando que o conhecimento começa pelos sentidos e que só se aprende fazendo. Locke, em 1680, dizia da necessidade da experiência sensível para alcançar o conhecimento. Cerca de cem anos depois, Rousseau recomendou a experiência direta sobre os objetos, visando à aprendizagem. Pestalozzi e Froebel, por volta de 1800, também reconheceram que o ensino deveria começar pelo concreto; na mesma época, Herbart defendeu que a atividade começa pelo campo sensorial. Pelos idos de 1900, Dewey confirmava o pensamento de Comenius, ressaltando a importância da experiência direta como fator básico para construção do conhecimento [...] (LORENZATO, 2012, p. 7).

Percebe-se que, mesmo em tempos e localidades distintas, vários educadores, cada um com seus argumentos, buscaram evidenciar o papel fundamental que o material manipulável pode desempenhar no processo de aprendizagem. Tais argumentos podem justificar a necessidade da existência de materiais didáticos manipuláveis nas escolas, bem como a importância do contato com esses materiais para os alunos.

De acordo com os PCNs:

Os [...] Recursos didáticos como livros, vídeos, televisão, rádio, calculadora, computadores, jogos e outros materiais têm um papel importante no processo de ensino e aprendizagem. Contudo, eles precisam estar integrados a situações que levem ao exercício da análise e da reflexão (BRASIL, 1998, p. 57).

É necessário que se pense em atividades estimuladoras do poder de percepção dos alunos. O educando precisa fazer relação entre materiais, conteúdos e cotidiano. Para isso, faz-se imprescindível ao professor propor atividades de observação e manipulação de objetos, para que os alunos reflitam sobre os aspectos matemáticos presentes nos materiais. Para Fiorentini (1995), o professor de Matemática deve estar atento aos aspectos que favorecem o processo de ensino de conteúdos matemáticos e, os mais ativistas, uma vez consciente disso, irão utilizar os materiais manipuláveis em suas aulas.

Vale ressaltar que o professor, mediador das atividades, deve estar envolvido no processo e, principalmente, propor discussões e provocações conectoras do material didático com os conteúdos abordados, a fim de que os alunos possam perceber nos manipuláveis os conceitos e características dos conteúdos abordados. Segundo Passos (2006), os conceitos matemáticos não estão nos materiais concretos e sim nas ações, acompanhados de discussões, que moldam esses materiais. Lorenzato (2012) enfatiza que a realização de atividades manipulativas não garante aos alunos a construção de conhecimentos. Assim, o exercício mental ajuda na construção do conhecimento e o material concreto auxilia esse processo.

Tardif (2012, p. 12) diz que “um professor nunca define sozinho e em si mesmo o seu próprio saber profissional”. Igualmente é imprescindível a relação estabelecida entre os alunos e os materiais didáticos disponíveis. Por isso, a importância do LEM advém da descoberta dos professores do modo de utilização de tais materiais para alcançar seus objetivos.

3. Procedimentos metodológicos:

A experiência desenvolveu-se em uma turma de 1º ano do Ensino Médio de uma escola estadual da cidade de Barreiras-BA, e dividiu-se em quatro etapas.

A primeira etapa consistiu em aplicação de questionários pré-teste e revisão de conteúdos pré-requisitos para a execução das atividades. Após a análise dos resultados dos

questionários pré-teste, foi feita uma revisão teórica a fim de atenuar as dúvidas apresentadas pelos alunos.

Na segunda etapa, foram escolhidas as atividades, os materiais, as datas de execução dos trabalhos e público-alvo da pesquisa. Elaboraram-se três atividades utilizando EVA, papel A4 e pincel. Essas atividades serão descritas com mais detalhes no item a seguir. A escolha do 1º ano do Ensino Médio é justificada pelo diagnóstico realizado em um trabalho anterior. Durante a execução desse outro trabalho, atenderam-se alunos de turmas de 8º e 9º. Foi constatada a dificuldade desses para compreender a validade do Teorema de Pitágoras, bem como para fazer relação de área com o conteúdo. Como os discentes da primeira série da última etapa do Ensino Básico são recém-chegados do Ensino Fundamental, partiu-se do pressuposto de que apresentavam essa supracitada dificuldade.

Na terceira etapa, a turma foi dividida em quatro grupos. Cada grupo executou as três atividades, uma por vez e com o acompanhamento dos agentes da pesquisa. Para cada atividade, foi distribuído o material manipulável e uma folha A4, com indicação dos passos a serem executados, seguidos de perguntas acerca do que foi percebido pelos alunos após a execução de cada passo.

Ao longo do processo, foi necessário fazer algumas intervenções no sentido de conduzir os alunos a uma compreensão dos enunciados dos passos e das perguntas. Algumas discussões surgiram com a necessidade da utilização dos conhecimentos pré-requisitos durante as atividades. Ficou determinado que, para executar o próximo passo, o grupo deveria aguardar o sinal dos mediadores, e, após verificar o que foi feito em cada grupo, fazer alguns registros de imagens. Informou-se que todos os grupos poderiam executar o próximo passo.

4. Resultados

Esse capítulo é um recorte da análise dos resultados que está em andamento. Nesse momento, far-se-á uma breve apresentação e discussão dos resultados obtidos pelo grupo (01). Os resultados das atividades executadas pelos demais grupos e os questionários pré-teste serão analisados posteriormente. Todas as imagens contidas nesse trabalho foram fontes dos autores da obra.

Na atividade 01, o grupo recebe um triângulo retângulo de lados a , b e c e pequenos quadrados, como mostra a figura 01. Imediatamente, foi solicitada a indicação, por parte dos

alunos, de qual lado do triângulo era o cateto menor, o cateto maior e a hipotenusa cujo resultado é apresentado na figura 02 abaixo.

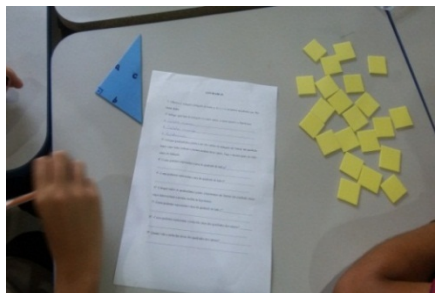


Figura 01: Material para a Atividade 01
Fonte: Elaborado pelos autores

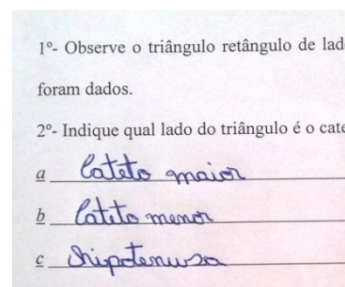


Figura02: Resposta sobre os catetos
Fonte: Elaborado pelos autores

A figura 02 traz uma demonstração de que os alunos não tiveram dificuldades para nomear os lados do triângulo. Com o material em mãos, os alunos foram orientados a colocar quadradinhos juntos aos catetos do triângulo até formarem dois quadrados maiores de lados iguais à mesma medida do cateto correspondente como mostra a figura 03. Os participantes foram indagados sobre uma forma de representar a área de cada quadrado construído ao lado dos catetos cujo resultado é indicado pela figura 04.

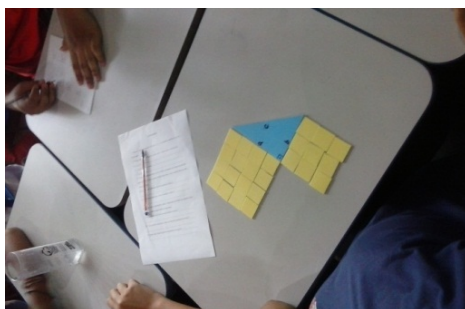


Figura 03: Quadrados junto aos catetos
Fonte: Elaborado pelos autores

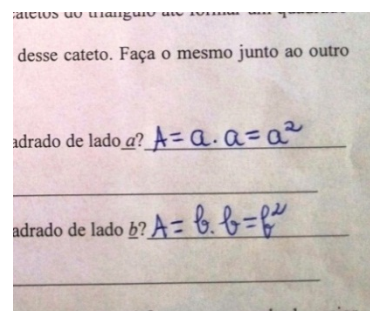


Figura 04: Resposta da indagação
Fonte: Elaborado pelos autores

Para finalizar a atividade, os alunos foram orientados a colocarem todos os quadradinhos juntos à hipotenusa até formarem um quadrado maior de lado igual à medida da hipotenusa, como mostra a figura 05. Os estudantes foram questionados acerca de como representar a área do quadrado de lado igual à hipotenusa, como também representar a soma das áreas dos quadrados dos catetos e, depois de uma discussão, igualar essas expressões. A figura 06 mostra os resultados dessa etapa.

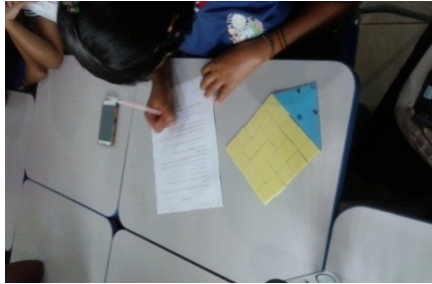


Figura 05: Quadrado junto à hipotenusa
Fonte: Elaborado pelos autores

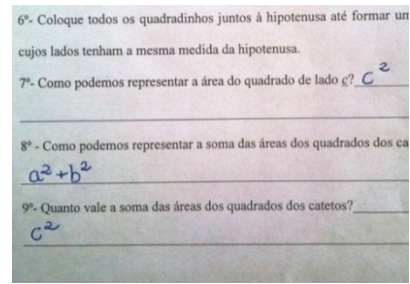


Figura 06: Respostas dos questionamentos
Fonte: Elaborado pelos autores

As figuras 05 e 06 demonstram que os alunos relacionaram o conteúdo ao conceito de área de quadrados e conseguiram expressar analiticamente a relação do Teorema de Pitágoras.

Para a execução da atividade 02, o grupo recebeu quatro triângulos congruentes de lados a , b e c e um pequeno quadrado. Ao utilizar esse material, o grupo foi orientado para montar um quadrado de lado c . Logo após, foram indagados sobre uma forma de representar a área desse quadrado. As figuras 07 e 08 registram os resultados da manipulação dos materiais e a resposta da indagação, respectivamente.

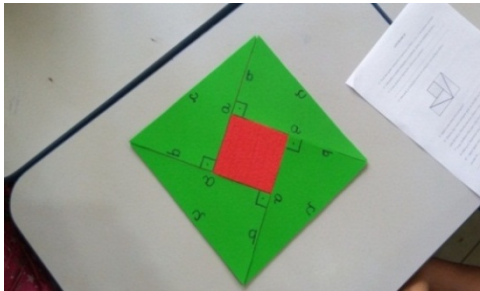


Figura 07: Resultado da manipulação
Fonte: Elaborado pelos autores

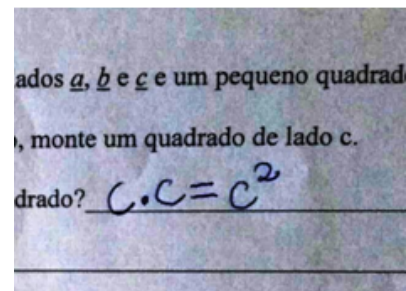


Figura 08: Resposta da indagação
Fonte: Elaborado pelos autores

Com esse resultado, fica evidente que os educandos têm conhecimento da fórmula de obtenção da área de um quadrado.

O próximo passo dessa atividade foi a construção de um polígono conforme a figura dada, utilizando todo material. As figuras 09 e 10 mostram o polígono da figura dada e o construído pelos alunos, respectivamente.

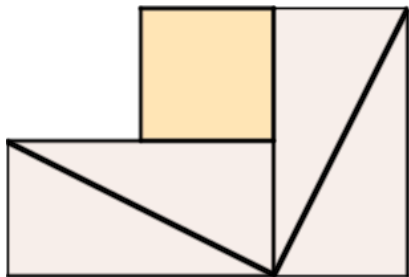


Figura 09: Polígono dado na atividade
Fonte: Elaborado pelos autores

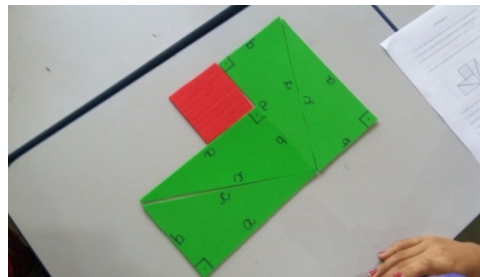


Figura 10: Polígono construído pelos alunos
Fonte: Elaborado pelos autores

Na sequência, os alunos foram questionados sobre a área do novo polígono. Lançou-se uma discussão ao informar que o novo polígono pode ser dividido em dois quadrados e surgiu, assim, uma nova questão: “como representar a soma das áreas desses quadrados?”. Posteriormente, os alunos foram orientados a igualar essa soma à expressão que representa a área do polígono inteiro. A figura 11 abaixo apresenta um dos resultados dessas indagações.

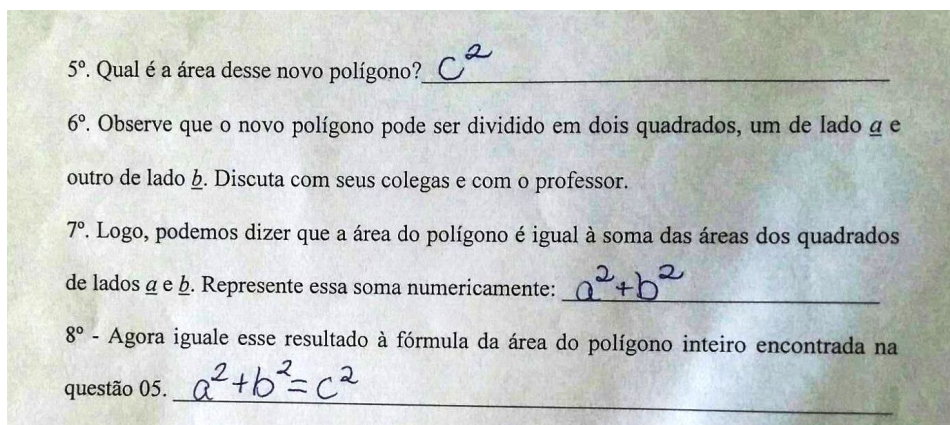


Figura 11: Resultado das indagações finais da atividade 02
Fonte: Elaborado pelos autores

Para a execução da atividade 03, os discentes receberam quatro triângulos retângulos iguais de lados a , b e c , e um quadrado de lado $a + b$. Os mesmos foram orientados a colocarem todos os triângulos sobre o quadrado de modo que cada ângulo reto de um triângulo ficasse sobre um ângulo reto do quadrado. No ato contínuo, foram questionados sobre uma forma de representar a área do quadrado em vermelho. As figuras 12 e 13 abaixo oferecem o resultado da manipulação executada pelos participantes e a resposta do questionamento, respectivamente.



Figura 12: Manipulação dos alunos
Fonte: Elaborado pelos autores

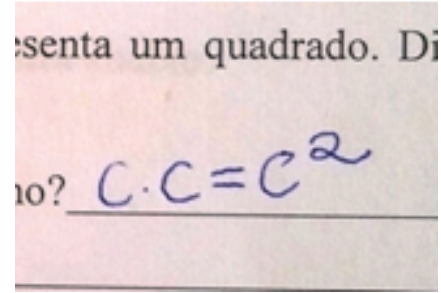


Figura 13: Resposta do questionamento
Fonte: Elaborado pelos autores

As figuras 12 e 13 indicam que os alunos foram capazes de reconhecer o quadrado de lado c , bem como obter a fórmula da área desse quadrado. Esse conhecimento é importante para continuar a atividade e essa informação será utilizada posteriormente.

Uma discussão foi lançada para que os alunos percebessem a área visível do quadrado em vermelho como a resultante da subtração da área total do quadrado menos a área dos triângulos. Subsequentemente, o grupo foi orientado a mover os triângulos sobre o quadrado deixando-os conforme a imagem dada. As figuras 14 e 15 representam a figura dada e a manipulação dos alunos, respectivamente.

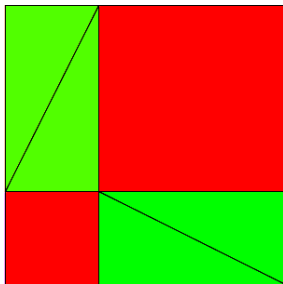


Figura 14: Figura dada na atividade
Fonte: Elaborado pelos autores

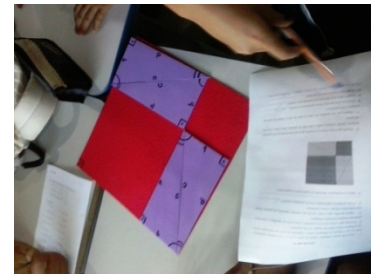


Figura 15: Manipulação dos alunos
Fonte: Elaborado pelos autores

Uma nova discussão desponta no intuito de os alunos perceberem que a área visível em vermelho agora está representada por dois quadrados, um de lado a e outro de lado b , porém continua sendo a área total do quadrado menos a área dos triângulos. Logo depois, o grupo foi conduzido a escrever a soma das áreas desses quadrados em vermelho e informar o valor dessa soma. Por fim, solicitou-se ao grupo a indicação do que concluíram com as atividades. A figura 16 aponta alguns resultados dessas indagações.

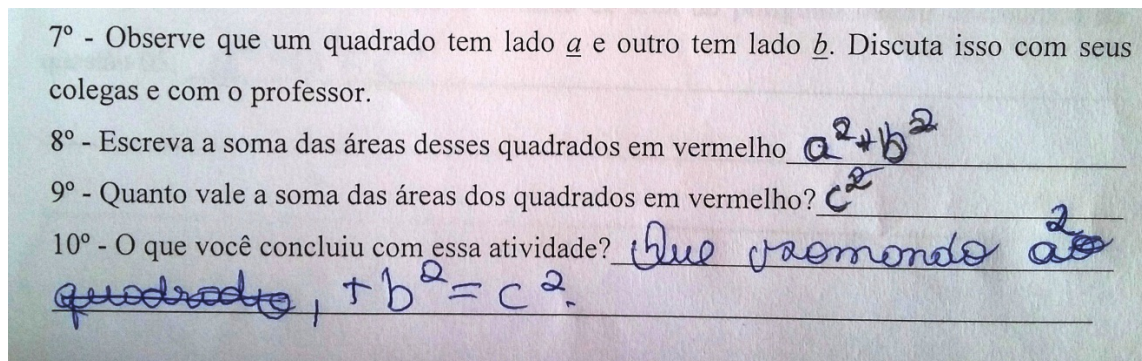


Figura 16: Resultado das últimas indagações da atividade 03

Fonte: Elaborado pelos autores

Assim a figura acima serve de demonstração de que os alunos conseguiram identificar os quadrados dos catetos e a igualdade da soma das áreas desses quadrados à área do quadrado da hipotenusa. Na conclusão, eles pareceram querer mostrar que compreenderam o conteúdo, informando analiticamente os resultados.

Em geral, verificamos que os alunos conseguem perceber os aspectos matemáticos presentes nos manipuláveis. Isso quando a manipulação e observação são acompanhadas de discussões e reflexões. O grupo analisado não demonstrou muitas dificuldades na execução das tarefas, bem como foram razoáveis nas questões teóricas. Percebe-se, no entanto, uma dificuldade dos alunos no que se refere à escrita das constatações e percepções realizadas. É possível que tal dificuldade esteja atrelada à forma com que se pergunte ou até pelo contexto das atividades. Em parte dos procedimentos, alguns alunos adiantaram as respostas porque conheciam a expressão do Teorema.

No dia seguinte, em um questionário, foi pedido que eles escrevessem suas considerações sobre a atividade. As figuras 17 e 18 expõem algumas dessas respostas.

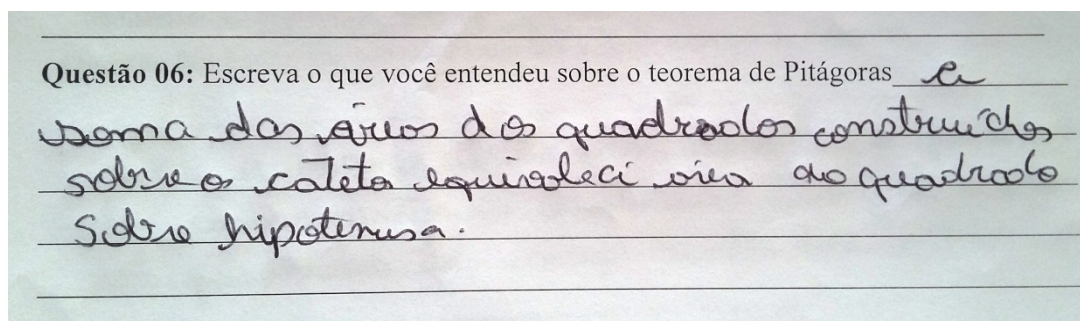


Figura 17: Recorte do questionário pós-teste

Fonte: Elaborado pelos autores

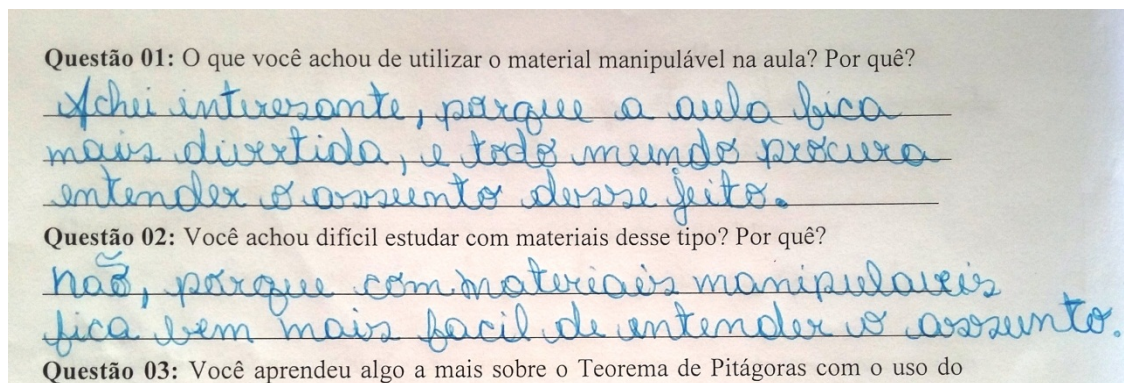


Figura 18: Recorte do questionário pós-teste

Fonte: Elaborado pelos autores

Os alunos afirmam que o uso dos manipuláveis potencializou as discussões das atividades e facilitou a compreensão dos conceitos matemáticos abordados. Tais considerações conciliam-se com as ideias de Passos (2006) e Lorenzato (2012) citadas anteriormente.

5. Considerações Finais

Embora em tons parciais, considera-se que os resultados supra-apresentados revelam que os alunos do grupo (01) analisado compreenderam a validade do Teorema de Pitágoras. Pode-se ponderar que o material manipulável contribuiu para facilitar essa compreensão. Alega-se, assim, que o uso dos manipuláveis pode ser um recurso metodológico eficaz e reforça o que os teóricos citados por Lorenzato (2012) defendiam a respeito do uso destes materiais. Entretanto, tal compreensão não se deu somente com a manipulação dos objetos.

A condução da atividade fomentadora das discussões necessárias foi de suma importância. Entrou, talqualmente, em consonância com as ideias dos teóricos citados, a exemplo de Passos (2006) e Lorenzato (2012). Sugere-se que a mediação feita de maneira correta em uma atividade com material manipulável apresente potencialidades para que os alunos possam compreender ao máximo os conceitos discutidos. Acredita-se, destarte, que a atividade obteve bons resultados com os alunos do grupo descrito, haja vista todas as orientações necessárias para a realização da atividade terem sido fornecidas e as discussões conduzidas para um entendimento dos conceitos.

Outro resultado importante obtido foi a conquista do interesse dos alunos e a efetiva participação destes na atividade. De uma maneira geral, todos se mantiveram atentos à realização da mesma. Acredita-se desse modo que, mais importante do que comprovar as

potencialidades do material manipulável, tenha sido conseguir a atenção dos alunos. Tornar atrativa a aula de Matemática, por vezes, mostra-se difícil, todavia, tal fato se deu no decorrer de toda a atividade. Tais resultados ou quaisquer resultados positivos dificilmente podem ser alcançados se os professores não refletem a respeito da sua prática e não investem em seu aperfeiçoamento.

Enquanto professor de matemática é preciso estar sempre atento aos melhores métodos a se adotar. O LEM, com o material manipulável e os outros recursos disponíveis, é uma opção, todavia o professor deve ser polivalente, ao buscar recursos até mesmo fora do espaço escolar. Tais procedimentos devem ser fomentados ainda na formação inicial dos professores para que tenham como hábito a busca constante pela melhoria do seu trabalho.

6. Referências

BRASIL, Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: 1998.

FIORENTINI, D. Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil. Zetetiké, Campinas, Unicamp, Ano 3 – nº4, 1995.

LORENZATO, S. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: LORENZATO, Sérgio. **Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2012.

PASSOS, Carmen Lucia Brancaglioni. **Materiais manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de matemática**. In: LORENZATO, Sérgio (org.). O Laboratório de ensino de matemática na formação de professores. Campinas: Autores Associados, 2006.

SILVA, R. A. O uso de material didático de manipulação no cotidiano da sala de aula de matemática. 2012. 125f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual da Paraíba – UEPB, Campina Grande, 2012.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional**. 13. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2012.

TURRIONI, Ana Maria Silveira. **O laboratório de Educação Matemática na Formação Inicial de Professores**. 2004, p. 175. Dissertação de Mestrado. Unesp, Rio Claro.